UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA PARA ASSUNTOS DO INTERIOR
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

ESTUDO COMPREENSIVO DE UM PROGRAMA DE ELASTO-CONSOLIDAÇÃO BIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS E ANÁLISE COMPARATIVA DOS SEUS RESULTADOS NUMÉRICOS.

GUSTAVO ALMEIDA FILHO

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA
1983

ESTUDO COMPREENSIVO DE UM PROGRAMA DE ELASTO-CONSOLIDAÇÃO BIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS E ANÁLISE COMPARATIVA DOS SEUS RESULTADOS NUMÉRICOS.

GUSTAVO ALMEIDA FILHO

ESTUDO COMPREENSIVO DE UM PROGRAMA DE ELASTO-CONSOLIDAÇÃO BIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS E ANÁLISE COMPARATIVA DOS SEUS RESULTADOS NUMÉRICOS.

DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA, EM CUMPRIMENTO AS EXIGÊNCIAS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: GEOTECNIA

ORIENTADOR : JEAN PIERRE DEMARTINECOURT

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA
1983

A447e Almeida Filho, Gustavo.

Estudo compreensivo de um programa de elasto-consolidação bidimensional por elementos finitos e análise comparativa dos seus resultados numéricos / Gustavo Almeida Filho. - Campina Grande, 1983.

186 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1983.

"Orientação : Prof. Jean Pierre Demartinecourt".

Referências.

1. Geotécnica. 2. Mecânica dos Solos. 3. Geologia de Engenharia. 4. Dissertação - Engenharia Civil. I. Demartinecourt, Jean Pierre. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 624.13(043)

ESTUDO COMPREENSIVO DE UM PROGRAMA DE ELASTO-CONSOLIDAÇÃO BIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS E ANÁLISE COMPARATIVA DOS SEUS RESULTADOS NUMÉRICOS.

GUSTAVO ALMEIDA FILHO

DISSERTAÇÃO APROVADA EM : 19 DE SETEMBRO DE 1983

JEAN PIERRE DEMARTINECOURT
ORIENTADOR

JOÃO BATISTA QUEIROZ DE CARVALHO
EXAMINADOR

R. L. Bezerra

RAIMUNDO LEIDIMAR BEZERRA
EXAMINADOR

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA
1983

Dedico este trabalho:

Aos meus pais, Gustavo e Maria da Guia

Aos meus irmãos, Glaucídio e Gláucia

As minhas avós, Florencia e Adalgisa

A G R A D E C I M E N T O S

O autor expressa sua gratidão ao Professor Jean Pierre Demartinecourt, Ph.D., do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal da Paraíba, pelo entusiasmo e dedicação com que orientou este trabalho.

Agradece ainda:

- Ao coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, professor João Batista Queiroz de Carvalho, Ph.D., pelo apoio financeiro.
- Aos professores Francisco Barbosa de Lucena, M.Sc., e Francisco Edmar Brasileiro, M.Sc., do mesmo Departamento, como também, ao Engenheiro José Bezerra da Silva, pelo grande incentivo.
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.
- A minha noiva, Engenheira Maria Goretti Mascarenhas Guimarães, pelo constante estímulo.
- Aos funcionários Washington Franklin Pedreira da Silva e Windsor Ramos da Silva, pela atenção e presteza.
- A todos que contribuiram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

RESUMO

Esta dissertação apresenta um estudo compreensivo de um programa de elementos finitos, estudando a consolidação de solos compressíveis quando carregados por cargas externas (aterros), assim como uma comparação de resultados obtidos por esse programa com os mesmos obtidos por teorias diferentes.

Uma descrição detalhada do programa "SOL", funcionando agora no sistema computacional do Núcleo de Processamento de dados da Universidade Federal da Paraíba (NPD-UFPb), foi feita para mostrar as diferentes etapas de cálculos realizada durante a obtenção da solução pelo método dos elementos finitos de um problema de consolidação bi-dimensional, no caso de um maciço de solo compressível submetido a um carregamento externo.

Os resultados dos recalques finais de consolidação obtidos pelo programa "SOL" mostram que, no centro do aterro, a diferença percentual encontrada com relação aos mesmos obtidos pela teoria de TERZAGHI fica em torno de 11,2 %, enquanto que, no pé do aterro, pode atingir até 35,0 %.

As curvas do grau de recalque de consolidação em função do tempo obtidos pelo programa no caso de um problema unidimensional, mostram uma aceitável concordância com

as mesmas obtidas através da teoria de TERZAGHI.

Todavia, a situação muda consideravelmente quando o problema passa a ser bidimensional. Nesse caso, é mostrado que o erro na evolução do grau de recalque de consolidação pode ser considerável quando a simples teoria de TERZAGHI unidimensional é usada para tratar um problema bidimensional.

Portanto, o uso do programa em projetos de fundações sobre solos compressíveis é altamente recomendado em qualquer caso, onde a velocidade do processo de consolidação é um dos mais importantes parâmetros do projeto.

ABSTRACT

This thesis describes a study of a finite element program, studing the consolidation of compressible soils when submited to external loads (embankment), and comparing the results obtained with the program with those using diferent theories.

A detailed description of the "SOL" program, available now at the NPD-UFPb computing system has been worked out to show the diferent steps of calculation, made in order to obtain the solution by the finite element method of a bi-dimensional consolidation problem in the particular case of a compressible soil mass, submited to an external loading system.

The final settlement results obtained with the "SOL" program showed that, the discrepency with those obtained from the TERZAGHI theory is not greater than 11,5% at the center of the embankment, while it reaches up to 35,0% at the toe.

The results showed a good agreement between the degree of consolidation versus time curves obtained with the program and the TERZAGHI theory in case of the problem is reduced to one-dimensional problem. Neverthess the situation change drastically when the problem turn up

to be bi-dimensional. In such a case, it is shown that the error in the evaluation of the degree of consolidation may be very large when the simple one-dimensional TERZAGHI theory is used to treat a bi-dimensional problem.

Therefore, the use of the program in any design of foundation on compressible soils is highly recomended in any case where the speed of the process of consolidation is one of the most important parameters of the design.

ÍNDICE

SIMBOLOGIA

σx, σy, σz	-	Tènsões normais nas direções x, y e z, respectivamente
λ , μ	-	Coeficientes elásticos de LAMÉ
u, v, w	-	Componentes do vetor deslocamento nas direçõs x, y e z, respectivamente
E	-	Módulo de elasticidade de Young
ν	-	Coeficiente de Poisson
τxy, τxz, τyz	-	Tensões cisalhantes nos planos xy, xz e yz, respectivamente
Fx, Fy, Fz	-	Componentes do vetor força de volume
S	-	Vetor das tensões escrita sob forma de uma matriz (3x3)
∇^2	-	Operador laplaciano dos campos vetoriais
$\vec{V}$	-	Vetor deslocamento
q_o	-	Pressão intersticial inicial
S'o	-	Tensor das tensões efetivas iniciais
I_1	-	Pressão invariante do tensor das tensões totais
I'_1	-	Primeiro invariante do tensor das tensões efetivas
$\vec{F}esc$	-	vetor força de escoamento

$\vec{i}$	-	Vetor gradiente hidráulico
γ_w	-	Peso específico da água
q	-	Sobrepressão intersticial
Δh	-	Variação da carga hidráulica
$\vec{W}$	-	Vetor velocidade de filtração
k	-	Coeficiente de permeabilidade
J_1	-	Primeiro invariante do tensor das deformações
x, y, z	-	Coordenadas cartesianas
C_v	-	Coeficiente de consolidação vertical
S_d	-	Parte da fronteira S, onde as componentes do vetor deslocamento são conhecidas
S_t	-	Parte da fronteira S, onde as componentes do vetor tensão total são conhecidas
S_p	-	Parte da fronteira S, onde o valor da pressão interisticial é conhecida
S_Q	-	Parte da fronteira S, onde o valor da vazão é conhecida
$\vec{n}$	-	Vetor exterior normal à fronteira S_Q
K	-	Módulo de compressão
$\varepsilon x, \varepsilon y, \varepsilon z$	-	Deformações nas direções: x, y e z, respectivamente
εxy	-	Deformação por cisalhamento
	-	Símbolo da funcional

S'_{ij}	- Componentes do tensor das tensões efetivas
ij	- Componentes do tensor das deformações
u_i	- Componentes do vetor deslocamento
ρ	- Massa específica do solo
ρ_w	- Massa específica da água
F_i	- Componentes do vetor força de volume
g	- Função unidade
q'_i	- Componentes do vetor velocidade relativa da água
K'_{ij}	- Componentes do tensor de permeabilidade
T_i	- componentes do vetor tensão especificadas sobre a fronteira S_t
Q	- Valor da vazão especificada sobre a fronteira S_Q
$*$	- Produto de convolução
R	- Razão do espaço ou do plano
$\vec{W}'$	- Vetor velocidade de filtração modificado
L_i	- Coordenadas baricêntricas do triângulo (i=1,2,3)
A	- Área do triângulo
a_i, b_i	- Parâmetros do sistema de coordenadas baricêntricas (i = 1, 2, 3)
N_i	- Vetor das funções de interpolação (i=1,2...6)
$u_{(i)}$	- Componentes horizontais do vetor deslocamento no elemento conforme (i=1, 2,...,6)

$v_{(i)}$ - Componentes verticais do vetor deslocamento no elemento conforme (i = 1, 2, ..., 6)

u_i - Componentes horizontais do vetor deslocamento no elemento "SOL" (i = 1,2,...., 7)

Vi - Componentes verticais do vetor deslocamento no elemento "SOL" (i = 1,2, ...,7)

Pe - Base de polinômios do primeiro grau para função pressão intersticial

$\{p_{(e)}\}$ - Componentes do vetor deslocamento para pressão intersticial no elemento conforme

Tx, Ty - Componentes do vetor tensão total

$[A]$ - Matriz que relaciona as componentes horizontais ou verticais do vetor deslocamento no elemento conforme com os mesmos no elemento "SOL"

$[B]$ - Matriz que relaciona ao mesmo tempo todos os graus de liberdade do elemento conforme com os mesmos do elemento "SOL"

$\{\varepsilon\}$ - Vetor das deformações

$\{\delta_{(e)}\}$ - Vetor deslocamento nos pontos nodais do elemento conforme

$\{\delta_e\}$ - Vetor deslocamento nos pontos nodais do elemento "SOL"

$\{\delta\}$ - Vetor deslocamento no sistema global

$[D]$ - Matriz de elasticidade

ε_{vol} - Deformação volumétrica

$[I_3]$ - Matriz de identidade

$\{p_e\}$ - Componentes do vetor deslocamento para pressão intersticial no elemento "SOL"

$\left[K_{1 (e)}\right]$ - Matriz de rigidez elementar do esqueleto sólido

$\left[K_{p (e)}\right]$ - Matriz de escoamento elementar

$\left[C_{(e)}\right]$ - Matriz de acoplamento elementar

$\{MM1_{(e)}\}$ - Vetor força elementar equivalente às tensões iniciais

$\{MM2_{(e)}\}$ - Vetor força elementar equivalente às forças de volume exercidas sobre o esqueleto sólido

$\{MM3_{(e)}\}$ - Vetor força elementar equivalente às forças de volume exercidas sobre a água

$\{PP1_{(e)}\}$ - Vetor força elementar equivalente às tensões impostas na fronteira S_t

$\{PP2_{(e)}\}$ - Vetor força elementar equivalente às vazões impostas na fronteira S_Q

$\{\dot{\delta}_{(e)}\}$ - Vetor derivada com relação ao tempo do vetor $\delta_{(e)}$

$\left[K_{(e)}\right]$ - Matriz de rigidez elementar do elemento conforme

$\{F_{(e)}\}$ - Vetor segundo membro elementar conforme

$\left[K_e\right]$ - Matriz de rigidez elementar do elemento não conforme

$\{F_e\}$ - Vetor segundo membro do elemento não conforme

α - Coeficiente de penalidade

$\{MM_1\}$ - Vetor força global equivalente às tensões iniciais.

$\{MM2\}$ - Vetor força global equivalente às forças de volume exercidas sobre o esqueleto sólido.

$\{MM3\}$ - Vetor força global equivalente às forças de volume exercidas sobre a água.

$\{PP_1\}$ - Vetor força global equivalente às tensões especificadas e impostas na fronteira S_t.

$\{PP_2\}$ - Vetor força global equivalente às vazões especificadas e impostas na fronteira S_Q

r - Recalque final de consolidação

m_v - Coeficiente de compressão.

I_σ - Coeficiente de influência.

H - Altura da camada compressível.

γ - Massa específica do material do aterro.

h - Altura do aterro

B - Semi-largura da base do aterro.

b - Semi-largura da plataforma do aterro.

α - Diferença entre a semi-largura da base do aterro e a semi-largura da plataforma do aterro.

β - Ângulo de inclinação do talude do aterro

U_s - Grau de recalque de consolidação.

T - Fator tempo.

t - Tempo de consolidação

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

Em virtude do constante crescimento dos centros urbanos há a necessidade do aproveitamento de todas as áreas disponíveis para construção de obras de engenharia civil.

Com a implantação de estradas de rodagem, ferrovias,ou mesmo a ocupação de determinadas áreas residenciais ou industriais, torna-se frequente a necessidade de construções de aterros sobre solos compressíveis, tais como, argilas moles.

Devido à baixa permeabilidade desses solos, somente uma parte dos recalques (recalque imediato) é obtido na hora da aplicação instantânea da carga (aterro), enquanto os recalques provenientes da expulsão da água dos poros do esqueleto sólido, requerem bastante tempo para ocorrer.Esses recalques que evoluem com o tempo, depois da construção do aterro, são convencionalmente chamados recalques de consolidação.

Uma vez que sempre a construção do aterro é feita gradualmente, durante um determinado período de tempo, a fim de executá-lo totalmente, torna-se necessária a análise dos recalques em função do tempo, sendo portanto, muito mais complexa nesse caso, visto que, a separação dos recalques totais em recalques imediatos e de consolidação não é mais possível por eles serem interligados.

Uma outra fonte de dificuldades para o tratamento desses problemas de previsão no tempo dos recalques, é a heterogeneidade e a anisotropia das camadas de solos compressíveis, suportando o aterro. Essa heterogeneidade e essa anisotropia se referem tanto às propriedades mecânicas do esqueleto sólido (módulo de deformação, coeficiente de Poisson) quanto às propriedades de permeabilidade do solo.

A existência da pressão de pré-adensamento para os solos compressíveis, tal como, a argila, faz com que as características mecânicas do esqueleto sólido sejam também dependentes do nível das tensões efetivas aplicadas. Essa dependência, torna o estudo dos recalques mais complexo.

A teoria mais usada para previsão no tempo dos recalques de um aterro é a de TERZAGHI.

Os seus inconvenientes, quando usados na previsão dos recalques de um aterro sobre camadas compressíveis são:

1 - Desprezar os movimentos laterais dos solos, por ser uma teoria unidimensional vertical.

2 - Não levar em consideração a heterogeneidade e a anisotropia das camadas de solos compressíveis.

3 - Não levar em consideração a dependência das características mecânicas dos solos como função do nível das tensões efetivas atuais.

Necessitou-se então, de teorias mais elaboradas que permitissem considerar todos os inconvenientes citados anteriormente. Uma delas é a teoria matemática de elasto-consolidação linear isotrópica multidimensional de BIOT (1941). Mesmo assim, somente alguns casos bidimensionais apresentando uma geometria simples foram tratados por pesquisadores, os quais encontraram expressões complexas para a determinação das componentes do vetor deslocamento e da pressão intersticial como função do tempo (ver YAMAGUCHI e MURAKAMI, 1978).

Um outro caminho para obtenção de soluções correspondentes a problemas apresentando geometrias variáveis é o caminho da procura, pela análise numérica de funções, aproximando as soluções das equações de derivadas parciais inerentes ao processo de consolidação junto com as condições fronteiras ou de contorno.

Um desses caminhos é o da conversão do problema das equações de derivadas parciais a serem resolvidas junto com as condições de contorno, num problema de minimização de uma funcional, sendo essa minimização efetuada aproximando pelo método dos elementos finitos.

Existem hoje em dia, alguns programas de elementos finitos tratando da consolidação dos solos. Um deles, programa "SOL" foi elaborado por M. SOULIÉ (1975) na Universidade de Montreal do Canadá, tendo sido o mesmo implantado posteriormente no sistema computacional do NPD-UFPb. Tal programa permite o estudo bidimensional (aterro por exemplo), do problema da elasto-consolidação linear por trechos, em solos heterogêneos e anisó trópicos, leva em consideração o processo de aplicação das cargas externas (construção por etapa de um aterro), como também permite considerar qualquer geometria da região ocupada pelos solos compressíveis.

1.2 - OBJETIVOS

Os objetivos desse trabalho são os seguintes:

1 - Adaptar o programa "SOL" ao sistema computacional do NPD-UFPb.

2 - Mostrar quais são os dados de entrada necessários ao programa e quais são os resultados obtidos. Esse tipo de informação é de importância fundamental para o Instituto de Pesquisas Rodoviárias (IPR), firmas projetistas, órgãos rodoviários e por usuários que por ventura venham a se defrontar com problemas dessa natureza.

3 - Fazer um estudo compreensivo do tratamento do problema de consolidação dos solos pelo método dos elementos finitos, sempre procurando destacar quais são as originalidades envolvidas no programa "SOL" (elemento não conforme, pontos de GAUSS).

Esse estudo poderá servir de guia para os usuários do programa que não se satisfaçam com a obtenção dos meros resultados, mas que busquem entender mais em detalhe as hipóteses envolvidas junto com as suas limitações, e os métodos de cálculos utilizados. Para isso, esses usuários terão uma descrição detalhada de todas as etapas de cálculos executadas durante a obtenção da solução de um problema de consolidação bidimensional de um maciço de solo compressível submetido a um carregamento externo. Ele será também o ponto de partida necessário para uma adaptação futura do programa "SOL" ao tratamento de problemas de consolidação tridimensional, apresentando uma simetria de revolução.

4 - Mostrar e comparar os recalques finais no centro e no pé do talude de um aterro trapezoidal calculados pela teoria clássica de TERZAGHI.

5 - Mostrar e comparar o grau de recalque de consolidação de um aterro em função do tempo, obtido pelo programa "SOL" com o mesmo calculado analiticamente pela teoria da elasto-consolidação bidimensional de YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978).

O trabalho foi dividido em seis capítulos junto com seis Apêndices.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica da teoria da elasto-consolidação.

O capítulo 3 apresenta um estudo detalhado do tratamento do modelo da elasto-consolidação pelo método dos elementos finitos, visando sempre destacar as originalidades do programa "SOL".

O capítulo 4 descreve as sequências de cálculos seguidas pelo programa "SOL".

O capítulo 5 apresenta alguns resultados obtidos pelo programa "SOL" e compara-os com os mesmos obtidos por teorias diferentes.

O capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para pesquisas futuras.

Nos seis Apêndices, são apresentados: 1) uma lista das variáveis do programa "SOL"; 2) dados de entrada do programa; 3) uma listagem do programa; 4) algumas deduções de fórmulas usadas no programa "SOL"; 5) uma listagem dos dados de entrada do programa "SOL" e 6) uma listagem de saída dos seus resultados numéricos.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA TEORIA DA ELASTO-CONSOLIDAÇÃO LINEAR ISOTRÓPICA.

2.1 - GENERALIDADES

Nesse capítulo pretende-se: apresentar as hipóteses básicas da teoria da elasto-consolidação linear isotrópica, mostrar as equações de base da elasticidade linear isotrópica, deduzir as equações de LAMÉ em elasticidade linear isotrópica, escrever as equações que governam o fenômeno de elasto-consolidacão, descrever as condicões fronteiras envolvidas num problema de elasto-consolidacão, mostrar que com a hipótese simplificadora de RENDULIC, o problema de elasto-consolidação linear isotrópica é um problema mais simples no ponto de vista da solucão numérica e apresentar a formulação variacional do problema da elasto-consolidação tri e bidimensional.

2.2 - HIPÓTESES DA TEORIA DA ELASTO-CONSOLIDAÇÃO LINEAR ISOTRÓPICA (MANDEL, 1957) e (BIOT, 1941).

As hipóteses dessa teoria, são bem semelhantes as da teoria de TERZAGHI, como pode-se ver a seguir:

a) O solo está e fica saturado durante todas as fases envolvidas no processo de consolidação.

b) O fluído (água) e os grãos são considerados incompressíveis.

c) O esqueleto sólido, se comporta como um meio contínuo, linearmente elástico e isotrópico, sob o efeito das únicas tensões intergranulares (tensões efetivas).

d) Os deslocamentos e deformações são pequenas (teoria das pequenas deformações).

e) O escoamento do fluído dentro dos poros, obedece à lei de DARCY.

2.3 - EQUAÇÕES DE BASE DA ELASTICIDADE LINEAR ISOTRÓPICA E EQUAÇÕES DE LAMÉ NUM MEIO CONTÍNUO.

2.3.1 - Equações de base da elasticidade linear isotrópica.

A relação matricial existente entre o tensor das tensões num ponto de um meio contínuo, linearmente elástico e isotrópico e o tensor das pequenas deformações é dado pelas equações 2.1 .

$$\begin{Bmatrix} \sigma x \\ \sigma y \\ \sigma z \\ \tau xy \\ \tau xz \\ \tau yz \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & & & \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & & 0 & \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & & & \\ \hline & & & \mu & & 0 \\ & 0 & & & \mu & \\ & & & 0 & & \mu \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial w}{\partial z} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \qquad (2.1)$$

onde u, v e w são as componentes do vetor deslocamento nas direções x, y e z, respectivamente.

λ e μ são os coeficientes elásticos de LAMÉ, dados por:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)\ (1-2\nu)}$$

(E = módulo de elasticidade de Young do meio contínuo e ν = coeficiente de Poisson do meio contínuo).

$$G = \mu = \frac{E}{2\ (1+\nu)}$$

(G = módulo de cisalhamento)

As componentes do vetor tensão, σ_x, σ_y e σ_z são as tensões normais, cujos índices representam o eixo ao qual a componente da tensão é paralela, e τxy, τxz e τyz são as tensões cisalhantes, cujos índices são constituídos de duas letras - a primeira representa o índice da tensão normal atuante no mesmo plano e a segunda indica o eixo ao qual a componente é paralela.

Na relação mostrada pelas equações 2.1 , já está levando-se em consideração a condição de equilíbrio dos momentos, cujos resultados são: $\tau xy = \tau yx$, $\tau xz = \tau zx$ e $\tau yz = \tau zy$. Por isso, aparece o tensor das tensões com o número de componentes reduzido de nove para seis.

2.3.2 - Equações de LAMÉ

Considerando o equilíbrio de um paralelepípedo elementar, sob o efeito do conjunto das forças devidas às tensões atuantes sobre as suas seis faces e das forças de volume atuando sobre o mesmo e fazendo tender as dimensões deste paralelepípedo para zero, acha-se o seguinte sistema de equações, válido num ponto qualquer do meio contínuo em equilíbrio.

$$\frac{\partial \sigma x}{\partial x} + \frac{\partial \tau xy}{\partial y} + \frac{\partial \tau xz}{\partial z} + F_x = 0 \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial \tau yx}{\partial x} + \frac{\partial \sigma y}{\partial y} + \frac{\partial \tau yz}{\partial z} + F_y = 0 \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial \tau zx}{\partial x} + \frac{\partial \tau zy}{\partial y} + \frac{\partial \sigma z}{\partial z} + F_z = 0 \tag{2.4}$$

onde F_x, F_y e F_z são as componentes do vetor força de volume $\vec{F}$ no ponto considerado.

Esse sistema pode ser escrito sob a forma matricial seguinte:

$$(\nabla S)^T + \vec{F} = \vec{0} \tag{2.5}$$

onde S é o vetor das tensões escrita sob forma de uma matriz (3x3):

$$S = \begin{bmatrix} \sigma x & \tau yx & \tau zx \\ \tau xy & \sigma y & \tau zy \\ \tau xz & \tau yz & \sigma z \end{bmatrix}$$ ∇ é o operador $\left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right)$

Tomando as diversas derivadas parciais das equações 2.1 temos:

$$\frac{\partial \sigma x}{\partial x} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \lambda\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \qquad (2.6)$$

$$\frac{\partial \tau xy}{\partial y} = \mu \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad (2.7)$$

$$\frac{\partial \tau xz}{\partial z} = \mu \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad (2.8)$$

$$\frac{\partial \sigma y}{\partial y} = \lambda\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \lambda\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \qquad (2.9)$$

$$\frac{\partial \sigma z}{\partial z} = \lambda\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z} + \lambda\frac{\partial^2 v}{\partial y\partial z} + (\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \qquad (2.10)$$

$$\frac{\partial \tau yz}{\partial y} = \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial y\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \qquad (2.11)$$

Substituindo as equações 2.6; 2.7; 2.8; 2.9; 2.10 e 2.11 nas equações 2.2; 2.3 e 2.4, obtem-se o seguinte sistema de equações, ditas equações de LAMÉ.

$$\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + (\lambda+\mu)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + Fx = 0 \qquad (2.12)$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + (\lambda+\mu)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + Fy = 0 \qquad (2.13)$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + (\lambda+\mu)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + Fz = 0 \qquad (2.14)$$

O sistema é formado por três equações, cujas derivadas parciais de segunda ordem possuem coeficientes constantes. Uma forma mais compacta das equações 2.12; 2.13 e 2.14 de LAMÉ, é escrita sob a forma vetorial como mostra a equação 2.15.

$$\mu \nabla^2 \vec{V} + (\lambda + \mu) \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div } \vec{V}) + \vec{F} = \vec{0} \qquad (2.15)$$

onde $\vec{V}$ é o vetor deslocamento

∇^2 é o operador laplaciano dos campos vetoriais, definido por:

$$\nabla^2 \vec{x} = \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div } \vec{x}) - \overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{x})$$

sendo que, em coordenadas ortonormais, temos: a iésima componente do laplaciano vetorial igual ao laplaciano escalar da iésima componente do campo vetorial $\vec{x}$.

2.4 - DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DA ELASTO-CONSOLIDAÇÃO LINEAR ISOTRÓPICA.

Considere um sólido (maciço de solo argiloso); para um tempo (t) anterior ao carregamento, ele estava saturado e em equilíbrio num ponto M (x_o, y_o, z_o), onde a pressão intersticial era (q_o) e o tensor das tensões efetivas era $S'_o(\sigma'x_o, \ldots, \tau'yz_o)$. No tempo t=0, o solo foi carregado na superfície, o que faz aumentar a pressão intersticial de imediato. O aumento de tensão total, provoca um aumento da pressão intersticial e provocando ao mesmo tempo uma mudança das componentes do tensor das tensões efetivas, sendo essa mudança efetuada de maneira tal que o primeiro invariante do tensor das tensões efetivas ($I'_1 = \sigma'x + \sigma'y + \sigma'z$) permanece inalterado. No mesmo tempo, ocorre uma deformação imediata do solo com volume constante , desde que o solo está saturado e a água é incompressível. A partir desse primeiro estado deformado, a água, sob o gradiente dos excessos de pressões intersticiais, vai se escoar progressivamente para fora dos poros. Esse escoamento vai provocar uma diminuição dos excessos de pressão intersticial, ao mesmo tempo, vai haver uma transferência de tensões totais da fase líquida para o esqueleto sólido. Este carregamento do esqueleto sólido se traduz por uma variação das componentes do tensor das tensões efetivas, provocando o surgimento de novas deformações do esqueleto sólido, sendo essas, chamadas deformações de consolidação.

Sejam $\Delta S'(t)$, o acréscimo do tensor das tensões efetivas entre o tempo t=0 e o tempo t, (t>0) e q(t) o acréscimo da pressão intersticial (sobrepressão intersticial) entre o tempo t=0 (antes do carregamento) e o tempo t, (t>0).

As únicas forças de volume adicionais, que são aplicadas sobre o esqueleto sólido durante o processo de consolidação, são as forças de escoamento ($\vec{F}esc$), sendo essas dadas por:

$$\vec{F}esc = \vec{i}\ \gamma w, \quad \vec{i} = -\ \overrightarrow{grad\ (\Delta h)} \ \text{e} \ \Delta h = \frac{q}{\gamma w}$$

onde, $\vec{i}$ é o vetor gradiente hidráulico.

γw é o peso específico da água.

Δh é a variação da carga hidráulica que ocorreu entre os tempos pós-carregamento e o tempo antecedente à aplicação das cargas externas.

q é a sobrepressão intersticial,

logo, o vetor força de escoamento atuando sobre o esqueleto sólido durante o processo de consolidação, fica dado por:

$$\vec{F}esc = - \overrightarrow{\text{grad } q} \qquad (2.16)$$

Devido aos movimentos durante a consolidação serem bastante lentos, pode-se negligenciar as forças de acelera - ção, e, portanto, usar as equações de equilíbrio.

A primeira hipótese fundamental do modelo de elasto-consolidação, consiste em escrever que o esqueleto sólido do solo, quando submetido ao acréscimo do tensor das tensões adicionais de escoamento aplicado sobre ele pela água, comporta-se como um meio contínuo, linearmente elástico e isotrópico.

Portanto, a forma vetorial compacta das equações de LAMÉ, aplicada nesse caso sobre o esqueleto sólido, sendo o mesmo, considerado como um meio contínuo, apresenta-se conforme mostra a equação 2.17.

$$(\lambda+\mu) \ \overrightarrow{\text{grad (div } \vec{V})} + \mu\nabla^2 \vec{V} - \overrightarrow{\text{grad } q} = \vec{0} \qquad (2.17)$$

A segunda hipótese fundamental do modelo de elasto-consolidação, consiste em utilizar a equação de DARCY, para governar o escoamento da água dentro dos poros do solo para os tempos $t>0$.

$$\vec{W} = - k \ \overrightarrow{\text{grad } (\Delta h)} = - \frac{k}{\gamma w} \ \overrightarrow{\text{grad } q} \qquad (2.18)$$

onde $\vec{W}$ é o vetor velocidade de filtração.

A última equação fundamental usada nesse modelo, é a equação de continuidade. Na sua forma geral, a equação de continuidade descreve uma conservação da massa tanto flúida quanto dos grãos. Quando aplicada junto a hipótese de incompressibilidade da água e dos grãos, essa equação traduz uma conservação de volume, ou seja, no caso analisado, tem-se que a variação de volume do esqueleto sólido, é igual ao volume de água que sai dos poros do solo, durante um intervalo de tempo dt. Essa igualdade é traduzida pela equação 2.19.

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} + \text{div } \vec{W} = 0 \qquad (2.19)$$

onde $J_1 = \text{div } \vec{V}$ é o primeiro invariante do tensor das deformações, e mede a variação de volume do esqueleto sólido.

$\frac{\partial J_1}{\partial t}$ representa a variação de volume do esqueleto sólido, durante o intervalo de tempo dt.

div $\vec{W}$ representa o volume de água que sai do esqueleto sólido, durante o intervalo de tempo dt.

Substituindo a equação 2.18 em 2.19 temos:

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = \frac{k}{\gamma W} \operatorname{div} (\overrightarrow{\text{grad } q})$$

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = \frac{k}{\gamma W} \nabla^2 q \qquad (2.20)$$

onde $\nabla^2 q$ é o laplaciano escalar da função (q).

A equação 2.17, é equivalente ao sistema das três equações seguintes:

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial J_1}{\partial t} + \mu\nabla^2 u - \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \qquad (2.21)$$

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial J_1}{\partial t} + \mu\nabla^2 v - \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \qquad (2.22)$$

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial J_1}{\partial t} + \mu\nabla^2 w - \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \qquad (2.23)$$

O conjunto das equações 2.20; 2.21; 2.22 e 2.23 é o conjunto das quatro equações de derivadas parciais fundamentais do modelo de elasto-consolidação que deve verificar as quatro funções incógnitas independentes u (x, y, z, t), v (x, y, z, t), w (x, y, z, t) e q (x, y, z, t).

Derivando-se a equação 2.21 com relação a x, 2.22 com relação a y, 2.23 com relação a z e somando-se as três equações, temos:

$$(\lambda+ 2\mu) \nabla^2 J_1 = \nabla^2 q \qquad (2.24)$$

Substituindo a expressão de $\nabla^2 q$ obtida em 2.24 na equação 2.20, obtem-se :

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = c \; \nabla^2 \; J_1 \qquad (2.25)$$

onde $c = \dfrac{k}{\gamma w} (\lambda + 2\mu)$ é o coeficiente de consolidação da teoria de BIOT (1941) e MANDEL (1957).

2.5 - CONDIÇÕES FRONTEIRAS ENCONTRADAS NOS PROBLEMAS DE ELASTO-CONSOLIDAÇÃO.

Seja S, a fronteira do maciço de solo, onde ocorre o fenômeno de consolidação.

Sempre S é decomposto em duas subpartes complementares $S = Sd \cup St$, sendo Sd a parte da fronteira onde as componentes do vetor deslocamento são conhecidas (condições de deslocamento), enquanto St é a parte da fronteira, onde as componentes do vetor tensão total são conhecidas (condições de carregamento).

Sobre Sd temos: $\vec{V} = \overline{V}$ (vetor deslocamento, conhecido sobre a parte da fronteira Sd).

Sobre St temos: $[S]\{\vec{n}\} = T$ (vetor tensão, conhecido sobre a parte da fronteira St).

De uma maneira análoga, S é decomposta em duas outras subpartes complementares S = Sp U SQ, sendo Sp a parte da fronteira, onde o valor da pressão intersticial é conhecida (condições de pressão), enquanto SQ é a parte da fronteira, onde o valor da vazão é conhecida (condições de vazão).

Sobre Sp temos: $q = \bar{q}$ (pressão do fluído, conhecido sobre a parte da fronteira Sp)

Sobre SQ temos: $\vec{W} \cdot \vec{n} = Q$, onde $\vec{W}$ é o vetor velocidade de filtração e $\vec{n}$ é o vetor exterior normal à fronteira SQ.

2.6 - HIPÓTESE SUPLEMENTAR DE RENDULIC

2.6.1 - Generalidades

A equação 2.25, é a equação de difusão de FOURIER, a qual fica obedecendo à temperatura dentro de um meio condutor, onde o calor se difusa.

Portanto, apesar dessa semelhança entre as equações de derivadas parciais envolvidas nos dois fenômenos, o problema da consolidação e o problema da difusão do calor são bastante diferentes no caso geral. No caso do escoamento do calor, a função J_1 é substituída pela função T (temperatura), sendo que sempre todas as condições fronteiras e iniciais, são impostas somente sobre a função T ou as suas derivadas parciais.

No caso geral do fenômeno da consolidação, a função J_1 continua verificando a equação de FOURIER, mas geralmente, as condições fronteiras não estão expressas somente a partir da função J_1. Pelo contrário, elas são expressas, quer em função do vetor deslocamento (condições de deslocamentos), quer em função do vetor tensão (condições de carregamento), quer em função da variável pressão (condições de pressão), quer em função da vazão (condições de vazão), sendo cada uma dessas condições impostas em partes da fronteira S.

As condições iniciais são sempre as mesmas, ou seja, J_1 (x, y, z, t) = 0, traduzindo a incompressibilidade da água.

As quatro equações 2.20; 2.21; 2.22 e 2.23, são usadas para determinar as quatro funções incógnitas u,v,w e q, das quatro variáveis x, y, z e t, quando são dadas as condições fronteiras do problema.

Um problema onde as condições fronteiras são dependentes de outras funções além da função J_1, é chamado um problema "inter-dependente" ou também "acoplado", no caso contrário, o problema é considerado "independente" ou "desacoplado".

2.6.2 - Hipótese simplificada de RENDULIC

Em seguida, será mostrado um caso onde a teoria "inter-dependente, torna-se uma teoria "independente", mediante uma hipótese suplementar.

Seja I_1' e I_1, os primeiros invariantes respectivamente dos tensores das tensões efetivas e totais, temos:

$$I_1' = 3\ K\ J_1 \tag{2.26}$$

$$I_1 = I_1' - 3q \tag{2.27}$$

onde, o sinal negativo na equação 2.27, significa que as pressões são consideradas positivas em tração para concordar com a convenção dos sinais para as tensões (ver DESAI e CHRISTIAN, 1977) e K na equação 2.26 é chamado módulo de compressão (bulk modulus).

Substituindo a equação 2.26 na 2.27 temos:

$$J_1 = \frac{1}{3K}\ (I_1 + 3q) \tag{2.28}$$

Derivando a equação 2.28 com relação ao tempo, obtem-se:

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = \frac{1}{3K}\ \left(\frac{\partial I_1}{\partial t} + 3\ \frac{\partial q}{\partial t} \right) \tag{2.29}$$

Substituindo a equação 2.29 na 2.20 temos:

$$\frac{1}{3K}\ \left(\frac{\partial J_1}{\partial t} + 3\ \frac{\partial q}{\partial t} \right) = \frac{k}{\gamma w}\ \nabla^2 q$$

$$\frac{1}{K}\ \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{k}{\gamma w}\ \nabla^2 q - \frac{1}{3K}\ \frac{\partial I_1}{\partial t} \tag{2.30}$$

Aplicando na equação 2.30, a condição suplementar de RENDULIC, ou seja, que o primeiro invariante do tensor das tensões totais, permanece constante no decorrer do tempo, não havendo desta forma, redistribuição das tensões totais durante o processo de consolidação, temos: $\frac{\partial I_1}{\partial t} = 0$ o que leva à seguinte equação:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{K\ k}{\gamma w} \nabla^2 q \tag{2.31}$$

Essa equação 2.31, é agora a equação de FOURIER para a função acréscimo de pressão intersticial (q). Como as condições fronteiras são sempre conhecidas para a função (q) e somente dependem da função (q)(condições de DIRICHLET = conhecimento do valor da função (q) numa parte da fronteira) ou das suas derivadas direcionais (condições de NEUMANN= conhecimento da vazão numa parte da fronteira), pode-se agora integrar num primeiro tempo essa equação de FOURIER, a partir das únicas condições fronteiras e iniciais em (q), que são:

$$q\ (x,\ y,\ z,\ 0) = \frac{I_1\ (x,\ y,\ z,\ 0)}{3} \tag{2.32}$$

Nesse caso, o problema da dissipação das pressões intersticiais e o problema de deformação elástica do esqueleto sólido se desacoplam (uncouple) (ver DESAI e CHRISTIAN, 1977), e podem ser tratados isoladamente um após o outro e não ao mesmo tempo, tornando-se assim, um problema mais simples no ponto de vista da solução numérica. Nesse caso, uma vez que a solução q(x, y, z, t) fica conhecida, a sua expressão é usada dentro das equações de LAMÉ para calcular as componentes do vetor força de volume e então, passa-se a resolver para cada tempo t, $(t>0)$ um problema puramente de elasticidade linear.

