



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE - CES
UNIDADE ACADÊMICA DE ENSINO - UAE
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

PATRICIA DE MEDEIROS SILVA

**O USO DOS JOGOS COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DA
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE COM ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Cuité – PB

2016

PATRICIA DE MEDEIROS SILVA

**O USO DOS JOGOS COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DA
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE COM ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Campina Grande.

Prof^ª. Dr^ª. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos

Orientadora

Cuité – PB

2016

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA NA FONTE
Responsabilidade Jesiel Ferreira Gomes – CRB 15 – 256

S586u Silva, Patricia de Medeiros.

O uso dos jogos como recurso pedagógico no ensino da combinatória e probabilidade com alunos do 8º ano do ensino fundamental. / Patricia de Medeiros Silva. – Cuité: CES, 2016.

72 fl.

Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Centro de Educação e Saúde / UFCG, 2016.

Orientadora: Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos.

1. Probabilidade. 2. Combinatória. 3. Ensino e aprendizagem. I. Título.

Biblioteca do CES - UFCG

CDU 519.2

PATRICIA DE MEDEIROS SILVA

**O USO DOS JOGOS COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DA
COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE COM ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Campina Grande.

Aprovada em ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr.^a Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos (Orientadora)
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Prof. Dr. Aluizio Freire da Silva Junior
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Prof. Ms. Marciel Medeiros de Oliveira
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

AGRADECIMENTOS

Não se vence uma luta sozinha. No decorrer deste processo algumas pessoas ficaram ao meu lado e percorreram este caminho como verdadeiros soldados instigando que eu buscasse a minha vitória e conquistasse o meu sonho.

Agradeço em primeiro lugar a Deus, que me ouviu em todos os momentos me confortando e dando forças para enfrentar momentos delicados sempre me fortalecendo, acreditando em mim e me alertando sempre que tudo na vida é aprendizado;

Aos meus Pais, Lula e Socorro, por me guiarem de maneira sábia orientando por meio dos estudos e me guiando sempre para o melhor caminho;

Aos meus irmãos, Rafael e Pedro Ruan, que são presentes que Deus me deu e nem com a nossa diferença apaga esse amor;

Às minhas tias e amigas, Doraci e Ediana, pela paciência e pelas sábias palavras nos momentos que mais precisei porque eu tenho as melhores;

À D. Luzinete, minha primeira professora, que ao chegar na escola veio ao meu encontro e eu assustada com o novo ambiente não queria ficar, porém ela com paciência e atitude me apresentou o mundo da leitura e da escrita, o tempo foi passando e ela que acreditou fielmente que tudo iria dar certo e segurou minhas mãos desde o meu primeiro passo escolar conquistando minha confiança e meu carinho;

Aos professores da graduação e a todos os docentes que passaram pela minha vida por compartilhar seus conhecimentos;

À minha orientadora Prof.^a Dr.^a Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos, que com carinho, paciência e dedicação contribuindo para minha formação pessoal e profissional apresentando sempre os melhores caminhos;

Aos membros da Banca Examinadora, pela disposição, dedicação e contribuições;

Ao professor Leonardo Lira de Brito pelo apoio e incentivo;

Aos funcionários da UFCG-CES que (in) diretamente me auxiliaram durante meu percurso na Universidade;

Aos médicos e suas equipes que contribuíram para minha recuperação;

Aos alunos do 8º ano A, turma de 2016, à gestora Cláudia, a professora Neide e ao secretário Silvano da escola “Professor Nino”, da cidade de Damião, que contribuíram para que esta pesquisa fosse realizada;

Enfim, agradeço a todas as pessoas que fizeram parte dessa etapa decisiva em minha vida.

Aprende que se depende sempre, de tanta muita diferente gente. Toda pessoa sempre é as marcas das lições diárias de outras tantas pessoas e é tão bonito quando a gente entende que a gente é tanta gente, onde quer que a gente vá e é tão bonito quando a gente sente que nunca está sozinho por muito mais que pense estar...

Gonzaguinha.

RESUMO

O presente trabalho foi delineado para identificar os conceitos sobre combinatória e os problemas que emergem em situações de jogo, o uso de diferentes linguagens oral e escrita no ensino da matemática. A pesquisa possui cunho qualitativo procura compreender o que se revela em um trabalho pedagógico com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental feito a partir da perspectiva da problematização para responder ao problema de investigação "Quais as contribuições dos jogos desenvolvidos em uma prática problematizadora no desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II?" Os objetivos são: identificar as ideias sobre combinatória e probabilidade que surgem do processo da linguagem oral e escrita, tendo como contexto a problematização em sala de aula e buscar indicativos da contribuição de um estudo com jogos para o desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos. Para tanto foi desenvolvido dois jogos "senha: modalidade ABC" e "Corrida de Cavalos" em contexto de sala de aula. Os sujeitos da pesquisa foram 27 alunos do 8º Ano do Ensino Fundamental, com idades entre 12 e 18 anos. Os dados foram analisados qualitativamente, os resultados mostraram que no contexto de jogo os alunos observaram diversas possibilidades e reflexões para uma melhoria ou aperfeiçoamento das estratégias de jogo, e conseqüentemente o desenvolvimento de conceitos de combinatória e probabilidade.

Palavras-chave: Jogo. Combinatória. Probabilidade. Ensino e aprendizagem. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This study was designed to identify the concepts of combinatorics and the problems that emerge in game situations, the use of different oral and written languages in teaching mathematics. The research has qualitative approach seeks to understand what is revealed in a pedagogical work with students of the 8th grade of elementary school made from the perspective of questioning to answer the research question "What are the contributions of developed games in a problem-based practice in the development of combinatorial and probabilistic concepts of 8th graders of elementary school II?" The objectives are to identify the ideas of combinatorics and probability arising from oral and written language process, having as context the questioning in the classroom and seek indicative of the contribution of a study of games for the development of combinatorial and probabilistic concepts. For this was developed games "password: ABC mode" and "Horse Racing" in the classroom context. The study subjects were 27 students of the 8th year of elementary school, aged between 12 and 18 years. The data were analyzed qualitatively, the results showed that the game context students observed various possibilities and reflections for an improvement or development of game strategies, and consequently the development of concepts of combinatorics and probability.

Keywords: Game. Combinatorics. Probability. Teaching and learning. Elementary School.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UFMG: Universidade Federal de Campina Grande

CES: Centro de Educação e Saúde

UAE: Unidade Acadêmica de Ensino

MEC: Ministério de Educação e Cultura

DC: Diário de Campo da professora-pesquisadora

RE: Registros Escritos

GA: Gravações de áudio

EJA: Educação de Jovens e Adultos

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais

MEC: Ministério da Educação

SEF: Secretaria de Educação Fundamental

SBEM: Sociedade Brasileira de Educação Matemática

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1** - Modelo de aprendizagem ilustrando a interação dinâmica e complexa entre a experiência, a reflexão e a reflexão crítica.28
- Figura 2**- Ilustração: Desenvolvimento da cognição matemática mediante a escrita.....29

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Vantagens e desvantagens da inserção de jogos no ensino da Matemática.....	20
Quadro 2 - Instrumentos de produção dos dados	41
Quadro 3 - Roteiro das Tarefas	43
Quadro 4 - Síntese das Jogadas da Dupla ML “Senha - Modalidade ABC”	50
Quadro 5 - Síntese das Jogadas da Dupla OC “Senha - Modalidade ABC”	52
Quadro 6 - Síntese das Jogadas da Dupla RJ “Senha - Modalidade ABC”	53
Quadro 7 - Síntese das respostas do jogo “Senha - Modalidade ABC”	56
Quadro 8 - Síntese das jogadas do jogo “Corrida de Cavalos”: dupla CR.....	57
Quadro 9 - Síntese das jogadas do jogo “Corrida de Cavalos”: dupla CJ.....	59
Quadro 10 - Síntese das Jogadas do jogo “Corrida de Cavalos”: dupla BR	60
Quadro 11 - Síntese das respostas da tarefa 2: "pensamentos probabilísticos"	62
Quadro 12 - Possibilidades de soma dos pontos de dois dados	63
Quadro 13 - Combinações possíveis de se obter com dois dados.....	63

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	O USO DOS JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DA LEITURA E DA ESCRITA.....	15
2.1	O jogo e a construção saber	15
2.2	O jogo nas aulas de matemática: um recurso pedagógico	17
2.3	O jogo nas aulas de matemática: planejamento	24
2.4	O jogo nas aulas de matemática: planejamento	26
3	O ENSINO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE: POSSIBILIDADES DE TRABALHO COM OS JOGOS EM SALA DE AULA	33
3.1	A Análise combinatória.....	33
3.2	A probabilidade	34
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS: DESCREVENDO O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO	38
4.1	As opções metodológicas	38
4.2	O foco de investigação	39
4.3	Instrumentos e coleta de dados	40
4.4	A escola, a comunidade e a comunidade escolar	41
4.5	A sala de aula e os alunos.....	42
4.6	As tarefas	43
4.6.1	Tarefa senha: modalidade "ABC"	43
4.6.2	Tarefa "Corrida de Cavalos"	45
4.7	Contextos da pesquisa de campo.....	46
4.8	Dinâmica das tarefas: ambiente de aprendizagem.....	47
4.9	A análise dos dados.....	48
5	A FORMAÇÃO DE CONCEITOS DE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE POR MEIO DE JOGOS	50
5.1	O jogo "Senha - Modalidade ABC": conceitos de combinatória.....	50
5.2	O Jogo "corrida de cavalos": conceitos de combinatória e probabilidade	57
5.3	As contribuições do jogo "Senha - Modalidade ABC" e "Corrida de Cavalos" ao desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos.....	65
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS: REFLEXÕES SOBRE A PESQUISA.....	67
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa tem como foco o ensino da análise combinatória e probabilidade no Ensino Fundamental II por meio de jogo. O motivo que nos instigou a fazer essa pesquisa foi pensar em uma maneira de estudar a combinatória e a probabilidade com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental visando que conceitos fossem desenvolvidos de forma significativa e de maneira interativa. Desse modo, optamos pelo trabalho com jogos, uma vez que essa prática pedagógica não é comum com a turma investigada.

A análise de novos elementos para o ensino da matemática é um dos fatores que contribuem para uma aprendizagem significativa. O uso de jogos e vivência de situações lúdicas tem sido utilizado como uma ferramenta que possibilita ao aluno compreender a estrutura lógica da brincadeira, dando-lhe a oportunidade de criar seus próprios planos de ação na execução das jogadas ao fazer uma avaliação dos resultados obtidos. O jogo também favorece o desenvolvimento de conteúdos culturais específicos. No espaço escolar o jogo pode ser desenvolvido e associado à metodologia da resolução de problemas, entrelaçada as linguagens orais e escrita.

No âmbito desta pesquisa, apresentamos estudos que apontam o jogo no ensino de matemática, como Macedo, Petty e Passos (1997) e Grando e Marco (2007, p. 103), que afirma que "o jogo propicia o desenvolvimento de habilidades, como a análise de possibilidades, a tomada de decisão, o trabalho em grupo, o saber ganhar e o saber perder".

Diante do exposto, entendemos que o jogo pode trazer contribuições para o ensino de combinatória e probabilidade em perspectiva problematizadora e, quando aliado a linguagem oral e a escrita que possibilita um aprendizado significativo.

A partir de tais considerações, iniciamos nossa pesquisa objetivando responder a seguinte questão de pesquisa:

- Quais as contribuições dos jogos desenvolvidos em uma prática problematizadora no desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II?

Tal questão nos remete aos seguintes objetivos:

- Identificar conceitos de combinatória e probabilidade que surgem do processo da linguagem oral e escrita, tendo como contexto a problematização em sala de aula;

- Buscar indicativos da contribuição de um estudo com jogos para o desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos.

Para tanto, selecionamos dois jogos, o senha “Modalidade ABC” e o “corrida de cavalos” em uma perspectiva problematizadora. O primeiro jogo envolve especificamente a combinatória e o segundo a combinatória e a probabilidade.

A pesquisa, de cunho qualitativo, foi desenvolvida com 26 alunos da turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Damião, do interior do Estado da Paraíba. A pesquisa se deu nesta escola, pois a autora desta pesquisa atuava como professora e estagiária nesta instituição de ensino.

O ambiente de aprendizagem adotado em nossa pesquisa foi pautado nos sete momentos destacados por Grandó (2004): familiarização dos alunos com o material do jogo, reconhecimento das regras, o "jogo pelo jogo", intervenção pedagógica verbal, registro do jogo, intervenção escrita e jogar com competência. Entendemos que as estratégias e respostas apresentadas pelos alunos podem indicar suas concepções diante da resolução de problemas.

Os dados da pesquisa foram coletados em sala de aula, especificamente no mês de abril de 2016 e foram produzidos a partir dos seguintes instrumentos: registros escritos (RE); diário de campo da professora-pesquisadora (DC) e gravações de áudio (GA).

O presente trabalho está organizado em seis capítulos. No primeiro, está a introdução. No segundo capítulo, trazemos informações teóricas e princípios que consideramos importantes na compreensão do uso dos jogos como recurso pedagógico em sala de aula. Além disso, discutimos as possibilidades de leitura e a escrita nas aulas de matemática por meio dos jogos.

No terceiro capítulo apresentamos conceitos de combinatória e probabilidade que permeiam o seu processo de ensino na Educação Básica e apontamos estudos dirigidos por pesquisadores da área.

No quarto, apresentamos a trajetória metodológica da pesquisa. Desse modo, expomos os procedimentos empregados, o contexto e as ações desenvolvidas objetivando responder à questão de investigação. Apresentamos os jogos e problematizações desenvolvidas com os alunos envolvidos na pesquisa.

No quinto capítulo apresentamos a análise dos jogos e problematizações desenvolvidas com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em contexto de sala de aula. A análise foi organizada em dois eixos. No primeiro buscamos identificar as ideias sobre combinatória que emergem do processo de comunicação oral e escrita a partir do jogo "Senha - Modalidade

ABC" e o jogo "Corrida de Cavalos". No segundo eixo trazemos os indicativos das contribuições dos referidos jogos no desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos.

Nas considerações finais expomos argumentos sobre as contribuições dos jogos "Senha - Modalidade ABC" e "Corrida de Cavalos" no ensino da combinatória e probabilidade no Ensino Fundamental e das ações desencadeadas a partir das problematizações realizadas a partir dos jogos. Compreendemos que nossa pesquisa pode contribuir com os professores no (re) pensar e desenvolver suas práticas pedagógicas no ensino e na aprendizagem de combinatória e probabilidade.

2 O USO DOS JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DA LEITURA E DA ESCRITA

Neste capítulo enfatiza-se o uso dos jogos em atividades propostas em sala de aula, aliado a interpretações e problematizações que requerem dos alunos um aprendizado contínuo envolvendo a interdisciplinaridade proposta ao reunir à língua portuguesa e a matemática por meio do lúdico. Desse modo, pretendemos destacar as concepções sobre o jogo, a leitura e a escrita no ensino da matemática e os conceitos combinatórios e probabilísticos.

2.1 O jogo e a construção saber

Segundo Grandó (2004), não se pode perceber o jogo apenas como um simples instrumento de ensino ou material concreto,

O homem é mais tempo jovem que qualquer outro animal. O jogo é típico da juventude. Sendo assim, nenhum animal é mais dotado para o jogo que o homem. Portanto, se a cultura humana é uma construção que depende de nossa atividade interior, e o jogo tem a propriedade de "sugar" para esse interior as vivências da realidade, obviamente o jogo passa a ser indispensável à formação de nossa cultura. Do ponto de vista pedagógico, portanto vemos claramente que há uma pedagogia subjacente à nossa relação com o mundo que tem no jogo seu ponto de referência. É pelo jogo que construímos nossas habilidade e capacidade mais tipicamente humanas: a habilidade de imaginar e a imaginação. [...]. Joga-se, no fundo, por necessidade. Pena que a escola não perceba isso. (FREIRE, 2002 *apud* GRANDÓ, 2004, p.111)

Nesse sentido, o raciocínio é posto em questão, devido sequenciar as análises e reflexões, valorizar o ensino-aprendizagem como instrumento do saber de abordagens elaboradas nas discussões matemáticas representando a situação no registro de atividades.

