

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ESTIMAÇÃO ROBUSTA EM CONTROLE ADAPTATIVO

Vicente Ferreira de Lucena Junior

Campina Grande - PB

11
544

L 93

ESTIMAÇÃO ROBUSTA EM CONTROLE ADAPTATIVO

Vicente Ferreira de Lucena Junior

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para a obtenção do grau de Mestre.

Péricles Rezende Barros, Ph.D.
Orientador

Campina Grande - PB
Agosto de 1993



L935e Lucena Junior, Vicente Ferreira de
Estimacao robusta em controle adaptativo / Vicente
Ferreira de Lucena Junior. - Campina Grande, 1993.
163 f.

Dissertacao (Mestrado em Engenharia Eletrica) -
Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e
Tecnologia.

1. Algoritmos 2. Dissertacao I. Barros, Pericles
Rezende, Dr. II. Universidade Federal da Paraiba - Campina
Grande (PB)

CDU 004.421(043)

ESTIMAÇÃO ROBUSTA EM CONTROLE ADAPTATIVO

VICENTE FERREIRA DE LUCENA JUNIOR

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 23.08.1993

Péricles Rezende Barros

PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph. D., UFPB
Orientador



ANTÔNIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFPB
Componente da Banca



WAGNER CARADORI DO AMARAL, Dr., UNICAMP
Componente da Banca

CAPINA GRANDE - PB
AGOSTO - 1993

Aos meus pais Vicente e Dediles,
por seu amor e dedicação a mim
e a meu irmão Valter;

À minha esposa Juliana, por seu
apoio, paciência e carinho;

E à Paula, fonte de alegria, futuro
que há de vir.

AGRADECIMENTOS

Ao encerrar os trabalhos desta dissertação, devem ser registrados alguns agradecimentos especiais a todos os que, de forma direta ou indireta, auxiliaram em sua execução.

À Universidade do Amazonas e à Escola Técnica Federal do Amazonas, particularmente nas pessoas dos diretores, por ocasião de minha liberação, da Faculdade de Tecnologia professor Hélvio Guerra e da Escola Técnica professor Raimundo Luís.

Ao professor Péricles Rezende Barros, pela orientação, estímulo, apoio e confiança dedicada ao longo de todo mestrado.

Aos professores Misael Elias de Moraes, orientador acadêmico, e Antônio Marcus Nogueira Lima pela orientação inicial e incentivo em disciplinas fundamentais para o tema deste trabalho.

Ao amigo Washington Luís Silva, companheiro em diversas disciplinas e eficiente assessor para assuntos de programação em Turbo C.

À minha esposa Juliana, por sua atenta e dedicada revisão ortográfica e gramatical, além da edição da primeira versão de quase todos os capítulos desta Dissertação.

RESUMO

Os algoritmos de estimação utilizados em sistemas de controle adaptativo devem ser capazes de detectar e acompanhar possíveis variações paramétricas dos sistemas a serem controlados; devem estar aptos a contornar os problemas inerentes das dinâmicas não modeladas e ruídos de medição, estando sujeitos, ainda, a períodos com baixos níveis de excitação.

Neste trabalho, visando incrementar a robustez e o desempenho, implementa-se uma série de modificações no algoritmo mínimos quadrados incremental, de forma a melhorar sua capacidade de acompanhar variações paramétricas e diminuir os efeitos das perturbações existentes em sistemas reais.

Dois sistemas de controle adaptativo são implementados tendo como estimador o referido algoritmo. O primeiro, utilizando uma alocação de pólos convencional, e o segundo, uma abordagem frequencial para o projeto do controlador. Simulações são realizadas ao longo de todo o trabalho, ilustrando o desempenho do estimador e sua adequação a aplicações reais de controle adaptativo.

ABSTRACT

Estimation algorithms used in adaptive control systems should be able to detect and track plant parameter variations. They should also be able to deal with unmodelled dynamics and measurement noise, yielding good estimates even in the presence of periods of low excitation.

This work aims at the aspects of robust estimation in adaptive control. Here, modifications are made in the incremental least squares algorithm in order to increase its parameter tracking ability and decrease the effects of the disturbances.

Two adaptive controllers are presented that use the resulting estimation algorithm. The first one uses the conventional pole placement technique. The second one uses a frequency domain approach for controller redesign. Simulation examples are presented illustrating the performance of the new algorithm and its potential use in adaptive control applications.

SUMÁRIO

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
SUMÁRIO	v
LISTA DE FIGURAS E TABELAS	ix
INTRODUÇÃO	1
Comentários Iniciais	1
Caracterização do Trabalho	5
Estrutura da Dissertação	6
CAPÍTULO 1 - ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS: ALGORITMOS MÍNIMOS QUADRADOS	8
1.1. Introdução	8
1.2. Estimação de Parâmetros	9
1.2.1. Modelagem do sistema	10
1.3. Mínimos Quadrados Padrão	11
1.4. Mínimos Quadrados Recursivo	15
1.5. Mínimos Quadrados Incremental	18
1.6. Conclusões	20

CAPÍTULO 2 - MÍNIMOS QUADRADOS INCREMENTAL MODIFICADO	21
2.1. Introdução	21
2.2. Descrição do Sistema	23
2.3. Modificações no Algoritmo Mínimos Quadrados Incremental	25
2.3.1. Estimador mínimos quadrados incremental com blocos sucessivos	25
2.3.2. Estimador mínimos quadrados incremental com blocos deslizantes	26
2.4. Cálculo das Estimativas Mínimos Quadrados Incrementais	27
2.4.1. Mínimos quadrados incremental utilizando a decomposição QR	27
2.4.2. Estimação mínimos quadrados incremental utilizando a decomposição de Schur	30
2.5. Testes com o Estimador Mínimos Quadrados Incremental Utilizando a Decomposição QR	31
2.6. Conclusões	36
CAPÍTULO 3 - ROBUSTEZ E DESEMPENHO DO ALGORITMO INCREMENTAL MODIFICADO	37
3.1. Introdução	37
3.2. Fator de Esquecimento e Desempenho do Algoritmo Incremental Modificado Utilizando a Decomposição QR	38
3.2.1. Tipo do fator de esquecimento	39
3.2.2. Faixa de valores do fator de esquecimento	39
3.2.3. Testes realizados variando o valor de λ	40
3.3. Robustez e Nível de Excitação	44
3.3.1 Experimento padrão	44
3.3.2 Ruído	45
3.3.3 Tornando o estimador robusto	46
3.4. Dinâmicas Não Modeladas e Zona Morta Suave	48
3.4.1. Considerações matemáticas sobre as dinâmicas não modeladas	48
3.4.2. Introduzindo uma medida de qualidade das estimativas	49

3.4.3. Zona morta suave	50
3.5. Exemplos de Simulação	52
3.5.1. Modelagem completa.....	52
3.5.2. Modelagem incompleta.....	56
3.6. Conclusões	62
CAPÍTULO 4 - ESTIMAÇÃO ROBUSTA EM CONTROLE ADAPTATIVO POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS	63
4.1. Introdução	63
4.2. Alocação de Pólos	64
4.2.1. Descrição do sistema em malha fechada.....	64
4.2.2. Solução da equação Diofantina.....	68
4.3. Exemplos de Simulação	69
4.3.1. Modelagem completa.....	71
4.3.2. Modelagem incompleta.....	79
4.4. Conclusões	87
CAPÍTULO 5 - PROJETO DE CONTROLADORES ADAPTATIVOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	88
5.1. Introdução	88
5.2. Descrição do Problema	89
5.3. Projeto do Controlador.....	92
5.3.1. Descrição do método.....	92
5.4. Estimação dos Parâmetros	95
5.4.1. Modelos utilizados.....	96
5.4.2. Filtragem.....	97
5.4.3. Algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR	98
5.5. Parâmetros de projeto.....	100
5.6. Exemplos de Simulação	102
5.6.1. Condições para as simulações	102
5.6.2. Primeiro exemplo	106
5.6.3. Segundo exemplo	116

5.6.4. Terceiro exemplo.....	126
5.6.5. Comentários sobre os testes.....	136
5.7. Conclusões	137
CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS.....	138
Resumo do Trabalho Realizado	138
Resultados Obtidos.....	140
Sugestões para Próximos Trabalhos.....	141
APÊNDICE A - DECOMPOSIÇÃO QR	142
A.1. Introdução	142
A.2. Decomposição QR.....	142
A.3. Algoritmo Utilizado	144
A.4. Fluxograma do Algoritmo QR Utilizado.....	147
A.5. Código Fonte da Implementação da Decomposição QR na Linguagem de Programação C	149
APÊNDICE B - DECOMPOSIÇÃO DE SCHUR.....	152
B.1. Introdução	152
B.2. Decomposição de Schur.....	152
B.3. Algoritmos Existentes	154
APÊNDICE C - ALGORITMO MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO COM ESQUECIMENTO DIRECIONAL.....	156
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	158

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

Figura 1.1 - Classe de modelos escolhida.....	10
Figura 2.1 - Representação dos blocos de dados e localização das estimativas no tempo para o estimador mínimos quadrados incremental padrão.....	25
Figura 2.2 - Representação da mudança proposta para a constituição dos blocos de dados e da localização das estimativas no tempo.....	26
Figura 2.3 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição.....	33
Figura 2.4 - Comparação entre os algoritmos incremental padrão e o modificado utilizando a decomposição QR com blocos de 100 pontos e fatores de esquecimento diferentes (0,95 e 1,0).....	34
Figura 2.5 - Resultados obtidos com o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR com blocos de 200 pontos e fatores de esquecimento diferentes (0,95 e 1,0).....	35
Figura 3.1 - Comportamento de exponenciais do tipo $\lambda \cdot \exp(M)$	40
Figura 3.2 - Estimativas realizadas com o algoritmo incremental modificado utilizando blocos de dados de 100, 200 e 500 pontos e fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,99$	42
Figura 3.3 - Estimativas realizadas com o algoritmo incremental modificado utilizando o bloco de dados fixo com 500 pontos e fatores de esquecimento ajustados em $\lambda = 0,95$, $0,97$ e $0,99$	43
Figura 3.4 - Comparação entre os algoritmos incremental modificado e mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,95$ e bloco de dados de 100 pontos. Variação paramétrica abrupta.....	54
Figura 3.5 - Comparação entre os algoritmos incremental modificado e mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,95$ e bloco de dados de 100 pontos. Variação paramétrica gradual.....	55
Figura 3.6 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição.....	59

Figura 3.7 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição, e com ausência de excitação por um período.	59
Figura 3.8 - Comportamento do algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR, com e sem a zona morta suave proposta.....	60
Figura 3.9 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR com zona morta suave, e o mínimos quadrados recursivo com um período com falta de excitação.....	61
Figura 4.1 - Estrutura típica de um sistema em malha fechada.....	64
Figura 4.2 - Sistema em malha fechada com um controlador linear geral.....	65
Figura 4.3 - Diagrama em blocos do sistema em malha fechada obtido.	70
Figura 4.4 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo para estimar os parâmetros do sistema. Variação paramétrica abrupta, sem dinâmica não modelada.....	73
Figura 4.5 - Parâmetros s_2 , s_1 e $s_0=t_0$ obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, sem dinâmica não modelada.	74
Figura 4.6 - Parâmetros r_1 e r_0 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, sem dinâmica não modelada.	75
Figura 4.7 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo para estimar os parâmetros do sistema. Variação paramétrica gradual, sem dinâmica não modelada.	76
Figura 4.8 - Parâmetros s_2 , s_1 e $s_0=t_0$ obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica lenta, sem dinâmica não modelada.	77
Figura 4.9 - Parâmetros r_1 e r_0 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica lenta, sem dinâmica não modelada.	78
Figura 4.10 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo para estimar os parâmetros do sistema. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada.	81
Figura 4.11 - Parâmetros s_2 , s_1 e $s_0=t_0$ obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada.....	82
Figura 4.12 - Parâmetros r_1 e r_0 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada.	83

Figura 4.13 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo para estimar os parâmetros do sistema. Variação paramétrica abrupta com dinâmica não modelada e um período sem excitação.....	84
Figura 4.14 - Parâmetros s_2 , s_1 e $s_0=t_0$ obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada e falta de excitação.....	85
Figura 4.15 - Parâmetros r_1 e r_0 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada e falta de excitação.....	86
Figura 5.1 - Diagrama em blocos do sistema resultante em malha fechada.....	95
Figura 5.2 - Modelos reduzidos adotados em cada tipo de filtragem seletiva.....	97
Figura 5.3 - Módulo e fase obtidos pelos filtros e pelo sistema a ser controlado. Os círculos indicam o valor exato na curva do sistema para módulo e fase nas frequências desejadas.....	104
Figura 5.4 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta. Primeira frequência escolhida.....	108
Figura 5.5 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta. Segunda frequência escolhida.....	109
Figura 5.6 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta. Terceira frequência escolhida.....	110
Figura 5.7 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional para estimar os parâmetros do sistema. Variação abrupta.....	111
Figura 5.8 - Parâmetros t_0 , r_1 e r_2 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta.....	112
Figura 5.9 - Parâmetros s_0 , e s_1 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta.....	113
Figura 5.10 - Desempenho obtido em malha fechada - Módulo e Fase - para as três frequências, em cada instante, pelos dois algoritmos. Variação paramétrica abrupta.....	114
Figura 5.11 - Diagrama de Nyquist dos sistemas obtidos com os dois algoritmos no instante 970 amostras.....	115

Figura 5.12 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica lenta. Primeira frequência escolhida.	118
Figura 5.13 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica lenta. Segunda frequência escolhida.	119
Figura 5.14 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica lenta. Terceira frequência escolhida.	120
Figura 5.15 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional para estimar os parâmetros do sistema. Variação lenta.	121
Figura 5.16 - Parâmetros t_0 , r_1 e r_2 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica lenta.	122
Figura 5.17 - Parâmetros s_0 e s_1 e obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica lenta.	123
Figura 5.18 - Desempenho obtido em malha fechada - Módulo e Fase - para as três frequências, em cada instante, pelos dois algoritmos. Variação paramétrica lenta.	124
Figura 5.19 - Diagrama de Nyquist dos sistemas obtidos com os dois algoritmos no instante 950 amostras.	125
Figura 5.20 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação. Primeira frequência escolhida.	128
Figura 5.21 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação. Segunda frequência escolhida.	129
Figura 5.22 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação. Terceira frequência escolhida.	130
Figura 5.23 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional para estimar os parâmetros do sistema. Variação abrupta e um período com falta de excitação.	131
Figura 5.24 - Parâmetros t_0 , r_1 e r_2 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação.	132

Figura 5.25 - Parâmetros s_0 e s_1 e obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação.	133
Figura 5.26 - Desempenho obtido em malha fechada - Módulo e Fase - para as três frequências, em cada instante, pelos dois algoritmos. Variação abrupta e um período com falta de excitação.	134
Figura 5.27 - Diagrama de Nyquist dos sistemas obtidos com os dois algoritmos no instante 830 amostras.	135
Tabela 3.1 - Faixas de valores para escolha de λ em função do tamanho do bloco de dados.	41
Tabela 5.1 - Valores de r_i e φ_i adotados nos filtros para as frequências escolhidas.	103
Tabela 5.2 - Valores de a_p e $v(k)$ adotados no algoritmo mínimos quadrados com esquecimento direcional para cada frequência w_j	105
Tabela 5.3 - Autovalores obtidos com o sinal padrão, ruído de medição e valor mínimo adotado para cada parâmetro das três frequências escolhidas.	126
Tabela A.1 - Número de interações necessárias para completar a Decomposição QR de matrizes quadradas de posto completo com o algoritmo utilizado.	146
Tabela B.1 - Número de interações necessárias para implementar a decomposição de Schur de matrizes de dimensões 2, 3, 4 e 5. Quantidades referentes ao melhor e pior caso utilizando a transformação de Jacobi e média para a transformação de Householder + QL.	155

INTRODUÇÃO

Comentários Iniciais

Sistemas de controle tem sido uma área de pesquisa importante devido à sua ampla utilização em automação de processos de manufatura e industriais, contribuindo na melhoria da qualidade dos produtos, diminuindo custos e aumentando taxas de produção.

O objetivo de projetar controladores é garantir que o desempenho do sistema controlado seja satisfatório sob determinados aspectos relevantes para o processo em questão (Ogata (1970) e D'Azzo & Houpis (1975)). Em situações reais, os sistemas a serem controlados têm seu comportamento dinâmico modificado com o tempo devido à ação de atuadores não lineares, mudanças nas condições de operação do processo, perturbações, e à própria imperfeição da modelagem do sistema. De fato, uma vez modelado o sistema, os parâmetros deste modelo podem vir a mudar com o tempo. Isto torna necessária a utilização de técnicas de controle que garantam que o desempenho obtido esteja dentro das especificações desejadas durante todo tempo de operação, apesar das variações paramétricas.

Uma alternativa, é o uso da Teoria de Controle Robusto sempre que for possível delimitar a faixa de variação dos parâmetros. Várias técnicas de projeto vêm sendo relatadas e implementadas com sucesso nos últimos anos (Horowitz & Sidi (1972), Francis (1987) e Morari & Zafiriou (1989)), tornando possível contornar as incertezas do sistema projetando-se um controlador com parâmetros fixos que satisfaça as exigências de projeto.

No entanto, nem sempre é possível delimitar a variação paramétrica para projetar um controlador confiável. Sistemas cujo ponto de operação varia ou sofrem influência de perturbações externas difíceis de medir, são exemplos típicos onde não é possível

especificar uma faixa de valores para os seus parâmetros. Para garantir o desempenho, é necessário inserir uma certa inteligência no sistema de controle, fazendo com que sejam detectadas as mudanças e reprojeto o controlador, atendendo, assim, as exigências impostas. Este é o campo de atuação de Controle Adaptativo (Åström (1983)): detectar a variação paramétrica do sistema a ser controlado e corrigir o projeto do controlador a cada instante, mantendo as respostas dentro dos níveis desejados.

Nas últimas décadas, várias técnicas de controle adaptativo têm sido estudadas em universidades e centros de pesquisa e desenvolvimento em todo o mundo. Publicações mais recentes de controle dedicam uma atenção especial para esta abordagem (Middleton & Goodwin (1990)), sendo outras completamente dedicadas (por exemplo, Åström & Wittenmark (1989) e Sastry & Bodson (1989)).

Na realidade, o campo de atuação de controle robusto e controle adaptativo não está completamente delimitado, o que suscita discussões sobre qual dos dois apresenta melhores soluções em termos de custos e desempenho no controle de sistemas variantes no tempo (Åström et al. (1986) e Zames & Wang (1992)). A literatura indica que controle adaptativo carece de teorias mais maduras e de um maior número de aplicações práticas bem sucedidas, fazendo com que as técnicas de controle robusto sejam empregadas preferivelmente sempre que atenderem às exigências do caso.

Um sistema de controle adaptativo básico necessita de um estimador dos parâmetros do sistema a ser controlado, e de um sistema automático de projeto do controlador. Tratam-se de duas áreas específicas com vários estudos publicados sobre cada uma. A escolha destes dois componentes e a sua combinação, resulta em um sistema de controle adaptativo que incorpora as vantagens e os defeitos de cada um.

Em aplicações de controle adaptativo deve-se utilizar estimadores "on line", ou seja, estimadores conectados ao sistema, estimando seus parâmetros durante a sua operação. Um número cada vez maior de novos algoritmos surge tentando amoldar-se a necessidades específicas e melhorar suas características reconhecidamente falhas. Em consequência, é inevitável que surjam comparações entre esses diversos algoritmos, tanto para estimação de sistemas no tempo contínuo (Neumann et al. (1988) e Sagara et al. (1991)) como no tempo discreto (Isermann et al. (1974) e Favier et al. (1988)).

Duas importantes características de um algoritmo estimador utilizado em um sistema de controle adaptativo são a sua resposta transitória às variações paramétricas e a sua convergência aos valores reais. Deseja-se que o algoritmo apresente uma resposta rápida e bem comportada sempre que ocorrer tal variação, e que o valor estimado seja o mais próximo possível do valor considerado como real.

Algumas técnicas que têm sido publicadas resultam de estudos que procuram incrementar a habilidade dos algoritmos em detectar e acompanhar variações ocorridas nos parâmetros do sistema durante a sua operação (Wiberg (1987), Chen & Norton (1987), Gerencsér (1988) e Davis (1988)), sendo que algumas apresentam resultados obtidos em aplicações reais. Um fator decisivo na qualidade destes resultados é a quantidade de excitação presente e a influência das perturbações inerentes de qualquer sistema. Algoritmos que consideram tais fatores são encontrados, por exemplo, em Salgado et al. (1988), Barros & Goodwin (1990) e Barros (1990).

Entre as perturbações que deterioram a qualidade das estimativas destacam-se, especialmente, o ruído de medição e as dinâmicas não modeladas. A presença de ruído tem sido solucionada normalmente através de filtragens, considerando uma modelagem para os mesmos (Ljung (1987), Middleton & Goodwin (1990)), ou através de algoritmos que já levam em conta esta perturbação específica (Feng & Zheng (1988)). Já o efeito de dinâmicas de alta frequência, desconsideradas na modelagem do sistema a ser controlado, vem contribuir de forma relevante para a estabilidade dos sistemas em malha fechada. Para contornar tal situação, algumas considerações sobre dinâmicas não modeladas estruturadas e não estruturadas devem ser feitas, de forma a garantir que o controlador projetado resulte em um sistema em malha fechada estável (O'Reilly (1986) e Barros (1990)). Na verdade, deve-se considerar um compromisso entre a habilidade do algoritmo em acompanhar variações paramétricas e a sua sensibilidade a estas perturbações.

No que se refere à quantidade de excitação necessária para garantir boas estimativas, algumas discussões ao longo dos últimos anos vêm sendo geradas a respeito de termos como Excitação Persistente ou Excitação Suficientemente Rica que aparecem em várias publicações, e, ainda, com sugestões de novos algoritmos (Bai & Sastry (1985), Narendra & Annaswamy (1987) e Mareels & Gevers (1988)). O fato é que na ausência de um sinal suficientemente rico, os parâmetros estimados podem sofrer um

deslocamento, distanciando-se dos valores esperados e, particularmente em controle adaptativo, fazendo com que o cálculo do controlador conduza a sistemas instáveis em malha fechada.

Algumas alternativas para contornar estes problemas sugerem, por exemplo, que os parâmetros do controlador sejam "congelados", enquanto um sinal interno suficientemente rico é aplicado de forma apropriada, garantindo que a estimativa seja de boa qualidade para, então, voltar a permitir que os parâmetros do controlador sejam atualizados, "descongelando" o mecanismo de ajuste adotado (Giri et al. (1988)). Uma outra opção é, simplesmente, interromper as estimativas dos parâmetros do sistema sempre que seja detectado que a excitação presente não é rica o suficiente para garantir estimativas coerentes, mantendo o projeto do controlador com valores constantes de forma indireta (Barros (1990) e Barros & Goodwin (1990)).

Uma outra categoria de artigos trata do problema de acompanhar a variação de parâmetros em controle adaptativo como um todo, fazendo propostas para esquemas de controle específicos (Tsakalis & Ioannou (1987) e Errahimi & Radouane (1992)), sugerindo critérios de avaliação de desempenho referentes a este acompanhamento (Benveniste (1987)), e formalizando o emprego de vários algoritmos utilizados (Middleton & Goodwin (1988)).

Em uma outra abordagem, utiliza-se a resposta em frequência do sistema a ser controlado para projetar o controlador (Lilja (1990), Hägglund & Åström (1990) e Alexandrov (1992)). Com uma filtragem seletiva e uma seleção apropriada das frequências a serem utilizadas obtêm-se controladores adaptativos capazes de contornar o problema das dinâmicas não modeladas através da redução da ordem do sistema estimado (Wittenmark & Källén (1990) e Lilja (1990)). Literatura sobre redução da ordem do modelo estimado e avaliação do desempenho de controladores adaptativos no domínio da frequência é encontrada, por exemplo, em Molander et al. (1992) e Egardt et al. (1992).

As linhas de pesquisa citadas procuram fornecer condições de projetar e implementar um sistema de controle capaz de contornar as incertezas do modelo e, apesar das perturbações existentes, obter o desempenho desejado. Em outras palavras, o

que se procura obter é um controlador adaptativo que tenha um comportamento robusto. É este o enfoque deste trabalho que será descrito a seguir.

Caracterização deste Trabalho

Neste trabalho, são consideradas técnicas de controle adaptativo objetivando, dentro de suas especificações de projeto, contornar os problemas oriundos das dinâmicas não modeladas, ruído de medição e eventuais períodos com ausência de sinal de excitação. Estas perturbações podem fazer com que as estimativas dos parâmetros sejam deslocadas, distanciando-se dos valores esperados. As variações paramétricas, tanto abruptas como graduais, devem ser corrigidas, garantindo, assim, um desempenho satisfatório. Duas técnicas de adaptação são consideradas: a alocação de pólos convencional e uma outra que trabalha no domínio da frequência.

O algoritmo estimador adotado é uma versão do estimador mínimos quadrados incremental apresentado em Barros (1990). Este algoritmo "on line" utiliza uma quantidade fixa de dados de entrada e saída do sistema a ser estimado, organizada na forma de um bloco de dados renovados a intervalos de amostra constantes. Aqui, introduz-se a idéia de utilizar blocos de dados "deslizantes", o que permite que os dados sejam renovados a um número menor de interações. De fato, a cada instante de amostragem, tanto os blocos de dados são renovados como o algoritmo realiza estimativas, o que possibilita uma constante atualização dos valores dos parâmetros do controlador.

A introdução de um fator de esquecimento exponencial aumenta a habilidade do algoritmo em acompanhar variações paramétricas. A escolha apropriada do valor deste fator depende basicamente do tamanho do bloco de dados utilizado. Realiza-se, então, uma série de testes comparando este novo algoritmo com o que o originou. A fim de estabelecer uma referência comum para possíveis comparações futuras, os mesmos testes são repetidos utilizando o algoritmo mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial.

Uma terceira modificação permite que as estimativas sejam condicionadas ao nível de excitação presente no bloco de dados. De forma semelhante a Barros (1990), estabelece-se a existência de um sinal padrão, reconhecidamente rico o suficiente para

gerar estimativas coerentes. Considera-se, ainda, que é possível prever a influência do ruído de medição e, a partir destas informações, permitir ou não o prosseguimento das estimativas.

Para minimizar os efeitos das dinâmicas não modeladas é utilizada uma zona morta suave. Considera-se que as dinâmicas não modeladas sejam compostas da convolução de duas funções: uma completamente conhecida, e outra que tem um limitante superior conhecido. A zona morta suave, a partir de uma medida da qualidade das estimativas previamente estabelecida, ajusta um ganho para o estimador que resulta em estimativas de qualidade superior facilmente percebidas nas comparações realizadas com o algoritmo mínimos quadrados recursivo.

No projeto do primeiro sistema de controle adaptativo, é implementado um algoritmo de alocação de pólos. Novamente, uma série de testes é realizada considerando e não considerando as dinâmicas não modeladas.