2.6.3 - Caso particular de aplicação da hipótese de RENDULIC.

Um exemplo muito conhecido onde o desacaplamento do problema de elasto-consolidação ocorre, é o da teoria de consolidação unidimensional de TERZAGHI, usada durante o ensaio de adensamento convencional.

Nesse caso, a única componente do vetor deslocamento não nula é a componente vertical (w) que é somente dependente da cota vertical z e do tempo, w (z, t).

Isso significa que as componentes de cisalhamento do tensor das deformações são nulas e que as equações 2.1, em termo de tensões efetivas se escrevem:

$$
\begin{array}{ll}
\sigma'x = \lambda \ \varepsilon z & \tau xy = 0 \\
\sigma'y = \lambda \ \varepsilon z & \tau xz = 0 \\
\sigma'z = (\lambda + \mu) \ \varepsilon z & \tau yz = 0
\end{array}
\qquad (2.33)
$$

temos também, $J_1 = \varepsilon z$, visto que $\varepsilon x = \varepsilon y = 0$

Usando as componentes do tensor das tensões totais junto com a mesma convenção dos sinais para a pressão intersticial, tem-se:

$$\sigma x = \lambda \ \varepsilon z - q$$
$$\sigma y = \lambda \ \varepsilon z - q \qquad (2.34)$$
$$\sigma z = (\lambda+2\mu) \ \varepsilon z - q = (\lambda+2\mu) \ J_1 - q$$

donde:

$$I_1 = (3\lambda + 2\mu) \ J_1 - 3 \ q$$
e
$$I_1' = (3\lambda + 2\mu) \ J_1 \qquad (2.35)$$

Considera-se agora um ensaio de adensamento convencional.

Desprezando o atrito lateral entre a amostra e o anel externo do aparelho de adensamento (oedômetro), o equilíbrio de uma fatia horizontal de solo requer que a toda hora durante o processo de consolidação a tensão total normal vertical (σz) seja igual a carga aplicada na superfície da amostra. Como durante um ensaio de adensamento convencional , as cargas são aplicadas e permanecem constantes durante o processo de consolidação, tem-se que $\frac{\partial \sigma z}{\partial t} = 0$ durante esse processo.

Essa condição junto ã última equação 2.34 permite escrever que:

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \ \frac{\partial q}{\partial t} \qquad (2.36)$$

Tomando-se a derivada parcial da primeira equação 2.35, temos:

$$\frac{\partial I_1}{\partial t} = (3\lambda + 2\mu) \frac{\partial J_1}{\partial t} - 3 \frac{\partial q}{\partial t} \qquad (2.37)$$

Substituindo a equação 2.36 na 2.37, temos:

$$\frac{\partial I_1}{\partial t} = - \frac{4\mu}{\lambda+2\mu} \frac{\partial q}{\partial t} \qquad (2.38)$$

Substituindo a equação 2.38 na 2.30, temos:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = Cv \ \nabla^2 q \qquad (2.39)$$

onde, $Cv = \frac{k}{\gamma w} (\lambda+2\mu) = \frac{k \ E(1 - \nu)}{\gamma w(1+\nu) \ (1-2\nu)}$ é o mesmo coeficiente de consolidação unidimensional, que o coeficiente achado por (J. T. CHRISTIAN e J. W. BOEHMER, 1970).

Como nesse caso, $\varepsilon y = \varepsilon x = 0$ e $\mu = \frac{\varepsilon x}{\varepsilon z}$, o valor de $\mu = 0$, deve ser usado para o cálculo de Cv e $Cv = \frac{k}{\gamma w} E$ é então o coeficiente de consolidação da teoria da elasto- consolidação unidimensional.

É fácil verificar que o conhecimento das condições fronteiras para a função q(z, t), permite a sua completa determinação antes do cálculo da função w(z, t). É esta sequência de cálculos (w(z,t) depois de q(z, t)) que está sempre seguida por todos os autores que apresentam as soluções da teoria de TERZAGHI. Esse caminho, é possível, em virtude do desacoplamento encontrado no tratamento dessa teoria.

2.7 - FORMULAÇÃO VARIACIONAL DO PROBLEMA DE ELASTO-CONSOLIDAÇÃO TRIDIMENSIONAL.

GURTIN (1964), mostrou que o problema anterior da determinação das quatro funções u(x, y, z, t), v(x,y,z,t), w(x, y, z, t) e q(x, y, z, t) verificando as condições fronteiras que foram descritas em 2.5 é matematicamente equivalente ao problema da determinação das quatro funções u(x,y,z,t), v(x, y, z, t), w(x, y, z, t) e q(x, y, z, t) que substituídas na funcional 2.40, tornam o valor dessa funcional mínimo. (ver DESAI e CHRISTIAN, 1977).

$$\Omega(u, v, w, q) = \int_R \left[\frac{1}{2} S'ij * \varepsilon ij - \rho Fi * ui + q * ui,i - \frac{1}{2} g * q'i * (q',i + \rho wFi) \right] dv - \int_{St} (\overline{T}i * ui)\, ds + \int_{S_Q} (q * \overline{Q} * q)\, ds \tag{2.40}$$

Nessa funcional, as notações tensoriais estão sendo usadas junto com as convenções de somatório de EINSTEIN, onde:

S'ij são as componentes do tensor das tensões efetivas Ex: (S'11 = σ'x , S'12 = τxy)

εij são as componentes do tensor das deformações

Ex: ($\varepsilon 11 = \varepsilon x$, $\varepsilon 12 = \varepsilon xy$)

ui são as componentes do vetor deslocamento $\vec{V}$ ($u_1 = u$, $u_2 = v$ e $u_3 = w$).

ρ é a massa específica do solo

ρw é a massa específica da água

Fi são as componentes do vetor força de volume, usualmente gravidade

q é a pressão intersticial

g=1 é a função unidade

q'_i são as componentes do vetor velocidade relativa da água, $q'_i = k'_{ij}$ ($\rho ij + \rho w Fi$), onde k'ij são as componentes do tensor de permeabilidade.

Ti são as componentes do vetor tensão especificadas sobre a fronteira S_t.

Q é o valor da vazão especificada sobre a fronteira SQ.

$$e\ ui,i = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \text{div}\ \vec{V}$$

O símbolo ($*$) aparecendo na funcional 2.40, significa o produto de convolução, sendo o mesmo dado pela expressão 2.41.

$$A * B = \int_0^t A(t)\ B(t-\tau)\ d\tau \qquad (2.41)$$

As integrais que aparecem na funcional 2.40, são integrais de volumes (quando calculadas sobre a região do espaço R) ou de superfícies (quando calculadas sobre as fronteiras

S_t e S_Q).

No caso do problema ser bidimensional (w=0), a funcional 2.40 é reduzida na seguinte expressão:

$$\Pi(u,v,q) = \int_S \Big[\frac{1}{2} (\sigma x * \varepsilon x + \sigma y * \varepsilon y + \tau xy * \varepsilon xy) - \rho Fx * u - \rho Fy * v + q * (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) - \frac{1}{2} g * W'x * (\frac{\partial q}{\partial x} + \rho w\, Fx) - \frac{1}{2} g * W'y * (\frac{\partial q}{\partial y} + \rho w Fy) \Big] ds - \tag{2.42}$$

$$- \int_{St} (Tx * u + Ty * v)\, ds + \int_{S_Q} (g * Q * q)\, ds$$

onde, $\vec{W}' = - \rho w\, \vec{W}$, sendo $\vec{W}$ o vetor velocidade de filtração, aparecendo em 2.4.

Agora, nesse caso, as integrais que aparecem na funcional 2.42, são integrais de superfícies (quando calculadas sobre a região do plano) ou de linhas (quando calculadas sobre as curvas fronteiras S_t e S_Q).

Essa conversão do problema das equações de derivadas parciais 2.20; 2.21; 2.22 e 2.23, a serem resolvidas junto com as condições fronteiras vistas em 2.5, no problema da minimização da funcional 2.42, é o passo fundamental que permite a aproximação do problema pelo método numérico chamado método dos elementos finitos.

CAPÍTULO 3

TRATAMENTO CONVENCIONAL DO PROBLEMA DE ELASTO-CONSOLIDAÇÃO BIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS E MODIFICAÇÕES TRAZIDAS NO PROGRAMA "SOL".

3.1 GENERALIDADES

Todos os programas de elementos finitos têm o objetivo de fabricar, dentro de uma região R do espaço ou do plano, uma solução aproximada da verdadeira solução de um sistema de equações de derivadas parciais, verificando as condições especificadas na fronteira S limitando àquela região R. No caso, onde existe um princípio variacional equivalente ao conjunto das equações de derivadas parciais junto com as condições fronteiras, o processo de fabricação da solução aproximada consiste em minimizar uma certa funcional, cujos argumentos são as funções incógnitas do sistema de equações de derivadas parciais.

O processo de construção da solução aproximada pelo método dos elementos finitos, consiste em abandonar o sistema de equações de derivadas parciais junto com as condições fronteiras e substituí-lo pelo princípio variacional, procurando fabricar uma solução que melhor minimiza a funcional relativa ao problema.

O roteiro seguido pelo programa "SOL" durante o algo rítmo construtivo da solução aproximada de um problema de elasto-consolidação bidimensional, é semelhante ao roteiro de qualquer programa convencional trabalhando em elasto-consolidação usando um modelo dito "de deslocamento".Portanto, algumas modificações foram introduzidas nesse programa e merecem ser destacadas devido as suas originalidades.

O roteiro do programa "SOL" pode ser decomposto nas seguintes etapas:

1) discretização da região (R) onde ocorre o fenômeno, em sub-regiões, apresentando uma geometria simples (geralmente triângulos, no caso bidimensional); essas sub-regiões são chamadas de "elementos finitos";

2) escolha de um conjunto de nós dentro de cada elemento (esses nós ou pontos nodais são geralmente os vértices e/ou os meios dos lados) e numeração dos nós tanto dentro de cada elemento (numeração local) como também dentro da malha (numeração global);

3) escolha das funções de interpolação para cada função incógnita u(x, y, z, t), v(x, y, z, t) e q(x, y, z, t) no caso de elasto- consolidação bidimensional, aproximando essas funções incógnitas dentro do elemento. Escolha das funções de interpolação para as funções incógnitas (componentes do vetor tensão Tx e Ty e vazão Q), aproximando as condições fronteiras impostas ao longo de um lado situado sobre a fronteira S_t ou S_Q. Estas funções de interpolação usadas, são geralmente funções polinomiais do primeiro e segun

grau;

4) cálculo da matriz de rigidez e do vetor segundo membro elementares para cada elemento finito;

5) discretização no tempo, efetuado durante o processo de consolidação e obtenção das condições iniciais correspondente ao tempo de aplicação do primeiro carregamento na fronteira S_t;

6) condensação estática dos graus de liberdade de um elemento, quando os mesmos não são conectados com os graus de liberdade de elementos adjacentes;

7) imposição das relações entre as componentes do vetor deslocamento nos nós de GAUSS do elemento "SOL" (caso drenante e não drenado) e imposição da condição de incompressibilidade no centro do primeiro lado do elemento (caso não drenado);

8) imposição das condições fronteiras;

9) montagem das matrizes de rigidez elementares na matriz de rigidez global e montagem dos vetores segundo membro elementares no vetor segundo membro global;

10) resolução do sistema linear global, fornecendo as componentes do vetor deslocamento em todos os nós da malha referentes aos deslocamentos, como também, as pressões nos nós referentes a mesma;

11) cálculo das grandezas secundárias, dentro de cada elemento. Essas grandezas secundárias são geralmente as componentes dos tensores das tensões totais e efetivas, assim

como, os valores e as direções das tensões principais.

A finalidade deste capítulo, é a de fornecer todas as explicações teóricas, para uma perfeita compreensão dos cálculos, sendo efetuados durante cada etapa descrita anteriormente.

3.2 - DISCRETIZAÇÃO DA REGIÃO (R) EM ELEMENTOS FINITOS TRIANGULARES.

O programa "SOL" utiliza elementos triangulares, como a maioria dos programas de elasto-consolidação bidimensional.

O número de elementos de uma malha é somente função da precisão requerida (maior número de elementos = melhor precisão) e do custo operacional (maior número de elementos = maior custo operacional).

Em regiões com altos gradientes de tensões ou de pressões, deve-se colocar elementos menores, a fim de se obter uma melhor precisão.

3.3 - ESCOLHA DAS POSIÇÕES DOS PONTOS NODAIS.

Os programas de elasto-consolidação convencionais , usam elementos triangulares com os seguintes pontos nodais (ver fig. 3.1):

1) Vértices do triângulo e meios dos lados para cada função componente do vetor deslocamento (u, v) (6 pontos nodais).

2) Meios dos lados para a função pressão intersticial (q) (3 pontos nodais).

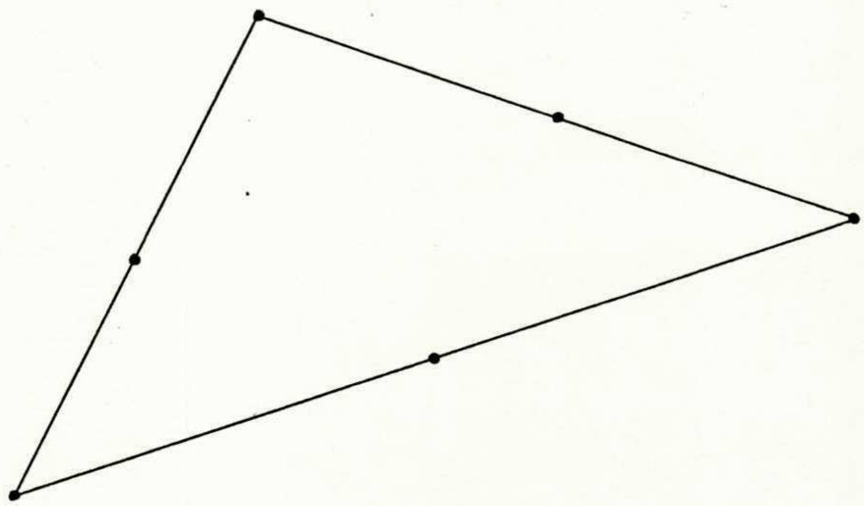

Figura 3.1 - Posição dos nós no elemento convencional

O programa "SOL" têm a originalidade de utilizar elementos triangulares com outros pontos nodais (ver fig. 3.2).

1) 2 - pontos de GAUSS sobre cada lado do triângulo e um nó interno no seu centro de gravidade para cada função componente do vetor deslocamento (u, v) (7 pontos nodais).

2) Meios dos lados para a função pressão intersticial (q) (3 pontos nodais).

Figura 3.2 - Posição dos nós no elemento "SOL" (não convencional).

O posicionamento dos pontos de GAUSS sobre cada lado será explicado posteriormente.

3.4 - Escolha das funções de interpolação dentro de um elemento. Uso das coordenadas baricêntricas.

3.4.1- Sistema de coordenadas baricêntricas ou naturais dentro de um triângulo.

A propriedade fundamental das coordenadas baricêntricas é de mapear bijetoramente pelas equações 3.3 e 3.4 qualquer triângulo ABC do plano R^2 num único triângulo fixo A' B' C' aparecendo no plano R^3, cuja equação é $L_1 + L_2 + L_3 = 1$. (ver figs. 3.3a e 3.3b).

Seja um triângulo ABC num sistema de coordenadas x - y. (ver fig. 3.3a).

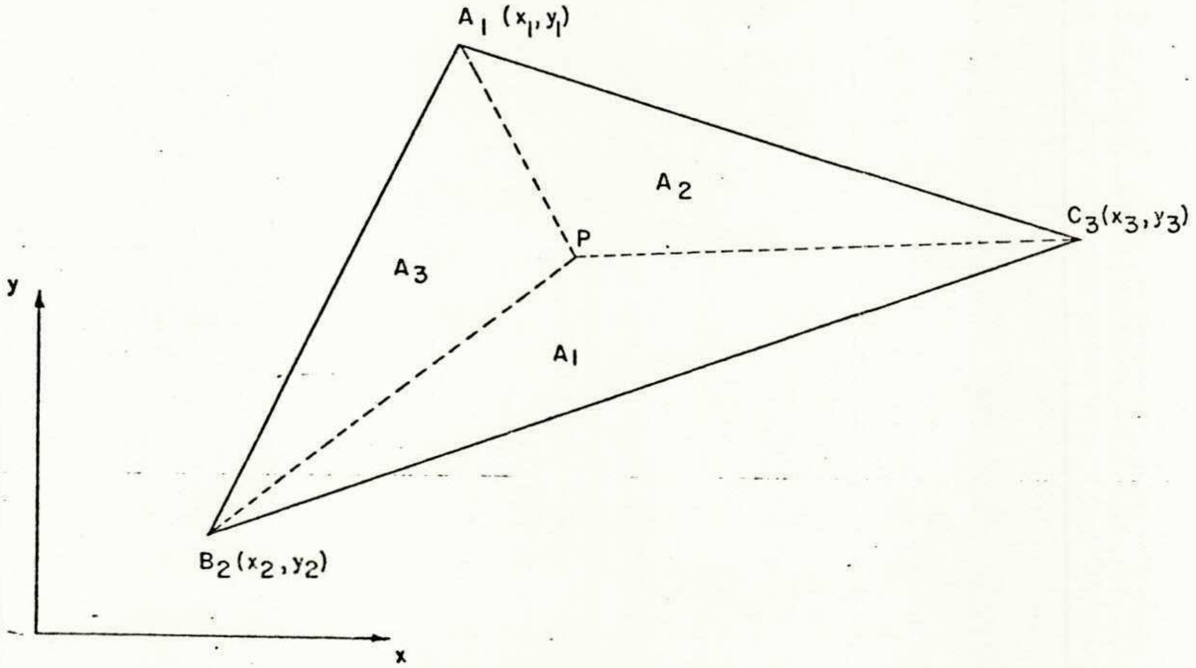

Figura 3.3a - Triângulo no plano R^2

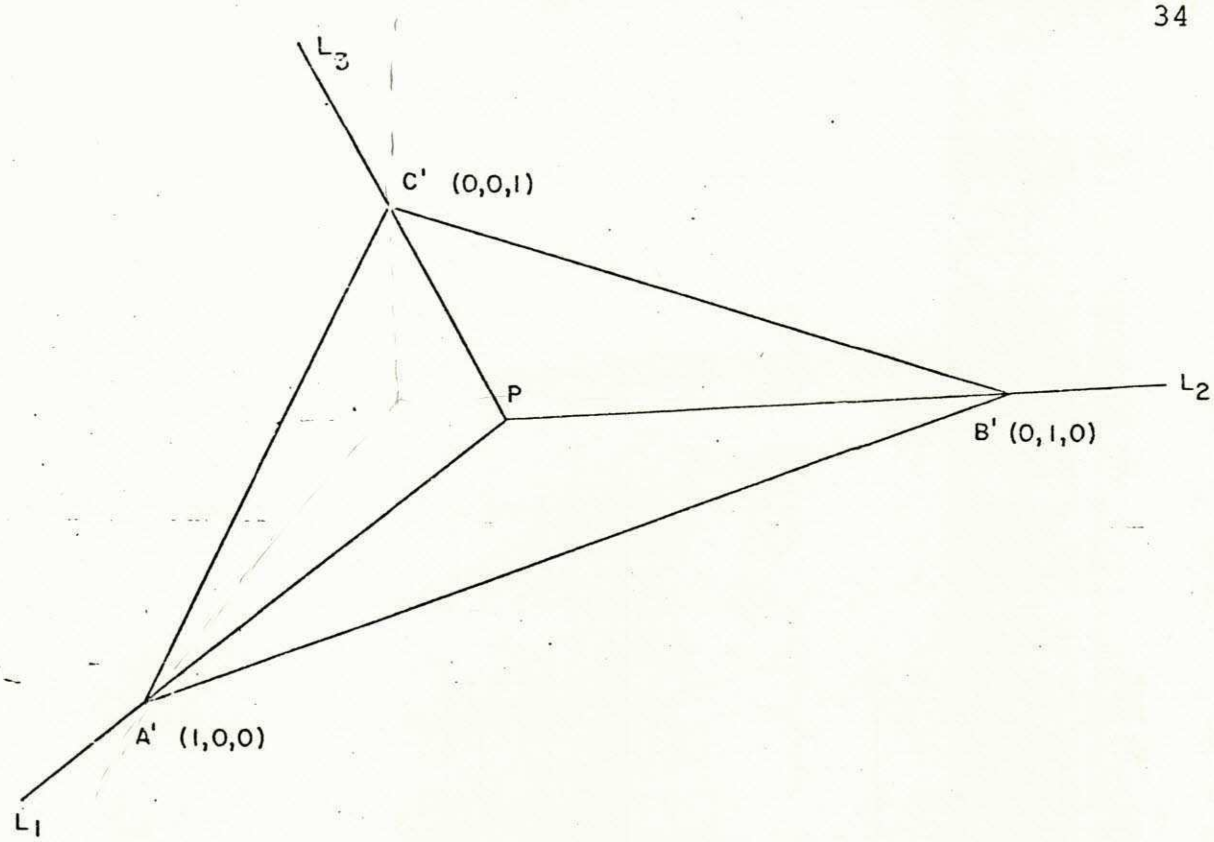

Figura 3.3b - Triângulo fixo de R^3

A cada ponto do triângulo, corresponde duas coordenadas cartesianas x e y, assim como três números fabricados da seguinte maneira:

$$L_1 = \frac{A_1}{A} \quad , \quad L_2 = \frac{A_2}{A} \quad , \quad L_3 = \frac{A_3}{A} \qquad (3.1)$$

Onde:

A - é a área do triângulo ABC

A_1 - é a área do triângulo PBC

A_2 - é a área do triângulo PCA

A_3 - é a área do triângulo PAC

É evidente que os três números L_1, L_2 e L_3, verificam a seguinte relação:

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \qquad (3.2)$$

Reciprocamente, para cada escolha de três números positivos ou nulos L_1, L_2, L_3, tal que a equação 3.2 seja verificada, corresponde um único ponto P dentro do triângulo ou sobre os lados, tal que, a relação 3.1 seja verificada.

Isso significa, que esses três números L_1, L_2, L_3 verificando a equação 3.2, podem ser usados como outras coordenadas de um ponto do triângulo ABC. Existem relações biunívocas entre as coordenadas cartesianas e êssas novas coordenadas chamadas coordenadas baricêntricas.

De fato, um cálculo simples mostra a seguinte relação entre o sistema de coordenadas cartesianas e o sistema de coordenadas baricêntricas:

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{Bmatrix} \tag{3.3}$$

A relação inversa do sistema de equações 3.3 é dado por:

$$\begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} 2A_{23} & b_1 & a_1 \\ 2A_{31} & b_2 & a_2 \\ 2A_{12} & b_3 & a_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} \tag{3.4}$$

Onde as quantidades a_i, b_j aparecem na fig. (3.4a) com as suas definições, e onde A_{ij} é a área do triângulo tendo co mo lados o lado (i j) do triângulo ABC e como terceiro vér tice a origem do sistema das coordenadas cartesianas (ver fig. 3.4b).

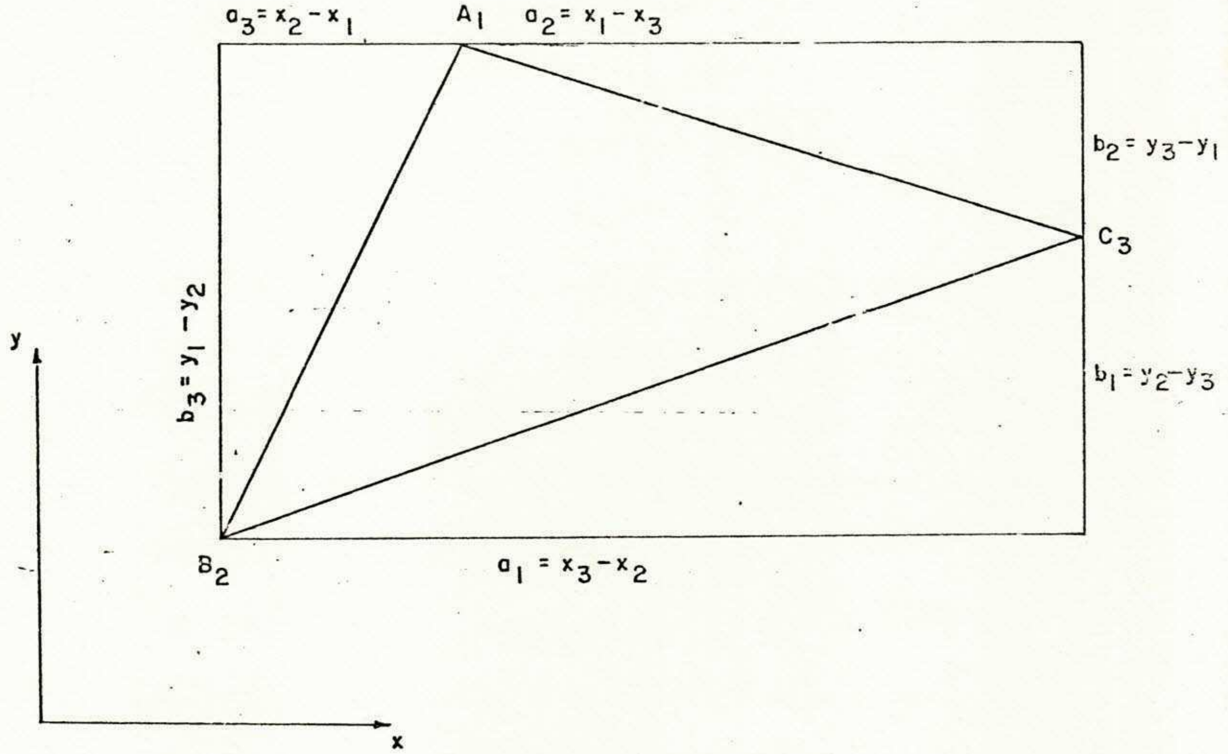

Figura 3.4a - Definição dos a_i, b_j

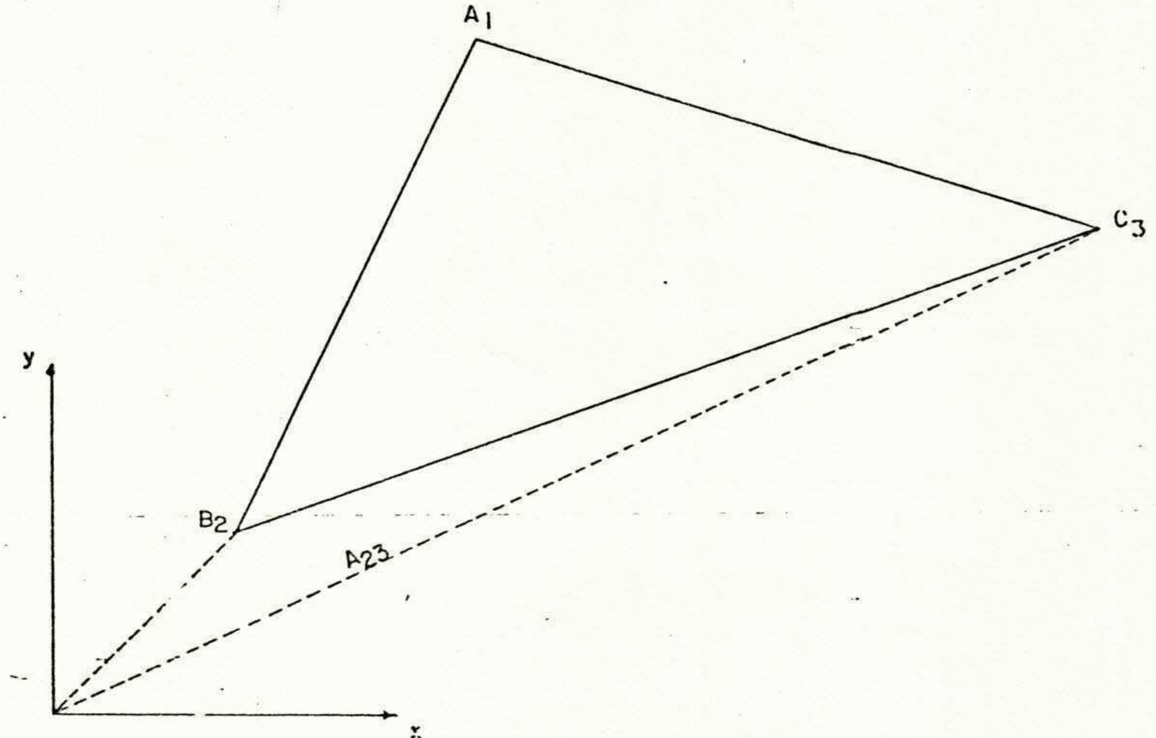

Figura 3.4b - Definição dos Aij

Como serão usados mais tarde, durante o cálculo das deformações os operadores $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$, pode-se deduzir agora as seguintes fórmulas de diferenciação usando 3.4.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial L_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial L_i} = \sum_{i=1}^{3} \frac{b_i}{2A} \frac{\partial}{\partial L_i}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial L_i}{\partial y} \frac{\partial}{\partial L_i} = \sum_{i=1}^{3} \frac{a_i}{2A} \frac{\partial}{\partial L_i} \qquad (3.5)$$

Ainda que esta formulação possa parecer complicada, uma das suas principais vantagens é a facilidade com que os termos polinomiais podem ser integrados analiticamente sobre um triângulo, usando a seguinte fórmula de integração:

$$\int_A L_1^{(p)} L_2^{(q)} L_3^{(r)} \, dA = \frac{p!\ q!\ r!}{(p+q+r+2)!} 2A \qquad (3.6)$$

3.4.2 -Função de interpolação do elemento triangular convencional.

3.4.2.1-Funções de interpolação dentro do elemento.

As funções de interpolação para as componentes do vetor deslocamento sobre cada triângulo, são polinômios do segundo grau nas variáveis x e y. Essa escolha das funções de interpolação junto com a escolha dos nós dentro do triângulo, assegura a C^0 continuidade das funções u e v ao longo dos lados da malha.

Isso resulta do fato que, basta conhecer os valores de um polinômio do segundo grau em três pontos distintos de um segmento (lado do triângulo) para que este polinômio seja completamente determinado ao longo deste segmento. Por isso, o elemento convencional é também chamado de elemento conforme, pois respeita a continuidade entre os elementos.

A função de interpolação para a variável pressão intersticial (q) sobre cada triângulo, é um polinômio do primeiro grau nas variáveis x e y.

Usando a base canônica dos polinômios do segundo grau nas variáveis x e y, a função u, por exemplo, pode ser escrita:

$$u(x,y,t) = a(t) + b(t)\,x + c(t)y + d(t)x^2 + e(t)xy + f(t)y^2 =$$

$$(1, x, y, x^2, xy, y^2) \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f(t) \end{pmatrix} \qquad (3.7)$$

O uso dessa base, portanto, têm o inconveniente dos coeficientes a(t), ..., f(t) não representarem grandezas físicas simples.

Por consequência, usa-se uma outra base utilizando agora as coordenadas baricêntricas. Essa base é dada por:

$$N_1 = L_1\,(2\,L_1 - 1) \qquad N_4 = 4\,L_1\,L_2$$

$$N_2 = L_2\,(2\,L_2 - 1) \qquad N_5 = 4\,L_2\,L_3 \tag{3.8}$$

$$N_3 = L_3\,(2\,L_3 - 1) \qquad N_6 = 4\,L_1\,L_3$$

De fato, usando agora essa base, as funções u e v podem ser expressas da seguinte forma:

$$\{u\} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u\,① \\ u\,② \\ u\,③ \\ u\,④ \\ u\,⑤ \\ u\,⑥ \end{Bmatrix} \tag{3.9}$$

$$\{v\} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v\,① \\ v\,② \\ v\,③ \\ v\,④ \\ v\,⑤ \\ v\,⑥ \end{Bmatrix} \tag{3.10}$$

Com essa formulação, as quantidades u①, u ②...u⑥, são exatamente os valores da função u nos seus nós respectivos (ver fig. 3.5), e são funções unicamente da variável tempo.

Os seis valores u①, u②..., u⑥ dos quais dependem unicamente o polinômio de interpolação dentro do elemento, são chamados também, os seis graus de liberdade do elemento para variável u. O mesmo está valendo para variável v.

Para função pressão intersticial é feita a mesma coisa, sendo dessa vez, usada a seguinte base de polinômios do primeiro grau:

$$P_4 = 1 - 2\,L_3 \quad , \quad P_5 = 1 - 2\,L_1 \quad , \quad P_6 = 1 - 2\,L_2$$

$$\{q\} = [Pe] \quad \{pe\} = [P4 \quad P5 \quad P6] \begin{Bmatrix} q④ \\ q⑤ \\ q⑥ \end{Bmatrix} \qquad (3.11)$$

onde q④, q⑤ e q⑥ são funções unicamente da variável tempo.

Combinando u e v num vetor coluna e intercalando as componentes do vetor deslocamento nos nós, (3.9) e (3.10), se escrevem num sistema único da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N1 & 0 & N2 & 0 & N3 & 0 & N4 & 0 & N5 & 0 & N6 & 0 \\ 0 & N1 & 0 & N2 & 0 & N3 & 0 & N4 & 0 & N5 & 0 & N6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u① \\ v① \\ u② \\ \vdots \\ \vdots \\ u⑥ \\ v⑥ \end{Bmatrix} \qquad (3.12)$$

Com essa formulação, o elemento entra na categoria dos elementos isoparamétricos (ver C.A. BREBBIA e J. J CONNOR , 1974). Este nome, deve-se ao fato de poder representar a geometria do elemento em função das coordenadas dos seus pontos nodais, usando as mesmas funções de interpolação utilizadas para a definição das componentes do vetor deslocamento no interior do elemento.

De fato, pode verificar-se as seguintes relações para todos os pontos do triângulo:

$$\{x\} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \dots & N_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x① \\ x② \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x⑥ \end{Bmatrix} \qquad \{y\} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \dots & N_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y① \\ y② \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y⑥ \end{Bmatrix}$$

$$\{x\} = \begin{bmatrix} P_4 & P_5 & P_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x④ \\ x⑤ \\ x⑥ \end{Bmatrix} \qquad \{y\} = \begin{bmatrix} P_4 & P_5 & P_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y④ \\ y⑤ \\ y⑥ \end{Bmatrix} \tag{3.13}$$

Para isso, pode-se verificar simplesmente, que cada função N_i toma o valor 1 no nó de número ⓘ e se torna nula nos outros nós.

Exemplo: Considerando o nó ① da figura 3.6, tem-se: $L_1=1$, $L_2=0$, $L_3=0$, e $N_1= L_1\ (2L_1-1)=1$, $N_2= L_2\ (2L_2 -1) = 0$, $N_3= L_3\ (2L_3 - 1) = 0$, $N_4 = 4\ L_1\ L_2 = 0$, $N_5 = 4\ L_2\ L_3 = 0$ e $N_6 = 4\ L_1\ L_3 = 0$, o mesmo ocorre com as funções Pj.

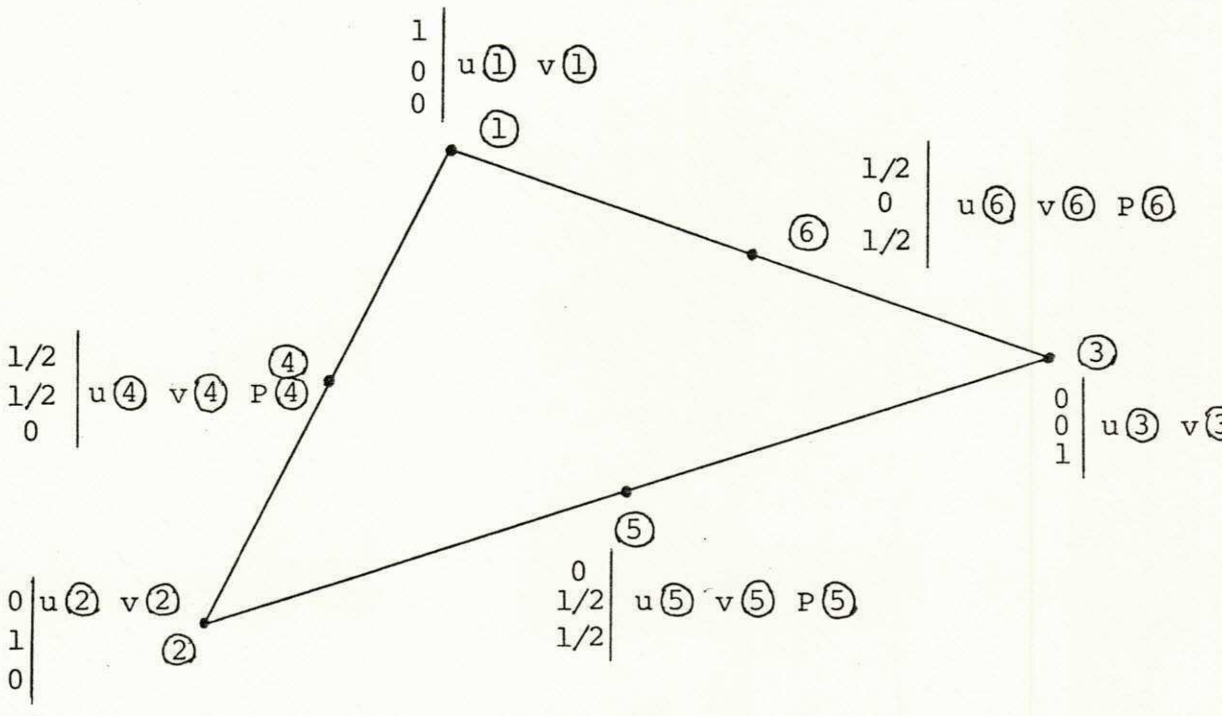

Figura 3.5 - Graus de liberdade do triângulo convencional (conforme).

3.4.2.2 - Funções de interpolação sobre as partes da fronteira S_t e S_Q.

