

Universidade Federal de Campina Grande  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática  
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

---

UECCG  
Tese de Doutorado

Análise Espectral do Sinal Óptico  
Considerando Ruído de Amplitude e  
de Fase do Laser

Paulo Ribeiro Lins Júnior

SUPRA OMNES LUX LUCES

---

Campina Grande – PB

Maio – 2013

Universidade Federal de Campina Grande  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática  
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

# Análise Espectral do Sinal Óptico Considerando Ruído de Amplitude e de Fase do Laser

Paulo Ribeiro Lins Júnior

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Engenharia Elétrica e Informática da Universidade Federal de Campina Grande como requisito necessário para obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Comunicações.

Marcelo Sampaio de Alencar, PhD.  
Orientador

Faint, illegible text and a stamp at the top of the page. The stamp appears to contain a date: 14/09/2013.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

L759a Lins Júnior, Paulo Ribeiro.  
Análise espectral do sinal óptico considerando ruído de amplitude de fase do laser / Paulo Ribeiro Lins Júnior. – Campina Grande, 2013.  
78 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2013.

"Orientação: Prof. PhD. Marcelo Sampaio de Alencar".  
Referências.

1. Análise Espectral. 2. Laser. 3. Modulação Óptica. 4. Modulador Mach-Zehnder. I. Alencar, Marcelo Sampaio de. II. Título.

CDU 621.391:543.4(043)


**"ANÁLISE ESPECTRAL DO SINAL ÓPTICO CONSIDERANDO RUÍDO DE AMPLITUDE  
E DE FASE DO LASER"**

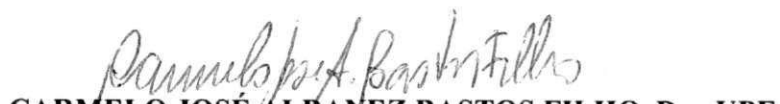
**PAULO RIBEIRO LINS JÚNIOR**

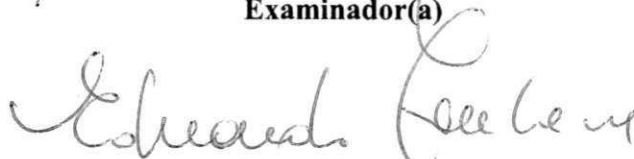
**TESE APROVADA EM 31/05/2013**

  
**MARCELO SAMPAIO DE ALENCAR, Ph.D., UFCG**  
**Orientador(a)**

  
**JOAQUIM FERREIRA MARTINS FILHO, Dr., UFPE**  
**Examinador(a)**

  
**IGUATEMI EDUARDO DA FONSECA, Dr., UFPB**  
**Examinador(a)**

  
**CARMELO JOSÉ ALBANEZ BASTOS FILHO, Dr., UPE**  
**Examinador(a)**

  
**EDUARDO FONTANA, Ph.D., UFPE**  
**Examinador(a)**

  
**JOSÉ EWERTON POMBO DE FARIAS, Dr., UFCG**  
**Examinador(a)**

**CAMPINA GRANDE - PB**

## Agradecimentos

O tempo de construção de um doutorado é longo e intenso, tornando-se parte importante (às vezes até quase toda a parte!) na vida de qualquer pessoa que leve a sério esse projeto de vida. É, portanto, inevitável e importante reconhecer que, sem a presença de algumas pessoas, sua finalização seria simplesmente impossível.

Sem dúvidas quem começou tudo isso foram meus pais. Esse doutorado começou com a seriedade com que eles trataram a formação dos filhos desde a tenra idade, desde a década de 1980. Foram eles que, apesar das diversas dificuldades que enfrentamos ao longo dos anos, sempre fizeram questão de que o estudo fosse o carro chefe na minha vida e na vida de meus irmãos. Foram eles que sempre disseram que a única coisa que poderiam deixar de concreto para nós nessa vida era nossa educação. E foram eles, com essa atitude, que me ensinaram a ter um respeito profundo por isso. Infelizmente não terei o prazer de mostrar-lhes ao vivo aonde deu pra chegar. Seu Paulo e Dona Edite, deu certo. Obrigado pelo amor, carinho e pela possibilidade de me tornar um ser dono de seu próprio caminho.

Meus intensos agradecimentos ao meu orientador, Prof. Marcelo Sampaio de Alencar, com o qual tenho o prazer e a honra de trabalhar há mais de uma década, desde a iniciação científica. Meu muito obrigado por ter sempre acreditado e orientado um estudante muitas vezes cansado e desacreditado. Sem seus conselhos, conversas e paciência quase monástica comigo as coisas teriam sido ainda mais difíceis.

Um agradecimento especial também aos meus irmãos de vida Saulo Vítor (Tito), Cinthia Rodrigues, Talita Pascoal, Odo Villar, Rafael Fernandes, Alionália Sharlon, Hilmária Xavier, Jerônimo Rocha e meus irmãos de sangue, Diógenes e Kilmara, que entenderam as dificuldades associadas ao processo, estando sempre dispostos a me ajudar no que pudessem. Sem vocês tudo seria infinitamente mais pesado.

Aos companheiros de Iecom, Danilo, Rafael Fernandes, Felipe, Walter, Vinícius, Évio, Raissa, Marcelo Portela, Wamberto, Waslon, Jerônimo, Ewerton Rômulo e vários outros que circularam por aqui, meu agradecimento por terem feito

desse período nesse ambiente um dos mais divertidos e produtivos de minha vida.

Agradecimentos também aos professores José Ewerton Pombo de Farias, com quem obtive meus primeiros conhecimentos em comunicações ópticas e que sempre acompanhou meu trabalho, disponibilizando críticas e sugestões construtivas, e Edmar Candeia, grande amigo, com quem muitas vezes pude discutir assuntos diversos, ligados ou não à tese.

À equipe de funcionários que compõe a COPELE, em especial Ângela e Pedro, pela presteza e disponibilidade para ajudar nos processos operacionais do doutorado, meu muito obrigado.

Meus agradecimentos à Capes, pelo suporte financeiro e ao Iecom, pela estrutura física necessária para a realização desse trabalho.

“Quando você perceber que, para produzir, precisa obter a autorização de quem não produz nada; quando comprovar que o dinheiro flui para quem negocia não com bens, mas com favores; quando perceber que muitos ficam ricos pelo suborno e por influência, mais que pelo trabalho, e que as leis não nos protegem deles, mas, pelo contrário, são eles que estão protegidos de você; quando perceber que a corrupção é recompensada, e a honestidade se converte em auto-sacrifício; então poderá afirmar, sem temor de errar, que sua sociedade está condenada”.

– Ayn Rand, *A Revolta de Atlas* –

## Resumo

Esta tese apresenta uma nova abordagem, baseada em teoria de processos estocásticos, para a caracterização espectral do sinal gerado por um laser e do sinal modulado por um modulador eletro-óptico externo, considerando ruídos de amplitude e de fase gerados por eventos de emissão espontânea de fótons. São deduzidas expressões para a função de autocorrelação e para a densidade espectral de potência de sinais ópticos, considerando ruídos de fase com baixa, média e alta variância. Os modelos deduzidos são genéricos em relação às distribuições de probabilidade dos ruídos de amplitude e de fase e, para os sinais modulados, independem do formato do pulso do sinal digital modulante.

### Palavras-chave

Laser, Espectro, Modulação Óptica, Modulador Mach-Zehnder



## Abstract

This thesis presents a new approach, based on the theory of stochastic processes, for the spectral characterization of the signal generated by a laser and the modulated signal in an external electro-optic modulator considering amplitude and phase noise generated by spontaneous emission of photons. Expressions are deduced for the autocorrelation function and the power spectral density of optical signals considering phase noise with low, medium and high variance. The models developed are generic because they are independent of any specific probability distribution of the amplitude and phase noise and do not depend on the shape of the pulse modulating digital signal.

### Keywords

Laser, Spectrum, Optical Modulation, Mach-Zehnder Modulator

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Introdução . . . . .	1
1.2	Comparação de Sistemas Ópticos Coerentes Monoportadora e Multiportadora . . . . .	4
1.3	Ruído de Amplitude e de Fase do Laser . . . . .	5
1.4	Justificativa . . . . .	5
1.5	Objetivos . . . . .	8
1.5.1	Objetivo Geral . . . . .	8
1.5.2	Objetivos Específicos . . . . .	8
1.6	Metodologia . . . . .	8
1.7	Organização da Tese . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Espectro do Sinal Óptico do Laser Sujeito a Ruído de Amplitude e de Fase</b>	<b>11</b>
2.1	Introdução . . . . .	11
2.2	Análise Espectral do Laser . . . . .	15
2.2.1	O efeito de eventos de emissão espontânea no laser . . . . .	15
2.2.2	Autocorrelação do laser considerando ruído de amplitude e de fase . . . . .	17
2.2.3	Caso I: Ruído de fase com baixa variância . . . . .	19
2.2.4	Caso II: Ruído de fase com média variância . . . . .	22
2.2.5	Caso III: Ruído de fase com alta variância . . . . .	24
2.3	Considerações Finais . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Espectro de Sinais Modulados Considerando Ruído de Amplitude e Fase do Laser</b>	<b>33</b>
3.1	Modelo Geral do Modulador Mach-Zehnder . . . . .	33
3.2	Espectro do Sinal Óptico Modulado Usando um Modulador Simples . . . . .	38

---

3.2.1	Autocorrelação do sinal na saída do modulador . . . . .	38
3.2.2	Caso I: Ruído de fase com baixa variância . . . . .	40
3.2.3	Caso II: Ruído de fase com média variância . . . . .	41
3.2.4	Caso III: Ruído de fase com alta potência . . . . .	42
3.3	Espectro do Sinal Óptico Modulado Usando um Modulador em Quadratura . . . . .	43
3.3.1	Autocorrelação do sinal na saída do modulador . . . . .	45
3.3.2	Caso I: Ruído de fase com baixa variância . . . . .	50
3.3.3	Caso II: Ruído de fase com média variância . . . . .	51
3.3.4	Caso III: Ruído de fase com alta variância . . . . .	52
3.4	Considerações Finais . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Resultados Numéricos</b>	<b>53</b>
4.1	1º Cenário: Modulação Monoportadora . . . . .	54
4.2	2º Cenário: Modulação Multiportadora . . . . .	57
4.3	Considerações Finais . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>64</b>
	<b>Apêndice A Lista de Publicações</b>	<b>68</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>78</b>

## Lista de Figuras

2.1	Definição de largura de linha de um feixe óptico. . . . .	12
2.2	Diagrama esquemático do método DSHD. . . . .	13
2.3	Princípio de funcionamento do método DSHD. . . . .	14
2.4	Modelo fasorial mostrando o efeito dos fótons emitidos espontaneamente na fase do campo elétrico do laser . . . . .	16
2.5	Densidade espectral de potência considerando ruído de fase de baixa potência. . . . .	22
2.6	Densidade espectral de potência considerando ruído de fase de média potência. . . . .	25
2.7	Densidade espectral de potência considerando ruído de fase de alta potência. . . . .	30
2.8	Espectro de um laser com realimentação distribuída com largura de linha estreita, operando em torno de 1550nm. . . . .	31
3.1	Estrutura geral de um modulador Mach-Zehnder. . . . .	34
3.2	a) Pulso óptico sem efeito de gorjeio. b) Pulso óptico com efeito de gorjeio. . . . .	37
3.3	Modulação usando um único modulador Mach-Zehnder. . . . .	38
3.4	Estrutura de um modulador em quadratura óptico usando moduladores Mach-Zehnder. . . . .	43
4.1	Pulso com formato do cosseno levantado para diferentes valores do fator de ajuste. . . . .	54

---

4.2	Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com pequena variância, em um sistema monoportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste $\beta = 0.25$ , $\beta = 0.5$ , $\beta = 0.75$ e $\beta = 1$ . . . . .	55
4.3	Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com média variância, em um sistema monoportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste $\beta = 0.25$ , $\beta = 0.5$ , $\beta = 0.75$ e $\beta = 1$ . . . . .	55
4.4	Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com alta variância, em um sistema monoportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste $\beta = 0.25$ , $\beta = 0.5$ , $\beta = 0.75$ e $\beta = 1$ . . . . .	56
4.5	Ilustração comparando o uso de largura de banda entre sistema multiportadoras convencionais e OFDM . . . . .	57
4.6	Diagrama conceitual de um sistema de transmissão multiportadora mostrando a) o transmissor e b) o receptor. . . . .	59
4.7	Esquema de modulação multiportadora óptica usando um modulador em quadratura. . . . .	60
4.8	Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com pequena variância, em um sistema multiportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste $\beta = 0.25$ , $\beta = 0.5$ , $\beta = 0.75$ e $\beta = 1$ , mostrando a influência entre duas portadoras. . . . .	61
4.9	Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com média variância, em um sistema multiportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste $\beta = 0.25$ , $\beta = 0.5$ , $\beta = 0.75$ e $\beta = 1$ , mostrando a influência entre duas portadoras. . . . .	61
4.10	Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com alta variância, em um sistema multiportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste $\beta = 0.25$ , $\beta = 0.5$ , $\beta = 0.75$ e $\beta = 1$ , mostrando a influência entre duas portadoras. . . . .	62

## Lista de Siglas

ASE – *Amplified Spontaneous Emission*

BPSK – *Binary Phase Shift Keing*

CPM – *Continuous Phase Modulation*

DSHD – *Delayed Self-Heterodyne Detection*

FWFM – *Full Width at the Half Maximum*

FWM – *Four Wave Mixing*

Laser – *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*

LED – *Light Emissor Diode*

OOK – *On-Off Keying*

OFDM – *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*

PMD – *Polarization Mode Dispersion*

RIN – *Relative Intensity Noise*

WDM – *Wavelength-Division Multiplexing*

## 1.1 – Introdução

O conceito de multiplexação por divisão em comprimento de onda (WDM – *Wavelength Division Multiplexing*) foi proposto originalmente na década de 1970, com o objetivo de conseguir um melhor uso da largura de banda disponível nas fibras ópticas pela transmissão simultânea em vários canais alocados em diferentes comprimentos de onda no espectro óptico.

O sistema possui  $N$  canais que são multiplexados em uma única fibra e amplificados por uma cadeia de amplificadores ópticos de fibra dopada à Érbio (EDFA – *Erbium Doped Fiber Amplifier*) em linha. O EDFA tem a característica de operar com ganho estável em uma faixa larga do espectro óptico (acima de 35 nm na banda C), o que possibilita amplificar vários canais ao mesmo tempo. Geralmente, esse amplificador opera na banda C, de 1.53 nm à 1.56 nm, podendo se estender à banda L, na faixa de 1.6 nm. Um multiplexador é usado para combinar todos os canais no transmissor e um demultiplexador para separar os canais que chegam ao receptor. O sistema permite tanto o uso de detecção direta, quando coerente [1] [2].

A ITU padronizou a grade de canais WDM com múltiplos ou frações de 100 GHz. Sistemas WDM típicos podem usar até 40 canais com espaçamento de 100 GHz ou até 80 com espaçamento de 50 GHz, configuração que recebe o nome de WDM denso (DWDM – *Dense Wavelength Division Multiplexing*) [1].

Nos últimos anos o crescimento no tráfego de dados oriundos de redes de diversos tipos e dimensões tem gerado uma demanda significativa de capacidade de transmissão para as redes tronco, tipicamente ópticas, responsáveis pelo tráfego agregado dessas redes.

O exemplo disso é o aumento da capacidade de transmissão por canal experimentada pelas redes ópticas WDM. Enquanto no começo do século os equipamentos mais avançados operavam com taxas de 1 Gbits/s, atualmente equipamentos disponibilizados comercialmente operam com taxas de até 100 Gbits/s

e a tendência é que as interfaces de redes ópticas suportem, nos próximos anos, taxas na ordem de  $Tbits/s$ .

A operação a altíssimas taxas de transmissão (acima de  $100 Gbits/s$ ) é um desafio para as tecnologias convencionais de transmissão óptica, devido ao uso de esquemas de modulação ineficientes, como o OOK (*On-Off Keying*), e a efeitos restritivos da camada física, como, por exemplo, modulação de quatro ondas (FWM – *Four Wave Mixing*) e dispersão do modo de polarização (PMD – *Polarization Mode Dispersion*), que são mais deletérios com altas taxas de transmissão.

Com o objetivo de suprir essas demandas, tornando a transmissão mais eficiente e a rede mais flexível e escalável, diversas tecnologias tem aparecido nos últimos anos. Soluções como a comutação de pacotes ópticos (OPS – *Optical Packet Switching*) e a comutação de rajadas ópticas (OBS – *Optical Burst Switching*) aparecem como possibilidades para algumas dessas necessidades, no entanto não podem ser consideradas soluções a curto ou médio prazo, devido a imaturidade de suas tecnologias.

Um outra linha de abordagem para o problema é o uso de esquemas de transmissão e detecção ópticos mais avançados. Muitos dos sistemas ópticos comerciais ainda usam esquemas de modulação de intensidade com detecção direta (IM/DD – *Intensity Modulation/Direct Detection*), nos quais lasers semicondutores são modulados para portar a informação e o sinal óptico é recebido por um fotodetector. Em contraste ao esquema IM/DD, um sistema de comunicações ópticos coerente, que pode usar detecção homódina ou heteródina, transmite a informação pela modulação em intensidade, fase ou polarização do sinal óptico gerado na fonte. Comunicações ópticas coerentes foram alvo de muitos estudos nas décadas de 1980 e 1990 [3, 4, 5, 6]

Há algumas características que diferem a detecção coerente da detecção direta. Algumas das mais significativas são [7]:

- modulação em frequência, fase ou polarização são possíveis com detecção coerente, enquanto a modulação por intensidade é a única opção para sistemas que usam detecção direta. O uso de modulação em intensidade torna o sistema mais susceptível ao ruído balístico no receptor e ao ruído de emissão espontânea amplificada (ASE – *Amplified Spontaneous Emission*) oriundo dos amplificadores ópticos;
- detecção coerente proporciona melhor sensibilidade do que a detecção direta, ou seja, consegue detectar sinais com níveis de potência mais baixos.



Devido à sua estrutura simples, pois não existe a necessidade de gerenciamento de fase ou de polarização, e ao advento do EDFA nos sistemas ópticos modernos, fato que compensaria a baixa sensibilidade dos receptores, os sistemas com IM/DD acabaram sobrepujando os sistemas coerentes, tornando-se praticamente o único esquema de transmissão usado em sistemas de comunicações ópticas por vários anos.

Para aumentar o produto largura de banda–distância, uma das principais figuras de mérito de sistemas ópticos de comunicações, é necessário aumentar a capacidade dos sistemas, que pode ser conseguido com aumento da largura de banda dos canais ópticos e consequente diminuição do espaçamento entre canais. No entanto, tais procedimentos acarretam uma maior susceptibilidade do sinal transmitido a problemas lineares e não-lineares nas fibras ópticas, como dispersão cromática, PMD, auto modulação de fase, modulação de fase cruzada, mistura de quatro ondas, entre outras [8] [9].

Para minimizar esses efeitos, é necessário usar esquemas de modulação mais eficientes que a modulação por intensidade. Além disso, os esquemas que não usam a intensidade para transmitir informações tornam o sistema menos susceptível ao ruído ASE surgido das cadeias de amplificadores ópticos ao longo do enlace e a detecção coerente permite um aproveitamento mais eficiente da largura de banda do sistema [10] [11] .

A detecção coerente mistura o sinal recebido com um outro sinal, contínuo, gerado por um oscilador local, antes que ele chegue ao receptor. Comumente é usado um receptor balanceado com o objetivo de suprimir a componente de modo comum, assim como a componente DC, e minimizar o ruído de intensidade relativa (RIN – *Relative Intensity Noise*) do laser [10] [2].

O receptor coerente pode ser classificado como homódino, se a frequência do oscilador local for muito próxima da frequência do sinal, ou heteródino, caso contrário. Receptores homódinos requerem um sistema híbrido para reconhecer as componentes em fase e em quadratura do sinal, o que acarreta a necessidade de uso do dobro de componentes ópticos na sua construção se comparado à sua contrapartida heteródina. No entanto, nos receptores heteródinos, existe a necessidade de filtros que evitem o efeito da frequência imagem e de fotodetectores com o dobro de largura de banda [2] [10].

Devido à birrefringência das fibras, que ocasiona o PMD, mudanças aleatórias na fase do sinal transmitido ocasionam o descasamento com a fase do sinal do

oscilador local, o que interfere na sensibilidade do receptor, e por conseguinte, na qualidade da recepção. Dessa forma, tanto receptores homódinos quanto heteródinos precisam sincronizar as fases do sinal transmitido com o sinal do oscilador local. Isso pode ser feito com o uso de um controlador de fase, ou com esquemas de diversidade de polarização.

## 1.2 – Comparação de Sistemas Ópticos Coerentes Monoportadora e Multiportadora

Sistemas coerentes podem usar uma ou múltiplas portadoras para a transmissão, com duas diferenças notáveis. Primeiro, os sistemas monoportadora usam uma arquitetura mais simples e relativamente convencional. Arquiteturas multiportadoras necessitam, devido à sua complexidade, do uso de processadores digitais de sinais e de conversores digital-analógico no processo de geração do sinal. Segundo, em sistemas com uma portadora única, a codificação da informação é feita no domínio do tempo ao passo que, em um sistema monoportadora, a informação é codificada no domínio da frequência, mais precisamente em cada uma das subportadoras.

Baseado nessas duas afirmações, pode-se afirmar, com relação a sistemas mono e multiportadoras que [7]:

**Facilidade de processamento de sinal:** Em sistemas coerentes, existem dois procedimentos no processamento de sinais que merecem destaque devido à sua importância: a estimação de canal e a estimação de fase. Sistemas multiportadoras realizam ambos os procedimentos de forma relativamente simples, pelo uso de símbolos pilotos ou portadoras pilotos. Já em sistemas coerentes monoportadoras, a estimação de canal recorre à equalização cega, por meio de algoritmos, o que pode acarretar erros significativos. A estimação de fase comumente adota o algoritmo de Viterbi, que é mais eficiente para modulação em fase pura e menos eficiente para outros formatos de constelação.

**Modulação de ordem superior:** Com o crescimento da eficiência espectral na transmissão, sistemas de transmissão ópticos podem ser projetados para suportar formatos de modulação de ordem superior. Para sistemas multiportadoras, o aumento na ordem da modulação pode ser feito com uma simples reconfiguração via *software* dos processadores digitais de sinal e dos conversores analógico-digitais. Em contrapartida, alterar a ordem de

modulação em sistemas monoportadora requer configurações mais complicadas dos moduladores, em arranjos seriais ou paralelos [12], que aumentam inevitavelmente a complexidade e o custo do sistema.

**Efeito de estreitamento dos filtros:** A transmissão em múltiplas portadoras pode ser feita com sub-portadoras que possuam uma largura de faixa reduzida. Isso faz com que cada uma delas seja menos susceptível ao efeito de estreitamento dos filtros. Em contraste, para sistemas monoportadoras, devido à dificuldade causada pelo *jitter* de temporização em relógios com alta taxa, é necessário manter um excesso de espectro para o pulso a ser transmitido, com margem suficiente para não haver dificuldades na recepção.

