

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

# **Secagem de Sólidos em Camada Fina Via Análise Concentrada: Modelagem e Simulação**

**Autor: Joselito Barbosa da Silva**  
**Orientador: Antonio Gilson Barbosa de Lima**

**Curso: Engenharia Mecânica**  
**Área de Concentração: Térmica e Fluidos**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campina Grande, julho de 2002.  
PB - Brasil

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Secagem de Sólidos em Camada Fina Via  
Análise Concentrada: Modelagem e  
Simulação**

**Autor: Joselito Barbosa da Silva  
Orientador: Antonio Gilson Barbosa de Lima**

Campina Grande, julho de 2002



S586s Silva, Joselito Barbosa da.  
Secagem de sólidos em camada fina via análise concentrada : modelagem e simulação / Joselito Barbosa da Silva. - Campina Grande, 2002.  
50 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2002.  
"Orientação : Prof. Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima".  
Referências.

1. Transferência de Calor e Massa - Processo de Secagem. 2. Secagem de Sólidos. 3. Modelagem e Simulação. 4. Dissertação - Engenharia Mecânica. I. Lima, Antonio Gilson Barbosa de. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 536.24(043)

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

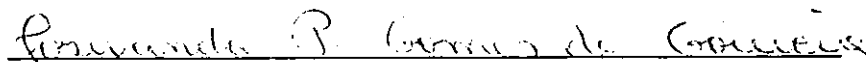
**Secagem de Sólidos em Camada Fina Via  
Análise Concentrada: Modelagem e  
Simulação**

Dissertação Aprovada em 05 de Julho de 2002.



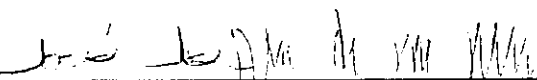
---

**Prof. Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima, Presidente  
UFPB**



---

**Profa. Dra. Josivanda Palmeira Gomes de Gouveia  
UFPB**



---

**Prof. Dr. José Jefferson da Silva Nascimento  
UFPB**

Campina Grande, julho de 2002.  
PB - Brasil

## **DEDICATÓRIA**

Dedico aos meus pais Antonio Barbosa da Silva e Josina Maria da Silva, à esposa Maria Helena e a filha Emanuella, que pacientemente, compreenderam a minha ausência, enquanto eu buscava os conhecimentos tão necessários à carreira que abracei.

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, o todo poderoso, por ter concedido-me tanta coragem e perseverança durante o curso.

Ao professor Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima, pela grande dedicação e estímulo para a realização deste trabalho.

À Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Dr Antonio Batista Santiago e ao Colégio Técnico Comercial Dom Bosco por compreender os momentos em que a minha presença foi, sorrateiramente, dedicada ao determinado curso.

Aos professores do curso de Engenharia Mecânica, os quais foram íntegros e literalmente competentes para transmitir o saber que se fez necessário à minha profissionalização.

*A questão primordial não é o que sabemos,  
mas como o sabemos.*

*Aristóteles*

## SUMÁRIO

1	Introdução	1
2	Revisão da Literatura	4
2.1	Teoria do processo de secagem	4
2.1.1	Modelos de secagem	6
2.1.2	Modelos concentrados	8
2.1.3	Modelos distribuídos	14
3	Modelagem Teórica	20
3.1	O Método da capacitância global	20
3.2	Análise da transferência de massa	23
3.3	Análise da transferência de calor e massa simultânea	24
3.4	Análise da transferência de calor e massa não simultânea	25
4	Resultados e Discussões	27
5	Conclusões e Sugestões	40
	Referências Bibliográficas	42



## RESUMO

SILVA, Joselito Barbosa da, *Secagem de Sólidos em Camada Fina Via Análise Concentrada: Modelagem e Simulação*, Campina Grande: Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, 2002. 64 p. Dissertação (Mestrado).

Um grande número de estudos tem sido conduzido para analisar o fenômeno de transferência de calor e massa durante o processo de secagem. Alguns autores consideram as condições externas do ar sobre o processo, enquanto outros consideram as condições internas ao produto com ênfase aos mecanismos de movimento de umidade e seus efeitos sobre o mesmo. Devido a sua grande importância, numerosos modelos matemáticos têm sido propostos para descrever a perda de umidade durante a secagem de sólidos, contudo escassos são os trabalhos que incorporam os fenômenos simultâneos de transporte de calor e massa, numa abordagem concentrada. Neste sentido, este trabalho tem como objetivo desenvolver modelos matemáticos para a descrição das trocas de energia e massa durante o processo, em corpos com geometria arbitrária, baseados numa análise concentrada, incluindo geração de calor e massa. Todas as equações diferenciais governantes são resolvidas analiticamente e suas soluções apresentadas na forma adimensional. Vários resultados dos diferentes parâmetros adimensionais gerados e seus efeitos na cinética de secagem e aquecimento do sólido são mostrados e analisados.

### *Palavras Chave:*

Secagem, Modelos empíricos, Capacitância global, Solução analítica.

## ABSTRACT

SILVA, Joselito Barbosa da, Drying of Solids in Thin-Layer Using a Lumped Approach: Modeling and Simulation, Campina Grande: Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, 2002. 64 p. Dissertação (Mestrado)

A great number of researches have been led to analyze the phenomenon of heat and mass transfer during the drying process. Some authors consider the external conditions of the air on the process, while others consider the internal conditions inside product with emphasis on the mechanisms of moisture movement and your effects on the solid. Due the your great importance many mathematical models have been proposed to describe the loss of moisture during the drying of solids, however few works assumes the simultaneous heat and mass transport, in a lumped approach. In order the objective of this work is develop a mathematical models to be of the changes of energy and mass during the process, in bodies with arbitrary geometry, based on a lumped analysis, including heat and mass generation. All governing ordinary differential equation are solved analytically and the solutions are presently in the dimensionless form. Several results of the different dimensionless parameters and your effects in the drying kinetics and heating of the solid are show and analyzed.

*Key Words:*

Drying, Lumped models, Global capacitance, Analytical solution

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1	Esquema representativo do processo de secagem de um sólido com geometria qualquer.	21
Figura 4.1	Influência do parâmetro $P^*$ no teor de umidade médio adimensional em função do $Fo_m$ , para $Bi_m = 0,02$ e $S^* = 0,1$ .	28
Figura 4.2	Influência do parâmetro $Bi_m$ no teor de umidade médio adimensional em função do $Fo_m$ , para $P^* = 0,1$ e $S^* = 0,1$ .	29
Figura 4.3	Influência do parâmetro $S^*$ no teor de umidade médio adimensional em função do $Fo_m$ , para $P^* = 0,1$ e $Bi_m = 0,02$ .	29
Figura 4.4	Influência do parâmetro $P^*$ na temperatura média adimensional em função do $Fo_c$ , para $Bi_m = 0,02$ , $Bi_c = 0,02$ , $Q^* = 0,1$ , $S^* = 0,1$ , $R^* = 1,0$ e $V^* = 5,0$ .	30
Figura 4.5	Influência do parâmetro $V^*$ na temperatura média adimensional em função do $Fo_c$ , para $Bi_m = 0,02$ , $Bi_c = 0,02$ , $Q^* = 0,1$ , $S^* = 0,1$ , $R^* = 1,0$ e $P^* = 0,1$ .	31
Figura 4.6	Influência do parâmetro $Q^*$ na temperatura média adimensional em função do $Fo_c$ , para $Bi_m = 0,02$ , $Bi_c = 0,02$ , $V^* = 5,0$ , $S^* = 0,1$ , $R^* = 1,0$ e $P^* = 0,1$ .	32
Figura 4.7	Influência do parâmetro $R^*$ na temperatura média adimensional em função do $Fo_c$ , para $Bi_m = 0,02$ , $Bi_c = 0,02$ , $V^* = 5,0$ , $S^* = 0,1$ , $Q^* = 0,1$ e $P^* = 1,0$ .	33
Figura 4.8	Influência do parâmetro $S^*$ na temperatura média adimensional em função do $Fo_c$ , para $Bi_m = 0,02$ , $Bi_c = 0,02$ , $V^* = 5,0$ , $R^* = 1,0$ , $Q^* = 1,0$ , $P^* = 0,1$ .	34
Figura 4.9	Influência do parâmetro $Bi_m$ na temperatura média adimensional em função do $Fo_c$ , para $Bi_c = 0,02$ , $V^* = 5,0$ , $Q^* = 0,1$ , $S^* = 0,1$ , $R^* = 1,0$ e $P^* = 0,1$ .	34
Figura 4.10	Influência do parâmetro $Bi_c$ na temperatura média adimensional em função do $Fo_c$ , para $Bi_m = 0,02$ , $V^* = 5,0$ , $Q^* = 0,1$ , $S^* = 0,1$ , $R^* = 1,0$ e $P^* = 0,1$ .	35
Figura 4.11	Influência do parâmetro $S^*$ , na temperatura média adimensional em função do $Fo_c$ , para os casos da transferência de calor e massa simultâneas e não simultâneas, com $Bi_c = 0,02$ , $Bi_m = 0,02$ , $V^* = 5,0$ , $Q^* = 0,1$ , $R^* = 1,0$ e $P^* = 0,1$ .	35

- Figura 4.12 Influência do parâmetro  $Bi_c$ , na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para os casos da transferência de calor e massa simultâneos e não simultâneos, com  $Bi_m = 0,02$ ,  $V^* = 5,0$ ,  $Q^* = 0,1$ ,  $R^* = 1,0$ ,  $S^* = 0,1$  e  $P^* = 0,1$ . 36
- Figura 4.13 Influência do parâmetro  $Q^*$ , na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para abordagens simultâneas e não simultâneas da transferência de calor e massa, com  $Bi_c = 0,02$ ,  $Bi_m = 0,02$ ,  $V^* = 5,0$ ,  $S^* = 0,1$ ,  $R^* = 1,0$  e  $P^* = 0,1$ . 36

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Modelos paramétricos empíricos expressando o coeficiente de difusão como função da temperatura e/ou do teor de umidade do meio poroso.	15
------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## NOMENCLATURA

### Letras Latinas

$Bi_c$	número de Biot de transferência de calor	[-]
$Bi_m$	número de Biot de transferência de massa	[-]
$c$	calor específico	[J / kg / K]
$D$	coeficiente de difusão	[m <sup>2</sup> / s]
$Fo_c$	número de Fourier de transferência de calor	[-]
$Fo_m$	número de Fourier de transferência de massa	[-]
$h_{fg}$	calor latente de vaporização da água livre	[J / kg]
$h_c$	coeficiente de transferência de calor	[W/m <sup>2</sup> /K]
$h_m$	coeficiente de transferência de massa	[m / s]
$J$	jacobiano da transformação	[-]
$k$	condutividade térmica	[W / m / .K]
$k_l$	condutividade térmica de líquido	[s]
$L_i$	comprimento característico do sólido	[m]
$M$	teor de umidade	[kg / kg]
$\dot{M}$	geração de M por unidade de volume	[1 / m <sup>3</sup> ]
$\bar{M}$	teor de umidade médio	[kg / kg]
$\bar{M}^*$	razão de umidade médio	[ kg / kg]
$M''$	Fluxo de massa por unidade de área	[kg / kg /s/m <sup>2</sup> ]
$M'''$	Geração de massa por unidade de volume	[kg / kg /s/m <sup>3</sup> ]
$P_v$	pressão de vapor à temperatura T	[Pa]
$P_{vs}$	pressão do vapor de saturação	[Pa]
$P^*, S^*$	Coefficientes da equação (3.6)	[-]
$V^*, Q^*, R^*$	Coefficientes da equação (3.11)	[-]
$q''$	Fluxo de calor por unidade de área	[W/m <sup>2</sup> ]
$q'''$	Fluxo de calor por unidade de volume	[W/m <sup>3</sup> ]
$\dot{q}$	geração de calor	[W]
$R_V$	constante dos gases para o vapor d'água = 462,69	[J / kg / mol / K]
$S$	área superficial do sólido	[m <sup>2</sup> ]
$t$	tempo	[s]
$T$	temperatura	[°C]

UR	umidade relativa	[%]
V	volume	[m <sup>3</sup> ]

### *Letras Gregas*

$\Gamma, \Gamma^\Phi$	propriedade do material	[-]
$\theta$	temperatura do produto	[°C]
$\rho$	densidade (massa específica)	[kg / m <sup>3</sup> ]
$\nabla$	gradiente	[-]

### *Superescritos*

*	adimensional
o	anterior

### *Subscritos*

c	calor
v	vapor
vs	vapor no estado de saturação
a	ar
p	produto
e	equilíbrio

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

Operações de desidratação e secagem são importantes processos das indústrias químicas e de alimentos, como também no armazenamento de grãos e outros tipos de produtos biológicos. Durante a secagem destes produtos, podem ocorrer variações nas suas características físicas, químicas e biológicas. No caso de grãos, por exemplo, dependendo da intensidade e do efeito da secagem, pode-se ter a perda ou a inutilidade para uma determinada função (seja ela alimentícia ou germinativa). Devido a isto, torna-se importante o conhecimento dos efeitos da secagem sobre as propriedades químicas e biológicas dos sólidos, uma vez que estas afetam sensivelmente os fenômenos de transferência de calor e de massa, principalmente em alimentos.

Um grande número de trabalhos tem sido conduzido para analisar o processo de secagem. Alguns autores consideram as condições externas do ar, tais como, temperatura, umidade relativa e velocidade, relacionadas à taxa de secagem do sólido, enquanto outros consideram as condições internas ao produto com ênfase aos mecanismos de movimento de umidade e seus efeitos sobre o mesmo.



Devido a sua grande importância, numerosos modelos têm sido propostos para descrever a taxa de perda de umidade durante a secagem dos sólidos, podendo ser agrupados em três grandes grupos: modelos empíricos e semi-empíricos; modelos difusivos e modelos baseados na termodinâmica dos processos irreversíveis.

Os modelos empíricos consistem em uma relação direta entre o teor de umidade e o tempo de secagem. Já o modelo semi-empírico, baseia-se na validade da lei de Newton do resfriamento, assumindo uma proporcionalidade entre a diferença do teor de umidade do produto e o seu respectivo teor de umidade de equilíbrio.

