

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**Escoamento Multifásico em Meios Porosos Via Coordenadas  
Generalizadas. Estudo de Caso: Reservatório de Petróleo**

AUTOR: Francisco Alves Batista

ORIENTADOR: Prof. Dr. Antônio Gilson Barbosa de Lima

Campina Grande, Agosto de 2011.

PB, Brasil.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**Escoamento Multifásico em Meios Porosos Via Coordenadas  
Generalizadas. Estudo de Caso: Reservatório de Petróleo**

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos.

**AUTOR:** Francisco Alves Batista

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Antônio Gilson Barbosa de Lima

Campina Grande, Agosto de 2011.

PB, Brasil.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

B333e Batista, Francisco Alves.  
Escoamento multifásico em meios porosos via coordenadas generalizadas. Estudo de caso : reservatório de petróleo / Francisco Alves Batista. – Campina Grande, 2011.  
174 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia.

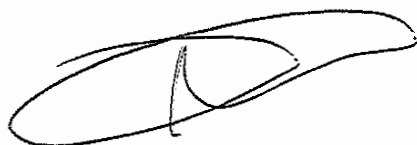
"Orientação: Prof. Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima."  
Referências.

1. Óleo – Engenharia de Processos. 2. Injeção de Água. 3. Escoamento Bifásico. 4. Simulação Numérica. I. Lima, Antonio Gilson Barbosa de. II. Título.

CDU 620.1:665.6(043)

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE  
DOUTORADO DE FRANCISCO ALVES BATISTA APRESENTADA  
AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE  
PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Tese de Doutorado aprovada em 29 de agosto de 2011.



---

**Prof. Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima**  
**ORIENTADOR - UFCG/CCT /UAEM**



---

**Profa. Dra. Fabiana Pimentel Macêdo Farias**  
**EXAMINADORA EXTERNA - UFCG/CDSA /UATEC**



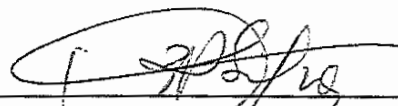
---

**Prof. Dr. Fernando Fernandes Vieira**  
**EXAMINADOR EXTERNO – UEPB/CCT/DESA**



---

**Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto**  
**EXAMINADOR INTERNO – UFCG/CCT/UAEQ**



---

**Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva**  
**EXAMINADOR INTERNO – UFCG/ CCT /UAF**

Campina Grande, PB, Brasil

Agosto de 2011.

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia de Processos, defendida por Francisco Alves Batista e aprovada pela banca examinadora em xx de agosto de 2011.

---

Prof. Dr. Antônio Gilson Barbosa de Lima (Orientador)  
UFCG/CCT/UAEM

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho a minha esposa Maria e aos meus filhos Rúlio, Yuri e Yoge pelo amor, carinho e por serem os grandes incentivadores do meu sucesso.

Iqualmente a minha Mãe Maria Alves da Silva (in memoriam) e a minha sogra Maria Leite da Silva, que através dos seus atos, mostraram que a simplicidade, a solidariedade e a humildade são grandes virtudes do Homem.

## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Antônio Gilson Barbosa de Lima pelo seu profissionalismo na dedicação da orientação e na especial colaboração.

Aos membros da banca examinadora por disponibilizar tempo na apreciação deste trabalho.

À minha esposa (Maria), e filhos (Rúlio, Yuri e Yoge) pelo apoio, carinho e compreensão.

Aos professores e funcionários do programa de Pós-graduação em Eng. de Processos pela valiosa atenção.

Aos Professores Dr. Wilton Pereira da Silva e Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto pela valiosa ajuda, atenção, apoio e sugestões durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao colega e Professor Brauner Gonçalves Coutinho pelos ensinamento no decorrer deste trabalho e pela colaboração em programação C++.

Aos colegas da pós-graduação e em especial a Enivaldo Santos Barbosa pela amizade, companheirismo e colaboração.

Aos meus amigos pela confiança e incentivo.

Aos professores e funcionários da Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica que estiveram sempre presente e ao nosso dispor.

Aos alunos bolsistas PIBIC/LCTF/ANP/UAEM/UFCG pela ajuda, apoio, confiança e até mesmo nos momentos de descontração.

Gratos às instituições: CNPq, CAPES, FINEP, PETROBRAS, ANP/UFCG-PRH-25, UEPB, JBR Engenharia Ltda e CT-PETRO, pelo apoio financeiro concedido e aos relatados pesquisadores que com suas pesquisas, ajudaram no melhoramento deste trabalho.

“Já que o trabalho dignifica o Homem, a educação é a atividade humana por excelência, pela qual o Homem transforma o mundo e a si mesmo, por isso, se num primeiro momento a natureza se apresenta como destino, é a educação que surge como condição de transcendência e liberdade, a não ser nos sistemas onde persistem formas de exploração que levam a alienação”.

Maria Lucia de Arruda Aranha



# ÍNDICE

<b>RESUMO</b>		xii
<b>ABSTRACT</b>		xiii
<b>LISTA DE FIGURAS</b>		xiv
<b>LISTA DE TABELAS</b>		xx
<b>NOMENCLATURA</b>		xxi
<b>1 INTRODUÇÃO</b>		01
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>		04
2.1	Considerações Gerais Sobre Meios Porosos	04
2.2	Natureza do Fluido em Reservatório de Petróleo	08
2.2.1	Petróleo	08
2.2.2	Óleo pesado	09
2.3	Reservatórios de petróleo	13
2.4	Métodos de Recuperação	19
2.4.1	Características gerais	19
2.4.2	Produção a frio (Método químico)	24
2.4.2.1	Injeção de hidrocarboneto miscível	27
2.4.2.2	Injeção de gás de combustão e nitrogênio	28
2.4.2.3	Injeção de dióxido de carbono	29
2.4.2.4	Injeção de polímero/surfactante	30
2.4.2.5	Injeção de Polímero	32
2.4.2.6	Injeção Alcalina	33
2.4.3	Métodos térmicos	35
2.4.3.1	Combustão “in situ”	36

2.4.3.2	Injeção de calor	38
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>42</b>
3.1	Considerações gerais	42
3.2	Modelo matemático	44
3.2.1	Modelo composicional	44
3.2.2	Modelo Black-oil generalizado	47
3.2.3	Modelo Black-oil padrão	49
3.2.4	Rotina “pseudo-Flash” para o modelo Black-oil padrão	53
3.2.5	Modelo de poço	55
3.2.6	Condições iniciais e de contorno	57
3.3	Procedimentos numéricos	59
3.3.1	Discretização em malhas cartesianas	59
3.3.2	Discretização em malhas generalizadas	63
3.3.2.1	Equação de conservação	63
3.3.2.2	Tratamento numérico do modelo do poço	69
3.3.3	Aspectos sobre o tratamento numérico	72
3.3.3.1	Derivação das funções residuais	72
3.3.3.2	Derivação dos termos fonte e acumulativo	73
3.3.3.3	Derivação dos termos convectivos	74
3.3.3.4	Derivação dos termos convectivos cruzados (esquema de nove pontos)	75
3.3.3.5	Considerações sobre as derivadas numéricas	76
3.3.3.6	Considerações sobre o esquema UDS (Upwind Difference Scheme)	78
3.3.3.7	Estrutura da matriz jacobiana e procedimento iterativo de solução	79
3.3.3.8	Convergência do método de Newton	81

3.3.3.9	Esquema de passo de tempo variável	82
3.3.3.10	Método de solução do sistema linear	83
3.4	A geometria do reservatório e dados da simulação	84
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>		89
4.1	Validação do estudo	89
4.2	Efeito da localização dos poços	101
4.3	Efeito da porosidade	107
4.4	Efeito da vazão de água de injeção	121
4.5	Efeito da viscosidade do óleo	146
4.6	Avaliação do fator de recuperação	159
<b>5 CONCLUSÃO E SUGESTÕES</b>		163
5.1	Conclusões	163
5.2	Sugestões	164
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>		165
<b>ANEXO</b>		173

## RESUMO

BATISTA, Francisco Alves, *Escoamento Multifásico em Meios porosos via Coordenadas Generalizadas: Estudo de Caso: Reservatório de petróleo*, Campina Grande: Pós-Graduação em Engenharia de Processos, Universidade Federal de Campina Grande, 2011. 174p. Tese (Doutorado).

Este trabalho apresenta um estudo teórico do escoamento de duas fases (óleo e água) em meios porosos, com geometria irregular (reservatório de petróleo) incluindo o efeito da injeção de água sobre o fator de recuperação de óleo. O modelo matemático empregado é o Black-oil padrão na formulação de fração mássica. As equações governantes foram discretizadas em coordenadas generalizadas, via método dos volumes finitos na formulação totalmente implícita, implementadas num código computacional em linguagem C++ orientado a objeto. Diversos resultados das distribuições de pressão e de saturação, recuperação de óleo e corte de água obtida através de variações: taxa de fluxo de injeção de água, localização dos poços injetores e produtores, porosidade e viscosidade, são apresentados e analisados. Verificou-se que: aumentando a taxa de fluxo de injeção de água, percebe-se um aumento no percentual de água que começa a chegar aos poços produtores, na localização  $L_2$  o fluxo de água nos poços produtores é maior e a recuperação é menor quando comparada com a localização  $L_1$ , quanto maior a porosidade menor o fluxo de água que chega aos poços produtores, com o aumento da viscosidade há uma diminuição na recuperação de óleo e um aumento de fluxo de água nos poços produtores.

**Palavras-chave:** Injeção de água, recuperação de óleo, escoamento bifásico, simulação numérica.

## ABSTRACT

BATISTA, Francisco Alves, *Multiphase flow in porous media via generalized coordinates: case study: Oil reservoir*, Campina Grande: Post Graduation in process engineering, Federal University of Campina Grande, 2011. 174p. Thesis (Ph.D).

This paper presents a theoretical study of the flow of two phases (oil and water) in porous media with irregular geometry (oil reservoir) including the effect of water injection on oil recovery factor. The mathematical model used is the standard Black-oil in the formulation of mass fraction. The governing equations were discretized into generalized coordinates, via the finite volume method in the fully implicit formulation and implemented a computer code in C++ object-oriented. Several results of the distributions of pressure and saturation, oil recovery and water cut obtained by varying: the flow rate of water injection, location of injection wells and producers, porosity and viscosity, are presented and analyzed. It was found that: increasing the flow rate of water injection, one sees an increase in the percentage of water starting to reach the production wells, the location  $L_2$  flow of water in producing wells is greater and the recovery is lower when compared with the location  $L_1$ , the higher the porosity the lower the flow of water that reaches the production wells, with the increase in viscosity is a decrease in oil recovery and an increased flow of water in wells producers.

**Keywords:** Water injection, oil recovery, two-phase flow, numerical simulation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Diferentes escalas de comprimento em um meio poroso	05
Figura 2.2	Fotos ilustrativas de um óleo pesado	11
Figura 2.3	Reserva total de óleo no mundo	12
Figura 2.4	Rocha reservatório contendo óleo	14
Figura 2.5	Ilustração de injeção de água e produção de óleo	21
Figura 2.6	Tecnologias utilizadas na produção de óleos pesados	24
Figura 3.1	Condições de reservatório e superfície	47
Figura 3.2	Curva da solubilidade em função da pressão	51
Figura 3.3	Escoamento radial nas proximidades de um poço de raio $r_w$	56
Figura 3.4	Volume para integração	60
Figura 3.5	Domínio físico e transformado	63
Figura 3.6	Volume para integração das equações	65
Figura 3.7	Malha cartesiana com a representação de um poço e comportamento da pressão	69
Figura 3.8	Fluxo radial nas proximidades de um poço em malha generalizada	70
Figura 3.9	Discretização cartesiana com nove volumes (3x3)	79
Figura 3.10	Reservatório com a forma irregular usada neste trabalho	84
Figura 3.11	Malha numérica usada neste trabalho	88
Figura 4.1 a-b	Distribuição de pressão, caso 1 (situação A)	90
Figura 4.2 a-d	Campo de saturação, caso 1 (situação A)	91
Figura 4.3	Corte de água no poço produtor 1, caso 1	92
Figura 4.4	Corte de água no poço produtor 2, caso 1	93
Figura 4.5	Corte de água no poço produtor 4, caso 1	93

Figura 4.6	Corte de água no poço produtor 5, caso 1	94
Figura 4.7	Pressão no poço produtor 1, caso 1	95
Figura 4.8	Pressão no poço produtor 2, caso 1	95
Figura 4.9	Pressão no poço produtor 4, caso 1	96
Figura 4.10	Pressão no poço produtor 5, caso 1	96
Figura 4.11	Recuperação de óleo no poço produtor 1, caso 1	97
Figura 4.12	Recuperação de óleo no poço produtor 2, caso 1	98
Figura 4.13	Recuperação de óleo no poço produtor 4, caso 1	98
Figura 4.14	Recuperação de óleo no poço produtor 5, caso 1	99
Figura 4.15	Pressão no reservatório do poço produtor 1, ao longo do tempo, referente ao trabalho atual, Cunha (1996) e Coutinho (2002).	100
Figura 4.16	Recuperação de óleo no poço produtor 1, ao longo do tempo, referente ao trabalho atual, Cunha (1996) e Coutinho (2002)	100
Figura 4.17	Corte de água no poço produtor 1 entre os casos 1 e 4	101
Figura 4.18	Corte de água no poço produtor 2 entre os casos 1 e 4.	101
Figura 4.19	Corte de água no poço produtor 4 entre os casos 1 e 4	102
Figura 4.20	Corte de água no poço produtor 5 entre os casos 1 e 4	102
Figura 4.21	Pressão no poço produtor 1 entre os casos 1 e 4	103
Figura 4.22	Pressão no poço produtor 2 entre os casos 1 e 4	103
Figura 4.23	Pressão no poço produtor 4 entre os casos 1 e 4	104
Figura 4.24	Pressão no poço produtor 5 entre os casos 1 e 4	104
Figura 4.25	Recuperação de óleo no poço produtor 1 entre os casos 1 e 4	105
Figura 4.26	Recuperação de óleo no poço produtor 2 entre os casos 1 e 4	105
Figura 4.27	Recuperação de óleo no poço produtor 4 entre os casos 1 e 4	106
Figura 4.28	Recuperação de óleo no poço produtor 5 entre os casos 1 e 4	106
Figura 4.29 a-d	Distribuição de pressão no reservatório, caso 2 (situação A)	107

Figura 4.30 a-d	Campo de saturação da água, caso 2 (situação A)	108
Figura 4.31 a-d	Distribuição de pressão no reservatório, caso 3 (situação A)	109
Figura 4.32 a-d	Campo de saturação da água, caso 3 (situação A)	110
Figura 4.33 a-d	Distribuição de pressão no reservatório, caso 4 (situação A)	111
Figura 4.34 a-d	Campo de saturação da água, caso 4 (situação A)	112
Figura 4.35 a-d	Distribuição de pressão no reservatório, caso 5 (situação A)	113
Figura 4.36 a-d	Campo de saturação, caso 5 (situação A)	114
Figura 4.37	Corte de água no poço produtor 1 para os casos 2, 3, 4 e 5	115
Figura 4.38	Corte de água no poço produtor 2 para os casos 2, 3, 4 e 5	115
Figura 4.39	Corte de água no poço produtor 4 para os casos 2, 3, 4 e 5	116
Figura 4.40	Corte de água no poço produtor 5 para os casos 2, 3, 4 e 5	116
Figura 4.41	Pressão no poço produtor 1 para os casos 2, 3, 4 e 5	117
Figura 4.42	Pressão no poço produtor 2 para os casos 2, 3, 4 e 5	117
Figura 4.43	Pressão no poço produtor 4 para os casos 2, 3, 4 e 5	118
Figura 4.44	Pressão no poço produtor 5 para os casos 2, 3, 4 e 5	118
Figura 4.45	Recuperação de óleo no poço produtor 1 para os casos 2, 3, 4 e 5	119
Figura 4.46	Recuperação de óleo no poço produtor 2 para os casos 2, 3, 4 e 5	119
Figura 4.47	Recuperação de óleo no poço produtor 4 para os casos 2, 3, 4 e 5	120
Figura 4.48	Recuperação de óleo no poço produtor 5 para os casos 2, 3, 4 e 5	120
Figura 4.49 a-d	Distribuição de pressão no reservatório para os casos 1, 6, 11 e 16	122
Figura 4.50 a-d	Campo de saturação da água para os casos 1, 6, 11 e 16	123
Figura 4.51	Corte de água no poço produtor 1	124
Figura 4.52	Corte de água no poço produtor 2	124
Figura 4.53	Corte de água no poço produtor 4	125
Figura 4.54	Corte de água no poço produtor 5	125



Figura 4.55	Pressão no poço produtor 1	126
Figura 4.56	Pressão no poço produtor 2	126
Figura 4.57	Pressão no poço produtor 4	127
Figura 4.58	Pressão no poço produtor 5	127
Figura 4.59	Recuperação de óleo no poço produtor 1	128
Figura 4.60	Recuperação de óleo no poço produtor 2	128
Figura 4.61	Recuperação de óleo no poço produtor 4	129
Figura 4.62	Recuperação de óleo no poço produtor 5	129
Figura 4.63 a-d	Distribuição de pressão no reservatório para os casos 2, 7, 12 e 17	130
Figura 4.64 a-d	Campo de saturação da água para os casos 2, 7, 12 e 17	131
Figura 4.65	Corte de água no poço produtor 1	132
Figura 4.66	Corte de água no poço produtor 2	132
Figura 4.67	Corte de água no poço produtor 4	133
Figura 4.68	Corte de água no poço produtor 5	133
Figura 4.69	Pressão no poço produtor 1	134
Figura 4.70	Pressão no poço produtor 2	134
Figura 4.71	Pressão no poço produtor 4	135
Figura 4.72	Pressão no poço produtor 5	135
Figura 4.73	Recuperação de óleo no poço produtor 1	136
Figura 4.74	Recuperação de óleo no poço produtor 2	136
Figura 4.75	Recuperação de óleo no poço produtor 4	137
Figura 4.76	Recuperação de óleo no poço produtor 5	137
Figura 4.77 a-d	Distribuição de pressão no reservatório para os casos 4, 9, 14 e 19	138
Figura 4.78 a-d	Campo de saturação da água para os casos 4, 9, 14 e 19	139
Figura 4.79	Corte de água no poço produtor 1	140

Figura 4.80	Corte de água no poço produtor 2	140
Figura 4.81	Corte de água no poço produtor 4	141
Figura 4.82	Corte de água no poço produtor 5	141
Figura 4.83	Pressão no poço produtor 1	142
Figura 4.84	Pressão no poço produtor 2	142
Figura 4.85	Pressão no poço produtor 4	143
Figura 4.86	Pressão no poço produtor 5	143
Figura 4.87	Recuperação de óleo no poço produtor 1	144
Figura 4.88	Recuperação de óleo no poço produtor 2	144
Figura 4.89	Recuperação de óleo no poço produtor 4	145
Figura 4.90	Recuperação de óleo no poço produtor 5	145
Figura 4.91 a-d	Distribuição de pressão no reservatório, caso 21 (situação A)	147
Figura 4.92 a-d	Campo de saturação da água, caso 21 (situação A)	148
Figura 4.93 a-d	Distribuição de pressão no reservatório, caso 22 (situação A)	149
Figura 4.94 a-d	Campo de saturação da água, caso 22 (situação A)	150
Figura 4.95 a-d	Distribuição de pressão no reservatório, caso 23 (situação A)	151
Figura 4.96	Campo de saturação da água, caso 23 (situação A)	152
Figura 4.97	Corte de água no poço produtor 1	153
Figura 4.98	Corte de água no poço produtor 2	153
Figura 4.99	Corte de água no poço produtor 4	154
Figura 4.100	Corte de água no poço produtor 5	154
Figura 4.101	Pressão no poço produtor 1	155
Figura 4.102	Pressão no poço produtor 2	155
Figura 4.103	Pressão no poço produtor 4	156
Figura 4.104	Pressão no poço produtor 5	156

Figura 4.105	Recuperação de óleo no poço produtor 1	157
Figura 4.106	Recuperação de óleo no poço produtor 2	157
Figura 4.107	Recuperação de óleo no poço produtor 4	158
Figura 4.108	Recuperação de óleo no poço produtor 5	158

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	°API sugerido por algumas instituições/setores da indústria petrolífera	10
TABELA 3.1	Coordenadas dos poços injetores e produtores	85
TABELA 3.2	Taxas de fluxo de água e de líquido	85
TABELA 3.3	Dados físicos dos fluidos e do reservatório	86
TABELA 3.4	Dados dos casos estudados	87
TABELA 4.1	VPOR nos poços produtores 1 e 2	159
TABELA 4.2	VPOR nos poços produtores 4 e 5	160
TABELA 4.3	VPOR Total	161

# NOMENCLATURA

## Letras latinas

A	Matriz jacobiana do método de solução do sistema linear	[ - ]
A	Área da seção radial do poço	[ m <sup>2</sup> ]
B <sup>p</sup>	Fator volume de formação da fase p	[ - ]
C	Carbono	[ - ]
c	Componente	[ - ]
c <sup>o</sup>	Compressibilidade do óleo	[ Pa <sup>-1</sup> ]
c <sup>r</sup>	Compressibilidade da rocha	[ Pa <sup>-1</sup> ]
c <sup>w</sup>	Compressibilidade da água	[ Pa <sup>-1</sup> ]
d	Densidade relativa	[ - ]
F	Vetor de funções residuais	[ - ]
G	Termos geométricos das faces	[ - ]
g	Aceleração da gravidade	[ m.s <sup>-2</sup> ]
H	Altura do reservatório	[ m ]
h	Altura do poço	[ m ]
J	Jacobiano da transformação do domínio físico e transformado	[ - ]
k <sup>rP</sup>	Permeabilidade relativa	[ darcy ]
k	Tensor permeabilidade absoluta	[ darcy ]
M	Massa total da mistura	[ kg ]
M <sup>c</sup>	Massa do componente c	[ kg ]
M <sup>p</sup>	Massa da fase p	[ kg ]
$\tilde{m}^p$	Fluxo mássico de produção/injeção da fase p	[kg.s <sup>-1</sup> .m <sup>-2</sup> ]

$\dot{m}$	Vazão mássica	[ kg.s <sup>-1</sup> ]
$P^p$	Pressão da fase p	[ Pa ]
P	Ponto central do volume de controle	[ - ]
E	Ponto leste do volume de controle	[ - ]
W	Ponto oeste do volume de controle	[ - ]
L	Localização	[ m ]
N	Ponto norte do volume de controle	[ - ]
S	Ponto sul do volume de controle	[ - ]
$q^p$	Vazão volumétrica de produção/injeção da fase p	[ m <sup>-3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
R	Vetor resíduo	[ - ]
$R^{cp}$	Solubilidade do componente c na fase p	[ - ]
r	Raio do poço	[ m ]
$S^p$	Saturação da fase p	[ - ]
t	Tempo no domínio físico	[ s ]
$\bar{u}^p$	Vetor velocidade da fase p	[ m.s <sup>-1</sup> ]
V	Volume de um domínio ou total	[m <sup>3</sup> ]
$V_o$	Volume poroso	[m <sup>3</sup> ]
$V^p$	Volume da fase p	[m <sup>3</sup> ]
$X^{cp}$	Fração mássica do componente c na fase p	[ - ]
<b>X</b>	Vetor de solução do jacobiano	[ - ]
X	Representa o conjunto de incógnitas na metodologia totalmente implícita	[ - ]
x	Posição de um domínio	[m]
x, y, z	Coordenadas cartesianas	[ - ]
$Z^c$	Fração mássica global do componente c	[ - ]

## Letras gregas

$\alpha, \beta$ e $\varphi$	São as componentes do tensor métrico $\mathbf{g}_{ik}$	[ - ]
$\alpha^p$	Fração mássica da fase p	[ - ]
$\hat{\alpha}, \hat{\beta}$	Termos dos parâmetros geométricos das fases	[ - ]
$\rho^p$	Densidade da fase p	[ kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho^m$	Densidade média da mistura	[ kg.m <sup>-3</sup> ]
$\lambda^p$	Mobilidade da fase p	[ - ]
$\mu^p$	Viscosidade da fase	[ cP ]
$\phi$	Porosidade	[ - ]
$\Phi^p$	Potencial da fase	[ - ]
$\gamma(x)$	Função indicadora de espaços vazios	[ - ]
$\gamma^p$	Peso específico da fase p	[ kg.m <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup> ]
$\xi, \eta, \gamma$	Coordenadas generalizadas	[ - ]
$\psi$	Representa a coordenada x e y dos pontos da malha a ser gerada	[ - ]
$\Omega$	Termo de derivação de uma variável do reservatório	[ - ]
$\bar{\Omega}$	Volume no sistema de coordenada generalizada	[ m <sup>3</sup> ]
$\tau$	Tempo no domínio transformado	[ s ]
$\Gamma$	Grupo de termos transiente e fonte da equação a ser derivada	[ - ]

## Abreviações e representações

a.C.            antes de Cristo

ANP	Agência Nacional de Petróleo
°API	Grau API (American Petroleum Institute)
BVEP	Biblioteca Virtual de Engenharia de Petróleo
Ca <sup>++</sup>	Íons bivalente do elemento Cálcio
CO <sub>2</sub>	Dióxido de Carbono
CPU	Unidade Central de Processamento
CVFEM	Método de elemento finito baseado em volume de controle
C <sub>2</sub> – C <sub>6</sub>	Hexano
DCF	Fluxo de caixa descontado (metodologias de técnicas de avaliação das reservas de petróleo)
DOE	Projeto de experimento
EOR	Recuperação avançada de óleo
ESS	Exaustivo estudo de simulação
EUA	Estados Unidos da América
GPL	Gás de petróleo liquefeito
in-situ	Combustão dentro do reservatório
Kriging	Método de regressão usado em geoestatística para aproximar ou interpolar dados
LCTF	Laboratório Computacional de Térmica e Fluídos
Mg <sup>++</sup>	Íons bivalente do elemento Magnésio
mg KOH/g	miligrama de hidróxido de potássio por grama (índice de acidez)
NE	Nordeste
NW	Noroeste
nc	Número de componente
np	Número de fase
Offshore	Perfuração/produção de hidrocarbonetos realizada em mar



Onshore	Perfuração/produção de hidrocarbonetos realizada em terra
OPEP	Organização de países exportadores de petróleo
OWC	“Oscillating water column” - coluna de água oscilante
pH	Termo que expressa a intensidade da condição ácida ou básica de um determinado meio
ppm	parte por milhão
PVT	Pressão, Volume, Temperatura
VP	Volume poroso
SW	Sudoeste
SE	Sudeste
SWAG	Injeção simultânea alternada de água e gás
STC	Standard Conditions, condições padrão de superfície
TOL	Tolerância
UAEM	Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica
UDS	Upwind Difference Scheme
UFMG	Universidade Federal de Campina Grande
USGS	U.S. Geological Survey - instituição que define o óleo quanto ao grau API
VPI	Volume injetado no reservatório
VPOR	Volume de óleo recuperado
WAG	Injeção alternada de água e gás
WI	Índice do poço
$\Delta V$	Volume do volume de controle no domínio físico
$\Delta x$	Variação da dimensão na direção x
$\Delta y$	Variação da dimensão na direção y
$\Delta z$	Variação da dimensão na direção z
$\Delta \eta$	Variação da dimensão na direção $\eta$

$\Delta\xi$	Variação da dimensão na direção $\xi$
$\Delta\gamma$	Variação da dimensão na direção $\gamma$

### **Símbolos e unidades**

$\subset$	Símbolo de subconjunto
$^{\circ}\text{C}$	Grau Celsius, unidade de temperatura
$\text{Ca}^{++}$	Símbolo do íon bivalente do cálcio
$\text{CO}_2$	dióxido de carbono
$\text{cP}$	Centipoise, unidade de viscosidade
$\text{Dina/cm}$	Unidade de tensão superficial
$^{\circ}\text{F}$	Grau Fahrenheit (unidade de temperatura)
$\text{m}^3$	metro cúbico (unidade de volume)
$\text{mD}$	miliDarcy (unidade de permeabilidade)
$\text{Mg}^{++}$	Símbolo do íon bivalente do magnésio
$\text{Pa.s}$	Pascal.segundo (unidade de viscosidade no S.I.)
$\text{Pés}$	Unidade de comprimento no sistema Inglês
$\text{psi}$	pound per square inch (Libra por polegada quadrado), unidade de pressão
$\nabla$	Operador nabla
$\sum_{np}$	Somatório de número de fase

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

Ao se tratar de escoamento de petróleo, devem-se levar em consideração os conceitos fundamentais envolvidos nos fenômenos relacionados com reservatório de petróleo e de meios porosos. Um meio poroso é composto por uma matriz sólida e de espaços vazios, chamada de poros, cheios ou não de um ou mais fluidos. Um meio poroso pode ser contínuo ou descontínuo, homogêneo ou heterogêneo, isotrópico ou anisotrópico, fissurado ou detrítico. Os poros podem ser interconectados ou não, dependendo da propriedade permeabilidade do meio. Já um reservatório de petróleo é um meio poroso constituído por uma rocha sedimentada de espaços vazios, que são preenchidos por água e hidrocarbonetos.

No setor de exploração e de produção de petróleo, uma prioridade essencial é colocada em ter o conhecimento e a análise exata a respeito das características e mudanças ao longo do tempo de um reservatório de petróleo, já que as condições nas superfícies durante a extração do óleo são completamente adversas às condições que ocorrem no subsolo, frequentemente abaixo da superfície da terra, de características geologicamente extensas e propriedades subterrâneas diversas. No entanto, a avaliação de reservatório de petróleo ao longo do tempo é uma tarefa complexa e economicamente essencial.

As necessidades de avaliar os reservatórios são variadas e começam com as primeiras fases das atividades de exploração especulativa, verificando se a estrutura contém petróleo acessível em quantidades comerciais, até a localização dos poços e taxa de remoção do petróleo durante o bombeamento. Porque as empresas das indústrias de petróleo investem somas muito grandes de dinheiro na exploração, desenvolvimento, e/ou exploração do potencial dos reservatórios de petróleo conhecidos, é importante que a avaliação e apreciação das características do reservatório sejam realizadas com o uso mais

eficiente e preciso de uma ampla gama de dados sobre o reservatório (Anderson et al., 2004).

A produção de hidrocarbonetos, a partir de um reservatório de petróleo, é muitas vezes caracterizada como ocorrendo em três etapas: recuperação primária, recuperação secundária e recuperação terciária. Apesar da existência de alguns fenômenos de inibição, uma variedade de fontes naturais de energia efetivamente facilita a produção de petróleo do reservatório. Nessa situação, quando estas fontes de energia são suficientes para permitir o bombeamento de petróleo sozinho, sem a injeção de outros líquidos, o reservatório é dito no âmbito da recuperação primária. Eventualmente, a produção de fluido é interrompida quando se esgota as fontes naturais de energia. Para recuperar o petróleo, para além da recuperação primária, engenheiros de reservatórios geralmente utilizam a recuperação secundária. Normalmente, esta técnica consiste na injeção de água, através de poços de injeção com o objetivo de deslocar o petróleo em direção aos poços de produção (Allen et al., 1988). Na fase de recuperação terciária, medidas adicionais são tomadas para aumentar a recuperação de hidrocarbonetos e para auxiliar o processo de substituição de fluidos. Estas medidas podem incluir a injeção de solventes especiais, bem como os hidrocarbonetos e outros fluidos selecionados em formação. Além disso, a agitação térmica *in situ*, como a injeção de vapor ou de outros hidrocarbonetos, pode ser empregada.

Os métodos de recuperação de óleos em reservatório têm um papel importante e requer estudos mais complexos no desenvolvimento da indústria de petróleo. Daí, a necessidade de desenvolver tecnologias e métodos que envolvem o desenvolvimento e aplicação de técnicas capazes de aumentar a rentabilidade de campos de óleo. Na indústria de petróleo várias técnicas têm sido desenvolvidas, buscando melhorias nos métodos de recuperação de óleos pesados, dentre elas pode-se citar métodos de produção a frio.

Diante deste cenário e baseando-se na relação modelagem e simulação, este trabalho tem por finalidade geral estudar o efeito de injeção de água sobre o fator de recuperação, em reservatório de petróleo.

Como objetivos específicos podem-se citar:

- Apresentar uma modelagem teórica bidimensional em coordenadas generalizadas para prever a distribuição de saturação e pressão das fases presentes, durante o

escoamento bifásico óleo-água em reservatórios de petróleo de forma arbitrária incluindo injeção de água;

- Simular a distribuição de pressão e saturação das fases no interior do reservatório em vários tempos de processo, para várias condições de operação;
- Estudar o efeito da vazão de água injetada, localização dos poços (injetores e produtores), porosidade do reservatório e viscosidade das fases, na recuperação de óleo;

Este trabalho é composto de cinco Capítulos. No Capítulo 2, são abordados os aspectos que são utilizados no embasamento teórico de sustentação do estudo em escoamento multifásico em reservatório de petróleo tais como: meio poroso, petróleo, óleos pesados, reservatório de petróleo e métodos de recuperação.

As considerações gerais das grandezas importantes para definição do modelo, do entendimento dos processos físicos, do modelo matemático, da solução numérica, da geometria do reservatório e dos dados da simulação são abordadas no Capítulo 3.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados e as discussões para os casos realizados neste trabalho.

As conclusões obtidas neste trabalho e sugestões para futuros trabalhos são abordadas no Capítulo 5.

## **CAPÍTULO 2**

### **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

#### **2.1 Considerações gerais sobre meios porosos**

Para o entendimento dos processos relacionados com escoamento, difusão, dispersão e recuperação de fluidos em materiais porosos que surgem no campo da engenharia de petróleo, torna-se necessário estudar os conceitos dos fenômenos envolvidos no problema tais como fluidos e meios porosos.

Pode-se definir um meio poroso como sendo um corpo composto por uma parte sólida, chamada de matriz sólida, e os espaços vazios restantes chamados de poros que pode ser preenchido com um ou mais fluidos como, por exemplo, água, óleo e gás. Exemplos típicos de meios porosos são: o solo, a rocha, a bucha, a areia, a espuma de borracha, e os agregados fibrosos como tecidos e filtros, pão, pulmões, rins, grãos ou sementes. Poros são espaços "vazios", que podem ser distribuídos de diversas maneiras no meio.

Bear e Bachmat (1991) definem uma fase como uma parte quimicamente homogênea de um sistema levando em consideração que é separada das outras partes, por um limite físico definido. No caso de um sistema monofásico, o espaço vazio do meio poroso é preenchido por um único fluido (por exemplo, água) ou por uma solução (por exemplo, água doce e água salgada). Em um sistema multifásico, o espaço vazio é preenchido por dois ou mais fluidos que não se misturam, isto é, eles mantêm uma fronteira distinta entre eles (por exemplo, água e óleo). Pode haver somente uma fase gasosa desde que os gases sejam completamente miscíveis. Formalmente, a matriz sólida do meio poroso também é considerada como uma fase sólida.

O estudo do fluxo de fluidos em meios porosos pode ser desenvolvido através de modelos matemáticos a partir de equações básicas onde se obtém informações relacionadas com o aspecto físico do reservatório, como dimensões, formas, variações de propriedades, como também dados obtidos sobre o comportamento atual e futuro em termos de pressões, e vazões de produção. Este estudo tem como ponto central, a equação da difusividade hidráulica, da qual são desenvolvidas soluções para diversas situações em que os reservatórios podem se encontrar. Esta equação, que é utilizada na engenharia de reservatório, é obtida a partir da associação de três equações básicas: a equação da continuidade, a lei de Darcy e a equação de estado que pode ser uma lei dos gases como equação da compressibilidade (Rosa et al, 2001).

A fim de obter modelos matemáticos para escoamentos de fluidos em meios porosos, algumas restrições são colocadas sobre a geometria do meio poroso (Corey, 1994), tais como: (1) Os espaços vazios do meio poroso são interconectados, (2) as dimensões dos espaços vazios devem ser grandes comparados com o comprimento do livre caminho médio das moléculas do fluido, (3) as dimensões dos espaços vazios devem ser pequenas o suficiente para que o fluxo do fluido seja controlado por forças adesivas nas interfaces líquido-sólido e as forças de coesão nas interfaces líquido-líquido (sistemas multifásicos).

Na modelagem de fluxo em meios porosos, algumas características importantes devem ser levadas em consideração para diferentes escalas de comprimento, mostrada na Figura 2.1 (Bastian, 1999).

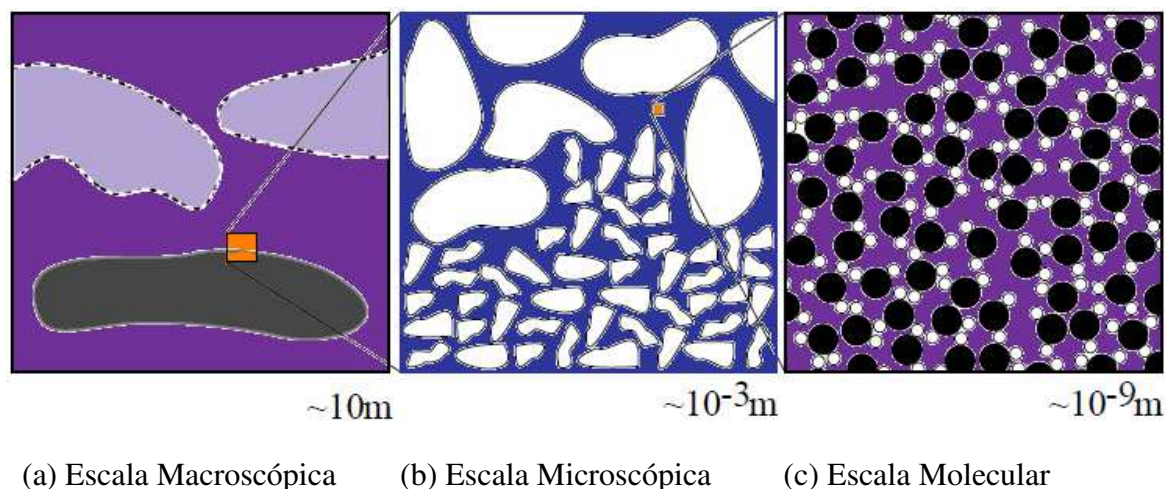


Figura 2.1 - Diferentes escalas de comprimento em um meio poroso. Fonte: Bastian (1999).

O comportamento do escoamento é influenciado pelos efeitos de todas essas escalas de diferentes comprimentos. Na escala molecular, as propriedades do fluido, como viscosidade, densidade, coeficiente de difusão binária e miscibilidade são determinantes. Na escala microscópica a configuração dos espaços vazios influencia o comportamento do escoamento, como por exemplo, a tortuosidade dos canais de escoamento ou a distribuição do tamanho dos poros. Na escala macroscópica as largas escalas da heterogeneidade desempenham um papel importante.

Um meio poroso é considerado homogêneo em relação à escala macroscópica (em média) e os parâmetros físicos quando tem o mesmo valor em todo o domínio, caso contrário, ele é chamado de heterogêneo. As quantidades tensoriais macroscópicas podem também variar com a direção, nesse caso, o meio poroso é chamado anisotrópico em relação a essa quantidade, caso contrário, ele é chamado de isotrópico.

A propriedade, na engenharia de reservatório, que estuda a capacidade de armazenamento de fluidos nos poros é chamada de porosidade, que é definida como sendo a relação entre o volume de vazios “ $V_o$ ” (volume poroso) de uma rocha e o volume total “ $V_t$ ” da mesma, ou seja:

$$\phi = \frac{V_o}{V_t} \quad (2.1)$$

Mas quando se trata de um domínio representado pelo volume  $V$ , preenchido por um meio poroso cujo subdomínio  $V_o(x_o) \subset V$  sobre o nível macroscópico, com respeito ao volume médio, então a porosidade é definida em função da posição ( $x$ ). Para o caso de meios heterogêneos é dada por:

$$\phi(x_o) = \frac{1}{V_o(x_o)} \int_{V_o(x_o)} \gamma(x) dx \quad (2.2)$$

onde  $\gamma(x)$  é uma função indicador de espaços vazios. Mas em geral, a porosidade depende da pressão do fluido ou do tempo, como é o caso de expansão da argila.

Vários são os estudos na área de análise de rochas-reservatório possibilitando a determinação de parâmetros geométricos importantes, como porosidade, a função de distribuição de tamanho de poros e a distribuição baseada na classificação de Folk e Ward



(1957), além dos parâmetros geométricos que são caracterizados sobre diversas imagens das rochas (Bueno e Philippi, 2003).

Devido à sua ampla aplicação na engenharia mecânica, química e civil, a transferência de massa e de calor através de meios porosos tem sido assunto de investigação e pesquisa. São vários os trabalhos existentes que descrevem esses fenômenos.

Vafai (2005) estudou o acoplamento de transferência de massa não-linear e reações heterogêneas em meios porosos, relacionado com a reação química entre a fase fluida e a fase sólida do meio poroso, como também estudou os fluxos em células de Helen-Shaw, fazendo uma analogia com o meio poroso. Os resultados confirmaram a teoria de fluxos de Helen-Shaw, porém uma completa determinação dos coeficientes de fechamento requer trabalhos futuros.

Getachew et al. (2000) estudou uma versão modificada do modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  para os fluxos turbulentos de um fluido incompressível em meios porosos, onde eles fazem uma extensão do trabalho publicado por Antohe e Lage (1997), cuja diferença ocorre na aproximação do termo Forchheimer no tempo médio da equação de momentum. No modelo proposto é incluído o termo de correlação de segunda ordem. Essa inclusão dá origem a um termo extra na equação de transporte do “momentum” que, por sua vez, dá origem a termos adicionais nas equações de transporte para a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação. A fim de explicar e ganhar conhecimento mais profundo sobre as equações de transporte e maior compreensão numérica, espera que nesse trabalho sirva como estímulo adicional para iniciar atividades e novas pesquisas na área de modelagem de fluxos turbulentos em meios porosos.

Teng e Zhao (2000) trataram da extensão da lei de Darcy para descrever o fluxo de Stokes e não Stokes em meios porosos. Nesse estudo foi mostrado que, em muitas aplicações práticas, os termos de convecção e instável na equação de “momentum” podem ser desprezados. Nesse caso, a equação de “momentum” reduzida, torna-se uma relação constitutiva e, portanto, pode ser considerada como uma forma generalizada da lei de Darcy.

## **2.2 Natureza do fluido em reservatório de petróleo**

### **2.2.1 Petróleo**

Desde os tempos bíblicos que o petróleo participa da história da humanidade. Há muito, os antigos conheciam o petróleo e alguns de seus derivados, como o asfalto e o betume. Contudo, não se sabe exatamente quando eles despertaram a atenção do homem. Na fase pré-histórica da utilização do petróleo, referências esparsas nos levam a crer que era do conhecimento humano há quatro mil anos a.C. (Thomas, 2001).

Na Babilônia, os tijolos eram assentados com asfalto; os fenícios utilizavam o betume na calefação de embarcações; os egípcios usavam o petróleo para pavimentação de estradas e para embalsamar mortos, como também na construção de pirâmides; os gregos para fins bélicos e os índios para decoração de cerâmicas, entre outros e, de acordo com a Bíblia, foi usado na Torre de Babel e na Arca de Noé (Gênesis - Cap. 6, V. 14) como asfalto, para sua impermeabilização (Thomas, 2001).

No Brasil, a primeira sondagem foi realizada no município de Bofete, no estado de São Paulo, em 1897, por Eugênio Ferreira de Camargo, quando ele fez a primeira perfuração na profundidade de 488 metros e produziu 0,5 m<sup>3</sup> de óleo (Thomas, 2001). Foi somente no ano de 1939 que foi descoberto o óleo de Lobato, na Bahia. A Petrobras foi criada, em 1954, com o objetivo de monopolizar a exploração do petróleo no Brasil. A partir daí muitos poços foram perfurados. Atualmente, a Petrobras está entre as maiores empresas petrolífera do mundo (Thomas, 2001).

O petróleo é uma substância oleosa, cuja cor característica é o negro. Pode ser encontrado no subsolo, a poucos metros da superfície terrestre, como também a grande profundidade e é basicamente constituído, por uma mistura de vários compostos orgânicos chamados de hidrocarbonetos, cuja estrutura se classifica em saturados, insaturados e aromáticos. Segundo Thomas (2001), os principais elementos que compõe o petróleo são os hidrocarbonetos saturados, hidrocarbonetos aromáticos, as resinas e os asfaltenos.

O petróleo quando no estado líquido é também uma substância inflamável, menos densa que a água, com cheiro característico. Há várias teorias sobre a origem do petróleo,

das quais se pode destacar a de origem estritamente inorgânica, defendida por Dmitri I. Mendeleiev, Marcellin Berthelot e Henri Moissan, e as teorias orgânicas, que postula a participação animal e vegetal. De acordo com a teoria inorgânica, o petróleo teria sido formado a partir de carburetos (de alumínio, cálcio e outros elementos) que, decompostos por ação da água (hidrólise), deram origem a hidrocarbonetos como metanos, alcenos entre outros. E sob uma dada pressão, haviam sofrido polimerização (união de moléculas idênticas para formar uma nova molécula mais pesada) e condensação a fim de dar origem ao petróleo (Barsa, 1974).

No entanto, a mais antiga é a teoria orgânica nela postula-se a presença de compostos nitrogenados, clorofilados, de hormônios pressupõe a participação de matéria orgânica de origem animal e vegetal. Há um reconhecimento maior dos pesquisadores modernos de validar apenas a teoria orgânica, na qual destacam o papel representado pelos microrganismos animais e vegetais que, sob a ação de bactérias, formariam uma pasta orgânica no fundo dos mares. Misturada à argila e à areia, essa pasta constituiria os sedimentos marinhos que, cobertos por novas e sucessivas camadas de lama e areia, se transformariam em rochas consolidadas, nas quais o gás e o petróleo seriam gerados e acumulados (Barsa, 1974).

O petróleo tem se destacado como uma das principais fontes de energia do mundo, ocupando o primeiro lugar da matriz energética brasileira. Então, tecnologias que envolvem o desenvolvimento e aplicação de técnicas capazes de aumentar a rentabilidade de campos de óleo são importantes e requerem estudos mais completos.

O mundo atual funciona com base no petróleo que é acumulado em reservatório de rochas, formadas bilhões de anos atrás. A vida do reservatório começou quando a terra era jovem, e continua até hoje. Em milhões de formas é o centro de desenvolvimento da ciência, tecnologia e do trabalho, pois é à base de nosso suprimento energético na atualidade, logo precisa ser explorado com cuidados, já que é um recurso finito.

### **2.2.2. Óleo pesado**

Os óleos pesados são bastante viscosos e têm elevada quantidade de carbono em relação ao hidrogênio, em geral com mais de 15 átomos de carbono por molécula. Também

têm como característica índice elevados de aromáticos, parafina, asfalto, enxofre, nitrogênio e metais pesados. Além disso, os óleos pesados têm um ponto de ebulição bem maior que os óleos leves (Obregón, citado por Mothé e Sousa Jr., 2007).

De acordo com alguns parâmetros, tais como grau API e viscosidade, o petróleo cru pode ser classificado como: leve, médio, pesado e ultrapesado.

O óleo pesado pode ser facilmente definido como sendo um tipo de óleo cru de alta viscosidade, baixo grau API e que não flui facilmente. A U.S. Geological Survey (USGS) define óleo pesado como sendo um tipo de óleo cru caracterizado por uma natureza asfáltica, densa, de natureza viscosa (similar ao melão) e por um elevado índice de asfalto (moléculas muito grandes que incorporam aproximadamente 90 % de enxofre e metais pesados no óleo). Contêm também impurezas como ceras e resíduo de carbono que deve ser removido antes de ser refinado (Mothé e Sousa Jr., 2007).

O Instituto Americano de Petróleo utiliza o “°API” para classificar o tipo de óleo a partir dos valores padrões do peso específico dos óleos, conforme pode ser observado na Tabela 2.1.

O grau API é determinado como segue:

$$^{\circ}\text{API} = \frac{141,5}{d} - 131,5 \quad (2.3)$$

onde 141,5 e 131,5 são constantes e d é o valor da densidade relativa do óleo em relação a água a 15 °C.

Tabela 2.1 – °API sugerido por algumas instituições/setores da indústria petrolífera.

Órgão	°API(Grau API)			
	óleo leve	óleo médio	óleo pesado	óleo ultrapesado
Governo de Alberta/Canadá	≥ 34	25 – 34	10 - 25	≤ 10
Departamento de Energia (USA)	≥ 35,1	25 – 35,1	10 - 25	≤ 10
OPEP	≥ 32	26 - 32	10,5 - 26	≤ 10,5
Petrobras (offshore)	≥ 32	19 - 32	14 - 19	≤ 14
Petrobras (onshore)	≥ 32	18 - 32	13 - 18	≤ 13
ANP/Brasil	≥ 31,1	22,3 – 31,1	12 – 22,3	≤ 12

Fonte: Mothé e Sousa Jr. (2007).

Devido às grandes dificuldades para produção, o óleo pesado tem menor cotação no mercado, se comparado a um óleo leve, porque gera menos derivados nobres. Outro fator de desvalorização dos óleos pesados é o elevado teor de substâncias ácidas, onde estes resíduos são constituídos de concentrações elevadas de moléculas orgânicas contendo heteroátomos, por exemplo: enxofre, nitrogênio e metais pesados, principalmente vanádio e níquel. Apresentam altas proporções de asfaltenos tornando-os bastante viscosos, na ordem de 100 a 10.000 vezes a viscosidade da água, o que afeta consideravelmente na produção, tornando-a difícil e cara e, muitas vezes, inviável sua movimentação desde o reservatório até a superfície, nas quais, os asfaltenos, se não forem eliminados, podem causar graves problemas de corrosão nas refinarias.

A extração de óleos pesados e ultrapesados são extremamente complexas e mais cara que a do óleo leve, por isso, em muitos casos, o reservatório é considerado comercialmente inviável. Esse é o grande desafio das companhias no momento: garantirem a viabilidade comercial desses reservatórios. Vários são os campos de petróleo *offshore* (Perfuração/produção de hidrocarbonetos realizada em mar) que produz óleos crus por meio de um sistema permanente, por exemplo, o Captain, no Mar do Norte, a 107 m de profundidade. Quanto mais funda for à exploração, maiores os riscos, os custos e as dificuldades de operação. Se o óleo encontrado for pesado, os desafios são ainda maiores e o valor do produto no mercado atual não compensa (Queiroz, 2006).

Na Figura 2.2 está apresentada uma foto ilustrativa de um óleo pesado, evidenciando bem a elevada viscosidade deste fluido.



Figura 2.2 – Foto ilustrativa de um óleo pesado. Fonte: Alboudwarej et al. (2006).

De acordo com Alboudwarej et al. (2006), a maioria das fontes de petróleo no mundo é de óleos pesados, conforme pode ser constatado na Figura 2.3.



Figura 2.3 – Reserva total de óleo no mundo. Fonte: Alboudwarej et al. (2006).

A crescente demanda por mais óleo e o declínio na produção dos reservatórios de óleos convencionais levaram as indústrias a focarem sua atenção na exploração de óleos pesados. Todavia, estes óleos têm a característica de serem mais viscosos do que os convencionais, o que afeta a produção e recuperação dos mesmos em reservatórios petrolíferos. Para se ter uma idéia compare a viscosidade da água (1 cP ou 0,001 Pa.s) e a do óleo convencional (10 cP ou 0,01 Pa.s) com a do óleo pesado, a qual pode variar de 20 cP (0,02 Pa.s) a mais de 1.000.000 cP (1000 Pa.s) (Alboudwarej et al., 2006).

Mesmo com estas características, existe um grande interesse das empresas de petróleo por este tipo de óleo, mesmo sabendo que ele é menos valioso, mais difícil de produzir e de refinar do que o óleo convencional. Alboudwarej et al. (2006) atribuíram a este interesse dois fatos importantes: o primeiro é que na situação econômica de hoje muitos destes reservatórios de óleos pesados podem ser explorados satisfatoriamente. Segundo, as fontes ou reservas de óleos pesados são abundantes. O que leva a concluir que estes óleos terão um papel importante no futuro da indústria de petróleo e muitos países estão se movimentando para aumentar sua produção, revisar suas estimativas e testar novas tecnologias.

A importância de óleos pesados no mercado mundial de petróleo é inegável e tem aumentado rapidamente. As reservas de óleos pesados no mundo são estimadas em três trilhões de barris, enquanto que as reservas de óleos leves vêm tendo um esgotamento progressivo nas últimas décadas. Isto vem levando a um grande interesse econômico nas

reservas de óleos pesados e em pesquisas capazes de tornar a sua produção economicamente viável.

No desenvolvimento de campos de petróleo, o objetivo principal é o aumento na produtividade econômica do poço. No caso de óleo pesado, estes objetivos vêm sendo dificultados, onde há uma necessidade de soluções tecnológicas. Algumas tecnologias vêm sendo desenvolvidas, entre elas, métodos que consistem na adição de calor (métodos térmicos) e adição de diluentes ou soluções aquosas (produção fria).

Em linhas gerais, os maiores desafios da indústria do petróleo no Brasil são tornar tecnicamente e economicamente possível a produção de um óleo encontrado em profundidades cada vez maiores – até três mil metros – e com baixíssimo grau API (pesado e ultraviscoso). Outro desafio é encontrar as melhores estratégias que viabilizem a produção de óleo pesado. Os especialistas da Petrobras concluíram que a produção de óleo com estas características é mais eficiente quando são abertos poços horizontais de longa extensão (Pinto, citado por Mothé e Sousa Jr. 2007).

Os maiores problemas na produção de óleos pesados são:

- Alta densidade do fluido, que aumenta o seu peso hidrostático.
- Sua alta viscosidade, que tornam o fluxo muito difícil. Isto resulta em altas pressões e potências requeridas para o seu escoamento, sobrecarregando e conseqüentemente danificando os equipamentos, aumentando os custos da produção.
- Presença de não hidrocarbonetos: vanádio, níquel, enxofre, que dificultam o tratamento e conduzem a problemas de erosão em todos os estágios de produção.
- Em ambiente offshore, estas dificuldades ficam maiores devido às condições adversas presentes durante a produção e o transporte no do fundo do mar.

### **2.3 Reservatórios de petróleo**

Um reservatório petrolífero pode ser definido como uma rocha composta de partículas interligadas por um ou mais materiais denominados de cimento e matriz. Como o cimento e a matriz não ocupam todo o espaço existente entre as partículas, restam

espaços vazios chamados de poros, conferindo-lhe a característica de permeabilidade (Thomas, 2001). Segundo Allen et al. (1988), reservatório de petróleo é um meio poroso, cujos poros contêm alguns componentes de hidrocarbonetos, usualmente designado por um termo genérico chamado óleo. Componentes estes formados por uma complexa mistura de rocha porosa, água salgada e fluidos de hidrocarbonetos, usualmente residindo em profundidades que não permitem medidas e caracterização com facilidade. Um reservatório típico se caracteriza como uma rocha subterrânea, frequentemente sedimentada em que existem espaços interconectados ocupando acima de 30% do volume médio, onde eventualmente o petróleo é acumulado. De acordo com Thomas (2001), o petróleo, após ser gerado e ter migrado, eventualmente acumula-se em uma rocha que é chamada de reservatório (Figura 2.4).

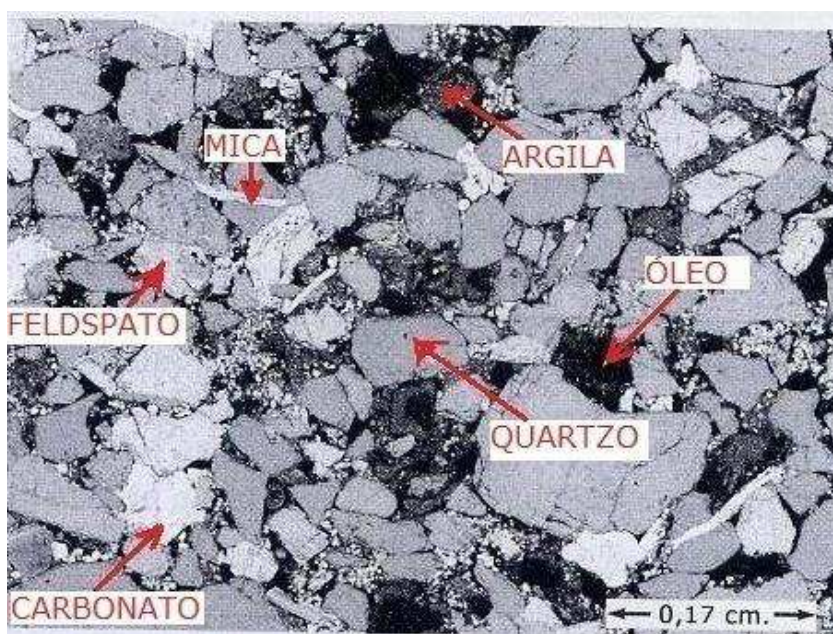


Figura 2.4 – Rocha reservatório contendo óleo. Fonte: Thomas (2001).

Os reservatórios petrolíferos são frequentemente heterogêneos, ou seja, com propriedades que são modificadas ao longo de sua extensão e no tempo. Os maiores campos heterogêneos de óleos são os chamados campos de óleos fraturados, os quais consistem em blocos de meios porosos, separados por uma rede de fraturas, constituído de arenitos, calcarenitos e as demais rochas sedimentares, essencialmente dotadas de porosidade intergranular permeável. Nesse tipo de reservatório, a compressibilidade, a porosidade e a saturação são semelhantes, enquanto que a permeabilidade pode variar



significativamente. São essas propriedades que determinam as quantidades dos fluidos existentes no meio poroso, a sua distribuição na rocha reservatório, a sua capacidade de escoamento e as quantidades a serem extraídas (Barbosa, 2006; Barbosa e Farias Neto, 2007). A estrutura dos espaços vazios pode ser muito fina e tortuosa, e como consequência, os fluidos residentes escoam com baixíssima velocidade, tipicamente menos que 1m/dia. Além disso, devido à heterogeneidade do reservatório de petróleo, as propriedades das rochas tal como a permeabilidade podem variar de um lugar para outro.

A produção de óleo em um reservatório, geralmente, inicia-se com a chamada energia primária, que é determinada pelo volume e pela natureza dos fluidos existente na acumulação, pela composição da mistura de hidrocarbonetos e, também, pela pressão e temperatura em que se encontra o reservatório nas condições iniciais de produção e de superfície. As condições em que essas fases existem são uma questão de considerável importância prática. Este primeiro estágio é conhecido como recuperação primária e, apenas uma pequena porcentagem do total de óleo é produzida. Para recuperar parte do óleo restante, utilizam-se operações que conduzem ao aumento da eficiência de recuperação e aceleração da produção que são chamadas de recuperação secundária e recuperação terciária (outra etapa ainda mais avançada) (Thomas, 2001; Rosa et al., 2001; Ahmed, 2001).

Vários métodos têm sido desenvolvidos e estudados visando aumentar a capacidade de recuperação de óleos na fase terciária. Estes métodos de recuperação podem ser divididos em três categorias: Métodos Miscíveis, Métodos Químicos e Métodos Térmicos. O método a ser usado dependerá das características do reservatório, da rocha e do fluido, como também nas interações de fluido-rocha e até mesmo no retorno monetário devido o investimento. Além disso, segundo Barillas et al. (2008), antes de qualquer implementação de metodologia, é necessário escolher um projeto meticuloso, incluindo simulações numéricas e análise econômica do processo. Por outro lado, o estudo de reservatórios de petróleo utilizando experimentos de laboratório é uma tarefa complexa. A reprodução confiável de todos os fluidos e das condições da rocha (temperatura, pressão, geometria, composição) na superfície é quase impossível, ou economicamente difícil. Nesse sentido, a engenharia de reservatório de petróleo engloba os processos de caracterização de reservatórios, modelagem matemática dos processos físicos envolvidos no fluxo de fluido do reservatório e, finalmente, a previsão numérica de um dado cenário de fluxo de fluido.

O problema básico associado com a recuperação de petróleo envolve a injeção de fluido, ou combinações de fluidos e/ou produtos químicos no reservatório através de poços de injeção para forçar tanto petróleo quanto possível no sentido de poços de produção. A previsão precisa do desempenho de um determinado reservatório, sob uma estratégia de recuperação especial, é essencial para uma estimativa da economia e, conseqüentemente, do risco de um projeto de recuperação de petróleo. Por conseguinte, uma grande quantidade de investigação, e dinheiro, é dirigida para os processos acima, e são reportadas na literatura (Wason et al., 1990; Dicks, 1993; Marcondes, 1996; Tamim et al., 2000; Granet et al. 2001 ; Khuzhayorov e Burnashev, 2001; Fanchi, 2001; Ferronato et al., 2004; Giting, 2004; Gharbi, 2004; Subbey et al., 2004; Hui e Durlafsky, 2005; Mago, 2006; Matus, 2006; Di Donato et al., 2006; Lu e Connell, 2007; Escobar et al., 2007; Zhang et al. 2007; Fetel e Caumon, 2008).

Di Donato et al. (2006) fizeram uma análise teórica (analítica e numérica) de recuperação de óleo através de drenagem por gravidade. De acordo com os autores, quando o gás entra em contato com o petróleo saturado na estrutura da rocha, o mesmo é drenado em declive espontâneo sob a influência de forças da gravidade e capilares. Nesse trabalho, uma análise analítica e numérica unidimensional do problema é realizada e as expressões analíticas para recuperação de petróleo como uma função do tempo, foram propostas e aplicadas para diferentes valores da relação adimensional entre forças de gravidade e capilares.

O estudo de reservatório de petróleo utilizando experimentos em laboratório é uma tarefa complexa, já que a reprodução confiável de todas as condições da rocha e do líquido (temperatura, pressão, geometria e composição) é quase impossível ou economicamente inviável. Nesse sentido, a engenharia de reservatório de petróleo engloba os processos de caracterização do reservatório, de modelagem matemática dos processos físicos envolvidos no fluxo de fluido do reservatório e, finalmente a previsão numérica do fluxo de fluido de uma dada estrutura (Coutinho et al., 2008).

Escobar et al. (2007) apresentam uma metodologia nova, fácil e prática para a determinação da pressão média em ambos os reservatórios homogêneo e naturalmente fraturado a partir de testes de taxa múltipla conduzidos em poços de petróleo verticais localizados dentro de uma estreita região de drenagem. Os autores reportam que a pressão

média do reservatório obtido com a metodologia proposta concorda muito bem com aquela estimada pelas técnicas convencionais ou das simulações.