### 1.3 – Ruído de Amplitude e de Fase do Laser

A produção de um fóton pode ser feita de dois modos: por emissão estimulada ou espontânea. A emissão estimulada é controlada pelo uso de outro fóton estimulante, que faz com que o elétron saia de seu estado de repouso para um estado de maior energia e retorne, liberando um fóton com mesmas características de fase e intensidade do fóton estimulante. Na emissão espontânea, esse retorno ao estado de repouso acontece em um intervalo de tempo aleatório, e o fóton resultante tem fase também aleatória.

O sinal óptico gerado por um laser pode sofrer oscilações de amplitude e de fase por causa de eventos de emissão espontânea, que geram variações aleatórias desses parâmetros. Esses eventos são de difícil controle, tendo correlação com a potência do laser. O efeito dessas flutuações é o aumento na largura de linha do espectro do sinal do laser, o que pode ocasionar interferência entre canais de um sistema WDM denso ou de sistemas ópticos que usam modulação multiportadora, diminuindo a eficiência do sistema.

Neste trabalho é apresentada uma nova abordagem para a análise espectral de sinais ópticos oriundos do laser e da saída de um modulador externo, considerando o efeito de ruído de fase e amplitude do laser, fenômenos associados com a emissão espontânea que ocorre durante a operação de um laser.

### 1.4 – Justificativa

As transmissões por fibra óptica utilizaram, nos últimos anos, técnicas de modulação de intensidade com detecção direta. Contudo, à medida que as taxas

crecem para patamares de 100 Gbits/s ou superiores, surgem limitações e efeitos prejudiciais à qualidade da transmissão. A taxa de transmissão elevada requer formatos de modulação mais sofisticados do que o tradicional OOK, de modo a melhorar a eficiência espectral.

No entanto, variações de amplitude e de fase geradas por emissão espontânea de fótons no laser provocam alargamento do espectro óptico, podendo causar interferência entre canais adjacentes em sistemas DWM densos, ou entre portadoras em sistemas ópticos modulados com multiportadoras.

Diversos trabalhos recentes enfatizam a importância de considerar o ruído de fase e de amplitude do laser como efeitos deletérios significativos em sistemas de transmissão ópticos. Peng *et. al.* [13] caracterizaram o impacto do ruído de fase em sistemas OFDM com detecção direta, analisando o desempenho do sistema de transmissão para vários formatos de modulação em amplitude e em quadratura e provendo um método de estimação da taxa de erro de *bit* em função da relação sinal ruído óptica considerada. Chow discute em uma carta [14] sobre a importância de se considerar variações de amplitude e fase geradas por eventos de emissão espontânea em modelos de lasers reais, em contraponto a maioria dos modelos ditos clássicos. Yi *et. al.* [15] discutem os efeitos do ruído de fase em sistemas OFDM com recepção coerente usando abordagens experimental, teórica e numérica. Nos experimentos, são considerados os efeitos do ruído de fase tanto do laser quanto das não linearidades da fibra óptica. Magarini *et. al.* [16] apresentam um modelo empírico para o canal óptico considerando ruído de fase para avaliar o desempenho de esquemas de modulação em sistemas de transmissão óptica coerentes com 100Gbits/s de capacidade de transmissão por canal, usando multiplexação por divisão em polarização e multiplexação por divisão no comprimento de onda. Os autores partem da consideração de que a densidade espectral de potência da portadora extraída e o espectro lorentziano que usualmente é adotado nos modelos para lasers podem ser consideradas para caracterizar tanto a largura de linha da portadora quanto a relação sinal ruído do canal. Huynh *et.al.* [17] investigaram os efeitos do ruído de fase em um laser sintonizável monolítico em um sistema de comunicações ópticas coerente. No estudo, que considerou modulações QPSK e 16-QAM, os autores se concentraram na observação da degradação causada pelo excesso de ruído de baixa frequência nesse tipo de fonte óptica.

Dessa forma, o desenvolvimento de modelos que considerem esses ruídos de amplitude e de fase de uma maneira generalista, independente do esquema de

modulação usado ou de distribuições de probabilidade específicas para os ruídos é importante para o desenvolvimento de técnicas de mitigação dos efeitos desses ruídos, de esquemas de modulação e recepção mais robustos ou de algoritmos de alocação de espectro mais eficientes.

A literatura apresenta diversos modelos para ruídos de intensidade e fase no laser. Em [18], os autores desenvolvem um modelo analítico para o ruído de intensidade e de fase a partir das equações de taxa do laser, encontrando expressões para a correlação e autocorrelação entre fótons, elétrons e ruídos considerados. Em [19], são revisados alguns modelos e técnicas de simulação de lasers semicondutores de alta potência. O modelo apresentado em [20] traz uma abordagem numérica, semi-analítica, a partir do qual os autores conseguem estimar densidade de probabilidade, a largura de linha e o espectro do ruído de fase de um laser semicondutor. Em [21], os autores apresentam uma formulação microscópica de uma equação de fase sem a necessidade de fatores relacionados à largura de linha do laser, baseados nas equações de Maxwell, aplicada para a caracterização espectral da estrutura de indução de modulação de um laser modulado diretamente. Em [22] um modelo computacional baseado na integração numérica das equações de taxa do laser, incluindo os efeitos dos ruídos de Langevin, é discutido usando parâmetros extraídos de um laser com realimentação distribuída, a partir de uma técnica proposta no próprio artigo que envolve simples manipulação de dados e ajuste de curvas para a medição do ruído de intensidade relativa e a largura de linha do laser. Em [23], o autor desenvolveu um método experimental para a caracterização do ruído de fase em lasers semicondutores, usando um receptor coerente digital *off-line* de baixa taxa, para caracterizar lasers sob teste com relação ao espectro do feixe, o espectro do ruído de fase e a variância do erro de fase. Em [24], os autores propõem uma abordagem simplificada, baseada em aproximação geométrica, para a estimação da largura de linha do laser a partir do espectro do ruído de frequência, validada a partir de experimentos usando lasers com diferentes características espectrais. Em [25], o autor apresenta modelos analíticos para diversos efeitos causados pelo ruído de fase, como degradação de potência, rotação de fase e interferência interportadora para sistemas OFDM ópticos com detecção direta.

No entanto, a maioria desses modelos considera que o ruído de fase e/ou amplitude possuem alguma distribuição específica, tipicamente gaussiana ou de Wiener. Alguns ainda consideram que o ruído tem pequena variância, comparado com a potência do laser. No entanto, alguns trabalhos experimentais,

como [26] indicam que, em diversas situações reais, o ruído não possui uma distribuição gaussiana. Dessa forma, esses modelos não descreveriam corretamente o comportamento do laser nessas situações específicas.

Os modelos apresentados neste trabalho têm uma característica generalista, uma vez que abrangem os ruídos de amplitude e fase do laser e são aplicáveis para qualquer distribuição de probabilidade associada. Os modelos para sinais modulados são desenvolvidos considerando arranjos do modulador Mach-Zehnder com capacidade de trabalhar com esquemas simples de modulação como modulação em intensidade ou modulação em fase binários, e com esquemas mais avançados como modulação em quadratura ou modulação com múltiplas portadoras.

## 1.5 – Objetivos

### 1.5.1 – Objetivo Geral

Desenvolver um modelo matemático para análise do espectro de sinais ópticos gerados por lasers e para o espectro de sinais ópticos modulados, considerando a existência de ruído de amplitude e de fase.

### 1.5.2 – Objetivos Específicos

- Desenvolvimento de um modelo matemático para a caracterização do espectro óptico do sinal gerado por um laser, considerando efeitos da variação de amplitude e de fase gerada por eventos de emissão espontânea;
- Desenvolvimento de um modelo para sinais ópticos à saída do modulador Mach-Zehnder, usando um único modulador ou uma estrutura de modulação em quadratura, com base no modelo desenvolvido para o sinal gerado por um laser;
- Análise dos efeitos deletérios dos ruídos de amplitude e fase do laser em sistemas monoportadora e multiportadora, a partir dos modelos matemáticos desenvolvidos.

## 1.6 – Metodologia

A partir da formalização matemática proposta por Alencar para a caracterização de espectros de sinais modulados em frequência [27] e de sua posterior aplicação na análise do formato espectral de lasers considerando a influência do ruído de fase [28], e da teoria desenvolvida por Henry para a caracterização da largura de

linha de lasers [29], é apresentada uma nova abordagem matemática para a análise espectral do laser que considera conjuntamente os efeitos do ruído de amplitude e do ruído de fase. Para o ruído de fase são analisados três casos: ruído com pequena, média e alta variância.

Esse modelo para o sinal gerado pelo laser é aplicado a um modulador Mach-Zehnder, considerado por ser o modulador externo mais versátil para comunicações ópticas operando com altas taxas de transmissão. Essa abordagem geral é usada para analisar o espectro do sinal modulado considerando um só modulador Mach-Zehnder ou um arranjo com dois moduladores em paralelo, que permite gerar sinais modulados em quadratura.

Os modelos de sinal modulado usando os dois arranjos são, então, usados para a análise espectral de um sinal óptico transmitido com uma única ou com múltiplas portadoras, com foco na interferência interportadora causada pelo alargamento do espectro por conta dos ruídos de amplitude e fase do laser.

### 1.7 – Organização da Tese

- No Capítulo 2 é apresentada uma nova abordagem analítica para a caracterização do espectro de lasers, com base na teoria proposta de Henry [29][30], que considera significativas as flutuações de amplitude e fase geradas pela emissão espontânea do laser e na metodologia matemática proposta por Alencar [27], aplicada originalmente para a caracterização de espectros de sinais modulados em frequência e posteriormente usada na análise do formato espectral de lasers observado em procedimentos experimentais [28]. No modelo proposto são levadas em consideração as contribuições das flutuações de fase e de amplitude. As variações de fase são investigadas em três casos: ruído de fase com pequena, média e grande variância. São encontradas expressões para a função de autocorrelação e para a densidade espectral de potência em cada um dos casos;
- No Capítulo 3, a partir da descrição e caracterização do mais versátil modulador externo usado em sistemas de comunicações ópticas de alta taxa de transmissão, o modulador Mach-Zehnder [31], são apresentadas expressões analíticas para a função de autocorrelação e para a densidade espectral de potência de sinais ópticos modulados por um único modulador Mach-Zehnder e por uma estrutura em quadratura usando moduladores em paralelo, com base no modelo

---

desenvolvido no Capítulo 2, considerando os mesmos três casos para a variância do ruído de fase.

- No Capítulo 4 são apresentados resultados numéricos de simulações de sistemas de transmissão ópticos mono e multiportadoras, considerando sinais digitais com pulso do tipo cosseno levantado. São apresentados gráficos da densidade espectral de potência considerando vários valores do fator de ajuste (*rolloff*) do formato do pulso para os três casos considerados no Capítulo 2.
- No Capítulo 5, são apresentadas as conclusões da tese e as propostas de trabalhos futuros.



## Espectro do Sinal Óptico do Laser Sujeito a Ruído de Amplitude e de Fase

Neste capítulo é proposto um novo modelo para a análise espectral de lasers, baseado na teoria proposta por Henry [29] [30] e na formalização matemática proposta por Alencar [27], originalmente para a caracterização de espectros de sinais modulados em frequência e posteriormente usada na análise do formato espectral de lasers considerando a influência do ruído de fase [28]. No modelo proposto são levadas em consideração as contribuições das flutuações de fase e de amplitude, e as variações de fase são investigadas em três casos: ruído de fase com pequena, média e grande variância. São encontradas expressões para a função de autocorrelação e para a densidade espectral de potência em cada um dos casos.

### 2.1 – Introdução

O laser (acrônimo para *light amplification by stimulated emission of radiation*) é a principal fonte de luz usada em sistema de comunicações ópticas. Por operar baseado no princípio de emissão estimulada de fótons, ele não somente é capaz de emitir potências mais altas do que diodos emissores de luz (LED – *Light Emitter Diode*) mas também exhibe coerência significativamente maior da luz emitida. Idealmente, lasers são fontes ópticas que emitem fótons em um feixe colimado coerente, monocromático e direcional. Essas características tornam o sinal emitido menos susceptível ao efeito da dispersão causada pela fibra óptica, o que é vantajoso para transmissão com altas taxas.

No entanto, devido a flutuações ocasionadas por variações de temperatura, variações no comprimento da cavidade ressonante, vibração ou outros elementos externos interferentes e, principalmente, por emissões espontâneas de fótons, o espectro real de um laser não é perfeitamente monocromático.

Na análise espectral de lasers, dois parâmetros são importantes: a largura de linha ou largura espectral, definida como o alargamento do espectro em meia

potência, ou 3 dB, (FWHM – *Full Width at the Half Maximum*), como ilustrado na Figura 2.1, e o formato do espectro. Esses parâmetros são importantes porque:

- quanto maior a largura de linha da fonte óptica, maior a susceptibilidade do feixe transmitido aos efeitos da dispersão em fibras ópticas;
- maior largura de linha também implica maior susceptibilidade a efeitos não lineares da fibra, como, por exemplo, o espalhamento estimulado de Brillouin [32];
- em um sistema WDM denso, o efeito desse alargamento pode ocasionar interferência intercanal entre lasers que transmitem em comprimentos de onda adjacentes;
- o projeto de filtros e demultiplexadores ópticos é realizado de maneira mais eficiente quando se conhece o formato do espectro do laser [1].

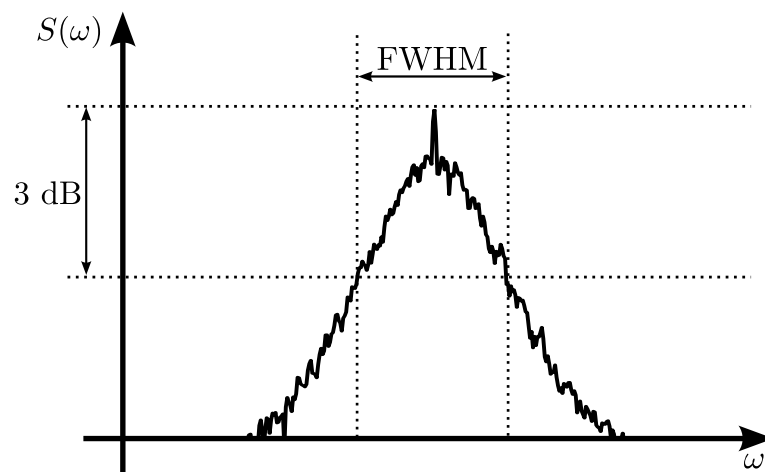


Figura 2.1 – Definição de largura de linha de um feixe óptico.

A teoria geral do laser, desenvolvida originalmente para laser de gás, mas aplicável a outros tipos de laser, prediz um espectro com formato lorentziano [33]. Fleeming e Mooradian [34] observaram esse formato de espectro pela primeira vez em um laser operando à temperatura ambiente e viram que a largura de linha variava inversamente proporcional à potência de saída do laser, como previsto pela fórmula de Schawlow-Townes [35]. No entanto, a largura observada era cerca de 30 vezes a prevista pela fórmula. Henry explicou essa discrepância pela descrição de um laser como um oscilador desbalanceado [29]. O destaque na descrição proposta por Henry é a consideração de que flutuações de fase podem resultar de variações no índice

de refração durante oscilações de relaxação na cavidade ressonante do laser após eventos de emissão espontânea, podendo, inclusive, ser causadas diretamente por esses eventos.

Em [36], Henry utilizou as considerações feitas no trabalho anterior ([29]) para apresentar uma teoria para o ruído de fase em lasers, estendida posteriormente [30]. Nessa teoria a emissão espontânea provoca variações de amplitude e fase no campo do laser. As variações de amplitude induzem oscilações de relaxação, que causam alterações adicionais de fase, contribuindo para o alargamento do espectro óptico observado.

Muitos trabalhos também foram escritos sobre a medição da largura de linha em lasers. Como os lasers têm larguras de linha estreitas, existe a necessidade de métodos de medição de alta resolução que permitam medi-la e também visualizar o formato do espectro. Dos vários métodos apresentados na literatura, merece destaque o método da detecção auto-heteródina com atraso (DSHD – *Delayed Self-Heterodyne Detection*), proposto por Okoshi *et. al.* [37]. A Figura 2.2 apresenta o diagrama esquemático do método DSHD.

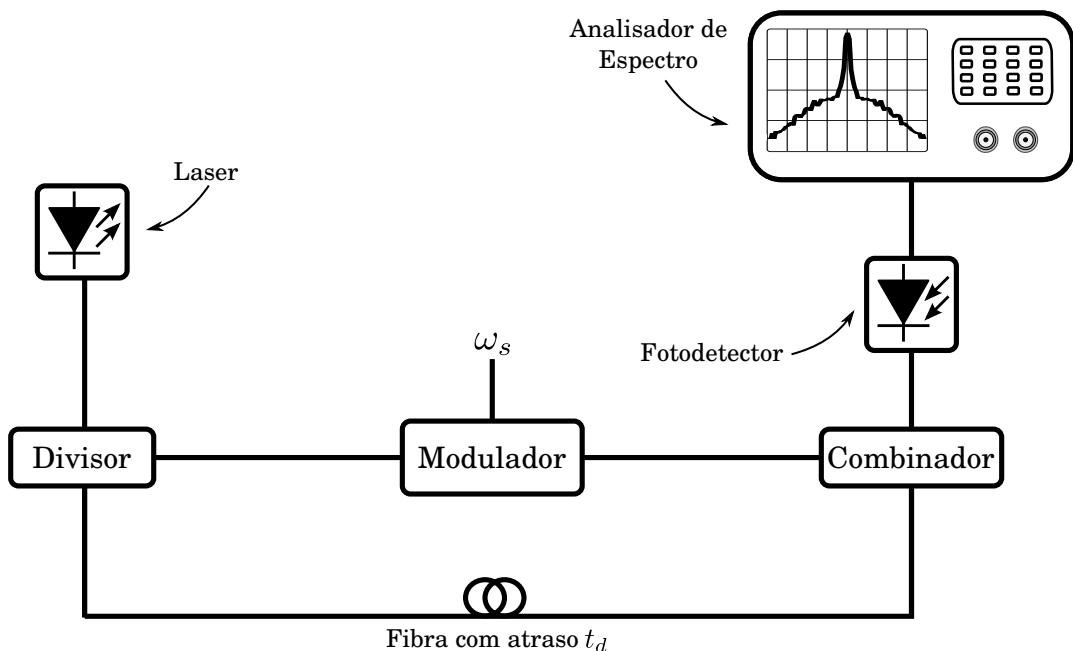
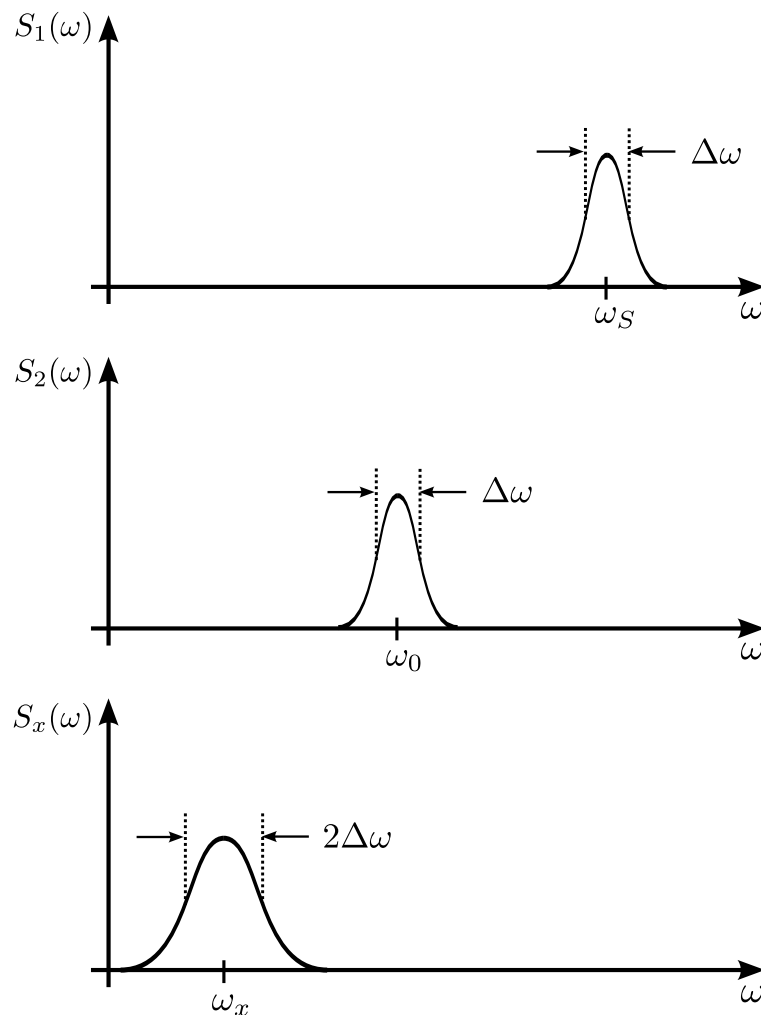


Figura 2.2 – Diagrama esquemático do método DSHD.

A Figura 2.3 ilustra o princípio de funcionamento do método. O laser sob medição tem seu feixe separado em dois por um divisor. Um dos feixes resultantes sofre uma translação de frequência  $\omega_s$  por um modulador externo, enquanto o outro feixe é submetido a um atraso  $t_d$  causado por um enlace de fibra óptica. Os dois feixes

são então combinados e o feixe resultante é recebido por um fotodetector. Quando  $t_d$  é muito maior que o tempo de coerência do laser, os dois feixes são decorrelacionados. O feixe resultante é centrado em  $\omega_s$  e tem um espectro que é resultado da convolução entre os dois feixes, tendo, portanto, duas vezes o espectro do sinal original [28]. Essas características permitem que, com esse esquema, a largura de linha do laser e o formato do espectro possam ser visualizados em um analisador de espectro que opere na faixa de rádio frequência. Esse método apresenta uma alta resolução a ponto de permitir que, por exemplo, no experimento de Okoshi, fosse visualizado o espectro de um laser com largura de linha de 50 kHz. Além disso, não há a necessidade de um laser de referência, como proposto em outros métodos.



**Figura 2.3** – Princípio de funcionamento do método DSHD. Na figura,  $S_1(\omega)$ ,  $S_2(\omega)$  e  $S_x(\omega)$  são, respectivamente, os espectros do sinal no primeiro ramo, que sofre uma translação de frequência  $\omega_s$ , do sinal no segundo ramo, que sofre um atraso  $t_d$  e do produto do batimento entre os sinais dos dois ramos e  $\omega_s$ ,  $\omega_0$  e  $\omega_x$  são, respectivamente, as frequências de translação do sinal feita pelo modulador no primeiro ramo, do sinal original e do produto do batimento, sendo  $\omega_x = \omega_s - \omega_0$ .

No entanto, vários outros trabalhos experimentais realizados com o

método proposto por Okoshi apresentaram variações nos espectros visualizados. Experimentos mostrados em [38], [39], [40], [41] e [42], por exemplo, apresentam resultados distintos para o espectro visualizado, bem como interpretações particulares dos resultados obtidos. Entretanto, as interpretações de cada trabalho não explicam de forma generalizada essa variação de espectros.

