



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PAREDES DE DOMÍNIOS SUPERCONDUTORAS

Júlio César Mota Silva

CAMPINA GRANDE

- 2012 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PAREDES DE DOMÍNIOS SUPERCONDUTORAS

Júlio César Mota Silva

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

CAMPINA GRANDE

- 2012 -

PAREDES DE DOMÍNIOS SUPERCONDUTORAS
Júlio César Mota Silva

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

S586p Silva, Júlio César Mota.
Paredes de domínios supercondutoras / Júlio César Mota Silva. -
Campina Grande, 2012.
48 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia.
Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito.
Referências.

1. Condutividade Elétrica em Supercondutores. 2. Teoria Quântica de Campos. I. Título.

CDU 53.084.87(043)

JÚLIO CÉSAR MOTA SILVA

PAREDES DE DOMÍNIOS SUPERCONDUTORAS

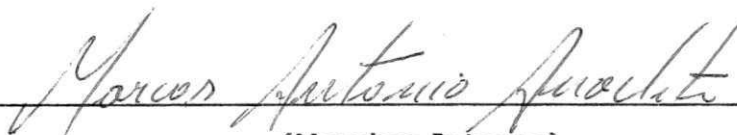
Dissertação aprovada em 27/07/2012

BANCA EXAMINADORA



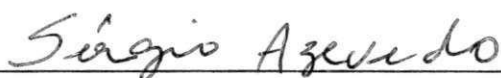
(Presidente)

Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro Interno)

Prof. Dr. Marcos Antônio Anacleto
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro Externo)

Prof. Dr. Sérgio André Fontes Azevedo
Departamento de Física - UFPB

*Dedico esse trabalho à minha mãe,
assim como tudo em minha vida
e a todos aqueles que em mim
acreditaram.*

A Deus, por ser Deus.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Francisco de Assis de Brito, pela orientação, sugestão, estímulo, paciência e competência com que conduziu este trabalho.

Aos Profs. Cleverson Figueiras, Diego Cogollo, Fábio Dahia, Lincoln Araújo e Rômulo Rodrigues pela colaboração que recebi durante minha fase de preparação.

Aos professores constituintes da Banca Examinadora que contribuíram para que fosse alcançado o objetivo do trabalho.

À minha mãe que enfrentou comigo todos os obstáculos.

À Laryssa Vieira por estar do meu lado e ter suportado a barra de namorar um mestrando em física, saiba ela que a mesma foi a minha maior conquista pessoal durante o período deste mestrado.

Aos demais familiares.

Aos colegas Igor Eloy, Marcílio Veras, Mikael Souto, Pablo Rafael, Pablo Sampaio, Romeu Castro e Thiago Guerra por tudo que passamos juntos, pois cada um sabe o tamanho de sua contribuição.

Aos demais colegas de pós-graduação, graduação, funcionários e demais professores da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.

A Rodrigo Lima pela assistência técnica ao meu computador, pois sem a qual não seria possível a conclusão deste trabalho.

A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

*Boi com sede bebe lama,
Barriga seca não dá sono.
(Petrúcio Amorim)*

*Quem tem o mel, dá o mel.
Quem tem o fel, dá o fel.
Quem nada tem, nada dá.
(Anônimo)*

*Bem-aventurado o homem que não anda
segundo o conselho dos ímpios, nem se
detém no caminho dos pecadores, nem se
assenta na roda dos escarnecedores.
Antes tem o seu prazer na lei do senhor,
e na sua lei medita de dia e de noite.
Pois será como a árvore plantada junto a
ribeiros de águas, a qual dá o seu fruto no
seu tempo; as suas folhas não cairão, e
tudo quanto fizer prosperará
Salmos 1:1-3.*

RESUMO

No presente trabalho vamos abordar a questão da condutividade elétrica em supercondutores, em uma perspectiva de soluções de paredes de domínios supercondutoras com estruturas internas utilizando os conceitos da Teoria Quântica de Campos. Ao fazer isso, estabelecemos um campo escalar dinâmico complexo acoplado para medir o campo que desempenha o papel da supercondutividade e um campo escalar real extra que desempenham o papel de parede de domínios supercondutora com estruturas internas. Vamos calcular a contribuição da condutividade elétrica em paredes de domínios supercondutoras devido à formação de um condensado.

Palavra-chave: Condutividade elétrica em supercondutores, Teoria Quântica de Campos

ABSTRACT

In the present work we shall address the issue of electric conductivity in superconductors in the perspective of superconducting domain wall solutions with internal structures in the realm of Quantum Field Theory. In doing this, we take our set up made of a dynamical complex scalar field coupled to gauge field that play the role of superconductivity and a extra scalar real fields that play the role of the superconducting domain wall with internal structures. We shall compute the contribution to electric conductivity in superconducting domain walls due to a condensate formation.

Keywords: Electric conductivity in superconductors, Quantum Field Theory

Conteúdo

Lista de Figuras	ii
1 Introdução	1
2 Conceitos Fundamentais de Supercondutividade	3
2.1 O Efeito Meissner	3
2.2 A equação de London	6
2.3 Equação de Ginzburg-Landau	7
2.3.1 Comprimento de Coerência	9
2.3.2 Cálculo do Campo Crítico Superior	11
2.4 Teoria BCS	13
3 Fundamentos de Teoria Quântica de Campos	15
3.1 O Formalismo Lagrangeano	15
3.1.1 Princípio da Mínima Ação	16
3.2 Sólitons	17
3.3 Quebra Espontânea de Simetria	18
3.4 Paredes de Domínios	19
3.5 Paredes de Domínio com Estruturas Internas	21
4 Estudos Sobre Supercondutividade	25
4.1 Supercondutividade em Paredes de Domínios do Tipo II (paredes de Bloch)	25
4.1.1 Equação de London	27
4.1.2 Campo eletromagnético na presença de campos de fundo	28
4.2 O Condensado em Temperatura Finita	31
4.3 Condutividade	32
5 Conclusão	39
A Pares de Cooper	40
B Potencial Barreira	44
Bibliografia	46

Lista de Figuras

2.1	Levitação supercondutora devido ao efeito Meissner [6].	4
3.1	Perfil de uma parede de domínios, cuja largura está destacada pelas linhas tracejadas.	18
3.2	Estrutura de uma Parede (a) de Bloch e (b) de Néel [17]	19
3.3	Potencial escalar de quarta ordem.	20
3.4	O campo χ (em verde) está localizado dentro da parede de domínios gerada pelo campo Φ (em vermelho).	23
4.1	Comportamento do campo magnético ao penetrar o material supercondutor, (parede de domínio externa). Gráfico em verde para $N = 28$ e gráfico em vermelho para $N = 30$. Parâmetro $ \vec{B}_0 = 1$ e $ \vec{B}_1 = 1$	29
4.2	Órbitas das Soluções tipo I e tipo II	30
4.3	(<i>Painel Esquerdo</i>) O condensado como uma função da temperatura. (<i>Painel Direito</i>) O condensado efetivo como função da temperatura para cargas $q = 1, 2$, e 3 — curvas de baixo para cima.	32
4.4	(<i>Painel Esquerdo</i>) A parte real da condutividade em função da frequência normalizada pelo condensado. Usamos as seguintes cargas $q = 8, 20$, e 32 , nas curvas de cima para baixo; $\delta = 0.01$ e $m \simeq \langle \chi \rangle = 4$. (<i>Painel Direito</i>) A parte real da condutividade em função da frequência normalizada para três filmes finos supercondutores de chumbo a 2°K — Palmer and Tinkham [26].	35
4.5	(<i>Painel Esquerdo</i>) A parte real da resistividade em baixas frequências em função da temperatura. Usamos os seguintes valores $\delta = 0.40, 0.45$, e 0.55 , nas curvas de baixo para cima; $T_c = 3$, $\omega = 0.8$ e $q = 1$. (<i>Painel Direito</i>) A resistividade em função da temperatura para três amostras de supercondutores La-Ba-Cu-O com temperatura crítica $T_c = 35^\circ\text{K}$ — Bednorz and Müller [27].	37

Capítulo 1

Introdução

A teoria quântica de campos (TQC) aparece como uma ferramenta poderosa para os físicos em geral, a mesma pode ser aplicada em várias áreas da física como, por exemplo, a física da matéria condensada. Muitos conceitos da TQC podem reproduzir fenômenos de estudo em outras áreas da física, um deles é o conceito de sóliton. Sólitons são soluções relacionadas à teoria de campos não-lineares, essas soluções correspondem a concentração de energia que se propagam sem se deformar [1], com os sólitons muitas aplicações foram encontradas principalmente na física da matéria condensada [2, 16].

Com um único campo e possuindo potenciais escalares podem-se obter soluções solitônicas, estes sólitons podem representar paredes de domínios. Para uma simetria Z_2 esses sólitons vão representar paredes de domínios como uma interface que separa dois domínios de um material ferromagnético [3], um material ferromagnético é o material que retêm a magnetização mesmo depois que o campo externo foi removido (o ferro, por exemplo). Podemos encontrar paredes de domínios com estruturas internas, onde estas estruturas são paredes de domínios geradas por campos complexos que podem produzir uma densidade de corrente. Com este modelo podemos encontrar paredes de domínio supercondutoras [4] e reproduzir assim o fenômeno da supercondutividade, mais especificamente a teoria de Ginzburg-Landau.

No estudo da supercondutividade o problema da condutividade em supercondu-

tores é um dos problemas mais intrigantes que podemos encontrar na literatura [3], reproduzir via TQC a condutividade de um supercondutor parece ser uma alternativa viável.

Neste trabalho vamos utilizar ferramentas conhecidas em TQC para reproduzir o efeito da supercondutividade, reproduzindo a princípio os resultados obtidos pelos irmãos London e vamos expandir nossos estudos até o comportamento da condutividade em supercondutores. Trataremos o acoplamento do campo escalar real ϕ , este desenvolve a simetria Z_2 e é o responsável por formar a parede de domínio, com o campo escalar χ que desenvolve um condensado dentro da parede de domínio e é também responsável para a produção de paredes de domínio do tipo II. Este acoplamento vai nos fornecer duas soluções, estas soluções correspondem a órbita elíptica e em linha reta. As duas possuem a mesma energia de Bogomol'nyi. Discutiremos ainda formação de um condensado no interior da parede de domínio supercondutora. Trataremos ainda da transição entre os tipos de paredes e o comportamento da condutividade no supercondutor.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2, introduzimos os conceitos básicos sobre supercondutividade. No Capítulo 3, exploramos alguns conceitos de teoria quântica de campos. No Capítulo 4 faremos estudos sobre supercondutividade via teoria de campos. Por fim, no Capítulo 5, apresentamos os nossos comentários finais. A convenção utilizada neste trabalho é $\hbar = c = k_B = 1$.

Capítulo 2

Conceitos Fundamentais de Supercondutividade

Em 1911 foi descoberto o efeito fascinante da supercondutividade. O físico holandês Onnes trabalhando a baixas temperaturas, obtidas com hélio líquido, observou que alguns metais a temperaturas próximas ao zero absoluto apresentavam uma resistência nula [5].

Neste capítulo trataremos dos conceitos básicos deste fenômeno. Começaremos com o efeito Meissner, depois trataremos da equação de London, apresentaremos a equação de Ginzburg-Landau, teoria fenomenológica que introduz de forma elegante o comprimento de coerência e por fim faremos uma pequena abordagem sobre a teoria BCS.

2.1 O Efeito Meissner

O supercondutor é um diamagnético perfeito, sendo sua suscetibilidade negativa e igual a -1 no limite de temperatura nula. Um material diamagnético são aqueles que adquirem magnetização oposta ao campo \vec{B} aplicado ao mesmo. Logo o supercondutor expulsa o campo magnético externo aplicado ao mesmo. Descoberto em 1933, este efeito acontece quando um supercondutor é resfriado abaixo de sua temperatura crítica

(T_c). A este efeito chamamos de Efeito Meissner [7]. Uma característica deste efeito é que existe um valor de campo crítico. Com este efeito pode-se inclusive fazer levitar alguns materiais [6], um exemplo pode ser visto na figura 2.1.