Uma distribuição dos vetores tensões totais, cujas funções componentes são polinômios do segundo grau ao longo do lado ① - ② (ver fig. 3.6) de um elemento, pode obviamente ser escrita por analogia com as funções componentes do vetor deslocamento u e v, usando as mesmas funções de interpolação.

$$\begin{Bmatrix} Tx \\ T_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Ne \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{x①} \\ T_{x②} \\ T_{x③} \\ T_{y①} \\ T_{y②} \\ T_{y③} \end{Bmatrix} \qquad (3.14)$$

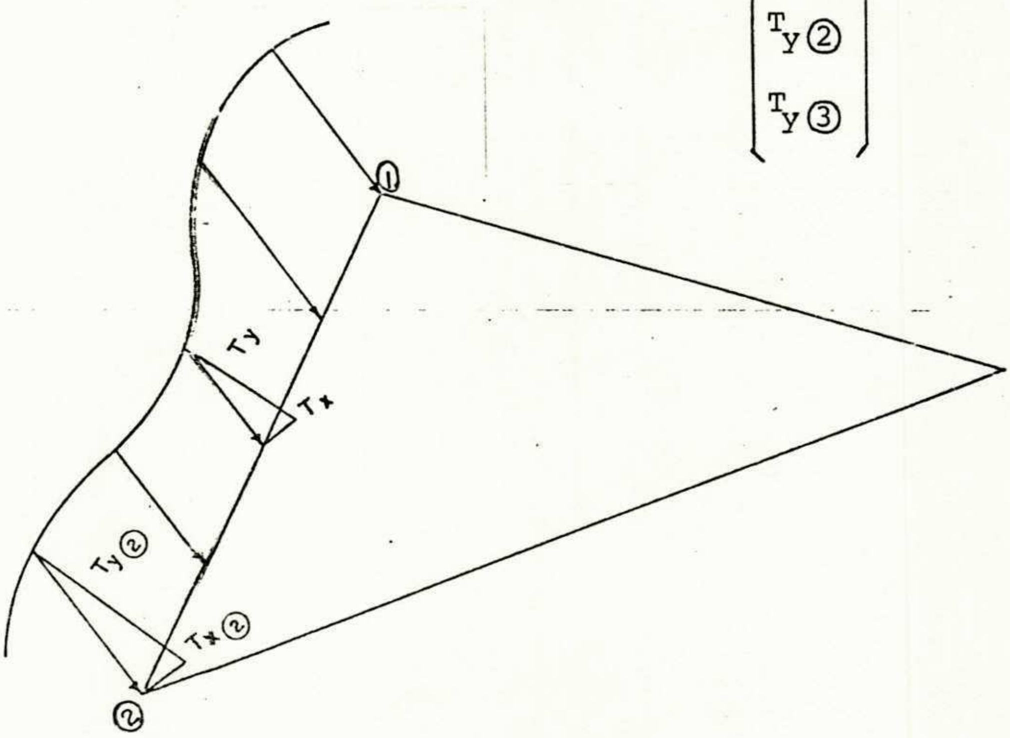

Figura 3.6 - Interpolação das componentes do vetor tensão total atuando ao longo do lado ① - ② sobre S_t.

onde T_x e T_y são as componentes do vetor tensão atuando ao longo do lado ① - ② sobre S_t.

Da mesma maneira do que foi feito para as componentes do vetor tensão, está válido para a função vazão (Q) ao longo do lado de um elemento, quando este pertencer a parte da fronteira S_Q, sendo que neste caso as funções de interpolação P_4, P_5 e P_6 são reutilizadas.

$$\{Q\} = \left[P_e\right] \{Q_{(e)}\} = \left[P_4 \;\; P_5 \;\; P_6\right] \begin{Bmatrix} Q_{(4)} \\ Q_{(5)} \\ Q_{(6)} \end{Bmatrix} \qquad (3.15)$$

3.4.3 - Funções de interpolação do elemento "SOL".

3.4.3.1-Generalidades

O elemento triangular "SOL" usa também funções polinomiais do segundo grau como funções de interpolação dentro dos elementos.

Portanto, devido à posição dos nós e do número dos mesmos referentes aos deslocamentos serem diferentes da posição ocupada no elemento convencional, a formulação da função de interpolação em função dos seis valores nos pontos nodais é diferente.

De fato, o elemento possui sete pontos nodais para as funções componentes do vetor deslocamento (u, v) e três nós para a função pressão intersticial (q). Os três nós da função pressão intersticial permanecem os mesmos que no elemento convencional.

Portanto, a formulação da pressão intersticial fica inalterada.

$$\{q\} = \begin{bmatrix} P_4 & P_5 & P_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{④} \\ q_{⑤} \\ q_{⑥} \end{Bmatrix} \qquad (3.16)$$

Dos sete nós relativos às funções componentes do vetor deslocamento, seis são distribuídos dois a dois sobre cada lado do elemento, enquanto o sétimo ocupa a posição do centro de gravidade do triângulo (ver fig. 3.7).

Os dois pontos nodais aparecendo sobre cada lado, ocupam posições específicas sobre este lado. Eles são chamados pontos de GAUSS do lado. Na realidade, eles são as imagens dos 2 - pontos de GAUSS do segmento $[-1, +1]$, aparecendo na teoria de integração de GAUSS durante uma parametrização linear do lado, cujo parâmetro varia de -1 a +1.

Por exemplo, analisando o lado ① - ② da figura 3.5, a parametrização será: $L_1 = At + B$ onde A e B são determinados de maneira tal que quando $t = -1$, $L_1 = 1$ e quando $t = +1$ $L_1 = 0$ $\therefore$ $L_1 = -\frac{t}{2} + \frac{1}{2}$.

Sabendo-se que os 2 - pontos de integração de GAUSS têm por abscissas $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ e $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ver Abramowitz M. e Irene A. Stegun), as coordenadas baricêntricas dos pontos de GAUSS deste lado, são determinadas como sendo iguais à:

1º ponto de GAUSS $t = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $L_1 = 0{,}788675$, $L_2 = 0{,}211325$ e $L_3=0$

2º ponto de GAUSS $t = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $L_1 = 0{,}211325$, $L_2 = 0{,}788675$ e $L_3=0$,

o mesmo é estabelecido para os dois outros lados (ver fig . 3.7).

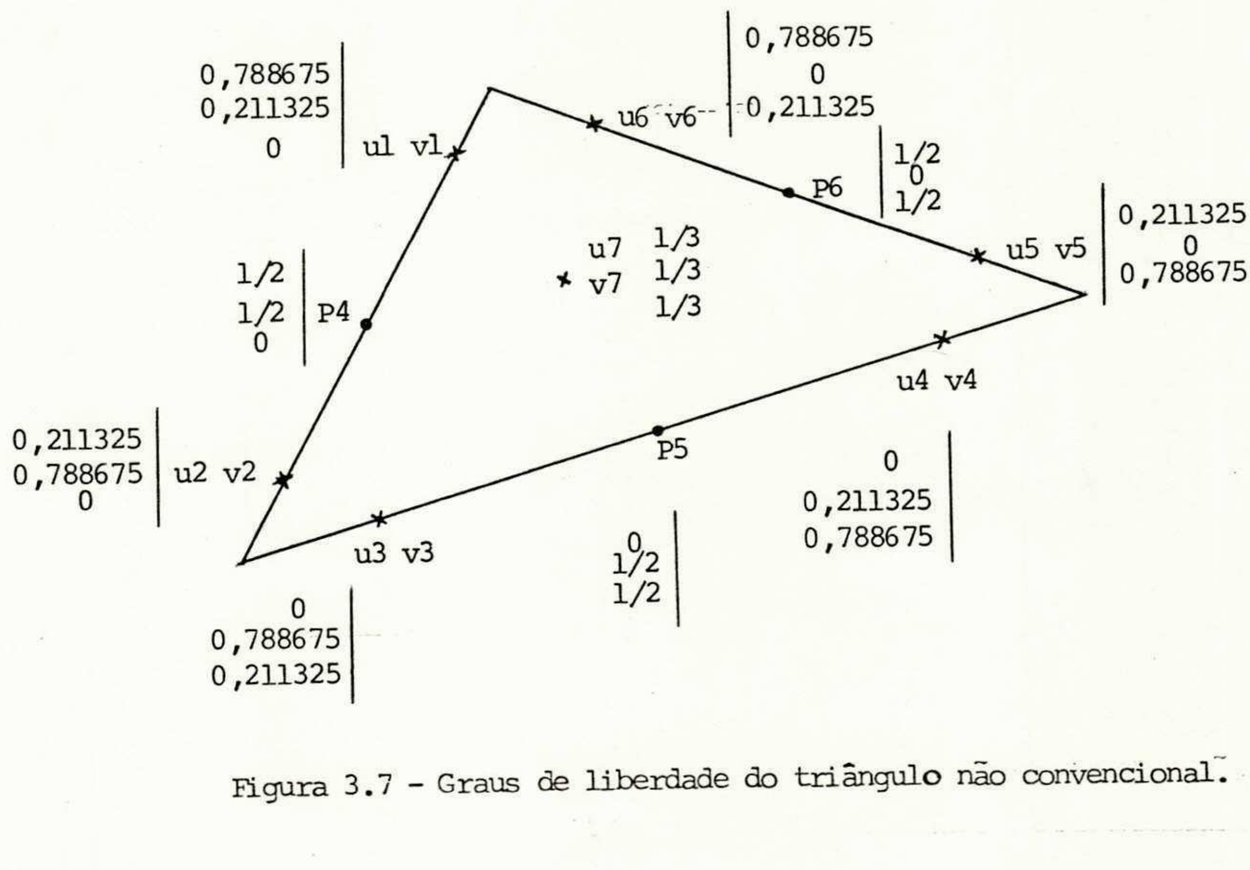

Figura 3.7 - Graus de liberdade do triângulo não convencional.

É fácil mostrar, apoiando-se na teoria de integração de GAUSS, que com essa boa escolha dos nós nos pontos de GAUSS, a L^1 continuidade se conserva ao longo dos lados da malha, ou seja, que as integrais das funções componentes do vetor deslocamento ao longo de um lado independem do triângulo dentro do qual estão sendo calculadas.

De fato, a formulação de integração de GAUSS mostra que para uma função polinomial do segundo grau f(t), temos:

$$\int_{-1}^{1} f(t)\ dt = f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \qquad (3.17)$$

Por consequência, duas funções polinomiais do segundo grau tomando os mesmos valores nos 2 - pontos de GAUSS de um lado, têm as mesmas integrais ao longo deste lado.

O elemento "SOL" não respeita a C^o continuidade ao longo dos lados, pelo fato de que os valores de uma função polinomial do segundo grau em dois pontos distintos de um segmento não serem suficientes para determinar completamente esta função.

Por esta razão, o elemento "SOL" é um elemento dito não conforme.

A grande vantagem da formulação do elemento "SOL", reside na facilidade de montagem das matrizes de rigidez ele mentares dentro da matriz de rigidez global, pelo fato de que um nó ora pertence a um único elemento (quando o nó e o lado do elemento estão sobre a fronteira) ora a dois elementos (quando o nó estiver no interior da malha).

Essa situação não acontece geralmente usando o elemento convencional, pelo simples fato de que um vértice de um triângulo pode ser comum a um número variável de triângulos adjacentes.

Uma consequência importante deste fato, reside na diminuição da largura de banda da matriz de rigidez global, diminuindo consequentemente o tempo de execução do programa.

3.4.3.2- Relação entre os valores de uma função polinômial do segundo grau tomados nos seis pontos de GAUSS de um triângulo qualquer.

O cálculo dos valores de uma função polinômial qualquer nos seis pontos de GAUSS de um triângulo, pode ser efetuado usando a formulação 3.9.

<u>Convenção</u>: Os $u_{\textcircled{i}}$ escritos com um círculo significa um valor da componente horizontal do vetor deslocamento num nó do elemento conforme, enquanto u_i significa o valor da componente horizontal do vetor deslocamento num nó do elemento não conforme.

Para isso, são sucessivamente substituídos os valores das coordenadas baricêntricas dos diferentes pontos de

GAUSS. O seguinte sistema linear é obtido:

$$
\begin{aligned}
u_1 &= \frac{C1}{2}\,u(1) + \frac{C2}{2}\,u(2) + 0\,u(3) + 2\,C3\,u(4) + 0\,u(5) + 0\,u(6)\\
u_2 &= \frac{C2}{2}\,u(1) + \frac{C1}{2}\,u(2) + 0\,u(3) + 2\,C3\,u(4) + 0\,u(5) + 0\,u(6)\\
u_3 &= 0\,u(1) + \frac{C1}{2}\,u(2) + \frac{C2}{2}\,u(3) + 0\,u(4) + 2C3u(5) + 0\,u(6)\\
u_4 &= 0\,u(1) + \frac{C2}{2}\,u(2) + \frac{C1}{2}\,u(3) + 0\,u(4) + 2C3u(5) + 0\,u(6)\\
u_5 &= \frac{C2}{2}\,u(1) + 0\,u(2) + \frac{C1}{2}\,u(3) + 0\,u(4) + 0\,u(5) + 2C3u(6)\\
u_6 &= \frac{C1}{2}\,u(1) + 0\,u(2) + \frac{C2}{2}\,u(3) + 0\,u(4) + 0\,u(5) + 2C3u(6)
\end{aligned}
\qquad (3.18)
$$

onde: $C1 = 0{,}910683$, $C2 = -\,0{,}244017$ e $C3 = 0{,}333333$

Exemplo: $\frac{C1}{2} = 0{,}788675\ (2 \times 0{,}788675 - 1) = 0{,}4553415$

É óbvio que a partir dessas relações tenha-se:

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + u_5 - u_6 = 0 \qquad (3.19)$$

A relação 3.19 mostra uma condição, devendo ser necessariamente verificada para que os valores $u_1, u_2, \ldots, u_6$, possam ser os seis valores tomados por uma função polinômial do segundo grau nos seis pontos de GAUSS de um triângulo.

Da mesma maneira, ela mostra que o conhecimento dos valores de uma função polinômial nos seis pontos de GAUSS de um triângulo, não é suficiente para determinar completamente a função polinômial do segundo grau.

Para que a função polinômial seja completamente determinada dentro de um triângulo, deve ser conhecido além dos seis valores nos pontos de GAUSS, verificando 3.19 o valor do polinômio num outro ponto do triângulo.

O elemento "SOL" usa o valor no centro de gravidade do triângulo. Esta é a razão pela qual o elemento "SOL" possui sete pontos nodais para as funções componentes do vetor deslocamento.

A sétima equação, obtida usando as coordenadas baricêntricas do centro de gravidade do triângulo é dada por:

$$u_7 = \frac{C3}{3}\, u(1) + \frac{C3}{3}\, u(2) + \frac{C3}{3}\, u(3) + \frac{4}{3}\, C3\, u(4) + \frac{4}{3}\, C3\, u(5) + \frac{4}{3}\, C3\, u(6) \qquad (3.20)$$

- Relação entre os $u(i)$ e os u_i

O sistema 3.18 junto com a equação 3.20 pode ser encarado como um sistema de sete equações lineares com seis incógnitas $u(1)$, $u(2)$, ..., $u(6)$. O posto deste sistema é exatamente seis, sendo as seis primeiras equações linearmente dependentes.

Para poder efetuar-se o cálculo dos $u(i)$ em função dos u_i é necessário que a condição 3.19 seja satisfeita.

Uma vez essa condição satisfeita, o sistema das sete equações pode ser resolvido, obtendo-se as seguintes relações entre os $u(i)$ e os u_i :

$$
\begin{Bmatrix} u\textcircled{1} \\ u\textcircled{2} \\ u\textcircled{3} \\ u\textcircled{4} \\ u\textcircled{5} \\ u\textcircled{6} \end{Bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0.9106 & -0.2440 & 0.3333 & 0.3333 & -0.2440 & 0.9106 & -1.0000 \\
-0.2440 & 0.9106 & 0.9106 & -0.2440 & 0.3333 & 0.3333 & -1.0000 \\
0.3333 & 0.3333 & -0.2440 & 0.9106 & 0.9106 & -0.2440 & -1.0000 \\
0.5833 & 0.5833 & -0.3110 & -0.2233 & -0.2233 & -0.3110 & 0.5000 \\
-0.2233 & -0.3110 & 0.5833 & 0.5833 & -0.3110 & -0.2233 & 0.5000 \\
-0.3110 & -0.2233 & -0.2233 & -0.3110 & 0.5833 & 0.5833 & 0.5000
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \end{Bmatrix}
\qquad (3.21)
$$

onde a matriz (6 x 7) é a matriz $\left[A \right]$ do programa "SOL".

3.4.3.3 - Fórmulas de interpolação dentro do elemento "SOL".

Substituindo o sistema 3.21 no sistema 3.9, temos a seguinte fórmula de interpolação para a função u do vetor deslocamento:

$$\{u\} = \begin{bmatrix} N1 & N2 & N3 & N4 & N5 & N6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ & A & \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_6 \\ u_7 \end{Bmatrix} \tag{3.22}$$

O mesmo ocorre obviamente com a função v do vetor deslocamento.

$$\{v\} = \begin{bmatrix} N1 & N2 & N3 & N4 & N5 & N6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ & A & \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_6 \\ v_7 \end{Bmatrix} \tag{3.23}$$

Combinando-se 3.16; 3.22 e 3.23, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \left[\begin{array}{c:c:c} A & 0 & \\ \hdashline 0 & A & 0 \\ \hdashline 0 & & \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_7 \\ v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_7 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{Bmatrix} \tag{3.24}$$

onde $\begin{bmatrix} N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N1 & N2 & N3 & N4 & N5 & N6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N1 & N2 & N3 & N4 & N5 & N6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P4 & P5 & P6 \end{bmatrix}$

A mesma expressão pode ser escrita intercalando as componentes do vetor deslocamento nos nós, dando a seguinte expressão:

$$
\begin{Bmatrix} u \\ v \\ q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9106 & 0 & \\ 0 & 0.9106 & \\ & & \\ & B & \\ & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_7 \\ v7 \\ q4 \\ q5 \\ q6 \end{Bmatrix} \qquad (3.25)
$$

onde $\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}$ é obtida por permutação das linhas e colunas da matriz (15 x 17) do sistema 3.24. Isso significa que o vetor coluna representando os valores das funções de interpolação nos nós do elemento conforme com a devida intercalação das componentes do vetor deslocamento é relacionado com o vetor coluna, representando os valores das mesmas funções de interpolação nos nós do elemento "SOL" com a mesma intercalação pela equação matricial 3.26.

$$
\begin{Bmatrix} u\,1 \\ v\,1 \\ u\,2 \\ v\,2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u\,6 \\ v\,6 \\ q\,4 \\ q\,5 \\ q\,6 \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c:ccc} & & & \\ B' & & 0 & \\ & & & \\ \hdashline & 1 & & 0 \\ 0 & & 1 & \\ & 0 & & 1 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} u1 \\ v1 \\ u2 \\ v2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u7 \\ v7 \\ q4 \\ q5 \\ q6 \end{Bmatrix} \qquad (3.26)
$$

3.5 - CÁLCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ E DO VETOR SEGUNDO MEMBRO ELEMENTARES.

3.5.1 - Generalidades

Nos dois casos estudados (elemento conforme e não conforme), a obtenção da matriz de rigidez e do vetor segundo membro elementares, requer que o tensor das deformações, o tensor das tensões e a deformação volumétrica sejam expressas em função dos valores dos deslocamentos nos pontos nodais dos elementos referentes aos deslocamentos.

O vetor velocidade relativa de filtração deve ser expresso em função dos valores da pressão intersticial nos nós referentes a mesma.

3.5.2 - Expressão do tensor de deformação.

3.5.2.1- Caso do elemento convencional (conforme).

As componentes do tensor das deformações εx, εy e εxy, podem ser obviamente obtidas a partir do sistema 3.12, tomando-se as respectivas derivadas parciais.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon x \\ \varepsilon y \\ \varepsilon xy \end{Bmatrix} = \left[B_e \right] \left\{ \delta \text{ⓔ} \right\} \tag{3.27}$$

onde $\varepsilon x = \frac{\partial u}{\partial x}$, $\varepsilon y = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\varepsilon xy = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$,

$$\left[B_e\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N4}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N5}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N6}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N4}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N5}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N6}{\partial y} \\ \frac{\partial N1}{\partial y} & \frac{\partial N1}{\partial x} & \frac{\partial N2}{\partial y} & \frac{\partial N2}{\partial x} & \frac{\partial N3}{\partial y} & \frac{\partial N3}{\partial x} & \frac{\partial N4}{\partial y} & \frac{\partial N4}{\partial x} & \frac{\partial N5}{\partial y} & \frac{\partial N5}{\partial x} & \frac{\partial N6}{\partial y} & \frac{\partial N6}{\partial x} \end{bmatrix}$$

e $\{\delta (e)\} = \begin{Bmatrix} u(1) \\ v(1) \\ u(2) \\ v(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u(6) \\ v(6) \end{Bmatrix}$

3.5.2.2- Caso do elemento "SOL" (não conforme)

No caso do elemento não conforme, usando a relação 3.27 junto com as equações relativas às componentes do vetor deslocamento do sistema 3.26, obtem-se:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon x \\ \varepsilon y \\ \varepsilon xy \end{Bmatrix} = \left[B_e \right] \left[B' \right] \{\delta e\} \qquad (3.28)$$

$$\text{onde} \quad \{\delta e\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_7 \\ v_7 \end{Bmatrix}$$

3.5.3 - Expressão do tensor das tensões

A partir da relação fundamental da elasticidade linear isotrópica em estado de deformação plana, tem-se que: $\{S' - S'_o\} = \left[D \right] \{\varepsilon\}$ onde $\left[D \right]$ é a matriz de elasticidade do material constituindo o elemento.

Usando as componentes do tensor das tensões efetivas e do tensor das deformações, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma'x - \sigma'xo \\ \sigma'y - \sigma'yo \\ \tau'xy - \tau'xyo \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & D & \\ & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon x \\ \varepsilon y \\ \varepsilon xy \end{Bmatrix} \qquad (3.29)$$

$$\text{onde} \quad D = \frac{E}{(1+\nu) \quad (1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

e E, ν são respectivamente o módulo de elasticidade do esqueleto sólido e seu coeficiente de Poisson.

Substituindo-se respectivamente a relação 3.27 em 3.29 no caso do elemento conforme e 3.28 em 3.29 no caso do elemento não conforme, obtem-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma'x - \sigma'xo \\ \sigma'y - \sigma'yo \\ \tau'xy - \tau'xyo \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Be \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta e \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

e

$$\begin{Bmatrix} \sigma'x - \sigma'xo \\ \sigma'y - \sigma'yo \\ \tau'xy - \tau'xyo \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta e \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

3.5.4 - Expressão da deformação volumétrica

A relação que permite calcular a deformação volumétrica (ε_{vol}) é dada por: $\varepsilon_{vol} = \operatorname{div} \vec{V} = \varepsilon x + \varepsilon y = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$, onde $\vec{V}$ é o vetor deslocamento.

Usando novamente o sistema 3.27 e somando-se εx com εy, tem-se:

$$\dot{\varepsilon} vol = \begin{bmatrix} B\Delta e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta e \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

no caso do elemento conforme, onde:

$$\begin{bmatrix} B\Delta e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N1}{\partial x} & \frac{\partial N1}{\partial y} & \frac{\partial N2}{\partial x} & \frac{\partial N2}{\partial y} & \frac{\partial N3}{\partial x} & \frac{\partial N3}{\partial y} & \frac{\partial N4}{\partial x} & \frac{\partial N4}{\partial y} & \frac{\partial N5}{\partial x} & \frac{\partial N5}{\partial y} & \frac{\partial N6}{\partial x} & \frac{\partial N6}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Obviamente, no caso do elemento não conforme, tem-se:

$$\varepsilon vol = \left[B\Delta_e \right] \left[B' \right] \{\delta e\} \tag{3.33}$$

Os coeficientes de B_e e $B\Delta_e$ são obtidos usando as relações de diferenciação obtidas em 3.5. Todas essas expressões estão deduzidas no Apêndice IV.

Exemplo: $$\frac{\partial N_1}{\partial x} = (4\ L_1 - 1)\ \frac{b_1}{2A}$$

3.5.5 - Expressão do vetor velocidade relativa de filtração, $\vec{W}' = -\rho w\ \vec{W}$ (ver DESAI e CHRISTIAN, 1977).

O vetor velocidade relativa de filtração é dado por:

$$\left\{ W' \right\} = \left[K' \right] \{\overrightarrow{\text{grad}\ (\rho w\ .\ h)}\} \tag{3.34}$$

onde h é a carga hidráulica ($h = \frac{q}{\gamma w} + y$), y é a cota vertical do ponto considerado e $\left[K' \right]$ é a matriz de permeabilidade.

$$\left\{ W' \right\} = \left\{ \begin{matrix} W'x \\ W'y \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} Kxx & Kxy \\ Kxy & Kyy \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \dfrac{\partial q}{\partial x} \\ \dfrac{\partial q}{\partial y} + \rho w \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} W'x \\ W'y \end{matrix} \right\} = \left[K' \right] \left\{ \begin{matrix} \dfrac{\partial q}{\partial x} \\ \dfrac{\partial q}{\partial y} \end{matrix} + \rho w \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right\} \right\} \tag{3.35}$$

As derivadas $\frac{\partial q}{\partial x}$ e $\frac{\partial q}{\partial y}$ são calculadas pelo sistema 3.36.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial q}{\partial x} \\ \frac{\partial q}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{qe} \end{bmatrix} \{P ⓔ\} \qquad (3.36)$$

onde

$$\begin{bmatrix} B_{qe} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_4}{\partial x} & \frac{\partial P_5}{\partial x} & \frac{\partial P_6}{\partial x} \\ \frac{\partial P_4}{\partial x} & \frac{\partial P_5}{\partial y} & \frac{\partial P_6}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Substituindo 3.36 em 3.35 tem-se:

$$\begin{Bmatrix} W'_x \\ W'_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{qe} \end{bmatrix} \{P ⓔ\}$$ (caso do elemento conforme). (3.37)

No caso do elemento não conforme, usando a relação 3.36 junto com as equações, relativas aos valores nodais da pressão do sistema 3.26, obtem-se:

$$\begin{Bmatrix} W'_x \\ W'_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{qe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \end{bmatrix} \{p_e\} \qquad (3.38)$$

onde I_3 é a matriz identidade de dimensão (3x3). Essa relação é a mesma que 3.37 , devido ao fato dos graus de liberdade referentes a pressão serem os mesmos nos casos dos elementos conforme e não conforme.

3.5.6 - Expressão da matriz de rigidez e do vetor segundo membro elementares do elemento conforme.

A integral $\Lambda(u, v, q)$ da expressão 2.42 pode ser calculada como soma de integrais sobre cada elemento constituindo a região. As componentes dos tensores das tensões e deformações, a deformação volumétrica, as componentes do vetor velocidade relativa de filtração, as componentes do vetor tensão na fronteira S_t e o valor da vazão na fronteira S_Q sobre cada elemento, são substituídas pelas suas expressões deduzidas anteriormente em função dos valores das componentes do vetor deslocamento e das pressões intersticiais nos pontos nodais.

Se NTT é o número total dos elementos constituindo a região R, tem-se a funcional 3.39.

Antes de conectar os elementos, essa expressão contém 12 NTT variáveis $\{\delta_{e}\}$ independentes para as componentes dos vetores deslocamento nos pontos nodais referentes aos deslocamentos e 3 NTT variáveis $\{p_{e}\}$ para os valores da pressão intersticial nos nós referentes à pressão.

Devido ao fato dos deslocamentos serem ainda independentes (elementos desconectados), a minimização da funcional 3.39 será obtida minimizando-se cada termo separadamente. Escrevendo-se as equações de EULER em relação as variáveis de deslocamentos para um termo correspondente a um

$$
\begin{aligned}
\Pi(u, v, q) = \sum_{m=1}^{NTT} \Bigg(& \int_{S_e} \frac{1}{2} \{\delta_{e}\}^{T} \left[B_e\right]^T \left[D\right]\left[B_e\right] * \{\delta_{e}\}\, dS + \\
& + \int_{S_e} \{\delta_{e}\}^T \left[B\Delta_e\right]^T \left[P_e\right] * \{p_{e}\}\, dS + \int_{S_e} \frac{1}{2} \{\delta_{e}\}^T * \\
& \left[B_e\right]^T \{S'_o\}\, dS + \int_{S_e} \{\delta_{e}\}^T * \left[N_e\right]^T \{\rho F\}\, dS - \\
& \int_{S_e} \frac{1}{2}\, g * \{p_{e}\}^T \left[B_{qe}\right]\left[K'\right]\left[B_{qe}\right] * \{p_{e}\}\, dS - \\
& - \int_{S_e} g * \{p_{e}\}^T \left[B_{qe}\right]^T \left[K'\right] * \{\rho_w F\}\, dS - \\
& - \int_{S_e} \frac{1}{2}\, g * \{\rho w F\} \left[K'\right] * \{\rho w F\}\, dS - \int_{St \cap S_e} \{\delta_{e}\}^T \left[N_e\right]^T \\
& \left[N_e\right] * \{T_{e}\}\, ds + \int_{S_Q \cap S_e} g * \{p_{e}\}^T \left[P_e\right]^T \left[P_e\right] * \\
& \{Q_{e}\}\, ds \Bigg)
\end{aligned} \qquad (3.39)
$$

elemento, tem-se:

$$\left[K_1 ⓔ\right] \{\delta ⓔ\} + \left[C ⓔ\right]\{p ⓔ\} = - \{MM1 ⓔ\} + \{MM2 ⓔ\} + \{PF1 ⓔ\} = \{F\delta ⓔ\}$$

(3.40)

Agora escrevendo as equações de EULER de um termo em relação aos valores da pressão intersticial nos nós referentes à pressão, tem-se:

$$\left[C ⓔ\right]^T \{\delta ⓔ\} - g * \left[Kp ⓔ\right] \{p_e\} = g* \{ MM3 ⓔ\} - g * \{PP2 ⓔ\}$$

(3.41)

onde:

$$\left[K_1 ⓔ\right] = \int_{S_e} \left[B_e\right]^T \left[D\right]\left[B_e\right] dS$$ é a matriz de rigidez elementar do esqueleto sólido.

$$\left[K_p ⓔ\right] = \int_{S_e} \left[B_{qe}\right]^T \left[K'\right]\left[B_{qe}\right] dS$$ é a matriz de escoamento elementar.

$$\{MM1 ⓔ\} = \int_{S_e} \left[B_e\right]^T \{S'_o\} dS$$ é o vetor força elementar equivalente às tensões iniciais.

$$\{MM2 ⓔ\} = \int_{S_e} \left[N_e\right]^T \{\rho F\} dS$$ é o vetor força elementar equivalente às forças de volume exercidas sobre o esqueleto sólido.

$$\{MM3 ⓔ\} = \int_{S_e} \left[B_{qe}\right]^T \left[K'\right] \{\rho_w F\} dS$$ é o vetor força equivalente às forças de volume exercidas sobre a água.

$$\left[C_{(e)}\right] = \int_{S_e} \left[B_e\right]^T \left[P_e\right] dS$$ é a matriz de acoplamento elementar.

$$\{PP1_{(e)}\} = \int_{S_t \cap S_e} \left[N_e\right]^T \left[N_e\right] \{T_{(e)}\} \, dS$$ é o vetor força elementar equivalente às tensões impostas na fronteira S_t.

$$\{PP2_{(e)}\} = \int_{S_Q \cap S_e} \left[P_e\right]^T \left[P_e\right] \{Q_{(e)}\} \, dS$$ é o vetor força elementar equivalente às vazões impostas na fronteira S_Q.

Derivando-se a equação 3.41 com relação ao tempo, tem-se:

$$\left[C_{(e)}\right] \{\dot{\delta}_{(e)}\} - \left[K_{p(e)}\right] \{p_{(e)}\} = \{MM3_{(e)}\} - \{PP2_{(e)}\} = \{F_{p(e)}\} \tag{3.42}$$

onde $\dot{\delta}_{(e)}$ significa o vetor derivada com relação ao tempo do vetor $\delta_{(e)}$, sendo essa derivação feita para cada componente.

Agrupando 3.40 e 3.42, obtem-se o seguinte sistema de equações para cada elemento.

$$\left[K_{1(e)}\right] \{\delta_{(e)}\} + \left[C_{(e)}\right] \{p_{(e)}\} = - \{MM1_{(e)}\} + \{MM2_{(e)}\} + \{PP1_{(e)}\} = \{F\delta_{(e)}\}$$

$$\left[C_{(e)}\right]^T \{\dot{\delta}_{(e)}\} - \left[K_{p(e)}\right] \{p_{(e)}\} = \{MM3_{(e)}\} - \{PP2_{(e)}\} = \{F_{p(e)}\} \tag{3.43}$$

A matriz $\left[K_{(e)}\right] = \begin{bmatrix} K_{1(e)} & C_{(e)} \\ C^T_{(e)} & K_{p(e)} \end{bmatrix}$ é chamada a matriz de rigidez elementar do elemento conforme.

O vetor $\{F_{\textcircled{e}}\} = \begin{Bmatrix} F_{\delta \textcircled{e}} \\ F_{p \textcircled{e}} \end{Bmatrix}$ é chamado o vetor segundo membro elementar do elemento conforme.

3.5.7 - Expressão da matriz de rigidez e do vetor segundo membro elementares do elemento "SOL" (não conforme).

Usando a relação $\begin{Bmatrix} \delta_{\textcircled{e}} \\ p_{\textcircled{e}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ p_e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B' & 0 \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ p_e \end{Bmatrix}$

e substituindo $\{\delta_{\textcircled{e}}\}$ e $\{p_{\textcircled{e}}\}$ na funcional 3.41 pelas suas expressões em função de $\{\delta_e\}$ e $\{p_e\}$, tem-se a funcional 3.45 válida para o programa "SOL" utilizando o elemento não conforme.

Antes de conectar os elementos, essa expressão contêm 14 NTT variáveis $\{\delta_e\}$ independentes para as componentes dos vetores deslocamentos nos pontos nodais referentes aos deslocamentos e 3 NTT variáveis $\{p_e\}$ para os valores da pressão intersticial nos nós referentes à pressão.

Por minimização de um termo da funcional 3.45 em relação às variáveis deslocamento $\{\delta_e\}$ e em relação às variáveis pressões intersticiais $\{p_e\}$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} K_{1e} \end{bmatrix} \{\delta_e\} + \begin{bmatrix} C_e \end{bmatrix} \{p_e\} = - \{MM1_e\} + \{MM2_e\} + \{PP1_e\} = \{F\delta_e\} \tag{3.46}$$

$$\begin{bmatrix} C_e \end{bmatrix}^T \{\delta_e\} - g * \begin{bmatrix} K_{pe} \end{bmatrix} \{p_e\} = g* \{MM3_e\} - g*\{PP2_e\} = \{F_{pe}\} \tag{3.47}$$

$$
\begin{aligned}
\Pi(u, v, q) = \sum_{m=1}^{NTT} \Bigg(& \int_{S_e} \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T \left[B'\right]^T \left[D\right]\left[B_e\right]\left[B'\right] * \{\delta_e\} \, dS \; + \\
& + \int_{S_e} \{\delta_e\}^T \left[B'\right]\left[B\Delta e\right]\left[P_e\right] * \left[I_3\right] \{p_e\} \, dS \; + \\
& + \int_{S_e} \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T \left[B'\right]^T \left[B_e\right]^T * \{S'_o\} \, dS \; - \\
& \int_{S_e} \{\delta_e\}^T \left[B'\right]^T * \left[N_e\right]^T \{\rho F\} \, dS \; - \\
& - \int_{S_e} \frac{1}{2} g * \{p_e\}^T \left[I_3\right]^T \left[Bq_e\right]\left[K'\right]\left[Bq_e\right] * \left[I_3\right] \{p_e\} \, dS \; - \qquad (3.45) \\
& - \int_{S_e} g * \{p_e\}^T \left[I_3\right]^T \left[Bq_e\right]^T \left[K'\right] * \{\rho wF\} \, dS \; - \\
& - \int_{S_e} \frac{1}{2} g * \{\rho wF\}^T \left[K'\right] \{\rho wF\} \, dS \; - \int_{S_t \cap S_e} \{\delta_e\}^T \left[B'\right]^T \\
& \left[N_e\right]^T \left[N_e\right] * \{T_e\} \, ds + \int_{S_Q \cap S_e} g * \{p_e\}^T \left[I_3\right]^T \\
& \left[p_e\right] * \{Q_e\} \, ds \Bigg)
\end{aligned}
$$

Derivando-se a equação 3.47 com relação ao tempo, obtem-se:

$$\begin{bmatrix} K_{1e} \end{bmatrix} \{\dot{\delta}_e\} + \{C_e\} \{\dot{p}_e\} = \{\dot{F}\delta_e\}$$

$$\begin{bmatrix} Ce \end{bmatrix}^T \{\dot{\delta}e\} - \begin{bmatrix} K_{pe} \end{bmatrix} \{p_e\} = \{F_{pe}\} \qquad (3.48)$$

onde $\begin{bmatrix} K_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1e} & C_e \\ Ce^T & K_{pe} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{(e)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^T$ é a matriz de rigidez elementar do elemento não conforme e

$\{F_e\} = \begin{Bmatrix} F\delta e \\ F_{pe} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^T \{F_{(e)}\}$ é o vetor segundo membro elementar do elemento não conforme.

3.6 - Discretização no tempo durante o processo de consolidação. Obtenção das condições iniciais.

3.6.1 - Generalidades

Todo programa de consolidação calcula uma solução aproximada do problema de consolidação para uma sequência de tempos especificados pelo usuário. O tempo t=0, corresponde à hora da aplicação da carga e está automaticamente incluído na sequência dos tempos, visto que ele corresponde ao tempo do carregamento inicial. A marcha geral do programa consiste, então, em calcular para o tempo, t=0 a solução para calcular as soluções para os tempos da sequência subsequentes ao tempo t=0.

Para cada tempo da sequência, o programa executa uma completa lupe de cálculos, quer para fabricar a solução inicial, quer para calcular a solução para o próximo tempo, a partir das soluções calculadas nos tempos antecedentes.

O caso onde o programa está fabricando a solução inicial é referido no trabalho como "caso não drenado".

No caso, onde o programa está calculando a solução para um tempo (t), da sequência, a partir da solução encontrada para o tempo anterior, é chamado "caso drenante".

3.6.2 - Discretização no tempo: Caso drenante.