Finalmente, o algoritmo proposto é utilizado no segundo sistema adaptativo que leva em conta o comportamento do sistema a ser controlado em alguns pontos de frequência isolados. Esta abordagem de projeto contorna os problemas apresentados pelas dinâmicas não modeladas, e permite que o sistema estimado nos pontos de frequência seja aproximado por modelos de primeira ordem. Assim, o algoritmo estimador apresentado, além de robusto, torna-se também viável para a aplicação num número maior de sistemas, já que as estimativas tomam um tempo de cálculo pequeno.

Estrutura da Dissertação

Após esta breve introdução, faz-se uma revisão sobre conceitos referentes à estimação de parâmetros. São revistos, ainda, os algoritmos mínimos quadrados padrão, recursivo e incremental com e sem ponderação de dados, no capítulo 1.

No capítulo 2, introduz-se a idéia de deslizar blocos de dados no algoritmo incremental. Descreve-se, então, o sistema considerado neste trabalho. São apresentadas duas maneiras de realizar as estimativas, uma utilizando a decomposição QR e outra a decomposição de Schur. Para avaliar o desempenho do novo algoritmo, são realizados

vários testes comparando os resultados obtidos com o algoritmo mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial e com o algoritmo incremental padrão.

Na sequência, são introduzidas algumas modificações visando aumentar a robustez e melhorar o desempenho do algoritmo face a presença de dinâmicas não modeladas, ruído de medição e períodos com ausência de excitação. Primeiramente, estabelece-se um critério para a escolha apropriada do fator de esquecimento utilizado e realiza-se uma série de simulações para comprovar este critério. Define-se, na sequência, o que é o experimento padrão e como tratar o ruído tipicamente presente para, finalmente, propor-se um tratamento para as dinâmicas não modeladas utilizando uma zona morta suave.

Fechando o sistema de controle adaptativo faz-se, no capítulo 4, uma revisão do projeto de controladores por alocação de pólos. Novamente, são implementadas simulações com o algoritmo estimador proposto e com o mínimos quadrados recursivo, observando a capacidade em acompanhar variações paramétricas e a sensibilidade às perturbações de ambos.

Por fim, no capítulo 5 o algoritmo modificado é utilizado dentro de uma abordagem de projeto de controladores adaptativos no domínio da frequência. Descreve-se esta metodologia e seus parâmetros de projeto e apresenta-se a filtragem seletiva utilizada. O algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento direcional substituirá o mínimos quadrados recursivo com esquecimento exponencial nas comparações do desempenho obtido nas simulações realizadas.

As conclusões observadas ao longo deste trabalho são, então, sumarizadas, apresentando-se, ainda, em dois apêndices as decomposições matriciais utilizadas e num último o algoritmo utilizado nas comparações do capítulo 5.

CAPÍTULO 1

ESTIMACÃO DE PARÂMETROS:

ALGORITMOS MÍNIMOS QUADRADOS

1.1. Introdução

O sucesso de qualquer implementação de sistemas de controle, particularmente controle adaptativo, depende, decisivamente, do conhecimento das características do sistema a ser controlado. A partir de informações obtidas sobre o comportamento deste sistema, pode-se escolher apropriadamente um modelo que o represente. Este procedimento é denominado de Modelagem do Sistema, que se torna completo quando são determinados os valores dos parâmetros do modelo escolhido.

Em alguns casos, os valores dos parâmetros são obtidos a partir de leis físicas, químicas ou outras leis determinísticas; em outros, onde não é possível aplicar estes procedimentos, a obtenção dos parâmetros do modelo deve ser efetuada a partir da observação da resposta do sistema em condições experimentais apropriadas.

A estimação de parâmetros está inserida no amplo universo da Identificação de Sistemas. Muitos estudos e resultados vêm sendo desenvolvidos e relatados em conferências e publicações nos últimos anos. O assunto também é tratado em vários livros de identificação de sistemas e controle adaptativo (por exemplo, Eykhoff (1974), Goodwin & Sin (1984), Ljung (1987), Åström & Wittenmark (1989), Middleton & Goodwin (1990)).

Neste capítulo, faz-se uma revisão do que é, essencialmente, o problema da estimação de parâmetros, dando ênfase aos algoritmos Mínimos Quadrados Padrão, Recursivo e Incremental.

1.2. Estimação de Parâmetros

O problema da estimação de parâmetros é um dos pontos chave no projeto de controladores em geral. A solução deste problema implica na escolha apropriada de uma série de fatores relevantes, como:

Classe de Modelos

Deve-se selecionar uma classe de modelos apropriada para o sistema em estudo. Quando não é possível descrever o sistema completamente através de um modelo, deve-se ponderar entre a complexidade do modelo escolhido e a sua adequação prática.

Adequação do Modelo

Definida a classe de modelos, deve-se decidir sobre a estrutura do modelo (linear, bilinear, não linear, polinomial, etc) e sobre a dimensão da estrutura escolhida (o número de parâmetros em um modelo linear, por exemplo).

Uso de Conhecimento Prévio (informações a priori)

Normalmente, é muito vantajoso incorporar à estimação o maior número possível de dados conhecidos a priori. Estas informações podem incluir definições acerca da estrutura do modelo, valores de parâmetros, e faixa de variação de parâmetros em sistemas variantes no tempo, entre outros.

Algoritmos de Estimação

Existem, fundamentalmente, duas classes de algoritmos: os "off line" e os "on line". No primeiro caso, presume-se que os dados de entrada e saída do sistema estejam disponíveis a priori. Os dados são tratados como um bloco único e completo. No caso "on line", os dados são fornecidos sequencialmente, e o algoritmo estima parâmetros à

medida que a nova informação torna-se disponível. Este tratamento é adotado em esquemas de controle adaptativo. Na sequência, são apresentados três algoritmos: o mínimos quadrados padrão, que é um algoritmo "off line", e os mínimos quadrados recursivo e incremental, que são algoritmos "on line".

1.2.1. Modelagem do sistema

Para o presente estudo, escolheu-se a seguinte classe de modelos:

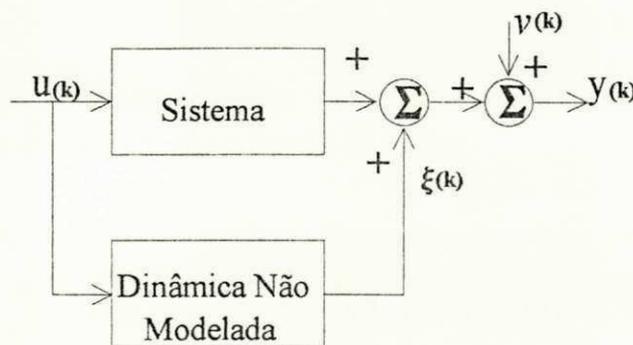


Figura 1.1 - Classe de modelos escolhida

Assume-se que o comportamento do sistema seja expresso pelo modelo de regressão linear:

$$y(k) = \phi_1(k)\theta_1(k) + \phi_2(k)\theta_2(k) + \dots + \phi_n(k)\theta_n(k) + v(k) + \xi(k) \quad (1.2.1)$$

ou

$$y(k) = \phi(k)^T \theta(k) + v(k) + \xi(k) \quad (1.2.2)$$

onde:

$\phi(k)$ - vetor de regressão de funções conhecidas de $y(k)$ e $u(k)$.

$\theta(k)$ - vetor de parâmetros.

$v(k)$ - perturbação devido ao ruído de medição.

$\xi(k)$ - perturbação devido às dinâmicas não modeladas.

Trata-se de um modelo geral e adaptável a vários tipos de sistemas. A natureza de cada elemento é definida em função do contexto de cada caso.

1.3. Mínimos Quadrados Padrão

Assume-se que os dados estejam disponíveis em instantes discretos no tempo, amostrados a cada T segundos. O sistema estudado tem uma entrada e uma saída. Considera-se, ainda, que entre as amostras $[k_0, k)$ o sistema possa ser representado pelo modelo de regressão:

$$y(k) = \phi(k)^T \theta_0(k) + v(k) + \xi(k) \quad (1.3.1)$$

O objetivo do estimador mínimos quadrados é, através dos dados disponíveis, encontrar um vetor $\hat{\theta}$ que minimize a função de custo:

$$V(k, \hat{\theta}, y) = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} (y(i) - \phi^T(i)\hat{\theta})^2 \quad (1.3.2)$$

Esta solução é apresentada na literatura de identificação de sistemas (por exemplo, Ljung (1987) e Åström & Wittenmark (1989)), podendo ser definida pelo lema 1.1, a seguir.

Lema 1.1.

Seja a matriz quadrada $\psi_{(k)}$, definida por:

$$\psi_{(k)} = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \phi_{(i)} \phi_{(i)}^T \quad (1.3.3)$$

e o vetor coluna $Z_{(k)}$:

$$Z_{(k)} = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \phi_{(i)} y_{(i)} \quad (1.3.4)$$

o conjunto de estimativas mínimos quadrados $\{\hat{\theta}_{(k)}^{LS}\}$ que minimiza a função de custos mínimos quadrados, dada pela equação (1.3.2), é obtido pela solução de:

$$\psi_{(k)} \hat{\theta}_{(k)}^{LS} = Z_{(k)} \quad (1.3.5)$$

Esta solução existe e é única, sempre que a matriz $\psi_{(k)}$ possuir inversa, e é dada por:

$$\hat{\theta}_{(k)}^{LS} = \psi_{(k)}^{-1} Z_{(k)} \quad (1.3.6)$$

ou

$$\hat{\theta}_{(k)}^{LS} = \left[\frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \phi_{(i)} \phi_{(i)}^T \right]^{-1} \left[\frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \phi_{(i)} y_{(i)} \right] \quad (1.3.7)$$

Mínimos Quadrados com Dados Ponderados

Pode-se assumir que, a partir de conhecimento a priori, certos dados devam ser considerados com maior relevância que outros. Desta forma, é necessário introduzir no estimador mínimos quadrados uma ponderação de dados (Ljung (1987)). Isto é feito mudando-se ligeiramente a função de custo que toma a seguinte forma:

$$V(\beta, k, \hat{\theta}, y) = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta_{(i)} \left[y_{(i)} - \phi^T_{(i)} \hat{\theta} \right]^2 \quad (1.3.8)$$

Do lema anterior, deriva-se facilmente que a matriz $\psi_{(k)}$ se torna:

$$\psi_{(k)} = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta_{(i)} \phi_{(i)} \phi_{(i)}^T \quad (1.3.9)$$

e o vetor $Z_{(k)}$:

$$Z_{(k)} = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta_{(i)} \phi_{(i)} y_{(i)} \quad (1.3.10)$$

que pode ser escrito como:

$$Z_{(k)} = \psi_{(k)} \theta_0 + d_{(k)} \quad (1.3.11)$$

onde:

$$d_{(k)} = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta_{(i)} \phi_{(i)} [v_{(i)} + \xi_{(i)}] \quad (1.3.12)$$

A solução da estimativa mínimos quadrados (sempre que existir), é análoga a (1.3.7):

$$\hat{\theta}_{(k)}^{LS} = \left[\frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta_{(i)} \phi_{(i)} \phi_{(i)}^T \right]^{-1} \left[\frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta_{(i)} \phi_{(i)} y_{(i)} \right] \quad (1.3.13)$$

A função $\beta_{(i)}$ pode assumir várias formas. Um exemplo, é o caso onde os primeiros dados devem ser considerados de menor importância até um certo instante k_n , passando a ter o mesmo valor daí em diante. Uma função $\beta_{(i)}$ que atende a esta exigência poderia ser:

$$\beta_{(i)} = a_0 \lambda^{(n-i)} + a_1 \quad (1.3.14)$$

onde:

a_0 e a_1 - são constantes com $a_1 \ll a_0$ e $a_1 \ll 1$;

λ - constante menor que 1;

n - igual a $k - k_0$.

Num caso particular, pode-se considerar que os dados mais recentes devam possuir sempre um peso maior que os dados anteriores. Assim, $\beta_{(i)}$ ficaria com $a_0 = 1$ e $a_1 = 0$, ou seja:

$$\beta_{(i)} = \lambda^{(n-i)}$$

1.4. Mínimos Quadrados Recursivo

Em muitos casos, é necessário que os valores dos parâmetros do modelo do sistema estejam disponíveis durante a sua operação. Deve-se adotar uma estimação "on line" ou em tempo real. Os cálculos devem ser arrumados de tal forma, que os resultados obtidos no instante $k-1$ sejam utilizados no cálculo dos parâmetros no instante k . Deve-se levar em conta, que o processamento das informações disponíveis deve terminar em um tempo inferior ao período de amostragem, garantindo que no intervalo de uma amostragem à outra, todos os cálculos já tenham sido realizados.

O algoritmo mínimos quadrados padrão pode ser reformulado em uma série de cálculos recursivos, feitos à medida em que os dados se tornem disponíveis, atendendo às exigências colocadas. Trata-se de um procedimento padrão, disponível em publicações da área de estimação, controle, e filtragem ótima, como em Goodwin & Sin (1984), Ljung (1987) e Åström & Wittenmark (1989). Na sequência, estes resultados são apresentados na forma de lema, partindo das equações da seção anterior.

Lema 1.2.

Assumindo que a matriz $\psi(k)$ (1.3.9) tenha posto completo para $k > k_0$, o parâmetro $\hat{\theta}(k)$ que minimiza a função de custo $V(\beta, k, \hat{\theta}, y)$ em (1.3.8), é dado recursivamente, por:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + L(k) [y(k) - \phi(k)^T \hat{\theta}(k-1)] \quad (1.4.1)$$

onde:

$$L(k) = \frac{P(k-1)\phi(k)}{\beta(k) + \phi(k)^T P(k-1)\phi(k)} \quad (1.4.2)$$

e

$$P_{(k)} = \left[P_{(k-1)} - \frac{P_{(k-1)} \phi_{(k)} \phi_{(k)}^T P_{(k-1)}}{\beta_{(k)} + \phi_{(k)}^T P_{(k-1)} \phi_{(k)}} \right] / \beta_{(k)} \quad (1.4.3)$$

$P_{(k)}$ tem a interpretação:

$$P_{(k)} = E \left\{ \left[\theta_{(k)} - \hat{\theta}_{(k)} \right] \left[\theta_{(k)} - \hat{\theta}_{(k)} \right]^T Z_t \right\} \quad (1.4.4)$$

que é a matriz de covariância do erro, condicionada ao conhecimento de:

$$\{Z_t\} = \{\phi_{(0)} \phi_{(1)} \dots \phi_{(k)}\} \quad (1.4.5)$$

Valores de $\beta_{(k)}$

Nesta formulação, $\beta_{(k)}$ assume normalmente um valor constante entre 0,95 e 0,99 (Ljung (1987)). Se $\beta_{(k)}$ é igual a 1,0, o algoritmo fica pouco sensível às variações dos parâmetros no tempo. Os demais valores ajustam a rapidez da convergência do algoritmo, e a sua escolha é um compromisso entre a velocidade necessária e a sensibilidade ao ruído permitida. A denominação atribuída a este algoritmo na literatura especializada é "Mínimos Quadrados Recursivo com Fator de Esquecimento Exponencial". Uma discussão detalhada sobre este fator pode ser encontrada, por exemplo, em Goodwin & Sin (1984).

Uma outra possível formulação do algoritmo mínimos quadrados recursivo para sistemas variantes no tempo utiliza o filtro de Kalman para obter o estimador (Ljung (1987) e Middleton & Goodwin (1990)). Assume-se que os parâmetros executem uma trajetória aleatória, e que o ruído de medição seja branco. Tem-se daí, o lema 1.3:

Lema 1.3.

Dado o sistema variante no tempo:

$$\theta_{(k+1)} = \theta_{(k)} + e_{(k)} \quad (1.4.6)$$

$$y_{(k)} = \phi_{(k)}^T \theta_{(k)} + \eta_{(k)} \quad (1.4.7)$$

com $\{e_{(k)}\}$ e $\{\eta_{(k)}\}$, variáveis aleatórias gaussianas independentes de média nula, com:

$$E \left\{ \begin{matrix} e_{(k)} \\ \eta_{(k)} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} e_{(k)}^T & \eta_{(k)} \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} Q_{(k)} & 0 \\ 0 & \Gamma_{(k)} \end{matrix} \delta_{(k-s)} \quad (1.4.8)$$

O filtro de Kalman, discreto para este sistema, é dado por:

$$\hat{\theta}_{(k)} = \hat{\theta}_{(k-1)} + \frac{P_{(k-1)} \phi_{(k)} [y_{(k)} - \phi_{(k)}^T \hat{\theta}_{(k-1)}]}{\Gamma_{(k)} + \phi_{(k)}^T P_{(k-1)} \phi_{(k)}} \quad (1.4.9)$$

com:

$$P_{(k)} = P_{(k-1)} \frac{P_{(k-1)} \phi_{(k)} \phi_{(k)}^T P_{(k-1)}}{\Gamma_{(k)} + \phi_{(k)}^T P_{(k-1)} \phi_{(k)}} + Q_{(k)} \quad (1.4.10)$$

$P_{(k)}$ tem a mesma interpretação do lema anterior.

Modificações na covariância

A matriz $Q(k)$ é responsável pelo seguimento dos parâmetros no caso de sistemas variantes no tempo. Um grande número de métodos para acompanhar a variação dos parâmetros é expresso em termos de modificações na matriz $Q(k)$ (por exemplo, reinicialização de covariância e traço constante). Detalhes são fornecidos em livros e artigos de revistas como em Goodwin & Sin (1984), Ljung (1987), Salgado et al. (1988), Middleton & Goodwin (1990) e Sagara et al. (1991).

1.5. Mínimos Quadrados Incremental

Conforme citação da seção 1.2 deste capítulo, a existência de informações prévias sobre o sistema é um fator muito importante na estimação de parâmetros. Particularmente, é interessante dispor do conhecimento prévio dos valores dos parâmetros a serem estimados. A partir destes, pode-se corrigir as estimativas à medida em que novos dados são fornecidos para o estimador. Um problema do algoritmo mínimos quadrados recursivo é o deslocamento dos parâmetros estimados quando os dados utilizados nos cálculos são predominantemente oriundos de ruídos e outras perturbações do sistema estimado. Uma solução para este problema é avaliar a quantidade de excitação presente nos dados fornecidos ao estimador, só permitindo o cálculo das estimativas quando esta for grande o suficiente para garantir estimativas de qualidade.

Nesta seção é apresentada uma ligeira reformulação no algoritmo mínimos quadrados padrão, de forma a incluir uma estimativa a priori $\hat{\theta}_0$ de θ_0 . Nos moldes do referido algoritmo, armazena-se uma certa quantidade de informações sobre o sistema (saída e vetor de regressores). Estas informações constituem o que será denominado de Bloco de Dados. O primeiro bloco origina a estimativa inicial dos parâmetros, que é atualizada a partir do segundo bloco através do cálculo das variações necessárias para corrigir a estimativa imediatamente anterior. Os blocos de dados são constituídos dos valores de ϕ e y para o intervalo. Estes, constituem a matriz $\psi(k)$ (equação 1.3.9) e o vetor $Z(k)$ (equação 1.3.10). Esta maneira de calcular as estimativas pode ser formulada pelo lema a seguir:

Lema 1.4.

Definindo o vetor de saída a priori,

$$Z_0 = \psi^{(k)} \hat{\theta}_0 \quad (1.5.1)$$

e o vetor de erro de predição do bloco $e_b(k)$:

$$e_b(k) = Z(k) - Z_0 = \psi^{(k)}(\theta_0 - \hat{\theta}_0) + d(k) \quad (1.5.2)$$

A estimativa mínimos quadrados incremental é obtida, resolvendo-se o conjunto de equações:

$$\psi^{(k)} \theta_{\Delta} = e_b(k) \quad (1.5.3)$$

$$\theta^{LS} = \hat{\theta}_0 + \theta_{\Delta} \quad (1.5.4)$$

Nesta formulação, considera-se que o bloco de dados possua um tamanho fixo, realizando-se estimativas sempre que o bloco de dados seja completamente preenchido. No capítulo a seguir, aprofunda-se esta discussão, reformulando-se a composição do bloco de dados e o instante em que ocorre o cálculo das estimativas.

Várias são as maneiras de resolver a equação (1.5.3), sendo que esta possui solução sempre que $\psi^{(k)}$ for inversível. No capítulo a seguir, são descritas duas destas maneiras: a primeira utilizando a Decomposição QR e a segunda utilizando a Decomposição de Schur. Estas duas decomposições facilitam a avaliação da quantidade de informação presente na matriz $\psi^{(k)}$, permitindo que sejam estabelecidos critérios sobre a qualidade das estimativas.

1.6. Conclusões

Neste capítulo fez-se uma breve revisão sobre estimação de parâmetros e os algoritmos mínimos quadrados padrão, recursivo e incremental. Enfatizou-se a importância da inclusão de um fator de esquecimento nos algoritmos quando o sistema a ser estimado for variante no tempo. Destacou-se, ainda, o fato do algoritmo mínimos quadrados incremental possuir informação a priori, característica relevante na estimação de parâmetros.

No capítulo a seguir, discute-se uma reformulação no algoritmo incremental, redefinindo a forma de compor o bloco de dados. Com isto, é possível realizar estimativas a cada instante de amostragem. A realização das estimativas é, ainda, implementada utilizando uma decomposição matricial ortogonal que facilita os cálculos necessários.

CAPÍTULO 2

MÍNIMOS QUADRADOS INCREMENTAL

MODIFICADO

2.1. Introdução

No capítulo anterior, realizou-se uma breve revisão da estimação de parâmetros, particularmente, da estimação mínimos quadrados. Os dois primeiros algoritmos lá citados, mínimos quadrados padrão e mínimos quadrados recursivo, têm sido utilizados em muitas aplicações para estimar parâmetros de sistemas que possam ser representados por um modelo de regressão linear, assunto este, tratado em várias publicações da área (por exemplo, Goodwin & Sin (1984) e Ljung (1987)).

Dois problemas encontrados no algoritmo mínimos quadrados padrão são a inversão da matriz de covariância (Golub & Van Loan (1983) e Ljung (1987)), e a não consideração de informações a priori sobre as estimativas dos parâmetros (Goodwin & Sin (1984)). Estes, têm sido resolvidos através de avanços consideráveis em velocidade e capacidade de alocação de memória nos computadores digitais, e através de algumas mudanças nos algoritmos existentes como, por exemplo, a introdução de informações conhecidas previamente, realizada no algoritmo mínimos quadrados incremental do capítulo 1 (Barros (1990)).

A inversão da matriz de covariância não é necessária no algoritmo mínimos quadrados recursivo (Ljung (1987)), o que o torna um algoritmo veloz, apropriado para aplicações "on line". Por ser um procedimento recursivo, ele também permite a

introdução de estimativas a priori. Com isto, aparentemente, a presença de pouca excitação durante um certo intervalo de tempo deixa de ser problema, pois, como se espera que a estimativa resultante seja próxima da estimativa a priori, a contribuição do algoritmo a cada nova interação é uma pequena variação, para mais ou para menos, do valor previamente obtido. No entanto, como apresentado no capítulo 1, para que o estimador acompanhe possíveis variações paramétricas, algumas modificações devem ser feitas (Goodwin & Sin (1984) e Ljung (1987)). Estas modificações podem levar a um comportamento diferente do esperado na presença de pouca excitação, ruído e dinâmicas não modeladas (Anderson (1985)).

O algoritmo mínimos quadrados incremental apresenta-se como uma opção interessante para contornar o problema de efetuar estimativas durante períodos de baixo nível de excitação. Neste algoritmo, tem-se à disposição um bloco de dados, do qual se pode obter informações a respeito da quantidade de excitação presente. Uma vez avaliada se esta é suficiente para garantir estimativas de boa qualidade, permite-se ou não que a estimação dos parâmetros seja realizada. Isto será tratado no capítulo 3.

Neste capítulo, são apresentados dois algoritmos estudados por Barros (1990), que usam as decomposições QR e de Schur para calcular as estimativas mínimos quadrados incremental. Lá, o algoritmo mínimos quadrados incremental é implementado com blocos de dados de tamanho constante. Aqui, introduz-se uma modificação na maneira de compor o bloco de dados de forma a permitir que as estimativas sejam realizadas a cada novo dado fornecido. Este algoritmo é denominado de algoritmo mínimos quadrados incremental com blocos deslizantes, ou mínimos quadrados incremental modificado. Com o objetivo de melhorar o comportamento do algoritmo face às variações paramétricas, utiliza-se um fator de esquecimento exponencial. Uma série de testes é realizada com o algoritmo que utiliza a decomposição QR, comparando as estimativas obtidas pelo algoritmo incremental padrão e pelo incremental modificado, com valores diferentes para o fator de esquecimento.

2.2. Descrição do Sistema

É considerada uma classe de sistemas determinísticos discretos no tempo, descritos pelo seguinte modelo, válido no intervalo $[k_0, k)$:

$$A(\rho)y(k) = B(\rho)u(k) + \epsilon(k) \quad (2.2.1)$$

onde:

$u(k)$ - entrada;

$y(k)$ - saída;

$\epsilon(k)$ - perturbações (ruído e dinâmicas não modeladas);

$A(\rho)$ e $B(\rho)$ - polinômios no operador ρ (deslocamento ou delta) de ordem n e m , respectivamente.

Para focalizar a estimação de parâmetros numa faixa de frequências apropriada $[w_1, w_2]$, filtram-se os sinais da equação (2.2.1) por um filtro passa faixa, obtendo:

$$A(\rho)y_f(k) = B(\rho)u_f(k) + \epsilon_f(k) \quad (2.2.2)$$

onde:

$y_f(k)$, $u_f(k)$ e $\epsilon_f(k)$ são os sinais filtrados.

Um polinômio observador, $E(\rho)$ (Middleton & Goodwin (1990)), é introduzido na equação (2.2.2), obtendo-se:

$$y_f(k) = [E(\rho) - A(\rho)] \frac{y_f(k)}{E(\rho)} + B(\rho) \frac{u_f(k)}{E(\rho)} + \frac{\epsilon_f(k)}{E(\rho)} \quad (2.2.3)$$

Esta equação pode ser escrita na forma de regressão:

$$y_f(k) = \phi(k)^T \theta_0 + \eta(k) \quad (2.2.4)$$

2.3. Modificações no Algoritmo Mínimos Quadrados Incremental

Na forma que foi apresentado, o estimador mínimos quadrados incremental utiliza blocos de dados de tamanho fixo, com estimativas sendo calculadas no fim de cada bloco. Uma modificação simples apresentada nesta seção permite que os blocos de dados sejam atualizados a cada instante de amostragem, corrigindo, assim, as estimativas a cada novo dado fornecido.

2.3.1. Estimador mínimos quadrados incremental com blocos sucessivos

Neste estimador, as estimativas são realizadas a blocos de $k - k_0$ dados. A figura 2.1 ilustra o tamanho do bloco de dados ($N = k - k_0$) e o momento no qual as estimativas dos parâmetros são processadas (a cada N novos dados). Os blocos de dados são totalmente renovados e as estimativas acontecem a intervalos constantes de amostras (tempo).