No começo dos anos 1990, Alencar apresentou um modelo para análise de formato e largura de linha espectrais [28]. A análise matemática baseia-se na teoria de processos estocásticos para descrever o efeito do ruído de fase em lasers semicondutores, partindo da configuração do método DSHD, proposto por Okoshi. No estudo são considerados dois casos: ruído de fase com baixa e com alta potência. Expressões fechadas para a função de autocorrelação e densidade espectral de potência do laser foram deduzidas e concordam com os resultados experimentais da literatura. O modelo de Alencar é generalista, pois as expressões obtidas não estão atreladas à consideração de uma distribuição de probabilidade específica do ruído de fase, sendo válido para qualquer distribuição.

O método proposto por Alencar descreve o formato do espectro de lasers e permite a estimação de sua largura de linha para o esquema de medição usando o método DSHD. Entretanto, ele não considera significativas as variações de amplitude geradas por emissão espontânea previstas no modelo de Henry, em comparação com as variações de fase. Este capítulo apresenta um modelo generalista para a descrição da largura de linha de lasers com base nas considerações de Henry sobre variações de amplitude e fase geradas por eventos de emissão espontânea [30] que usa a metodologia de análise proposta por Alencar [28], independente de qualquer método de medição específico e considerando as flutuações de amplitude e fase do laser. O modelo apresentado é válido para qualquer distribuição de probabilidade do ruído de fase e de amplitude.

## 2.2 – Análise Espectral do Laser

### 2.2.1 – O efeito de eventos de emissão espontânea no laser

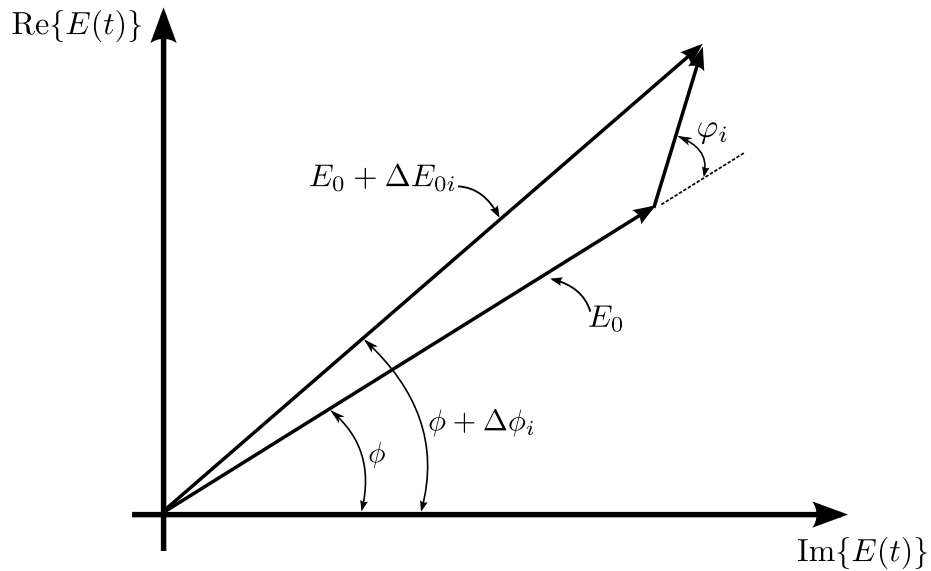
O sinal gerado por um laser ideal é uma onda eletromagnética representada por [29]

$$E(t) = E_0 \cdot e^{j[\omega_0 t + \phi]} + E_0^* \cdot e^{-j[\omega_0 t + \phi]}, \quad (2.1)$$

em que  $E_0$  é a amplitude do sinal, diretamente relacionada com a fotocorrente e a

potência do laser,  $\omega_0$  é a frequência de oscilação do laser e  $\phi$  é a fase do campo óptico, com distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi]$ .

Durante o processo de excitação no laser, que culmina com a emissão estimulada de fótons, surgem também fótons oriundos de emissão espontânea. A principal diferença entre os dois tipos de emissão é que, enquanto o fóton emitido de forma estimulada possui mesma amplitude, fase e polarização do fóton estimulante, o fóton emitido espontaneamente possui parâmetros aleatórios. Cada fóton emitido espontaneamente contribui incrementalmente para uma flutuação aleatória na amplitude e na fase do campo elétrico do laser [30]. A Figura 2.4 apresenta um diagrama fasorial do campo óptico descrito por (2.1) que ilustra esse efeito.



**Figura 2.4** – Modelo fasorial mostrando o efeito dos fótons emitidos espontaneamente na fase do campo elétrico do laser (adaptado de [29]).

No diagrama, o campo do laser com intensidade  $E_0$  e fase  $\phi$  é mostrado. Quando um fóton é emitido espontaneamente, há uma variação na fase e na amplitude, ocasionados pelo fasor com diferença de fase  $\varphi_i$  com relação ao fasor principal, representando a alteração causada pelo  $i$ -ésimo evento de emissão espontânea. Ao somar os dois fasores, o fasor resultante apresenta variações instantâneas de intensidade ( $\Delta E_{0i}$ ) e de fase ( $\Delta\phi_i$ ).

Dessa forma, considerando os efeitos de flutuação de fase e amplitude surgidos dos eventos de emissão espontânea e utilizando a notação apresentada no diagrama fasorial da Figura 2.4, a Equação (2.1) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
E(t) &= (E_0 + \Delta E_0(t)) \cdot e^{j[\omega_0 t + \phi + \Delta\phi(t)]} + (E_0 + \Delta E_0(t))^* \cdot e^{-j[\omega_0 t + \phi + \Delta\phi(t)]} \\
&= 2\text{Re} \left\{ (E_0 + m(t)) \cdot e^{j[\omega_0 t + \theta(t) + \phi]} \right\} \\
&= 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi),
\end{aligned} \tag{2.2}$$

em que  $m(t) = \Delta E_0(t)$  e  $\theta(t) = \Delta\phi(t)$  são, respectivamente, as flutuações de intensidade e de fase devido à emissão espontânea, modeladas como processos estocásticos, estacionários no sentido amplo com média zero e independentes entre si. Assume-se também que a variação de  $m(t)$ , e de  $\theta(t)$ , é lenta com relação à frequência de oscilação do laser  $\omega_0$ .

### 2.2.2 – Autocorrelação do laser considerando ruído de amplitude e de fase

Por definição, a autocorrelação do campo eletromagnético do laser é dada por

$$R_E(\tau) = \mathbb{E}[E(t)E^*(t + \tau)], \tag{2.3}$$

sendo  $\mathbb{E}[\cdot]$  o operador valor esperado.

Substituindo a Equação (2.2) em (2.3) obtém-se

$$\begin{aligned}
R_E(\tau) &= \mathbb{E} \left[ 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \right. \\
&\quad \left. \cdot 2(E_0 + m(t + \tau)) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right].
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Como  $m(t)$  e  $\theta(t)$  são independentes<sup>1</sup> e têm média nula, e usando as identidades trigonométricas

<sup>1</sup> $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$ , se  $X$  e  $Y$  forem variáveis aleatórias independentes.

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) + \cos(x + y)] \quad \text{e} \quad (2.5a)$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \text{sen } x \cdot \text{sen } y, \quad (2.5b)$$

então,

$$\begin{aligned} R_E(\tau) &= \mathbb{E} \left[ 4(E_0 + m(t)) \cdot (E_0 + m(t + \tau)) \right] \\ &\quad \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right] \\ &= \mathbb{E} \left[ 4E_0^2 + 4E_0 m(t) + 4E_0 m(t + \tau) + 4m(t)m(t + \tau) \right] \\ &\quad \cdot \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right. \\ &\quad \left. + \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \theta(t) + 2\phi) \right] \\ &= \left( \mathbb{E}[2E_0^2] + \mathbb{E}[2E_0 m(t)] + \mathbb{E}[2E_0 m(t + \tau)] + \mathbb{E}[2m(t)m(t + \tau)] \right) \\ &\quad \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\ &\quad \left. + \mathbb{E} \left[ \cos(2\omega_0 t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \theta(t)) \right] \right. \\ &\quad \left. - \mathbb{E} \left[ \text{sen}(2\omega_0 t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \theta(t)) \right] \right). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Como o valor esperado de uma constante é a própria constante, então  $\mathbb{E}[2E_0^2] = 2E_0^2$ . Sendo  $m(t)$  estacionário no sentido amplo com média nula, então  $\mathbb{E}[2E_0 m(t)] = \mathbb{E}[2E_0 m(t + \tau)] = 0$ . Por fim, como  $\mathbb{E}[\cos(2\omega_0 t + 2\phi)] = \mathbb{E}[\text{sen}(2\omega_0 t + 2\phi)] = 0$ , a Equação (2.6) pode ser reescrita como

$$R_E(\tau) = (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right], \quad (2.7)$$

em que  $R_M(\tau)$  é a função de autocorrelação de  $m(t)$ .



Para uma análise completa, deve-se considerar diferentes potências do ruído de fase no laser. Nessa análise foram considerados três casos:

- a) ruído de fase com baixa variância;
- b) ruído de fase com média variância;
- c) ruído de fase com alta variância.

Para cada um desses casos, a autocorrelação e a densidade espectral de potência são obtidos a partir da Equação (2.7).

### 2.2.3 – Caso I: Ruído de fase com baixa variância

Expandindo a Equação (2.7), usando a identidade trigonométrica descrita em (2.5b), obtém-se

$$\begin{aligned}
 R_E(\tau) = & \left(2E_0^2 + 2R_M(\tau)\right) \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau) \cdot \cos(\theta(t+\tau) - \theta(t)) \right] \\
 & - \left(2E_0^2 + 2R_M(\tau)\right) \cdot \mathbb{E} \left[ \sin(\omega_0\tau) \cdot \sin(\theta(t+\tau) - \theta(t)) \right].
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

As funções cosseno e seno podem ser representadas por expansões em série de Taylor, da seguinte forma

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \tag{2.9a}$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \cdot x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \tag{2.9b}$$

Como esse caso contempla o ruído de fase com baixa variância, uma boa aproximação para os termos com cosseno e seno na Equação (2.8) considera apenas os dois primeiros termos da representação em série de Taylor. A equação pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
R_E(\tau) &= (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ 1 - \frac{\gamma^2}{2} \right] - \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau) \right] \cdot \mathbb{E} [\gamma] \right) \\
&= (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \left( \cos(\omega_0\tau) \cdot \mathbb{E} \left[ 1 - \frac{\gamma^2}{2} \right] - \text{sen}(\omega_0\tau) \cdot \mathbb{E} [\gamma] \right),
\end{aligned} \tag{2.10}$$

em que  $\gamma = \theta(t + \tau) - \theta(t)$ .

Sendo o ruído de fase  $\theta(t)$  um processo estocástico estacionário no sentido amplo, seus valores esperados não mudam ao longo do tempo. Assim,

$$\mathbb{E} [\gamma] = \mathbb{E} [\theta(t + \tau)] - \mathbb{E} [\theta(t)] = 0. \tag{2.11}$$

Logo,  $R_E(\tau)$  pode ser escrito como

$$R_E(\tau) = (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \left( 1 - \mathbb{E} \left[ \frac{\gamma^2}{2} \right] \right) \cdot \cos(\omega_0\tau). \tag{2.12}$$

Expandindo o termo  $\mathbb{E} \left[ \frac{\gamma^2}{2} \right]$  da Equação (2.12), obtém-se

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left[ \frac{\gamma^2}{2} \right] &= \mathbb{E} \left[ \frac{\theta^2(t + \tau)}{2} - \theta(t)\theta(t + \tau) + \frac{\theta^2(t)}{2} \right] \\
&= \mathbb{E} \left[ \frac{\theta^2(t + \tau)}{2} \right] - \mathbb{E} [\theta(t)\theta(t + \tau)] + \mathbb{E} \left[ \frac{\theta^2(t)}{2} \right] \\
&= R_\theta(0) - R_\theta(\tau),
\end{aligned} \tag{2.13}$$

porque, das propriedades das funções de autocorrelação de um sinal estacionário,

$$\mathbb{E} \left[ \frac{\theta^2(t)}{2} \right] = \mathbb{E} \left[ \frac{\theta^2(t + \tau)}{2} \right] = \frac{R_\theta(0)}{2}. \tag{2.14}$$

Substituindo o resultado da Equação (2.13) na Equação (2.12), obtém-se

$$R_E(\tau) = (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot (1 - R_\theta(0) + R_\theta(\tau)) \cdot \cos(\omega_0\tau), \tag{2.15}$$

sendo  $R_\theta(\tau)$  a autocorrelação do ruído de fase  $\theta(t)$ .

O teorema de Wiener-Khintchine estabelece que a densidade espectral de potência de um processo estocástico estacionário no sentido amplo é dada pela transformada de Fourier da função de autocorrelação desse processo [43]. Assim,

$$S_E(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_E(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \mathcal{F}\{R_E(\tau)\}, \quad (2.16)$$

em que  $\mathcal{F}\{\cdot\}$  representa a transformada de Fourier.

Dessa forma, a densidade espectral de potência do laser para o caso em que o ruído de fase tem uma baixa variância é dada por

$$\begin{aligned} S_E(\omega) &= 2\pi E_0^2 (1 - 2R_\theta(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \\ &+ 2E_0^2 (S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0)) \\ &+ 2(1 - 2R_\theta(0)) \cdot (S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0)) \\ &+ \frac{1}{\pi} (S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0)) * (S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0)), \end{aligned} \quad (2.17)$$

em que  $S_M(\omega)$  representa a densidade espectral de potência do ruído de amplitude,  $S_\theta(\omega)$  representa a densidade espectral de potência do ruído de fase,  $\delta(\omega)$  é a função impulso e o símbolo  $*$  denota convolução.

A Equação (2.17) mostra que tanto flutuações de fase, quanto flutuações de amplitude contribuem para o alargamento do espectro, o que é indicado pela convolução presente no quarto termo de equação.

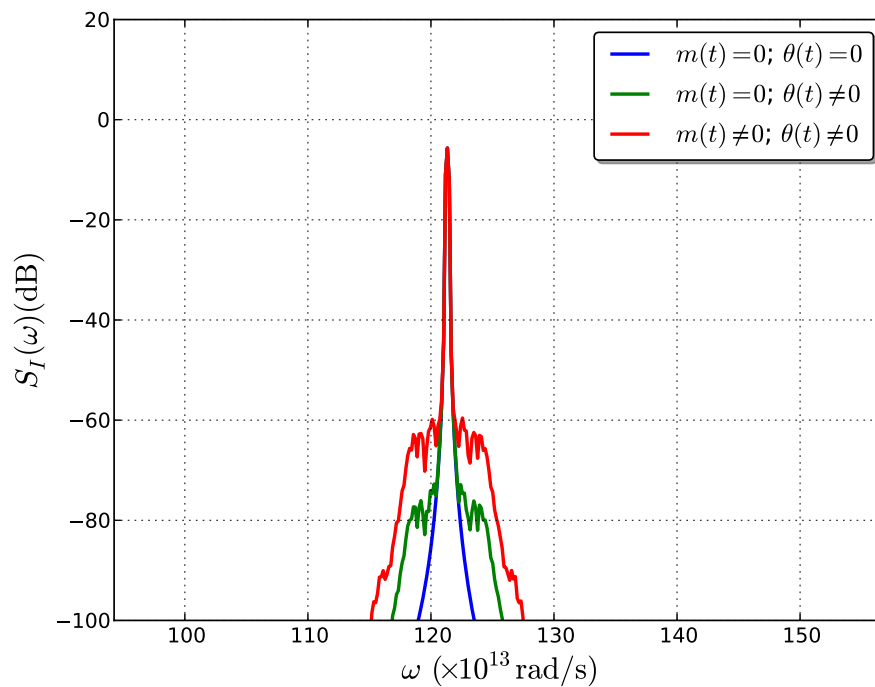
É interessante perceber que, caso a flutuação de amplitude seja considerada insignificante comparada à flutuação de fase, a Equação (2.17) reduz-se à

$$\begin{aligned} S_E(\omega) &= 2\pi E_0^2 (1 - 2R_\theta(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \\ &+ 2E_0^2 (S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0)), \end{aligned} \quad (2.18)$$

que é similar a expressão encontrada por Alencar em [28], para o caso de ruído de fase com baixa potência e atraso  $t_d$  muito maior que o tempo de coerência do laser.

A Figura 2.5 mostra os gráficos da densidade espectral de potência para um feixe óptico gerado por um laser sem oscilações de fase e amplitude,  $m(t) = 0$  e  $\theta(t) = 0$ , um laser cujas flutuações de fase são mais consideráveis do que as de

amplitude ( $m(t) = 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ), conforme descrito pela Equação (2.18), e um laser que possui flutuações de amplitude e fase importantes ( $m(t) \neq 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ) no espectro descrito pela Equação (2.17), considerando em todos os casos que o ruído de fase tem baixa variância. É possível ver que, para esse caso, o formato do espectro do laser aproxima-se de uma curva do tipo  $1/f^2$ , descrevendo um espectro lorentziano. Considerou-se uma distribuição de probabilidade gaussiana tanto para as flutuações de intensidade quanto de fase.



**Figura 2.5** – Densidade espectral de potência considerando ruído de fase de baixa potência para um laser sem oscilações de fase e amplitude,  $m(t) = 0$  e  $\theta(t) = 0$ , um laser cujas flutuações de fase são mais consideráveis do que as de amplitude ( $m(t) = 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ) e um laser que possui flutuações de amplitude e fase importantes ( $m(t) \neq 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ).

#### 2.2.4 – Caso II: Ruído de fase com média variância

Nesse caso, o aumento na variância do ruído de fase leva ao uso de mais termos na expansão em série de Taylor dos senos e cossenos na Equação (2.8). Considerando que a largura de banda do laser não excede quatro vezes a largura de banda do ruído de fase, o que possibilita negligenciar todos os termos de ordem superior a quatro da expansão em série mostrada na Equação (2.9) [44], tem-se

$$\begin{aligned}
R_E(\tau) &= (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ 1 - \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma^4}{24} \right] \\
&\quad - (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \gamma - \frac{\gamma^3}{6} \right] \\
&= (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \mathbb{E} \left[ 1 - \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma^4}{24} \right] \cdot \cos(\omega_0\tau),
\end{aligned} \tag{2.19}$$

em que  $\gamma = \theta(t + \tau) - \theta(t)$ . Os termos da expansão seno desaparecem pelo fato de serem momentos conjuntos de ordem ímpar [45].

Considerando que o ruído de fase possui uma distribuição gaussiana, é possível simplificar a Equação (2.19) usando a propriedade [43]

$$\mathbb{E} [x^n] = \begin{cases} (n-1)\sigma^n, & \text{para } n \text{ par} \\ 0, & \text{para } n \text{ ímpar.} \end{cases} \tag{2.20}$$

Dessa forma, pode-se afirmar que

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left[ \frac{\gamma^4}{24} \right] &= \frac{3}{24} \sigma^4 = \frac{1}{8} \left( \mathbb{E} [\gamma^2] \right)^2 \\
&= \frac{1}{8} [4R_\theta^2(0) + 4R_\theta^2(\tau) - 8R_\theta(0)R_\theta(\tau)] \\
&= \frac{R_\theta^2(0)}{2} + \frac{R_\theta^2(\tau)}{2} - R_\theta(0)R_\theta(\tau),
\end{aligned} \tag{2.21}$$

e assim, reescrever a equação como

$$R_E(\tau) = (E_0^2 + R_M(\tau)) \cdot \left( 2 + 2R_\theta(\tau) - 2R_\theta(0) + [R_\theta(\tau) - R_\theta(0)]^2 \right) \cdot \cos(\omega_0\tau). \tag{2.22}$$

Do teorema de Wiener-Kintchine, a densidade espectral de potência para o caso que considera ruído de fase com potência média é dada por

$$\begin{aligned}
S_E(\omega) = & \pi \left( 2E_0^2 - 2E_0^2 R_\theta(0) + E_0^2 R_\theta^2(0) \right) \cdot \left( \delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \right) \\
& + \left( 2 - 2R_\theta(0) + R_\theta^2(0) \right) \cdot \left( S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0) \right) \\
& + \left( 2E_0^2 - 2E_0^2 R_\theta(0) \right) \cdot \left( S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0) \right) \\
& + \frac{1}{\pi} \left( 1 - 1R_\theta(0) \right) \cdot \left( \left( S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0) \right) \right. \\
& \quad \left. * \left( S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0) \right) \right) \\
& + \frac{1}{4\pi^2} \left( E_0^2 + S_M(\omega - \omega_0) \right) * \left( \left( S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0) \right) \right. \\
& \quad \left. * \left( S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0) \right) \right), \tag{2.23}
\end{aligned}$$

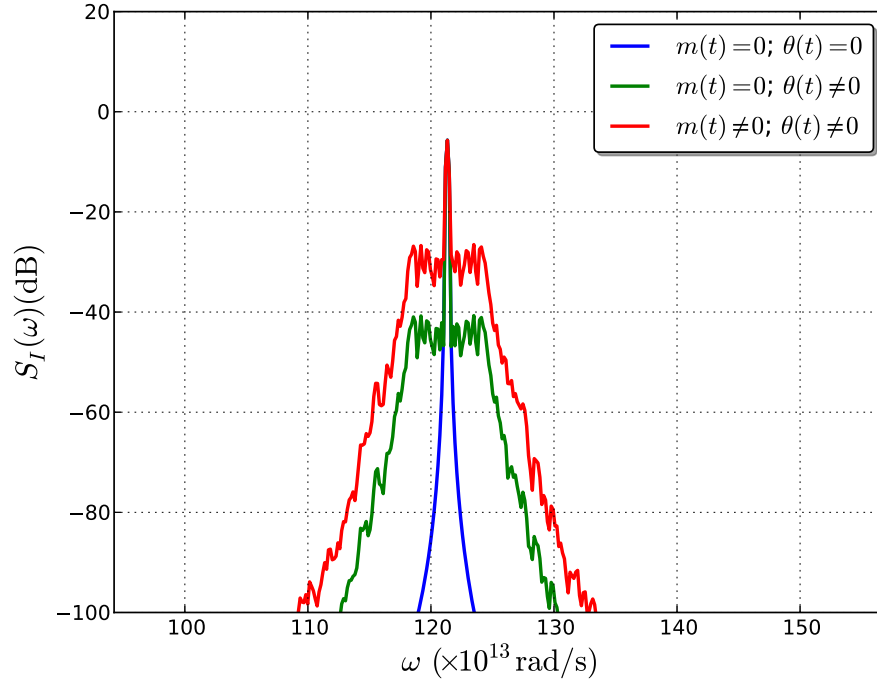
em que  $S_M(\omega)$  representa a densidade espectral de potência do ruído de amplitude,  $S_\theta(\omega)$  representa a densidade espectral de potência do ruído de fase,  $\delta(\omega)$  é a função impulso e o símbolo  $*$  denota convolução.

É interessante enfatizar que as Expressões (2.22) e (2.23) são válidas para ruído de fase com distribuição gaussiana, tendo em vista a consideração feita em (2.20) para simplificar a Equação (2.19).

A Figura 2.6 mostra os gráficos da densidade espectral de potência para um laser sem oscilações de fase e amplitude,  $m(t) = 0$  e  $\theta(t) = 0$ , um laser cujas flutuações de fase são mais consideráveis do que as de amplitude ( $m(t) = 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ) e um laser que possui flutuações de amplitude e fase importantes ( $m(t) \neq 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ), como descrito pela Equação (2.23), todos os casos considerando o ruído de fase com média variância. O alargamento dos espectros é provocado pelas operações de convolução dos quarto e quinto termos da equação. Foram consideradas distribuições de probabilidade gaussiana para as flutuações de intensidade e de fase.