Devido à presença de derivadas ($\dot{\delta}_e$) com relação ao tempo na equação 3.44, torna-se necessária a seguinte discretização no tempo. Dentro do intervalo de tempo (t, t + Δt) a solução para o tempo (t + $\frac{\Delta t}{2}$) é calculada a partir da solução conhecida no tempo (t), através do esquema que se segue:

$$\frac{1}{2}\left[K_1 (e)\,(t+\Delta t)\right]\{\delta (e)\,(t+\Delta t)\}\left[C (e)\right]\{P (e)\,(t+\frac{\Delta t}{2})\} = \{F_\delta (e)\,(t+\frac{\Delta t}{2}\} -$$

$$\{F_\delta (e)\,(t)\} + \frac{1}{2}\left[K_1 (e)\,(t)\right]\{\delta (e)\,(t)\} + \left[C (e)\right]\{P (e)\,(t)\} \quad (3.49)$$

$$\left[C_{ⓔ}\right]^T \{\delta_{ⓔ}(t+\Delta t)\} - \Delta t \left[K_{pⓔ}\right] \{P_{ⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2})\} = C_{ⓔ}^T \{\delta_{ⓔ}(t)\} +$$

$$\Delta t \quad \{F_{pⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2})\} \tag{3.50}$$

Onde

$$\{F_{\delta ⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2})\} - \{F_{\delta ⓔ}(t)\} = -\{MM1_{ⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2}) - MM1_{ⓔ}(t)\} +$$

$$\{MM2_{ⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2}) - MM2_{ⓔ}(t)\} + \{PP1_{ⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2}) - PP1_{ⓔ}(t)\}$$

e, (3.51)

$$\{F_{pⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2})\} = \{MM3_{ⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2})\} - \{PP2_{ⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2})\} \tag{3.52}$$

Esse esquema é obtido aproximando $(\dot{\delta}_{ⓔ})$ pelo coeficiente $\dfrac{\delta_{ⓔ}(t+\Delta t) - \delta_{ⓔ}(t)}{\Delta t}$ na equação 3.44.

As equações 3.49 e 3.50 permitem calcular os valores das componentes do vetor deslocamento nos pontos nodais, no tempo $(t + \Delta t)$ e as pressões no tempo $(t + \frac{\Delta t}{2})$, a partir dos valores dos mesmos conhecidos no tempo (t).

O cálculo das componentes do vetor deslocamento no tempo $(t + \frac{\Delta t}{2})$ é feito usando:

$$\delta_{ⓔ}(t+\frac{\Delta t}{2}) = \frac{\delta_{ⓔ}(t+\Delta t) + \delta_{ⓔ}(t)}{2} \tag{3.53}$$

As mesmas equações 3.49, 3.50 e 3.53 podem ser escritas obviamente trocando todos os índices ⓔ pelos indíces $\bar{e}$, usando o elemento não conforme.

$$\frac{1}{2}\left[K_{1e\,(t+\Delta t)}\right]\{\delta_{e(t+\Delta t)}\} + \left[C_e\right]\{p_{e(t+\frac{\Delta t}{2})}\} = \{F_{\delta_{e(t+\frac{\Delta t}{2})}}\} -$$

$$\{F_{\delta e(t)}\} + \frac{1}{2}\left[K_{1e(t)}\right]\{\delta_{e(t)}\} + \left[C_e\right]\{p_{e(t)}\} \qquad (3.54)$$

$$\left[C_e\right]^T\{\delta_{e(t+\Delta t)}\} - \Delta t\left[K_{pe}\right]\{p_{e(t+\frac{\Delta t}{2})}\} = \left[C_e\right]^T\{\delta_{e(t)}\} +$$

$$\Delta t\ \{F_{pe(t+\frac{\Delta t}{2})}\} \qquad (3.55)$$

$$\delta_{e(t+\frac{\Delta t}{2})} = \frac{\delta_{e(t+\Delta t)} + \delta_{e(t)}}{2} \qquad (3.56)$$

3.6.3 - Obtenção das condições iniciais. Caso não drenado.

O processo de discretização anterior, requer o conhecimento das componentes do vetor deslocamento nos pontos nodais e das pressões intersticiais no tempo t=0, para que o processo de consolidação possa evoluir no tempo, a partir dessas condições iniciais.

Se as cargas são aplicadas intantaneamente, o solo comporta-se como um material incompressível e não drenado.

Para levar em consideração a condição de não drenagem durante a aplicação das cargas, basta considerar a matriz de permeabilidade $\left[K'\right]$ como sendo nula, assim como, considerar nulas as vazões especificadas $\{Q_e\}$ na fronteira S_Q.

Anular $\left[K'\right]$ e Q_e na expressão 3.45, tem por consequência a anulação dos dois vetores $\{MM3_e\}$, $\{PP2_e\}$ e da matriz $\left[K_{pe}\right]$ na expressão 3.47. Portanto, o sistema a ser resolvido, nesse caso, se escreve:

$$\left[K_{1e}\right]\{\delta_{e\,o}\} + \left[C_{e\,o}\right]\{P_{e\,o}\} = \{F\delta_{e\,o}\} \qquad (3.57)$$

$$\left[C_{e\,o}\right]\{\delta_{e\,o}\} = 0 \qquad (3.58)$$

A equação 3.58 traduz a incompressibilidade do elemento.

3.7 - Condensação estática do programa "SOL".

3.7.1- Caso drenante

No caso drenante, tanto as componentes do vetor deslocamento nos pontos de GAUSS do elemento quanto as pressões no centro de cada lado, serão conectados com os mesmos do elemento adjacente. Portanto, nesse caso, os únicos graus de liberdade de um elemento que podem ser eliminados são as componentes do vetor deslocamento no centro de gravidade do elemento.

Essa eliminação está feita no programa "SOL" pelo processo de condensação estática (ver DESAI e ABEL, 1972).

Durante esse processo, o tamanho da matriz de rigidez elementar não conforme é reduzida do tamanho (17x17) para o tamanho (15x15), como também, o vetor segundo membro elementar é reduzido do tamanho (17x1) para o tamanho (15x1).

3.7.2- Caso não drenado

De acordo com as recomendações feitas por DESAI e CHRISTIAN (1977), o cálculo das condições iniciais (deslocamentos e pressões iniciais) é efetuado conectando somente as componentes do vetor deslocamento, e deixando as pressões intersticiais independentes de um elemento para um outro adjacente. Dessa forma, os valores iniciais da pressão intersticial, nos nós da malha, podem ser diferentes de um triângulo para um outro vizinho.

Neste caso, algumas pressões intersticiais dentro de um elemento podem ser eliminadas, além das duas componentes do vetor deslocamento no centro do triângulo.

O programa "SOL" elimina pelo mesmo processo de condensação estática, as pressõs intersticiais nos centros do segundo e terceiro lado de cada elemento.

Portanto, a matriz de rigidez elementar não conforme é reduzida do tamanho (17 x 17) para o tamanho (13 x 13), assim como, o vetor segundo membro elementar é reduzido do tamanho (17x1) para o tamanho (13x1). O sistema de equações 3.57 e 3.58 é também reduzido do tamanho (17x17) para o tamanho (13x13), sendo que a última linha deste sistema traduz agora a incompressibilidade no centro do primeiro lado de cada elemento, onde não foi eliminada a pressão intersticial.

3.8 - Imposição das relações entre as componentes do vetor deslocamento nos nós de GAUSS do elemento "SOL" (caso drenante e não drenado), e imposição da condição de incompressibilidade no centro do primeiro lado do elemento (caso não drenado).

Lembre-se que a relação 3.19 deve ser satisfeita entre as seis componentes horizontais do vetor deslocamento nos seis pontos de GAUSS do elemento não conforme , para que essas seis componentes possam ser os valores tomados por uma mesma função polinomial do segundo grau,nos seis pontos de GAUSS de um triângulo. O mesmo vale para as seis componentes verticais do vetor deslocamento.

Por isso, essas relações ($u_1-u_2+u_3-u_4+u_5-u_6=0$ e $v_1-v_2+v_3-v_4+v_5-v_6 = 0$) têm que ser impostas nas soluções das componentes do vetor deslocamento dentro de cada elemento.

A relação 3.19 pode ser escrita da seguinte maneira, envolvendo ao mesmo tempo os u_i e v_i:

$$u_1+0v_1-u_2+0v_2+u_3+0v_3-u_4+0v_4+u_5+0v_5-u_6+0v_6 = 0 \qquad (3.59)$$

O método usado para que essa condição seja satisfeita nas soluções das componentes horizontais do vetor deslocamento, é o método chamado: método da função de penalidade (ver David G. Luenberger).

Basicamente, este método consiste em somar a matriz de rigidez elementar, uma matriz que é 2α ($\alpha > 0$) vezes uma matriz $\left[C\right]$, obtida a partir dos coeficientes da relação linear existente entre as componentes horizontais e verticais do vetor deslocamento.

No caso das componentes horizontais, a construção da matriz $\left[C\right]$ é a seguinte:

a) forma-se um vetor linha $\{L\}$ com os coeficientes da relação linear;

b) forma-se a matriz $\left[C\right]$ pela fórmula $\left[C\right] = \{L\}^T \{L\}$.

O mesmo deve ser feito para a relação entre as componentes verticais do vetor deslocamento nos seis pontos de GAUSS do elemento.

O método da função de penalidade, consistirá em resolver o sistema com grandes valores do coeficiente (α) para cada triângulo.

Essa modificação da matriz de rigidez elementar não conforme, está realizada pelo programa "SOL" para os casos drenante e não drenado.

No caso não drenado, uma relação suplementar existe entre as componentes do vetor deslocamento nos nós do elemento não conforme, traduzindo a incompressibilidade no centro do primeiro lado do elemento.

Essa relação é imposta na solução das componentes do vetor deslocamento pelo mesmo método da função de penalidade, utilizando o processo usado para impor a relação 3.19. Dessa maneira, a matriz de rigidez elementar sofre uma outra modificação para levar em consideração a condição de incompressibilidade do elemento no centro do primeiro lado.

3.9 - Imposição das condições fronteiras

As matrizes de rigidez e os vetores segundo membro elementares, devem ser modificados quando sobre um lado do elemento é imposto um valor conhecido para uma das componentes do vetor deslocamento ou para a pressão intersticial.

A modificação do vetor segundo membro elementar, é feita da seguinte maneira:

a) determinação do número (N) do grau de liberdade, cujo valor será imposto;

b) cálculo do produto do vetor coluna, de número N da matriz elementar pelo valor imposto ao grau de liber dade de número N;

c) subtração do vetor calculado no ítem (b) do vetor original segundo membro;

d) troca do N-ésimo elemento do vetor segundo membro pelo valor imposto.

A modificação da matriz de rigidez elementar, é efetuada da seguinte maneira:

e) anulação dos elementos na linha e na coluna de número N da matriz de rigidez elementar, conservando o valor 1 no cruzamento da N-ésima linha com a N-ésima coluna.

3.10 - Montagem das matrizes de rigidez e dos vetores segundo membro elementares não conforme.

3.10.1- Caso drenante

Depois de ter efetuado a eliminação das componentes do vetor deslocamento no centro dos elementos, cada elemento possui 12 graus de liberdade para as componentes do vetor deslocamento nos nós de GAUSS, e 3 graus de liberdade para os valores da pressão intersticial nos centros dos lados. Em toda a malha desconectada, tem-se então 15 x NTT variáveis na funcional 3.45.

A operação de conecção dos elementos, consiste em impor que os valores dos graus de liberdade num nó pertencendo a dois elementos adjacentes, sejam os mesmos dentro dos dois elementos, tornado-se, então, valores dos graus de liberdade de um nó da malha global.

Por conecção dos elementos, a funcional 3.45 pode ser escrita em função das 5xNCT graus de liberdade da malha (NCT = número total de lados da malha).

Minimizando-se essa nova expressão da funcional 3.45 em relação às componentes do vetor deslocamento nos nós da malha referentes aos deslocamentos, tem-se:

$$\left[K_1\right]\{\delta\} + \left[C\right]\{p\} = -\{MM1\} + \{MM2\} + \{PP1\} = \{F_\delta\} \qquad (3.60)$$

Minimizando-se agora a nova expressão da funcional 3.45 em relação aos valores da pressão interstical nos nós da malha referentes à pressão, obtem-se:

$$\left[C\right]^T \{\delta\} - g{*}\left[K_p\right]\{p\} = g{*}\{MM3\} - g{*}\{PP2\} = \{F_p\} \qquad (3.61)$$

{MM1} é o vetor força glogal equivalente às tensões iniciais, obtido por montagem dos vetores elementares $\{MM1_e\}$.

{MM2} é o vetor força global equivalente às forças de volume exercidas sobre o esqueleto sólido, obtido por montagem dos vetores elementares $\{MM2_e\}$.

{MM3} é o vetor força global equivalente às forças de volume exercidas sobre a água, obtido por montagem dos vetores elementares $\{MM3_e\}$.

{PP1} é o vetor força global equivalente às tensões especificadas e impostas na fronteira S_t.

{PP2} é o vetor força equivalente às vazões especificadas e impostas na fronteira S_Q.

O sistema da equação 3.62 junto com a equação 3.63, obtida por derivação com relação ao tempo da equação 3.61, é o sistema de equações nas variáveis globais $\{\delta\}$ e $\{p\}$ governando o processo de consolidação.

$$\left[K_1\right] \{\delta\} + \left[C\right] \{p\} = \{F_\delta\} \qquad (3.62)$$

$$\left[C\right]^T \{\dot{\delta}\} + \left[K_p\right] \{p\} = \{F_p\} \qquad (3.63)$$

Trocando-se $\dot{\delta}$ por $\dfrac{\delta(t+\Delta t) - \delta(t)}{\Delta t}$ na equação 3.63, obtem-se o seguinte sistema de equações lineares, permitindo calcular a solução global no tempo $(t+\frac{\Delta t}{2})$ em função da solução conhecida no tempo (t) e permitindo, assim, seguir a evolução do processo de consolidação no tempo.

$$\frac{1}{2}\left[K_{(t+\Delta t)}\right] \{\delta_{(t+\Delta t)}\} + \left[C\right] \{p_{(t+\frac{\Delta t}{2})}\} = \{F_{\delta(t+\frac{\Delta t}{2})}\} - \{F_{\delta(t)}\} + \frac{1}{2}\left[K_{(t)}\right] \{\delta_{(t)}\} \qquad (3.64)$$

$$\left[C\right]^T \{\delta_{(t+\Delta t)}\} - \Delta t \left[K_p\right] \{p_{(t+\frac{\Delta t}{2})}\} = \left[C\right]^T \{\delta_{(t)}\} + \Delta t \, \{F_{p(t+\frac{\Delta t}{2})}\} \qquad (3.65)$$

Usando também: $\delta(t + \frac{\Delta t}{2}) = \dfrac{\delta(t+\Delta t) + \delta(t)}{2}$

(3.66)

3.10.2 - Caso não drenado

Depois de ter efetuado a eliminação das componentes do vetor deslocamento no centro dos elementos, e das duas pressões intersticiais no centro do segundo e terceiro lados dos elementos, cada elemento possui agora 12 graus de liberdade para as componentes do vetor deslocamento nos nós de GAUSS e 1 grau de liberdade para o valor da pressão intersticial no centro do primeiro lado dos elementos. Em toda a malha desconectada, tem-se então 13 x NTT variáveis na funcional 3.45.

O programa "SOL" conecta somente os graus de liberdade referentes às componentes do vetor deslocamento, enquanto ele não faz a conecção das pressões intersticiais atuando no centro dos primeiros lados do triângulo. Portanto, a funcional 3.45, torna-se agora, função de (4 x NCT + NTT) variáveis.

Anulando $\left[K'\right]$ e $\{Q_e\}$ na funcional 3.45 expressa em função dessas (4 x NCT + NTT) variáveis, tem-se uma nova expressão para a funcional 3.45.

A minimização dessa nova expressão com relação às componentes do vetor deslocamento nos nós da malha, e depois com relação aos valores das pressões no centro dos primeiros lados dos elementos, leva ao seguinte sistema linear:

$$\left[K_{10}\right]\{\delta_o\} + \left[C_o\right]\{p_{eo}\} = \{F\delta_o\} \qquad (3.67)$$

$$\left[C_{\bar{\theta}}\right]\{\delta_o\} = 0 \qquad (3.68)$$

onde $\left[K_{10}\right]$ é a matriz obtida por montagem das matrizes elementares $\left[Kl_{eo}\right]$ e $\left[C_o\right]$ é a matriz obtida por justaposição das matrizes $\left[C_{eo}\right]$, que não são montadas dessa vez, devido ao fato de não conectar as pressões inters - ticiais entre os elementos.

observação: Nota-se que na equação 3.67 se escreve $\{p_{e_o}\}$, devido ao fato de não se ter conectado as pressões intersticiais entre os elementos.

3.11 - Resolução dos sistemas lineares

3.11.1 - Caso drenante

O sistema das equações lineares 3.64 e 3.65 é resolvido pelo processo de eliminação de GAUSS, permitindo calcular a solução no tempo $(t + \frac{\Delta t}{2})$, a partir da solução conhecida no tempo (t).

3.11.2 - Caso não drenado

Nesse caso, o sistema 3.67 é resolvido junto às condições suplementares 3.68.

3.11.2.1 - Geração das pressões intersticiais nos centros dos primeiros lados dos elementos.

As pressões são p_o, geradas por interações conforme mostra o seguinte esquema interativo:

a) inicialmente, o sistema 3.67 é resolvido com $p_{e_o} = p_{e_o}^{(o)} = 0$, obtendo assim a solução $\delta_0^{(o)}$ do sistema $\left[K_{10}\right] \{\delta_o^{(o)}\} = \{F\delta_o\}$;

b) a partir dessa solução $\delta_o^{(o)}$, calcula-se $p_o^{(1)}$ pela fórmula $p_{e_o}^{(1)} = p_{e_o}^{(0)} - 2\alpha_e \left[C_{e_o}\right]^T \{\delta_{e_o}^{(0)}\}$, onde α_e é o coeficiente de penalidade do i-ésimo elemento;

c) o vetor segundo membro $\{F\delta_o\}$ do sistema 3.67, é modificado usando os novos valores $p_{e_o}^{(1)}$ das pressões intersticiais pela seguinte fórmula:

$$\{F\delta_0^{(1)}\} = \{F\delta_0^{(0)}\} - \left[C_o\right] \{p_{eo}^{(1)}\};$$

d) o sistema $\left[K_{10}\right] \{\delta_0^{(1)}\} = \{F\delta_0^{(1)}\}$ é resolvido para calcular $\delta_0^{(1)}$;

e) o processo interativo, cujo primeiro ciclo foi explicado nos ítens (a), (b), (c) e (d), continua obedecendo as seguintes fórmulas:

$$p_{e_o}^{(j)} = p_{e_o}^{(j-1)} - 2\alpha_e \left[C_{e_o}\right]^T \{\delta_{e_o}^{(j-1)}\}$$

$$\{F\delta_0^{(j)}\} = \{F\delta_0^{(j-1)}\} - \left[C_0\right] \{p_{e_o}^{(j)}\} \text{ e}$$

$$\left[K_{10}\right]\{\delta_0^{(j)}\} = \{F\delta_0^{(j)}\}$$

Após alguns ciclos interativos, a solução converge para uma solução δ_0 e p_{e_o}, obedecendo às condições de incompressibilidade junto com as relações do tipo 3.19.

3.12 - Cálculo das grandezas secundárias dentro de cada elemento.

3.12.1 - Caso drenante

A partir dos valores das componentes dos vetores deslocamentos nos nós de GAUSS de um triângulo e pressões no centro dos lados, as componentes do vetor deslocamento no centro de gravidade do triângulo são calculadas usando as equações de eliminação que foram obtidas durante o processo de condensação estática.

A relação 3.26, permite calcular, em seguida, as componentes do vetor deslocamento nos vértices e meios dos lados de cada triângulo.

A relação 3.27, permite calcular em todos os pontos de um triângulo, as componentes do vetor deformação.

A relação 3.29, permite em seguida calcular em todos os pontos do triângulo, o acréscimo das componentes das tensões efetivas.

A relação 2.11, permite calcular o valor da pressão intersticial em cada ponto do triângulo.

No fim, os campos das componentes do vetor deslocamento, o campo das pressões intersticiais, o campo das componentes dos tensores de deformação e tensões efetivas, são determinadas em qualquer ponto da região, no tempo $(t + \frac{\Delta t}{2})$, a partir dos valores dos mesmos calculados anteriormente no tempo (t).

3.12.2 - Caso não drenado

A partir dos valores das componentes dos vetores deslocamentos nos pontos nodais de GAUSS de um triângulo, e do valor da pressão no centro do primeiro lado do triângulo, os valores das pressões nos centros dos segundo e terceiro lados do triângulo, são calculadas, usando também, as equações de eliminação obtidas durante o processo de condensação estática.

O resultado fundamental do programa "SOL", é que a convergência do processo interativo mostrado em 3.11.2.1, tem por consequência a continuidade do campo das pressões nos centros dos lados dos triângulos, quando se passa de um elemento para um outro adjacente.

Este resultado numérico surpreendente está sendo pesquisado por SOULIÉ e FORTIN (1980).

A partir dos valores das componentes dos vetores deslocamento nos nós de GAUSS e dos valores da pressão nos centros dos três lados, as componentes do vetor desloca - mento no centro de gravidade do triângulo são calculadas.

Os campos das componentes do vetor deslocamento inicial, o campo da pressão intersticial inicial, os campos das componentes dos tensores iniciais de tensão efetiva e deformação são determinadas em qualquer ponto da região, usando também, as equações 3.26, 3.27, 3.29 e 3.11 de maneira análoga ao caso drenante anterior.

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO DO PROGRAMA "SOL"

4.1 - Generalidades

Este programa de elementos finitos foi desenvolvido por M. SOULIÉ (1975), para análise de tensões, deslocamentos e pressão intersticial de um maciço bidimensional de solo, durante o processo de consolidação subsequente a um carregamento externo na fronteira. O esqueleto sólido têm um comportamento elástico, linear por trechos com anisotropia . As suas características de permeabilidade são as de um solo anisotrópico, obedecendo à lei de DARCY.

O programa sofreu, durante este trabalho, algumas alterações, tais como: a introdução de um programa que gera as coordenadas dos meios dos lados dos triângulos; a numeração antihorária dos lados dos triângulos e as condições fronteiras do problema.

Este programa na sua composição original, possui as opções do uso de elemento de junção, assim como, a possibilidade de aplicação à terra armada por geotêxteis. O tamanho do programa foi reduzido, retirando-se essas opções, a fim de compatibilizá-lo com o sistema operacional do Núcleo de Processamento de Dados da UFPb.

Codificado em linguagem FORTRAN IV-G no computador do Núcleo de Computação da Escola Politécnica de Montreal, podendo também ser utilizado em computadores IBM 360 e similares.

O programa "SOL é constituído de um programa principal e quatorze subrotinas específicas que são utilizadas na resolução dos cálculos matemáticos. As subrotinas recebem os seguintes nomes: COMP, COMPC, GTPRDA, SGMPRD, LIGNCO, REDUC, SPBC, SIGELA, DECOMP, SOLVEB, AIBI, RESULT, SBNTA e YIELD.

Este capítulo IV, apresenta uma descrição detalhada das diferentes etapas de cálculo realizadas durante a execução do programa.

Uma relação das variáveis usadas nas etapas de cálculo, encontra-se no Apêndice I.

O programa "SOL", possui uma grande flexibilidade, podendo analisar os diferentes casos que se seguem:

1) Elasticidade bidimensional: NLIM=1, NPERM=0 e NOPT=0;

2) Evolução do processo de consolidação com todo carregamento aplicado no início: NLIM=1, NPERM=0 e NOPT=1;

3) Evolução do processo de consolidação com o carregamento aplicado progressivamente (construção por etapa de um aterro); NLIM > 1, NPERM=0 e NOPT=1;

4) Caso, onde o processo de consolidação não acabou, devido às sequências de tempos fornecidos não terem sido suficientes para chegar à etapa final. A solução pode ser alcançada, usando-se uma etapa de consolidação suplementar; NLIM > 1, NPERM=1 e NOPT=1;

5) Elasticidade unidimensional, bastando, para isso, bloquear as componentes do vetor deslocamento horizontais de todos os pontos nodais da malha de elementos finitos, referentes ao mesmo.

4.2 - ETAPAS DE CÁLCULOS EXECUTADOS PELO PROGRAMA "SOL"

4.2.1 - PROGRAMA PRINCIPAL

LINHAS DO PROGRAMA	
001-028	Dimensionamento de todas as variáveis dimensionais. A descrição detalhada de todas as variáveis, encontra-se no Apêndice I.
029-030	Enchimento dos vetores CU e CV, cujas componentes são os coeficientes da relação 3.59, para as componentes horizontais do vetor deslocamento, e uma relação análoga para as componentes verticais do vetor deslocamento.
031-031	Enchimento do quadro tridimensional LIGN (2, 2, 17), composto de 68 posições, que serão usadas na determinação do primeiro vetor transposição ITRA (17).
032-032	Enchimento da matriz A (6 x 7) do sistema linear 3.21.
033-042	Leitura e impressão dos dados adimensionais do problema.
043-100	Cálculo e impressão das coordenadas do meio dos lados dos triângulos; cálculo da numeração dos lados de cada triângulo; fornecimento do tipo de condições fronteiras a ser verificado dentro dos triângulos.
101-105	Numeração dos triângulos adjacentes a um triângulo

pela subrotina SBNTA e impressão da numeração dos lados dos triângulos; dos triângulos adjacentes e do tipo de condições fronteiras a serem verificadas dentro dos triângulos.

106-110 Leitura e impressão dos dados referentes às condições especificadas sobre as variáveis (u, v, q, Q) nas fronteiras Sd, Sp e S_Q.

111-113 Leitura e impressão dos tempos, para os quais a solução será calculada durante o processo de consolidação.

114-121 Leitura e impressão dos parâmetros de elasticidade, permeabilidade e pressão de pré-adensamento dos materiais constituindo os elementos da malha.

122-161 Declaração de todos os formates de leitura e impressão dos resultados.

162-162 Inicialização da variável NPRIM=0.

163-163 Etiqueta de chegada do comando GOTO da linha 768 do programa principal. Esse GOTO, serve para obter uma etapa de consolidação suplementar, no caso, onde o último tempo não for suficiente para obter uma quase total consolidação. Neste caso, NPERM será dado igual a 1 ao programa, o que permitirá calcular os recalques finais, pois, durante uma etapa de consolidação suplementar todos os elementos estão completamente drenados. No caso de NPERM=0, o programa irá somente até o último tempo de consoli dação solicitado.

164-164 Definição da variável CPR=1

165-165 Cálculo do número total de pontos de GAUSS na malha.

166-166 Cálculo do número total de especificações de deslocamento em u e v.

167-167 Cálculo do número total de lados com pressões especificadas no seu centro.

168-170 Cálculo das coordenadas baricêntricas dos dois pontos de GAUSS, dentro de cada lado da malha.

171-176 Anulação da matriz de elasticidade do esqueleto sólido D (3 x 3) (ver equação 3.29), e da matriz B(15 x 17) do sistema 3.25.

177-183 Cálculo e enchimento da matriz $\left[B \right]$ do sistema 3.25, a partir da matriz $\left[A \right]$ da linha 32.

184-184 Teste usado para não levar em consideração as pressões especificadas no centro dos lados dos triângulos, uma vez que, no caso onde NPRIM=1 , atinge-se a etapa de consolidação suplementar ,que é por definição completamente drenada.

185-185 Teste similar ao anterior, no caso onde não existe nenhuma pressão especificada na fronteira da região do problema.

186-186 Cálculo da variável NPSZ, usada para escolher na lista das especificações de u, v e q, a posição correspondente à primeira pressão especificada.

187-189 Normalização dos valores das pressões especificadas e troca dos sinais, pelo fato do programa considerar as tensões de tração positivas, por consequência as de compressão negativas.

190-190 Etiqueta de chegada do comando GOTO das linhas 184 e 185.

191-192 Anulação do vetor de tensões efetivas SIGTW (9). Esse vetor será enchido posteriormente pelos valores das componentes do tensor das tensões efetivas no centro dos lados de um triângulo.

193-193 Normalização da variável CONTRI (contribuição de tensões iniciais), no caso onde exista tensões iniciais.

194-194 Colocação da quarta unidade periférica de memória (UPM4), na posição inicial.

195-212 Cálculo do tensor das tensões efetivas iniciais (t= 0); anulação das sobrepressões iniciais no centro de cada lado de cada elemento da malha, como também, dos deslocamentos iniciais nos pontos de GAUSS e centro do elemento, e colocação sobre a UPM4 destes resultados para cada elemento.

213-216 Leitura e impressão das componentes horizontais e verticais do vetor tensão total, correspondentes ao carregamento inicial, atuando nas extremidades dos lados dos elementos, onde existem tensões especificadas.

217-217 Início da lupe das etapas de consolidação. Essa lupe, é executada para cada tempo fornecido ao programa. A primeira lupe executada, corresponde à obtenção das condições iniciais (caso não drenado). Uma etapa suplementar, levando aos deslocamento finais correspondente ao fim da consolidação , pode ser realizada pelo usuário.

218-218 Teste usado para não levar em consideração as pressões especificadas, ou seja, considerar apenas as especificações referentes às componentes do vetor deslocamento, visto que a positividade do teste indica que o programa está efetuando a etapa de consolidação suplementar.

219-221 Definição e cálculo da variável CONS, cujos valores 1 ou 2 são utilizados na fórmula 3.56.

222-231 Definição e cálculo das variáveis NLC, LR, LLR , KDIM, KDIM1 e KINC.

232-239 Transferência do conjunto de dados da UPM4 para UPM2, durante a execução da lupe das condições iniciais da etapa de consolidação suplementar.

240-240 Colocação da UPM3 na posição inicial durante o processo de consolidação.

241-241 Cálculo do número de linhas da matriz de rigidez global (ABAND).

242-250 Cálculo do incremento de tempo (DTIME=Δt), correspondente à próxima etapa e cálculo da largura de banda (NBW) da matriz de rigidez global, conforme o número da etapa de consolidação executada.

251-252 Colocação das UPM1 e UPM2 nas posições iniciais.

253-257 Anulação do vetor segundo membro global (FAS) e da matriz de rigidez global (ABAND).

258-258 Início da lupe de cálculo das matrizes de rigidez elementares (AKNC), dos vetores segundo membro elementares (FNC) e da montagem desses, respectivamente, na matriz de rigidez global (ABAND) e no vetor segundo membro global (FAS). Essa lupe, está sendo efetuada sucessivamente sobre cada elemento. (J = 1,NTT).

259-263 Leitura das variáveis (SIGTW, UVT, PREST) nas UPM3 ou UPM2, indicando o estado das tensões efetivas, dos deslocamentos e da pressão intersticial no elemento (J), no fim da etapa de consolidação anterior.

264-264 Chamada da subrotina YIELD, destinada a determinar o valor da variável INDEX para a próxima etapa de consolidação. O valor da variável INDEX será 1 ou 2 dependendo do nível das tensões efetivas, no fim da etapa de consolidação anterior, resulta um estado sobreadensado ou normalmente adensado.

265-266 Anulação do vetor segundo membro elementar não conforme (FNC).

267-269 Cálculo dos coeficientes da matriz de permeabilidade $\left[K'\right]$ do esqueleto sólido do elemento.

270-270 Chamada da subrotina SIGELA, para o cálculo da matriz de elasticidade do esqueleto sólido $\left[D \right]$ do elemento.

271-279 Cálculo das componentes horizontais e verticais dos três vetores fabricados sobre os três lados do elemento (J), orientado no sentido antihorário.

280-283 Cálculo da área do elemento (J) orientado; teste de impressão e de parada, caso de achar a área do elemento (J) como sendo negativa. Isto ocorre, exclusivamente, quando existe erro de dados de coordenadas ou de numeração dos lados dos triângulos.

284-286 Cálculo dos comprimentos dos lados do elemento (J).

287-303 Cálculo da matriz de escoamento elementar $\left[K_p \, e \right]$.

304-307 Anulação da matriz de rigidez elementar conforme $\begin{bmatrix} K_1 \, e & C \, e \\ C^T \, e & K_p \, e \end{bmatrix}$ e do vetor segundo membro elementar conforme $\begin{Bmatrix} F\delta \, e \\ F_p \, e \end{Bmatrix}$

308-312 Anulação do vetor vazão, especificado ao longo dos lados de cada elemento $\{Q \, e\}$ e das tensões especificadas nas extremidades dos lados de cada elemento $\{T \, e\}$.

313-316 Chamada da subrotina COMP, para cálculo dos coeficientes da matriz de rigidez elementar conforme, do esqueleto sólido $\left[K_1 \, e \right]$.

317-324 Chamada da subrotina COMPC, para cálculo dos coeficientes da matriz de acoplamento conforme $\left[C \, e \right]$.

325-330 Anulação dos vetores segundo membro {MM1 e} , {MM2 e}, {MM3 e} e {PP2 e} . Os três vetores {MM1 e}, { MM2 e} e {MM3 e}, são considerados nulos pelo programa "SOL".

331-371 Cálculo da parcela $\{ MM1\, e(t + \frac{\Delta t}{2}) - MM1\, e(t)\}$ da equação 3.51.

372-379 Cálculo da parcela $\{PP2\, e(t + \frac{\Delta t}{2})\}$ da equação 3.52.

380-406 Cálculo dos blocos $\frac{1}{2}\left[K1\, e(t + \Delta t)\right]$, $\left[C\, e\right]$, $- \Delta t \left[K_p\, e\right]$, e cálculo das parcelas $\{F\delta_{e}(t + \frac{\Delta t}{2}) - F\delta_{e}(t)\}$ e $\{F_{p\, e}(t + \frac{\Delta t}{2})\}$ das equações 3.49 e 3.50.

407-408 Chamada de subrotina SGTPRDA, para efetuar o produto das matrizes $\left[B^T\right] \begin{bmatrix} \frac{1}{2} K1\, e(t + \frac{\Delta t}{2}) & C\, e \\ C\, e^{T} & -\Delta t\, K_p\, e \end{bmatrix} \left[B\right]$ e obter

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} K_e(t + \frac{\Delta t}{2}) & C_e \\ C_e^{T} & -\Delta t\, K_{pe} \end{bmatrix}$$

, do sistema 3.54 e 3.55.

409-409 Chamada da mesma subrotina SGTPRDA, para efetuar o produto da matriz $\left[B^T\right]$, pela parcela do vetor segundo membro

$$\left\{ \begin{array}{l} F\delta_{e}(t + \frac{\Delta t}{2}) - F\delta_{e}(t) \\ \Delta t\, F_{p\, e}(t + \frac{\Delta t}{2}) \end{array} \right\}$$

do

sistema 3.49 - 3.50, e obter a parcela do vetor segundo membro

$$SM = \left\{ \begin{array}{l} F\delta e(t + \frac{\Delta t}{2}) - F\delta e(t) \\ \\ \Delta t\ F_{pe}(t + \frac{\Delta t}{2}) \end{array} \right\} \text{do sistema 3.54 - 3.55.}$$

410-413 Cálculo do coeficiente de penalidade αe.

414-418 Modificação da matriz $M = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} Ke(t + \frac{\Delta t}{2}) & Ce \\ Ce^T & - \Delta t\ K_{pe} \end{bmatrix}$,

pelo método das funções de penalidade, conforme o que foi visto no parágrafo 3.8.

419-433 Modificações da mesma matriz, feitas somente no caso, onde o usuário requer uma etapa de consolidação suplementar para calcular os deslocamentos finais, a partir de um tempo correspondente somente a uma consolidação inacabada.

434-439 Adição das parcelas $\frac{1}{2}$ Kle(t)$\{\delta e(t)\}$ e Ce $\{pe(t)\}$, aparecendo na equação 3.54, no caso drenante.

440-441 Multiplicação da parcela $F_{pe}(t + \frac{\Delta t}{2})$ por Δt aparecendo na equação 3.55, no caso drenante.

442-446 Adição da parcela C_e^T $\{\delta e(t)\}$, aparecendo na equação 3.55, no caso drenante.

447-470 Cálculo do vetor ITRA (17). Este vetor é calculado para ser usado na subrotina LIGNCO, a fim de permutar as linhas e colunas das matrizes M e linhas dos vetores SM.

471-473 Chamadas da subrotina LIGNCO. Essas permutações das linhas e colunas das matrizes M e das linhas dos vetores SM, são necessárias para modificar a sequência dos graus de liberdade de um elemento.

<u>Caso drenante</u>: A sequência, é tal que, para cada lado do triângulo, o grau de liberdade referente à pressão no centro do lado segue os quatro graus de liberdade, referentes às componentes do vetor deslocamento nos pontos de GAUSS deste lado. Dessa maneira, os dois graus de liberdade pertencentes ao centro de gravidade do triângulo, correspondem às duas últimas posições.

<u>Caso não drenado</u> (condições iniciais): A sequência consiste em usar as doze primeiras posições para os doze graus de liberdade referentes às componentes do vetor deslocamento nos 6 - pontos de GAUSS do elemento, seguidos das três pressões nos centros dos lados do elemento e dos graus de liberdade referentes às componentes do vetor deslocamento no centro de gravidade do triângulo.

474-476 Chamada da subrotina REDUC, para eliminar dois ou quatro graus de liberdade, conforme o ítem 3.7.

477-478 Chamada da subrotina SPBC, para impor as condições fronteiras nas variáveis u, v e q, conforme o ítem 3.9.

479-490 Modificação da matriz $\left[K1e0\right]$ do sistema 3.57 - 3.58 , para forçar a condição de incompressibilidade no centro do primeiro lado do triângulo, confor me o que foi visto no ítem 3.8.

491-529 Montagem das matrizes elementares e vetores segundo membro elementares respectivamente, na matriz de rigidez global e vetor segundo membro global.

530-610 Lupe de cálculo dos valores das componentes do vetor deslocamento nos pontos de GAUSS da malha, e dos valores da pressão no centro dos lados (caso drenante) ou somente no centro do primeiro lado de cada triângulo (caso não drenado), conforme o que foi visto em 3.8.

611-612 Colocação das UPM_2 e UPM_3 nas posições iniciais.

613-747 Lupe de cálculo e armazenamento das grandezas secundárias em cada elemento. Durante essa lupe são calculadas:

1) As pressões nos centros dos segundo e terceiro lados do triângulo no caso não drenado.
2) As componentes do vetor deslocamento no centro de gravidade do elemento.
3) As componentes do vetor deslocamento nos vértices e meios dos lados de cada triângulo.
4) As deformações no centro de cada lado do triângulo.
5) As componentes do tensor das tensões efetivas no centro de cada lado do elemento.

748-750 Impressão das variáveis tempo de consolidação e número total de interações, necessárias durante a penúltima lupe (530 - 610). Impressão dos cabeçalhos "TENSÕES E DESLOCAMENTOS", conforme o que está apresentado na página de resultados, mostrado no Apêndice VI.

751-754 Colocação das UPM1, UPM2, UPM3 e UPM4 nas posições iniciais.

755-763 Lupe de escritura dos resultados definitivos para cada triângulo, sendo impressos:

1) O número do triângulo junto com a variável INDEX correspondente ao estado normalmente ou sobre-adensado do material constituindo o elemento, no fim da etapa de consolidação anterior.
2) O estado das tensões efetivas; as pressões e os valores e direções das tensões efetivas principais nos centros dos três lados do triângulo e no seu centro de gravidade.
3) Os valores das componentes do vetor deslocamento nos pontos de GAUSS de cada lado do triângulo e no seu centro de gravidade.