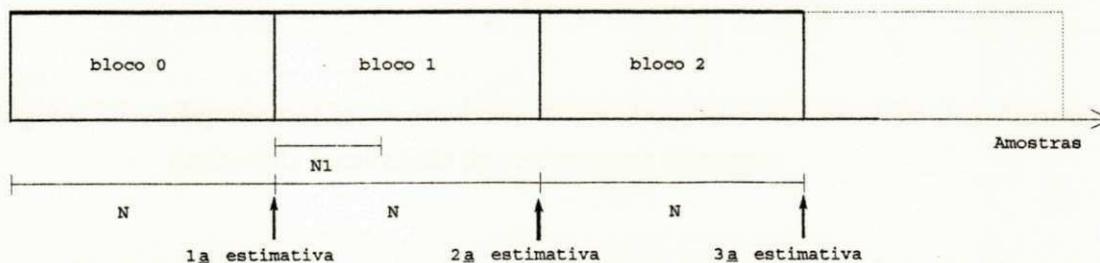


Figura 2.1 - Representação dos blocos de dados e localização das estimativas no tempo para o estimador mínimos quadrados incremental padrão.

Se o sistema for variante no tempo e ocorrer uma variação paramétrica, por exemplo, no instante $N1$, representado na figura 2.1, esta só é completamente detectada na terceira estimativa (realizada com dados do bloco 2). Isto se dá, devido o bloco 1 ter $N1$ dados referentes aos valores de parâmetros iniciais, e $(N - N1)$ dados referentes aos valores posteriores à variação paramétrica, o que conduz a segunda estimativa a valores diferentes dos esperados. Quanto maior for $N1$, mais distante do esperado será a segunda estimativa.

2.3.2. Estimador mínimos quadrados incremental com blocos deslizantes

Uma alternativa para contornar a situação descrita acima é, após o primeiro bloco de dados ter sido formado, realizar estimativas à medida que um número de dados novos N_0 inferior a N , estiverem disponíveis. A figura 2.2 ilustra a nova constituição dos blocos de dados e os instantes onde ocorrem as estimativas.

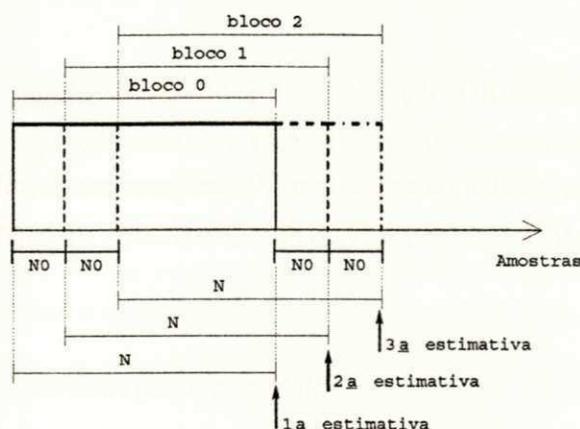


Figura 2.2 - Representação da mudança proposta para a constituição dos blocos de dados e da localização das estimativas no tempo.

Neste novo arranjo, variações paramétricas são mais rapidamente detectadas devido os blocos de dados serem renovados a intervalos de tempo menores. A modificação proposta é facilmente introduzida no algoritmo anterior, fazendo um deslocamento nos valores disponíveis do vetor ϕ e de ψ . Este deslocamento é realizado desprezando-se os N_0 primeiros dados do bloco e introduzindo-se os N_0 dados mais recentes. Calcula-se, então, $\psi^{(k)}$ e $Z^{(k)}$, segundo as equações (1.3.11) e (1.3.12), e resolve-se o conjunto de equações (1.5.3) e (1.5.4), calculando a estimativa com o novo bloco. O tamanho do bloco permanece o mesmo, alterando-se apenas o instante em que as estimativas são realizadas.

No caso particular em que $N_0 = 1$, realiza-se uma estimativa a cada novo dado. Tem-se, então, um estimador intermediário entre o mínimos quadrados padrão e o mínimos quadrados recursivo. Este novo arranjo com blocos deslizantes atualizando as estimativas a cada novo dado presente é denominado, na sequência deste trabalho, de "Algoritmo Mínimos Quadrados Incremental Modificado".

2.4. Cálculo das Estimativas Mínimos Quadrados Incrementais

Nesta seção, são apresentados dois procedimentos para calcular estimativas mínimos quadrados incremental, um utilizando a Decomposição QR e o outro a Decomposição de Schur.

2.4.1. Mínimos quadrados incremental utilizando a decomposição QR

O algoritmo a seguir, utilizando a decomposição QR (apêndice A), é uma forma padrão para resolver equações como a (1.5.3) em situações onde existe a possibilidade da matriz $\psi_{(k)}$ não ter posto completo. Vários livros de cálculo de matrizes trataram do tema (por exemplo, Stewart (1973) e Golub & Van Loan (1983)), que pode ser dividido em dois casos:

1o caso: Matrizes com posto completo

Assumindo que a matriz $\psi_{(k)}$ tenha posto completo, pode-se decompô-la, obtendo:

$$\psi_{(k)} = QR \quad (2.4.1)$$

onde:

Q - matriz ortogonal ($QQ^T = I$);

R - matriz triangular superior.

Substituindo a equação (2.4.1) em (1.5.3), obtém-se:

$$QR\theta_{\Delta} = e_b(k) \quad (2.4.2)$$

ou

$$R\theta_{\Delta} = Q^T e_b(k) \quad (2.4.3)$$

θ_{Δ} é obtido facilmente por substituição regressiva, já que R é triangular.

2o caso: Matriz com deficiência de posto

Quando $\psi(k)$ não tem posto completo, a substituição regressiva falha, pois, alguns elementos da diagonal de R são zero. É introduzido, então, um pivoteamento de coluna na decomposição QR, e, com algumas modificações, a solução mínimos quadrados para a equação anterior é facilmente encontrada.

A decomposição QR com pivoteamento de coluna de $\psi(k)$, é dada por:

$$\psi(k)\Pi = QR \quad (2.4.4)$$

onde:

Π - matriz ortogonal expressando as permutações;

A matriz R , anteriormente descrita, passa a ter a seguinte forma:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ n-r \end{matrix} \quad (2.4.5)$$

onde:

$\psi(k)$ - tem ordem $n \times n$;

r - posto da matriz $\psi(k)$.

Com um conjunto de transformações de Householder, expressas pela matriz Z , obtém-se:

$$Z_1 \begin{bmatrix} R_{11}^T \\ R_{12}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

onde:

T - matriz triangular superior.

Fazendo:

$$Z = \Pi Z_1 \quad (2.4.7)$$

Pode-se escrever a partir de (2.4.4):

$$Q^T \psi^{(k)} Z = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ n-r \end{matrix} \quad (2.4.8)$$

Por fim, define-se:

$$Q^T e_b^{(k)} = \begin{bmatrix} e' \\ e'' \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ n-r \end{matrix} \quad (2.4.9)$$

para obter:

$$\theta_{\Delta} = Z \begin{bmatrix} T^{-1} e' \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.10)$$

$T^{-1}e'$ é calculada por substituição regressiva.

Em Golub & Van Loan (1983), mostra-se que a expressão obtida para θ_{Δ} é uma estimativa mínimos quadrados.

2.4.2. Estimativa mínimos quadrados incremental utilizando a decomposição de Schur

Para calcular as estimativas mínimos quadrados das equações (1.5.3) e (1.5.4), aplica-se a decomposição de Schur a $\psi_{(k)}$ (equação (1.3.11)):

$$\psi_{(k)} = Q\Lambda Q^T \quad (2.4.11)$$

onde:

Λ - matriz diagonal com elementos diagonais $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ (≥ 0)

Q - matriz unitária ($QQ^T = I$)

Substituindo-se a equação (2.4.11) em (1.5.2), obtém-se:

$$\bar{e}_{(k)} = \Lambda(\alpha_0 - \hat{\alpha}_0) \quad (2.4.12)$$

onde:

$$\bar{e}_{(k)} = Q^T \begin{bmatrix} e_{b1} \\ \vdots \\ e_{bp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \vdots \\ e_p \end{bmatrix} \quad (2.4.13)$$

$$\alpha_0 = Q^T \theta_0 \quad (2.4.14)$$

ou

$$\hat{\alpha}_0 = Q^T \hat{\theta}_0 = [\hat{\alpha}_{01} \dots \hat{\alpha}_{0p}]^T \quad (2.4.15)$$

A estimativa mínimos quadrados incremental é obtida, calculando:

$$\hat{\alpha}^{(k)} = \hat{\alpha}_0^{(k_0)} + \Lambda^{-1} \bar{e}^{(k)} \quad (2.4.16)$$

$$\hat{\theta}^{(k)} = Q \hat{\alpha}^{(k)} \quad (2.4.17)$$

O grande inconveniente da utilização deste algoritmo é o tempo gasto para computar a Decomposição de Schur (Apêndice B). O processo é iterativo e pode variar de uma matriz para outra, ainda que sejam de mesma ordem. Isto limita o emprego desta forma de calcular as estimativas de parâmetros a sistemas que sejam lentos ou que possam ser representados por modelos de baixa ordem, em função do recurso computacional disponível para a aplicação. Devido a este fato, na sequência deste trabalho serão implementados testes utilizando somente a decomposição QR.

2.5. Testes com o Estimador Mínimos Quadrados Incremental Utilizando a Decomposição QR

Com o objetivo de testar este novo algoritmo, simulou-se o seguinte sistema utilizando o operador delta (Middleton & Goodwin (1990)):

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0} \quad \text{ou no plano } S \quad \frac{-0,055 S + 1,072}{S^2 + 1,39 S + 1,072}$$

O período de amostragem utilizado é $T=0,1$, e o sinal de entrada, uma onda quadrada variando de -2 a +2 com período de 10 segundos. Considerou-se a presença de ruído de medição; ruído branco com amplitude variando de -0,01 a +0,01. O sinal de entrada e a resposta do sistema são ilustrados na figura 2.3.

A fim de verificar o comportamento do algoritmo face às variações paramétricas, é introduzida uma variação abrupta nos valores dos parâmetros no instante 500 amostras. Esta variação equivale a um deslocamento de aproximadamente 10% no valor da locação original dos pólos do sistema. O sistema passa a ser:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5} \quad \text{ou em } S \quad \frac{-0,085 S + 1,652}{S^2 + 1,923 S + 1,652}$$

Como esta primeira sequência de simulações tem por objetivo verificar apenas o funcionamento do novo algoritmo e compará-lo com o já existente, não é considerada a existência de dinâmicas não modeladas, nem realizada a filtragem dos sinais de entrada e saída.

Os valores iniciais das estimativas são considerados nulos, e o polinômio observador $E(\delta)$ (equação (2.2.3)) é ajustado igual ao polinômio $A(\delta)$:

$$E(\delta) = \delta^2 + 1,4\delta + 1,0$$

Mais detalhes sobre a escolha apropriada deste polinômio são encontrados em Middleton & Goodwin (1990).

O algoritmo incremental com blocos constantes é testado com blocos de dados de 100 pontos e fator de esquecimento igual a 1. O algoritmo incremental modificado também utiliza blocos de 100 pontos e é testado com fator de esquecimento unitário, constante e ajustado para 0,95. Os valores de $\beta_{(i)}$ utilizados em (1.3.11) e (1.3.12), foram:

1º teste:

$$\beta_{(i)} = 1$$

2º teste:

$$\beta_{(i)} = (0,95)^{(100-i)}$$

Os resultados obtidos são mostrados na figura 2.4 que ilustra o ganho em usar o algoritmo incremental modificado ao invés do incremental com blocos constantes.

Para ilustrar melhor a influência do fator de esquecimento, a simulação anterior com o algoritmo incremental modificado é repetida com blocos de 200 pontos. O comportamento de ambos é apresentado na figura 2.5. Com este novo tamanho de bloco nas mesmas condições anteriores, constata-se que, de fato, a utilização de um fator de esquecimento conforme o adotado torna o algoritmo mais veloz em relação ao acompanhamento de variações paramétricas.

Nas duas figuras citadas, verifica-se que no algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento exponencial o fator de esquecimento tem um papel diferente daquele do algoritmo incremental modificado. No primeiro, o fator de esquecimento tem por função fazer com que o algoritmo consiga acompanhar variações paramétricas descartando dados antigos. No incremental, o fator de esquecimento atua alterando a velocidade com que o algoritmo atinge os novos valores, já que independentemente deste fator o algoritmo acompanha as variações paramétricas. Isto se dá, uma vez que o tamanho do bloco de dados que gera as estimativas no algoritmo incremental modificado é limitado.

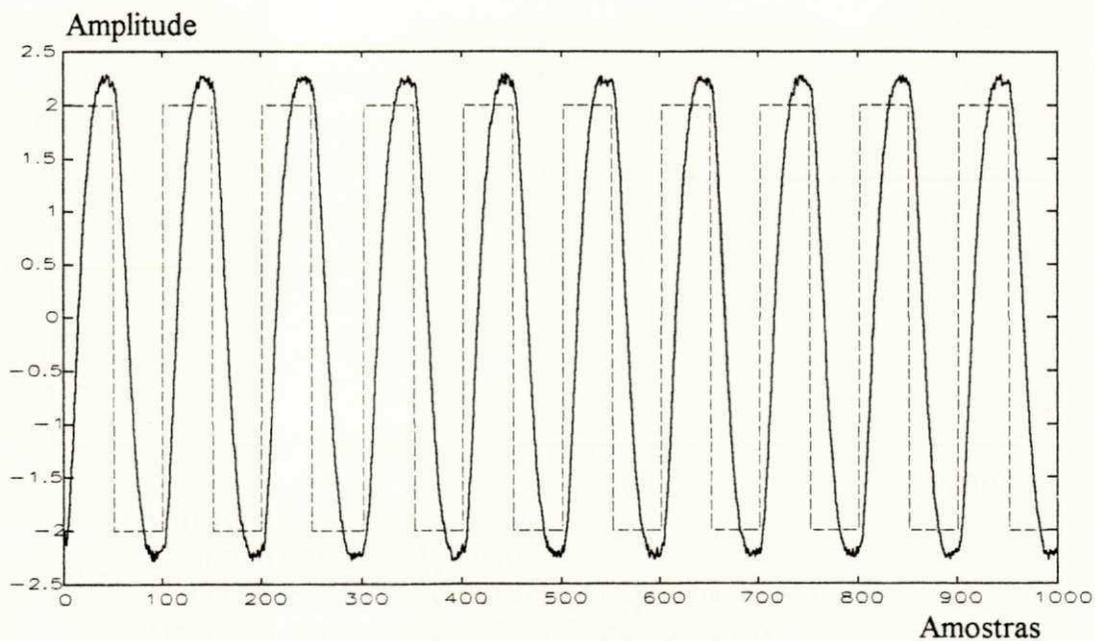
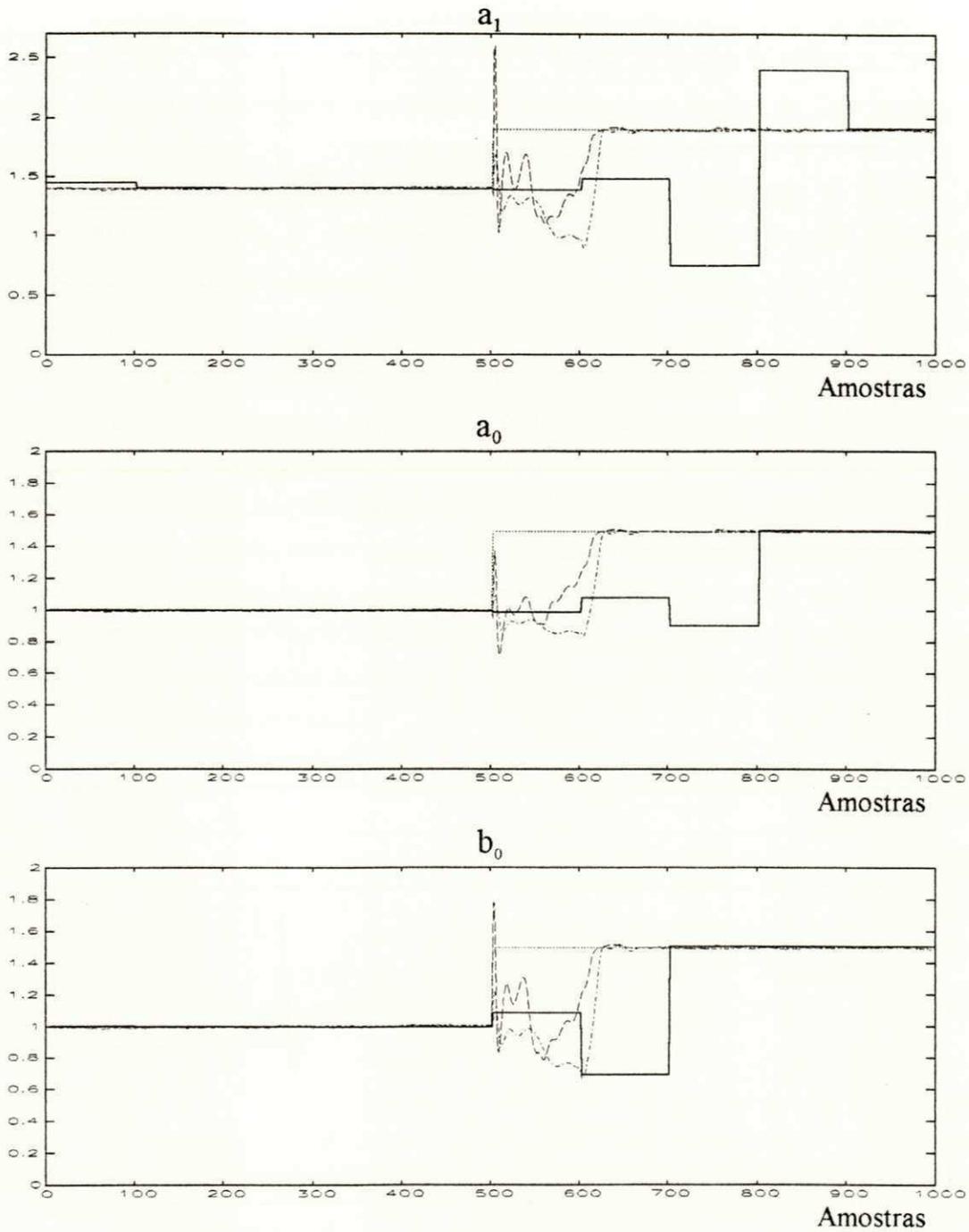


Figura 2.3 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição.



- Variação Paramétrica
- _____ Algoritmo incremental padrão
- .-.- Algoritmo modificado com fator de esquecimento = 1
- Algoritmo modificado com fator de esquecimento = 0,95

Figura 2.4 - Comparação entre os algoritmos incremental padrão e modificado utilizando a decomposição QR com blocos de 100 pontos e fatores de esquecimento diferentes: 0,95 e 1,0.

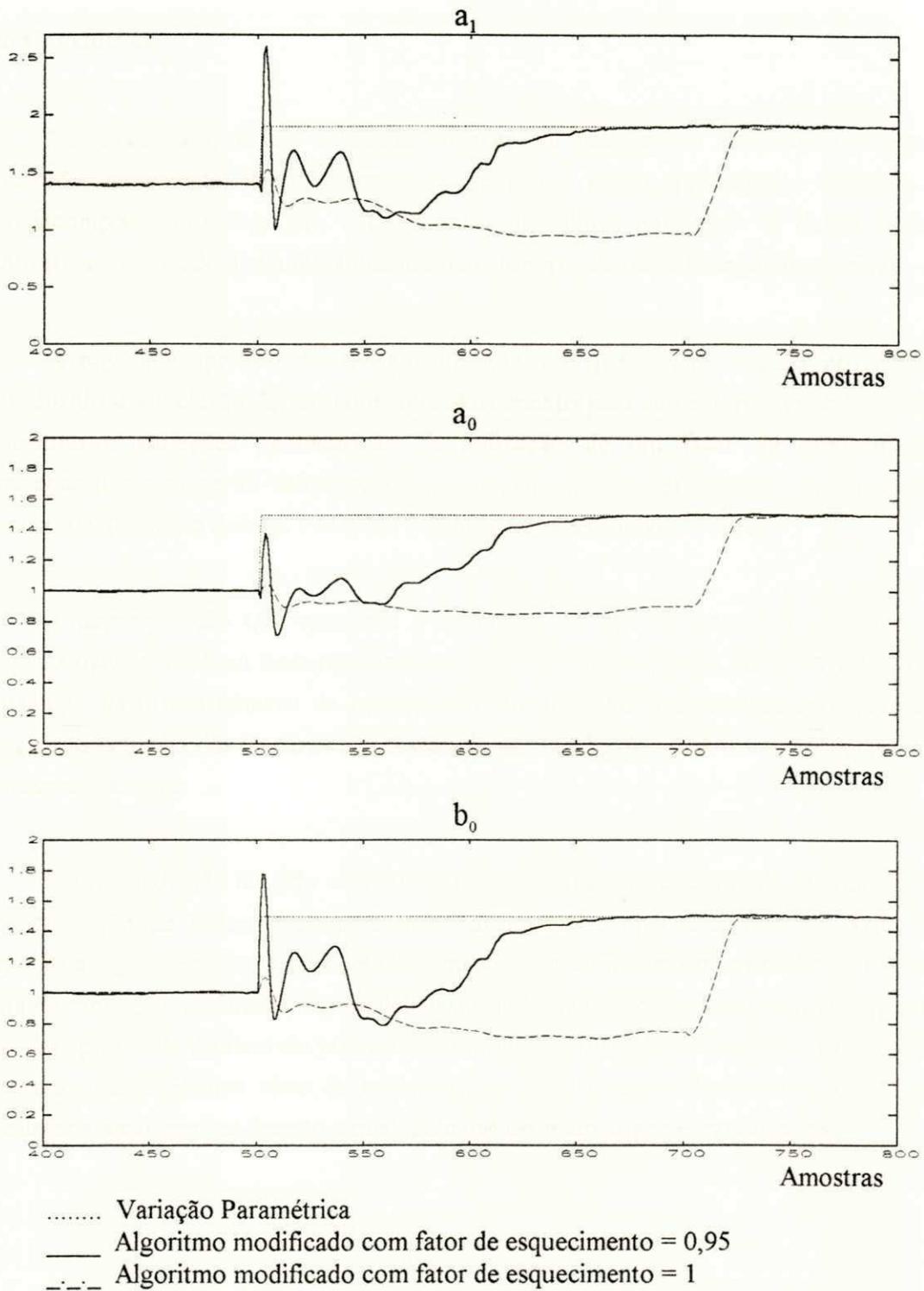


Figura 2.5 - Resultados obtidos com o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR com blocos de 200 pontos e fatores de esquecimento diferentes: 0,95 e 1,0.

2.6 Conclusões

Neste capítulo, foram estudadas formas de calcular as estimativas mínimos quadrados incremental. Dois algoritmos incrementais foram apresentados baseando-se em decomposições ortogonais, a de Schur (autovalores da matriz de dados e seus autovetores associados), e a QR (uma matriz ortonormal e outra triangular superior).

A novidade apresentada, foi a estimação dos parâmetros a cada novo dado introduzido e a inclusão de um fator de esquecimento para aumentar a sensibilidade do algoritmo a variações paramétricas. A utilização de um fator de esquecimento exponencial constante foi suficiente para propiciar um sensível aumento na velocidade com que o algoritmo detecta variações e converge para os novos valores.

A decomposição QR apresenta a vantagem de não ser iterativa e, ainda, de concluir os cálculos bem mais rapidamente que a decomposição de Schur. A estimativa do tempo gasto em número de operações aritméticas pelas duas decomposições em função do tamanho das matrizes é apresentada nas tabelas A.1 e B.1, nos apêndices A e B, respectivamente.

Em razão de não ter sido encontrada uma maneira mais eficiente de se computar a decomposição de Schur, decidiu-se trabalhar apenas com a decomposição QR. No capítulo a seguir, estuda-se mais detalhadamente formas de contornar problemas como a falta de excitação, dinâmicas não modeladas e ruído de medição e, ainda, critérios para a escolha apropriada do fator de esquecimento utilizando esta decomposição. Ao longo do capítulo, realiza-se uma série de comparações entre o novo algoritmo e o mínimos quadrados recursivo verificando a qualidade das estimativas por eles realizadas.

CAPÍTULO 3

ROBUSTEZ E DESEMPENHO DO

ALGORITMO INCREMENTAL MODIFICADO

3.1. Introdução

O algoritmo mínimos quadrados incremental foi modificado no capítulo anterior, de forma a permitir a realização de estimativas a cada instante de amostragem. Foram apresentadas duas maneiras de calcular estas estimativas: a primeira, utilizando a decomposição QR, e a segunda, a decomposição de Schur. Devido o grande esforço computacional necessário para resolver esta última (Apêndice B), decidiu-se trabalhar apenas com a decomposição QR.

Neste capítulo, são apresentadas modificações no algoritmo do capítulo 2, visando melhorar as suas características de robustez (em relação aos problemas inerentes das perturbações existentes) e desempenho (em relação à sua capacidade em acompanhar variações paramétricas). Tais modificações são a escolha de um sinal de referência visando contornar períodos sem excitação e reduzir a influência do ruído de medição, e a introdução de uma zona morta suave, que ameniza o efeito das dinâmicas não modeladas.

Ainda no capítulo 2, o algoritmo mínimos quadrados incremental modificado utilizando a decomposição QR, teve o seu fator de esquecimento variado de forma arbitrária. Neste capítulo, são propostos critérios para decidir que valor deve ser preferencialmente adotado para o mesmo, visando melhorar o desempenho do estimador

quanto à sua capacidade de detectar e acompanhar variações paramétricas. Para sustentar tal proposta, alguns testes com valores diferentes para este fator são realizados, sendo que a sua escolha depende fortemente do tamanho do bloco de dados utilizado.

Um dos fatores relevantes na solução do problema da estimação de parâmetros é a introdução de informações a priori a respeito do sistema (Goodwin & Sin (1984)), fato que é levado em conta pelas duas modificações apresentadas. Na primeira, assume-se o conhecimento de um sinal de referência, também chamado de padrão, do qual pode-se medir a quantidade de excitação. Da mesma forma, mede-se a quantidade de excitação gerada pelo ruído tipicamente presente no sistema. De posse destas duas informações, verifica-se a quantidade de excitação presente a cada instante, permitindo ou não que as estimativas prossigam. Na segunda, atribui-se limitantes superiores para as dinâmicas não modeladas existentes em sistemas reais. Realiza-se uma medição da qualidade das estimativas, e, através da mudança introduzida no algoritmo, pondera-se ou não as estimativas atuais (Barros (1990), Barros & Goodwin (1990)).

De acordo com o capítulo 1, o algoritmo mínimos quadrados recursivo tem sido empregado largamente na estimação de parâmetros (Goodwin & Sin (1984) e Ljung (1987)), tendo a seu lado a vantagem de demandar um esforço computacional pequeno, permitindo a sua utilização em diversos sistemas. Na sequência deste trabalho, são realizadas comparações entre este algoritmo e o incremental modificado utilizando a decomposição QR, com o objetivo de verificar o desempenho de ambos em situações possíveis de ocorrer em sistemas reais.

3.2. Fator de Esquecimento e Desempenho do Algoritmo Incremental Modificado Utilizando a Decomposição QR

A escolha apropriada do fator de esquecimento adotado é função das características do sistema estimado. Várias publicações propõem formas particulares para o mesmo (Sagara et alii (1991), Zhao et alii (1991)). Nelas, o que determina a escolha do fator de esquecimento é o comportamento dos parâmetros dos sistemas no tempo.