Piaget (1945, *apud* Macedo, Petty e Passos 1997, p. 127), em *A formação do símbolo na criança*, propõe que os jogos podem ser estruturados basicamente em três formas de assimilação: exercício, símbolo ou regra e como elas interferem no conhecimento adquirido na escola.

Os jogos de exercício, segundo Macedo, Petty e Passos (1997), é uma atividade lúdica da criança no decorrer do seu desenvolvimento, por meio de sequência motora em que as formas de repetição criam hábitos partindo da construção das possibilidades, presentes na adaptação desse jogo. A repetição é uma fonte de satisfação ou prazer e caso não se repita o

sistema não será alimentado, como exemplo, temos a leitura que quando apontada pelo professor a criança tem certa visão de cobrança, mas quando ela busca a leitura por curiosidade nos anos iniciais ao observar toda e qualquer arte que lhe chame a atenção, com certeza ela tentará soletrar e é, justamente nessa formação de hábitos, que gera a base para futuras operações mentais, compreendendo as ações e o sentido lúdico como função instrumental.

Nos jogos simbólicos ou jogos do estilo "faz de conta" a criança encontra neles uma nova descoberta utilizando objetos ausentes. Por meio dessa representação, ela observa o real, o objeto e o imaginário e, é por meio dessa fantasia presente nas brincadeiras, que as crianças trabalham a compreensão diante dos fatos, desenvolvem a intuição significativa ao testar os limites do sistema cognitivo, pois são reações particulares de cada uma. Esse contexto, somado a algumas regularidades, se apresentam fontes de futuras operações mentais. A assimilação no jogo simbólico é deformante, pois, segundo Macedo, Petty e Passos (1997), é neste tipo de jogo que a realidade é assimilada por analogia. A partir dos significados que as crianças atribuem, relacionando os conteúdos a suas ações enquanto jogam são as deformações dos significados correspondentes que atrelam na vida social ou física. Neste contexto, é mais fácil para a criança criar um mundo a sua maneira à medida que ela fantasia. Nesta ação, ela é capaz de detectar linguagens e compreender situações conforme a maneira que ela estabeleceu, buscando explicitar as coisas e descobrir por meio dessas questões.

Recíproca por esse sentido de coletividade, recíproca pelo sentido de uma regularidade intencionalmente consentida e buscada, recíproca pelas convenções que em comum definem o que os jogadores podem, ou não, fazer no contexto do jogo. (MACEDO, PETTY e PASSOS, 1997, p.134)

Os jogos de regra englobam a regularidade dos jogos de exercício e as convenções dos jogos simbólicos, mas com o acréscimo das regras. Segundo Macedo, Petty e Passos (1997), é uma forma democrática de socializar tanto crianças, quanto adultos, valorizando o lúdico das ações. Neste tipo de jogo, os participantes devem sempre obedecer às regularidades e ter em mente as várias surpresas que o jogo pode revelar, pois para ganhar é preciso certas habilidades, como: concentrar-se e ficar atento para saber relacionar as jogadas, que cada partida gera um novo desafio e nem sempre vencer uma partida, significa que vencerá as demais. Esse jogo tem caráter competitivo e é cheio de significados, pois o próprio participante tem que se superar e superar o adversário.

Enfrentar e vencer desafios aumenta a autoconfiança das pessoas. E quando ocorre a invenção de um novo processo de cálculo (novo, ao menos para aquela turma) parece que todos repartem a sensação de que a matemática não é inatingível. Cada aluno começa a sentir-se capaz de criar, nesse domínio. Além de tudo isso, é perceptível o aumento da capacidade do aluno de concentrar-se e estar atento nas aulas em decorrência da prática continuada do cálculo mental. (MENDONÇA; LELLIS, 1989 *apud* GRANDO, 2004, p. 40)

Quando os alunos são chamados para expressar o que pensaram e como registraram seus pensamentos vivenciam o jogo, o ler, escrever e organizar suas ideias proporciona uma visão ampla diante da experiência da atividade, a comunicação que os levam a troca de ideias, possibilita novos conhecimentos.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Nos jogos de estratégia (busca de procedimentos para ganhar) parte-se da realização de exemplos práticos (e não da repetição de modelos de procedimentos criados por outros) que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático. (BRASIL, 2001, p.47)

2.2 O jogo nas aulas de matemática: um recurso pedagógico

O jogo possibilita uma educação diversificada devido à participação criativa, livre e crítica que transforma o ambiente de estudo estimulando à autonomia dos alunos ao ser inseridos numa vivência de relações. Apresentar um ensino qualificativo e de teor significativo por meio das potencialidades do jogo representa estimular o pensar, (re) criar, analisar e relacionar habilidades de resolução de problemas, pois:

[...] o jogo é mais que um problema, é um problema dinâmico, limitado pelas regras e dependente da ação do adversário, por meio de suas jogadas, sendo que tudo isto é realizado num ambiente de trocas entre os sujeitos que jogam. Jogar é uma forma lúdica de resolver um problema e/ou vários problemas, motivando, naturalmente, o aluno a pensar... Assim sendo, o que motiva o aluno a solucionar o problema do jogo (vencer!) é seu próprio conteúdo, que gera a necessidade do domínio de diversas formas de resolver o problema (GRANDO, 1995, p. 118).

Esta prática pedagógica também possibilita trabalhar a oralidade e a escrita possibilitando ao professor possíveis formas de desenvolver as práticas existentes. A atividade

lúdica promove o desenvolvimento da criatividade significativa por se tratar de conhecimento adquirido na prática, em que erros e acertos são usados no desenvolvimento de novas estratégias.

Ao se pensar no jogo como metodologia de ensino pode se ponderar que possam surgir dificuldades para esse tipo de trabalho em sala de aula, visto que tanto os alunos como os professores estão adaptados ao ensino tradicional e de início podem confundir com brincadeiras sem intenção pedagógica. A leitura e a escrita, assim como diversas ações presentes no jogo didático são importantes para uma interpretação matemática.

Os jogos representam um papel importante. Por outro lado, permitem que comece a haver na aula mais trabalho independente por parte dos alunos: estes aprendem a respeitar as regras, a exercer papéis diferenciados e controles recíprocos, a discutir, a chegar a acordos. [...] Estes jogos utilizados em função do cálculo mental, podem ser um estímulo para a memorização, para aumentar o domínio de determinados cálculos. (GRANDO, 2004, p. 44)

Para o desenvolvimento de conceitos matemáticos Grandó (2004) apresenta a posição do professor em sete "momentos de jogo". A autora defende que ao se pensar no jogo como recurso pedagógico em sala de aula, tais momentos são relevantes:

1º. Momento: Familiarização dos alunos com o material do jogo:

Este momento consiste no primeiro contato dos alunos com o material do jogo, construindo ou experimentando e identificando os objetos já conhecidos, por exemplo, os dados, o tabuleiro e as peças; fazendo as simulações de quais jogadas seriam possíveis ou não.

2º. Momento: Reconhecimento das regras

No segundo momento os alunos reconhecem as regras do jogo que podem ser expostas de várias maneiras: lidas pelos próprios alunos, explicadas pelo professor, seguida de exemplos para tornar mais explícito o que se pede no jogo, etc.

3º. Momento: O "jogo pelo jogo"

É um momento em que a espontaneidade se destaca, possibilitando ao aluno jogar para garantir a prática que foi exposta nas regras; algumas noções matemáticas podem estar presentes no jogo, aprimorando a compreensão por meio do cumprimento das regras.

4º. Momento: Intervenção pedagógica verbal

Nesse momento nas intervenções verbais do professor surgem vários questionamentos, além das observações feitas por ele para que os alunos desenvolvam o senso crítico e lógico para analisar suas jogadas e os procedimentos utilizados na resolução de problemas do jogo.

5º. Momento: Registro do jogo

Utilizando a linguagem matemática os alunos anotam os pontos, os procedimentos e os cálculos utilizados no jogo. Partindo destes registros, o professor pode conhecer melhor os alunos, por saber quais estratégias foram utilizadas e o raciocínio envolvido nas ações.

6º. Momento: Intervenção escrita

Este é o momento da problematização das situações do jogo a partir dos registros feitos pelos alunos. Ele é de suma importância nas relações professor-aluno e aluno-aluno para observarem e resolverem as situações-problema apresentadas durante o jogo e os limites e as possibilidades dos alunos. O professor neste momento tem o papel de registrar os conceitos matemáticos apresentados no jogo.

7º. Momento: Jogar com competência

Neste momento o aluno se envolve na situação real do jogo; é capaz de analisar todas as situações e elaborar as suas próprias estratégias, percebidas e analisadas durante a resolução de problemas intervinda dos momentos anteriores.

Dentre os sete momentos do jogo propostos por Grandó (2004), destaca-se a estrutura de um trabalho pedagógico no qual o jogo é uma ferramenta importante nas aulas de matemática. Nesse contexto, o professor tem o papel importante, ele vai ser o mediador entre o jogo, os conceitos matemáticos e o aluno. Desse modo, os sete momentos propostos por Grandó (2004) indicam que o jogo proporciona um importante recurso no ensino da matemática.

Esse processo necessita de um professor atento para a aprendizagem de conceitos matemáticos que estão sendo construídos. As reflexões que os alunos fazem diante das jogadas indicam as estratégias desenvolvidas por eles visando vencer o jogo, compreendendo as suas relações e as do seu adversário:

Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua intervenção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para arriscar. (GRANDO, 2004, p. 24)

O processo educativo que o jogo oferece, nos leva a pensar nas possibilidades de desenvolver os conceitos matemáticos mediante propostas metodológicas na perspectiva da resolução de problemas.

A análise de novos elementos para o ensino da matemática é um dos fatores que contribuem para uma aprendizagem significativa. A manipulação de jogos e vivência de situações lúdicas possibilita ao aluno compreender a estrutura lógica da brincadeira, dando-lhe a oportunidade de criar seus próprios planos de ação na execução das jogadas ao fazer uma autoavaliação dos resultados obtidos. O jogo também favorece o desenvolvimento de conteúdos culturais específicos de alguns jogos. Adotamos o modelo de aprendizagem pautado na interação dinâmica entre o jogo, as problematizações, a experiência e a reflexão.

O resgate da vontade de apreender, é um dos objetivos que o jogo oferece, testando as habilidades matemáticas dos alunos, bem como a compreensão de regras por meio da concentração, da autoconfiança e de relações estabelecidas com situações-problema vivenciadas em seu dia-a-dia. O jogo dispõe de regras e interação social que oferece possibilidades de tomada de decisões, reunindo e desenvolvendo competências a cerca da essência das regras, de conceitos diversos, além das relações afetivas que partem do jogo. Nesta situação, a linguagem tem papel importante, pois por meio dela o aluno toma consciência das ações que desenvolve no jogo.

A convivência em grupo indica a importância da busca pelos métodos, objetivos e conteúdos necessários para o processo educativo coletivo, possibilitando com este trabalho o desenvolvimento de conceitos matemáticos significativos.

Grando (2004) indica que o jogo nas aulas de matemática tem vantagens e desvantagens:

Quadro 1 - Vantagens e desvantagens da inserção de jogos no ensino da Matemática

VANTAGENS	DESVANTAGENS
<ul style="list-style-type: none"> - (Re) significação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - Introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão; - Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); - Aprender a tomar decisões e saber avaliá-las; - Significação para conceitos aparentemente 	<p>Quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam;</p> <p>- O tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo;</p>

<p>incompreensíveis;</p> <p>Propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade);</p> <ul style="list-style-type: none"> - O jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; - O jogo favorece a integração social entre os alunos e a conscientização do trabalho em grupo; - A utilização dos jogos é um fator de interesse para os alunos; - Dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do regate do prazer em aprender; - As atividades com jogos podem ser utilizadas para desenvolver habilidades de que os alunos necessitam. É útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - As atividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar algumas dificuldades dos alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> - As falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos por meio do jogo. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; - A perda da "ludicidade" do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - A coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo; - A dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.
---	---

Fonte: GRANDO (2004, p. 31-32)

Percebem-se, por meio das considerações de Grando (2004) várias vantagens de conhecimento e compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos e a possibilidade existente de desencadear a interdisciplinaridade que é um aspecto importante para a aprendizagem.

Dentre as desvantagens indicadas pela referida autora, o planejamento elaborado pelo professor para o uso dos jogos em suas aulas é de extrema importância. É preciso muita cautela para exercitar essa atividade, pouca interferência do professor durante o jogo é importante, visto que é alvo de aprendizado para não extinguir a voluntariedade natural, respeitando sempre o tempo gasto.

A oportunidade que o aluno tem de criar seu plano de ação, deixando de ser apenas receptor de conteúdos e buscando seus objetivos educativos por meio da execução do jogo, avaliar seu desenvolvimento perante os resultados obtidos, o coloca como construtor do próprio conhecimento. Esses fatores também contribuem para uma aprendizagem

significativa, uma vez que é na manipulação do jogo que o aluno é posto diante de situações lúdicas e descobre novos elementos para o ensino da matemática.

A compreensão do jogo como recurso pedagógico é relevante, pois desenvolve competências a partir de reflexões críticas tanto de suas jogadas, como das dos colegas, aperfeiçoando, dessa forma, o seu pensamento crítico.

No contexto de ensino e aprendizagem também são valiosos os questionamentos realizados sobre as jogadas, assim como das estratégias desenvolvidas pelos alunos. O trabalho de exploração e/ou aplicação por meio de processos de análise de possibilidades no ambiente escolar permite que o contexto social e as tomadas de decisões sejam apresentadas e descobertas durante as jogadas.

Durante o jogo, os alunos criam estratégias de jogadas, fazem e refazem as ações, aperfeiçoando suas estratégias a partir de cada jogada, propondo ao adversário um nível mais difícil, gerando assim, em ambos, novos conhecimentos e pensamentos que os levam a um ciclo de reflexão, no qual utilizam as habilidades lógicas e de resolução de problemas, deixam de seguir "roteiro" e analisam cada erro ou acerto, desenvolvem assim, conhecimentos sobre o movimento do jogo.

Conforme mencionado, o planejamento do professor ao utilizar o jogo como recurso pedagógico é muito importante. Além disso, a faixa etária dos alunos também precisa ser avaliada neste momento, pois o jogo deve despertar o interesse dos alunos, assim como, desenvolver conceitos matemáticos. Quando o jogo é muito difícil ou muito fácil para determinada faixa etária, ele pode não atingir os objetivos propostos.

Alguns alunos podem não compreender a relação entre a matemática e o jogo, por suas características de tempo, espaço e troca de conhecimentos. O jogo nas aulas de matemática possibilita discussões a partir de hipóteses e estratégias para tornar-se vencedor. A troca de informações e opiniões possibilita que novas estratégias sejam desenvolvidas pelos alunos.

Na evolução do jogo podemos perceber a possibilidade de manipulação, levando o jogador a realizar composições relacionando o jogo e a aprendizagem, fazendo reflexões que sejam possíveis ou aceitáveis na atividade lúdica.