### 2.2.5 – Caso III: Ruído de fase com alta variância

A incorporação de mais termos na representação em série de Taylor discutida na seção anterior permite obter a função de autocorrelação e a densidade espectral de potência para o caso do ruído de fase com alta variância. No entanto, um conjunto



**Figura 2.6** – Densidade espectral de potência considerando ruído de fase de média potência para um laser sem oscilações de fase e amplitude,  $m(t) = 0$  e  $\theta(t) = 0$ , um laser cujas flutuações de fase são mais consideráveis do que as de amplitude ( $m(t) = 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ) e um laser que possui flutuações de amplitude e fase importantes ( $m(t) \neq 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ).

grande termos dificulta a interpretação do resultado obtido.

Como alternativa, nesta seção é usada uma abordagem proposta por Alencar em [27] e usada em [28], em que é utilizado o teorema de Woodward, que afirma que a densidade espectral de potência de um sinal modulado em frequência com alto índice de modulação é determinada por sua função densidade de probabilidade [46].

Para esse caso é mais conveniente usar a fórmula de Euler e reescrever a Equação (2.7) como

$$\begin{aligned}
 R_E(\tau) = & \left( E_0^2 + R_M(\tau) \right) \cdot e^{j\omega_0\tau} \cdot \mathbb{E} \left[ e^{j(\theta(t+\tau) - \theta(t))} \right] \\
 & + \left( E_0^2 + R_M(\tau) \right) \cdot e^{-j\omega_0\tau} \cdot \mathbb{E} \left[ e^{-j \overbrace{(\theta(t+\tau) - \theta(t))}^{\textcircled{A}}} \right],
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

lembrando que  $\cos x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ .

Para simplificar o termo  $\textcircled{A}$ , uma possível abordagem é obter uma

aproximação usando um estimador linear [44].

Considerando o estimador de 1ª ordem, tem-se

$$\Delta\theta = \theta(t + \tau) - \alpha\theta(t). \quad (2.25)$$

Essa aproximação será satisfatória quando o erro  $\epsilon$  da estimação for mínimo, e o erro médio quadrático é dado por

$$\begin{aligned} \epsilon(t, \alpha) &= \mathbb{E}\left[\left(\Delta\theta\right)^2\right] = \mathbb{E}\left[\left(\theta(t + \tau) - \alpha\theta(t)\right)^2\right] \\ &= \mathbb{E}\left[\theta^2(t + \tau)\right] - 2\alpha\mathbb{E}\left[\theta(t)\theta(t + \tau)\right] + \alpha^2\mathbb{E}\left[\theta^2(t)\right] \\ &= R_\theta(0) - 2\alpha R_\theta(\tau) + \alpha^2 R_\theta(0). \end{aligned} \quad (2.26)$$

O erro mínimo ocorre quando sua derivada com relação a  $\alpha$  for igual a zero. Dessa forma,

$$\frac{\partial\epsilon(t, \alpha)}{\partial\alpha} = -2R_\theta(\tau) + 2\alpha R_\theta(0) = 0 \quad (2.27)$$

e então,

$$\alpha = \frac{R_\theta(\tau)}{R_\theta(0)}. \quad (2.28)$$

A autocorrelação para sinais com restrição de banda passante varia lentamente, de forma que  $R_\theta(\tau) \approx R_\theta(0)$ , para valores de  $\tau$  menores que o tempo de coerência do laser [27]. Assim, para um sinal com banda passante limitada, tem-se

$$\alpha = \frac{R_\theta(\tau)}{R_\theta(0)} \approx \frac{R_\theta(0)}{R_\theta(0)} = 1. \quad (2.29)$$

Nessas condições o termo  $\textcircled{A}$  se anula, de forma que (2.24) reduz-se à

$$R_E(\tau) = \left(E_0^2 + R_M(\tau)\right) \cdot e^{j\omega_0\tau} + \left(E_0^2 + R_M(\tau)\right) \cdot e^{-j\omega_0\tau}, \quad (2.30)$$

que leva em conta apenas a flutuação de amplitude, não sendo, portanto, uma boa aproximação.

Optando então por uma aproximação que usa um estimador médio quadrático de segunda ordem, a diferença  $\Delta\theta$  pode ser escrita como



$$\Delta\theta = \theta(t + \tau) - \alpha\theta(t) - \beta\theta'(t), \quad (2.31)$$

em que  $\theta'(t) = d\theta(t)/dt$ .

O erro médio quadrático é dado, então, por

$$\begin{aligned} \epsilon(t, \alpha, \beta) &= \mathbb{E} \left[ (\Delta\theta)^2 \right] = \mathbb{E} \left[ (\theta(t + \tau) - \alpha\theta(t) - \beta\theta'(t))^2 \right] \\ &= \mathbb{E} [\theta^2(t + \tau)] - 2\alpha\mathbb{E} [\theta(t)\theta(t + \tau)] + \alpha^2\mathbb{E} [\theta^2(t)] \\ &\quad - 2\beta\mathbb{E} [\theta'(t)\theta(t + \tau)] + \beta^2\mathbb{E} [(\theta'(t))^2] + 2\alpha\beta\mathbb{E} [\theta(t)\theta'(t)] \\ &= R_\theta(0) - 2\alpha R_\theta(\tau) + \alpha^2 R_\theta(0) - 2\beta R_{\theta'\theta}(\tau) + \beta^2 R_{\theta'}(0) + 2\alpha\beta R_{\theta\theta'}(0). \end{aligned} \quad (2.32)$$

O erro mínimo, neste caso, ocorre quando suas derivadas com relação a  $\alpha$  e a  $\beta$  são iguais a zero. Dessa forma,

$$\frac{\partial \epsilon(t, \alpha, \beta)}{\partial \alpha} = -2R_\theta(\tau) + 2\alpha R_\theta(0) + 2\beta R_{\theta'\theta}(0) = 0 \quad (2.33a)$$

$$\frac{\partial \epsilon(t, \alpha, \beta)}{\partial \beta} = -2R_{\theta'\theta}(\tau) + 2\beta R_{\theta'}(0) + 2\alpha R_{\theta\theta'}(0) = 0. \quad (2.33b)$$

Rearranjando as Equações (2.33a) e (2.33b) e tendo em conta que  $R_{\theta\theta'}(0) = 0$ , pois a autocorrelação tem um máximo na origem [44], obtém-se

$$\alpha = \frac{R_\theta(\tau)}{R_\theta(0)} \quad \text{e} \quad (2.34a)$$

$$\beta = \frac{R_{\theta'\theta}(\tau)}{R_{\theta'}(0)}. \quad (2.34b)$$

Com as mesmas considerações feitas anteriormente com relação à limitação da banda passante do ruído de fase e da variação lenta da função de autocorrelação, pode-se considerar

$$\alpha = \frac{R_\theta(\tau)}{R_\theta(0)} \approx \frac{R_\theta(0)}{R_\theta(0)} = 1. \quad (2.35)$$

Das propriedades da autocorrelação, tem-se que

$$R_{\theta'\theta}(\tau) = -R'_\theta(\tau) \quad (2.36)$$

Expandindo a derivada da autocorrelação em uma série de Taylor, obtém-se, considerando os termos mais significativos,

$$R'_\theta(\tau) \approx R'_\theta(0) + \tau R''_\theta(0) = \tau R''_\theta(0), \quad (2.37)$$

porque a autocorrelação tem um máximo na origem. Dessa forma,

$$R_{\theta'\theta}(\tau) = -\tau R''_\theta(0). \quad (2.38)$$

Como, das propriedades da função de autocorrelação,  $R_{x'}(\tau) = -R''_x(\tau)$  [43], então

$$R_{\theta'}(0) \approx -R''_\theta(0). \quad (2.39)$$

Assim, com as considerações apresentadas,

$$\beta = \frac{R_{\theta'\theta}(\tau)}{R_{\theta'}(0)} = \frac{-\tau R''_\theta(0)}{-R''_\theta(0)} = \tau. \quad (2.40)$$

Dessa forma, o termo  $\textcircled{A}$  da Equação (2.24) pode ser aproximado por

$$\textcircled{A} = \theta(t + \tau) - \theta(t) \approx \tau \theta'(t). \quad (2.41)$$

Assim, considerando agora a aproximação feita, a equação pode ser reescrita como

$$R_E(\tau) = (E_0^2 + R_M(\tau)) \cdot \left( e^{j\omega_0\tau} \cdot \mathbb{E} \left[ e^{j\tau\theta'(t)} \right] + e^{-j\omega_0\tau} \cdot \mathbb{E} \left[ e^{-j\tau\theta'(t)} \right] \right). \quad (2.42)$$

A função característica de uma variável aleatória é definida como

$$\Phi_X(\tau) = \mathbb{E} \left[ e^{j\tau x} \right] = \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) e^{j\tau x} dx, \quad (2.43)$$

em que  $p_X(x)$  é a função densidade de probabilidade do processo.

Dessa forma, a Equação (2.42) pode ser reescrita como

$$R_E(\tau) = (E_0^2 + R_M(\tau)) \cdot \left( e^{j\omega_0\tau} \cdot \Phi_{\theta'}(\tau) + e^{-j\omega_0\tau} \cdot \Phi_{\theta'}(-\tau) \right). \quad (2.44)$$

Com base no teorema de Wiener-Kintchine, e aplicando a transformada de Fourier à Equação (2.44), com uso da propriedade do deslocamento em frequência em conjunto com a propriedade de simetria, em que

$$F(t) \cdot e^{j\omega_c t} \leftrightarrow 2\pi f(\omega - \omega_c), \quad (2.45)$$

a densidade espectral de potência para o caso em que a variância do ruído de fase é alta pode ser escrita como

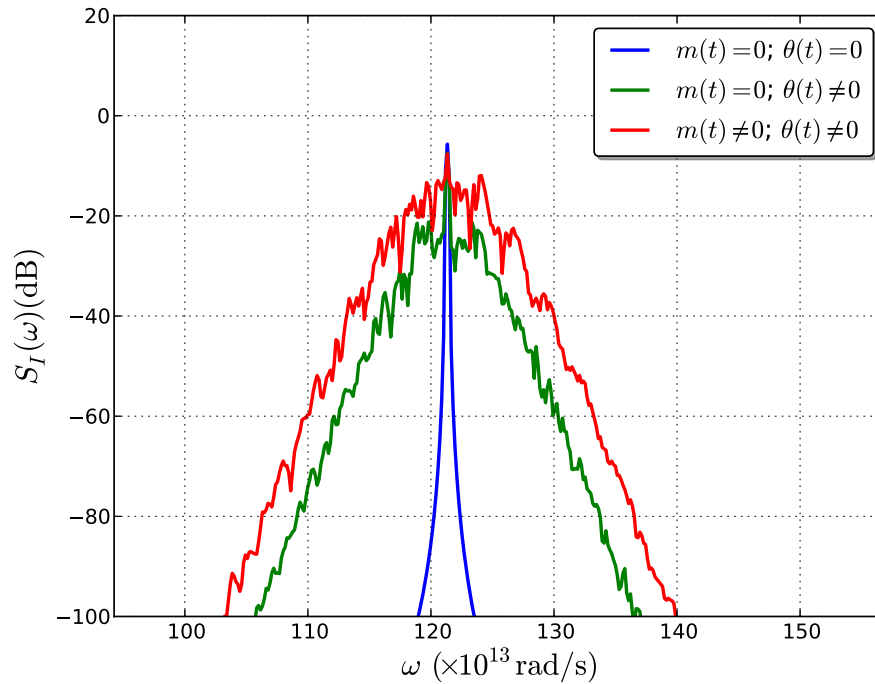
$$S_E(\omega) = 2\pi (E_0^2 + S_M(\omega)) * (p_{\theta'}(\omega - \omega_0) + p_{\theta'}(\omega + \omega_0)), \quad (2.46)$$

em que  $p_{\theta'}(\cdot)$  é a função densidade de probabilidade da derivada do ruído de fase e o símbolo  $*$  representa a operação de convolução.

A Figura 2.7 mostra os gráficos da densidade espectral de potência para um laser sem oscilações de fase e amplitude,  $m(t) = 0$  e  $\theta(t) = 0$ , um laser cujas flutuações de fase são mais elevadas do que as de amplitude ( $m(t) = 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ) e um laser que possui flutuações de amplitude e fase importantes ( $m(t) \neq 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ), com espectro descrito pela Equação (2.46). Todos os casos consideram o ruído de fase com alta variância com uma distribuição de probabilidade gaussiana tanto para as flutuações de intensidade quanto de fase.

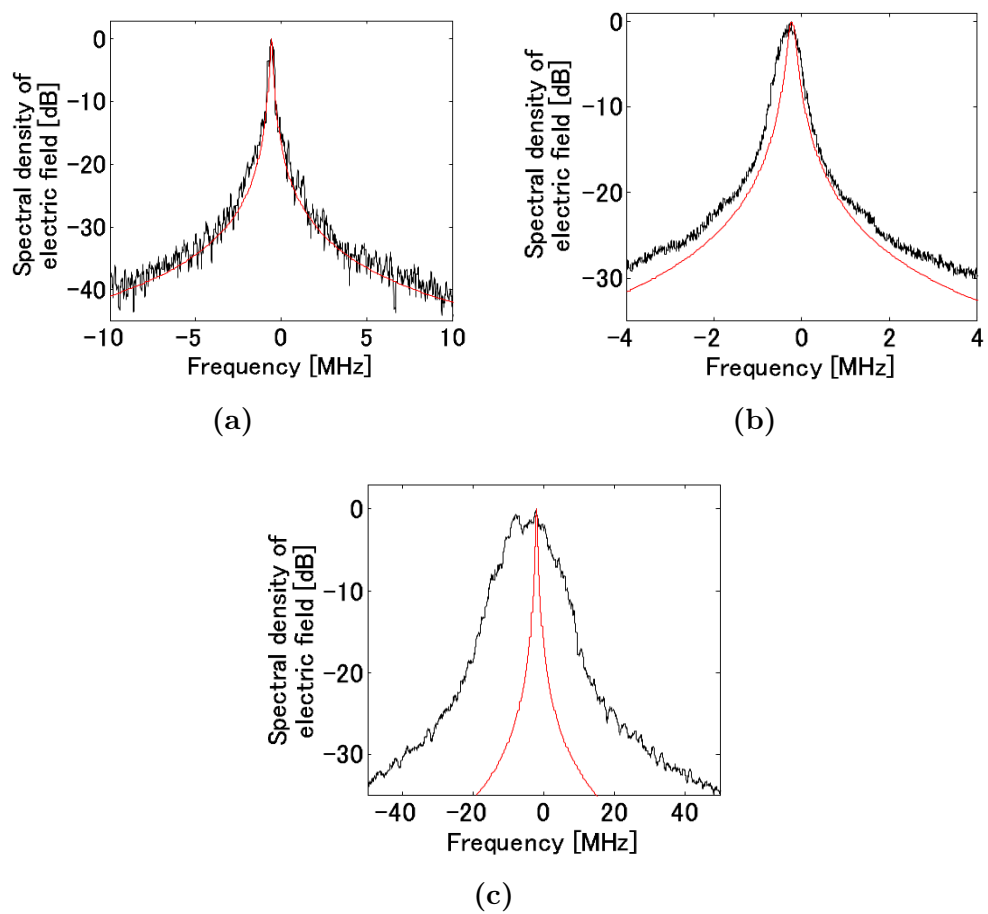
Para esse caso, conforme mostra a Equação 2.46, o formato do espectro do laser converge para a função densidade de probabilidade da derivada do ruído de fase. Isso significa que, para uma distribuição gaussiana do ruído de fase, o formato do espectro do laser também será gaussiano. Esse resultado está em concordância com os resultados experimentais de [40] e [41] e explica o formato gaussiano encontrado no espectro observado em [42], além de explicar, por causa da convolução, o porque do espectro ter duas vezes a largura de linha esperada.

O comportamento do espectro do laser considerando variações de fase e amplitude é observado também em experimentos mais recentes. A Figura 2.8 (reproduzida de [23] com autorização do autor) mostra espectro medido na caracterização de um laser com realimentação distribuída com largura de linha estreita, operando em torno de 1550 nm. A medição foi feita utilizando o método



**Figura 2.7** – Densidade espectral de potência considerando ruído de fase de alta potência para um laser sem oscilações de fase e amplitude,  $m(t) = 0$  e  $\theta(t) = 0$ , um laser cujas flutuações de fase são mais elevadas do que as de amplitude ( $m(t) = 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ) e um laser que possui flutuações de amplitude e fase importantes ( $m(t) \neq 0$  e  $\theta(t) \neq 0$ ).

DSHD. É possível observar que os casos considerados no modelo apresentado nesse capítulo explicam satisfatoriamente tanto a variação na largura de linha quanto o formato do espectro apresentados.



**Figura 2.8** – Espectro de um laser com realimentação distribuída com largura de linha estreita, operando em torno de 1550nm. A medição foi feita utilizando o método DSHD (reproduzida de [23] com autorização do autor)

### 2.3 – Considerações Finais

O principal objetivo deste capítulo é apresentar uma nova abordagem analítica para a caracterização do espectro do sinal gerado por laser, considerando como significativas as flutuações de amplitude e de fase ocorridas como efeito de eventos de emissão espontânea do laser. Uma formulação teórica para a função de autocorrelação e a densidade espectral de potência é apresentada, usando processos estocásticos e baseada nos trabalhos de Alencar [27] [28]. O modelo considera três casos, ruído de fase com baixa, média e alta variância, e é independente da distribuição de probabilidade dos ruídos de amplitude ou de fase, sendo, por isso, generalista. Os resultados teóricos casam com resultados experimentais apresentados na literatura.

O modelo proposto é útil para avaliar o espectro de um laser em diversos arranjos, como na montagem de amplificadores em linha para a avaliação dos efeitos de ruído de emissão espontânea amplificada, a avaliação de efeitos dispersivos e não lineares da fibra óptica ou na descrição do espectro de sinais ópticos modulados. Esse último caso é objeto de estudo no próximo capítulo.

## Espectro de Sinais Modulados Considerando Ruído de Amplitude e Fase do Laser

Neste capítulo, o modelo desenvolvido no Capítulo 2 é estendido para sinais ópticos modulados. A partir da descrição e caracterização do mais versátil modulador externo usado em sistemas de comunicações ópticas com altas taxas de transmissão, o modulador Mach-Zehnder [31], são deduzidas expressões para a função de autocorrelação e para a densidade espectral de potência, considerando os casos tratados no capítulo anterior, para o laser modulado por um único modulador Mach-Zehnder e por uma estrutura em quadratura usando moduladores em paralelo.

### 3.1 – Modelo Geral do Modulador Mach-Zehnder

O índice de refração de alguns materiais pode ser modificado proporcionalmente à tensão elétrica aplicada. Esses materiais são chamados de eletro-ópticos e o efeito é conhecido como efeito eletro-óptico linear, ou efeito Pockels [48].

Uma aplicação direta desse efeito é a construção de moduladores em fase usando guias de onda com materiais eletro-ópticos. A tensão aplicada modula o índice de refração do material do guia de onda, gerando um deslocamento de fase no campo óptico que se propaga. Esse mesmo princípio pode ser usado para gerar modulação em amplitude usando estruturas interferométricas [49].

Uma das principais estruturas de moduladores usando o efeito eletro-óptico linear é a de um interferômetro Mach-Zehnder usando material eletro-óptico nos ramos da estrutura, como ilustrado na Figura 3.1. Ela é formada por um guia de onda que possui um divisor na entrada, distribuindo o campo óptico para dois ramos, cada qual possuindo material eletro-óptico que provoca deslocamentos de fase  $\psi_1$  e  $\psi_2$  no sinal óptico, que dependem, respectivamente, das tensões  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$  aplicadas aos eletrodos ligados em cada ramo do modulador. Os campos ópticos resultantes dos dois ramos são lançados em um combinador ligado à saída do modulador. Assume-se que as razões de divisão e combinação das potências nas

junções são, respectivamente,  $a$  e  $b$  e as perdas experimentadas pelo campo óptico nos ramos superior e inferior da estrutura, incluindo as perdas nas junções Y, são descritas por  $\rho_1$  e  $\rho_2$ , respectivamente [31] [50].

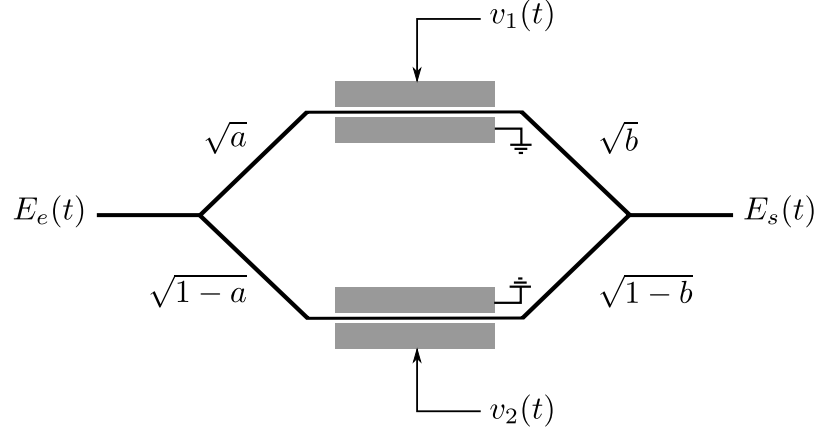


Figura 3.1 – Estrutura geral de um modulador Mach-Zehnder.

O campo na saída do modulador,  $E_s(t)$ , é a soma das contribuições dos ramos superior e inferior. Assim,

$$E_s(t) = E_e(t) \cdot \left( \rho_1 \sqrt{a} \sqrt{b} \cdot e^{-j\psi_1} + \rho_2 \sqrt{1-a} \sqrt{1-b} \cdot e^{-j\psi_2} \right), \quad (3.1)$$

ou ainda,

$$E_s(t) = E_e(t) \cdot e^{-j\bar{\psi}} \cdot \left( A \cdot e^{-j\Delta\psi/2} + B \cdot e^{-j\Delta\psi/2} \right), \quad (3.2)$$

em que  $E_e(t)$  é o campo óptico na entrada do modulador,

$$A = \rho_1 \sqrt{a} \sqrt{b}, \quad (3.3a)$$

$$B = \rho_2 \sqrt{1-a} \sqrt{1-b}, \quad (3.3b)$$

$$\Delta\psi = \psi_1 - \psi_2 \text{ e} \quad (3.3c)$$

$$\bar{\psi} = \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}. \quad (3.3d)$$

Expandindo a Equação (3.2), obtém-se



$$\begin{aligned}
E_s(t) = E_e(t) \cdot e^{-j\bar{\psi}} \cdot \left( A \cdot \left[ \cos\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right) - j\text{sen}\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right) \right] \right. \\
\left. + B \cdot \left[ \cos\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right) + j\text{sen}\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right) \right] \right),
\end{aligned} \tag{3.4}$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
E_s(t) = E_e(t) \cdot e^{-j\bar{\psi}} \cdot \left[ (A + B) \cdot \cos\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right) + j(B - A) \cdot \text{sen}\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right) \right] \\
= E_e(t) \cdot e^{-j(\bar{\psi} + \eta)} \cdot \sqrt{(A + B)^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right) + (B - A)^2 \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\Delta\psi}{2}\right)},
\end{aligned} \tag{3.5}$$

em que

$$\eta = \tan^{-1} \left[ \left( \frac{B - A}{A + B} \right) \cdot \left( \frac{\text{sen}(\Delta\psi/2)}{\cos(\Delta\psi/2)} \right) \right] = \tan^{-1} \left[ \left( \frac{B - A}{A + B} \right) \cdot \tan(\Delta\psi/2) \right]. \tag{3.6}$$

Os deslocamentos de fase nos ramos superior e inferior da estrutura,  $\psi_1$  e  $\psi_2$ , podem ser expressos em função das tensões aplicadas,  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$ , como

$$\phi_1(t) = \pi \frac{v_1(t)}{V_\pi} \quad \text{e} \tag{3.7a}$$

$$\phi_2(t) = \pi \frac{v_2(t)}{V_\pi}, \tag{3.7b}$$

em que  $V_\pi$ , chamada de tensão de meia onda, quando aplicada aos eletrodos do material eletro-óptico, provoca um deslocamento de fase de  $\pi$  ( $180^\circ$ ).