Figura 2.1: Levitação supercondutora devido ao efeito Meissner [6].

Como o campo magnético não penetra o supercondutor, temos que no seu interior:

$$B = 0. \quad (2.1.1)$$

Assim, o campo magnético gerado pela magnetização do meio é simplesmente o campo produzido pelas correntes de magnetização. A este campo daremos o nome de campo auxiliar e representaremos o mesmo por \vec{H} [8]. Definimos, portanto

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}). \quad (2.1.2)$$

Em materiais paramagnéticos e diamagnéticos a magnetização é sustentada pelo campo magnético, quando \vec{B} é removido, \vec{M} desaparece, um material paramagnético são aqueles que adquirem magnetização paralela ao campo \vec{B} aplicado ao mesmo. Mas,

na maioria dos materiais, a magnetização é proporcional ao campo, desde que o campo não atinja um valor crítico. A suscetibilidade é dada por [8]:

$$\vec{M} = \chi_s \vec{H}, \quad (2.1.3)$$

logo substituindo a equação (2.1.1) na equação (2.1.2) e utilizando a equação (2.1.3), obtemos a susceptibilidade $\chi_s = -1$.

Deve-se notar que o estado supercondutor difere de um metal comum com condutividade infinita (considerando um caso hipotético), supercondutividade não é a mesma coisa que condutividade perfeita. Um metal comum ao ser resfriado na presença de um campo magnético, o fluxo magnético fica preso dentro do metal, em contraste com o supercondutor, que o expelle [9].

Existe outra diferença entre um supercondutor e um condutor perfeito, definido como um condutor no qual o livre caminho médio dos portadores é infinito. Analisando matematicamente o problema, observa-se que ao ser submetido a um campo magnético, um condutor perfeito não produz uma corrente de blindagem permanente, ou seja, o campo magnético penetra a amostra [10].

Existem dois tipos de supercondutores, o tipo I e o tipo II. O supercondutor tipo I é constituído de espécimes puras que, em geral, tem uma baixa resistência para campos magnéticos, logo eles não têm aplicações técnicas úteis. O supercondutor tipo II é constituído de ligas metálicas e metais de transição. No supercondutor tipo II o efeito Meissner é diferente, uma vez que, o campo consegue penetrar em regiões específicas o supercondutor, assim o mesmo acaba tendo uma maior resistência a campos magnéticos externos, sendo assim neste caso o estado supercondutor é mais difícil de ser desfeito, logo suas aplicações são mais relevantes.

Um supercondutor duro é um supercondutor tipo II com uma grande histerese magnética, em geral induzida por um tratamento mecânico. Uma aplicação importante destes materiais são os aparelhos de ressonância magnética usados na medicina [10].

2.2 A equação de London

Vimos na seção anterior que o efeito Meissner é uma característica do supercondutor, este efeito porém contrariava algumas das leis físicas conhecidas até então. Os irmãos London e London formularam uma equação para descrever o efeito, a equação que hoje é conhecida como equação de London foi formulada em 1935.

Como até então não havia uma equação que descrevesse o efeito, os irmãos London partiram da lei de Ohm, uma vez que as equações de Maxwell descrevem com uma precisão muito boa os fenômenos do eletromagnetismo, seria então improvável que elas tivessem que ser modificadas. Sendo assim, a lei de Ohm é dada por:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (2.2.4)$$

Postula-se que no estado supercondutor a densidade de corrente é diretamente proporcional ao potencial vetor \vec{A} , definindo a constante de proporcionalidade em termos do inverso do comprimento de penetração (ou de profundidade) de London λ_L (Em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI)), temos

$$\vec{J} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \vec{A} \quad (2.2.5)$$

Como $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, temos:

$$\nabla \times \vec{J} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \vec{B}. \quad (2.2.6)$$

A equação de London normalmente é escrita com o potencial vetor no calibre de London em que $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ e $\vec{A} = 0$ em qualquer superfície externa através da qual não passa nenhuma corrente proveniente do exterior.

A equação (2.2.6) é válida para qualquer geometria.

Vamos mostrar que a equação de London reproduz o efeito Meissner, a lei de

Ampère em condições estáticas é dada por:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}. \quad (2.2.7)$$

Usando a seguinte identidade do cálculo vetorial:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = -\nabla^2 \vec{B} + \nabla(\nabla \cdot \vec{B}), \quad (2.2.8)$$

o fato de que

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2.9)$$

e tomando o rotacional em ambos os membros de (2.2.7), temos:

$$-\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \left(-\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \vec{B} \right), \quad (2.2.10)$$

logo

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{\vec{B}}{\lambda_L^2}. \quad (2.2.11)$$

A equação (2.2.11) obedece o efeito Meissner e não admite uma solução espacialmente uniforme e um campo magnético uniforme não pode existir no interior do supercondutor [10].

A equação de London está de acordo com os resultados experimentais de forma qualitativa, além de estar em contradição com a experiência em relação à destruição do estado supercondutor de um filme fino por um campo magnético.

2.3 Equação de Ginzburg-Landau

Uma elegante teoria da fenomenologia do estado supercondutor é a teoria de Ginzburg-Landau. A vantagem da teoria de Ginzburg-Landau é a introdução natural do comprimento de coerência e da função de onda usada na teoria dos efeitos Josephson [10].

O modelo de Ginzburg-Landau também é uma teoria fenomenológica, mas diferentemente do de London, ele usa a teoria quântica para descrever os efeitos do campo magnético. Foi elaborado em 1950 e tinha a vantagem de descrever corretamente a transição de fase supercondutora do ponto de vista termodinâmico [11].

Definimos o parâmetro de ordem $\Psi(\vec{r})$ com a seguinte propriedade:

$$\Psi^*(\vec{r})\Psi(\vec{r}) = n_s(\vec{r}), \quad (2.3.12)$$

onde $n_s(\vec{r})$ é a concentração total de elétrons supercondutores. A fase em $\Psi(\vec{r})$ não deve ser determinada, isto é, nas quantidades observáveis devem ocorrer apenas combinações de Ψ e Ψ^* invariantes pela transformação $\Psi \rightarrow e^{i\alpha}\Psi$, sendo α um número real.

De acordo com a teoria das transições de fase de segunda ordem [5], temos, para T suficientemente próximo de T_c ,

$$F_{s0} = F_{m0} + \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 + \left(\frac{1}{2m}\right) \left| \left(-i\hbar\nabla - q\frac{A}{c}\right) \Psi \right|^2 - \int_0^{B_a} \vec{M} \cdot d\vec{B}_a \quad (2.3.13)$$

onde $F_{s0} + F_{m0}$ são as energias livres (considerando o campo externo zero) da fase supercondutora e normal, respectivamente, e α e β são funções da temperatura. Temos acima que F_{s0} é a densidade de energia livre do estado normal e $-\alpha |\Psi|^2 + \frac{1}{2}\beta |\Psi|^4$ é uma típica forma de Landau. Esta fórmula é uma expressão da energia livre em termos de parâmetros de ordem. Este termo pode ser escrito na forma $-\alpha n_s + \frac{1}{2}n_s^2$ e é mínimo com relação a $n_T = \frac{\alpha}{\beta}$.

O terceiro termo tem contribuição de energia cinética e está relacionado com o aumento de energia causado por uma variação espacial do parâmetro de ordem. O último termo $\int \vec{M} \cdot d\vec{B}_0$, onde \vec{M} é a magnetização fictícia $\vec{M} = \frac{(\vec{B} - \vec{B}_0)}{4\pi}$, representa o aumento da energia livre do supercondutor causado pela exclusão do fluxo magnético do interior do supercondutor.

Nosso interesse é minimizar a energia livre total, assim temos:

$$\delta F_s(r) = [(-\alpha + \beta |\Psi|^2)\Psi + \left(\frac{1}{2m}\right) \left(-i\hbar\nabla - q\frac{\vec{A}}{c}\right) \Psi \cdot \left(-i\hbar\nabla - q\frac{\vec{A}}{c}\right) \delta\Psi^*]. \quad (2.3.14)$$

Integramos por partes para obter

$$\int dV (\nabla\Psi)(\nabla\delta\Psi^*) = - \int dV (\nabla^2\Psi)\delta\Psi^*, \quad (2.3.15)$$

se $\delta\Psi^*$ se anula nos contornos de integração. Assim,

$$\delta \int dV F_s(r) = \int dV \delta\Psi^* \left[-\alpha\Psi + \beta |\Psi|^2 \Psi + \left(\frac{1}{2m}\right) \left(-i\hbar\nabla - q\frac{\vec{A}}{c}\right)^2 \Psi \right] \quad (2.3.16)$$

e esta integral se anula quando:

$$\left[\left(\frac{1}{2m}\right) \left(-i\hbar\nabla - q\frac{\vec{A}}{c}\right)^2 - \alpha + \beta |\Psi|^2 \right] \Psi = 0. \quad (2.3.17)$$

Esta é a equação de Ginzburg-Landau, ela tem uma forma semelhante à da equação de Schrödinger.

Minimizando a equação (2.3.13) em relação a $\delta\vec{A}$ obtemos a supercorrente que é invariante em relação a transformações de calibre:

$$\vec{J}_s(r) = - \left(\frac{iq\hbar}{2m}\right) (\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \left(\frac{q^2}{mc^2}\right) \Psi^*\Psi\vec{A}. \quad (2.3.18)$$

Devemos escolher o calibre de modo que a condição de contorno seja satisfeita (a corrente do supercondutor no vácuo é zero).

2.3.1 Comprimento de Coerência

A equação de Ginzburg-Landau pode definir o comprimento de coerência intrínseco ξ . Vamos supor que $\vec{A} = 0$ e que $\beta |\Psi|^2$, na presença de α , possa ser desprezado. Note que a equação (2.3.17), se reduz a:

$$\frac{-i\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} \right] = \alpha\Psi, \quad (2.3.19)$$

e em uma dimensão, temos:

$$\frac{-i\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} = \alpha\Psi, \quad (2.3.20)$$

que é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem, conhecida e que tem solução na forma de $e^{\left(\frac{ix}{\xi}\right)}$, onde ξ é definido através da solução:

$$\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\alpha}}. \quad (2.3.21)$$

Vamos agora conservar o termo não linear $\beta|\Psi|^2$, vamos achar uma solução em que $\Psi = 0$ em $x = 0$ e $\Psi \rightarrow \Psi_0$ quando $x \rightarrow \infty$. A situação descrita representa uma fronteira entre o estado normal e o estado supercondutor. Os dois estados podem coexistir se houver um campo magnético H_c no estado normal. Temos a seguinte equação:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} - \alpha\Psi + \beta|\Psi|^2\Psi = 0, \quad (2.3.22)$$

que tem solução (para as condições de contorno citadas), dada por:

$$\Psi(x) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{1}{2}} \tanh\left(\frac{x}{\sqrt{2}\xi}\right), \quad (2.3.23)$$

de acordo com a equação (2.3.23), ξ é uma medida da extensão da coerência da função da onda supercondutora na região normal.