764-768 Testes para executar ou não a etapa de consolidação suplementar.

769-770 Fim do programa principal.

4.2.2 - Subrotinas

Subrotina COMP:

Executa as integrações necessárias, para o cálculo da matriz de rigidez elementar, conforme $\left[K1_{(e)}\right]$.

Subrotina COMPC:

Executa as integrações necessárias, para o cálculo da matriz de acoplamento conforme $\left[C_{(e)}\right]$.

Subrotina GTPRDA:

Executa o produto $R = \left[B\right]^T \times \left[K_{(e)}\right]$ das matrizes $\left[B\right]$ e $\left[K_{(e)}\right]$.

Subrotina SGMPRD:

Executa o produto $\left[R\right] \times \left[B\right]$, para obter a matriz $\left[K_e\right]$, conforme o que foi visto no parágrafo 3.5.7.

Subrotina LIGNCO:

Permuta linhas ou colunas de uma matriz ou linhas de um vetor.

Subrotina REDUC:

Elimina dois ou quatro graus de liberdade de um elemento, conforme o que foi visto no parágrafo 3.7.

Subrotina SPBC:

Impõe as condições fronteiras sobre as componentes do vetor deslocamento e sobre as pressões, nos nós de um lado do elemento na fronteira da malha, conforme o que foi visto no parágrafo 3.9.

Subrotina SIGELA:

Calcula a matriz de elasticidade $\left[D\right]$ do esqueleto sólido para cada elemento.

Subrotina DECOMP:

Executa a eliminação de GAUSS sobre a matriz de rigidez global.

Subrotina SOLVEB:

Calcula a solução do sistema linear global, a partir dos resultados da eliminação de GAUSS, feita durante a subrotina DECOMP.

Subrotina AIBI:

Calcula os coeficientes da matriz UMAT, permitindo, dessa forma, o cálculo das componentes do tensor das deformações, a partir das componentes do vetor deslocamento nos nós do elemento conforme.

Subrotina RESULT:

Diagonaliza o tensor das tensões efetivas, no centro de cada lado de um triângulo e imprime os resultados, conforme o que está mostrado no Apêndice VI.

Subrotina SBNTA

Numera os triângulos adjacentes a um triângulo e imprime essa numeração junto ao tipo de condições fronteiras, caso haja.

Subrotina YIELD:

Verifica para cada elemento o seu estado de pré-adensamento, e muda, caso necessário, as características mecânicas do material constituindo o elemento , de acordo com o estado de pré-adensamento atingido na fase final de consolidação anterior.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DE ALGUNS RESULTADOS OBTIDOS COM O PROGRAMA "SOL".

5.1 - Generalidades

A finalidade desse capítulo é a de verificar o funcionamento do programa "SOL", depois dele ter sido implantado no sistema computacional do NPD-UFPb.

Basicamente, dois problemas fundamentais do fenômeno de consolidação, foram analisados.

O primeiro problema consiste em calcular os valores dos recalques finais de consolidação quando todas as sobrepressões estiverem dissipadas. Por isso, foram calculados com o programa "SOL" os recalques finais de consolidação de um aterro de forma trapezoidal, de dimensões variáveis, postos sobre uma camada de solo compressível, sendo esses resultados comparados com os obtidos através da teoria unidimensional vertical de TERZAGHI.

O segundo problema consiste, na determinação do grau de recalque de consolidação em função do tempo, calculado a partir da colocação de um aterro, de forma retangular, de dimensões variáveis, aplicado sobre uma camada de solo compressível. Essa configuração, corresponde ao problema que foi tratado analiticamente por YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978), onde se tem para fins de comparação, resultados, mostrando a evolução do grau de recalque de consolidação em função do tempo.

5.2 - PROBLEMA I

5.2.1 - Generalidades.

Onze casos diferentes de um aterro, colocado sobre uma camada de solo compressível, cujo parâmetro b (semi-largura da plataforma do aterro) varia de zero a dez, foram analisados. Os parâmetros geométricos e mecânicos envolvidos nessa análise são mostrados na Figura 5.1.

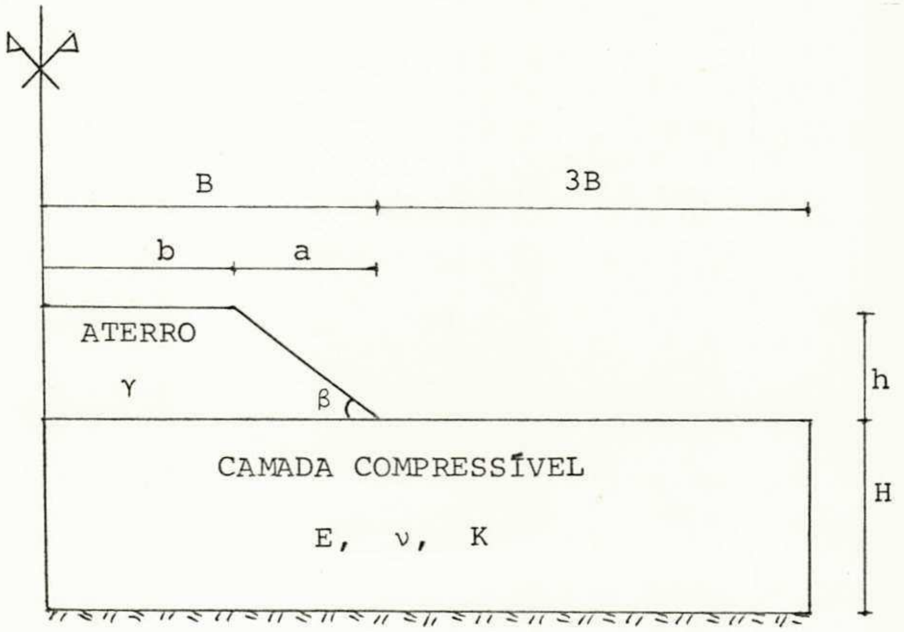

Figura 5.1 - Parâmetros geométricos e mecânicos envolvidos no problema.

- Parâmetros geométricos

H - altura da camada de solo compressível (H=10m).

h - altura do aterro (h = 4m).

B - semi-largura da base do aterro.

b - semi-largura da plataforma do aterro.

a - diferença entre a semi-largura da base do aterro e a semi-largura da plataforma do aterro.

β - ângulo de inclinação do talude do aterro (β=3:2)

- Parâmetros mecânicos

E - módulo de deformação elástica da camada de solo compressível.

ν - coeficiente de Poisson da camada de solo compressível.

γ - massa específica do material do aterro.

K - permeabilidade da camada de solo compressível.

5.2.2 - Malha de elementos finitos

A fundação do aterro correspondente à camada compressível foi dividida em 64 elementos, que se distribuem conforme mostra a Figura 5.2. Essa malha de elementos finitos é gerada pelo programa "SOL", bastando para isso, que o usuário forneça as respectivas coordenadas, horizontal e vertical, dos meios dos lados dos triângulos.

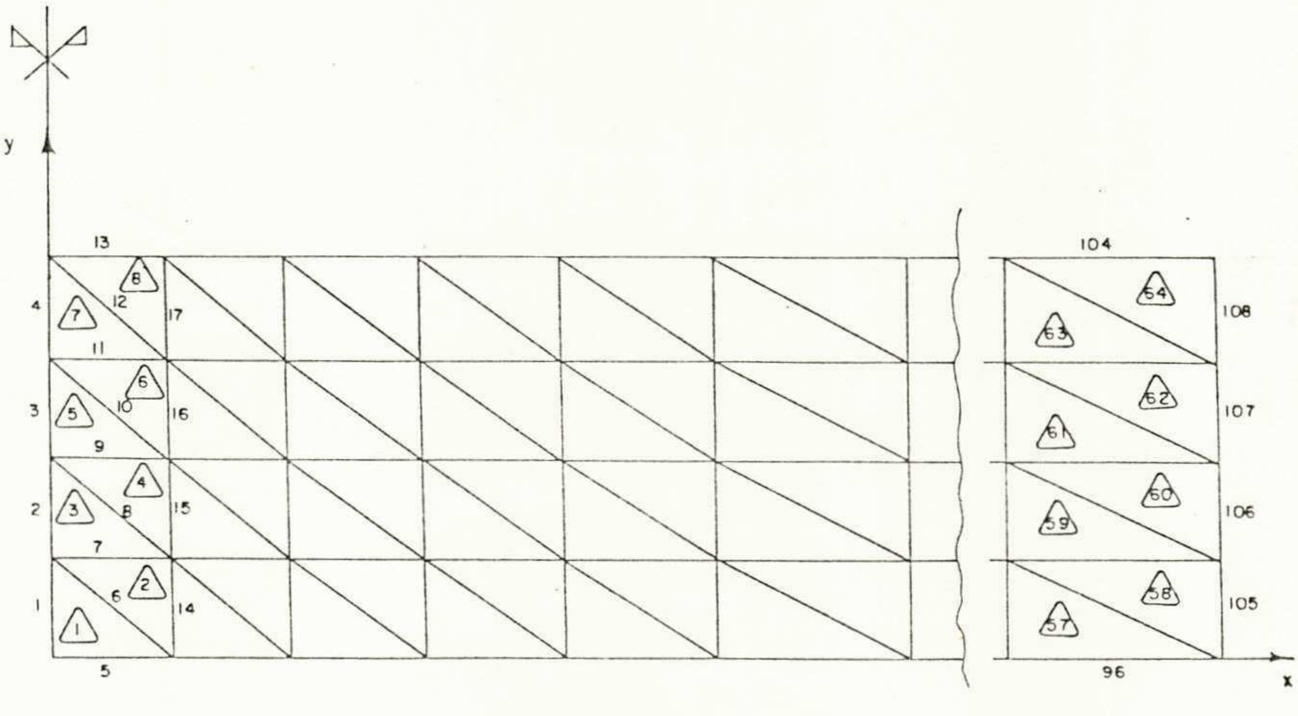

Figura 5.2 - Rêde de elementos finitos.

A região mais próxima do centro do aterro, onde maiores deslocamentos eram esperados, dividiu-se em elementos menores. As dimensões dos elementos aumentam gradativamente à medida que os mesmos se distanciam dessa região.

5.2.3 - Condições fronteiras

A fixação das fronteiras confinantes da rêde de elementos finitos, obedecem aos seguintes critérios:

- a fronteira à frente do talude foi determinada analisando-se várias distâncias do pé do talude a esta fronteira, considerando-se os deslocamentos horizontais bloqueados (u = 0), e liberando-se os mesmos sobre a fronteira em foco. Acredita-se que a situação real, ocupa uma posição intermediária. Desta forma, os deslocamentos a serem comparados com a teoria de TERZAGHI, serão aqueles obtidos pela média entre as duas situações. A fronteira ideal é considerada aquela que dista 3,0 B a partir do pé do talude (ver Figura 5.1).

- a outra fronteira lateral foi colocada no eixo de simetria vertical do aterro. Nesses pontos de GAUSS somente os deslocamentos verticais são permitidos.

- a fronteira superior, corresponde à superfície superior da camada de solo compressível (ver Figura 5.3).

- a fronteira inferior, corresponde à superfície inferior da camada de solo compressível (ver Figura 5.3).

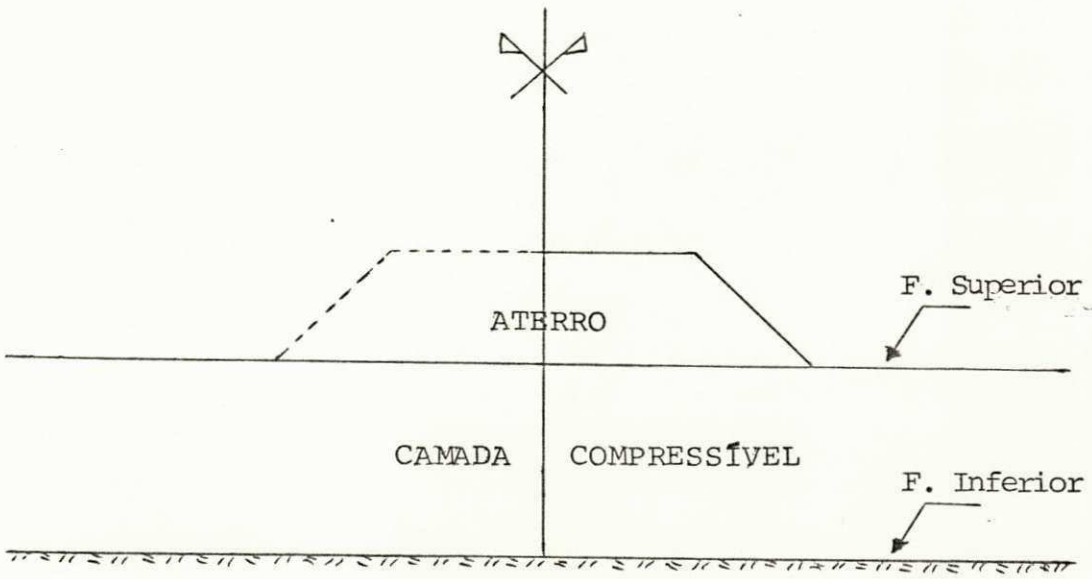

Figura 5.3 - Camada compressível e aterro.

Para obtenção dos recalques finais de consolidação pelo programa "SOL" foram estabelecidas as seguintes especificações sobre as fronteiras do problema:

- os deslocamentos horizontais, ora são especificados nulos na fronteira lateral à frente do talude (fronteira bloqueada), ora são liberados (fronteira não bloqueada).

- os deslocamentos verticais, são especificados nulos na fronteira inferior, pois, trata-se de uma fronteira rígida (por exemplo: camada rochosa).

- as pressões são especificadas nulas na fronteira superior da camada compressível, permitindo, desta forma , uma perfeita drenagem.

- as vazões são especificadas nulas nas fronteiras laterais e inferior, não permitindo, assim, nenhuma percolação de água, através das mesmas, sendo, portanto, fronteiras impermeáveis.

- as tensões são especificadas em partes da fronteira superior correspondentes à interface (aterro-camada compressível).

5.2.4 - Escolha dos parâmetros mecânicos

Os parâmetros mecânicos foram estabelecidos, analisando-se, através das fontes bibliográficas, valores que melhor se adaptavam ao problema estudado. Portanto, adotaram-se os seguintes valores: ν = 0,33, E=1500 kPa, K = 2 x10^{-5} m/dia e γ = 18 kN/m^3.

5.2.5 - Cálculo dos recalques finais através da teoria de TERZAGHI.

Os recalques finais de consolidação foram calculados usando a expressão 5.1 .

$$r = m_v \, \sigma \, H = \frac{\gamma \, h \, H \, I\sigma}{E} \qquad (5.1)$$

onde: r é o recalque final de consolidação.

m_v é o coeficiente de compressão

σ é a tensão correspondente à carga aplicada sobre a camada compressível.

$I\sigma$ é o coeficiente de influência, no nível correspondente ao centro da altura da camada compressível.

H é a altura da camada compressível.

A determinação dos coeficientes de influência, foi feita em função dos parâmetros geométricos do aterro ($\frac{a}{z}$, $\frac{b}{z}$, $z = \frac{H}{2}$), através da Figura 5.4.

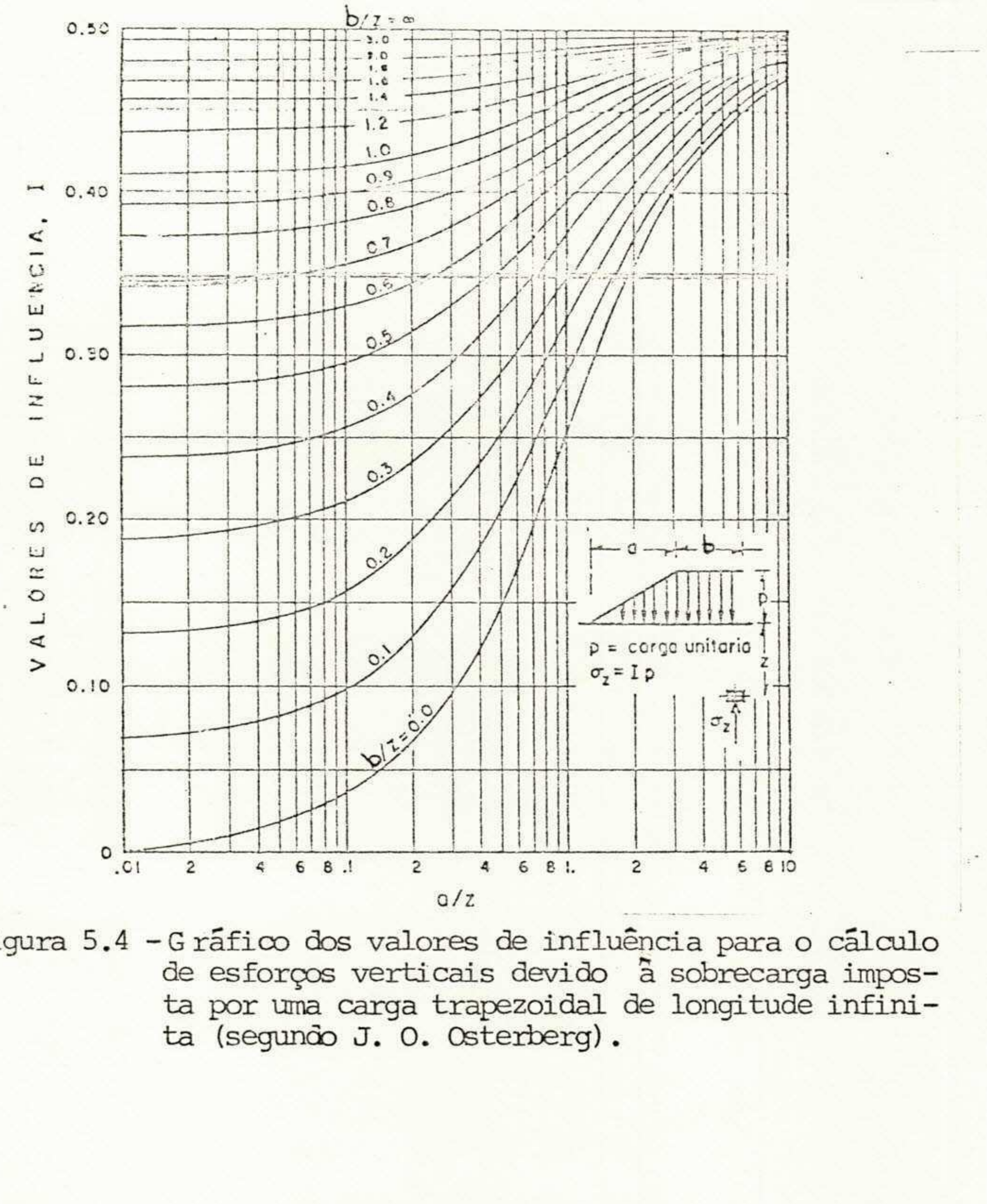

Figura 5.4 - Gráfico dos valores de influência para o cálculo de esforços verticais devido à sobrecarga imposta por uma carga trapezoidal de longitude infinita (segundo J. O. Osterberg).

5.2.6 - Análise dos resultados

O bom funcionamento do programa "SOL" foi mostrado, comparando-se os recalques finais obtidos pela teoria clássica unidimensional de TERZAGHI com a solução unidimensional obtida com o programa, pois, constatou-se uma discrepância praticamente desprezível.

Para verificar o uso da teoria acima citada, a fim de aproximar um problema bidimensional, durante o cálculo do recalque final no centro e no pé do talude de um aterro trapezoidal de geometrias variáveis, colocado acima de uma camada compressível, comparou-se o resultado obtido com a solução bidimensional obtida pelo programa.

Os recalques finais calculados no centro do aterro por ambas as teorias, estão apresentados na Tabela 5.1, com as suas respectivas discrepâncias, podendo as mesmas chegarem até 11,2%, enquanto os calculados no pé do talude apresentaram discrepâncias de até 35,0%.

b (m)	r(bloqueado) (cm)	r(não bloqueado) (cm)	r(médio) (cm)	r(Terzaghi) (cm)	Diferença Relativa (%)
0,0	24,6	25,5	25,1	26,9	7,2
1,0	29,0	29,9	29,5	32,8	11,2
2,0	34,0	35,5	34,7	37,2	7,2
3,0	36,5	38,0	37,3	40,5	8,6
4,0	38,1	39,7	38,9	42,4	9,0
5,0	39,3	40,9	40,1	44,1	10,0
6,0	40,0	41,7	40,8	45,1	10,5
7,0	40,4	42,3	41,4	45,7	8,9
7,5	41,0	42,8	41,9	46,3	10,5
9,0	41,3	43,2	42,2	46,6	10,4
10,0	41,4	43,2	42,3	46,8	10,6

Tabela 5.1 - Recalques calculados no centro do aterro.

5.3 - PROBLEMA II

5.3.1 - Generalidades

Dois casos diferentes de um aterro, colocado acima de uma camada compressível, apresentando relações entre a semi-largura (b) e a altura da camada compressível (H), tais como, $\frac{b}{H} = 0{,}1$ e $\frac{b}{H} = 2{,}0$ foram analisados, visando-se avaliar a velocidade de consolidação. Para isso, traçaram-se curvas do grau de recalque de consolidação no centro da base inferior do aterro em função do tempo com os resultados obtidos pelo programa, a fim de compará-las com as curvas de YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978), mostradas na Figura 3(a) da página 101. Essas curvas de YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978) foram obtidas a partir de uma solução analítica do mesmo problema, usando as mesmas geometrias.

Os autores acima citados, analisaram curvas de evolução do grau de recalque de consolidação em função do tempo para cinco diferentes geometrias, porém, foram escolhidos os dois casos extremos citados anteriormente, ou sejam , $\frac{b}{H} = 0{,}1$ e $\frac{b}{H} = 2{,}0$, a fim de compará-las com as curvas obtidas com o programa "SOL".

Os parâmetros mecânicos envolvidos nessa análise são os mesmos mostrados na Figura 5.1, enquanto os geométricos estão apresentados na Figura 5.5.

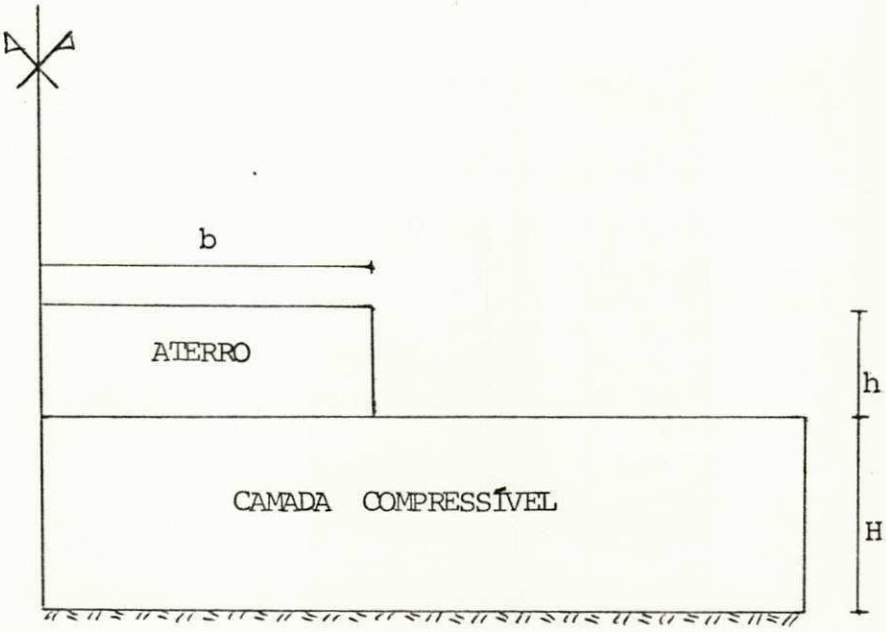

Figura 5.5 - Parâmetros geométricos.

onde,

H - altura da camada compressível

h - altura do aterro (h = 4m)

b - semi-largura do aterro.

5.3.2 - Malha de elementos finitos

A malha usada é a mesma que a apresentada no parágrafo 5.2.2.

5.3.3 - Condições fronteiras

As condições fronteiras utilizadas são as mesmas usadas durante a análise dos recalques finais, apresentadas no parágrafo 5.2.3.

5.3.4 - Escolha dos parâmetros mecânicos

Apenas o coeficiente de Poisson do esqueleto sólido foi modificado para o valor ν = 0,30, a fim de concordar com o mesmo usado por YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978). Os outros parâmetros permaneceram os mesmos utilizados no parágrafo 5.2.4.

5.3.5 - Cálculo do grau de recalque de consolidação

O grau de recalque de consolidação foi calculado usando a mesma expressão utilizada por YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978), sendo dada pela seguinte equação:

$$Us(T) = \frac{\underset{Wz=1}{(T = T)} - \underset{Wz=1}{(T = 0)}}{\underset{Wz=1}{(T \to \infty)} - \underset{Wz=1}{(T = 0)}} \tag{5.2}$$

Nessa equação 5.2 T é o fator tempo, sendo o mesmo calculado pela expressão 5.3.

$$T = \frac{C_v\, t}{H^2} \tag{5.3}$$

onde, C_v é o coeficiente de consolidação vertical

t é o tempo de consolidação

H é o maior caminho de drenagem, sendo nesse caso, a altura total da camada compressível devido a mesma ser apenas drenada pela fronteira superior.

O numerador da expressão 5.2 é o recalque de consolidação, calculado no centro da base inferior do aterro (z =1), para o tempo t correspondente ao fator tempo (T). Esse recalque de consolidação é dado pela diferença entre o recalque

(T = T)
calculado no tempo t (Wz=1) e o mesmo calculado no tempo
(T = 0)
t=0 (Wz=1).

O denominador da expressão 5.2 é o recalque de consolidação calculado no centro da base inferior do aterro, sendo o

(T → ∞)
mesmo dado pela diferença entre o recalque final (Wz = 1) e o
(T = 0)
recalque inicial (Wz = 1).

No caso da teoria unidimensional de TERZAGHI, o grau de recalque de consolidação é igual ao grau de consolidação , pelo fato de que no tempo t=0, correspondente ao momento da aplicação do carregamento, o recalque inicial é nulo. Isto se deve ao fato de, nesse caso particular, tanto a parte esférica quanto a desviatórica do tensor das deformações serem nulas.

5.3.6 - Análise dos resultados

O processo de evolução do grau de recalque de consolidação no tempo, após a aplicação do carregamento foi verificado, comparando-se os resultados obtidos com o programa com os mesmos obtidos analiticamente por YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978), durante a obtenção da solução de um problema de elasto-consolidação bidimensional de um maciço de solo compressível submetido ao carregamento de um aterro retangular. Essa comparação foi feita para duas geometrias diferentes, onde se observou uma aceitável concordância entre os resultados.

A evolução do grau de recalque de consolidação com o tempo, correspondente à solução de um problema unidimensional usando o programa "SOL", está apresentada na Figura 5.6, juntamente com a curva obtida por YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978), como também, a curva de TERZAGHI convencional utilizada frequentemente em projetos de fundações. Como se pode observar, houve uma aceitável concordância entre os resultados obtidos.

As Figuras 5.7 e 5.8 apresentam respectivamente as curvas do grau de recalque de consolidação em função do tempo, correspondentes à solução de um problema bidimensional usando o programa, juntamente com as curvas obtidas por YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978), referentes às duas geometrias analisadas, ou sejam, $\frac{b}{H} = 0{,}1$ e $\frac{b}{H} = 2{,}0$, como também, a curva de TERZAGHI convencional.

Comparando-se os resultados obtidos com o programa e os mesmos determinados analiticamente por YAMAGUCHI e MURAKAMI (1978), observou-se uma aceitável concordância.

As discrepâncias observadas para os tempos maiores são devidos à imprecisão dos cálculos, quando usados grandes incrementos de tempo (Δt), pois como se sabe durante a discretização no tempo mostrada no parágrafo 3.6.2, usou-se a seguinte aproximação:

$$\dot{\delta}_{(e)} = \frac{\delta_{(e)}(t+\Delta t) - \delta_{(e)}(t)}{\Delta t} \qquad (5.4)$$

Portanto, para maiores valores de Δt a aproximação das derivadas com relação ao tempo do vetor δ (e) mostrada na equação 5.4, pode acarretar erros e gerar resultados imprecisos.

Analisando-se por exemplo a curva do grau de recalque de consolidação em função do tempo para a geometria $\frac{b}{H} = 0{,}1$ (ver Fig. 5.7), pode-se constatar que para um tempo T = 0,01, o grau de recalque de consolidação atinge aproximadamente 10% usando a curva de TERZAGHI convencional, enquanto atingiria 41% do mesmo utilizando a curva obtida com o programa "SOL".

As mesmas curvas da Figura 5.7 mostram também que para atingir o mesmo grau de recalque de consolidação (Us = 41%) obtido pelo programa depois de 11 meses (T=0,01), precisa-se de aproximadamente 13 anos usando a curva de TERZAGHI convencional.

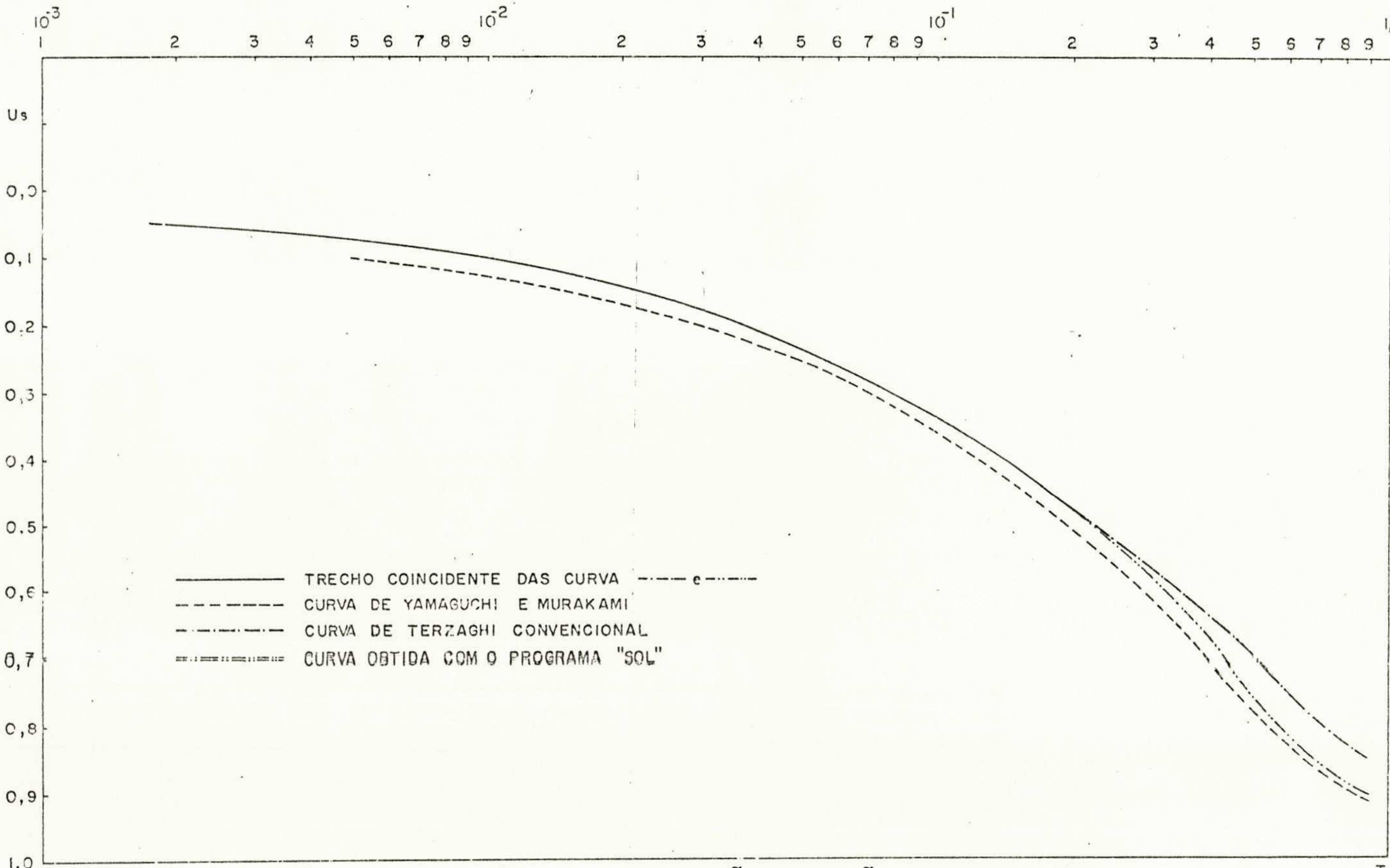

Figura 5.6 - Curvas do grau de recalque de consolidação em função do fator tempo, no caso de um problema unidimensional.

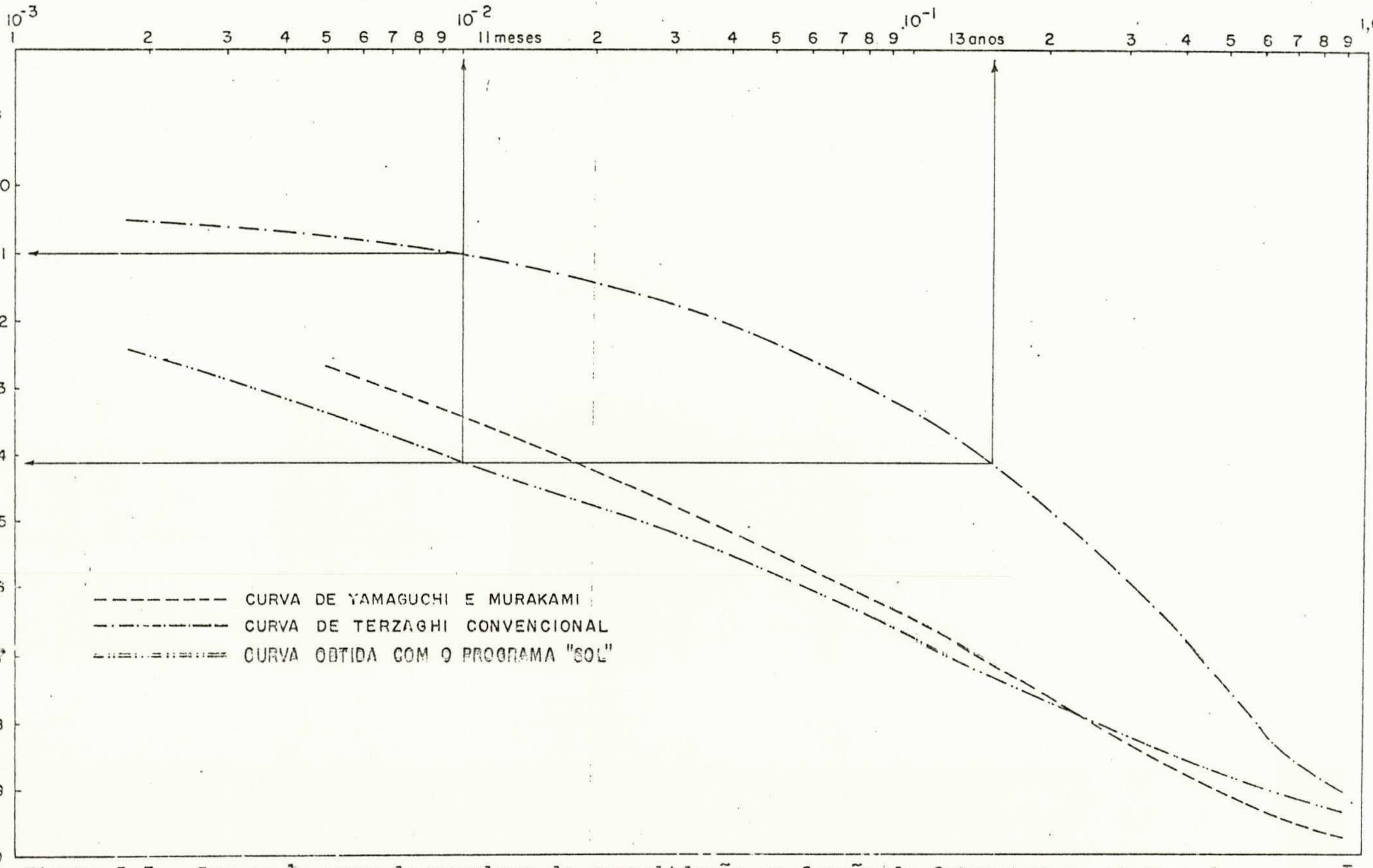

Figura 5.7 - Curvas do grau de recalque de consolidação em função do fator tempo, no caso de um problema bidimensional, para a geometria $\frac{b}{H} = 0,1$.