Fetel e Caumon (2008) desenvolveram um novo método de superfície de resposta para caracterizar o fluxo e a sua incerteza em reservatórios de hidrocarbonetos, ou seja, uma nova aproximação de superfície de resposta combinando simulações de fluxo rápido convencional com as alternativas para superar este problema de amostragem. Dois algoritmos de interpolação possíveis foram investigados: o algoritmo de interpolação suave discreta e o método “kriging” (método de regressão usado em geoestatística para aproximar ou interpolar dado) com impulso externo. Ambos têm demonstrado a sua capacidade de integrar dados de forma eficiente primária e secundária. Dos resultados, os autores mostraram que: (a) a abordagem proposta gera uma superfície de resposta mais precisa do que as técnicas convencionais e (b) o método do custo do tempo é claramente acessível, comparada com o ganho na precisão o que leva a uma melhor avaliação da incerteza na resposta do fluxo do reservatório.

Subbey et al. (2004) apresentaram uma nova aproximação para gerar previsões de desempenho em reservatórios e quantificar a incerteza na previsão de desempenho do modelo utilizando o algoritmo “Neighbourhood Approximation”. A aproximação é capaz de incorporar os dados e erros de modelo para quantificar o grau de ajuste do modelo aos dados observados, e na definição do modelo probabilístico. Os autores usaram para quantificar a incerteza nas previsões do modelo, o algoritmo “Neighbourhood Approximation” empregando uma estrutura “Bayesian” e, relataram que a verdadeira solução está dentro dos limites de incerteza previstos pelo algoritmo.

Ferronato et al. (2004) analisaram o comportamento de um sistema reservatório mais transmissão hidráulica, com o auxílio da simulação avançada. No trabalho dos autores, a hidrodinâmica da transmissão hidráulica é simulada por fluxos de elementos finitos com parâmetros calibrados de forma a satisfazer a equação de balanço do material. Eles sugerem a necessidade de conhecimento aprofundado da configuração geológica do reservatório para simular com precisão a hidrodinâmica da transmissão hidráulica, no sentido de prever a quantidade esperada de água/gás retirada.

Lu e Connell (2007) reportam um estudo sobre uma nova função de transferência para o processo do transporte do gás de várias espécies no reservatório. Comparando com o modelo de Warren e Root, duas melhorias foram feitas nesta nova representação: uma é

que foi desenvolvido a partir de lei de Fick e, portanto, o efeito da difusividade mútua entre as espécies de gás está incluído; e a outra melhoria é que foi formulada a partir de uma solução exata para a difusão dentro dos blocos da matriz, onde as condições de contorno sobre os blocos de matriz são corretamente representada. No entanto, o modelo atual é limitado à situação em que o transporte de gás dentro de blocos de matriz pode ser assumido como um processo linear. A informação sobre estes fenômenos é limitada e uma nova investigação adicional é aconselhada.

Recuperação de petróleo em reservatórios fraturados tem um papel importante na engenharia petrolífera. Granet et al. (2001) desenvolveram uma nova metodologia na descrição da modelagem do fluxo em reservatórios fraturados, denominada de “a metodologia do elemento de fissura” que é um esquema de discretização baseado na aplicação de uma malha específica ao meio fraturado e de formas geométricas complexas geradas pelo software comercial de caracterização da fissura. Esse código descreve com precisão os fenômenos que ocorrem dentro da fissura e dos blocos da matriz, do mecanismo de produção, como também executa cálculos precisos da permeabilidade equivalente da fissura.

Zhang et al. (2007) desenvolveram uma estrutura que distribui várias simulações de reservatório em um grupo de CPUs para o rápido e eficiente estudo de otimização do processo. As incertezas consideradas estão na estrutura da falha, na porosidade e permeabilidade, na PVT, e nas permeabilidades relativas. Este estudo de caso mostra que DOE “design of experiment” pode reduzir a área da busca para o problema da localização do poço. Subsequentemente, a abordagem ESS “exhaustive simulation study” pode ser aplicada sobre a área reduzida, a fim encontrar a posição mais provável que produz a maior recuperação de hidrocarbonetos.

Na questão da transmissibilidade em reservatório de petróleo, Cordazzo et al. (2004) compara os resultados obtidos pelo método de elemento finito baseado em volume de controle (CVFEM) apresentado na literatura sob a forma de simulação de reservatório chamada de CVFEM-S, que se assemelha ao tradicional CVFEM usado em mecânica dos fluidos e transferência de calor chamada de CVFEM-M. Os autores mostraram que em casos práticos envolvendo a transmissibilidade negativa, os resultados do CVFEM-M são fisicamente coerentes, enquanto a CVFEM-S apresenta saturações negativas, dependendo da avaliação do sistema de mobilidade. Cordazzo et al. (2004) concluiu que os

pressupostos do CVFEM-S a partir de uma formulação monofásica acabam em um esquema que tem sérias limitações para uso prático.

Um modelo de fluxo integrado foi estudado por Fanchi (2001). O autor desenvolveu um simulador de fluxo tradicional com um algoritmo petrofísico, onde este algoritmo calcula os atributos sísmicos em um processo de modelagem para frente que está intimamente ligado à saída do simulador de fluxo tradicional. O modelo pode ser usado para estimar as velocidades sísmicas, taxa de Poisson, módulo de Young, e compactação uniaxial, como também prever qual o atributo ou combinação dos atributos geofísicos do reservatório que irá produzir uma ótima resposta sísmica em diferentes pontos ao longo da vida do reservatório. Além do mais, pode ser usado para facilitar a interpretação dos dados sísmicos e a integração do desenvolvimento da informação geofísica no processo de gestão do reservatório.

A Engenharia Financeira e os desenvolvimentos das técnicas agregadas ao envolvimento do capital são de grande importância na viabilidade de extração de petróleo em reservatórios. Diante disto, Saito et al. (2001) apresentam, executam, avaliam e comparam as análises do impacto econômico de produção utilizando diferentes técnicas sobre a avaliação das reservas de petróleo. As seguintes metodologias foram utilizadas: (i) a abordagem da opção real, e (ii) o método do fluxo de caixa descontado (DCF). Para os autores, o mais importante foi atingir um alto nível de conhecimento acerca das condições de produção de modo que as decisões de fatores importantes a esse processo (como a localização de poços produtores e injetores, nível de produção, etc.) fossem otimizadas.

## **2.4 Métodos de recuperação**

### **2.4.1 Características gerais**

O desenvolvimento da tecnologia tem evoluído e tem sido uma preocupação constante de todos os setores da indústria de petróleo, a aplicação deste avanço tecnológico no sentido tanto de aumentar a recuperação dos campos já em produção, como também na recuperação de novos reservatórios ou na recuperação de poços desativados. Daí a

necessidade de desenvolver técnicas que modifica as características do meio, como permeabilidade relativa e viscosidade das fases. Portanto, diversas técnicas de recuperação de petróleo têm sido usadas eficazmente, sendo que os projetos de recuperação estão sendo aplicadas na maioria nos países produtores de petróleo.

A natureza dos fluidos contidas no reservatório de petróleo depende fortemente da etapa de recuperação do óleo. Para Chen et al. (2006), na etapa primária, o reservatório contém um único fluido que pode ser gás ou óleo (a presença de água normalmente pode ser negligenciada). Tais reservatórios podem ser encontrados entre aqueles que estão num estágio inicial de produção; frequentemente a pressão nesta etapa é tão alta que o gás ou óleo é produzido através de descompressão natural simples sem qualquer esforço, bombeando naturalmente em direção aos poços. Esta fase é chamada de recuperação primária, e termina quando a pressão do reservatório atinge uma pressão de equilíbrio com a da superfície (Allen et al., 1988). Neste momento, a produção natural de óleo ou gás é interrompida ainda que só uma pequena porcentagem do total do óleo ou gás tenha sido produzida, deixando normalmente em torno de 70%–85% de hidrocarboneto no reservatório (Chen et al., 2006).

Para recuperar parte do óleo restante, uma possibilidade é causar uma queda de pressão no poço produtor de tal forma que o óleo se desloque para este poço. Isto pode levar a três situações: a primeira delas, é que a pressão em torno do poço cairá abaixo da pressão de bolha do óleo e, nesse caso, a produção de gás será predominante, e os componentes mais pesados continuarão armazenados no reservatório; a segunda, é que a diminuição da pressão da fase fluida poderá conduzir a rocha ao colapso, resultando em um reservatório com baixa permeabilidade e, portanto, com mais dificuldade para produzir. E por último, pode ainda ocorrer o fenômeno de acomodação das rochas, o qual poderia ser sentido na superfície da terra. Por estes motivos, os engenheiros de petróleo usam métodos alternativos denominados de recuperação secundária (Chavent e Jaffré, 1986).

Geralmente, quando um reservatório começa a operar, a pressão abaixo da superfície da terra é bastante alta para dirigir o fluxo de fluidos até os poços. Com o passar do tempo, as pressões ficarão iguais em todas as posições dentro dos poros da rocha, e algum óleo recuperável mantêm-se dentro do reservatório, incapaz de fluir. Um mecanismo artificial faz-se necessário para restabelecer o gradiente de pressão (processo denominado recuperação secundária). Até mesmo quando a produção de óleo de um

reservatório começar a diminuir, o engenheiro de campo pode decidir aumentar o fluxo injetando água no reservatório. A água entra através de poços de injeção e alguns fluidos movimentam-se na rocha para os poços produtores no mesmo reservatório, onde são produzidos os fluidos (óleo, água e gás). É normal usar vários poços de injeções cercado cada poço produtor. Este método é denominado injeção de água. O método de injeção de água é o menos caro e amplamente usado na recuperação secundária (Coutinho et al., 2003). Na recuperação secundária os poços são divididos em dois conjuntos: poços de injeção e produção (Rosa et al., 2001). Os poços de injeção são usados para injetar um fluido, usualmente água, dentro do meio poroso, para deslocar o óleo na direção dos poços de produção, a Figura 2.5 ilustra o procedimento. Durante este processo, a pressão no interior do reservatório é mantida acima do nível inicial, de tal forma a evitar o colapso ou acomodação, como mencionado anteriormente.

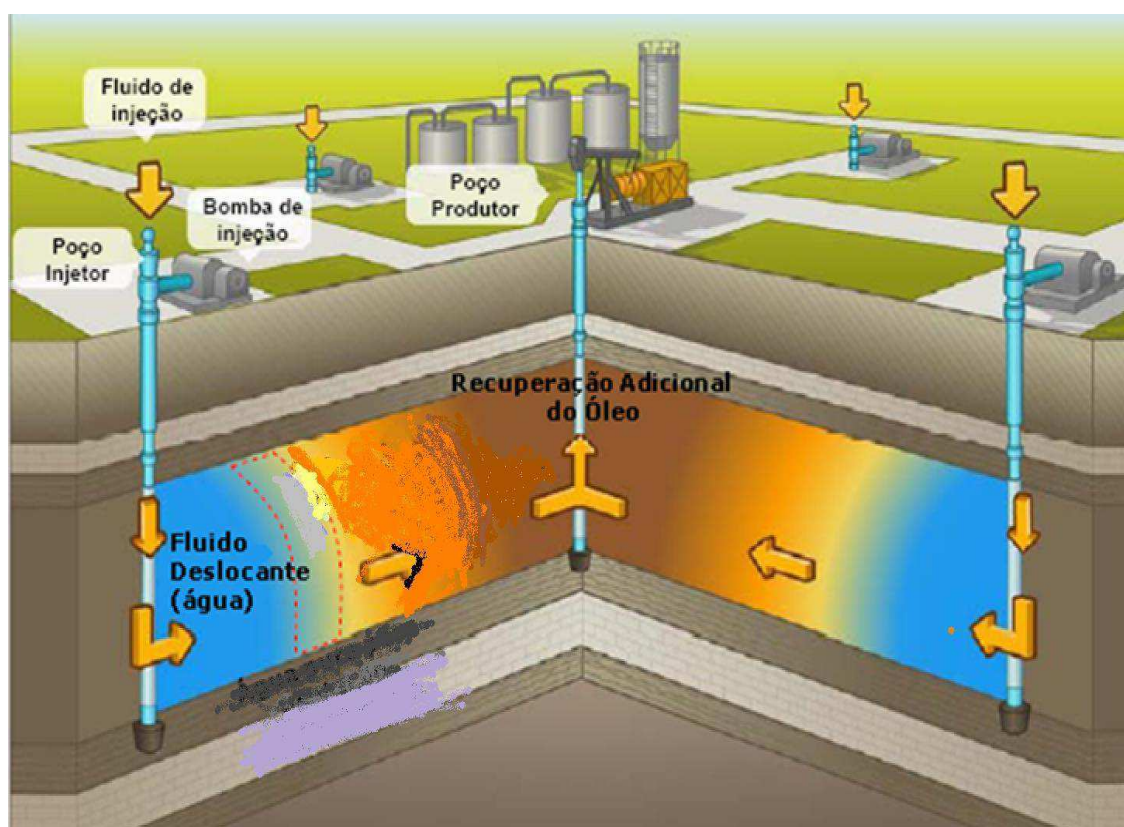


Figura 2.5 – Ilustração da injeção de água e produção do óleo. Fonte: Montalvo (2008).

Para o processo de recuperação secundária, dois casos devem ser considerados: (i) quando a pressão é mantida acima da pressão de bolha do óleo e (ii) quando a pressão cai, em alguns pontos do reservatório, abaixo da pressão de bolha do óleo. No primeiro caso, o

fluido consiste de duas fases imiscíveis (água e óleo) sem transferência de massa entre elas, e no segundo caso, o óleo pode separar-se em uma fase líquida e uma fase gasosa em equilíbrio termodinâmico. Esse comportamento do reservatório pode ser descrito pelo modelo “*Black-oil*” (Chavent e Jaffré, 1986; Smoller, 1994; Santos, 1998).

Mesmo utilizando a injeção de fluidos, o fator médio de recuperação de petróleo é muito baixo, o que serve de motivação para o desenvolvimento de novas tecnologias na área de engenharia de reservatório, no sentido de aumentar a eficiência dos processos de recuperação e conseqüentemente da produção de reservas de óleo e gás. Estudos desenvolvidos pela “BVEP” (2000) mostram que muito dos problemas que afetam a recuperação nos reservatórios de petróleo, está diretamente ligados à imiscibilidade e à diferença de viscosidade entre os fluidos. O fato de o óleo ser mais viscoso que a da água faz com que, no escoamento simultâneo destes dois fluidos através do meio poroso, a água tenda a se deslocar numa velocidade mais elevada em relação à do óleo em direção aos poços produtores. Como conseqüência, dependendo da diferença de viscosidade entre os dois fluidos, não é raro ocorrer à interrupção prematura e crescente da água nos poços produtores, comprometendo a vazão de óleo produzido e com ela o chamado fator de recuperação.

Para aumentar o fator de recuperação, a indústria de petróleo faz uso de outras técnicas conhecidas como recuperação terciária ou avançada. Uma das principais metas destas técnicas é atingir a miscibilidade dos fluidos e, com isto, diminuir a saturação do óleo que permaneceu no reservatório após a injeção de água. Esta miscibilidade pode ser obtida pelo aumento da temperatura (técnicas de combustão *in situ* e injeção de vapor, que provocam aumento na mobilidade do fluido) ou pela introdução de outros componentes, como por exemplo, alguns polímeros, que reduzirão a viscosidade do óleo. De forma análoga, a miscibilidade das fases gasosa e líquida é obtida quando do uso de polímeros de médio peso molecular em escoamento do tipo “*Black-oil*” (Chavent e Jaffré, 1986).

Esses métodos apareceram da necessidade de aumentar a vida produtora de um reservatório, aumentando a rentabilidade do processo. Para Barillas et al. (2008), a recuperação terciária é usada mais frequentemente quando o método de recuperação convencional for menos lucrativo. Esses processos envolvem um agente externo que pode ajudar a reduzir a viscosidade do óleo, melhora os canais porosos, reduz a tensão interfacial entre os fluidos, ou aumenta a mobilidade do óleo que será produzido.



Uma situação típica para a recuperação terciária é o escoamento parcialmente miscível ou composicional. O número de fases e a composição de cada fase, em termos dos componentes dados, dependem das condições termodinâmicas (temperatura e pressão) e da concentração de cada componente. Numa situação prática, nunca serão encontrados escoamentos completamente miscíveis, como por exemplo, no caso da água doce e água salgada. De qualquer modo, este tipo de fluxo compartilha algumas similaridades com os escoamentos parcialmente miscíveis e, conseqüentemente, são úteis para o efeito do desenvolvimento de métodos numéricos (Peaceman, 1977; Allen et al., 1988).

Para Lyons e Plisga (2005), as técnicas de recuperação avançada de óleo (EOR), mais comuns que estão sendo investigadas incluem: *Recuperação química de óleo ou inundação química*, que se dá através da injeção ampliada de polímero, inundação alcalina ou cáustica, inundação de surfactante e inundação de polímeros/micelar (micro emulsão); *Injeção de hidrocarboneto ou gás*, através de solvente miscível (GPL ou propano), transporte de gás enriquecido, transporte de gás a alta pressão, inundação de dióxido de carbono, gás de chaminé e gás inerte (nitrogênio); *Recuperação térmica*, através da injeção de vapor e combustão “in-situ”.

Segundo Barillas et al. (2008), os métodos de recuperação avançada de óleo surgiram da necessidade de aumentar a vida produtora de um reservatório, aumentando a rentabilidade do processo. Esses processos envolvem agentes externos e podem ser divididos em três categorias: *métodos miscíveis (injeção de CO<sub>2</sub>)*, *métodos químicos (injeção de surfactantes, injeção de polímeros)* ou *métodos térmicos (injeção a vapor ou combustão in-situ)*, e devem ser usados dependendo das características do reservatório, da rocha e do fluido, como também das interações fluido-rocha e até mesmo do retorno monetário.

Bannwart e Trevisan (2006) veem a recuperação de uma forma geral como atividade que busca remover a maior fração possível do volume de óleo contido na rocha-reservatório, deslocando-o através do meio poroso rumo aos poço produtores. Para eles as maiores dificuldades se referem à alta viscosidade do óleo pesado (de 10 a 100 cP nas condições do reservatório), bem como à questão da molhabilidade da rocha pelo óleo.

A Figura 2.6 ilustra alguns métodos e tecnologias utilizadas na exploração e produção de óleos pesados, sendo que a descrição dos poços e a elevação artificial, não é foco deste trabalho e as informações no organograma são para ser fidedigna a fonte.

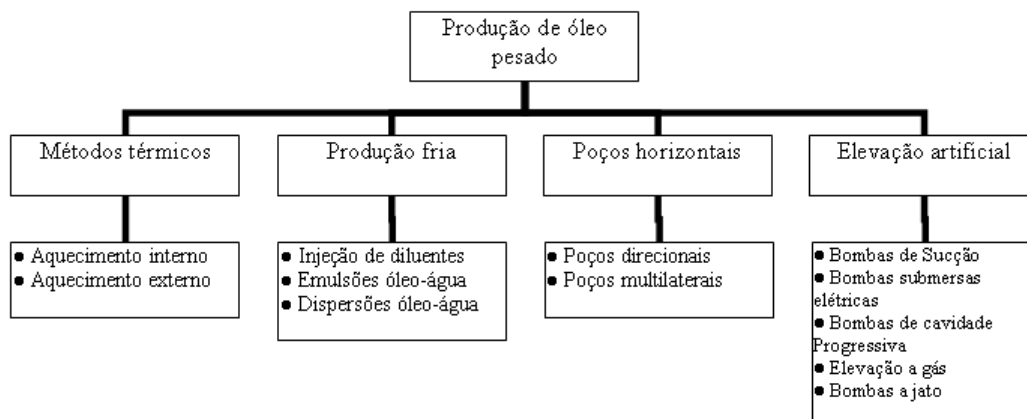


Figura 2.6 – Tecnologias de recuperação terciária utilizadas na produção de óleos pesados.

Fonte: Prada e Bannwart (1999).

Devido a várias situações que ocorrem nos reservatórios, deve-se definir qual método deverá ser usado para melhorar a recuperação de óleo. Normalmente, são adotados esquemas que envolvem a integração de métodos. Estes são selecionados de acordo com as características e condições dos fluidos e do reservatório. Esquemas atuais para a produção de óleos pesados são baseados na redução da viscosidade do óleo dentro do reservatório e no poço, e quase sempre são associados com um sistema artificial de elevação.

#### 2.4.2 Produção a frio (Método químico)

A produção fria recorre aos métodos que melhoram as características do fluido sem a adição de calor. Esta tecnologia inclui a injeção de diluentes e a geração de emulsões ou dispersões de óleo em água. No primeiro, um diluente é injetado para criar uma mistura com o óleo que tem características melhores que o óleo original. Este diluente pode ser um hidrocarboneto leve ou óleo cru com alto °API. A mistura é feita, fazendo com que haja uma redução na densidade e na viscosidade do óleo, facilitando o seu fluxo até a superfície. Na maioria dos casos, esta técnica é associada com algum método de elevação artificial para melhorar o seu desempenho. A desvantagem principal desta técnica é a grande quantidade de diluente exigida, aumentando, assim, o seu custo de produção. Além

disso, a mistura produzida por este método altera as características originais do óleo, limitando a sua aplicação industrial.

As forças que retêm o óleo no reservatório são as tensões interfaciais entre as diferentes fases de óleo, água e gás que fluem no meio poroso e a viscosidade do óleo cru (Littmann, 1988). A tensão interfacial pode ser alterada por injeção de agentes ativos da superfície (surfactantes) ou por injeção de um gás que seja miscível com o óleo cru (injeção miscível de CO<sub>2</sub> em altas pressões). A viscosidade do óleo pode ser reduzida, ou a viscosidade da fase do polímero injetado pode ser aproximada à viscosidade do óleo cru, quando adicionado um polímero solúvel em água ao fluxo de água. Este método da recuperação do óleo é chamado injeção de polímero.

Injeção de água em reservatórios de petróleo com polímeros solúveis em água podem ser considerados como o método terciário mais econômico de recuperação do óleo, embora por definição a inundação por polímero não aumente a eficiência de varredura microscópica da rocha do reservatório; o volume restante de óleo no meio poroso é considerado o mesmo depois da injeção de polímero como também após uma injeção da água (Littmann, 1988). Assim, as leis físicas derivadas para a injeção da água podem ser aplicadas à injeção de soluções do polímero. O fluxo bifásico da solução do óleo cru e do polímero pode ser descrito usando o conceito da permeabilidade relativa. Para prever o deslocamento do óleo por uma solução do polímero a equação de fluxo fracionário de Buckley e Leverett pode ser usada (Littmann, 1988).

A emulsão gerada de óleo-água é outra técnica capaz de reduzir a viscosidade. Isto é realizado pela injeção de uma solução de água e surfactantes. Os surfactantes são produtos químicos que reduzem a tensão interfacial óleo/água, facilitando a formação de uma emulsão de óleo em água. Esta técnica é utilizada por ser bastante eficiente. Porém, requer uma separação adicional e um sistema de tratamento para deixar o óleo nas condições de venda e o reuso da solução aquosa que contém o surfactante (Littmann, 1988). Outros problemas para serem resolvidos são:

- A formação de uma emulsão estável dentro do poço requer o uso de dispositivos especiais para facilitar a mistura da solução aquosa com os fluidos do reservatório;
- A possível ocorrência de inversão da emulsão de óleo em água em uma emulsão de água em óleo, deteriorando as propriedades do fluido produzido;

- A produção de espuma durante a fase de separação do gás, tornando necessário o uso de agentes antiespumantes.

Antes de tomar qualquer decisão, alguns critérios são importantes e, é evidente que alguma atenção deve ser dada, cujo procedimento de seleção depende especificamente do reservatório. Para Littmann (1988), será necessário levar em consideração:

- A geometria do reservatório;
- A rocha do reservatório;
- A profundidade e temperatura do reservatório;
- As propriedades do óleo a ser recuperado;
- A salmoura que satura os poros do reservatório;
- Seleção do polímero.

Para Lyons e Plisga (2005), o método químico de recuperação de óleo é um método que envolve misturas de substâncias químicas de polímeros, surfactante/polímero e diluição alcalina em água ou às vezes em outras substâncias antes da injeção. Conseqüentemente, o método químico é usado para óleos que são mais viscosos que esses recuperados por métodos de injeção de gás, mas menos viscoso que esses recuperados por métodos térmicos. Já a permeabilidade em condições de reservatório precisa ser mais alta que para os métodos de injeção de gás, mas não tão alto quanto para métodos térmicos.

Lyons e Plisga (2005) tem também enfatizado a utilização de injeção de gás, não só por se tratar de um dos métodos mais antigos utilizados por engenheiros para melhorar a recuperação, e seu uso têm aumentado recentemente, embora a maioria da nova expansão tenha sido proveniente de gases não hidrocarbonetos, como nitrogênio, CO<sub>2</sub> e gás de combustão. A inundação de hidrocarbonetos miscíveis consiste em injetar hidrocarbonetos leves para formar uma inundação miscível através do reservatório. São usados três métodos diferentes: a) um método usa aproximadamente 5% do volume poroso (VP) de gás liquefeito de petróleo (GPL) tal como propano, seguido pelo gás natural ou gás e água; b) um segundo método, chamado de movimento enriquecido de gás (condensado), que consiste em injetar uma porção de 10%-20% VP do gás natural que é enriquecido com etano através do hexano (C<sub>2</sub>-C<sub>6</sub>), seguido pelo gás pobre (metano) e possivelmente a água, e c) o terceiro método, chamado de movimentação de gás à alta pressão (vaporização), que consiste em injetar gás à alta pressão para vaporizar C<sub>2</sub>-C<sub>6</sub> componentes do óleo cru que

está sendo deslocado. Já a inundação de nitrogênio e gás de cano de chaminé são métodos de recuperação de óleo que usam estes gases (não hidrocarbonetos) baratos para deslocar óleo em sistemas que podem ser miscível ou imiscível dependendo da pressão e da composição do óleo. Devido ao baixo custo, estes gases podem ser injetados em grandes quantidades.

Destes métodos, Lyons e Plisga (2005) também tem destacado as vantagens e desvantagens na utilização da recuperação de óleos pesados, as quais serão apresentadas a seguir:

#### **2.4.2.1 Injeção de hidrocarboneto miscível**

Consiste na injeção de hidrocarbonetos leves através do reservatório para formar uma inundação miscível no petróleo bruto a ser deslocado.

I - Quanto ao mecanismo:

a) Em relação à recuperação:

- Geração de miscibilidade (na condensação e vaporização da unidade de gás);
- Aumento do volume de óleo (inchaço);
- Diminuição da viscosidade do óleo.

b) Em relação às propriedades do petróleo:

- Gravidade: Maior que 35 °API;
- Viscosidade: Menor que 10 cP;
- Composição: Alta percentagem de hidrocarbonetos leves (C<sub>2</sub> - C<sub>7</sub>).

c) Em relação às características do reservatório:

- Saturação do petróleo: Maior que 30% VP;
- Tipo de formação: Arenito ou carbonato com um mínimo de fraturas e estrias de alta permeabilidade;
- Espessura líquida: Relativamente fina exceto quando a formação é de imersão íngreme;
- Permeabilidade média: Não crítica se uniforme;
- Profundidade: Maior que 2000 pés (GPL) para maior 5000 pés (gás de alta pressão) não crítica;

- Temperatura: Não crítica.
- II – Quanto às limitações:
- A profundidade mínima é definida pela pressão necessária para manter a miscibilidade gerada. A pressão necessária varia cerca de 1.200 psi para o processo GPL, de 3000 – 5000 psi para unidade de alta pressão de gás, dependendo do óleo;
  - A formação de imersão íngreme é muito desejável para permitir alguma estabilização da gravidade sobre o deslocamento que normalmente tem uma taxa de mobilidade desfavorável.
- III – Quanto aos problemas:
- A formação de canais preferenciais viscoso, resultando na pobre eficiência de varredura vertical e horizontal;
  - Grandes quantidades de produtos caros são obrigatórias;
  - O solvente pode ser preso e não recuperado.

#### 2.4.2.2 Injeção de gás de combustão e nitrogênio

A injeção de gás de combustão e nitrogênio é utilizada devido ao seu baixo custo, por isto, grandes volumes desses gases podem ser injetados.

I - Quanto ao mecanismo:

a) Em relação à recuperação:

- Vaporização dos componentes mais leves do petróleo e geração de miscibilidade se a pressão é alta o suficiente;
- Fornecimento de uma quantidade de gás, onde uma porção significativa do volume do reservatório é preenchida com gases de baixo custo.

b) Em relação às propriedades do petróleo:

- Gravidade: Maior que 24 °API (maior 35 °API para o nitrogênio);
- Viscosidade: Maior que 10 cP;
- Composição: Alta percentagem de hidrocarbonetos leves (C<sub>1</sub> – C<sub>7</sub>).

c) Em relação às características do reservatório:

- Saturação do petróleo: Maior que 30% VP;
- Tipo de formação: Arenito ou carbonato com poucas fraturas e estrias de alta permeabilidade;

- Espessura líquida: Relativamente fina exceto quando a formação é de imersão;
- Permeabilidade média: Não crítica;
- Profundidade: Maior que 4500 pés;
- Temperatura: Não crítica.

#### II – Quanto às limitações:

- Miscibilidade desenvolvida só pode ser alcançada com óleos leves e em altas pressões, portanto, são necessários reservatórios profundos;
- A formação de imersão íngreme é muito desejável para permitir alguma estabilização da gravidade sobre o deslocamento que normalmente tem uma taxa de mobilidade desfavorável.

#### III – Quanto aos problemas:

- A formação de canais preferenciais viscoso, resultando na pobre eficiência de varredura vertical e horizontal;
- Corrosão pode causar problemas no método de gases de combustão;
- Os gases de hidrocarbonetos não devem ser separados da produção de gás vendável.

### 2.4.2.3 Injeção de dióxido de carbono

Na injeção de dióxido de carbono são injetadas grandes quantidades de CO<sub>2</sub> (15% ou mais do volume poroso dos hidrocarbonetos) no reservatório.

#### I - Quanto ao mecanismo:

##### a) Em relação à recuperação:

- Gera miscibilidade;
- Provoca inchaço do petróleo;
- Redução da viscosidade do óleo;
- Reduz a tensão interfacial entre o óleo e o CO<sub>2</sub> próximas das regiões miscíveis.

##### b) Em relação às propriedades do petróleo:

- Gravidade: Maior que 26 °API (de preferência maior 30 °API);
- Viscosidade: Menor que 15 cP (de preferência menor 10 cP);

- Composição: Alta percentagem de hidrocarbonetos intermediários ( $C_2 - C_{20}$ ).
- c) Em relação às características do reservatório:
- Saturação do petróleo: Maior que 30% VP;
  - Tipo de formação: Arenito ou carbonato com poucas fraturas e estrias de alta permeabilidade;
  - Espessura líquida: Relativamente fina, exceto quando a formação é de imersão;
  - Permeabilidade média: Não crítica se as quantidades suficientes das taxas de injeção podem ser mantidas;
  - Profundidade: Profundidade suficiente para permitir que a pressão seja suficiente alta (maior cerca de 2000 pés), e necessária para uma ótima produção (algumas vezes chamado pressão mínima de miscibilidade), cuja variação vai de 1200 psi para uma densidade elevada (maior de 30 °API) do petróleo bruto em baixas temperaturas até mais 4500 psi do petróleo pesados em mais altas temperaturas;
  - Temperatura: Não crítica, mas a pressão necessária aumenta com a temperatura;
- II – Quanto às limitações:
- Viscosidade muito baixa do  $CO_2$  tem como resultados pobre controle da mobilidade;
  - Disponibilidade de  $CO_2$ .
- III – Quanto aos problemas:
- Provoca corrosão nos poços produtores;
  - Necessidade de separar  $CO_2$  dos hidrocarbonetos vendável;
  - Quantidade alta de  $CO_2$  por barril produzido.

#### 2.4.2.4 Injeção de polímero/surfactante

Consiste em injetar uma porção que contém água, surfactante, eletrólito (sal), geralmente um co-solvente (álcool) e, possivelmente, um hidrocarboneto (óleo). A



quantidade é frequentemente entre 5% e 15% VP para um sistema de alta concentração de surfactante e entre 15% e 50% VP para baixas concentrações.

I - Quanto ao mecanismo:

a) Em relação à recuperação:

- Gera redução da tensão interfacial entre óleo e água;
- Solubilização de petróleo;
- Melhora a emulsificação do óleo e da água;
- Reforço da mobilidade.

b) Em relação às propriedades do petróleo:

- Gravidade: Maior que 25 °API;
- Viscosidade: Menor que 30 cP;
- Composição: Intermediários leves são desejáveis.

c) Em relação às características do reservatório:

- Saturação do petróleo: Maior que 30% VP;
- Tipo de formação: Preferido o Arenito;
- Espessura líquida: Maior que 10 pés;
- Permeabilidade média: Maior que 20 mD;
- Profundidade: Menor que 8000 pés;
- Temperatura: Menor que 175 °F.

II – Quanto às limitações:

- Uma varredura de área de mais de 50% em injeção de água é desejada;
- Formação relativamente homogênea é o preferido;
- Altas quantidades de anídrica, gesso, ou argila são indesejáveis;
- Sistemas disponíveis fornecem comportamento ótimo sobre um conjunto muito restrito de condições;
- Com surfactantes disponíveis comercialmente, formação de água, cloretos deve ser menor 20000 ppm e íons bivalentes ( $\text{Ca}^{++}$  e  $\text{Mg}^{++}$ ) menor 500 ppm.

III – Quanto aos problemas:

- Sistema complexo e custo elevado;
- Possibilidade da separação cromatográfica de produtos químicos;
- Alta adsorção de surfactante;

- Interação entre surfactantes e polímeros;
- Degradação de produtos químicos a alta temperatura.

#### 2.4.2.5 Injeção de Polímero

A injeção de polímero proporciona melhor deslocamento e eficiência na varredura volumétrica durante adição de água.

I - Quanto ao mecanismo:

a) Em relação à recuperação:

- Aumenta a viscosidade da água;
- Diminui a mobilidade da água;
- Contata com um maior volume do reservatório.

b) Em relação às propriedades do petróleo:

- Gravidade: Maior que 25 °API;
- Viscosidade: Menor que 150 cP (de preferência menor 100 cP);
- Composição: Não crítica.

c) Em relação às características do reservatório:

- Saturação do petróleo: Maior que 10% VP de óleo móvel;
- Tipo de formação: Preferível Arenito, mas pode ser usados carbonatos;
- Espessura líquida Não crítica;
- Permeabilidade média: Maior que 10 mD (tão baixo como 3 mD em alguns casos);
- Profundidade: Menor que cerca de 9000 pés;
- Temperatura: Menor que 200 °F para minimizar a degradação.

II – Quanto às limitações:

- Se as viscosidades do petróleo estão altas, uma maior concentração de polímero é necessária para realizar o controle de mobilidade desejada;
- Os resultados são normalmente melhores a injeção de polímero é iniciada antes da relação água-óleo tornar-se excessivamente elevada;
- As argilas aumentam a adsorção de polímeros;

- Algumas heterogeneidades são aceitáveis, mas para a injeção de polímeros convencionais, reservatórios com fraturas extensas devem ser evitadas. Se fraturas são apresentada, as técnicas de polímero reticulado ou gel podem ser aplicáveis.

III – Quanto aos problemas:

- Baixa injetividade com que a água pode afetar adversamente a taxa de produção de petróleo nas fases iniciais da injeção de polímeros;
- Polímeros tipo acrílamide perdem a viscosidade devido à degradação de cisalhamento ou aumento de salinidade e íons bivalentes;
- Polímeros de resina de xantana custam mais e estão sujeitos à degradação microbiana, e têm maior potencial para a obstrução do poço.

#### 2.4.2.6 Injeção Alcalina

Injeções alcalinas ou cáusticas envolvem a injeção de substâncias químicas, tais como o hidróxido de sódio, silicato de sódio ou carbonato de sódio. Estes produtos químicos reagem com ácidos orgânicos em produtos brutos de petróleo para criar surfactantes in situ.

I - Quanto ao mecanismo:

a) Em relação à recuperação:

- Redução da tensão interfacial resultante dos surfactantes produzidos;
- Muda a molhabilidade do óleo para a da água;
- Muda molhabilidade da água para o do óleo;
- Emulsificação e arrastamento de óleo;
- Emulsificação e aprisionamento do petróleo para auxiliar no controle de mobilidade;
- Solubilização de uma película rígida de óleo na interface óleo-água (Nem todos os mecanismos são eficazes nos reservatórios).

b) Em relação às propriedades do petróleo:

- Gravidade: Maior que 13 °API para 35 °API;
- Viscosidade: Menor que 200 cP;
- Composição: Alguns ácidos orgânicos.

c) Em relação às características do reservatório:

- Saturação do petróleo: Acima da injeção de água residual;
- Tipo de formação: Arenitos preferido;
- Espessura líquida: Não crítica;
- Permeabilidade média: Maior que 20 mD;
- Profundidade: Menor que cerca de 9000 pés;
- Temperatura: Menor que 200 °F preferidos.

#### II – Quanto às limitações:

- Os melhores resultados são obtidos quando o material alcalino reage com o óleo bruto: o petróleo deve ter um número de acidez superior a 0,2 mg KOH/g de óleo;
- A tensão interfacial entre a solução alcalina e petróleo deve ser inferior a 0,01 dinas/cm;
- Em altas temperaturas e em alguns ambientes químicos, quantidades excessivas de produtos químicos alcalinos pode ser consumido por reação com argilas, minerais, ou sílica no reservatório de arenito;
- Carbonatos são geralmente evitados, porque contêm muitas vezes anidrita ou gesso, que interagem negativamente com a substância cáustica.

#### III – Quanto aos problemas:

- Escala e conexão nos poços de produção;
- Consumo cáustico elevado.

Khuzhayorov e Burnashev (2001) apresentaram uma modelagem do fluxo de múltipla fase do sistema condensado de óleo e gás, via modelo Black-oil. As equações governantes foram resolvidas via método de diferenças finitas. A metodologia proposta permitiu que as investigações hidrodinâmicas dos processos nos leitos de óleo e gás condensados, a fim de obter as distribuições das saturações fluidas, da pressão e de outros parâmetros hidrodinâmicos em diferentes estados do leito de produção. Este estudo fornece uma comparação dos efeitos dos diferentes métodos de exploração da produção de fluidos no reservatório. A análise física da mudança dos parâmetros hidrodinâmicos tem indicado que o método mais eficaz para recuperação do óleo se dá combinando os métodos de injeção de água sob coluna de água oscilante (OWC) e injeção do gás na zona de gás do reservatório.

As elevadas taxas da mobilidade são encontradas frequentemente nos processos de recuperação avançada de óleo. Neste sentido, Hui e Durlflosky (2005) desenvolveram uma

técnica de abordagem do deslocamento para elevadas taxas de mobilidade. Eles aplicaram uma técnica “upscaling” projetada especificamente para sistemas com alta taxa de mobilidade, em processos de fluxo de duas fases (por exemplo, injeção de água e/ou injeção de gás imiscível) que são movidos através dos poros. A aplicação da metodologia “upscaling” é mostrada para fornecer significativamente modelos grosseiros mais precisos do que aqueles gerados através de procedimentos padrão. A avaliação da precisão dos modelos não aperfeiçoados devido à contribuição de cada componente do processo global é quantificada através dos erros da técnica “upscaling” usando métricas bem definidas. A primeira técnica numérica upscaling próxima do poço foi proposta por Ding (1995).

Um simulador de reservatório baseado no método de diferenças finitas tridimensional, integrado em um sistema especialista de recuperação avançada de óleo (EOR), foi usado por Gharbi (2004), para determinar o desempenho do reservatório, e investigar as estratégias de produção para aperfeiçoar a recuperação de petróleo de um reservatório de carbonato. Feita a triagem e com base nas suas propriedades foi determinado que a injeção de dióxido de carbono miscível é o processo mais adequado para EOR deste reservatório. Estudos têm sido utilizados para investigar o comportamento do reservatório e diversas estratégias de produção, sendo analisada a rentabilidade do projeto e os limites econômicos para diferentes parâmetros do modelo, a fim de otimizar a recuperação de petróleo restante deste reservatório. Com base neste estudo, as seguintes conclusões foram tiradas: (a) a aquisição detalhada dos dados e a modelagem do reservatório melhoraram significativamente a compreensão do desempenho do reservatório; (b) foi sugerido que a injeção de dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) é o processo EOR mais adequado para esse reservatório; (c) áreas identificadas par enchimento de poços de injeção e alvos do óleo para injeção de dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ); (d) para este reservatório, a injeção simultânea alternando água-gás (SWAG) rendeu melhor capacidade do projeto do que injeção alternando água-gás (WAG); (e) as simulações de reservatório mostram que o método mais econômico para produzir este reservatório foi injetar gás no fundo do reservatório com a injeção de água na parte superior. Esta estratégia de injeção melhorou significativamente a eficiência da varredura, minimizou a vida do projeto e, conseqüentemente, resultou em melhor rentabilidade do projeto do que os processos WAG ou SWAG.

### 2.4.3 Métodos térmicos

Talvez nenhum outro assunto domine a indústria petroleira como a recuperação melhorada do petróleo. Numerosas técnicas de recuperação do petróleo são usadas eficazmente, e os projetos de recuperação melhorada estão na maioria dos países produtores de petróleo. Um dos métodos mais significativos envolve a recuperação térmica do petróleo. Para muitos campos petrolíferos, particularmente aqueles onde os petróleos de baixa para média densidade são encontrados ou onde a viscosidade do petróleo é desfavorável para se usar métodos convencionais, combustão “in situ” ou a injeção de vapor são as melhores técnicas para a recuperação final do petróleo (White e Moss, 1983).

Os métodos térmicos ocupam uma posição de destaque entre os métodos de recuperação avançada de petróleo devido à sua grande aplicabilidade em reservatórios de óleos pesados, ou seja, de alta viscosidade. Esses métodos consistem em fornecer calor ao óleo de modo a reduzir as forças viscosas, seja por injeção de um fluido quente, como vapor ou ar aquecido (Manichand et al., 2003).

Tamim et al. (2000) relatam que vários pesquisadores vem desenvolvendo técnicas de simulação numéricas aplicadas ao processo de recuperação térmica, desde o início dos anos 70. Os simuladores térmicos evoluíram e ganharam confiança no processo de tomada de decisão em engenharia de reservatório. Algumas das recentes técnicas de simulação de processos térmicos como refinamento de malhas, orientação de malhas, efeitos da temperatura na permeabilidade relativa, modelos matemáticos, métodos de solução e outros desenvolvimentos, forneceram aos engenheiros de petróleo e de software a confiança para desenvolverem simuladores comerciais.

Nos processos térmicos, podem-se destacar duas categorias: a combustão “in situ”, cujo calor é gerado dentro do reservatório, começando com a combustão do óleo no reservatório, e injeção de fluido superaquecido, por meio do qual o calor é gerado na superfície e transferido para o reservatório por um fluido pelo poço injetor. Será destacada aqui a injeção de fluidos superaquecidos, onde a água é usada como fluido de transferência de calor da superfície para a zona de óleo. Segundo Barillas et al. (2008), a água pode ser injetada como vapor ou ainda no estado líquido a temperaturas muito altas.

### 2.4.3.1 Combustão “in situ”

Nesta técnica, o aquecimento é interno, feito pela combustão "in situ", onde o calor é gerado no local, que é uma das maneiras de gerar calor dentro do reservatório. Na combustão in-situ, o oxigênio é injetado em um reservatório, o óleo bruto no reservatório é inflamado, e parte desse óleo bruto é queimado gerando calor (Prats, 1986). Neste processo, a criação de uma frente de combustão que avança lentamente de um poço injetor para um ou mais poços produtores é requerida. O óleo à frente da combustão é carbonizado, produzindo um depósito de coque. Este depósito constitui o principal combustível do processo. Embora a combustão “in situ” possua mais energia eficiente do que o aquecimento a vapor, os problemas operacionais no campo são mais críticos.

Lyons e Plisga (2005) descrevem a combustão “in-situ” como o começo do fogo no reservatório e a injeção de ar para sustentar a chama, e tem como técnica mais comum a frente de combustão em que o reservatório é inflamado no poço de injeção, e o ar é injetado para propagar a frente de combustão ao longo do poço. As limitações, segundo os autores, são devidas às quantidades insuficientes de depósito de coque, onde o processo de combustão não será sustentado. Já quando ocorre formação de coque em excesso, a taxa de avanço da zona de combustão será lenta e a quantidade do ar exigida será alta, já a saturação do óleo e a porosidade do meio devem ser altas para minimizar as perdas de calor para a rocha. Também tem destacado as vantagens e desvantagens na utilização da recuperação de óleos pesados, como descritas a seguir:

I - Quanto ao mecanismo:

a) Em relação à recuperação:

- A aplicação de calor que é transferido à jusante por condução e convecção, reduzindo assim a viscosidade do petróleo bruto;
- Os produtos da destilação do vapor e craqueamento térmico, que são transportados para misturar e melhorar o petróleo;
- A inflamação do coque que é produzido a partir das extremidades pesadas do petróleo bruto;
- A pressão fornecida para o reservatório do ar injetado.

b) Em relação às propriedades do petróleo:

- Gravidade: Menor que 40 °API (normalmente 10 - 25 °API);
- Viscosidade: Menor que 1.000 cP;
- Composição: Alguns componentes asfálticos para ajudar na deposição do coque.

c) Em relação às características do reservatório:

- Saturação do petróleo: Maior que 500 bbl / acre-pés (ou maior 40 - 50% VP);
- Tipo de formação: Areia ou arenito com alta porosidade;
- Espessura líquida: Maior que 10 pés;
- Permeabilidade média: Maior que 100 mD;
- Transmissibilidade: Maior que 20 mD pés/cP;
- Profundidade: Maior que 500 pés;
- Temperatura: Maior que 150 °F preferido.

II – Quanto às limitações:

- Se o coque não é suficientemente depositado a partir do óleo que está sendo queimado, o processo de combustão não será sustentado;
- Se coque excessivo é depositado, a taxa de avanço da zona de combustão será lenta, e a quantidade de ar necessária para sustentar a combustão será elevada;
- A saturação do óleo e a porosidade devem ser altas para minimizar a perda de calor para a rocha;
- O processo tende a varrer a parte superior do reservatório de modo que a eficiência de varredura é pobre em formações de espessura.

III – Quanto aos problemas:

- Razão de mobilidade adversa;
- Processo complexo, que exige grandes investimentos de capital; é difícil de controlar;
- Gases de combustão produzidos podem apresentar problemas ambientais;
- Problemas operacionais, como a corrosão severa causada por baixo pH da água quente, grave emulsões óleo-água, o aumento da produção de areia, deposição de carbono ou cera, e as falhas na tubulação dos poços produtores, como resultado de elevadas temperaturas.



### 2.4.3.2 Injeção de calor

O aquecimento externo normalmente é feito pela injeção de calor no reservatório por uma fonte externa de vapor ou água à altas temperaturas. Como insinua o nome, processos de injeção de fluido quente envolvem a injeção de fluidos pré-aquecidos em um reservatório relativamente frio. Geralmente, os fluidos são aquecidos e injetados na superfície. Fluidos estes podem ser a água (nas fases líquida ou vapor) ar, gás natural, dióxido de carbono, gases de escape, e até mesmo solventes. A escolha é controlada pelo custo, efeito esperado em resposta de produção bruta, e disponibilidade de fluidos (Prats, 1986).

As práticas mais comuns são a injeção de vapor cíclica e contínua. Injeção cíclica requer um grande número de poços produtores para o petróleo escoar eficazmente. Neste processo, o vapor é injetado sob alta temperatura e pressão. A injeção à alta pressão dilata ou fratura a rocha do reservatório e a alta temperatura contribui para a redução da viscosidade do petróleo (Barillas et al., 2008). Injeção contínua requer certo padrão de injeção. Normalmente, este processo é um estágio subsequente da injeção cíclica, quando uma comunicação hidráulica entre os poços for alcançada. Já neste processo, vapor é injetado continuamente em um ou mais poços verticais, e o óleo é empurrado para os poços produtores (Barillas et al., 2008). Porém, este método não é eficiente termicamente, além da exigência de uma grande quantidade de água fresca disponível para a geração de vapor.

O método da técnica de injeção cíclica foi descoberto acidentalmente pela Shell na Venezuela em 1959 quando se produzia óleo pesado por injeção contínua de vapor. Durante a injeção ocorreu um rompimento (*breakthrough*) de vapor e, para reduzir a pressão de vapor no reservatório o poço injetor foi posto em produção, sendo observada produção de óleo com vazões consideráveis. Esse método também é conhecido como estimulação por vapor (*steam-soak* e *huff and puff*). É aplicada para reforçar a recuperação primária de reservatórios de óleos viscosos. É primeiramente uma técnica de estimulação que, através da redução da viscosidade e efeitos de limpeza ao redor do poço, ajuda à energia natural do reservatório a expulsar o óleo. A estimulação por injeção cíclica de vapor envolve três fases: na primeira, o vapor é injetado dentro do poço produtor por um período específico de tempo (1 a 6 semanas); em seguida, numa fase conhecida como “*soaking time*”, o poço é fechado por um curto período de tempo, com duração de dias, e o

calor latente do vapor é melhor distribuído no reservatório e, finalmente, tem-se um período onde o poço é recolocado em produção durante meses à anos (Queiroz et al.,2005).

Frequentemente os métodos de injeção a vapor contínua e cíclica são combinados. O método cíclico é usado nos poços, e produzem óleo por excitação cíclica antes do começo de injeção à vapor contínua. No caso de óleos muito viscosos, excitação antes de injeção contínua é essencial para obter comunicação de fluxo entre injetores e produtores. Esta comunicação pode ser estabelecida pela criação de fraturas entre os poços que podem ser feitos injetando vapor a pressões suficientemente altas (Briggs et al., citados por Barillas et al., 2008).

O processo de injeção de vapor para Lyons e Plisga (2005) envolve a injeção contínua de aproximadamente 80% de vapor puro para deslocar óleo cru para poços produtores. A prática normal é proceder e acompanhar a movimentação do calor por estimulação cíclica dos poços de produção. Quando o vapor é injetado no reservatório, o calor é transferido para formação petrolífera aos fluidos do reservatório, para topo e a base adjacente da rocha. Em consequência, o vapor condensa-se para formar uma mistura do vapor e da água quente que fluem através do reservatório. Para Lyons e Plisga (2005), em muitos casos, o vapor flui sobre o óleo e transfere o calor ao mesmo pela condução (dependendo da velocidade do vapor). A viscosidade do óleo na interface é diminuída e arrastada junto com o vapor aos poços de produção. A recuperabilidade é aumentada porque o vapor baixa a viscosidade do óleo. A taxa de injeção de vapor é inicialmente alta para minimizar perdas de calor a coroa e a base da rocha. Por causa da heterogeneidade do reservatório e da segregação gravitacional da água condensada do vapor, um canal altamente permeável e relativamente de óleo livre desenvolve-se entre o injetor e o produtor.

Quanto às vantagens e desvantagens deste método na utilização da recuperação de óleos pesados, Lyons e Plisga (2005), descrevem as características a seguir:

I - Quanto ao mecanismo:

a) Em relação à recuperação:

- Gera aquecimento do petróleo e redução da sua viscosidade;
- Fornece pressão para conduzir o petróleo para o poço produtor.

b) Em relação às propriedades do petróleo:

- Gravidade: Menor que 25 °API (escala normal é 10 - 25 °API);

- Viscosidade: Maior que 20 cP (escala normal é 100 - 5000 cP);
- Composição: Não crítica, mas um pouco de luz ajudará para fins de destilação de vapor.

c) Em relação às características do reservatório:

- Saturação do petróleo: Maior que 500 bbl / acre-pés (ou maior 40 - 50% VP);
- Tipo de formação: Areia ou arenito com alta porosidade e permeabilidade preferido;
- Espessura líquida: Maior que 20 pés;
- Permeabilidade média: Maior que 200 mD (ver transmissibilidade);
- Transmissibilidade: Maior que 100 mD pés/cP;
- Profundidade: 300 - 5.000 pés;
- Temperatura: Não crítica.

II – Quanto às limitações:

- Saturações de óleo devem ser bastante elevadas e a zona líquida deve ser mais do que 20 pés de espessura para minimizar as perdas de calor para as formações adjacentes;
- Petróleo mais leve, menos viscoso pode ser de vapor injetado, mas normalmente não seria se o reservatório responderá a uma normal injeção de água;
- Injeção de vapor é aplicável principalmente à óleos viscosos, em arenitos de alta permeabilidade ou areias não consolidadas;
- Por causa das perdas de calor excessivo nos poços, injeção de vapor nos reservatórios deve ser tão superficial quanto possível, desde que a pressão seja suficiente para que a taxas de injeção possa ser mantida;
- Injeção de vapor não é normalmente usado em reservatórios de carbonato;
- Visto que cerca de um terço do óleo recuperado adicional é consumido para gerar o vapor necessário, o custo incremental por barril de petróleo é alto;
- A baixa percentagem de argilas sensíveis à água é desejada para uma boa injetividade.

III – Quanto aos problemas:

- Razão de mobilidade adversa e canalização de vapor.

## CAPÍTULO 3

### MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 3.1 Considerações gerais

Neste item são apresentados os principais modelos matemáticos que predizem o fluxo de fluidos multifásicos e multicomponentes em meios porosos, tipo reservatório de petróleo. Inicialmente, apresenta-se o modelo mais geral, denominado de modelo composicional e depois sua simplificação para obtenção do modelo black-oil, modelo este, usado na presente pesquisa. São mostradas as formulações em saturações e em frações mássicas para ambos os modelos, além das equações de restrição, das pressões capilares e as demais equações necessárias para o fechamento da modelagem matemática. Antes de apresentar-se o modelo, a seguir são definidas algumas grandezas importantes para o entendimento do modelo e do processo físico (Cunha, 1996; Coutinho, 2002; Coutinho et al., 2003), são elas:

a) Saturação da fase p ( $S^p$ )

$$S^p = \frac{\text{volume da fase p}}{\text{volume dos espaços vazios}} = \frac{V^p}{V}, \quad (3.1a)$$

$$\sum_{np} S^p = 1 \quad (3.1b)$$

onde np é o número de fase.

b) Fração mássica global do componente c ( $Z^c$ )

$$Z^c = \frac{\text{massa do componente c}}{\text{massa total da mistura}} = \frac{M^c}{M}, \quad (3.2a)$$

$$\sum_{nc} Z^c = 1 \quad (3.2b)$$

onde  $nc$  é o número de componente.

$$M = \sum_{nc} M^c = \sum_{np} M^p. \quad (3.2c)$$

c) Densidade da fase p ( $\rho^p$ )

$$\rho^p = \frac{\text{massa da fase p}}{\text{volume da fase p}} = \frac{M^p}{V^p}. \quad (3.3)$$

d) Densidade média da mistura ( $\rho^m$ )

$$\rho^m = \frac{\text{massa total da mistura}}{\text{volume total da mistura}} = \sum_{np} \frac{M^p}{V} = \sum_{np} \rho^p S^p. \quad (3.4)$$

e) Fração mássica do componente c na fase p ( $X^{cp}$ )

$$X^{cp} = \frac{\text{massa do componente c presente na fase p}}{\text{massa total da fase p}} = \frac{M^{cp}}{M^p}. \quad (3.5)$$

f) Fração mássica da fase p ( $\alpha^p$ )

$$\alpha^p = \frac{\text{massa da fase p}}{\text{massa total da mistura}} = \frac{M^p}{M}; \quad (3.6a)$$

$$\sum_{np} \alpha^p = 1. \quad (3.6b)$$

A partir da definição de  $\alpha^p$ , pode-se calcular  $S^p$  por

$$S^p = \frac{V^p}{V} = \frac{\alpha^p}{\sum_{np} \frac{\alpha^p}{\rho^p}} \quad (3.7)$$

onde  $p$  é o número total de fases presentes na mistura.

## 3.2 Modelo matemático

### 3.2.1 Modelo composicional

Nesse modelo, considera-se a existência de  $np$  fases no meio poroso, cada uma composta de  $n_c$  componentes (substâncias químicas), sendo que entre as fases poderá haver transferência de massa. Nesse caso, as leis de conservação são escritas para cada componente.

A partir da definição das principais grandezas físicas e desprezando-se os termos envolvendo difusão hidrodinâmica uma vez que, em processos de recuperação, os efeitos convectivos são considerados dominantes, pode-se demonstrar que a equação de conservação da massa do componente  $c$ , (Cunha, 1996; Lucianetti et al, 1998; Coutinho, 2003; Coutinho et al., 2008), é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \sum_{np} X^{cp} \rho^p S^p \right) \right] = -\nabla \cdot \left[ \sum_{np} X^{cp} \rho^p \bar{u}^p \right] - \sum_{np} X^{cp} \tilde{m}^p \quad (3.8)$$

onde  $\phi$  é a porosidade do meio, definida como a relação entre o volume de vazios, e o volume total do reservatório;  $\bar{u}^p$  é o vetor velocidade da fase  $p$ ;  $\tilde{m}^p$  é o fluxo mássico de produção/injeção da fase  $p$  por unidade de volume que é dado por:

$$\tilde{m}^p = \rho^p q^p \quad (3.9)$$

sendo  $q^p$  a vazão volumétrica de produção/injeção da fase  $p$  por unidade de volume. Esta grandeza é positiva para produção e negativa para injeção.

Na Equação (3.8) verifica-se que o termo de acumulo (primeiro termo do lado esquerdo da equação) está escrito em função da variável saturação. Sendo assim, usando as definições fornecidas no início deste capítulo, pode-se escrever este termo em função das frações mássicas globais, de tal forma que a Equação (3.8) pode ser reescrita como segue:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^c] = -\nabla \cdot \left[ \sum_{np} X^{cp} \rho^p \bar{u}^p \right] - \sum_{np} X^{cp} \tilde{m}^p. \quad (3.10)$$

A velocidade  $\bar{u}^p$  em meios porosos em geral é obtida através da Lei de Darcy,

$$\bar{u}^p = -\lambda^p [\nabla \Phi^p] \quad (3.11)$$

onde  $\lambda^p$  é a mobilidade da fase  $p$ , dada por:

$$\lambda^p = \frac{\mathbf{k} \mathbf{k}^{tp}}{\mu^p} \quad (3.12)$$

sendo,  $\mathbf{k}^{tp}$  é a permeabilidade relativa da fase  $p$ ;  $\mu^p$  é a viscosidade da fase; e  $\mathbf{k}$  é o tensor permeabilidade absoluta que, para o meio homogêneo e isotrópico bidimensional (considerado neste trabalho) é dado por

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

e  $\Phi^p$  é o potencial da fase dado por,

$$\Phi^p = P^p + \rho^p g z \quad (3.14)$$

onde,  $P^p$  representa a pressão da fase  $p$ ;  $g$  é o módulo da aceleração da gravidade;  $z$  é a terceira coordenada cartesiana, cujo sentido aponta para a superfície do reservatório.

A partir da Lei de Darcy, Equação (3.11), pode-se reescrever a Equação (3.10) da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^c] = \nabla \cdot \left[ \sum_{np} X^{cp} \tilde{\lambda}^p \nabla \Phi^p \right] - \sum_{np} X^{cp} \tilde{m}^p \quad (3.15)$$

onde,

$$\tilde{\lambda}^p = \lambda^p \rho^p. \quad (3.16)$$

A partir da soma das equações de conservação (formulação em saturações ou em frações mássicas globais) para todos os componentes, obtém-se a equação de conservação de massa global dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m] = \sum_{np} \nabla \cdot [\tilde{\lambda}^p \nabla \Phi^p] - \sum_{np} \tilde{m}^p. \quad (3.17)$$

Na formulação em saturações, as variáveis primárias são as saturações de fases,  $S^p$  e a pressão da fase óleo,  $P^o$ , enquanto que, na formulação em frações mássicas, tais variáveis são as frações mássicas globais,  $Z^c$  e a pressão da fase óleo,  $P^o$ . Pode-se pensar que ambas as formulações sejam independentes, porém, para computar a Equação (3.10) da formulação em frações mássicas, é necessário ter conhecimento das mobilidades  $\lambda^p$ , dadas pela Equação (3.12), que são dependentes das permeabilidades relativas que, por sua vez, são função das saturações das fases. Conforme já visto, as saturações podem ser obtidas a partir das frações mássicas de cada fase pela Equação (3.7).

Os valores de  $X^{cp}$  e  $\alpha^p$  são obtidos através de rotinas flash, nas quais a partir do conhecimento de variáveis primárias (pressões e frações mássicas dos componentes), calculam-se todas as demais grandezas associadas (saturações, densidades, mobilidades, etc.) por meio de relações de equilíbrio. No modelo composicional, a rotina flash é calculada por processos iterativos enquanto que no modelo “Black-oil” (que será apresentado a seguir) é um procedimento explícito de cálculos. Na Seção 3.2.4 está descrita a rotina flash utilizada neste trabalho.



### 3.2.2 Modelo Black-oil generalizado

O modelo black-oil é uma simplificação do modelo composicional, que pode ser aplicado a reservatórios que apresentam óleos pesados ou de baixa volatilidade. É um modelo isotérmico onde o comportamento entre as fases é regido por relações PVT (Pressão – Volume – Temperatura). As características são:

- Possui três componentes (água, óleo e gás) e três fases (água, óleo e gás);
- As fases água e óleo não se misturam nem trocam massa;
- O componente gás pode ser encontrado dissolvido nas fases óleo e água;
- Os componentes água e óleo não podem ser encontrados na fase gás.

Para fazer as simplificações nas equações do modelo composicional e assim obter às do modelo Black-oil, torna-se necessário definir duas novas grandezas: fator volume de formação da fase p ( $B^p$ ) e razão de solubilidade do componente “c” na fase p ( $R^{cp}$ ). Do ponto de vista físico, quando se extrai uma amostra de óleo com um volume  $V^o$  do reservatório, ela sai de uma condição de alta pressão e temperatura elevadas para uma condição de baixa pressão e temperatura (condição de superfície). Assim, a fase óleo dá origem a dois componentes: o gás que estava dissolvido na mesma ( $V^{go}$ ) e a parcela restante, que corresponde ao volume de óleo nas condições de superfície ( $V^{oo}$ ), conforme mostrado na Figura 3.1.

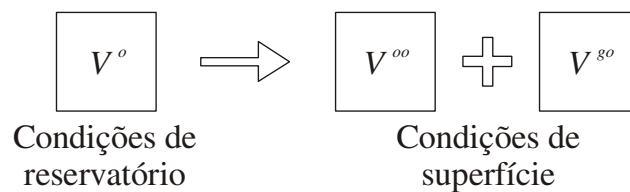


Figura 3.1 – Condições de reservatório e superfície. Fonte: Coutinho (2002).