Os modelos difusivos são baseados na difusão de líquido e/ou vapor dentro do sólido, descrevendo as taxas de transferência de calor e massa como função da posição dentro do sólido e do tempo de secagem, considerando as resistências aos fluxos de calor e massa externa e interna.

Os modelos baseados na termodinâmica dos processos irreversíveis baseiam-se na validade das relações recíprocas de Onsager, o princípio de Curie e a existência de um equilíbrio termodinâmico local no interior do sólido.

No que diz respeito aos modelos concentrados (empíricos e semi-empíricos) são escassos os trabalhos que estudam os fenômenos de transferência de calor e massa simultânea incluindo efeitos internos de geração de calor e massa, bem como efeitos externos de evaporação e aquecimento do vapor produzido na superfície do produto, explicitamente.

Visando dar uma contribuição na predição do fenômeno de transporte de calor e massa durante a secagem e aquecimento do sólido, este trabalho tem como objetivos:

- Desenvolver modelos matemáticos para descrever as trocas de calor e massa durante o processo de secagem, em corpos com geometria arbitrária, baseados numa análise concentrada.

- Simular a perda de massa e aquecimento do sólido durante o processo de secagem em corpos com qualquer geometria.

## **CAPÍTULO 2**

### **REVISÃO DA LITERATURA**

#### **2.1 Teoria do processo de secagem**

O processo de secagem envolve fenômenos de transferência de calor, massa, quantidade de movimento e encolhimento. O processo de secagem é bastante complexo envolvendo vários fenômenos físicos, existindo a necessidade de se gerar modelos matemáticos que simule a secagem com grande realismo físico. Para que isso ocorra, é importante inserir no modelo de secagem, o máximo de informações, tais como: mecanismo de transporte de calor e umidade dentro do sólido, coeficiente de difusão, encolhimento, transferência de calor e massa acoplados, condições ambientes externas próximo do sólido, entre outros, tornando possível relacionar corretamente o modelo com situação real.

A secagem diferencia-se de outras técnicas de separação, tal como desidratação osmótica, entre outras, pela maneira como a água é retirada do sólido. Na secagem a retirada de moléculas se dá por movimentação do líquido, graças a uma diferença de pressão parcial do vapor d' água entre a superfície do produto e o ar que o envolve.

Várias teorias de secagem foram propostas para descrever o transporte de massa e calor em meios capilares porosos, as quais são listadas a seguir:

- Teoria da difusão líquida;
- Teoria da vaporização-condensação;
- Teoria capilar;
- Teoria de Kricher;
- Teoria de Luikov;
- Teoria de Philip e De Vrie;
- Teoria de Berger e Pei;
- Teoria de Fortes e Okos

Uma detalhada discussão, sobre as teorias de secagem, pode ser encontrada em Fortes e Okos (1980), Alvarenga et al. (1980), Mariz (1986), Keczy (1992), Lima (1995), Dand (1986), citado por Ibrahim et al. (1997).

O fenômeno de migração de umidade no interior do produto biológico, ainda não é bem conhecido. Alguns autores afirmam que a migração pode ser uma combinação de movimentos de umidade por difusão de líquido e de vapor, cada um predominando em certas etapas da secagem (Steffe e Singh, 1980a).

De acordo com as teorias listadas acima, os seguintes mecanismos de transporte de umidade em sólidos têm sido fornecidos pela literatura (Fortes e Okos, 1980; Strumillo e Kudra, 1986; Brooker et al., 1992 e Lima, 1995):

- transporte por difusão líquida devido a gradientes de concentração de umidade;
- transporte por difusão de vapor devido a gradientes de concentração de umidade e pressão parcial do vapor (causado por gradientes de temperatura);
- transporte por efusão (escoamento Knudsen). Ocorre quando o caminho livre médio das moléculas de vapor for da mesma ordem de grandeza do diâmetro dos poros. É importante para condições de alto vácuo, como por exemplo, liofilização;
- transporte de vapor por termofusão devido a gradientes de temperatura;

- transporte de líquido por forças capilares devido a fenômenos de capilaridade;
- transporte de líquido por pressão osmótica devido a força osmótica;
- transporte de líquido devido a gravidade;
- transporte de líquido e de vapor, devido à diferença de pressão total, causada por pressão externa, contração, alta temperatura e capilaridade;
- transporte por difusão superficial, devido a migração da mistura líquido mais vapor pelos poros da superfície do produto.

Embora, aqui não se tenha detalhado cada um dos mecanismos de transporte de umidade listados acima, informações adicionais podem ser encontradas nos trabalhos citados neste item.

### **2.1.1 Modelos de secagem**

A secagem é um complicado processo que envolve fenômenos de transferência simultânea de calor, massa e quantidade de movimento e existência do estado de equilíbrio, gerando a necessidade de modelos efetivos para simulação do processo.

O desenvolvimento de modelos matemáticos para descrever o processo de secagem tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores por várias décadas. Recentemente muitos modelos de secagem sofisticados são apresentados.

Dependendo da espessura da camada do material estudado, estes modelos podem ser classificados em modelos de secagem em camada fina (modelos ao nível de partícula) e em camada espessa (modelos ao nível de secador). A importância prática da secagem em camada fina possui limitações, porque geralmente os materiais são secos em camadas espessas: estacionárias ou em movimento. Os modelos mais usados pelos pesquisadores levam em consideração propriedades termofísicas, cinéticas de secagem e balanço de massa e energia no secador, ratificando assim a necessidade de se dispor de uma equação para a cinética de secagem do material em camada fina em determinadas condições operacionais pré-estabelecidas.

Numerosos modelos de camada fina tem sido propostos para descrever a taxa de perda de umidade durante a secagem de produtos agrícolas, podendo serem divididos em dois grandes grupos:

- modelos concentrados;
- modelos distribuídos.

As equações de secagem em camada fina (modelos concentrados) podem ser classificadas em empíricas, semi-empíricas e teóricas. Estas equações negligenciam os efeitos de variação de temperatura e umidade no interior do material, durante o processo de secagem, assumindo que o grão alcança a temperatura média do ar imediatamente, no começo do processo.

As equações empíricas possuem uma relação direta entre o teor de umidade e o tempo de secagem, enquanto que as semi-empíricas são análogas a lei de Newton do resfriamento, assumindo que a taxa de secagem é proporcional a diferença entre o teor de umidade do produto e seu respectivo teor de umidade de equilíbrio para as condições de secagem especificadas. As equações teóricas geralmente são obtidas a partir da equação de difusão de líquido e/ou vapor dentro do produto.

Em resumo, os modelos concentrados descrevem as taxas de transferência de calor e massa para o grão inteiro, ignorando a resistência interna de transferência de calor e massa. Em contraste, os modelos distribuídos descrevem as taxas de transferência de calor e massa como função da posição dentro do grão e do tempo de secagem. Eles consideram as resistências externa e interna. Muitas equações concentradas são derivadas das equações distribuídas sob pequenas considerações. Os modelos de parâmetros concentrados são aplicados para número de Biot de transferência de massa menor que 10 e número de Biot de transferência de calor menor que 1,5 (Parti, 1993). Obviamente esta afirmação depende da geometria do corpo em estudo e da forma como estes parâmetros são definidos.

### 2.1.2 Modelos concentrados

De acordo com Parti (1990), Simmonds et al. (1953) foram os primeiros pesquisadores a aplicarem o modelo semi-empírico análogo a lei de Newton do resfriamento, sugerido por Lewis (1921), citado por Jayas et al. (1991) e Afonso Júnior e Correia (1999). Neste modelo, a taxa de secagem é função dos teores de umidade do produto em qualquer tempo de secagem e do seu teor de umidade de equilíbrio nas condições de secagem. Em símbolos tem-se:

$$\frac{d\bar{M}}{dt} = -K_1(\bar{M} - \bar{M}_e) \quad (2.1)$$

Definindo  $\bar{M}^* = (\bar{M} - \bar{M}_e) / (\bar{M}_0 - \bar{M}_e)$  e integrando a Equação 2.1 ao longo do tempo, tem-se que:

$$\bar{M}^* = \exp(-K_1 t) \quad (2.2)$$

Este modelo é também conhecido como a lei exponencial. Deve ser mencionado que no caso de se determinar a taxa de secagem pela Equação 2.1,  $K_1$  pode depender do tempo de secagem também. Além disso, Misra e Brooker (1980), encontraram que a umidade relativa do ar (UR) também tem um efeito na taxa de secagem. Assim, apesar desta equação ter sido bastante aplicada sucessivamente por numerosos pesquisadores, este modelo não apresentou resultados satisfatório em alguns casos, e modificações são então requeridas. A consideração em que a Equação 2.2 está baseada, tem alguma insuficiência devido a linearidade das isotermas de sorção da maior parte dos produtos serem observadas apenas dentro da faixa de UR entre 0,2 e 0,8 (Beke e Vaz, 1994).

Barre et al. (1971) afirmam que o efeito da velocidade do ar na constante de secagem é negligenciado, no entanto há ampla evidência que esta velocidade tem amplo efeito na constante de secagem em leite espesso. Neste caso, os autores propõem modificações na equação para cálculo da constante de secagem.

Uma pequena modificação na equação do modelo da lei exponencial que envolve a adição de um termo exponencial na variável tempo. Isto gera um novo modelo exponencial mais preciso, para descrever as variações dos dados medidos, especialmente para o primeiro estágio do processo de secagem. Este modelo é expresso por:

$$\bar{M}^* = A_1 \exp(-K_1 t^{K_2}) \quad (2.3)$$

Este modelo é conhecido como equação de Page para camada fina (Parti, 1990; Zhang e Litchfield, 1991; Brooker et al., 1992; Sokhansanj, 1984; Jayas et al., 1991; Soponronnarit et al., 1996; Lima e Rocha, 1997; Park e Brod, 1997; Mata e Braga, 1999; Santalla e Mascheroni, 2001).

Uma versão da Equação de Page foi proposta por Overhults et al. (1973), para secagem de soja. Esta equação é dada por:

$$\bar{M}^* = \exp[-(K_1 t)^{K_2}] \quad (2.4)$$

onde  $K_2 = K_4 + K_5 t$  e  $\ln(K_1) = K_2 + K_3/T$ . Segundo os autores, houve um melhor ajuste dos dados experimentais da secagem de soja, em comparação com o obtido utilizando-se o modelo de Page na sua forma original. Esta equação também foi utilizada por White et al. (1981) em seu estudo sobre secagem de soja sendo que  $K_1 = f(\text{UR}, T)$  e  $K_2 = f(T, M_0, \text{UR})$ . Bruce (1985), citado por Afonso Júnior e Correia (1999) afirma que o modelo proposto por Page descreve com melhor exatidão o processo de secagem de produtos agrícolas que o modelo exponencial.

Njie e Rumsey (1997) pesquisando os fatores de influência na secagem de pedaços de mandioca em um secador solar, concluíram que a constante de secagem  $K_1$ , encontrada nos modelos da lei exponencial e de Page, é função, além das condições do ar de secagem e do teor de umidade do material, também da intensidade de radiação incidente e da densidade de carregamento do material dentro do secador.



De acordo com Sharaf-Eldeen et al. (1980) uma forma geral da equação da lei exponencial é dada em termos de somatório. Esta equação é expressa por:

$$\bar{M}^* = \sum_{i=1}^n A_i \exp(-K_i t) \quad (2.5)$$

onde os termos  $A_i$  são constantes. Este modelo foi utilizado por Almeida et al. (2002) para descrever a secagem de vagens de algaroba. Neste caso os autores usaram  $n = 1$ .

Uma outra variedade do modelo exponencial foi apresentada por Newman (1931), citado por Verma e Noomhorm (1986), e tem a forma:

$$\bar{M}^* = \sum_{j=1}^n A_j \exp(-K_j D t) \quad (2.6)$$

onde  $D$  é o coeficiente de difusão.

Noomhorm e Verma (1986), citados por Jayas et al. (1991), estudando a secagem de arroz, utilizaram a seguinte equação de camada fina:

$$\bar{M}^* = A_1 \exp(-K_1 t) + A_2 \exp(-K_2 t) + A_3 \quad (2.7)$$

onde as constantes  $A_i$  são funções lineares do teor de umidade do produto, da temperatura e umidade relativa do ar, enquanto que as constantes  $K_i$ , são linearmente dependente da temperatura, da umidade relativa e do fluxo específico do ar de secagem.

Sharaf-Eldeen et al. (1979), citados por Sharma et al. (1982), trabalhando com arroz e soja, desenvolveram um modelo da forma:

$$\bar{M}^* = A_1 \exp(-K_1 t) + (1 - A_1) \exp(-A_2 K_1 t) \quad (2.8)$$

com  $A_i$  e  $K_i$  constantes. Posteriormente Patil e Sokhansanj (1992), em seu estudo sobre a secagem de alfafa usaram esta mesma equação. Em seqüência, Sokhansanj e Patil (1996),

utilizaram este mesmo modelo para estudar a desidratação e variações nas propriedades físico-químicas de alfafa verde. Segundo os autores esta equação não se adequou muito bem ao tipo de produto, em contraste, a equação de Page para camada fina.

Sharaf-Eldeen et al. (1980) em sua pesquisa sobre milho, obtiveram dados do teor de umidade do produto em função do tempo baseando-se no seguinte modelo:

$$\bar{M}^* = A_1 \exp(-K_1 t) + (1 - A_1) \exp(-A_1 K_1 t) \quad (2.9)$$

onde  $A_1$  é uma constante e  $K_1$  é uma função exponencial do teor de umidade inicial do produto e da temperatura do ar de secagem.

Byler e Brook (1984), citados por Jayas et al. (1991), propuseram um modelo matemático, para determinar a cinética de secagem de arroz parboilizado. A equação é como segue:

$$\bar{M}^* = (1 - A_2 - A_4) \exp(A_1 K_1 t) + A_2 \exp(A_3 K_1 t) + A_4 \exp(A_5 K_1 t) \quad (2.10)$$

onde os  $A_i$  são constantes e  $K_1$  é uma função exponencial do inverso da temperatura do ar de secagem.