Ao minimizar a soma $-\alpha|\Psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\Psi|^4$, obtemos $\Psi_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$, isso acontece no interior do supercondutor, obtemos assim a energia livre mínima, portanto,

$$F_s = F_N - \frac{\alpha^2}{2\beta} = F_N - \frac{H_c^2}{8\pi}, \quad (2.3.24)$$

por definição do campo crítico termodinâmico H_c como o campo que produz a redução da densidade de energia livre que estabiliza o estado supercondutor, temos

$$H_c = \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha^2\beta}}. \quad (2.3.25)$$

Vamos supor agora que há um campo magnético fraco aplicado a um supercondutor, vamos considerar a sua profundidade de penetração. Estamos, portanto, supondo

que na fase supercondutora $|\Psi|^2$ é igual a $|\Psi_0|^2$, o valor na ausência de campo. Logo

$$\vec{J}_s(r) = -\frac{q^2}{mc} |\Psi_0|^2 \vec{A}, \quad (2.3.26)$$

que é a equação de London

$$\vec{J}_s = -\left(\frac{q^2}{mc}\right) |\Psi|^2 \vec{A}. \quad (2.3.27)$$

Logo o comprimento de penetração é dado por:

$$\lambda_L = \left(\frac{mc^2}{4\pi q^2 |\Psi_0|^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{mc^2 \beta}{4\pi q^2 \alpha}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.3.28)$$

A razão adimensional $\kappa \equiv \frac{\lambda_L}{\xi}$ das duas distâncias características é um importante parâmetro da teoria da supercondutividade. Utilizando as equações (2.3.21) e (2.3.28), temos:

$$\kappa = \frac{mc}{q\hbar} \left(\frac{\beta}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.3.29)$$

Determinamos a razão κ , que adiante será muito importante.

2.3.2 Cálculo do Campo Crítico Superior

No estudo da supercondutividade $|\Psi|$ tem um valor muito pequeno, isso permite a linearização da equação de Ginzburg-Landau, (2.3.17), assim

$$\frac{1}{2m} \left(-i\hbar\nabla - \frac{q\vec{A}}{c}\right)^2 \Psi = \alpha\Psi. \quad (2.3.30)$$

Devido ao efeito Meissner, em um supercondutor, o campo magnético aplicado é o único campo presente na região supercondutora. Sendo $\vec{A} = (0, \vec{B}x, 0)$, assim a equação (2.3.30), torna-se:

$$\frac{1}{2m} \left(\hbar^2\nabla^2 + \frac{q^2\vec{A}^2}{c^2} + \frac{2i\hbar q\nabla \cdot \vec{A}}{c}\right) \Psi = \alpha\Psi, \quad (2.3.31)$$

onde podemos escrever:

$$-\frac{\hbar}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \Psi + \frac{1}{2m} \left(i\hbar\frac{\partial}{\partial y} + \frac{qB}{c}x\right)^2 \Psi = \alpha\Psi. \quad (2.3.32)$$

A equação (2.3.32) tem a forma de uma equação de Schrödinger de uma partícula livre na presença de um campo magnético.

Estamos interessados em uma solução do tipo $\varphi(x)e^{i(k_y y + k_z z)}$, substituindo a solução na equação (2.3.32), temos:

$$\left(\frac{1}{2m}\right) \left[-\hbar^2 \frac{d^2}{dx^2} + \hbar^2 k_z^2 + \left(\hbar k_y - \frac{qBx}{c} \right)^2 \right] \varphi = \alpha \varphi. \quad (2.3.33)$$

A equação (2.3.33) tem a forma típica de um oscilador harmônico. Tomando $E = \alpha - \left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) (k_y^2 + k_z^2)$ como o autovalor da equação temos

$$\left(\frac{1}{2m}\right) \left[-\hbar^2 \frac{d^2}{dx^2} + \left(\frac{q^2 B^2}{c^2}\right) x^2 + \left(\frac{2\hbar k_y q B}{c}\right) x \right] \varphi = E \varphi. \quad (2.3.34)$$

O termo linear em x pode ser eliminado por uma translação tipo $X = x - x_0$, onde $x_0 = \frac{\hbar k_y c}{qB}$, tal que a equação (2.3.34), torna-se:

$$-\left[\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dX^2} + \frac{1}{2} m \left(\frac{qB}{mc}\right)^2 X^2 \right] \varphi = \left(E + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m}\right) \varphi. \quad (2.3.35)$$

O valor de campo magnético \vec{B} máximo, para a equação acima é dada pelo menor autovalor, sendo assim:

$$\frac{1}{2} \hbar \omega = \frac{\hbar q B_{\text{máx}}}{2mc} = \alpha - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}, \quad (2.3.36)$$

onde ω é a frequência de oscilação, $\frac{qB}{mc}$, se $k_z = 0$, temos,

$$B_{\text{máx}} \equiv H_{cII} = \frac{2\alpha mc}{q\hbar}. \quad (2.3.37)$$

Como conhecemos o campo crítico, equação (2.3.25), assim como conhecemos a razão adimensional κ , podemos escrever o campo superior da seguinte maneira.

$$H_{cII} = \frac{2\alpha mc}{q\hbar} \frac{H_c}{\left(\frac{4\pi\alpha^2}{\beta}\right)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{2}\kappa H_c. \quad (2.3.38)$$

Para $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$, dizemos que o supercondutor é Tipo II. Pode-se ainda expressar H_{cII} em termos do fluxo quantizado, fazendo $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{q}$ e de $\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m\alpha}$, logo:

$$H_{cII} = \frac{2m\alpha}{q\hbar} \frac{q\Phi_0}{2\pi\hbar c} \frac{\hbar^2}{2m\alpha\xi^2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2}. \quad (2.3.39)$$

A equação (2.3.39) é uma equação importante, pois diz que para o campo crítico superior, a densidade de fluxo magnético no material é igual a um quantum de fluxo dividido por uma área $2\pi\xi^2$, o que corresponde a uma rede de fluxóides com um espaçamento da ordem de ξ .

2.4 Teoria BCS

Uma teoria microscópica muito completa que explica a supercondutividade quantitativamente foi proposta em 1957 por Bardeen, Cooper e Schrieffer. Esta teoria rendeu aos seus autores o prêmio Nobel de física em 1972. A teoria que hoje é conhecida por teoria BCS tem uma concordância espetacular com os resultados experimentais.

A base para a teoria é uma interação atrativa entre elétrons em que a diferença de energia entre os estados eletrônicos envolvidos é menor do que a energia de fônon, $\hbar\omega$. Por simplicidade assumimos um elemento da matriz constante. Em cálculos mais precisos deve-se levar em consideração uma região de interação dependente dos estados iniciais do elétron e da rede envolvida, e também levar em conta qualquer anisotropia na superfície de Fermi. O fato de que existe uma lei de estados correspondentes é evidência empírica de que tais efeitos não são de grande importância [12].

A teoria BCS propõe, além da interação atrativa entre elétrons que pode levar a um estado fundamental separado de estados excitados por uma banda proibida, que o campo crítico, as propriedades térmicas e a maioria das propriedades eletromagnéticas são consequências da existência desta banda proibida. A interação elétron-rede cristalina- elétron leva a uma banda proibida com largura da mesma ordem que a observada experimentalmente. A profundidade de Penetração e o comprimento de coerência são consequências naturais da teoria BCS. Quanto maior a resistividade a temperatura ambiente é mais provável que o metal se torne supercondutor ao ser resfriado. O fluxo magnético através de um anel supercondutor é quantizado e a unidade de carga efetiva é $2e$ em vez de e [10].

A interação elétron-rede cristalina-elétron formam os pares de Cooper que são responsáveis pelo efeito e serão tratados no apêndice A.

A teoria BCS mostra que no estado fundamental de um supercondutor todos os pares de Cooper ocupam o mesmo estado de energia. O resultado mais importante desta teoria é a previsão de que o primeiro estado excitado acima do estado fundamental se encontra distante de um gap de energia [7]

No próximo capítulo apresentaremos conceitos de teoria quântica de campos, uma vez que, com eles podemos obter os resultados das teorias apresentadas neste capítulo.

Capítulo 3

Fundamentos de Teoria Quântica de Campos

A teoria quântica de campos (TQC) surge como alternativa para solucionar problemas com números infinitos de graus de liberdade do sistema, a mesma consegue unir a Mecânica Quântica e a Relatividade Especial. Logo, a TQC se apresenta como uma ferramenta poderosíssima para os físicos em geral. Neste capítulo trataremos dos conceitos básicos de TQC, começaremos com uma breve apresentação do formalismo lagrangeano, trataremos dos Sólitons e da Quebra Espontânea de Simetria e por fim falaremos sobre Paredes de Domínio e Paredes de Domínio com Estrutura Interna.

3.1 O Formalismo Lagrangeano

Um formalismo poderoso e elegante que permite obter as equações de movimento de um sistema é o formalismo lagrangeano. Este formalismo, ao contrário do formalismo Newtoniano, não exige que as forças envolvidas no sistema sejam identificadas. Tornando assim possível simplificar a análise de um sistema mais complexo [13].

3.1.1 Princípio da Mínima Ação

Considere um sistema de N coordenadas generalizadas, a configuração deste sistema em um determinado instante t_1 é dada em função de sua velocidade generalizada. Já em um determinado tempo t_2 a configuração deve ser outra. Para que se determine a evolução do sistema uma lagrangeana será utilizada, associando ao sistema uma função, denominada ação

$$S = \int \mathcal{L}(\dot{q}_i, q_i). \quad (3.1.1)$$

O princípio de Hamilton enuncia que a evolução de um sistema da configuração 1 para a configuração 2 é tal que a ação é um mínimo [14]. Sendo assim:

$$\delta S = 0. \quad (3.1.2)$$

Substituindo a equação (3.1.1) na equação (3.1.2), obtemos:

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(\dot{q}_i, q_i) dt = 0 \quad (3.1.3)$$

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \delta q_i \right] = 0 \quad (3.1.4)$$

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \frac{d}{dt} (\delta q_i) + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \delta q_i \right] = 0, \quad (3.1.5)$$

que a menos de um termo de superfície nulo ainda pode escrever

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) \right] \delta q_i dt = 0. \quad (3.1.6)$$

Para qualquer intervalo (t_1, t_2) a integral se anula apenas se o integrando for nulo. Ou seja:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0. \quad (3.1.7)$$

Este é o formalismo para um conjunto discreto de N partículas. Em teoria de campos tratamos de conjuntos contínuos de partículas. Isto é similar ao tratamento clássico de meios contínuos.

A equação (3.1.7) é conhecida como Equação de Euler-Lagrange.

3.2 Sólitons

Em teorias não lineares existe a possibilidade de ocorrer excitações solitônicas que são a representação de concentrações estáveis de energia em uma determinada região do espaço. Excitações como estas são soluções clássicas das equações de movimento e são chamadas sólitons, estes por sua vez foram tratados pela primeira vez por Skyrme. Com os sólitons muitas aplicações foram encontradas principalmente na Física da Matéria Condensada [2, 16]. Toda teoria de potenciais escalares de quarta ordem são essenciais para o mecanismo de Higgs (o qual contém ingredientes similares à teoria de Ginzburg-Landau relatada no capítulo anterior), cosmologia e sólitons. Sólitons são soluções relacionadas a teoria de campos não-lineares, essas soluções correspondem a concentração de energia que se propagam sem se deformar [1]. A lagrangeana típica para potenciais de quarta ordem é dada por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - V(\Phi) \quad (3.2.8)$$

e

$$V(\Phi) = -\frac{1}{2} m^2 \Phi^2 + \lambda \Phi^4. \quad (3.2.9)$$

A equação de movimento para este potencial é dada por

$$\square \Phi + \frac{\partial V}{\partial \Phi} = 0. \quad (3.2.10)$$

Sendo $\Phi = \Phi(x)$ (só depende de uma coordenada espacial), temos então uma solução estática. Com isso obtemos uma equação diferencial não-linear de segunda ordem

$$\Phi'' = 2\lambda^2 \Phi (\Phi^2 - a^2). \quad (3.2.11)$$

Note que no regime de soluções estáticas esta equação é idêntica à equação de Landau abordada previamente. Uma das soluções da equação acima é dada por [15]:

$$\Phi(x) = a \tanh(\lambda a x). \quad (3.2.12)$$

A solução acima apresenta um comportamento que descreve paredes de domínios — Fig. (3.1)

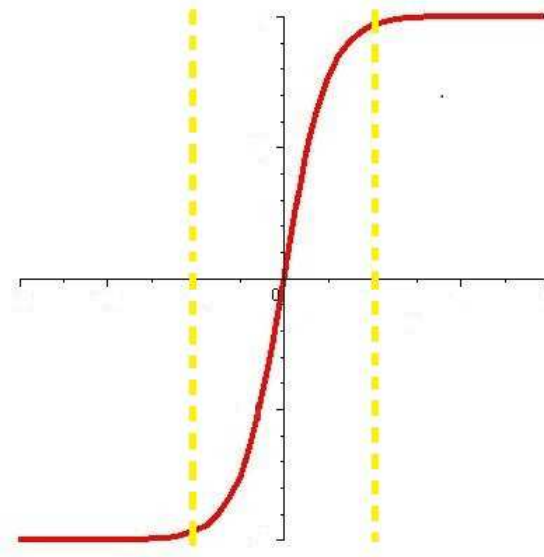


Figura 3.1: Perfil de uma parede de domínios, cuja largura está destacada pelas linhas tracejadas.