A partir da explicação acima, define-se o fator volume de formação do óleo como segue:

$$B^o = \frac{V^o}{V^{oo}} \quad (3.18)$$

ou, de forma geral, o fator volume de formação da fase p é:

$$B^p = \frac{V^p}{V^{pp}} \quad (3.19)$$

A razão solubilidade do gás no óleo é dada por,

$$R^{go} = \frac{V^{go}}{V^{oo}} \quad (3.20)$$

ou, de forma geral, a razão solubilidade do componente c na fase p é:

$$R^{cp} = \frac{V^{cp}}{V^{pp}}. \quad (3.21)$$

Na Seção (3.2.4) mostra-se a equação para o cálculo do fator volume de formação em função da compressibilidade da fase e pressão.

Utilizando as grandezas já definidas, pode-se escrever a razão solubilidade do componente c na fase p como segue:

$$R^{cp} = X^{cp} \rho^p \frac{B^p}{\rho_{STC}^c} \quad (3.22)$$

ou ainda

$$X^{cp} \rho^p = \frac{R^{cp}}{B^p} \rho_{STC}^c \quad (3.23)$$

onde  $\rho_{STC}^c$  é a densidade do componente c nas condições padrão de superfície “standard conditions”.

Com estas definições, pode-se obter a equação de conservação da massa do componente c para o modelo “Black-oil” generalizado na formulação em saturações, substituindo a Equação (3.23) na Equação (3.8). Assim sendo, obtém-se:

$$\sum_{np} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{R^{cp}}{B^p} S^p \right) \right] = \sum_{np} \nabla \cdot [R^{cp} \hat{\lambda}^p \nabla \Phi^p] - \sum_{np} \frac{R^{cp}}{B^p} q^p \quad (3.24)$$

sendo

$$\hat{\lambda}^p = \frac{k k^{rp}}{B^p \mu^p}. \quad (3.25)$$

### 3.2.3 Modelo Black-oil padrão

Este modelo surge depois que outras simplificações são feitas no modelo “Black-oil” generalizado. A característica principal é que o componente gás não pode ser encontrado na fase água. Pode-se, então, escrever as solubilidades para este modelo como,

$$\begin{aligned} R^{ww} &= 1; & R^{ow} &= 0; & R^{gw} &= 0 \\ R^{oo} &= 1; & R^{wo} &= 0; & R^{go} &= R^{go}(P), \\ R^{gg} &= 1; & R^{wg} &= 0; & R^{og} &= 0 \end{aligned} \quad (3.26a-i)$$

onde o subíndice “cp”= ww, oo, gg, ow, wo, wg, gw, go, og, descreve a razão de solubilidade do componente “c” na fase “p” das condições de reservatório para as condições de superfície.

Da mesma forma, têm-se as seguintes frações mássicas para este modelo:

$$\begin{aligned} X^{ww} &= 1; & X^{wo} &= 0; & X^{wg} &= 0 \\ X^{oo} &= 1 - X^{go}; & X^{ow} &= 0; & X^{og} &= 0 \\ X^{gg} &= 1; & X^{gw} &= 0; & X^{go} &= \rho_{STC}^g R^{go} / (\rho^o B^o). \end{aligned} \quad (3.27a-i)$$

#### a) Formulação em saturação

Utilizando os valores das solubilidades, Equações (3.26a-i), na Equação (3.24), obtêm-se as equações do modelo “Black-oil” padrão na formulação em saturações. Estas equações são dadas por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \frac{S^w}{B^w} \right] = \nabla \cdot \left[ \hat{\lambda}^w \nabla \Phi^w \right] - \frac{q^w}{B^w} \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \frac{S^o}{B^o} \right] = \nabla \cdot \left[ \hat{\lambda}^o \nabla \Phi^o \right] - \frac{q^o}{B^o} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{S^g}{B^g} + R^{go} \frac{S^o}{B^o} \right) \right] = \nabla \cdot \left[ \hat{\lambda}^g \nabla \Phi^g + R^{go} \hat{\lambda}^o \nabla \Phi^o \right] - \left( \frac{q^g}{B^g} + R^{go} \frac{q^o}{B^o} \right). \quad (3.30)$$

Estas equações representam a conservação volumétrica das fases nas condições de superfície. Os potenciais de fase são obtidos de acordo com a Equação (3.14) e estão relacionadas com a pressão da fase óleo por meio das pressões capilares como segue:

$$\Phi^w = P^o - P^{cow} + \gamma^w z \quad (3.31)$$

$$\Phi^o = P^o + \gamma^o z \quad (3.32)$$

$$\Phi^g = P^o + P^{cog} + \gamma^g z \quad (3.33)$$

onde  $\gamma^p = \rho^p g$ ;  $P^{cow} = P^o - P^w$  e  $P^{cog} = P^g - P^o$  são, respectivamente, peso específico da fase p e as pressões capilares óleo/água e óleo/gás.

Têm-se, então, quatro incógnitas ( $S^w$ ,  $S^o$ ,  $S^g$  e  $P^o$ ) para três equações; a saber, Equações (3.28), (3.29) e (3.30). A quarta equação necessária para a resolução do sistema vem da restrição volumétrica de que todo o volume poroso é ocupado pelos fluidos, Equação (3.1b), de forma que,

$$S^w + S^o + S^g = 1 \quad (3.34)$$

A desvantagem de se utilizar esta formulação ocorre quando a fase gás desaparece ( $S^g = 0$ ) numa determinada região do reservatório. Neste caso a solubilidade,  $R^{go}$ , não pode ser obtida em função da pressão, fato este que será explicado e dado no item a seguir.

- **Cálculo da solubilidade**

Considere uma mistura óleo-gás, a uma determinada pressão P em que o gás não esteja totalmente dissolvido na fase óleo ( $S^g \neq 0$ ), o que pode ser representado pelo ponto A da Figura 3.2. Nessa situação, a solubilidade pode ser calculada como função da pressão,  $R_s = R^{go}(P)$ , sendo obtida a partir da curva de saturação tracejada da Figura 3.2.

Supondo que ocorra um aumento da pressão do ponto A até o ponto B, onde o gás agora se encontra todo dissolvido na fase óleo,  $S^g = 0$ . A partir desse ponto, qualquer aumento da pressão não influenciará no valor da solubilidade, que permanecerá constante. São em situações como a mencionada que a formulação em saturações não se mostra muito eficiente, pois não se consegue obter R em função da pressão e, por isso, não se pode avaliar a Equação (3.30). Um código computacional envolvendo metodologias numéricas mais complexas seria necessário para tratar esse tipo de problema.

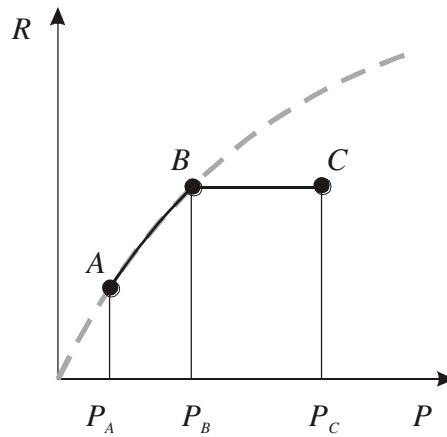


Figura 3.2 - Curva da solubilidade em função da pressão.

#### b) Formulação em frações mássicas

Esta é a formulação do modelo “Black-oil” padrão adotada neste trabalho. Substituindo as equações das frações mássicas, na Equação (3.15), obtêm-se as equações do modelo “Black-oil” padrão na formulação em frações mássicas, para um sistema trifásico. Este modelo é composto pelas seguintes equações:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^w] = \nabla \cdot [\tilde{\lambda}^w \nabla \Phi^w] - \tilde{m}^w \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^o] = \nabla \cdot [X^{oo} \tilde{\lambda}^o \nabla \Phi^o] - X^{oo} \tilde{m}^o \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^g] = \nabla \cdot [(1 - X^{oo}) \tilde{\lambda}^o \nabla \Phi^o + \tilde{\lambda}^g \nabla \Phi^g] - (1 - X^{oo}) \tilde{m}^o - \tilde{m}^g. \quad (3.37)$$

Da mesma maneira que na formulação em saturações, aqui são necessárias equações de fechamento, dadas por:

$$Z^w + Z^o + Z^g = 1 \quad (3.38)$$

$$P^w = P^o + P^{cow} \quad (3.39)$$

$$P^g = P^o + P^{cog}. \quad (3.40)$$

Sendo assim, somando estas três equações (3.35) a (3.37), obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m] = \nabla \cdot [\tilde{\lambda}^w \nabla \Phi^w + \tilde{\lambda}^o \nabla \Phi^o + \tilde{\lambda}^g \nabla \Phi^g] - \tilde{m}^w - \tilde{m}^o - \tilde{m}^g. \quad (3.41)$$

c) Simplificação do modelo “Black-oil” padrão em frações mássicas para o escoamento bifásico

No presente trabalho é considerado o escoamento bifásico (óleo-água) imiscível, tendo como incógnitas  $Z^o$ ,  $Z^w$ ,  $P^o$  e  $P^w$ . Logo, as equações de conservação da massa necessárias são dadas por:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^w] = \nabla \cdot [\tilde{\lambda}^w \nabla \Phi^w] - \tilde{m}^w \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^o] = \nabla \cdot [\tilde{\lambda}^o \nabla \Phi^o] - \tilde{m}^o \quad (3.43)$$

Como são apenas duas fases, as equações utilizadas de restrição mássica e pressão capilar passam a ser:

$$Z^w + Z^o = 1 \quad (3.44)$$

$$P^w = P^o + P^{cow} \quad (3.45)$$

onde  $P^w$ ,  $P^o$  e  $P^{cow}$  são, respectivamente, as pressões nas fases água, óleo e pressões capilares óleo/água.

### 3.2.4 Rotina “pseudo-flash” para o modelo “Black-oil” padrão

O objetivo da rotina “pseudo-Flash” é calcular algumas propriedades importantes para a simulação, utilizando relações que estabelecem o equilíbrio entre as fases. As saturações, que além de serem de interesse do reservatório, tornam-se necessárias para o cálculo de diversos parâmetros físicos, como pressões capilares permeabilidades relativas, mobilidades, etc., são calculadas em função das variáveis primárias. Outras grandezas importantes como mobilidades, potenciais de fases e a fração mássica são calculadas pela rotina flash conforme mostrado a seguir para o caso bifásico (Cunha, 1996).

No modelo “Black-oil” padrão a rotina reduz-se a uma sequência explícita de expressões simples de cálculos de forma que as variáveis de interesse são dadas como segue:

- Frações mássicas das fases ( $\alpha^w, \alpha^o$ ):

$$\alpha^p = Z^p, \text{ onde } p = o, w. \quad (3.46)$$

- Fatores volume de formação ( $B^w, B^o$ ):

$$B^p = B^p(P) \quad (3.47)$$

Valores do fator volume de formação são fornecidos via tabela de pontos experimentais ou são definidos em termos da compressibilidade como segue:

$$B^p(P) = \frac{B_{ref}^p}{1 + c^p(P - P_{ref})} \quad (3.48)$$

onde  $B_{ref}^p$  é o fator volume de formação na pressão de referência  $P_{ref}$ .

- Porosidade  $\phi$ :

A porosidade é, geralmente, função da pressão,  $\phi = \phi(P)$  sendo definida em termos da compressibilidade da rocha  $c^r$  por meio de uma função linear da pressão como segue:

$$\phi = \phi_{\text{ref}} \left[ 1 + c^r (P - P_{\text{ref}}) \right], \quad (3.49)$$

onde  $\phi_{\text{ref}}$  é a porosidade do meio medido na pressão de referência.

- Densidades das fases ( $\rho^w, \rho^o$ ):

Dadas por:

$$\rho^p = \frac{\rho_{\text{STC}}^p}{B^p}, \text{ onde } p = o, w. \quad (3.50)$$

- Saturações das fases ( $S^w, S^o$ ):

São dadas por:

$$S^p = \frac{\frac{\alpha^p}{\rho^p}}{\sum_{np} \frac{\alpha^p}{\rho^p}}, \text{ onde } p = o, w. \quad (3.51)$$

- Densidade média da mistura ( $\rho^m$ ):

Dada por:

$$\rho^m = \sum_{np} \rho^p S^p, \text{ onde } p = o, w. \quad (3.52)$$

Parâmetros adicionais são obtidos através de funções experimentais ou modelo algébrico como segue:

- Viscosidade das fases ( $\mu^w, \mu^o$ ):

São dadas por:

$$\mu^p = \mu^p(P). \quad (3.53)$$

- Pressões capilares ( $P^{\text{cow}}$ ):

São dadas por:



$$P^{cow} = P^{cow}(S^w). \quad (3.54)$$

- Permeabilidades relativas das fases ( $K^{rw}$ ,  $K^{ro}$ ):

Dada por:

$$k^p = k^{rp}(S^p), \text{ onde } p = o, w, \quad (3.55)$$

onde  $k^{rp}$  é a permeabilidade relativa da fase.

- Mobilidades das fases ( $\tilde{\lambda}^o$ ,  $\tilde{\lambda}^w$ ):

São obtidas usando-se a seguinte relação matemática:

$$\tilde{\lambda}^p = \frac{k^p \rho^p k^{rp}}{\mu^p}, \text{ onde } p = o, w. \quad (3.56)$$

### 3.2.5 Modelo de poço

Na simulação de reservatórios, uma particularidade que tem sido motivo de estudos é a utilização de modelos de poço. Normalmente, o volume elementar que contém um poço, seja injetor ou produtor, pode ter dimensões maiores do que o diâmetro do mesmo. Assim, não se pode afirmar que a pressão do poço é igual à pressão calculada no volume elementar. Existem alguns modelos analíticos e numéricos que relacionam a pressão do poço com a pressão do volume que o contém (Muskat, 1982). Assumindo escoamento radial monofásico em regime permanente nas proximidades de um poço de raio  $r_w$  no plano perpendicular a direção da gravidade, como mostrado na Figura 3.3, a vazão mássica é dada por

$$\dot{m} = \rho u A = \rho \frac{k}{\mu} \left( \frac{dP}{dr} \right) 2\pi r h, \quad (3.57a)$$

$$dP = \frac{\dot{m} \mu}{\rho k 2\pi r h} dr \quad (3.57b)$$

onde  $h$  é a altura do poço,  $A$  é a área do poço,  $r$  o raio do poço e  $u$  a velocidade do fluido.

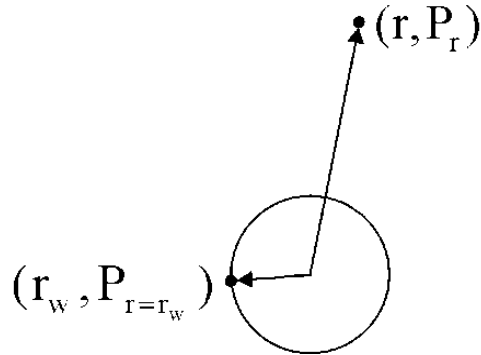


Figura 3.3 – Escoamento radial nas proximidades de um poço de raio  $r_w$ .

Integrando a Equação (3.57b) entre os limites  $(r_w, P_{r=r_w})$  e  $(r, P_r)$  chega-se à seguinte expressão:

$$P_r - P_{r=r_w} = \frac{\dot{m}\mu}{\rho k 2\pi h} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right). \quad (3.58)$$

O raio equivalente do poço  $r_o$  é o raio para o qual a distribuição de pressão do poço, em regime permanente, iguala-se à pressão numérica do bloco contendo o poço ( $P_{r=r_o}$ ), (Peaceman, 1977). Aplicando a Equação (3.58) no ponto  $(r_o, P_{r=r_o})$ , obtém-se:

$$P_{r=r_o} - P_{r=r_w} = \frac{\dot{m}\mu}{\rho k 2\pi h} \ln\left(\frac{r_o}{r_w}\right). \quad (3.59)$$

A partir da Equação (3.59), define-se o índice de poço, WI, como:

$$WI = \frac{2\pi h \rho}{\ln\left(\frac{r_o}{r_w}\right)} \quad (3.60)$$

então, pode-se escrever a vazão mássica como:

$$\dot{m} = WI \cdot \lambda (P_{r=r_o} - P_{r=r_w}) \quad (3.61)$$

onde  $\lambda$  é a mobilidade da única fase considerada no modelo.

### 3.2.6 Condições iniciais e de contorno

a) No reservatório

As seguintes condições iniciais e de contorno usadas, para os valores definidos na Tabela 3.3 são:

$$S^w(t=0) = S_i^w \quad (3.62)$$

$$S_r^o(t \rightarrow \infty) = S_r^o \quad (3.63)$$

$$P(t=0) = P_i \quad (3.64)$$

e paredes impermeáveis, cujas potenciais  $\frac{\partial \Phi^p}{\partial x} = \frac{\partial \Phi^p}{\partial y} = 0$ .

b) No poço

Em simuladores bidimensionais, que consideram apenas a espessura média do reservatório, pode-se utilizar uma condição de contorno que defina diretamente o termo fonte/sorvedouro da equação de balanço. Nas condições de contorno baseadas nas mobilidades, admite-se que a vazão em cada fase é proporcional às mobilidades, de tal forma que pode-se escrever:

$$\frac{q^w}{\tilde{\lambda}^w} = \frac{q^o}{\tilde{\lambda}^o} = \frac{q^T}{\tilde{\lambda}^T} \quad (3.65)$$

onde o sobrescrito T indica total (w+o).

As vazões do óleo e água entram diretamente nas equações dos volumes de controle que possuem os poços de produção ou injeção.

No poço injetor, a vazão do componente que está sendo injetado é sempre prescrita e as outras vazões são nulas. Para injeção de água, por exemplo, tem-se:

$$q^w = q_{inj}^w \quad (3.66)$$

$$q^o = 0. \quad (3.67)$$

Para os poços produtores, pode haver várias condições de operação: vazão de água prescrita (utilizada no presente trabalho, cuja prescrição encontra-se na Tabela 3.2), vazão de óleo prescrita, vazão de gás prescrita, vazão de líquido prescrita, vazão total prescrita ou pressão de fundo de poço prescrita. A seguir, apresentam-se cada uma delas.

a) Vazão de água prescrita

Dada por:

$$q^w = q_{prod}^w \quad (3.68)$$

$$q^o = \frac{\tilde{\lambda}^o}{\tilde{\lambda}^w} q^w. \quad (3.69)$$

b) Vazão de óleo prescrita

$$q^o = q_{prod}^o \quad (3.70)$$

$$q^w = \frac{\tilde{\lambda}^w}{\tilde{\lambda}^o} q^o. \quad (3.71)$$

c) Vazão total prescrita

Neste caso, a vazão total de água mais óleo é prescrita. Assim sendo, pode-se escrever:

$$q^T = q_{prod}^T \quad (3.72)$$

$$q^p = \frac{\tilde{\lambda}^p}{\tilde{\lambda}^T} q^T, \text{ onde } p = w, o. \quad (3.73)$$

d) Pressão de fundo de poço prescrita

Pode-se utilizar também como condição de contorno nos poços, a pressão de fundo de poço que deverá ser mantida em determinados limites para que não haja prejuízo do poço e/ou do processo de produção:

$$P^{wf} = P_{prescrita} \quad (3.74)$$

### 3.3 Procedimentos numéricos

A seguir será apresentada toda a solução numérica das equações governantes que compõem o modelo Black-oil padrão, simplificado para o caso bifásico (óleo-água) escrito na formulação em frações mássicas via método dos volumes finitos (Patankar, 1980; Maliska, 2004).

#### 3.3.1 Discretização em malhas cartesianas

Para um melhor entendimento do processo de discretização numérica, apresenta-se a seguir todo procedimento numérico para o caso de um reservatório retangular e as equações governantes escritas em coordenadas cartesianas. Sendo assim, desconsiderando os efeitos gravitacionais e capilares e, considerando a porosidade constante, podem-se escrever as Equações (3.42) e (3.43) numa situação bidimensional como:

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} [\rho^m Z^p] = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \tilde{\lambda}^p \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \tilde{\lambda}^p \frac{\partial P}{\partial y} \right] - \tilde{m}^p, \text{ onde } p = o, w. \quad (3.75)$$

Relembrando a Equação (3.9),  $\tilde{m}^p = \rho^p q^p$  é o fluxo de massa nas condições de superfície por unidade de volume do reservatório.

A integração das Equações (3.75) no tempo e no espaço para o volume elementar P da Figura 3.4, resulta em:

$$\begin{aligned} \left( [\rho^m Z^p] - [\rho^m Z^p]^o \right)_p \phi \Delta v = & \left[ \left( \tilde{\lambda}^p \frac{\partial P}{\partial x} \right)_e - \left( \tilde{\lambda}^p \frac{\partial P}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \Delta z \Delta t + \\ & \left[ \left( \tilde{\lambda}^p \frac{\partial P}{\partial y} \right)_n - \left( \tilde{\lambda}^p \frac{\partial P}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x \Delta z \Delta t - \tilde{m}^p \Delta v \Delta t; \text{ sendo } p = o, w \end{aligned} \quad (3.76)$$

onde o sobrescrito “o” representa o instante de tempo anterior, o subscrito indica o ponto onde está sendo avaliado a grandeza e  $\Delta v = \Delta x \Delta y \Delta z$  representa o volume infinitesimal.

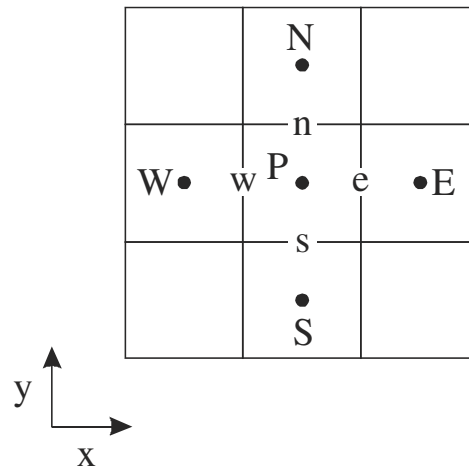


Figura 3.4 – Volume para integração.

Considerando-se uma malha uniformemente espaçada e usando-se uma aproximação por diferenças centrais para as derivadas parciais, com uma formulação totalmente implícita, obtém-se a Equação (3.77) na forma discretizada:

$$\begin{aligned} \left( [\rho^m Z^p] - [\rho^m Z^p]^o \right)_p \phi \Delta v = & \left[ \tilde{\lambda}_e^p \left( \frac{P_E - P_P}{\Delta x} \right) - \tilde{\lambda}_w^p \left( \frac{P_P - P_W}{\Delta x} \right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t + \\ & \left[ \tilde{\lambda}_n^p \left( \frac{P_N - P_P}{\Delta y} \right) - \tilde{\lambda}_s^p \left( \frac{P_P - P_S}{\Delta y} \right) \right] \Delta x \Delta z \Delta t - \tilde{m}^p \Delta v \Delta t. \end{aligned} \quad (3.77)$$

- **Metodologia totalmente implícita**

Na formulação totalmente implícita, as derivadas espaciais são avaliadas no instante de tempo mais atual. O conjunto de equações não lineares é linearizado via método de Newton. Macleod (1984) tem mostrado que a iteração de Newton-Raphson para equações não-lineares pode ser considerada um membro da família geral de um parâmetro

de métodos de segunda ordem. A variação do parâmetro pode aumentar consideravelmente a velocidade de convergência, e um critério para a escolha do parâmetro ideal é procedente. Finalmente, é proposta uma conjectura sobre a questão da convergência para qualquer valor inicial.

Passando todos os termos da Equação (3.77) para o lado esquerdo, e igualando a zero, obtém-se a seguinte forma residual:

$$F^p = \left( [\rho^m Z^p] - [\rho^m Z^p]^o \right)_p \phi \Delta v - \left[ \tilde{\lambda}_e^p \left( \frac{P_E - P_P}{\Delta x} \right) - \tilde{\lambda}_w^p \left( \frac{P_P - P_W}{\Delta x} \right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t - \left[ \tilde{\lambda}_n^p \left( \frac{P_N - P_P}{\Delta y} \right) - \tilde{\lambda}_s^p \left( \frac{P_P - P_S}{\Delta y} \right) \right] \Delta x \Delta z \Delta t + \tilde{m}^p \Delta v \Delta t = 0. \quad (3.78)$$

Linearizando via Série de Taylor em torno da k-ésima iteração, obtém-se:

$$F^{k+1} = F^k + \sum_{\forall X} \left( \frac{\partial F}{\partial X} \right)^k \Delta X \quad (3.79)$$

onde k denota o nível iterativo e X representa o conjunto de incógnitas (P<sup>o</sup> e Z<sup>o</sup>). Devido ao uso do esquema UDS (Upwind Differencing Squeme) para interpolação das mobilidades nas faces do volume de controle, a equação do resíduo deve ser derivada em relação às variáveis (pressão e fração mássica) no ponto P e nos seus vizinhos W, E, N e S, logo o somatório da Equação (3.79) abrange as incógnitas X calculadas nestes cinco pontos (P, W, E, N e S).

No método de Newton, a solução em cada intervalo de tempo é obtida quando os resíduos F<sup>k+1</sup> tendem a zero. Logo, a Equação (3.80) resulta em:

$$-F^k = \sum_{\forall X} \left( \frac{\partial F}{\partial X} \right)^k \Delta X \quad (3.80)$$

ou, na forma matricial

$$\mathbf{A} \Delta \mathbf{X} = -\mathbf{F} \quad (3.81)$$

onde A é a matriz jacobiana de F na k-ésima iteração.

A solução do sistema linear apresentada na Equação (3.81) permite calcular os valores de  $P^o$  e  $Z^o$  até que se obtenha a conservação da massa em cada instante de tempo. A matriz jacobiana  $\mathbf{A}$  é uma matriz de blocos, isto é, seus elementos são matrizes  $2 \times 2$ . As matrizes do sistema linear, Equação (3.81), têm as seguintes formas:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \dots & \mathbf{A}_{1N} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \mathbf{A}_{N1} & \dots & \mathbf{A}_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.82a)$$

$$\Delta \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}_1 \\ \cdot \\ \Delta \mathbf{X}_N \end{bmatrix} \quad (3.82b)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \cdot \\ \mathbf{F}_N \end{bmatrix} \quad (3.82c)$$

onde

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_i^w}{\partial \mathbf{P}_j^o} & \frac{\partial \mathbf{F}_i^w}{\partial \mathbf{Z}_j^o} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_i^o}{\partial \mathbf{P}_j^o} & \frac{\partial \mathbf{F}_i^o}{\partial \mathbf{Z}_j^o} \end{bmatrix} \quad (3.82d)$$

$$\Delta \mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_i^{o\ k+1} - \mathbf{P}_i^{o\ k} \\ \mathbf{Z}_i^{o\ k+1} - \mathbf{Z}_i^{o\ k} \end{bmatrix} \quad (3.82e)$$

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i^w \\ \mathbf{F}_i^o \end{bmatrix} \quad (3.82f)$$

Nestas equações, o índice  $i$  indica avaliação no  $i$ -ésimo volume,  $j$  representa os termos avaliados nos pontos P, E, W, N e S e, finalmente, o subscrito N indica o número total de volumes de controle da malha.

A estrutura da matriz jacobiana  $\mathbf{A}$  é penta diagonal, possuindo apenas cinco diagonais uma vez que nem todos os volumes do domínio estão conectados. Posteriormente serão mostrados mais detalhes sobre sua estrutura e a forma de resolução.



### 3.3.2. Discretização em malhas generalizadas

#### 3.3.2.1 Equação de conservação

Conforme visto na formulação matemática, as equações governantes em uma estrutura bidimensional para o modelo bifásico (óleo-água), na formulação de frações mássicas, as Equações (3.42) e (3.43), podem ser escritas como segue:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi \rho^m Z^p] = \nabla \cdot [\tilde{\lambda}^p \nabla \Phi^p] - \tilde{m}^p, \text{ onde } p = o, w. \quad (3.83)$$

As equações representadas pela Equação (3.83) serão resolvidas para  $P^o$  e  $Z^o$  e, na forma como está escrita, pode ser aplicada para qualquer sistema de coordenadas.

##### a) Transformação das equações

A Equação (3.83) deverá ser reescrita para o sistema de coordenadas curvilíneas generalizada tal que o domínio físico seja transformado num domínio computacional retangular.

A Figura 3.5 mostra o domínio físico e computacional (transformado).

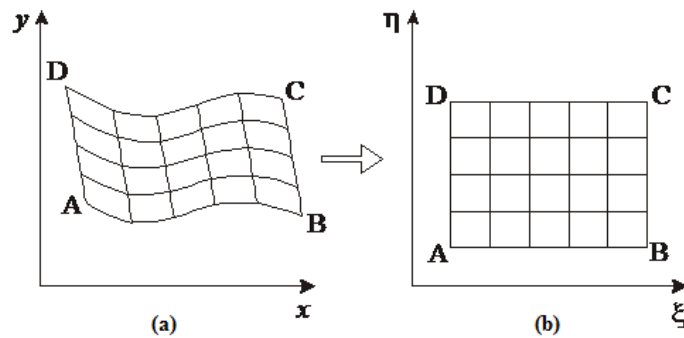


Figura 3.5 - Domínio (a) físico e (b) transformado.

As coordenadas  $\xi$  e  $\eta$  do novo sistema de coordenadas se relacionam com as coordenadas cartesianas como segue:

$$\xi = \xi(x, y) \quad (3.84a)$$

$$\eta = \eta(x, y) \quad (3.84b)$$

Fazendo-se a transformação da Equação (3.83) para o domínio computacional conforme procedimento descrito por Maliska (2004), obtém-se a seguinte equação na forma conservativa:

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \tau} (\phi \rho^m Z^p) + \frac{\tilde{m}^p}{J} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ D_1^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \xi} + D_2^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ D_2^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \xi} + D_3^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \eta} \right] \quad (3.85)$$

sendo  $p = o, w$ .

Os valores dos termos  $D_i^p$  e  $J$  na Equação (3.85) são dados por:

$$D_1^p = \frac{\tilde{\lambda}^p}{J} (\xi_x^2 + \xi_y^2) \quad (3.86a)$$

$$D_2^p = \frac{\tilde{\lambda}^p}{J} (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \quad (3.86b)$$

$$D_3^p = \frac{\tilde{\lambda}^p}{J} (\eta_x^2 + \eta_y^2) \quad (3.86c)$$

$$J = (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)^{-1} \quad (3.86d)$$

As expressões que trazem as informações da malha numérica para as equações transformadas são o jacobiano,  $J$ , e as métricas da transformação,  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ , etc., que podem ser encontradas em Maliska (2004), e que por conveniência, serão apresentadas a seguir:

$$\alpha x_{\xi\xi} + \varphi x_{\eta\eta} - 2\beta x_{\xi\eta} + \frac{1}{J^2} [P(\xi, \eta) x_\xi + Q(\xi, \eta) x_\eta] = 0 \quad (3.87a)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} + \varphi y_{\eta\eta} - 2\beta y_{\xi\eta} + \frac{1}{J^2} [P(\xi, \eta) y_\xi + Q(\xi, \eta) y_\eta] = 0 \quad (3.87b)$$

As Equações (3.87a) e (3.87b) possibilitam determinar as coordenadas  $(x, y)$  de pontos estipulados  $(\xi, \eta)$ , que podem ser escritas de uma forma mais compacta da seguinte maneira:

$$\alpha \psi_{\xi\xi} + \varphi \psi_{\eta\eta} - 2\beta \psi_{\xi\eta} + \frac{1}{J^2} [P(\xi, \eta) \psi_{\xi} + Q(\xi, \eta) \psi_{\eta}] = 0 \quad (3.88)$$

onde  $\alpha$ ,  $\varphi$  e  $\beta$  são as componentes do tensor métrico  $\mathbf{g}_{ik}$  associado a transformação para o caso bidimensional, dadas por:

$$\alpha = g_{22} = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2 \quad (3.89a)$$

$$\varphi = g_{11} = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 \quad (3.89b)$$

$$\beta = g_{12} = g_{21} = x_{\xi} x_{\eta} + y_{\xi} y_{\eta} \quad (3.89c)$$

A variável dependente  $\psi$  representa tanto a coordenada  $x$  quanto a coordenada  $y$  dos pontos da malha a ser gerada e,  $P(\xi, \eta)$  e  $Q(\xi, \eta)$ , são os termos fontes para uniformizar as linhas (fatores de atração de linhas), dados por:

$$P(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{N_{\xi}} a_{\xi j} \frac{(\xi - \xi_j)}{|\xi - \xi_j|} e^{(-c_{\xi j} |\xi - \xi_j|)} - \sum_{i=1}^{M_{\xi}} b_{\xi i} \frac{(\xi - \xi_i)}{|\xi - \xi_i|} e^{\left\{-d_{\xi i} [(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2]^{1/2}\right\}} \quad (3.90a)$$

$$Q(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{N_{\eta}} a_{\eta j} \frac{(\eta - \eta_j)}{|\eta - \eta_j|} e^{(-c_{\eta j} |\eta - \eta_j|)} - \sum_{i=1}^{M_{\eta}} b_{\eta i} \frac{(\eta - \eta_i)}{|\eta - \eta_i|} e^{\left\{-d_{\eta i} [(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2]^{1/2}\right\}} \quad (3.90b)$$

#### b) Integração das equações transformadas

Para um melhor entendimento, considere a Figura 3.6, que é uma representação esquemática de parte da malha numérica no domínio computacional.

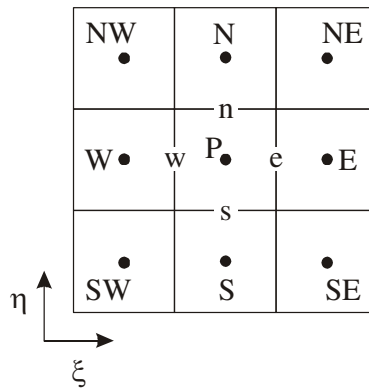


Figura 3.6 - Volume para integração das equações.

Integrando-se a Equação (3.85) no tempo ( $\tau$ ) e no volume de controle transformado ( $\Delta\xi\Delta\eta$ ) da Figura 3.6, via método dos volumes finitos, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta\Omega}{J} \left[ (\phi\rho^m Z^p)_p - (\phi\rho^m Z^p)_p^o \right] + \frac{\tilde{m}^p}{J} \Delta\Omega \Delta\tau = \\ & \left[ \left( D_1^p \frac{\partial\Phi^p}{\partial\xi} + D_2^p \frac{\partial\Phi^p}{\partial\eta} \right)_e - \left( D_1^p \frac{\partial\Phi^p}{\partial\xi} + D_2^p \frac{\partial\Phi^p}{\partial\eta} \right)_w \right] \Delta\eta\Delta\gamma\Delta\tau +; \text{ sendo } p = o, w \\ & \left[ \left( D_2^p \frac{\partial\Phi^p}{\partial\xi} + D_3^p \frac{\partial\Phi^p}{\partial\eta} \right)_n - \left( D_2^p \frac{\partial\Phi^p}{\partial\xi} + D_3^p \frac{\partial\Phi^p}{\partial\eta} \right)_s \right] \Delta\xi\Delta\gamma\Delta\tau \end{aligned} \quad (3.91)$$

onde  $\Delta\Omega = \Delta\xi\Delta\eta\Delta\gamma$  representa o volume infinitesimal no sistemas de coordenadas generalizadas, sendo  $\Delta\gamma = 1$ .

As derivadas diretas dos potenciais (para cada uma das fases) são aproximadas por:

$$\left( \frac{\partial\Phi^p}{\partial\xi} \right)_e = \frac{\Phi_E^p - \Phi_P^p}{\Delta\xi} \quad (3.92a)$$

$$\left( \frac{\partial\Phi^p}{\partial\xi} \right)_w = \frac{\Phi_P^p - \Phi_W^p}{\Delta\xi} \quad (3.92b)$$

$$\left( \frac{\partial\Phi^p}{\partial\eta} \right)_n = \frac{\Phi_N^p - \Phi_P^p}{\Delta\eta} \quad (3.92c)$$

$$\left( \frac{\partial\Phi^p}{\partial\eta} \right)_s = \frac{\Phi_P^p - \Phi_S^p}{\Delta\eta} \quad (3.92d)$$

As aproximações das derivadas cruzadas, determinadas usando as médias dos pontos vizinhos, são mostradas a seguir:

$$\left( \frac{\partial\Phi^p}{\partial\eta} \right)_w = \frac{\Phi_N^p + \Phi_{NW}^p - \Phi_S^p - \Phi_{SW}^p}{4\Delta\eta} \quad (3.93a)$$

$$\left( \frac{\partial\Phi^p}{\partial\eta} \right)_e = \frac{\Phi_N^p + \Phi_{NE}^p - \Phi_S^p - \Phi_{SE}^p}{4\Delta\eta} \quad (3.93b)$$

$$\left( \frac{\partial \Phi^p}{\partial \xi} \right)_n = \frac{\Phi_E^p + \Phi_{NE}^p - \Phi_W^p - \Phi_{NW}^p}{4\Delta\xi} \quad (3.93c)$$

$$\left( \frac{\partial \Phi^p}{\partial \xi} \right)_s = \frac{\Phi_E^p + \Phi_{SE}^p - \Phi_W^p - \Phi_{SW}^p}{4\Delta\xi} \quad (3.93d)$$

As expressões das aproximações das derivadas dos potenciais serão substituídas na equação integrada para a obtenção da equação algébrica discretizada.

- **Aplicação do método de Newton (sistema não-linear)**

Para a aplicação do método de Newton, a equação de interesse deve ser colocada em forma residual, ou seja,

$$F_p^p = F_p^p(P_i^o, Z_i^o); \quad \text{sendo } p = o, w \text{ e } i = SW, W, NW, S, P, N, SE, E, NE \quad (3.94)$$

Portanto, as funções residuais são dependentes das variáveis nos pontos (SW, W, NW, S, P, N, SE, E, NE) da Figura 3.6. Tais funções são obtidas deslocando-se todos os termos da equação associada para um mesmo lado da igualdade. A equação reescrita na forma residual é da forma:

$$\begin{aligned} F_p^p = & \frac{\Delta\eta}{J} \left[ (\phi\rho^m Z^p)_p - (\phi\rho^m Z^p)_p^o \right] + \frac{\tilde{m}^p}{J} \Delta\eta \Delta\tau - \\ & \left[ \left( D_1^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \xi} + D_2^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \eta} \right)_e - \left( D_1^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \xi} + D_2^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \eta} \right)_w \right] \Delta\eta \Delta\gamma \Delta\tau - \\ & \left[ \left( D_2^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \xi} + D_3^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \eta} \right)_n - \left( D_2^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \xi} + D_3^p \frac{\partial \Phi^p}{\partial \eta} \right)_s \right] \Delta\xi \Delta\gamma \Delta\tau, \quad p = o, w. \end{aligned} \quad (3.95)$$

Conforme visto anteriormente, quando se apresentou a metodologia totalmente implícita para a formulação em saturações, para aplicar o método de Newton, deve-se expandir as funções residuais em séries de Taylor em torno da k-ésima iteração, ou seja,

$$(F_p^p)^{k+1} = (F_p^p)^k + \sum_{\forall X} \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial X} \right)^k \Delta X = 0 \quad (3.96)$$

onde  $p = w, o$  e  $X = P^o$  e  $Z^o$ ,  $F_p^p$  corresponde a função residual.

Comparando as Equações (3.96) e (3.95), obtém-se:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial P_p^o} \right) \Delta P_p^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial Z_p^o} \right) \Delta Z_p^o + \\ & \sum_{NB} \left[ \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial P_{NB}^o} \right) \Delta P_{NB}^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial Z_{NB}^o} \right) \Delta Z_{NB}^o \right] = -F_p^p, \text{ onde } p = o, w. \end{aligned} \quad (3.97)$$

O somatório NB que aparece nesta equação aplica-se sobre todos os volumes de controle vizinhos a P (W, E, S, N, NE, NW, SE, SW). No entanto, para que o sistema linear não envolva os termos cruzados, pode-se desconsiderar a derivada destes termos na montagem da matriz Jacobiana (Cunha, 1996). Naturalmente, se a malha for bastante não-ortogonal, a desconsideração destes termos pode originar erros nos balanços dos componentes, neste caso recomenda-se que um estudo mais aprofundado deva ser realizado.

Para um melhor entendimento, apenas considerando os vizinhos diretos (esquema de cinco pontos), a Equação (3.97) é dada por:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial P_p^o} \right) \Delta P_p^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial Z_p^o} \right) \Delta Z_p^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial P_w^o} \right) \Delta P_w^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial Z_w^o} \right) \Delta Z_w^o + \\ & \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial P_e^o} \right) \Delta P_e^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial Z_e^o} \right) \Delta Z_e^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial P_s^o} \right) \Delta P_s^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial Z_s^o} \right) \Delta Z_s^o + \\ & \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial P_n^o} \right) \Delta P_n^o + \left( \frac{\partial F_p^p}{\partial Z_n^o} \right) \Delta Z_n^o = -F_p^p, \text{ onde } p = w, o. \end{aligned} \quad (3.98)$$

Para o esquema de nove pontos, deverão ser incluídas nesta equação as derivadas relativas aos vizinhos cruzados (SW, SE, NW e NE). Detalhes para o cálculo das derivadas presentes na Equação (3.98) serão fornecidos posteriormente (Seção 3.3.3).

### 3.3.2.2 Tratamento numérico do modelo do poço

No tratamento do modelo do poço, são utilizadas modelos baseados em soluções analíticas, devida a diferença de dimensões entre os reservatórios e os poços injetores e produtores.

#### a) Modelo de poço em malha cartesiana

Considere a Figura 3.7 que ilustra uma malha cartesiana uniformemente espaçada e o comportamento exponencial da pressão na direção da gravidade, perpendicular ao raio do poço nas proximidades do poço.

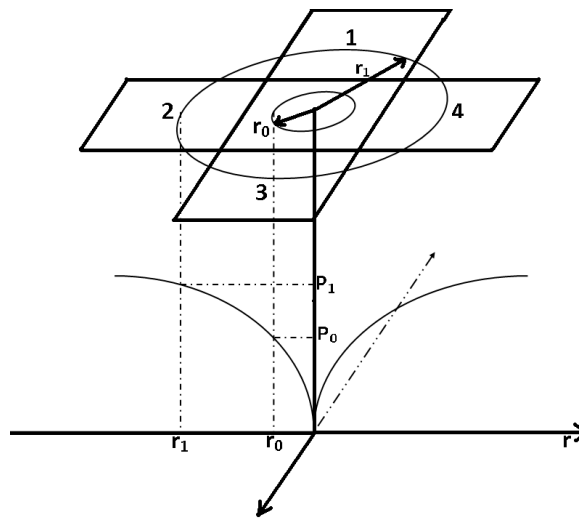


Figura 3.7 – Malha cartesiana com a representação de um poço e comportamento da pressão.

As vazões mássicas nos pontos vizinhos são dadas por:

$$\sum_{j=1}^4 \dot{m}_j = \dot{m} \quad (3.99)$$

onde  $j$  indica o volume de controle (1, 2, 3 ou 4) vizinho ao volume 0. A vazão mássica em cada volume é dada pela Equação equivalente a Equação (3.57a) da seguinte maneira:

$$\dot{m}_j = \frac{\rho k h \Delta x}{\mu} \left( \frac{P_j - P_o}{\Delta x} \right). \quad (3.100)$$

Substituindo a Equação (3.100) na Equação (3.99) e usando a Equação (3.59) para calcular o valor de  $P_j$ , obtém-se o valor do raio equivalente de poço  $r_o$ , como segue:

$$r_o = \Delta x e^{\left(\frac{\pi}{2}\right)} \cong 0,208\Delta x. \quad (3.101)$$

b) Modelo de poço em malha generalizada

Para uma malha generalizada nas proximidades de um poço, como mostrada na Figura 3.8 a seguir:

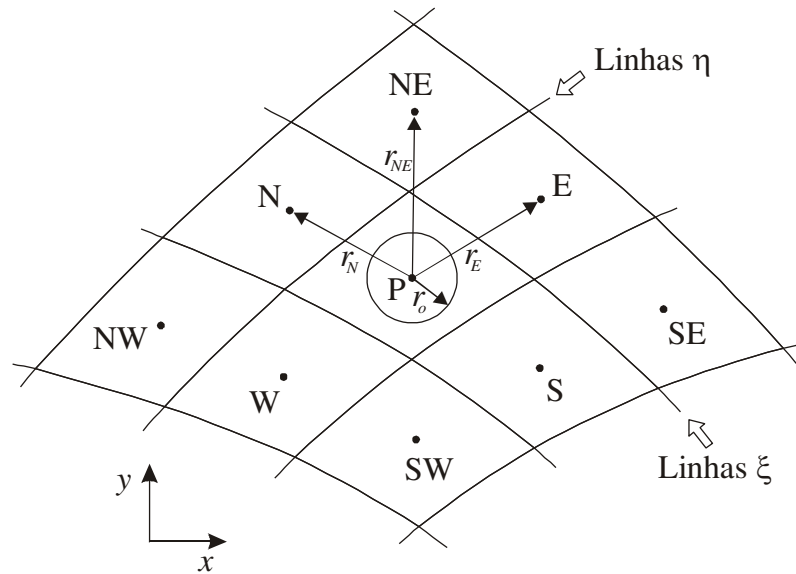


Figura 3.8 – Fluxo radial nas proximidades de um poço usando malha generalizada.

A conservação da massa é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{m} = & D_{1e} \left. \frac{\partial P}{\partial \xi} \right|_e + D_{2e} \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_e - D_{1w} \left. \frac{\partial P}{\partial \xi} \right|_w - D_{2w} \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_w \\ & + D_{2n} \left. \frac{\partial P}{\partial \xi} \right|_n + D_{3n} \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_n - D_{2s} \left. \frac{\partial P}{\partial \xi} \right|_s - D_{3s} \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_s \end{aligned} \quad (3.102)$$

Usando aproximações por diferenças centrais nas derivadas da Equação (3.102) chega-se a seguinte equação:



$$\begin{aligned}
\dot{m} = & D_{1e} \left( \frac{P_E - P_P}{\Delta\xi} \right) + D_{2e} \left( \frac{P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}}{4\Delta\eta} \right) \\
& - D_{1w} \left( \frac{P_P - P_W}{\Delta\xi} \right) - D_{2w} \left( \frac{P_N + P_{NW} - P_S - P_{SW}}{4\Delta\eta} \right) \\
& + D_{2n} \left( \frac{P_E + P_{NE} - P_W - P_{NW}}{4\Delta\xi} \right) + D_{3n} \left( \frac{P_N - P_P}{\Delta\eta} \right) \\
& - D_{2s} \left( \frac{P_E + P_{SE} - P_W - P_{SW}}{4\Delta\xi} \right) - D_{3s} \left( \frac{P_P - P_S}{\Delta\eta} \right).
\end{aligned} \tag{3.103}$$

As diferenças de pressão da Equação (3.100) podem ser reescritas usando-se a Equação (3.59). Por exemplo, para os termos da face e, pode-se escrever:

$$D_{1e} \left( \frac{P_E - P_P}{\Delta\xi} \right) = \frac{D_{1e}}{\Delta\xi} \frac{\dot{m}\mu}{2\pi kh\rho} \ln \left( \frac{r_E}{r_o} \right) \tag{3.104a}$$

e

$$\begin{aligned}
D_{2e} \left( \frac{P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}}{4\Delta\eta} \right) = & \\
\frac{D_{2e}}{4\Delta\eta} \frac{\dot{m}\mu}{2\pi kh\rho} \left[ \ln \left( \frac{r_N}{r_o} \right) - \ln \left( \frac{r_S}{r_o} \right) + \ln \left( \frac{r_{NE}}{r_o} \right) - \ln \left( \frac{r_{SE}}{r_o} \right) \right] &
\end{aligned} \tag{3.104b}$$

onde  $r_o$  é o raio equivalente e  $r_N$ ,  $r_S$ ,  $r_{NE}$  e  $r_{SE}$ , são as distâncias entre o centro do volume P e o centro dos volumes N, S, NE e SE, respectivamente. Os outros termos podem ser encontrados de forma análoga. Substituindo-se todos os termos na Equação (3.103) e, após algumas manipulações matemáticas, chega-se ao valor do raio equivalente do poço, dado por:

$$r_o = \left( \frac{\hat{\alpha}}{e^{2\pi}} \right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{3.105}$$

onde

$$\hat{\alpha} = \begin{bmatrix} \left[ \mathbf{r}_E \left( \mathbf{G}_{1e} + \frac{\mathbf{G}_{2n}}{4} - \frac{\mathbf{G}_{2s}}{4} \right) \right] \left[ \mathbf{r}_N \left( \frac{\mathbf{G}_{2e}}{4} - \frac{\mathbf{G}_{2w}}{4} + \mathbf{G}_{3n} \right) \right] \left[ \mathbf{r}_S \left( -\frac{\mathbf{G}_{2e}}{4} + \frac{\mathbf{G}_{2w}}{4} + \mathbf{G}_{3s} \right) \right] \\ \left[ \mathbf{r}_W \left( \mathbf{G}_{1w} - \frac{\mathbf{G}_{2n}}{4} + \frac{\mathbf{G}_{2s}}{4} \right) \right] \left[ \mathbf{r}_{NE} \left( \frac{\mathbf{G}_{2e}}{4} + \frac{\mathbf{G}_{2n}}{4} \right) \right] \left[ \mathbf{r}_{SE} \left( -\frac{\mathbf{G}_{2e}}{4} - \frac{\mathbf{G}_{2s}}{4} \right) \right] \left[ \mathbf{r}_{NW} \left( \frac{\mathbf{G}_{2w}}{4} - \frac{\mathbf{G}_{2n}}{4} \right) \right] \left[ \mathbf{r}_{SW} \left( \frac{\mathbf{G}_{2w}}{4} + \frac{\mathbf{G}_{2s}}{4} \right) \right] \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

e

$$\hat{\beta} = G_{1e} + G_{1w} + G_{3n} + G_{3s} \quad (3.107)$$

onde G são os termos geométricos das faces, definidos por:

$$G_i = \frac{D_i}{\lambda_w}, \text{ onde } i = w, e, n, s. \quad (3.108)$$

### 3.3.3 Aspectos sobre o tratamento numérico

#### 3.3.3.1 Derivação das funções residuais

Para demonstração, será descrito a seguir o processo de derivação da função residual da água para um caso bifásico (óleo-água). A função residual do óleo (e também a da pressão caso se esteja trabalhando com um escoamento trifásico) pode ser derivada seguindo-se o mesmo raciocínio.

Usando as aproximações das derivadas das Equações (3.92a) a (3.93d), e a definição na Equação (3.108), pode-se escrever a função residual da água, dada pela Equação (3.95), como segue:

$$\begin{aligned}
F_P^w = & \frac{\Delta \square}{J} \left[ (\phi \rho^m Z^w)_P - (\phi \rho^m Z^w)_P^o \right] + \frac{\tilde{m}^w}{J} \Delta \square \Delta \tau - \\
& \left\{ \left[ G_1 \tilde{\lambda}^w \left( \frac{\Phi_E^w - \Phi_P^w}{\Delta \xi} \right) + G_2 \tilde{\lambda}^w \left( \frac{\Phi_N^w + \Phi_{NE}^w - \Phi_S^w - \Phi_{SE}^w}{4\Delta \eta} \right) \right]_e - \right. \\
& \left. \left[ G_1 \tilde{\lambda}^w \left( \frac{\Phi_P^w - \Phi_W^w}{\Delta \xi} \right) + G_2 \tilde{\lambda}^w \left( \frac{\Phi_N^w + \Phi_{NW}^w - \Phi_S^w - \Phi_{SW}^w}{4\Delta \eta} \right) \right]_w \right\} \Delta \eta \Delta \gamma \Delta \tau - \\
& \left\{ \left[ G_2 \tilde{\lambda}^w \left( \frac{\Phi_E^w + \Phi_{NE}^w - \Phi_W^w - \Phi_{NW}^w}{4\Delta \xi} \right) + G_3 \tilde{\lambda}^w \left( \frac{\Phi_N^w - \Phi_P^w}{\Delta \eta} \right) \right]_n - \right. \\
& \left. \left[ G_2 \tilde{\lambda}^w \left( \frac{\Phi_E^w + \Phi_{SE}^w - \Phi_W^w - \Phi_{SW}^w}{4\Delta \xi} \right) + G_3 \tilde{\lambda}^w \left( \frac{\Phi_P^w - \Phi_S^w}{\Delta \eta} \right) \right]_s \right\} \Delta \xi \Delta \gamma \Delta \tau
\end{aligned} \tag{3.109}$$

A derivação da Equação (3.109) como um todo, pode ser obtida através da derivação de cada termo que a compõe.

Relembrando, o objetivo aqui é linearizar a Equação (3.109) derivando-a em relação às variáveis do reservatório ( $Z^o$  e  $P^o$ ) nos pontos P e seus vizinhos N, S, E, W, caso os termos cruzados sejam mantidos no lado direito da Equação (3.109) ou em relação ao ponto P e todos os vizinhos, caso todos os termos façam parte da matriz jacobiana.

### 3.3.3.2 Derivação dos termos fonte e acumulativo

Como os valores de  $\phi \rho^m Z^w$  e  $\tilde{m}^w = \rho^w q^w$  são avaliados apenas no ponto P, as suas derivadas devem ser calculadas somente neste ponto. Nos outros pontos elas são nulas. Agrupando os termos acumulativos e fonte da Equação (3.109) pode-se escrever:

$$\Gamma^w = \frac{\Delta \square}{J} \left[ (\phi \rho^m Z^w)_P - (\phi \rho^m Z^w)_P^o \right] + \frac{\tilde{m}^w}{J} \Delta \square \Delta \tau. \tag{3.110}$$

As derivadas são dadas por:

$$\frac{\partial \Gamma^w}{\partial P_P^o} = \frac{\Delta \square}{J} Z^w \frac{\partial (\phi \rho^m)}{\partial P_P^o} + \frac{\Delta \square}{J} \Delta \tau \frac{\partial (\rho^w q^w)}{\partial P_P^o} \tag{3.111}$$

$$\frac{\partial \Gamma^w}{\partial Z_p^o} = \frac{\Delta \square \phi}{J} \frac{\partial (Z^w \rho^m)}{\partial Z_p^o} + \frac{\Delta \square \Delta \tau}{J} \frac{\partial (\rho^w q^w)}{\partial Z_p^o} \quad (3.112)$$

$$\frac{\partial \Gamma^w}{\partial P_E^o} = 0 \quad (3.113)$$

$$\frac{\partial \Gamma^w}{\partial Z_E^o} = 0 \quad (3.114)$$

Resta ainda a derivação dos termos convectivos da Equação (3.109). Os resultados dessa operação devem ser adicionados às Equações (3.111) a (3.114).

### 3.3.3.3 Derivação dos termos convectivos

Como dito na seção anterior, a derivação aqui dependerá da direção do escoamento. Para um escoamento na face “e” (leste) no sentido do volume P para o volume E, o esquema UDS determina que  $\tilde{\lambda}_e^w = \tilde{\lambda}_p^w$ , logo sua derivada deverá ser calculada em relação ao volume P. Neste caso, as derivadas  $F^w$  são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^w}{\partial P_p^o} = & \frac{\partial \Gamma^w}{\partial P_p^o} - \left[ G_{1e} \frac{\partial (\tilde{\lambda}_e^w)}{\partial P_p^o} \left( \frac{\Phi_E^w - \Phi_P^w}{\Delta \xi} \right) - \frac{G_{1e} \tilde{\lambda}_e^w}{\Delta \xi} \frac{\partial (\Phi_P^w)}{\partial P_p^o} + \right. \\ & \left. G_{2e} \frac{\partial (\tilde{\lambda}_e^w)}{\partial P_p^o} \left( \frac{\Phi_N^w + \Phi_{NE}^w - \Phi_S^w - \Phi_{SE}^w}{4\Delta \eta} \right) \right] \Delta \eta \Delta \gamma \Delta \tau \end{aligned} \quad (3.115)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^w}{\partial Z_p^o} = & \frac{\partial \Gamma^w}{\partial Z_p^o} - \left[ G_{1e} \frac{\partial (\tilde{\lambda}_e^w)}{\partial Z_p^o} \left( \frac{\Phi_E^w - \Phi_P^w}{\Delta \xi} \right) - \frac{G_{1e} \tilde{\lambda}_e^w}{\Delta \xi} \frac{\partial (\Phi_P^w)}{\partial Z_p^o} + \right. \\ & \left. G_{2e} \frac{\partial (\tilde{\lambda}_e^w)}{\partial Z_p^o} \left( \frac{\Phi_N^w + \Phi_{NE}^w - \Phi_S^w - \Phi_{SE}^w}{4\Delta \eta} \right) \right] \Delta \eta \Delta \gamma \Delta \tau \end{aligned} \quad (3.116)$$

$$\frac{\partial F^w}{\partial P_E^o} = \frac{\partial \Gamma^w}{\partial P_E^o} - \frac{G_{1e} \tilde{\lambda}_e^w}{\Delta \xi} \frac{\partial (\Phi_E^w)}{\partial P_E^o} \Delta \eta \Delta \gamma \Delta \tau. \quad (3.117)$$

Se o escoamento na face leste está ocorrendo na direção oposta ao caso anterior, ou seja, de E para P, tem-se  $\tilde{\lambda}_e^w = \tilde{\lambda}_E^w$ . Assim as derivadas de  $F^w$  serão dadas por:

$$\frac{\partial F^w}{\partial P_P^o} = \frac{\partial \Gamma^w}{\partial P_P^o} - \left[ -\frac{G_{1e} \tilde{\lambda}_e^w}{\Delta \xi} \frac{\partial(\Phi_P^w)}{\partial P_P^o} \right] \Delta \eta \Delta \gamma \Delta \tau \quad (3.118)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^w}{\partial P_E^o} = \frac{\partial \Gamma^w}{\partial P_E^o} - \left[ G_{1e} \frac{\partial(\tilde{\lambda}_e^w)}{\partial P_E^o} \left( \frac{\Phi_E^w - \Phi_P^w}{\Delta \xi} \right) + \frac{G_{1e} \tilde{\lambda}_e^w}{\Delta \xi} \frac{\partial(\Phi_E^w)}{\partial P_E^o} + \right. \\ \left. G_{2e} \frac{\partial(\tilde{\lambda}_e^w)}{\partial P_E^o} \left( \frac{\Phi_N^w + \Phi_{NE}^w - \Phi_S^w - \Phi_{SE}^w}{4\Delta \eta} \right) \right] \Delta \eta \Delta \gamma \Delta \tau \end{aligned} \quad (3.119)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^w}{\partial Z_E^o} = \frac{\partial \Gamma^w}{\partial Z_E^o} - \left[ G_{1e} \frac{\partial(\tilde{\lambda}_e^w)}{\partial Z_E^o} \left( \frac{\Phi_E^w - \Phi_P^w}{\Delta \xi} \right) + \frac{G_{1e} \tilde{\lambda}_e^w}{\Delta \xi} \frac{\partial(\Phi_E^w)}{\partial Z_E^o} + \right. \\ \left. G_{2e} \frac{\partial(\tilde{\lambda}_e^w)}{\partial Z_E^o} \left( \frac{\Phi_N^w + \Phi_{NE}^w - \Phi_S^w - \Phi_{SE}^w}{4\Delta \eta} \right) \right] \Delta \eta \Delta \gamma \Delta \tau \end{aligned} \quad (3.120)$$

Para se completar a linearização de  $F^w$ , é necessário computar as outras faces do volume seguindo os mesmos passos mostrados.

### 3.3.3.4 Derivação dos termos convectivos cruzados (esquema de nove pontos)

Para o esquema de nove pontos, é necessário incluir as derivadas dos termos cruzados da Equação (3.109) na montagem da matriz jacobiana. As derivadas dos termos cruzados envolvem apenas os potenciais das fases, uma vez que a permeabilidade relativa da fase depende apenas dos termos diretos. Isso ocorre devido ao esquema de interpolação que foi utilizado para o cálculo desta variável (Esquema UDS). As derivadas da função residual avaliada nos pontos SW, SE, NW e NE com relação à incógnita X ( $Z^o$  ou  $P^o$ ) são dadas por:

$$\frac{\partial F^p}{\partial X_{SW}} = -\frac{G_{2w} \tilde{\lambda}_w^p}{4\Delta \eta} \frac{\partial(\Phi_{SW}^p)}{\partial X_{SW}} \Delta \eta \Delta \gamma \Delta \tau - \frac{G_{2s} \tilde{\lambda}_s^p}{4\Delta \xi} \frac{\partial(\Phi_{SW}^p)}{\partial X_{SW}} \Delta \xi \Delta \gamma \Delta \tau \quad (3.121)$$

$$\frac{\partial F^P}{\partial X_{SE}} = \frac{G_{2e} \tilde{\lambda}_e^P}{4\Delta\eta} \frac{\partial(\Phi_{SE}^P)}{\partial X_{SE}} \Delta\eta\Delta\gamma\Delta\tau + \frac{G_{2s} \tilde{\lambda}_s^P}{4\Delta\xi} \frac{\partial(\Phi_{SE}^P)}{\partial X_{SE}} \Delta\xi\Delta\gamma\Delta\tau \quad (3.122)$$

$$\frac{\partial F^P}{\partial X_{NW}} = \frac{G_{2w} \tilde{\lambda}_w^P}{4\Delta\eta} \frac{\partial(\Phi_{NW}^P)}{\partial X_{NW}} \Delta\eta\Delta\gamma\Delta\tau + \frac{G_{2n} \tilde{\lambda}_n^P}{4\Delta\xi} \frac{\partial(\Phi_{NW}^P)}{\partial X_{NW}} \Delta\xi\Delta\gamma\Delta\tau \quad (3.123)$$

$$\frac{\partial F^P}{\partial X_{NE}} = -\frac{G_{2e} \tilde{\lambda}_e^P}{4\Delta\eta} \frac{\partial(\Phi_{NE}^P)}{\partial X_{NE}} \Delta\eta\Delta\gamma\Delta\tau - \frac{G_{2n} \tilde{\lambda}_n^P}{4\Delta\xi} \frac{\partial(\Phi_{NE}^P)}{\partial X_{NE}} \Delta\xi\Delta\gamma\Delta\tau \quad (3.124)$$

Nota-se que as aproximações das derivadas cruzadas envolvem alguns vizinhos diretos do volume P. É importante que estes termos também sejam considerados para que a matriz jacobina seja avaliada corretamente. Desta forma, adicionam-se às equações das derivadas para os pontos (N, S, E e W), Equações (3.113) e (3.114), os seguintes termos:

$$\frac{\partial F^P}{\partial P_W^o} = \frac{\partial \Gamma^P}{\partial P_W^o} + \left[ \left( \frac{G_{2n} \tilde{\lambda}_n^P}{4\Delta\xi} \right) - \left( \frac{G_{2s} \tilde{\lambda}_s^P}{4\Delta\xi} \right) \right] \frac{\partial(\Phi_W^P)}{\partial P_W^o} \Delta\xi\Delta\gamma\Delta\tau \quad (3.125)$$

$$\frac{\partial F^P}{\partial P_E^o} = \frac{\partial \Gamma^P}{\partial P_E^o} + \left[ -\left( \frac{G_{2n} \tilde{\lambda}_n^P}{4\Delta\xi} \right) + \left( \frac{G_{2s} \tilde{\lambda}_s^P}{4\Delta\xi} \right) \right] \frac{\partial(\Phi_E^P)}{\partial P_E^o} \Delta\xi\Delta\gamma\Delta\tau \quad (3.126)$$

$$\frac{\partial F^P}{\partial P_S^o} = \frac{\partial \Gamma^P}{\partial P_S^o} + \left[ \left( \frac{G_{2e} \tilde{\lambda}_e^P}{4\Delta\eta} \right) - \left( \frac{G_{2w} \tilde{\lambda}_w^P}{4\Delta\eta} \right) \right] \frac{\partial(\Phi_S^P)}{\partial P_S^o} \Delta\eta\Delta\gamma\Delta\tau \quad (3.127)$$

$$\frac{\partial F^P}{\partial P_N^o} = \frac{\partial \Gamma^P}{\partial P_N^o} + \left[ -\left( \frac{G_{2e} \tilde{\lambda}_e^P}{4\Delta\eta} \right) - \left( \frac{G_{2w} \tilde{\lambda}_w^P}{4\Delta\eta} \right) \right] \frac{\partial(\Phi_N^P)}{\partial P_N^o} \Delta\eta\Delta\gamma\Delta\tau \quad (3.128)$$

### 3.3.3.5 Considerações sobre as derivadas numéricas

Na derivada da função residual da água, Equações (3.111) a (3.128), aparecem às derivadas dos termos  $\phi\rho^m$ ,  $\tilde{\lambda}^w$ ,  $\Phi^w$ ,  $\rho^w q^w$ , entre outros, em relação às variáveis do reservatório ( $P^o$ ,  $Z^o$ ). Estas derivadas não podem ser obtidas diretamente, pois há uma forte interdependência entre as variáveis. A mobilidade  $\tilde{\lambda}^w$ , por exemplo, é função da

permeabilidade relativa, que é função da saturação, que depende da fração mássica da fase. As relações citadas podem ser visualizadas no conjunto de equações que definem a rotina flash, mostrada na seção (3.2.4). O potencial da fase  $\Phi^w$ , por outro lado, além da dependência com a pressão  $P^o$ , tem a influência das pressões capilares, que também são funções da saturação.