A mediação pedagógica presente no contexto do jogo possibilita a reflexão do professor ao observar e validar esta atividade qualitativamente. O professor participa do processo de ensino e aprendizagem presente no jogo instigando para:

- Garantir o cumprimento e a compreensão das regras do jogo, sem a preocupação em modificar a qualidade da ação do aluno em um primeiro momento. Deixar o aluno à vontade para agir. Esclarecer dúvidas;

- Perguntar ao aluno sobre decisões tomadas ou a serem tomadas, e estratégias envolvidas. Observa-se que a comparação é uma forma de chamar a atenção do adversário para o jogo;
- Solicitar que o aluno justifique suas jogadas e suas análises apresentadas;
- Propor facilitadores e/ou desafios maiores, conforme as necessidades do aluno;
- Incentivar o aluno "jogar pensando alto", descrevendo o que pensa e faz, a fim de que possa identificar procedimentos e estruturar o raciocínio. Além disso, incentivar a observação de regularidades, elaboração de estratégias e análise do jogo. O aluno, ao explicitar verbalmente as suas análises de possibilidades no jogo e tomadas de decisões, evidencia os procedimentos utilizados para tentar vencê-lo. Assim, a tomada de consciência da própria ação, análise do jogo e determinação de regularidades pode ser discutida com o professor;
- Sistematizar, juntamente com os alunos, os conceitos matemáticos intrínsecos ao jogo. (GRANDO, 2004, p. 35-36)

Neste contexto, o professor precisa participar atentamente da aprendizagem, tornando o desafio instigante ao desenvolvimento de conceitos matemáticos pelos alunos, auxiliando-os na reflexão, questionando-os e estimulando o desenvolvimento de habilidades acerca do conteúdo abordado.

Grando (2004) aponta os pontos em que o professor precisa observar mais. São eles:

- Como o aluno se organiza no espaço? Domina o espaço do tabuleiro em termos de direção e sentido? Explora diferentes formas de preenchimento do tabuleiro? A familiarização com o material permitiu ao aluno um bom movimento no jogo? Procura variar seus movimentos em função das estratégias construídas?
- *Interesse*: o aluno demonstra interesse em aprender o jogo? Está motivado a jogá-lo? Mostra-se desafiado pelas situações-problema? Apresenta interesse em analisar o jogo?
- *Jogadas e estratégias*: o aluno compara e estabelece correspondências entre as jogadas e partidas? Utiliza observações de jogadas anteriores para repensar as suas jogadas? Cria estratégias? Como são tais estratégias, mostram-se coerentes e eficientes ou são por ensaio e erro? A ação do aluno é intencional, isto é, planejada e organizada?
- *Registro*: como se dá o processo do registro do jogo? Existe coerência na forma de registro entre as jogadas? Utiliza-se de algoritmos para a contagem dos pontos? Considera cálculos anteriores para os cálculos das novas jogadas? As formas de registro utilizadas pelos alunos são modificadas no decorrer da atividade?
- Na resolução das situações, o aluno necessita resolver no tabuleiro, ou vai direto do papel? Admite soluções variadas? Consegue fazer as operações inversas necessárias? Frente aos desafios do jogo, como o aluno reage?
- Erros e antecipações no jogo: o aluno demonstra reconhecer às "jogadas erradas", elabora estratégias de superação desses erros, levanta hipóteses, justifica-as, antecipa jogadas, faz previsões? (GRANDO, 2004, p.36-37)

Compreendemos, diante do exposto, que a participação do professor é muito importante, pois pode apresentar ao aluno uma aprendizagem significativa destacando a interação social e a superação de desafios e, até mesmo, formar o pensamento matemático ao elaborar estratégias para vencer o jogo.

Visando a estratégia didático/metodológica presente na atividade lúdica percebemos a importância de possibilitar problematizações a partir do jogo, despertando a curiosidade da linguagem empregada em técnica de aprendizagem.

Neste contexto, pode surgir o erro, que segundo Macedo, Petty e Passos (1997) estabelece a importância significativa na construção do conhecimento. Nesse sentido o autor pontua:

[...] quando se considera o processo, ignorar o erro é supor que se pode acertar sempre na 'primeira vez'; é eliminá-lo como parte, às vezes inevitável, da construção de um conhecimento, seja de crianças, seja de adultos. (MACEDO, PETTY e PASSOS, 1997, p. 29)

Segundo Macedo, Petty e Passos (1997), firmando as concepções de Piaget, explica dois planos notáveis de erros que são identificados e destacados durante a ação do jogo:

- Um erro no plano de “fazer” se você não consegue suprir suas expectativas no jogo e não o vence, mesmo se cumpriu todas as regras pré-estabelecidas;
- Um erro no plano do “compreender”, identificando jogadas que deram resultado positivo ou não, analisando as jogadas realizadas e que o fez perder o jogo.

[...] analisar erros, numa perspectiva construtivista, consiste em tomar consciência daquilo que deve ser corrigido ou mantido, na tentativa de melhorar os procedimentos. Isso promove a regulação, ou seja, a modificação da ação de acordo com o resultado. É na tentativa de garantir melhores resultados e de adquirir novas estratégias que a criança vai construindo uma postura de observação do que produz e dos erros que comete. (MACEDO, PETTY e PASSOS, 1997, p. 39)

2.3 O jogo nas aulas de matemática: planejamento

Assim como Grando (2004), Macedo, Petty e Passos (2007) destaca o uso do jogo como recurso pedagógico em sala de aula. No entanto, destaca alguns itens para este trabalho:

- *Objetivo:* É o momento de definir qual é o objetivo da utilização do jogo e qual o significado de se trabalhar com esse tipo de atividade, analisando as propostas e se

questionando quanto ao desenvolvimento da atividade bem como a questão relativa a *o quê*, fundamental para direcionar o trabalho e dar significado às atividades.

- *Público*: "É preciso saber quais serão os sujeitos aos quais a proposta se destina, em termos de faixa etária e o número de participantes" (p. 15). Além disso, é necessário observar o desenvolvimento da criança interferindo nas condições favoráveis, como no tempo de concentração, no nível de conhecimento do jogo e quais os temas que despertam o interesse. Portanto, questiona-se o *para quem*.
- *Materiais*: A organização, a separação e produção prévia do material para ao realizar um ritmo de trabalho sem interrupções considerando o número de participantes e suas respectivas idades e a conservação do material utilizado. O responsável deve se questionar quanto ao *Com o quê*.
- *Adaptações*: Nesse momento do jogo o professor deve sugerir situações desafiantes, simplificando-as e/ou modificando-as utilizando materiais concretos ou não, bordando vários conteúdos, tornando assim, as atividades mais significativas para os alunos. Por isso, questiona-se o *de que modo*.
- *Tempo*: É preciso considerar o tempo disponível em relação ao tempo necessário para a realização da proposta, pois ao ser aprovado pelos alunos o jogo pode ter uma duração maior que o previsto principalmente quando o jogo é aprovado pelos alunos, e responder as questões relacionadas ao *quando e quanto*.
- *Espaço*: Analisar o local ao qual será desenvolvido o jogo é de suma importância, os alunos podem jogar em mesas bem organizadas ou no chão se estiver limpo se aceitarem realizar atividades neste espaço. Portanto, o responsável deve responder a questão do *onde*.
- *Dinâmica*: O planejamento das estratégias se faz necessário para a aplicação do jogo havendo flexibilidade decorrente das alterações durante a atividade, desde as instruções até a finalização da proposta dando sequência a atividade no que diz respeito ao *como*.
- *Papel do adulto*: "Dependerá do teor da proposta e do fato de ser uma situação individual ou em grupo. De acordo com as características e demandas da atividade, o profissional irá desempenhar diversos papéis ou somente um" (p. 17). Apresentar o jogo, ser jogador, assistir a partida e fiscalizar se questionando quanto *qual a função*.

- *Proximidade a conteúdos*: "Ao escolher um jogo, pode-se pensar nos aspectos que se relacionam a conteúdos específicos ou temas que o profissional quer valorizar com as crianças" (p. 17). Por isso, questiona-se *qual o recorte*.
- *Avaliação da proposta*: Ao finalizar a atividade com o jogo, os resultados obtidos deverão ser analisados, visando a melhoria da qualidade do conteúdo proposto questionando o *impacto produzido*.
- *Continuidade*: A importância de constituir uma periodicidade como garantia da permanência do projeto de utilizando e trabalhando os jogos porque ajuda a determinar um conjunto de atividades, observando as necessidades dos alunos e os objetivos a serem alcançados.

Conforme mencionado, para utilizar o jogo como recurso pedagógico nas aulas de matemática é preciso planejar para evitar problemas e obter resultados significativos. Na ação do jogo podemos perceber a compreensão do aluno na linguagem matemática expressa, visto que auxilia a formação de conceitos. Desse modo, o registro de diversos momentos do jogo, principalmente das estratégias estabelecidas nos procedimentos da resolução de problema, permite que o movimento presente na atividade lúdica promova o desenvolvimento do pensamento matemático crítico.

Ao se envolver em situações-problema promovidas pelo jogo, podemos movimentar conhecimentos por meio da leitura e da escrita. A interpretação do jogador mediante as partidas pode mudar, pois pensar com coerência é uma estratégia que o jogo possibilita. As discussões geram a ideia de compartilhar conhecimento, dando um novo significado aos registros, as atitudes e o raciocínio ocorrido nas jogadas.

2.4 O jogo nas aulas de matemática: planejamento

Powell e Bairral (2006) acreditam na intervenção da escrita nas aulas de matemática como uma ferramenta de ensino importante para orientar os alunos a respeito de uma perspectiva investigativa mediante sua aprendizagem.

De acordo com Powell e Bairral (2006, p. 26), "A escrita força os interlocutores a refletir, diferentemente, sobre sua experiência matemática. Enquanto examinamos nossas produções, desenvolvemos nosso senso crítico". O aluno é capaz de construir e reconstruir

sentidos, selecionando o tipo de linguagem para descrever suas percepções e ações, tornando-se mais convicto do aprendizado na matemática analisando o material aprendido.

Os gêneros textuais são de suma importância na vida cotidiana e escolar, à medida que se adéqua à prática de ensino conceitos e habilidades são desenvolvidas. O uso dos jogos nas aulas de matemática pode contribuir com o desenvolvimento da leitura caracterizada nas regras do jogo e interpretações de registros produzidos pelos alunos no momento das jogadas.

A linguagem como sistema simbólico, nos leva a uma reflexão de como ampliar a atenção dos alunos, principalmente daqueles que tem dificuldade de concentração, despertando o interesse em participar da atividade lúdica. Algo inédito, que os desafiem a descobrir as suas possibilidades de analisar as diferentes situações podem levar os alunos a questionar seu próprio aprendizado e agir sobre ele.

O ato de ler é semelhante entre as pessoas, no entanto, a interpretação pode não ser a mesma para as diferentes pessoas.

Quando alguém lê algo, inicia aplicando um determinado esquema, alterando-o ou confirmando-o, ou ainda tornando-o mais claro e exato. Assim, duas pessoas que estão lendo o mesmo texto podem entender mensagens diferentes, porque seus esquemas cognitivos são diferentes, ou seja, as capacidades já internalizadas e o conhecimento de mundo de cada uma são específicos. (NASPOLINI, 1996 *apud* HEREBIA, 2007, p. 21-22)

Esse fato não é diferente na leitura de textos matemáticos, como no conhecimento das regras e na resolução de problemas em situação de jogos, uma vez que diferentes compreensões são apresentadas a partir da troca de experiências e conhecimentos desenvolvidos por meio da linguagem. A leitura, como prática pedagógica, possibilita uma aprendizagem significativa, por meio das ações de caráter dinâmico.

A linguagem matemática se torna mais precisa quando existe troca de informações que englobam os significados das palavras, a dedução, a linguagem oral, o recurso básico da comunicação escrita, verbalização dos procedimentos adotados, etc.

De acordo com Goodmann *et al* (1987, *apud* HEREBIA, 2007, p. 19), “toda leitura é interpretação, e o que o leitor é capaz de compreender e de aprender através da leitura depende fortemente daquilo que o leitor conhece e acredita a priori, ou seja, antes da leitura”.

Assim como a leitura, a escrita também pode contribuir para o desenvolvimento de conceitos matemáticos, enriquecendo a aprendizagem e gerando um processo aperfeiçoado para melhoria do conhecimento matemático, por meio da interação

aluno-grupo que apontam ideias diferenciadas devido aos vários significados que surgem do raciocínio particular do aluno para representar o pensamento, ao (re) construir suas percepções e ações.

A capacidade da escrita em colocar o educando no centro da sua própria aprendizagem pode e deve tornar-se um elemento facilitador importante na aprendizagem de tudo que envolva a linguagem. A escrita que envolve escolha de linguagem requer que quem escreve encontre as suas próprias palavras para expressar tudo que esteja a ser aprendido. Tal processo pode inicialmente servir para a revelação de mais falhas do que compreensão do estudante numa determinada disciplina, mas mesmo isso pode ser de grande valor diagnóstico tanto para o professor como para o educando. E à medida que o processo se repete, adquire-se um domínio real e duradouro da disciplina e do seu vocabulário técnico. (MAYHER; LESTER; PRADL, 1983 *apud* POWELL; BAIRRAL, 2006, p.27)

A reflexão que a escrita proporciona amplia a experiência matemática ao examinar o desenvolvimento na produção de conhecimento representando atos de cognição, metacognição e desenvolvimento da confiança dos alunos nesse processo de (re) construção do saber mediada por comentários oriundos do professor.

[...] a cognição é um componente da reflexão, a metacognição é um componente da reflexão crítica. Outro componente da reflexão crítica é a *meta-afetividade*, por meio da qual se articulam as respostas afetivas às experiências. (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 49-50)

Entendemos, de acordo com o exposto, a escrita e da leitura como uma linguagem que pode representar conceitos e práticas matemáticas. No entanto, para desenvolver tal processo, pressupõe-se que uma relação entre experiência e reflexão seja desenvolvida pelos alunos. Tal relação mobilizam reflexões críticas que podem conduzir a formação de novos pensamentos.

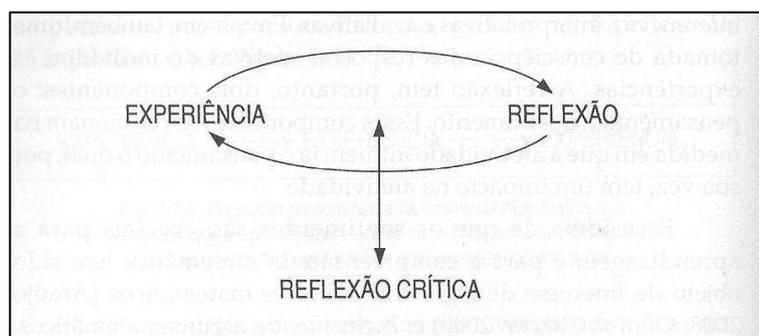


Figura 1 - Modelo de aprendizagem ilustrando a interação dinâmica e complexa entre a experiência, a reflexão e a reflexão crítica. (Fonte: POWELL; BAIRRAL, 2006)

O modelo sugerido por Powell e Bairral (2006) representa um ciclo que une a experiência e a reflexão, e apresenta uma reflexão crítica resultante dessa união. Essa apresentação é resultante de momentos didáticos referentes às experiências em que o aluno vivencia e da sua percepção do/no ambiente de aprendizagem. As reflexões se destacam principalmente por meio da interpretação que o aluno tem diante das situações estabelecidas entre os conceitos matemáticos em momentos individual e grupal. As reflexões acontecem quando o aluno compara suas ideias a dos demais participantes e as relacionam com o seu, expondo seus pensamentos, relacionando-os e avaliando estratégias que o auxiliem no aperfeiçoamento das respostas.