3.3 Quebra Espontânea de Simetria

O conceito de simetria está intimamente relacionado com o conceito de isometria, assim como suas operações geométricas associadas de reflexão, rotação e translação. De forma geral, podemos dizer que um sistema é simétrico se o mesmo não muda as suas características e/ou propriedades frente a alterações dos parâmetros que o descrevem. As aplicações desse princípio têm grande utilidade em sistemas físicos, biológicos, em descrições matemáticas por meio da teoria de grupos e na geometria [18].

Um resultado importante para Teoria de Campos e Física de Partículas provém do Teorema de Noether: “Se uma ação é invariante sob um grupo de transformações (simetria), então há uma ou mais quantidades conservadas (constantes de movimento) que são associadas a estas transformações”. Neste sentido, o Teorema de Noether estabelece que a simetria implica nas leis de conservação [14]:

$$0 = \delta I = \int d^4x \delta\alpha_s(x) \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \delta\alpha_s(x)} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \delta\alpha_s(x)]} \right\}. \quad (3.3.13)$$

Em teoria de campos, um dos mecanismos de quebra de simetria de grande interesse é aquele que gera massa para o campo, como no mecanismo de Higgs.

3.4 Paredes de Domínios

Um material ferromagnético é subdividido em domínios com diferentes orientações do vetor magnetização. A região de transição entre domínios adjacentes é chamada de parede de domínio. Existem vários tipos de paredes, entre elas podemos citar as paredes de Bloch e paredes de Néel [17].

Em uma parede de Bloch o vetor magnetização gira de tal maneira que ele permanece sempre paralelo ao plano da parede. Na parede de Néel o vetor magnetização gira perpendicularmente à parede (observe a figura 3.2).

Soluções tipo paredes de domínios podem ser obtidas diretamente do setor escalar

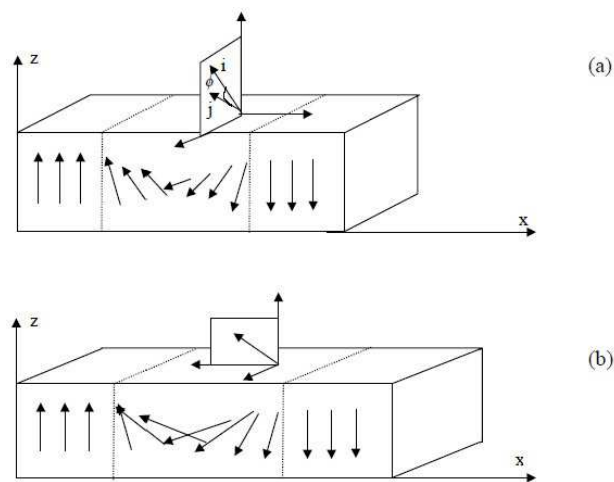


Figura 3.2: Estrutura de uma Parede (a) de Bloch e (b) de Néel [17]

do modelo padrão, o qual possui simetria $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ cujo potencial escalar possui uma determinada simetria [19].

Para uma simetria Z_2 esses sólitons representam paredes de domínios como uma interface que separa dois domínios de um material ferromagnético [3].

A seguir vamos primeiramente utilizar uma lagrangeana que envolve apenas um campo escalar

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad (3.4.14)$$

onde $V(\phi)$ é o potencial escalar que deve ser escolhido adequadamente para que seja possível a obtenção de paredes de domínios

$$V(\phi) = \frac{\lambda^2}{2} (\phi^2 - a^2)^2. \quad (3.4.15)$$

Este potencial escalar possui uma simetria Z_2 cujo comportamento está descrito em Fig. (3.3).

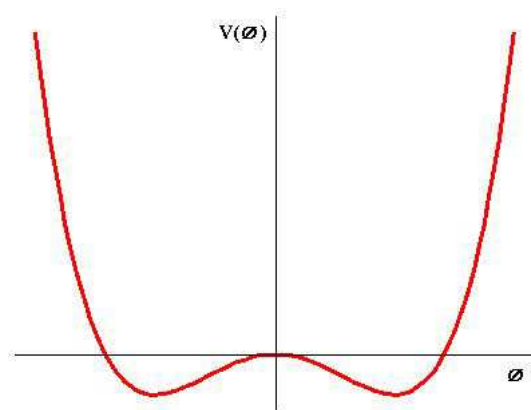


Figura 3.3: Potencial escalar de quarta ordem.

A equação de movimento para uma configuração estática de campo, por exemplo $\phi = \phi(r)$ é dada por:

$$\frac{d^2 \phi}{dr^2} = \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi}. \quad (3.4.16)$$

A equação (3.4.16) possui solução conhecida, pois trata-se de uma equação diferencial não-linear de segunda ordem. A qual possui solução dada por

$$\phi(r) = a \tanh[\lambda a(r - r_0)]. \quad (3.4.17)$$

Esta solução representa uma parede de domínios na qual existe uma concentração de energia.

3.5 Paredes de Domínio com Estruturas Internas

O nosso estudo agora é voltado para a possibilidade de paredes de domínios aprisionarem outras paredes de domínios, este fenômeno é chamado de paredes dentro de paredes, [20, 21, 22, 23]. Nesse caso utilizamos uma teoria de campos com dois campos e com simetria $Z_2 \times Z_2$. Cada uma dessas simetrias é responsável pela geração de um tipo de parede: uma parede externa e um conjunto de paredes internas com uma dimensão a menos.

Consideramos um modelo supersimétrico com dois campos escalares reais acoplados que possuem uma simetria discreta por $Z_2 \times Z_2$, dado por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi - V(\phi, \chi). \quad (3.5.18)$$

Esses modelos, em geral, apresentam soluções de energia mínima, provenientes de equações diferenciais não lineares de primeira ordem que são chamadas soluções ou estados BPS (Bogomol'nyi-Prasad-Sommerfield) [24]. Para solucionar a equação acima determinamos o superpotencial $W(\Phi, \chi)$, cujo potencial escalar é descrito em uma forma quadrática deste superpotencial, ou seja

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial \phi} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial \chi} \right)^2. \quad (3.5.19)$$

O superpotencial se encontra no setor bosônico de uma teoria supersimétrica. Para termos simetrias $Z_2 \times Z_2$ devemos considerar o superpotencial da seguinte forma:

$$W(\phi, \chi) = \lambda \left(\frac{\phi^3}{3} - a^2 \phi \right) + \mu^2 \phi \chi^2. \quad (3.5.20)$$

O superpotencial foi escolhido adequadamente para termos paredes dentro de paredes. Utilizando este superpotencial, temos que o potencial escalar é dado por

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{2} \lambda^2 (\phi^2 - a^2)^2 + (2\mu^2 + \lambda\mu) \phi^2 \chi^2 - \lambda\mu a^2 \chi^2 + \frac{1}{2} \mu^2 \chi^4. \quad (3.5.21)$$

Através da energia total do sistema, podemos obter a energia de Bogomol'nyi e investigar o problema usando o formalismo de primeira ordem

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{\partial W}{\partial \phi} \quad (3.5.22)$$

e

$$\frac{d\chi}{dr} = \frac{\partial W}{\partial \chi}, \quad (3.5.23)$$

em termos das derivadas do superpotencial (3.5.20):

$$\frac{\partial W}{\partial \phi} = \lambda(\phi^2 - a^2) + \mu\chi^2, \quad (3.5.24)$$

e

$$\frac{\partial W}{\partial \chi} = 2\mu\phi\chi. \quad (3.5.25)$$

Temos que o potencial é descrito em termos de quadrados da derivada do superpotencial, as configurações de campo que satisfazem $W_{\phi_i} = 0$ são exatamente os mínimos globais (supersimétricos) do potencial escalar $V(\phi, \chi)$. Portanto, as soluções de vácuo (mínimos) das equações (3.5.24) e (3.5.25) são $(\phi = \pm a, \chi = 0)$ e $(\phi = 0, \chi = \pm a\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}})$.

Utilizando apenas o primeiro par de vácuo, podemos obter soluções tipo sóliton conectando estes vácuos. Portanto, temos:

1 - Tipo I;

$$\phi = -a \tanh(\lambda ar) \quad (3.5.26)$$

e

$$\chi = 0 \quad (3.5.27)$$

2 - Tipo II;

$$\phi = -a \tanh(2\mu ar) \quad (3.5.28)$$

e

$$\chi = \pm a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} - 2 \operatorname{sech}(2\mu ar). \quad (3.5.29)$$

O primeiro par de soluções representa uma parede de domínios sem estrutura como no caso da seção anterior. Enquanto que o segundo par representa uma parede de

domínios com estrutura interna, pois quando o campo ϕ se aproxima de zero o campo χ desenvolve o seu valor máximo, como pode ser visto em Fig. (3.4). Estas paredes são conhecidas como *paredes de Bloch*.

No regime de $\phi \rightarrow 0$ o potencial escalar (3.5.21) aproxima-se de um potencial

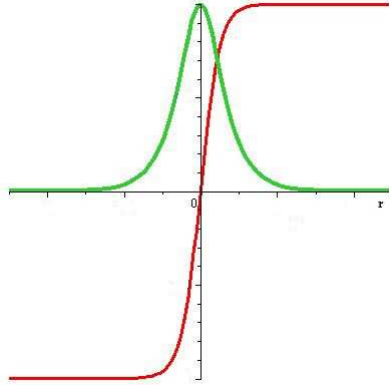


Figura 3.4: O campo χ (em verde) está localizado dentro da parede de domínios gerada pelo campo Φ (em vermelho).

efetivo. Assim podemos concluir que a dinâmica dentro da parede de domínios representada pelo campo ϕ , é determinada pela lagrangeana efetiva

$$\mathcal{L}_{eff} = \frac{1}{2} \partial_\sigma \chi \partial^\sigma \chi - V_{eff}, \quad (3.5.30)$$

onde o potencial efetivo é dado por

$$V_{eff}(\chi) = \frac{1}{2} \mu^2 \left(\chi^2 - \frac{\lambda}{\mu} a^2 \right)^2. \quad (3.5.31)$$

A lagrangeana efetiva acima descreve outras paredes de domínios, representadas pelas soluções tipo kink/antikink

$$\chi = \pm a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} \tanh \left(a \mu \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} x_i \right). \quad (3.5.32)$$

Para uma teoria em (3+1) dimensões as paredes de domínios descritas pelo campo ϕ são bidimensionais e as paredes de domínios produzidas pelo campo χ são unidimensionais [4].