Por causar interdependência entre as variáveis, encontrar analiticamente as derivadas de  $\phi^m$ ,  $\tilde{\lambda}^w$ ,  $\Phi^w$  e  $\rho^w q^w$  usando a regra da cadeia, não seria uma tarefa muito fácil. As equações resultantes tornar-se-iam muito extensas e o trabalho bastante oneroso. Por isso, decidiu-se neste trabalho calcular as derivadas numericamente, conforme sugerido por Cunha (1996). Para este caso bifásico que está sendo demonstrado, cada parâmetro é avaliado em três pontos:  $(P^o, Z^o)$ ,  $(P^o + \Delta P^o, Z^o)$  e  $(P^o, Z^o + \Delta Z^o)$ . A derivação de qualquer termo  $\Omega$  em relação a uma variável de reservatório  $X$  é calculada por

$$\frac{\partial \Omega}{\partial X} \cong \frac{\Omega(X + \Delta X) - \Omega(X)}{\Delta X} \quad (3.129)$$

sendo mantidas constantes as outras variáveis do reservatório.

Por exemplo, para calcular apenas o valor da derivada de  $\phi$ , têm-se

$$\frac{\partial \phi}{\partial Z^o} = 0 \quad (3.130)$$

e

$$\frac{\partial \phi}{\partial P^o} = \frac{\phi(P^o + \Delta P^o) - \phi(P^o)}{\Delta P^o} \quad (3.131)$$

pois  $\phi$  é apenas função de  $P^o$ .

Na Equação (3.129),  $\Delta X$  pode ser  $\Delta P^o$  ou  $\Delta Z^o$ . Segundo Cunha (1996), valores da ordem de  $\Delta P^o = 0,001P^o$  e  $\Delta Z^o = 0,01Z^o$  podem ser usados sem problemas. Entretanto, visando evitar imprecisões numéricas, deve-se fazer  $\Delta Z^o = 10^{-5}$  caso o valor de  $Z^o$  seja pequeno (menor que 0,001). Para este trabalho foram usados estes mesmos valores, seguindo a recomendação de Cunha (1996).

### 3.3.3.6 Considerações sobre o esquema UDS (Upwind Difference Scheme)

Na metodologia adotada neste trabalho, o valor das propriedades dos fluidos e do reservatório é armazenado nos centros dos volumes. Entretanto, basta observar as equações residuais para notar que é necessário conhecer alguns destes valores, como as mobilidades e suas derivadas, por exemplo, nas faces do volume.

Existem alguns esquemas de interpolação que calculam as propriedades nas faces a partir do valor das mesmas nos centros dos volumes. Neste trabalho, utilizou-se o esquema UDS, para cálculo das mobilidades nas faces dos volumes. Esse esquema, que atribui à propriedade na interface o valor da mesma no volume que está localizado imediatamente atrás em relação ao sentido do escoamento. Essa é a explicação para o fato citado anteriormente de se derivar a mobilidade  $\tilde{\lambda}_e^w$  ora em relação a  $P_P$ , ora em relação a  $P_E$ , dependendo da direção do escoamento. Como o escoamento é bifásico, é necessário checar a direção do escoamento para cada fase, visto que estas podem ter movimentos diferentes dependendo das condições de reservatório. Esse é o motivo pelo qual a derivação das mesmas pode ser feita em relação ao volume P ou ao seu vizinho imediato.

Para determinar a direção do escoamento na face leste “e”, avaliou-se a velocidade da fase através da lei de Darcy, que, para coordenadas generalizadas, é escrita como,

$$\bar{u}_e^p = -\tilde{\lambda}_e^p \left[ G_{1e} \frac{(\Phi_E^p - \Phi_P^p)}{\Delta\xi} + G_{2e} \frac{(\Phi_N^p + \Phi_{NE}^p - \Phi_S^p - \Phi_{SE}^p)}{4\Delta\eta} \right] \quad (3.132)$$

Exemplificando, para  $\bar{u}_e^p > 0$ , basta verificar se a Equação (3.133) é satisfeita.

$$-\left[ G_{1e} \frac{(\Phi_E^p - \Phi_P^p)}{\Delta\xi} + G_{2e} \frac{(\Phi_N^p + \Phi_{NE}^p - \Phi_S^p - \Phi_{SE}^p)}{4\Delta\eta} \right] > 0 \quad (3.133)$$

Se  $\bar{u}_e^p > 0$ , tem-se  $\tilde{\lambda}_e^p = \tilde{\lambda}_P^p$  e  $\tilde{\lambda}_e^p = \tilde{\lambda}_E^p$ , caso  $\bar{u}_e^p < 0$ . Nas outras faces do volume, usa-se o mesmo raciocínio.





Para o esquema de nove pontos, são considerados também os vizinhos cruzados SW, SE, NW e NE na montagem da matriz jacobiana. Sua estrutura passa a ter nove diagonais, como segue:

$$\begin{bmatrix}
 x_1 & x_2 & & x_4 & x_5 & & & & \\
 x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & & & \\
 & x_2 & x_3 & & x_5 & x_6 & & & \\
 x_1 & x_2 & & x_4 & x_5 & & x_7 & x_8 & \\
 x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 \\
 & x_2 & x_3 & & x_5 & x_6 & & x_8 & x_9 \\
 & & & x_4 & x_5 & & x_7 & x_8 & \\
 & & & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 \\
 & & & & x_5 & x_6 & & x_8 & x_9
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \Delta X_1 \\
 \Delta X_2 \\
 \Delta X_3 \\
 \Delta X_4 \\
 \Delta X_5 \\
 \Delta X_6 \\
 \Delta X_7 \\
 \Delta X_8 \\
 \Delta X_9
 \end{bmatrix}
 = -
 \begin{bmatrix}
 F_1 \\
 F_2 \\
 F_3 \\
 F_4 \\
 F_5 \\
 F_6 \\
 F_7 \\
 F_8 \\
 F_9
 \end{bmatrix}
 \quad (3.137)$$

onde cada termo é dado por:

$$x_i = \begin{bmatrix}
 \frac{\partial F_i^w}{\partial P^o} & \frac{\partial F_i^w}{\partial Z^o} \\
 \frac{\partial F_i^o}{\partial P^o} & \frac{\partial F_i^o}{\partial Z^o}
 \end{bmatrix} \quad (3.138)$$

$$\Delta X_i = \begin{bmatrix}
 P_i^{o, k+1} - P_i^{o, k} \\
 Z_i^{o, k+1} - Z_i^{o, k}
 \end{bmatrix} \quad (3.139)$$

$$F_i = \begin{bmatrix}
 F_i^w \\
 F_i^o
 \end{bmatrix}. \quad (3.140)$$

Os espaços em branco da matriz A, Equação (3.136), representam os termos nulos. Conforme se pode notar, a estrutura da matriz é esparsa, exigindo que se utilize um solver eficiente para obtenção da solução. Neste trabalho foi usado o Método de Gauss-Seidel escrito em multi-blocos, o BICGSTAB, que será discutido mais adiante.

Na formulação em frações mássicas, o algoritmo para a metodologia totalmente implícita foi implementada por Coutinho (2002) é descrita a seguir:

- a) *Inicialização das variáveis.* A partir do campo de saturações inicial, calcula-se o campo de frações mássicas usando a rotina Flash;

b) *Cálculo das derivadas, resíduos e montagem da matriz jacobiana.* Para montar a matriz jacobiana é necessário derivar as equações de resíduo em relação às variáveis do reservatório (pressões e frações mássicas). Nota-se que, devido ao uso do esquema UDS, deve-se verificar qual a direção do escoamento para cada fase na derivação das equações residuais;

c) *Resolução do sistema linear definido pela matriz jacobiana.* Como cada elemento da matriz jacobiana é uma matriz 2x2, deve-se utilizar um algoritmo capaz de resolver um sistema linear de blocos;

d) *Avanço das variáveis no nível iterativo.* A solução do sistema linear dado pela Equação (3.139) é um vetor de variações e por isso as incógnitas são avançadas no nível iterativo fazendo-se ( $X^{k+1} = X^k + \Delta X$ ), sendo  $X = P$  ou  $Z^w$ .

e) *Verificação da convergência.* Caso não se tenha alcançado a convergência volta-se ao passo b);

f) *Avanço no tempo.* Faz-se um incremento no tempo e volta-se ao passo b).

### 3.3.3.8 Convergência do método de Newton

Conforme sugerido por Cunha (1996), a convergência do método de Newton foi avaliada a partir das variações apresentadas pelas variáveis  $P^o$  e  $Z^o$  em cada iteração.

a) Critério para a pressão

É dado por:

$$\max \left( \frac{|P_P^{o\ k+1} - P_P^{o\ k}|}{P_{MAX}^{o\ k+1} - P_{MIN}^{o\ k+1}} \right) \leq TOL_P \quad (3.141)$$

onde,  $k$  é o nível iterativo do ciclo de Newton; os subscritos MAX e MIN representam, respectivamente, a máxima e mínima pressão na iteração atual,  $k+1$ ;  $TOL_P$  é a tolerância para a convergência de  $P^o$ , variando de  $10^{-2}$  a  $10^{-3}$ .

b) Critério para as frações mássicas

O seguinte critério foi usado:

$$\max |Z_p^{o\ k+1} - Z_p^{o\ k}| \leq \text{TOL}_Z \quad (3.142)$$

onde  $\text{TOL}_Z$  é a tolerância para a convergência de  $Z^o$ , variando entre  $10^{-4}$  e  $10^{-5}$ .

### 3.3.3.9 Esquema de passo de tempo variável

Neste trabalho foi utilizado um esquema de passo de tempo variável conforme descrito em Lucianetti et al. (1998), com o objetivo de tornar mais rápida a simulação e ao mesmo tempo mantendo os erros de truncamento aceitáveis. Em cada nova iteração no tempo, o  $\Delta t$  é calculado pela seguinte relação:

$$\Delta t^{k+1} = \text{mín} \left\{ \Delta t_{\text{máx}}, \text{máx} \left[ \Delta t_{\text{mín}}, \frac{\Delta t^k}{2}, \text{mín} (\Delta t_z, \Delta t_p, 2\Delta t^k) \right] \right\} \quad (3.143)$$

com

$$\Delta t_z = \frac{\Delta t^k \Delta Z_{\text{lim}}^o}{\Delta Z_{\text{máx}}^o} \quad \text{e} \quad \Delta t_p = \frac{\Delta t^k \Delta P_{\text{lim}}}{\Delta P_{\text{máx}}}, \quad (3.144\text{a-b})$$

onde  $\Delta t^{k+1}$  é o intervalo de tempo da iteração atual;  $\Delta t^k$  é o intervalo de tempo da iteração anterior;  $\Delta t_{\text{máx}}$  é o máximo intervalo de tempo permitido;  $\Delta t_{\text{mín}}$  é o mínimo intervalo de tempo permitido;  $\Delta Z_{\text{lim}}^o$  é a máxima variação da fração mássica do óleo permitida;  $\Delta Z_{\text{máx}}^o$  é a máxima variação da fração mássica do óleo permitida com relação ao tempo atual;  $\Delta P_{\text{lim}}$  é a máxima variação da pressão permitida;  $\Delta P_{\text{máx}}$  é a máxima variação da pressão permitida com relação ao tempo atual.

Pela relação dada, o mínimo passo de tempo entre os valores permitidos pela variação da fração mássica e pressão,  $\Delta t_z$  e  $\Delta t_p$ , deve respeitar a seguinte relação:

$$\Delta t_{\text{mín}} \leq \frac{\Delta t^k}{2} \leq \text{mín} \{ \Delta t_z, \Delta t_p \} \leq 2\Delta t^k \leq \Delta t_{\text{máx}}. \quad (3.145)$$

### 3.3.3.10 Método de solução do sistema linear

O sistema linear resultante a ser resolvido para obtenção da solução em cada instante de tempo é do tipo:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{R} \quad (3.146)$$

onde,  $\mathbf{A}$  é a matriz jacobiana,  $\mathbf{X}$  é o vetor de solução e  $\mathbf{R}$  é o vetor resíduo.

Os métodos iterativos não estacionários normalmente utilizados para solução deste tipo de sistema apresentam taxa de convergência lenta, (Marcondes, 1996). Com o objetivo de melhorar a taxa de convergência destes métodos, resolve-se o sistema equivalente,

$$\mathbf{M}_1^{-1}\mathbf{AX} = \mathbf{M}_1^{-1}\mathbf{R} \quad (3.147)$$

onde,  $\mathbf{M}_1$  é denominada matriz de pré-condicionamento.

A matriz de pré-condicionamento deve ser ao mesmo tempo uma boa aproximação da matriz Jacobiano  $\mathbf{A}$ , e sua fatoração fácil de ser obtida. Existem diversas possibilidades de se obter  $\mathbf{M}_1$ . Caso  $\mathbf{A}$  tenha uma estrutura regular,  $\mathbf{M}_1$  poderá ser obtida a partir de uma partição dela. No presente trabalho, utilizou-se  $\mathbf{M}_1$ , como sendo a diagonal principal de  $\mathbf{A}$ . Apesar desta opção não ser a mais recomendada, uma vez que apenas uma diagonal de  $\mathbf{A}$  esta sendo considerada, resolveu-se adotá-la devido a facilidades de implementação computacional.

Para a solução do sistema linear, Equação (3.147), adotou-se o BICGSTAB (Bi-Conjugate Gradient Stabilized method) proposto por van der Vorst (1992), descrito no ANEXO. Conforme descreve Barrett et al. (1994), este método foi desenvolvido no sentido de corrigir “frequentes irregularidades” no processo de convergência do método CGS (Conjugate Gradient Squared), a partir de uma minimização local do vetor resíduo e que leva a uma convergência suave.

### 3.4 A geometria do reservatório e dados da simulação

No processo de injeção de água no reservatório de petróleo, os resultados da simulação dependem do tratamento do modelo numérico, do refinamento da malha e da orientação da malha.

Nesta pesquisa, trabalhou-se com um reservatório de geometria irregular, com oito poços (dois injetores e seis poços produtores). Eles são distribuídos conforme mostra a Figura 3.10 para as localizações (a) L<sub>1</sub> e (b) L<sub>2</sub>.

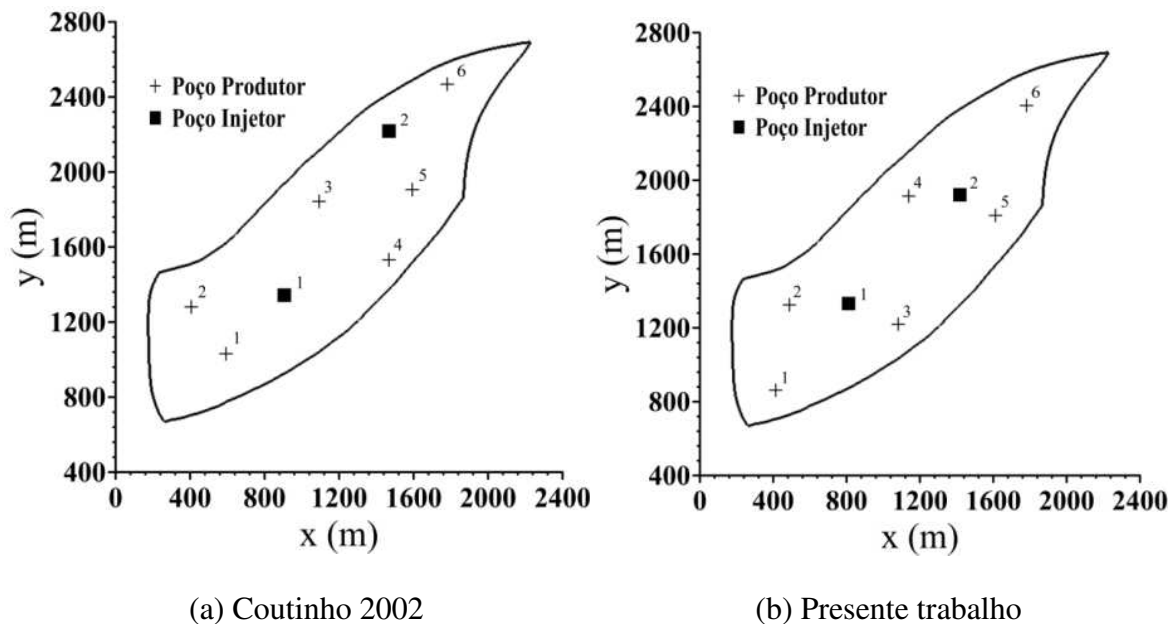


Figura 3.10 – Vista superior do reservatório com a forma irregular usada neste trabalho com as respectivas localizações (a) L<sub>1</sub> e (b) L<sub>2</sub>.

As Tabelas 3.1 e 3.2 mostram as coordenadas de posição dos poços injetores e produtores referentes às duas localizações e as taxas de fluxo da água e do líquido (água + óleo).

Tabela 3.1 - Coordenadas dos poços injetores e produtores.

Poços		Coordenadas dos poços (m)			
		Localização L <sub>1</sub>		Localização L <sub>2</sub>	
		x	y	x	y
Injetor	1	906	1343	811	1332
	2	1468	2218	1418	1921
Produtor	1	593	1031	413	862
	2	406	1281	488	1325
	3	1093	1843	1081	1220
	4	1468	1531	1139	1914
	5	1593	1906	1612	1809
	6	1781	2468	1781	2405

Tabela 3.2 - Vazão volumétrica de água e de líquido (água+óleo).

Poço		Vazão volumétrica (m <sup>3</sup> /dia)			
		Situação A*	Situação B (+10% de A)	Situação C (+20% de A)	Situação D (+30% de A)
Injetor (água)	1	254,02	279,42	304,82	330,22
	2	174,87	192,36	209,85	227,34
Produtor Líquido (água+óleo)	1	79,49	87,44	95,39	103,33
	2	95,04	104,54	114,05	123,55
	3	79,49	87,44	95,39	103,33
	4	47,69	52,46	57,23	62,00
	5	63,59	69,95	76,31	82,67
	6	63,59	69,95	76,31	82,67

\* Fonte: Coutinho (2002).

A Tabela 3.3 apresenta todos os dados físicos dos fluidos e do reservatório, usada nas simulações.

Tabela 3.3 – Dados físicos dos fluidos e do reservatório. Fonte: Marcondes (1996).

Altura do reservatório	$H = 15 \text{ m}$
Permeabilidade absoluta do meio	$k = 0,3 \times 10^{-12} \text{ m}^2$
Permeabilidade relativa da água	$K^{rw} = (S^w - 0,2)[-250(S^w)^2 + 325 \times S^w - 55]/27$
Permeabilidade relativa do óleo	$k^{ro} = 1 - k^{rw}$
Raio dos poços	$r^w = 0,122 \text{ m}$
Pressão inicial	$P_i = 20685 \times 10^3 \text{ Pa}$
Pressão de referência	$P_{ref} = 20685 \times 10^3 \text{ Pa}$
Saturação de água inicial	$S_i^w = 0,2$
Saturação de óleo residual	$S_r^o = 0,2$
Densidades	$\rho^w = \rho^o = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ na } P_{ref}$
Fatores vol. formação de referência	$B_{ref}^w = B_{ref}^o = 1 \text{ na } P_{ref}$
Compressibilidades	$c^w = c^o = 7,25163 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$
Viscosidade da água	$\mu^w = 10^{-3}[1 + 1,45 \times 10^{-12}(P - 1,38 \times 10^7)] \text{ Pa.s}$

Os resultados foram obtidos através de um código computacional em linguagem C++ orientado a objeto, desenvolvido no Laboratório Computacional de Térmica e Fluidos (LCTF) da Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica (UAEM) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), por Coutinho (2002) e adaptado para esta pesquisa. As representações das distribuições de pressão e do campo de saturação são feitas através do solver MayaVi, e a leitura gráfica é feita utilizando o software Grapher 7.

A Tabela 3.4 apresenta os casos estudados levando em consideração as situações descritas nas Tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 mais as variações de algumas propriedades como porosidade e viscosidade.



Tabela 3.4 - Dados dos casos estudados.

Caso	Porosidade	Situação	Localização dos Poços	Viscosidade do Óleo (Pa.s)
01	0,3	A	L <sub>1</sub>	$\mu^o = 1,163 \times 10^{-2} [1 + 1,45 \times 10^{-12} (P - 1,38 \times 10^7)]$
02	0,1		L <sub>2</sub>	
03	0,2			
04	0,3			
05	0,4			
06	0,3	B	L <sub>1</sub>	
07	0,1		L <sub>2</sub>	
08	0,2			
09	0,3			
10	0,4			
11	0,3	C	L <sub>1</sub>	
12	0,1		L <sub>2</sub>	
13	0,2			
14	0,3			
15	0,4			
16	0,3	D	L <sub>1</sub>	
17	0,1		L <sub>2</sub>	
18	0,2			
19	0,3			
20	0,4			
21	0,3	A	L <sub>1</sub>	$\mu^o = 0,01$
22				$\mu^o = 0,1$
23				$\mu^o = 1,0$

Para obter os resultados numéricos usaram-se malhas com alto grau de ortogonalidade, como mostrado na Figura 3.11. A malha foi gerada com 1160 volumes (58x20) e  $\Delta t = 1$  dia. Esta malha foi gerada após vários refinamentos conforme reportado em prévios trabalhos (Coutinho, 2002; Coutinho et al., 2008).

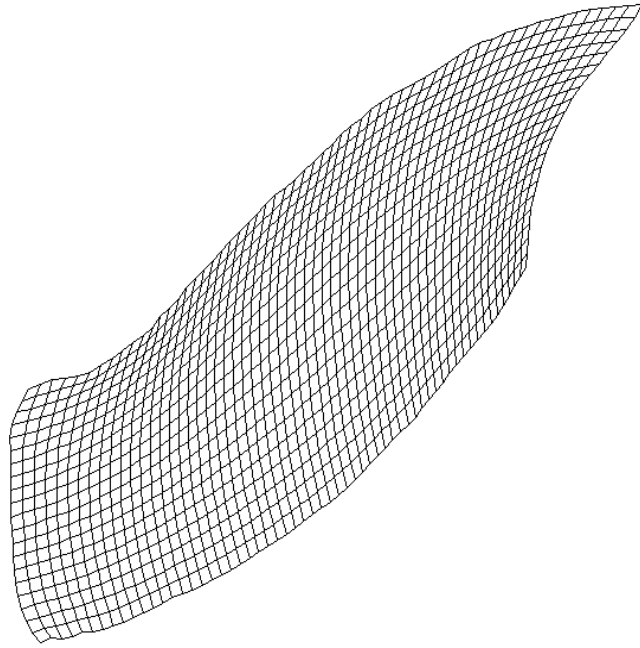


Figura 3.11 – Malha numérica usada neste trabalho. Fonte: Coutinho (2002).

## **CAPITULO 4**

### **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

O estudo do reservatório consistiu em determinar os resultados das distribuições de pressão e do campo de saturação da água, da produção individual dos poços, da taxa de fluxo de injeção de água, do corte de água e da recuperação de óleo.

Utilizando os dados apresentados nas Tabelas 3.1 - 3.4, uma série de cálculo para a injeção de diferentes taxas de água no reservatório foi realizado, para diferentes localizações dos poços e também para diferentes porosidades e viscosidades.

#### **4.1 Validação do estudo**

No trabalho de validação, foi feito um estudo comparativo dos resultados do caso 1 com os dados do trabalho de Cunha (1996) e Coutinho (2002).

As Figuras 4.1a-d ilustram a distribuição de pressão e as Figuras 4.2a-d mostram o campo de saturação de para o caso 1, no interior do reservatório ao longo do tempo (500, 2000, 3500 e 6000 dias). Pode-se ver que o valor mais elevado de pressão está nos pontos próximos aos poços injetores e de menor pressão ocorre nos poços produtores.

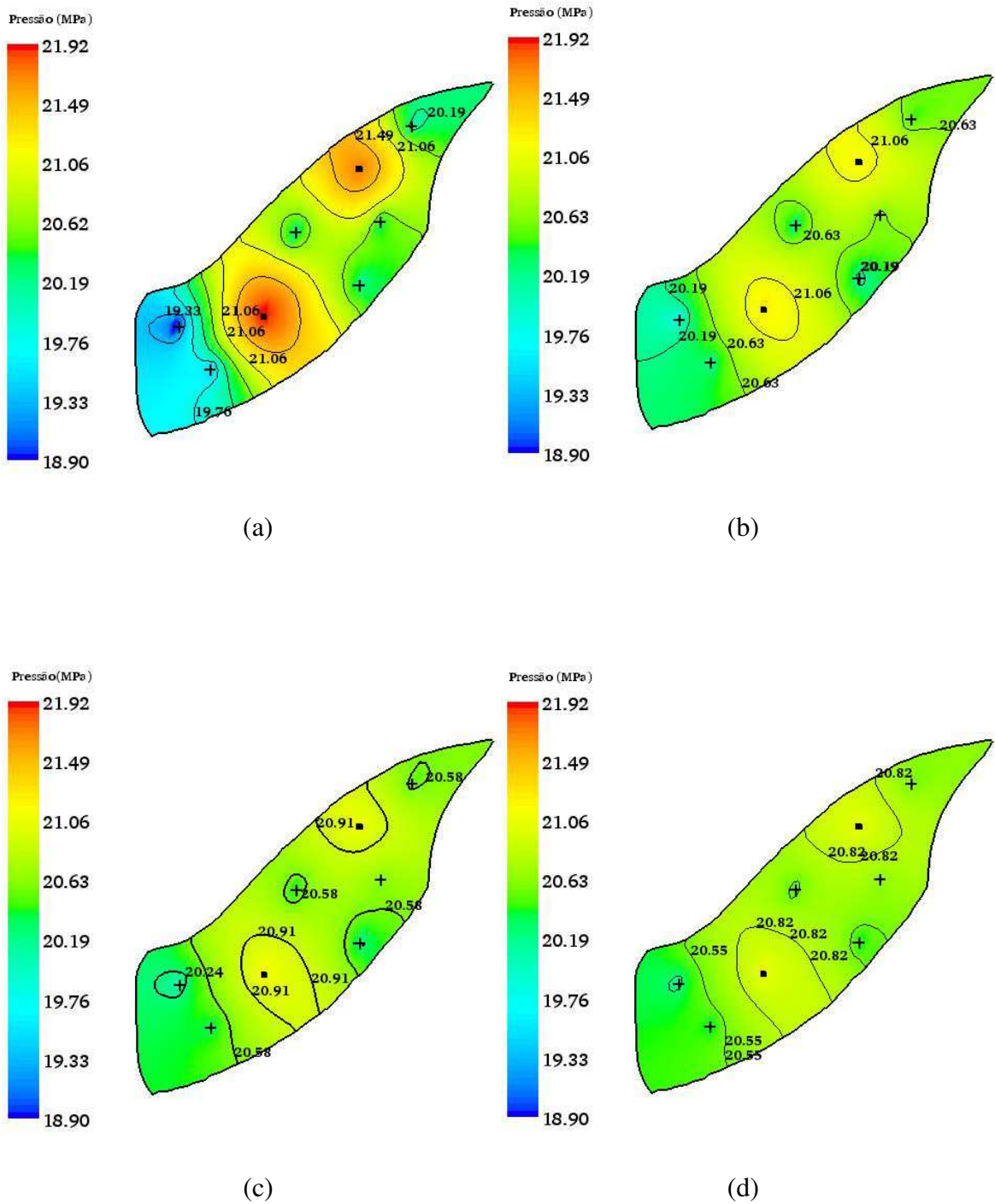


Figura 4.1 – Distribuição de pressão no reservatório: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 1 – situação A].

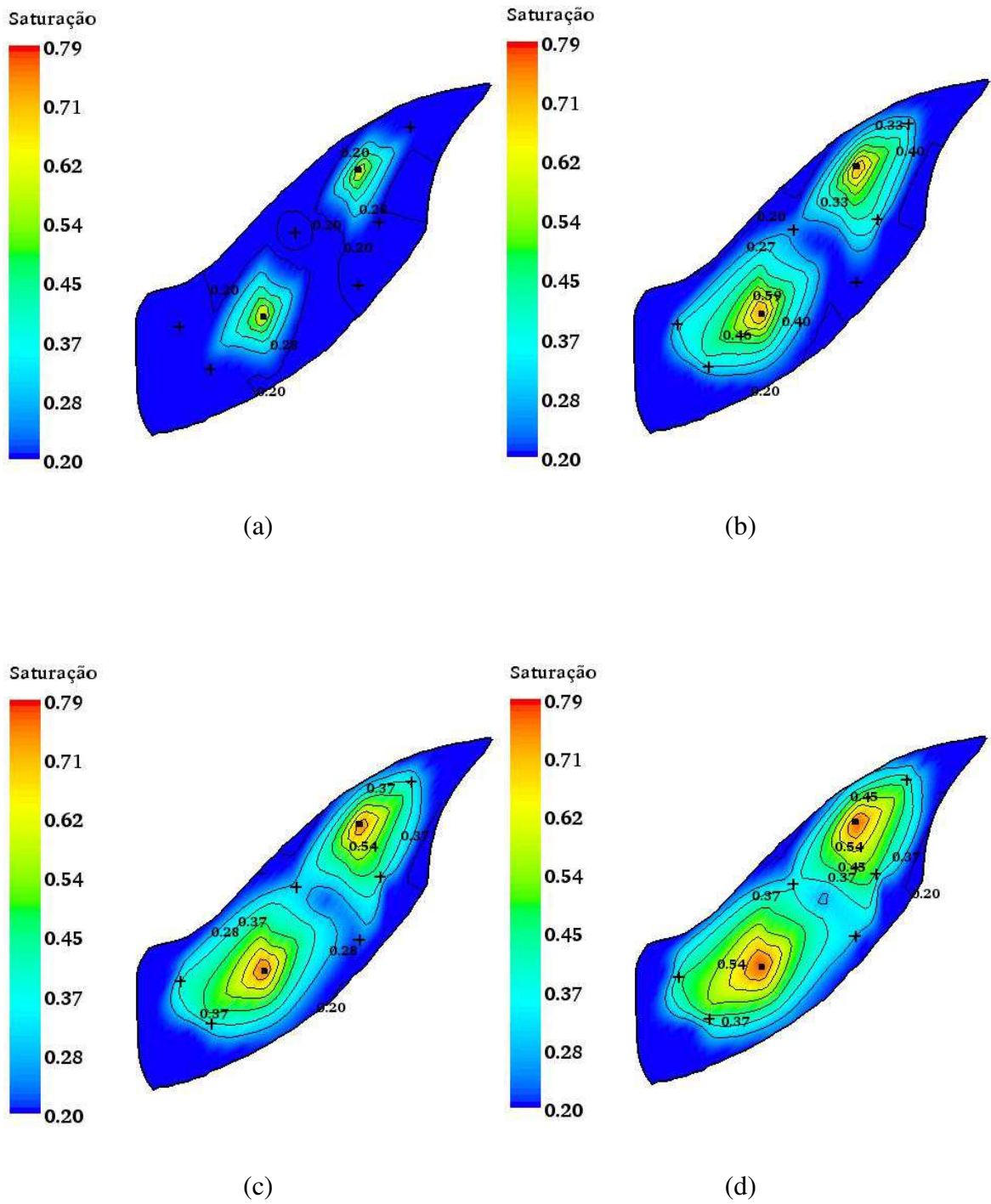


Figura 4.2 – Campo de saturação da água: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 1 – situação A].

Todos os pontos das curvas de corte de água, pressão e recuperação dos casos estudados, são representados através de alguns pontos estabelecidos por uma frequência que quantifica os mesmos.

As representações gráficas das curvas de corte de água nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 para o caso 1, são mostradas nas Figuras 4.3 - 4.6.

O termo corte de água, representa a quantidade ou porcentagem definida pelo quociente entre as vazões instantâneas de água e de líquidos (óleo+água), ou seja, a quantidade de água que começa a chegar nos poços produtores.

No trecho que mostra o corte de água nulo, nos instantes iniciais, corresponde ao intervalo que nenhuma quantidade de água injetada chega aos poços produtores. Após esses instantes, começam a chegar frações correspondente de água injetada, como por exemplo, no tempo de 15804,1 dias a quantidade de 93,7% de água chega no poço produtor 1. Portanto, percebe-se nitidamente que a água demora mais a chegar no poço produtor 4.

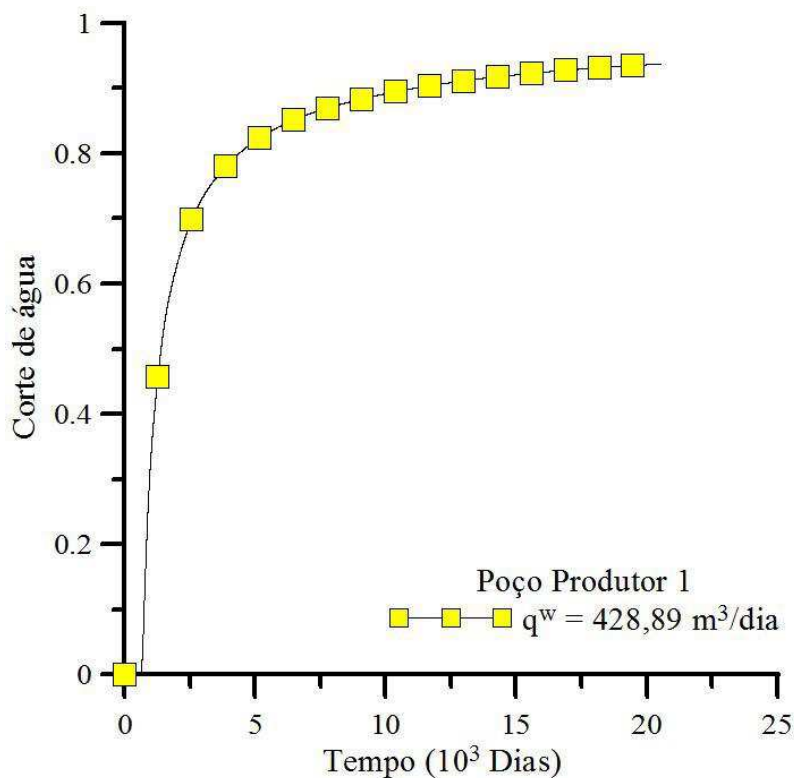


Figura 4.3 – Corte de água no poço produtor 1, caso 1.

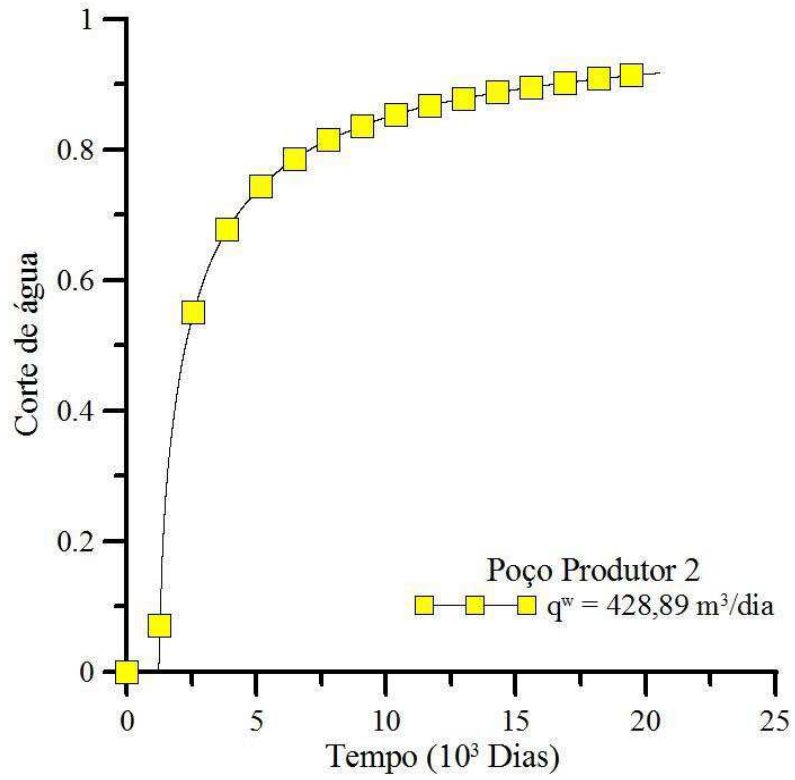


Figura 4.4 – Corte de água no poço produtor 2, caso 1.

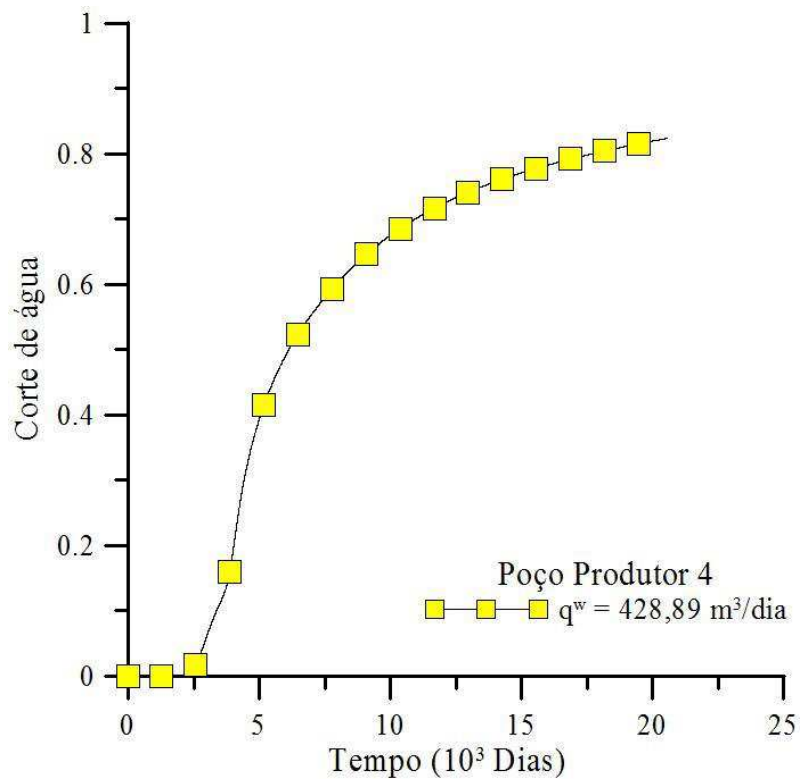


Figura 4.5 – Corte de água no poço produtor 4, caso 1.

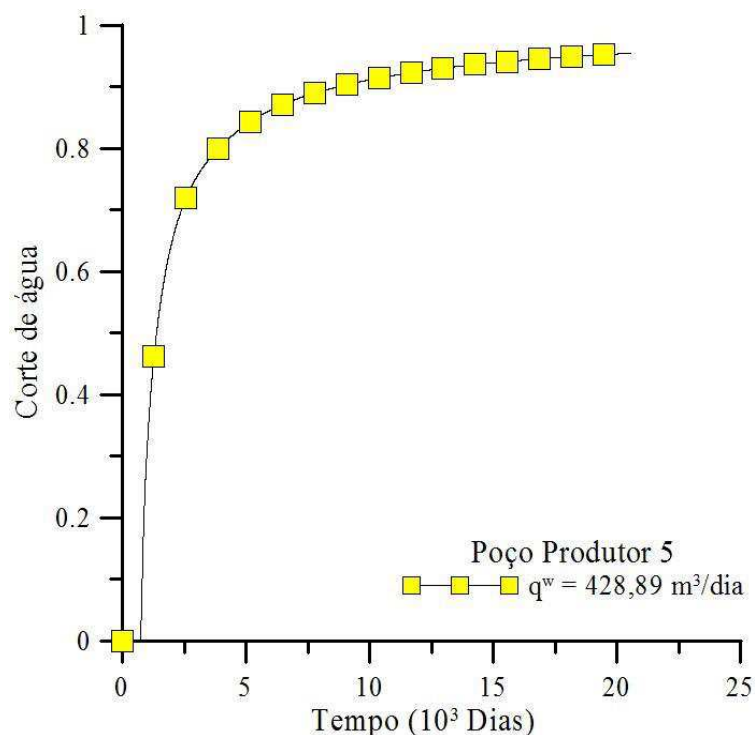


Figura 4.6 – Corte de água no poço produtor 5, caso 1.

As Figuras 4.7 – 4.10 mostram as linhas de pressão nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 referente ao caso 1.

O parâmetro adimensional VPI (volume poroso deslocado pela injeção no reservatório) representa a relação entre o volume de água injetada no reservatório e o volume total de óleo que é possível retirar do mesmo. Este parâmetro é dado por:

$$VPI = \frac{q^w t}{\phi V_R (1 - S_i^w - S_r^o)}, \quad (4.1)$$

onde  $V_R$  é o volume do reservatório e  $S_i^w$  e  $S_r^o$  representam a saturação inicial da água e a saturação residual do óleo respectivamente.

Nota-se que a partir do VPI igual a zero, a pressão decresce do seu valor inicial prescrita na Tabela 3.3. Este fato ocorre devido que neste instante se começa a produzir nos poços produtores, saída de óleo mais água. Instantes depois, o reservatório passa a ser pressurizado devido à injeção de água que começa a chegar aos poços produtores. Em alguns casos, instantaneamente a pressão decresce, pois pressupõe que a água injetada se desloque para uma região menos pressurizada, por exemplo, o caso do poço produtor 4.



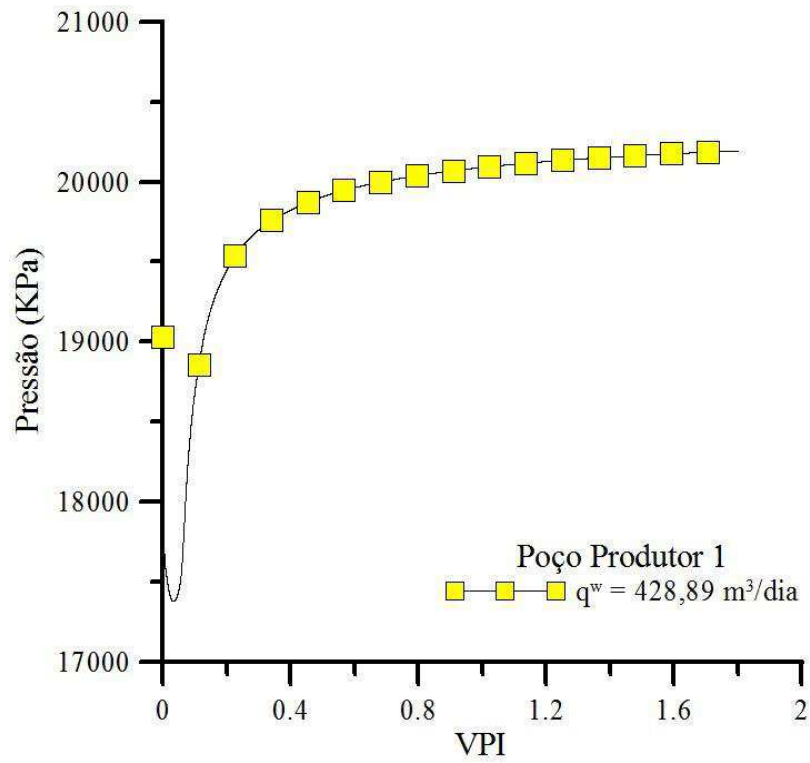


Figura 4.7 – Pressão no poço produtor 1, caso 1.

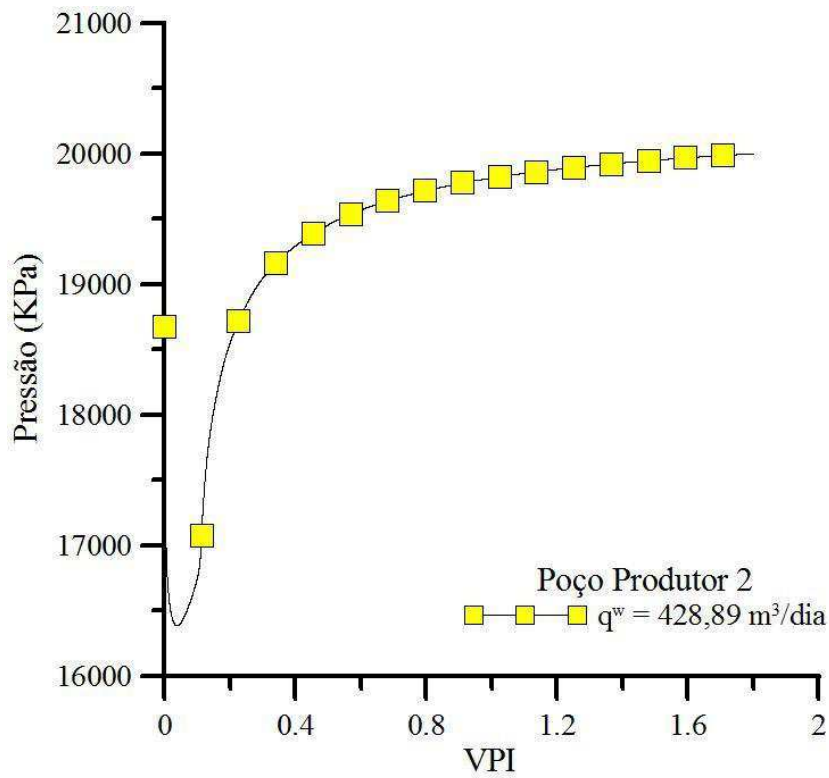


Figura 4.8 – Pressão no poço produtor 2, caso 1.

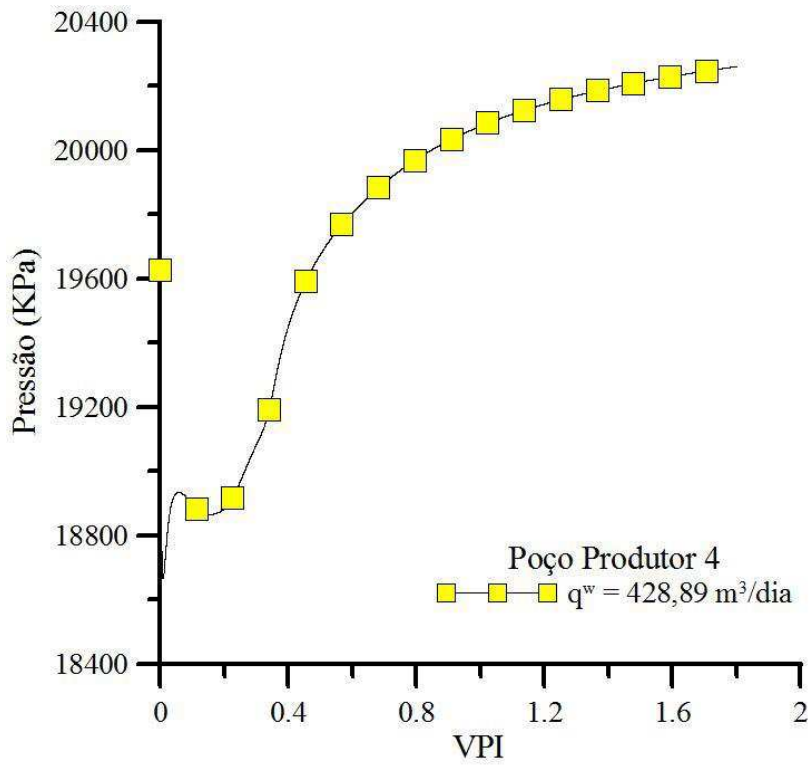


Figura 4.9 – Pressão no poço produtor 4, caso 1.

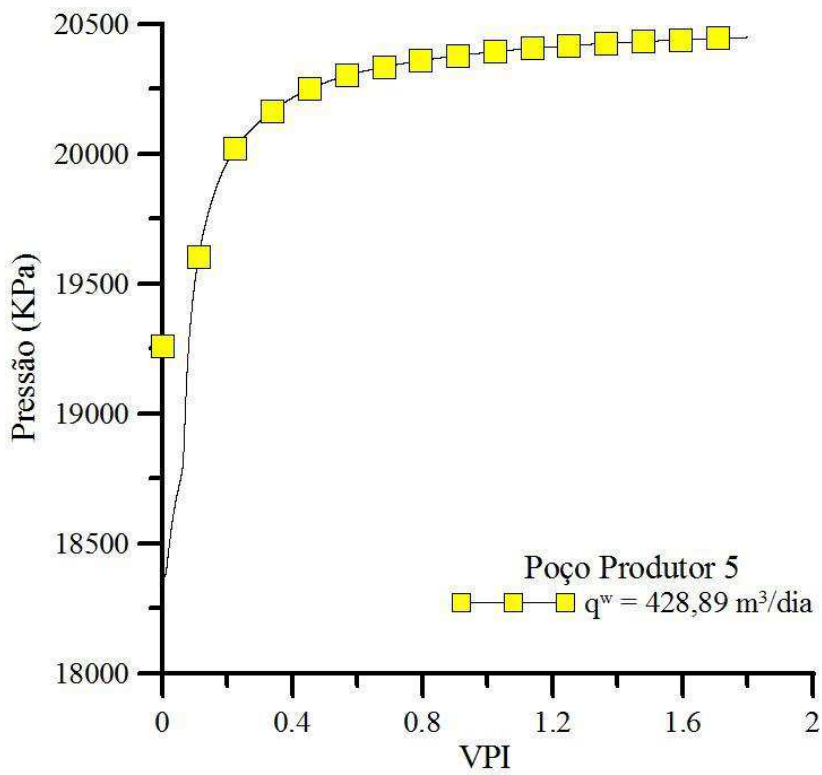


Figura 4.10 – Pressão no poço produtor 5, caso 1.

Nas figuras 4.11 a 4.14 estão representados as curvas de volume recuperado de óleo, VPOR, nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 para o caso 1. o parâmetro adimensional VPOR (volume poroso de óleo recuperado) representa as relações entre o volume de óleo produzido pelo reservatório com processo de injeção de água e o volume total de óleo possível de ser extraído do reservatório. Este parâmetro é dado por:

$$VPOR = \int_0^t \frac{q^o(t)dt}{\phi V_R (1-S_i^w - S_r^o)} \quad (4.2)$$

Estas curvas se assemelham, mas, no entanto, se observa que existem certas variações nos resultados recuperados. Observe que, por exemplo, para o VPI máximo igual a 1,8, o VPOR nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 são respectivamente iguais a 6%, 9,7%, 8,9% e 4,4% do volume total do reservatório. Portanto, através da análise do corte de água e da recuperação de óleo, nota-se que a mobilidade da água é maior que a do óleo.

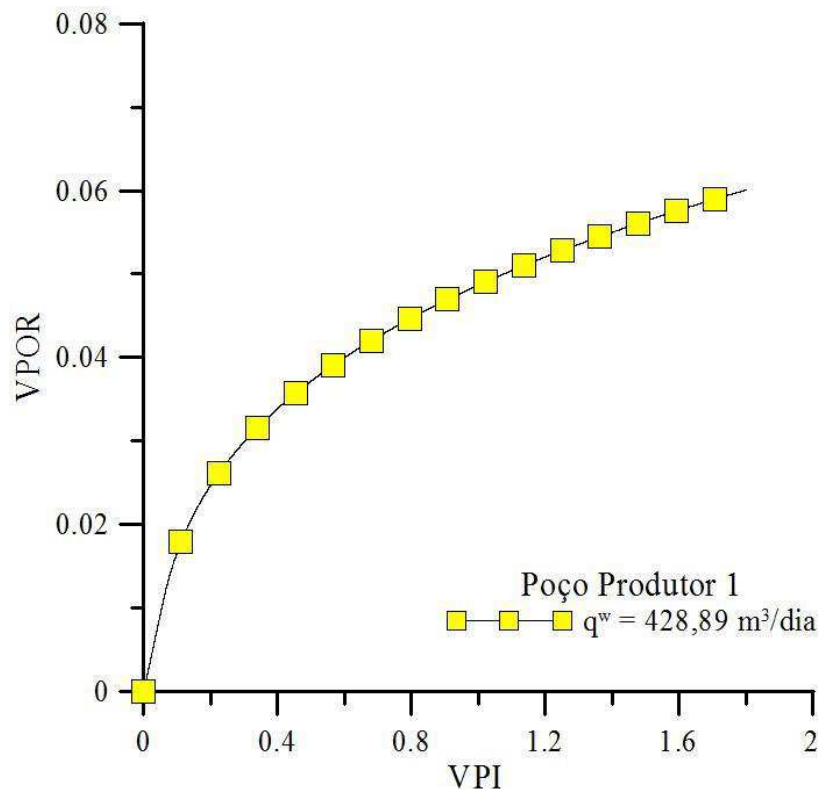


Figura 4.11 – Recuperação de óleo no poço produtor 1, caso 1.

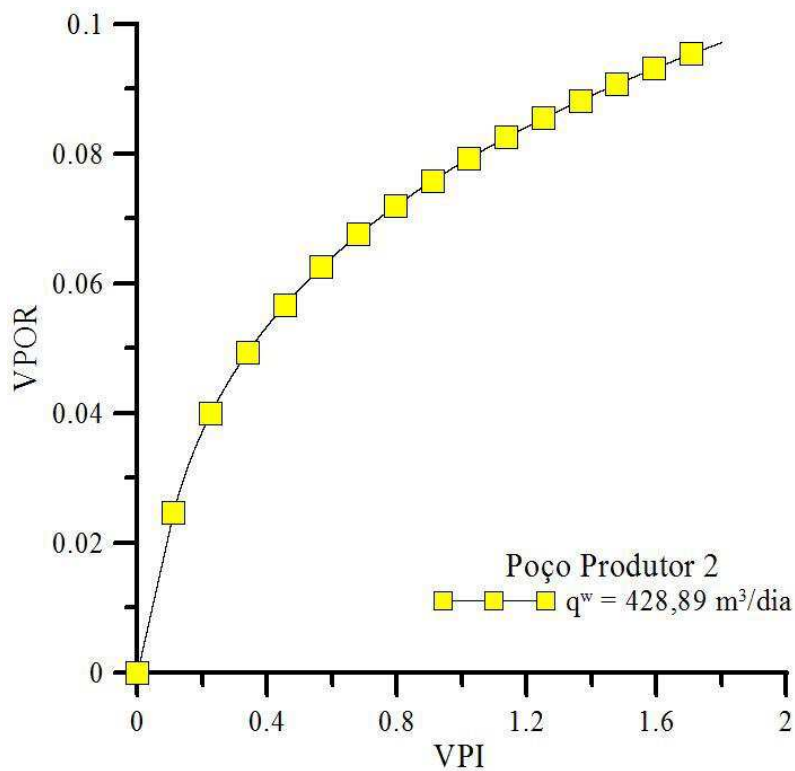


Figura 4.12 – Recuperação de óleo no poço produtor 2, caso 1.

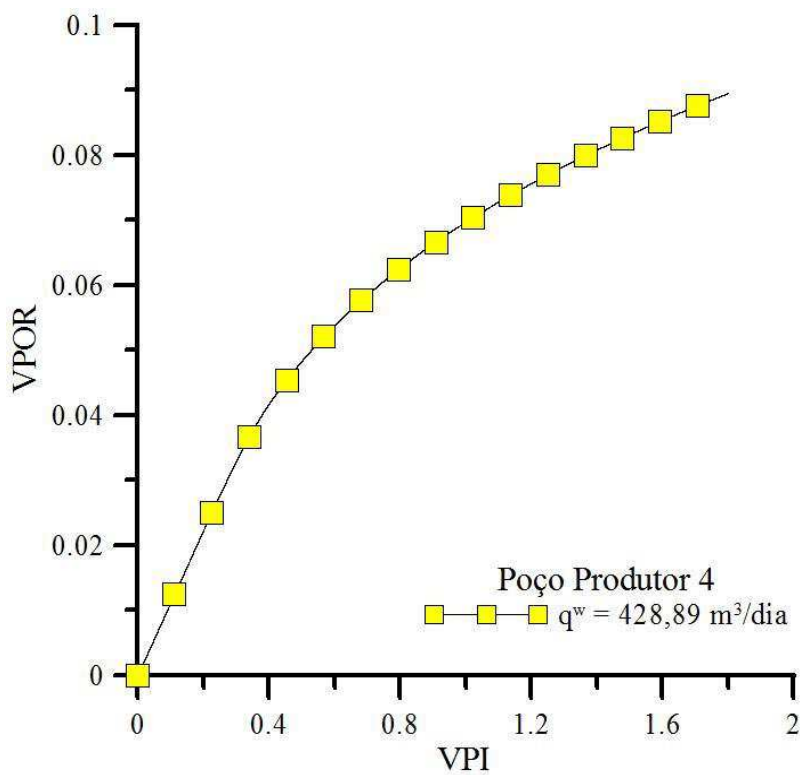


Figura 4.13 – Recuperação de óleo no poço produtor 4, caso 1.

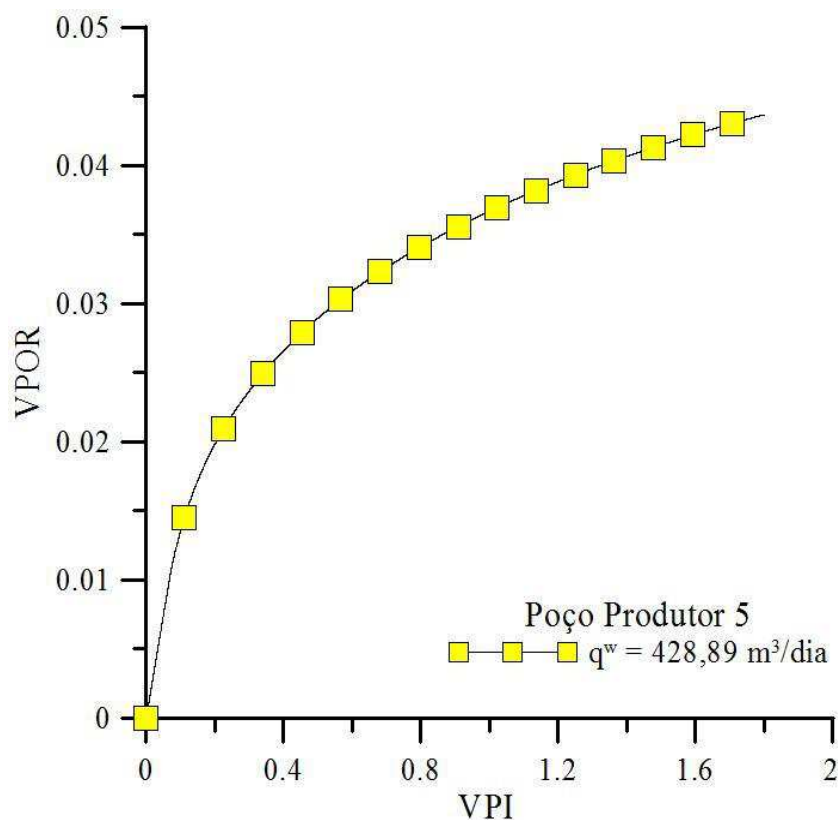


Figura 4.14 – Recuperação de óleo no poço produtor 5, caso 1.

A seguir apresenta-se uma análise comparativa entre os resultados do presente trabalho, Cunha (1996) e Coutinho (2002), através das representações gráficas da pressão e do volume de óleo recuperado (VPOR) em função do volume de água injetado no poço (VPI) ao longo do tempo no poço produtor 1, representados respectivamente, nas Figuras 4.15 e 4.16.

Nas curvas de recuperação e pressão no poço produtor 1, percebe-se que os resultados do presente trabalho foram praticamente idênticos aos trabalhos de Cunha (1996) e Coutinho (2002). Nota-se que, a abordagem utilizada no presente trabalho é satisfatória.