Ptasznik et al. (1992) exploraram o seguinte modelo para obter dados do teor de umidade de sementes de feijão como função do tempo de secagem:

$$\bar{M}^* = A_1 \exp(-K_1 t) + A_2 \exp(-K_2 t) \quad (2.11)$$

onde os parâmetros  $A_i$  e  $K_i$  são constantes.

Uma versão originada a partir da combinação dos modelos da lei exponencial e de Page foi proposta por VanRest e Isaacs, citados por Fioreze (1986). O modelo é descrito pela Equação 2.12.

$$\bar{M}^* = K_1 + K_2 \ln(t) \quad (2.12)$$

Modelos puramente empíricos são muito usados para grãos em virtude de sua maior representatividade do comportamento da secagem em comparação com os modelos semi-empírico e teórico. Um modelo bastante utilizado é o modelo de Thompson:

$$t = K_1 \ln(\bar{M}^*) + K_2 [\ln(\bar{M}^*)]^2 \quad (2.13)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são constantes específicas de cada produto expressadas normalmente como função do teor de umidade e da temperatura (Sokhansanj, 1984; Fioreze, 1986; Uçkan e Ulku, 1986; Jayas et al., 1991; Brooker et al., 1992; Mata e Dantas, 1998; Mata e Braga, 1999). Particularmente, Mata e Braga (1999) trabalharam com a secagem de amêndoas de cacau.

Para arroz, Wang e Singh (1978), citados por Parry (1985), do ponto de vista econômico, após análise de regressão de vários modelos, recomendam o uso de um modelo quadrático nos dados de secagem em camada fina, como segue:

$$\bar{M}^* = 1 + K_1 t + K_2 t^2 \quad (2.14)$$

com  $K_1 = K_3 T^{K_4} UR^{K_5}$  e  $K_2 = K_6 T^{K_7} UR^{K_8}$  onde  $K_i, i=3, \dots, 8$  são constantes.

Alguns autores preferem trabalhar com uma equação de camada fina na sua forma diferencial de taxa de umidade, quando se estuda a secagem em leito poroso. Uma equação proposta por Thompson de camada fina tem sido utilizada (Giner e Mascheroni, 1990; Franca et al., 1994). A referida equação é dada como segue:

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial t} = \frac{\bar{M}_e - \bar{M}}{3600 \left[ A_1^2 + \left( \frac{1}{900} \right) A_2 t \right]^{1/2}} \quad (2.15)$$

onde  $A_i$  são parâmetros dependentes do tipo de produto e da temperatura do ar de secagem.

Roa e Macedo (1976), citados por Rossi e Roa (1980) propuseram a seguinte equação empírica de secagem em camadas fina:

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial t} = A_1 A_2 (\bar{M} - \bar{M}_e) (P_{vs} - P_v)^{A_3} t^{A_2 - 1} \quad (2.16)$$

Sabendo-se que  $\bar{M}(t = 0) = \bar{M}_o$  e considerando condições constantes de temperatura e umidade do ar, a equação integrada fornece o seguinte resultado:

$$\bar{M}^* = \exp\left[-A_1 (P_{vs} - P_v)^{A_3} t^{A_2}\right] \quad (2.17)$$

Os parâmetros  $A_i$  da equação são obtidos por regressão linear ou não-linear a partir dos dados experimentais de secagem em camadas fina dos produtos.

Chen e Johnson (1969) assumindo três períodos de secagem, propuseram uma forma modificada da equação análoga a lei de Newton do resfriamento dada por:

$$\frac{d\bar{M}}{dt} = -K_1 (\bar{M} - \bar{M}_e)^{K_2} \quad (2.18)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são constantes empíricas dependentes do período de secagem e  $\bar{M}_e$  é o teor de umidade de equilíbrio.

Convém ressaltar que em todos os modelos aqui referenciados, as constantes de secagem  $K_i$ , podem ser determinadas sem referência a forma e a variações dimensionais do material seco. Isto pode ser vantajoso em casos onde a geometria da partícula não pode ser especificada com precisão, ou onde não ocorrem grandes variações geométricas do produto durante a secagem (Rapusas e Driscoll, 1995).

Para finalizar, com a discussão antecedente, pode-se mostrar, de uma forma geral, que as variações do teor de umidade do produto secando em um secador de camada fina sob condições constantes do ar pode ser expresso pela equação seguinte:

$$\bar{M}^* = f(T_a, UR_a, v_a, \bar{M}_0, t, \text{encolhimento e outros}) \quad (2.19)$$

Contudo, convém ressaltar a importância do conhecimento dos efeitos da secagem sobre as propriedades químicas e biológicas do produto secado, uma vez que afetam sensivelmente os fenômenos de transferência de massa, principalmente em alimentos.

### 2.1.3 Modelos Distribuídos

- **Modelos difusivos**

Diversos autores consideram a difusão de água líquida como principal mecanismo de transporte de umidade em produtos biológicos (Brooker et al., 1992; Sarker et al., 1994; Zogzas e Maroulis, 1996; Liu e Simpson, 1997; Park et al., 1997; Freire e Chau, 1997; Baroni e Hubinger, 1997; Sabadini et al., 1997; Park e Brod, 1997; Tolaba et al., 1997; Quintana-Hernandez et al., 1997; Liu et al., 1997; Oliveira e Lima, 2001; Carmo e Lima, 2001; Sanga et al., 2001; Nascimento et al., 2001).

A segunda lei de Fick, tem sido muito utilizada, uma vez que estabelece a difusão de umidade em termos do gradiente de concentração no sólido:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla M) \quad (2.21)$$

Em geral o coeficiente de difusão  $D$ , é considerado constante, ou dependente da temperatura e/ou do teor de umidade do sólido. Contudo, vale salientar que a compressão mecânica reduz a porosidade e a difusividade de umidade efetiva; portanto a pressão tem efeito negativo na difusividade de água, (Karathanos et al., 1991, citados por Saravacos, 1995). A Tabela 2.1 fornece um sumário de alguns dos vários modelos paramétricos

empíricos expressando a difusividade de umidade como função da temperatura e/ou do teor de umidade, reportados na literatura.

Tabela 2.1 - Modelos paramétricos empíricos expressando o coeficiente de difusão como função da temperatura e/ou do teor de umidade do meio poroso

NÚMERO	MODELO PARAMÉTRICO
1	$D(M, T) = A_0 \exp(A_1 M) \exp\left(-\frac{A_2}{T_{abs}}\right)$
2	$D(M, T) = A_0 \exp\left(-\frac{A_1}{M}\right) \exp\left(-\frac{A_2}{T_{abs}}\right)$
3	$D(M, T) = A_0 \exp\left(\sum_{i=1}^3 A_i M^i\right) \exp\left(-\frac{A_4}{T_{abs}}\right)$
4	$D(M, T) = A_0 [1 - \exp(-A_1 M)] \exp\left(-\frac{A_2}{T_{abs}}\right)$
5	$D(M, T) = A_0 [1 + \exp(A_1 - A_2 M)]^{-1} \exp\left(-\frac{A_3}{T_{abs}}\right)$
8	$D(M, T) = A_0 \exp(A_1 M) \exp\left(-\frac{A_2 M + A_3}{T_{abs}}\right)$
9	$D(M, T) = A_0(M) \exp\left[-\frac{A_1 \exp(-A_2 M) + A_3}{T_{abs}}\right]$
10	$D(M) = (A_0 + A_1 M)$
11	$D(T) = A_0 \exp\left(-\frac{A_1}{R_0 T_{abs}}\right)$

FONTE: Zogzas et al. (1996)

O conceito de difusão líquida como único mecanismo de transporte de umidade tem sido objeto de várias críticas, apresentando constantemente discrepâncias entre os valores experimentais e teóricos (Berger, citado por Alvarenga et al., 1980; Fortes e Okos, 1980; Mariz, 1986, Keey, 1992). Os principais problemas podem ser atribuídos à consideração do coeficiente de difusão constante, condições de contorno inadequadas e encolhimento do material (Lima, 1999).

O encolhimento de produtos agrícolas durante a secagem é um fenômeno físico observável que ocorre simultaneamente com a difusão de umidade. Este efeito pode produzir

um efeito considerável no coeficiente de difusão de massa, e conseqüentemente na taxa de secagem. No entanto, apesar de alguns autores não considerar o encolhimento, a teoria da difusão líquida tem ganho ao longo do tempo a preferência dos pesquisadores, principalmente com referência a alimentos e grãos (Brooker et al., 1974; Steffe e Singh, 1980b; Sokhansanj, 1984; Dalpasquale, 1985; Parti, 1990; Brooker et al., 1992; Sarker et al., 1994; Queiroz, 1994; Rovedo et al., 1995; Ben Mabrouk e Belghith, 1995; Queiroz e Nebra, 1996; Zogzas e Maroulis, 1996; Alsina e Brasileiro, 1997; Lima et al, 2002).

#### \* Modelo de Luikov

Baseia-se na termodinâmica dos processos irreversíveis e propõe que a água move-se em meios capilares porosos, em condições isotérmicas, sob a ação de um gradiente de potencial de transferência de massa.

Esse potencial de transferência de massa foi criado por Luikov por analogia com a força motriz de transferência de calor, o gradiente de temperatura (Alvarenga et al., 1980).

Luikov (1966) apresentou um modelo matemático para descrever o processo de secagem de produtos capilares porosos baseado nos mecanismos de difusão, efusão, convecção de vapor e difusão e convecção de água no interior do meio poroso. O processo é descrito por um sistema de equações diferenciais parciais acopladas para a temperatura, umidade e em casos de intensa secagem também: a pressão. O conjunto de equações é da forma:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla^2(K_{11}M) + \nabla^2(K_{12}\theta) + \nabla^2(K_{13}P) \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla^2(K_{21}M) + \nabla^2(K_{22}\theta) + \nabla^2(K_{23}P) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla^2(K_{31}M) + \nabla^2(K_{32}\theta) + \nabla^2(K_{33}P) \quad (2.28)$$

onde  $K_{ij}$ ,  $i,j=1,2$  e  $3$ , são os coeficientes fenomenológicos para  $i=j$  e os coeficientes combinados par  $i \neq j$ .

### \* Modelo de Fortes e Okos

Tendo por base os conceitos termodinâmicos de processos irreversíveis, Fortes e Okos (1981), propuseram um modelo, com as seguintes considerações:

- existência de equilíbrio local;
- da equação de Gibb para condições de não-equilíbrio;
- fenômeno de encolhimento desprezível;
- efeitos de pressão total negligenciados;
- das leis fenomenológicas lineares;
- das relações fundamentais de Onsager;
- de poder um sistema ser tomado como um contínuo<sup>1</sup> e isotrópico;
- de a água migrar nas fases de líquido e de vapor;
- de ser a razão de transferência de calor e massa mais lenta que a razão de mudança de fase;
- do princípio de Curie.

Segundo Fortes e Okos (1981), a diferença fundamental entre a teoria desses autores e as teorias citadas, é que a força motriz para o movimento isotérmico, tanto do líquido quanto do vapor, é um gradiente do teor de umidade de equilíbrio<sup>2</sup> e não do teor de umidade. A força motriz para a transferência de líquido e vapor é o gradiente do potencial químico, que por sua vez é função da temperatura, da umidade relativa e do teor de umidade de equilíbrio. Neste modelo, é postulado que a água em meios capilares porosos, pode mover-se no sentido contrário ao gradiente do teor de umidade, mas sempre na direção do gradiente do teor de umidade de equilíbrio. Assim, o teor de umidade de equilíbrio é apresentado como uma escolha mais natural para o potencial de transporte de massa que o conceito proposto por Luikov.

---

<sup>1</sup> Meio material no qual o caminho livre das moléculas, da substância considerada, é muito menor que a ordem de grandeza da menor dimensão relevante característica do problema.

<sup>2</sup> O teor de umidade de equilíbrio define-se como sendo o teor de umidade que o produto atinge quando é submetido, por um tempo suficientemente longo, a condições controladas de temperatura e umidade do ar.



Admitindo-se ainda as considerações do modelo, considerando-se desprezível os efeitos da gravidade no transporte de vapor e aplicando-se as relações de Onsager, Fortes e Okos (1981) derivaram as seguintes equações, para corpos capilares porosos.

**\* Fluxo de calor**

$$\begin{aligned} \bar{J}_q = & -k_l \nabla T - \left[ \rho_l k_l R_v \ln(UR) + k_v \left( \rho_{vo} \frac{\partial UR}{\partial T} + UR \frac{d\rho_{vo}}{dT} \right) \right] \frac{R_v T^2}{UR} \frac{\partial UR}{\partial T} \nabla M + \\ & + T \left[ \rho_l k_l R_v \ln(UR) + k_v \left( \rho_{vo} \frac{\partial UR}{\partial T} + UR \frac{d\rho_{vo}}{dT} \right) \right] \bar{g} \end{aligned} \quad (2.42)$$

**\* Fluxo de líquido**

$$\bar{J}_l = -\rho_l k_l R_v \ln(UR) \nabla T - \rho_l k_l \frac{R_v T}{UR} \left( \frac{\partial UR}{\partial M} \right) \nabla M + \rho_l k_l \bar{g} \quad (2.43)$$

**\* Fluxo de vapor**

$$\bar{J}_v = -k_v \left( \rho_{vo} \frac{\partial UR}{\partial T} + UR \frac{d\rho_{vo}}{dT} \right) \nabla T - k_v \rho_{vo} \left( \frac{\partial UR}{\partial M} \right) \nabla M \quad (2.44)$$

Assumindo-se que nenhum gelo esta presente e que a massa de ar é desprezível, pode-se escrever a equação da conservação da massa como:

$$\frac{\partial(\rho_{ps} M)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{J}_l + \bar{J}_v) \quad (2.45)$$

Com a consideração da não existência de fenômenos de encolhimento, P é constante e esta equação se reduz a:

$$\rho_{ps} \frac{\partial M}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{J}_l + \bar{J}_v) \quad (2.46)$$

A equação da conservação de energia pode ser obtida, partindo do princípio que a taxa de variação da entalpia volumétrica do sistema, menos o calor de adsorção, é igual a divergência do fluxo de entalpia. Assim sendo pode-se escrever:

$$\rho_{ps} c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \rho_{ps} h_w \frac{\partial M}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_q - h_{fg} \nabla \cdot \vec{J}_v - \vec{J}_l \cdot c_l \nabla T - \vec{J}_v \cdot c_v \nabla T \quad (2.47)$$

Como pode ser constatado, este modelo descreve mais apuradamente a física do processo de transferência de calor e massa que o modelo de difusão líquida simples, no entanto a sua aplicabilidade é grandemente limitada, em virtude das equações governantes do fenômeno incluírem muitos coeficientes que são difíceis para determiná-los experimentalmente, dependendo do produto.