Temos que as soluções do tipo I e II, ambas se encontram no mesmo setor topológico

e possuem a mesma energia de Bogomol'nyi, $E_B = |W(\infty) - W(-\infty)| = \frac{4}{3}\lambda a^3$. As estruturas internas, são paredes de domínios geradas pelo campo χ (3.5.32) que apresentam uma energia de Bogomol'nyi, $E_B^x = \frac{4}{3}\lambda a^3 \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}$. Isto sugere que $E_B = N E_B^x$, onde N representa o número de estruturas internas dado por $N = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda}}$.

No próximo capítulo aplicaremos os conceitos apresentados neste capítulo com o intuito de se obter os resultados apresentados no primeiro capítulo e através deles estudar a condutividade em supercondutores.

Capítulo 4

Estudos Sobre Supercondutividade

A Teoria quântica de campos aplicada a fenômenos da Física da Matéria Condensada pode revelar resultados relevantes como, por exemplo, paredes de domínios e vórtices supercondutores. Neste capítulo apresentaremos estudos sobre paredes de domínios supercondutoras. Introduzindo um acoplamento entre o campo escalar real e um campo escalar complexo (campo carregado com carga q) obtendo um condensado e assim reproduzir vários resultados sobre supercondutores. Vamos obter a equação de London e fazer um estudo detalhado sobre o comportamento do condensado a temperatura finita e sobre a condutividade no supercondutor em função da frequência e da temperatura.

4.1 Supercondutividade em Paredes de Domínios do Tipo II (paredes de Bloch)

Para se obter paredes de domínios supercondutoras necessita-se de um campo escalar complexo [25] que deve ser acoplado a um campo escalar real que produz as paredes de domínios. Com a introdução de um acoplamento entre o campo escalar complexo e o campo eletromagnético, o primeiro desenvolve um *condensado* no interior da parede de domínio que se torna supercondutora e desenvolve quase todas as propriedades de um material supercondutor. As paredes de domínios supercondutoras desenvolvendo

um condensado podem ser geradas pela seguinte lagrangeana com simetria $Z_2 \times U(1)$ [25]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + (\partial^\mu \chi + iq A^\mu \chi)(\partial_\mu \chi^* - iq A_\mu \chi^*) \\ &- V(\phi, \chi, \chi^*) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

onde $\mu, \nu = 0, 1, 2, \dots, d$ são índices arbitrários em paredes de domínios com $(d-2)$ dimensões. Devemos concentrar-nos em paredes de domínios bidimensionais com índices variando com $\mu, \nu = t, x, y, r$. O potencial $V(\phi, \chi, \chi^*)$ é dado abaixo e foi escolhido de forma apropriada para que a parede de domínios tipo II se torne supercondutora:

$$\begin{aligned} V(\phi, \chi, \chi^*) &= \frac{1}{2} \lambda^2 (\phi^2 - a^2)^2 + \lambda \mu (\phi^2 - a^2) |\chi|^2 \\ &+ \frac{1}{2} \mu^2 |\chi|^4 + \mu^2 \phi^2 |\chi|^2. \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

O campo escalar real ϕ desenvolve a simetria Z_2 e é o responsável pela formação da parede de domínios, enquanto que o campo escalar χ desenvolve um condensado dentro da parede de domínios e é também responsável pela produção de paredes de domínios do tipo II.

As equações de movimento para os campos escalares reais e complexos acoplados ao campo eletromagnético são dadas por:

$$\square \phi + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0, \quad (4.1.3)$$

$$\square \chi + \frac{\partial V}{\partial \chi^*} - 2iq A_\mu \partial^\mu \chi - q^2 A_\mu A^\mu \chi = 0, \quad c.c., \quad (4.1.4)$$

$$\square A_\mu + iq(\chi^* \partial_\mu \chi - \chi \partial_\mu \chi^*) + 2q^2 A_\mu |\chi|^2 = 0. \quad (4.1.5)$$

Da equação (4.1.5), podemos definir a supercorrente

$$-J_\mu^s = iq[\chi^* \partial_\mu \chi - \chi \partial_\mu \chi^*] + 2q^2 A_\mu |\chi|^2, \quad (4.1.6)$$

de tal maneira que a equação de movimento para o campo eletromagnético torna-se

$$\square A_\mu = J_\mu^s. \quad (4.1.7)$$

4.1.1 Equação de London

Considerando o vácuo supersimétrico $(0, \pm a\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}})$ onde $|\chi|^2 = \frac{a^2\lambda}{\mu}$ obtemos a seguinte relação:

$$J_\mu^s = -\frac{q^2 a^2 \lambda}{\mu} A_\mu. \quad (4.1.8)$$

A parte espacial da equação acima é a famosa equação de London discutida em (2.2.5):

$$\vec{J} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \vec{A}, \quad (4.1.9)$$

com o parâmetro de profundidade de penetração dado por $\lambda_L^2 = \frac{\mu}{\mu_0 q^2 a^2 \lambda}$. Sabemos que o número de estruturas internas é dado por $N = \sqrt{\frac{\mu}{2\lambda}}$, logo a equação (4.1.8), torna-se:

$$J^\sigma = -\frac{q^2 a^2}{2N^2} A^\sigma. \quad (4.1.10)$$

Sabemos da Eletrodinâmica Clássica que o potencial vetor se relaciona com o campo magnético da seguinte maneira:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (4.1.11)$$

A equação de Ampère-Maxwell que resgata a equação de continuidade, não altera em nada a magnetostática [8], a mesma diz que um campo elétrico variável induz um campo magnético. A equação é dada por:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}, \quad (4.1.12)$$

para campos estáticos, temos:

$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \vec{B}). \quad (4.1.13)$$

Utilizando (4.1.9) e adotando o mesmo procedimento aplicado anteriormente ao estudo da equação de London, obtemos

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{q^2 a^2}{2N^2} \vec{B}. \quad (4.1.14)$$

Para uma configuração de campo magnético uniforme paralelo à parede de domínios que se estende ao longo do plano x - y e perpendicular à coordenada r , a solução geral da equação (4.1.14) é dada por

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{q^2 a^2}{2N^2}} r\right) + \vec{B}_1 \exp\left(\sqrt{\frac{q^2 a^2}{2N^2}} r\right). \quad (4.1.15)$$

Baseando-se na equação (4.1.15), observa-se o comportamento do campo magnético externo ao penetrar na parede de domínios externa (gerada pelo campo ϕ) em função do número de estruturas internas, que são as paredes de domínios internas (geradas pelo campo χ). Temos que, aumentando o número de estruturas internas, o campo magnético penetra mais na parede de domínios externa, como podemos observar na figura (4.1).

Assim ao reduzir o número de estruturas internas a zero o campo magnético externo tende a ser expulso do defeito externo, caracterizando o efeito Meissner. Para obtermos este efeito é necessário que o campo complexo χ se encontre no vácuo supersimétrico e que não existam defeitos internos. Já que os defeitos gerados pelo campo complexo, são instáveis [20, 21, 22], teremos então uma configuração com apenas um defeito externo supercondutor, onde surgem correntes que o blindam e apresentam somente o estado Meissner que são características típicas dos materiais supercondutores do tipo I.

4.1.2 Campo eletromagnético na presença de campos de fundo

Agora, vamos nos concentrar na solução para as equações de movimento do campo eletromagnético (4.1.5), considerando as soluções de paredes de domínios como campos de fundo.

Para $A_\mu = 0$ a parte escalar produz soluções de paredes de domínio cujo perfil são conhecidas como soluções BPS *estáticas* idênticas a aquelas abordadas no capítulo anterior, dadas por:

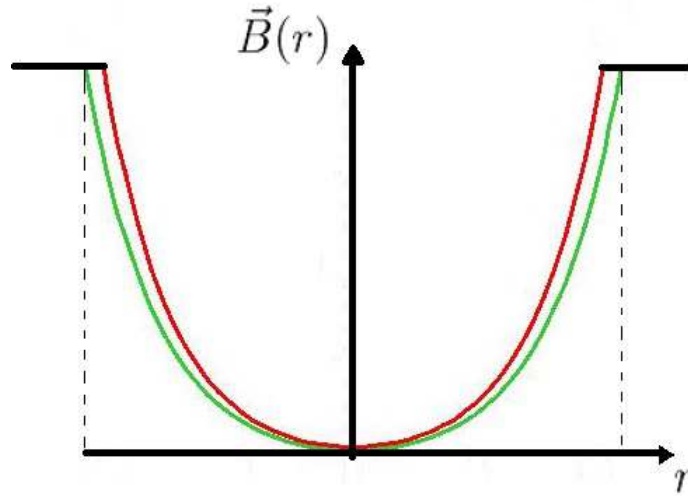


Figura 4.1: Comportamento do campo magnético ao penetrar o material supercondutor, (parede de domínio externa). Gráfico em verde para $N = 28$ e gráfico em vermelho para $N = 30$. Parâmetro $|\vec{B}_0| = 1$ e $|\vec{B}_1| = 1$.

Solução Tipo I é:

$$\begin{aligned}\phi(r) &= -a \tanh(\lambda ar), \\ \chi &= 0,\end{aligned}\tag{4.1.16}$$

Solução Tipo II é:

$$\begin{aligned}\phi(r) &= -a \tanh(2\mu ar), \\ \chi(r) &= \pm a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2} \operatorname{sech}(2\mu ar),\end{aligned}\tag{4.1.17}$$

onde r é a coordenada transversal às paredes de domínios. Estas soluções correspondem a uma órbita retilínea e elíptica, respectivamente. As duas soluções tem a mesma energia de Bogomol'nyi. Observe que para λ/μ suficientemente grande a órbita elíptica passa pelo vácuo supersimétrico $\phi = 0$ e $\chi = \pm\sqrt{\lambda/\mu}$. Como discutiremos mais tarde, isto corresponderá a temperatura zero, o que está de acordo com a formação de um condensado no interior da parede de domínios supercondutora, as órbitas estão repre-

sentadas na figura 4.2.

Por outro lado, quando $\lambda/\mu \leq 2$ a solução tipo II não existe mais e o sistema

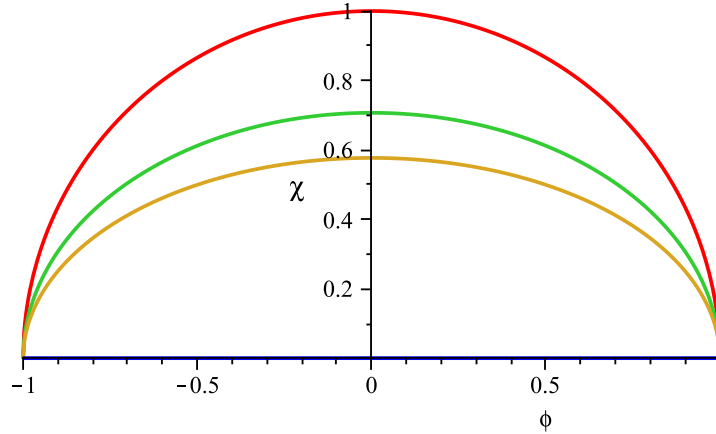


Figura 4.2: Órbitas das Soluções tipo I e tipo II

é apenas governado pela solução tipo I que corresponde a uma parede de domínios não-supercondutora.