A tensão aplicada a cada ramo da estrutura possui uma componente DC e uma AC, descritas como

$$v_1(t) = V_{pp,1} \cdot g_1(t) + V_{dc,1} \quad e \quad (3.8a)$$

$$v_2(t) = V_{pp,2} \cdot g_2(t) + V_{dc,2}, \quad (3.8b)$$

em que  $V_{pp,i}$  é a tensão pico-a-pico do sinal aplicado ao ramo  $i$  e  $g_i(t)$  é o sinal elétrico a ser modulado.

É possível assumir, por uma questão de simplicidade, sem que haja fuga da realidade, que a potência se divide e se combina em proporções praticamente iguais ( $a = b = 1/2$ ) e que as perdas experimentadas nos dois ramos são praticamente iguais ( $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ), de forma que  $A = B = \rho/2$  [51] [48]. Assim, substituindo (3.8a) e (3.8b) em (3.7a) e (3.7b), respectivamente, e substituindo o resultado na Equação (3.5), obtém-se

$$E_s(t) = E_e(t) \cdot e^{-j\bar{\psi}(t)} \cdot \rho \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2V_\pi} \cdot \left[V_{dc,1} - V_{dc,2} + V_{pp,1} \cdot g_1(t) - V_{pp,2} \cdot g_2(t)\right]\right), \quad (3.9)$$

sendo

$$\bar{\psi}(t) = \frac{\pi}{2V_\pi} \cdot \left[V_{dc,1} + V_{dc,2} + V_{pp,1} \cdot g_1(t) + V_{pp,2} \cdot g_2(t)\right]. \quad (3.10)$$

A potência na saída do modulador Mach-Zehnder, portanto, depende da diferença entre as tensões DC nos ramos,  $\Delta V_{dc} = V_{dc,1} - V_{dc,2}$ , referida como tensão de polarização do modulador, e da diferença entre os sinais de acionamento,  $\Delta v_{ac} = V_{pp,1} \cdot g_1(t) - V_{pp,2} \cdot g_2(t)$ . Isso garante a versatilidade do uso desse modulador para diversos formatos de modulação em sistemas de comunicação óptica.

No entanto, como mostrado na Equação (3.10),  $\bar{\psi}(t)$  é uma função do tempo. Tal característica é responsável pelo efeito de gorjeio (*chirp*) em sinais ópticos<sup>1</sup>. Geralmente considera-se que o gorjeio deve ser evitado para transmissões de longa distância e com altas taxas, visto que ele provoca alargamento no espectro do sinal óptico, diminuindo sua tolerância à dispersão e limitando a eficiência espectral [2], [1]. Conseqüentemente, uma operação livre de gorjeio é uma característica desejada para qualquer processo de modulação em sistema ópticos de alta taxa de transmissão. A Figura 3.2 ilustra o efeito do gorjeio sobre um pulso óptico, no qual são perceptíveis

<sup>1</sup>Algumas intempéries não lineares da fibra óptica também podem ocasionar gorjeio no sinal óptico. No entanto, nesse trabalho, tais efeitos não são considerados.

o alargamento do pulso e a variação de fase.

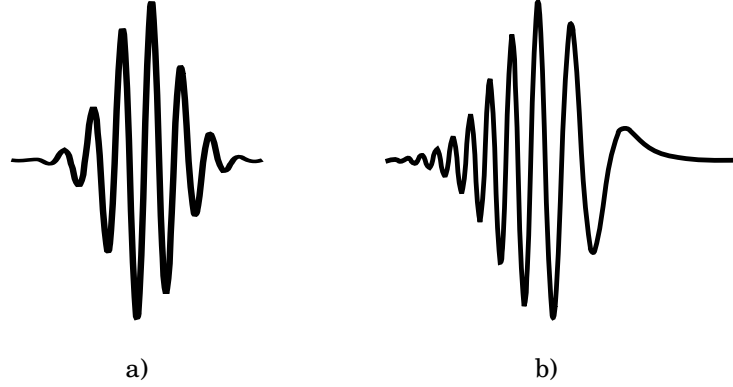


Figura 3.2 – a) Pulso óptico sem efeito de gorjeio. b) Pulso óptico com efeito de gorjeio.

Para garantir a operação livre de gorjeio, a fase do sinal, descrita em (3.10), deve ser independente do tempo. Isso só é possível se for satisfeita a condição

$$V_{pp,1} \cdot g_1(t) + V_{pp,2} \cdot g_2(t) = 0. \quad (3.11)$$

Se os dois sinais aplicados aos ramos superior e inferior do MZM tiverem as mesmas tensões de pico-a-pico,  $V_{pp,1} = V_{pp,2}$ , essa condição pode ser reescrita como

$$g_1(t) = -g_2(t). \quad (3.12)$$

Essa condição é geral para a operação livre de gorjeio, independente dos sinais  $g_1(t)$  e  $g_2(t)$  serem analógicos ou digitais. Ela pode ser conseguida se o sinal a ser transmitido for aplicado a um dos ramos, enquanto um sinal invertido, comumente referido como sinal complementar, for aplicado ao segundo ramo. Nesse caso, o modulador passa a operar com um único eletrodo, para receber o sinal, e uma derivação desse eletrodo ligada a um inversor de fase, em uma configuração do modulador Mach-Zehnder conhecida como *push-pull* [50] [51].

Considerando esse arranjo, a Equação (3.9) pode ser reescrita como

$$E_s(t) = E_i(t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2V_\pi} \cdot \left[\Delta V_{dc} + 2V_{pp} \cdot g(t)\right]\right), \quad (3.13)$$

em que  $E_i(t) = E_e(t) \cdot \rho \cdot e^{-j\psi}$  e  $\psi = \frac{\pi}{2V_\pi} \cdot [V_{dc,1} + V_{dc,2}]$ .

### 3.2 – Espectro do Sinal Óptico Modulado Usando um Modulador Simples

O arranjo mais básico de operação de um modulador Mach-Zehnder livre de gorjeio, com a configuração *push-pull*, é ilustrado pela Figura 3.3, com o qual é possível gerar sinais banda base com e sem retorno ao zero, implementar modulação em intensidade, usando, por exemplo, OOK (*On-Off Keying*), ou em fase binária, fazendo valores 0 ou  $\pi$ , como, por exemplo, BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) [52] [50].

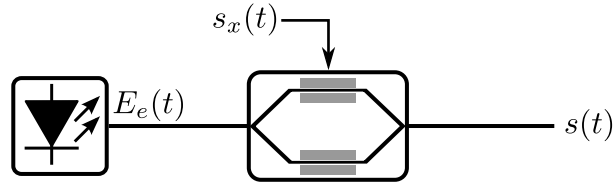


Figura 3.3 – Modulação usando um único modulador Mach-Zehnder.

Se o modulador Mach-Zehnder for polarizado na condição  $V_{dc,1} = V_{dc,2} = V_\pi$ , conhecida como condição de polarização no ponto nulo [50], e as perdas experimentadas nos dois ramos forem consideradas desprezíveis ( $\rho = 1$ ), então, usando a Equação (3.13),

$$\begin{aligned}
 s(t) &= E_e(t) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_X(t)\right) \\
 &= 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_X(t)\right) \quad (3.14) \\
 &= 2 \cdot v(t) (E_0 + m(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi)
 \end{aligned}$$

em que  $s_X(t)$  é o sinal elétrico digital a ser modulado<sup>2</sup>,  $E_e(t)$  é campo óptico do laser, definido pela Equação (2.2),

$$v(t) = \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_X(t)\right) \quad (3.15)$$

e  $s_X(t)$ ,  $m(t)$  e  $\theta(t)$  são independentes entre si.

#### 3.2.1 – Autocorrelação do sinal na saída do modulador

A função de autocorrelação para a portadora modulada é dada por

<sup>2</sup>Nesse trabalho serão considerados somente esquemas de modulação digitais.

$$R_S(\tau) = \mathbb{E}[s(t)s(t + \tau)]. \quad (3.16)$$

Substituindo a Equação (3.14) em (3.16) e usando o resultado obtido na Equação (2.7), obtém-se

$$\begin{aligned} R_S(\tau) &= \mathbb{E} \left[ 2 \cdot v(t) (E_0 + m(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \right. \\ &\quad \left. \cdot 2 \cdot v(t + \tau) (E_0 + m(t + \tau)) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right] \\ &= \mathbb{E}[v(t)v(t + \tau)] \cdot \mathbb{E} \left[ 2 \cdot (E_0 + m(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \right. \\ &\quad \left. \cdot 2 \cdot (E_0 + m(t + \tau)) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right] \\ &= R_V(\tau) \cdot (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right], \end{aligned} \quad (3.17)$$

em que  $R_V(\tau)$  é a função de autocorrelação do sinal  $v(t)$ .

O sinal mostrado na Equação (3.15) assemelha-se à envoltória complexa de um sinal com modulação em fase contínua (CPM – *Continuous Phase Modulation*) [53]. A literatura apresenta diversas abordagens para a determinação da autocorrelação e da densidade espectral de potência do sinal gerado por esse tipo de modulação, com destaque para a proposta de Aulin *et. al.* [54] [55], com adaptações feitas por Proakis [53], que trata de um método de cálculo numérico, independente do formato do pulso, do índice de modulação ou do nível de modulação do sinal digital modulante, para a proposta de Prabhu e Rowe [56] [57], que desenvolvem um método matricial para o cálculo e para a proposta de Laurent [58], que apresenta um método baseado na representação de sinais CPM como uma superposição de pulsos modulados em amplitude.

Neste trabalho é sugerida uma nova abordagem, baseada nas aproximações discutidas no trabalho de Alencar [27] que inspirou o modelo do ruído de fase discutido no Capítulo 2. Para esse modelo, considera-se que o sinal digital modulante tem seu espectro limitado à uma frequência  $\omega_X$ . Essa aceitação é válida para sinais CPM com resposta completa, nos quais o índice de modulação  $h = 2f_d T_b \leq 1$ , sendo  $f_d$  o desvio de frequência de pico e  $T_b$  a duração de um *bit* [53].

Como sistemas ópticos modernos operam a altas taxas de transmissão, e  $T_b$  é inversamente proporcional à taxa de transmissão, é possível considerar um pequeno índice de modulação e, portanto, uma aproximação para pequenos sinais, similar a feita para o ruído de fase na Seção 2.2.3. Tem-se, então

$$R_V(\tau) = 1 - R_X(0) + R_X(\tau), \quad (3.18)$$

em que  $R_X(\tau)$  é a autocorrelação do sinal digital modulante  $s_X(t)$ .

O sinal digital modulante pode ser matematicamente expresso como [44]

$$s_X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \cdot q(t - kT_b), \quad (3.19)$$

em que  $x_k$  representa o  $k$ -ésimo símbolo gerado aleatoriamente de um alfabeto discreto,  $q(t)$  é a função descreve o formato do pulso e  $T_b$  é o intervalo do *bit*.

A autocorrelação desse sinal digital é dada por [44]

$$R_X(\tau) = \frac{1}{T_b} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} R_x(k-j) \int_0^{T_b} q(t - kT_b)q(t + \tau - kT_b)dt, \quad (3.20)$$

em que  $R_x(k-j)$  é a autocorrelação discreta, definida como

$$R_x(k-j) = \mathbb{E}[x_k x_j]. \quad (3.21)$$

Dessa forma, a autocorrelação  $R_S(\tau)$  pode ser escrita como

$$R_S(\tau) = (1 - R_X(0) + R_X(\tau)) \cdot (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t+\tau) - \theta(t)) \right]. \quad (3.22)$$

em que  $R_X(\tau)$  é definido pela Equação (3.20).

Seguindo a análise feita no capítulo anterior, são considerados três casos para o ruído de fase: baixa, média e alta potência, para os quais autocorrelação e densidade espectral de potência são encontrados.

### 3.2.2 – Caso I: Ruído de fase com baixa variância

Seguindo os passos descritos na Seção 2.2.3, a autocorrelação de  $s(t)$  para o ruído de fase com baixa variância é dada por

$$R_S(\tau) = (1 - R_X(0) + R_X(\tau)) \cdot (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \cdot [1 - R_\theta(0) + R_\theta(\tau)] \cdot \cos(\omega_0\tau), \quad (3.23)$$

em que  $R_X(\tau)$  é a autocorrelação do sinal digital modulante  $s_X(t)$ ,  $R_M(\tau)$  é a função de autocorrelação do ruído de amplitude do laser  $m(t)$  e  $R_\theta(\tau)$ , a autocorrelação do ruído de fase  $\theta(t)$ .

A densidade espectral de potência do sinal  $s(t)$  é dada por

$$\begin{aligned} S_S(\omega) = & \frac{1}{4\pi^2} \left( 2\pi(1 - R_X(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \right. \\ & \left. + (S_X(\omega - \omega_0) + S_X(\omega + \omega_0)) \right) \\ & * \left( 4\pi E_0^2 \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \right. \\ & \left. + (2S_M(\omega - \omega_0) + 2S_M(\omega + \omega_0)) \right) \\ & * \left( 2\pi(1 - R_\theta(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \right. \\ & \left. + (S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0)) \right), \end{aligned} \quad (3.24)$$

em que  $S_M(\omega)$  é a densidade espectral de potência do ruído de amplitude,  $S_\theta(\omega)$  é a densidade espectral de potência do ruído de fase e  $S_X(\omega)$  é a densidade espectral de potência do sinal  $s_X(t)$ , definida como [44]

$$S_X(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} R(k-j) e^{-j\omega(k-j)T_b} \quad (3.25)$$

### 3.2.3 – Caso II: Ruído de fase com média variância

Seguindo, agora, os passos descritos na Seção 2.2.4, a autocorrelação de  $s(t)$  para o ruído de fase com média variância é dada por

$$\begin{aligned}
R_S(\tau) = & \left(1 - R_X(0) + R_X(\tau)\right) \cdot \left(E_0^2 + R_M(\tau)\right) \\
& \cdot \left(2 + 2R_\theta(\tau) - 2R_\theta(0) + [R_\theta(\tau) - R_\theta(0)]^2\right) \cdot \cos(\omega_0\tau).
\end{aligned} \tag{3.26}$$

A transformada de Fourier de  $R_S(\tau)$  é dada por

$$\begin{aligned}
S_S(\omega) = & \frac{1}{4\pi^2} \left( 2\pi(1 - R_X(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \right. \\
& \left. + (S_X(\omega - \omega_0) + S_X(\omega + \omega_0)) \right) \\
& * \left( 2\pi E_0^2 \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \right. \\
& \left. + (S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0)) \right) \\
& * \left( 4\pi(1 - R_\theta(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \right. \\
& \left. + 2(S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0)) \right. \\
& \left. + [(S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0)) \right. \\
& \left. - 2\pi R_\theta(0) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))]^2 \right).
\end{aligned} \tag{3.27}$$

### 3.2.4 – Caso III: Ruído de fase com alta potência

Pelo discutido na Seção 2.2.5, a autocorrelação do sinal  $s(t)$  para o caso do ruído de fase com grande variância é dada por

$$R_S(\tau) = \left(1 - R_X(0) + R_X(\tau)\right) \cdot \left(E_0^2 + R_M(\tau)\right) \cdot \left[ e^{j\omega_0\tau} \cdot \Phi_{\theta'}(\tau) + e^{-j\omega_0\tau} \cdot \Phi_{\theta'}(-\tau) \right], \tag{3.28}$$

e a densidade espectral de potência do sinal é

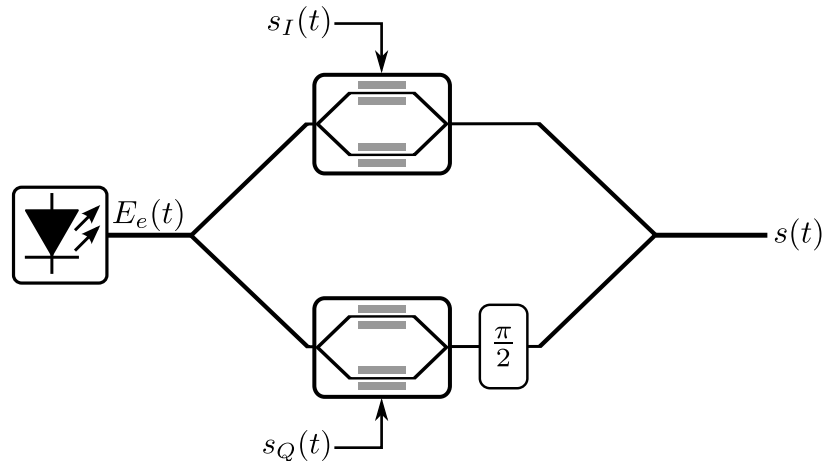


$$\begin{aligned}
S_S(\omega) = & \frac{1}{4\pi^2} \left( 2\pi (1 - R_X(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \right. \\
& \left. + (S_X(\omega - \omega_0) + S_X(\omega + \omega_0)) \right) \\
& * \left( 2\pi E_0^2 \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \right. \\
& \left. + (S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0)) \right) \\
& * 2\pi (p_{\theta'}(\omega - \omega_0) + p_{\theta'}(\omega + \omega_0)),
\end{aligned} \tag{3.29}$$

em que  $p_{\theta'}(\cdot)$  é a função densidade de probabilidade da derivada do ruído de fase.

### 3.3 – Espectro do Sinal Óptico Modulado Usando um Modulador em Quadratura

Para realizar esquemas de modulação multinível, como QAM, DPSK ou OFDM, é possível usar a estrutura de um modulador em quadratura óptico com moduladores Mach-Zehnder, como mostrado na Figura 3.4.



**Figura 3.4** – Estrutura de um modulador em quadratura óptico usando moduladores Mach-Zehnder.

Este tipo de modulador é conhecido na literatura por diferentes nomes, incluindo modulador Mach-Zehnder aninhado, modulador Mach-Zehnder dual em

paralelo e modulador I/Q óptico.

Ele consiste em dois moduladores, operando na configuração *push-pull*, controlados por dois sinais independentes,  $s_I(t)$  e  $s_Q(t)$ , com um deslocamento de fase estático de  $\pi/2$ , criado por uma transformada de Hilbert óptica [59], adicionado a um dos ramos.

Novamente considerando que cada modulador opera na condição de polarização no ponto nulo,  $V_{dc,1} = V_{dc,2} = V_\pi$ , e que as perdas experimentadas nos dois ramos são desprezíveis ( $\rho = 1$ ), então, da Equação (3.13), o campo óptico na saída do modulador em quadratura óptico pode ser escrito como

$$s(t) = E_e(t) \cdot \left[ \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_I(t)\right) + \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_Q(t)\right) \cdot e^{-j\pi/2} \right], \quad (3.30)$$

em que  $E_e(t)$  é o campo óptico do laser,

$$s_I(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k \cdot q(t - kT_b) \quad e \quad (3.31a)$$

$$s_Q(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k \cdot q(t - kT_b), \quad (3.31b)$$

em que  $b_k$  e  $d_k$  representam o  $k$ -ésimo símbolo gerado aleatoriamente de um alfabeto discreto para os sinais  $s_I(t)$  e  $s_Q(t)$ , respectivamente,  $q(t)$  é a função que formata o sinal transmitido e  $T_b$  é o intervalo do *bit*.

Considerando a definição do laser apresentada na Equação (2.2), pode-se escrever a Equação (3.30) como

$$\begin{aligned} s(t) &= 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_I(t)\right) \\ &\quad + 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_Q(t)\right) \cdot e^{-j\pi/2} \\ &= 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_I(t)\right) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \\ &\quad + 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_Q(t)\right) \cdot \text{sen}(\omega_0 t + \theta(t) + \phi), \end{aligned} \quad (3.32)$$

ou ainda,

$$s(t) = b(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) + d(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t + \theta(t) + \phi), \quad (3.33)$$

em que  $\omega_0$  é a frequência de oscilação do sinal do laser,  $\phi$  é a fase inicial do sinal, com distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi]$ ,  $\theta(t)$  é o ruído de fase do laser,

$$b(t) = 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_I(t)\right), \quad (3.34a)$$

$$d(t) = 2(E_0 + m(t)) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{V_\pi} \cdot s_Q(t)\right) \quad (3.34b)$$

e  $m(t)$  é o ruído de amplitude do laser.