## CAPÍTULO 3

### MODELAGEM TEÓRICA

#### 3.1 O método da capacitância global

Para compreensão do método da capacitância global (análise concentrada) considere um corpo sólido de forma arbitrária como ilustrado na Figura 3. O sólido pode receber (ou ceder) um fluxo de calor e/ou unidade por unidade de área em sua superfície e ter geração interna de massa e/ou energia por unidade de volume uniformemente distribuída. Admitindo que a umidade e/ou temperatura do sólido seja espacialmente uniforme em qualquer instante durante o processo transiente, isto é, que os gradientes de umidade e/ou temperatura no interior do sólido sejam desprezíveis, todo o fluxo de massa e/ou calor recebido e massa e/ou calor gerado, difundirá instantaneamente através do mesmo. Isto acontece quando  $\Gamma^\phi$  (uma propriedade de transporte, por exemplo, condutividade térmica, para energia e coeficiente de difusão, para massa) for suficientemente alta ( $\Gamma^\phi \rightarrow \infty$ ). Embora esta condição não seja fisicamente possível, ela será bem aproximada se a resistência aos fluxos de calor e/ou massa no sólido for muito menor que a resistência à transferência de calor e/ou massa entre o sólido e a sua vizinhança.

Do exposto, este método admite uma distribuição uniforme de massa e ou temperatura dentro do sólido em qualquer instante, de tal modo que, a temperatura ou teor de umidade do sólido seja dado exclusivamente em função do tempo.

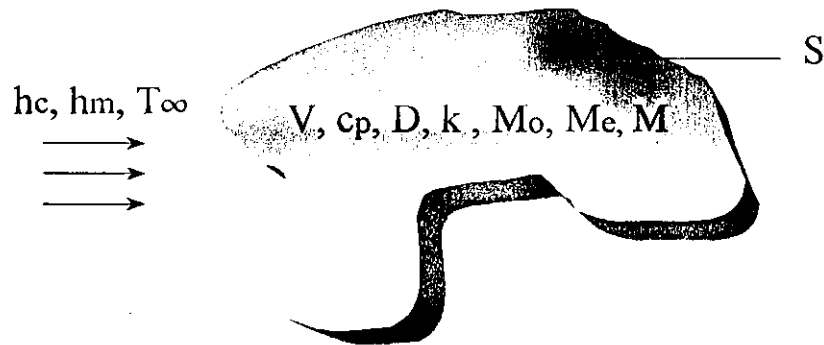


Figura 3.1 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido com geometria qualquer

Aplicando um balanço de massa e energia num elemento infinitesimal na superfície do sólido, em qualquer sistema de coordenadas, assumindo propriedades termo-físicas constantes e variações dimensionais desprezíveis, tem-se as seguintes equações para massa e energia respectivamente:

$$V \frac{d\bar{M}}{dt} = -M''S + M'''V \quad (3.1)$$

$$V\rho \frac{d\bar{\theta}}{dt} = -\frac{q''}{c_p}S + \frac{q'''}{c_p}V \quad (3.2)$$

As quantidades  $q''$ ,  $M''$ ,  $q'''$  e  $M'''$  podem ser positivas ou negativas, podendo também serem constantes ou dependentes do tempo. Particularmente com respeito à energia, a quantidade  $q''$  pode ser convectiva, radiativa, evaporativa e/ou aquecimento de vapor. A hipótese de ausência de gradientes de  $\bar{\theta}$  ou  $\bar{M}$  internamente ao sólido não é apenas uma simplificação matemática, mas também uma forma simplificada para tratamento de problemas mais complexos (mais realista fisicamente). A presente formulação pode ser aplicada em regiões de transferência de calor e massa simultânea. O caso particular ocorre quando os dois

fenômenos são completamente independentes. Os dois fenômenos são acoplados quando adsorção e dessorção na região são acompanhadas de efeitos térmicos.

Por outro lado, se a temperatura ou o teor de umidade na superfície de um corpo sólido for alterada repentinamente, e o valor de  $\Gamma^{\phi}$  não for suficientemente longo, então o valor do teor de umidade e/ou temperatura no interior do sólido varia com o tempo. Passa-se algum tempo antes que seja atingida a distribuição de  $M$  ou  $\theta$  estacionárias. Como ambos variam de acordo com o tempo e com a posição, torna-se difícil, determinar tal distribuição. Para se determinar a dependência da distribuição de  $M$  e/ou  $\theta$  no interior do corpo em relação ao tempo, durante o processo, inicia-se pela resolução da forma apropriada da equação da difusão (Lei de Fick para massa e lei de Fourier para calor) (Gebhart, 1993).

- **Validade do método da capacitância global**

O significado físico do número de Biot de transferência, é tido como a relação numérica entre a resistência à condução no interior do corpo e uma resistência a convecção na superfície do mesmo.

$$Bi = \frac{R_{Cond}}{R_{Conv}} = \frac{L_1}{\frac{\Gamma^{\phi} S}{h}} = \frac{h L_1}{\Gamma^{\phi}} \quad (3.3)$$

Contudo, outras definições também são utilizadas, particularmente com respeito ao comprimento característico  $L_1$ . O número de Biot, tem um papel fundamental nos problemas de difusão que envolve efeitos convectivos nas fronteiras. Para  $Bi \ll 1$ , os resultados experimentais sugerem supor uma razoável distribuição uniforme de  $M$  ao longo do corpo, em qualquer instante  $t$ , do processo transiente. Neste caso, a resistência de condutividade do sólido é muito menor do que a resistência convectiva na superfície do sólido. Conclui-se, portanto, que para a análise de um problema de difusão térmica, deve-se calcular o número de Biot e, uma vez sendo este inferior a 0,1, o erro associado ao uso do método da capacitância global é pequeno, entretanto, este valor é dependente da forma como este parâmetro é definido (Lima, 1999; Lima e Nebra, 2000; Nascimento, 2002).

Para se ter idéia, Lima (1999), reporta os valores máximos de número de Biot de 0,05 para elipsóide ( $L_2/L_1=2,0$ ) e de 0,005 para esfera ( $L_2/L_1=1,0$ ), onde  $L=(L_2^2-L_1^2)^{1/2}$ , sendo  $L_2$  e  $L_1$ , os semi-eixos maior e menor de um elipsóide de revolução, respectivamente. De acordo com Parti (1990, 1993), os modelos empíricos e semi-empíricos podem ser utilizados desde que os números de Biot de transferência de massa e calor sejam 1,0 e 1,5, respectivamente.

### 3.2 Análise da transferência de massa

No caso de transferência de massa,  $M''$  pode ser tratado nas formas de convecção de massa e/ou reação heterogênea, enquanto que,  $M'''$  pode ser dada por difusão com reações químicas homogêneas.

Assumindo a troca de massa por convecção para  $M''$ ,  $M'''$  constante e  $\bar{M}$  sendo igual ao teor de umidade do material em base seca, tem-se, por substituição direta na Equação (3.3), o seguinte resultado:

$$V \frac{d\bar{M}}{dt} = -h_m S (\bar{M} - \bar{M}_e) + \dot{M}V \quad (3.4)$$

Usando a condição inicial  $M(t = 0) = M_o$ , separando-se as variáveis da Equação (3.4) e integrando-a desde a condição inicial, tem-se:

$$\frac{(\bar{M} - \bar{M}_e) - \frac{\dot{M}V}{h_m S}}{(\bar{M}_o - \bar{M}_e) - \frac{\dot{M}V}{h_m S}} = \text{Exp}\left[-\frac{h_m S}{V}t\right] \quad (3.5)$$

Verifica-se que a Equação (3.5) tem a mesma forma da Equação (2.2), para o caso em que  $\dot{M} = 0$ . Além disso é fácil perceber que a constante  $K_1 = \frac{h_m S}{V}$ , portanto dependente da forma do corpo e das condições externas do ar de secagem.

Definindo os parâmetros adimensionais:

$$\bar{M}^* = \frac{\bar{M} - \bar{M}_c}{\bar{M}_0 - \bar{M}_c}; S^* = \frac{SL_1}{V}; Bi_m = \frac{h_m L_1}{D}; Fo_m = \frac{Dt}{L_1^2}; P^* = \frac{\dot{M}L_1}{h_m S^* (\bar{M}_0 - \bar{M}_c)} \quad (3.6a-c)$$

e substituindo-os na Equação (3.5), tem-se a seguinte equação na sua forma adimensional:

$$\bar{M}^* = P^* + (1 - P^*) \text{Exp}(-S^* Bi_m Fo_m) \quad (3.6)$$

### 3.3 Análise da transferência de calor e massa simultânea

Para a análise da transferência de calor, pode-se fazer analogia a transferência de massa e assumir que na superfície do sólido ocorre simultaneamente convecção térmica, evaporação e aquecimento do vapor produzido. Sendo assim, a Equação (3.2), pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\rho V \frac{d\bar{\theta}}{dt} = \frac{\left\{ h_c (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}) + \frac{\rho_s V}{S} \frac{d\bar{M}}{dt} \left[ h_{fg} + c_v (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}) \right] \right\}}{c_p} S + \frac{qV}{c_p} \quad (3.7)$$

Realizando a substituição das Equações (3.4) e (3.5) na Equação (3.7), tem-se como resultado:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\theta}}{dt} = & \left\{ [(-\rho_s h_m (\bar{M}_0 - \bar{M}_c) + \frac{\dot{M}V\rho_s}{S}) \frac{h_{fg}S}{\rho V c_p}] \text{Exp}[-(\frac{h_m S}{V})t] \right. \\ & \left. + [\frac{h_c S}{\rho V c_p} + (-\rho_s h_m (\bar{M}_0 - \bar{M}_c) + \frac{\dot{M}V\rho_s}{S}) \frac{c_v S}{\rho V c_p} \text{Exp}[-(\frac{h_m S}{V})t]] (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}_0) \right\} + \frac{q}{\rho c_p} \end{aligned} \quad (3.8)$$

A Equação (3.8), é uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, não-linear e não-homogênea. Tal equação ainda não pode ser resolvida de forma fechada para a obtenção de uma solução exata. Entretanto, para simplificações da Equação (3.8), como por exemplo, desconsiderando a energia necessária para aquecer o vapor d'água desde a temperatura na superfície de sólido até a temperatura do fluido, pode-se obter uma solução mediante a utilização de métodos analíticos. Tal equação simplificada é mostrada a seguir:

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = [(-\rho_s h_m (\bar{M}_o - \bar{M}_c) + \frac{MV\rho_s}{S} \frac{h_{fg}S}{\rho V c_p}) \text{Exp}[-(\frac{h_m S}{V})t] + [\frac{h_c S}{\rho V c_p}](\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}_o) + \frac{\dot{q}}{\rho c_p}] \quad (3.9)$$

Considerando os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\begin{aligned} V^* &= \frac{h_c (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}_o)}{h_{fg} h_m \rho_s (\bar{M}_o - \bar{M}_c)}; & Q^* &= \frac{\dot{q} L_1}{S h_c (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}_o)}; & R^* &= \frac{\rho c_p (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}_o)}{h_{fg} \rho_s (\bar{M}_o - \bar{M}_c)}; \\ \bar{\theta}^* &= \frac{(\bar{\theta} - \bar{\theta}_o)}{(\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}_o)}; & Fo_c &= \frac{\alpha t}{L_1^2}; & Bi_c &= \frac{h_c L_1}{k} \end{aligned} \quad (3.10a-f)$$

Desde que  $\bar{\theta}(t=0) = \bar{\theta}_o$ , resolvendo a Equação (3.9) e substituindo os parâmetros adimensionais já definidos, tem-se a seguinte equação adimensional

$$\bar{\theta}^* = \left[ \left( \frac{P^* - 1}{V^* - R^*} \right) + Q^* + 1 \right] \text{Exp}(-S^* Bi_c Fo_c) - \left( \frac{P^* - 1}{V^* - R^*} \right) \text{Exp}(-S^* Bi_m Fo_m) - Q^* \quad (3.11)$$

### 3.4 Análise da transferência de calor e massa não simultânea

Para uma abordagem não-simultânea, tem-se a transferência de calor independente da transferência de massa.

Partindo-se da Equação (3.7), e eliminando desta, os termos referentes a transferência de massa tem-se que:

$$\rho V \frac{d\bar{\theta}}{dt} = \frac{h(\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta})S}{c_p} + \frac{\dot{q} V}{c_p} \quad (3.12)$$

Com a seguinte condição inicial  $\bar{\theta}(t=0) = \bar{\theta}_o$ , integrando a Equação (3.12) e considerando os parâmetros adimensionais já definidos tem-se como resultado a seguinte expressão matemática:

$$\bar{\theta}^* = (1 + Q^*) \text{Exp} - (S^* Bi_c Fo_c) - Q^* \quad (3.13)$$



Observa-se que esta equação é da mesma forma da Equação (3.6)

Para uma melhor análise dos parâmetros adimensionais que compõem as Equações (3.6) e (3.11), foram desenvolvidos programas computacionais com o auxílio do software Mathematica<sup>®</sup>. Os resultados foram expostos na forma gráfica utilizando o software Grapher<sup>®</sup>.

O Mathematica<sup>®</sup> é um software que apresenta grande flexibilidade e está sendo muito utilizado no mundo inteiro, por diferentes profissionais, nas mais diversas áreas de conhecimento, tais como: Química, Engenharia Química, Ciência da Computação, Engenharia de Controle e de Processos de Sinais, Economia, Estatística, Engenharia Elétrica, Medicina, Matemática, Física, Engenharia Civil, Engenharia Mecânica, entre outras (Crooke e Ratcliffe, 1991; Gray e Glymm, 1992; Abbel e Braselton, 1994; Wolfram, 1996; Blachman, 1996).