Agora, vamos considerar essas soluções como campos de fundo que afetam a dinâmica do campo eletromagnético (4.1.5). Ao introduzirmos $A_\mu(t, r) = A_\mu(r)e^{-i\omega t}$ e $\chi(t, r) = \chi(r)e^{-i\theta t}$ obtemos a equação tipo Schrödinger para A_x (ou A_y) da seguinte forma:

$$-A_x'' + \frac{1}{4}\ell^2 \text{sech}^2(\alpha r) A_x = \omega^2 A_x, \quad (4.1.18)$$

onde $\ell = 2\sqrt{2}qa\sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2}$ e $\alpha = 2\mu a$. Este é um conhecido problema de Schroedinger com um potencial “sech” tipo barreira [28], cuja solução é dada por

$$A_x(\omega, \alpha, \ell, r) = \left(\text{sech}(\alpha r) \right)^{-\frac{i\omega}{\alpha}} {}_2F_1 \left[a1, a2; a3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha r)) \right], \quad (4.1.19)$$

onde ${}_2F_1$ é uma função hipergeométrica com os parâmetros definidos da forma:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2} \frac{-2i\omega + \alpha + \sqrt{-m^2 + \alpha^2}}{\alpha}, \\ a_2 &= -\frac{1}{2} \frac{2i\omega - \alpha + \sqrt{-m^2 + \alpha^2}}{\alpha}, \\ a_3 &= -\frac{i\omega - \alpha}{\alpha}. \end{aligned} \quad (4.1.20)$$

4.2 O Condensado em Temperatura Finita

A temperatura pode ser interpretada como o parâmetro de mudança da parede de domínios do tipo I para a parede de domínios do tipo II, sendo esta última em $0 \leq T < T_c$ e a primeira em $T \geq T_c$ onde o condensado $\langle \chi \rangle \simeq T_c \sqrt{1 - T/T_c}$ desaparece a uma temperatura crítica T_c . Façamos então um estudo detalhado.

O condensado pode ser facilmente isolado, uma vez que podemos expandir a solução escalar $|\chi| = \chi(r)$ em torno do centro das paredes de domínios do tipo II em $r \approx 0$, da forma

$$\chi(r) = m - \frac{1}{2} m \alpha^2 r^2 + \dots, \quad (4.2.21)$$

com o condensado dado por $\langle \chi \rangle \simeq m$. Aqui escrevemos a solução original do tipo II como $\phi(r) = -a \tanh(\alpha r)$, $\chi(r) = m \operatorname{sech}(\alpha r)$. Observe que para a solução do tipo II fluir até a solução do tipo I, temos que os parâmetros m, α devem estar em $m \rightarrow 0$ com $\alpha \equiv T \rightarrow T_c$, que está perfeitamente de acordo com um desaparecimento do condensado $\langle \chi \rangle \simeq m$, como previsto. Para encontrar a dependência do condensado com a temperatura, devemos recordar a forma original dos parâmetros m e α , que é

$$m = a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2}, \quad \alpha = 2\mu a. \quad (4.2.22)$$

A fim de definir $\alpha \equiv T$ e $\lambda a \equiv T_c$ (presente no argumento da solução do Tipo I), também devemos definir os parâmetros adimensionais (λ, μ) e o parâmetro dimensional (a) da seguinte forma:

$$\lambda \sim \frac{T_c^{1/2}}{T^{1/2}}, \quad \mu \sim \frac{1}{2} \frac{T^{1/2}}{T_c^{1/2}}, \quad a \sim T_c^{1/2} T^{1/2}. \quad (4.2.23)$$

Agora substituindo a equação (4.2.23) na equação (4.2.22), podemos obter:

$$m = \sqrt{2}T_c\sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}, \quad (4.2.24)$$

o condensado que tem precisamente a forma desejada $\langle \chi \rangle \simeq m = \sqrt{2}T_c\sqrt{1 - T/T_c}$.

Observamos também que a partir da equação de movimento do campo eletromagnético A_x , o condensado efetivo “visto” pelo campo eletromagnético é dado em termos da carga e , ou seja, $\langle \chi \rangle_{eff} \simeq \ell = 2\sqrt{2}qm$ ou simplesmente $\langle \chi \rangle_{eff} \simeq 4qT_c\sqrt{1 - T/T_c}$ — veja Fig. 4.3 para o comportamento explícito dos condensados $\langle \chi \rangle$ e $\langle \chi \rangle_{eff}$ com a temperatura. A divergência do condensado com a carga $q \rightarrow \infty$ e $T/T_c \rightarrow 0$ tem sido apontada como um problema em supercondutores holográficos como consequência do *limite de campo de fundo*. Isto porque em tais supercondutores a limite de campo de fundo exige $q \rightarrow \infty$. No entanto, quando se toma o regime em que todas as equações estão fortemente acopladas o limite $q \rightarrow \infty$ não é mais necessário. No nosso estudo, não dependemos deste limite para trabalharmos no regime de campo de fundo.

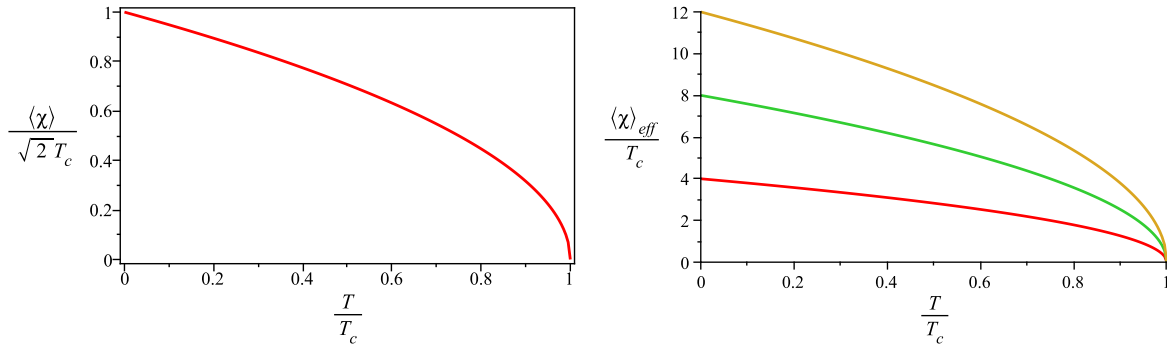


Figura 4.3: (*Painel Esquerdo*) O condensado como uma função da temperatura. (*Painel Direito*) O condensado efetivo como função da temperatura para cargas $q = 1, 2$, e 3 — curvas de baixo para cima.

4.3 Condutividade

Como é bem conhecido, a partir da lei de Ohm podemos facilmente obter a condutividade ao longo de uma direção, por exemplo a direção x ao longo das paredes de

domínio, da seguinte forma:

$$\sigma_x(x, y) = \frac{J_x}{E_x} = \frac{A'_x(0)}{i\omega A_x(0)}, \quad (4.3.25)$$

onde na equação anterior, utilizamos $E_x = -\partial_t A_x = i\omega A_x$, com $A_x = A_x(x, y, r)e^{-i\omega t}$ e definindo a corrente como sendo $J_x = A'_x(0)$. A última definição pode ser justificada pela expansão em série do campo eletromagnético $A_x(x, y, r)$ em torno do centro da parede de domínios tipo II, sendo esta expansão em $r \approx 0$, que é o local onde se forma o condensado, como podemos ver

$$A_x(x, y, r) = A_x(x, y, 0) + A'_x(x, y, 0)r + \dots, \quad (4.3.26)$$

onde a derivação acontece com relação à coordenada r que é transversal às paredes de domínios.

Mais precisamente, no limite em que a parede de domínios é simplesmente associada a uma interface em $r = 0$, podemos aplicar as condições usuais de fronteira para o campo eletromagnético. Em especial, para o campo magnético temos

$$\hat{n} \times \vec{B} = \vec{J}, \quad \text{em } r = 0, \quad (4.3.27)$$

onde \hat{n} é um vetor normal à superfície do supercondutor e \vec{J} é a corrente de superfície. Para $\hat{n} = (0, 0, 1)$ e $\vec{A} = (A_x, A_y, 0)$ temos que a Eq. (4.3.27) agora é simplesmente dada por

$$-\partial_r A_x(r) = J_x, \quad (4.3.28)$$

calculado em $r = 0$. Isto essencialmente confirma a nossa suposição $J_x = A'_x(0)$. Em geral vamos considerar condições de contorno em outras superfícies paralelas ao centro das paredes de domínios.

Agora, utilizando a solução para o campo eletromagnético e o expandindo como em (4.3.26) em torno de um plano genérico $r \approx \delta$ somos capazes de escrever a forma

explícita da condutividade $\sigma_x \equiv \sigma$ que é dada por

$$\begin{aligned} \sigma(\omega, \alpha, m, \delta) = & \frac{\frac{1}{8}i(4\omega^2 + 4i\omega\alpha - m^2) {}_2F_1[b1, b2; b3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha\delta))]\text{sech}^2(\alpha\delta)}{\omega(i\omega - \alpha) {}_2F_1[a1, a2; a3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha\delta))]} \\ & + \tanh(\alpha\delta), \end{aligned} \quad (4.3.29)$$

onde ${}_2F_1$ são funções hipergeométricas com parâmetros fornecidos em

$$\begin{aligned} b1 &= -\frac{1}{2} \frac{2i\omega - 3\alpha + \sqrt{-m^2 + \alpha^2}}{\alpha} \\ b2 &= \frac{1}{2} \frac{-2i\omega + 3\alpha + \sqrt{-m^2 + \alpha^2}}{\alpha} \\ b3 &= -\frac{i\omega - 2\alpha}{\alpha}. \end{aligned} \quad (4.3.30)$$

A temperatura já foi definida $\alpha \equiv T$, assim como no condensado $m \simeq \langle \chi \rangle$. Consideramos agora a condutividade normalizada pelo *condensado efetivo*, levando $m \rightarrow qm$, de modo que nós definimos $\alpha = q^{-1}qm$ e $\omega = \omega_r qm$ em σ . Podemos ainda escrever $\frac{\alpha}{q\langle \chi \rangle} = q^{-1}$ e $\frac{\omega}{q\langle \chi \rangle} = \omega_r$ (frequência reduzida). Finalmente, podemos substituir tudo isso em (4.3.29)-(4.3.30).

Os resultados mostram que para $\delta \approx 0$ a condutividade ótica — ver Fig. (4.4) — é essencialmente a mesma que a calculada em $r = 0$, ou seja, no centro da parede domínios. Por outro lado, como veremos mais tarde, a condutividade, como função da temperatura é mais sensível a valores de δ . A seguir faremos uma análise da condutividade em função da frequência, que é conhecida como *condutividade ótica*, no regime em que $\alpha\delta = 0$.

Para $\omega \rightarrow 0$ e $T \rightarrow 0$ a condutividade (4.3.29) se aproxima de uma função delta $\delta(\omega)$. Isto acontece porque para $T \rightarrow 0$, temos $\ell \sim T_c$. Assim, neste limit, $\alpha^2 \ll \ell^2$ e $\omega^2 \ll \ell^2$ implica que a parte real e imaginária da condutividade, a menos de um fator $\sim 2\alpha/\ell$ que vem das funções hipergeométricas, podem ser escritas como

$$\text{Re } \sigma(\omega) \propto \frac{(\ell/\alpha)^2}{(\omega/\alpha)^2 + 1} \rightarrow \delta(\omega), \quad \text{Im } \sigma(\omega) \propto \frac{(\ell/\alpha)^2}{(\omega/\alpha)^3 + \omega/\alpha} \rightarrow \frac{\ell^2}{\alpha} \frac{1}{\omega}. \quad (4.3.31)$$

Note que a função de distribuição em ω na parte real em (4.3.31) tende a uma função delta, enquanto a parte imaginária apresenta um polo em $\omega = 0$. Isto está de acordo

com as relações Kramers-Kronig e com o modelo de Drude para um condutor no limite em que o tempo de relaxação devido ao espalhamento $\tau \rightarrow \infty$ (superconductor). Concluimos desta discussão que no limite $\omega \rightarrow 0$ em $T \rightarrow 0$ nosso modelo de fato apresenta uma condutividade DC infinita como é esperado de um superconductor.