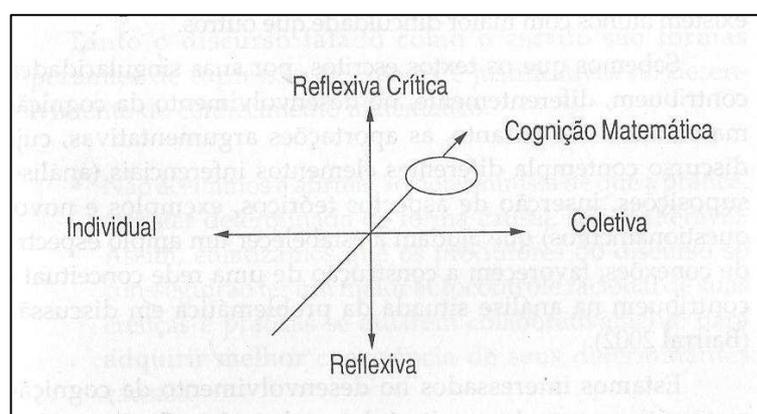


Figura 2 - Ilustração: Desenvolvimento da cognição matemática mediante a escrita
(Fonte: POWELL; BAIRRAL, 2006).

Powell e Bairral (2006) indicam que há diferentes abordagens da escrita resultantes dos vários papéis, característicos no processo de aprendizado.

- A escrita transacional “é o tipo de escrita que se espera dos alunos nas abordagens-produto, em que as atividades escritas são usadas, sobretudo para a avaliação e diagnóstico” (p. 52). Neste tipo de registro os alunos anotam os passos que seguiram no procedimento matemático, por meio de respostas curtas e sucintas. Normalmente este tipo de trabalho escrito apresenta informações impessoais ou transacionais, não expressivas.
- A escrita processo-produto se dá “por meio de uma escrita exploratória e especulativa, que os alunos procuram exteriorizar conteúdos das suas mentes”, por isso, é importante a troca de conhecimentos entre professores e alunos no decorrer desse processo, viabilizando a partir da escrita não focar no número de informações

repassadas, mas no conhecimento matemático adquirido pelo aluno, em particular relatando conforme a sua experiência na disciplina.

- A escrita expressiva, de acordo com Britton *et al* (1975, *apud* POWELL; BAIRRAL, 2006, p.52), é “um tipo de matriz da qual se desenvolvem formas diferenciadas de escrita madura [poética e transacional]” que pode indicar o ponto de partida para o aprendizado. Na escrita expressiva o aluno pode articular suas ideias sobre os conceitos matemáticos e as relações afetivas que possuem com o contexto de estudo.

Essa relação entre registro e produto gera reflexões acerca das ações apontadas no jogo, assim como a leitura de seus atos. Segundo Grandó (2000), em situações de jogo há diversas implicações da escrita na compreensão de conceitos matemáticos:

[...] o objetivo da resolução das situações-problema escritas (intervenção escrita) é o registro e análise das formas de raciocínio que estão sendo processadas pelos alunos, nas situações simuladas de jogo. O registro evidencia, em grande parte, os procedimentos que estão sendo utilizados pelos alunos no jogo. Além disso, é possível ao professor propor uma situação e jogo que não tenha ocorrido no jogo normal dos sujeitos, e que poderia ser necessário para o desenvolvimento de um raciocínio útil à formação do conceito. Ou ainda, propor um limitador a mais para o jogo, além das regras e das jogadas dos adversários, complicando-o. Resolver as situações-problema implica em fazer inferências, jogar com situações simuladas, propiciando o levantamento de hipóteses e análise de resultados; relacionar as possibilidades e impossibilidades, raciocinar por exclusão, interpretar e traduzir em termos de linguagem escrita. (GRANDO, 2000, p.51)

Para garantir que os alunos escrevam o maior número de informações matemáticas é viável certa organização mental e escrita para que expresse o que for essencial e para que facilite, de certa maneira a escrita. Desse modo, é importante fazer um relato oral com o objetivo de organizar seu pensamento, por isso, é importante e essencial a ajuda do professor, por meio de leitura reflexiva que amplie as informações e aponta novas compreensões.

Segundo Macedo, Petty e Passos (1997, p. 45), registrar é importante:

[...] criar formas de registro para posterior análise é um instrumento valioso, na medida em que lhe permite conhecer melhor seus alunos, identificando eventuais dificuldades e oferecer condições para a criança reavaliar ações passadas, podendo criar novas estratégias e até mesmo modificar os resultados.

O valor da escrita nas aulas de matemática torna perceptível quando o registro possibilita reflexões, que auxiliam nas novas descobertas, caracterizadas ao rever e aprofundar vários conceitos oriundos de suas ações, fazendo-os (re) pensar sobre o que foi trabalhado ao articularem com conceitos matemáticos.

A análise da aprendizagem matemática por meio da escrita potencializa o pensamento dos alunos diante dos conceitos matemáticos e é no trabalho com a escrita, que notamos a importância desse processo de ensino, visto que, na ausência dessa prática o aprendizado pode resultar numa atividade intelectual passiva, uma vez que a matemática é apresentada de uma maneira preconcebida.

A comunicação matemática promove a formação de conceitos mais complexos ao organizar e explorar novos conhecimentos, diante de diferentes pontos de vista, acerca de um determinado conteúdo, testando habilidades e formulando questionamentos. Desse modo, é crucial a observação e interpretação ao ouvir e avaliar os vários caminhos que os alunos podem percorrer selecionando informações.

Matematizar é um processo natural, inerente a todo ser humano, que deve ser desenvolvido à medida que este tome consciência de um evento ou acontecimento matemático e construa para ele diferentes formas de convencimento. (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 15)

Para que as habilidades de raciocínio sejam desenvolvidas é primordial o apoio da linguagem oral, mas para que isso aconteça os alunos precisam expor seus conhecimentos e experiências por meio da conexão com a linguagem, dando significados as ideias matemáticas e, é nessa comunicação oral, que o aluno desenvolve conhecimentos significativos. Essa é a diferença da convivência dos alunos entre si ouvindo uns aos outros.

A linguagem oral e escrita também pode ser explorada a partir do jogo. A linguagem escrita, por meio de problematizações que possibilitam que os alunos reflitam sobre seus conceitos; e a linguagem oral, quando a comunicação é promovida nas aulas, por meio da apresentação de ideias.

Ao destacar o jogo como metodologia de trabalho em sala de aula, a oralidade é um recurso básico da comunicação entre professor-alunos e alunos-alunos. Culturalmente a comunicação e a interação estão presentes no contexto de jogo. Esse fato desperta não apenas conhecimento específico de cada jogo, mas também o conhecimento social, pois os alunos aprendem a lidar com o “ganhar” e o “perder”.

A leitura das regras pode ser o ponto de partida para várias discussões, pois permitem relacionar a linguagem escrita às ações que devem ser desenvolvidas no decorrer do jogo. De imediato, quando se inicia o jogo, não é possível que estratégias sejam desenvolvidas para vencer, pois o aluno está estabelecendo relações entre o que leu e suas ações. É preciso várias jogadas para que ele se aproprie das regras, tal como indica Grandó (2004).

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos — que admitem diferentes respostas em função de certas condições —, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via de ação refletida que constrói conhecimentos. (BRASIL, 2001, p. 42)

Como já mencionado, o trabalho em grupo promove discussões orais acerca do tema abordado, indicando possibilidades de surgimento de ideias, reflexões e questionamentos, ampliando os argumentos. Tal fato contribui com o desenvolvimento tanto coletivo, como individual do aluno.

Na sequência, apresentamos algumas considerações sobre o ensino e aprendizagem da combinatória e probabilidade.

3 O ENSINO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE: POSSIBILIDADES DE TRABALHO COM OS JOGOS EM SALA DE AULA

O raciocínio combinatório e probabilístico faz parte do cotidiano das pessoas em situações de escolha e tomada de decisões. Compreender conceitos combinatórios e probabilísticos podem tornar os alunos mais seguros quanto aos seus acertos e minimizando a probabilidade de erros.

Na sequência apresentamos conceitos importantes para o processo de ensino e aprendizagem da combinatória e da probabilidade

3.1 A Análise combinatória

De acordo com Morgado *et al* (1991, p. 1) "De modo geral, podemos dizer que a análise combinatória é a parte da matemática que analisa estruturas e relações discretas" e "fundamentalmente, a formação de agrupamentos de elementos, numa abordagem quantitativa, a partir de um determinado conjunto, sendo esses elementos submetidos a condições previamente estabelecidas" Julianelli *et al* (2009, p. 1).

De acordo com Dornelas (2004), a análise combinatória pode ser descrita como "o campo da matemática que se ocupa em estudar, examinar, descrever e determinar as diferentes e possíveis classificações que podemos obter e observar de um conjunto dado e de seus elementos constitutivos" (p. 20-21).

Embora a Análise Combinatória disponha de técnicas gerais que permitem atacar certos tipos de problemas, é verdade que a solução de um problema combinatório exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema. Esse é um dos encantos desta parte da matemática, em que problemas fáceis de enunciar revelam-se por vezes difíceis, exigindo uma alta dose de criatividade para sua solução. (MORGADO *et al*, 1991, p.2)

É importante considerar o intercâmbio de opiniões que decorrem das diferentes formas de raciocínio utilizadas pelos alunos ao se tratar de combinatória levando-os ao resultado por diferentes caminhos que ao percorrê-los de forma diferente modificam o conhecimento que havia no início, pois, a combinatória tem essa forma multifacetada de apresentar-se o que estimula um apreender perceptível ao envolver leitura e interpretação de dados no processo

(re) construtivo ao reforçar a aprendizagem dos alunos que apresentam dificuldades desenvolvendo assim, métodos para a resolução de problemas.

De acordo com os PCN, a principal finalidade para o estudo de combinatória são os problemas de contagem, pois tem como objetivo:

[...] levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para sua aplicação no cálculo de probabilidades. (BRASIL, 2001, p.52)

Os diferentes tipos de agrupamento, presentes em problemas de contagem, envolvem diferentes procedimentos de contagem, que são classificados em: princípio multiplicativo (produto cartesiano), arranjo, permutação e combinação. Alguns problemas de contagem podem ser resolvidos de forma descritiva, quando é possível listar todas as soluções e depois contá-las. Porém, quando é grande o número de possibilidades é inviável listá-las, é necessário que procedimentos de contagem sejam utilizados para enumerá-las. Os problemas desenvolvidos em nossa pesquisa, por meio dos jogos senha “modalidade ABC” e “corrida de cavalos”, podem ser resolvidos de forma descritiva.

3.2 A probabilidade

Segundo Morgado *et al* (1991, p. 119) "A definição de probabilidade como quociente do número de "casos favoráveis" sobre o número de "casos possíveis" foi a primeira definição formal de probabilidade, e apareceu pela primeira vez em forma clara na obra de *Liber de Ludo Aleae* de Jerônimo Cardano (1501-1576)".

De acordo com os PCN, a principal intenção para se estudar probabilidade:

[...] é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 2001, p.52)

Segundo Coutinho (2001, apud LOPES; COUTINHO, 2010, p. 137), é importante trabalhar a dualidade de enfoques, pois,

[...] a importância de trabalhar com a dualidade dos enfoques para a noção de probabilidade: combinatório x frequentista, ou seja, oferecer aos alunos situações didáticas que envolvam problemas que devem ser resolvidos experimentalmente (simulação) e validados pelo cálculo *a priori* de uma probabilidade pela definição laplaciana. Assim, os alunos podem contribuir passo a passo o conceito de probabilidade.

Nossa pesquisa apresenta a dualidade entre a combinatória e o conceito frequentista, o qual nos permite definir a probabilidade por meio de experimentação e simulação. De acordo com Santos (2015) é importante desenvolver trabalho concomitante entre a combinatória e probabilidade para que conceitos sejam desenvolvidos de forma significativa e que possíveis equívocos de que os termos “possibilidades” e “probabilidades” são sinônimos sejam minimizados. A autora percebeu em sua pesquisa de mestrado Santos (2010), que a maioria dos seus alunos interpretava os termos *possibilidade* e *probabilidade* como sinônimos.

O trabalho com a resolução de problemas é indicado por Santos (2010; 2015) como importante para a formação de conceitos combinatórios e probabilísticos. Ao se pensar na resolução de problemas, entendemos que definição de problema num aspecto filosófico apontado por Saviani, significativo a nossa pesquisa:

[...] uma questão, em si, não caracteriza um problema, nem mesmo aquela cuja resposta é desconhecida; mas uma questão cuja resposta se desconhece e se necessita conhecer, eis aí um problema. Algo que eu não sei não é um problema; mas quando eu ignoro alguma coisa que eu preciso saber, eis-me, então, diante de um problema. Da mesma forma, um obstáculo que é necessário transpor, uma dificuldade que precisa ser superada, uma dúvida que não pode deixar de ser dissipada são situações que se nos configuram como verdadeiramente problemáticas. (SAVIANI, 2000, *apud* GRANDO; MARCO, 2007, p. 96)

Nesse contexto podemos perceber a relevância da resolução de problemas para o processo de ensino e aprendizado. Van de Walle (2009) também afirma que há boas razões em adotar essa metodologia:

- "A resolução de problemas concentra a atenção dos alunos sobre as ideias e em dar sentido às mesmas" (p. 59). Momento da reflexão de ideias que o problema apresenta por meio da compreensão ao resolver problemas.
- "A resolução de problemas desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer a matemática e de que a matemática faz sentido" (p. 59). Observamos que ao distribuir a tarefa o aluno tem seu método de resolução

apresentando soluções diversas dependendo da sua compreensão e despertando a autoconfiança.

- "A resolução de problemas fornece dados contínuos para a avaliação que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudar os alunos a ter bom desempenho e manter os pais informados" (p. 59). Enquanto os alunos adquirem informações, elaboram suas soluções e observam as soluções dos demais, independente dos seus registros serem por meio de figuras ou simbolicamente.
- "A resolução de problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos" (p. 59). Os alunos podem apresentar significados diferenciados na mesma tarefa, despertando a criatividade, ampliando seus conhecimentos devido às novas estratégias e aproveita a socialização para desenvolver a aprendizagem individual.
- "Um abordagem de resolução de problemas envolve os estudantes de modo que ocorrem menos problemas de disciplina" (p. 59). Incentivo ao proporcionar uma aula diferenciada ao apresentar uma aula dinâmica talvez o conteúdo que o aluno não entendia seja mais bem absorvido evitando o cansaço exaustivo, mudando, assim, a concepção da matemática.
- "A resolução de problemas desenvolve 'o potencial matemático'" (p. 59). Diante de diversas técnicas de se trabalhar a matemática instigando por meio de recursos pedagógicos o raciocínio dos alunos ao elaborar estratégias de resolução os incentiva a redescobrir conceitos e aperfeiçoar os demais.
- "É muito divertida!" (p. 59). Dinamizar as aulas convida os alunos a inserir-se no ambiente de aprendizagem receptivo.

Os jogos, de acordo com os PCN, favorecem o trabalho com resolução de problemas em sala de aula:

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 2001, p.46)

De acordo com Grando e Marco (2007), no jogo "o inesperado traz para o aluno um misto de sensações de ansiedade, medo, angústia, incerteza, hesitação, alegria, ou seja, a situação dilemática em que se sente desafiado a resolver o problema para, assim, vencer o jogo" (p.101). Além disso, o diálogo estabelecido em momentos de jogo avalia o desempenho do grupo ao organizar e argumentar o pensamento utilizado de forma a contribuir nas atitudes apresentando desafios e soluções, desenvolvendo o senso crítico e a criação de estratégias podendo, assim, alterar os resultados caso não sejam positivos para determinada situação-problema.