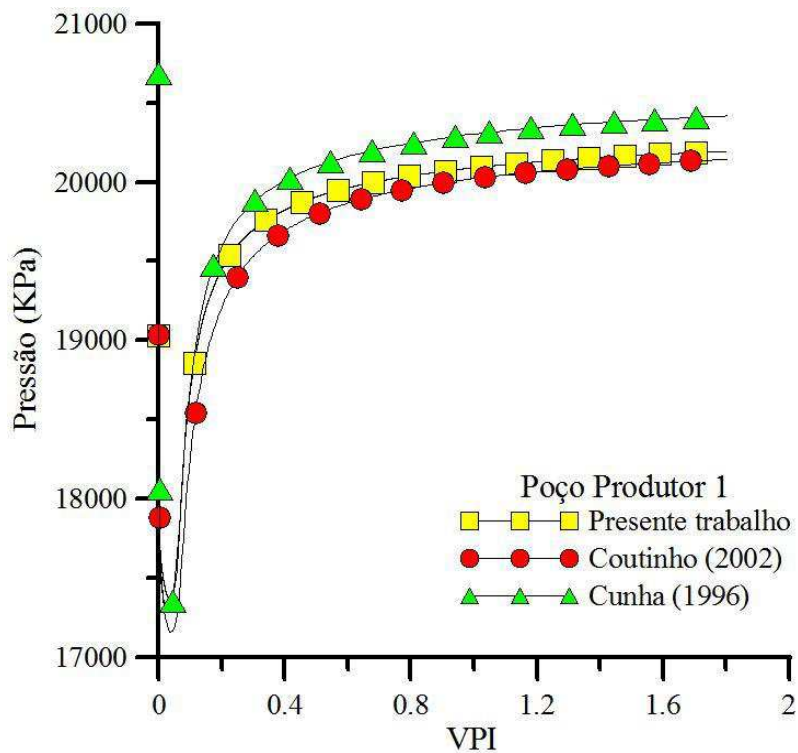


Figura 4.15 – Pressão no reservatório do poço produtor 1 (caso 1), ao longo do tempo, referente ao trabalho atual, Cunha (1996) e Coutinho (2002).

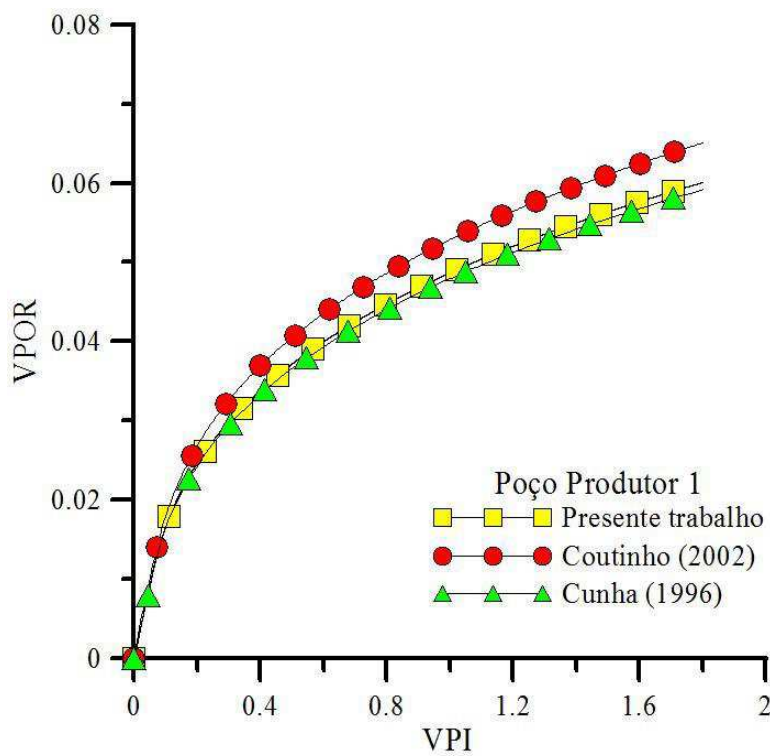


Figura 4.16 - Recuperação de óleo no poço produtor 1 (caso 1), ao longo do tempo, referente ao trabalho atual, Cunha (1996) e Coutinho (2002).

## 4.2 Efeito da localização dos poços

Nas Figuras 4.17 - 4.20 estão representadas as curvas de corte de água para os casos 1 e 4 para os poços de produção 1, 2, 4 e 5. Percebe-se que no caso 1, o tempo de produção de óleo é maior. Consequentemente a água chega mais rapidamente aos poços produtores exceto no poço 1 para o caso 4.

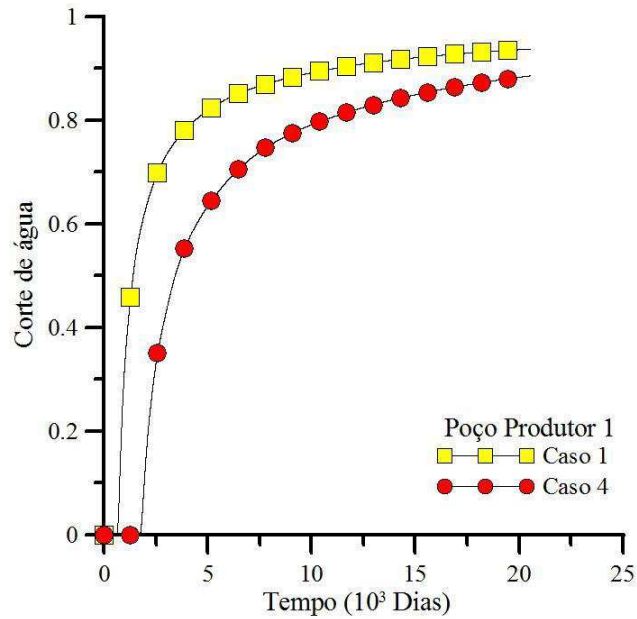


Figura 4.17 – Corte de água no poço produtor 1 entre os casos 1 e 4.

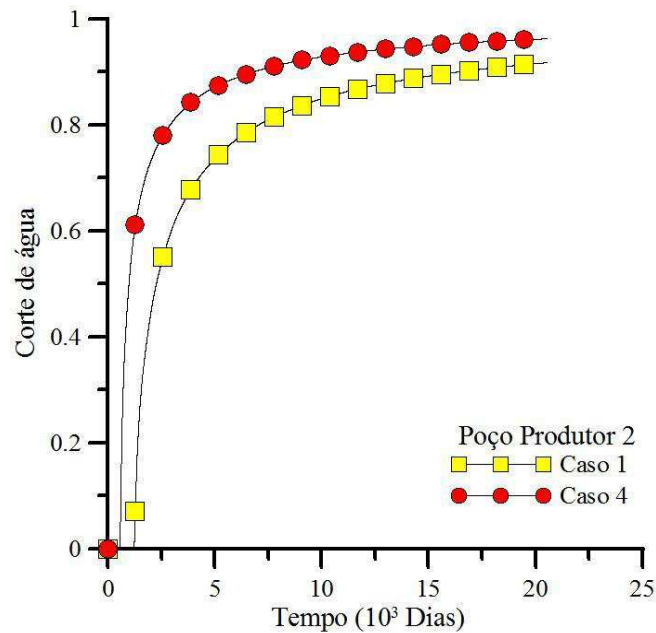


Figura 4.18 – Corte de água no poço produtor 2 entre os casos 1 e 4.

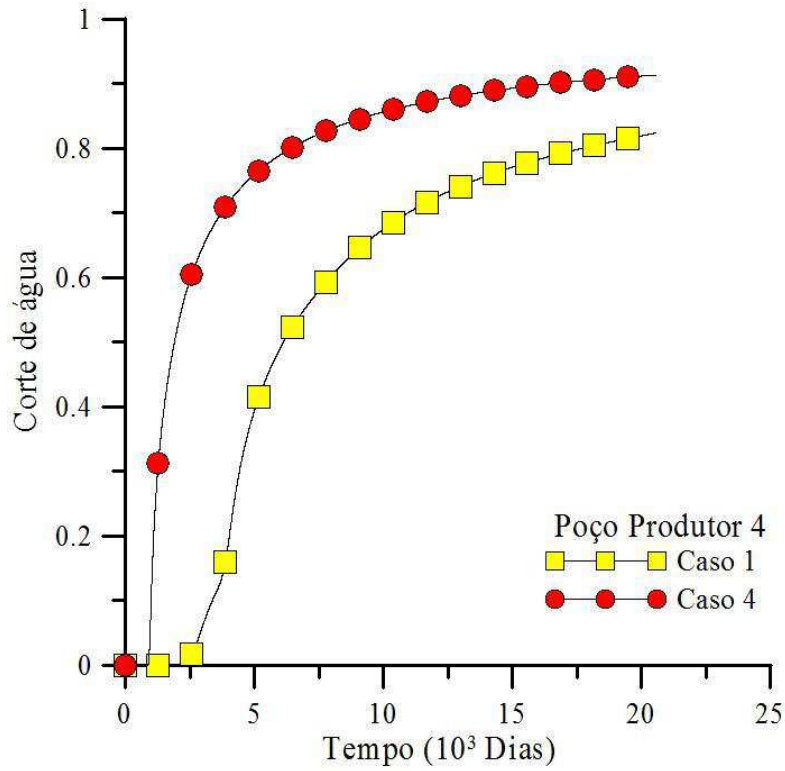


Figura 4.19 – Corte de água no poço produtor 4 entre os casos 1 e 4.

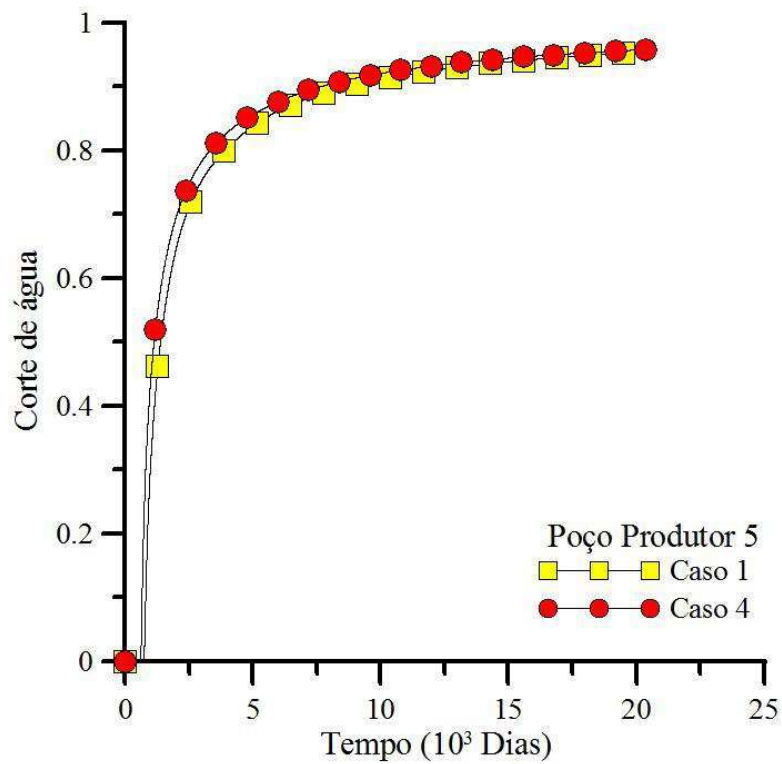


Figura 4.20 – Corte de água no poço produtor 5 entre os casos 1 e 4.



Já às Figuras 4.21 – 4.24 mostram o comportamento da pressão entre os casos 1 e 4 nos poços produtores 1, 2, 4 e 5. Nesta comparação, percebeu-se uma alta elevação da pressão nos poços produtores do caso 4.

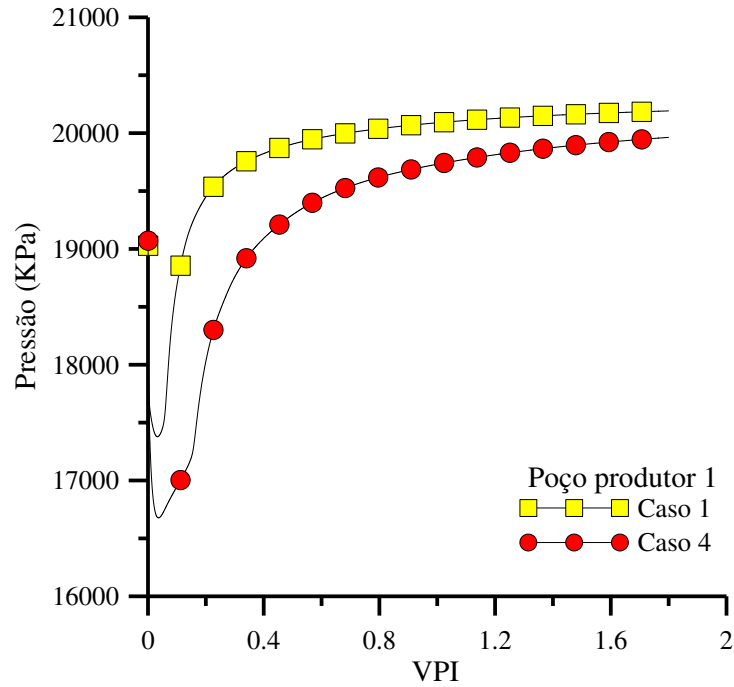


Figura 4.21 – Pressão no poço produtor 1 entre os casos 1 e 4.

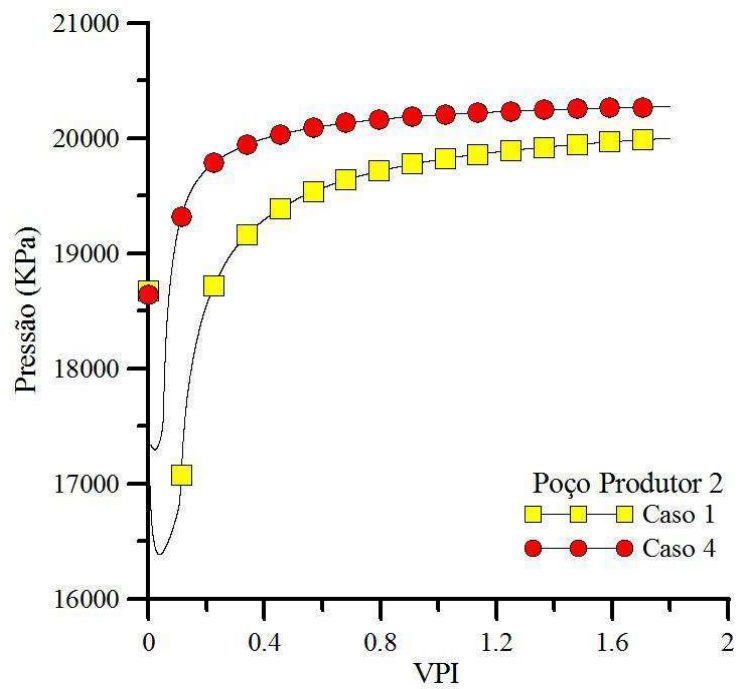


Figura 4.22 – Pressão no poço produtor 2 entre os casos 1 e 4.

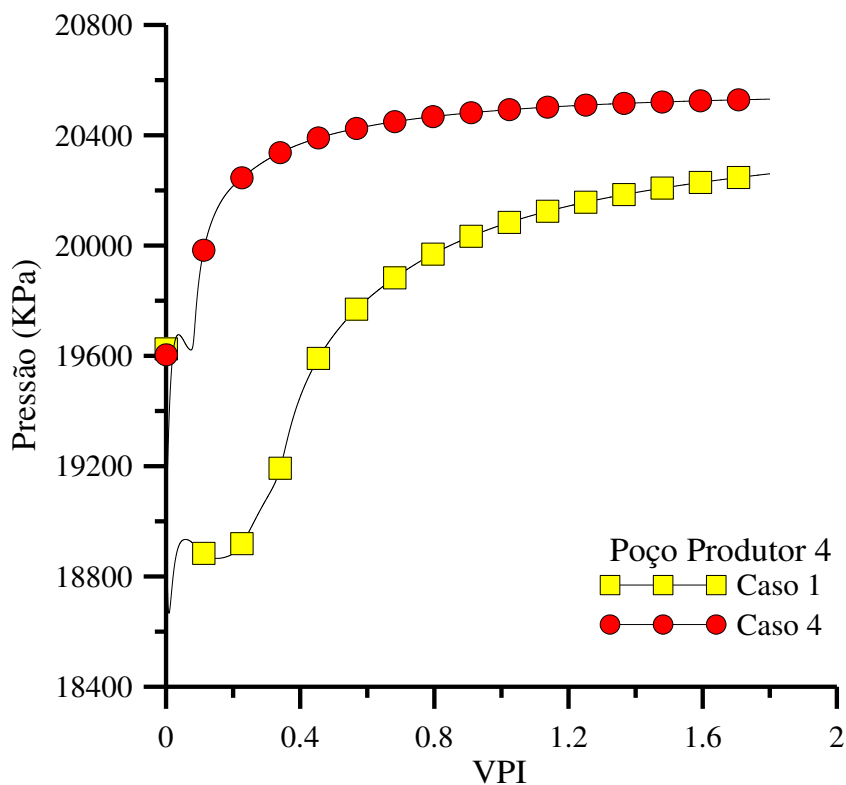


Figura 4.23 – Pressão no poço produtor 4 entre os casos 1 e 4.

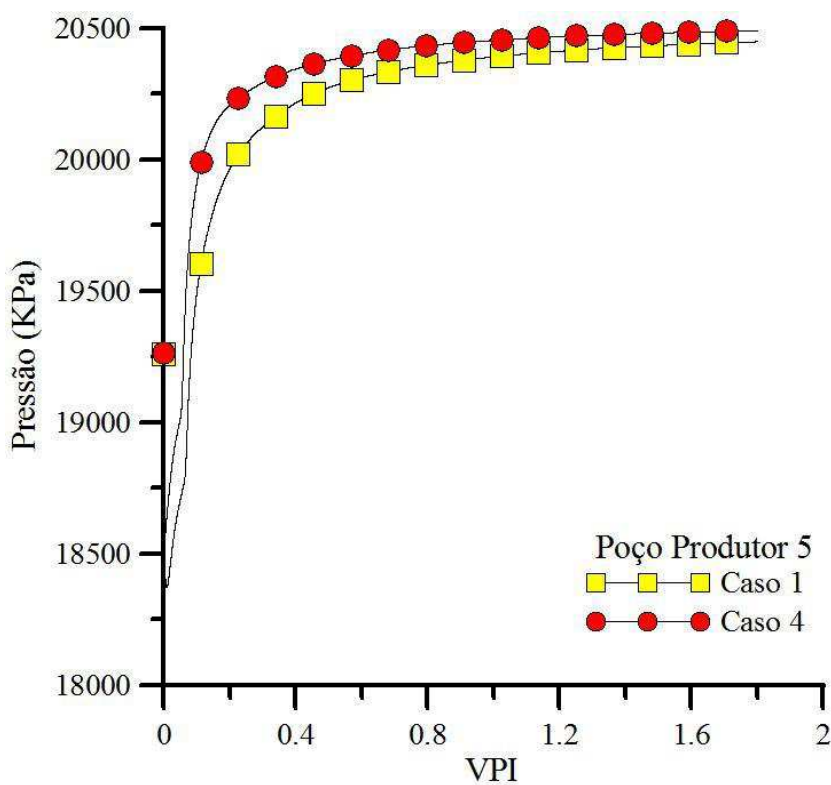


Figura 4.24 – Pressão no poço produtor 5 entre os casos 1 e 4.

As curvas de recuperação entre os casos 1 e 4, nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 são mostradas nas Figuras 4.25 – 4.28. Verifica-se a influência da localização dos poços no fator de recuperação. Torna-se evidente a necessidade de um maior e mais cuidadoso estudo relativo à localização dos poços. É fator importante.

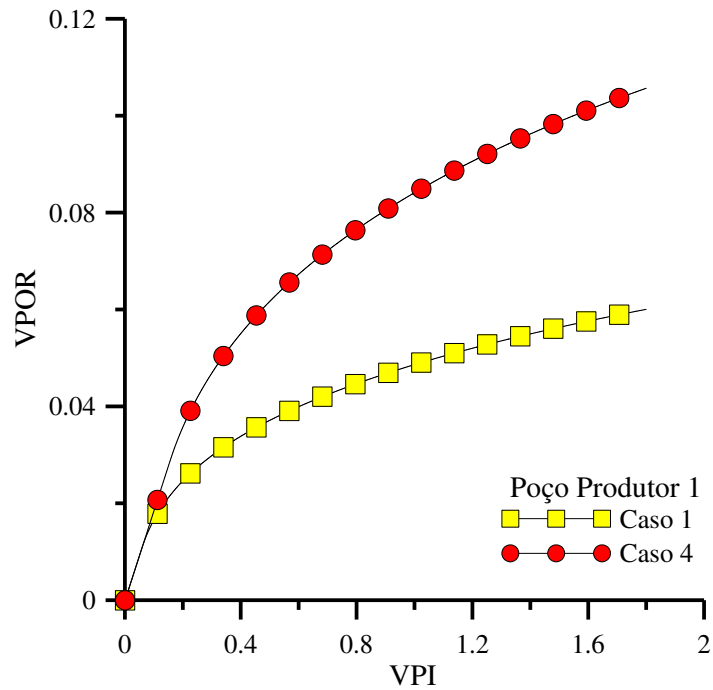


Figura 4.25 – Recuperação no poço produtor 1 entre os casos 1 e 4.

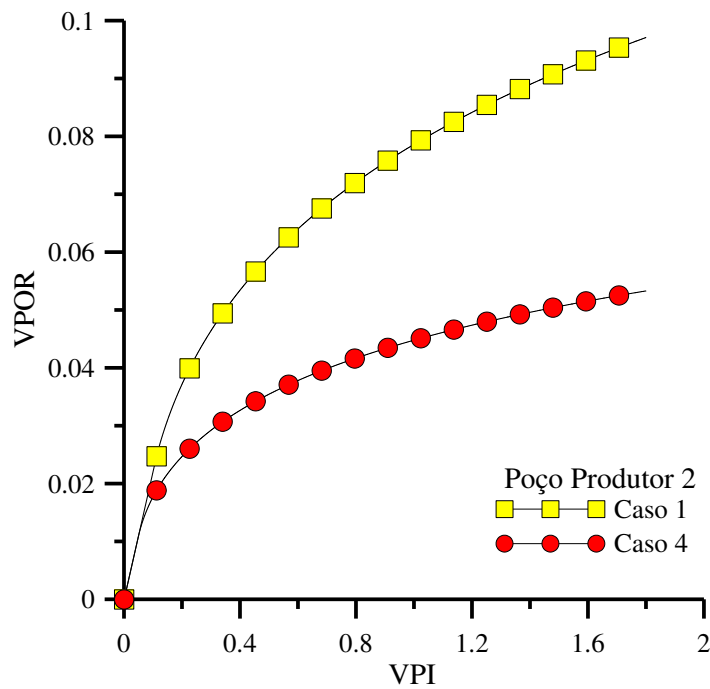


Figura 4.26 – Recuperação no poço produtor 2 entre os casos 1 e 4.

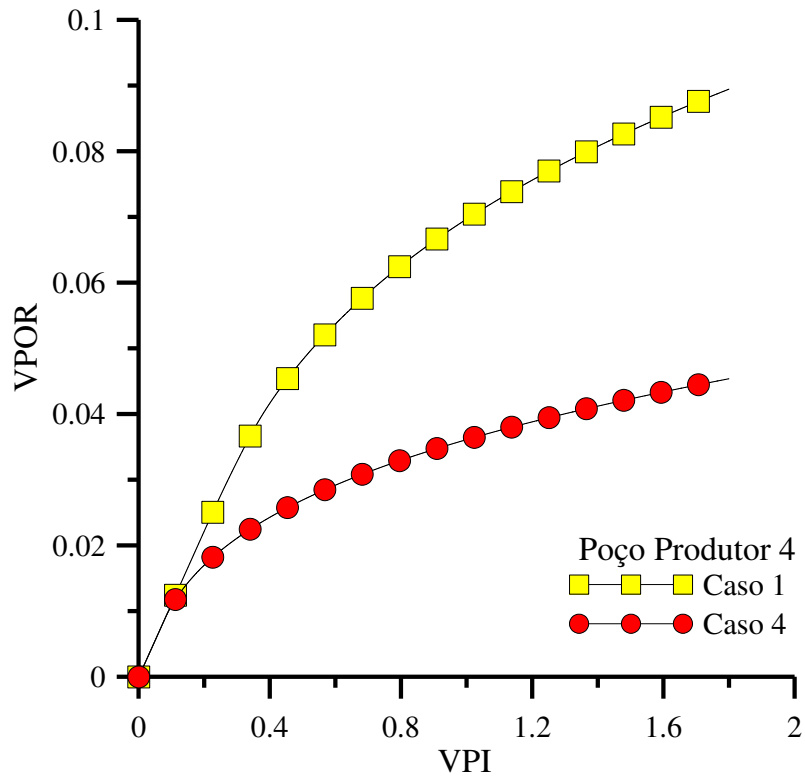


Figura 4.27 – Recuperação no poço produtor 4 entre os casos 1 e 4.

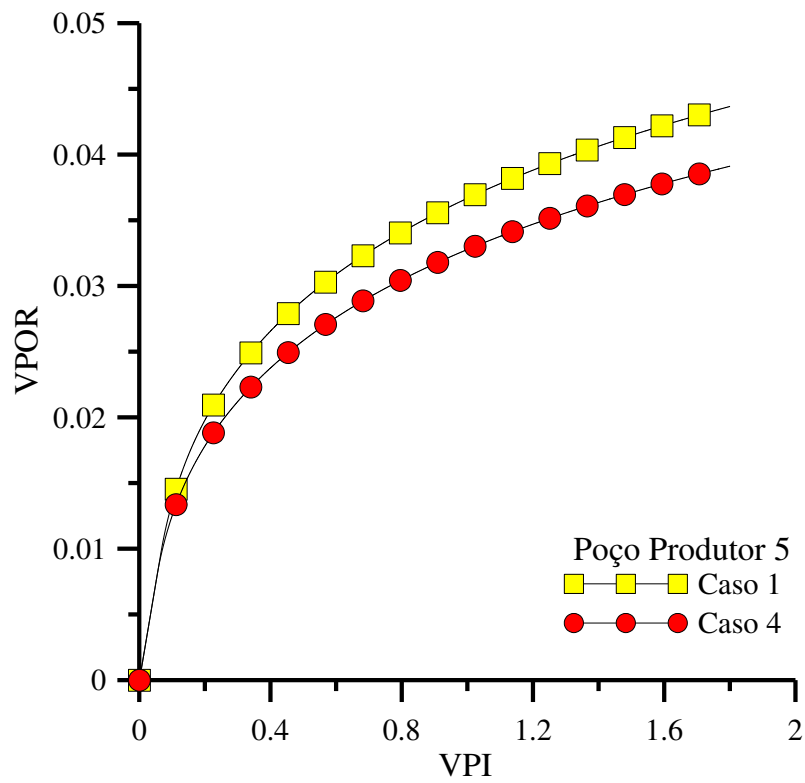


Figura 4.28 – Recuperação no poço produtor 5 entre os casos 1 e 4.

### 4.3 Efeito da porosidade

Para este problema, foram feitos estudos utilizando as porosidades 0,1; 0,2; 0,3 e 0,4, cujas análises são apresentadas para os casos 2, 3, 4 e 5.

As Figuras 4.29a-d e 4.30a-d ilustram a distribuição de pressão e a saturação da água para o caso 2, situação A e localização  $L_2$ , no interior do reservatório ao longo do tempo (500, 2000, 3500 e 6000 dias).

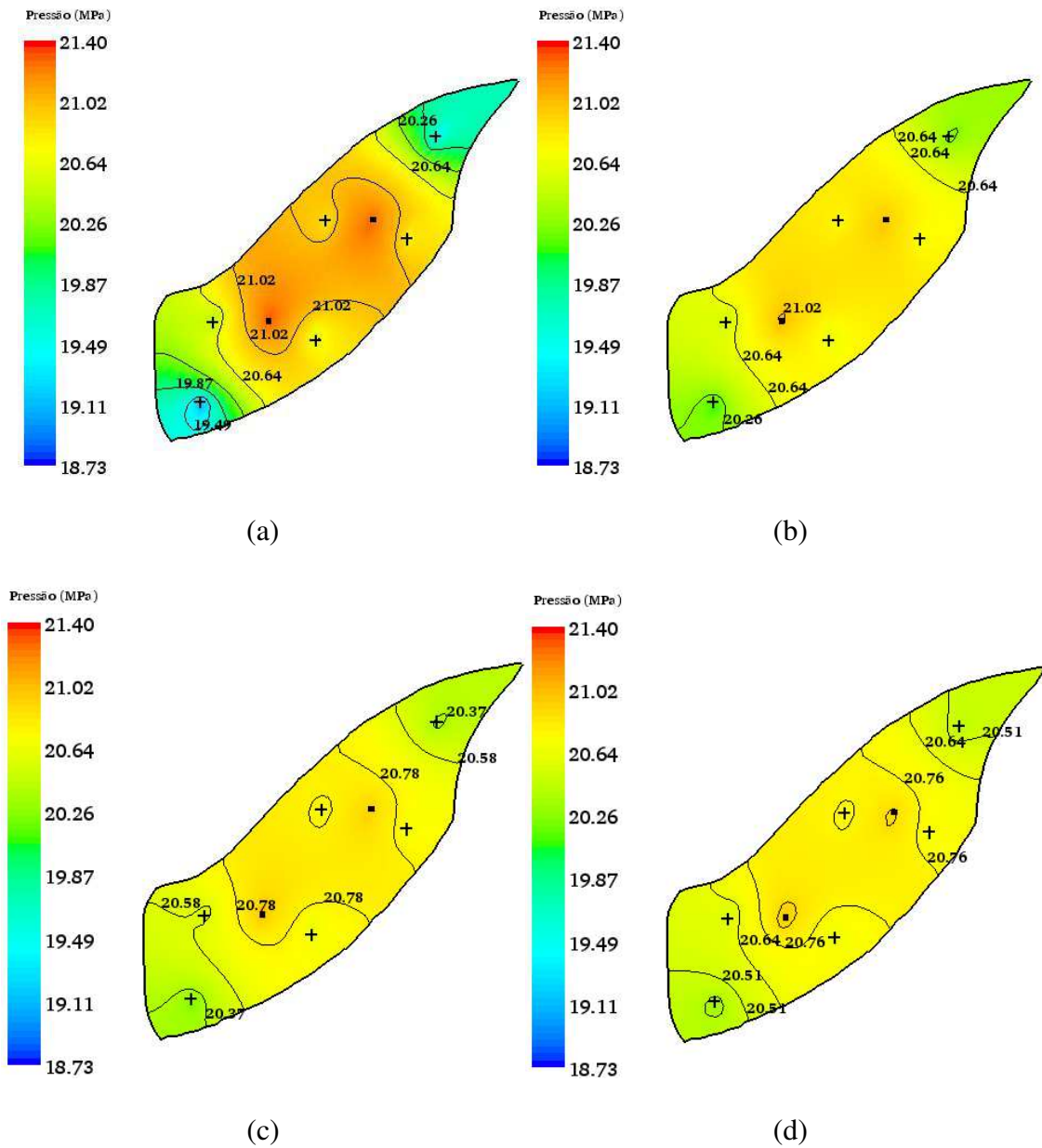


Figura 4.29 – Distribuição de pressão no reservatório: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 2 – situação A].

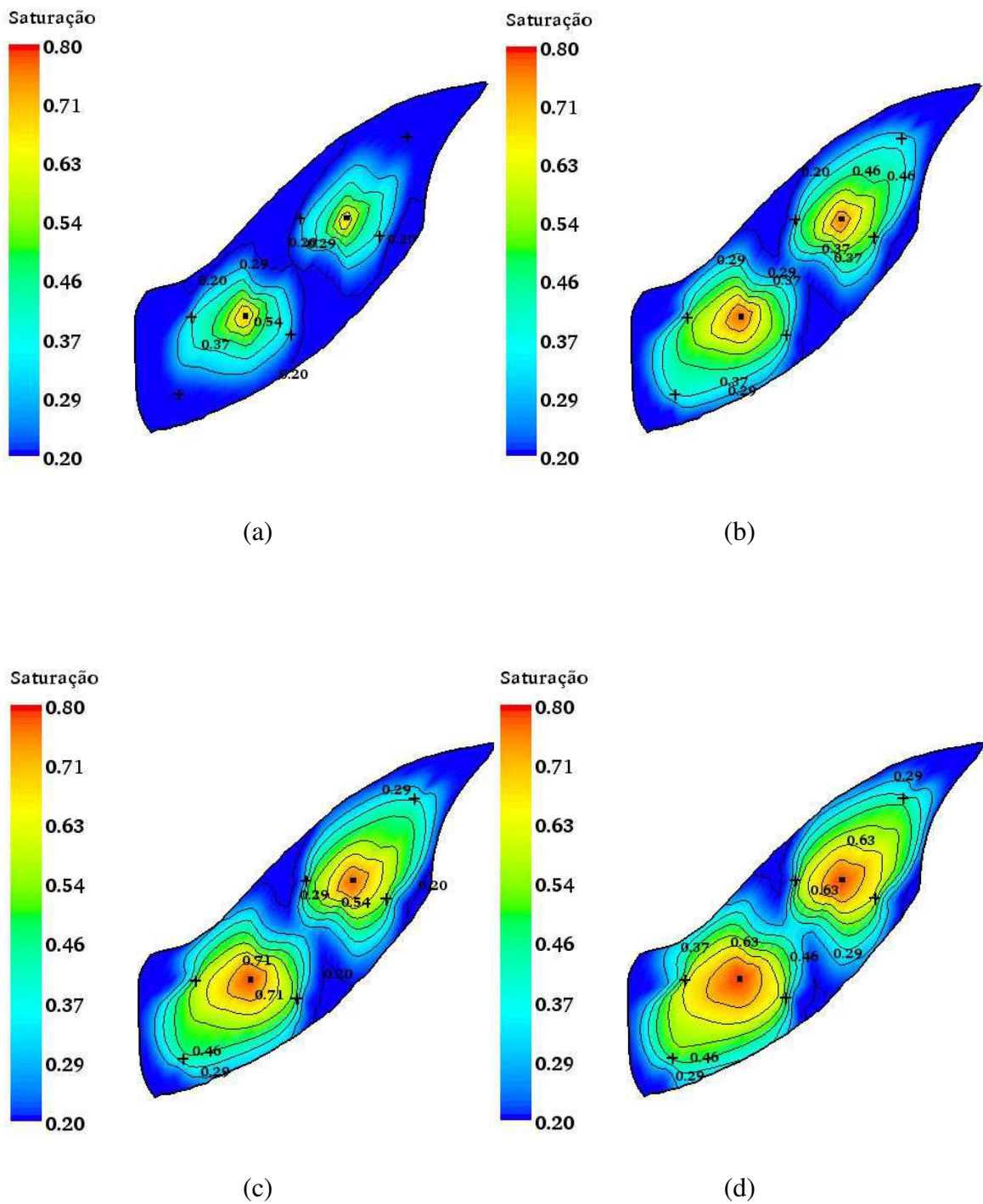


Figura 4.30 – Campo de saturação da água: (a) 500 dias, (b) 2000 dias (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 2 – situação A].

Para os demais casos, as Figuras 4.31a-d, 4.32a-d, 4.33a-d, 4.34a-d, 4.35a-d e 4.36a-d ilustram a distribuição de pressão e a saturação de água no reservatório, respectivamente, para os casos 3, 4 e 5, nos tempos decorridos 500, 2000, 3500 e 6000 dias. Percebe-se que quanto maior a porosidade, melhor a recuperação do óleo.

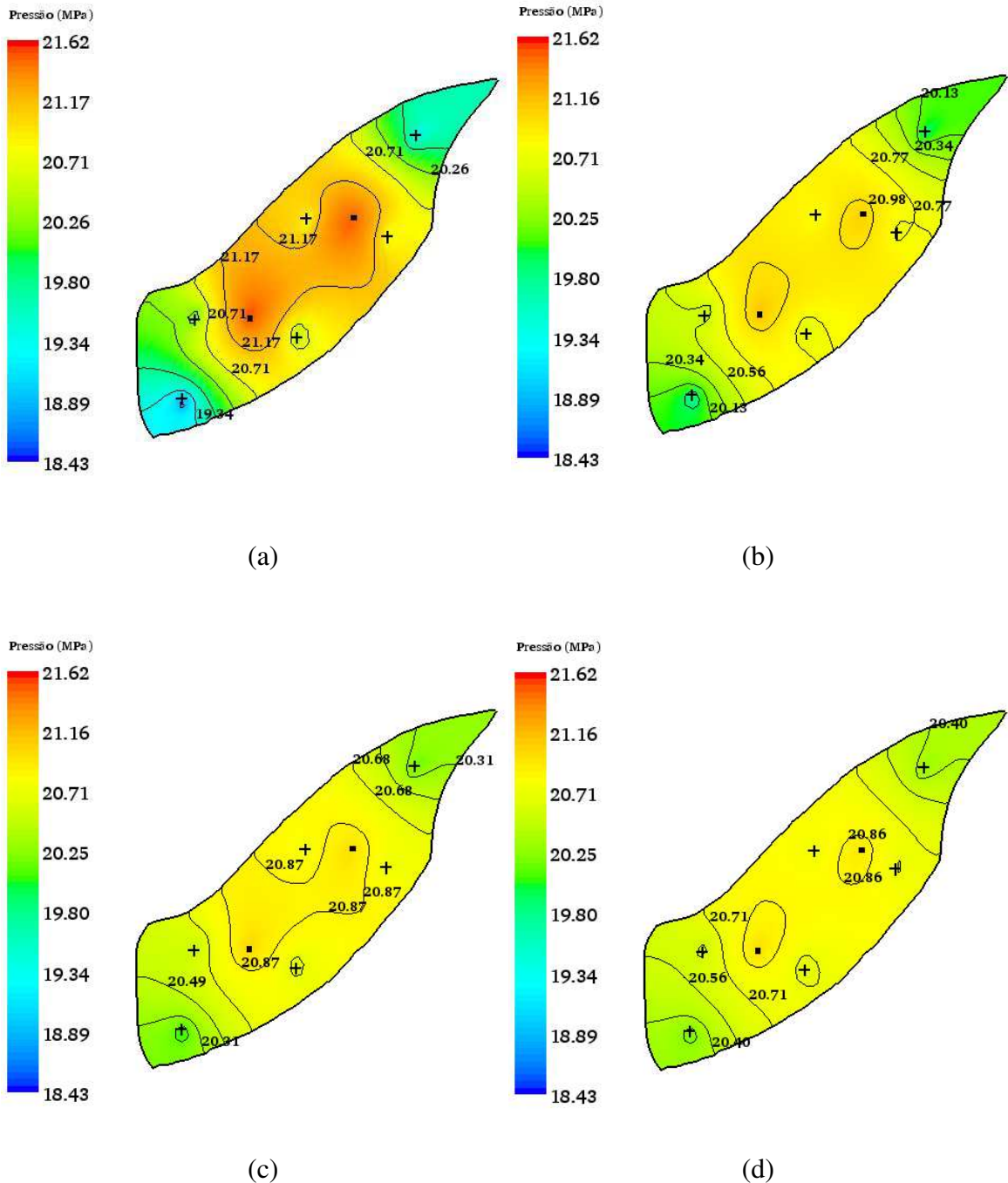


Figura 4.31 – Distribuição de pressão no reservatório: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 3 – situação A].

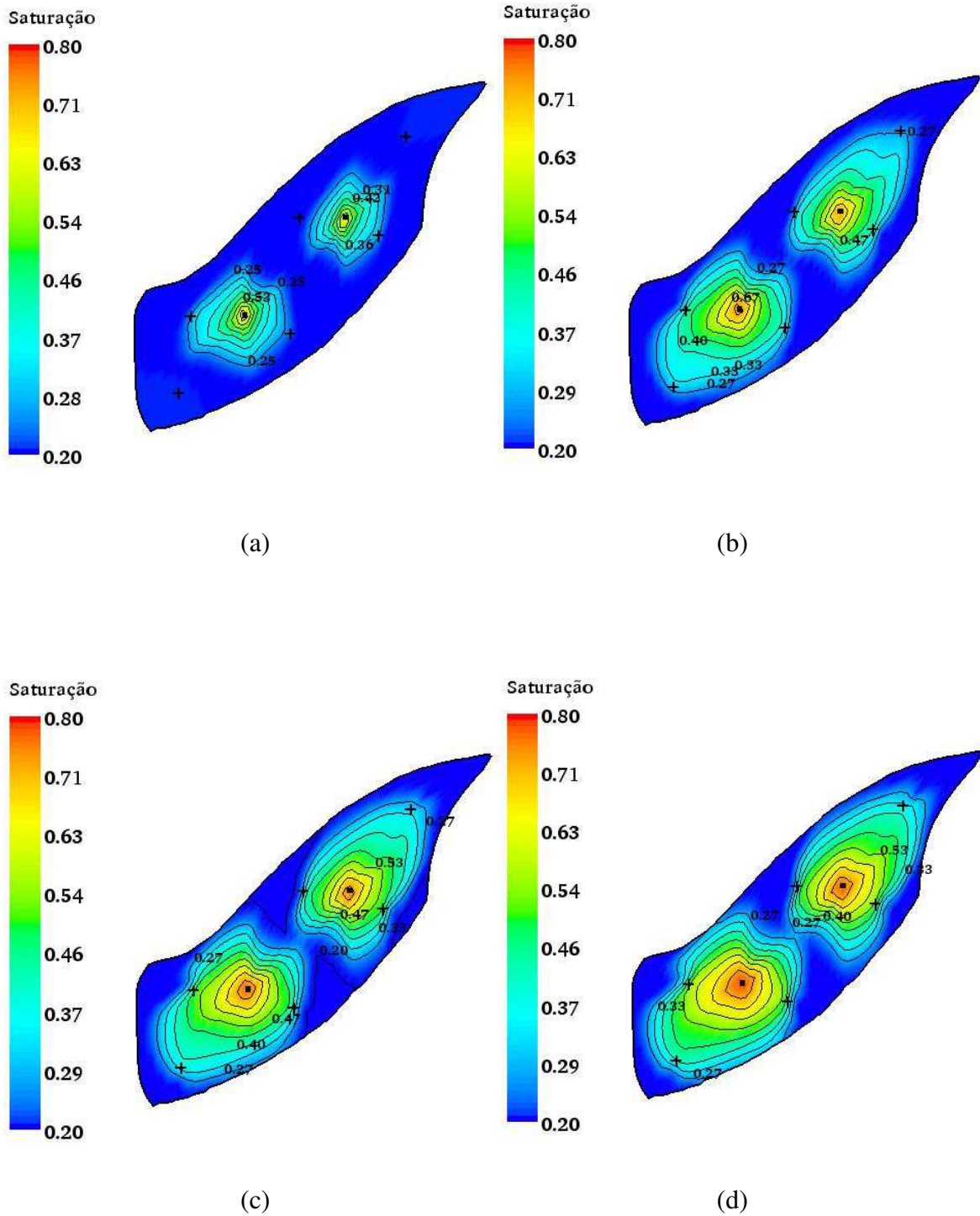


Figura 4.32 – Campo de saturação da água: (a) 500 dias, (b) 2000 dias (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 3 – situação A].



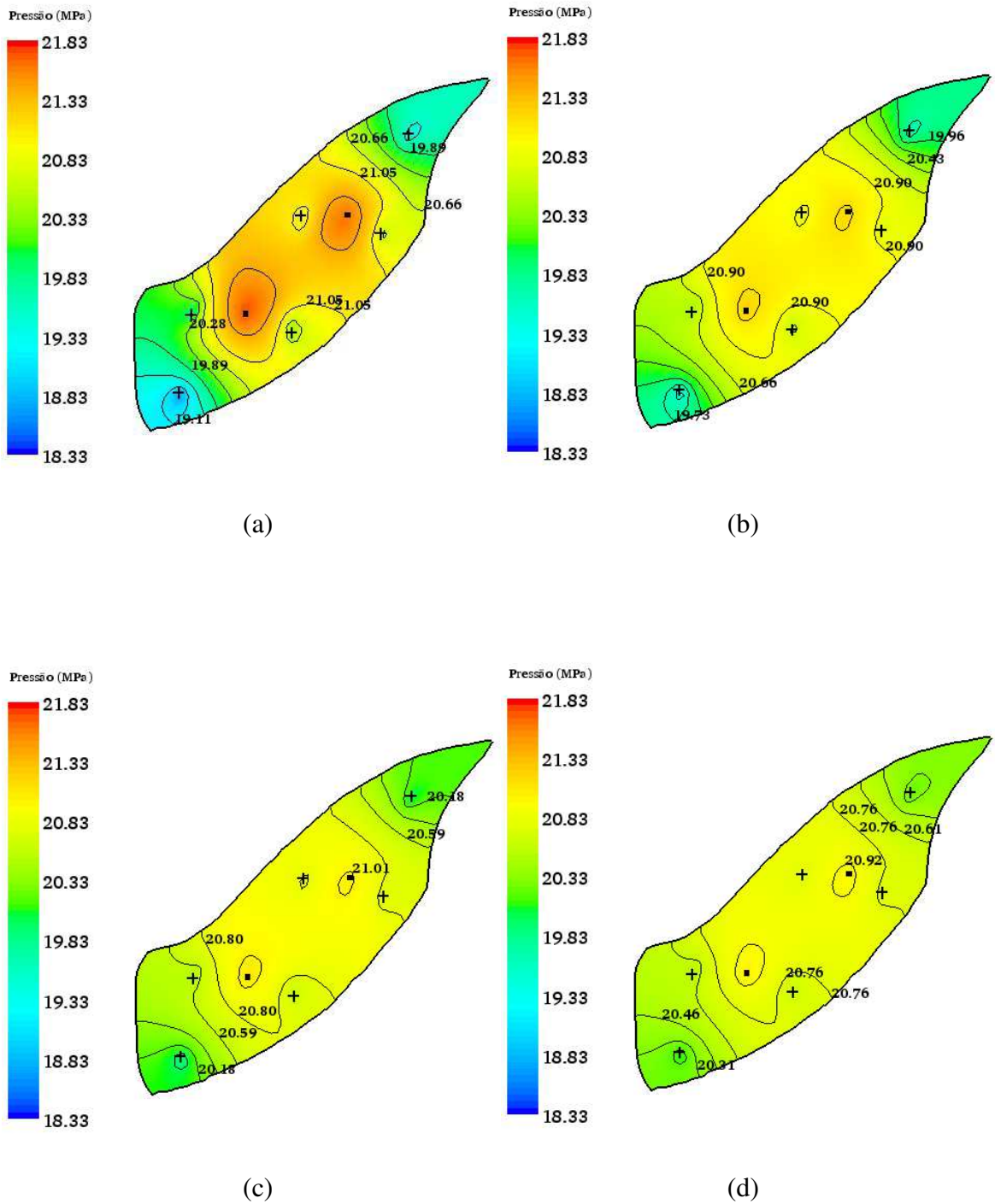


Figura 4.33 – Distribuição de pressão no reservatório: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 4 – situação A].

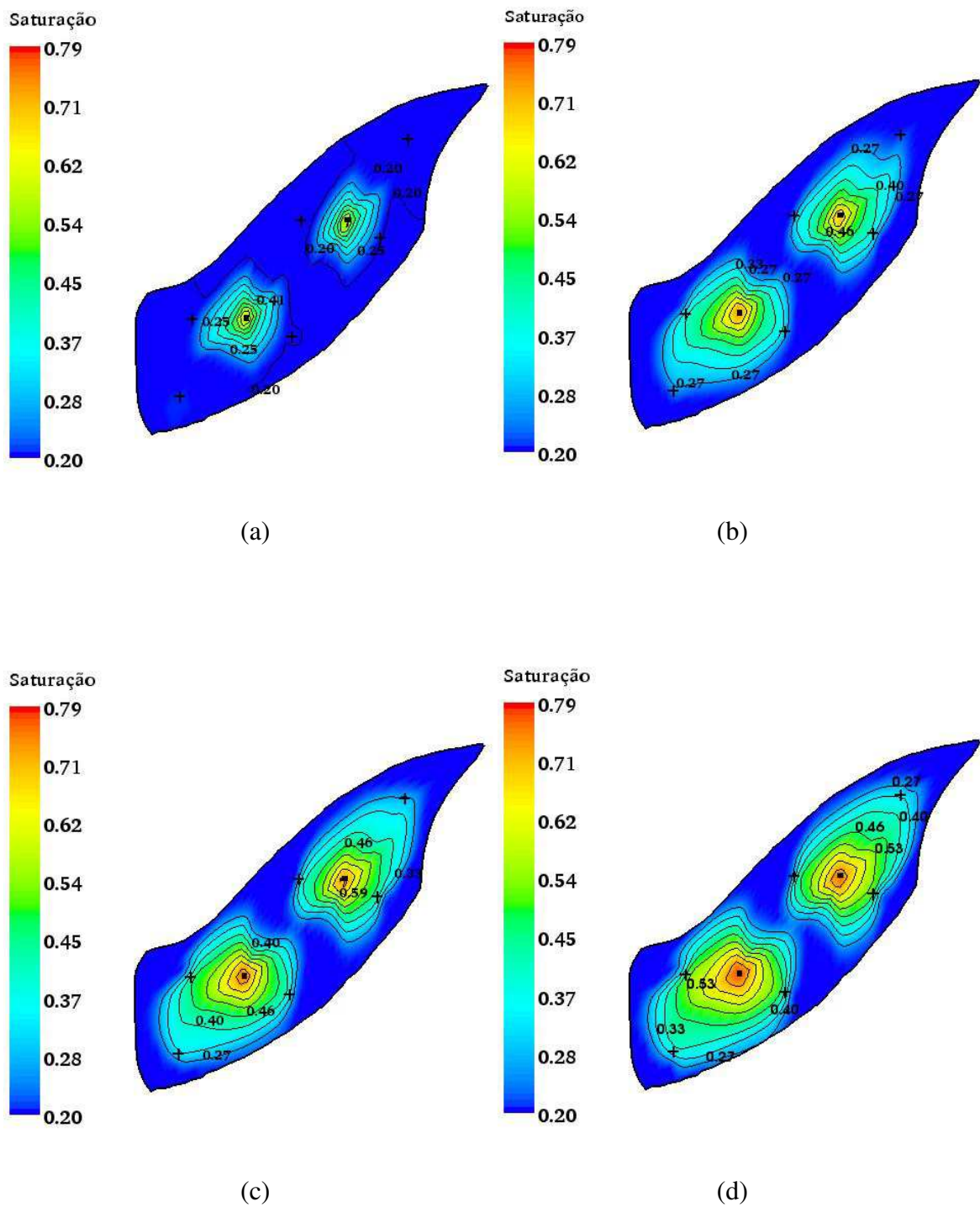


Figura 4.34 – Campo de saturação da água: (a) 500 dias, (b) 2000 dias (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 4 – situação A].

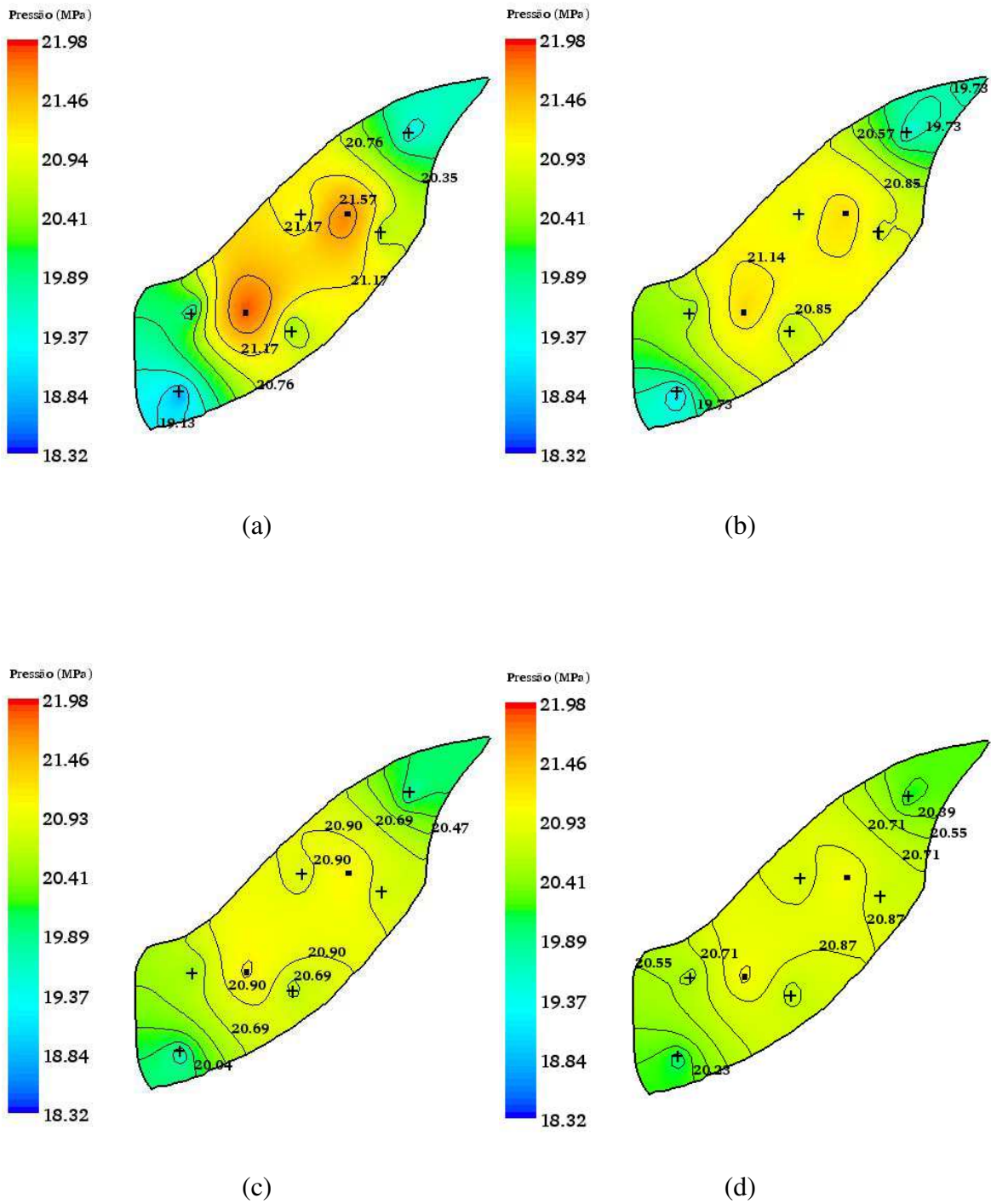


Figura 4.35 – Distribuição de pressão no reservatório: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 5 – situação A].

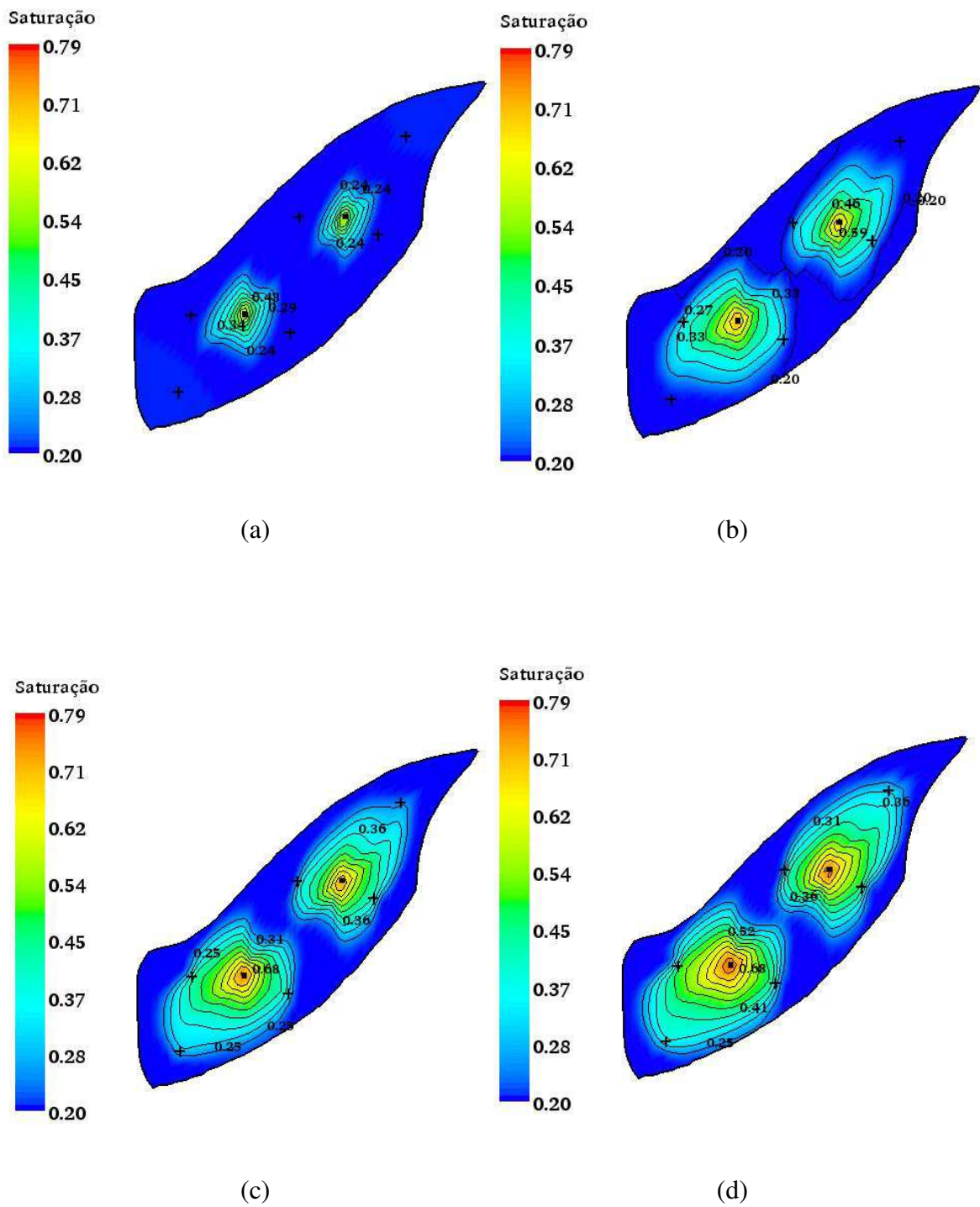


Figura 4.36 – Campo de saturação da água: (a) 500 dias, (b) 2000 dias (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 5 – situação A].

Comparando o efeito da porosidade no fator de recuperação, através das representações gráficas das curvas de corte de água mostradas nas Figuras 4.37 - 4.40 nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 para os casos 2, 3, 4 e 5, respectivamente de porosidade 0,1; 0,2; 0,3 e 0,4. Percebe-se que quanto menor a porosidade, mais rapidamente a água chega ao poço produtor.

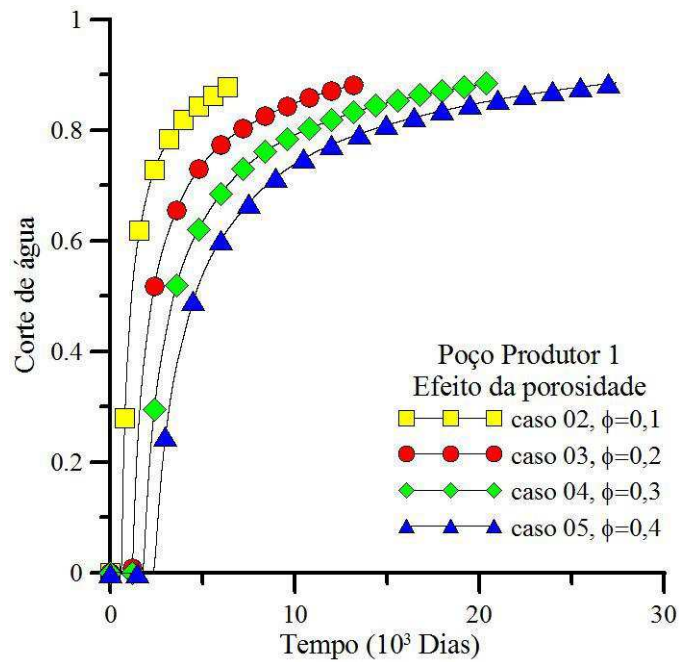


Figura 4.37 – Corte de água no poço produtor 1 para os casos 2, 3, 4 e 5.

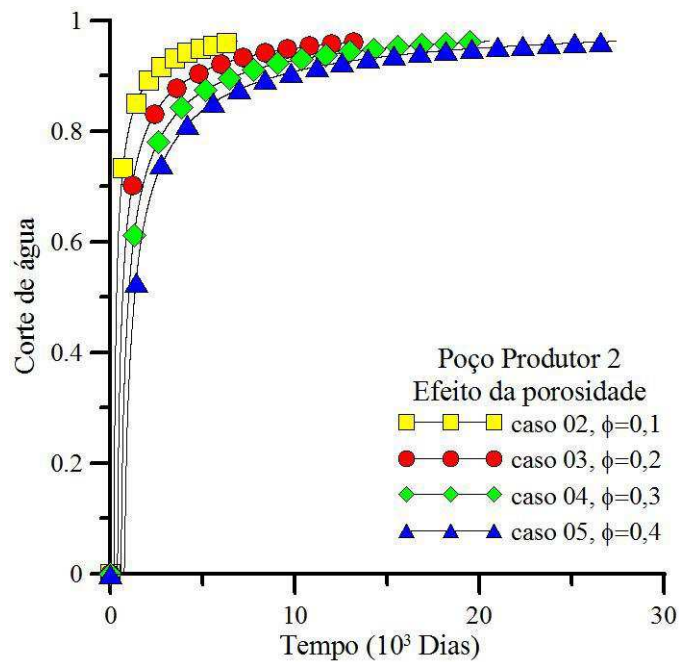


Figura 4.38 – Corte de água no poço produtor 2 para os casos 2, 3, 4 e 5.

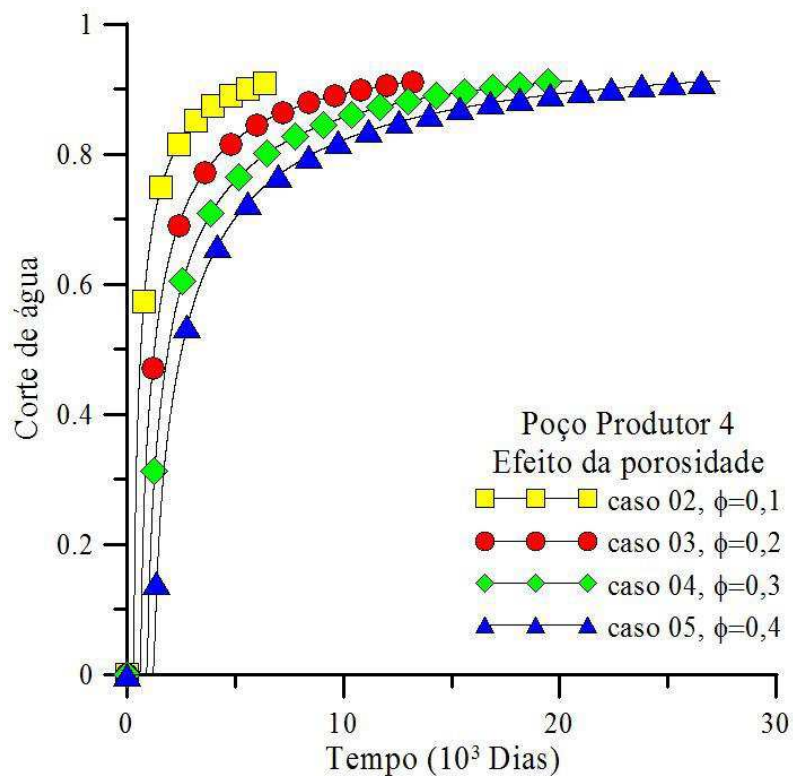


Figura 4.39 – Corte de água no poço produtor 4 para os casos 2, 3, 4 e 5.