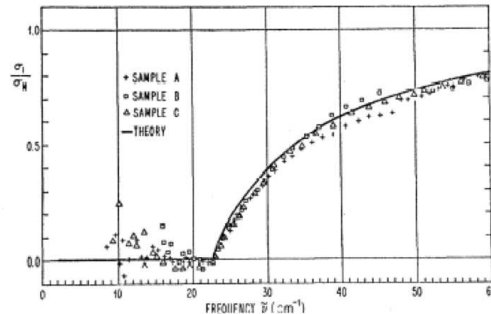
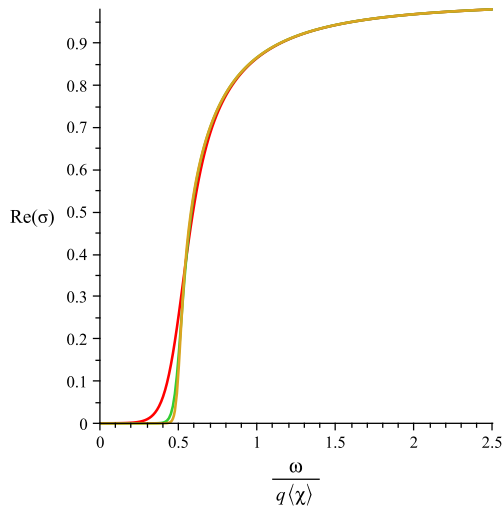


FIG. 3. Results of measurements of the real part of the normalized conductivity of three thin lead films at 2°K, compared with Mattis-Bardeen theory with gap frequency fitted to 22.5 cm⁻¹. To reduce the clutter in the figure, only about one fourth as many points are shown as were taken and recorded in Ref. 7. The points shown are selected typical points above the gap and local averages below the gap.

Figura 4.4: (*Painel Esquerdo*) A parte real da condutividade em função da frequência normalizada pelo condensado. Usamos as seguintes cargas $q = 8, 20$, e 32 , nas curvas de cima para baixo; $\delta = 0.01$ e $m \simeq \langle \chi \rangle = 4$. (*Painel Direito*) A parte real da condutividade em função da frequência normalizada para três filmes finos supercondutores de chumbo a 2°K — Palmer and Tinkham [26].

Agora vamos considerar a condutividade como uma função da temperatura. Repetindo a análise anterior para $\alpha\delta \rightarrow \infty$ o argumento nas funções hipergeométricas tendem a zero da forma $e^{-2\alpha\delta}$. Neste regime, a razão das funções hipergeométricas na fórmula da condutividade pode ser aproximada por uma série com poucos termos. Considerando apenas o termo mais próximo do termo líder, encontramos

$$\text{Re } \sigma(\omega, \alpha) \propto \delta(\omega) \left(1 - \frac{1}{8} \frac{\ell^2}{\alpha^2} e^{-2\alpha\delta} + \dots \right) \simeq \delta(\omega) e^{-\frac{1}{8} \left(\frac{\Delta}{\alpha} \right)^2}, \quad (4.3.32)$$

onde

$$\Delta = \ell e^{-\alpha\delta} \quad (4.3.33)$$

define precisamente a energia de ligação de um par de Cooper (ligação elétron-fônon-elétron), contanto que identifiquemos $\ell = 2\omega_D$ como a temperatura de Debye e $\delta\alpha =$

$1/VN_F$, sendo $V > 0$ o potencial de ligação e N_F a densidade de orbitais no nível de Fermi. Note que o limite $\delta\alpha \rightarrow \infty$ corresponde a $VN_F \rightarrow 0$ que é o limite de acoplamento fraco que está de acordo com a teoria de BCS. Por outro lado, o limite $\delta\alpha \rightarrow 0$ corresponde a $VN_F \rightarrow \infty$ que é o limite de acoplamento forte que representa os supercondutores de altas temperaturas críticas (“High- T_c superconductors”) como por exemplo os cupratos. Este regime não pode ser descrito por Eq. (4.3.32), portanto nos concentramos no primeiro regime.

Para ir além nestes estudos, devemos generalizar a expansão do condensado (4.2.21) em torno de um plano $r \approx \delta$ paralelo à parede de domínios tal que

$$\chi(r) = m \operatorname{sech}(\alpha\delta) - m \operatorname{sech}(\alpha\delta) \tanh(\alpha\delta) \alpha(r - \delta) + \dots, \quad (4.3.34)$$

o que de maneira análoga nos leva a redefinir os condensados estudados previamente como sendo agora dados por $\langle \chi \rangle \simeq m \operatorname{sech}(\alpha\delta) = \sqrt{2}T_c \sqrt{1 - T/T_c} \operatorname{sech}(\alpha\delta)$ e o condensado efetivo $\langle \chi \rangle_{eff} \simeq \ell \operatorname{sech}(\alpha\delta) = 2\sqrt{2}q m \operatorname{sech}(\alpha\delta)$ ou simplesmente temos $\langle \chi \rangle_{eff} \simeq 4qT_c \sqrt{1 - T/T_c} \operatorname{sech}(\alpha\delta)$. No regime $\alpha\delta \rightarrow \infty$, particularmente, escrevemos o condensato efetivo como sendo

$$\langle \chi \rangle_{eff} \simeq 2\ell e^{-\alpha\delta}. \quad (4.3.35)$$

As equações (4.3.33) e (4.3.35) agora nos permite escrever a importante relação

$$\frac{2\Delta}{T_c} = \frac{\langle \chi \rangle_{eff}}{T_c}. \quad (4.3.36)$$

Observe os exemplos da figura Fig. 4.3 para o condensado efetivo para três cargas distintas no regime $\alpha\delta \rightarrow 0$ estudado previamente. Usando Eq. (4.3.36) conseguimos identificar relações entre a energia de ligação e a temperatura crítica dadas por $2\Delta \simeq 4T_c$, $2\Delta \simeq 8T_c$ e $2\Delta \simeq 12T_c$.

Isto parece apontar um comportamento de superconductor de altas temperaturas críticas. Para efeito de comparação sabemos que supercondutores BCS possuem uma relação típica $2\Delta \simeq 3.5T_c$, enquanto os supercondutores High- T_c apresentam normalmente relações de $2\Delta \simeq 5T_c$ a $2\Delta \simeq 8T_c$.

Antes de finalizar estas discussões, apresentamos uma relação entre os desvios δ em relação ao condensado em $r \approx 0$ para supercondutores BCS e High- T_c . Para isto basta tomarmos a razão das respectivas energias de ligação Δ definida em (4.3.33) e inverter a relação para escrevermos uma razão em termos de δ da seguinte forma

$$\frac{\delta_{BCS}}{\delta_{HT_c}} = 1 - \frac{1}{\alpha\delta_{HT_c}} \ln \frac{\Delta_{BCS}}{\Delta_{HT_c}}. \quad (4.3.37)$$

Como $\Delta_{BCS} < \Delta_{HT_c}$, no limite em que $\alpha\delta_{HT_c} \ll 1$, como esperado para supercondutores High- T_c (com T_c muito alta), temos que $\delta_{BCS} \gg \delta_{HT_c}$. Em um exemplo mais realístico, para $\alpha\delta_{HT_c} = 1$, $\Delta_{BCS} = 3.5T_c$ e $\Delta_{HT_c} = 8T_c$ temos $\delta_{BCS} \simeq 1.83\delta_{HT_c}$.

A seguir apresentamos gráficos que descrevem o comportamento da resistividade ρ em função da temperatura.

A figura Fig. 4.5 mostra a resistividade elétrica para baixas frequências. Note que

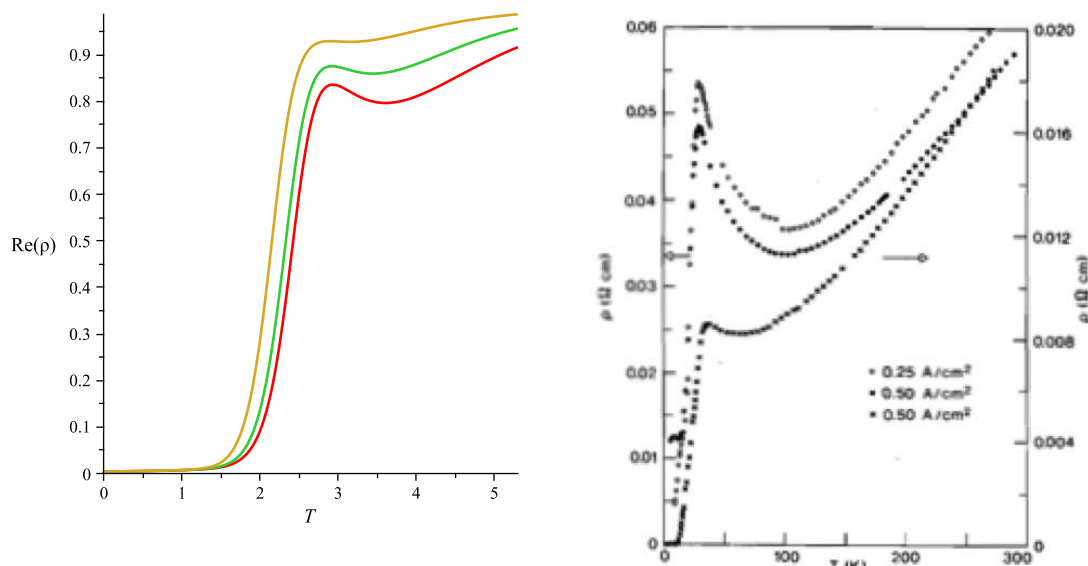


Figura 4.5: (*Painel Esquerdo*) A parte real da resistividade em baixas frequências em função da temperatura. Usamos os seguintes valores $\delta = 0.40, 0.45$, e 0.55 , nas curvas de baixo para cima; $T_c = 3$, $\omega = 0.8$ e $q = 1$. (*Painel Direito*) A resistividade em função da temperatura para três amostras de supercondutores La-Ba-Cu-O com temperatura crítica $T_c = 35^\circ K$ — Bednorz and Müller [27].

a resistividade suficientemente acima da temperatura crítica T_c praticamente decresce de forma linear com a temperatura. No entanto, quando o sistema se aproxima da temperatura crítica a resistividade tende a aumentar localmente, porém decresce rapi-

damente abaixo da temperatura crítica até atingir resistividade nula. Ainda notamos que para valores de δ maiores que 0.40 o sistema tende a reduzir sua temperatura crítica — veja na Fig. 4.5, os gráficos para $\delta = 0.45$ e $\delta = 0.55$. Este fenômeno antecipamos nas discussões anteriores as quais envolve a equação (4.3.37).

Capítulo 5

Conclusão

Neste trabalho estudamos o fenômeno da supercondutividade em paredes de domínios do tipo Bloch obtidas em uma teoria de campos escalares em 3+1 dimensões. Calculamos a condutividade ótica e mostramos que no regime de baixas temperaturas e frequências nulas obtemos uma condutividade DC infinita, o que está de acordo com a fase supercondutora.

A resistividade em função da temperatura também foi obtida e apresenta o comportamento adequado, parecido com o que acontece em supercondutores High- T_c . A temperatura crítica tende ser reduzida quando nos afastamos do condensado através do parâmetro de desvio δ .

Também identificamos uma relação entre a energia de ligação de pares de Cooper e o condensado efetivo, em função da temperatura e da carga. Para cargas suficientemente grandes obtemos uma relação típica de supercondutores High- T_c .

Como perspectivas futuras, pretendemos atacar o problema, investigando outras grandezas tais como o comprimento de penetração de London como uma função da temperatura e efeitos de anisotropias dentro da parede de domínios.