Em consonância com o exposto, Santos (2015) entende que o jogo pode favorecer a articulação de ideias combinatórias e a probabilidade quando:

[...] essa articulação é estabelecida a partir de um trabalho que promova a mediação entre conceitos cotidianos e conceitos científicos. Para que essa mediação aconteça, a linguagem, a sequência de tarefas e o ambiente de aprendizagem também precisam estar imbricados com essa articulação. (SANTOS, 2015, p. 64 - 65)

Diante de tais considerações elaboramos nossa pesquisa, cujos procedimentos metodológicos apresentamos no próximo capítulo.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS: DESCREVENDO O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo apresentamos a trajetória metodológica da pesquisa. Desse modo, expomos os procedimentos metodológicos empregados, o contexto e as ações desenvolvidas objetivando responder à questão de investigação: "Quais as contribuições dos jogos desenvolvidos em uma prática problematizadora no desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II?". Tal questão nos remete aos seguintes objetivos:

- Identificar as ideias sobre combinatória e probabilidade que surgem do processo da linguagem oral e escrita, tendo como contexto a problematização em sala de aula;
- Buscar indicativos da contribuição de um estudo com jogos para o desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos.

4.1 As opções metodológicas

As características da pesquisa qualitativa são abordadas na Educação por diversos autores, mas nos pautamos em D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006), que são pesquisadores na área da Educação Matemática. Eles destacam que nas últimas décadas a pesquisa qualitativa tem sido considerada a mais adequada para a Educação, uma vez que "tem como foco entender e interpretar dados e discursos mesmo quando envolve grupos de participantes" (D'AMBRÓSIO; D'AMBRÓSIO, 2006, p. 78) e depende da relação observador-observado.

O desenvolvimento da investigação em que o professor também assume o papel de pesquisador é visto pelos referidos autores como uma ação que resulta em aprendizagem, pois esse tipo de pesquisa pode "gerar nova compreensão sobre a matemática de seus alunos, sobre a realidade de sua sala de aula, sobre sua prática pedagógica, sobre a qualidade de seu currículo, sobre a matemática em si, ou sobre a aprendizagem matemática" (D'AMBRÓSIO; D'AMBRÓSIO, 2006, p. 83).

De acordo com essas considerações, compreendemos que professores e alunos se interam das tarefas abordadas, desenvolvendo-as numa participação significativa por intermédio do pesquisador e as ações desenvolvidas pelos pesquisados. Segundo Vygotsky (1991), a tarefa de pesquisa deve estudar o fenômeno em um processo vivo, em sua historicidade. A partir dessa concepção, professor e alunos se envolvem em um sistema

dialógico de significações sociais, uma vez que "pela mediação do outro, revestida de gestos, atos e palavras, a criança vai se apropriando (das) e elaborando as formas de atividade prática e mental, consolidadas (e emergentes) e sua cultura, num processo em que pensamento e linguagem articulam-se dinamicamente" (FONTANA, 1993, p.122).

A escolha desse método de pesquisa foi ressaltada com a intenção de proporcionar uma investigação educacional que depende da identificação de ideias sobre combinatória e probabilidade que emergem do processo de comunicação oral e escrita, tendo como contexto a problematização em sala de aula e a busca por indicativos das contribuições dos jogos no desenvolvimento de tais conceitos. Para tanto, no pautamos nas perspectivas abordadas pelos autores: Grando (1995, 2000, 2004); Grando e Marco (2007); Macedo, Petty e Passos (1997, 2007); Powell e Bairral (2006); Herebia (2007); Lopes, Coutinho (2010); Santos (2010, 2015); Brasil (2001) e Van de Walle (2009).

4.2 O foco de investigação

Este estudo teve como eixo central a relação entre o raciocínio combinatório e o pensamento probabilístico de alunos de uma escola pública da cidade de Damião, do interior do Estado da Paraíba. A pesquisa foi desenvolvida com os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental que atende a modalidade regular e Educação de Jovens e Adultos (EJA), por meio da prática pedagógica em Educação Matemática, considerando a sala de aula como campo de investigação.

Visando responder ao problema de pesquisa e atingir nossos objetivos, desenvolvemos ambiente de aprendizagem composto pela professora-pesquisadora¹, que atuava como estagiária na escola pesquisada, e 27 alunos da turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Em alguns dias a professora titular da sala assistiu às aulas.

Entendemos que ao selecionar as atividades, o professor tem que observar a especificidade da turma, ou seja, os conhecimentos, os interesses e as potencialidades dos alunos envolvidos na pesquisa. Além disso, analisar os recursos necessários para o trabalho, assim como o tempo, respeitando o ritmo dos alunos, a relação professor-aluno, etc.

Diante de tais considerações, organizamos as atividades de ensino, a partir dos trabalhos de Macedo, Petty e Passos (1997) visando o desenvolvimento de conceitos

¹Tendo em vista que a professora que ministrou as aulas era a graduanda que está desenvolvendo este trabalho a denominamos neste texto como professora-pesquisadora.

combinatórios e probabilísticos. Além disso, buscamos promover discussões relacionadas ao jogo e problematizações baseadas nos registros produzidos pelos alunos durante e depois das jogadas. Consideramos que o jogo pode ser uma atividade de investigação envolve de forma ativa os alunos, possibilitando o desenvolvimento de conceitos matemáticos, uma vez que exige:

- Formular hipóteses que podem ser abordadas com os dados e a coleta;
- Organizar e apresentar dados relevantes para respondê-las;
- Selecionar e utilizar estratégias adequadas na coleta de dados;
- Desenvolver e avaliar os conceitos matemáticos ao aplicar os conceitos básicos de combinatória e probabilidade.

As atividades relacionadas aos critérios expostos acima foram feitas para solucionar situações advindas das problematizações vivenciadas pelos alunos, bem como o caminho percorrido nas situações que os instigaram a tirar conclusões sobre os dados determinados a partir das atividades desenvolvidas por eles.

4.3 Instrumentos e coleta de dados

Os dados da pesquisa foram coletados na sala de aula, especificamente no mês de abril de 2016. A equipe gestora da instituição de ensino tinha ciência da pesquisa e de seus procedimentos de coleta de dados e, desde o início, não hesitou em sua realização nas aulas de matemática. Ao contrário, apoiou-a, pois entendiam que os alunos seriam favorecidos por estar envolvidos em uma dinâmica de ensino em que a comunicação e o desenvolvimento de ideias matemáticas eram privilegiados.

Os dados desta pesquisa foram produzidos a partir dos seguintes instrumentos:

- Registros escritos (RE) dos grupos de alunos em folha impressa fornecida pela professora, realizados durante as atividades;
- Registros escritos pela professora-pesquisadora no diário de campo (DC);
- Gravações de áudio (GA) de diálogos estabelecidos com os alunos.

Para facilitar a compreensão dos dados produzidos e das ferramentas de produção utilizadas, utilizamos alguns recursos visuais para representá-los, os quais apresentamos no seguinte quadro.

Quadro 2 - Instrumentos de produção dos dados

INSTRUMENTOS	MODOS DE REPRESENTAÇÃO
Registro escrito (RE)	
Diário de Campo (DC)	
Gravações de Áudio (GA)	

Fonte: Elaboração própria.

Os dados foram coletados em uma instituição de ensino que possui características específicas, determinadas pela comunidade a qual pertence e pela comunidade escolar, ambas são de suma importância para entender o contexto investigado.

4.4 A escola, a comunidade e a comunidade escolar

A pesquisa foi realizada na Escola Municipal de Ensino Fundamental “Professor Nino”, na cidade de Damião, no Estado da Paraíba, que possui aproximadamente 5.296 habitantes. A instituição de ensino constituída por 12 salas distribuídas para o Ensino Fundamental II, no período diurno, modalidade regular, sendo três turmas no período da manhã, do 6º ao 8º ano, dez no período da tarde, do 6º ao 9º ano e três turmas no período noturno do 6º ao 9º ano, na modalidade EJA. A referida escola é a única do município que atende esse nível de ensino. A escola possui espaço físico adequado para a demanda, como salas de aula, quadra esportiva e sala de vídeo. Os professores quando precisam utilizar o vídeo, às vezes levam os equipamentos para a sala de aula.

A preocupação de criar estratégias para que alunos ampliem seus conhecimentos, sobretudo no que diz respeito a novas perspectivas de vida são levantamentos de questões na comunidade escolar quando há momento de reunião entre professores. Mesmo assim, o

professor vive em conflito com relação ao seu papel, pois a sua visão é ampla se tratando de comunidade e de comunidade escolar, visto que esse profissional é o centro da prática da educação a ser desenvolvida no contexto escolar. O professor em sala tem que suprir suas expectativas de trabalho, porém enfrenta dificuldades teóricas e práticas, convivendo com os demais que questionam e pensam a educação, como os pais de alunos e demais funcionários da escola analisando problemáticas do ensino que não os convém.

Apesar de tudo, nesse contexto que envolve um público frequentemente representando e construindo um ambiente de ensino, estão o professor e o aluno inseridos num meio social com diferentes expectativas, entre elas, as individuais.

4.5 A sala de aula e os alunos

No contexto de ensino e aprendizagem o professor tem como atribuições um refletir o valor do papel pedagógico, pois os alunos vivenciam realidades distintas, tanto na aquisição do querer, quanto de aprendizagem escolar. O que decorre por parte dos gestores e dos professores é uma visão específica dos alunos e uma preocupação de como o conhecimento matemático é produzido pelos estudantes nas salas de aula.

No período da pesquisa optamos por realizá-la em apenas uma turma, a do 8º Ano A, pois a professora-pesquisadora foi professora de matemática dessa turma no ano anterior e entendemos que a comunicação entre professora-pesquisadora e alunos poderia ocorrer de maneira espontânea.

A turma têm cinco aulas de matemática durante a semana e possui 27 alunos, 14 meninos e 13 meninas, com idade entre 12 e 18 anos, nenhum deles com necessidades especiais. Os alunos vinham de realidades de aprendizagem diferenciadas, entretanto, mesmo diante desse caso, os alunos dessa turma compartilhavam e aperfeiçoavam saberes nas aulas de matemática, certo que existiam alunos com dificuldades na aprendizagem e ao expor as ideias nas aulas. Alguns alunos também se mostravam tímidos. Diante de uma sala heterogênea percebemos que a comunicação entre alguns alunos eram bastante positivas, pois apresentavam uns aos outros os conceitos desenvolvidos a partir das tarefas desenvolvidas. Na sequência apresentamos os contextos gerais da pesquisa de campo.

4.6 As tarefas

A pesquisa de campo teve início com a seleção da ordem das tarefas para o desenvolvimento em sala de aula. Dessa forma, antes de começar a pesquisa de campo, elaboramos o seguinte roteiro para o desenvolvimento das tarefas:

Quadro 3 - Roteiro das Tarefas

TAREFAS
Tarefa 1 - Jogo: Senha
Tarefa 2 - Corrida de Cavalos

Fonte: Diário de Campo da pesquisadora.

A partir do roteiro, o material utilizado em cada tarefa foi organizado previamente e incluía:

- Folha impressa com a apresentação da tarefa e situações-problemas;
- Dados coloridos;
- Tabuleiro/folhas impressas dos jogos;
- Envelopes confeccionados;
- Canetas coloridas;
- Folhas recortadas em tiras para o aluno escrever a senha.

Ao desenvolver as duas tarefas, tínhamos como objetivo verificar as ideias sobre combinatória e probabilidade que surgem do processo da linguagem oral e escrita, tendo como contexto a problematização em sala de aula. A primeira tarefa desenvolvida foi o jogo senha: modalidade "ABC" Macedo, Petty e Passos (1997, p. 53-56) e a segunda o jogo "Corrida de Cavalos" Santos (2015, p. 185). Na sequência apresentamos os respectivos jogos.

4.6.1 Tarefa senha: modalidade "ABC"

Neste jogo são necessários dois participantes, o *desafiante* e o *descobridor*.

Regras do jogo:

O *desafiante* escreve em seu papel as letras A, B e C em certa ordem, sem que o *descobridor* veja. Este, por sua vez, deverá escrever em seu papel as letras na ordem que supõe correta. Em seguida, o *desafiante* compara sua ordem com a do *descobridor*,

informando-lhe - pelos números 0, 1 ou 3, escritos ao lado da sequência proposta por esse jogador - quantas posições acertou. Se acertar a ordem de todas as letras e, portanto, tirar 3, a partida termina. Se tirar 0 ou 1, o *descobridor* fará uma nova proposta e o *desafiante* indicará novamente quantas posições acertou. Essa situação prossegue até que o *descobridor* descubra a senha criada pelo *desafiante*.

Tabuleiro: Jogo Senha

Partida 1

Jogada	Proposta	Resultado
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Partida 2

Jogada	Proposta	Resultado
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Questões:

1. O que é melhor o *descobridor* propor na segunda jogada, quando o *desafiante* informa-lhe, pela indicação do resultado 0, que todas as posições das letras em sua primeira jogada estão erradas?

Questões:

1. Registre na tabela o número dos cavalos que venceram em cada jogada?

1ª jogada	2ª jogada	3ª jogada	4ª jogada	5ª jogada

2. Há algum cavalo que tem mais ou menos chances de vencer que o outro? Justifique sua resposta.
3. O registro feito no tabuleiro ajudou você a fazer uma análise do jogo? Por quê?

4.7 Contextos da pesquisa de campo

Para o desenvolvimento da pesquisa os alunos foram agrupados em duplas, pois compreendemos que a quantidade de alunos depende dos seus objetivos da tarefa. No caso específico dos jogos, entendemos que agrupar mais que dois alunos podem dificultar os resultados da pesquisa. As duplas foram formadas aleatoriamente, pois consideramos que a troca de opiniões/informações com diversos colegas de classe tem a oportunidade de conhecer outros pontos de vista e aperfeiçoar os próprios. Consideramos ainda, que alguns alunos se destacam perante seu colega de dupla, pois embora os alunos trabalhassem coletivamente, cada um tem seu potencial intelectual e de liderança, por exemplo, a responsabilidade, a agilidade, a perspicácia e perseverança para descobrir sempre novas estratégias para testar suas habilidades.

Diante desse contexto, acreditamos que o uso dos jogos em uma perspectiva problematizadora é essencial na inter-relação entre os alunos e a formação de conceitos matemáticos, uma vez que concordamos com Macedo, Petty e Passos (2004, p. 27)

Cooperar nos jogos em grupo significa "co-operar", ou seja, "operar junto" ou "negociar", para estabelecer um acordo que aparece adequado a todos os envolvidos (jogadores). Cooperando o indivíduo está coordenando diferentes pontos de vista, sendo capaz de "descentrar", ou seja, de ver uma situação a partir do ponto de vista do outro (adversário ou parceiro).

Diante de tais considerações e dos nossos objetivos de pesquisa, escolhemos como tarefas dois jogos, o "senha" e "corrida de cavalos". Esses jogos possibilitam a articulação entre o raciocínio combinatório e o pensamento probabilístico, pois a melhor estratégia para vencer o jogo consiste em analisar as várias possibilidades e fazer o cálculo de probabilidades.

No jogo "senha" a professora-pesquisadora fez uma adaptação, em vez de criar uma senha com as letras ABC os alunos poderiam escolher três letras quaisquer do alfabeto, tendo que avisar o seu colega quais foram às letras escolhidas em cada jogada. Desse modo, consideramos que suas estratégias para adivinhação da senha possa ser ampliada.

Depois que os alunos realizaram seis jogadas, foi proposto às duplas algumas questões sobre o jogo. Neste momento os alunos leram as questões propostas, retomaram suas ideias e as registraram na folha impressa.