As características citadas são obtidas tendo em vista ser o software Mathematica<sup>®</sup> bastante amplo, podendo ser utilizado como (Lima e Lima, 2000):

- um sistema de visualização;
- um calculador simbólico ou numérico;
- uma linguagem de programação;
- um ambiente de modelagem matemática e análise de dados;
- um sistema para representação do conhecimento no campo da tecnologia e/ou ciência;
- uma ferramenta para desenvolvimento de softwares.

A metodologia empregada para a geração dos resultados, foi a da variação dos parâmetros adimensionais  $P^*$ ,  $S^*$ ,  $R^*$ ,  $V^*$ ,  $Q^*$ ,  $Bi_m$ ,  $Bi_c$ ,  $Fo_c$  e  $Fo_m$  das Equações (3.6), (3.11) e (3.13) um a um, mantendo-se constantes os demais parâmetros.

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

A fim de analisar com maior eficácia a influência dos parâmetros adimensionais nas Equações (3.6), (3.11) e (3.13), foram geradas soluções numéricas e gráficas, que podem ser verificadas a seguir. Todos os resultados foram obtidos considerando-se  $\alpha=9,25 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s,  $D=34,28 \times 10^{-12}$  m<sup>2</sup>/s e  $L_1=0,001$ m. Tendo em vista que todos os resultados são apresentados na forma adimensional, e, portanto, independentes destes valores, estes parâmetros foram escolhidos arbitrariamente.

Pelo fato da difusão de massa no sólido ser muito menor que coeficiente de difusão térmica (cerca de 270 vezes), o fenômeno de transferência de massa ocorre mais lentamente que o de transferência de calor, ou seja, com taxas diferentes, evidenciando que o processo de transferência de massa influencia o processo de transferência de calor. Entretanto, devido a diferença dos coeficientes de transporte, o primeiro termo da Equação (3.11) tende a zero primeiro.

A Figura 4.1 ilustra a influência do parâmetro  $P^*$  na cinética de secagem do sólido. A partir da análise da figura, pode-se verificar que o decréscimo do parâmetro  $P^*$  aumenta a velocidade com que o corpo perde massa. Uma vez que este parâmetro relaciona a geração

interna de massa com a perda de massa pela convecção, quanto menor o valor de  $P^*$ , menos massa está sendo gerada pelo corpo, fixado os demais parâmetros, e o processo de transferência de massa cessa mais rápido.

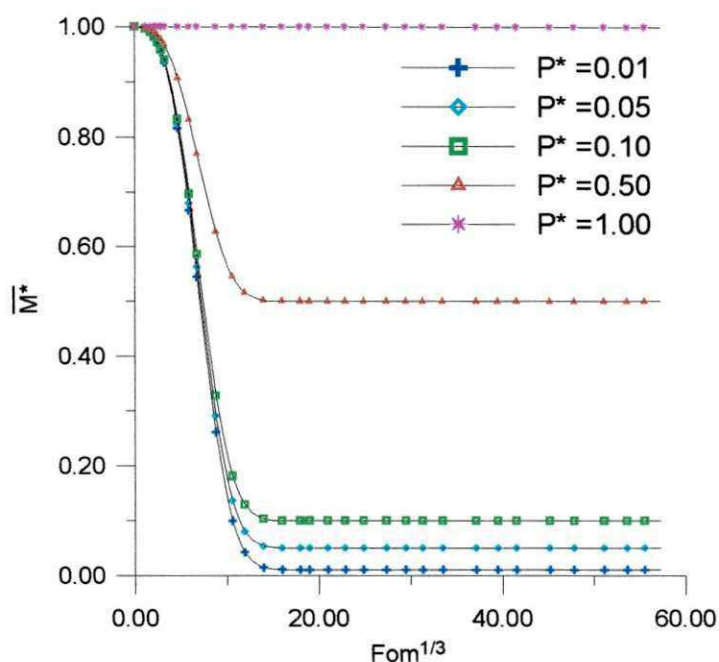


Figura 4.1 - Influência do parâmetro  $P^*$  no teor de umidade médio adimensional em função do  $Fo_m$ , para  $Bi_m=0,02$  e  $S^*=0,1$ .

Outro fato importante que pode ser verificado, é que para  $t \rightarrow \infty$  ( $Fo_m \rightarrow \infty$ ), o teor de umidade do sólido no equilíbrio é dada pelo valor de  $P^*$ , uma vez que o termo exponencial da Equação (3.6), tende a zero. Para o valor de  $P^*=1,0$ , tem-se um equilíbrio entre a massa gerada internamente e a perda por convecção.

A Figura 4.2 ilustra a dependência da perda de massa do sólido devido ao parâmetro  $Bi_m$ . Mediante análise da Figura 4.2, pode-se verificar que o aumento do número de Biot de transferência de massa aumenta a velocidade de secagem, entretanto seu limite deve ser mantido para valores inferiores a 0,1, para que possa satisfazer o método da análise concentrada.

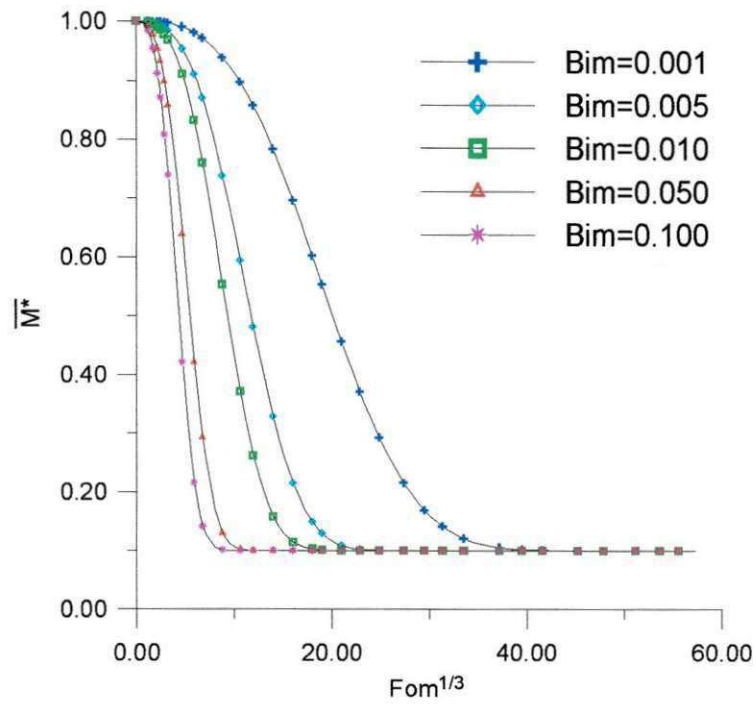


Figura 4.2 - Influência do parâmetro  $Bi_m$  no teor de umidade médio adimensional em função do  $Fo_m$ , para  $P^*=0,1$  e  $S^*=0,1$ .

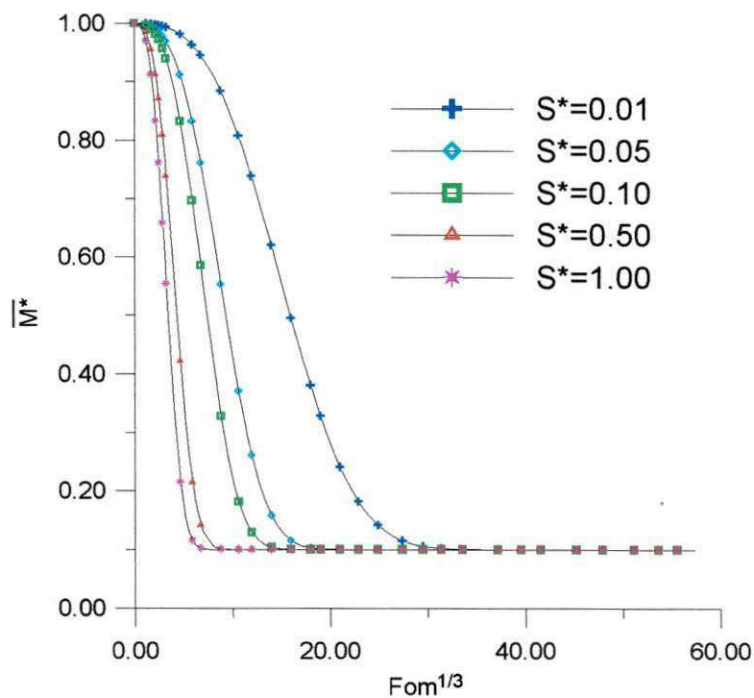


Figura 4.3 - Influência do parâmetro  $S^*$  na no teor de umidade médio adimensional em função do  $Fo_m$ , para  $P^*=0,1$  e  $Bi_m=0,02$ .

A Figura 4.3, mostra a influência do parâmetro  $S^*$ , na cinética de secagem do sólido. O aumento do parâmetro  $S^*$  aumenta a velocidade de secagem, mantendo-se fixado o valor de  $L_1$ . Sendo assim, a forma do corpo afeta consideravelmente a cinética da secagem do sólido, no entanto seu efeito sobre a cinética da secagem vai sendo gradativamente reduzido com o seu aumento. Verifica-se que para valores de  $S^* > 0,5$ , a influência do respectivo parâmetro, não é tão visível.

A Figura 4.4 ilustra a influência do parâmetro  $P^*$  no aquecimento do sólido durante o processo de secagem. Verifica-se que, quanto menor o valor de  $P^*$ , menos massa está sendo gerada pelo corpo. Inversamente à transferência de massa, verifica-se que o aumento do parâmetro  $P^*$  aumenta a taxa de aquecimento do corpo, fazendo com que a temperatura máxima do sólido atinja valor maior do que a temperatura da vizinhança no final do processo. Entretanto, seu efeito é pouco significativo para  $P^* < 0,1$ . No entanto deve-se ressaltar a presença do parâmetro  $Q^*$  no processo e que pode estar influenciando nesta análise.

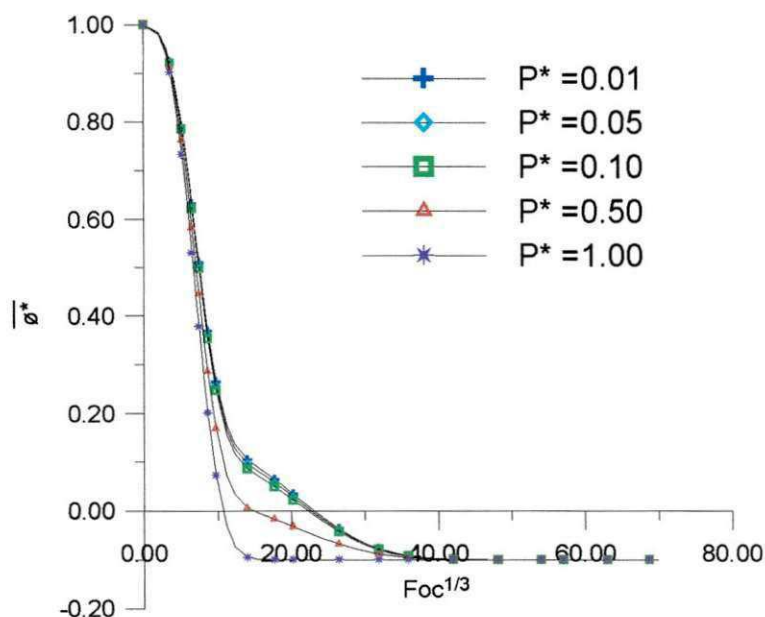


Figura 4.4 - Influência do parâmetro  $P^*$  na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para  $Bi_m=0,02$ ,  $Bi_c=0,02$ ,  $Q^*=0,1$ ,  $S^*=0,1$ ,  $R^*=1,0$  e  $V^*=5,0$ .

A Figura 4.5 relaciona o efeito do parâmetro  $V^*$ , no aquecimento do sólido. Esse parâmetro relaciona um certo fluxo de calor que entra no corpo com a energia necessária para

evaporar todo o líquido do interior do corpo, ou seja, é um parâmetro que controla internamente o processo.

Quando o fluxo de calor que entra no corpo é maior que a energia para evaporar o líquido do interior do corpo, este demora mais para se aquecer, uma vez que a energia é usada para evaporar o líquido em seu interior, já quando acontece o inverso, o corpo se aquece mais rápido uma vez que a energia que chega é insuficiente para produzir a evaporação do líquido em seu interior. Portanto do exposto, conclui-se que o decréscimo do valor de  $V^*$ , diminui a velocidade de aquecimento, para  $V^* < 1,0$ .

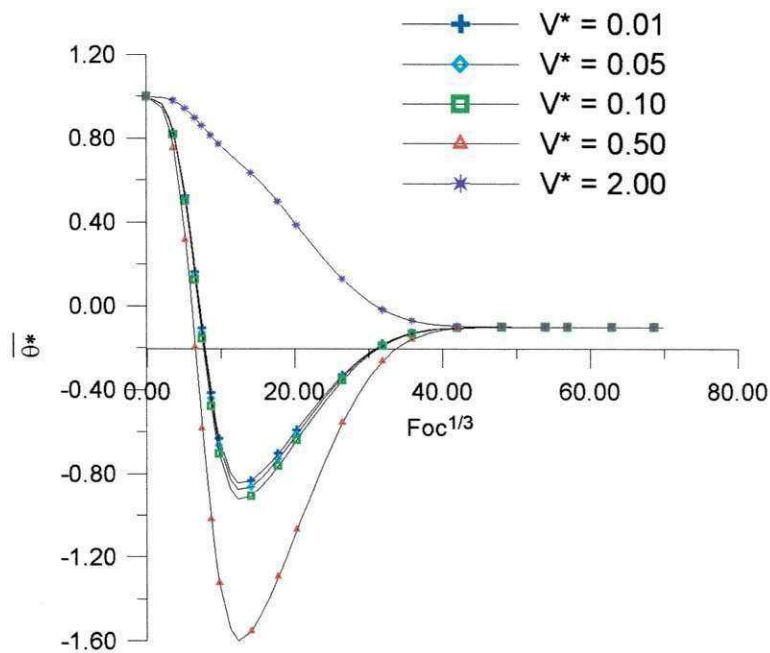


Figura 4.5 - Influência do parâmetro  $V^*$  na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para  $Bi_m=0,02$ ,  $Bi_c=0,02$ ,  $Q^*=0,1$ ,  $S^*=0,1$ ,  $R^*=1,0$  e  $P^*=0,1$ .