Nesta seção, apresenta-se o tipo de fator de esquecimento escolhido e a faixa de valores a ser utilizada no algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR. Através de simulações, avalia-se o desempenho do algoritmo para fatores de

esquecimento dentro desta faixa. Propõe-se, ainda, um critério para escolha do valor mais apropriado deste fator em cada aplicação.

3.2.1. Tipo do fator de esquecimento

Nas aplicações de controle adaptativo, supõe-se que o sistema a ser estimado seja variante no tempo, não se conhecendo precisamente como acontece esta variação (Goodwin & Sin (1984)). A mudança nos valores dos parâmetros do sistema pode ser tanto abrupta como gradual, ou pode ainda acontecer como uma combinação das duas formas em momentos diferentes.

A partir destas considerações e de referências ao mesmo tipo de problema em estudos para o algoritmo mínimos quadrados recursivo (Goodwin & Sin (1984), Ljung (1987)), decidiu-se utilizar um fator de esquecimento exponencial do tipo:

$$\beta_{(i)} = (\lambda)^{(N-i)} \quad (3.2.1)$$

onde:

N - Tamanho do bloco de dados

i - Inteiro variando de 1 a N

3.2.2. Faixa de valores do fator de esquecimento

Da literatura, obtém-se que valores típicos para λ estão entre 0,95 e 0,99 (Ljung (1987)). No exemplo do capítulo 2, seção 2.5, utilizou-se o valor 0,95, o que tornou o estimador muito sensível a variações paramétricas, atribuindo maior valor aos dados mais recentes, enquanto que a escolha do valor 1, implicou na ausência de uma ponderação dos dados.

A figura 3.1 ilustra o comportamento de exponenciais do tipo $\lambda^{(M)}$ ($1 \leq M \leq 550$) para valores de λ , iguais a 0,95, 0,96, 0,97, 0,98 e 0,99. Quanto menor o valor de λ , mais rapidamente a curva tende a zero. Isto implica que, ao serem utilizados fatores de esquecimento deste tipo, um limite seja imposto ao número de dados relevantes para a estimação. A partir de uma certa quantidade, os dados disponíveis não fornecem

informação adicional alguma, pois, na ponderação realizada pelo fator de esquecimento, eles são levados a valores próximos de zero.

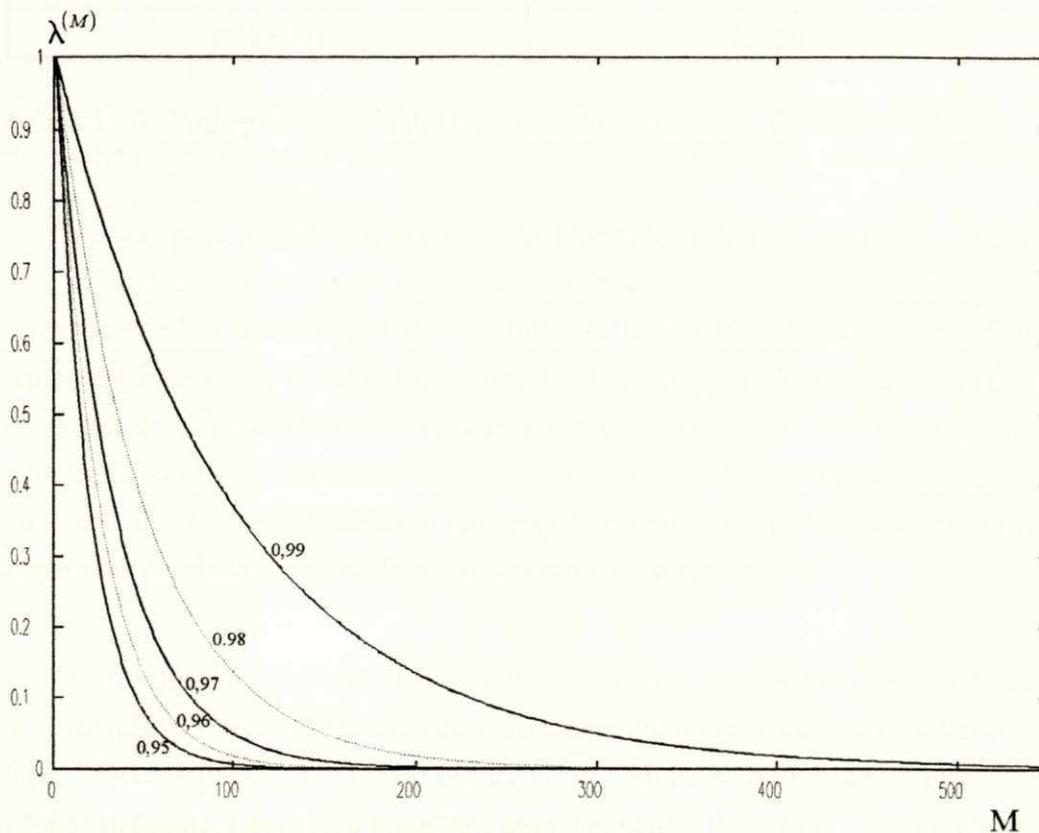


Figura 3.1 - Comportamento de exponenciais do tipo $\lambda^{(M)}$.

3.2.3. Testes realizados variando o valor de λ .

Para o algoritmo incremental modificado, a faixa de valores do fator de esquecimento é limitada em função do tamanho do bloco de dados utilizado. Pode-se esperar que ao utilizar um valor de λ pequeno, o aumento do tamanho do bloco de dados não implique numa melhora do desempenho do algoritmo. A tabela 3.1, montada a partir das curvas da figura 3.1, propõe faixas de valores para a escolha de λ em função do tamanho do bloco de dados utilizado. Com isto, pretende-se melhorar o aproveitamento das características do algoritmo, respeitando as limitações do sistema de controle e do sistema a ser controlado.

Tamanho do bloco de dados (B)	Valor de λ proposto
$B \leq 100$	$\lambda \geq 0,95$
$100 < B \leq 200$	$\lambda \geq 0,96$
$200 < B \leq 300$	$\lambda \geq 0,97$
$300 < B \leq 400$	$\lambda \geq 0,98$
$400 < B \leq 500$	$\lambda \geq 0,98$
$B \geq 500$	$\lambda \geq 0,99$

Tabela 3.1 - Valores para escolha de λ em função do tamanho do bloco de dados.

Deve-se, pois, escolher o tamanho do bloco de dados a ser utilizado, tendo em vista a velocidade e a ordem do sistema estimado, e a capacidade de processamento do sistema que realiza a estimação e o controle. O tempo de cálculo é proporcional ao tamanho do bloco, e a sensibilidade ao ruído é maior para blocos menores. Deve-se, pois, ponderar para cada aplicação que fator é mais crítico: tempo de cálculo ou sensibilidade ao ruído, verificando os resultados em testes. Após esta escolha, determina-se o valor de λ , considerando o compromisso entre a sensibilidade às variações paramétricas desejada e o nível de ruído suposto para o sistema.

Para verificar o comportamento do algoritmo com valores diferentes de λ , repete-se a simulação da seção 2.5, variando o tamanho dos blocos de dados utilizados e os valores adotados para os fatores de esquecimento. Muda-se o instante no qual ocorre a variação paramétrica para 300 amostras, com o objetivo de permitir que convergências mais lentas sejam registradas por completo.

Com o valor de λ fixo em 0,99 e utilizando os mesmos tamanhos de bloco anteriores, foi obtida a figura 3.2, onde se comprova que o comportamento do algoritmo depende fortemente do tamanho do bloco utilizado. Ao diminuir o tamanho do bloco, o algoritmo fica mais sensível às variações paramétricas, alcançando mais rapidamente os valores esperados.

Por fim, na figura 3.3, com o tamanho do bloco igual a 500 pontos, realizam-se estimativas com λ igual a 0,95, 0,97 e 0,99. Neste caso, o comportamento do algoritmo depende basicamente do valor do fator de esquecimento adotado: quanto menor este valor, mais rápida é a resposta do algoritmo.

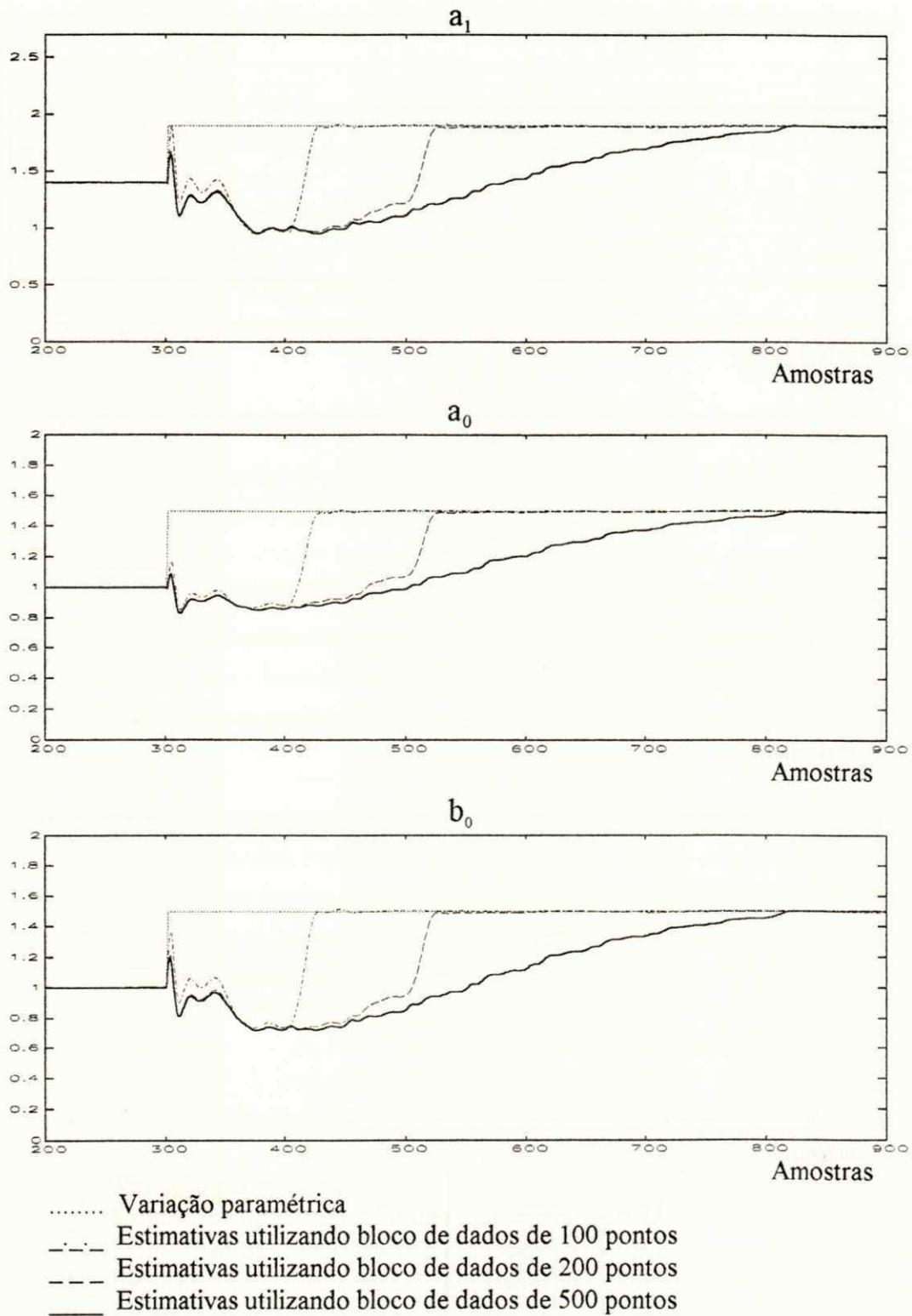


Figura 3.2 - Estimativas realizadas com o algoritmo incremental modificado utilizando blocos de dados de 100, 200 e 500 pontos e fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,99$.

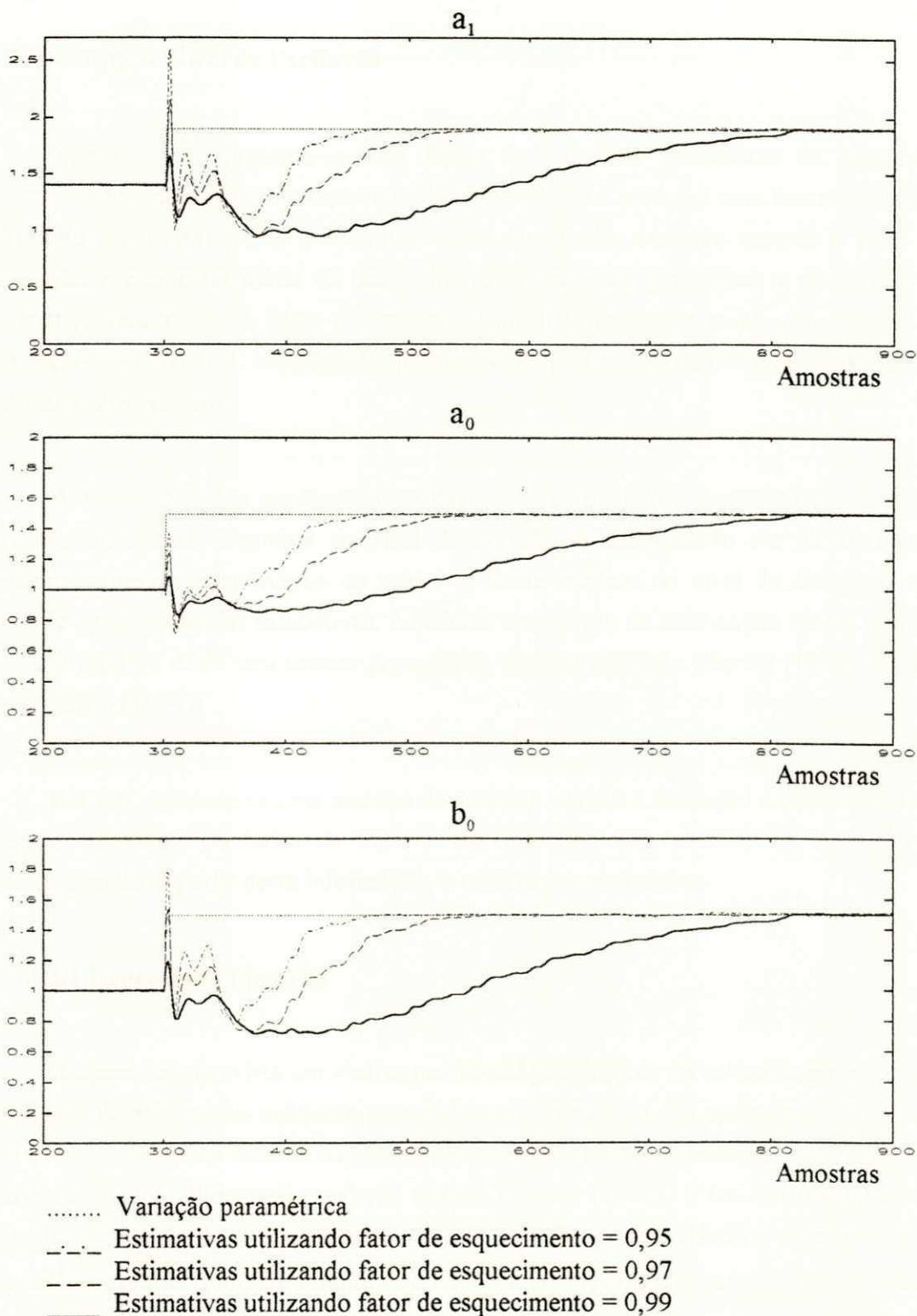


Figura 3.3 - Estimativas realizadas com o algoritmo incremental modificado utilizando o bloco de dados fixado em 500 pontos e fatores de esquecimento ajustados em $\lambda = 0,95, 0,97$ e $0,99$.

3.3. Robustez e Nível de Excitação

Nesta seção, apresenta-se uma forma de aumentar a robustez do algoritmo incremental modificado em relação a ruídos de medição e períodos com baixa excitação, de modo a permitir que as estimativas sejam atualizadas somente quando o nível de excitação presente no bloco de dados for suficiente para possibilitar a realização de estimativas coerentes. A idéia é comparar o nível da excitação atual com o nível da excitação de um sinal considerado padrão, e, a partir daí, permitir ou não que as estimativas prossigam.

A atualização dos parâmetros só deve ocorrer quando a excitação presente for predominantemente originária do sinal de entrada, e não quando ela for composta principalmente da contribuição do ruído. O limite mínimo do nível de excitação que permite a realização das estimativas, é definido em função da informação obtida a priori sobre o nível de ruído tipicamente presente no sistema estimado (Barros (1990), Barros & Goodwin (1990)).

Por fim, descreve-se uma maneira de detectar quando a excitação é muito baixa em algumas direções, ou baixa na maioria das direções, sem calcular os autovalores, interrompendo, a partir desta informação, o cálculo das estimativas.

3.3.1 Experimento padrão

Assume-se que exista um sinal experimental padrão que, reconhecidamente, possui qualidade de informação suficiente para realizar as estimativas dos parâmetros do sistema em questão. A melhor escolha é um sinal próximo daquele que o sistema, provavelmente, vai encontrar durante a sua operação normal (Barros (1990)). Para este sinal padrão, calcula-se a matriz ψ^s utilizando a equação (1.3.9). Deve ser utilizado o mesmo fator de esquecimento a ser adotado durante as estimativas do sistema, e levar em consideração o tamanho do bloco de dados escolhido.

Para introduzir esta medida de qualidade no estimador mínimos quadrados incremental recursivo, modificam-se as equações (1.5.3) e (1.5.4), tornando-as:

$$\psi^*_{(k)} \theta^*_{\Delta} = (\psi^S)^{-\frac{T}{2}} e_b(k) \quad (3.3.1)$$

$$\theta^{LS} = \hat{\theta}_0 + (\psi^S)^{-\frac{1}{2}} \theta^*_{\Delta} \quad (3.3.2)$$

onde:

$$\psi^*_{(k)} = (\psi^S)^{-\frac{T}{2}} \psi_{(k)} (\psi^S)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.3.3)$$

$$\theta^*_{\Delta} = (\psi^S)^{\frac{1}{2}} \theta_{\Delta} \quad (3.3.4)$$

$(\psi^S)^{\frac{T}{2}}$ e $(\psi^S)^{\frac{1}{2}}$ são obtidas da decomposição de Cholesky:

$$\psi^S = (\psi^S)^{\frac{T}{2}} (\psi^S)^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.5)$$

Da equação (3.3.3), tem-se que, se $\psi_{(k)} < \psi^S$, então, $\psi^*_{(k)} < I$, com isto a matriz identidade pode ser utilizada como uma medida de referência em relação ao nível relativo do sinal de excitação (Barros (1990)).

A partir do conhecimento de ψ^S , tem-se à disposição informações a respeito do nível de excitação considerado ótimo para a realização das estimativas do sistema estudado. No entanto, é possível realizar estimativas de boa qualidade mesmo com um sinal com nível de excitação inferior ao sinal padrão (Barros (1990)). Para especificar até quando as estimativas podem ser consideradas de boa qualidade, deve-se levar em conta o ruído tipicamente presente na aplicação.

3.3.2 Ruído

O termo de ruído, $\nu(k)$ da equação (2.2.8), não pode ser considerado ruído branco (Ljung (1987)). Na maioria das aplicações, ele está correlacionado com o vetor de regressores $\phi(k)$, devido à sua presença no sinal de saída $y(k)$ ou, ainda, no caso de operação em malha fechada, à sua presença também no sinal de entrada. Isto conduz a estimativas incorretas, e o problema persiste mesmo que o tamanho do bloco de dados seja aumentado.

Obtém-se da equação (3.3.3) uma matriz ψ^N , considerando-se somente a presença do ruído de medição característico do sistema estimado. Isto é feito através de medições no sistema quando nenhuma entrada externa estiver sendo aplicada. Desta forma, a matriz ψ^N é formada unicamente pela contribuição do ruído de medição, e no caso de operação em malha fechada, também pelo efeito das dinâmicas não modeladas. A obtenção de ψ^N leva ao conhecimento de níveis de excitação insuficientes para que as estimativas sejam de boa qualidade. Admitindo-se que o experimento padrão tenha sido bem definido, ele sempre possuirá um nível de excitação bem superior ao nível proveniente do ruído.

3.3.3 Tornando o estimador robusto

Do conhecimento de ψ^S e ψ^N , é possível detectar quando o sinal de excitação presente é muito pobre em algumas direções, ou pobre na maioria, sem que seja necessário calcular os autovalores da matriz $\psi^{*(k)}$. Este fato será utilizado para modificar o algoritmo e introduzir robustez nos cálculos das estimativas.

Cálculo do traço e do determinante da matriz $\psi^{*(k)}$

Como o traço da matriz $\psi^{*(k)}$ é igual à soma dos seus autovalores calcula-se:

$$\text{tr } \psi^{*(k)} = \sum_{i=1}^n \psi^{*(i,i)} \quad (3.3.6)$$

Assim, pode-se interromper as estimativas antes de realizar a decomposição QR, sempre que forem detectados períodos de baixa excitação em todas as direções. Estes casos são facilmente reconhecidos devido ao traço da matriz $\psi^{*(k)}$ assumir valores pequenos, consequência direta da baixa excitação.

Primeiramente, determina-se um valor mínimo para o traço de $\psi^{*(k)}$, denominado de tr_{Min} , em função dos valores medidos para $\text{tr } \psi^N$ e $\text{tr } \psi^S$. Para garantir boas estimativas, tr_{Min} deve ser superior a $\text{tr } \psi^N$ (podendo inclusive ser inferior a $\text{tr } \psi^S$).

Este teste sempre funciona quando a excitação presente é pequena em todas as direções; falhando, entretanto, quando a excitação é suficientemente grande na maioria das direções, e pequena em poucas. Nestes casos, a falta de excitação é compensada, mascarando o valor do traço. Contorna-se esta situação, testando o valor do determinante de $\psi^*(k)$ antes das estimativas serem realizadas. O cálculo do determinante é simplificado após a decomposição QR, pois:

$$\psi^*(k)\Pi = Q^*R^* \quad (3.3.7)$$

Como as matrizes Q^* e Π possuem determinantes ± 1 , conclui-se que:

$$|\det \psi^*(k)| = |\det R^*| \quad (3.3.8)$$

e

$$|\det \psi^*(k)| = \left| \prod_{i=1}^n R^*_{(i,i)} \right| \quad (3.3.9)$$

Define-se, de forma análoga ao traço, um valor para o determinante mínimo, denominado de \det_{Min} , que obedeça:

$$|\det \psi^N| < \det_{Min} \leq |\det \psi^S| \quad (3.3.10)$$

e interrompe-se as estimativas quando:

$$|\det \psi^*(k)| < \det_{Min} \quad (3.3.11)$$

Pelo fato de ser um produto, basta que um dos elementos da diagonal de R^* (ou um único autovalor) seja pequeno para que o valor calculado do determinante caia abaixo do limite escolhido, não permitindo que as estimativas sejam realizadas, e garantindo sempre estimativas de boa qualidade.

Como citado em Barros (1990), devido os autovalores não estarem sendo monitorados individualmente, os testes anteriores podem falhar em casos extremos. Será o caso onde a excitação é pequena em uma direção, mas o produto e a soma são compensados por excitações muito grandes nas outras direções. Estes casos somente são resolvidos utilizando a decomposição de Schur que fornece todos os autovalores, permitindo uma avaliação individual da quantidade de excitação em cada direção.

3.4. Dinâmicas Não Modeladas e Zona Morta Suave

De acordo com a seção 2.2, as perturbações presentes no sistema a ser estimado são descritas em termos do ruído aleatório e das dinâmicas não modeladas (equação (2.2.8)). Estes dois componentes estão correlacionados com o vetor de regressores $\phi(k)$, apesar da pré-filtragem realizada na equação (2.2.2), de forma que a sua presença conduz a estimativas polarizadas.

Nesta seção, é apresentado um tratamento para este problema, introduzindo um ganho nas equações do estimador, denominado de Zona Morta Suave, sempre que o efeito das dinâmicas não modeladas exceder limites pré-estabelecidos (Barros (1990), Barros & Goodwin (1990)). Diferente da Zona Morta Abrupta onde o ganho assume dois valores (zero ou um), aqui a zona morta suave assume valores proporcionais ao erro de bloco e limites superiores pré-estabelecidos para as dinâmicas não modeladas. Antes, porém, são formuladas considerações sobre este termo, e estabelecida uma medida de qualidade das estimativas.

3.4.1. Considerações matemáticas sobre as dinâmicas não modeladas

Não é possível medir precisamente a perturbação devida à contribuição das dinâmicas não modeladas do sistema. Por isso, algumas considerações devem ser feitas sobre o termo $\xi(k)$ da equação (2.2.8).

Primeiramente, assume-se que $\xi(k)$ está relacionado à entrada por uma função de transferência desconhecida. Esta, possui uma resposta ao impulso $h(k)$, do tipo:

$$\xi(k) = \sum_{\tau=0}^{\infty} h(\tau) \frac{u_f(k-\tau)}{E(\delta)} \quad (3.4.1)$$

Admite-se que $h(k)$ possa ser expresso como a convolução de duas respostas ao impulso:

$$h(k) = h_1(k) * h_2(k) \quad (3.4.2)$$

onde o sinal $*$ representa o operador convolução, $h_1(k)$ é uma função conhecida, e $h_2(k)$ tem um limitante superior conhecido, ou seja:

$$|\bar{h}_2(k)| \leq \bar{h}(k), \quad \text{para todo } k \in [0, \infty) \quad (3.4.3)$$

Esta descrição permite o uso de informações a priori estruturadas e não estruturadas, sobre as dinâmicas não modeladas. A equação (3.4.1) pode ser reescrita como:

$$\xi(k) = \sum_{\tau=0}^{\infty} h(\tau) x(k-\tau) \quad (3.4.4)$$

onde

$$x(k) \triangleq h_1(k) * \frac{u_f(k)}{E(\rho)} \quad (3.4.5)$$

3.4.2. Introduzindo uma medida de qualidade das estimativas

Uma maneira de reduzir a influência das dinâmicas não modeladas nas estimativas, é introduzir um ganho no estimador que terá seu valor modificado em função de uma medida da qualidade obtida com a atual estimativa. Este é reduzido sempre que a estimativa for considerada de boa qualidade.

A medida da qualidade das estimativas utilizada é baseada nas equações (1.3.11) e (1.5.3), e utilizará o quadrado do erro de predição definido naquela mesma seção. As estimativas são consideradas consistentes (Barros (1990)), sempre que:

$$e_b(k)^T e_b(k) < d(k)^T d(k) \quad (3.4.6)$$

O termo $d(k)$ é a composição das contribuições do ruído e das dinâmicas não modeladas:

$$d(k) = c(k) + d_N(k) \tag{3.4.7}$$

onde:

$$c(k) = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta(i) \phi(i) v(i) \tag{3.4.8}$$

e

$$d_N(k) = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta(i) \phi(i) \xi(i) \tag{3.4.9}$$

Das equações (3.4.6) e (3.4.7) tem-se que as estimativas são consideradas consistentes, se:

$$e_b(k)^T e_b(k) < [c(k) + d_N(k)]^T [c(k) + d_N(k)] \tag{3.4.10}$$

3.4.3. Zona morta suave

Uma vez formulada a noção de medida da qualidade, é necessário introduzi-la no estimador. O termo de ruído (equação (3.4.8)) é desprezado, e, ao invés de $d_N(k)$, utiliza-se um limitante superior das dinâmicas não modeladas (Barros (1990)), dado pelo lema 3.1, a seguir.