No jogo "corrida de cavalos" a professora-pesquisadora distribuiu para cada dupla: dois dados, seis tabuleiros (folha impressa), canetas coloridas. Na sequência, realizaram as seis jogadas e responderam algumas problematizações que os possibilitavam refletir sobre as jogadas.

No próximo item, descrevemos como as tarefas apresentadas foram desenvolvidas em sala de aula.

4.8 Dinâmica das tarefas: ambiente de aprendizagem

Para desenvolver as tarefas selecionadas para a pesquisa levamos em consideração o ambiente de aprendizagem nos pautamos na proposta de Grandó (2004) que indica os "momentos de jogo". Para tanto, organizamos o ambiente de aprendizagem de nossa pesquisa em sete momentos que são: familiarização dos alunos com o material do jogo; reconhecimento das regras; o "jogo pelo jogo": jogar para garantir regras; intervenção pedagógica verbal; registro do jogo; intervenção escrita; jogar com "competência".

Aliada as concepções de Grandó (2004) adotamos o modelo de aprendizagem ilustrando a interação dinâmica e complexa entre a experiência, a reflexão e a reflexão crítica, e o desenvolvimento da cognição matemática mediante a escrita de Powell e Bairral (2006), utilizando — as escritas transacional, a processo-produto e a expressiva —, uma vez que a análise da aprendizagem matemática por meio da escrita potencializa o pensamento dos alunos diante dos conceitos matemáticos.

Entendemos que a aprendizagem matemática requer habilidades de raciocínio, conexão com a linguagem, a comunicação e podem ser promovidas nas aulas ao estudar combinatória e probabilidade mediadas pela leitura, escrita, situações-problema e os jogos.

Quando a proposta do jogo foi apresentada na sala de aula os alunos mostraram curiosidade e interesse, já que geralmente essa não é uma prática comum. Assim, depois da

organização dos alunos em duplas, distribuimos as regras do jogo para que realizassem a leitura, compreendessem as regras e iniciassem o jogo. No desenvolvimento do jogo os alunos registravam suas jogadas nos tabuleiros. Os registros nos tabuleiros eram feitos de maneira natural pelos alunos, mas as problematizações sobre o jogo geravam certa dificuldade, pois não estão acostumados a escreverem sobre o que pensam nas aulas de matemática. Esses registros tinham por finalidade que os alunos pensassem nas possibilidades combinatórias e de chance para que desenvolvessem estratégias mais elaboradas no decorrer das jogadas.

Na sequência, assim que os alunos concluíram as questões as socializamos. A professora-pesquisadora leu com os alunos as questões que foram respondidas pelos alunos e anotou as respectivas respostas no quadro. Depois que todas as respostas foram anotadas na lousa, ela fez questionamentos, como “se concordavam com as respostas dos colegas?”, “se havia outra maneira de fazer uma aposta melhor?”, “qual estratégia você considera melhor?”, etc. Além disso, a professora-pesquisadora, com o auxílio dos alunos escreveu todas as possibilidades de senha com as três letras escolhidas como exemplo.

A socialização é de grande valia para a sistematização de ideias matemáticas, pois ideias desenvolvidas pelas duplas são ouvidas pelos colegas na tentativa de que a classe chegue a um consenso. Neste momento, outras significações são desenvolvidas.

4.9 A análise dos dados

A análise dos jogos desenvolvidos com os alunos do 8º ano foi organizada em dois eixos. No primeiro procuramos identificar as ideias sobre combinatória que emergem do processo de comunicação oral e escrita utilizando o jogo "Senha - Modalidade ABC" assim como, o jogo "Corrida de Cavalos". No segundo eixo apresentamos indicações por meio das contribuições que os referidos jogos propõem a partir do desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos.

O ambiente de aprendizagem que escolhemos em nossa pesquisa foi pautado nos sete momentos destacados por Grandó (2004). Os dados da pesquisa foram coletados na sala de aula, especificamente no mês de abril de 2016 e foram produzidos a partir dos seguintes instrumentos: registros escritos (RE); diário de campo da professora-pesquisadora (DC) e gravações de áudio (GA) com transcrições das conversas.

No próximo capítulo apresentamos os resultados e a discussão das situações-problema que revelam o processo de análise do raciocínio do aluno na aplicação dos jogos na sala de aula.

5 A FORMAÇÃO DE CONCEITOS DE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE POR MEIO DE JOGOS

Neste capítulo apresentamos a análise dos jogos desenvolvidos com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. A análise da pesquisa foi organizada em dois eixos. No primeiro buscamos identificar as ideias sobre combinatória que emergem do processo de comunicação oral e escrita a partir do jogo “Senha - Modalidade ABC” e o jogo “Corrida de Cavalos”, tendo como contexto os jogos e problematizações em sala de aula. No segundo eixo, identificar os indicativos das contribuições dos referidos jogos no desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos.

Na sequência apresentamos a análise do jogo “Senha - Modalidade ABC”.

5.1 O jogo “Senha - Modalidade ABC”: conceitos de combinatória

O jogo “Senha” foi a primeira tarefa desenvolvida na turma do 8º ano. Tal jogo possibilita o desenvolvimento de conceito da combinatória, uma vez que durante as jogadas os alunos elaboram senhas combinando 3 letras. Para organizar as informações apresentadas pelos alunos nos diversos registros que realizaram, organizamos os quadros que apresentamos na sequência.

Na sequência expomos três, dos dez quadros organizados a partir das apostas realizadas pelas duplas, pois observamos que as respostas dadas por algumas, estavam inseridas nas apresentadas por estes.

Quadro 4 - Síntese das Jogadas da Dupla ML “Senha - Modalidade ABC”

DUPLA ML		JOGADAS					
		1	2	3	4	5	6
Desafiante: M Descobridor: L	PROPOSTA 1	ADM	MAD	DMA Senha
	RESULTADO	-	-	3
Desafiante: L Descobridor: M	PROPOSTA 2	MZA	ZMA Senha
	RESULTADO	-	3
Desafiante: M Descobridor: L	PROPOSTA 1	XWE	XEW Senha
	RESULTADO	1	3
Desafiante: L Descobridor: M	PROPOSTA 2	WSL Senha

	RESULTADO	3
Desafiante: M Descobridor: L	PROPOSTA 1	YLK	YKL Senha
	RESULTADO	1	3
Desafiante: L Descobridor: M	PROPOSTA 2	FLE Senha
	RESULTADO	3
Desafiante: M Descobridor: L	PROPOSTA 1	GMH	GHM HGM MGH Senha
	RESULTADO	1	-	1	3
Desafiante: L Descobridor: M	PROPOSTA 2	KAY	YAK AYK Senha
	RESULTADO	-	1	3
Desafiante: M Descobridor: L	PROPOSTA 1	OIZ	ZIO Senha
	RESULTADO	1	3
Desafiante: L Descobridor: M	PROPOSTA 2	LOP	POL Senha
	RESULTADO	1	3
Desafiante: M Descobridor: L	PROPOSTA 1	LFY	FYL YLF LYF FLY Senha
	RESULTADO	1	1	1	-	3	..
Desafiante: L Descobridor: M	PROPOSTA 2	TMA	MTA TAM MAT Senha
	RESULTADO	-	1	1	3

Fonte: Diário de campo da pesquisadora

O descobridor M elabora uma estratégia para o resultado "um", utilizando a estratégia de manter uma letra e inverter às outras duas, como deu certo nas demais jogadas que fez. Esse fato é um indicativo de que considera essa estratégia, boa para vencer o jogo. Porém, justifica no registro das questões que o resultado "zero" seria melhor.

Independente de ter feito, ou não, uma análise completa das possibilidades, ele apresenta certo raciocínio combinatório, uma vez que busca escrever diferentes senhas ao longo das jogadas e desenvolve uma regra que possibilita formar novas senhas.

O aluno M desenvolve estratégias com raciocínio matemático, mas não percebe isso no decorrer das jogadas, tanto que não indica em seu registro. As respostas escritas nem sempre coincidem com as propostas feitas nas jogadas, pois não é comum ao aluno refletir matematicamente sobre suas jogadas.

De modo semelhante ao descobridor M, L apenas na primeira jogada não indica evidência de estratégias elaboradas nas senhas indicadas. Ele elabora uma estratégia para o resultado 1, manter uma letra e inverter às outras duas e, como deu certo em todas as jogadas

que fez, talvez ele acreditou ser a melhor indicação. As respostas escritas de L estão de acordo com as propostas feitas nas jogadas. Embora não seja fácil, este descobridor refletiu sobre suas jogadas e a partir da 2ª jogada passou a optar por manter uma letra na posição e inverter as outras duas. Assim, pautou sua estratégia de jogo em um raciocínio combinatório.

Quadro 5 - Síntese das Jogadas da Dupla OC “Senha - Modalidade ABC”

DUPLA OC		JOGADAS					
		1	2	3	4	5	6
Desafiante: O Descobridor: C	PROPOSTA 1	MYK	KMY	YKM Senha
	RESULTADO	-	-	3
Desafiante: C Descobridor: O	PROPOSTA 2	GNI	NIG	IGN	GIN	NGI Senha	...
	RESULTADO	1	1	1	-	3	..
Desafiante: O Descobridor: C	PROPOSTA 1	EPR	ERP	RPE Senha
	RESULTADO	1	-	3
Desafiante: C Descobridor: O	PROPOSTA 2	YXW Senha
	RESULTADO	3
Desafiante: O Descobridor: C	PROPOSTA 1	TWR Senha
	RESULTADO	3
Desafiante: C Descobridor: O	PROPOSTA 2	GFH	HGF	FHG	GHF	FGH Senha	...
	RESULTADO	1	1	1	-	3	..
Desafiante: O Descobridor: C	PROPOSTA 1	JKL Senha
	RESULTADO	3
Desafiante: C Descobridor: O	PROPOSTA 2	AEL	ELA	LEA	EAL	ALE Senha	...
	RESULTADO	1	1	-	-	3	..
Desafiante: O Descobridor: C	PROPOSTA 1	FDY	DFY Senha
	RESULTADO	1	3
Desafiante: C Descobridor: O	PROPOSTA 2	BCA	ABC	CAB	ACB	BAC Senha	...
	RESULTADO	1	1	-	-	3	..
Desafiante: O Descobridor: C	PROPOSTA 1	WHT Senha
	RESULTADO	3
Desafiante: C	PROPOSTA 2	ICA	CIA	ACI	IAC	AIC	CAI

Descobridor: O							Senha
	RESULTADO	-	1	1	1	-	3

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

O descobridor O, na maioria das senhas elaboradas muda a posição de todas as letras, mesmo tendo o resultado "zero" ou "um" como resultado. Essa estratégia é a mais indicada para o resultado “zero”. As respostas escritas do descobridor O estão de acordo com as propostas feitas nas jogadas. Entende-se então, que o aluno consegue registrar suas ações durante as jogadas.

O descobridor C mostrou que joga com competência, ele utilizou estratégias diferentes para os resultados “zero” e “um” e as mais adequadas e também, que tem sorte, pois em seis jogadas conseguiu acertar a senha na primeira jogada três vezes. Quando obtinha “um” como resultado, mantinha uma letra na posição e alterava as demais e, quando obtinha “zero” mudava a ordem de todas as letras. Tais ações indicam que o aluno jogou com competência. Quando respondeu as questões do jogo o aluno confirma tal hipótese com as seguintes respostas: *"o descobridor deve inverter todas as letras; com zero você tem mais possibilidades de acertar, já com um você não sabe qual acertou; o zero oferece mais informações; quando o resultado é zero pode eliminar uma jogada por antecipação; se o resultado for um não poderá eliminar nenhuma jogada"*.

Quadro 6 - Síntese das Jogadas da Dupla RJ “Senha - Modalidade ABC”

DUPLA RJ		JOGADAS					
		1	2	3	4	5	6
Desafiante: J Descobridor: R	PROPOSTA 1	ARY	RAY	YAR	RYA	AYR	...
	RESULTADO	1	-	1	1	3	..
Desafiante: R Descobridor: J	PROPOSTA 2	JLM Senha
	RESULTADO	3
Desafiante: J Descobridor: R	PROPOSTA 1	WEV	WVE	VEW	EVW	WEV	EWV Senha
	RESULTADO	1	-	-	1	1	3
Desafiante: R Descobridor: J	PROPOSTA 2	ONM	OMN	MON	NOM Senha
	RESULTADO	1	-	1	3
Desafiante: J Descobridor: R	PROPOSTA 1	NAT	ATN Senha

	RESULTADO	-	3
Desafiante: R Descobridor: J	PROPOSTA 2	XNO Senha
	RESULTADO	3
Desafiante: J Descobridor: R	PROPOSTA 1	LAE	LEA	ALE Senha
	RESULTADO	1	-	3
Desafiante: R Descobridor: J	PROPOSTA 2	REA Senha
	RESULTADO	3
Desafiante: J Descobridor: R	PROPOSTA 1	VSO	OSV	OVS Senha
	RESULTADO	-	1	3
Desafiante: R Descobridor: J	PROPOSTA 2	OND	NOD	NDO Senha
	RESULTADO	-	1	3
Desafiante: J Descobridor: R	PROPOSTA 1	SAN	SNA
	RESULTADO	1	3
Desafiante: R Descobridor: J	PROPOSTA 2	LOS	SLO Senha
	RESULTADO	-	3

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

As respostas apresentadas pelo descobridor R não indicam uma regularidade, nos diferentes resultados “zero” ou “um”, ora ele mantinha uma letra e invertia as outras duas, ora invertia todas as letras. Independente de não ter feito uma análise completa das possibilidades no decorrer das jogadas para melhorar suas estratégias de jogadas, ele apresenta raciocínio combinatório, uma vez que elabora diferentes senhas e não as repete no decorrer das jogadas.

O descobridor J, assim como o C, em três jogadas acertou a senha de primeira. Nas demais jogadas, a estratégia que prevalece é a de manter uma letra e inverter as demais, independente de ter o resultado “zero” ou “um”. Nas respostas das questões, J fez o seguinte registro: “a jogada vai ser satisfatória porque o descobridor saberá que está errado e vai tentar outra vez; Será satisfatória porque terá mais chances de ganhar; o número 1 oferece mais informação; se errar todas as letras não pode eliminar nenhuma combinação na segunda jogada; se acertar apenas uma letra pode eliminar uma combinação na segunda jogada”. Elas estão de acordo com as propostas feitas nas jogadas.

Os quadros analisados indicam que os alunos desenvolveram estratégia de contagem, algumas mais elaboradas, quando inverter todas as letras se o resultado é “zero” ou mantém uma letra e inverte as demais, se o resultado é “um”; outras menos, mantendo uma letra em qualquer resultado e invertendo as demais. Em ambos os casos, por meio de procedimento prescritivo, os alunos tentavam resolver o problema “descobrir a senha primeiro” para vencer o jogo. A escolha da melhor estratégia para vencer o jogo pode ser entendida como a que possuía a maior chance de resolver a questão. Desse modo, implicitamente, conceitos de probabilidade estão presentes nas estratégias dos alunos.

O resgate da vontade de aprender é um dos objetivos que o jogo oferece, testando as habilidades matemáticas dos alunos bem como, a compreensão de regras ao concentrar-se e desenvolver autoconfiança demonstrando relações estabelecidas com situações-problema vivenciadas diariamente.

Além disso, o jogo dispõe de regras e interação social que oferece possibilidades de tomada de decisões, desenvolve e reúne competências acerca da essência das regras e dos conceitos diversos, além das relações afetivas que partem do jogo. Nesta situação, a linguagem tem papel importante, pois o aluno toma consciência das ações que desenvolve no jogo.

O jogo "senha" possibilita estudar conceitos de combinatória mais especificamente de permutação, uma vez que, tem-se que usar todas as letras escolhidas para as senhas (um total de 6 possibilidades). A sequência proposta pelo jogador determina quantas posições ele acertou, pois, a cada nova jogada, o número de chances diminui se o jogador descartar aquela senha errada.