Um comportamento muito interessante ocorre quando o valor de  $V^*$  se aproxima do valor de  $R^*$  e para  $V^* > R^*$ , (para o exemplo,  $V^* = 2,0$ ), neste caso a curva muda de comportamento. Observa-se que para  $V^* < R^*$ , a temperatura adimensional assume valores negativos em alguns instantes do processo, implicando que a temperatura do sólido supera a temperatura do fluido, ocorrendo a troca de calor do corpo para o fluido, até o mesmo atingir o equilíbrio.



A Figura 4.6 ilustra o efeito do parâmetro  $Q^*$  na taxa de aquecimento do sólido, em função do número de Fourier de transferência de calor. Este parâmetro relaciona a calor gerado no interior do sólido, um comprimento específico e a energia necessária para evaporar a água na superfície do sólido. Portanto o aumento do parâmetro  $Q^*$  aumenta a taxa de aquecimento. Um outro fato que pode ser evidenciado é que para  $t \rightarrow \infty$ , a temperatura de equilíbrio é dado pelo valor de  $Q^*$ , uma vez que os outros termos da Equação (3.11), tendem para zero.

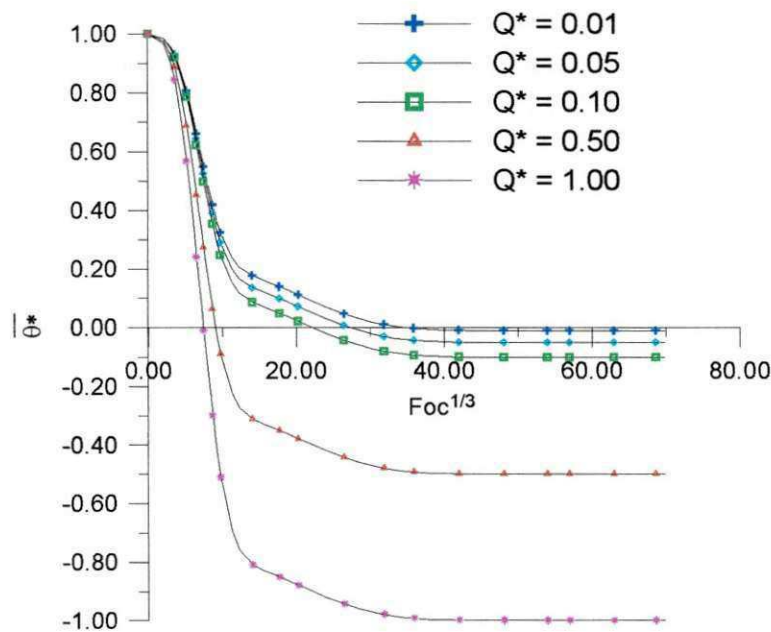


Figura 4.6 - Influência do parâmetro  $Q^*$  na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$  para  $Bi_m=0,02$ ,  $Bi_c=0,02$ ,  $V^*=5,0$ ,  $S^*=0,1$ ,  $R^*=1,0$  e  $P^*=0,1$ .

A Figura 4.7 mostra a influência do parâmetro  $R^*$ , na temperatura média adimensional do sólido, em função do número de Fourier de transferência de calor. O parâmetro  $R^*$  relaciona a energia que é armazenada pelo sólido no início do processo necessária para evaporar toda a umidade (água) do corpo.

Da análise dos dados obtidos, verifica-se que este parâmetro praticamente não interfere na cinética de aquecimento do sólido, nas condições testadas. Comparando as Figuras 4.5 e

4.8, verifica-se que o efeito deste parâmetro  $R^*$  é fortemente influenciado pelo valor do parâmetro  $V^*$  e vice-versa.

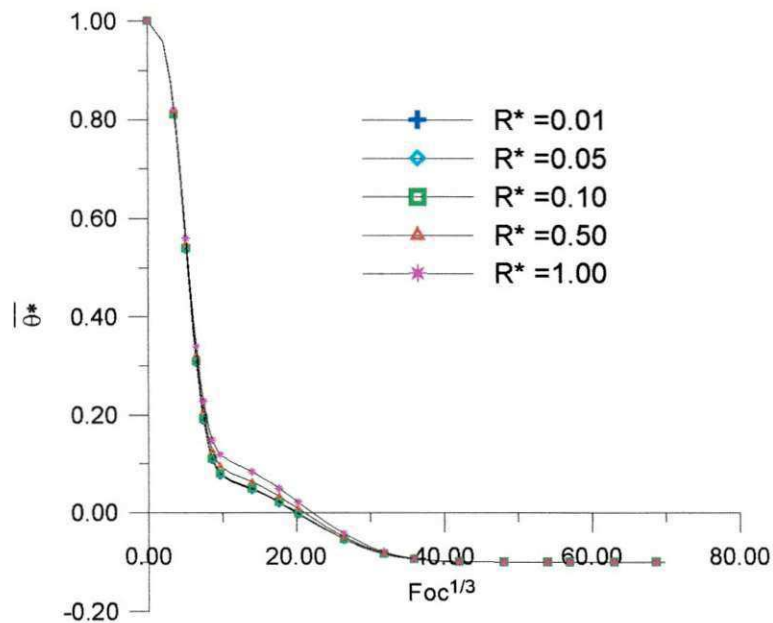


Figura 4.7 - Influência do parâmetro  $R^*$  na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$  para  $Bi_m=0,02$ ,  $Bi_c=0,02$ ,  $V^*=5,0$ ,  $S^*=0,1$ ,  $Q^*=0,1$ ,  $P^*=0,1$ .

A Figura 4.8 evidência a influência do parâmetro  $S^*$  na temperatura média adimensional. Verifica-se então que com o crescimento deste parâmetro tem-se aumento da taxa de aquecimento do corpo. Portanto, a taxa de aquecimento do sólido é uma função forte do parâmetro  $S^*$ .

A Figura 4.9 ilustra a influência do parâmetro  $Bi_m$ , no aquecimento do sólido. Nota-se que o aumento do  $Bi_m$ , aumenta a velocidade de aquecimento, entretanto, seu efeito só é significativo para  $Fo_c > 10^3$ .

A Figura 4.10 ilustra a influência do  $Bi_c$  sobre a temperatura média adimensional. Observa-se um comportamento similar ao apresentado na Figura 4.2, isto é, forte dependência desta variável com este parâmetro, aumentando a taxa de aquecimento do sólido com o seu crescimento. Todas as curvas convergem para o equilíbrio praticamente no mesmo  $Fo_c$ .



As Figuras 4.11, 4.12 e 4.13, ilustram os efeitos dos parâmetros  $S^*$ ,  $Bi_c$ ,  $Q^*$  na temperatura média adimensional para os casos com e sem transferência de massa simultânea.

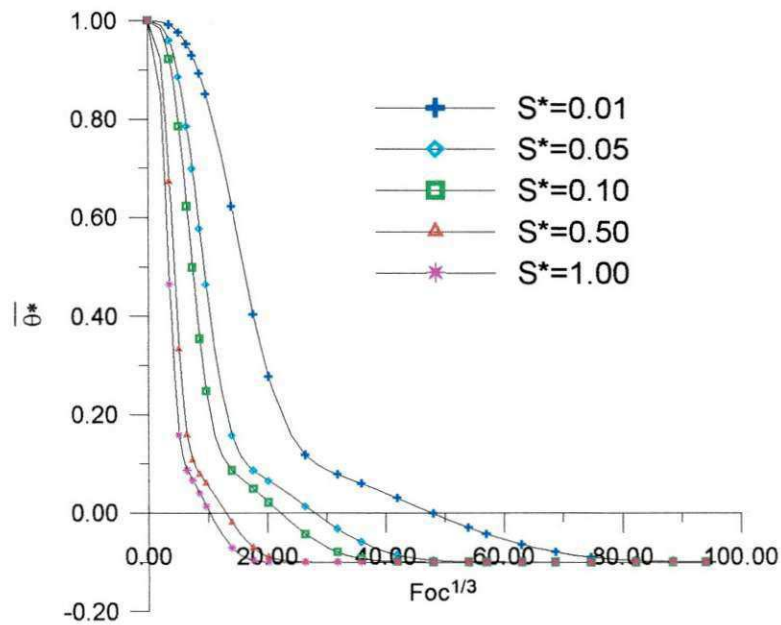


Figura 4.8 - Influência do parâmetro  $S^*$  na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$  para  $Bi_m=0,02$ ,  $Bi_c=0,02$ ,  $V^*=5,0$ ,  $R^*=1,0$ ,  $Q^*=0,1$ ,  $P^*=0,1$ .

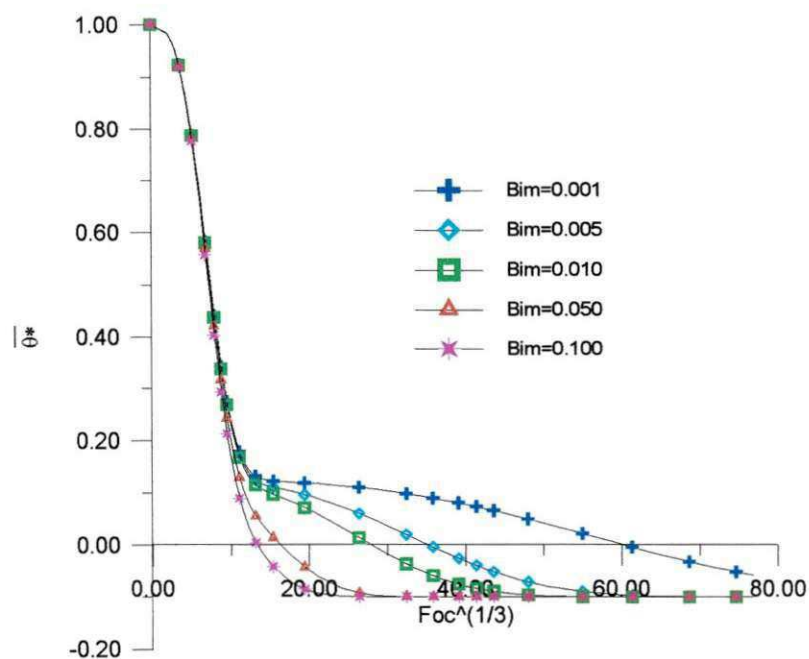


Figura 4.9 - Influência do parâmetro  $Bi_m$  na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para  $Bi_c=0,02$ ,  $V^*=5,0$ ,  $Q^*=0,1$ ,  $S^*=0,1$ ,  $R^*=1,0$  e  $P^*=0,1$ .

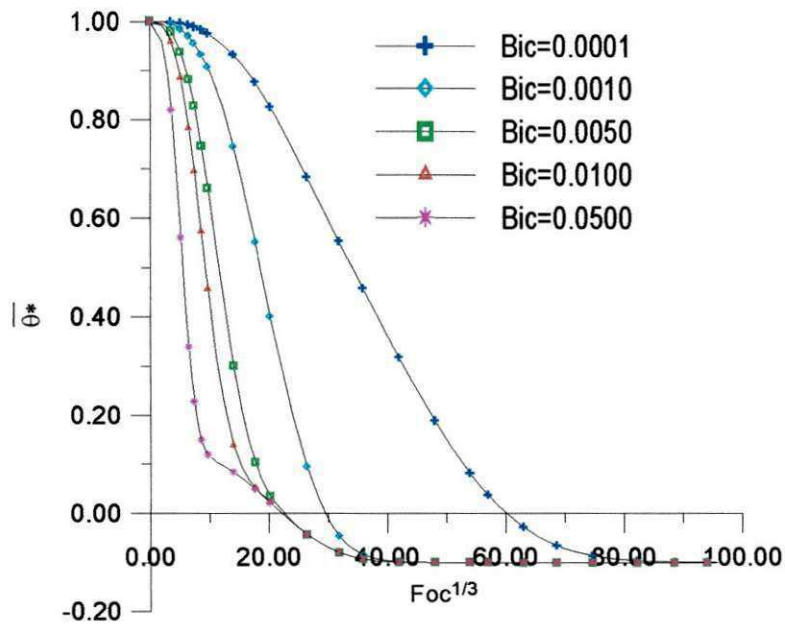


Figura 4.10 - Influência do Parâmetro  $Bi_c$  na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para  $Bi_m=0,02$ ,  $V^*=5,0$ ,  $Q^*=0,1$ ,  $S^*=0,1$ ,  $R^*=1,0$  e  $P^*=0,1$ .

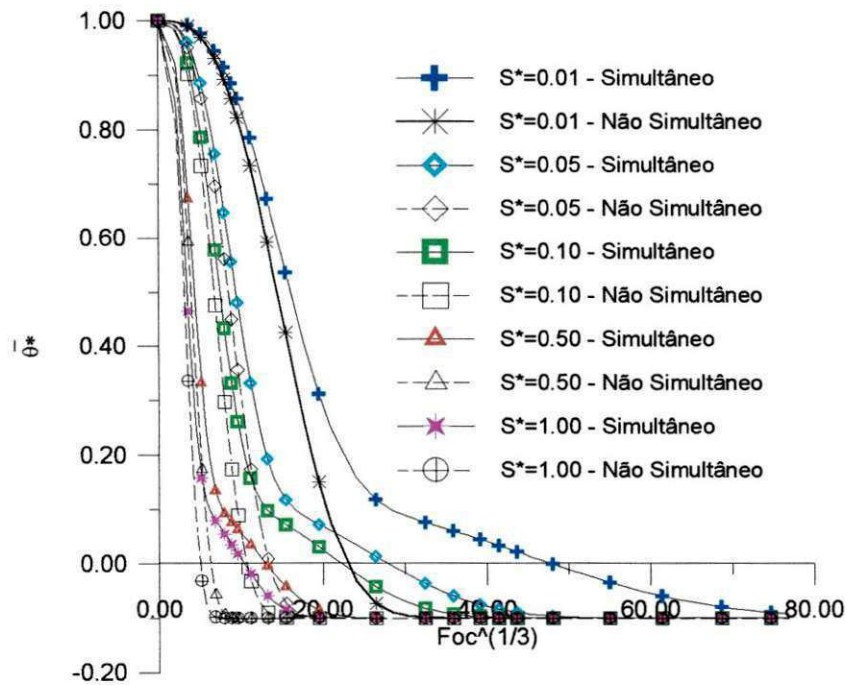


Figura 4.11 - Influência do parâmetro  $S^*$  na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para os casos da transferência de calor e massa simultâneas e não simultâneas, com  $Bi_c=0,02$ ,  $Bi_m=0,02$ ,  $V^*=5,0$ ,  $Q^*=0,1$ ,  $R^*=1,0$  e  $P^*=0,1$ .