### 3.3.1 – Autocorrelação do sinal na saída do modulador

A função de autocorrelação para a portadora modulada em quadratura é dada por

$$R_S(\tau) = \mathbb{E}[s(t)s(t + \tau)]. \quad (3.35)$$

Substituindo a Equação (3.33) em (3.35), obtém-se

$$\begin{aligned} R_S(\tau) = \mathbb{E} & \left[ \left( b(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) + d(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \right) \right. \\ & \cdot \left( b(t + \tau) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right. \\ & \left. \left. + d(t + \tau) \cdot \text{sen}(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Expandindo o produto da Equação (3.36), tem-se

$$\begin{aligned}
R_S(\tau) = & \mathbb{E} \left[ \left( b(t) \cdot b(t + \tau) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right) \right] \\
& + \mathbb{E} \left[ \left( b(t) \cdot d(t + \tau) \cdot \cos(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \cdot \text{sen}(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right) \right] \\
& + \mathbb{E} \left[ \left( d(t) \cdot b(t + \tau) \cdot \text{sen}(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right) \right] \\
& + \mathbb{E} \left[ \left( d(t) \cdot d(t + \tau) \cdot \text{sen}(\omega_0 t + \theta(t) + \phi) \cdot \text{sen}(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t + \tau) + \phi) \right) \right].
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Fazendo uso das identidades trigonométricas

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) + \cos(x + y)], \tag{3.38a}$$

$$\text{sen } x \cdot \text{sen } y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)], \tag{3.38b}$$

$$\text{sen } x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\text{sen}(x + y) + \text{sen}(x - y)] \quad \text{e} \tag{3.38c}$$

$$\cos x \cdot \text{sen } y = \frac{1}{2} [\text{sen}(x + y) - \text{sen}(x - y)], \tag{3.38d}$$

e de que  $\mathbb{E}[X \cdot Y] = \mathbb{E}[X] \cdot \mathbb{E}[Y]$ , se  $X$  e  $Y$  forem estatisticamente independentes, a Equação (3.37) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
R_S(\tau) = & \mathbb{E} \left[ \frac{b(t) \cdot b(t + \tau)}{2} \right] \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\
& \left. + \mathbb{E} \left[ \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t) + \theta(t + \tau) + 2\phi) \right] \right) \\
& + \mathbb{E} \left[ \frac{b(t) \cdot d(t + \tau)}{2} \right] \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\
& \left. + \mathbb{E} \left[ \text{sen}(2\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t) + \theta(t + \tau) + 2\phi) \right] \right) \\
& - \mathbb{E} \left[ \frac{d(t) \cdot b(t + \tau)}{2} \right] \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\
& \left. - \mathbb{E} \left[ \text{sen}(2\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t) + \theta(t + \tau) + 2\phi) \right] \right) \\
& + \mathbb{E} \left[ \frac{d(t) \cdot d(t + \tau)}{2} \right] \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\
& \left. + \mathbb{E} \left[ \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta(t) + \theta(t + \tau) + 2\phi) \right] \right).
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Usando as definições de autocorrelação e correlação cruzada e as identidades trigonométricas

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \text{sen } x \cdot \text{sen } y \quad \text{e} \tag{3.40a}$$

$$\text{sen}(x + y) = \text{sen } x \cdot \cos y + \cos x \cdot \text{sen } y, \tag{3.40b}$$

obtém-se

$$\begin{aligned}
R_S(\tau) = & \frac{R_B(\tau)}{2} \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\
& + \mathbb{E} \left[ \cos(2\omega_0t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau + \theta(t) + \theta(t + \tau)) \right] \\
& \left. - \mathbb{E} \left[ \text{sen}(2\omega_0t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau + \theta(t) + \theta(t + \tau)) \right] \right) \\
& + \frac{R_{BD}(\tau)}{2} \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\
& + \mathbb{E} \left[ \text{sen}(2\omega_0t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau + \theta(t) + \theta(t + \tau)) \right] \\
& \left. + \mathbb{E} \left[ \cos(2\omega_0t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau + \theta(t) + \theta(t + \tau)) \right] \right) \\
& - \frac{R_{DB}(\tau)}{2} \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\
& - \mathbb{E} \left[ \text{sen}(2\omega_0t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau + \theta(t) + \theta(t + \tau)) \right] \\
& \left. - \mathbb{E} \left[ \cos(2\omega_0t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau + \theta(t) + \theta(t + \tau)) \right] \right) \\
& + \frac{R_D(\tau)}{2} \cdot \left( \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \right. \\
& - \mathbb{E} \left[ \cos(2\omega_0t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau + \theta(t) + \theta(t + \tau)) \right] \\
& \left. + \mathbb{E} \left[ \text{sen}(2\omega_0t + 2\phi) \right] \cdot \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau + \theta(t) + \theta(t + \tau)) \right] \right).
\end{aligned} \tag{3.41}$$

Como  $\mathbb{E}[\cos(2\omega_0t + 2\phi)] = \mathbb{E}[\text{sen}(2\omega_0t + 2\phi)] = 0$ , então

$$\begin{aligned}
R_S(\tau) = & \left( \frac{R_B(\tau) + R_D(\tau)}{2} \right) \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right] \\
& + \left( \frac{R_{BD}(\tau) - R_{DB}(\tau)}{2} \right) \cdot \mathbb{E} \left[ \text{sen}(\omega_0\tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right].
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Considerando que os sinais  $b(t)$  e  $d(t)$  são descorrelacionados, então  $R_{BD}(\tau) = R_{DB}(\tau) = 0$  e, portanto,

$$R_S(\tau) = \left( \frac{R_B(\tau) + R_D(\tau)}{2} \right) \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0\tau + \theta(t + \tau) - \theta(t)) \right]. \tag{3.43}$$

Dos resultados da Seção 3.2, tem-se

$$R_B(\tau) = (1 - R_I(0) + R_I(\tau)) \cdot (2E_0^2 + 2R_M(\tau)) \quad \text{e} \tag{3.44a}$$

$$R_D(\tau) = (1 - R_Q(0) + R_Q(\tau)) \cdot (2E_0^2 + 2R_M(\tau)), \tag{3.44b}$$

em que  $R_I(\tau)$  e  $R_Q(\tau)$  são as funções de autocorrelação dos sinais  $s_I(t)$  e  $s_Q(t)$ , respectivamente, dadas por

$$R_I(\tau) = \frac{1}{T_b} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} R_b(k-j) \int_0^{T_b} q(t - kT_b) q(t + \tau - kT_b) dt \quad \text{e} \tag{3.45a}$$

$$R_Q(\tau) = \frac{1}{T_b} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} R_d(k-j) \int_0^{T_b} q(t - kT_b) q(t + \tau - kT_b) dt, \tag{3.45b}$$

sendo  $R_b(k-j)$  e  $R_d(k-j)$  autocorrelações discretas, definidas como

$$R_b(k-j) = \mathbb{E}[b_k b_j] \quad \text{e} \tag{3.46a}$$

$$R_d(k-j) = \mathbb{E}[d_k d_j]. \tag{3.46b}$$

Dessa forma, pode-se reescrever a Equação (3.43) como

$$R_S(\tau) = \left(2 - R_I(0) - R_Q(0) + R_I(\tau) + R_Q(\tau)\right) \cdot \left(E_0^2 + R_M(\tau)\right) \cdot \mathbb{E} \left[ \cos(\omega_0 \tau + \theta(t+\tau) - \theta(t)) \right]. \quad (3.47)$$

Novamente o efeito do ruído de fase é analisado para três casos: ruído de fase com baixa, média e alta variância. Para cada um desses casos, a autocorrelação e a densidade espectral de potência são obtidos.

### 3.3.2 – Caso I: Ruído de fase com baixa variância

De acordo com a Seção 2.2.3, a autocorrelação de  $s(t)$ , definida por (3.47), para o ruído de fase com baixa variância, é dada por

$$R_S(\tau) = \left(2 - R_I(0) - R_Q(0) + R_I(\tau) + R_Q(\tau)\right) \cdot \left(E_0^2 + R_M(\tau)\right) \cdot \left[1 - R_\theta(0) + R_\theta(\tau)\right] \cdot \cos(\omega_0 \tau). \quad (3.48)$$

A densidade espectral de potência do sinal  $s(t)$  é dada por

$$\begin{aligned} S_S(\tau) = & \frac{1}{4\pi^2} \left( 2\pi \left( 2 - R_I(0) - R_Q(0) \right) \cdot \left( \delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \right) \right. \\ & \left. + \left( S_I(\omega - \omega_0) + S_I(\omega + \omega_0) + S_Q(\omega - \omega_0) + S_Q(\omega + \omega_0) \right) \right) \\ & * \left( 2\pi E_0^2 \cdot \left( \delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \right) \right. \\ & \left. + \left( S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0) \right) \right) \\ & * \left( 2\pi \left( 1 - R_\theta(0) \right) \cdot \left( \delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \right) \right. \\ & \left. + \left( S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0) \right) \right), \end{aligned} \quad (3.49)$$

em que  $S_M(\omega)$  é a densidade espectral de potência do ruído de amplitude,  $S_\theta(\omega)$  é a densidade espectral de potência do ruído de fase e  $S_I(\omega)$  e  $S_Q(\omega)$  são as densidades espectrais de potência dos sinais  $s_I(t)$  e  $s_Q(t)$ , respectivamente, são dadas por



$$S_I(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} R_b(k-j) e^{-j\omega(k-j)T_b} \quad e \quad (3.50a)$$

$$S_Q(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} R_d(k-j) e^{-j\omega(k-j)T_b}. \quad (3.50b)$$

### 3.3.3 – Caso II: Ruído de fase com média variância

Seguindo, agora, os passos descritos na Seção 2.2.4, a autocorrelação de  $s(t)$  para o ruído de fase com média variância é dada por

$$\begin{aligned} R_S(\tau) = & \left(2 - R_I(0) - R_Q(0) + R_I(\tau) + R_Q(\tau)\right) \cdot \left(E_0^2 + R_M(\tau)\right) \\ & \cdot \left(2 + 2R_\theta(\tau) - 2R_\theta(0) + [R_\theta(\tau) - R_\theta(0)]^2\right) \cdot \cos(\omega_0\tau). \end{aligned} \quad (3.51)$$

A transformada de Fourier de  $R_S(\tau)$  para esse caso é, então, dada por

$$\begin{aligned} S_S(\tau) = & \frac{1}{4\pi^2} \left(2\pi(2 - R_I(0) - R_Q(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))\right. \\ & \left. + (S_I(\omega - \omega_0) + S_I(\omega + \omega_0) + S_Q(\omega - \omega_0) + S_Q(\omega + \omega_0))\right) \\ & * \left(2\pi E_0^2 \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))\right. \\ & \left. + (S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0))\right) \\ & * \left(4\pi(1 - R_\theta(0)) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))\right. \\ & \left. + 2(S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0))\right. \\ & \left. + [(S_\theta(\omega - \omega_0) + S_\theta(\omega + \omega_0))\right. \\ & \left. - 2\pi R_\theta(0) \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))]^2\right). \end{aligned} \quad (3.52)$$

### 3.3.4 – Caso III: Ruído de fase com alta variância

Pelo discutido na Seção 2.2.5, a autocorrelação do sinal  $s(t)$  para o caso do ruído de fase com grande variância é dada por

$$R_S(\tau) = \left(2 - R_I(0) - R_Q(0) + R_I(\tau) + R_Q(\tau)\right) \cdot \left(E_0^2 + R_M(\tau)\right) \cdot \left[e^{j\omega_0\tau} \cdot \Phi_{\theta'}(\tau) + e^{-j\omega_0\tau} \cdot \Phi_{\theta'}(-\tau)\right], \quad (3.53)$$

em que  $\Phi_{\theta'}(\tau)$  é a função característica da derivada do ruído de fase do laser.

Para esse caso, a densidade espectral de potência do sinal é dada por

$$S_S(\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \left( 2\pi \left( 2 - R_I(0) - R_Q(0) \right) \cdot \left( \delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \right) + \left( S_I(\omega - \omega_0) + S_I(\omega + \omega_0) + S_Q(\omega - \omega_0) + S_Q(\omega + \omega_0) \right) \right) * \left( 2\pi E_0^2 \cdot \left( \delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \right) + \left( S_M(\omega - \omega_0) + S_M(\omega + \omega_0) \right) \right) * 2\pi \left( p_{\theta'}(\omega - \omega_0) + p_{\theta'}(\omega + \omega_0) \right), \quad (3.54)$$

em que  $p_{\theta'}(\cdot)$  é a função densidade de probabilidade da derivada do ruído de fase.

## 3.4 – Considerações Finais

Nesse capítulo são apresentados modelos para análise espectral de sinais ópticos modulados usando modulador Mach-Zehnder, seguindo o modelo descrito no Capítulo 2. São calculadas expressões para a autocorrelação e densidade espectral de potência independentes do formato do pulso do sinal modulante e das distribuições de probabilidade do ruído de fase e de amplitude do laser. Novamente são considerando os três casos abordados no capítulo anterior para o ruído de fase, além de duas arquiteturas de moduladores, que possibilitam a implementação de praticamente todos os principais esquemas de modulação usados em comunicações ópticas.

Neste capítulo são apresentados resultados da simulação de sinais ópticos modulados considerando dois cenários: o uso de uma só portadora e o uso de múltiplas portadoras. Para cada um desses cenários, são considerados os três casos estudados nos capítulos anteriores com relação a variância do ruído de fase do laser, além de múltiplos formatos de pulsos, baseados no pulso do tipo cosseno levantado, definido como [53]

$$q(t) = \begin{cases} 1 & , \text{para } |t| < \frac{(1 - \beta) \cdot T_b}{2}, \\ \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi(|t| - T_b/2)}{\beta T_b} + \frac{\pi}{2}\right) \right] & , \text{para } |t| \geq \frac{(1 - \beta) \cdot T_b}{2} \\ 0 & , \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.1)$$

em que  $T_b$  é o tempo de duração do pulso e  $0 < \beta < 1$  é o fator de ajuste do pulso, chamado de fator de *roll-off*. Os formatos dos pulsos considerados nas simulações são mostrados na Figura 4.1, para quatro valores de  $\beta$ .

Para fins de comparação, primeiro são apresentados os resultados da simulação para uma portadora óptica ideal, desconsiderando a existência de ruído de amplitude e de fase. A partir daí, são analisados os casos descritos no Capítulo 2 para o ruído de fase do laser.

Considerou-se, para todos os experimentos, que o ruído de amplitude e de fase possuem distribuição gaussiana.

As simulações foram feitas usando as bibliotecas NumPy e Matplotlib da linguagem Python.

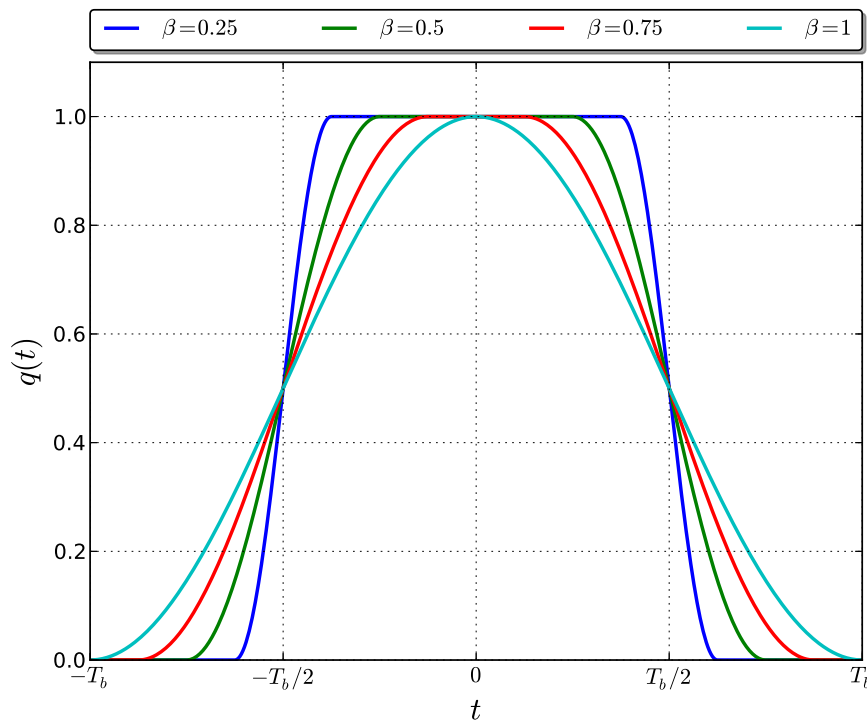


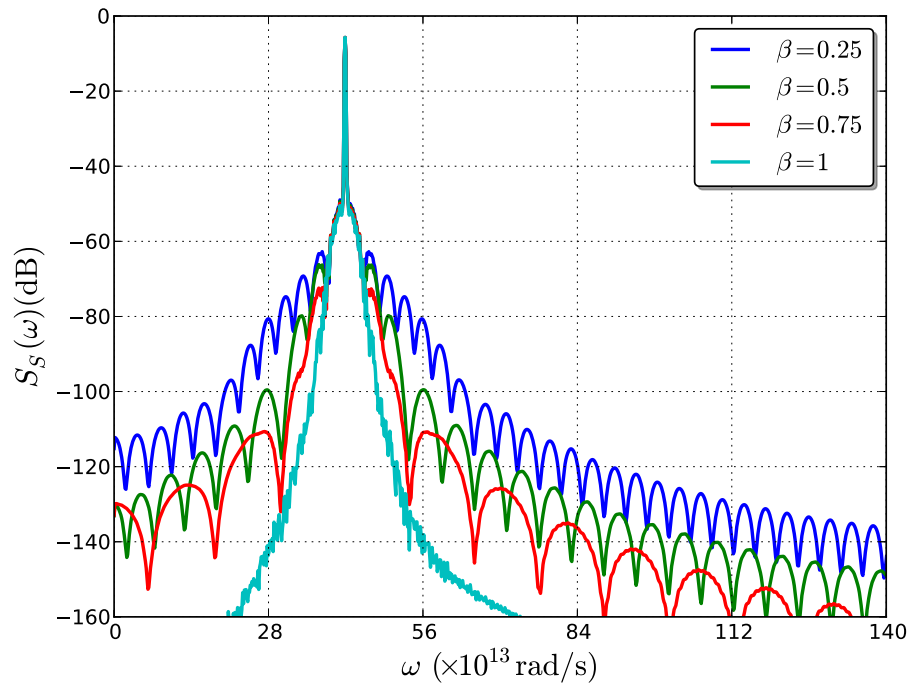
Figura 4.1 – Pulso com formato do cosseno levantado para diferentes valores do fator de ajuste.

#### 4.1 – 1º Cenário: Modulação Monoportadora

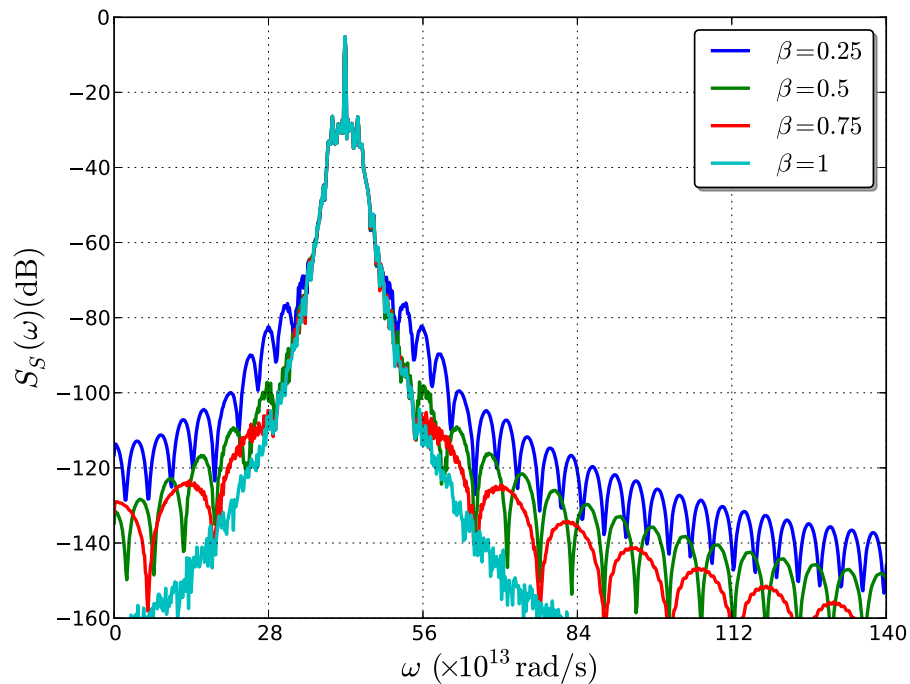
Nesse cenário é considerada a transmissão de um sinal digital elétrico usando uma portadora óptica, modulada usando um modulador Mach-Zehnder simples, no um arranjo ilustrado na Figura 3.3. Esse é o caso típico de uma transmissão usando um formato de modulação binário e sem memória, como a modulação BPSK.

As Figuras 4.2 à 4.4 mostram os gráficos da densidade espectral de potência da portadora óptica considerando os ruídos de fase para oscilações de amplitude e de fase, considerando os três casos de baixa, média e alta variância, respectivamente e o sinal digital modulado com pulso do tipo cosseno levantado para  $\beta = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.75$  e  $\beta = 1$ , respectivamente.

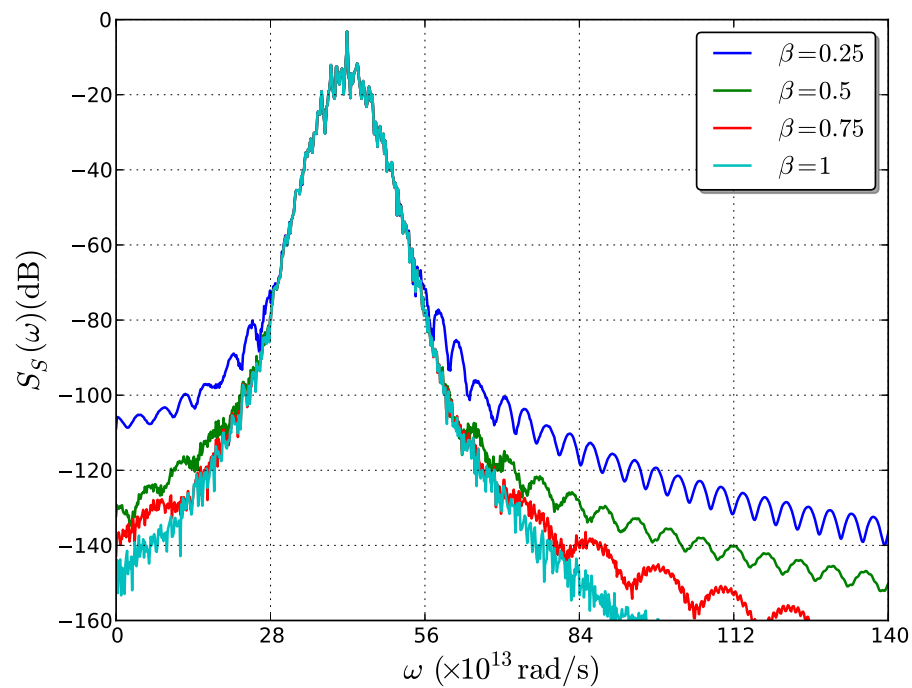
Dos resultados mostrados nesses gráficos é possível perceber que o formato do pulso tem forte influência na largura de banda do sinal modulado. Quanto mais próximo de um for o valor de  $\beta$ , mais o sinal modulado se aproxima da portadora com relação à largura de linha e ao formato espectral.



**Figura 4.2** – Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com pequena variância, em um sistema monoportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste  $\beta = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.75$  e  $\beta = 1$ .



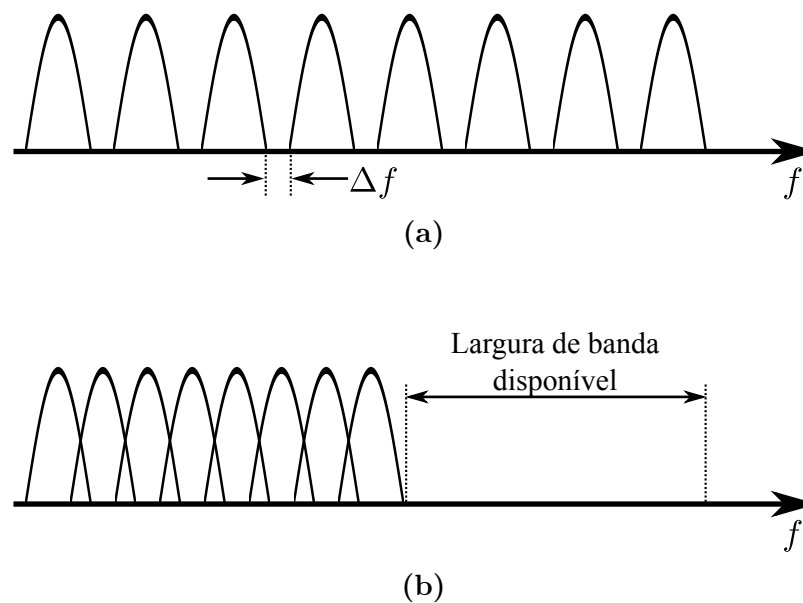
**Figura 4.3** – Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com média variância, em um sistema monoportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste  $\beta = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.75$  e  $\beta = 1$ .