Lema 3.1.

Seja $\bar{d}^*(k) = Q^* d_N(k) = [d_{1(k)}^* \dots d_{n(k)}^*]^T$. Um limitante superior no valor absoluto de $\bar{d}^*(k)$, é dado por:

$$\bar{d}^*(k) \leq \frac{1}{k - k_0} \sum_{\tau=0}^{\infty} \bar{h}(\tau) \left| \sum_{i=k_0}^{k-1} Q^{*T} \beta(i) \phi^*(i) x^*(i - \tau) \right| = \gamma(k) \tag{3.4.11}$$

onde:

$\bar{h}(\bullet)$ e $x(\bullet)$ são definidas pelas equações (3.4.2) e (3.4.5).

Prova:

Substituindo a equação (3.4.4) em (3.4.9), e trocando a ordem das somatórias, obtém-se:

$$\bar{d}^*(k) = \frac{1}{k - k_0} \sum_{\tau=0}^{\infty} \bar{h}_2(\tau) \left\{ \sum_{i=k_0}^{k-1} Q^{*T} \beta^{(i)} \phi^{*(i)} x^{*(i-\tau)} \right\} \quad (3.4.12)$$

chegando à equação (3.4.11), usando (3.4.3) e a desigualdade triangular.

A zona morta suave consiste em introduzir um ganho no estimador que tem seu valor dependente de uma relação pré-definida entre o erro de predição e o cálculo do limitante superior das dinâmicas não modeladas.

A zona morta foi definida, como em Barros (1990), por:

$$g = \begin{cases} \frac{2\|e_b\|_2^2}{\|e_b\|_2^2 + \|\gamma\|_2^2} & \text{se } \|e_b\|_2^2 \leq \|\gamma\|_2^2 \\ 1 & \text{Caso contrário} \end{cases} \quad (3.4.13)$$

O algoritmo obtido na seção anterior é modificado com a introdução desta zona morta suave na equação (3.3.2), resultando em:

$$\theta^{LS} = \hat{\theta}_0 + g(\psi^S)^{-\frac{1}{2}} \theta^*_{\Delta} \quad (3.4.14)$$

3.5 Exemplos de Simulação

Após as considerações feitas, pode-se realizar simulações comparando o comportamento do algoritmo incremental modificado com o do mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial. Na sequência, são realizados dois tipos de simulações: a primeira, sem considerar as dinâmicas não modeladas e investigando a habilidade do novo algoritmo em acompanhar variações paramétricas, e, a segunda, incluindo estas dinâmicas e observando seu efeito nas estimativas resultantes. Em ambos os testes, o tamanho do bloco de dados é fixado em 100 pontos e o valor de λ em 0,95 para os dois algoritmos comparados. Considerações particulares de cada teste são descritas a seguir.

3.5.1. Modelagem Completa

O sistema utilizado é o mesmo da seção 2.5. São considerados dois tipos diferentes de variações paramétricas, uma abrupta e outra gradual. As variações equivalem a um afastamento de aproximadamente 10% na posição original dos pólos. Na primeira, o sistema assume os seguintes valores:

$$\frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0}$$

até 300 amostras

$$\frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5}$$

entre 300 e 600 amostras

$$\frac{0,8}{\delta^2 + 1,2\delta + 0,8}$$

depois de 600 amostras

No segundo tipo de variação, os parâmetros são incrementados e decrementados lentamente, obedecendo a regra:

$$\frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0}$$

até 200 amostras

$$\frac{1,0 + taxa_1}{\delta^2 + (1,4 + taxa_1)\delta + (1,0 + taxa_1)} \quad \text{entre 200 e 400 amostras}$$

$$\frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5} \quad \text{entre 400 e 600 amostras}$$

$$\frac{1,5 - taxa_2}{\delta^2 + (1,9 - taxa_2)\delta + (1,9 - taxa_2)} \quad \text{entre 600 e 800 amostras}$$

$$\frac{0,8}{\delta^2 + 1,2\delta + 0,8} \quad \text{após 800 amostras}$$

$$taxa_1 = (k - 200) \times 2,5 \times 10^{-3}$$

$$taxa_2 = (k - 600) \times 3,5 \times 10^{-3}$$

Com k representando a amostra atual. Os valores iniciais das estimativas dos parâmetros são ajustados em zero, e o polinômio observador $E(\delta)$ é:

$$E(\delta) = \delta^2 + 1,4\delta + 1,0$$

Os resultados obtidos nesta sequência de testes são apresentados nas figuras 3.4 e 3.5. Na primeira, verifica-se que o algoritmo incremental modificado é ligeiramente mais rápido que o recursivo padrão. Na segunda, praticamente não é possível observar diferença no comportamento dos dois algoritmos. Com este teste, pode-se afirmar que o novo algoritmo tem um comportamento tão bom quanto o mínimos quadrados recursivo padrão.

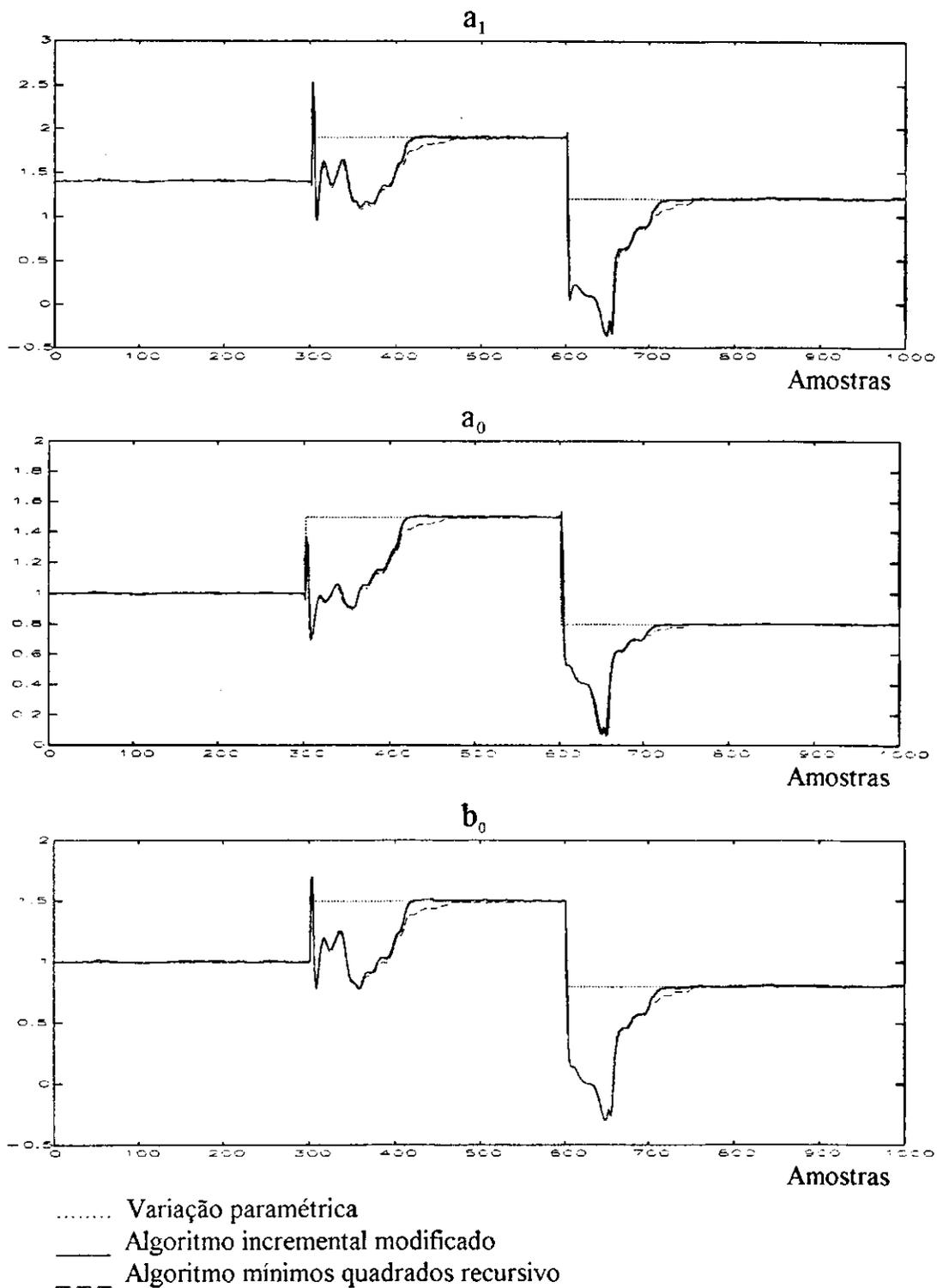


Figura 3.4 - Comparação entre os algoritmos incremental modificado e mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,95$ e bloco de dados de 100 pontos. Variação paramétrica abrupta.

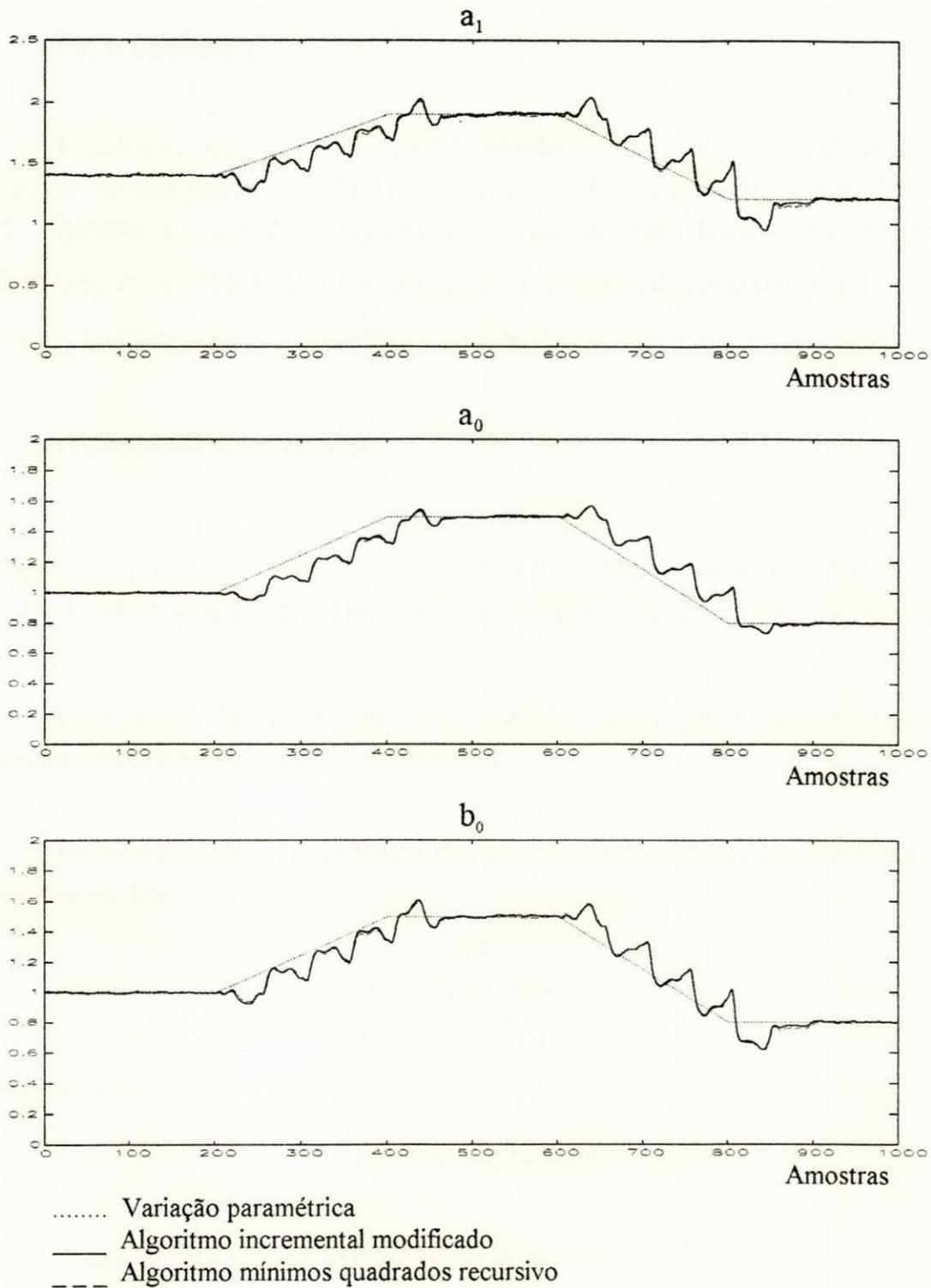


Figura 3.5 - Comparação entre os algoritmos incremental modificado e mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,95$ e bloco de dados de 100 pontos. Variação paramétrica gradual.

3.5.2. Modelagem Incompleta

Inicialmente, realiza-se o experimento padrão e avalia-se a presença do ruído de medição. O sinal padrão adotado é uma onda quadrada de amplitude variando de +2 a -2 e período 10 segundos. Adiciona-se à saída um ruído branco, uniformemente distribuído entre +0,05 e -0,05. As matrizes ψ^S e ψ^N são calculadas com $|\det \psi^N| = 0$ e $\text{tr} \psi^N = 0,00047$ e $|\det \psi^S| = 0,0575$ e $\text{tr} \psi^S = 2,325$.

O sistema inicial utilizado foi:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0} \frac{72}{\delta^2 + 17\delta + 72} \Rightarrow \frac{-0,055 S + 1,072}{S^2 + 1,392 S + 1,072} \frac{-39,35 + 370,58}{S^2 + 39,12 S + 310,58}$$

Com período de amostragem de 0,1 segundos. Notar que o segundo termo do sistema simulado não é modelado no estimador.

Os valores iniciais da estimativa dos parâmetros do sistema, correspondem ao seguinte modelo:

$$\frac{0,8}{\delta^2 + 1,2\delta + 0,8}$$

e o filtro $E(\delta)$:

$$E(\delta) = \delta^2 + 1,2\delta + 0,8$$

Todos os sinais são passados pelo filtro passa faixa:

$$\frac{4,0\delta}{(\delta + 0,01)(\delta + 2)^2}$$

São realizadas duas seqüências de simulações, uma com o objetivo de verificar o efeito das dinâmicas não modeladas nas estimativas resultantes, e outra para verificar seu comportamento na presença de períodos sem excitação.

Na primeira, o sistema utilizado sofre uma variação abrupta no instante 300 amostras, passando a ser:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5} \frac{72}{\delta^2 + 17\delta + 72} \Rightarrow \frac{-0,085 S + 1,652}{S^2 + 1,923 S + 1,652} \frac{-39,35 + 370,58}{S^2 + 39,12 S + 310,58}$$

O componente conhecido das dinâmicas não modeladas adotado foi $\bar{h}_1 = 1$. Os dois limitantes para os componentes desconhecidos foram $\bar{h}_2 = 0$ e $\bar{h}_2 = 0,1 \exp(-7t)$, truncado em 5 amostras, ou seja:

$$\bar{h}_2 = [0,1 \ 0,049 \ 0,0247 \ 0,0122 \ 0,0061]$$

O sinal aplicado e a resposta do sistema com o ruído de medição são registrados na figura 3.6. Os resultados obtidos para as estimativas dos parâmetros utilizando o algoritmo incremental modificado com os dois limitantes acima citados estão na figura 3.8. Comparando as curvas, verifica-se o efeito da zona morta suave, fazendo com que as estimativas oscilem menos quando ela está ativada ($\bar{h}_2 \neq 0$).

Na segunda seqüência, o sistema utilizado é o mesmo da primeira, com a diferença de que a variação paramétrica acontece no instante 400 amostras. Também são realizadas estimativas com o algoritmo mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial. Uma falta de excitação foi simulada com o sinal de entrada nulo entre os instantes 200 e 600 amostras.

Os valores de \det_{Min} e tr_{Min} escolhidos foram próximos aos valores obtidos com o sinal padrão. Escolhas diferentes levam a comportamento diferente quando da ocorrência de períodos com ausência de excitação.

$$\det_{Min} = 0,03$$

$$tr_{Min} = 1,8$$

O sinal aplicado e a resposta do sistema são registrados na figura 3.7. As curvas resultantes, estimativas obtidas com o algoritmo incremental modificado e com o mínimos quadrados com esquecimento exponencial, estão na figura 3.9. A introdução da zona morta suave, e da avaliação da quantidade de informação presente nos blocos de dados no algoritmo incremental modificado, permitem a realização de estimativas sem as oscilações presentes no algoritmo mínimos quadrados recursivo. No período em que a excitação é retirada, as oscilações apresentadas pelo segundo algoritmo são grandes, o que não é interessante para aplicações de controle adaptativo.

Após estes testes, pode-se concluir que com a introdução das modificações propostas nas últimas seções, o algoritmo mínimos quadrados incremental modificado utilizando a decomposição QR tem um desempenho bastante satisfatório de um modo geral, sendo que na presença de dinâmicas não modeladas e falta de excitação, ele é bem superior ao mínimos quadrados recursivo.

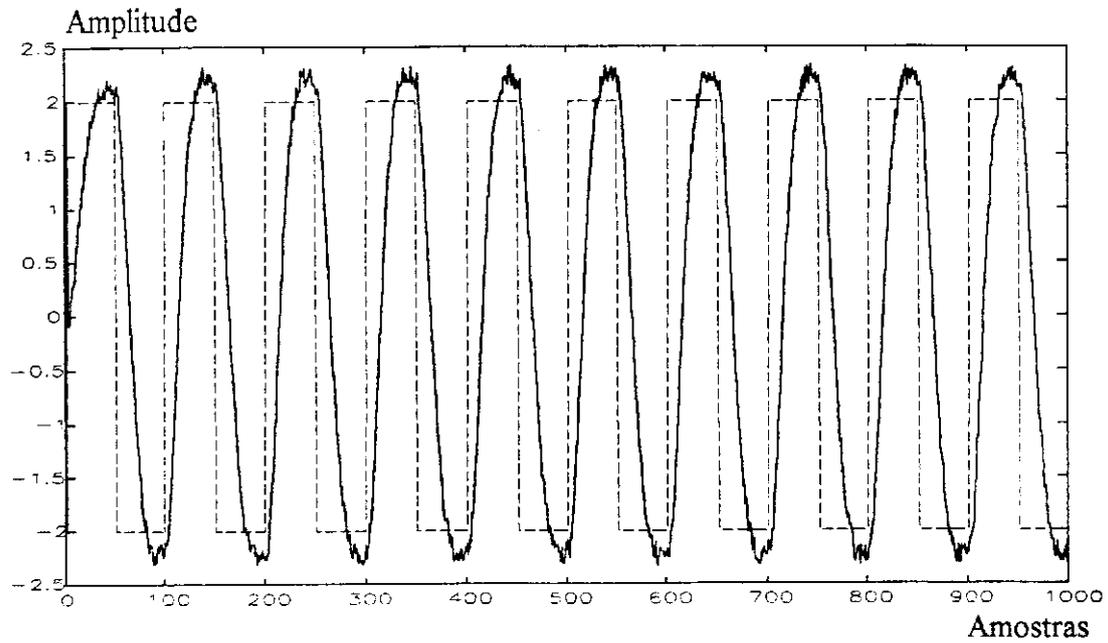


Figura 3.6 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição.

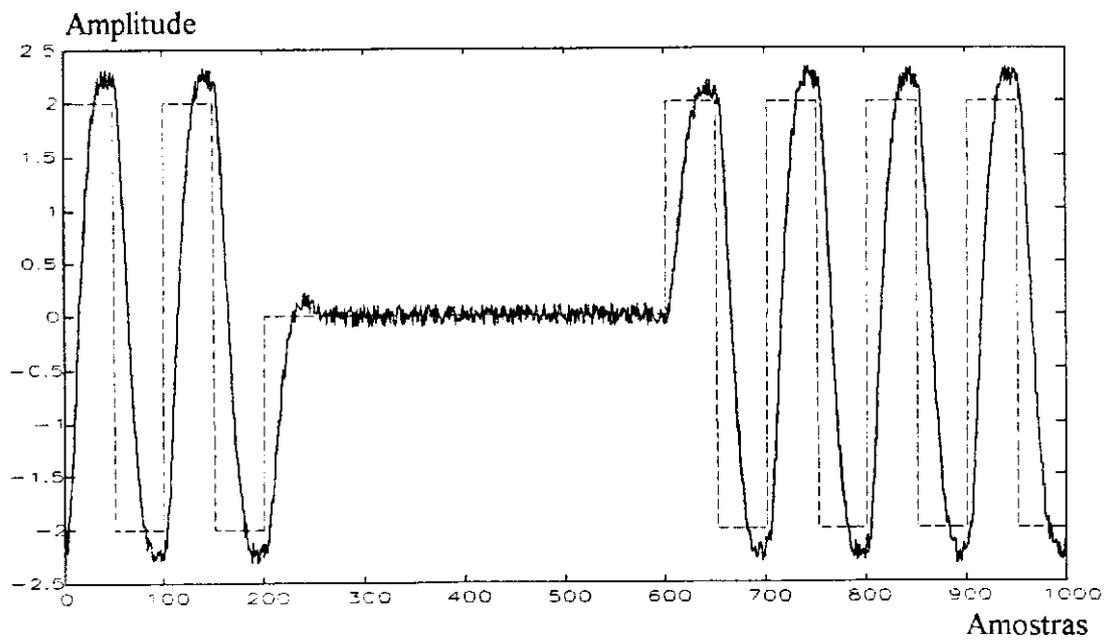


Figura 3.7 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição, e com ausência de excitação por um período.

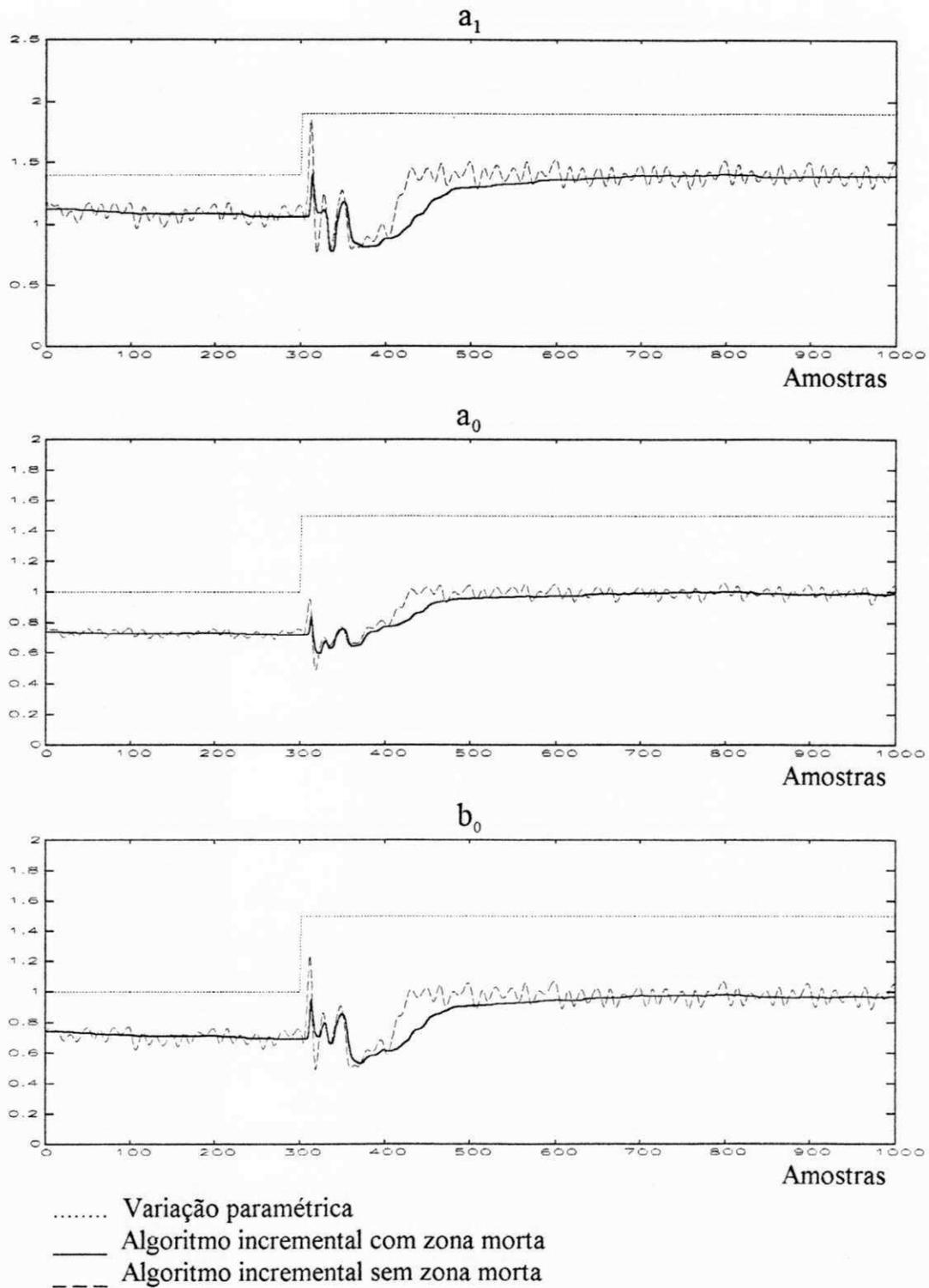


Figura 3.8 - Comportamento do algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR, com e sem a zona morta suave proposta.