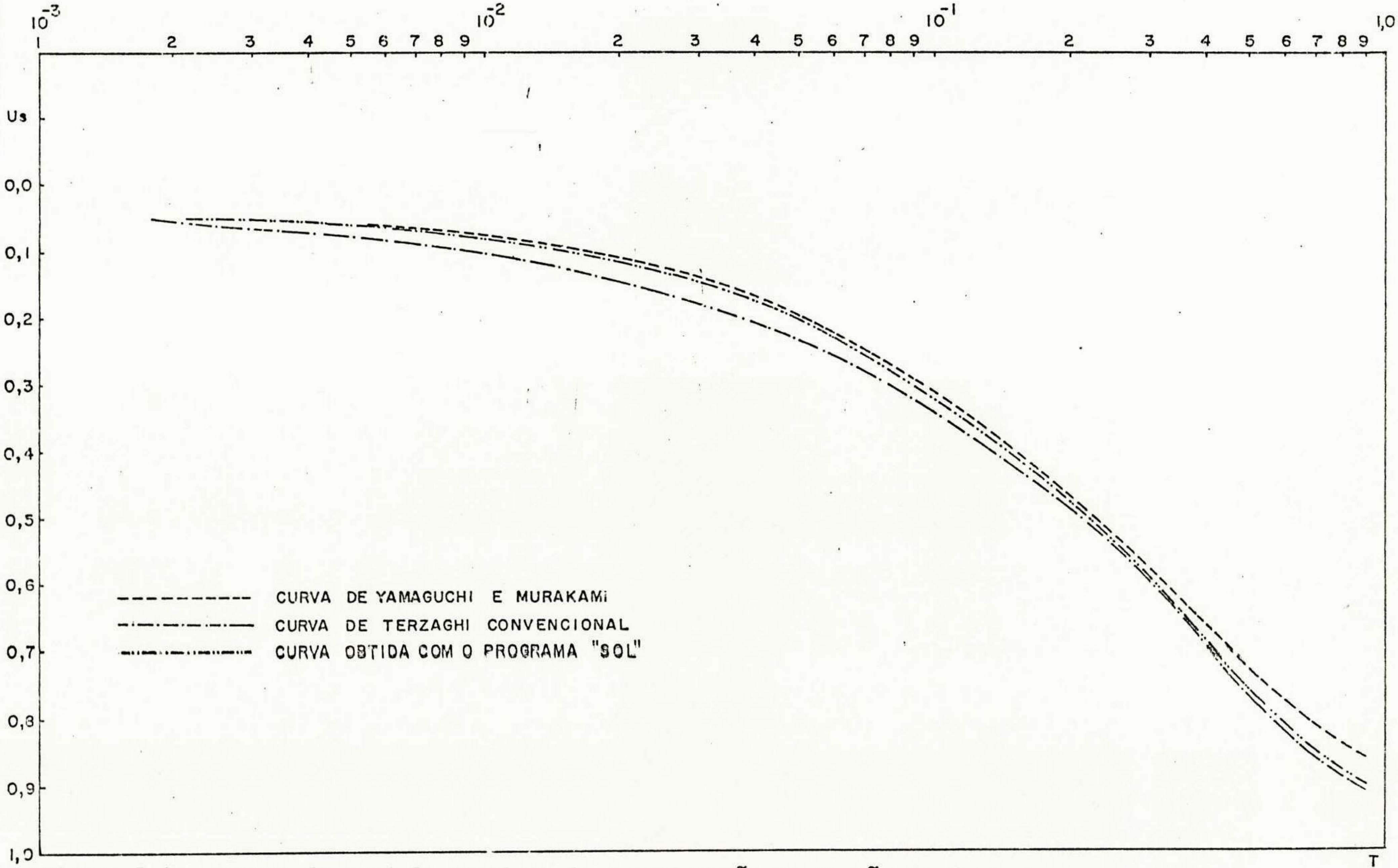

Figura 5.8 - Curvas do grau de recalque de consolidação em função do fator tempo, no caso de um problema bidimensional, para a geometria $\frac{b}{H}$ = 2,0.

5.4 - USO GERAL DO PROGRAMA "SOL

O uso geral do programa "SOL, consiste em estudar o comportamento a curto prazo, longo prazo e no decorrer do tempo de quaisquer tipos de fundações bidimensionais postas sobre camadas compressíveis.

Dois casos podem ser considerados dependendo da rigidez da fundação:

a) a rigidez da fundação pode ser desprezada (fundação completamente flexível). Isto se refere ao caso particular analisado neste trabalho, ou seja, construção de aterros e barragens de terra no topo das camadas compressíveis. Neste caso, o corpo do aterro não está incorporado na malha de elementos finitos, e as pressões de contato entre a base inferior do aterro e a camada compressível são algumas das condições fronteiras do problema, devendo ser determinadas antecipadamente a fim de servirem de dados do programa.

Evidentemente, nenhuma informação sobre o estado das deformações e tensões dentro do corpo do aterro será determinada pelo programa. Este caso será usado quando as deformações e recalques das camadas compressíveis forem muito mais importantes que a própria deformação do corpo do aterro.

b) a rigidez da fundação é levada em consideração na análise das deformações e recalques. Portanto, a geometria do maciço da fundação (sapata corrida, radier, muro de arrimo) está incorporada à malha de elementos finitos. As características mecânicas dos materiais que constituem a fundação são também consideradas.

Dois subcasos podem então ser tratados:

b.1 - O maciço da fundação atua como simples transmissor de cargas entre uma superestrutura (edifícios, pontes) e as camadas compressíveis. Essas cargas, como também, os seus pontos de aplicação devem ser conhecidos, a fim de fazer parte dos dados de entrada do programa.

b.2 - O maciço da fundação atua como carga pelo seu peso próprio. Isto, se refere ao caso de um aterro sobre uma camada compressível, onde as próprias deformações e recalques, dentro do corpo do aterro sob o único efeito do peso do seu material constituinte não são desprezadas na frente das mesmas nas camadas inferiores. Essas camadas inferiores, podem ser camadas rígidas como no caso de uma barragem de terra sobre rocha.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

6.1 - CONCLUSÕES

As conclusões que podem ser fornecidas, a partir dos resultados numéricos obtidos, são as seguintes:

1) O programa "SOL" uma vez implantado no sistema computacional do NPD-UFPb, está fornecendo resultados numéricos aceitáveis, quando trata de um problema de elasto-consolidação bidimensional.

2) Os resultados apresentados na Tabela 5.1 mostram que o uso da teoria unidimensional de TERZAGHI para aproximar um problema bidimensional, durante o cálculo do recalque final no centro da base inferior de um aterro, colocado acima de uma camada compressível, pode gerar discrepâncias de até 11,2%.

3) No pé do talude, os resultados obtidos mostram que os recalques finais calculados pelo programa podem chegar a ter uma discrepância de até 35,0% com relação aos mesmos calculados pelos métodos clássicos.

4) O uso da teoria clássica unidimensional de TERZAGHI para aproximar um problema bidimensional, como foi o caso de uma camada compressível submetida a um carregamento retangular, pode trazer grandes erros quando da avaliação da

velocidade de consolidação.

5) Sempre que surgir um problema bidimensional, em que se tenha grande interêsse de conhecer melhor a evolução do grau de recalque de consolidação em função do tempo (projeto de construção por etapa de um aterro), deve ser utilizado o programa "SOL" para tratá-lo.

6.2 - SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

- Modificação do programa "SOL", para o tratamento de um problema tridimensional, apresentando uma simetria de revolução (projetos de drenos de areia).
- Fazer um estudo comparativo entre os resultados obtidos com o programa "SOL" e a teoria de TERZAGHI com os mesmos obtidos durante uma instrumentação de um aterro sobre camada compressível.
- Estudar o efeito dos parâmetros mecânicos (E, ν) da camada de solo compressível, sobre as curvas do grau de recalque de consolidação em função do fator tempo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abramowitz, M. and Stegum, I. A., Handbook of Mathematical Functions, DOVER PUBLICATIONS, Inc., New York, p. 916, 1972.

Brebbia, C. A. and Cannor, J. J., Fundamentals of finite Element Techiniques, A HALSTED PRESS BOOK, 1974.

Biot, M. A., General Theory of Three-dimensional consolidation, J. Appl. Phys., Vol. 12, pp. 155-164, 1941.

Biot, M. A. and Willis, D. G., The Elastic Coefficients of the theory of consolidation, J. Appl. Phys., Vol. 79, pp. 594-601, 1957.

Biot, M. A., Consolidation Settlement under a Retangular Load Distribution, J. Appl. Phys., Vol. 12, pp. 426 - 430, 1941.

Biot, M. A., and Clingam, F. M., Consolidation Settlement of a Soil With on Impervious Top Surface, J. Appl. Phys, Vol. 12, pp. 578-581, 1941.

Cryer, C. W., A comparison of the three-dimensional theories of Biot and Terzaghi, Q. J. Mech. Appl. Math., Vol. 16, pp. 401-412, 1962.

Christian, J. T., Soil Mechanies and Fundations Divison, J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, Vol. 94, nº SM6, pp. 1333-1345, 1968.

Christian, J. T. and Boehmer W., Plane Strain Consolidation by Finite Elements, J. Soil. Mech. Found. Div. ASCE , Vol. 96, nº SM4, pp. 1435-1457, 1970.

Desai, C. S. and Christian, J. T., Numerical Methods in Geotechnical Engineering, McGraw-Hill Book Company,1977.

Desai, C. S. and Abel, J. F., Introduction to the Finite Element Method, VAN NOSTRAND REINHOLD COMPANY, Inc.,New York, 1972.

Fortin, M. and Souliē, M., A non conforning piecewise quadractic finite element on triangles, International Journal for Numerical Methods in Engeneering, Vol. 19, pp. 505-520, 1983.

Luenberger, D. G., Optimization by Vector Space Methods , JOHN WILEY, & SONS, Inc., New York, pp. 302-307, 1969.

Mandel, J., Consolidation des Sols, Geotechinique, Vol. 3, pp. 287-299, 1957.

Terzaghi, K., Teorical Soil Mechanics, JOHN WILEY & SONS , Inc., New York, 1943.

Zienkiewicz, O. C., The Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company, 1977.

Yamaguchi, H. and Murathami, Y., Plane Strain Consolidation of a Clay Loayer With Finite Thickness, Soils and Foundations, vol. 16, nº 3, pp. 67-79, 1976.

Yamaguchi, H., and Murakami, Y., Some Analytical Results of a Plane Strain Consolidation Problem of a Clay Layer With Finite Thickness, Soil and Foundations, Vol. 16, nº 3, pp. 98 - 104, 1978.

APÊNDICE I

LISTA DAS VARIÁVEIS DO PROGRAMA "SOL"

ANOR - fator de normalização

R - fator de convergência

EPI - critério de convergência da solução

K_o - coeficiente de empuxo no repouso

CONTRI- critério de existência de tensões efetivas iniciais

NBW4 - largura da banda da matriz de rigidez global com 4 graus de liberdade por lado

NBW5 - largura de banda da matriz de rigidez global com 5 graus de liberdade por lado

NN5 - número de linhas da matriz de rigidez global com 5 graus de liberdade por lado

NEC - número total de etapas de consolidação

NLIM - número de etapa de consolidação a partir da qual o carregamento permanece constante

NP_ERM - critério de opção para obtenção da etapa de consolidação suplementar

NOPT - critério de opção para acompanhamento ou não do processo de consolidação

N_S - número de vértices do elemento (N_S = 3)

NDSOM - critério de opção para determinação das componentes do vetor deslocamento nos vértices do elemento da malha

ROW - peso específico da água conforme o sistema de unidades

NTT - número total de triângulos da malha

NCT - número total de lados da malha

NSPEC - número total de especificações em u, v e q

NSPx - número total de lados da malha, onde existe especificações das componentes horizontais do vetor deslocamento (u)

NSPy - número total de lados da malha, onde existe especificações das componentes verticais do vetor deslocamento (v)

NTSP - número total de lados na fronteira S_t, onde existe tensões especificadas

NKEL - número total dos diferentes materiais

NQS - número total de lados na fronteira S_Q, através dos quais a vazão está especificada

NC - número de lados por elemento NC = 3 (elemento triangular)

J - número do triângulo

NPRIM - critério inicializado com o valor nulo, sendo o mesmo modificado para o valor 1 no caso de execução de uma etapa de consolidação suplementar (NPERM=1)

NTN - número total de pontos de GAUSS na malha

NSPz - número total de especificações em u e v

NPS - número de lados com pressões especificadas

G - raiz positiva do polinômio de LEGENDRE do segundo grau

AA - constante de passagem do centro de um lado para o primeiro ponto de GAUSS deste lado

BB - constante de passagem do centro de um lado para o segundo ponto de GAUSS deste lado

N - número da etapa de consolidação

CONS - constante cujo valor é 1 para fase não drenada (N=1) e 2 durante o processo de consolidação (N > 1)

NLC - número de graus de liberdade por lado: NLC=4 para fase não drenada e NLC=5 durante o processo de consolidação

LR - número de graus de liberdade eliminados dentro da matriz de rigidez elementar: LR=4 para fase não drenada e LR=2 durante o processo de consolidação

LLR - número de graus de liberdade restante depois da eliminação na matriz de rigidez elementar: LLR=13 para fase não drenada e LLR=15 durante o processo de consolidação

KDIM - número de graus de liberdade sobre os lados de um triângulo: KDIM=12 para fase não drenada e KDIM = 15 durante o processo de consolidação

KDIM1 - variável inteira destinada a subdividir o vetor auxiliar yyw em blocos de 13 posições, onde cada bloco se refere a um triângulo, no caso não drenado

KINC - variável inteira igual ao produto do nüvero de graus de liberdade sobre um lado (4 ou 5) pelo número de lados de um triângulo (NC=3) vezes o número total de triângulos (NTT)

NGEL - maior número possível de graus de liberdade dentro de um triângulo (MGEL = 17)

NN - número total de graus de liberdade sobre os lados da malha: NN = NN4 para fase não drenada e NN = NN5 durante o processo de consolidação

DTIME - incremento da variável tempo, sendo o mesmo igual a duas vezes o intervalo de tempo entre o tempo atual e o último tempo para o qual a solução foi calculada.

TIMEN - tempo atual para o qual se quer calcular a solução

NBW - largura de banda da matriz de rigidez global

KEL(J) - número do material constituindo o elemento número J

INDEX - indicador do estado de adensamento do material constituindo o elemento número J

N_1 - número do primeiro lado do triângulo de número J

N2 - número do segundo lado do triângulo de número J

N3 - número do terceiro lado do triângulo de número J

A_1 - componente horizontal do segundo lado do triângulo de número J, orientado no sentido antihorário

A2 - componente horizontal do terceiro lado do triângulo de número J, orientado no sentido antihorário

A_3 - componente horizontal do primeiro lado do triângulo de número J, orientado no sentido antihorário

B_1 - componente vertical do segundo lado do triângulo de número J, orientado no sentido antihorário

B_2 - componente vertical do terceiro lado do triângulo de número J, orientado no sentido antihorário

B_3 - componente vertical do primeiro lado do triângulo de número J, orientado no sentido antihorário

AIRE - área orientada do triângulo de número J

LONG5 - comprimento do segundo lado do triângulo de número J

LON6 - comprimento do terceiro lado do triângulo de número J

LON4 - comprimento do primeiro lado do triângulo de número

NTTSP - número total de triângulos, onde em um dos lados existe tensões especificadas

NTUVPQ - número total de triângulos, onde em um dos lados existe pelo menos uma das variáveis (u, v, p, Q) especificadas

F - vetor segundo membro elementar conforme

UV - componentes do vetor deslocamento generalizado no elemento "SOL"

UVS - componentes do vetor deslocamento no elemento conforme

UMAT - matriz de passagem dos deslocamentos para às deformações, no caso do elemento conforme

EG - vetor auxiliar, descrevendo o tensor das deformações num ponto nodal

XYG - vetor deformação reduzido

SIG - vetor tensão reduzido

S - vetor constante, usado para calcular às deformações nos meios dos lados e centro dos elementos

CU - vetor formado pelos coeficientes da relação entre as componentes horizontais do vetor deslocamento nos pontos de GAUSS

CV - vetor formado pelos coeficientes da relação entre as componentes verticais do vetor deslocamento nos pontos de GAUSS

WU - vetor formado pelos coeficientes da relação entre as componentes horizontais do vetor deslocamento nos pontos de GAUSS e as pressões nos meios dos lados dos elementos

WV - vetor formado pelos coeficientes da relação entre as componentes verticais do vetor deslocamento nos pontos de GAUSS e as pressões nos meios dos lados do elemento

ALFA - coeficiente de penalidade

INDEX - variável indicadora do estado de adensamento do material constituindo o elemento

N_{NE} - número do lado do elemento

KEL - número do material constituindo o elemento

NTA - número do triângulo adjacente

KW - variável indicadora da existência de água ou não dentro do elemento

R_x - quociente da permeabilidade horizontal pelo peso específico da água

R_y - Quociente da permeabilidade vertical pelo peso específico da água

IT - variável indicadora de tensões especificadas sobre os lados dos elementos

ISP - variável indicadora de u, v e q especificadas sobre os lados dos triângulos

F_K - vetor auxiliar, onde estão arquivados os segundos membros das equações lineares, provenientes das eliminações dos graus de liberdade

Y_W - vetor auxiliar, onde estão arquivados os coeficientes das equações lineares provenientes das eliminações dos graus de liberdade

(xx,yy,zz, ww) - matrizes auxiliares calculadas na subrotina COMP e usadas na construção da parte da matriz de rigidez elementar conforme RAS, referente aos esqueleto sólido

(CCA, CCB)-matrizes auxiliares calculadas na subrotina COMPC e usadas na construção das partes da matriz de rigidez elementar conforme FAS, referentes ao acoplamento elasticidade-escoamento

RKB - matriz auxiliar de permeabilidade usada na construção da parte da matriz de rigidez elementar RAS , referente ao escoamento

MM_2 - é o vetor força global equivalente às forças de volume exercidas sobre o esqueleto sólido, obtido por montagem dos vetores elementares $\{MM_{2e}\}$

MM_1 - vetor força global equivalente às tensões iniciais, obtido por montagem dos vetores elementares $\{MM_{1e}\}$

MM_3	-	vetor força global equivalente às forças de volume exercidas sobre a água, obtido por montagem dos vetores elementares $\{MM_{3e}\}$
PP_1	-	vetor força global equivalente às tensões especificadas e imposta na fronteira S_t
PP_2	-	vetor força global equivalente às vazões especificadas e impostas na fronteira S_Q
T_x	-	componente horizontal do vetor tensão
T_y	-	componente vertical do vetor tensão
D	-	matriz de elasticidade
A	-	matriz que relaciona as componentes horizontais ou verticais do vetor deslocamento do elemento "SOL" com os mesmos do elemento conforme
LIGN	-	quadro tridimensional, composto de 68 posições, que serão utilizadas na determinação do primeiro vetor transposição ITRA
ITRA	-	vetor transposição
B	-	matriz que relaciona ao mesmo tempo todos os graus de liberdade do elemento "SOL" com os mesmos do elemento conforme
BTK	-	matriz auxiliar, obtida pelo produto da matriz por B
FNC	-	vetor segundo membro elementar não conforme
XI	-	abscissa do meio do lado do triângulo

YI - ordenada do meio do lado do triângulo

FFK - vetor auxiliar, onde estão arquivados os décimos terceiros valores dos vetores segundo membro elementares não conforme, no caso não drenado (vetor reduzido)

YYW - vetor auxiliar onde estão arquivados os coeficientes das décimas terceiras linhas das matrizes de rigidez elementares não conforme, no caso não drenado (matriz reduzida)

NDEL - número do lado onde u, v ou q é especificado

DEL - valor da especificação de u, v ou q no lado cujo número é NDELCI)

DEP - vetor deslocamento global

ABAND - matriz de rigidez global

FAS - vetor segundo membro global

T - componentes do vetor tensão nas extremidades do lado

LT - número do lado onde existe tensões especificadas

LQ - número do lado onde (Q) é especificado

NUV - coeficiente de Poisson vertical

NUH - coeficiente de Poisson horizontal

ELASTV - módulo de elasticidade vertical de YOUNG

ELASTH - módulo de elasticidade horizontal de YOUNG

GV - módulo de cisalhamento

R_o - peso específico do solo compressível

R_{XT} - coeficiente de permeabilidade horizontal do solo compressível

R_{YT} - coeficiente de permeabilidade vertical do solo compressível

SIVC - pressão do pré-adensamento vertical

SIHC - pressão do pré-adensamento horizontal

TIME - tempo de consolidação

NWN - vetor auxiliar usado para fabricação dos triângulos adjacentes a um triângulo

SIGT - vetor auxiliar descrevendo o estado das tensões efetivas num ponto nodal

UVP - vetor deslocamento elementar existente no tempo posterior

UVT - vetor deslocamento elementar atual (no tempo t)

SIGPW - vetor auxiliar descrevendo o estado das tensões efetivas nos centros de cada lado de um elemento, no tempo posterior

SIGTW - vetor auxiliar descrevendo o estado das tensões efetivas nos centros de cada lado de um elemento, no tempo atual

PRES - vetor auxiliar dos acréscimos das pressões nos centros de cada lado de um elemento, obtidos durante uma fase de consolidação

PRESP - vetor auxiliar das pressões calculadas nos centros de cada lado de um elemento, no tempo posterior

PREST - vetor auxiliar das pressões calculadas nos centros de cada lado de um elemento, no tempo atual

AKNC - matriz de rigidez elementar não conforme

RAS - matriz de rigidez elementar conforme.

APÊNDICE II

DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA "SOL"

1º CARTÃO (ANOR, R, EPI, Ko, CONTRI, ROW)

FORMAT (6F10.6)

ANOR - Fator de normalização

R - Fator de convergência

EPI - Critério de convergência da solução

Ko - Coeficiente de empuxo no repouso

CONTRI- Critério de existência de tensões efetivas iniciais.

$$\text{CONTRI} = \begin{cases} 0 & \text{(não existe tensões efetivas iniciais)} \\ 1 & \text{(existe tensões efetivas iniciais)} \end{cases}$$

ROW - Pêso específico da água.

2º CARTÃO (NBW4, NBW5, NN5, NLIM, NPERM)

FORMAT (5I5)

Escolhida a malha de elementos finitos, lados e elementos devem ser numerados para identificação de modo que se possa obter uma largura de banda de menor tamanho possível. A largura de banda dependerá da maior diferença entre os números dos lados de um mesmo elemento. Seja D (maior diferença existente entre os lados de um mesmo elemento dentro da malha), a largura de banda é então dada por:

NBW = (D + 1) NLC

Onde, NLC é o número de graus de liberdade por lado (4 ou 5).

NBW4 - largura de banda da matriz de rigidez global com 4 graus de liberdade por lado.

NBW5 - largura de banda da matriz de rigidez global com 5 graus de liberdade por lado.

NN5 - número de linhas da matriz de rigidez global com 5 graus de liberdade por lado.

NLIM - número da etapa de consolidação a partir da qual o carregamento permanece constante.

NPERM - critério de opção para obtenção da etapa de consolidação suplementar.

$$\text{NPERM} = \begin{cases} 0 \text{ (não executa essa etapa suplementar).} \\ 1 \text{ (executa essa etapa suplementar)} \end{cases}$$

3º CARTÃO (NOPT, NS, NDSOM)

FORMAT (3I5)

NOPT - critério de opção para acompanhamento ou não do processo de consolidação.

$$\text{NOPT} = \begin{cases} 0 \text{ (atinge diretamente o fim da consolidação)} \\ 1 \text{ (passa pelas diversas etapas de consolidação)} \end{cases}$$

NS - número de vértices do elemento. Como os elementos são triangulares NS = 3.

NDSOM -critério de opção para determinação das componentes do vetor deslocamento nos vértices dos elementos da malha.

$$
NDSOM = \begin{cases} 0 & \text{(calcula as componentes do vetor desloca-} \\ & \text{mento nos vértices)} \\ 1 & \text{(não calcula as componentes do vetor des-} \\ & \text{locamento nos vértices).} \end{cases}
$$

4º CARTÃO (NTT, NCT, NEC, NSPEC, NSPx, NSPy, NTSP ,
NKEL, NQS, NTTSP, NTUVPQ).

FORMAT (11I5)

NTT - número total de triângulos da malha.

NCT - número total de lados da malha.

NEC - número total de tapas de consolidação.

NSPEC- número total de especificações em (u, v , q).

NSPx - número total de lados da malha, onde existe especificações das componentes horizontais do vetor deslocamento (u).

NSPy - número total de lados da malha, onde existe epecificações das componentes verticais do vetor deslocamento (v).

NTSP - número total de lados na fronteira S_t, onde existe tensões especificadas.

NKEL - número total dos diferentes materiais.

NQS - número total de lados na fronteira SQ, através dos quais a vazão está especificada.

NTTSP- número total de triângulos, onde em um dos lados existe tensões especificadas.

NTUVPQ - número total de triângulos, onde em um dos lados existe pelo menos uma das variáveis (u, v , q, Q) especificadas.

5º CARTÃO (XI(I), YI(I), I = 1, NCT)

FORMAT (5x, 2F10.2)

XI(I) - abscissa do nó I situado no meio do lado I.

YI(I) - ordenada do nó I situado no meio do lado I.

6º CARTÃO (NNE (1,I), NNE(2,I), NNE (3,I), IT(I), ISP(I), KW(I), KEL(I), I = 1, NTT).

FORMAT (5x, 7I5)

NNE(1,I) - número do primeiro lado do triângulo de número J.

NNE(2,I) - número do segundo lado do triângulo de número J.

NNE(3,I) - número do terceiro lado do triângulo de número J.

IT(I) - variável indicadora de tensões especificadas sobre os lados dos elementos.

$$IT(I) = \begin{cases} 0 \text{ (não têm tensões especificadas)} \\ 1 \text{ (têm tensões especificadas)} \end{cases}$$

ISP(I) - variável indicadora de u, v e q especificados sobre os lados dos triângulos.

$$ISP(I) = \begin{cases} 0 \text{ (não têm especificações de u, v ou q)} \\ 1 \text{ (têm especificações de u, v ou q).} \end{cases}$$

KW(I) - variável indicadora da existência de água ou não dentro do elemento.

$$KW(I) = \begin{cases} 0 \text{ (não existe água)} \\ 1 \text{ (existe água)} \end{cases}$$

KEL(I) - número do material constituindo o elemento.

7º CARTÃO (NDEL(I), DEL(I), I = 1, NSPEC)

FORMAT (8(I4, F6.1)).

NDEL(I) - número do lado onde u, v ou q é especificado.

DEL(I) - valor da especificação de u, v ou q no lado cujo número é NDEL(I).

8º CARTÃO (LQ(I), XQ(I), I = 1, NQS)

FORMAT (8 (I4, F6.1)).

LQ(I) - número do lado onde (Q) é especificado.

XQ(I) - valor da especificação de (Q) no lado cujo número é LQ(I).

9º CARTÃO (TIME(I), I = 1, NEC)

FORMAT (8 F10.2)

TIME(I) - tempos de consolidação, sendo que:

TIME(1) = 0. (etapa de consolidação inicial), é obrigatoriamente igual a zero.

10º CARTÃO (NUV(I,J), NUH(I,J), ELASTV(I,J),ELASTH (I,J), GV(I,J), RO(I,J), RXT (I, J) , RYT(I,J), J=1,2), I= 1, NKEL).

FORMAT (3X, 2F7.3, 4F 10.0, 2E 10.4)

NUV(I,J) - Coeficiente de Poisson vertical.

NUH(I,J) - Coeficiente de Poisson horizontal.

ELASTV(I,J)- Módulo de elasticidade vertical de YOUNG.

ELASTH(I,J)- Módulo de elasticidade horizontal de YOUNG.

GV(I,J) - Módulo de cisalhamento.

RO(I,J) - Pêso específico do solo compressível.

RXT(I,J) - Coeficiente de permeabilidade horizontal do solo compressível.

RYT(I,J) - Coeficiente de permeabilidade vertical do solo compressível.

J = 1 o material é considerado sobreadensado.

J = 2 o material é considerado normalmente adensado.

11º CARTÃO (SIVC(I), SIHC(I), I = 1, NKEL)

FORMAT (5x, 2 F10.2)

SIVC(I) - Pressão de pré-adeansamento vertical.

SIHC(I) - Pressão de pré-adensamento horizontal.

12º CARTÃO (LT(I), T(1,I), T(2,I), T(3,I), T(4,I),

I = 1, NTSP)

FORMAT (I5, 4F10.2)

LT(I) - número do lado onde existe tensões especificadas.

T (1,I)
T (3,I)
componentes horizontais do vetor tensão nas extremidades do lado.

T (2,I)
T (4,I)
componentes verticais do vetor tensão nas extremidades do lado.

SIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
O DE CIENCIAS E TECNOLOGIA
O SETORIAL DE COMPUTAÇÃO-CG

TIPOS DE DADOS

RESPONSÁVEL

FOLHA Nº

DATA

```
ÕES DE CHAMADA DO PROGRAMA "SOL"

HE    JOB CLASS=F
BLIB DD DSN=SYS2.LINKLIB,DISP=SHR
XEC PGM=SOL,PARM='SIZE=512000',TIME=
SPRINT  DD SYSOUT=A
SOUT DD SYSOUT=A
06F001  DD SYSOUT=A,OUTLIM=12000
01F001  DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,10)
02F001  DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,10)
03F001  DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,10)
04F001  DD UNIT=SYSDA,SPACE=(CYL,10)
05F001  DD *

S DE ENTRADA DO PROGRAMA "SOL"

ARTÃO
0         1.8        0.0005     1.0      0.         9.81

ARTÃO
6    45   540     1    0
```

ISIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
O DE CIENCIAS E TECNOLOGIA
O SETORIAL DE COMPUTAÇÃO-CG

TIPOS DE DADOS

RESPONSÁVEL

FOLHA Nº

DATA ___/___/___

```
ARTÃO
1    3    1

ARTÃO
4    108    20    24    8    8    3    1    16

ARTÃO
1    0.0    0.56
3    30.0    3.94

ARTÃO
1    1    5    6    0    1    1    1
4    103    108    104    0    1    1    1

ARTÃO
0.    2    0.    3    0.    4    0.    105    0.    106    0.    107    0.    108    0.

ARTÃO
0.    2    0.    3    0.    4    0.    105    0.    106    0.    107    0.    108    0.

ARTÃO
0.    15.
```

SIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
) DE CIENCIAS E TECNOLOGIA
) SETORIAL DE COMPUTAÇÃO-CG

TIPOS DE DADOS

RESPONSÁVEL

FOLHA Nº

/ /
DATA

CARTÃO
0. 3 0.3 1500. 1500. 577. 0. 2.E-05 2.E-05
0. 3 0.3 1500. 1500. 577. 0. 2.E-05 2.E-05

CARTÃO
0. 0.

CARTÃO
3 . 0. -72. 0. -72.
6 0. -72. 0. -72.
3 0. -72. 0. -72.