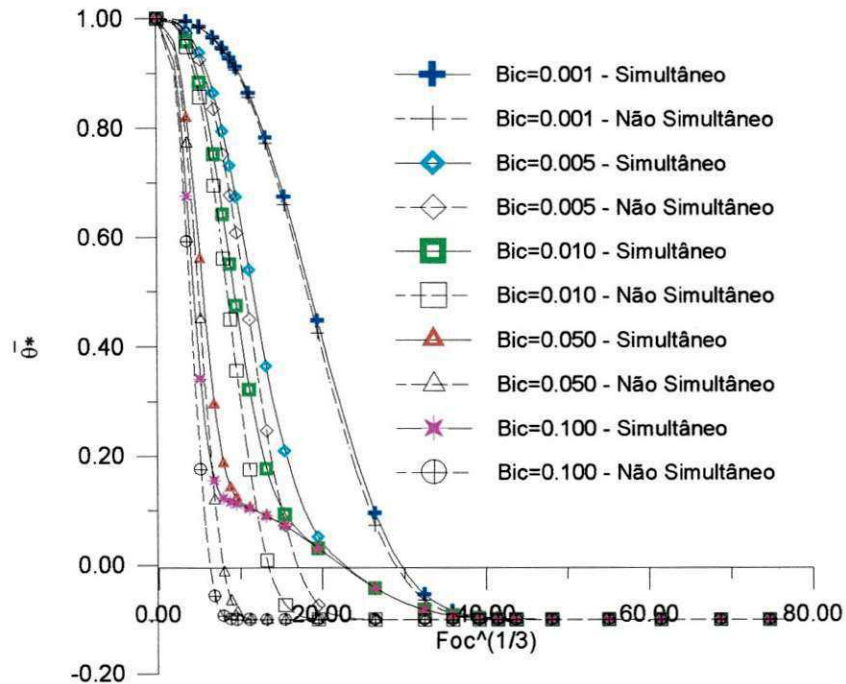


Figura 4.12 - Influência do parâmetro  $Bi_c$ , na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para os casos da transferência de calor e massa simultâneos e não simultâneos, com  $Bi_m=0,02$ ,  $V^*=5,0$ ,  $Q^*=0,1$ ,  $R^*=1,0$ ,  $S^*=0,1$  e  $P^*=0,1$ .

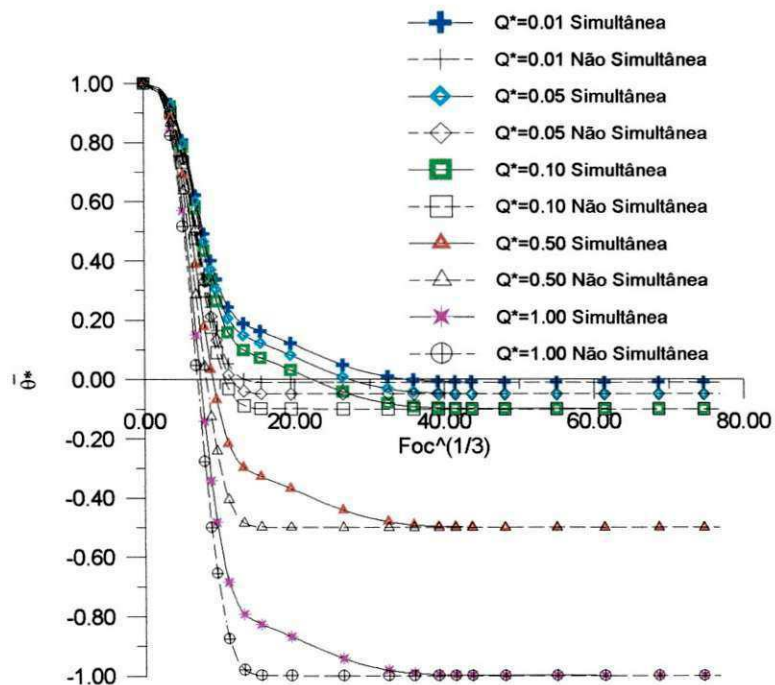


Figura 4.13 - Influência do parâmetro  $Q^*$ , na temperatura média adimensional em função do  $Fo_c$ , para abordagens simultâneas e não simultâneas da transferência de calor e massa, com  $Bi_c=0,02$ ,  $Bi_m=0,02$ ,  $V^*=5,0$ ,  $S^*=0,1$ ,  $R^*=1,0$  e  $P^*=0,1$ .

Verifica-se que o fato de não se considerar o processo de transferência de calor e massa simultâneos conduz a erros na predição da temperatura do sólido. Estes erros podem trazer uma série de problemas inerentes ao processo de secagem, tais como: mudança de cor, alterações na resistência mecânica, alterações no sabor, cheiro, entre outros, a depender da natureza do produto secado (frutas, cereais, etc).

Do ponto de vista da qualidade dos produtos pós-secagem, algumas considerações podem ser feitas, tais como (Franceschini et al, 1996):

a) Germinação

O aumento da taxa de secagem de grãos pode causar um decréscimo da percentagem de germinação.

b) Suscetibilidade à quebra

O aumento da temperatura e da umidade inicial aumenta-se a percentagem de quebra dos grãos.

c) Trincamento interno

Os fatores temperatura e umidade inicial proporcionam a ocorrência de diferentes tipos de trincas no endosperma dos grãos sendo que se aumenta a ocorrência de trincas múltiplas e indefinidas com a elevação da temperatura do ar de secagem e do teor de umidade inicial dos grãos e com o aumento da taxa de secagem do produto.

Do ponto de vista prático, a fisiologia de frutas e vegetais pós-colheita mostra que o tecido desses produtos permanece vivo depois de colhidos e os processos de vida normal continuam. Tais processos de vida podem ser controlados até um certo limite, por baixa temperatura e alta umidade relativa do ar de processo controlam a perda de umidade, amadurecimento e as ações de enzimas e microorganismos, que causam deformações e decrescem o tempo de armazenagem do produto. A qualidade de grãos com alto teor de umidade também pode ser mantida pelo abaixamento da temperatura do grão depois de colhido.

Atualmente, o resfriamento a baixas taxas de resfriamento e secagem a baixas temperaturas/aeração, de frutas e vegetais, manter a qualidade e aumentar o tempo de armazenamento é muito comum e um importante processo. Este processo envolve a convecção na superfície do produto, condução de calor dentro do produto, geração interna de calor devido a respiração, perda de umidade devido a transpiração e efeito de resfriamento evaporativo devido a transpiração. Há a necessidade de descrever matematicamente este processo de transferência de calor e massa com precisão para projetos, equipamentos de resfriamento e obter procedimentos de resfriamento ótimo.

A quantidade de energia devido a transpiração pode ser importante em vários produtos especialmente em baixa taxa de resfriamento ou durante um longo período de armazenagem.

A pressão de vapor da superfície evaporante é uma função da temperatura na superfície do produto. Desde que em frutas e vegetais estão vivendo organismos depois que eles são colhidos, eles continuam produzindo seu processo respiração de vida normal. Este processo envolve a entrada de oxigênio que reage com açúcar no produto para produzir dióxido de carbono, água e calor. Este calor acumulado no produto aumenta a temperatura do produto a menos que ele seja removido. Quando a umidade evapora na superfície do produto, o calor requerido para evaporar a água é removido da superfície do produto, isto proporciona um efeito de resfriamento. Portanto, sob condições de estado permanente, a temperatura na superfície evaporante não é necessariamente aquela do ar ambiente. Ela pode ter uma temperatura maior ou menor que a do ar ambiente, dependendo da magnitude relativa do calor adicionado por respiração e calor removido devido a evaporação.

Considere, por exemplo, um produto inicialmente na mesma temperatura da do ar. Se a quantidade de calor adicionado por respiração é maior que aquele removido pela evaporação de umidade, a temperatura da superfície do produto ficará maior que a temperatura do ar ambiente. Se o produto está rodeado por abjetos sólidos na mesma temperatura da do ar, calor fluirá por radiação da superfície do produto para os objetos da vizinhança. A taxa de fluxo de calor da superfície do produto para o ambiente dependerá da magnitude desta diferença de temperatura assim como do coeficiente de transferência de calor convectiva e da propriedade radiativa do produto. Para um dado valor de  $h_c$ , a temperatura do produto continuará a

aumentar até que a taxa de fluxo de calor (por convecção e radiação) do produto para o ambiente seja exatamente igual a taxa de calor produzido por respiração menos a taxa de calor removida por evaporação de umidade. O produto então permanecerá nesta temperatura permanente, uma vez que o calor ganho da respiração está em balanço com o calor removido por resfriamento evaporativo e por convecção e radiação do produto para a vizinhança. Se o coeficiente de transferência de calor convectivo é alto, a quantidade de calor requerido pode ser transferida com uma pequena diferença de temperatura e a temperatura da superfície do produto será levemente maior que a temperatura do ar. Se o coeficiente de transferência de calor é pequeno, a temperatura da superfície do produto será relativamente maior que a do ar, para transferir a quantidade de calor requerida.

Outra vez considere um produto inicialmente na mesma temperatura do ar. Se a quantidade de calor removido por evaporação de umidade é maior que aquela adicionada por respiração, a temperatura do produto se tornará menor que a do ar ambiente. Depois que isto ocorre, o calor será transferido do ambiente para a superfície do produto por convecção e radiação, e a temperatura do produto continuará a decrescer até que a quantidade de calor adicionado ao produto por convecção, radiação e respiração seja igual à quantidade removida por evaporação. Outra vez, se o coeficiente de transferência de calor convectivo é alto, o produto tenderá a alcançar uma temperatura permanente somente levemente menor que a temperatura do ar. Se o coeficiente de transferência de calor convectivo é pequeno, a temperatura da superfície do produto pode tornar-se consideravelmente menor que a temperatura do ar, particularmente se a taxa de evaporação é alta. Em resumo, a temperatura permanente final da superfície do produto pode ser próxima a temperatura do ar ambiente ou ela pode ser um tanto maior ou menor que a temperatura do ar ambiente, dependendo da magnitude relativa de respiração, evaporação e dos fluxos de calor convectivo e radiativo.

Isto explica o comportamento da temperatura do sólido nas proximidades do equilíbrio térmico.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

#### 5.1 Conclusões

A partir dos resultados apresentados, pode-se concluir que:

- É vantagem tratar o problema proposto de transferência de calor e massa na forma adimensional. A solução independe das propriedades termofísicas, dimensões e das condições iniciais e finais do material;

- Os seguintes modelos foram desenvolvidos:

-Teor de umidade

$$\bar{M}^* = P^* + (1 - P^*) \text{Exp}(-S^* \text{Bi}_m \text{Fo}_m)$$

-Temperatura

$$\bar{\theta}^* = \left[ \left( \frac{P^* - 1}{V^* - R^*} \right) + Q^* + 1 \right] \text{Exp}(-S^* \text{Bi}_c \text{Fo}_c) - \left( \frac{P^* - 1}{V^* - R^*} \right) \text{Exp}(-S^* \text{Bi}_m \text{Fo}_m) - Q^*$$

- O aumento do  $Bim$ ,  $S^*$  e o decréscimo do parâmetro  $P^*$ , aumentam a velocidade de secagem do produto;

- O aumento dos parâmetros  $P^*$ ,  $Q^*$ ,  $V^*$ ,  $S^*$ ,  $Bi_m$  e  $Bi_c$ , e o decréscimo do parâmetro  $R^*$  aumenta a taxa de aquecimento do corpo.

- Vale salientar que a influência do parâmetro  $V^*$  é fortemente dependente do parâmetro  $R^*$  e vice-versa;

- A simultaneidade dos fenômenos de transferência de calor e massa durante o processo de secagem traz resultados mais confiáveis na predição da temperatura média adimensional do sólido.

## 5.2 Sugestões para futuros trabalhos

Como sugestões podem ser citados os seguintes trabalhos:

- Modelar matematicamente a secagem de sólidos com qualquer geometria via método da análise concentrada para corpos heterogêneos;
- Aplicar os modelos apresentados neste trabalho à secagem de frutas e grãos;
- Usar os modelos desenvolvidos nesta pesquisa para auxiliar na modelagem e otimização de secadores.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBEL, M. L.; BRASELTON, J. P., **Mathematica by example**. Revised edition, Boston: AP professional, 1994, 523 p.

AFONSO JÚNIOR, P. C.; CORRÊA, P. C. Comparação de modelos matemáticos para descrição da cinética de secagem em camada fina de sementes de feijão. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 3, n. 3, p. 349-353, 1999.

ALMEIDA, F. A. C.; GOUVEIA, J. P. G.; SILVA, J. E.; VILAMIL, J. M. P.; SILVA, M. M. Secagem natural e artificial de vagens de algaroba. **Revista Brasileira de Armazenamento**, v. 27, n. 1, p. 48-57, 2002.

ALSINA, O L. S.; BRASILEIRO, I. M. N. Drying kinetics of west indian cherry. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...** v. B, p. 434-440.

ALVARENGA, L. C.; FORTES, M.; PINHEIRO FILHO, J. B. HARA, T. Transporte de umidade no interior de grãos de feijão preto sob condições de secagem. **Revista Brasileira de Armazenamento**, v.5, n.1, p. 5-18, Junho 1980.

BARONI, A. F.; HUBINGER, M. D. Drying of onion: effects of pre-treatment on moisture transport. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...** v. B, p.419-426.

BARRE, H. J.; BAUGHMAN, R.; HAMDY, M. Y. Application of the logarithmic model to cross-flow deep-bed grain drying. **Transactions of the ASAE**, 1971, p.1061-1064.