Apêndice A

Pares de Cooper

Os elétrons preenchem todos os estados até um valor máximo \vec{k}_f , e acima desse valor todos os estados permanecem vazios. Em uma rede cristalina, os elétrons interagem com os íons, criando uma deformação local na estrutura periódica. À medida que o elétron se propaga pelo cristal, a deformação o acompanha. Este tipo de interação cria um aumento local na densidade de cargas positivas, que acaba por atrair outro elétron. O fônon cria uma espécie de estado ligado entre os dois elétrons. Esta nova partícula é chamada de Par de Cooper [7].

Considere um sistema com um conjunto de estados de dois elétrons que satisfazem condições de contorno periódicas, considere um cubo de volume unitário, tomamos funções produtos de ondas planas da seguinte forma

$$\varphi(\vec{k}_1, \vec{k}_2; \vec{r}_1, \vec{r}_2) = e^{[\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2]} \quad (\text{A.1})$$

Supondo que os elétrons possuem spins opostos, vamos introduzir coordenadas de centro de massa e coordenadas relativas:

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) \\ \vec{r} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

e

$$\begin{aligned}\vec{K} &= \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \\ \vec{k} &= \frac{1}{2}(\vec{k}_1 - \vec{k}_2).\end{aligned}\tag{A.3}$$

Tal que,

$$\vec{K} \cdot \vec{R} + \vec{k} \cdot \vec{r} = \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2.\tag{A.4}$$

Logo a equação (A.1), torna-se:

$$\varphi(\vec{K}, \vec{k}; \vec{R}, \vec{r}) = e^{i\vec{K} \cdot \vec{R}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}.\tag{A.5}$$

A energia cinética do sistema será dada por:

$$\epsilon_k + E_K = \left(\frac{\hbar^2}{m}\right) \left(\frac{1}{4}k^2 + K^2\right).\tag{A.6}$$

Vamos nos concentrar nas funções que o vetor de onda do centro de massa \vec{K} se anula, de modo que $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$. A interação entre os dois elétrons é dada por H_1 , formulamos então uma equação de autovalor como sendo uma função da seguinte expansão

$$\Theta(\vec{r}) = \sum g_k e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}.\tag{A.7}$$

Então a equação de Schrödinger é dada por:

$$H\Theta(\vec{r}) = E\Theta(\vec{r}).\tag{A.8}$$

Sendo $H = H_0 + H_1$, temos,

$$(H_0 + H_1 - E)\Theta(\vec{r}) = 0.\tag{A.9}$$

Utilizando a equação (A.7) na equação (A.9) temos:

$$\sum_{k'} [(E_{k'} - E)g_{k'} + H_1 g_{k'}] e^{ik' \cdot \vec{r}}.\tag{A.10}$$

Onde H_1 é a energia de interação entre os dois elétrons.

Podemos obter a equação secular do problema, tomemos o produto escalar com $e^{i\vec{k}\vec{r}}$, a fim de obter:

$$(E_{k'} - E)g_k + \sum_k g_{k'}(\vec{k} | H_1 | \vec{k}') = 0, \quad (\text{A.11})$$

transformando o somatório em uma integral, temos:

$$(E' - E)gE + \int dE'' g(E'') H_1(E', E'') N(E'') = 0, \quad (\text{A.12})$$

onde $N(E'')$ é o número de estados de dois elétrons com momento total $\vec{k} = 0$.

Vamos estudar agora os elementos da matriz de forma $H_1(E', E'') = (\vec{k} | H_1 | \vec{k}')$. Bardeen, em seus estudos, sugeriu que estes elementos eram importantes quando estes dois elétrons estavam confinados em uma casca fina de energias nas proximidades da superfície de Fermi. Esta casca possui espessura $\hbar\omega_d$ acima de E_F , onde ω_d é definida como a frequência de corte dos fônons de Debye. Supondo que:

$$H_1(E', E'') = -V, \quad (\text{A.13})$$

onde só há energia dentro da casca. Sendo assim

$$(E' - E)g(E') = V \int_{2E_F}^{2E_m} dE'' g(E'') N(E'') = D, \quad (\text{A.14})$$

sendo $E_m = E_F + \hbar\omega_d$, $D = \text{constante}$. É trivial ver que:

$$g(E') = \frac{D}{E' - E}. \quad (\text{A.15})$$

Substituindo a equação (A.15) na equação (A.14), temos:

$$1 = V \int_{2E_F}^{2E_m} dE'' \frac{N(E'')}{E - E''} \quad (\text{A.16})$$

Fazendo $N_F = N(E')$, no pequeno intervalo de energia podemos considerá-lo constante, assim sendo:

$$1 = N_F V \int_{2E_F}^{2E_m} dE'' \frac{1}{E - E''} = N_F V \log \left[\frac{2E_m - E}{2E_F - E} \right]. \quad (\text{A.17})$$

Fazendo,

$$E = 2E_F - \Delta \quad (\text{A.18})$$

temos:

$$1 = N_F V \log \left[\frac{2\hbar\omega_d + \Delta}{\Delta} \right], \quad (\text{A.19})$$

ou ainda

$$\frac{1}{N_F V} = \log \left[1 + \frac{2\hbar\omega_d}{\Delta} \right]. \quad (\text{A.20})$$

Logo a energia de ligação de um Par de Cooper por ser escrita da seguinte maneira:

$$\Delta = \frac{2\hbar\omega_d}{e^{\frac{1}{N_F V}} - 1}. \quad (\text{A.21})$$

Se V é positivo a interação é atrativa. A teoria BCS mostra que é permitido uma alta densidade de Pares de Cooper em um metal.

Apêndice B

Potencial Barreira

Vamos determinar os níveis de energia de uma partícula movendo-se em campo potencial de energia dado por:

$$U = -U_0 \operatorname{sech}^2 \alpha x. \quad (\text{B.1})$$

O espectro de autovalores de energia positivos é contínuo, enquanto que para os valores negativos o espectro é discreto [28], consideraremos o segundo caso. Sendo assim a equação de Schrödinger é

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar} (E + U_0 \operatorname{sech}(\alpha x)) \Psi = 0. \quad (\text{B.2})$$

Fazendo $\xi = \tanh \alpha x$ e usando $\epsilon = \frac{\sqrt{-2mE}}{\hbar \alpha}$ e $\frac{2mU_0}{\alpha^2 \hbar^2} = s(s+1)$, temos:

$$s = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{8mU_0}{\alpha^2 \hbar^2}} \right). \quad (\text{B.3})$$

Sendo assim, obtemos:

$$\frac{d}{d\xi} \left[(1 - \xi^2) \frac{d\Psi}{d\xi} \right] + \left[s(s-1) - \frac{\epsilon^2}{1 - \xi^2} \right] \Psi = 0. \quad (\text{B.4})$$

Esta é uma equação associada a um polinômio de Legendre, que pode gerar uma função hipergeométrica, fazendo a substituição $\Psi = (1 - \xi)^{\frac{1}{2}} \omega(\xi)$ e fazendo temporariamente a variável $u = \frac{\epsilon}{2}(1 - \xi)$, temos,

$$u(1-u)\omega'' + (\epsilon+1)(1-2u)\omega' - (\epsilon-s)(\epsilon+s+1)\omega = 0, \quad (\text{B.5})$$

a solução finita para $\xi = 1$ ($x = \infty$) é

$$\Psi = (1 - \xi^2)F[\epsilon - s, \epsilon + s + 1, \epsilon + 1, \frac{1}{2}(1 - \xi)]. \quad (\text{B.6})$$

Se Ψ permanecer finito para $\xi = -1$ ($x = -\infty$), que deve ter $\epsilon - s = -n$, onde $n = 0, 1, 2, \dots$, então F é um polinômio de grau n , que é finito para $\xi = -1$.

Os níveis de energia são determinados por $s - \epsilon = n$, ou

$$E = -\frac{\hbar^2 \alpha^2}{2} \left[-(1 + 2m) + \sqrt{\left(1 + \frac{8mU_0}{\alpha^2 \hbar^2}\right)} \right]^2 \quad (\text{B.7})$$

Existe um número finito de níveis de energia, determinados pela condição $\epsilon > 0$, ou seja $n < s$.

Bibliografia

- [1] M. Kaku, Quantum Field Theory A Modern Introduction - (Oxford University Press, 1993).
- [2] A.H. Eschenfelder, Magnetic bubble technology (Springer-Verlag, Berlin, 1981).
- [3] N.Hatayama, R.Konno, J. Phys. Conf. Ser. 200 012056, 2010.
- [4] H.S.Jesuino: Dissertação de Mestrado: Paredes de Domínios Supercondutoras e Condensação Taquiônica (Universidade Federal de Campina Grande - UFCG).
- [5] M. Tinkham, Introduction to Superconductivity. (McGraw-Hill, 1996) ISBN 0-07-064878-6
- [6] A. M. de Castro: Monografia: Modelagem e estratégias de controle digitais aplicadas a um sistema de levitação magnética (Universidade Federal do Pará - UFPA).
- [7] S.I.Oliveira, V.L.B.Jesus, Introdução à Física do Estado Sólido, 2ª edição (Editora Livraria da Física,2011) ISBN 9788578610616.
- [8] D. J. Griffiths, Eletrodinâmica, 3ª edição (Pearson Education, 2011) ISBN 9788576058861.
- [9] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, Solid State Physics, (DGC 1976) ISBN 0-03-083993-9.
- [10] C. Kittel, Introdução à Física do Estado Sólido, 8ª edição (LTC 2006) ISBN 85-216-1505-1.

- [11] L.J. A. Junior: Dissertação de Mestrado: Estudo do Modelo de Ginzburg-Landau nas Cerâmicas Supercondutoras (Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, 2008).
- [12] J. Bardeen, L. N.Cooper, J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 108, 1175 (1957).
- [13] H. Goldstein, Classical Mechanics, 2nd Edition (Addison-Wesley, 1980).
- [14] C. Itzykson, J-B. Zuber, Quantum Field Theory - (Dover Publications, INC. 2005).
- [15] N. A. Lemos, Mecânica Analítica, 2ª edição - (Editora Livraria da Física, 2007)ISBN 85-88325-24-1.
- [16] E.W. Kolb and M.S. Turner, The Early Universe (Addison-Wesley, 1990).
- [17] M. A. Carara: Tese de Doutorado. Dinâmica de Paredes de Domínios Magnéticos: Um estudo através da impedânciometria (Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, 2001).
- [18] D. Bazeia, Scalar fields: from domain walls to nanotubes and fullerenes. Brazilian Journal of Physics, Brazil, v. 32, n. 4, p. 869-879, 2002.
- [19] F.A. Brito, H.S. Jesuino. Multi-scalar tachyon potential on non-BPS domain walls. The Journal of High Energy Physics (Online), v. 2010, p. 31, 2010.
- [20] D. Bazeia, H. Boschi-Filho and F.A. Brito, J. High Energy Phys. 4, 028 (1999).
- [21] F.A. Brito and D. Bazeia, Phys. Rev. D56, 7869 (1997).
- [22] J.D. Edelstein, M.L. Trobo, F.A. Brito and D. Bazeia, Phys. Rev. D57, 7561 (1998).
- [23] M. A. Despósito, A.V. Ferrer, A.O. Caldeira and A.H.C. Neto, Phys. Rev. B 62, 919 (2000).

- [24] M.K. Prasad and C.M. Sommerfield, Phys. Rev. Lett. 35, 760 (1975); E.B. Bogomol'nyi, Sov. J. Nucl. Phys. 24, 449 (1976).
- [25] F.A. Brito, F.F. Cruz and J.F.N. Oliveira, Phys. Rev. D71, 083516 (2005)
- [26] L.H. Palmer and M. Tinkham, Phys. Rev. **165**, 588 (1968).
- [27] J.G. Bednorz and K.A. Müller, Z. Phys. **B64**, 189 (1986)
- [28] L. D. Landau and E. M. Lifshits; Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory (3rd ed.). London: Pergamon, 1977. ISBN 0-08-020940-8 Vol. 3 of the Course of Theoretical Physics.