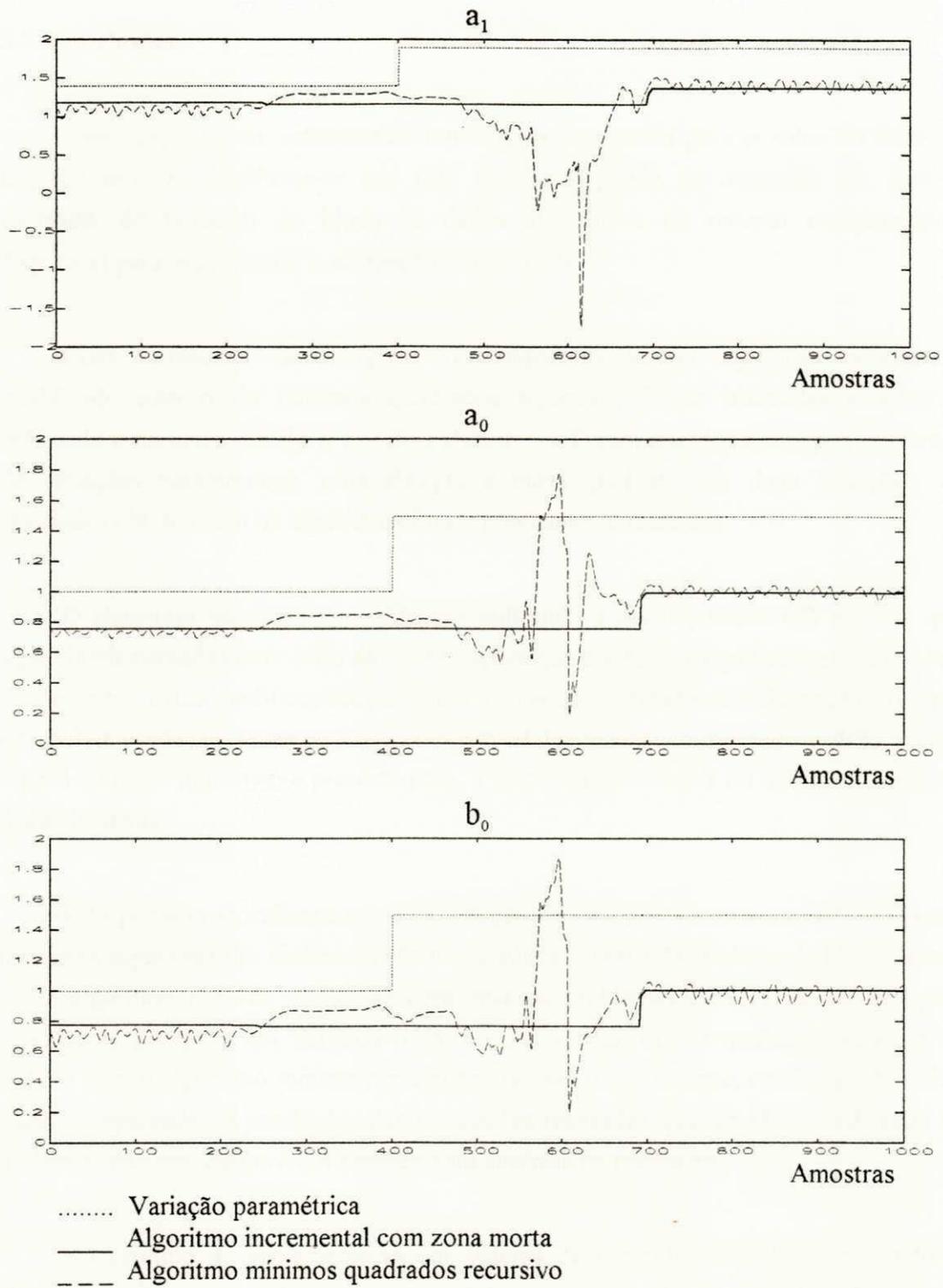


Figura 3.9 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR com zona morta suave, e o mínimos quadrados recursivo com um período com falta de excitação.

3.7. Conclusões

Neste capítulo, foi estabelecido um critério de escolha para o valor do fator de esquecimento λ . Verificou-se que esta escolha depende da dimensão do sistema estimado, do tamanho do bloco de dados utilizado e do recurso computacional disponível para implementar a estimação e o controle.

Com o objetivo de comparar o comportamento do algoritmo incremental modificado com o do mínimos quadrados recursivo, foram realizadas simulações utilizando o mesmo valor de λ nos dois algoritmos. Foram testados dois tipos diferentes de variações paramétricas, uma abrupta e outra gradual. Nas duas situações, os resultados obtidos com os algoritmos foram praticamente idênticos.

O algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR permite que sejam implementadas uma série de modificações que melhoram significativamente o seu desempenho. Estas modificações permitem avaliar a quantidade de informação presente no sinal de excitação, comparando-a com o nível de um sinal considerado padrão, e com o nível do ruído tipicamente presente para, a partir daí, prosseguir ou não com o cálculo das estimativas.

Esta primeira modificação, e a introdução de uma zona morta suave baseada em limitantes superiores das dinâmicas não modeladas e no erro de predição de bloco, levam a um algoritmo robusto, capaz de contornar os problemas devidos às perturbações tipicamente presentes em sistemas reais, e gerar estimativas de qualidade superior às obtidas com o algoritmo mínimos quadrados recursivo nas mesmas condições. Isto fica claro, comparando os resultados das simulações realizadas quando são introduzidas as dinâmicas não modeladas e um período com ausência de excitação.

No capítulo 4, implementa-se um sistema de controle adaptativo utilizando o algoritmo mínimos quadrados incremental modificado deste capítulo. A técnica adaptativa adotada é a alocação de pólos. O sistema resultante possui um comportamento robusto devido às características já apresentadas deste estimador.

CAPÍTULO 4

ESTIMACÃO ROBUSTA EM

CONTROLE ADAPTATIVO POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS

4.1. Introdução

No capítulo 3, foram implementadas várias modificações no algoritmo mínimos quadrados incremental utilizando a decomposição QR, de forma a melhorar os aspectos de robustez na presença de períodos de falta de excitação durante a realização das estimativas, e reduzir o efeito de perturbações devido às dinâmicas não modeladas presentes em sistemas reais.

Neste capítulo, implementa-se um controlador adaptativo usando a técnica denominada de alocação de pólos. Trata-se de um procedimento de projeto de controladores padrão em publicações como, por exemplo, Åström & Wittenmark (1989) e Middleton & Goodwin (1990).

Novamente, são comparados os desempenhos obtidos utilizando o algoritmo mínimos quadrados recursivo e o algoritmo incremental modificado do capítulo 3 como estimadores. Num primeiro instante, a comparação é realizada sem considerar dinâmicas não modeladas e com um sinal de excitação suficientemente rico para garantir boas estimativas. Depois, de forma semelhante à seção 3.6, verifica-se o comportamento do projeto face a um período com ausência de excitação e considerando as dinâmicas não modeladas.

4.2. Alocação de Pólos

Entre as diversas técnicas de projeto de controladores adaptativos, a alocação de pólos se apresenta como uma das mais simples de se implementar (Åström & Wittenmark (1989)). Teoricamente, a partir de um modelo geral de controlador, pode-se alocar os pólos do sistema em malha fechada em qualquer posição arbitrariamente escolhida (Middleton & Goodwin (1990)). Quando isto é realizado a cada instante de amostragem, obtém-se um controlador capaz de corrigir eventuais mudanças nos parâmetros do sistema a ser controlado de forma bastante eficiente.

4.2.1. Descrição do sistema em malha fechada

Um sistema em malha fechada típico possui os elementos ilustrados na figura 4.1, a seguir.

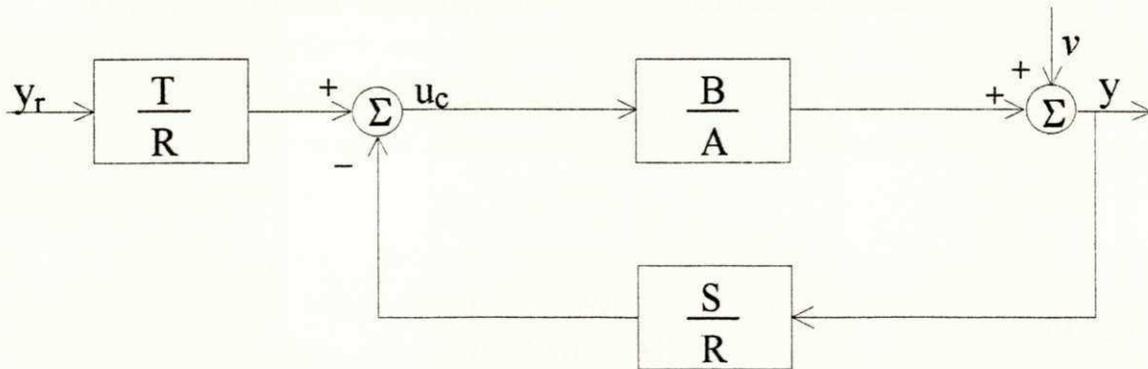


Figura 4.1 - Estrutura típica de um sistema em malha fechada.

onde A , B , R , S e T são polinômios descritos neste trabalho, no operador delta.

Rearrumando, obtém-se:

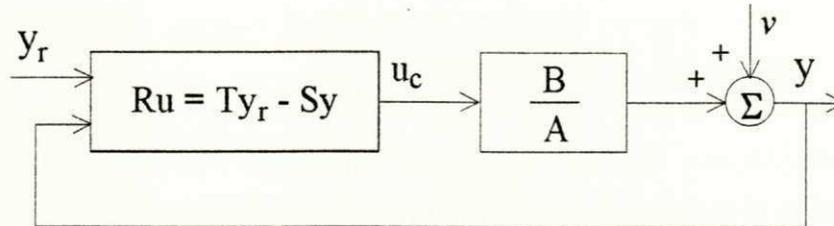


Figura 4.2 - Sistema em malha fechada com um controlador linear geral.

Esta lei de controle representa uma realimentação negativa com a função de transferência $-\frac{S}{R}$ e uma alimentação direta com a função $\frac{T}{R}$.

A equação em malha fechada que descreve o sistema acima é, então:

$$(AR + BS)y = BTy_r \quad (4.2.1)$$

ou

$$\frac{y}{y_r} = \frac{BT}{(AR + BS)} \quad (4.2.2)$$

O processo de alocar os pólos em malha fechada resume-se em calcular os polinômios R e S de forma a satisfazer a igualdade:

$$AR + BS = A^* \quad (4.2.3)$$

onde A^* é o polinômio que representa os pólos em malha fechada desejados, sendo especificado pelo usuário. Esta equação é denominada na literatura por "Equação Diofantina ou de Bezout".

Em uma primeira abordagem, o usuário pode definir o desempenho em malha fechada em termos de um modelo definido por:

$$y_m = \frac{B_m}{A_m} y_r \quad (4.2.4)$$

A_m e B_m também são polinômios no operador delta.

Para obter a resposta em malha fechada desejada, A_m deve dividir $AR + BS$. Os zeros do sistema, dados por B , também serão zeros da malha fechada, a não ser que haja cancelamentos. Fatora-se, então, o polinômio B (conforme Åström & Wittenmark (1989)):

$$B = B^+ B^- \quad (4.2.5)$$

onde B^+ contém os fatores que podem ser cancelados e B^- , os zeros instáveis ou pobremente alocados. Os zeros de B^+ devem ser estáveis, e para tornar a fatorização única, assume-se que este seja mônico.

O polinômio característico da malha fechada deve, então, possuir $A_m B^+$, e normalmente será de ordem maior que este fator. O fator remanescente pode ser interpretado como dinâmica do observador. Existem, pois, três tipos de fatores no polinômio característico: zeros cancelados do sistema, B^+ , pólos do modelo desejado, A_m , e pólos do observador dados por um polinômio observador A_o , ou seja:

$$A^* = B^+ A_o A_m \quad (4.2.6)$$

isto é:

$$AR + BS = B^+ A_o A_m \quad (4.2.7)$$

desta equação observa-se que B^+ pode dividir R :

$$R = B^+ R_1 \quad (4.2.8)$$

o que, com:

$$T = \frac{A_o B_m}{B^-} \quad (4.2.9)$$

ajusta a malha fechada ao modelo especificado.

Um estudo detalhado deste procedimento com considerações sobre os possíveis tipos do polinômio B em relação a B_m , e uma análise sobre estabilidade e solvabilidade das equações, é dado em Åström & Wittenmark (1984) e (1989). Na visão destes autores, não existe diferença entre alocação de pólos e seguimento de modelo. De fato, o procedimento acima descrito faz com que o modelo definido em (4.2.4) seja "seguido" pelo sistema em malha fechada.

Num caso particular do problema de alocação de pólos deseja-se somente alocar os pólos em malha fechada, não fazendo qualquer consideração particular sobre os seus zeros. Aqui, a preocupação é resolver a equação (4.2.3), garantindo que os pólos desejados sejam obtidos em malha fechada.

Uma escolha usual para o polinômio T (Middleton & Goodwin (1990) e Barros (1990)) faz com que ele seja de ordem zero, obedecendo:

$$T = t_0 = s_0 \quad (4.2.10)$$

onde s_0 é o coeficiente de mais baixa ordem do polinômio S . Com isto, garante-se que os zeros em malha aberta sejam os mesmos em malha fechada e mantém-se o ganho da malha fechada unitário. Esta segunda abordagem foi a implementada neste capítulo.

4.2.2. Solução da equação Diofantina

A equação Diofantina possui um papel fundamental neste procedimento de projeto. Trata-se de uma equação linear nos polinômios R e S que sempre possuirá uma solução se A e B forem primos relativos. Equacionando os coeficientes de mesma ordem, esta equação dada por (4.2.3) pode ser reescrita como um conjunto de equações lineares do tipo:

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccccccc}
 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 a_1 & 1 & \ddots & \vdots & b_0 & 0 & \ddots & \vdots \\
 a_2 & a_1 & \ddots & 0 & b_1 & b_0 & \ddots & 0 \\
 \vdots & a_2 & \ddots & 1 & \vdots & b_1 & \ddots & 0 \\
 a_{n_a} & \vdots & \ddots & a_1 & b_{n_b} & \vdots & \ddots & b_0 \\
 0 & a_{n_a} & & a_2 & 0 & b_{n_b} & & b_1 \\
 \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\
 0 & \dots & 0 & a_{n_a} & 0 & \dots & 0 & b_{n_b}
 \end{array} \right]
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c}
 r_1 \\
 \vdots \\
 r_{n_r} \\
 s_0 \\
 \vdots \\
 s_{n_s}
 \end{array} \right]
 =
 \left[\begin{array}{c}
 a_1^* - a_1 \\
 \vdots \\
 a_{n_a}^* - a_{n_a} \\
 a_{n_a+1}^* \\
 \vdots \\
 a_{n_r+n_s+1}^*
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{n_r \text{ columnas}}$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{n_s+1 \text{ columnas}}$

(4.2.11)

ou na forma matricial:

$$S_y(A,B)\theta_{cl} = A_S \tag{4.2.12}$$

onde:

A e A^* são polinômios mônicos.

$a_i, b_i, r_i, s_i, a_i^*$ são os coeficientes de ordem i dos polinômios A, B, R, S e A^* , respectivamente.

n_a, n_b, n_r, n_s são as ordens dos polinômios A, B, R e S , com $n_a > n_b$.

A matriz $S_y(A,B)$ é denominada de matriz de Sylvester e ocorre, frequentemente, em matemática aplicada. Ela tem a propriedade de ser não singular se, e somente se, os

polinômios A e B não possuem fatores comuns, o que também conduz a uma solução única para cada estrutura de controlador escolhida.

Existem muitas formas de resolver esta equação considerando, por exemplo, situações onde os polinômios A e B não são co-primos. Nas simulações a seguir, como o sistema a ser controlado já é conhecido, realizou-se sua decomposição QR, obtendo:

$$Q_S R_S = QR(S_y(A, B)) \quad (4.2.13)$$

$$R_S \theta_{ctl} = Q_S^T A_S \quad (4.2.14)$$

com θ_{ctl} sendo obtido facilmente por substituição regressiva, já que R_S é triangular superior.

4.3. Exemplos de Simulação

Realiza-se, de forma análoga ao capítulo anterior, duas sequências de testes utilizando como estimadores o algoritmo incremental modificado e o algoritmo mínimos quadrados recursivo. A diferença entre as duas é que na primeira não é considerada a existência de dinâmica não modelada. O diagrama em blocos do sistema em malha fechada é apresentado na figura 4.3.

O sistema simulado é o mesmo do capítulo 3, com período de amostragem 0,1, representado no operador delta por:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0}$$

os valores iniciais da estimativa dos parâmetros do sistema:

$$\frac{0,8}{\delta^2 + 1,2\delta + 0,8}$$

e o filtro:

$$E(\delta) = \delta^2 + 1,2\delta + 0,8$$

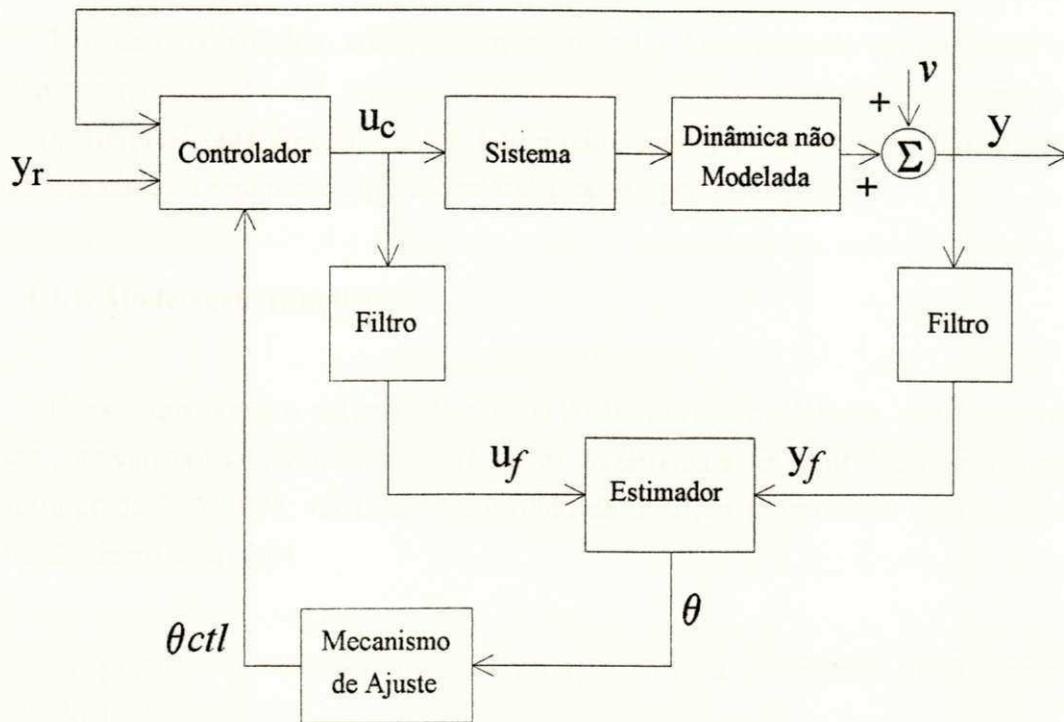


Figura 4.3 - Diagrama em blocos do sistema em malha fechada obtido.

O sinal de entrada Y_r , sinal de referência a ser seguido, é uma onda quadrada variando de +2 a -2 com período 400 amostras. O polinômio A^* que representa a posição desejada dos pólos em malha fechada escolhido:

$$A^*_{(\delta)} = (\delta + 1,0)(\delta^2 - 1,4\delta + 1,49)(\delta^2 - 2,0\delta + 1,25)$$

ou seja:

$$A^*_{(\delta)} = \delta^5 + 4,4\delta^4 + 8,94\delta^3 + 10,27\delta^2 + 6,5925\delta + 1,8625$$

Os polinômios R e S são ajustados com a mesma ordem, $n_r = n_s = 2$. O tamanho do bloco de dados utilizado no algoritmo incremental é de 200 pontos com fator de esquecimento igual a 0,98. Este valor é o mesmo adotado no algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento exponencial.

Nos casos simulados, adota-se um controlador fixo, controle proporcional com ganho constante igual a 0,5, até o instante 100 amostras. Inclui-se, ainda, um integrador como parte pré-fixada do controlador. Isto é feito, multiplicando-se o polinômio R por um integrador, ou seja por δ , quando se trabalha no operador delta.

4.3.1. Modelagem completa

Considerando que o sistema não possua dinâmicas não modeladas, simulam-se dois casos com variações diferentes nos parâmetros do sistema a ser controlado, uma abrupta e outra gradual. À saída, adiciona-se um ruído de medição (termo $v(k)$) com amplitude variando de +0,01 a -0,01.

No primeiro, o sistema sofre uma variação abrupta no instante 1000 amostras, passando a ser:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5}$$

Os sinais de entrada e de saída obtidos utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo são mostrados na figura 4.4. O comportamento do primeiro, para o fator de esquecimento adotado, é ligeiramente melhor, corrigindo mais rapidamente a saída da malha fechada e oscilando menos quando ocorre a variação paramétrica.

As figuras 4.5 e 4.6 registram os valores obtidos para os coeficientes dos polinômios S e R , respectivamente. Os valores dos coeficientes do polinômio S variam bem menos e todos os parâmetros registrados atingem o regime estacionário mais rapidamente do que quando o algoritmo utilizado é o mínimos quadrados.

No segundo caso de variação paramétrica, o sistema estimado comporta-se da seguinte forma:

CAPÍTULO 2

MÍNIMOS QUADRADOS INCREMENTAL

MODIFICADO

2.1. Introdução

No capítulo anterior, realizou-se uma breve revisão da estimação de parâmetros, particularmente, da estimação mínimos quadrados. Os dois primeiros algoritmos lá citados, mínimos quadrados padrão e mínimos quadrados recursivo, têm sido utilizados em muitas aplicações para estimar parâmetros de sistemas que possam ser representados por um modelo de regressão linear, assunto este, tratado em várias publicações da área (por exemplo, Goodwin & Sin (1984) e Ljung (1987)).

Dois problemas encontrados no algoritmo mínimos quadrados padrão são a inversão da matriz de covariância (Golub & Van Loan (1983) e Ljung (1987)), e a não consideração de informações a priori sobre as estimativas dos parâmetros (Goodwin & Sin (1984)). Estes, têm sido resolvidos através de avanços consideráveis em velocidade e capacidade de alocação de memória nos computadores digitais, e através de algumas mudanças nos algoritmos existentes como, por exemplo, a introdução de informações conhecidas previamente, realizada no algoritmo mínimos quadrados incremental do capítulo 1 (Barros (1990)).

A inversão da matriz de covariância não é necessária no algoritmo mínimos quadrados recursivo (Ljung (1987)), o que o torna um algoritmo veloz, apropriado para aplicações "on line". Por ser um procedimento recursivo, ele também permite a

introdução de estimativas a priori. Com isto, aparentemente, a presença de pouca excitação durante um certo intervalo de tempo deixa de ser problema, pois, como se espera que a estimativa resultante seja próxima da estimativa a priori, a contribuição do algoritmo a cada nova interação é uma pequena variação, para mais ou para menos, do valor previamente obtido. No entanto, como apresentado no capítulo 1, para que o estimador acompanhe possíveis variações paramétricas, algumas modificações devem ser feitas (Goodwin & Sin (1984) e Ljung (1987)). Estas modificações podem levar a um comportamento diferente do esperado na presença de pouca excitação, ruído e dinâmicas não modeladas (Anderson (1985)).

O algoritmo mínimos quadrados incremental apresenta-se como uma opção interessante para contornar o problema de efetuar estimativas durante períodos de baixo nível de excitação. Neste algoritmo, tem-se à disposição um bloco de dados, do qual se pode obter informações a respeito da quantidade de excitação presente. Uma vez avaliada se esta é suficiente para garantir estimativas de boa qualidade, permite-se ou não que a estimação dos parâmetros seja realizada. Isto será tratado no capítulo 3.

Neste capítulo, são apresentados dois algoritmos estudados por Barros (1990), que usam as decomposições QR e de Schur para calcular as estimativas mínimos quadrados incremental. Lá, o algoritmo mínimos quadrados incremental é implementado com blocos de dados de tamanho constante. Aqui, introduz-se uma modificação na maneira de compor o bloco de dados de forma a permitir que as estimativas sejam realizadas a cada novo dado fornecido. Este algoritmo é denominado de algoritmo mínimos quadrados incremental com blocos deslizantes, ou mínimos quadrados incremental modificado. Com o objetivo de melhorar o comportamento do algoritmo face às variações paramétricas, utiliza-se um fator de esquecimento exponencial. Uma série de testes é realizada com o algoritmo que utiliza a decomposição QR, comparando as estimativas obtidas pelo algoritmo incremental padrão e pelo incremental modificado, com valores diferentes para o fator de esquecimento.

2.2. Descrição do Sistema

É considerada uma classe de sistemas determinísticos discretos no tempo, descritos pelo seguinte modelo, válido no intervalo $[k_0, k)$:

$$A(\rho)y(k) = B(\rho)u(k) + \epsilon(k) \quad (2.2.1)$$

onde:

$u(k)$ - entrada;

$y(k)$ - saída;

$\epsilon(k)$ - perturbações (ruído e dinâmicas não modeladas);

$A(\rho)$ e $B(\rho)$ - polinômios no operador ρ (deslocamento ou delta) de ordem n e m , respectivamente.

Para focalizar a estimação de parâmetros numa faixa de frequências apropriada $[w_1, w_2]$, filtram-se os sinais da equação (2.2.1) por um filtro passa faixa, obtendo:

$$A(\rho)y_f(k) = B(\rho)u_f(k) + \epsilon_f(k) \quad (2.2.2)$$

onde:

$y_f(k)$, $u_f(k)$ e $\epsilon_f(k)$ são os sinais filtrados.

Um polinômio observador, $E(\rho)$ (Middleton & Goodwin (1990)), é introduzido na equação (2.2.2), obtendo-se:

$$y_f(k) = [E(\rho) - A(\rho)] \frac{y_f(k)}{E(\rho)} + B(\rho) \frac{u_f(k)}{E(\rho)} + \frac{\epsilon_f(k)}{E(\rho)} \quad (2.2.3)$$

Esta equação pode ser escrita na forma de regressão:

$$y_f(k) = \phi(k)^T \theta_0 + \eta(k) \quad (2.2.4)$$

onde:

$$\phi(k)^T = \left[\rho^{n-1} \frac{y_f(k)}{E(\rho)}, \dots, \frac{y_f(k)}{E(\rho)}, \rho^m \frac{u_f(k)}{E(\rho)}, \dots, \frac{u_f(k)}{E(\rho)} \right] \quad (2.2.5)$$

$$\theta_0^T = [e_{n-1} -a_{n-1}, \dots, e_0 -a_0, b_m, \dots, b_0] \quad (2.2.6)$$

$$\eta(k) = \frac{\epsilon_f(k)}{E(\rho)} \quad (2.2.7)$$

com:

a_n, e_n - n-ésimo coeficiente do polinômio $A(\rho)$ e $E(\rho)$, respectivamente;

b_m - m-ésimo parâmetro do polinômio $B(\rho)$.

O termo de perturbações $\eta(k)$, pode ser separado como a contribuição de ruído mais o efeito de dinâmicas não modeladas:

$$\eta(k) = \nu(k) + \xi(k) \quad (2.2.8)$$

onde:

$\nu(k)$ - ruído aleatório;

$\xi(k)$ - dinâmicas não modeladas.

2.3. Modificações no Algoritmo Mínimos Quadrados Incremental

Na forma que foi apresentado, o estimador mínimos quadrados incremental utiliza blocos de dados de tamanho fixo, com estimativas sendo calculadas no fim de cada bloco. Uma modificação simples apresentada nesta seção permite que os blocos de dados sejam atualizados a cada instante de amostragem, corrigindo, assim, as estimativas a cada novo dado fornecido.

2.3.1. Estimador mínimos quadrados incremental com blocos sucessivos

Neste estimador, as estimativas são realizadas a blocos de $k - k_0$ dados. A figura 2.1 ilustra o tamanho do bloco de dados ($N = k - k_0$) e o momento no qual as estimativas dos parâmetros são processadas (a cada N novos dados). Os blocos de dados são totalmente renovados e as estimativas acontecem a intervalos constantes de amostras (tempo).