147

APÊNDICE III

```
0001          IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
0002          REAL NUH,NUV,NU1,NU2,NU3,NU4,NU5,NU6,MM1,MM2,MM3,LON4,LON5,LON6
             +,KZERO
        C  DIMENSOES FUNCAO DO TIPO DE ELEMENTO (FIXO)
0003          DIMENSION ZZ(6,6),YY(6,6),XX(6,6),WW(6,6),CCB(6,3),CCA(6,3),MM2(
             112),MM1(12),MM3(3),PF1(12),PF2(3),RKB(3,3),PP(3),TX(3,2),TY(3,2)
0004          DIMENSION D(3,3)
0005          COMMON/THREE/AKNC(17,17)
0006          COMMON/FOUR/RAS(15,15)
0007          DIMENSION A(6,7)
0008          DIMENSION LIGN(2,2,17),ITRA(17)
0009          DIMENSION B(15,17),BTK(17,15)
0010          DIMENSION FNC(17),F(15)
0011          DIMENSION UV(17),UVS(12)
0012          DIMENSION UMAT(3,5),XYG(3),EG(9),SIG(3),S(3)
0013          DIMENSION CU(12),CV(12),WU(15),WV(15)
        C              DIMENSOES VARIAVEIS
        C  DIMENSAO FUNCAO DO NUMERO DE ELEMENTOS (NTT)
0014          DIMENSION ALFA( 64),LX( 64),VX( 64),PX( 64),INDEX( 64)
0015          DIMENSION NNE(3, 64),KEL( 64),NTA(3, 64),KW( 64),RX( 64),RY( 64),
             +IT( 64),ISP( 64),FFK( 64)
0016          DIMENSION YW( 4352),FK(256),YYW( 832)
0017          DIMENSION XI(108),YI(108)
        C  DIMENSOES FUNCOES DO NUMERO DE LADOS (NCT)
0018          DIMENSION NDEL(130),DEL(130)
0019          DIMENSION NWN(108)
0020          DIMENSION DEF( 540),ABAND( 540, 45),FAS( 540)
        C  DIMENSOES FUNCOES DAS TRACOES ESPECIFICADAS (NTSP)
0021          DIMENSION T(4,25),LT(25)
        C  DIMENSOES FUNCOES DAS VAZOES ESPECIFICADAS (NQS)
0022          DIMENSION LQ(50),XQ(50)
        C  DIMENSOES FUNCOES DOS DIFERENTES MATERIAIS (NKEL)
0023          DIMENSION NUV(1,2),NUH(1,2),ELASTV(1,2),ELASTH(1,2),GV(1,2),RO(1,2
             +),RXI(1,2),RYT(1,2)
0024          DIMENSION SIVC(12),SIHC(12)
        C  DIMENSAO FUNCAO DO NUMERO DE ETAPAS DE CONSOLIDACAO (NEC)
0025          DIMENSION TIME(25)
        C
        C  DIMENSOES FUNCOES DO CAREGAMENTO POR ETAPAS
0026          DIMENSION SIGT(3),UVP(14),UVT(14),SIGPW(9),SIGTW(9)
             1,PRIS(3),PREST(3),PRESP(3)
        C ESSAS DIMENSOES FORAM INCORPORADAS PARA TESE DE GUSTAVO
0027          DIMENSION NTDEL(70),NTIT(20)
0028          DIMENSION ABC(10),HAGA(9)
        C FIM DA MODIFICACAO DA TESE DE GUSTAVO
        C   REDEFINIR NEW
        C***********************************************************
        C
        C
0029          DATA CU/1.,0.,-1.,0.,1.,0.,-1.,0.,1.,0.,-1.,0./
0030          DATA CV/0.,1.,0.,-1.,0.,1.,0.,-1.,0.,1.,0.,-1./
        C  ENCHIMENTO DAS TABELAS A E LIGN
0031          DATA LIGN/1,1,3,3,2,2,4,4,3,3,1,1,4,4,2,2,5,15,7,15,6,5,8,7,7,6,5,
             18,8,7,6,5,9,9,11,6,10,16,12,16,11,9,9,11,12,10,10,12,15,11,15,9,16
             2,12,16,10,17,17,17,17,13,13,13,13,14,14,14,14/
0032          DATA  A                     /.910683,-.244017,.333333,.583333,-.0223
             129,-.311004,-.244017,.910683,.333333,.583333,-.311004,-.022329,.33
             23333,.910683,-.244018,-.311004,.583333,-.022329,.333333,-.244018,.
```

```
                 3910683,-.022329,.583333,-.311004,-.244018,.333333,.910683,-.022329
                 4,-.311004,.583333,.910682,.333333,-.244018,-.311004,-.022329,.5833
                 533,-1.00000,-1.00000,-1.00000,.500000,.500000,.500000/
      C
      C  LEITURA E IMPRESSAO DAS CARACTERISTICAS DO PROBLEMA
            READ(5,100) ANOR,R,EPI,KZERO,CONTRI,ROW
            WRITE(6,195) ANOR,R,EPI,KZERO,CONTRI,ROW
            READ (5,101)NBW4,NBW5,NN5,NLIM,NPERM
            WRITE(6,108)NBW4,NBW5,NN5,NLIM,NPERM
            READ (5,112) NOPT,NS,NDSOM
            WRITE(6,160)
            WRITE(6,112) NOPT,NS,NDSOM
            READ(5,124) NTT,NCT,NEC,NSPEC,NSPX,NSPY,NTSP,NKEL,NQS,NTTSP,NTUVPQ
            WRITE(6,162)
            WRITE(6,111) NTT,NCT,NEC,NSPEC,NSPX,NSPY,NTSP,NKEL,NQS,NTTSP,
           1NTUVPQ
            READ(5,125) (ABC(I),I=1,10)
        125 FORMAT(8F10.4)
            HAGA(1)=0.
            DO 240 I=2,9
        240 HAGA(I)=HAGA(I-1)+ABC(10)/8.
            DO 650 IH=1,9
            ICA=13*(IH-1)+1
            ICA4=ICA+3
            DO 201 IV=ICA,ICA4
        201 XI(IV)=ABC(IH)
            IF(IH.EQ.9) GO TO 650
            ICAM=ICA4+1
            ICAMF=ICAM+8
            DO 550 IV=ICAM,ICAMF
        550 XI(IV)=(ABC(IH)+ABC(IH+1))/2.
        650 CONTINUE
            DO 750 IV=1,5
            INC=3+IV
            IF(IV.EQ.5) GO TO 800
            DO 600 IH=1,9
            YI(13*(IH-1)+IV)=HAGA(2*IV)
            IF(IH.EQ.9) GO TO 600
            YI(13*(IH-1)+IV+INC+1)=HAGA(2*IV)
        600 CONTINUE
        800 CONTINUE
            DO 700 IH=1,8
            YI(IV+INC+13*(IH-1))=HAGA(2*IV-1)
        700 CONTINUE
        750 CONTINUE
            WRITE(6,163)
            WRITE(6,167)
            WRITE(6,102) (I,XI(I),YI(I),I=1,NCT)
            DO 241 I=1,8
            J1=13*(I-1)+1
            DO 242 J=1,4
            I1=J1+(J-1)
            JT=8*(I-1)+1+2*(J-1)
            KNE(1,JT)=I1
            KNE(2,JT)=I1+4+(J-1)
            KNE(3,JT)=I1+5+(J-1)
            KNE(1,JT+1)=I1+5+(J-1)
            KNE(2,JT+1)=I1+13
```

```
0085            NNE(3,JT+1)=I1+6*(J-1)
0086        242 CONTINUE
0087        241 CONTINUE
0088            DO 243 I=1,NTT
0089            KEL(I)=1
0090            KW(I)=1
0091            ISP(I)=0
0092            IT(I)=0
0093        243 CONTINUE
0094            READ(5,126)(NTDEL(I),I=1,NTUVPQ)
0095            DO 244 I=1,NTUVPQ
0096        244 ISP(NTDEL(I))=1
0097            READ(5,126)(NTIT(I),I=1,NTTSP)
0098            DO 245 I=1,NTTSP
0099        245 IT(NTIT(I))=1
0100        126 FORMAT(16I5)
0101            WRITE(6,164)
0102            NC=3
0103            CALL SENTA(NNE,NTA,NWN,NTT,NCT,NC)
0104            WRITE(6,165)
0105            WRITE(6,103)(I,NNE(1,I),NNE(2,I),NNE(3,I),NTA(1,I),NTA(2,I),NTA(3,
               +I),IT(I),ISP(I),KW(I),KEL(I),I=1,NTT)
0106            READ(5,104)(NDEL(I),DEL(I),I=1,NSPEC)
0107            WRITE(6,166)
0108            WRITE(6,104)(NDEL(I),DEL(I),I=1,NSPEC)
0109            READ(5,104)(LQ(I),XQ(I),I=1,NQS)
0110            WRITE(6,104)(LQ(I),XQ(I),I=1,NQS)
0111            READ(5,110)(TIME(I),I=1,NEC)
0112            WRITE(6,168)
0113            WRITE(6,110)(TIME(I),I=1,NEC)
0114            READ(5,115) ((NUV(I,J),NUH(I,J),ELASTV(I,J),ELASTH(I,J),GV(I,J),
               1RD(I,J),RXT(I,J),RYT(I,J),J=1,2),I=1,NKEL)
0115            WRITE(6,164)
0116            WRITE(6,117)
0117            WRITE(6,121)((NUV(I,J),NUH(I,J),ELASTV(I,J),ELASTH(I,J),GV(I,J),
               1RD(I,J),RXT(I,J),RYT(I,J),J=1,2),I=1,NKEL)
0118            READ(5,105) (SIVC(I),SIHC(I),I=1,NKEL)
0119            WRITE(6,118)
0120            WRITE(6,119)
0121            WRITE(6,105)(SIVC(I),SIHC(I),I=1,NKEL)
          C
0122        100 FORMAT(6F10.6)
0123        101 FORMAT(12I5)
0124        102 FORMAT(I5,2F10.2)
0125        103 FORMAT(11I10)
0126        104 FORMAT(8(I4,F6.1))
0127        105 FORMAT(5X,2F10.2)
0128        106 FORMAT(I5,4F10.2)
0129        107 FORMAT(I5)
0130        108 FORMAT(//,T20,' NOW4',T30,' NBW5',T40,'  NN5',T50,' NLIM',T57,'
               1NPERM',//,T20,I5,T30,I5,T40,I5,T50,I5,T57,I5,//)
0131        109 FORMAT(20X,I5,6F6.1,10X,F7.3)
0132        110 FORMAT(8F10.2)
0133        111 FORMAT(///,T10,'   NTT',T20,'   NCT',T30,'   NEC',T40,' NSPEC',
               1T50,'  NSPX',T60,'  NSPY',T70,'  NTSP',T80,'  NKEL',T90,'   NQS',
               2T100,' NTTSP',T110,'NTUVPQ',//,T10,I6,T20,I6,T30,I6,T40,I6,T50,I6,
               3T60,I6,T70,I6,T80,I6,T90,I6,T100,I6,T110,I6,//)
0134        112 FORMAT(4I5)
```

```
0135          113 FORMAT(//,20X33H NUMERO DE ITERACOES EFETUADAS = I5)
0136          115 FORMAT(3X,2F7.3,4F10.0,2E10.4)
0137          117 FORMAT(//,T3,'NUV',T18,'NUH',T28,'ELASTV',T41,'ELASTH',T58,'GV',
                 1T70,'RC',T82,'RXT',T97,'RYT',//)
0138          118 FORMAT(/,5X,'VALORES PARA CADA MATERIAL DAS PRESSOES DE PRECONSOLI
                 1DACAO VERTICAL E HORIZONTAL',/)
0139          119 FORMAT(//,T12,'SIVC',T22,'SIHC',//)
0140          120 FORMAT(//,T5,'I',T10,'T(X,1)',T20,'T(Y,1)',T30,'T(X,2)',T40,'T(Y,
                 12)',//)
0141          121 FORMAT(3X,F7.3,3X,F7.3,3X,F10.0,3X,F10.0,3X,F10.0,2X,F10.0,6X,E10.
                 14,6X,E10.4)
0142          124 FORMAT(15I5)
0143          127 FORMAT(1H1,40X15H TEMPO (DIAS )=F6.0)
0144          151 FORMAT(5X,F10.5)
0145          152 FORMAT(///,1X,'TRIANGULO NUMERO',I5,1X,'-',I1)
0146          153 FORMAT( /,5X,'TENSOES')
0147          154 FORMAT( /,5X,'DESLOCAMENTOS')
0148          155 FORMAT(10X,'NUMERO DO LADO',I5,5X,3F20.4)
0149          160 FORMAT(///,'  NOPT  NS  NDSOM')
0150          162 FORMAT(//'  NOME DE CADA UM DOS PARAMETROS')
0151          163 FORMAT(1H1,//'  COORDENADAS DOS PONTOS DOS MEIOS DOS LADOS')
0152          164 FORMAT(1H1,//'  LADOS DO TRIANGULO , TRIANGULOS ADJACENTES E ESPEC
                 1IFICACOES CENTRO DO TRIANGULO')
0153          165 FORMAT(//,T10,'J',T13,'NNE(1,J)',T23,'NNE(2,J)',T33,'NNE(3,J)',
                 1T43,'NTA(1,J)',T53,'NTA(2,J)',T63,'NTA(3,J)',T76,'IT(J)',T84,'ISP
                 2(J)',T96,'KH(J)',T105,'KEL(J)',//)
0154          166 FORMAT(1H1,//'  DESLOCAMENTOS,PRESSONS E VAZOES ESPECIFICADAS')
0155          167 FORMAT(//,T5,'I',T13,'XI',T23,'YI',//)
0156          168 FORMAT(//'  TEMPOS DE CONSOLIDACAO')
0157          172 FORMAT(//'  TRACOES ESPECIFICADAS')
0158          184 FORMAT(//'  PARAMETROS DOS SOLOS')
0159          195 FORMAT(1H1,T20,'DADOS DO PROBLEMA',//,T10,'ANOR',T20,'R',T30,'EPI'
                 1,T40,'KZERO',T50,'CONTRI',T60,'ROW ',/,T10,F6.1,T20,F4.2,T30,E9.2,
                 2T40,F4.2,T52,F3.1,T60,F10.5,//)
0160          198 FORMAT(1H1,40X,'TENSOES E DESLOCAMENTOS FINAIS')
0161          200 FORMAT(F7.5)
            C
            C**************************************************************
            C
0162              NPRIM=0
0163           79 CONTINUE
0164              CPR=1.
0165              NTN=2*NCT
0166              NSPZ=NSPX+NSPY
0167              NPS=NSPEC-(NSPX+NSPY)
0168              G=0.57735026919
0169              AA=(1.+G)/2.
0170              BB=(1.-G)/2.
            C
0171              DO 555 I=1,3
0172              DO 555 K=1,3
0173          555 D(I,K)=0.
0174              DO 5 I=1,15
0175              DO 5 K=1,17
0176            5 E(I,K)=0.
0177              DO 3 IL=1,6
0178              DO 3 IC=1,7
0179              B(2*IL-1,2*IC-1)=A(IL,IC)
```

```
                B(2*IL,2*IC)=A(IL,IC)
              3 CONTINUE
                DO 4 II=1,3
              4 B(II+12,II+14)=1.
C
                IF(NPRIM.EQ.1) GO TO 7904
                IF(NPS.EQ.0) GO TO 7904
                NPSZ=NSPZ+1
                DO 7900 I=NPSZ,NSPEC
                DEL(I)=-DEL(I)/ANOR
           7900 CONTINUE
           7904 CONTINUE
                DO 755 I=1,9
            755 SIGTW(I)=0.
C****
C               DESLOCAMENTOS INICIAIS NULOS
C         TENSOES INICIAIS NULAS SE CONTRI=0
C         VALIDO SOMENTE PARA SURFEFICIE HORIZONTAL
C
                IF(CONTRI.NE.0.) CONTRI=1./ANOR
                REWIND 4
                DO 754 J=1,NTT
                DO 761 L=1,NC
                IW=(L-1)*3
                K=KEL(J)
                NI=NNE(L,J)
                SIGT(2)=-PO(K,1)*YI(NI)*CONTRI
                SIGT(1)=SIGT(2)*KZERO
                SIGT(3)=0.
                PREST(L)=0
                DO 762 I=1,3
                SIGTW(IW+I)=SIGT(I)
            762 CONTINUE
            761 CONTINUE
                DO 756 I=1,14
                UVT(I)=0.
            756 CONTINUE
                WRITE(4)SIGTW,UVT,PREST
            754 CONTINUE
C
C**********************************************************************
C
C         LUPE DAS ETAPAS DE CONSOLIDACAO
C
                READ(5,106)(LT(I),T(1,I),T(2,I),T(3,I),T(4,I),I=1,NTSP)
                WRITE(6,172)
                WRITE(6,120)
                WRITE(6,106)(LT(I),T(1,I),T(2,I),T(3,I),T(4,I),I=1,NTSP)
C
C               CARREGAMENTO POR ETAPAS
C
                DO 1 N=1,NEC
                IF(NPRIM.EQ.1) NSPEC=NSPX+NSPY
                CPP=1.
                CONS=1.
                IF(N.GT.1) CONS=2.
                NLC=5
                LR=2
```

```
            IF(N.GT.1) GO TO 751
            NLC=4
            LP=4
        751 LLR=17-LR
            KDIM=NC*NLC
            KDIM1=KDIM+1
            KINC=KDIM*NTT
C
            MGEL=17
C
C*******************************************************************
C
C  LUPE DOS CARREGAMENTOS POR ETAPAS
C
            IF(N.GE.2)GO TO 758
            REWIND 2
            REWIND 4
            DO 757 J = 1,NTT
            READ(4)SIGTW,UVT,PREST
            WRITE(2)SIGTW,UVT,PREST
        757 CONTINUE
        758 CONTINUE
            IF(N.GT.1)REWIND 3
C****
            NN=NLC*NCT
            IF(N.EQ.1)GO TO 503
            DTIME=2.*(TIME(N)-TIME(N-1))
            TIMEN=TIMEN+DTIME/2.
            NSW=NSW5
            GO TO 502
        503 TIMEN=0.
            DTIME=0.
            NSW=NSW4
        502 CONTINUE
            REWIND 2
            REWIND 1
            DO 4000 I=1,NN
            FAS(I)=0.
            DO 4044 L=1,NSW
       4044 ABAND(I,L)=0.
       4000 CONTINUF
            DO 8001 J=1,NTT
             IF(N.EQ.1) GO TO 7999
             READ(3) SIGTW,UVT,PREST
             GO TO 7998
       7999  READ(2) SIGTW,UVT,PREST
       7998 CONTINUE
            CALL        YIELD(SIGTW,SIHC,SIVC,J,KEL,INDEX,ANOR)
            DO 352 I=1,17
        352 FNC(I)=0.
            KELJ=KEL(J)
            RX(J)=RXT(KELJ,INDEX(J))/ROW
            RY(J)=RYT(KELJ,INDEX(J))/ROW
            CALL SIGELA(J,NKEL,NTT,KELJ,NUH,NUV,ELASTH,ELASTV,GV,D,ANOR,INDEX)
C
C  CALCULO DAS COORDENADAS ELEMENTARES
C
            NI=NNE(1,J)
```

```
          N2=NNE(2,J)
          N3=NNE(3,J)
          A1=-2.*XI(N1)+2.*XI(N3)
          A2= 2.*XI(N1)-2.*XI(N2)
          A3= 2.*XI(N2)-2.*XI(N3)
          B1= 2.*YI(N1)-2.*YI(N3)
          B2=-2.*YI(N1)+2.*YI(N2)
          B3=-2.*YI(N2)+2.*YI(N3)
          AIRE=(A3*B2-A2*B3)/2.0
          IF(AIRE.GT.0) GO TO 224
          WRITE(6,109) J,A1,A2,A3,B1,B2,B3,AIRE
          GO TO 269
      224 LON5= SQRT(A1*A1+B1*B1)
          LON6= SQRT(A2*A2+B2*B2)
          LON4= SQRT(A3*A3+B3*B3)
C
          IF(KW(J).EQ.0.OR.NOPT.EQ.0) GO TO 822
C
C  CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTAR
C
          RKE(1,1)=(RX(J)*B3*B3+RY(J)*A3*A3)/(  AIRE)
          RKE(2,1)=(RX(J)*B1*B3+RY(J)*A1*A3)/(  AIRE)
          RKE(1,2)=RKE(2,1)
          RKE(3,1)=(RX(J)*B2*B3+RY(J)*A2*A3)/(  AIRE)
          RKE(1,3)=RKE(3,1)
          RKE(2,2)=(RX(J)*B1*B1+RY(J)*A1*A1)/(  AIRE)
          RKE(3,2)=(RX(J)*B1*B2+RY(J)*A1*A2)/(  AIRE)
          RKE(2,3)=RKE(3,2)
          RKE(3,3)=(RX(J)*B2*B2+RY(J)*A2*A2)/(  AIRE)
          GO TO 823
      822 DO 834 L=1,3
          DO 834 M=1,3
          RKE(L,M)=0.
          IF(M.EQ.L)RKE(L,M)=1./ANOR
      834 CONTINUE
      823 CONTINUE
          DO 6063 M=1,15
          F(M)=0.
          DO 6063 L=1,15
     6063 RAS(L,M)=0.
          DO 6221 I=1,3
          FP(I)=0.
          DO 6221 K=1,2
          TX(I,K)=0.
     6221 TY(I,K)=0.
C  CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTAR DO ESQUELETO DO ELEMENTO
C
          CALL COMP(ZZ,6,A1,A2,A3,B1,B2,B3)
          CALL COMP(XX,6,B1,B2,B3,A1,A2,A3)
          CALL COMP(YY,6,A1,A2,A3,A1,A2,A3)
          CALL COMP(WW,6,B1,B2,B3,B1,B2,B3)
C
C  CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTAR DE ACOPLAMENTO
          IF(KW(J).EQ.0.OR.NOPT.EQ.0) GO TO 99
          CALL COMPC(CCB,6,3,B1,B2,B3)
          CALL COMPC(CCA,6,3,A1,A2,A3)
          GO TO 97
       99 DO 98 I=1,6
```

```
      DO 98 L=1,3
      CCP(I,L)=0.
   98 CCA(I,L)=0.
   97 DO 300 I=1,12
      FM2(I)=0.
  300 FM1(I)=0.
C
C  CALCULO DO VETOR FORCA EQUIVALENTE AUXILIAR DAS FORCAS DE FILTRACAO
C
      DO 6161 L=1,3
      FM3(L)=0.
 6161 FP2(L)=0.
      IF(IT(J).EQ.0.OR.N.GT.NLIM) GO TO 7055
      DO 6055 I=1,3
      DO 6160 K=1,NTSP
      IF(NNE(I,J).NE.LT(K)) GO TO 6160
      IF(N.GT.1) GO TO 82
      T1=0.
      T2=0.
      T3=0.
      T4=0.
      GO TO 81
   82 T1=T(1,K)/ANOR
      T2=T(2,K)/ANOR
      T3=T(3,K)/ANOR
      T4=T(4,K)/ANOR
   81 CONTINUE
      IF(NPRIM.EQ.1) GO TO 8181
      IF(N.EQ.1.OR.N.GT.NLIM) GO TO 8181
      READ(5,105) LT(K),T(1,K),T(2,K),T(3,K),T(4,K)
      WRITE(6,172)
      WRITE(6,120)
      WRITE(6,106)LT(K),T(1,K),T(2,K),T(3,K),T(4,K)
 8181 CONTINUE
      TX(I,1)=  T(1,K)/ANOR-T1
      TX(I,2)=  T(3,K)/ANOR-T3
      TY(I,1)=  T(2,K)/ANOR-T2
      TY(I,2)=  T(4,K)/ANOR-T4
 6160 CONTINUE
 6055 CONTINUE
 7055 CONTINUE
      FP1(1) =TX(1,1)*LON4/6.+TX(3,2)*LON6/6.
      FP1(2) =TX(1,2)*LON4/6.+TX(2,1)*LON5/6.
      FP1(3) =TX(2,2)*LON5/6.+TX(3,1)*LON6/6.
      FP1(4) =(TX(1,1)+TX(1,2))*LON4/3.
      FP1(5) =(TX(2,1)+TX(2,2))*LON5/3.
      FP1(6) = (TX(3,1)+TX(3,2))*LON6/3.
      FP1(7) =TY(1,1)*LON4/6.+TY(3,2)*LON6/6.
      FP1(8) =TY(1,2)*LON4/6.+TY(2,1)*LON5/6.
      FP1(9) =TY(2,2)*LON5/6.+TY(3,1)*LON6/6.
      FP1(10)=(TY(1,1)+TY(1,2))*LON4/3.
      FP1(11) =(TY(2,1)+TY(2,2))*LON5/3.
      FP1(12)=(TY(3,1)+TY(3,2))*LON6/3.
C  VETOR EQUIVALENTE AUXILIAR DE VAZOES ESPECIFICADAS AO LONGO DOS LADOS
C
      DO 6162 I=1,3
      DO 6162 K=1,NQS
      IF(NNC(I,J).NE.LC(K)) GO TO 6162
```

```
      PP(I)=XO(K)
 6162 CONTINUE
      PP2(1)=PF(1)*LON4
      PP2(2)=PF(2)*LON5
      PP2(3)=PF(3)*LON6
C
C  MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL POR ELEMENTO .
C
      DO 6064 M=1,6
      DO 6064 L=1,6
      RAS(2*L-1,2*M-1)=(D(1,1)*WW(L,M)+D(3,3)*YY(L,M))/(12.*AIRE)
      RAS(2*L  ,2*M  )=(D(2,2)*YY(L,M)+D(3,3)*WW(L,M))/(12.*AIRE)
      RAS(2*L  ,2*M-1)=(D(2,1)*XX(L,M)+D(3,3)*ZZ(L,M))/(12.*AIRE)
      RAS(2*L-1,2*M  )=(D(1,2)*ZZ(L,M)+D(3,3)*XX(L,M))/(12.*AIRE)
      IF(M.GT.1) GO TO 6064
C
C
      F(2*L-1)=MM2(L)-MM1(L)/6+PP1(L)
      F(2*L)=MM2(L+6)-MM1(L+6)/6+PP1(L+6)
      DO 6004 I=1,3
      RAS(2*L-1,I+12)=CCB(L,I)/6
      RAS(2*L  ,I+12)=CCA(L,I)/6
      RAS(I+12,2*L-1)=RAS(2*L-1,I+12)
      RAS(I+12,2*L  )=RAS(2*L  ,I+12)
 6004 CONTINUE
 6064 CONTINUE
      IF(N.EQ.1) GO TO 6066
      DO 6065 I=1,12
      DO 6065 K=1,12
 6065 RAS(I,K)=RAS(I,K)/2.
 6066 CONTINUE
      DO 812 L=1,3
      F(L+12)=-PP2(L)+MM3(L)*CPR*DTIME*KW(J)*NOPT
      DO 812 M=1,3
      RAS(12+L,12+M)=-RKB(L,M)*DTIME*ANOR
      IF(KW(J).EQ.0.OR.NOPT.EQ.0)RAS(L+12,L+12)=.1E-10
  812 CONTINUE
C
C  CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ E DO VETOR FORCA NAO-CONFORME
C
      CALL GTPRDA(B,RAS,BTK,15,17,15,255,225,255)
      CALL GTPRDA(B,F,FNC,15,17,1,255,15,17)
      CALL SGMPRD(BTK,B,AKNC,17,15)
      SUM=0.
      DO 813 I=1,12
  813 SUM=SUM+AKNC(I,I)
       ALFA(J)=SUM*4./AIRE
      DO 404 I=1,12
      DO 404 K=1,12
      CUCV=CU(I)*CU(K)+CV(I)*CV(K)
      AKNC(I,K)=AKNC(I,K)+2.*ALFA(J)*CUCV
  404 CONTINUE
C
C  CALCULO DO VETOR TRANSPOSICAO ITRA
C
      I3=2
      IF(NPRIM.EQ.0) GO TO 61
      READ(1) PRESP
```

```
          DO 64 I=1,14
          DO 64 K=15,17
       64 FNC(I)= FNC(I)+AKNC(I,K)*CPR*PRESP(K-14)/ANOR
       64 CONTINUE
          IF(NPRIM.EQ.1)KW(J)=0
          IF(NPRIM.EQ.0) GO TO 66
          DO 65 I=1,14
          DO 65 K=15,17
          AKNC(K,K)=.1E-10
          AKNC(I,K)=0.
       65 AKNC(K,I)=0.
       66 CONTINUE
          IF(N.EQ.1)GO TO 410
          READ(2)SIGPW,UVP,PRESP
          DO 405 I=1,14
          DO 405 K=1,14
          IF(K.LT.4)FNC(I)=FNC(I)-AKNC(I,14+K)*PRESP(K)/ANOR
      405 FNC(I)=FNC(I)+AKNC(I,K)*UVP(K)
          DO 411 I= 1 , 3
      411 FNC (I+14) = FNC (I+14)*DTIME
          DO 408 I=1,3
          DO 408 M=1,14
      408 FNC(I+14)=FNC(I+14)+AKNC(I+14,M)*UVP(M)
          DO 421 I=1,12
      421 FNC(I)=FNC(I)+CU(I)*UX(J)+CV(I)*VX(J)
      410 CONTINUE
          IF(N.EQ.1) I3=1
          DO 451 I=1,NC
          I2=2
          NAI=NTA(I,J)
          IF(NAI.EQ.0.OR.NAI.GT.J) I2=1
          DO 452 IL=1,NLC
          II=(I-1)*NLC
          II=II+IL
      452 ITRA(II+IL)=LIGN(I3,I2,II+IL)
      451 CONTINUE
          ICO=13
          IF(I3.EQ.2) ICO=16
          DO 453 I=ICO,17
      453 ITRA(I)=LIGN(I3,I2,I)
          DO 454 L=1,17
          I=ITRA(L)
          IF(I.EQ.L)GO TO 454
          DO 455 LL=L,17
          LLL=ITRA(LL)
          IF(LLL.NE.L) GO TO 455
          ITRA(LL)=ITRA(L)
      455 CONTINUE
      454 ITRA(L)=I
C
C
          CALL LIGNCO(AKNC,17,17,ITRA,1)
          CALL LIGNCO(AKNC,17,17,ITRA,0)
          CALL LIGNCO(FNC,17,1,ITRA,0)
          KFK=LR*NTT
          KYK=KFK*17
C
C
```

```
C      MODIFICACAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ ELEMENTAR
C
       CALL REDUC(FNC,LR,YW,FK,KFK,KYW,J,LLR,MGEL,0)
       IF (ISP(J).EQ.0) GO TO 401
       CALL SPBC(J,NTT,N,NSPEC,DEL,NDEL,NSPX,NSPZ,NNE,NLC,NC,FNC)
   401 CONTINUE
       IF(N.GT.1)GO TO 402
       DO 403 I=1,KDIM1
       KD=KDIM1*(J-1)+I
   403 YYW(KD)=AKNC(KDIM1,I)
       FFK(J)=FNC(KDIM1)
       DO 8858 I=1,12
       DO 8858 K=1,12
       KDI=KDIM1*(J-1)+I
       KDK=KDIM1*(J-1)+K
  8858 AKNC(I,K)=AKNC(I,K)+2.*ALFA(J)*YYW(KDI)*YYW(KDK)
   402 CONTINUE
C*******************************************************************
C*******************************************************************
C
C   MONTAGEM ORDINARIA
C
       NUN=NNE(1,J)
       NDEL=NNE(2,J)
       NTR=NNE(3,J)
       LUN=(NUN-1)*NLC
       LDE=(NDEL-1)*NLC
       LTR=(NTR-1)*NLC
       DO 4001 I=1,NC
       NE=NNE(I,J)
       LNE=(NE-1)*NLC
       LI=(I-1)*NLC
       CPP=1.
       IF(N.GT.1)CPP=CPP
       DO 4002 L=1,NLC
       FAS(LNE+L)=FAS(LNE+L)+FNC(LI+L)*CPP
       DO 4003 LL=1,NLC
       L1I=0
       L2I=NLC
       L3I=2*NLC
       LLNE=LNE+L
       LLUN=LUN+LL
       LLDE=LDE+LL
       LLTR=LTR+LL
       IF(LLNE.GT.LLUN) GO TO 4004
       INDCT=(LUN+LL)-(LNE+L)+1
       ABAND(LNE+L,INDCT)=ABAND(LNE+L,INDCT)+AKNC(LI+L,L1I+LL)
  4004 IF(LLNE.GT.LLDE) GO TO 4005
       INDCT=(LDE+LL)-(LNE+L)+1
       ABAND(LNE+L,INDCT)=ABAND(LNE+L,INDCT)+AKNC(LI+L,L2I+LL)
  4005 IF(LLNE.GT.LLTR) GO TO 4003
       INDCT=(LTR+LL)-(LNE+L)+1
       ABAND(LNE+L,INDCT)=ABAND(LNE+L,INDCT)+AKNC(LI+L,L3I+LL)
  4003 CONTINUE
  4002 CONTINUE
  4001 CONTINUE
  6001 CONTINUE
       DO 556 J=1,NTT
```

```
      UX(J)=0.
      VX(J)=0.
  556 PX(J)=0.
C*********
C
C     DECOMPOSICAO E SOLUCAO
C
      CALL DECOMP (NN,NBW,ABAND,NN5,NBW5)
      NID=1
      IF(N.GT.1.OR.NOPT.EQ.0) NID=0
      DO 7001 NIT=1,15
      SUMUV=0.
      SUX=0.
      CALL SOLVEB(NN,NBW,FAS,DEP,ABAND,NN5,NBW5)
      DO 7002 J=1,NTT
      SUM=0.
      SUMU=0.
      SUMV=0.
      DO 7021 K=1,NC
      NLA=(K-1)*NLC
      NLAM=(K-1)*4
      DO 7022 I=1,4
      WU(NLA+I)=CU(NLAM+I)
      WV(NLA+I)=CV(NLAM+I)
 7022 CONTINUE
      IF (NLC.EQ.4) GO TO 7021
      WU(NLA+NLC)=0.
      WV(NLA+NLC)=0.
 7021 CONTINUE
      DO 7008 K=1,NC
      NLA=(K-1)*NLC
      NLAM=(K-1)*4
      NI=NNE(K,J)
      NK=NTA(K,J)
      IF(ISP(J).EQ.0) GO TO 7013
      IF(NK.NE.0) GO TO 7013
      DO 7014 LK=1,NSPZ
      MI=0
      NSP=NOSL(LK)
      IF(NSP.NE.NI) GO TO 7014
      IF(LK.GT.NSPX) MI=1
      DO 7015 LL=1,3,2
      WU(NLA+LL+MI)=0.
 7015 WV(NLA+LL+MI)=0.
 7014 CONTINUE
 7013 IF(NK.EQ.0.OR.NK.GT.J) GO TO 7008
      DO 7009 L=1,NC
      NL=NTA(L,NK)
      IF(NL.NE.J) GO TO 7009
      DO 7010 I=1,4
      WU(NLA+I)=-CU(NLAM+I)
 7010 WV(NLA+I)=-CV(NLAM+I)
 7009 CONTINUE
 7008 CONTINUE
      DO 7003 L=1,NC
      LE=(L-1)*NLC
      NI=NNE(L,J)
      NE=(NI-1)*NLC
```

```
0581            IC=KDIM1*(J-1)+LE
0582            DO 7003 LM=1,3,2
0583            IF(N.GT.1) GO TO 909
0584            SUM=SUM+R*NID*ALFA(J)*(DEP(NE+LM)*YYW(IC+LM)+YYW(IC+LM+1)*DEP(NE+L
               1 M+1))
0585        909 CONTINUE
0586            SUMU=SUMU+R *ALFA(J)*WU(LE+LM)*DEP(NE+LM)
0587            SUMV=SUMV+R *ALFA(J)*WV(LE+LM+1)*DEP(NE+LM+1)
0588       7003 CONTINUE
0589            IF(N.EQ.1)SUM=SUM-FFK(J)*R*ALFA(J)
0590            FX(J)=FX(J)+SUM
0591            UX(J)=UX(J)+SUMU
0592            VX(J)=VX(J)+SUMV
0593            SUMUV=SUMUV+SUMU*SUMU+SUMV*SUMV
0594            SUX=SUX+UX(J)*UX(J)+VX(J)*VX(J)
0595            DO 7004 L=1,NC
0596            LE=(L-1)*NLC
0597            NI=NNE(L,J)
0598            NE=(NI-1)*NLC
0599            IC=KDIM1*(J-1)+LE
0600            DO 7004 LM=1,3,2
0601            IF(N.EQ.1)FAS(NE+LM)=FAS(NE+LM)-SUM*YYW(IC+LM)
0602            IF(N.EQ.1)FAS(NE+LM+1)=FAS(NE+LM+1)-SUM*YYW(IC+LM+1)
0603            FAS(NE+LM)=FAS(NE+LM)-SUMU*WU(LE+LM)
0604       7004 FAS(NE+LM+1)=FAS(NE+LM+1)-SUMV*WV(LE+LM+1)
0605       7002 CONTINUE
0606            SUP=SUMUV/SUX
0607            SUPS= SQRT(SUP)
0608            IF(SUPS.LE.EPI) GO TO 7006
0609       7001 CONTINUE
0610       7006 CONTINUE
0611            REWIND 2
0612            REWIND 3
          C
          C********
          C
          C   CALCULO DOS DESLOCAMENTOS E DAS TENSOES
          C
0613            DO 3001 J=1,NTT
0614            N1=NNE(1,J)
0615            N2=NNE(2,J)
0616            N3=NNE(3,J)
0617            A1=-2.*XI(N1)+2.*XI(N3)
0618            A2= 2.*XI(N1)-2.*XI(N2)
0619            A3= 2.*XI(N2)-2.*XI(N3)
0620            B1= 2.*YI(N1)-2.*YI(N3)
0621            B2=-2.*YI(N1)+2.*YI(N2)
0622            B3=-2.*YI(N2)+2.*YI(N3)
0623            AIRE=(A3*B2-A2*B3)/2.0
0624            KELJ=KEL(J)
0625            CALL SIGELA(J,NKEL,NTT,KELJ,NUH,NUV,ELASTH,ELASTV,GV,D,ANDR,INDEX)
          C
          C   CALCULO DOS DESLOCAMENTOS NO CENTRO DOS ELEMENTOS
          C
0626            IJ=(J-1)*LR
0627            DO 3002 I=1,NC
0628            NE=NNE(I,J)
0629            II=NLC*(I-1)
```

```
          IE=NLC*(NE-1)
          DO 3002 K=1,NLC
     3002 UV(II+K)=DEP(IE+K)
          IF(N.EQ.1) UV(13)=PX(J)
          DO 3004 K=1,LR
          JK=K+LLR
          IK=JK-1
          UV(JK)=FK(IJ+K)
          IIJ=IJ*17+(K-1)*17
          DO 3004 L=1,IK
     3004 UV(JK)=UV(JK)-YM(IIJ+L)*UV(L)
          DO 3221 I=1,3
          PRES(I)=-UV(12+I)*ANGR
     3221 CONTINUE
C
          DO 3008 K=1,NC
          NK=NTA(K,J)
          IF(NK.EQ.0.OR.NK.GT.J) GO TO 3008
          DO 3009 L=1,NC
          NL=NTA(L,NK)
          IF(NL.NE.J) GO TO 3009
          NLA=(K-1)*NLC
          DO 3999 I=1,2
          II=NLA+I
          III=NLA+I+2
          SAVE=UV(II)
          UV(II)=UV(III)
     3999 UV(III)=SAVE
     3009 CONTINUE
     3008 CONTINUE
          IF(N.EQ.1) GO TO 3010
          DO 3222 I=1,3
          PRES(I)=-UV(5*I)*ANGR
     3222 CONTINUE
          DO 3012 I=1,4
     3012 UV(4+I)=UV(5+I)
          DO 3011 I=1,4
     3011 UV(8+I)=UV(10+I)
     3010 DO 3005 I=1,2
     3005 UV(12+I)=UV(15+I)
C***
C
C  TENSOES E DESLOCAMENTOS DA ETAPA DE CARREGAMENTO PRECEDENTE
C
          READ(2)SIGMA,UVP,PRESP
          DO 3000 I=1,14
          UVT(I)=(UVP(I)+UV(I))/CONS
          IF(N.GT.1) UV(I)=UV(I)-UVP(I)
     3000 CONTINUE
C***
C
C  CALCULO DOS DESLOCAMENTOS AUXILIARES NOS VERTICES E MEIOS DOS LADOS
C  DO ELEMENTO
C
          DO 3006 I=1,12
     3006 UVS(I)=0.
          DO 3007 I=1,12
          DO 3007 K=1,14
```

```
  3007 UVS(I)=UVS(I)+B(I,K)*UV(K)
       IF(NDSOM.EQ.1) GO TO 3023
       WRITE(6,151)(UVS(I),I=1,12)
C
C
  3023 LNS=0
       DO 3019 I=1,9
  3019 EG(I)=0.
       CALL AIBI(UMAT,B1,B2,B3,AIRE)
       DO 3030 I=1,3
       DO 3030 K=1,6
       EG(I)=EG(I)+UMAT(I,K)*UVS(2*K-1)
  3030 EG(6+I)=EG(6+I)+UMAT(I,K)*UVS(2*K)
       CALL AIBI(UMAT,A1.A2,A3,AIRE)
       DO 3032 I=1.3
       DO 3032 K=1,6
       EG(3+I)=EG(3+I)+UMAT(I,K)*UVS(2*K)
  3032 EG(6+I)=EG(6+I)+UMAT(I,K)*UVS(2*K-1)
C.
       NNC=3
       IF(NS.EQ.2) NNC=6
       IF(NS.EQ.3) NNC=4
  3026 DO 3060 L=1,NNC
       DO 3018 II=1,3
       STG(II)=0.
       XYG(II)=0.
  3018 S(II)=0.
       IF(LNS.EQ.1) GO TO 3034
       IF(LNS.EQ.2) GO TO 3035
       IF(NS-2) 3033,3034,3035
C
C  DEFORMACOES AUXILIARES NOS VERTICES DOS ELEMENTOS
C
  3033 DO 3029 K=1,3
       KK=(K-1)*3+L
  3029 XYG(K)=EG(KK)
       GO TO 3022
C
C  DEFORMACOES AUXILIARES NOS MEIOS DOS LADOS E NO CENTRO DO ELEMENTO
C
  3035 IF(L.LT.4) GO TO 3038
       DO 3041 II=1,3
  3041 S(II)=0.3333333333
       GO TO 3036
  3038 IF(L.EQ.1.OR.L.EQ.3) S(1)=0.5
       IF(L.EQ.1.OR.L.EQ.2) S(2)=0.5
       IF(L.EQ.2.OR.L.EQ.3) S(3)=0.5
       GO TO 3036
C
C  DEFORMACOES AUXILIARES NOS PONTOS DE GAUSS
C
  3034 IF(L.EQ.1.OR.L.EQ.6) S(1)=AA
       IF(L.EQ.1.OR.L.EQ.4) S(2)=BB
       IF(L.EQ.2.OR.L.EQ.5) S(1)=BB
       IF(L.EQ.2.OR.L.EQ.3) S(2)=AA
       IF(L.EQ.3.OR.L.EQ.6) S(3)=BB
       IF(L.EQ.4.OR.L.EQ.5) S(3)=AA
  3036 DO 3037 K=1,2
```

```
            DO 3037 M=1,3
            KK=(K-1)*3+M
      3037 XYG(K)=XYG(K)+S(M)*EG(KK)
      C
      C  CALCULO DAS TENSOES .
      C
      3022 DO 3021 LL=1,3
            DO 3021 LM=1,3
      3021 SIG(LL)=SIG(LL)+D(LL,LM)*XYG(LM)
      C
            IF(NNC.NE.4)GO TO 400
            IF(L.EQ.4)GO TO 400
      C****
            DO 3010 I=1,3
            IW=(L-1)*3
            SIGT(I)=SIGPW(I+IW)+SIG(I)/CONS
            SIGTW(IW+I)=SIGT(I)
      3010 CONTINUE
            PREST(L)=(PRESP(L)+PRES(L))/CONS
            IF(N.GT.1)PREST(L)=PRES(L)
      C****
       400 CONTINUE
      3050 CONTINUE
      C****
            WRITE(3)SIGTW,UVT,PREST
      C****
      C
            LNS=LNS+1
            IF(NS.NE.0) GO TO 3001
            IF(LNS.EQ.1) NNC=6
            NNC=4
            IF(LNS.LE.2) GO TO 3026
      3001 CONTINUE
      C*********
      C
      C******************************************************************
      C
            WRITE(6,127)TIMEN
            WRITE(6,113) NIT
            WRITE(6,196)
            REWIND 4
            REWIND 3
            REWIND 2
            REWIND 1
            DO 9001 J=1,NTT
            IF(N.LE.2) WRITE(6,152)J,INDEX(J)
            IF(N.GT.2.AND.J.EQ.8) WRITE(6,152)J,INDEX(J)
            READ(3) SIGTW,UVT,PREST
            WRITE(2) SIGTW,UVT,PREST
            WRITE(4) SIGTW,UVT,PREST
            WRITE(1) PREST
            CALL RESULT(NNE,XI,YI,NC,NTT,NCT,J,SIGTW,SIGT,UVT,PREST,ANOR,N)
      9001 CONTINUE
      C******************************************************************
            IF(NPRIM.EQ.1) GO TO 269
         1 CONTINUE
            NPRIM=1
            NEC=1

FORTRAN IV G LEVEL 21                MAIN          DATE = 83082       11/29/42            PAGE 0017

            IF(NFERM.EQ.1) GO TO 79
      C******************************************************************
       269 STOP
            END
```

```
      SUBROUTINE COMP(ZZ,N,A1,A2,A3,B1,B2,B3)
       IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
      DIMENSION ZZ(N,N)
      ZZ(1,1)=3*A1*B1
      ZZ(2,1)=-1*A1*B2
      ZZ(3,1)=-1*A1*B3
      ZZ(4,1)=4*A1*B2
      ZZ(5,1)=0
      ZZ(6,1)=4*A1*B3
      ZZ(1,2)=-1*A2*B1
      ZZ(2,2)=3*A2*B2
      ZZ(3,2)=-1*A2*B3
      ZZ(4,2)=4*A2*B1
      ZZ(5,2)=4*A2*B3
      ZZ(6,2)=0
      ZZ(1,3)=-1*A3*B1
      ZZ(2,3)=-1*A3*B2
      ZZ(3,3)=3*A3*B3
      ZZ(4,3)=0
      ZZ(5,3)=4*A3*B2
      ZZ(6,3)=4*A3*B1
      ZZ(1,4)=4*A2*B1
      ZZ(2,4)=4*A1*B2
      ZZ(3,4)=0
      ZZ(4,4)=4*(A1*B2+A2*B1+2*A1*B1+2*A2*B2)
      ZZ(5,4)=4*(A2*B3+A2*B2+A1*B2+2*A1*B3)
      ZZ(6,4)=4*(A1*B1+A2*B1+A1*B3+2*A2*B3)
      ZZ(1,5)=0
      ZZ(2,5)=4*A3*B2
      ZZ(3,5)=4*A2*B3
      ZZ(4,5)=4*(A3*B2+A2*B2+A2*B1+2*A3*B1)
      ZZ(5,5)=4*(A2*B3+A3*B2+2*A2*B2+2*A3*B3)
      ZZ(6,5)=4*(A3*B3+A3*B1+A2*B3+2*A2*B1)
      ZZ(1,6)=4*A3*B1
      ZZ(2,6)=0
      ZZ(3,6)=4*A1*B3
      ZZ(4,6)=4*(A1*B1+A1*B2+A3*B1+2*A3*B2)
      ZZ(5,6)=4*(A3*B3+A1*B3+A3*B2+2*A1*B2)
      ZZ(6,6)=4*(A1*B3+A3*B1+2*A1*B1+2*A3*B3)
      RETURN
      END
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 COMPC DATE = 83082 11/29/42 PAGE 0001