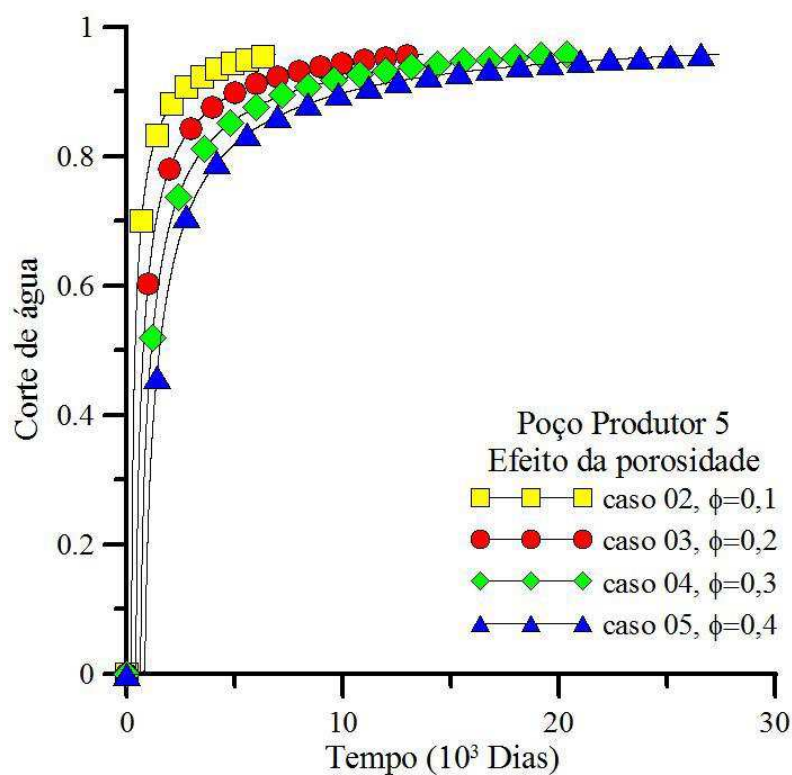


Figura 4.40 – Corte de água no poço produtor 5 para os casos 2, 3, 4 e 5.

Nas Figuras 4.41 - 4.44 estão representadas a influência da porosidade do reservatório sobre a pressão, para os poços produtores 1, 2, 4 e 5, referentes aos casos 2, 3, 4 e 5. Verifica-se que não houve alteração na pressão dos poços produtores.

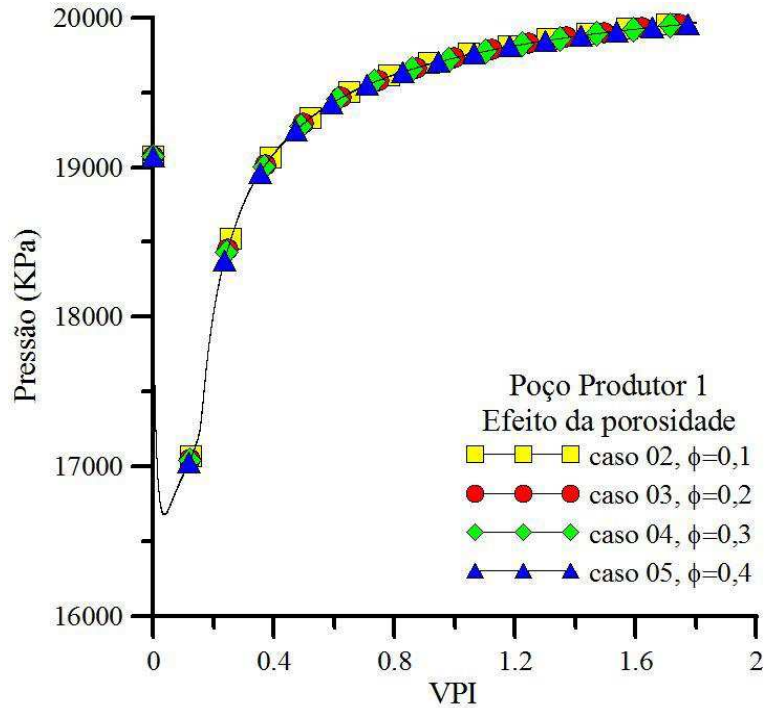


Figura 4.41 – Pressão no poço produtor 1, (casos 2, 3, 4 e 5).

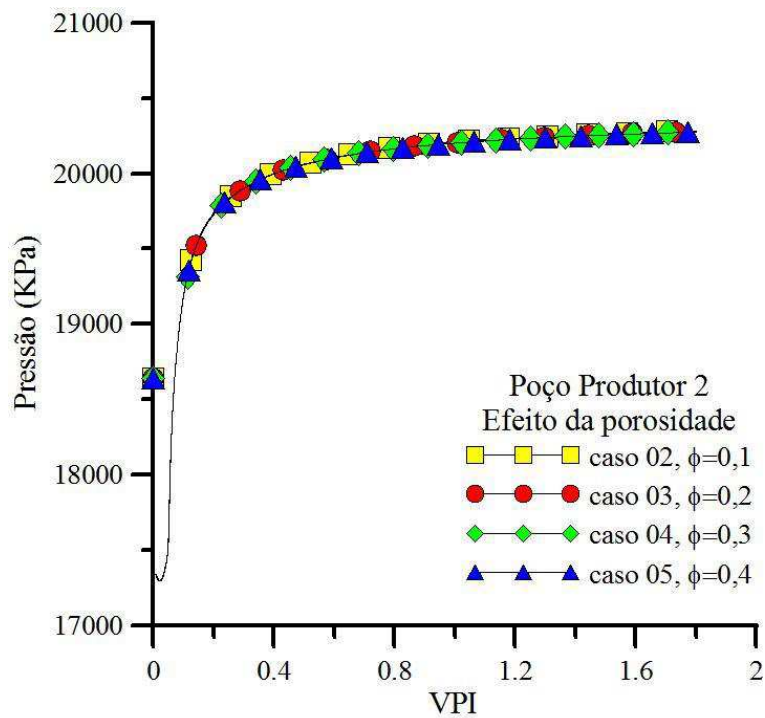


Figura 4.42 – Pressão no poço produtor 2, (casos 2, 3, 4 e 5).

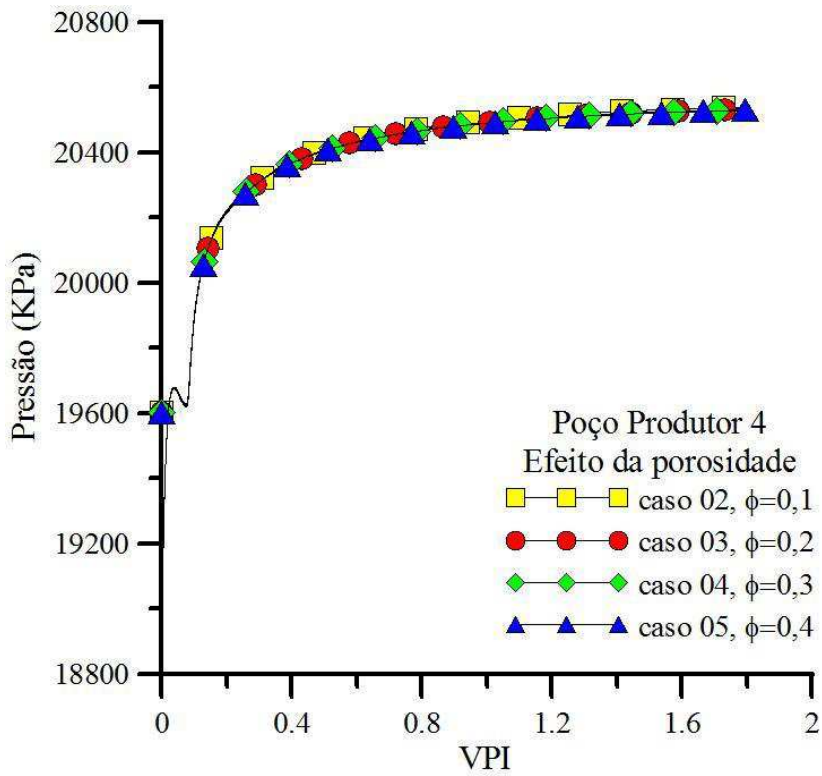


Figura 4.43 – Pressão no poço produtor 4, (casos 2, 3, 4 e 5).

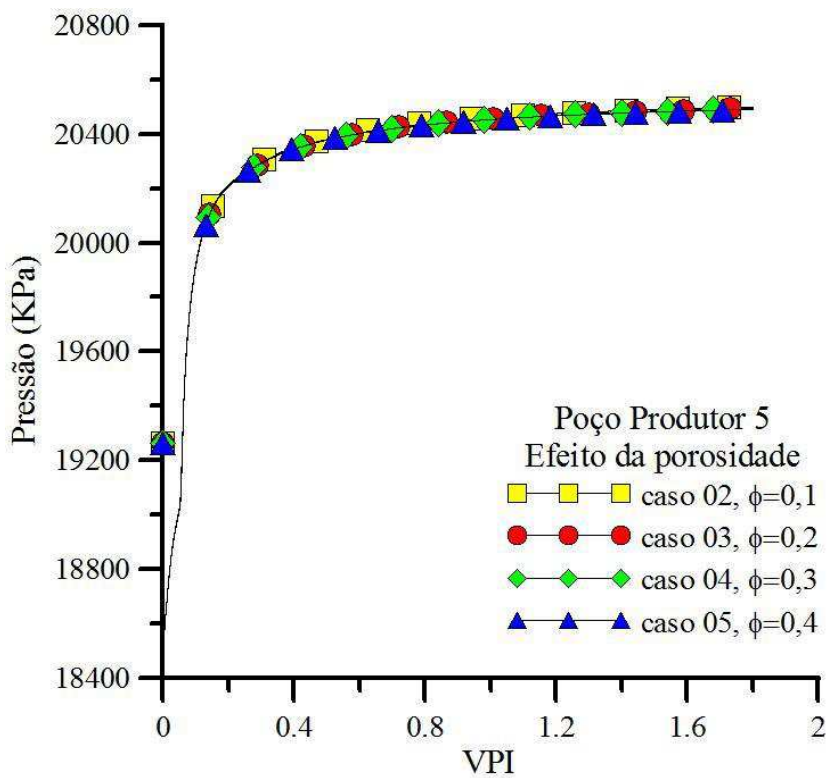


Figura 4.44 – Pressão no poço produtor 5, (casos 2, 3, 4 e 5).



Nas Figuras 4.45 - 4.48 as curvas de recuperação nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 são mostradas referentes aos casos 2, 3, 4, e 5. Verifica-se a recuperação das curvas, como esperado, tendo em vista trata-se de parâmetros adimensionais. Portanto, independem dos parâmetros físicos que interferem no processo.

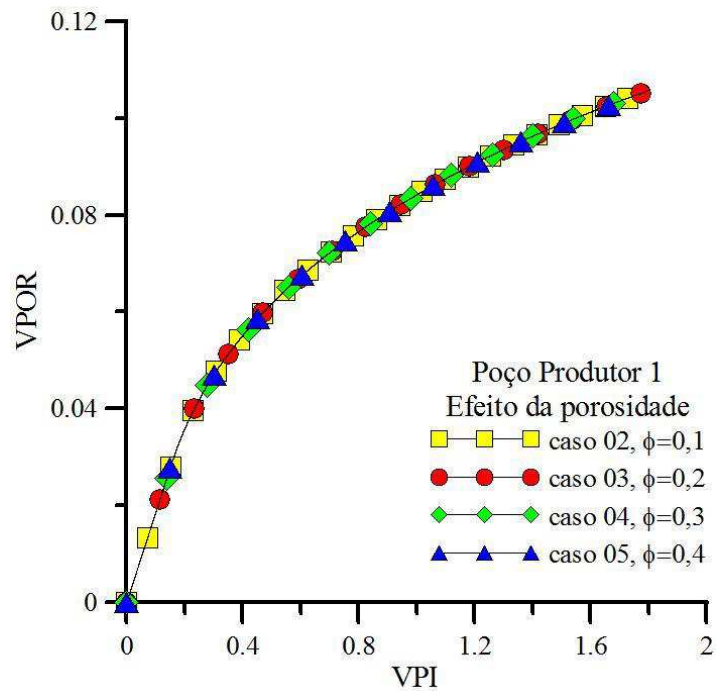


Figura 4.45 – Recuperação no poço produtor 1, (casos 2, 3, 4 e 5).

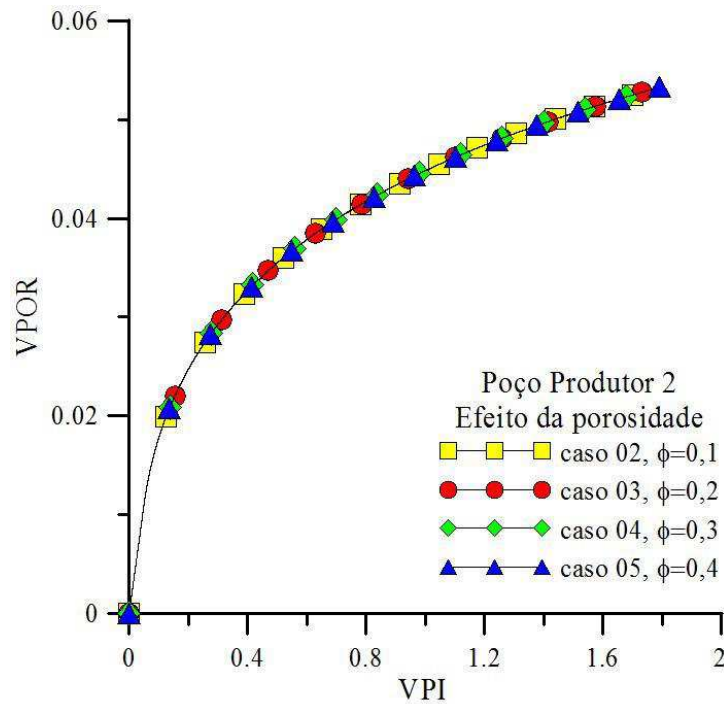


Figura 4.46 – Recuperação no poço produtor 2, (casos 2, 3, 4 e 5).

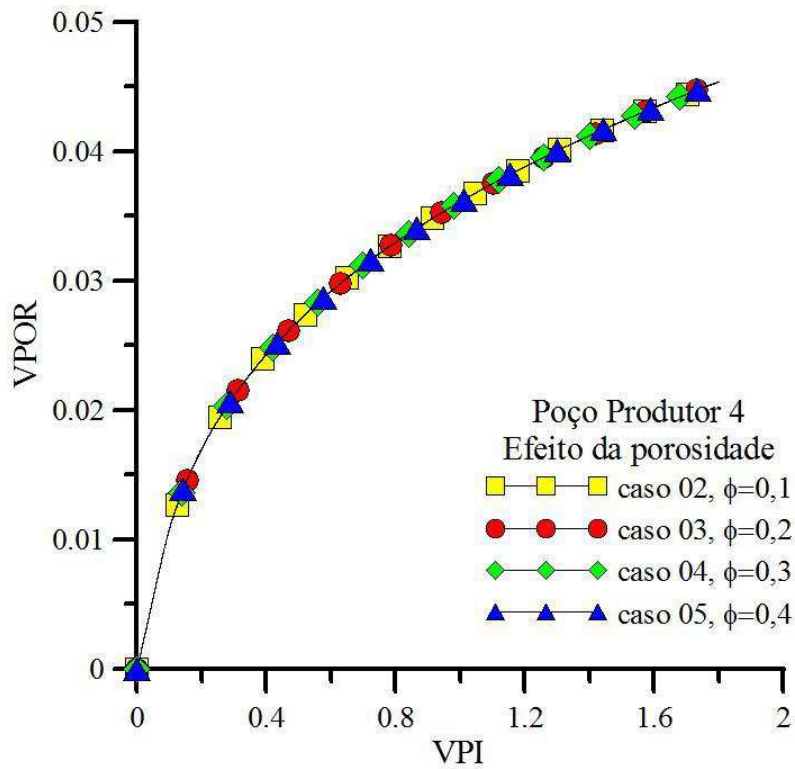


Figura 4.47 – Recuperação no poço produtor 4, (casos 2, 3, 4 e 5).

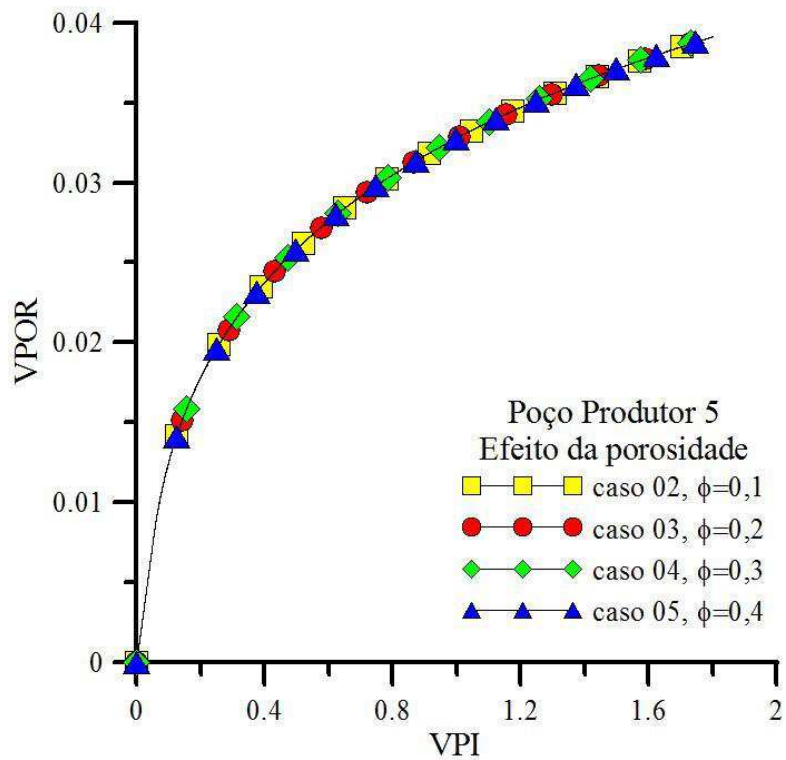


Figura 4.48 – Recuperação no poço produtor 5, (casos 2, 3, 4 e 5).

#### 4.4 Efeito da vazão de água de injeção

Utilizando as localizações  $L_1$  e  $L_2$  dos poços injetores e produtores, apresentadas na Tabela 3.1, estudos foram feitos para quatro situações de vazões, dada pela Tabela 3.2 e tomando como parâmetros algumas porosidades do meio para um tempo de 6000 dias.

As Figuras 4.49a-d 4.50a-d ilustram a distribuição de pressão e o campo de saturação no interior do reservatório ao longo do tempo de 6000 dias, para os casos 1, 6, 11 e 16. Pode-se ver que o valor mais elevado de pressão está nos pontos próximos aos poços injetores e de menor pressão ocorre nos poços produtores, como esperado.

As Figuras 4.51 - 4.54 mostram as representações gráficas das curvas de corte de água nos poços de produção 1, 2, 4 e 5 para os casos 1, 6, 11 e 16. Percebe-se que os resultados obtidos para as quatro taxas de fluxos de injeção de água são muito semelhantes com pequenas diferenças, ou seja, apresentam os mesmos comportamento das curvas, com instantes iniciais de água nula e aumento gradativo desta quantidade de água instantes depois, deferindo do instante e da quantidade de água que começa a chegar nos poços produtores.

Já as Figuras 4.55 - 4.58 mostram as linhas de pressão nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 referente aos casos 1, 6, 11 e 16. Apesar da semelhança, observa-se pequenas variações nos gradientes de pressão entre os casos. Os resultados numéricos indicam uma forte variação de pressão nos poços produtores nos tempos iniciais de produção.

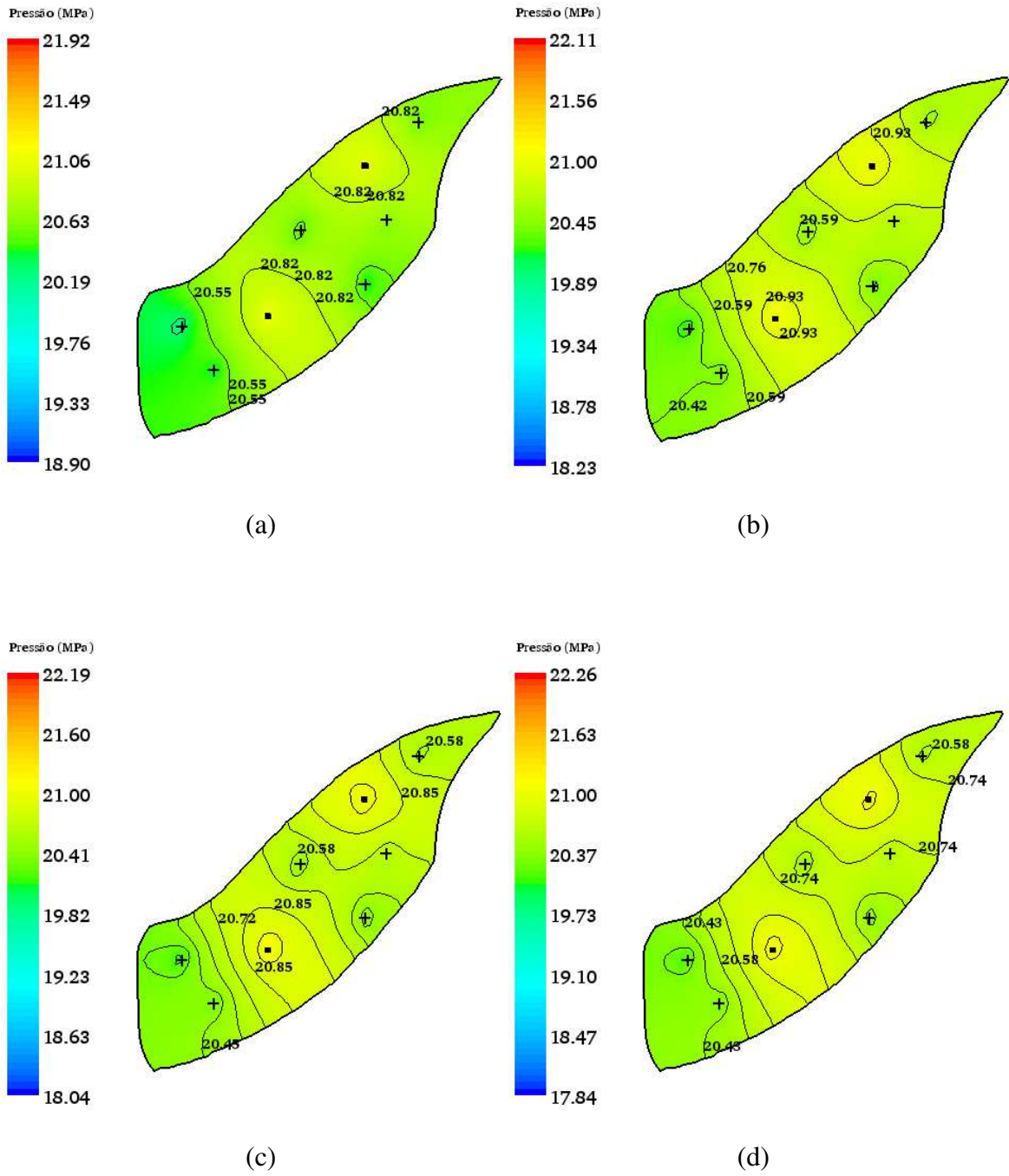


Figura 4.49 - Distribuição de pressão no reservatório: (a) caso 1, (b) caso 6, (c) caso 11 e (d) caso 16.

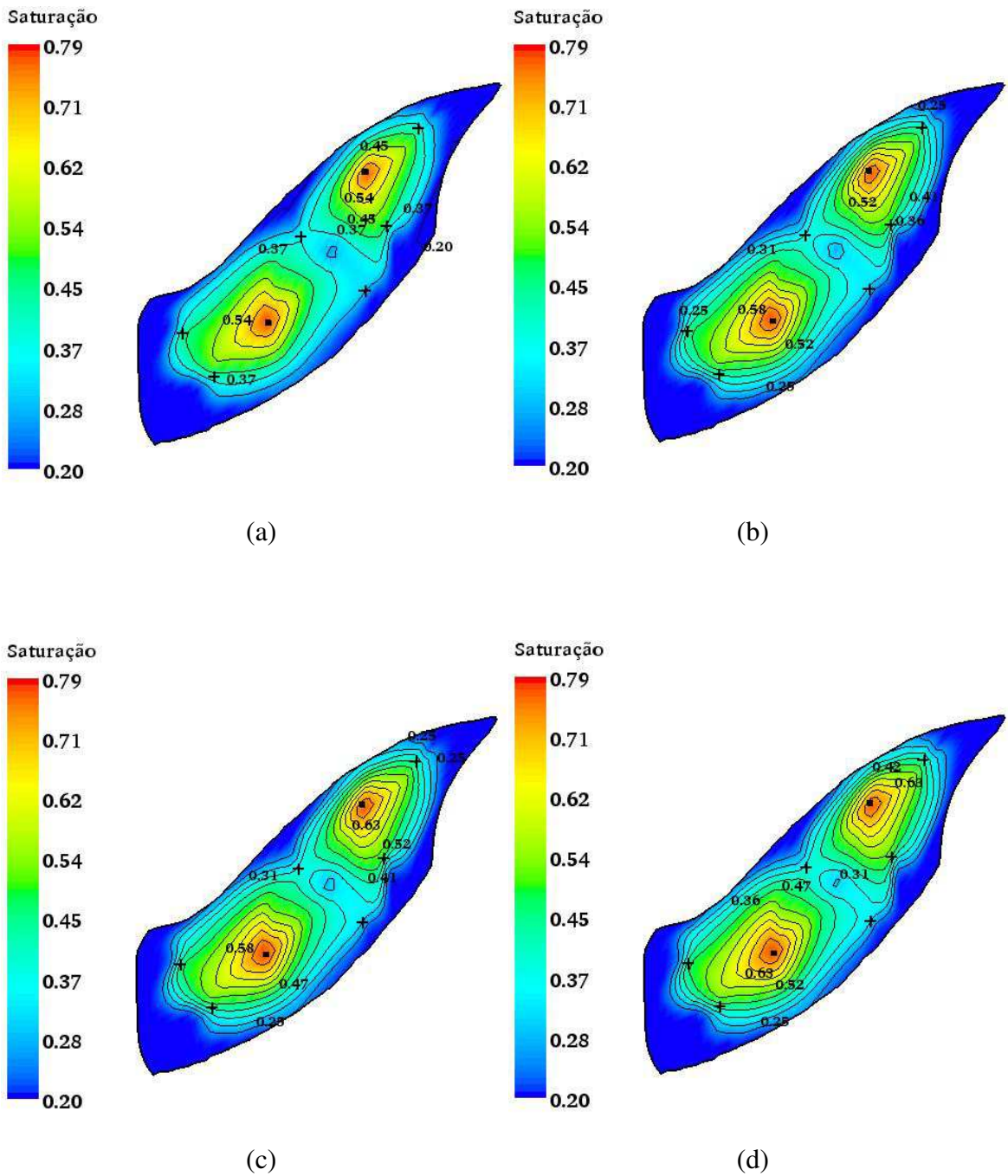


Figura 4.50 – Campo de saturação da água: (a) caso 1, (b) caso 6, (c) caso 11 e (d) caso 16.

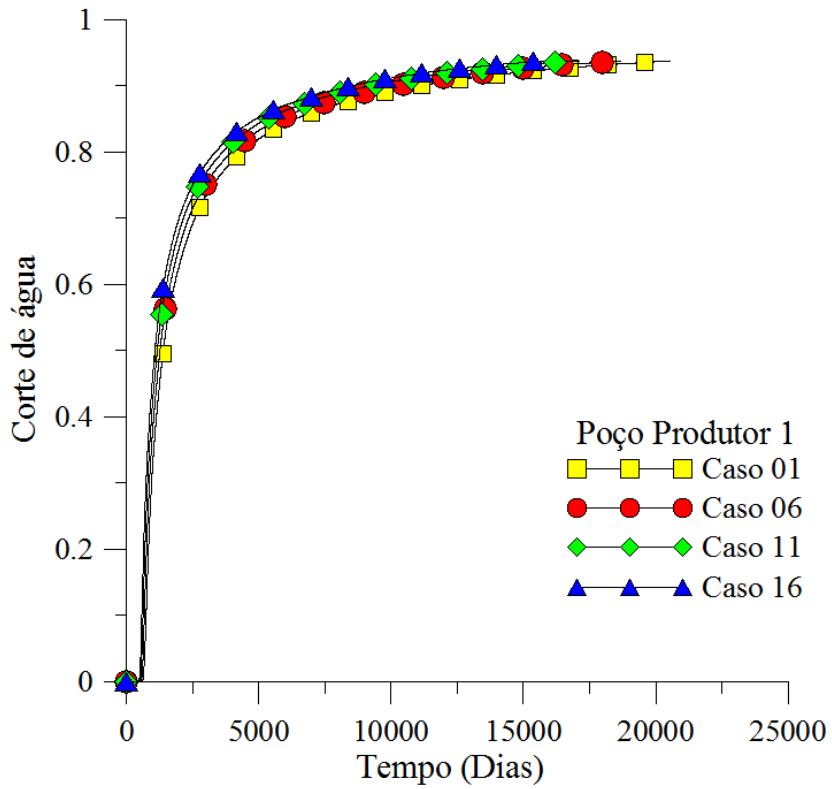


Figura 4.51 – Corte de água no poço produtor 1.

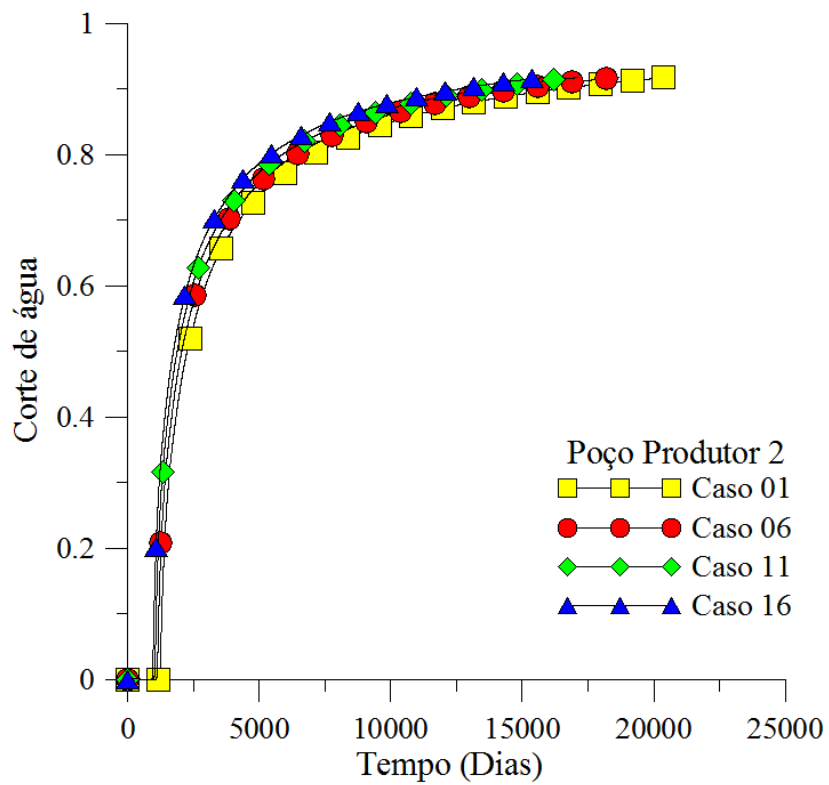


Figura 4.52 – Corte de água no poço produtor 2.

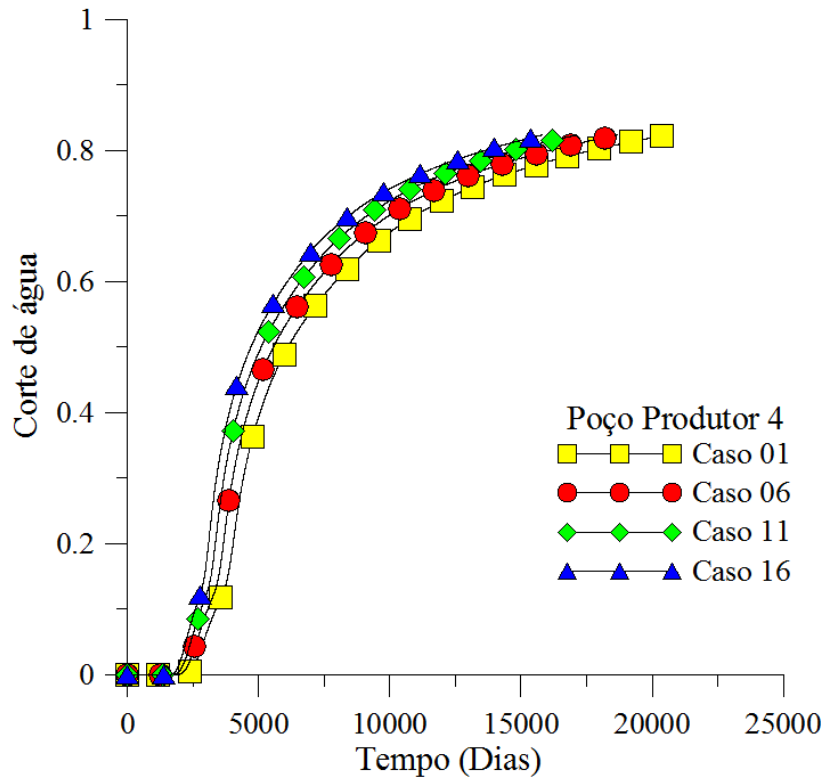


Figura 4.53 – Corte de água no poço produtor 4.

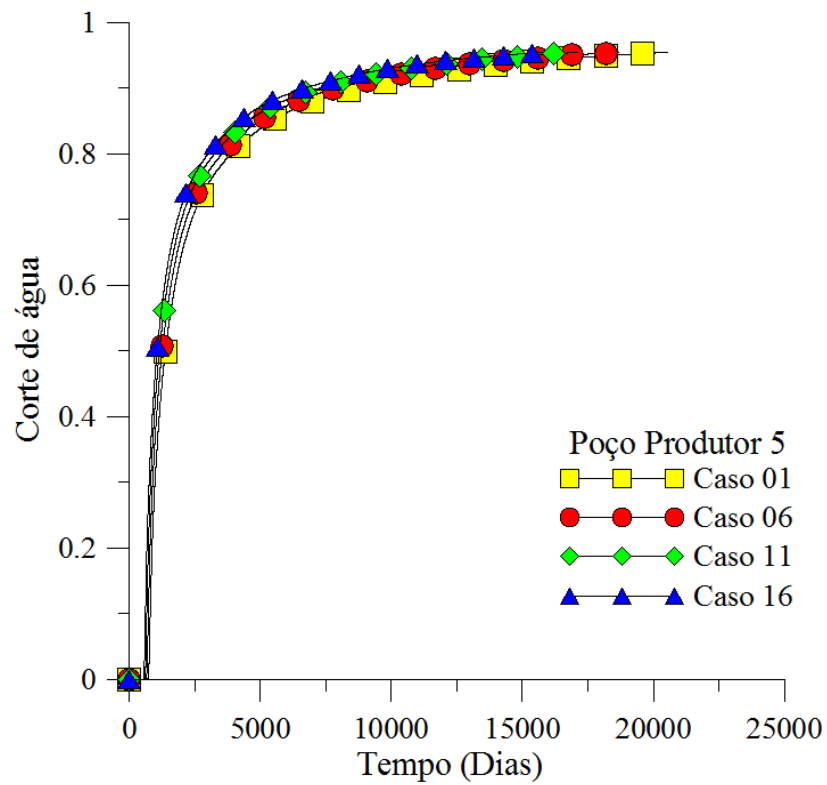


Figura 4.54 – Corte de água no poço produtor 5.

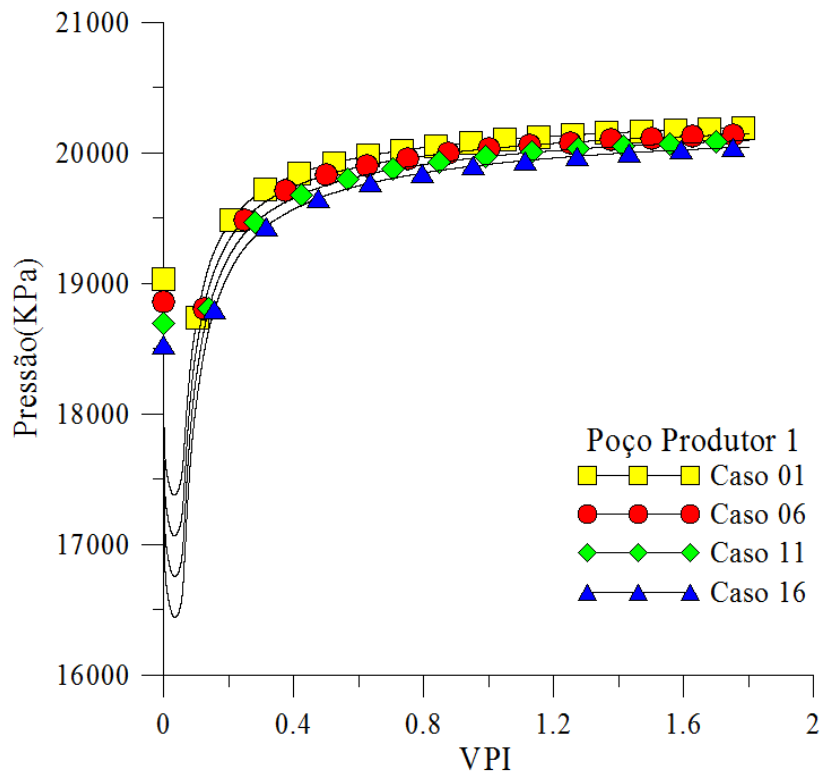


Figura 4.55 – Pressão no poço produtor 1

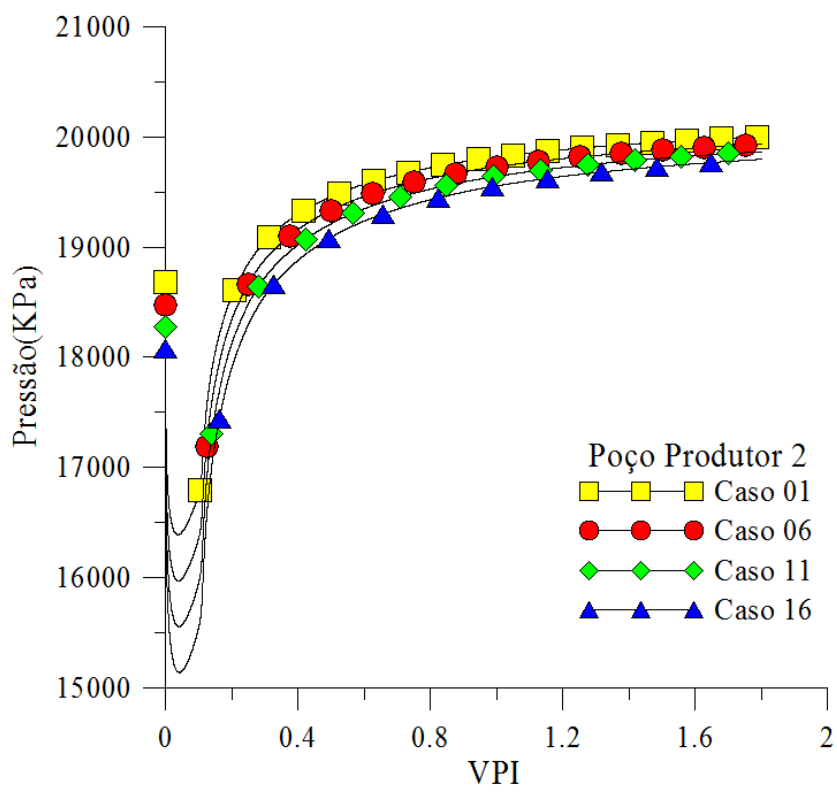


Figura 4.56 – Pressão no poço produtor 2.



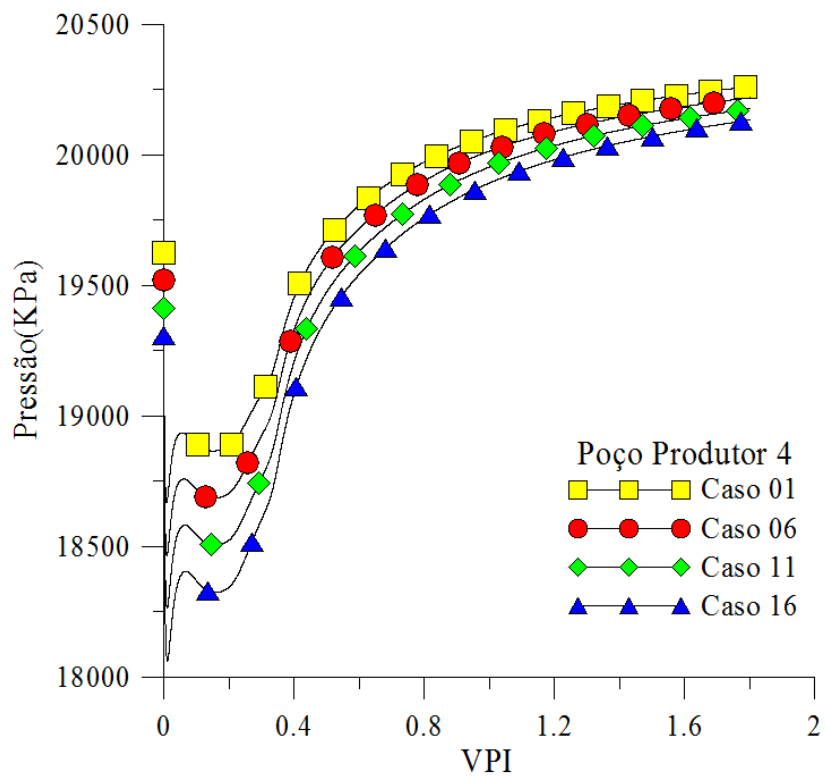


Figura 4.57 – Pressão no poço produtor 4.

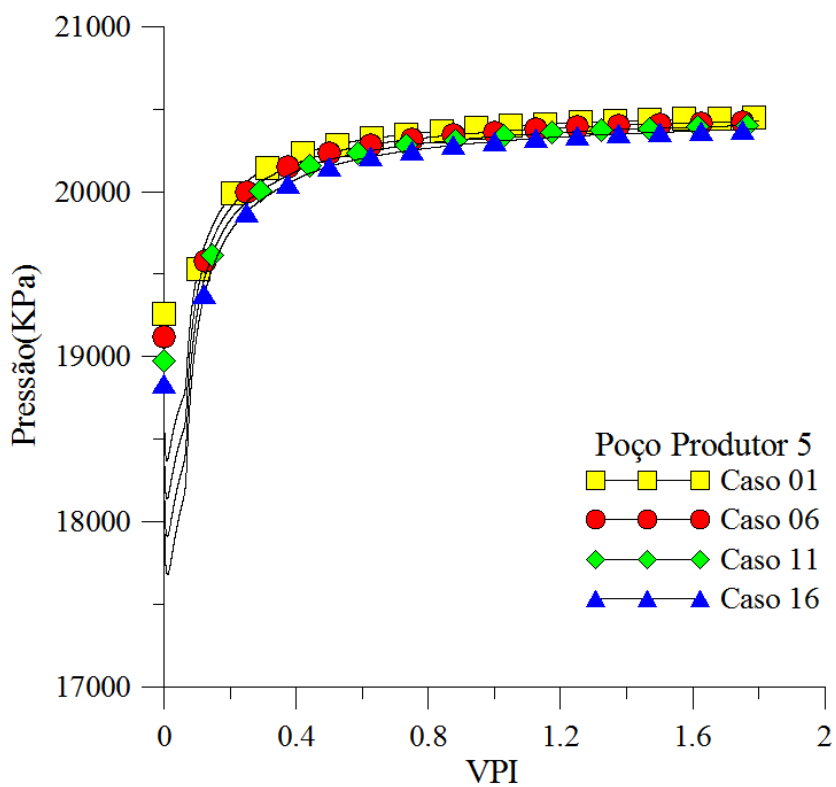


Figura 4.58 – Pressão no poço produtor 5.

As curvas de recuperação, nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 são mostradas nas Figuras 4.59 - 4.62.

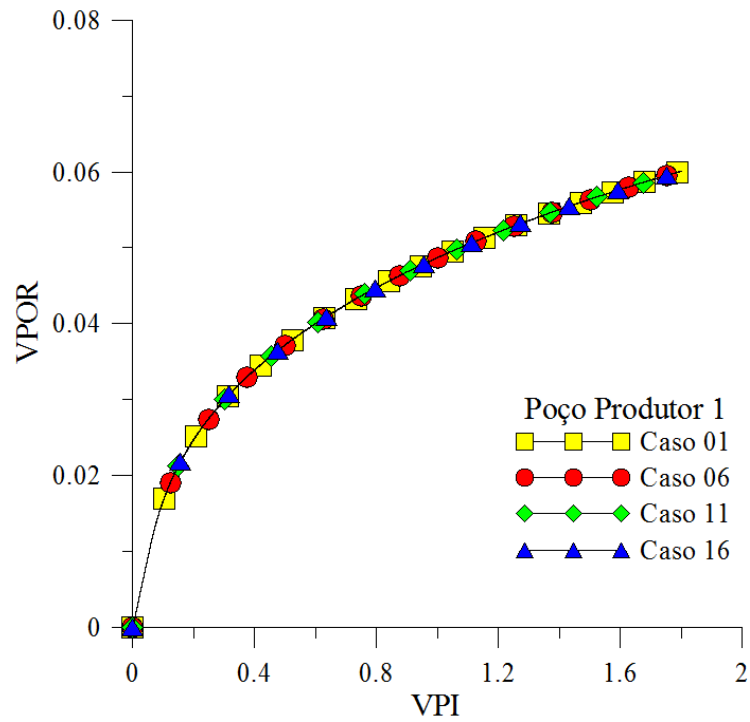


Figura 4.59 – Recuperação de óleo no poço produtor 1.

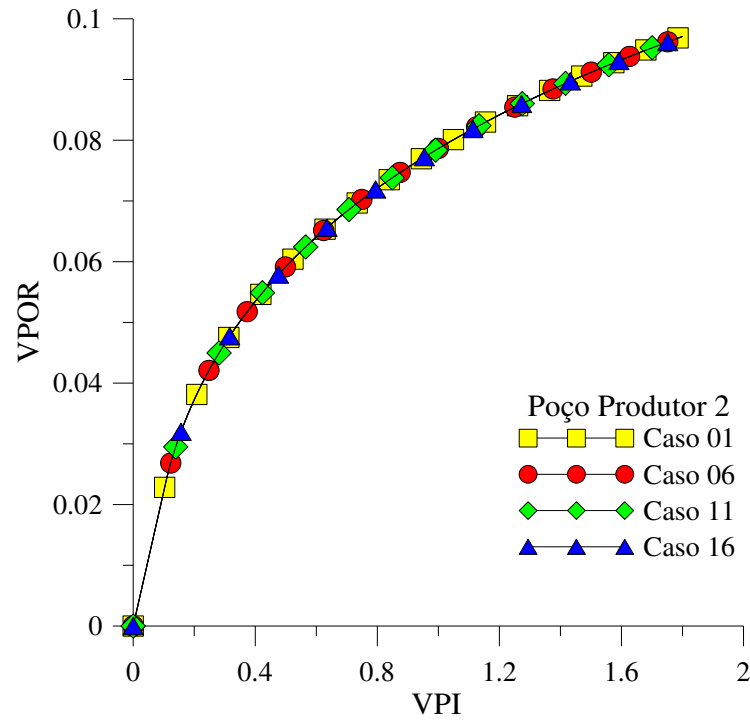


Figura 4.60 – Recuperação de óleo no poço produtor 2.

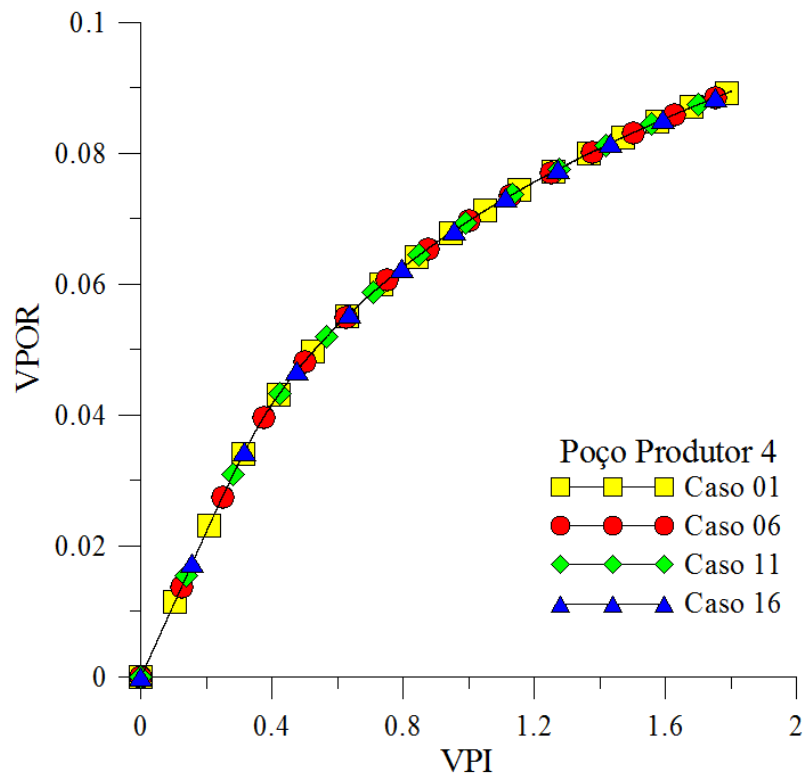


Figura 4.61 – Recuperação de óleo no poço produtor 4

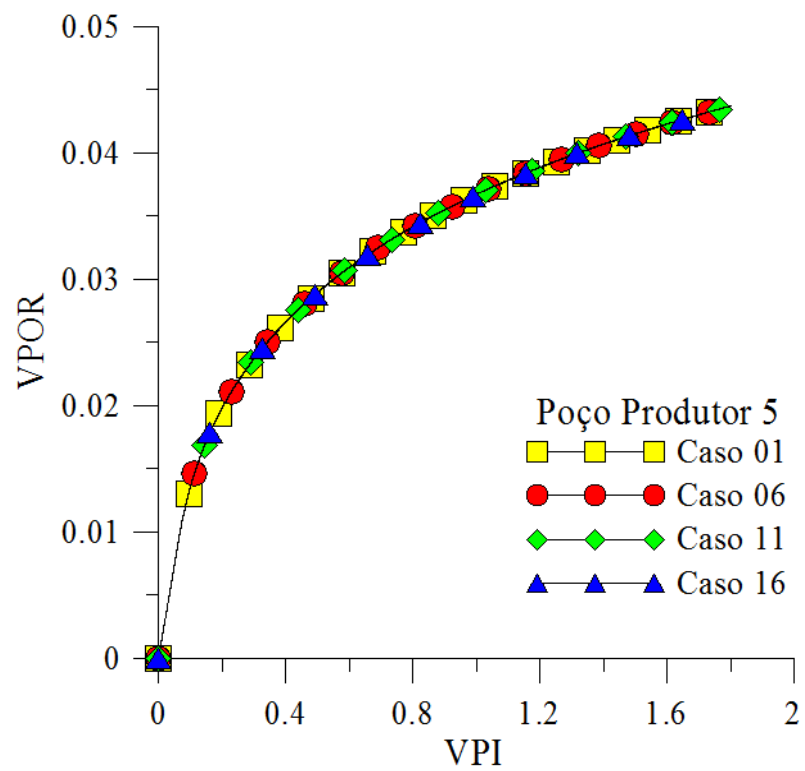


Figura 4.62 – Recuperação de óleo no poço produtor 5.

Para a porosidade de 0,1, as Figuras 4.63a-d e 4.64a-d, ilustram a distribuição de pressão e a saturação da água para os casos 2, 7, 12 e 17, no interior do reservatório ao longo do tempo de 6000 dias. Dá mesma maneira, que ocorrida para a localização L<sub>1</sub> dos poços injetores e produtores, pode-se ver que o valor mais elevado de pressão está nos pontos próximos aos poços injetores e de menor pressão ocorre nos poços produtores.

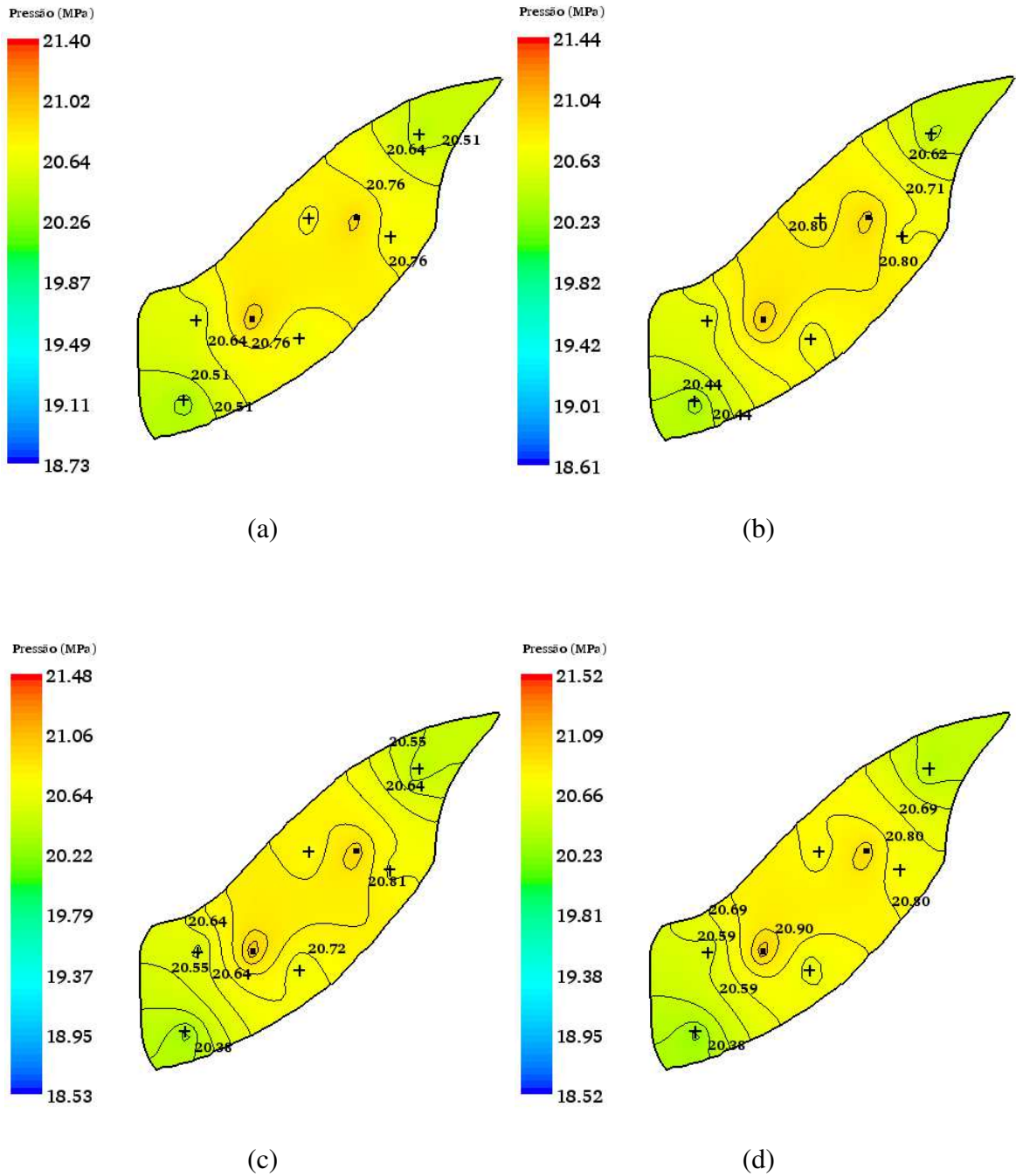


Figura 4.63 - Distribuição de pressão no reservatório: (a) caso 2, (b) caso 7, (c) caso 12 e (d) caso 17.

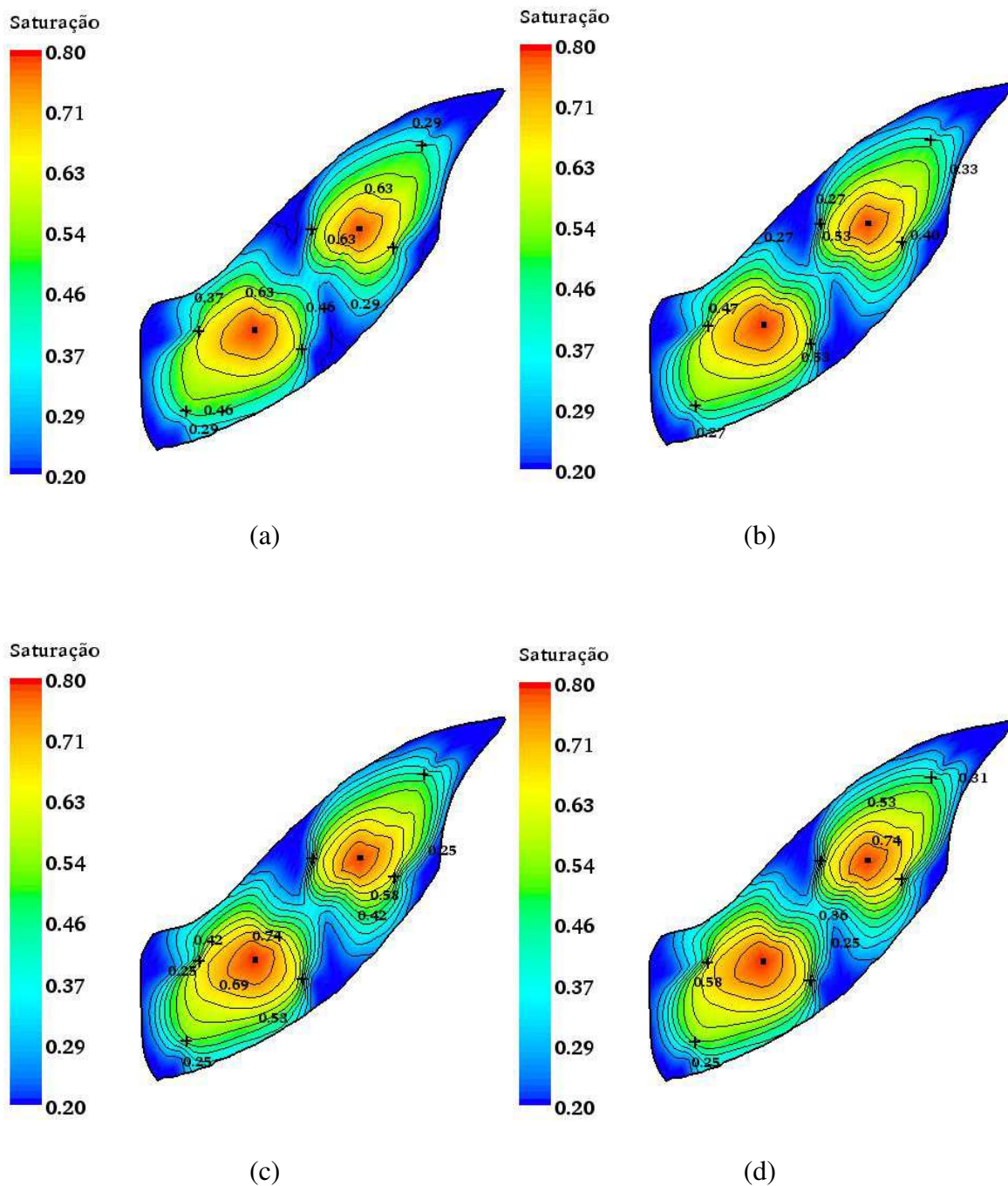


Figura 4.64 – Campo de saturação da água: (a) caso 2, (b) caso 7, (c) caso 12 e (d) caso 17.

As Figuras 4.65 - 4.68 apresentam o comportamento das curvas de corte de água nos poços de produção 1, 2, 4 e 5, para os casos 2, 7, 12 e 17. Percebe-se que os resultados obtidos para as quatro taxas de fluxos de injeção de água são muito semelhantes com pequenas diferenças.

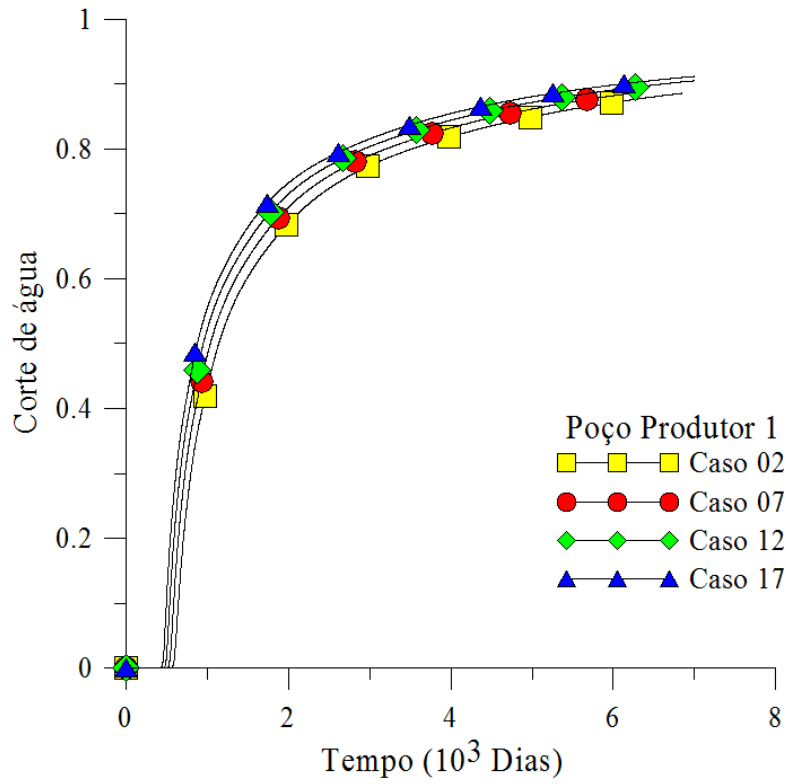


Figura 4.65 – Corte de água no poço produtor 1.