O quadro a seguir exibe uma síntese das respostas dos alunos nas problematizações relacionadas ao jogo, refere-se ao momento da "Intervenção escrita" apresentado nos registros feitos pelos alunos apontando os limites e as possibilidades dos alunos. Algumas respostas do quadro a seguir, já foram apresentadas anteriormente, para justificar as concepções dos alunos.

Quadro 7 - Síntese das respostas do jogo “Senha - Modalidade ABC”

Questão	Respostas 
<p>1. O que é melhor o <i>descobridor</i> propor na segunda jogada, quando o <i>desafiante</i> informa-lhe, pela indicação do resultado 0, que todas as posições das letras em sua primeira jogada estão erradas?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Propor uma letra; • Inverter todas as letras; • Descartar aquela opção da sequência de senha; • Manter uma letra e inverter duas letras; • Afirmar que todas as posições das letras estão erradas; • Não porque é mais difícil; • 0 dificulta porque fica mais complicado; • Sim porque fica mais fácil.
<p>2. O que é melhor o <i>descobridor</i> propor na segunda jogada, quando o <i>desafiante</i> informa-lhe, pela indicação do resultado 1, que acertou a posição da letra na primeira jogada?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Propor uma letra; • Manter uma letra e inverter duas letras; • Sim porque fica mais complicado; • Sim porque fica mais fácil; • Com 0 você tem mais possibilidades e com 1 você não sabe qual letra acertou.
<p>3. Qual dos dois resultados - 0 ou 1 - oferece mais informação para a próxima jogada?</p>	<p>0 1</p>
<p>4. Enumere todas as combinações possíveis para as três letras na primeira jogada.</p>	<p>LFY, FYL, YLF, LYF, FLY AEL, ELA, LEA, EAL, ALE WEV, WVE, VEW, EVW, WEV, EWV</p>
<p>5. Na primeira jogada, o <i>descobridor</i> propõe BAC e é informado pelo <i>desafiante</i> que errou a posição de todas as letras (resultado 0). Com essa informação, quantas combinações pode, por antecipação, eliminar na segunda jogada?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Não pode eliminar nenhuma combinação; • Pode eliminar uma combinação; • Pode eliminar cinco combinações; • Pode eliminar três combinações.
<p>6. Na primeira jogada o <i>descobridor</i> propõe BAC e é informado pelo <i>desafiante</i> que acertou apenas uma letra (resultado 1). Com essa informação, quantas combinações pode, por antecipação, eliminar na segunda jogada?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Pode eliminar uma combinação; • Todas; • Pode eliminar duas ou três combinações; • Pode eliminar duas combinações; • Não pode eliminar nenhuma combinação.

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Dentre as justificativas apresentadas pelas duplas de alunos verificamos que ao se familiarizar com o jogo e iniciar a elaboração de estratégias os jogadores se basearam na frequência das senhas observadas nas jogadas anteriores, a posição em que as letras eram expostas para tentar descobrir a senha. O que mais prevaleceu nas estratégias de formulação das senhas foi manter uma letra e inverter as outras duas.

Percebemos ainda, que ao resolver problematizações sobre o jogo, os alunos refletem sobre conceitos matemáticos não percebidos durante as jogadas e que o processo de leitura e escrita nas aulas de matemática não é tarefa fácil, mesmo porque não faz da cultura de aulas dessa disciplina.

5.2 O Jogo “corrida de cavalos”: conceitos de combinatória e probabilidade

A proposta de ensino por meio de situações-problema com o jogo “corrida de cavalos” articula ideia de combinatória e probabilidade dos alunos durante o jogo, contribui para (re) significar conceitos e ampliar o vocabulário probabilístico que não é muito presente na vida de alguns alunos. O objetivo de ter selecionado essa tarefa foi observar a circulação de ideias e o complemento para os conceitos de combinatória e probabilidade.

Para o desenvolvimento do jogo, elaboramos 6 tabuleiros nos quais a liberdade para os jogadores reorganizarem suas apostas aumentava em cada uma delas. Alguns alunos logo nas primeiras jogadas, perceberam a impossibilidade do jogador apostar nos números 1 e 13, pois não era possível obter soma 1 e 13 no lançamento de dois dados e outros precisaram de mais tempo.

Na sequência apresentamos 3, dos 12 quadros organizados a partir das apostas realizadas pelas duplas. Assim como na análise anterior, optamos por analisarmos que as respostas apresentadas em 3 quadros, pois consideramos que as demais são semelhantes a estas.

Quadro 8 - Síntese das jogadas do jogo “Corrida de Cavalos”: dupla CR

NÚMERO DE JOGADAS	VENCEU	AVANÇOU MUITO	AVANÇOU POUCO	NÃO AVANÇOU
PRIMEIRA C: 5, 8 e 10 R: 4, 6 e 11	6	8 e 10	4 e 11	1, 2, 3, 5, 7, 9, 12 e 13
SEGUNDA C: 3, 6 e 10	3	4, 7, 10 e 11	6	1, 2, 5, 8, 9, 12 e 13

R: 4, 7 e 11				
TERCEIRA C: 3, 5 e 9 R: 4, 6 e 11	6	9	3, 4 e 11	1, 2, 5, 7, 8, 10, 12 e 13
QUARTA C: 9, 10 e 11 R: 4, 6 e 7	6	7, 9 e 10	4 e 11	1, 2, 3, 5, 8, 12 e 13
QUINTA C: 6, 7 e 8 R: 3, 4 e 11	8	..	3, 4, 6 e 7	1, 2, 5, 9, 10, 11, 12 e 13

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

A partir do registro das jogadas da dupla CR a professora-pesquisadora iniciou um diálogo, que apresenta fatos interessantes nas escolhas dos alunos (DC, 14/04/2016):



Profª: *Jogador R, no decorrer das jogadas por que escolheu com frequência os números 4, 6 e 11?*

Jogador R: *O quatro, porque gosto desse número, já o número seis porque eu acho que ele pode sair mais ao lançar os dois dados e o onze, devido tá dentro das possibilidades de jogada ai eu quis arriscar.*

Profª: *E você Jogador C por que escolheu com frequência o número dez?*

Jogador C: *Eu vi que nas vezes que apostei no dez ele avançou muito, o que me fez pensar que seria um número bom para investir.*

Profª: *Você observou as jogadas do seu companheiro de jogo? O que você me diz das apostas que ele fez?*

Jogador C: *Sim. O jogador R apostou muito nos números quatro, seis e onze, e o número que venceu foi o seis, o quatro avançou muito apenas em uma jogada e o onze avançou pouco.*

Profª: *Jogadores R/C no decorrer das jogadas o que puderam perceber?*

Jogadores R/C: *Primeiro que não apostamos no número sete e saiu bastante, depois ficamos confusos nas escolhas porque como observei que o jogador R não focou em um só número, como eu fiz. Ele poderia e teve até mais chance que eu de focar em um número só, mas poderia ter sido melhor, talvez se ele tivesse escolhido outros números. Eu também achei que meu colega C deveria ter analisado.*

Ao analisar as apostas dos alunos nos registros a partir da segunda jogada há indícios de observação das frequências de somas nas suas apostas. Esse fato é confirmado na conversa com os alunos. Além disso, os alunos, no diálogo, indicam que observaram que o número "7" saía bastante.

Quadro 9 - Síntese das jogadas do jogo “Corrida de Cavalos”: dupla CJ

NÚMERO DE JOGADAS	VENCEU	AVANÇOU MUITO	AVANÇOU POUCO	NÃO AVANÇOU
PRIMEIRA C: 1, 3 e 7 J: 4, 5 e 6	7	4 e 6	3 e 5	1, 2, 8, 9, 10, 11, 12 e 13
SEGUNDA C: 1, 5 e 12 J: 6, 8 e 9	8	5	6 e 9	1, 2, 3, 4, 7, 10, 11, 12 e 13
TERCEIRA C: 4, 6 e 9 J: 3, 7 e 10	9	4 e 7	3, 6 e 10	1, 2, 5, 8, 11, 12 e 13
QUARTA C: 3, 6 e 9 J: 4, 8 e 10	9	6, 8 e 10	3 e 4	1, 2, 5, 7, 11, 12 e 13
QUINTA C: 3, 9 e 12 J: 5, 7 e 8	7	3, 8 e 9	12	1, 2, 4, 5, 6, 10, 11 e 13

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

A dupla CJ também apresenta indícios de que analisaram a frequência das jogadas, pois alguns números que saíram ou avançaram bastante na jogada anterior estão presentes nas apostas dos alunos. O aluno C apostou no cavalo 1 nas duas primeiras jogadas. Tal fato, foi observado pelos alunos e relatado à professora (DC, 14/04/2016):



Jogador J: *Profª, eu entendi.*

Jogador J: *Não posso apostar no número 1 porque não tem como sair, e nem no número 13.*

Profª: *Mas o que lhe faz pensar que não pode apostar nos números 1 e 13?*

Jogadores J/C: *Devido a soma menor dos dados ser 2 e a maior 12.*

Profª: *Você pode me explicar simulando nos dados?*

Jogadores J/C: *Sim, observando as faces dos dados temos o maior e o menor resultado das somas (Mostrou-os).*

Profª: *Então você acha melhor não apostar nos números 1 e 13?*

Jogador J: *Apostar assim é ruim para o jogador, porque nunca vai vencer.*

Jogador C: *É verdade, mas o jogador pode se enganar e apostar se não perceber a maior e a menor soma.*

Jogadores J/C: *Como percebemos, deixamos fora de nossas jogadas.*

Profª: *E totalizando as jogadas, quem venceu o jogo?*

Jogador J: *Foi o Jogador C.*

Profª: *Por que ele ganhou?*

Jogador J: *Porque ele apostou nos números que saíram mais e teve sorte também.*

O "erro" do início do jogo dupla CJ nos remete ao momento do "Jogo pelo jogo", apontado por Grando (2000), mas durante as jogadas compreendeu as possibilidades de soma passou a ser observada pelos alunos e se fizeram presentes nas apostas realizadas, como não apostarem nos números 1 e 13.

Quadro 10 - Síntese das Jogadas do jogo “Corrida de Cavalos”: dupla BR

NÚMERO DE JOGADAS	VENCEU	AVANÇOU MUITO	AVANÇOU POUCO	NÃO AVANÇOU
PRIMEIRA B: 6, 7 e 9 R: 8, 10 e 12	7	6	8, 9 e 10	1, 2, 3, 4, 5, 11, 12 e 13
SEGUNDA B: 7, 8 e 9 R: 4, 5 e 6	7	4, 6 e 8	5 e 9	1, 2, 3, 10, 11, 12 e 13
TERCEIRA B: 5, 7 e 9 R: 6, 8 e 12	5	7, 8 e 12	6 e 9	1, 2, 3, 4, 10, 11 e 13
QUARTA B: 5, 7 e 8 R: 6, 10 e 12	7	..	5, 6, 10 e 12	1, 2, 3, 4, 8, 9, 11 e 13
QUINTA B: 7, 8 e 9 R: 5, 10 e 11	7	5, 8 e 9	10 e 11	1, 2, 3, 4, 6, 12 e 13

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

No decorrer do jogo a dupla BR explicitou as possibilidades e estratégias elaboradas para vencer, apresentadas na seguinte discussão (DC, 14/04/2016):



Jogador B: *Prof^a eu fiquei sabendo que a primeira pessoa quando joga, ela ganha o jogo e a segunda sempre perde.*

Prof^a: *Por que você pensou dessa maneira?*

Jogador B: *Porque todas as vezes que joguei, fui o primeiro e venci e R não venceu em nenhuma jogada.*

Prof^a: *Mas você tem alguma estratégia para vencer?*

Jogador B: *Eu penso que sim.*

Prof^a: *Então, você acha que essa é a única possibilidade para vencer o jogo, iniciar as jogadas?*

Jogador B: *Não acho que seja a única possibilidade, porém é o que estou percebendo.*

Jogador R: *Prof^a eu acho que não é só isso, iniciar o jogo para vencer nas jogadas.*

Prof^a: *Então, diante das suas observações, R o que você percebeu?*

Jogador R: *Que o jogador B não deixou de apostar em todas as jogadas no número 7, que era o número que mais saía nas somas dos*

dados durante as jogadas, não foi à toa que ele venceu 4 vezes e quando não venceu avançou muito.

Profª: Mas se você observou o número 7 como um número bom para apostar, por que não o escolheu?

Jogador R: Eu acredito na sorte, então escolhi outros números na tentativa de ser uma boa escolha, eu arrisquei.

Profª: Mas gostou do resultado de suas jogadas?

Jogador R: Não porque não venci nenhuma vez.

Profª: E o que você acha que aconteceu?

Jogador R: Eu acreditei na sorte, mas vi que esse jogo não depende só disso.

Profª: Você pode me explicar melhor?

Jogador R: Sim. Os números que eu apostei eram raras as somas deles nos dados, aí quando eu lançava os dados na mesa era uma raridade eu me dar bem, alguns números até que avançaram muito mas não venci.

O registro das apostas e diálogo com a dupla BR indica que o jogador B se baseava na observação das jogadas anteriores para fazer suas apostas, mas o jogador R apostou em números que pouco avançou nas jogadas anteriores, pois atribuía à sorte.

O aluno B levantou a hipótese de que o jogador que inicia o jogo sempre ganha. O diálogo contribuiu para que a hipótese de B fosse refletida por R, que apresentou justificativa para o colega vencer "*o número 7 era o número que mais saía na soma dos dados*". Assim, o diálogo possibilitou que os alunos se posicionassem defendendo suas ideias e, ao mesmo refletindo sobre as jogadas e perguntas elaboradas pela professora. Os questionamentos elaborados pela professora-pesquisadora vêm de encontro com o momento da "Intervenção pedagógica verbal" indicado por Grando (2000).

Em suma, entendemos que no decorrer das jogadas e dos diálogos conceitos de combinatória e de probabilidade foram apresentadas pelas duplas a partir dos jogos, das problematizações propostas a partir deles e da intervenção da professora-pesquisadora nos diálogos.

Na sequência das jogadas, problematizações foram propostas, conforme indicado no capítulo anterior. As respostas das duplas:

Quadro 11 - Síntese das respostas da tarefa 2: "pensamentos probabilísticos"

DUPLAS	QUESTÃO 1					QUESTÃO 2		QUESTÃO 3	
	Número dos cavalos que venceram em cada jogada					Cavalo(s) com mais chance de vencer	Cavalo(s) com menos chance de vencer	O registro feito no tabuleiro ajudou na análise do jogo?	
	1	2	3	4	5			Sim	Não
JL	3	8	5	7	7	7	1 e 13	X	...
CR	6	3	6	6	8	Do 2 ao 12	1 e 13	X	...
GM	7	6	4	6	9	6	*	X	...
DE	8	6	6	6	7	6	*	X	...
CJ	7	8	9	9	7	7 e 9	8	X	...
BR	7	7	5	7	7	7	1 e 13	X	...
MR	8	8	7	9	8	8	1 e 13	X	...
KI	7	8	7	7	7	7	1 e 13	X	...
CE	5	7	8	7	8	8	1 e 13	X	...
IL	5	6	6	6	6	6	*	X	...
WM	10	7	9	8	5	7	*	X	...
FJ	8	6	4	7	6	6	1	X	...

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

A análise dos dados organizados no quadro nos indica que o número que mais saía no lançamento e soma dos dados foi o 7, seguido do 6 e 8. Esse fato se aproxima das probabilidades do jogo, que serão apresentadas posteriormente.