```
      SUBROUTINE COMPC(CCB,L,M,B1,B2,B3)
      IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
      DIMENSION CCB(L,M)
      CCB(1,1)=B1
      CCB(2,1)=B2
      CCB(3,1)=-B3
      CCB(4,1)=-2*B3
      CCB(5,1)=2*B3
      CCB(6,1)=2*B3
      CCB(1,2)=-B1
      CCB(2,2)=B2
      CCB(3,2)=B3
      CCB(4,2)=2*B1
      CCB(5,2)=-2*B1
      CCB(6,2)=2*B1
      CCB(1,3)=B1
      CCB(2,3)=-B2
      CCB(3,3)=B3
      CCB(4,3)=2*B2
      CCB(5,3)=2*B2
      CCB(6,3)=-2*B2
      RETURN
      END
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 GTPRDA DATE = 83082 11/29/42 PAGE 0001

```
      SUBROUTINE GTPRDA(A,B,R,N,M,L,NM,NL,ML)
      IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
      DIMENSION A(NM) ,B(NL),R(ML)
      IR=0
      IK=-N
      DO 10 K=1,L
      IJ=0
      IK=IK+N
      DO 10 J=1,M
      IB=IK
      IR=IR+1
      R(IR)=0
      DO 10 I=1,N
      IJ=IJ+1
      IB=IB+1
   10 R(IR)=R(IR)+A(IJ)*B(IB)
      RETURN
      END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21              SGMPRD              DATE = 83082          11/29/42              PAGE 0001

              SUBROUTINE SGMPRD(A,B,R,N,M)
               IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
              DIMENSION A(N,M),B(M,N),R(N,N)
              DO 10 I=1,N
              DO 10 J=I,N
              SUM=0.
              DO 9 K=1,M
            9 SUM=SUM+A(I,K)*B(K,J)
              R(I,J)=SUM
           10 R(J,I)=SUM
              RETURN
              END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21              LIGNCO              DATE = 83082          11/29/42              PAGE 0001

              SUBROUTINE LIGNCO(A,M,N,ITRA,IR)
               IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
              DIMENSION A(1).ITRA(1)
              IF(IR) 3,4,3
            3 MM=M
              MMM=-1
              L=M
              LL=N
              GO TO 5
            4 MM=1
              MMM=M
              L=N
              LL=M
            5 IA=1
              ID=1
              DO 12 I=1,LL
              K=ITRA(IA)
              IF(K-IA) 10,12,10
           10 IL=IA*MM
              K=K*MM
              DO 11 J=1,L
              SAVE=A(IL)
              A(IL)=A(K)
              A(K)=SAVE
              K=K+MMM
           11 IL=IL+MMM
           12 IA=IA+ID
              RETURN
              END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                  REDUC               DATE = 83082          11/29/42                PAGE 0001

 0001               SUBROUTINE REDUC (FNC,LC,YW,FK,KFK,KYW,J,LLC,MGEL,IN)
 0002                IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
 0003               COMMON/THREE/AKNC(17,17)
 0004               DIMENSION FNC(17) ,YW(KYW) ,FK(KFK)
              C
              C  ELIMINACAO DE DUAS PRESSOES E DE DOIS DESLOCAMENTOS - NAO-DRENADO
              C  ELIMINACAO DE DOIS DESLOCAMENTOS - CONSOLIDACAO
              C
 0005               DO 31 L=1,LC
 0006               IJ=MGEL-L
 0007               IK=IJ+1
 0008               PIVOT=AKNC(IK,IK)
 0009               DO 32 K=1,IJ
 0010               P=AKNC(IK,K)/PIVOT
 0011               AKNC(IK,K)=P
 0012               DO 33 I=K,IJ
 0013               AKNC(I,K)=AKNC(I,K)-P*AKNC(I,IK)
 0014            33 AKNC(K,I)=AKNC(I,K)
              C     IF(IN.NE.0) GOTO 32
 0015               FNC(K)=FNC(K)-AKNC(IK,K)*FNC(IK)
 0016            32 CONTINUE
 0017               IF(IN.NE.0) GOTO 31
 0018               FNC(IK)=FNC(IK)/PIVOT
 0019            31 CONTINUE
              C
              C  MEMORIZACAO DOS MULTIPLICADORES E DO VETOR FORCA PROVENIENTE DA
              C  ELIMINACAO
              C
 0020               DO 10 K=1,MGEL
 0021               DO 10 L=1,LC
 0022               LFK=(J-1)*LC+L
 0023               LYW=(J-1)*LC*MGEL+(L-1)*MGEL+K
 0024               YW(LYW)=AKNC(LLC+L,K)
 0025               IF(IN.NE.0) GOTO 10
 0026               FK(LFK)=FNC(LLC+L)
 0027            10 CONTINUE
 0028               RETURN
 0029               END
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 SPBC DATE = 83082 11/29/42 PAGE 0001

```
      SUBROUTINE SPBC(J,NTT,N,NSPEC,DEL,NDEL,NSPX,NSPZ,NNE,NLC,NC,FNC)
       IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
      COMMON/THREE/AKNC(17,17)
      DIMENSION DEL(NSPEC),NDEL(NSPEC),NNE(NC,NTT)
      DIMENSION FNC(17)
C
C  CONDICOES FRONTEIRAS ESPECIFICADAS NULAS
C
      NSPC=NSPEC
      IF(N.EQ.1) NSPC=NSPZ
      DO 10 I=1,3
      NI=NNE(I,J)
      DO 3 K=1,NSPC
      KDEL=NDEL(K)
      IF(KDEL.NE.NI) GO TO 3
      IND=NLC*(I-1)
      IF(K.LE.NSPX) GO TO 8
      IF(K.LE.NSPZ) GO TO 7
      IND1=NLC*I
      GO TO 4
    7 IND1=IND+2
      IND2=IND+4
      GO TO 9
    8 IND1=IND+1
      IND2=IND+3
    9 DO 6 L=1,17
      AKNC(IND2,L)=0.
      AKNC(L,IND2)=0.
      IF(L.EQ.IND2) AKNC(L,L)=1.
      IF(L.EQ.IND2)FNC(L)=0.
    6 CONTINUE
    4 DO 5 L=1,17
      FNC(L)=FNC(L)-AKNC(L,IND1)*DEL(K)
      AKNC(IND1,L)=0.
      AKNC(L,IND1)=0.
      IF(L.EQ.IND1) AKNC(L,L)=1.
      IF(L.EQ.IND1) FNC(L)=DEL(K)
    5 CONTINUE
    3 CONTINUE
   10 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                . DECOMP            DATE = 83082          11/29/42                    PAGE 0001

                  SUBROUTINE DECOMP(N,NBW,A,NN5,NBW5)
                   IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
                  DIMENSION A(NN5,NBW5)
                  DO 101 I=1,N
                  IP=N-I+1
                  IF (IP.LE.NBW) GO TO 105
                  IP=NBW
              105 DO 102 J=1,IP
                  NF=NBW-J
                  IM1=I-1
                  IF (NF.LE.IM1) GO TO 106
                  NF=IM1
              106 SUM=0.0
                  IF (NF.EQ.0) GO TO 104
                  DO 103 K=1,NF
                  IMK=I-K
                  KP1=K+1
                  KPJ=K+J
              103 SUM=SUM+A(IMK,1)*A(IMK,KP1)*A(IMK,KPJ)
              104 A(I,J)=A(I,J)-SUM
                  IF (J.LE.1) GO TO 102
                  A(I,J)=A(I,J)/A(I,1)
              102 CONTINUE
              101 CONTINUE
                  RETURN
                  END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                  SIGELA            DATE = 83082          11/29/42                    PAGE 0001

                  SUBROUTINE SIGELA(J,K    ,NTT,KELJ,NUH,NUV.ELASTH,ELASTV,GV,D,ANOR
                 1,INDEX)
                   IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
                   REAL NUV,NUH,NU1,NU2,NU3,NU4,NU5,NU6
                  DIMENSION D(3,3),NUH(K,2),NUV(K,2),ELASTH(K,2),ELASTV(K,2),
                 1GV(K,2),INDEX(NTT)
                  I=INDEX(J)
                  NU1=NUH(KELJ,I)
                  NU2=NUV(KELJ,I)
                  RE=ELASTH(KELJ,I)/ELASTV(KELJ,I)
                  NU3=(1+NU1)*(1-NU1-2*RE*NU2*NU2)
                  RG=GV(KELJ,I)/ELASTV(KELJ,I)
                  CONST=ELASTV(KELJ,1)/NU3/ANOR
                  NU4=RE*NU2*(1+NU1)
                  NU5=RE*(1.-RE*NU2*NU2)
                  NU6=1-NU1*NU1
                  D(1,1)=NU5*CONST
                  D(2,1)=NU4*CONST
                  D(1,2)=D(2,1)
                  D(2,2)=NU6*CONST
                  D(3,3)=RG*NU3*CONST
                  RETURN
                  END
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 SOLVEB DATE = 83082 11/29/42 PAGE 0001

```
      SUBROUTINE SOLVEB(N,NBW,F,X,A,NN5,NBW5)
       IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
      DIMENSION F(NN5),X(NN5),A(NN5,NBW5)
      X(1)=F(1)/A(1,1)
      DO 100 I=2,N
      NF=NBW-1
      IM1=I-1
      IF (NF.NE.IM1)  GO TO 102
      NF=IM1
  102 SUM=0.0
      DO 101 K=1,NF
      IMK=I-K
      KP1=K+1
  101 SUM=SUM+A(IMK,1)*A(IMK,KP1)*X(IMK)
      X(I)=(F(I)-SUM)/A(I,1)
  100 CONTINUE
      DO 110 II=2,N
      I=N+1-II
      NF=NBW-1
      NMI=N-I
      IF (NF.LE.NMI) GO TO 103
      NF=NMI
  103 SUM=0.0
      DO 111 K=1,NF
      KP1=K+1
      IPK=I+K
  111 SUM=SUM+A(I,KP1)*X(IPK)
      X(I)=X(I)-SUM
  110 CONTINUE
      RETURN
      END
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 AIBI DATE = 83082 11/29/42 PAGE 0001

```
      SUBROUTINE AIBI(U,A1,A2,A3,AIRE)
       IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
      DIMENSION U(3,6)
      U(1,1)=3.*A1
      U(2,1)=  -A1
      U(3,1)=  -A1
      U(1,2)=  -A2
      U(2,2)=3.*A2
      U(3,2)=  -A2
      U(1,3)=  -A3
      U(2,3)=  -A3
      U(3,3)=3.*A3
      U(1,4)=4.*A2
      U(2,4)=4.*A1
      U(3,4)=0.
      U(1,5)=0.
      U(2,5)=4.*A3
      U(3,5)=4.*A2
      U(1,6)=4.*A3
      U(2,6)=0.
      U(3,6)=4.*A1
      DO 1 I=1,3
      DO 1 K=1,6
    1 U(I,K)=U(I,K)/2./AIRE
      RETURN
      END
```

```
0001              SUBROUTINE RESULT(NNE,XI,YI,NC,NTT,NCT,J,SIGTW,SIGT,UVT,PREST,ANOR
                 1,N)
0002              IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
0003              DIMENSION NNE(NC,NTT)
0004              DIMENSION XI(NCT),YI(NCT),SIGTW(9),SIGT(3),UVT(14),PREST(3)
0005          152 FORMAT(///,1X,'NUMERO DO TRIANGULO',I5)
0006          153 FORMAT( /,5X,'TENSOES')
0007          154 FORMAT( /,5X,'DESLOCAMENTOS')
0008          155 FORMAT(10X,'LADO NUMERO',I5,5X,3F20.4)
0009          156 FORMAT(5X,I5,5X,2F10.2,5X,3F10.4,5X,F10.4,5X,2F10.4,F10.2)
0010          157 FORMAT(5X,I5,5X,2F10.2,5X,2F10.4)
0011          158 FORMAT(4X,'CENTRO',5X.2F10.2,5X,2F10.4)
0012          159 FORMAT(15X,'O PROGRAMA ESTA LIMITADO A NC=3 ')
0013          160 FORMAT(/T7,'LADO',T23,'X',T33,'Y',T44,'SIGMA X',T54,'SIGMA Y',
                 1 T65,'TAL XY',T78,'PRESSAO ',T94,'SIGMA 1',T104,'SIGMA 3',T116,'TH
                 2ETA')
0014          161 FORMAT(/T5,'LADO',T23,'X',T33,'Y',T48,'U',T58,'V')
0015          162 FORMAT(4X,'CENTRO',5X,2F10.2,5X,3F10.4,5X,F10.4,5X,2F10.4,F10.2)
0016              IF(N.LE.2) WRITE(6,153)
0017              IF(N.GT.2.AND.J.EQ.3) WRITE(6,153)
0018              IF(N.LE.2) WRITE(6,160)
0019              IF(N.GT.2.AND.J.EQ.3) WRITE(6,160)
0020              SIGX=0.
0021              SIGY=0.
0022              TALXY=0.
0023              PRESS=0.
0024              LCUT=0
0025              DO 9002 L=1,NC
0026              DO 9003 I=1,3
0027              IW=(L-1)*3
0028              SIGT(I)=SIGTW(IW+I)*ANOR
0029         9003 CONTINUE
0030         9020 LCUT=LCUT+1
0031              P=(SIGT(1)+SIGT(2))/2.
0032              R= SQRT((SIGT(1)-P)**2+(SIGT(3)**2))
0033              DTHETA= ARSIN(SIGT(3)/R)*180./3.14159265
0034              IF(P.LT.0.)GO TO 10
0035              SIGMA1=P+R
0036              SIGMA3=P-R
0037              THETA=DTHETA/2.
0038              IF(SIGT(1).LT.SIGT(2))THETA=(180.-DTHETA)/2.
0039              IF(SIGT(1).LT.SIGT(2).AND.SIGT(3).LT.0.)THETA=-(180.+DTHETA)/2.
0040              GO TO 20
0041           10 SIGMA1=P-R
0042              SIGMA3=P+R
0043              THETA=(DTHETA-180.)/2.
0044              IF(SIGT(3).LT.0.)THETA=(DTHETA+180.)/2.
0045              IF(SIGT(1).LT.SIGT(2))THETA=-DTHETA/2.
0046           20 CONTINUE
0047              IF(LCUT.EQ.4) GO TO 9021
0048              NI=NNE(L,J)
0049              IF(N.LE.2) WRITE(6,156)NI,XI(NI),YI(NI),(SIGT(I),I=1,3),PREST(L),S
                 1IGMA1,SIGMA3,THETA
0050              IF(N.GT.2.AND.J.EQ.3) WRITE(6,156)NI,XI(NI),YI(NI),(SIGT(I),I=1,3)
                 1,PREST(L),SIGMA1,SIGMA3,THETA
0051              SIGX=SIGX+SIGT(1)
0052              SIGY=SIGY+SIGT(2)
0053              TALXY=TALXY+SIGT(3)
```

```
0054                PRESS=PRESS+PREST(L)
0055                SIGT(1)=SIGX/NC
0056                SIGT(2)=SIGY/NC
0057                SIGT(3)=TAUXY/NC
0058                PRESTM=PRESS/NC
0059                N1=NNE(1,J)
0060                N2=NNE(2,J)
0061                N3=NNE(3,J)
0062                XCEN=(XI(N1)+XI(N2)+XI(N3))/3.
0063                YCEN=(YI(N1)+YI(N2)+YI(N3))/3.
0064                IF(LOUT.EQ.3) GO TO 9020
0065           9002 CONTINUE
0066           9021 IF(N.LE.2) WRITE(6,162)XCEN,YCEN,(SIGT(I),I=1,3),PRESTM,SIGMA1,SIG
                   1MA3,THETA
0067                IF(N.GT.2.AND.J.EQ.8) WRITE(6,162)XCEN,YCEN,(SIGT(I),I=1,3),PRESTM
                   1,SIGMA1,SIGMA3,THETA
0068                A1=-2.*XI(N1)+2.*XI(N3)
0069                A2=2.*XI(N1)-2.*XI(N2)
0070                A3=2.*XI(N2)-2.*XI(N3)
0071                B1=2.*YI(N1)-2.*YI(N3)
0072                B2=-2.*YI(N1)+2.*YI(N2)
0073                B3=-2.*YI(N2)+2.*YI(N3)
0074                IF(N.LE.2) WRITE(6,154)
0075                IF(N.GT.2.AND.J.EQ.8) WRITE(6,154)
0076                IF(N.LE.2) WRITE(6,161)
0077                IF(N.GT.2.AND.J.EQ.8) WRITE(6,161)
0078                DO 9004 L=1,NC
0079                IF(L.GT.1)GO TO 9005
0080                AI=A3
0081                BI=B3
0082                GO TO 9011
0083           9005 IF(L.GT.2)GO TO 9006
0084                AI=A1
0085                BI=B1
0086                GO TO 9011
0087           9006 IF(L.GT.3)GO TO 9007
0088                AI=A2
0089                BI=B2
0090           9011 NI=NNE(L,J)
0091                DO 9008 LI=1,2
0092                IF(LI.EQ.2)GO TO 9009
0093                XGAUS=XI(NI)-.5*AI/SQRT(3.)
0094                YGAUS=YI(NI)+.5*BI/SQRT(3.)
0095                GO TO 9019
0096           9009 CONTINUE
0097                XGAUS=XI(NI)+.5*AI/SQRT(3.)
0098                YGAUS=YI(NI)-.5*BI/SQRT(3.)
0099           9019 I=4*(L-1)+2*(LI-1)
0100                IF(N.LE.2) WRITE(6,157)NI,XGAUS,YGAUS,UVT(I+1),UVT(I+2)
0101                IF(N.GT.2.AND.J.EQ.8) WRITE(6,157)NI,XGAUS,YGAUS,UVT(I+1),UVT(I+2)
0102           9008 CONTINUE
0103           9004 CONTINUE
0104                IF(N.LE.2) WRITE(6,158)XCEN,YCEN,UVT(13),UVT(14)
0105                IF(N.GT.2.AND.J.EQ.8) WRITE(6,158)XCEN,YCEN,UVT(13),UVT(14)
0106                GO TO 9001
0107           9007 WRITE(6,159)
              C
0108           9001 RETURN
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                RESULT            DATE = 83082        11/29/42             PAGE 0003

                    END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                SBNTA             DATE = 83082        11/29/42             PAGE 0001

                    SUBROUTINE SBNTA(NNE,NTA,NWN,NTT,NCT,NC)
                     IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
              C     NUMERACAO DOS TRIANGULOS ADJACENTES A UM TRIANGULO
                    DIMENSION NNE(3,NTT),NTA(3,NTT),NWN(NCT)
                    DO 1 I=1,NCT
                  1 NWN(I)=0
                    DO 4 J=1,NTT
                    DO 4 I=1,NC
                  4 NTA(I,J)=0
                    DO 2 J=1,NTT
                    DO 2 I=1,NC
                    NI=NNE(I,J)
                    NWI=NWN(NI)
                    IF(NWN(NI).EQ.0)NWN(NI)=J
                    IF(NWI.EQ.0)GO TO 2
                    NJ=NWN(NI)
                    NTA(I,J)=NJ
                    DO 3 L=1,NC
                    IF(NNE(L,NJ).EQ.NI.AND.NTA(L,NJ).EQ.0)NTA(L,NJ)=J
                  3 CONTINUE
                  2 CONTINUE
                    RETURN
                    END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                YIELD             DATE = 83082        11/29/42             PAGE 0001

                    SUBROUTINE YIELD(SIGTW,SIHC,SIVC,J,KEL,INDEX,ANOR)
                     IMPLICIT REAL (A-H,O-Z)
                    DIMENSION SIGTW(1),SIHC(1),SIVC(1),KEL(1),INDEX(1)
                    KELJ=KEL(J)
                    SIV=(SIGTW(2)+SIGTW(5)+SIGTW(8))/3.
                    SIH=(SIGTW(1)+SIGTW(4)+SIGTW(7))/3.
                    SIH=-SIH*ANOR
                    SIV=-SIV*ANOR
                    INDEX(J)=1
                    IF(SIH.GT.SIHC(KELJ).OR.SIV.GT.SIVC(KELJ)) INDEX(J)=2
                    RETURN
                    END
```

APÊNDICE IV

FÓRMULAS UTILIZADAS NO PROGRAMA "SOL"

$$\frac{\partial L_i}{\partial x} = \frac{b_i}{2A} \qquad \frac{\partial L_i}{\partial y} = \frac{a_i}{2A}$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} = \frac{\partial N_1}{\partial L_1} \frac{\partial L_1}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial L_2} \frac{\partial L_2}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial L_3} \frac{\partial L_3}{\partial x}$$

$$N_1 = L_1 (2 L_1 - 1) = 2 L_1^2 - L_1$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} = (4 L_1 - 1) \frac{b_1}{2A}$$

$$N_2 = L_2 (2 L_2 - 1) = 2 L_2^2 - L_2$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial x} = (4 L_2 - 1) \frac{b_2}{2A}$$

$$N_3 = L_3 (2 L_3 - 1) = 2 L_3^2 - L_3$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial x} = (4 L_3 - 1) \frac{b_3}{2A}$$

$$N_4 = 4 L_1 L_2$$

$$\frac{\partial N_4}{\partial x} = 4 L_2 \frac{b_1}{2A} + 4 L_1 \frac{b_2}{2A} = \frac{4}{2A} (L_2 b_1 + L_1 b_2)$$

$$\frac{\partial N_4}{\partial x} = \frac{4}{2A} \quad (L_2\ b_1 + L_1\ b_2)$$

$$N_5 = 4\ L_2\ L_3$$

$$\frac{\partial N_5}{\partial x} = 4\ L_3 \quad \frac{b_2}{2A} \quad + \quad 4\ L_2 \quad \frac{b_3}{2A}$$

$$\frac{\partial N_5}{\partial x} = \frac{4}{2A} \quad (L_3\ b_2 + L_2\ b_3)$$

$$\frac{\partial N_6}{\partial x} = \frac{4}{2A} \ (L_1\ b_3 + L_3\ b_1)$$

$$\left\{\frac{\partial N}{\partial x}\right\}^T = \frac{1}{2A} \left\{ \begin{array}{l} (4L_1 - 1)\ b_1 \\ (4L_2 - 1)\ b_2 \\ (4L_3 - 1)\ b_3 \\ 4\,(L_2\ b_1 + L_1\ b_2) \\ 4\,(L_3\ b_2 + L_2\ b_3) \\ 4\,(L_1\ b_3 + L_3\ b_1) \end{array} \right. \qquad \left\{\frac{\partial N}{\partial y}\right\}^T \quad b_i \rightarrow a_i$$

$$\left\{\frac{\partial N}{\partial x}\right\}^T = \frac{1}{2A} \quad \{\beta_i\} \qquad \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\}^T = \frac{1}{2A} \quad \{\alpha_i\}$$

APÊNDICE V

DADOS DO PROBLEMA

AMOR	R	EPI	KZERO	CONTRI	ROW
100.0	1.80	0.50E-03	1.00	0.0	9.81000

NBH4	NBW5	NN5	NLIM	NPRPM
36	45	540	1	0

NOPT	NS	NDSOM
0	3	1

NOME DE CADA UM DOS PARAMETROS

NTT	NCT	NEC	NSPEC	NSPX	NSPY	NTSP	NKEL	NOS	NTTSP	NTUVPQ
64	108	1	124	108	9	8	1	16	8	64

COORDENADAS DOS PONTOS DOS MEIOS DOS LADOS

I	XI	YI
1	0.0	1.25
2	0.0	3.75
3	0.0	6.25
4	0.0	8.75
5	1.00	0.0
6	1.00	1.25
7	1.00	2.50
8	1.00	3.75
9	1.00	5.00
10	1.00	6.25
11	1.00	7.50
12	1.00	8.75
13	1.00	10.00
14	2.00	1.25
15	2.00	3.75
16	2.00	6.25
17	2.00	8.75
18	3.00	0.0
19	3.00	1.25
20	3.00	2.50
21	3.00	3.75
22	3.00	5.00
23	3.00	6.25
24	3.00	7.50
25	3.00	8.75
26	3.00	10.00
27	4.00	1.25
28	4.00	3.75
29	4.00	6.25
30	4.00	8.75
31	5.00	0.0
32	5.00	1.25
33	5.00	2.50
34	5.00	3.75
35	5.00	5.00
36	5.00	6.25
37	5.00	7.50
38	5.00	8.75
39	5.00	10.00
40	6.00	1.25
41	6.00	3.75
42	6.00	6.25
43	6.00	8.75
44	7.00	0.0
45	7.00	1.25
46	7.00	2.50
47	7.00	3.75
48	7.00	5.00
49	7.00	6.25
50	7.00	7.50
51	7.00	8.75
52	7.00	10.00
53	8.00	1.25
54	8.00	3.75
55	8.00	6.25
[illegible]	[illegible]	[illegible]

LADOS DO TRIANGULO , TRIANGULOS ADJACENTES E ESPECIFICACOES DENTRO DO TRIANGULO

J	NNE(1,J)	NNE(2,J)	NNE(3,J)	NTA(1,J)	NTA(2,J)	NTA(3,J)	IT(J)	ISP (J)	KW(J)	KEL(J)
1	1	5	6	0	0	2	0	1	1	1
2	6	14	7	1	9	3	0	1	1	1
3	2	7	8	0	2	4	0	1	1	1
4	8	15	9	3	11	5	0	1	1	1
5	3	9	10	0	4	6	0	1	1	1
6	10	16	11	5	13	7	0	1	1	1
7	4	11	12	0	6	8	0	1	1	1
8	12	17	13	7	15	0	1	1	1	1
9	14	18	19	2	0	10	0	1	1	1
10	19	27	20	9	17	11	0	1	1	1
11	15	20	21	4	10	12	0	1	1	1
12	21	28	22	11	19	13	0	1	1	1
13	16	22	23	6	12	14	0	1	1	1
14	23	29	24	13	21	15	0	1	1	1
15	17	24	25	8	14	16	0	1	1	1
16	25	30	26	15	23	0	1	1	1	1
17	27	31	32	10	0	18	0	1	1	1
18	32	40	33	17	25	19	0	1	1	1
19	28	33	34	12	18	20	0	1	1	1
20	34	41	35	19	27	21	0	1	1	1
21	29	35	36	14	20	22	0	1	1	1
22	36	42	37	21	29	23	0	1	1	1
23	30	37	38	16	22	24	0	1	1	1
24	38	43	39	23	31	0	1	1	1	1
25	40	44	45	18	0	26	0	1	1	1
26	45	53	46	25	33	27	0	1	1	1
27	41	46	47	20	26	28	0	1	1	1
28	47	54	48	27	35	29	0	1	1	1
29	42	48	49	22	28	30	0	1	1	1
30	49	55	50	29	37	31	0	1	1	1
31	43	50	51	24	30	32	0	1	1	1
32	51	56	52	31	39	0	1	1	1	1
33	53	57	58	26	0	34	0	1	1	1
34	58	66	59	33	41	35	0	1	1	1
35	54	59	60	28	34	36	0	1	1	1
36	60	67	61	35	43	37	0	1	1	1
37	55	61	62	30	36	38	0	1	1	1
38	62	68	63	37	45	39	0	1	1	1
39	56	63	64	32	38	40	0	1	1	1
40	64	69	65	39	47	0	1	1	1	1
41	66	70	71	34	0	42	0	1	1	1
42	71	79	72	41	49	43	0	1	1	1
43	67	72	73	36	42	44	0	1	1	1
44	73	80	74	43	51	45	0	1	1	1
45	68	74	75	38	44	46	0	1	1	1
46	75	81	76	45	53	47	0	1	1	1
47	69	76	77	40	46	48	0	1	1	1
48	77	82	78	47	55	0	1	1	1	1
49	79	83	84	42	0	50	0	1	1	1
50	84	92	85	49	57	51	0	1	1	1
51	80	85	86	44	50	52	0	1	1	1
52	86	93	87	51	59	53	0	1	1	1
53	81	87	88	46	52	54	0	1	1	1
54	88	94	89	53	61	55	0	1	1	1
55	82	89	90	48	54	56	0	1	1	1
56	[illegible]	[illegible]	91	[illegible]	[illegible]	0	1	1	1	1

DESLOCAMENTOS,PRESSONS E VAZOES ESPECIFICADAS

1	0.0	2	0.0	3	0.0	4	0.0	5	0.0	6	0.0	7	0.0	8	0.0
9	0.0	10	0.0	11	0.0	12	0.0	13	0.0	14	0.0	15	0.0	16	0.0
17	0.0	18	0.0	19	0.0	20	0.0	21	0.0	22	0.0	23	0.0	24	0.0
25	0.0	26	0.0	27	0.0	28	0.0	29	0.0	30	0.0	31	0.0	32	0.0
33	0.0	34	0.0	35	0.0	36	0.0	37	0.0	38	0.0	39	0.0	40	0.0
41	0.0	42	0.0	43	0.0	44	0.0	45	0.0	46	0.0	47	0.0	48	0.0
49	0.0	50	0.0	51	0.0	52	0.0	53	0.0	54	0.0	55	0.0	56	0.0
57	0.0	58	0.0	59	0.0	60	0.0	61	0.0	62	0.0	63	0.0	64	0.0
65	0.0	66	0.0	67	0.0	68	0.0	69	0.0	70	0.0	71	0.0	72	0.0
73	0.0	74	0.0	75	0.0	76	0.0	77	0.0	78	0.0	79	0.0	80	0.0
81	0.0	82	0.0	83	0.0	84	0.0	85	0.0	86	0.0	87	0.0	88	0.0
89	0.0	90	0.0	91	0.0	92	0.0	93	0.0	94	0.0	95	0.0	96	0.0
97	0.0	98	0.0	99	0.0	100	0.0	101	0.0	102	0.0	103	0.0	104	0.0
105	0.0	106	0.0	107	0.0	108	0.0	5	0.0	18	0.0	31	0.0	44	0.0
57	0.0	70	0.0	83	0.0	96	0.0	13	0.0	26	0.0	39	0.0	52	0.0
65	0.0	78	0.0	91	0.0	104	0.0								
1	0.0	2	0.0	3	0.0	4	0.0	105	0.0	106	0.0	107	0.0	108	0.0
5	0.0	18	0.0	31	0.0	44	0.0	57	0.0	70	0.0	83	0.0	96	0.0

TEMPOS DE CONSOLIDACAO

0.0

PARAMETROS DOS SOLOS

NUV	NUH	ELASTV	ELASTH	GV	PO	RXT	RYT
0.0	0.0	1500.	1500.	750.	0.	0.2000E-04	0.2000E-04
0.0	0.0	1500.	1500.	750.	0.	0.2000E-04	0.2000E-04

VALORES PARA CADA MATERIAL DAS PRESSOES DE PRECONSOLIDACAO VERTICAL E HORIZONTAL

SIVC	SIHC
0.0	0.0

TRACOES ESPECIFICADAS

I	T(X,1)	T(Y,1)	T(X,2)	T(Y, 2)
13	0.0	-72.00	0.0	-72.00
26	0.0	-72.00	0.0	-72.00
39	0.0	-72.00	0.0	-72.00
52	0.0	-72.00	0.0	-72.00
65	0.0	-72.00	0.0	-72.00
78	0.0	-72.00	0.0	-72.00
91	0.0	-72.00	0.0	-72.00
104	0.0	-72.00	0.0	-72.00

APÊNDICE VI

LADO	X	Y	U	V
10	0.42	6.97	0.0	-0.3343
10	1.58	5.53	0.0	-0.2651
16	2.00	5.53	0.0	-0.2651
16	2.00	6.97	0.0	-0.3343
11	1.58	7.50	0.0	-0.3597
11	0.42	7.50	0.0	-0.3597
CENTRO	1.33	6.67	0.0000	-0.3197

TRIANGULO NUMERO 7 -1

TENSOES

LADO	X	Y	SIGMA X	SIGMA Y	TAU XY	PRESSAO	SIGMA 1	SIGMA 3	THETA
4	0.0	8.75	-0.0017	-71.9605	0.0047	0.0	-71.9605	-0.0017	-90.00
11	1.00	7.50	0.0	-71.9564	0.0150	0.0	-71.9564	0.0	-89.99
12	1.00	8.75	0.0017	-71.9699	0.0106	0.0	-71.9699	0.0017	-89.99
CENTRO	0.67	8.33	0.0	-71.9623	0.0101	0.0	-71.9623	0.0	-89.99

DESLOCAMENTOS

LADO	X	Y	U	V
4	0.0	9.47	0.0	-0.4543
4	0.0	9.03	0.0	-0.3850
11	0.42	7.50	0.0	-0.3597
11	1.58	7.50	0.0	-0.3597
12	1.58	8.03	0.0	-0.3850
12	0.42	9.47	0.0	0.4543
CENTRO	0.67	9.33	-0.0000	-0.3997

TRIANGULO NUMERO 8 -1

TENSOES

LADO	X	Y	SIGMA X	SIGMA Y	TAU XY	PRESSAO	SIGMA 1	SIGMA 3	THETA
12	1.00	8.75	0.0040	-71.9821	0.0036	0.0	-71.9821	0.0040	-90.00
17	2.00	8.75	-0.0040	-71.9608	0.0276	0.0	-71.9608	-0.0040	-89.98
13	1.00	10.00	0.0	-72.0140	0.0138	0.0	-72.0140	0.0	-89.99
CENTRO	1.33	9.17	0.0	-71.9856	0.0150	0.0	-71.9856	0.0	-89.99

DESLOCAMENTOS

LADO	X	Y	U	V
12	0.42	9.47	0.0	-0.4543
12	1.58	8.03	0.0	-0.3850
17	2.00	8.03	0.0	-0.3850
17	2.00	9.47	0.0	-0.4543
13	1.58	10.00	0.0	-0.4796
13	0.42	10.00	0.0	0.4796
CENTRO	1.33	9.17	0.0000	0.4396

DESLOCAMENTOS

LADO	X	Y	U	V
21	3.63	2.01	0.0793	0.0465
21	5.37	1.36	0.1213	-0.0315
28	6.00	1.36	0.1351	0.0393
28	6.00	2.01	0.1320	0.0447
22	5.37	2.25	0.1153	0.0513
22	3.63	2.25	0.0793	-0.0519
CENTRO	5.00	1.88	0.1110	-0.0436

TRIANGULO NUMERO 13 - 2

TENSOES

LADO	X	Y	SIGMA X	SIGMA Y	TAU XY	PRESSAO	SIGMA 1	SIGMA 3	THETA
16	3.00	2.81	24.9594	-24.6994	-2.5591	46.8166	25.0900	-24.8300	-2.93
22	4.50	2.25	24.9360	-25.1362	-2.5390	47.8711	-25.2646	25.0644	87.10
23	4.50	2.81	24.6874	-24.9198	-1.8634	43.3444	-24.9897	24.7573	87.85
CENTRO	4.00	2.63	24.8503	-24.9185	-2.3175	47.6774	-25.0262	24.9686	87.34

DESLOCAMENTOS

LADO	X	Y	U	V
16	3.00	3.14	0.0627	0.0703
16	3.00	2.49	0.0646	-0.0564
22	3.63	2.25	0.0793	-0.0519
22	5.37	2.25	0.1159	-0.0513
23	5.37	2.49	0.1157	-0.0564
23	3.63	3.14	0.0763	-0.0710
CENTRO	4.00	2.63	0.0857	-0.0602

TRIANGULO NUMERO 14 - 2

TENSOES

LADO	X	Y	SIGMA X	SIGMA Y	TAU XY	PRESSAO	SIGMA 1	SIGMA 3	THETA
23	4.50	2.81	24.6040	-25.1928	-1.8658	43.3444	-25.2526	24.6738	87.06
29	6.00	2.81	23.9169	-24.1667	-3.9642	45.8305	-24.4753	24.2255	85.43
24	4.50	3.38	21.3604	-24.3607	-2.5501	48.4164	-24.5025	21.5022	86.82
CENTRO	5.00	3.00	23.2938	-24.5701	-2.7600	47.5304	-24.7287	23.4524	86.71

DESLOCAMENTOS

LADO	X	Y	U	V
23	3.63	3.14	0.0753	-0.0710
23	5.37	2.49	0.1157	-0.0564
29	6.00	2.49	0.1293	-0.0552
29	6.00	3.14	0.1237	-0.0688
24	5.37	3.38	0.1094	-0.0750
24	3.63	3.38	0.0759	-0.0760
CENTRO	5.00	3.00	0.1048	-0.0679

DESLOCAMENTOS

LADO	X	Y	U	V
97	26.45	0.89	0.0321	0.0080
97	29.05	0.24	0.0084	0.0022
105	30.00	0.24	0.0	0.0022
105	30.00	0.89	0.0	0.0079
98	29.05	1.13	0.0084	0.0101
98	26.45	1.43	0.0321	0.0102
CENTRO	28.50	0.75	0.0134	0.0068

TRIANGULO NUMERO 59 - 2

TENSOES

LADO	X	Y	SIGMA X	SIGMA Y	TAU XY	PRESSAO	SIGMA 1	SIGMA 3	THETA
93	25.50	1.69	-10.3078	10.3239	-0.0326	10.2747	10.3240	-10.3078	-89.91
98	27.75	1.13	-10.5365	10.5170	-0.0330	10.6124	-10.5365	10.5171	0.09
99	27.75	1.69	-10.4855	10.4614	0.0894	10.5874	-10.4859	10.4618	-0.24
CENTRO	27.00	1.50	-10.4433	10.4341	0.0079	10.4915	-10.4433	10.4341	-0.02

DESLOCAMENTOS

LADO	X	Y	U	V
93	25.50	2.01	0.0407	0.0182
93	25.50	1.36	0.0407	0.0124
98	26.45	1.13	0.0321	0.0102
98	29.05	1.13	0.0084	0.0101
99	29.05	1.36	0.0085	0.0123
99	26.45	2.01	0.0322	0.0182
CENTRO	27.00	1.50	0.0272	0.0136

TRIANGULO NUMERO 60 - 2

TENSOES

LADO	X	Y	SIGMA X	SIGMA Y	TAU XY	PRESSAO	SIGMA 1	SIGMA 3	THETA
99	27.75	1.69	-10.4750	10.4902	0.0890	10.5874	10.4905	-10.4754	89.76
106	30.00	1.69	-10.2301	10.2429	0.0016	10.3428	10.2429	-10.2301	90.00
100	27.75	2.25	-10.5104	10.5111	0.0112	10.5861	-10.5104	10.5112	0.09
CENTRO	28.50	1.88	-10.4111	10.4147	0.0191	10.5055	10.4148	-10.4118	89.95

DESLOCAMENTOS

LADO	X	Y	U	V
99	26.45	2.01	0.0322	0.0182
99	29.05	1.36	0.0085	0.0123
106	30.00	1.36	0.0	0.0123
106	30.00	2.01	0.0	0.0181
100	29.05	2.25	0.0085	0.0203
100	26.45	2.25	0.0322	0.0204
CENTRO	[illegible]	1.88	0.0133	0.0159