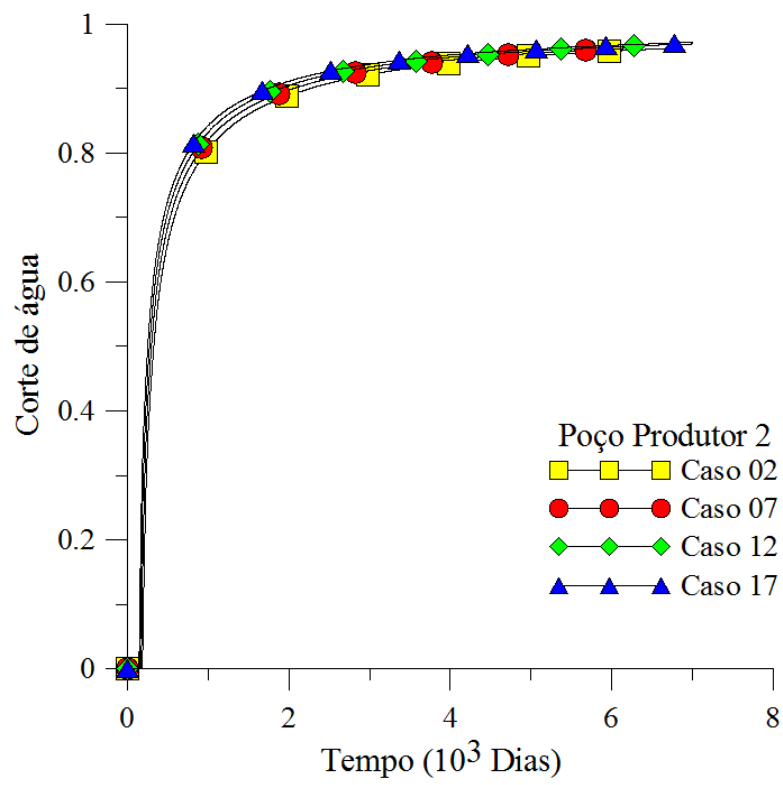


Figura 4.66 – Corte de água no poço produtor 2.

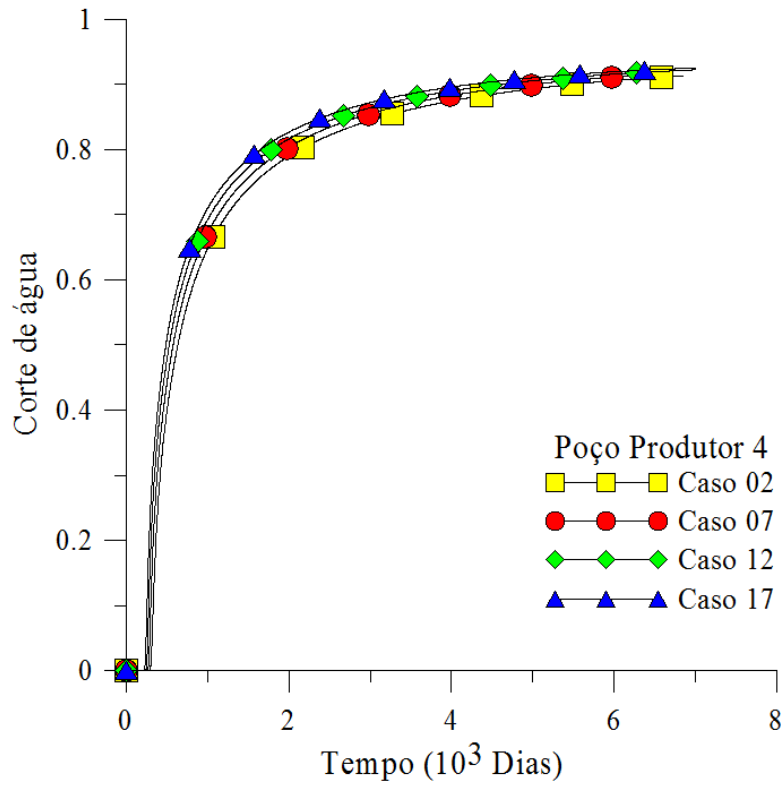


Figura 4.67 – Corte de água no poço produtor 4.

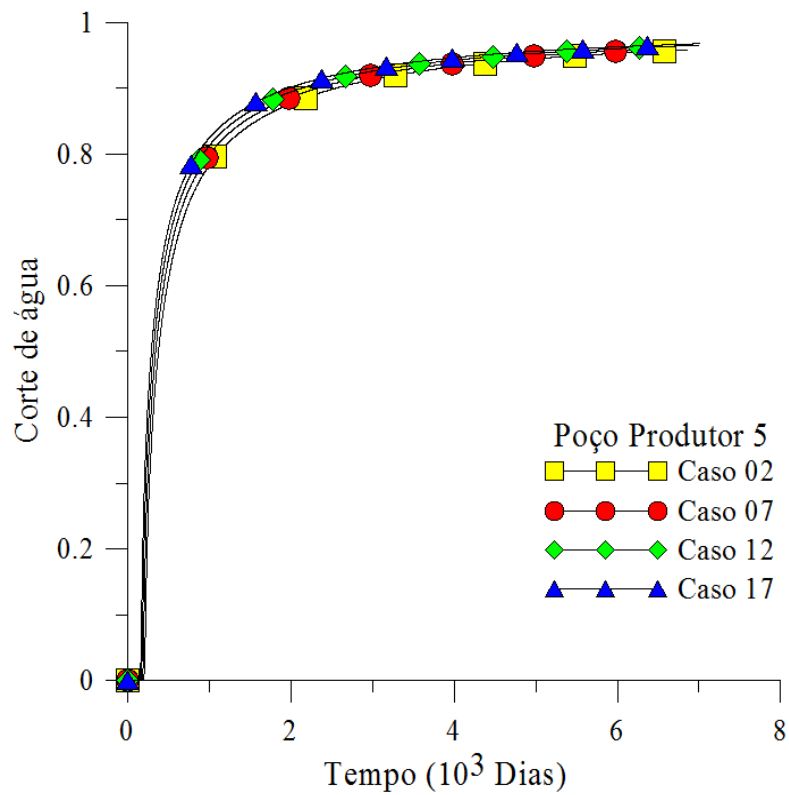


Figura 4.68 – Corte de água no poço produtor 5.

Nas Figuras 4.69 a 4.72, as linhas de pressão nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 são mostradas referente aos casos 2, 7, 12 e 17. Apesar da semelhança, observa-se pequenas variações da pressão entre os casos. Os resultados numéricos indicam uma forte variação de pressão nos poços produtores nos tempos iniciais de produção, como já verificado anteriormente.

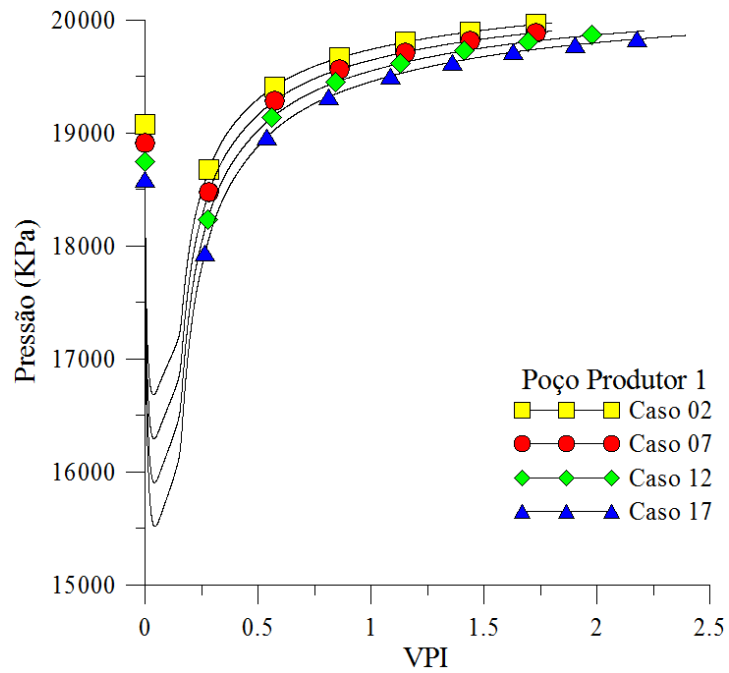


Figura 4.69 – Pressão no poço produtor 1.

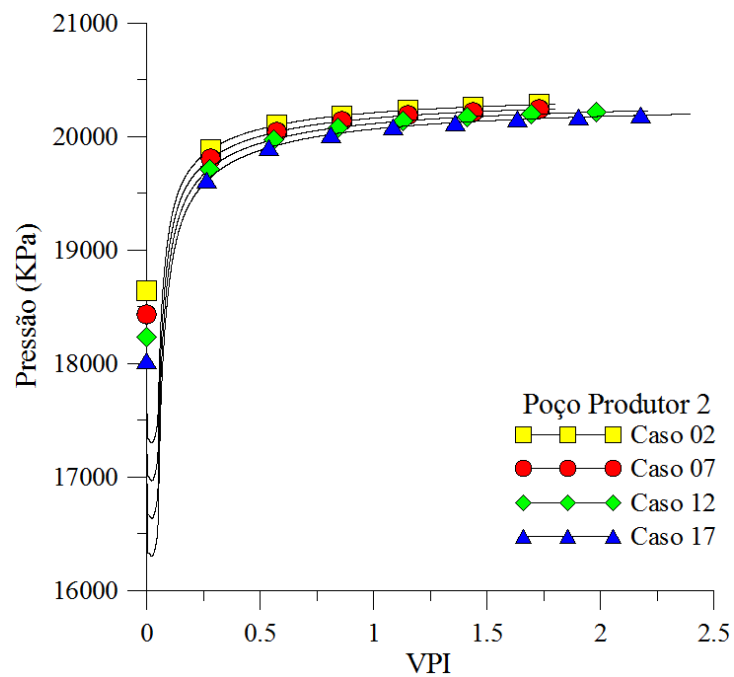


Figura 4.70 – Pressão no poço produtor 2.



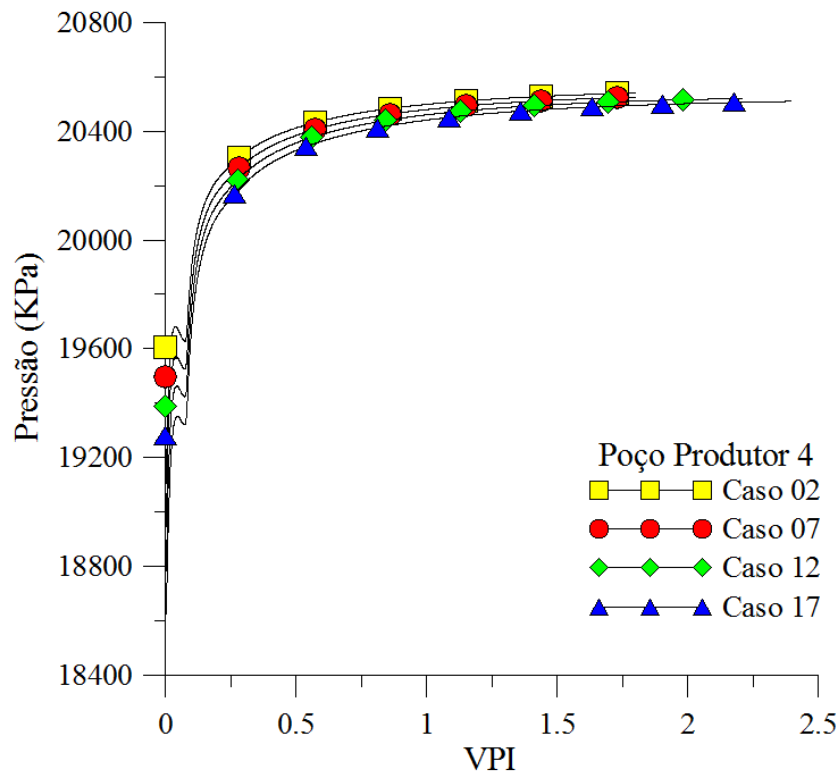


Figura 4.71 – Pressão no poço produtor 4.

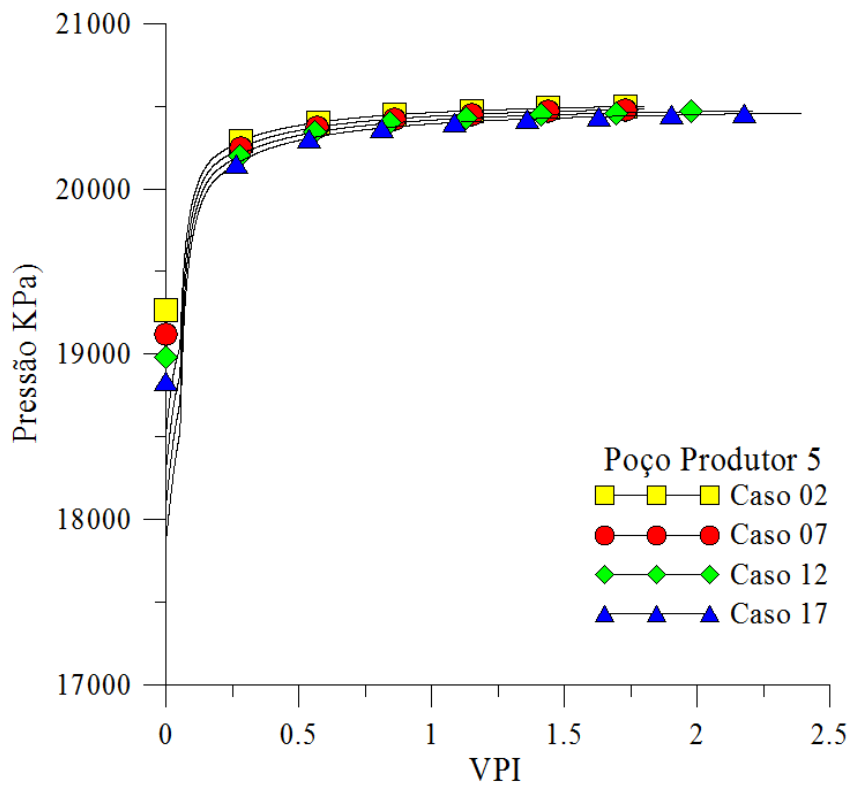
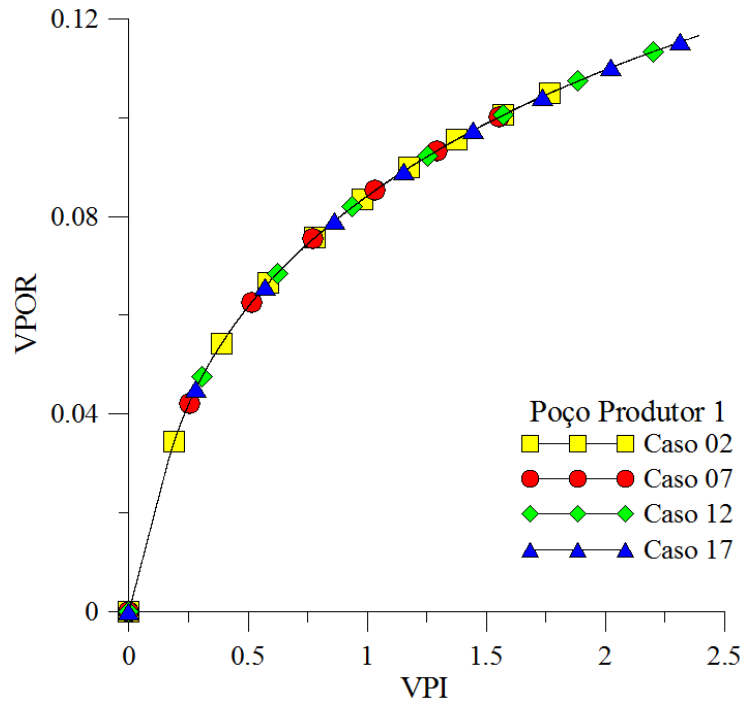
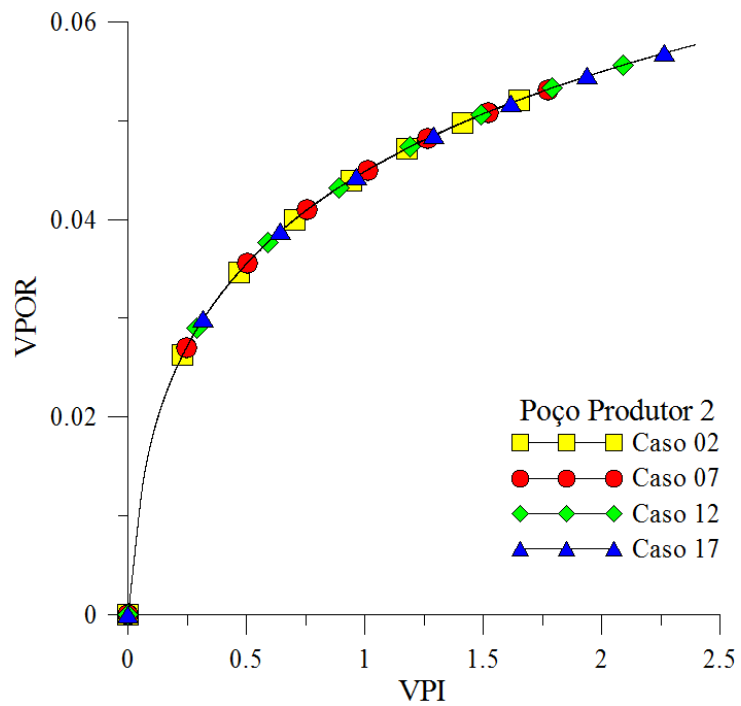


Figura 4.72 – Pressão no poço produtor 5.

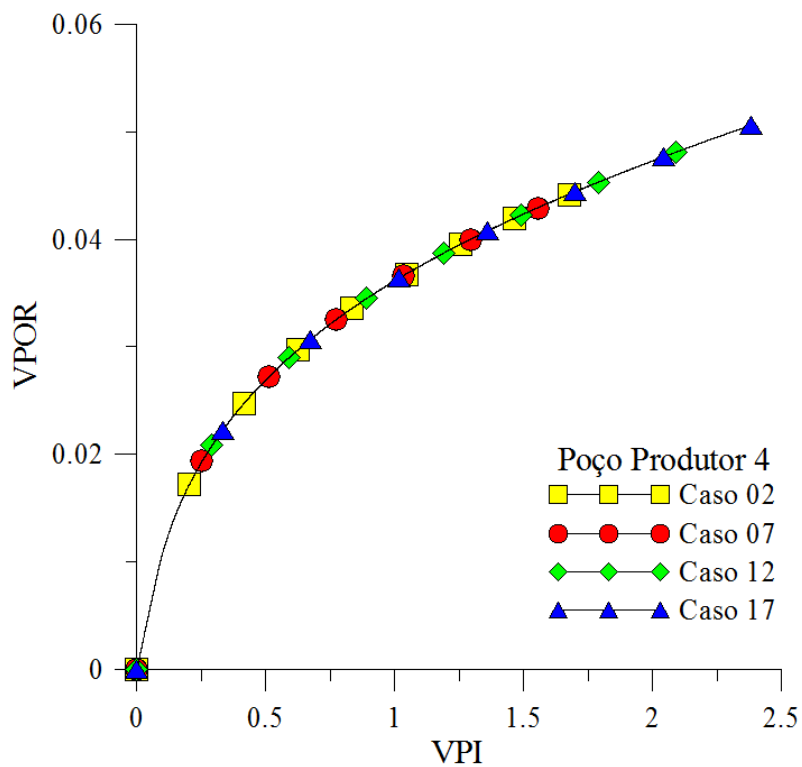
Já as curvas de recuperação são mostradas nas Figuras 4.73 a 4.76, para os poços produtores 1, 2, 4 e 5, referentes aos casos 2, 7, 12 e 17. Comparando-se com os casos 1, 6, 11 e 16, verifica-s a influência da porosidade e localização dos poços no fator de recuperação.



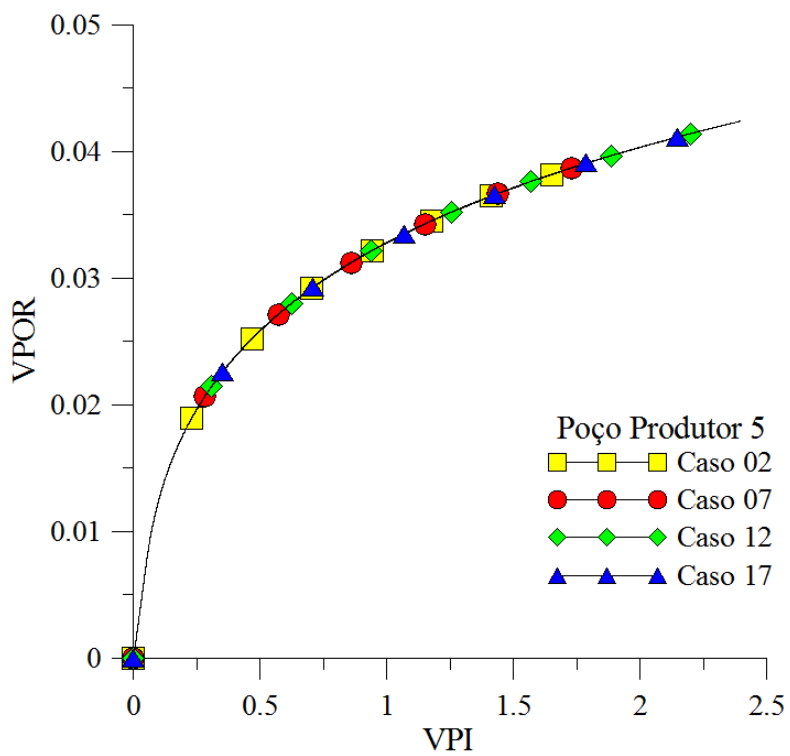
4.73 – Recuperação de óleo no poço produtor 1.



4.74 – Recuperação de óleo no poço produtor 2.



4.75 – Recuperação de óleo no poço produtor 4.



4.76 – Recuperação de óleo no poço produtor 5.

As Figuras 4.77a-d e 4.78a-d, ilustram a distribuição de pressão e a saturação da água para os casos 4, 9, 14 e 19, para uma porosidade de 0,3 no interior do reservatório ao longo do tempo de 6000 dias. Semelhantemente, pode-se ver que o valor mais elevado da pressão está nos pontos próximos aos poços injetores e de menor pressão ocorre nos poços produtores.

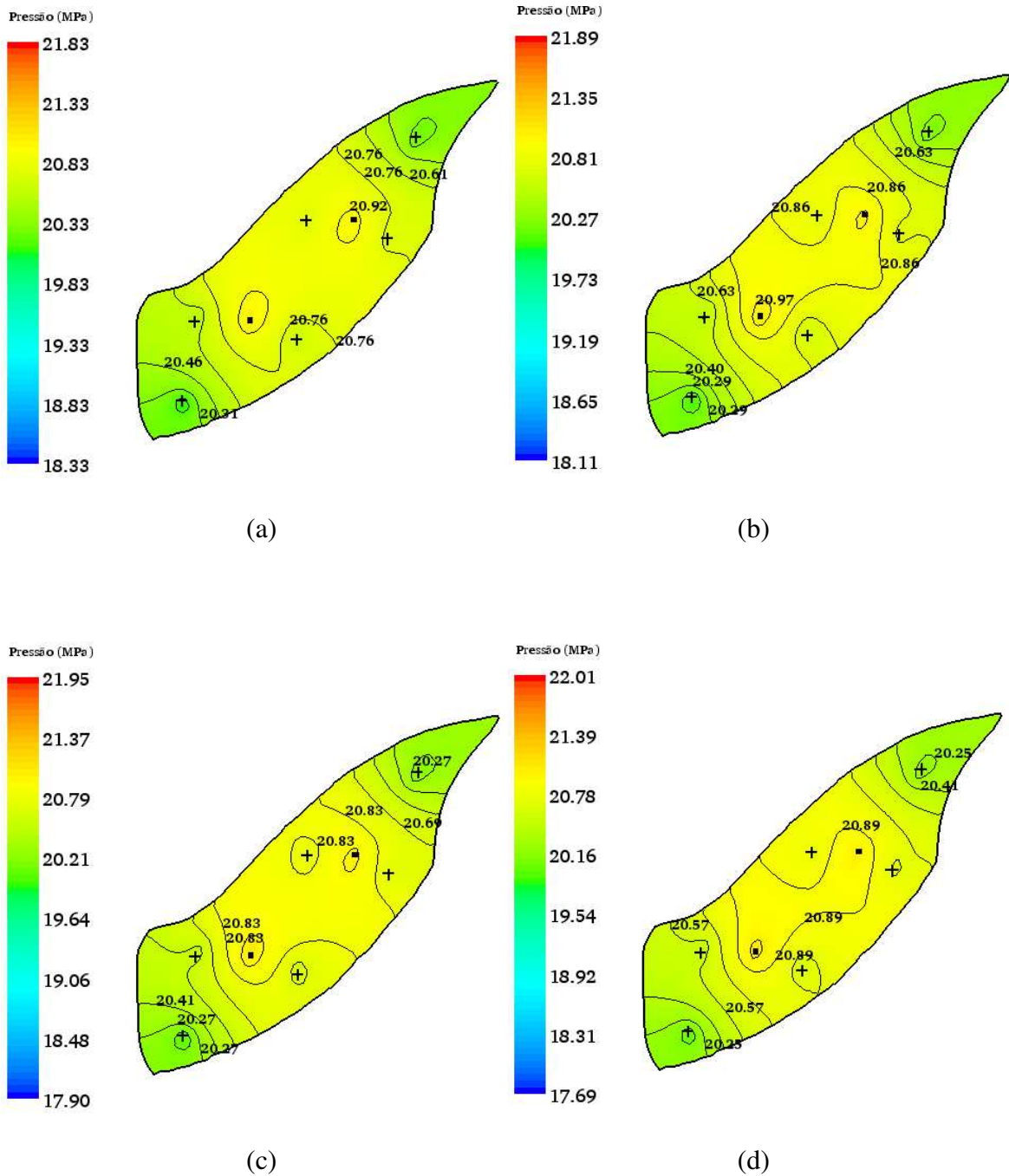


Figura 4.77 - Distribuição de pressão no reservatório: (a) caso 4, (b) caso 9, (c) caso 14 e (d) caso 19.

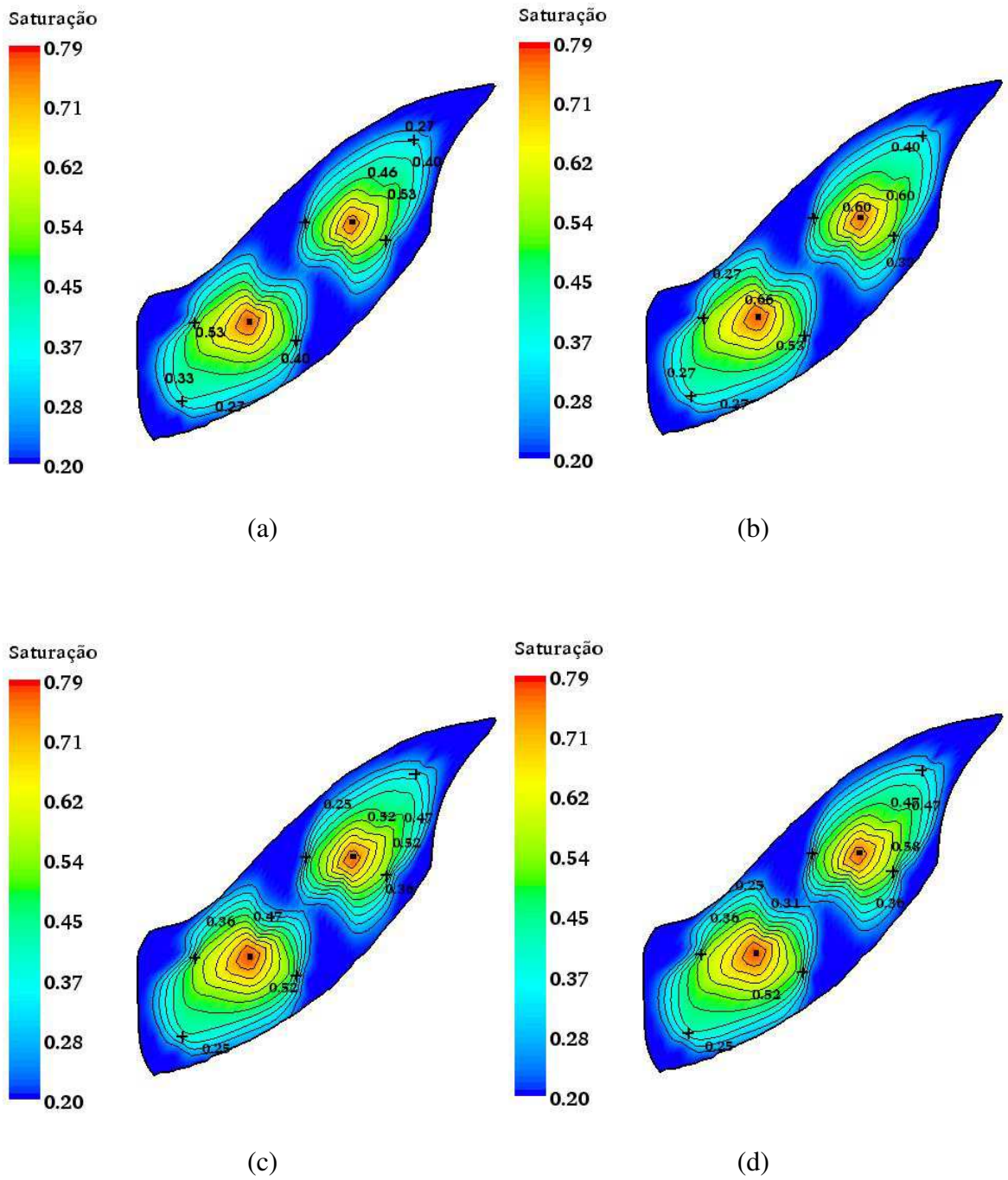


Figura 4.78 – Campo de saturação da água: (a) caso 4, (b) caso 9, (c) caso 14 e (d) caso 19.

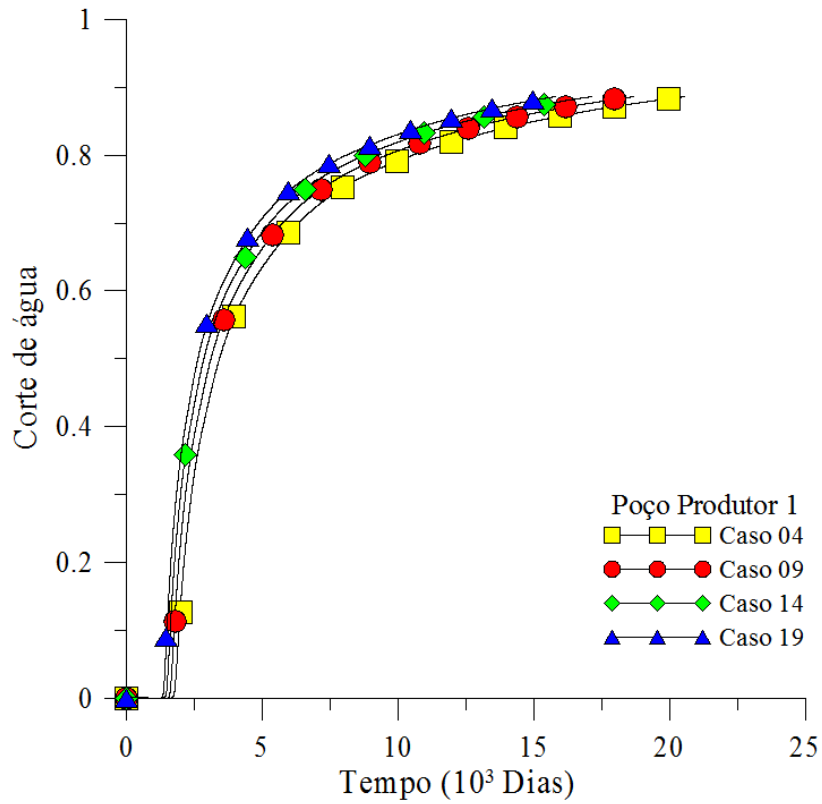


Figura 4.79 – Corte de água no poço produtor 1.

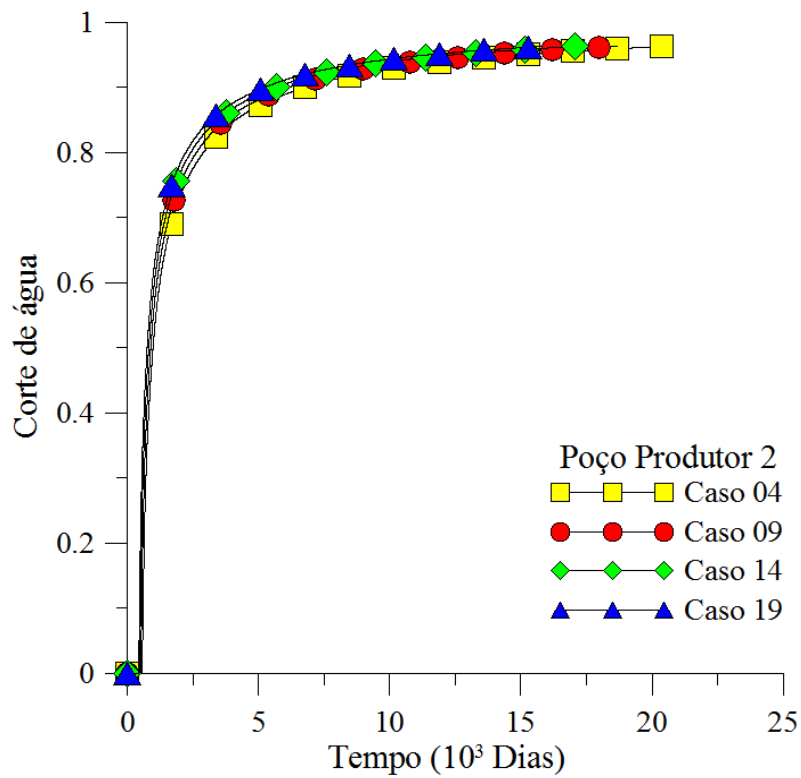


Figura 4.80 – Corte de água no poço produtor 2.

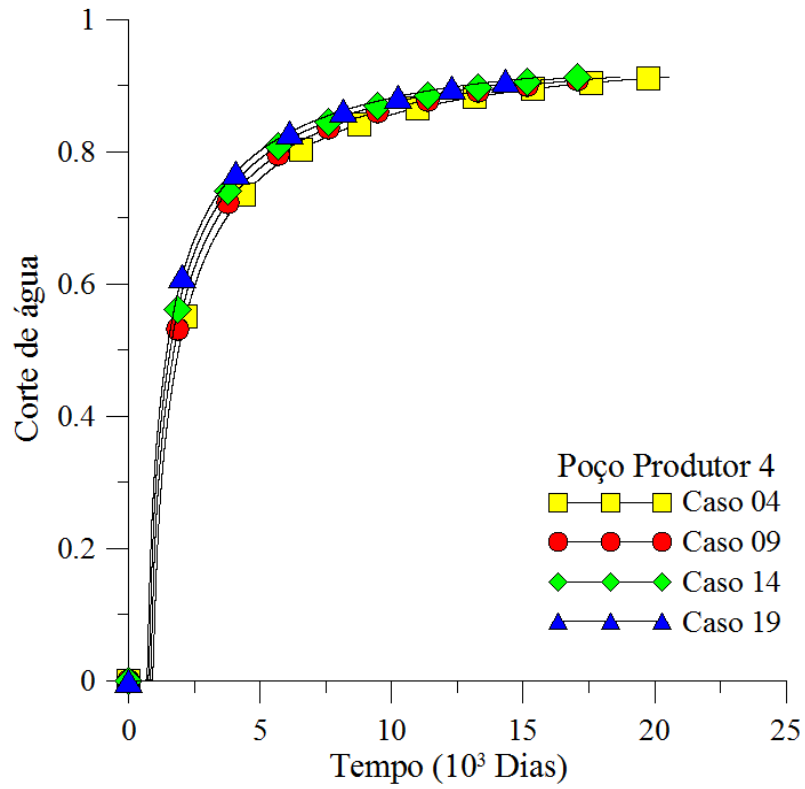


Figura 4.81 – Corte de água no poço produtor 4.

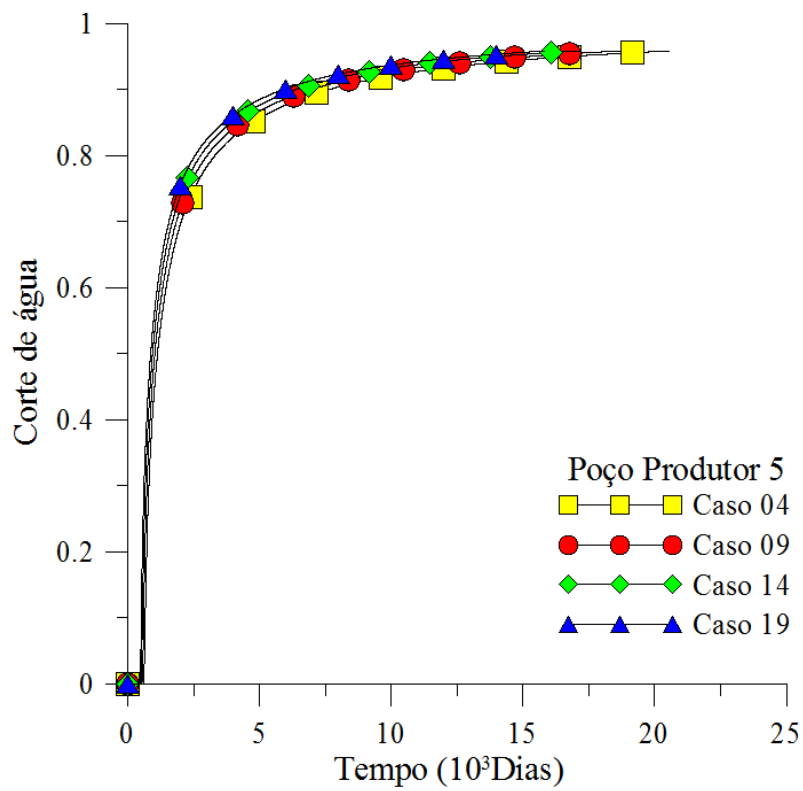


Figura 4.82 – Corte de água no poço produtor 5.

Nas Figuras 4.83 a 4.86 mostram o comportamento da pressão nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 referente aos casos 4, 9, 14 e 19 em função do volume injetado no reservatório (VPI). Apesar da semelhança, observa-se pequenas variações nos gradientes de pressão entre os casos. Os resultados numéricos indicam uma forte variação de pressão nos poços produtores nos tempos iniciais de produção.

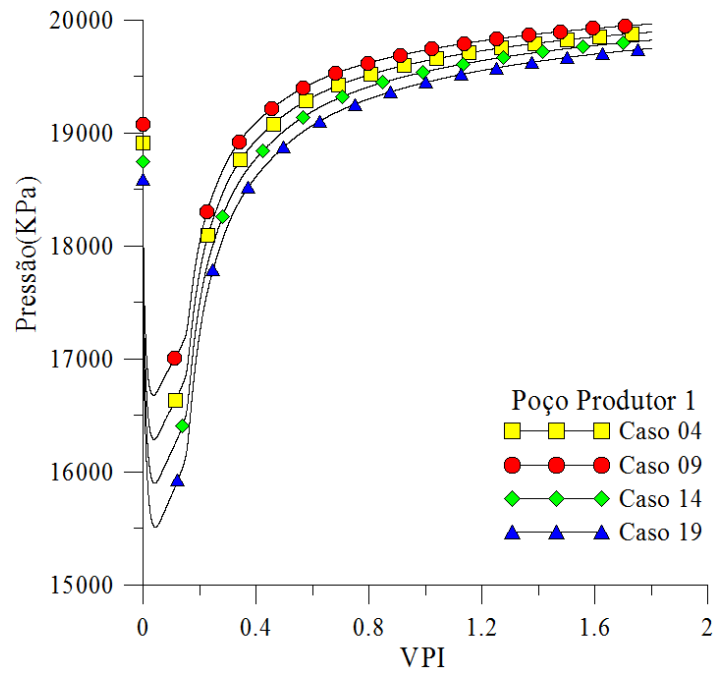


Figura 4.83 – Pressão no poço produtor 1.

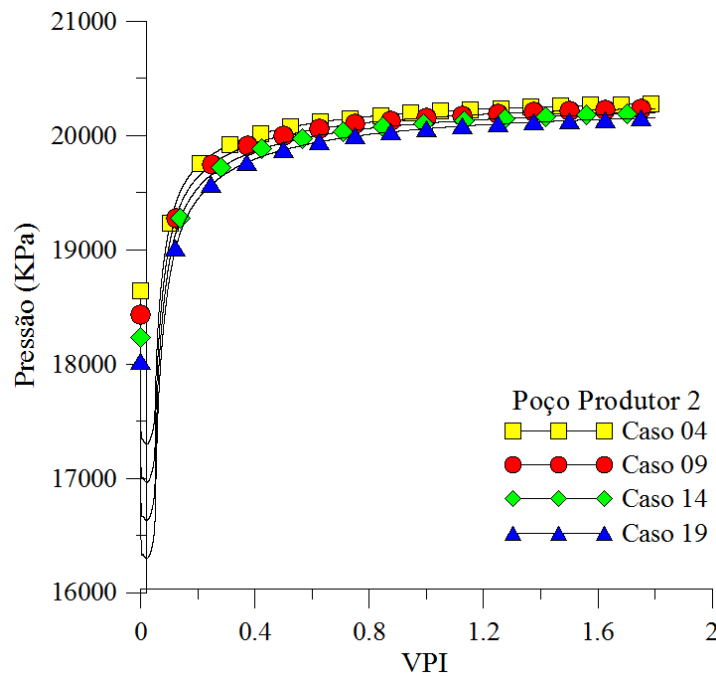


Figura 4.84 – Pressão no poço produtor 2.



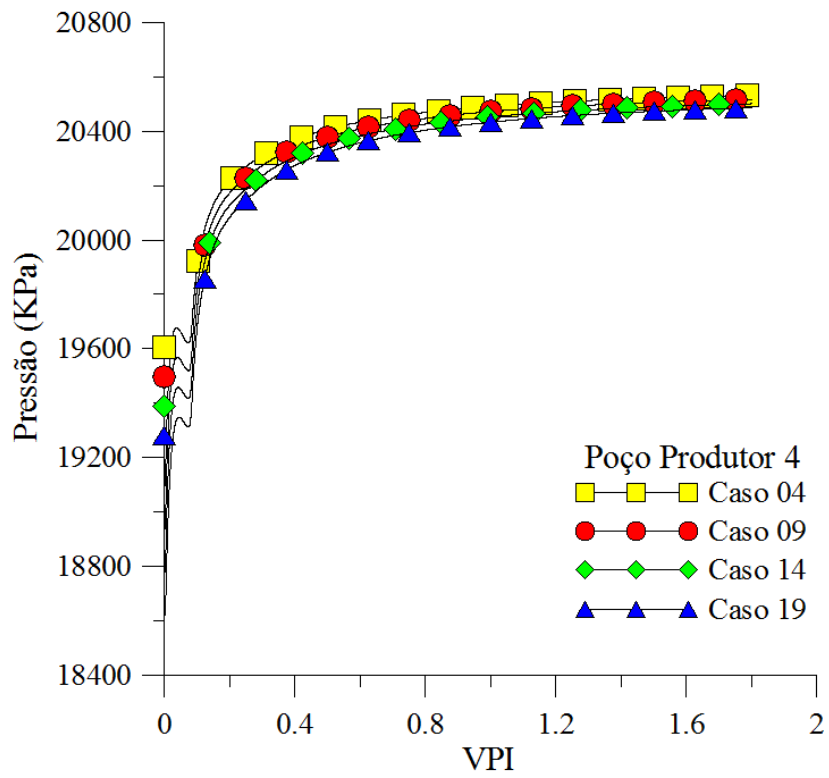


Figura 4.85 – Pressão no poço produtor 4.

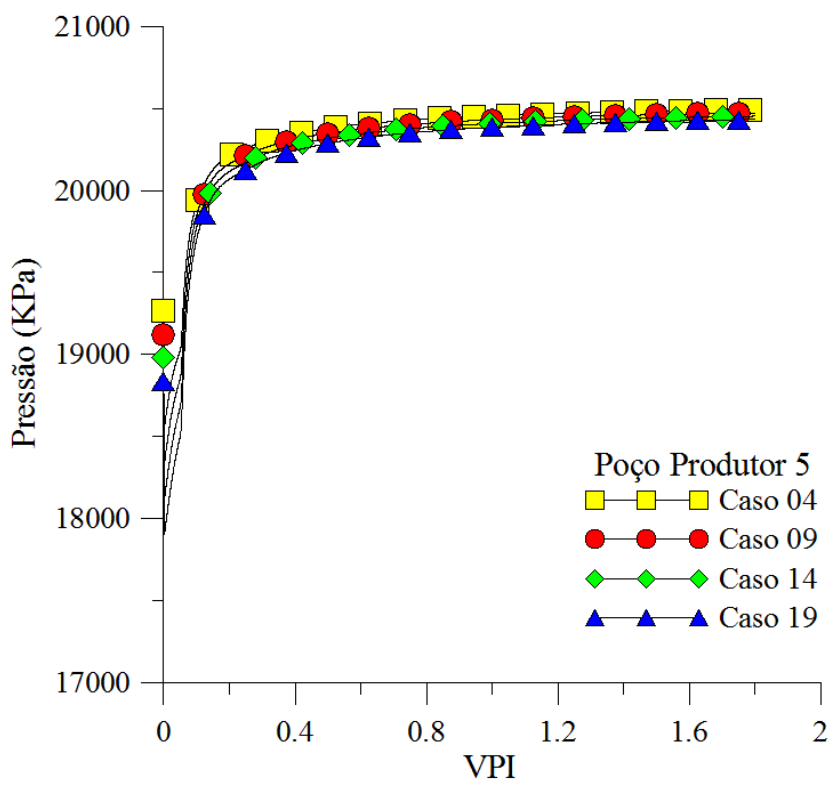
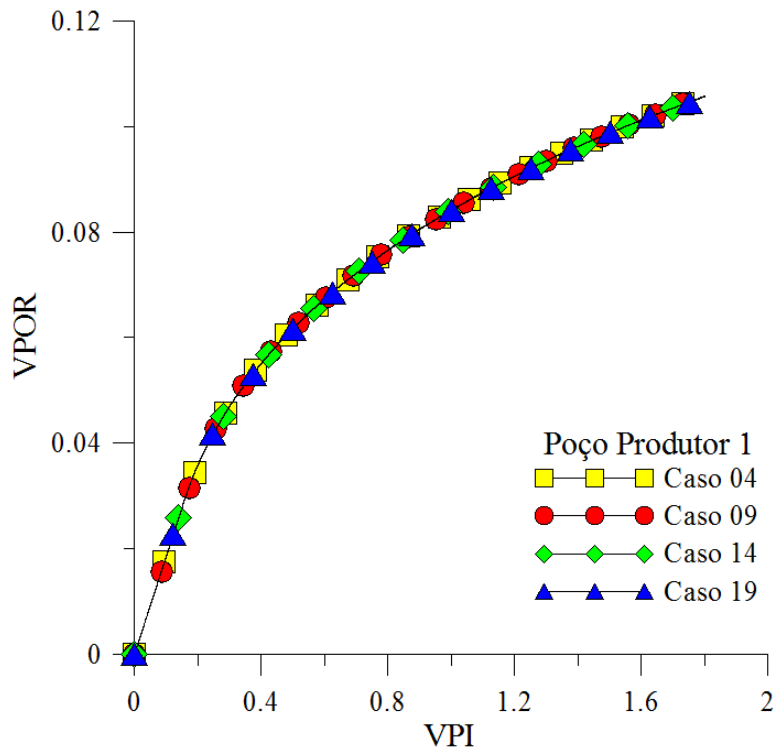
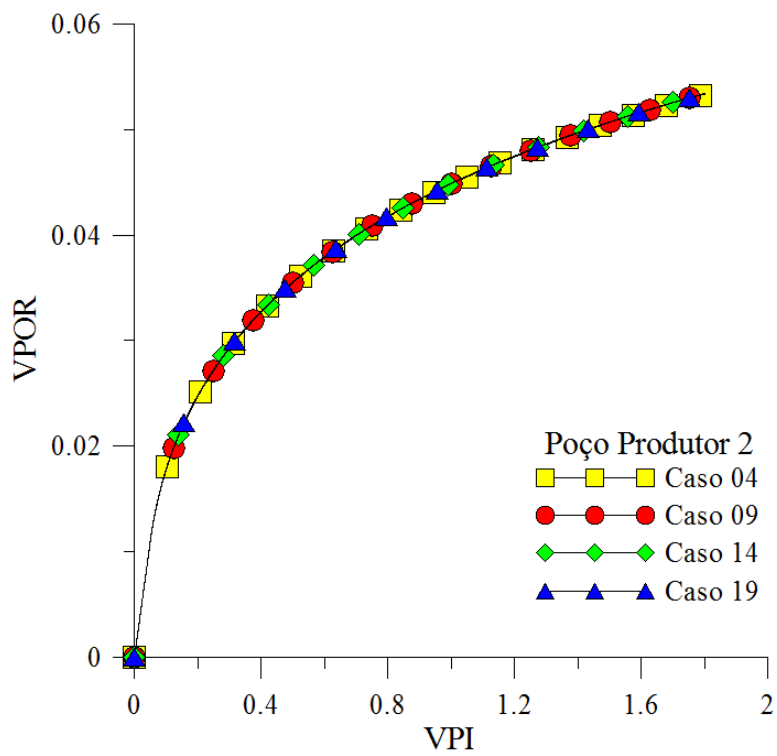


Figura 4.86 – Pressão no poço produtor 5.

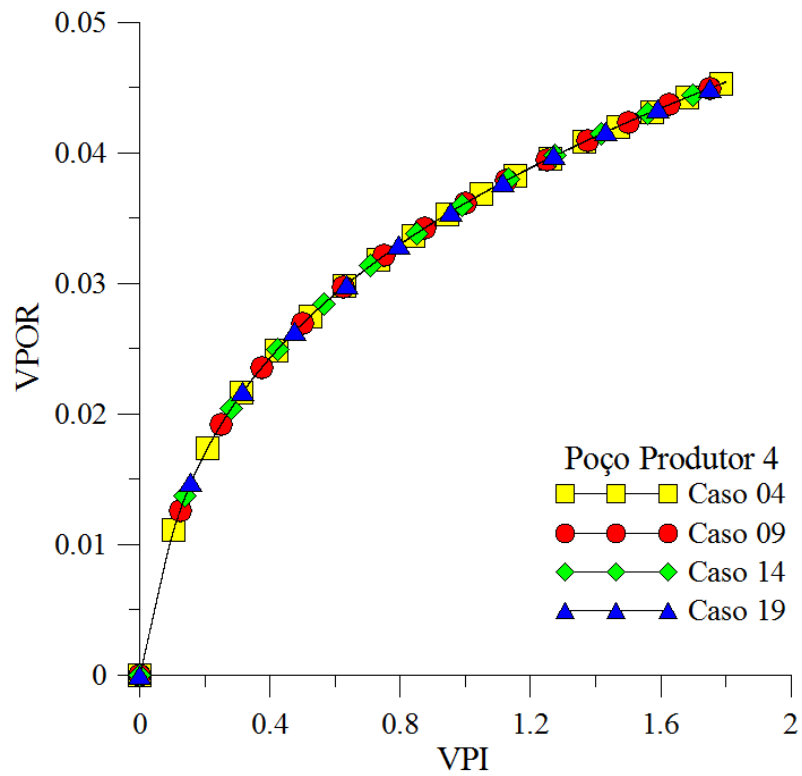
Já as curvas de recuperação são mostradas nas Figuras 4.87 - 4.90, para os poços produtores 1, 2, 4 e 5, referentes aos casos 4, 9, 14 e 19.



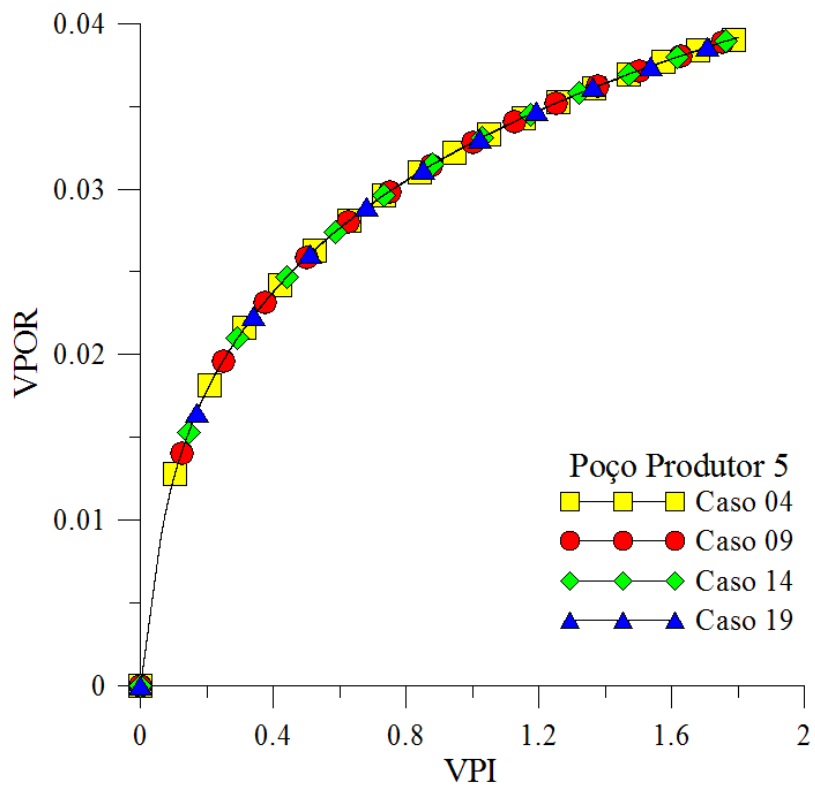
4.87 – Recuperação de óleo no poço produtor 1.



4.88 – Recuperação de óleo no poço produtor 2.



4.89 – Recuperação de óleo no poço produtor 4.



4.90 – Recuperação de óleo no poço produtor 5.

#### 4.5 Efeito da viscosidade do óleo

A seguir será apresentada a análise dos casos para viscosidade constante referente à taxa de fluxo da situação (A) e da localização dos poços ( $L_1$ ), conforme Tabelas 3.1 e 3.2.

Para viscosidade de 0,01 Pa.s, as Figuras 4.91a-d e 4.92a-d, ilustram a distribuição de pressão e a saturação da água (caso 21, situação A) no interior do reservatório ao longo do tempo (500, 2000, 3500 e 6000 dias). Portanto, pode-se ver que o valor mais elevado de pressão está nos pontos próximos aos poços injetores e de menor pressão ocorre nos poços produtores.

Do mesmo modo para as viscosidades de 0,1 e 1,0, casos 22 e 23, cujas Figuras 4.93a-d e 4.94a-d, ilustram a distribuição de pressão e a saturação de água (caso 22, situação A) e as Figuras 4.95a-d e 4.96a-d, ilustram a distribuição de pressão e a saturação de água (caso 23, situação A) nos tempos decorridos 500, 2000, 3500 e 6000 dias. Pela comparação entre estes casos e o caso 21, percebe-se uma diferença de pressão bem expressiva entre os poços injetores e os poços produtores, sendo esta diferença mais acentuada nos reservatórios de maior viscosidade.

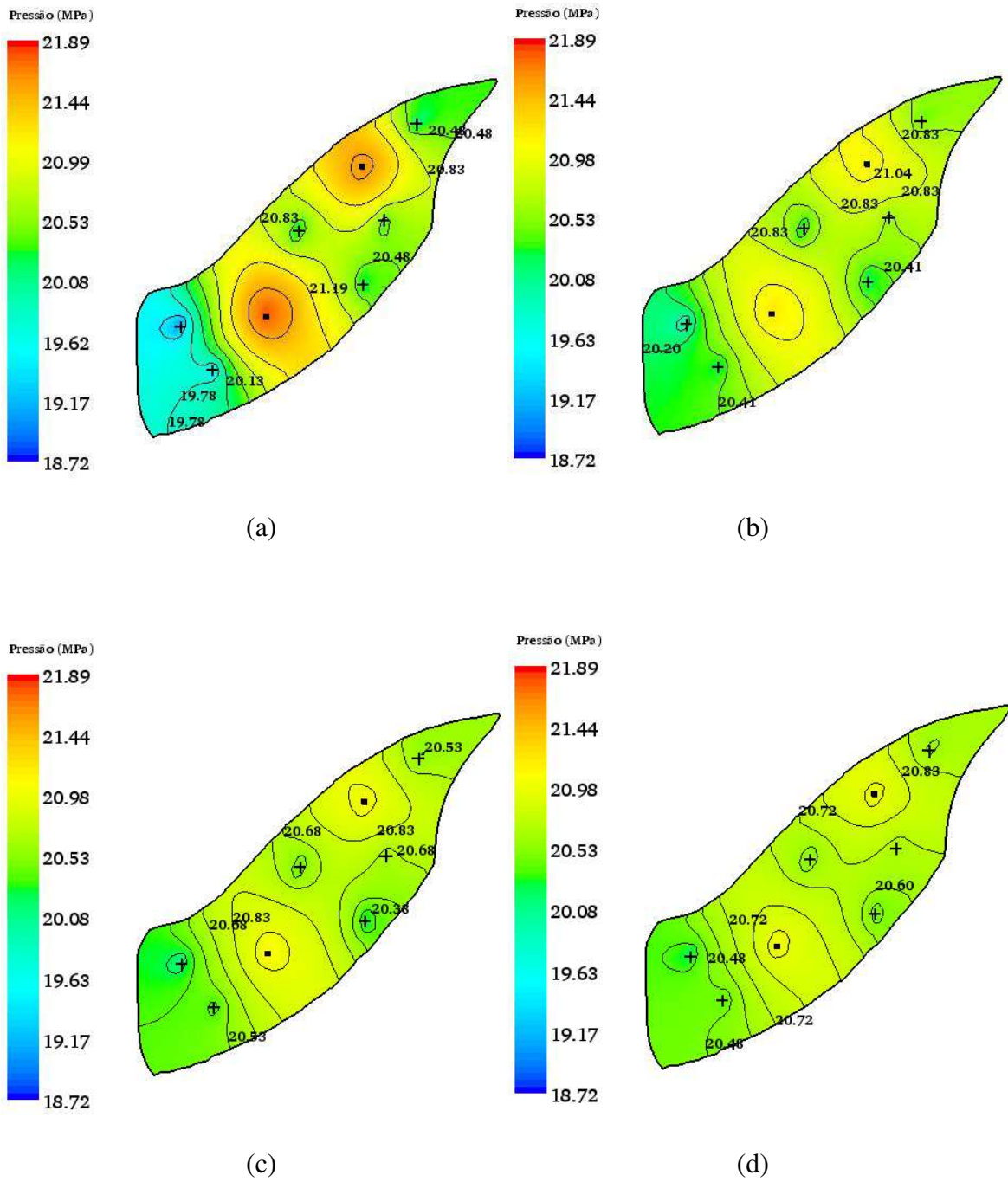


Figura 4.91 – Distribuição de pressão no reservatório: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 21 – situação A].

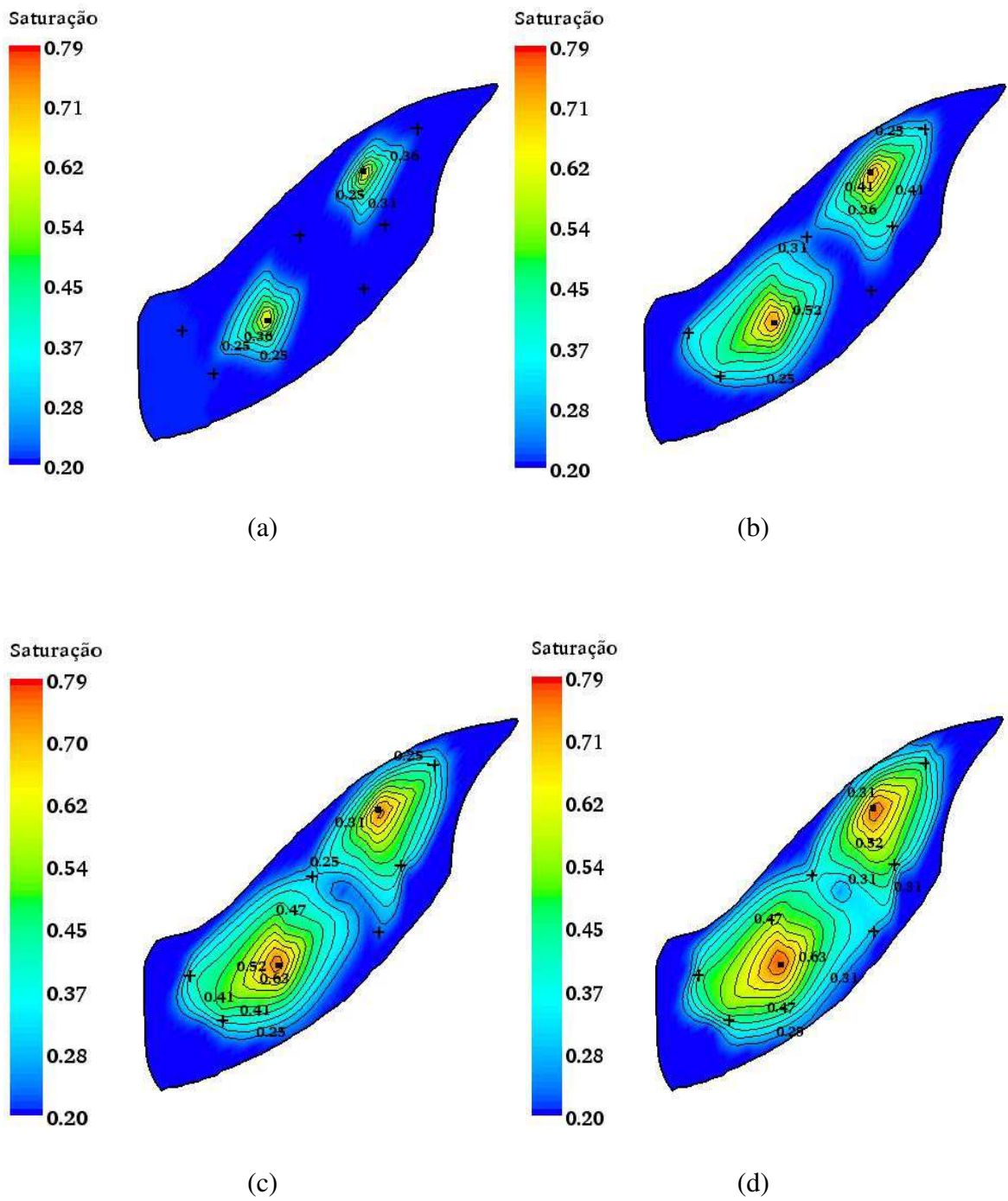


Figura 4.92 – Campo de saturação da água: (a) 500 dias, (b) 2000 dias (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 21 – situação A].