**Figura 4.4** – Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com alta variância, em um sistema monoportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste  $\beta = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.75$  e  $\beta = 1$ .

## 4.2 – 2º Cenário: Modulação Multiportadora

A transmissão convencional de dados em um sistema de comunicações usa uma única portadora. No entanto, essa abordagem pode apresentar limitações com relação a desempenho. Nesses casos, uma alternativa é o uso de esquemas de modulação multiportadora. O princípio da transmissão com múltiplas portadoras é a divisão do fluxo de dados em vários fluxos com capacidade de transmissão menores, transmitidos paralelamente, como ilustrado na Figura 4.5a.



**Figura 4.5** – Ilustração comparando o uso de largura de banda entre sistema multiportadoras convencionais e OFDM .

Cada uma dessas portadoras é intercalada com uma pequena faixa de frequência,  $\Delta f$ , chamada de banda de guarda, cujo objetivo é tentar impedir que portadoras adjacentes possam interferir umas nas outras.

No entanto, uma variante desse tipo de esquema de modulação não usa a banda de guarda da forma usada pelos demais esquemas multiportadoras. A multiplexação por divisão em frequência ortogonal (OFDM – *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) é uma técnica de modulação multiportadora cujas subportadoras são ortogonais no domínio do tempo. Esse fato faz com que exista a possibilidade de sobreposição dos sinais no domínio da frequência sem causar interferência entre as subportadoras [7]. Essa sobreposição faz desnecessário o uso de banda de guarda melhorando a eficiência espectral, conforme ilustrado nas Figuras 4.5a e 4.5b.

O conceito de transmissão de múltiplos sinais ortogonais entre si no domínio

do tempo como forma de melhorar a eficiência do sistema foi originalmente proposto por Robert W. Chang em seu artigo seminal intitulado *Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission* [60]. O termo OFDM, no entanto, só foi utilizado pela primeira vez na patente requerida pelo próprio Chang em 1970 [61].

Em 1969, J. Salz e S.B. Weinstein propuseram o uso de transformada discreta de Fourier (DFT – *Discrete Fourier Transform*) [62] ao invés dos então convencionais bancos de geradores senoidais e demoduladores, o que diminuiu consideravelmente a complexidade de implementação dos modems OFDM. O uso do prefixo cíclico foi proposto somente em 1980 [63].

É em meados da década de 1980 também que o OFDM começa a ser considerado para aplicações práticas de transmissão sem fio. Em 1985, Cimini apresenta, pela primeira vez, resultados analíticos e experimentais do uso de OFDM, implementado usando DFT, no combate aos efeitos da interferência co-canal e do multipercurso em um canal móvel digital [64].

O primeiro trabalho em OFDM óptico na literatura foi publicado por Qi Pan e Roger J. Green em 1996 [65]. No entanto, a vantagem fundamental do OFDM em sistemas ópticos, nomeadamente, sua robustez contra a dispersão no canal óptico, só foi considerada em 2000 por Dixon *et al.* [66], que propôs o uso de OFDM para combater dispersão modal em fibras multimodo. A partir de 2006, diversos trabalhos começam a explorar o potencial do OFDM para a transmissão em sistemas ópticos convencionais [67] [68] [69] [70] [71] [72] [73] [74] [75] [76].

Um sistema de transmissão multiportadora consiste de um transmissor e um receptor como apresentado na Figura 4.6. Nessa arquitetura, um fluxo de dados serial incidente na entrada do transmissor é convertido em  $N$  fluxos paralelos  $c_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, \dots, N\}$ . Os dados são então aplicados a moduladores elétricos, sendo cada modulador correspondente a uma subportadora.

Dessa forma cada subportadora pode ser representada por [7]

$$s_k(t) = c_k(t) \cdot q(t) \cdot e^{j2\pi f_k t}, \quad (4.2)$$

em que  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ ,  $c_k(t)$  é o dado completo da  $k$ -ésima portadora e  $q(t)$  é a função que representa o formato do pulso.

O sinal na saída do modulador mostrado na Figura 4.6a é dada por



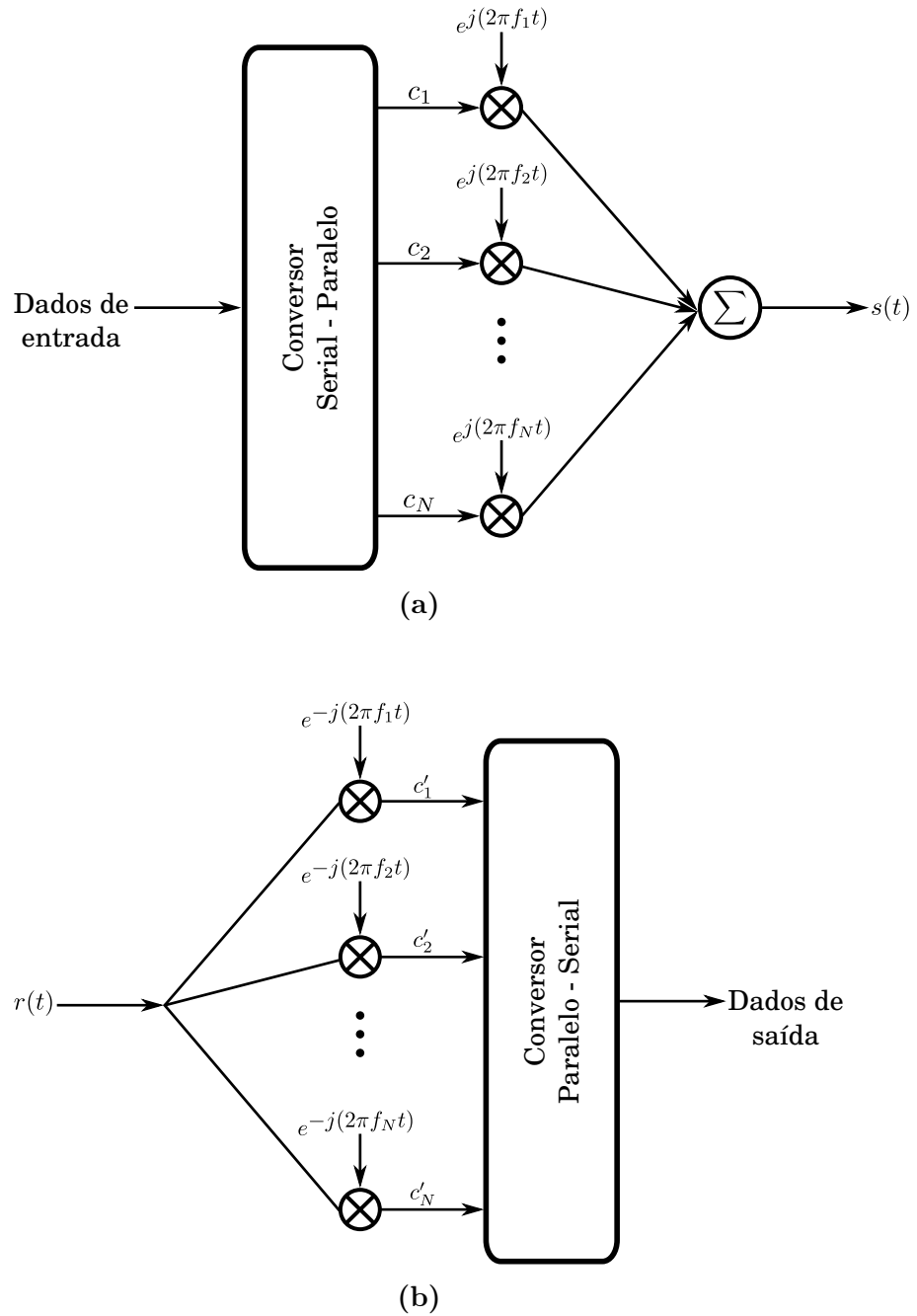


Figura 4.6 – Diagrama conceitual de um sistema de transmissão multiportadora mostrando a) o transmissor e b) o receptor.

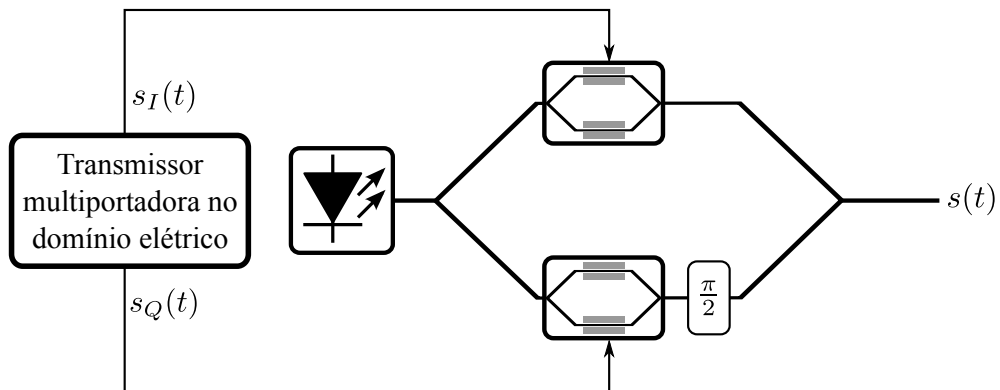
$$s(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^N c_k(t) \cdot q(t - jT) \cdot e^{j2\pi f_k t}. \tag{4.3}$$

A condição de ortogonalidade do OFDM é a diferença entre as frequências de duas subportadoras adjacentes  $k$  e  $l$  seja

$$f_k - f_l = m \frac{1}{T_s} \quad k, l \in \{1, 2, 3, \dots, N\}, \tag{4.4}$$

em que  $T_s$  é o tempo de duração do símbolo OFDM.

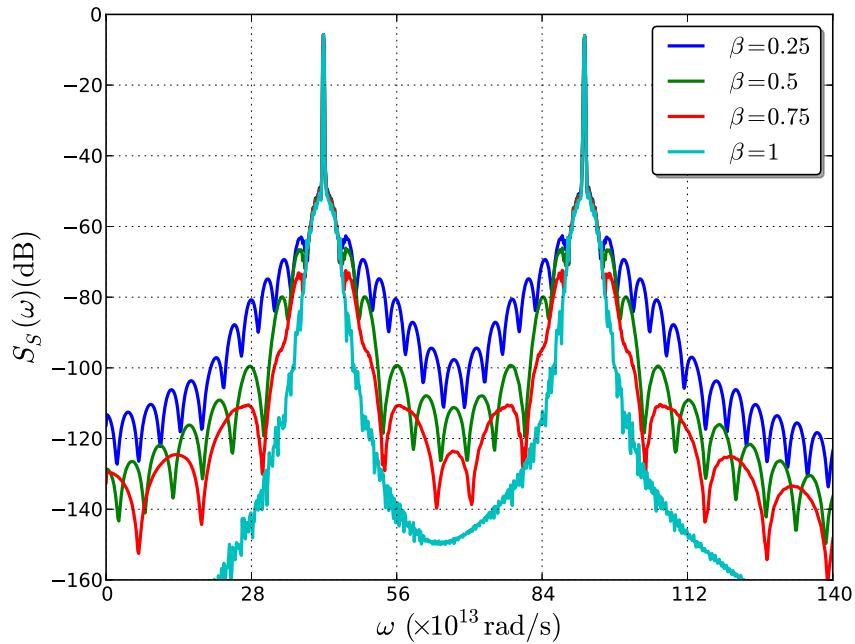
Esse cenário considera a transmissão usando múltiplas portadoras. Existem diversas arquiteturas para a modulação óptica usando múltiplas portadoras, mas a mais comum na literatura considera o uso de modulador em quadratura óptico, como mostrado na Figura 4.7.



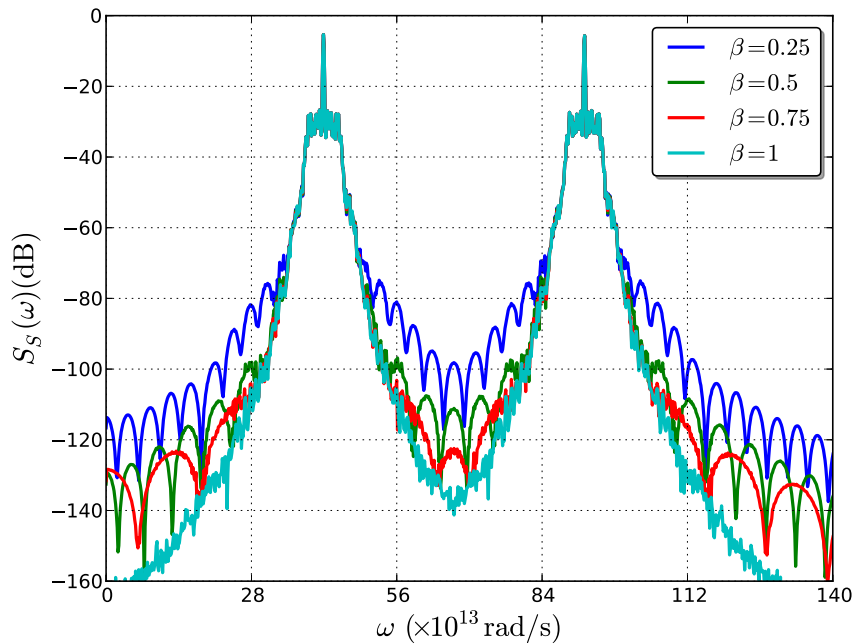
**Figura 4.7** – Esquema de modulação multiportadora óptica usando um modulador em quadratura.

As Figuras 4.8, 4.9, e 4.10 mostram os gráficos da densidade espectral de potência de duas portadoras ópticas com oscilações de amplitude e de fase e dos sinais modulados nessas portadoras, com pulso do tipo cosseno levantado para  $\beta = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.75$  e  $\beta = 1$ , respectivamente. Os resultados obtidos nesses gráficos mostram que o formato do pulso é importante na consideração do tamanho da banda de guarda.

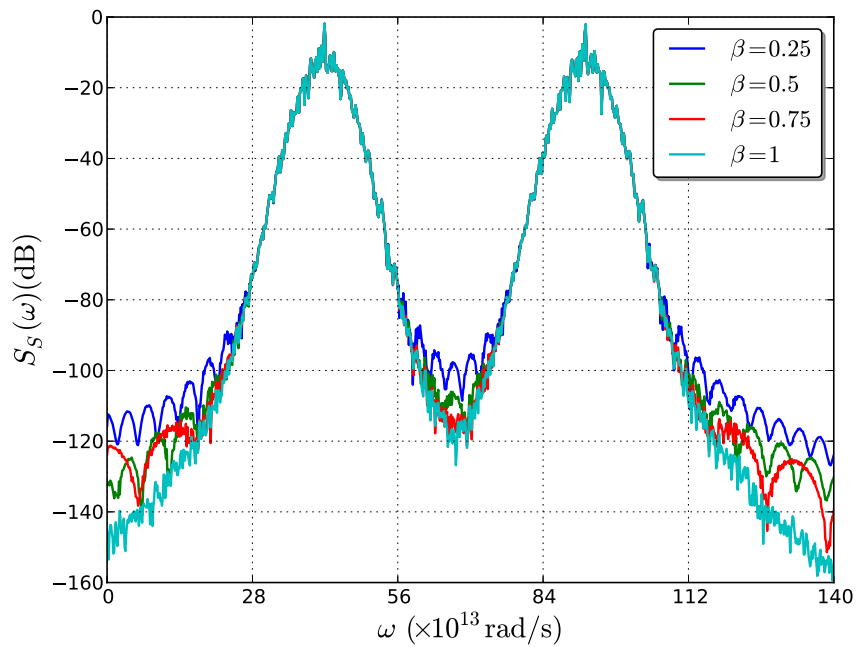
Esse efeito se torna ainda maior quando a portadora tem significativas flutuações de fase e amplitude, como ilustrado nas Figuras 4.10, que mostram os resultados obtidos considerando ruído de fase com alta variância e de amplitude. Novamente é interessante perceber que, à medida que  $\beta$  cresce, o sinal modulado tende a ter a mesma largura de linha e formato espectral da portadora. Isso condiz com o modelo teórico desenvolvido no capítulo anterior, tendo em vista que a existência de convoluções na expressão da densidade espectral de potência provoca alargamento do espectro original. Em especial, o caso do ruído de fase tem grande variância, considerando a faixa de frequência observada no experimento, praticamente determina a largura de linha e o formato espectral do sinal na saída do modulador, tendo o formato da função densidade de probabilidade da derivada do ruído de fase, que, para esse experimento, considerou-se gaussiano.



**Figura 4.8** – Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com pequena variância, em um sistema multiportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste  $\beta = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.75$  e  $\beta = 1$ , mostrando a influência entre duas portadoras.



**Figura 4.9** – Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com média variância, em um sistema multiportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste  $\beta = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.75$  e  $\beta = 1$ , mostrando a influência entre duas portadoras.



**Figura 4.10** – Densidade espectral de potência da portadora óptica considerando efeito do ruído de amplitude e do ruído de fase com alta variância, em um sistema multiportadora, usando pulso do tipo cosseno levantado com fatores de ajuste  $\beta = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\beta = 0.75$  e  $\beta = 1$ , mostrando a influência entre duas portadoras.

### 4.3 – Considerações Finais

Neste capítulo foram obtidos, por intermédio de simulações, gráficos da densidade espectral de potência do sinal modulado considerando dois cenários, com modulação monoportadora, usando um modulador simples Mach-Zehnder e multiportadora, usando um arranjo dual em paralelo com os moduladores. Em cada um dos cenários considerou-se quatro formatos de pulso, obtidos a partir do cosseno levantado, e os três casos para a variância do ruído de fase considerados nas análises dos capítulos anteriores.

Os resultados mostraram que a largura de banda do sinal óptico modulado tem grande dependência do formato do pulso, de forma inversamente proporcional ao tamanho do fator de ajuste do pulso,  $\beta$ .

Como os ruídos de amplitude e fase do laser provocam alargamento no espectro da portadora, a largura de banda do sinal modulado cresce, gerando ineficiência do esquema de modulação trabalhado. Esse efeito torna-se ainda mais grave quando se considera modulação multiportadora, em especial OFDM, que tem grande sensibilidade a variações na largura de linha do espectro das subportadoras, que pode acerretar interferência interportadora dificultando a transmissão por essa técnica.

Por fim, os resultados corroboram os modelos desenvolvidos no Capítulo 3, pois mostram os alargamento previstos pelas expressões da densidade espectral de potência.

## Conclusões e Trabalhos Futuros

O objetivo desta tese foi realizar uma análise teórica dos efeitos das flutuações de amplitude e de fase surgidas no campo óptico do laser devido a eventos de emissão espontânea de fótons.

No Capítulo 2, foi desenvolvido um novo modelo teórico para a análise da largura de linha e do formato espectral do sinal gerado por um laser, usando teoria de processos estocásticos a partir da abordagem proposta por Alencar [27] para caracterização do espectro de um sinal modulado em frequência com variação do índice de desvio em frequência. Essa abordagem já havia sido utilizada também por Alencar [28] para explicar teoricamente resultados experimentais obtidos por outros autores para a medição de largura de linha e visualização do formato do espectro de um laser usando o método do interferômetro auto-heteródino com atraso, proposto por Okoshi [37]. As expressões encontradas por Alencar apresentaram forte correlação com resultados experimentais. Seu modelo considera apenas as oscilações de fase, considerando desprezíveis as variações de amplitude. No entanto, o modelo teórico criado por Henry na década de 1980 considera que flutuações de fase podem resultar também de variações no índice de refração durante oscilações de relaxação na cavidade ressonante do laser após eventos de emissão espontânea.

O modelo proposto nesse trabalho usa a metodologia analítica de Alencar e as considerações teóricas de Henry. Dessa forma, são considerados os efeitos dos ruídos de fase e de amplitude, que contribuem para o alargamento do espectro do sinal gerado pelo laser. O ruído de fase é analisado considerando três casos. O primeiro caso considera um ruído de fase com pequena variância e o espectro encontrado, descrito pela Equação (2.18), possui um formato aproximado de uma curva do tipo  $1/f^2$ , descrevendo um espectro lorentziano. O segundo caso apresenta um espectro com surgimento de termos onde são feitas operações de convolução, indicando que, ao aumentar a variância do ruído de fase, alarga-se o espectro do sinal. É importante frisar que as Expressões (2.22) e (2.23) são válidas para ruído

de fase com distribuição gaussiana, por causa da consideração feita em (2.20) para simplificar a Equação (2.19).

As expressões para os dois primeiros casos foram conseguidas usando expansão em série de Taylor do cosseno referente ao sinal óptico. A incorporação de mais termos na representação em série permite obter a função de autocorrelação e a densidade espectral de potência para o caso do ruído de fase com alta variância. No entanto, um conjunto grande termos dificulta a interpretação do resultado obtido. Dessa forma, como alternativa usou-se uma abordagem proposta por Alencar em [27] e usada em [28], em que é utilizado o teorema de Woodward, que afirma que a densidade espectral de potência de um sinal modulado em frequência com alto índice de modulação é determinada por sua função densidade de probabilidade.

No Capítulo 3, a metodologia de análise usada para caracterizar o espectro do sinal gerado por um laser é aplicada a sinais modulados por um modulador Mach-Zehnder, que opera sob o princípio do efeito eletro-óptico linear, também conhecido como efeito Pockels. A partir de um modelo geral do modulador, são analisados sinais para uma estrutura simples, com a qual é possível gerar sinais banda base com e sem retorno ao zero, implementar modulação em intensidade, usando, por exemplo, OOK (*On-Off Keying*), ou em fase binária, fazendo valores 0 ou  $\pi$ , como, por exemplo, BPSK (*Binary Phase Shift Keing*) e uma estrutura em quadratura, capaz de realizar esquemas de modulação multinível, como QAM, DPSK ou OFDM.

Como o modulador eletro-óptico produz uma variação de fase a partir de uma variação de intensidade, o sinal mostrado na Equação (3.15) assemelha-se à envoltória complexa de um sinal com modulação em fase contínua (CPM – *Continuous Phase Modulation*). Nesse trabalho, considera-se que o sinal digital modulante tem seu espectro limitado à uma frequência  $\omega_X$ . Essa aceitação é válida para sinais CPM com resposta completa, nos quais o índice de modulação  $h = 2f_d T_b \leq 1$ , sendo  $f_d$  o desvio de frequência de pico e  $T_b$  a duração de um *bit*. Como sistemas ópticos modernos operam a altas taxas de transmissão, e  $T_b$  é inversamente proporcional à taxa de transmissão, é possível considerar um pequeno índice de modulação e, portanto, uma aproximação para pequenos sinais, similar a feita para o ruído de fase na Seção 2.2.3. As expressões para as funções de autocorrelação e densidade espectral de potência para os sinais modulados consideram os três casos de variação do ruído de fase estudados no modelo para o laser.

Os modelos desenvolvidos para a portadora óptica e para os sinais modulados podem ser considerados generalistas, pois independem da distribuição

de probabilidade dos ruídos de amplitude e de fase e independe do formato do pulso do sinal digital modulante inserido no modulador óptico.

No Capítulo 4 são apresentados resultados de simulação para a densidade espectral de potência de sinais ópticos modulados considerando dois cenários: modulação monoportadora e modulação multiportadora. Para cada um desses cenários, são considerados os três casos estudados nos modelos teóricos com relação a variância do ruído de fase do laser, além de múltiplos formatos de pulsos, baseados no pulso do tipo cosseno levantado. Para fins de comparação, primeiro são apresentados os resultados da simulação para uma portadora óptica ideal, desconsiderando a existência de ruído de amplitude e de fase. Para todos os experimentos considerou-se que tanto o ruído de amplitude quanto o de fase tem distribuição de probabilidade gaussiana.