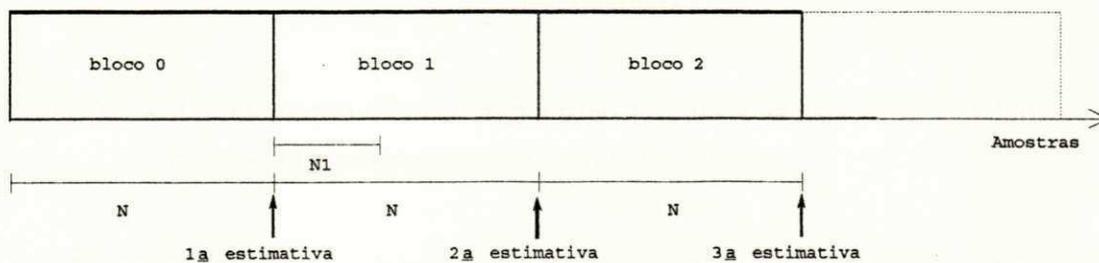


Figura 2.1 - Representação dos blocos de dados e localização das estimativas no tempo para o estimador mínimos quadrados incremental padrão.

Se o sistema for variante no tempo e ocorrer uma variação paramétrica, por exemplo, no instante $N1$, representado na figura 2.1, esta só é completamente detectada na terceira estimativa (realizada com dados do bloco 2). Isto se dá, devido o bloco 1 ter $N1$ dados referentes aos valores de parâmetros iniciais, e $(N - N1)$ dados referentes aos valores posteriores à variação paramétrica, o que conduz a segunda estimativa a valores diferentes dos esperados. Quanto maior for $N1$, mais distante do esperado será a segunda estimativa.

2.3.2. Estimador mínimos quadrados incremental com blocos deslizantes

Uma alternativa para contornar a situação descrita acima é, após o primeiro bloco de dados ter sido formado, realizar estimativas à medida que um número de dados novos N_0 inferior a N , estiverem disponíveis. A figura 2.2 ilustra a nova constituição dos blocos de dados e os instantes onde ocorrem as estimativas.

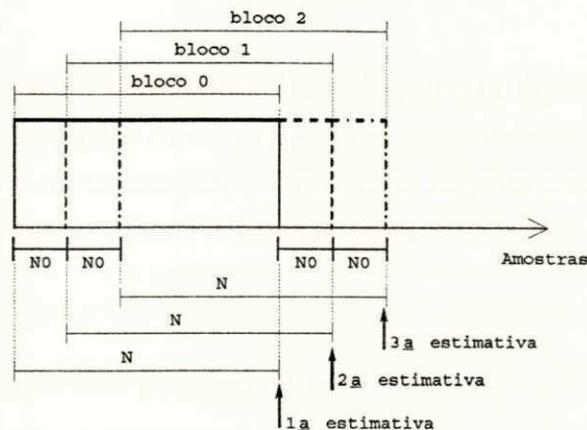


Figura 2.2 - Representação da mudança proposta para a constituição dos blocos de dados e da localização das estimativas no tempo.

Neste novo arranjo, variações paramétricas são mais rapidamente detectadas devido os blocos de dados serem renovados a intervalos de tempo menores. A modificação proposta é facilmente introduzida no algoritmo anterior, fazendo um deslocamento nos valores disponíveis do vetor ϕ e de ψ . Este deslocamento é realizado desprezando-se os N_0 primeiros dados do bloco e introduzindo-se os N_0 dados mais recentes. Calcula-se, então, $\psi^{(k)}$ e $Z^{(k)}$, segundo as equações (1.3.11) e (1.3.12), e resolve-se o conjunto de equações (1.5.3) e (1.5.4), calculando a estimativa com o novo bloco. O tamanho do bloco permanece o mesmo, alterando-se apenas o instante em que as estimativas são realizadas.

No caso particular em que $N_0 = 1$, realiza-se uma estimativa a cada novo dado. Tem-se, então, um estimador intermediário entre o mínimos quadrados padrão e o mínimos quadrados recursivo. Este novo arranjo com blocos deslizantes atualizando as estimativas a cada novo dado presente é denominado, na sequência deste trabalho, de "Algoritmo Mínimos Quadrados Incremental Modificado".

2.4. Cálculo das Estimativas Mínimos Quadrados Incrementais

Nesta seção, são apresentados dois procedimentos para calcular estimativas mínimos quadrados incremental, um utilizando a Decomposição QR e o outro a Decomposição de Schur.

2.4.1. Mínimos quadrados incremental utilizando a decomposição QR

O algoritmo a seguir, utilizando a decomposição QR (apêndice A), é uma forma padrão para resolver equações como a (1.5.3) em situações onde existe a possibilidade da matriz $\psi^{(k)}$ não ter posto completo. Vários livros de cálculo de matrizes trataram do tema (por exemplo, Stewart (1973) e Golub & Van Loan (1983)), que pode ser dividido em dois casos:

1o caso: Matrizes com posto completo

Assumindo que a matriz $\psi^{(k)}$ tenha posto completo, pode-se decompô-la, obtendo:

$$\psi^{(k)} = QR \quad (2.4.1)$$

onde:

Q - matriz ortogonal ($QQ^T = I$);

R - matriz triangular superior.

Substituindo a equação (2.4.1) em (1.5.3), obtém-se:

$$QR\theta_{\Delta} = e_b^{(k)} \quad (2.4.2)$$

ou

$$R\theta_{\Delta} = Q^T e_b^{(k)} \quad (2.4.3)$$

θ_{Δ} é obtido facilmente por substituição regressiva, já que R é triangular.

2o caso: Matriz com deficiência de posto

Quando $\psi(k)$ não tem posto completo, a substituição regressiva falha, pois, alguns elementos da diagonal de R são zero. É introduzido, então, um pivoteamento de coluna na decomposição QR, e, com algumas modificações, a solução mínimos quadrados para a equação anterior é facilmente encontrada.

A decomposição QR com pivoteamento de coluna de $\psi(k)$, é dada por:

$$\psi(k)\Pi = QR \quad (2.4.4)$$

onde:

Π - matriz ortogonal expressando as permutações;

A matriz R , anteriormente descrita, passa a ter a seguinte forma:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ n-r \end{matrix} \quad (2.4.5)$$

onde:

$\psi(k)$ - tem ordem $n \times n$;

r - posto da matriz $\psi(k)$.

Com um conjunto de transformações de Householder, expressas pela matriz Z , obtém-se:

$$Z_1 \begin{bmatrix} R_{11}^T \\ R_{12}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

onde:

T - matriz triangular superior.

Fazendo:

$$Z = \Pi Z_1 \quad (2.4.7)$$

Pode-se escrever a partir de (2.4.4):

$$Q^T \psi^{(k)} Z = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ n-r \end{matrix} \quad (2.4.8)$$

Por fim, define-se:

$$Q^T e_b^{(k)} = \begin{bmatrix} e' \\ e'' \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ n-r \end{matrix} \quad (2.4.9)$$

para obter:

$$\theta_{\Delta} = Z \begin{bmatrix} T^{-1} e' \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.10)$$

$T^{-1} e'$ é calculada por substituição regressiva.

Em Golub & Van Loan (1983), mostra-se que a expressão obtida para θ_{Δ} é uma estimativa mínimos quadrados.

2.4.2. Estimativa mínimos quadrados incremental utilizando a decomposição de Schur

Para calcular as estimativas mínimos quadrados das equações (1.5.3) e (1.5.4), aplica-se a decomposição de Schur a $\psi^{(k)}$ (equação (1.3.11)):

$$\psi^{(k)} = Q\Lambda Q^T \quad (2.4.11)$$

onde:

Λ - matriz diagonal com elementos diagonais $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ (≥ 0)

Q - matriz unitária ($QQ^T = I$)

Substituindo-se a equação (2.4.11) em (1.5.2), obtém-se:

$$\bar{e}^{(k)} = \Lambda(\alpha_0 - \hat{\alpha}_0) \quad (2.4.12)$$

onde:

$$\bar{e}^{(k)} = Q^T \begin{bmatrix} e_{b1} \\ \vdots \\ e_{bp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \vdots \\ e_p \end{bmatrix} \quad (2.4.13)$$

$$\alpha_0 = Q^T \theta_0 \quad (2.4.14)$$

ou

$$\hat{\alpha}_0 = Q^T \hat{\theta}_0 = [\hat{\alpha}_{01} \dots \hat{\alpha}_{0p}]^T \quad (2.4.15)$$

A estimativa mínimos quadrados incremental é obtida, calculando:

$$\hat{\alpha}^{(k)} = \hat{\alpha}_0^{(k_0)} + \Lambda^{-1} \bar{e}^{(k)} \quad (2.4.16)$$

$$\hat{\theta}^{(k)} = Q \hat{\alpha}^{(k)} \quad (2.4.17)$$

O grande inconveniente da utilização deste algoritmo é o tempo gasto para computar a Decomposição de Schur (Apêndice B). O processo é iterativo e pode variar de uma matriz para outra, ainda que sejam de mesma ordem. Isto limita o emprego desta forma de calcular as estimativas de parâmetros a sistemas que sejam lentos ou que possam ser representados por modelos de baixa ordem, em função do recurso computacional disponível para a aplicação. Devido a este fato, na sequência deste trabalho serão implementados testes utilizando somente a decomposição QR.

2.5. Testes com o Estimador Mínimos Quadrados Incremental Utilizando a Decomposição QR

Com o objetivo de testar este novo algoritmo, simulou-se o seguinte sistema utilizando o operador delta (Middleton & Goodwin (1990)):

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0} \quad \text{ou no plano } S \quad \frac{-0,055 S + 1,072}{S^2 + 1,39 S + 1,072}$$

O período de amostragem utilizado é $T=0,1$, e o sinal de entrada, uma onda quadrada variando de -2 a +2 com período de 10 segundos. Considerou-se a presença de ruído de medição; ruído branco com amplitude variando de -0,01 a +0,01. O sinal de entrada e a resposta do sistema são ilustrados na figura 2.3.

A fim de verificar o comportamento do algoritmo face às variações paramétricas, é introduzida uma variação abrupta nos valores dos parâmetros no instante 500 amostras. Esta variação equivale a um deslocamento de aproximadamente 10% no valor da locação original dos pólos do sistema. O sistema passa a ser:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5} \quad \text{ou em } S \quad \frac{-0,085 S + 1,652}{S^2 + 1,923 S + 1,652}$$

Como esta primeira sequência de simulações tem por objetivo verificar apenas o funcionamento do novo algoritmo e compará-lo com o já existente, não é considerada a existência de dinâmicas não modeladas, nem realizada a filtragem dos sinais de entrada e saída.

Os valores iniciais das estimativas são considerados nulos, e o polinômio observador $E(\delta)$ (equação (2.2.3)) é ajustado igual ao polinômio $A(\delta)$:

$$E(\delta) = \delta^2 + 1,4\delta + 1,0$$

Mais detalhes sobre a escolha apropriada deste polinômio são encontrados em Middleton & Goodwin (1990).

O algoritmo incremental com blocos constantes é testado com blocos de dados de 100 pontos e fator de esquecimento igual a 1. O algoritmo incremental modificado também utiliza blocos de 100 pontos e é testado com fator de esquecimento unitário, constante e ajustado para 0,95. Os valores de $\beta(i)$ utilizados em (1.3.11) e (1.3.12), foram:

1º teste:

$$\beta(i) = 1$$

2º teste:

$$\beta(i) = (0,95)^{(100-i)}$$

Os resultados obtidos são mostrados na figura 2.4 que ilustra o ganho em usar o algoritmo incremental modificado ao invés do incremental com blocos constantes.

Para ilustrar melhor a influência do fator de esquecimento, a simulação anterior com o algoritmo incremental modificado é repetida com blocos de 200 pontos. O comportamento de ambos é apresentado na figura 2.5. Com este novo tamanho de bloco nas mesmas condições anteriores, constata-se que, de fato, a utilização de um fator de esquecimento conforme o adotado torna o algoritmo mais veloz em relação ao acompanhamento de variações paramétricas.

Nas duas figuras citadas, verifica-se que no algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento exponencial o fator de esquecimento tem um papel diferente daquele do algoritmo incremental modificado. No primeiro, o fator de esquecimento tem por função fazer com que o algoritmo consiga acompanhar variações paramétricas descartando dados antigos. No incremental, o fator de esquecimento atua alterando a velocidade com que o algoritmo atinge os novos valores, já que independentemente deste fator o algoritmo acompanha as variações paramétricas. Isto se dá, uma vez que o tamanho do bloco de dados que gera as estimativas no algoritmo incremental modificado é limitado.

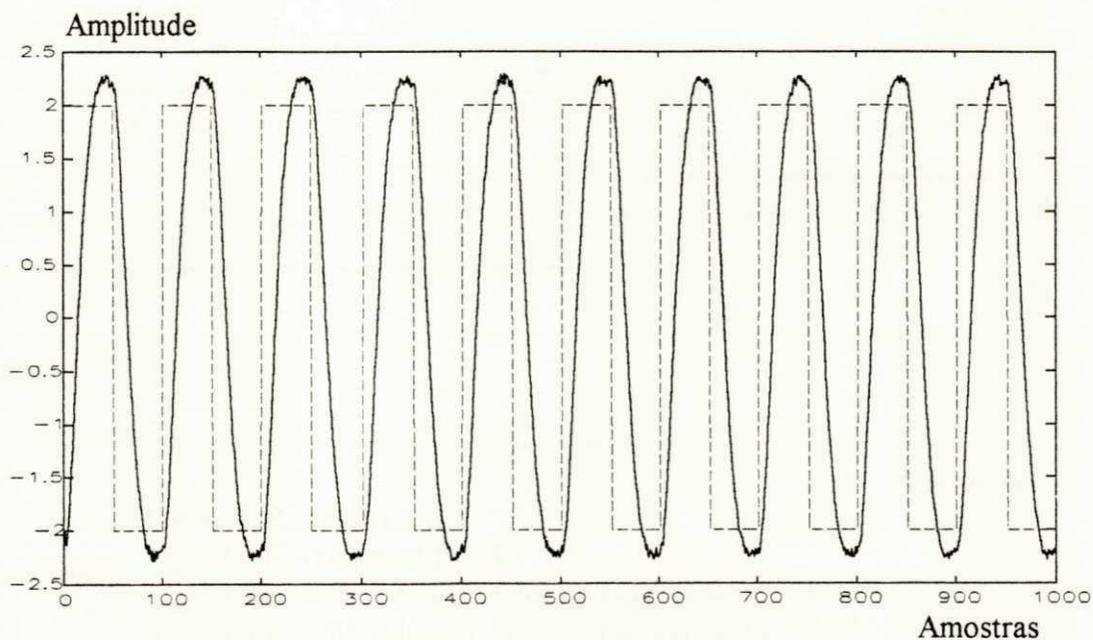
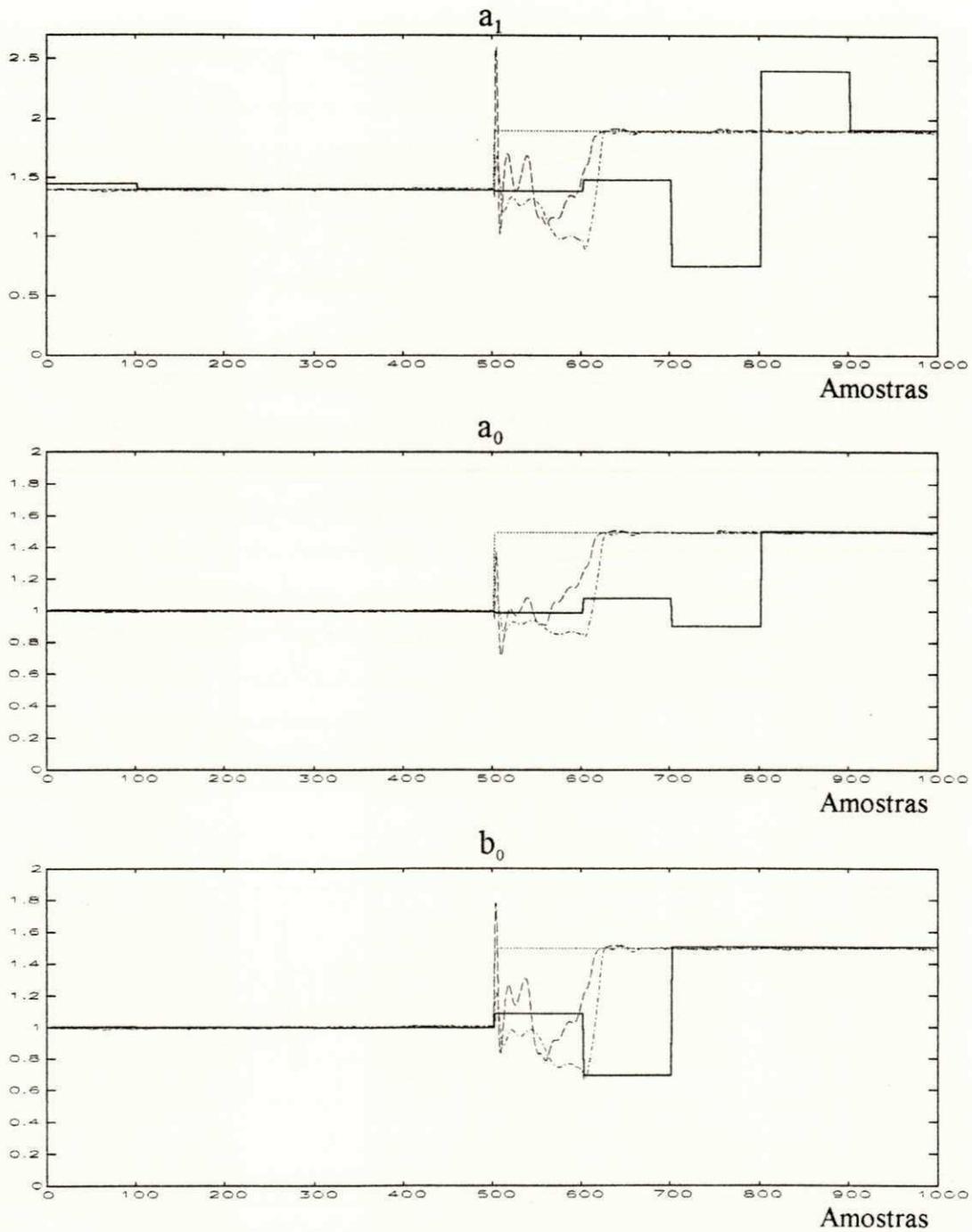


Figura 2.3 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição.



- Variação Paramétrica
- Algoritmo incremental padrão
- .- Algoritmo modificado com fator de esquecimento = 1
- Algoritmo modificado com fator de esquecimento = 0,95

Figura 2.4 - Comparação entre os algoritmos incremental padrão e modificado utilizando a decomposição QR com blocos de 100 pontos e fatores de esquecimento diferentes: 0,95 e 1,0.

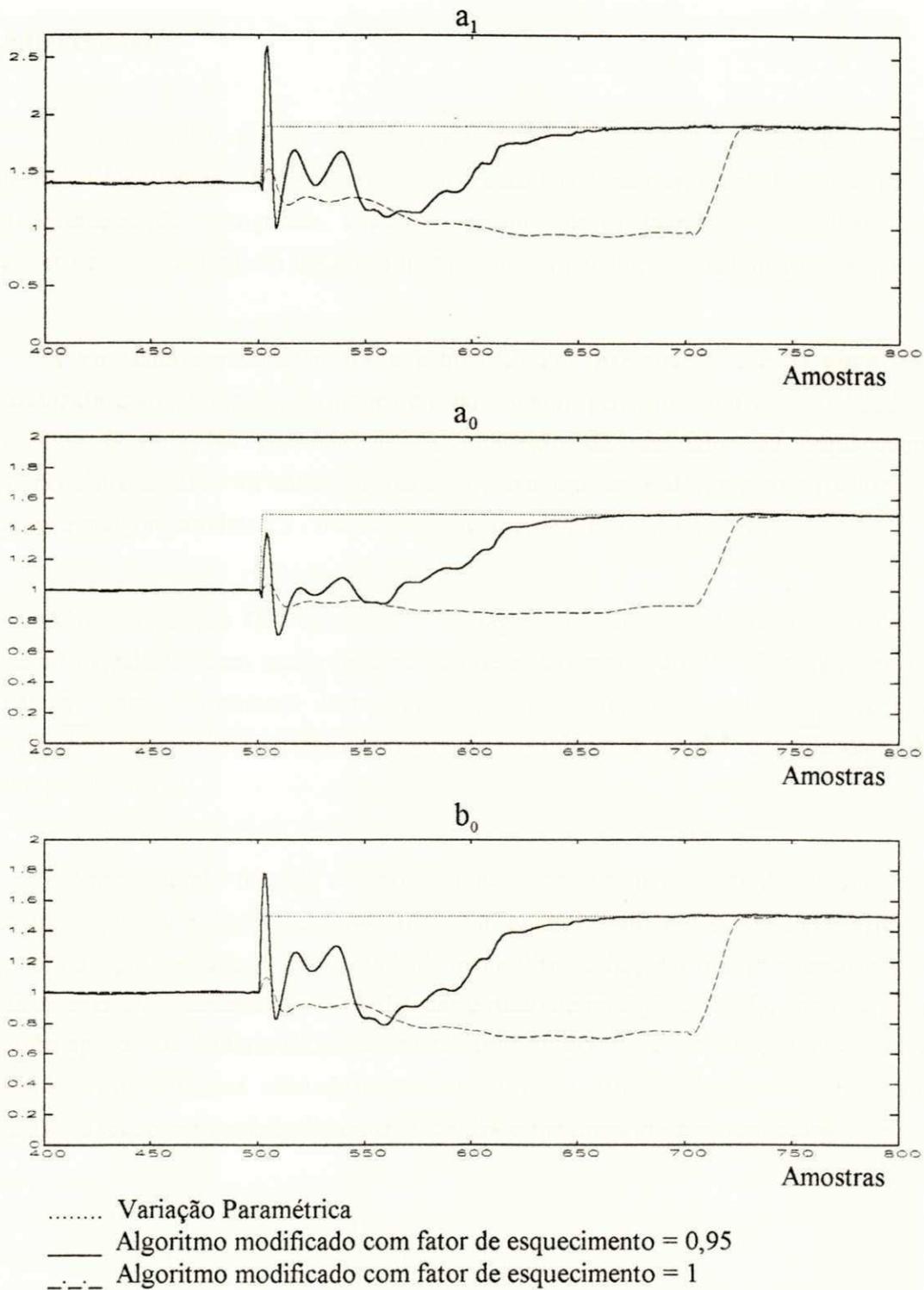


Figura 2.5 - Resultados obtidos com o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR com blocos de 200 pontos e fatores de esquecimento diferentes: 0,95 e 1,0.

2.6 Conclusões

Neste capítulo, foram estudadas formas de calcular as estimativas mínimos quadrados incremental. Dois algoritmos incrementais foram apresentados baseando-se em decomposições ortogonais, a de Schur (autovalores da matriz de dados e seus autovetores associados), e a QR (uma matriz ortonormal e outra triangular superior).

A novidade apresentada, foi a estimação dos parâmetros a cada novo dado introduzido e a inclusão de um fator de esquecimento para aumentar a sensibilidade do algoritmo a variações paramétricas. A utilização de um fator de esquecimento exponencial constante foi suficiente para propiciar um sensível aumento na velocidade com que o algoritmo detecta variações e converge para os novos valores.

A decomposição QR apresenta a vantagem de não ser iterativa e, ainda, de concluir os cálculos bem mais rapidamente que a decomposição de Schur. A estimativa do tempo gasto em número de operações aritméticas pelas duas decomposições em função do tamanho das matrizes é apresentada nas tabelas A.1 e B.1, nos apêndices A e B, respectivamente.

Em razão de não ter sido encontrada uma maneira mais eficiente de se computar a decomposição de Schur, decidiu-se trabalhar apenas com a decomposição QR. No capítulo a seguir, estuda-se mais detalhadamente formas de contornar problemas como a falta de excitação, dinâmicas não modeladas e ruído de medição e, ainda, critérios para a escolha apropriada do fator de esquecimento utilizando esta decomposição. Ao longo do capítulo, realiza-se uma série de comparações entre o novo algoritmo e o mínimos quadrados recursivo verificando a qualidade das estimativas por eles realizadas.

CAPÍTULO 3

ROBUSTEZ E DESEMPENHO DO

ALGORITMO INCREMENTAL MODIFICADO

3.1. Introdução

O algoritmo mínimos quadrados incremental foi modificado no capítulo anterior, de forma a permitir a realização de estimativas a cada instante de amostragem. Foram apresentadas duas maneiras de calcular estas estimativas: a primeira, utilizando a decomposição QR, e a segunda, a decomposição de Schur. Devido o grande esforço computacional necessário para resolver esta última (Apêndice B), decidiu-se trabalhar apenas com a decomposição QR.

Neste capítulo, são apresentadas modificações no algoritmo do capítulo 2, visando melhorar as suas características de robustez (em relação aos problemas inerentes das perturbações existentes) e desempenho (em relação à sua capacidade em acompanhar variações paramétricas). Tais modificações são a escolha de um sinal de referência visando contornar períodos sem excitação e reduzir a influência do ruído de medição, e a introdução de uma zona morta suave, que ameniza o efeito das dinâmicas não modeladas.

Ainda no capítulo 2, o algoritmo mínimos quadrados incremental modificado utilizando a decomposição QR, teve o seu fator de esquecimento variado de forma arbitrária. Neste capítulo, são propostos critérios para decidir que valor deve ser preferencialmente adotado para o mesmo, visando melhorar o desempenho do estimador

quanto à sua capacidade de detectar e acompanhar variações paramétricas. Para sustentar tal proposta, alguns testes com valores diferentes para este fator são realizados, sendo que a sua escolha depende fortemente do tamanho do bloco de dados utilizado.

Um dos fatores relevantes na solução do problema da estimação de parâmetros é a introdução de informações a priori a respeito do sistema (Goodwin & Sin (1984)), fato que é levado em conta pelas duas modificações apresentadas. Na primeira, assume-se o conhecimento de um sinal de referência, também chamado de padrão, do qual pode-se medir a quantidade de excitação. Da mesma forma, mede-se a quantidade de excitação gerada pelo ruído tipicamente presente no sistema. De posse destas duas informações, verifica-se a quantidade de excitação presente a cada instante, permitindo ou não que as estimativas prossigam. Na segunda, atribui-se limitantes superiores para as dinâmicas não modeladas existentes em sistemas reais. Realiza-se uma medição da qualidade das estimativas, e, através da mudança introduzida no algoritmo, pondera-se ou não as estimativas atuais (Barros (1990), Barros & Goodwin (1990)).

De acordo com o capítulo 1, o algoritmo mínimos quadrados recursivo tem sido empregado largamente na estimação de parâmetros (Goodwin & Sin (1984) e Ljung (1987)), tendo a seu lado a vantagem de demandar um esforço computacional pequeno, permitindo a sua utilização em diversos sistemas. Na sequência deste trabalho, são realizadas comparações entre este algoritmo e o incremental modificado utilizando a decomposição QR, com o objetivo de verificar o desempenho de ambos em situações possíveis de ocorrer em sistemas reais.

3.2. Fator de Esquecimento e Desempenho do Algoritmo Incremental Modificado Utilizando a Decomposição QR

A escolha apropriada do fator de esquecimento adotado é função das características do sistema estimado. Várias publicações propõem formas particulares para o mesmo (Sagara et alii (1991), Zhao et alii (1991)). Nelas, o que determina a escolha do fator de esquecimento é o comportamento dos parâmetros dos sistemas no tempo.