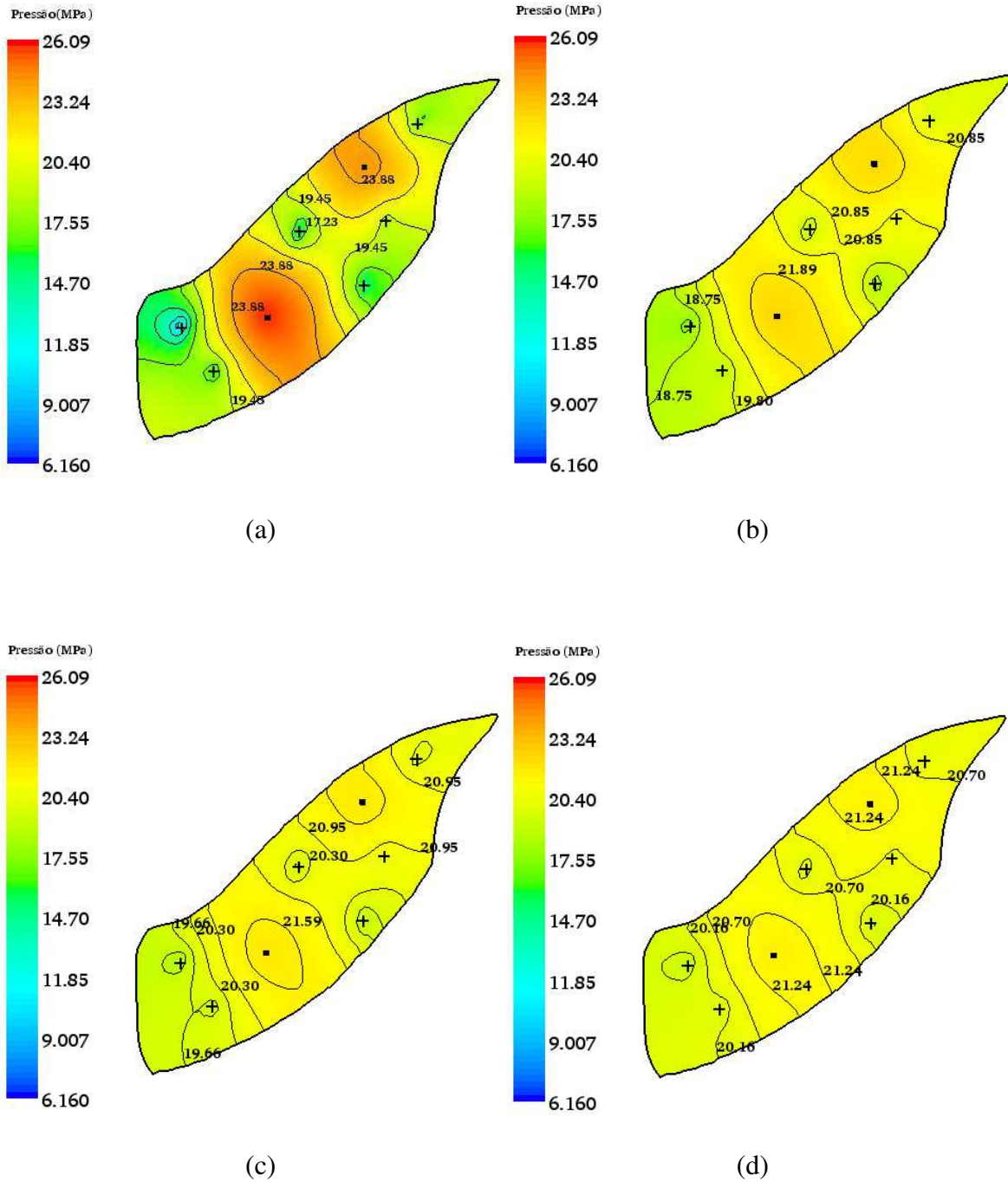


Figura 4.93 – Distribuição de pressão no reservatório: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 22 – situação A].

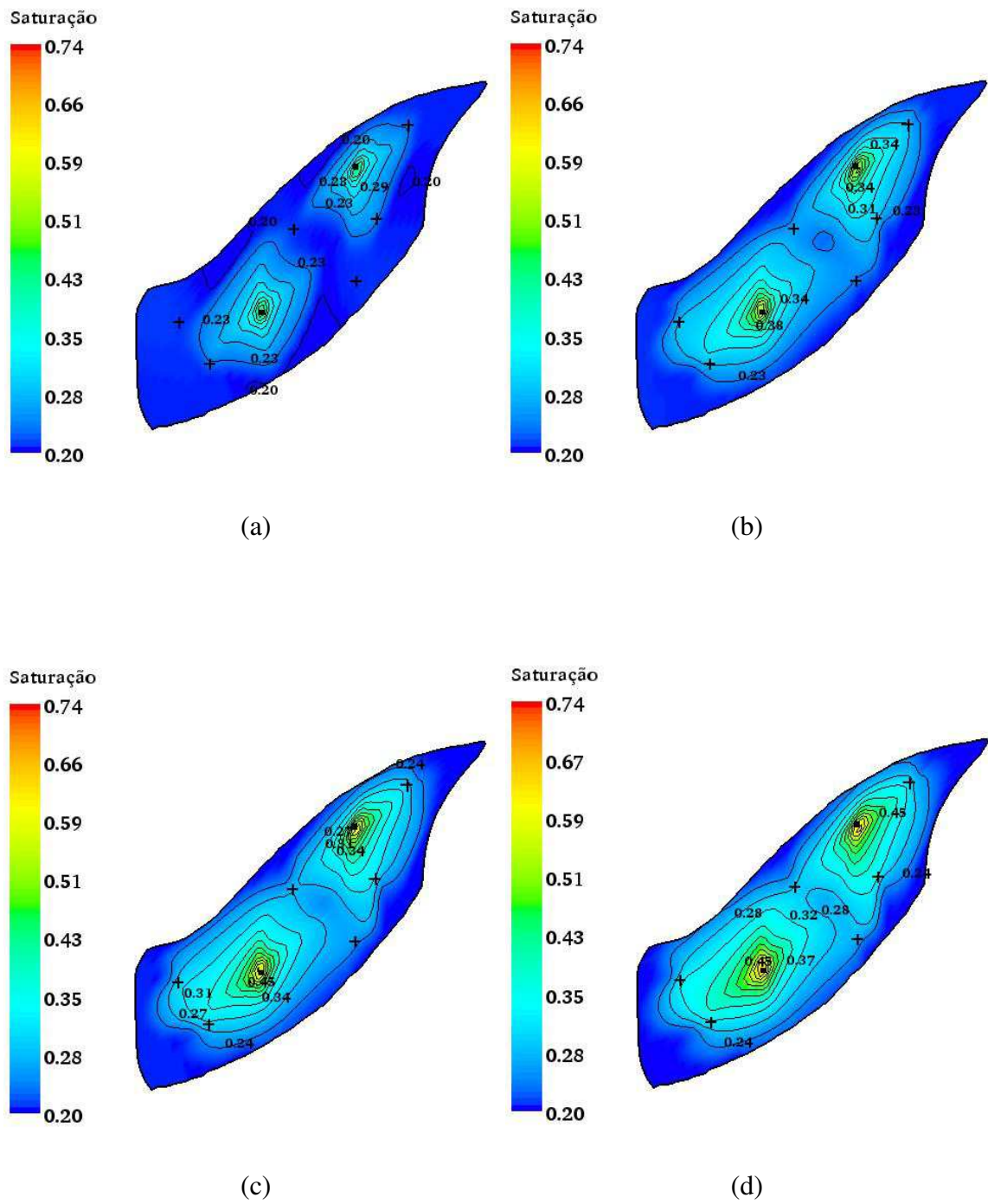


Figura 4.94 – Campo de saturação da água: (a) 500 dias, (b) 2000 dias (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 22 – situação A].



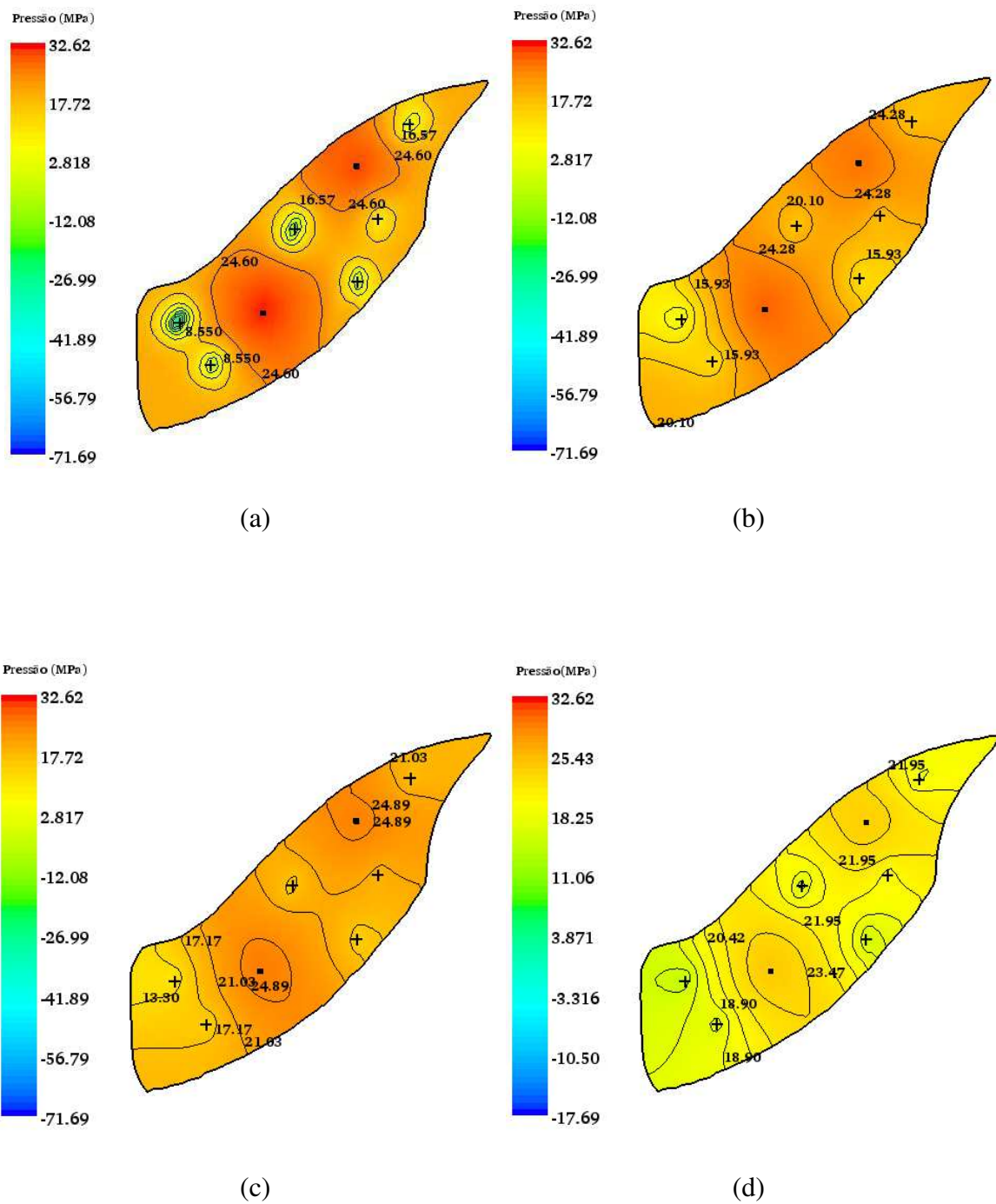


Figura 4.95 – Distribuição de pressão no reservatório: (a) 500 dias, (b) 2000 dias, (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 23 – situação A].

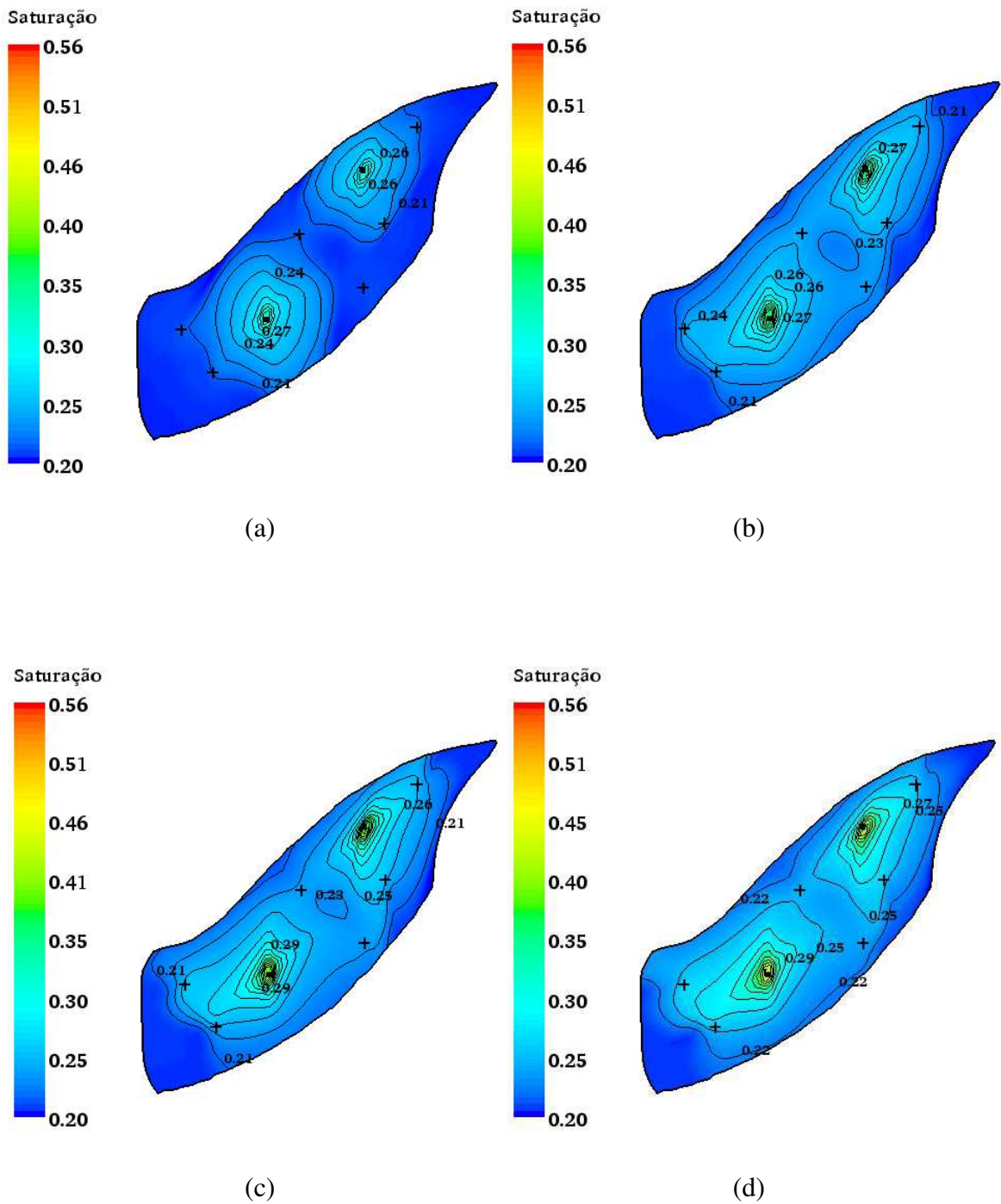


Figura 4.96 – Campo de saturação da água: (a) 500 dias, (b) 2000 dias (c) 3500 dias e (d) 6000 dias [Caso 23 – situação A].

O comportamento das curvas de corte de água são mostradas nas Figuras 4.97 - 4.100 nos poços de produção 1, 2, 4 e 5 para os casos 21, 22, e 23. Percebe-se que quanto maior a viscosidade do óleo, mais rapidamente a água chega ao poço produtor.

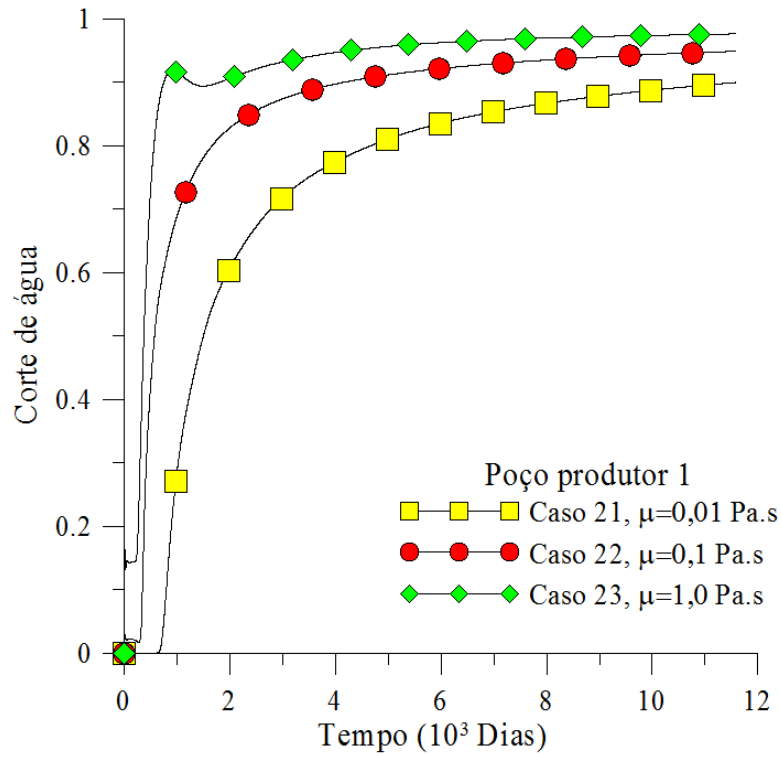


Figura 4.97 – Corte de água no poço produtor 1.

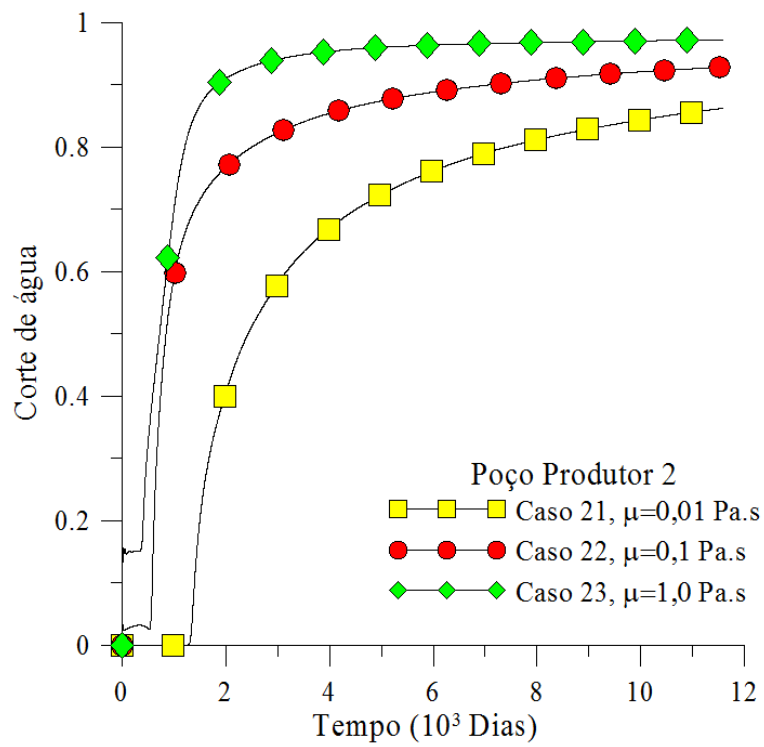


Figura 4.98 – Corte de água no poço produtor 2.

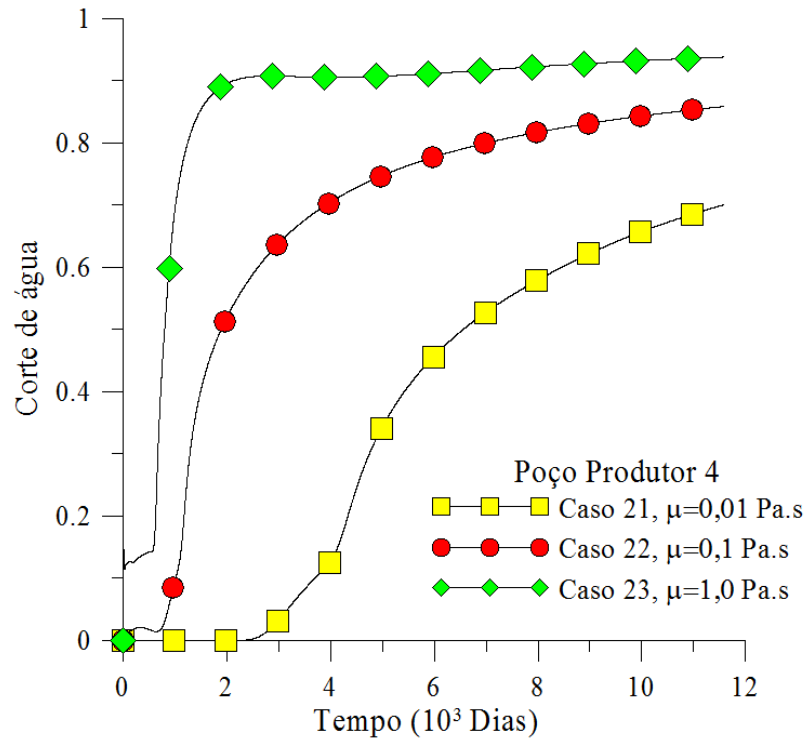


Figura 4.99 – Corte de água no poço produtor 4.

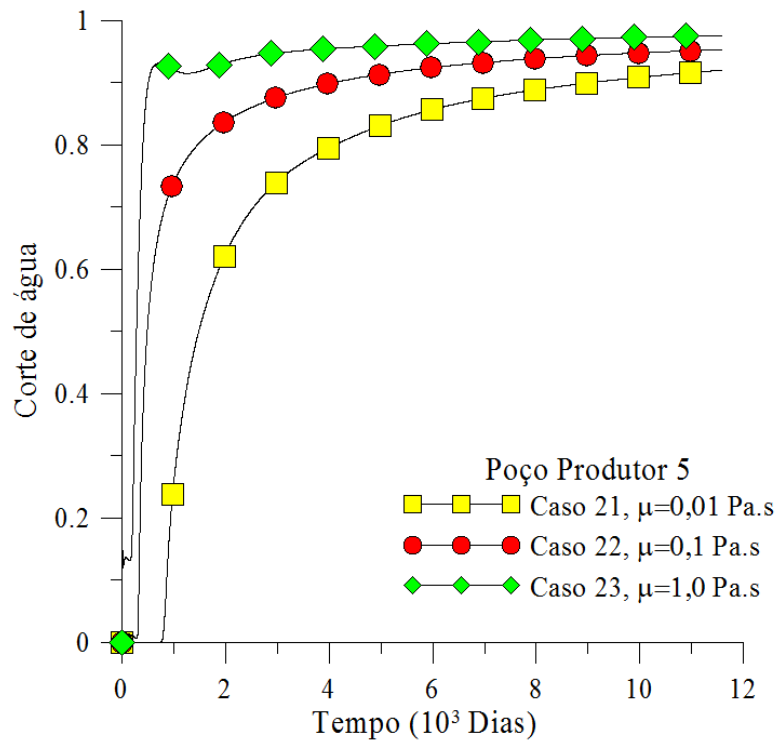


Figura 4.100 – Corte de água no poço produtor 5.

Nas Figuras 4.101 - 4.104 mostram o comportamento da pressão nos poços produtores 1, 2, 4 e 5 referente aos casos 21, 22, e 23 em função do volume injetado no reservatório (VPI). Apesar da semelhança, observa-se pequenas variações nos gradientes de pressão entre os casos. Os resultados numéricos indicam uma variação de uma forte pressão nos poços produtores no tempo inicial de produção. Para os valores negativos da pressão, corresponde a queda de pressão referente ao valor da pressão de referência.

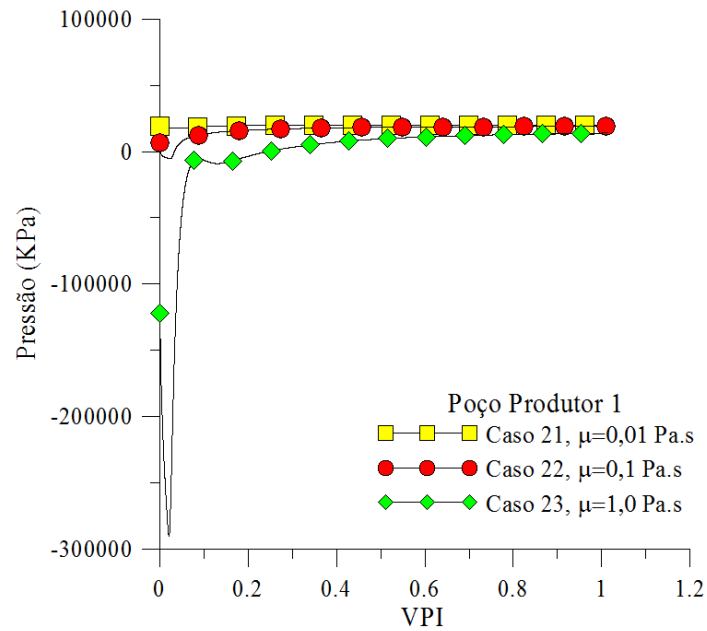


Figura 4.101 – Pressão no poço produtor 1.

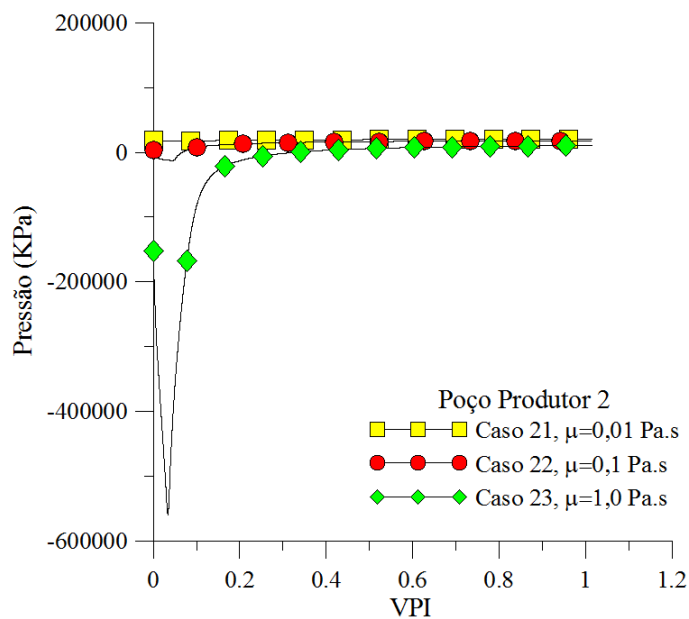


Figura 4.102 – Pressão no poço produtor 2.

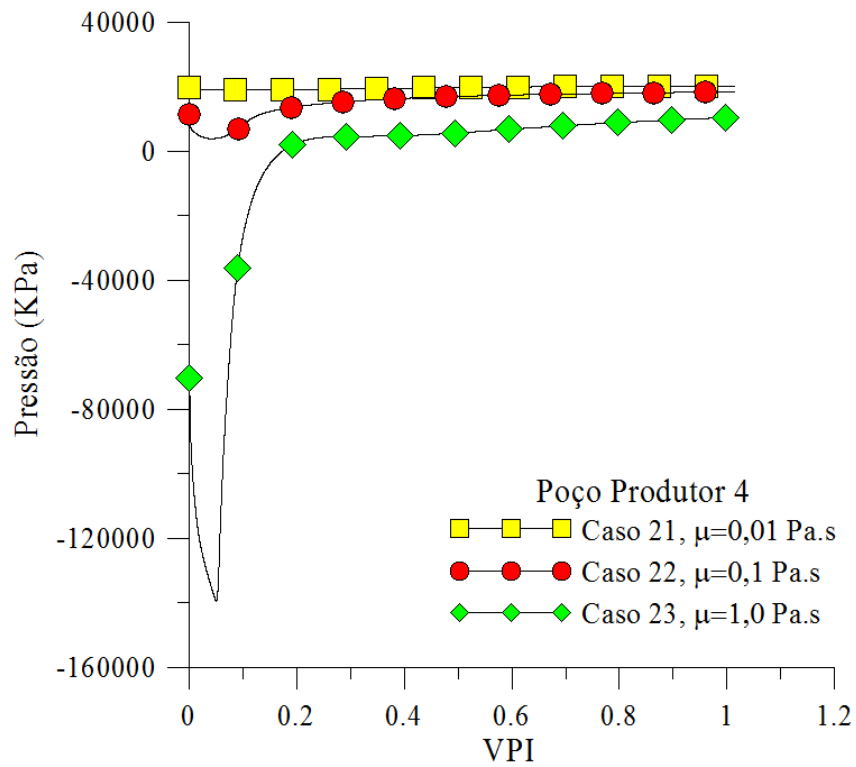


Figura 4.103 – Pressão no poço produtor 4.

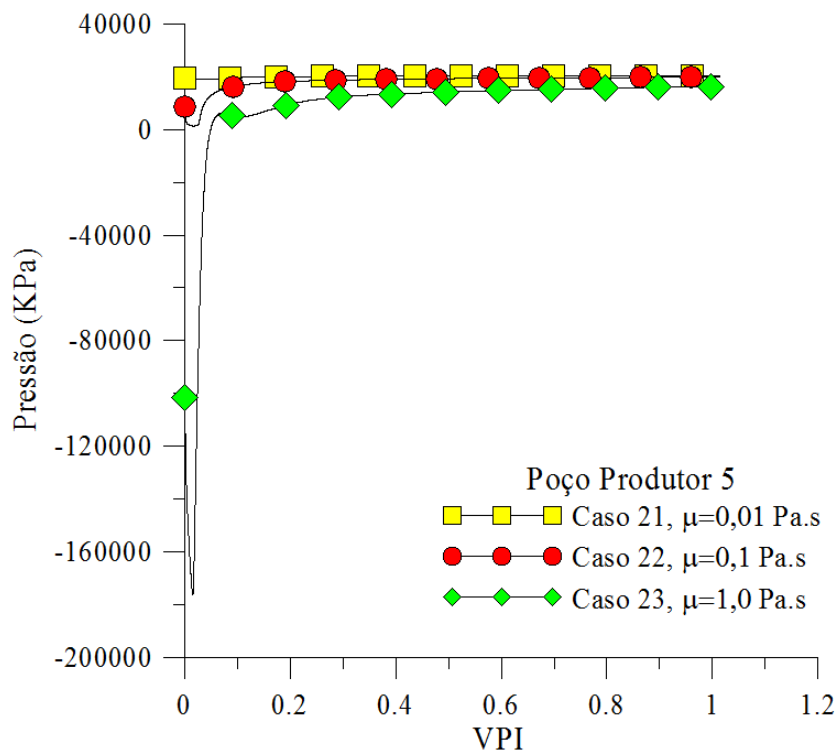
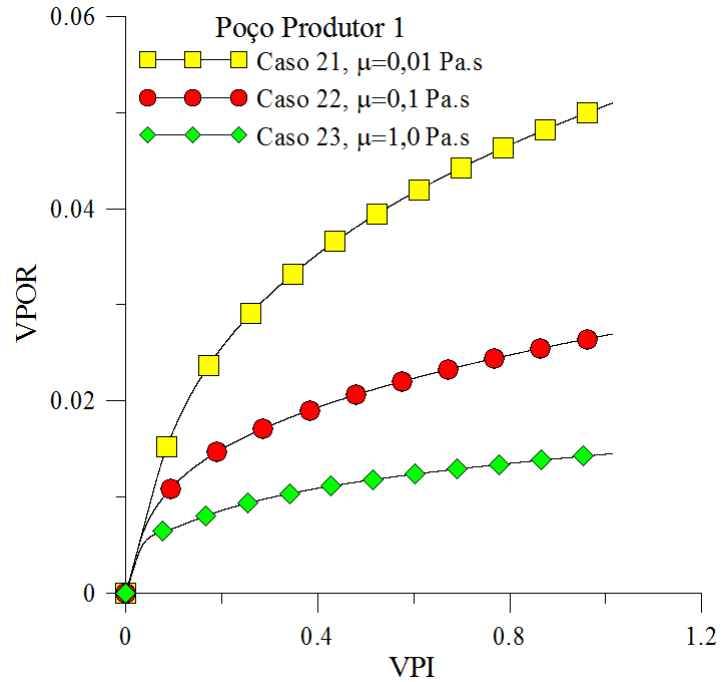
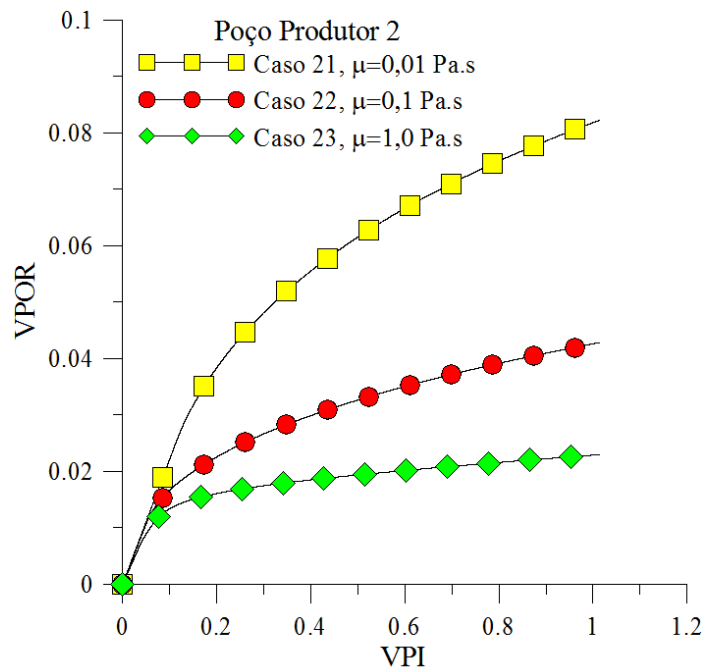


Figura 4.104 – Pressão no poço produtor 5.

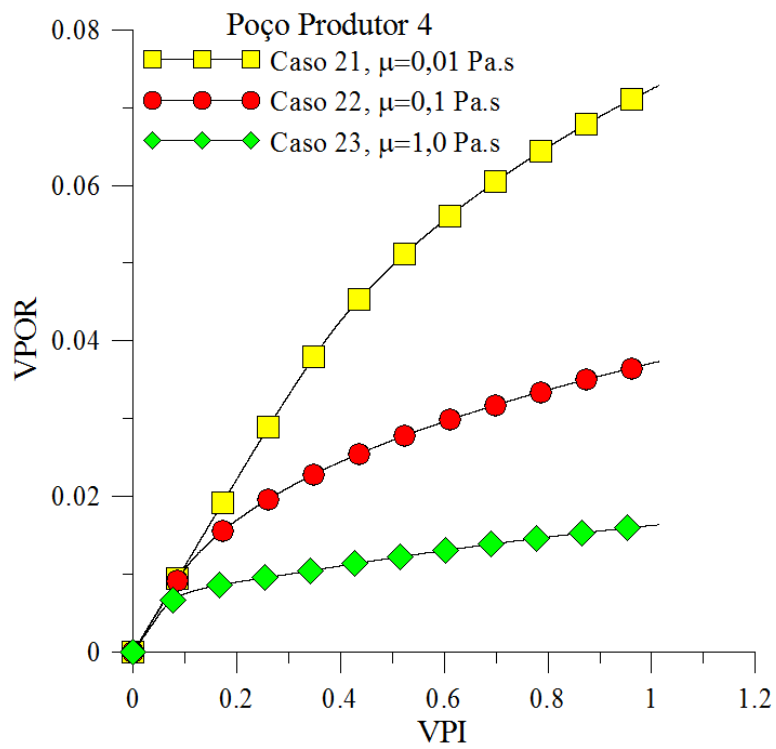
As curvas de recuperação de óleo (VPOR) em função do volume de água injetado (VPI) são mostradas nas Figuras 4.105 - 4.108, para os poços produtores 1, 2, 4 e 5, referentes aos casos 21, 22, e 23. Percebe-se uma maior recuperação nos reservatórios de menor viscosidade.



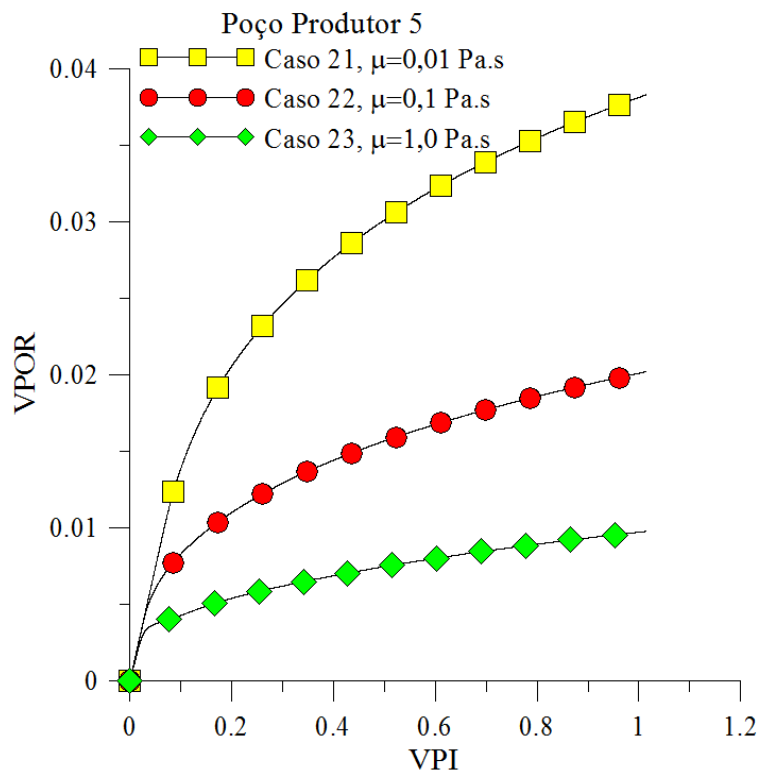
4.105 – Recuperação de óleo no poço produtor 1.



4.106 – Recuperação de óleo no poço produtor 2.



4.107 – Recuperação de óleo no poço produtor 4.



4.108 – Recuperação de óleo no poço produtor 5.



#### 4.6 Avaliação do fator de recuperação

Usando os dados numéricos, será apresentada uma análise do fator de recuperação de todos os casos simulados e reportadas da Tabela 3.3.

As Tabelas 4.1 e 4.2 mostram os valores do VPOR referente aos valores de VPI inicial, intermediário e final para cada poço produtor 1, 2, 4 e 5,

Tabela 4.1 – VPOR nos poços produtores 1 e 2, para 3 valores de VPI.

VPOR						
Casos	Poço produtor 1			Poço produtor 2		
	VPI			VPI		
	0,020	0,650	1,041	0,020	0,650	1,014
1	0.0037	0.0412	0.0489	0.0044	0.0662	<b>0.0790</b>
2	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
3	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
4	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
5	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
6	0.0037	0.0412	0.0489	0.0044	0.0662	<b>0.0790</b>
7	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
8	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
9	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0031	0.0389	0.0450
10	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
11	0.0037	0.0413	0.0489	0.0044	0.0662	<b>0.0790</b>
12	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
13	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
14	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
15	0.0037	0.0698	<b>0.0846</b>	0.0044	0.0389	0.0450
16	0.0037	0.0413	0.0489	0.0044	0.0662	<b>0.0790</b>
17	0.0037	0.0698	<b>0.0845</b>	0.0044	0.0389	0.0450
18	0.0037	0.0698	<b>0.0845</b>	0.0044	0.0389	0.0450
19	0.0037	0.0698	<b>0.0845</b>	0.0044	0.0389	0.0450
20	0.0037	0.0698	<b>0.0845</b>	0.0044	0.0389	0.0450
21	0.0037	0.0430	0.0509	0.0044	0.0689	<b>0.0822</b>
22	0.0036	0.0230	0.0269	0.0043	0.0361	0.0428
23	0.0031	0.0126	0.0145	0.0037	0.0205	0.0229

Tabela 4.2 – VPOR nos poços produtores 4 e 5, para 3 valores de VPI.

VPOR						
Casos	Poço produtor 4			Poço produtor 5		
	VPI			VPI		
	0,020	0,650	1,014	0,020	0,650	1,014
1	0,0022	0,0561	<b>0,0701</b>	0,0029	0,0317	<b>0,0368</b>
2	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
3	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
4	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
5	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
6	0,0022	0,0561	<b>0,0701</b>	0,0029	0,0317	<b>0,0368</b>
7	0,0022	0,0302	0,0363	0,0030	0,0284	0,0329
8	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
9	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
10	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
11	0,0022	0,0561	<b>0,0701</b>	0,0029	0,0318	<b>0,0368</b>
12	0,0022	0,0302	0,0363	0,0030	0,0284	0,0329
13	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
14	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
15	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
16	0,0022	0,0561	<b>0,0701</b>	0,0029	0,0318	<b>0,0368</b>
17	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
18	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
19	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
20	0,0022	0,0302	0,0363	0,0029	0,0284	0,0329
21	0,0022	0,0580	<b>0,0728</b>	0,0029	0,0330	<b>0,0383</b>
22	0,0021	0,0307	0,0373	0,0029	0,0172	0,0202
23	0,0019	0,0135	0,0163	0,0025	0,0082	0,0097

A Tabela 4.3 sumariza o VPOR total no reservatório para cada caso simulado nesta pesquisa, para um VPI = 1,014.

Tabela 4.3 – VPOR Total

CASOS	VPOR DOS POÇOS PRODUTORES*				VPOR TOTAL (Soma = 1+2+4+5)
	1	2	4	5	
1	0,0489	0,079	0,0701	0,0368	<b>0,2348</b>
2	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
3	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
4	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
5	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
6	0,0489	0,079	0,0701	0,0368	<b>0,2348</b>
7	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
8	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
9	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
10	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
11	0,0489	0,079	0,0701	0,0368	<b>0,2348</b>
12	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
13	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
14	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
15	0,0846	0,045	0,0363	0,0329	0,1988
16	0,0489	0,079	0,0701	0,0368	<b>0,2348</b>
17	0,0845	0,045	0,0363	0,0329	0,1987
18	0,0845	0,045	0,0363	0,0329	0,1987
19	0,0845	0,045	0,0363	0,0329	0,1987
20	0,0845	0,045	0,0363	0,0329	0,1987
21	0,0509	0,0822	0,0728	0,0383	<b>0,2442</b>
22	0,0269	0,0428	0,0373	0,0202	0,1272
23	0,0145	0,0229	0,0163	0,0097	0,0634

\*VPI = 1,014.

Dos resultados apresentados nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3, que para o valor máximo do volume de água injetado (VPI), comum para todos os casos simulados, verifica-se em média que nos casos 1, 6, 11, 16 e 21 conforme valores apresentados em **negrito** ocorrem uma maior recuperação de óleo (VPOR).

## **CAPÍTULO 5**

### **CONCLUSÃO E SUGESTÕES**

#### **5.1 Conclusões**

A proposta deste trabalho descreve o comportamento real da distribuição de pressão e do campo de saturação. O modelo matemático e o tratamento numérico apresentado foram satisfatórios e a injeção de água para melhorar a recuperação em reservatório de óleo foi observada.

As principais conclusões desta pesquisa são as seguintes:

- Afetam o fator de recuperação: a localização dos poços, a porosidade do reservatório, a viscosidade do óleo e a vazão de água de injeção;
- O modelo matemático é versátil e permite modificar a taxa de fluxo de água de injeção, propriedades petrofísicas (constantes ou variáveis) em localizações dos poços e geometria do reservatório, sob pequenas modificações;
- A metodologia proposta permite a investigação hidrodinâmica do processo isotérmico de injeção de água no reservatório de óleo, a fim de obter a saturação dos fluidos e distribuições de pressão e outros parâmetros hidrodinâmicos, tais como corte de água e a recuperação de petróleo;
- Ao aumentar as taxas de fluxos de injeção de água, percebe-se que há um aumento no fator de recuperação;
- Ao analisar o comportamento da porosidade, percebe-se que quanto maior a porosidade menor o fator de recuperação de óleo;

- Ao observar a pressão, percebe-se que ocorrem diferenças da mesma entre os poços produtores e injetores, e que é mais acentuada nos reservatórios de maior viscosidade, que favorece a recuperação de óleo.

## 5.2 Sugestões

Para trabalhos futuros, pode-se sugerir:

- Estudar os efeitos dos parâmetros físico-químicos de fluidos dentro do reservatório;
- Avaliação do efeito e influência da localização dos poços no fator de recuperação, com maior intensidade;
- Estudar o efeito da temperatura no fator de recuperação;
- Estudar o escoamento trifásico (óleo, água e gás) no reservatório tridimensional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHMED, T. **Reservoir Engineering Handbook**, 2nded. Houston, Texas: Gulf Professional Publishing, 2001.

ALBOUDWAREJ, H., DELIX, J., TAYLOR, S., BRADY, R., BRERNNER, C., BROUGH, B., SKEATES, C., BAKER, A., PALMER, D., PATTISON, K., BESHRY, M., KRAWCHUK, P., BROWN, G., CALVO, R., TRIANA, J. A. C., HATHCOCK, R., KYLE, K., HUGHES, T., KUNDU, D., CÁRDENAS, J. L., WEST, C. **Highlighting Heavy Oil**. pp. 34-53, 2006.<[http://www.heavyoilinfo.com/feature\\_items/article\\_downloads/copy\\_of\\_heavy-oil-article\\_en.pdf/view](http://www.heavyoilinfo.com/feature_items/article_downloads/copy_of_heavy-oil-article_en.pdf/view)> acessado em 03 de junho de 2007.

ALLEN, M. B.; BEHIE, G. A.; TRANGENSTEIN, J. A. **Multiphase Flow in Porous Media: Mechanics, mathematics, and numerics**. New York: Springer - Verlag,(Lecture Notes in Engineering) v. 34, p. 1-81, 1988.

ANDERSON, R. N.; BOULANGER, A.; HE, W.; WINSTON, J.; XU, L.; MELLO, U.; WIGGINS, W. **Petroleum reservoir simulation and characterization system and method**. U.S. Patent No. 6826483 B1, 13p., USA, 2004.

ANTOHE, B.V.; LAGE, J. L. **A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media**. Int. J. Heat Mass Transfer, v. 40, 3013-3024, 1997.

BANNWART, A. C. E TREVISAN, O. V. **Óleos Pesados: Oportunidades e Desafios para a Pesquisa**. CEPETRO, Nº. 19, Ano 6,Campinas, Maio de 2006.

BARBOSA, E. S. **Escoamento Bifásico em Reservatórios Petrolíferos Heterogêneos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) Unidade Acadêmica de Engenharia Química, UFCG, Campina Grande, PB, 2006.

BARBOSA, E. S.; NETO, S. F. R. **Influência da Distribuição da Permeabilidade Absoluta Sobre o Avanço de Água no Reservatório Petrolífero.** XXXIII Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados – ENEMP. Aracaju – Sergipe, 2007.

BARILLAS, J. L. M., DUTRA, T. V., MATA, W. **Improved Oil Recovery Process For Heavy Oil: A Review.** Brazilian Journal of petroleum and Gás. v. 2, n. 1, p. 45-54, 2008.

BARRETT, R.; BERRY, M.; CHAN, T. F.; DEMMEL, J.; DONATO, J.; DONGARRA, J.; EIJKHOUT, V.; POZO, R.; ROMINE, C.; and van der VORST, H. **Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods,** 2nd ed. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.

BARSA ENCICLOPÉDIA, Rio de Janeiro: Encyclopaedia Britanica, c1974. 15v.

BASTIAN, P. **Numerical Computation of Multiphase Flows in Porous Media.** Heidelberg, June 1999.

BEAR, J.; BACHMAT, Y. **Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media.** Kluwer Academic Publishers, 1991.

BUENO, A. D.; PHILIPPI, P. C. **Utilização do Grafo de Conexão Serial para a Determinação da Permeabilidade Relativa de Rochas Reservatório,** Segundo Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás, 2003.

CHAVENT, G.; JAFFRÉ, J. **Mathematical Models and Finite Elements for Reservoir Simulation: Single Phase, Multiphase, and Multicomponent Flows through Porous Media.** Amsterdam: North-Holland, p. 376 (of Studies in Mathematics and Applications, v. 17) 1986.

CHEN, Z.; HUAN, G.; MA, Y. **Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media.** Southern Methodist University Dallas, Texas, Siam 2006.

COREY, A. T. **Mechanics of Immiscible Fluids in Porous Media** (3rd ed.). Water Resources Publications, Colorado, U.S.A., 1994.

CORDAZZO, J.; MALISKA, C. R.; SILVA, A. F. C.; HURTADO, F. S. V. **The negative Transmissibility Issue when using CVFEM in Petroleum Reservoir Simulation – 2. Results.** In: Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering,



2004, Rio de Janeiro. Proceedings of the ENCIT 2004. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, p. 1-12, 2004.

COUTINHO, B. G. **Solução Numérica de Problemas de Reservatórios de Petróleo Utilizando Coordenadas Generalizadas.** Dissertação de Mestrado, Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 2002.

COUTINHO, B. G., MARCONDES, F., LIMA, A. G. B. **Effects of Non-Orthogonal Boundary Fitted Grids in the Solution of Two-Phase Flow in Petroleum Reservoir Simulation.** In: International Congress of Mechanical Engineering, São Paulo, Brasil. v. 1, 2003.

COUTINHO, B. G., MARCONDES, F., LIMA, A. G. B. **Numerical Simulation of Oil Recovery through Water Flooding in Petroleum Reservoir Using Boundary-Fitted Coordinates.** International Journal of Modeling and Simulation for the Petroleum Industry, v. 2, n. 1, pp. 17-34, 2008.

CUNHA, A. R. **Uma metodologia para simulação numérica tridimensional de reservatórios de petróleo utilizando modelo black-oil e formulação em frações mássicas.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Depto de Eng. Mecânica, UFSC, Florianópolis, 1996.

DICKS, E. M. **Higher order Godunov black-oil simulations for compressible flow in porous media.** PhD. Thesis, University of Reading, 1993, UK, 180p, 1993.

DI DONATO, G.; TAVASSOLI, Z.; BLUNT, M. J. **Analytical and Numerical Analysis of Oil Recovery by Gravity Drainage.** Journal of Petroleum Science & Engineering. v. 54, pp. 55-69, 2006.

DING, Y. **Scaling-up in the Vicinity of Wells in Heterogeneous Field.** Paper SPE 29137 Presented at the SPE Symposium on Reservoir Simulation. Santo Antonio, Texas, 12-15 February 1995.

ESCOBAR, F. H.; IBAGÓN, O. E.; MONTEALEGRE-M, M. **Average Reservoir Pressure Determination for Homogeneous and Naturally Fractured Formations From Multi-Rate Testing With the TDS Technique.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 59, pp. 204-212, 2007.

FANCHI, J. R. **Integrating Forward Modeling Into Reservoir Simulation.**

Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 32, pp. 11-21, 2001.

FERRONATO, M.; GAMBOLATI, G.; TEATINI, P. **On the role of reservoir geometry in water drive hydrodynamics.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 44, pp. 205-221, 2004.

FETEL, E.; CAUMON, G. **Reservoir Flow Uncertainty Assessment Using Response Surface Constrained by Secondary Information.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 60, pp. 170-182, 2008.

FOLK, R. L.; WARD, W. C. **Brazos River Bar: A Study in the Significance of Grain Size Parameters.** Journal of Sedimentary Petrology, v. 27, pp 3-26, 1957.

GETACHEW, D.; MINKOWYCZ, W. J.; LAGE, J. L. **A modified form of the  $\kappa - \epsilon$  model for turbulent flows of an incompressible fluid in porous media.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 43, pp. 2909-2915, 2000.

GHARBI, RIDHA B. C. **Use of Reservoir Simulation for Optimizing Recovery Performance.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 42, 183-194, 2004.

GITING, V. E. **Computational upscaled modeling of heterogeneous porous media flow utilizing finite element method.** PhD. Thesis, Texas A & M University, USA.148p, 2004.

GRANET, S.; FABRIE, P.; LEMONNIER, P.; QUINTARD, M. **A Two-Phase Flow Simulation of a Fractured Reservoir Using a New Fissure Element Method.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 32, 35-52, 2001.

HUI, M.; DURLOFSKY, L. J. **Accurate coarse modeling of well-driven, high-mobility-ratio displacements in heterogeneous reservoirs.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 49, pp.37-56, 2005.

KHUZHAYOROV, B. Kh.; BURNASHEV, V. F. **Modelling the Multiphase Flow of an Oil-Gas-Condensate System in Porous Median.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 29, pp. 67-82, 2001.

LITTMANN W. **Polymer Flooding:** New York: Elsevier, 1988. (Developments in Petroleum Science,24). 01, 03,

LU, M.; CONNELL, L. D. **A Model for the Flow of Gas Mixtures in Adsorption Dominated Dual Porosity Reservoir Incorporating Multi-Component Matrix**

**Diffusion, Part I. Theoretical Development.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 59, pp.17-26, 2007.

LUCIANETTI, R. M., MALISKA, C. R., SILVA, A. F. C., CZESNAT, A. **Efeitos da não-ortogonalidade da malha na taxa de convergência do método de Newton utilizando coordenadas generalizadas.** 7th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences - ENCIT, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, 1998.

LYONS, W. C., PLISGA, G. J. **Standard Handbook of Petroleum & Natural Gas Engineering.** Elsevier 2nd ed. Boston, U.S.A., 2005.

MACLEOD, A. J. **A Generalization of Newton-Raphson.** International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, v. 15, issue 1, p. 117-120, january 1984.

MAGO, A. L. **Adequate Description of Heavy Oil Viscosities and a Method to Assess Optimal Steam Cyclic Periods for Thermal Reservoir Simulation.** Master Thesis, Texas A & M University, USA. 79p, 2006.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional,** Rio de Janeiro, LTC, RJ, 2004.

MANICHAND, R. N., MATA, W., MATA, A. L. M. L. **Recuperação Avançada de Petróleo Através do Aquecimento Eletromagnético Associado com a Injeção de Água: Estudo de Casos.** 2º Congresso Brasileiro de P & D em Petróleo & Gás, UFRJ, Rio de Janeiro, de 15 a 18 de junho de 2003.

MARCONDES, F. **Simulação Numérica Usando Métodos Adaptativos-Implicitos e Malha de Voronoi de Problemas de Reservatórios de Petróleo.** Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC, Santa Catarina, 1996.

MATUS, E. R. **A top-injection bottom-production cyclic steam stimulation method for enhanced heavy oil recovery.** Master Thesis, Texas A & M University, USA. 81p, 2006.

MONTALVO, M. E. D. A. **Escoamento de Emulsões Óleo em Água através de Micro-Capilares,** Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUC-Rio, 2008.

MOTHÉ, C. G., & SOUSA JÚNIOR, C. da S. **Petróleo pesado e Ultrapesado – reservas e produção Mundial**. TN petróleo, 57, nov./dez 2007. Disponível em <[http://www.tnpetroleo.com.br/revista/anterior/edição 57](http://www.tnpetroleo.com.br/revista/anterior/edição%2057)>. Acesso em 04 de dezembro de 2008.

MUSKAT, M. **The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media**. International Human Resources Development Corporation, Boston, 1982.

PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow** (Series in computational methods in mechanics and thermal sciences), 1980.

PEACEMAN, D. W. **Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation**. Elsevier Scientific Publishing Company, New York, 1977.

PRADA, J. W. V., BANNWART, A. C. **Core-flow Lift: a new alternative for heavy-oil production**, Proceedings of the XV Brazilian Congress of Mechanical Engineering – COBEM'99, 10 p, CD-ROM, Águas de Lindóia, 1999.

PRATS, M. **Thermal Recovery**: New York: Senior Research Associate, (Shell Development Co), 1986.

PRAVAP **Coordena Tecnologias que Viabilizam Recuperação em Reservatórios**, (Revista Petro e Química, Nº 06 de outubro 2000). Disponível em: <<http://www.dep.fem.unicamp.br/boletim/bol06.htm#artigos>>. Acesso em: 4 de março de 2010.

QUEIROZ, G.O. **Otimização da injeção cíclica de vapor em reservatórios de óleo pesado**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006.

QUEIROZ, G. O., BARILLAS, J. L. M., DUTRA JR, T. V., MATA, W., BARROS NETO, E. L. **Influência da Cota de Vapor no Processo de Injeção Cíclica de Vapor**. Salvador: 2005. (3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás). Disponível em <<http://www.portalabpg.org.br>>. Acesso em 11 de dezembro de 2008.

ROSA, A. J., CARVALHO, R. D. S., XAVIER, J. A. D. **Engenharia de Reservatório de Petróleo**. Núcleo Bahia: Universidade Corporativa, 2001.

SANTOS, A. H. P. D. **Simulação Composicional para Transporte de Hidrocarbonetos em Aquíferos**. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1998.

SAITO, R.; DE CASTRO, G. N.; MEZZOMO, C.; SCHOZER, D. J. **Value Assessment for Reservoir Recovery Optimization**. Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 32, pp 151-158, 2001.

SMOLLER, J. **Shock Waves and Reaction Diffusion Equations**. New York: Springer - Verlag, 1994.

SUBBEY,S.;CHRISTIE, M.;SAMBRIDG, M. **Prediction under uncertainty in reservoir modeling**. Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 44, pp 143-153, 2004.

TAMIN, M.; ABOU-KASSEM, J. H.; FAROUQ ALI, S. M. **Recent Developments in Numerical Simulation Techniques of Thermal Recovery Processes**. Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 26, 283-289, 2000.

TENG, H.; ZHAO, T. S. **An extension of Darcy's law to non-Stokes flow in porous media**. Chemical Engineering Science 55, 2727-2735, 2000.

THOMAS, J. E. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.

VAFAI, KAMBIZ. **Handbook of Porous Media, Second Edition**, New York, 2005.

VAN DER VORST, H. A., BI-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the Solution of Nonsymmetric Linear Systems. **SIAM J. SCI. STAT. COMPUT.**, 13 (2):631-644, March 1992.

WASON, C. B.; KING, G. A.; SHUCK, E. L.; BREITENBACH, E. A.; MCFARLANE,R. C. **System for Monitoring the Changes in Fluid Content of a Petroleum Reservoir**. US Patent No. 4969130, 14p., USA, 1990.

WHITE, P. D. and MOSS, J. T. **Thermal Recovery Methods**. Tulsa, Oklahoma (1983).

ZHANG, J.; DELSHAD, M.; SEPEHRNOORI, K. **Development of a Framework for Optimization of Reservoir Simulation Studies.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 59, 135-146, 2007.

## ANEXO

Descrição do algoritmo BICGSTAB utilizado neste trabalho (Coutinho, 2002),

```

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{R} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_0; \quad \rho_0 = \alpha_0 = \omega_0 = 1$$

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{p}_0 = \mathbf{0}$$
para  $i = 1, 2, \dots$ 
```

```

$$\rho_i = (\hat{\mathbf{r}}, \mathbf{r}_{i-1})$$
if( $i=1$ )  
    
$$\mathbf{p}_i = \mathbf{r}_{i-1}$$
else  
    
$$\beta_{i-1} = (\rho_i / \rho_{i-1}) / (\alpha_{i-1} / \omega_{i-1})$$

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{r}_{i-1} + \beta_{i-1} (\mathbf{p}_{i-1} - \omega_{i-1} \mathbf{v}_{i-1})$$

```

```
endif  
    
$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p}_i$$

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{J} \hat{\mathbf{p}}$$

$$\alpha_i = \rho_i / (\hat{\mathbf{r}}, \mathbf{v}_i)$$

```

```

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{r}_{i-1} - \alpha_i \mathbf{v}_i$$
if( $\|\mathbf{s}_i\| \leq \text{tol}$ )  
    
$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \alpha_i \mathbf{p}$$

```

```
pare  
endif
```

```
    
$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{s}_i$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{s}}$$

```

```

$$\omega_i = (\mathbf{t}, \mathbf{s}) / (\mathbf{t}, \mathbf{t})$$

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \alpha_i \hat{\mathbf{p}} + \omega_i \hat{\mathbf{s}}$$

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{s}_i - \omega_i \mathbf{t}$$
if( $\|\mathbf{r}_i\| / \|\mathbf{r}_0\| \leq \text{tol}$ ) pare
```

se não, faça  $x_{i-1} = x_i; \alpha_{i-1} = \alpha_i; \omega_{i-1} = \omega_i = \rho_{i-1} = \rho_i$ .

No algoritmo acima, os parênteses ( , ) denotam o produto escalar de dois vetores. Pode-se observar do algoritmo anteriormente descrito que são realizados 4 produtos internos, seis operações do tipo SAXPY ( $x + \alpha y$ ), duas operações  $y = M^{-1}x$  e dois produtos matriz-vetor, por iteração do BICGSTAB. De todas as operações anteriormente citadas, a que envolve maior custo computacional é a última operação. Caso o número de iterações seja elevado, esta operação pode aumentar consideravelmente o tempo computacional.