Como os ruídos de amplitude e fase do laser provocam alargamento no espectro da portadora, a largura de banda do sinal modulado cresce, gerando ineficiência do esquema de modulação trabalhado. Esse efeito torna-se ainda mais grave quando se considera modulação multiportadora, em especial OFDM, que tem grande sensibilidade a variações na largura de linha do espectro das subportadoras, que pode acerretar interferência interportadora dificultando a transmissão por essa técnica. Por fim, os resultados corroboram os modelos desenvolvidos no Capítulo 3, pois mostram os alargamento previstos pelas expressões da densidade espectral de potência.

Os modelos apresentados nos Capítulos 2 e 3 são importantes para a avaliação de sistemas de transmissão ópticos, tendo em vista que os modelos podem ser usados para praticamente qualquer tipo de esquema de modulação e independem da distribuição de probabilidade dos ruídos.

A abordagem de caracterização do espectro do laser desenvolvida nesse trabalho pode ser usado para modelar com abordagem estocástica o ruído ASE de amplificadores ópticos, tendo em vista que esse ruído tem a mesma origem dos ruídos de amplitude e fase do laser considerados.

Além disso, esses ruídos podem ser considerados também no laser que funciona como oscilador local em esquemas de recepção heteródina, sendo interessante a sua consideração na avaliação de desempenho de esquemas de recepção em sistemas de comunicações ópticas.

Afim de avaliar uma abordagem tecnológica mais robusta contra esses efeitos do transmissor, é interessante que seja feita a caracterização de lasers com



realimentação distribuída (DFB – *Distributed Feedback Laser*).

Os modelos para sinais modulados podem ser usados para a avaliação de desempenho de esquemas de modulação óptica, seja por intermédio de abordagem numérica seja pela tentativa de se encontrar funções analíticas. Especificamente para OFDM, é possível, sabendo o espectro de cada subportadora sob efeito dos ruídos de fase e amplitude da portadora óptica, estimar a interferência intercanal e desenvolver abordagens para mitigar ou coibir a ocorrência desses efeitos.

Por fim, os modelos podem ser usados para caracterizar a ação conjunta dos ruídos do laser com outros efeitos oriundos da fibra óptica e/ou do receptor, na tentativa de encontrar um modelo mais preciso para as restrições da camada física de um sistema de comunicações ópticas.

**2013**

Paulo Ribeiro ; BARROS, . M. T. A. O. ; ALENCAR, M. S. . Stochastic Analysis of the Laser Spectrum Considering the Phase Noise Effect. Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications (JMoe), Special Issue on Optical Communication, 2013.

Paulo Ribeiro; ALENCAR, M. S. . Caracterização do Espectro em Sistemas OFDM Considerando os Efeitos do Ruído de Fase. XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações – SBrT 2013.

**2012**

Ribeiro, Paulo ; Taynnan Barros, Michael ; ALENCAR, M. S. . CSA: A Route Clonal Selection Algorithm for Dynamic WDM Networks. Journal of Communications Software and Systems, v. 7, p. 1-14, 2012.

Taynnan Barros, Michael ; Ribeiro, Paulo ; ALENCAR, M. S. . Traffic Grooming for Clonal Selection Routing over Dynamically Wavelength-Routed Switched Networks. Revista IEEE América Latina, v. 10, p. 1435-1443, 2012.

BARROS, . M. T. A. O. ; Ribeiro, Paulo ; Alencar, Marcelo Sampaio De . Comparing Evolutionary Approaches for Routing in Dynamic Optical DWDM Networks. In: MOMAG 2012, 2012, João Pessoa - PB. Anais do MOMAG 2012, 2012.

**2011**

Paulo Ribeiro ; BARROS, . M. T. A. O. ; ALENCAR, M. S. . Performance of Wavelength Assignment Heuristics in a Dynamic Optical Network with Adaptive

Routing and Traffic Grooming. In: International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2011), 2011, Natal. Proceedings of International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2011), 2011.

Paulo Ribeiro ; BARROS, . M. T. A. O. ; Alencar, Marcelo Sampaio De. Grooming for Clonal Selection Routing over Dynamically Wavelength-Routed Switched Networks. In: 10th International Information and Telecommunication Technologies Conference, 2011, Florianópolis. Proceedings of the 10th International Information and Telecommunication Technologies Conference, 2011.

## 2010

Paulo Ribeiro ; ALENCAR, M. S. ; BARROS, . M. T. A. O. . Desempenho do Roteamento Adaptativo-Alternativo em Redes Ópticas Dinâmicas. In: XV Workshop de Gerência e Operação de Redes e Serviços (WGRS 2010), 2010, Gramado - RS. Anais do Workshop de Gerência e Operação de Redes e Serviços, 2010.

Paulo Ribeiro ; BARROS, . M. T. A. O. ; ALENCAR, M. S. . Performance Comparison between Dynamic Optical Circuit Switching and Optical Burst Switching. In: 9th International Conference on Optical Communications and Networks (ICOON2010), 2010, Nanjing, China. Proceedings of the The 9th International Conference on Optical Communications and Networks, 2010.

Paulo Ribeiro ; BARROS, . M. T. A. O. ; ALENCAR, M. S. . Simulador de Eventos Discretos em Redes Ópticas Dinâmicas Comutadas a Rajada. In: Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica, Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MOMAG 2010), 2010, Vila Velha - ES. Anais do Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica, Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MOMAG 2010), 2010.

Paulo Ribeiro ; BARROS, . M. T. A. O. ; ALENCAR, M. S. . Evaluation of Routing Algorithms in Dynamics Optical Networks with Traffic Grooming. In: Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica, Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MOMAG 2010), 2010, Vila Velha - ES. Anais do Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica, Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MOMAG 2010), 2010.

**2009**

Paulo Ribeiro ; CANDEIA, Edmar ; ALENCAR, M. S. . Performance Evaluation of Adaptive Routing and Survivability in Dynamic Grooming WDM Networks. In: International Workshop on Telecommunications (ITW09), 2009, São Paulo - SP. Proceedings of International Workshop on Telecommunications (ITW09), 2009.

Paulo Ribeiro ; BARBOSA, P. Y. S. ; COSTA . Simulador de Redes Ópticas Dinâmicas. In: 8th International Information and Telecommunication Technologies Symposium (I2TS 2009), 2009, Florianópolis - SC. Proceedings of 8th International Information and Telecommunication Technologies Symposium (I2TS 2009), 2009.

Ribeiro, Paulo ; ALENCAR, M. S. ; CANDEIA, Edmar . Roteamento Adaptativo e Agregação de Tráfego em Redes Ópticas WDM Dinâmicas. In: Simpósio Brasileiro de Telecomunicações 2009 (SBrT 2009), 2009, Blumenau - SC. Anais do Simpósio Brasileiro de Telecomunicações 2009 (SBrT 2009), 2009.

## Referências Bibliográficas

- [1] Rajiv Ramaswami, Kumar Sivarajan e Galen Sasaki. *Optical Networks: A Practical Perspective*. Elsevier, 3th edition, 2009.
- [2] Govind P. Agrawal. *Fiber-Optic Communication Systems*. Wiley-Interscience, 2002.
- [3] R.C. Giles e K.C. Reichmann. Optical Self-Homodyne DPSK Transmission at 1 and 2 Gbit/s over 86 km of Fibre. *Electronics Letters*, 23(22):1180 –1181, 1987.
- [4] T. Okoshi. Recent Advances in Coherent Optical Fiber Communication Systems. *Journal of Lightwave Technology*, 5(1):44 – 52, jan 1987.
- [5] Silvello Betti, Giancarlo De Marchis e Eugenio Iannone. *Coherent Optical Communications Systems*. Wiley, 1995.
- [6] Shiro Ryu. *Coherent Lightwave Communications Systems*. Artech House, 1995.
- [7] William Shieh e Ivan Djordjevic. *OFDM for Optical Communications*. Elsevier, 2010.
- [8] R. Noe, D. Sandel, M. Yoshida-Dierolf, S. Hinz, V. Mirvoda, A. Schopflin, C. Gungener, E. Gottwald, C. Scheerer, G. Fischer, T. Weyrauch e W. Haase. Polarization Mode Dispersion Compensation at 10, 20, and 40 Gb/s with Various Optical Equalizers. *Journal of Lightwave Technology*, 17:1602 – 1616, sep 1999.
- [9] E. Ip and J. M. Kahn. Digital Equalization of Chromatic Dispersion and Polarization Mode Dispersion. *Journal of Lightwave Technology*, 25(8):2033 –2043, agosto 2007.
- [10] Guifang Li. Recent Advances in Coherent Optical Communication. *Advances in Optics and Photonics*, 1(2):279–307, Abril 2009.

- [11] Ezra Ip, Alan Pak Tao Lau, Daniel J. F. Barros, and Joseph M. Kahn. Coherent Detection in Optical Fiber Systems. *Optical Express*, 16(2):753–791, Jan 2008.
- [12] Jianjun Yu, Xiang Zhou, Ming-Fang Huang, Yin Shao, Dayou Qian, Ting Wang, M. Cvijetic, P. Magill, L. Nelson, M. Birk, S. Ten, H.B. Matthew, and S.K. Mishra. 17 tb/s (161x114 gb/s) PolMux-RZ-8PSK Transmission over 662 km of Ultra-Low Loss Fiber Using C-Band EDFA Amplification and Digital Coherent Detection. In *34th European Conference on Optical Communication, 2008. ECOC 2008.*, pages 1 –2, sept. 2008.
- [13] Wei-Ren Peng, Jason (Jyehong) Chen e Sien Chi. On the Phase Noise Impact in Direct-Detection Optical OFDM Transmission. *IEEE Photonics Technology Letters*, 22(9):649–651, 2010.
- [14] Weng W. Chow. Are nonclassical light sources lasers? *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 19(4), 2013.
- [15] Xingwen Yi, William Shieh e Yiran Ma. Phase Noise Effects on High Spectral Efficiency Coherent Optical OFDM Transmission. *Journal of Lightwave Technologie*, 26(10):1309–1316, May 2008.
- [16] Maurizio Magarini, Arnaldo Spalvieri, Francesco Vacondio, Marco Bertolini, Marianna Pepe e Giancarlo Gavioli. Empirical Modeling and Simulation of Phase Noise in Long-Haul Coherent Optical Transmission Systems. *Optics Express*, 19(23):22455–22461, Nov 2011.
- [17] Tam N. Huynh, Frank Smyth, Lim Nguyen e Liam P. Barry. Effects of Phase Noise of Monolithic Tunable Laser on Coherent Communication Systems. *Optics Express*, 20(26):B244–B249, 2012.
- [18] Samy Ghoniemy, Leonard MacEachern e Samy Mahmoud. Analytical Expressions, Modeling, and Simulations of Intensity and Frequency Fluctuations in Directly Modulated Semiconductor Lasers. *Optical Engineering*, 43(1):224–233, 2004.
- [19] Hans Wenzel. Basic Aspects of High-Power Semiconductor Laser Simulation (Invited Paper). *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 19(5), 2013.

- [20] Moustafa Ahmed, Minoru Yamada e Masayuki Saito . Numerical Modeling of Intensity and Phase Noise in Semiconductor Lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 37(12):1600–1610, 2001.
- [21] Stefan Odermatt e Bernd Witzigmann. A Microscopic Model for the Static and Dynamic Lineshape of Semiconductor Lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 42(6):538–551, 2006.
- [22] Irshaad Fatadin, David Ives e Martin Wicks. Numerical Simulation of Intensity and Phase Noise from Extracted Parameters for CW DFB Lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 42(9):934–941, 2006.
- [23] Kazuro Kikuchi. Characterization of Semiconductor-Laser Phase Noise and Estimation of Bit-Error Rate Performance with Low-Speed Offline Digital Coherent Receivers. *Optics Express*, 20(5):5291–5302, 2012.
- [24] Nikola Bucalovic, Vladimir Dolgovskiy, Christian Schori, Pierre Thomann, Gianni Di Domenico e Stéphane Schilt. Experimental Validation of a Simple Approximation to Determine the Linewidth of a Laser from its Frequency Noise Spectrum. *Applied Optics*, 51(20):4582–4588, Jul 2012.
- [25] Wei-Ren Peng. Analysis of Laser Phase Noise Effect in Direct- Detection Optical OFDM Transmission. *Journal of Lightwave Technology*, 28(17):2526–2536, 2010.
- [26] João L. Rebola e Adolfo Cartaxo. Analysis and Validation of the Probability Density Function of the Output Current of Optically Preamplified Receivers with Arbitrary Optical Filtering Through Monte Carlo Simulation. *Journal of Optical Communications*, 27(5):242–248, 2006.
- [27] Marcelo Sampaio de Alencar. Estimaco da Funo Densidade de Probabilidade de Sinais Aleatrios por Anlise Espectral. Dissertao de mestrado, Universidade Federal da Paraba, 1988.
- [28] Marcelo Sampaio de Alencar. Analysis of the Spectral Lineshape of Semiconductor Lasers. In *Simpsio Brasileiro de Telecomunicaes*, volume 1, pages 2141 – 2145, 1991.
- [29] Charles H. Henry. Theory of the Linewidth of Semiconductor Lasers. *IEEE Journal of Quantum Eletronics*, 18(2):259–264, 1982.

- [30] Charles H. Henry. Phase Noise in Semiconductor Lasers. *Journal of Lightwave Technology*, 4(3):298 – 311, 1986.
- [31] Christophe Peucheret. Generation and Detection of Optical Modulation Formats. Notas de aula disponíveis em [http://web-files.ait.dtu.dk/cpeu/download/34150\F2012\CPEU\\_Modulation\\_Formats.pdf](http://web-files.ait.dtu.dk/cpeu/download/34150\F2012\CPEU_Modulation_Formats.pdf), 2012. (Acessado em 28 de novembro de 2012).
- [32] Govind P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Elsevier Science, 2010.
- [33] Melvin Lax. Classical Noise. V. Noise in Self-Sustained Oscillators. *Physical Review*, 160:290–306, 1967.
- [34] Mark W. Fleming e Aram Mooradian. Fundamental Line Broadening of Single-Mode (GaAl)As Diode Lasers. *Applied Physics Letters*, 38:511–513, April 1981.
- [35] Klaus Petermann. *Laser Diode Modulation and Noise*. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [36] Charles H. Henry. Theory of the Phase Noise and Power Spectrum of a Single Mode Injection Laser. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 19(9):1391–1397, 1983.
- [37] T. Okoshi, K. Kikuchi e A. Nakayama. Novel Method for High Resolution Measurement of Laser Output Spectrum. *Electronics Letters*, 16(16):630–631, 1980.
- [38] Behzad Moslehi. Noise Power Spectra of Optical Two-Beam Interferometers Induced by the Laser Phase Noise. *Journal of Lightwave Technology*, 4(11):1704–1710, 1986.
- [39] Robert W. Tkach e Andrew R. Chraplyvy. Phase Noise and Linewidth in an InGaAsP DFB Laser. *Journal of Lightwave Technology*, 4(11):1711–1716, 1986.
- [40] K. Kikuchi. Precise Estimation of Linewidth Reduction in Wavelength-Detuned DFB Semiconductor Lasers. *Electronics Letters*, 24(2):80–81, 1988.
- [41] A. R. Chraplyvy, K. Y. Liou, R. W. Tkach, G. Eisenstein, Y. K. Jhee, T. L. Koch, P. J. Anthony, e U. K. Chakrabarti. Simple Narrow-Linewidth 1.5  $\mu\text{m}$  InGaAsP DFB External-Cavity Laser. *Electronics Letters*, 22(2):88–90, 1986.



- [42] H. Yasaka, M. Fukuda e T. Ikegami. Current Tailoring for Lowering Linewidth Floor. *Electronics Letters*, 24(12):760–762, 1988.
- [43] Athanasios Papoulis e S. Unnikrishna Pillai. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, 4th edition, 2002.
- [44] Marcelo Sampaio de Alencar e Valdemar Cardoso da Rocha. *Communication Systems*. Springer, 2005.
- [45] Athanasios Papoulis. Random Modulation: A Review. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 31(1):96–105, 1983.
- [46] N. M. Blachman e G. A. McAlpine. The Spectrum of a High-Index FM Waveform: Woodward’s Theorem Revisited. *IEEE Transactions on Communications Technology*, 17(2), 1969.
- [47] Asier Villafranca, Javier Lasobras, José A. Lázaro e Ignacio Garcés. Characterization of the Main Semiconductor Laser Static and Dynamic Working Parameters From CW Optical Spectrum Measurements. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 43(2):116–122, 2007.
- [48] Christophe Peucheret. Elements of Electromagnetic Theory, Anisotropic Media, and Light Modulation by the Linear Electro-Optic Effect. Notas de aula disponíveis em [http://web-files.ait.dtu.dk/cpeu/download/34153\\\_E2011\\\_CPEU\\\_Electro\\\_Optic\\\_Modulation.pdf](http://web-files.ait.dtu.dk/cpeu/download/34153\_E2011\_CPEU\_Electro\_Optic\_Modulation.pdf), 2012. (Acessado em 10 de dezembro de 2012).
- [49] Kazuto Noguchi. Lithium Niobate Modulators. In Antao Chen e Edmond J. Murphy, editor, *Broadband Optical Modulators Science Technology*. CRC Press, 2012.
- [50] Peter J. Winzer e René-Jean Essiambre. Advanced Optical Modulation Formats. In Ivan P. Kaminow, Tingye Li e Alan E. Willner, editor, *Optical Fiber Telecommunications V B: Systems and Networks*. Elsevier, 2008.
- [51] Keang-Po Ho. *Phase-Modulated Optical Communication Systems*. Springer, 2005.
- [52] Jan Conradi. Bandwidth-Efficient Modulation Formats for Digital Fiber Transmission Systems. In Ivan P. Kaminow e Tingye Li, editor, *Optical Fiber Telecommunications IV B: Systems and Impairments*. Elsevier, 2002.

- [53] John G. Proakis e Masoud Salehi. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 5ª edition, 2007.
- [54] Tor Aulin e Carl-Erik Sundberg. An Easy Way to Calculate Power Spectra for Digital FM. *IEEE Proceedings of Communications, Radar and Signal Processing*, 130(6):519–526, 1983.
- [55] Tor Aulin e Carl-Erik Sundberg John B. Anderson. *Digital Phase Modulation*. Plenun Press, 1986.
- [56] V. K. Prabhu e H. E. Rowe. Spectra of Digital Phase Modulation by Matrix Methods. volume 53, pages 899 – 932, 1974.
- [57] H. E. Rowe e V. K. Prabhu. Power Spectrum of a Digital, Frequency-Modulation Signal. volume 54, pages 1095 – 1125, 1975.
- [58] Pierre A. Laurent. Exact and Approximate Construction of Digital Phase Modulations by Superposition of Amplitude Modulated Pulses (AMP). *IEEE Transactions on Communications*, 34(2):150–160, 1986.
- [59] Chaotan Sima, James C. Gates, Michalis N. Zervas e Peter G. R. Smith. Review of Photonic Hilbert Transformers. *Frontiers of Optoelectronics*, 6(1):78–88, 2013.
- [60] Robert W. Chang. Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission. *Bell System Technical Journal*, 45:1775–1796, Dezembro 1966.
- [61] Robert W. Chang. Orthogonal Frequency Multiplex Data Transmission System, Janeiro 1970. URL Patentenz3488445.Disponívelemhttp://www.freepatentsonline.com/3488445.html.
- [62] J. Salz e S.B. Weinstein. Fourier Transform Communication System. In *Proceedings of the First ACM Symposium on Problems in the Optimization of Data Communications Systems*, pages 99–128, 1969.
- [63] Abraham Peled e Antonio Ruiz. Frequency Domain Data Transmission Using Reduced Computational Complexity Algorithms. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing – ICASSP 80.*, volume 5, pages 964–967, 1980.

- [64] Leonard J. Cimini Jr. Analysis and Simulation of a Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency Division Multiplexing. *IEEE Transactions on Communications*, 33(7):665–675, 1985.
- [65] Qi Pan e Roger J. Green. Bit-Error-Rate Performance of Lightwave Hybrid AM/OFDM Systems with Comparison with AM/QAM Systems in the Presence of Clipping Impulse Noise. *IEEE Photonics Technology Letters*, 8(2):278–280, 1996.
- [66] Bryn J. Dixon, Roger D. Pollard e Stravos Iezekiel. Orthogonal Frequency Division Multiplexing in Wireless Communication Systems with Multimode Fibre Feeds. In *IEEE Radio and Wireless Conference – RAWCON 2000*, pages 79–82, 2000.
- [67] William Shieh e Chandranath R. N. Athaudage. Coherent Optical Orthogonal Frequency Division Multiplexing. *Electronics Letters*, 42(10):587–589, 2006.
- [68] Ivan B. Djordjevic e Bane Vasic. Orthogonal Frequency Division Multiplexing for High-Speed Optical Transmission. *Optical Express*, 14(9):3767–3775, May 2006.
- [69] Moshe Nazarathy, Jacob Khurgin, Rakefet Weidenfeld, Yehuda Meiman, Pak Cho, Reinhold Noe, Isaac Shpantzer e Vadim Karagodsky. Phased-Array Cancellation of Nonlinear FWM in Coherent OFDM Dispersive Multi-Span Links. *Optical Express*, 16(20), 2008.
- [70] William Shieh. High Spectral Efficiency Coherent Optical OFDM for 1 Tb/s Ethernet Transport. In *Conference on Optical Fiber Communication – OFC 2009*, pages 1–3, 2009.
- [71] Sander Lars Jansen, Itsuro Morita, Tim C. W. Schenk e Hideaki Tanaka. 10x121.9-Gb/s PDM-OFDM Transmission with 2-b/s/Hz Spectral Efficiency over 1000 km of SSMF. *Journal of Lightwave Technology*, 27(3):177–188, 2009.
- [72] Jean Armstrong. OFDM for Optical Communications. *Journal of Lightwave Technology*, 27(3):189–204, 2009.
- [73] William Shieh, H. Bao e Y. Tang. Coherent Optical OFDM: Theory and Design. *Optical Express*, 16(2):841–859, Jan 2008.

- [74] Sander Lars Jansen, Itsuro Morita, Tim C. W. Schenk, Dirk Van den Borne e Hideaki Tanaka. Optical OFDM - A Candidate for Future Long-Haul Optical Transmission Systems. In *Conference on Optical Fiber communication/National Fiber Optic Engineers Conference - OFC/NFOEC 2008*, pages 1–3, 2008.
- [75] Alan Barbieri, Giulio Lio Colavolpe, Tommaso Foggi, Enrico Forestieri e Giancarlo Prati. OFDM versus Single-Carrier Transmission for 100 Gbps Optical Communication. *Journal of Lightwave Technology*, 28(17):2537–2551, 2010.
- [76] Daniel Moutinho Pataca, Luis Henrique Hecker de Carvalho, Cristiane Brandani Ferrari Adami, Fábio Donati Simões e Júlio C. R. F. Oliveira. Transmissão de um Supercanal OFDM de 1,12 Tb/s por 452 km com Eficiência Espectral de 4 b/s/Hz. In *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 2012.