O apontamento de que os números 1 e 13 possuem "*menos chances*" indicam uma concepção equivocada de termos de vocabulário probabilístico, pois os números 1 e 13, não possuem chance alguma de serem sorteados.

O registro é indicado pelos alunos como importante para a análise do jogo, assim como, para os alunos refletirem sobre o jogo, para os professores pensarem nas possíveis intervenções e para o pesquisador, na busca de indício do raciocínio usado pelos alunos nas jogadas.

Após as jogadas, fizemos a análise dos resultados dos grupos, registrando na lousa todas as possibilidades de jogadas. Tal ação exhibe a importância do momento do "Registro do jogo" indicada por Grandó (2000) e tinha por objetivo que os alunos observassem quais foram os melhores colocados em cada grupo.

A frequência dos cavalos vencedores foi organizada no seguinte quadro:

Tabela 1 - Frequência dos cavalos vencedores

Enumeração dos cavalos	Número de vezes que o cavalo venceu
3	2
4	2

5	5
6	14
7	18
8	12
9	5
10	1

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Em contexto de jogo observamos diversas possibilidades e reflexões para uma melhoria ou aperfeiçoamento das estratégias de jogo, e conseqüentemente do pensamento probabilístico. Tal fato, de vivenciar situações-problema geraram ideias probabilísticas.

Na sequência, a professora-pesquisadora organizou dois quadros com as possibilidades de somas objetivando que os alunos percebessem que muitas das suas observações estavam pautadas em probabilidades formais.

Quadro 12 - Possibilidades de soma dos pontos de dois dados

Apostas	Possibilidades de Jogadas
Cavalo 1	Não há possibilidade
Cavalo 2	(1+1)
Cavalo 3	(1+2), (2+1)
Cavalo 4	(1+3), (3+1), (2+2)
Cavalo 5	(1+4), (4+1), (3+2), (2+3)
Cavalo 6	(1+5), (5+1), (2+4), (4+2), (3+3)
Cavalo 7	(1+6), (6+1), (5+2), (2+5), (3+4), (4+3)
Cavalo 8	(2+6), (6+2), (5+3), (3+5), (4+4)
Cavalo 9	(6+3), (3+6), (5+4), (4+5)
Cavalo 10	(6+4), (4+6), (5+5)
Cavalo 11	(6+5), (5+6)
Cavalo 12	(6+6)
Cavalo 13	Não há possibilidade

Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Quadro 13 - Combinações possíveis de se obter com dois dados

Número do segundo dado	Número do primeiro dado					
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

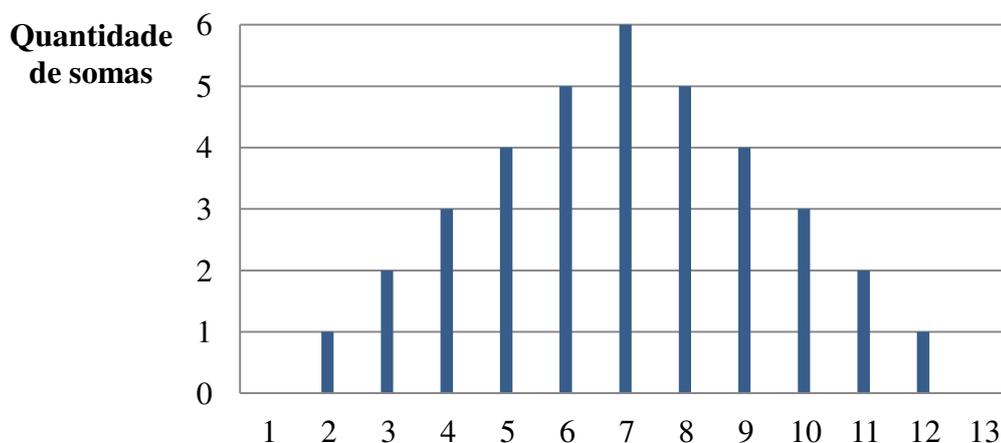
Fonte: Diário de campo da pesquisadora.

Durante o movimento do jogo, observamos que os alunos analisaram possibilidades e probabilidade verificando a frequência das jogadas anteriores, alguns alunos fizeram a relação com os números que venceram e os que avançaram muito, o que não foi o caso de descartar as possíveis chances de jogadas com os demais números, visto que, os alunos em alguns momentos arriscaram naqueles números que pouco ou não saíam, pois entendem que a sorte esteja envolvida em situações de jogo. Quanto aos números 1 e 13 os alunos compreenderam que seria impossível, e também definiram qual o limite de somas, tal como indicaram os jogadores CJ quando disseram "*Devido a soma menor dos dados ser 2 e a maior 12*".

Foi interessante perceber a compreensão, a formalização da linguagem matemática relacionadas às situações de jogo e os conceitos matemáticos elaborados a partir das observações realizadas pelos alunos em todos os momentos do jogo, como o relatado pelos alunos ao observarem o quadro 10: "*Ao lançarmos dois dados percebemos que a soma dos valores dos dois dados será no mínimo 2 e no máximo 12*" e também a síntese elaborada por eles: "vemos 36 possibilidades com 2 dados. Desse total, os resultados 2, 3, 4, 10, 11 e 12 ocupam 12 casas, enquanto os demais resultados ocupam 24 casas, ou seja, o dobro. Concluímos que, a análise combinatória permite observar apenas as chances de sucesso, mas não garante resultados que essas estratégias facilitam o sucesso no jogo".

A observação dos alunos vem de encontro com os PCN (BRASIL 2001, p. 47), "a participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para o estudante e um estímulo para o desenvolvimento de sua competência matemática".

O gráfico a seguir, apresenta as possíveis jogadas e as possibilidades para a elaboração de melhores estratégias do jogo "Corrida de Cavalos", pois para "Jogar com competência" o aluno precisa fazer análise das situações vivenciadas durante o jogo e das estratégias que utilizou bem e também das estratégias elaboradas pelos demais jogadores durante a resolução de problemas intervinda dos momentos anteriores.

Gráfico 1 - As possibilidades de soma dos pontos de dois dados**Soma dos Pontos de dois Dados**

Fonte: Elaboração Própria

Compreendemos que a comunicação desenvolvida durante as aulas tem papel importante, pois por meio dela os alunos podem tomar consciência das ações que desenvolvem no jogo.

5.3 As contribuições do jogo “Senha - Modalidade ABC” e “Corrida de Cavalos” ao desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos

Durante o jogo percebemos que os alunos elaboram estratégias de jogada, fazem e refazem as ações, aprimoram suas estratégias propõe ao adversário um nível mais difícil, (re) descobre conhecimentos e pensamentos que os levam a um ciclo de reflexão utilizando habilidades lógicas e resoluções de problema, deixam de seguir "roteiro" ao ponderar erros ou acertos revelados no processo de conhecimento sobre o movimento do jogo.

De acordo, com os sete momentos propostos por Grando (2004) destacam as vantagens e desvantagens ao inserir jogos no ensino de matemática, mencionado no capítulo 1 indicamos as que se fizeram presentes nessa pesquisa:

VANTAGENS

- (Re) significação de conceitos;
- Introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão;
- Estratégias de resolução de problemas;
- Aprender a tomar decisões e avaliá-las;

- Significação;
- Interdisciplinaridade;
- Participação ativa do aluno;
- Integração social; trabalho em grupo;
- Interesse;
- Criatividade, senso crítico, participação, observação, prazer ao aprender;
- Desenvolvimento de habilidades;
- Identificação e diagnóstico do professor.

DESVANTAGEM

- O tempo gasto é maior;

Mesmo tendo gasto tempo maior que outras atividades desenvolvidas na sala de aula, consideramos que as vantagens foram muitas, pois os jogos desenvolvidos na pesquisa motivaram os alunos a resolverem situações-problema sobre combinatória e probabilidade. Assim, por se tratar de uma atividade lúdica incentivam os alunos a conhecer seus limites e buscar por jogadas de sucesso, adquirindo assim, coragem para arriscar se envolvendo no jogo que muitas vezes ultrapassam o tempo proposto.

Comprendemos com nossa pesquisa, que o valor da escrita nas aulas de matemática é primordial, pois viabilizam novas descobertas, caracterizadas ao (re) ver e ampliar conceitos oriundos de suas ações, fazendo-os (re) pensar sobre o que foi trabalhado ao pronunciarem conceitos matemáticos.

Adotamos o modelo de aprendizagem pautado na interação dinâmica entre o jogo, as problematizações, a experiência e a reflexão. Desse modo, entendemos que o desenvolvimento da cognição matemática mediante a escrita proposta por Powell e Bairral (2006), com a escrita transacional, a processo-produto e a expressiva na análise foi explorada durante os jogos e contribuiu significativamente para o processo de formação de conceitos combinatórios e probabilísticos em contexto de leitura e escrita nas aulas de matemática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS: REFLEXÕES SOBRE A PESQUISA

Nossa investigação analisou a contribuição dos jogos “Senha - Modalidade ABC” e “Corrida de Cavalos”, no ensino da combinatória e probabilidade no Ensino Fundamental. A inserção de tais conteúdos, conforme mencionado, é de suma importância aos alunos devido ao contato com informações que condizem ao tratamento e interpretação dos dados, temática presente não apenas no contexto escolar como também cotidiano.

A pesquisa possibilitou aos alunos observar possibilidades combinatórias, regularidade de possibilidades de somas que os levaram a conjecturar hipóteses, levantar dados, fazer registros e análise de procedimentos decorrentes das atividades relacionadas aos jogos. Além disso, instigou-os a leitura e interpretação de regras dos jogos, a resolução de problemas e a realização de registro. Tais ações contribuem com o desenvolvimento do senso crítico, indicados por Powell e Bairral (2006).

A análise dos resultados, não avaliou apenas o jogo, mas apresentou a relevância do uso de jogos como proposta pedagógica em sala de aula a partir do planejamento indicado por Grandó (2004) e Macedo, Petty e Passos (2007). Os itens do planejamento: objetivo, público, materiais, adaptações, tempo, espaço, dinâmica, papel do adulto, proximidade a conteúdos e avaliação foram contemplado na organização da proposta de ensino aos alunos investigados, porém, para incluir o item continuidade, precisaríamos de um tempo mais amplo para a pesquisa. Consideramos que esse planejamento contribui com o trabalho com jogos nas aulas de Matemática.

Quando a proposta dos jogos foi apresentada na sala de aula os alunos mostraram curiosidade e interesse, já que geralmente essa não é uma prática comum. O nosso desafio foi aliar as concepções de Grandó (2004) e o desenvolvimento da cognição matemática mediante a escrita de Powell e Bairral (2006), utilizando — as escritas, transacional, a processo-produto e a expressiva —, uma vez que a análise da aprendizagem matemática por meio da escrita nas aulas de matemática explorando a contextualização ainda é pouco adotada e associá-la aos jogos que despertam curiosidades quanto a combinatória e a probabilidade foi desafiador resultando no complemento de tal aprendizado.

Em nossa pesquisa, compreendemos que o valor da escrita nas aulas de matemática é primordial, pois viabilizam novas descobertas, caracterizadas ao (re) ver e ampliar conceitos

oriundos de suas ações, fazendo-os (re) pensar sobre o que foi trabalhado ao pronunciarem conceitos matemáticos.

Os registros efetuados pelos alunos esclareceram o processo de raciocínio desenvolvido, analisando-os com diferentes formas de análise sobre as problematizações do jogo. Nessas problematizações que envolveram o "jogar com competência" analisamos o contato com os tabuleiros do jogo, o registro das jogadas realizadas, da resolução de situações-problema perceptíveis no decorrer das jogadas, os jogadores observavam o jogo com mais atenção a cada nova jogada.

Compreendemos que a comunicação desenvolvida nos momentos de socialização tem papel importante, pois por meio dela os alunos podem tomar consciência das ações que desenvolvem no jogo. Além disso, analisar os recursos necessários para o trabalho, assim como o tempo, respeitando o ritmo dos alunos, a relação professor-aluno o que ao serem analisados, na maioria das vezes, marcados e delineados diante das respectivas experiências os modificam e redirecionam instigando o seu desempenho.

Os jogadores atuaram cooperativamente, em movimento coletivo de aprendizagem. O resgate da vontade de aprender que é um dos objetivos que o jogo tem e foi executado naturalmente durante o jogo.

Durante todo o processo de intervenção pedagógica, realizado pela pesquisadora, neste cenário composto pelos dois jogos envolvendo regras e estratégias (Senha - Modalidade ABC e Corrida de Cavalos), a análise dos resultados mostrou os procedimentos dos sujeitos nos jogos e evidenciou-se o processo de formação de diversos conceitos e habilidades matemáticas, como a análise de possibilidades de somas e a elaboração de senhas, por exemplo.

No jogo "senha", cujo foco é a formação de conceitos de combinatória, envolveu os alunos em uma situação problema cujo agrupamento combinatório envolvia a permutação. A elaboração da senha, apresentada de forma descritiva pelos alunos. A escolha da melhor proposta de senha estava implicitamente associada ao conceito de probabilidade.

No jogo "corrida de cavalos" os alunos foram envolvidos em uma situação problema de combinatória e probabilidade. O agrupamento de dados caracteriza a situação combinatória como de princípio multiplicativo e mesmo tendo um número razoável de possibilidades (36) é possível descrevê-las por meio de uma lista, diagrama de árvores ou tabela. Conceitos de probabilidade frequentista e formal estão envolvidas nas estratégias para vencer o jogo.

Ambos os jogos, envolvem os alunos ao movimento de conceitos combinatórios e probabilísticos, que são desenvolvidos de forma articulada e significativa, dessa forma, contribuem com o desenvolvimento dos referidos conceitos, importantes para os alunos da Educação Básica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 2001.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva; D'AMBRÓSIO, Ubiratan Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. **Atos de pesquisa em educação**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 75-85, jan.-abr. 2006.

DORNELAS, Augusto César Barbosa. **Resolução de Problemas em Análise Combinatória: Um Enfoque Voltado para Alunos e Professores do Ensino Médio**. SBEM: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004.

GRANDO, Regina Célia. **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**. Campinas, SP, 1995. 175p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, Unicamp, 2000. 224 p.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004. 115 p.

GRANDO, Regina Célia; MARCO, Fabiana F. **O movimento da resolução de problemas em situações com jogo na produção do conhecimento matemático**. In: MENDES, Jaqueline Rodrigues; GRANDO, Regina Célia (Org.). **Múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento**. São Paulo: Musa Editora, 2007. (Musa Educação matemática, v. 3).

HEREBIA, Claudete de Freitas Bezerra. **Leitura, interpretação e resolução de problemas matemáticos de estruturas aditivas**. 2007. 183f. Dissertação (Mestrado em Educação).

Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande, 2007.

JULIANELLI, José Roberto et al. **Curso de Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

LOPES, Celi; COUTINHO, Cileda. Leitura e escrita em Educação Estatística. In: LOPES, Celi; Nacarato, Adair (Org.) **Estudos e reflexões em educação estatística**. Campinas: Mercado das Letras, 2010.

MACEDO, Lino; PETTY, Ana Lúcia; PASSOS, Norimar. Jogos de Senha. **Quatro cores, senha e dominó: oficinas de jogos em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.

MACEDO, Lino; PETTY, Ana Lúcia; PASSOS, Norimar. **Aprender com Jogos e situações-problema** [recurso eletrônico]. Porto Alegre: Artmed, 2007.

MORGADO, Augusto César de Oliveira et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Macedo. **A escrita e o pensamento matemático: Interações e potencialidades**. Campinas, SP: Papyrus, 2006.

SANTOS, Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental**. 2010. 183f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2010.

SANTOS, Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão. **A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir de uma prática problematizadora**. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015. 191 p.

VAN DE WALLE, John, A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.