BEKE, J.; VAS, A. Testing the drying process of shelled corn on aspects of nutritional quality and thermal efficiency. **Drying Technology**, Special Issue, v.5, p. 1007-1027, 1994.

BEN MABROUK, S.; BELGHITH, A. Numerical simulation of the drying of a derfomable material: evolution of the diffusion coefficient. **Drying Technology**, v. 13, n. 8-9, p.1789-1805, 1995.

BLACHMAN, N. **Mathematica: uma abordagem prática**. Prentice - Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1996, 241p.

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; Hall, C. W. **Drying cereal grains**, Connecticut: AVI Publishing Company, Inc., 1974, 265 p.

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F.W.; HALL, C.W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: AVI Book, 1992, 450 p.

CARMO, J. E. F.; LIMA, A. G. B. Modelling and simulation of mass transfer incide the oblate spheroidal solids. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 2001, Boca del Rio, Veracruz. **Proceedings ...** p. 173-183.

CHEN, C. S.; JOHNSON, W. H. Kinetics of moisture movement in higroscopic materials, (I. theoretical considerations of drying phenomena.). **Transactions of the ASAE**, v. 12, n. 1, p. 103-113, v. 12, n. 4, p. 478-481, 1969.

CROOKE, P.; RATCLIFFE, J., **A guidebook to calculus with Mathematica**. Belmont: Wadsworth Publishing Company, 1991, 256 p.

DALPASQUALE, V. A.; QUEIROZ, D. M.; PEREIRA, J. A. M.; SASSERON, J. L. Curvas de secagem de amendoim utilizando a teoria de difusão de líquido. **Revista Brasileira de Armazenamento**, v. 9 e 10, n. 1 e 2, p. 16-19, 1984/1985.

FIOREZE, R. **The intermittent drying agricultural crops with particular reference to energy requeriments**. Granfield Institute of Technology, Silsoe College, 1986. 153 p. Tese (Doutorado).

FORTES, M; OKOS, M. R. **Advances in Drying**, Hemisphere Publishing Corporation, 1980, Washington, USA, 1980, v. 1 , p. 119-154.

FORTES, M.; OKOS, M. R. A non-equilibrium thermodynamics approach to transport phenomena in cappillary porous media. **Transactions of the ASAE**, v. 24, p. 756-760, 1981.

FRANCA, A. S.; FORTES, M.; HAGHIGHI, K. Numerical simulation of intermittent and continuous deep-bed drying of biological materials, **Drying Technology**, v. 12, n. 7, p.1537-1560, 1994.

FRANCESCHINI, A. S.; MARTINS, J. H.; CORRÊA, P. C.; FARONI, L. R. D.; CECON, P. R. Avaliação da qualidade do milho BR-201 submetido a diferentes condições de secagem. **Revista Brasileira de Armazenamento**. v. 21, n. 1 e 2, p. 13-16, 1996.

FREIRE, E. S.; CHAU, K. V. Simulation of the drying process of fermented cacao beans. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...** v. B, p. 356-363.

GEBHART, B. **Heat conduction and mass diffusion**, New York: McGraw-Hill, Inc., 1993, 634 p.

GINER, S. A.; MASCHERONI, R. M. Simulation of the cross-flow drying of maize with reversed direction airflow effect of thin layer equation. In: International Drying Symposium (IDS'90/CHISA'90), 1990, Praha: **Proceedings...** v. 3, p. 1518-1527.

GRAY, T. W.; GLYNN, J., **The beginner's guide to Mathematica**. Massachusetts; Addison-Wesley Publishing Company, 1992, 225 p.

IBRAHIM, M. H.; DAUD, W. R. W.; TALIB, M. Z. M. Drying characteristics of oil palm kernels. **Drying Technology**, v. 15, n. 3-4, p. 1103-1117, 1997.

JAYAS, D. S.; CENKOWSKI, S.; PABIS, S.; MUIR, W. E. Review of thin-layer drying and rewetting equations. **Drying Technology**, v. 9, n. 3, p. 551-588, 1991.

KEEY, R. B. **Drying of loose and particulate materials**. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1992. 502 p.

LIMA, A .G. B. **Estudo da secagem e dimensionamento de secador de casulos do bicho-da-seda**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, PB, Brasil, 1995, 190 p.

LIMA, A. C. C.; ROCHA, S. C. S. Bean drying in fixed spouted and spoute-fluid beds - comparison and empirical modeling. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...** v. A, p. 165-173.

LIMA, A. G. B. **Fenômeno de difusão em sólidos esferoidais prolatos. Estudo de caso: secagem de bananas**. 1999. 256 p. Tese de Doutorado, UNICAMP, S.P,

LIMA, A.G.B.; NEBRA, S.A.,2000. Modelos concentrados de transferência de calor e massa aplicados a corpos com forma arbitrária. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CONEM 2000, Natal - RN. **Anais...**, Natal-RN, CD-ROM.

LIMA, L. A.; LIMA, A.G.B.,2000. Uso do software Mathematica<sup>®</sup> como ferramenta de auxílio ao ensino de engenharia mecânica .In Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia - COBENGE 2000, Ouro Preto –MG, **Anais...**, Ouro Preto, CD-ROM.

LIMA, A. G. B.; QUEIROZ, M. R.; NEBRA, S.A. Simultaneous moisture transport and shrinkage during drying of solids with ellipsoidal configuration. **Chemical Engineering Journal**, 86 (2002), p. 85-93.

LIU, J. Y.; SIMPSON, W. T. Solutions of diffusion equation with constant diffusion and surface emission coefficients. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...** v. A, p. 73-80.

LUIKOV, A. V. **Heat and mass transfer in capillary porous bodies**. New York: Pergamon Press, 1966, 523p.

MARIZ, T. F.. **Secagem da casca de caroço de algodão em leito fixo**. Campina Grande: Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, 1986. 139p. Dissertação (Mestrado).

MATA, M. E. R. M. C.; BRAGA, M. E. D. Taxas de secagem de amêndoas de cacau em camadas finas em função da temperatura e teor de umidade inicial do produto. **Revista Brasileira de Armazenamento**, v. 24, n. 2, p. 10-19, 1999.

MATA, M. E. R. M. C.; DANTAS, L. A. Modelo de simulação de secagem de cacau em camada. **Revista Brasileira de Armazenamento**, v. 23, n. 2, p. 52-60, 1998.

MISRA, M. K.; BROOKER, D. B. Thin-layer drying and rewetting equation for shelled yellow corn. **Transactions of the ASAE**, p. 1254-1260, 1980.

NASCIMENTO, J. J. S.; BELO, F. A.; LIMA, A. G. B. Simultaneous moisture transport e shrinkage during drying of parallelepiped solids. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 2001, Boca del Rio, Veracruz. **Proceedings...** p. 535-544.

NASCIMENTO, J. J. S.; BELO, F. A.; LIMA, A. G. B. Simultaneous mass transport and shrinkage during drying of solid parallelepiped: a numerical study. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2001, Campinas-SP. 22nd. (XXII CILAMCE). 2001, **Proceedings...** CD-ROM

NASCIMENTO, J. J. S. **Fenômenos de difusão transiente em sólidos paralelepípedos. Estudo de caso: secagem de materiais cerâmico.** UFPB (Tese de Doutorado), João Pessoa. Engenharia Mecânica, 205p, 2002.

NJIE, D. N.; RUMSEY, T. R. Influence of factors on the drying of cassava in a solar simulation. **Drying Technology**, v. 15, n. 3-4, p. 1187-1202, 1997.

OLIVEIRA, V. A. B.; LIMA, A. G. B. Unsteady state mass diffusion prolate spheroidal solids: an analytical solution. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 2001, Boca del Rio, Veracruz. **Proceedings ...** p. 163-172.

OVERHULTS, D. G.; WHITE, H. E.; HAMILTON, H. E.; ROSS, I. J. Drying soybeans with heated air. **Transactions of the ASAE**, v. 16, p. 112-113, 1973.

PARK, K. J.; BROD, F. P. R. Comparative study of grated coconut (cocos nucifera) drying using vertical and horizontal dryers. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...** v. B, p. 469-475.

PARRY, J. L. Mathematical modelling and computer simulation of heat and mass transfer in agricultural grain drying. A review. **Journal of Agricultural Engineering Research**, v. 32, p. 1-29, 1985.

PARTI, M. Evaluation of selected mathematical models for grain drying. In: International Drying Symposium (IDS'90/CHISA'90), 1990, Praha: **Proceedings...** v.3, p. 153-162.

PARTI, M. Selection of mathematical models for drying grain in thin-layers. **Journal of Agricultural Engineering Research**, v. 54, p. 339-352, 1993.

PATIL, R. T.; SOKHANSANJ, S. Drying rates of alfalfa components parts. In: International Drying Symposium (IDS'92), 1992, Montreal: **Proceedings...** Part B, p. 1850-1857.

PTASZNIK, W.; BARNARD, J.; KHAN, A. A., Development of a drying procedure following matricorditioning of snap bean seeds. In: International Drying Symposium (IDS'92), 1992, Montreal: **Proceedings...** Part B, p. 1341-1349.

QUEIROZ, M. R. **Estudo teórico-experimental da cinética de secagem de bananas.** Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1994. 176p. Tese (Doutorado).

QUEIROZ, M. R.; NEBRA, S. A. Theoritcal and experimental analysis of the drying kinectics of bananas. In: International Drying Symposium (IDS' 96), 1996, Krakow: **Proceedings...**, part B, p. 1045-1052.

QUINTANA-HERNANDEZ, P.; RODRIGUES-RAMIREZ, J.; MENDES-LAGUNAS, L.; CORNEJO-SERRANO, L. Humidity diffusion within sugarcane fibers. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...**, v. B, p. 538-542.

RAPUSAS, R. S.; DRISCOLL, R. H. The thin-layer drying characteristics of white onion slices. **Drying Technology**, v. 13, n. 8-9, p. 1905-1931, 1995.

ROSSI, S. J.; ROA, G. **Secagem e armazenamento de produtos agropecuários com uso de energia solar e ar natural.** São Paulo: Academia de Ciências do Estado de São Paulo, 1980, 295p.

ROVEDO, C. O.; SUAREZ, C.; VIOLLAZ, P. E. Drying simulation of a solid slab with three dimensional shrinkage. **Drying Technology**, v. 13, n. 1-2, p. 371-393, 1995.

SABADINI, E.; CARVALHO, B. C. JR.; SOBRAL, P. J. A.; HUBINGER, M. D. Mass transfer and diffusion coefficient determination in salted and dried meat pieces. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...**, v. B, p. 441-447.

SANGA, E.; RAGHAVAN, G. S. V.; MUJUNDAR, A. S. Heat and mass transfer during microwave – convection drying of composite materials: simulation with incorporation (IADC), 2001, Boca del Rio, Veracruz. **Proceedings...**, p. 185-205.

SANTALLA, E. M.; MASHCERONI, R. H. Thin layer drying models for high oleic sunflower seeds. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 2001, Boca del Rio, Veracruz. **Proceedings...**, p. 307-315.

SARAVACOS, G. D. **Engineering properties of foods**. New York: Marcel Dekker, Inc., 1995. Chapter. Mass transfer properties of foods, p. 169-221.

SARKER, N. N.; KUNZE, O. R.; STROUBOLIS, T. Finite element simulation of rough rice drying. **Drying Technology**, v. 12, n. 4, p. 761-775, 1994.

SHARAF-ELDEEN, Y. I.; BLAIS DEL, J. L.; HAMDY, M. Y. A model for ear corn drying. **Transaction of the ASAE**, v. 23, p.1261-1271, 1980.

SHARMA, A. D.; KUNZE, O. R.; TOLLEY, H. D. Rough rice drying as a two-compartment model. **Transactions of the ASAE**, v. 25, p. 221-224, 1982.

SOKHANSANJ, S. **Advances in drying**. New York: Hemisphere Publishing Corporation. v.3, 1984. Chapter four: Grain drying simulation with respect to energy conservation and grain quality, p. 121-179.

SOKHANSANJ, S.; PATIL, R. T. Kinetics of dehydration of green alfalfa. **Drying Technology**, v. 14, n. 5, p. 1197-1234, 1996.

SOPONRONNARIT, S.; PRACHAYAWARAKORN, S.; SRIPAWATAKUL, O. Development of cross-flow fluidized bed paddy dryer. **Drying Technology**, v. 14, n. 10, p. 2397-2410, 1996.



STEFFE, J. F.; SINGH, R. P. Liquid diffusivity of rough rice components. **Transactions of the ASAE**, v. 23, n. 3, p. 767-774, 1980a.

STEFFE, J. T.; SINGH, R. P. Theoretical and practical aspects of rough rice tempering. **Transactions of the ASAE**, v. 23, p. 775-782, 1980b.

STRUMILLO, C.; KUDRA, T. **Drying: principles, science and design**. New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1986, 448 p.

TOLABA, M. P.; AGUERRE, R. J.; SUAREZ, C. Drying of corn with tempering: simulation and experimental verification. In: Inter-American Drying Conference (IADC), 1997, Itu. **Proceedings...**, v. B, p. 516-523.

UÇKAN, G.; ULKU, S. Drying of corn grains in a batch fluidized bed dryer. Drying of solids. Recent International Developments. New York: John Wiley & Sons, 1986, v. 1, p. 91-96.

VERMA, L.; NOOMHORM, A. Rice drying simulation. In: International Drying Symposium (IDS'86), 1986, Montreal: **Proceedings...**, v. 2, p. 461-469.

WHITE, G. M.; BRIDGES, T. C.; LOEWER, O. J.; ROSS, I. J. Thin-layer drying model for soybeans. **Transactions of the ASAE**, v. 24, p. 1643-1646, 1981.

WOLFRAM, S. **The Mathematica book**. Cambridge University Press, 1996, 1403p.

ZHANG, Q.; LITCHFIELD, J. B. An optimization of intermittent corn drying in a laboratory scale thin layer dryer. **Drying Technology**, v. 9, n. 2, p. 383-395, 1991.

ZOGZAS, N. P.; MAROULIS, Z. B. Effective moisture diffusivity estimation from drying data: a comparison between various methods of analysis. **Drying Technology**, v. 14, n. 7 e 8, p. 1543-1573, 1996.