Nesta seção, apresenta-se o tipo de fator de esquecimento escolhido e a faixa de valores a ser utilizada no algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR. Através de simulações, avalia-se o desempenho do algoritmo para fatores de

esquecimento dentro desta faixa. Propõe-se, ainda, um critério para escolha do valor mais apropriado deste fator em cada aplicação.

3.2.1. Tipo do fator de esquecimento

Nas aplicações de controle adaptativo, supõe-se que o sistema a ser estimado seja variante no tempo, não se conhecendo precisamente como acontece esta variação (Goodwin & Sin (1984)). A mudança nos valores dos parâmetros do sistema pode ser tanto abrupta como gradual, ou pode ainda acontecer como uma combinação das duas formas em momentos diferentes.

A partir destas considerações e de referências ao mesmo tipo de problema em estudos para o algoritmo mínimos quadrados recursivo (Goodwin & Sin (1984), Ljung (1987)), decidiu-se utilizar um fator de esquecimento exponencial do tipo:

$$\beta_{(i)} = (\lambda)^{(N-i)} \quad (3.2.1)$$

onde:

N - Tamanho do bloco de dados

i - Inteiro variando de 1 a N

3.2.2. Faixa de valores do fator de esquecimento

Da literatura, obtém-se que valores típicos para λ estão entre 0,95 e 0,99 (Ljung (1987)). No exemplo do capítulo 2, seção 2.5, utilizou-se o valor 0,95, o que tornou o estimador muito sensível a variações paramétricas, atribuindo maior valor aos dados mais recentes, enquanto que a escolha do valor 1, implicou na ausência de uma ponderação dos dados.

A figura 3.1 ilustra o comportamento de exponenciais do tipo $\lambda^{(M)}$ ($1 \leq M \leq 550$) para valores de λ , iguais a 0,95, 0,96, 0,97, 0,98 e 0,99. Quanto menor o valor de λ , mais rapidamente a curva tende a zero. Isto implica que, ao serem utilizados fatores de esquecimento deste tipo, um limite seja imposto ao número de dados relevantes para a estimação. A partir de uma certa quantidade, os dados disponíveis não fornecem

informação adicional alguma, pois, na ponderação realizada pelo fator de esquecimento, eles são levados a valores próximos de zero.

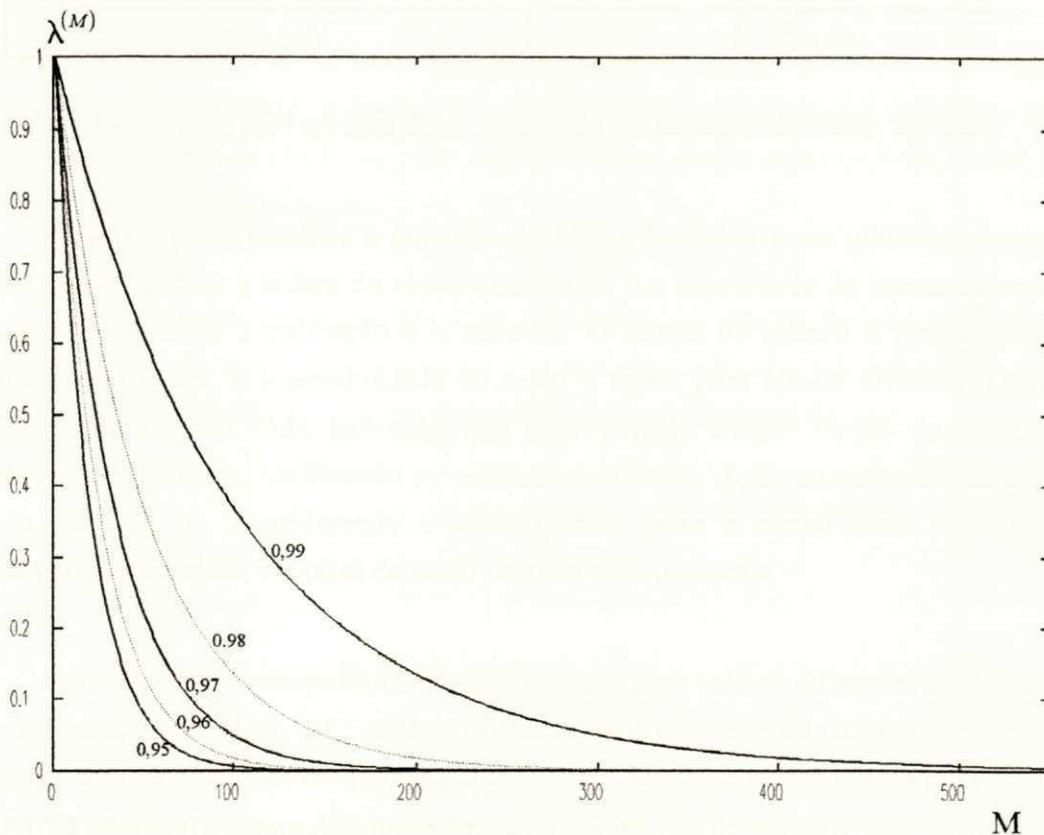


Figura 3.1 - Comportamento de exponenciais do tipo $\lambda^{(M)}$.

3.2.3. Testes realizados variando o valor de λ .

Para o algoritmo incremental modificado, a faixa de valores do fator de esquecimento é limitada em função do tamanho do bloco de dados utilizado. Pode-se esperar que ao utilizar um valor de λ pequeno, o aumento do tamanho do bloco de dados não implique numa melhora do desempenho do algoritmo. A tabela 3.1, montada a partir das curvas da figura 3.1, propõe faixas de valores para a escolha de λ em função do tamanho do bloco de dados utilizado. Com isto, pretende-se melhorar o aproveitamento das características do algoritmo, respeitando as limitações do sistema de controle e do sistema a ser controlado.

Tamanho do bloco de dados (B)	Valor de λ proposto
$B \leq 100$	$\lambda \geq 0,95$
$100 < B \leq 200$	$\lambda \geq 0,96$
$200 < B \leq 300$	$\lambda \geq 0,97$
$300 < B \leq 400$	$\lambda \geq 0,98$
$400 < B \leq 500$	$\lambda \geq 0,98$
$B \geq 500$	$\lambda \geq 0,99$

Tabela 3.1 - Valores para escolha de λ em função do tamanho do bloco de dados.

Deve-se, pois, escolher o tamanho do bloco de dados a ser utilizado, tendo em vista a velocidade e a ordem do sistema estimado, e a capacidade de processamento do sistema que realiza a estimação e o controle. O tempo de cálculo é proporcional ao tamanho do bloco, e a sensibilidade ao ruído é maior para blocos menores. Deve-se, pois, ponderar para cada aplicação que fator é mais crítico: tempo de cálculo ou sensibilidade ao ruído, verificando os resultados em testes. Após esta escolha, determina-se o valor de λ , considerando o compromisso entre a sensibilidade às variações paramétricas desejada e o nível de ruído suposto para o sistema.

Para verificar o comportamento do algoritmo com valores diferentes de λ , repete-se a simulação da seção 2.5, variando o tamanho dos blocos de dados utilizados e os valores adotados para os fatores de esquecimento. Muda-se o instante no qual ocorre a variação paramétrica para 300 amostras, com o objetivo de permitir que convergências mais lentas sejam registradas por completo.

Com o valor de λ fixo em 0,99 e utilizando os mesmos tamanhos de bloco anteriores, foi obtida a figura 3.2, onde se comprova que o comportamento do algoritmo depende fortemente do tamanho do bloco utilizado. Ao diminuir o tamanho do bloco, o algoritmo fica mais sensível às variações paramétricas, alcançando mais rapidamente os valores esperados.

Por fim, na figura 3.3, com o tamanho do bloco igual a 500 pontos, realizam-se estimativas com λ igual a 0,95, 0,97 e 0,99. Neste caso, o comportamento do algoritmo depende basicamente do valor do fator de esquecimento adotado: quanto menor este valor, mais rápida é a resposta do algoritmo.

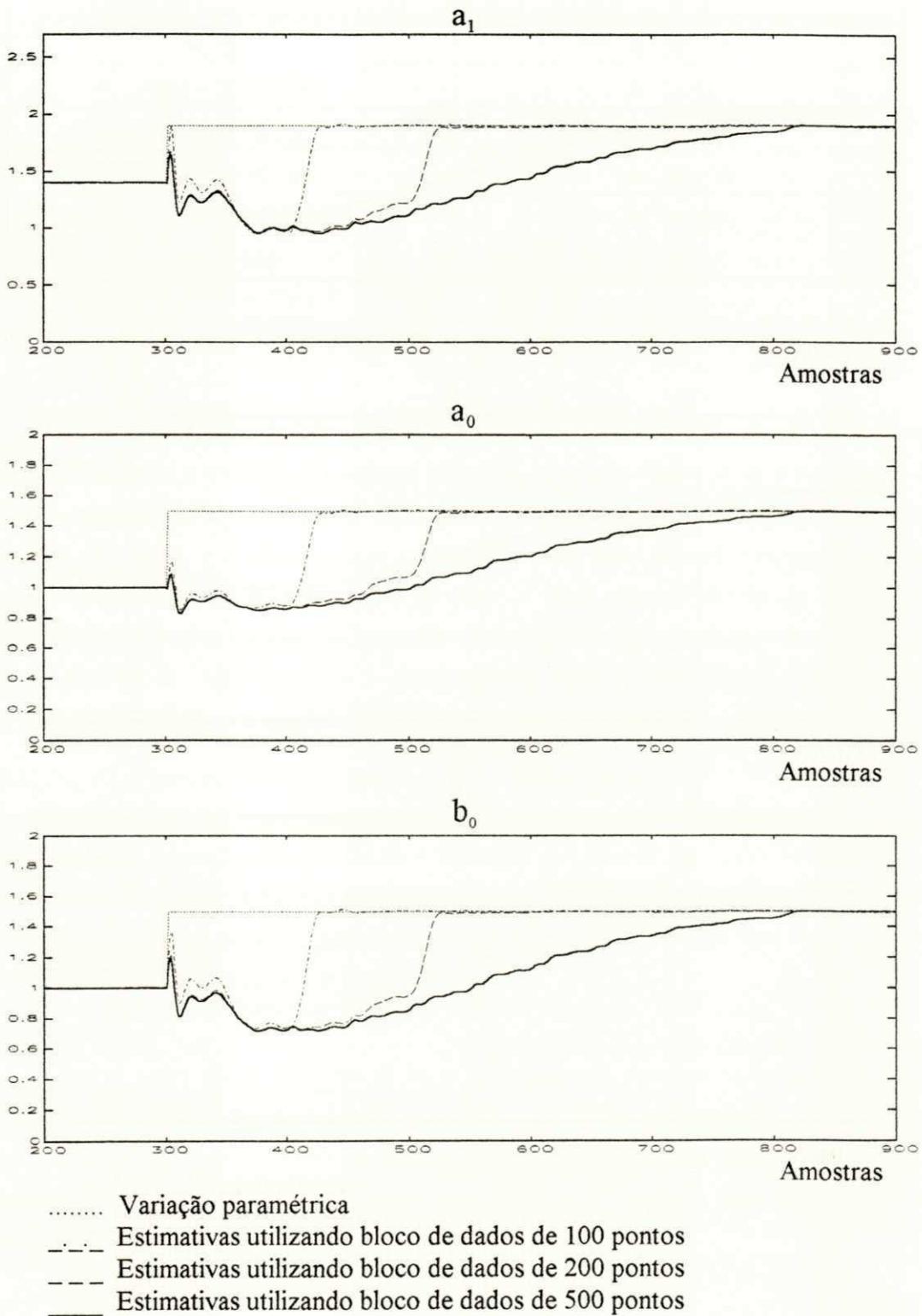


Figura 3.2 - Estimativas realizadas com o algoritmo incremental modificado utilizando blocos de dados de 100, 200 e 500 pontos e fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,99$.

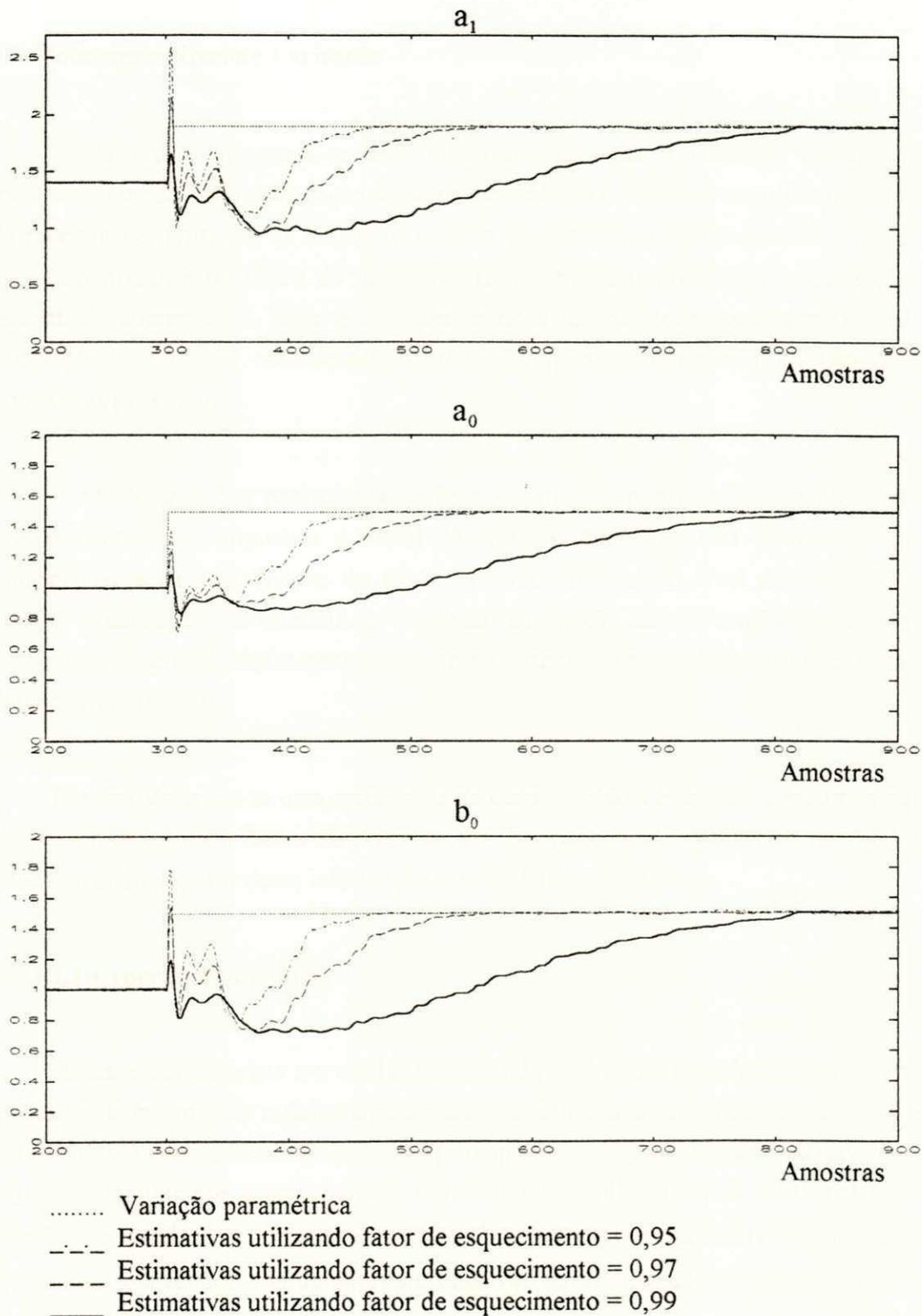


Figura 3.3 - Estimativas realizadas com o algoritmo incremental modificado utilizando o bloco de dados fixado em 500 pontos e fatores de esquecimento ajustados em $\lambda = 0,95, 0,97$ e $0,99$.

3.3. Robustez e Nível de Excitação

Nesta seção, apresenta-se uma forma de aumentar a robustez do algoritmo incremental modificado em relação a ruídos de medição e períodos com baixa excitação, de modo a permitir que as estimativas sejam atualizadas somente quando o nível de excitação presente no bloco de dados for suficiente para possibilitar a realização de estimativas coerentes. A idéia é comparar o nível da excitação atual com o nível da excitação de um sinal considerado padrão, e, a partir daí, permitir ou não que as estimativas prossigam.

A atualização dos parâmetros só deve ocorrer quando a excitação presente for predominantemente originária do sinal de entrada, e não quando ela for composta principalmente da contribuição do ruído. O limite mínimo do nível de excitação que permite a realização das estimativas, é definido em função da informação obtida a priori sobre o nível de ruído tipicamente presente no sistema estimado (Barros (1990), Barros & Goodwin (1990)).

Por fim, descreve-se uma maneira de detectar quando a excitação é muito baixa em algumas direções, ou baixa na maioria das direções, sem calcular os autovalores, interrompendo, a partir desta informação, o cálculo das estimativas.

3.3.1 Experimento padrão

Assume-se que exista um sinal experimental padrão que, reconhecidamente, possui qualidade de informação suficiente para realizar as estimativas dos parâmetros do sistema em questão. A melhor escolha é um sinal próximo daquele que o sistema, provavelmente, vai encontrar durante a sua operação normal (Barros (1990)). Para este sinal padrão, calcula-se a matriz ψ^s utilizando a equação (1.3.9). Deve ser utilizado o mesmo fator de esquecimento a ser adotado durante as estimativas do sistema, e levar em consideração o tamanho do bloco de dados escolhido.

Para introduzir esta medida de qualidade no estimador mínimos quadrados incremental recursivo, modificam-se as equações (1.5.3) e (1.5.4), tornando-as:

$$\psi^*_{(k)} \theta^*_{\Delta} = (\psi^S)^{-\frac{T}{2}} e_{b(k)} \quad (3.3.1)$$

$$\theta^{LS} = \hat{\theta}_0 + (\psi^S)^{-\frac{1}{2}} \theta^*_{\Delta} \quad (3.3.2)$$

onde:

$$\psi^*_{(k)} = (\psi^S)^{-\frac{T}{2}} \psi_{(k)} (\psi^S)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.3.3)$$

$$\theta^*_{\Delta} = (\psi^S)^{\frac{1}{2}} \theta_{\Delta} \quad (3.3.4)$$

$(\psi^S)^{\frac{T}{2}}$ e $(\psi^S)^{\frac{1}{2}}$ são obtidas da decomposição de Cholesky:

$$\psi^S = (\psi^S)^{\frac{T}{2}} (\psi^S)^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.5)$$

Da equação (3.3.3), tem-se que, se $\psi_{(k)} < \psi^S$, então, $\psi^*_{(k)} < I$, com isto a matriz identidade pode ser utilizada como uma medida de referência em relação ao nível relativo do sinal de excitação (Barros (1990)).

A partir do conhecimento de ψ^S , tem-se à disposição informações a respeito do nível de excitação considerado ótimo para a realização das estimativas do sistema estudado. No entanto, é possível realizar estimativas de boa qualidade mesmo com um sinal com nível de excitação inferior ao sinal padrão (Barros (1990)). Para especificar até quando as estimativas podem ser consideradas de boa qualidade, deve-se levar em conta o ruído tipicamente presente na aplicação.

3.3.2 Ruído

O termo de ruído, $\nu_{(k)}$ da equação (2.2.8), não pode ser considerado ruído branco (Ljung (1987)). Na maioria das aplicações, ele está correlacionado com o vetor de regressores $\phi_{(k)}$, devido à sua presença no sinal de saída $y_{(k)}$ ou, ainda, no caso de operação em malha fechada, à sua presença também no sinal de entrada. Isto conduz a estimativas incorretas, e o problema persiste mesmo que o tamanho do bloco de dados seja aumentado.

Obtém-se da equação (3.3.3) uma matriz ψ^N , considerando-se somente a presença do ruído de medição característico do sistema estimado. Isto é feito através de medições no sistema quando nenhuma entrada externa estiver sendo aplicada. Desta forma, a matriz ψ^N é formada unicamente pela contribuição do ruído de medição, e no caso de operação em malha fechada, também pelo efeito das dinâmicas não modeladas. A obtenção de ψ^N leva ao conhecimento de níveis de excitação insuficientes para que as estimativas sejam de boa qualidade. Admitindo-se que o experimento padrão tenha sido bem definido, ele sempre possuirá um nível de excitação bem superior ao nível proveniente do ruído.

3.3.3 Tornando o estimador robusto

Do conhecimento de ψ^S e ψ^N , é possível detectar quando o sinal de excitação presente é muito pobre em algumas direções, ou pobre na maioria, sem que seja necessário calcular os autovalores da matriz $\psi^{*(k)}$. Este fato será utilizado para modificar o algoritmo e introduzir robustez nos cálculos das estimativas.

Cálculo do traço e do determinante da matriz $\psi^{*(k)}$

Como o traço da matriz $\psi^{*(k)}$ é igual à soma dos seus autovalores calcula-se:

$$\text{tr } \psi^{*(k)} = \sum_{i=1}^n \psi^{*(i,i)} \quad (3.3.6)$$

Assim, pode-se interromper as estimativas antes de realizar a decomposição QR, sempre que forem detectados períodos de baixa excitação em todas as direções. Estes casos são facilmente reconhecidos devido ao traço da matriz $\psi^{*(k)}$ assumir valores pequenos, consequência direta da baixa excitação.

Primeiramente, determina-se um valor mínimo para o traço de $\psi^{*(k)}$, denominado de tr_{Min} , em função dos valores medidos para $\text{tr } \psi^N$ e $\text{tr } \psi^S$. Para garantir boas estimativas, tr_{Min} deve ser superior a $\text{tr } \psi^N$ (podendo inclusive ser inferior a $\text{tr } \psi^S$).

Este teste sempre funciona quando a excitação presente é pequena em todas as direções; falhando, entretanto, quando a excitação é suficientemente grande na maioria das direções, e pequena em poucas. Nestes casos, a falta de excitação é compensada, mascarando o valor do traço. Contorna-se esta situação, testando o valor do determinante de $\psi^*(k)$ antes das estimativas serem realizadas. O cálculo do determinante é simplificado após a decomposição QR, pois:

$$\psi^*(k)\Pi = Q^*R^* \quad (3.3.7)$$

Como as matrizes Q^* e Π possuem determinantes ± 1 , conclui-se que:

$$|\det \psi^*(k)| = |\det R^*| \quad (3.3.8)$$

e

$$|\det \psi^*(k)| = \left| \prod_{i=1}^n R^*(i,i) \right| \quad (3.3.9)$$

Define-se, de forma análoga ao traço, um valor para o determinante mínimo, denominado de \det_{Min} , que obedeça:

$$|\det \psi^N| < \det_{Min} \leq |\det \psi^S| \quad (3.3.10)$$

e interrompe-se as estimativas quando:

$$|\det \psi^*(k)| < \det_{Min} \quad (3.3.11)$$

Pelo fato de ser um produto, basta que um dos elementos da diagonal de R^* (ou um único autovalor) seja pequeno para que o valor calculado do determinante caia abaixo do limite escolhido, não permitindo que as estimativas sejam realizadas, e garantindo sempre estimativas de boa qualidade.

Como citado em Barros (1990), devido os autovalores não estarem sendo monitorados individualmente, os testes anteriores podem falhar em casos extremos. Será o caso onde a excitação é pequena em uma direção, mas o produto e a soma são compensados por excitações muito grandes nas outras direções. Estes casos somente são resolvidos utilizando a decomposição de Schur que fornece todos os autovalores, permitindo uma avaliação individual da quantidade de excitação em cada direção.

3.4. Dinâmicas Não Modeladas e Zona Morta Suave

De acordo com a seção 2.2, as perturbações presentes no sistema a ser estimado são descritas em termos do ruído aleatório e das dinâmicas não modeladas (equação (2.2.8)). Estes dois componentes estão correlacionados com o vetor de regressores $\phi(k)$, apesar da pré-filtragem realizada na equação (2.2.2), de forma que a sua presença conduz a estimativas polarizadas.

Nesta seção, é apresentado um tratamento para este problema, introduzindo um ganho nas equações do estimador, denominado de Zona Morta Suave, sempre que o efeito das dinâmicas não modeladas exceder limites pré-estabelecidos (Barros (1990), Barros & Goodwin (1990)). Diferente da Zona Morta Abrupta onde o ganho assume dois valores (zero ou um), aqui a zona morta suave assume valores proporcionais ao erro de bloco e limites superiores pré-estabelecidos para as dinâmicas não modeladas. Antes, porém, são formuladas considerações sobre este termo, e estabelecida uma medida de qualidade das estimativas.

3.4.1. Considerações matemáticas sobre as dinâmicas não modeladas

Não é possível medir precisamente a perturbação devida à contribuição das dinâmicas não modeladas do sistema. Por isso, algumas considerações devem ser feitas sobre o termo $\xi(k)$ da equação (2.2.8).

Primeiramente, assume-se que $\xi(k)$ está relacionado à entrada por uma função de transferência desconhecida. Esta, possui uma resposta ao impulso $h(k)$, do tipo:

$$\xi(k) = \sum_{\tau=0}^{\infty} h(\tau) \frac{u_f(k-\tau)}{E(\delta)} \quad (3.4.1)$$

Admite-se que $h(k)$ possa ser expresso como a convolução de duas respostas ao impulso:

$$h(k) = h_1(k) * h_2(k) \quad (3.4.2)$$

onde o sinal $*$ representa o operador convolução, $h_1(k)$ é uma função conhecida, e $h_2(k)$ tem um limitante superior conhecido, ou seja:

$$|\bar{h}_2(k)| \leq \bar{h}(k), \quad \text{para todo } k \in [0, \infty) \quad (3.4.3)$$

Esta descrição permite o uso de informações a priori estruturadas e não estruturadas, sobre as dinâmicas não modeladas. A equação (3.4.1) pode ser reescrita como:

$$\xi(k) = \sum_{\tau=0}^{\infty} h(\tau) x(k-\tau) \quad (3.4.4)$$

onde

$$x(k) \triangleq h_1(k) * \frac{u_f(k)}{E(\rho)} \quad (3.4.5)$$

3.4.2. Introduzindo uma medida de qualidade das estimativas

Uma maneira de reduzir a influência das dinâmicas não modeladas nas estimativas, é introduzir um ganho no estimador que terá seu valor modificado em função de uma medida da qualidade obtida com a atual estimativa. Este é reduzido sempre que a estimativa for considerada de boa qualidade.

A medida da qualidade das estimativas utilizada é baseada nas equações (1.3.11) e (1.5.3), e utilizará o quadrado do erro de predição definido naquela mesma seção. As estimativas são consideradas consistentes (Barros (1990)), sempre que:

$$e_b(k)^T e_b(k) < d(k)^T d(k) \quad (3.4.6)$$

O termo $d(k)$ é a composição das contribuições do ruído e das dinâmicas não modeladas:

$$d(k) = c(k) + d_N(k) \tag{3.4.7}$$

onde:

$$c(k) = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta^{(i)} \phi^{(i)} v^{(i)} \tag{3.4.8}$$

e

$$d_N(k) = \frac{1}{k - k_0} \sum_{i=k_0}^{k-1} \beta^{(i)} \phi^{(i)} \xi^{(i)} \tag{3.4.9}$$

Das equações (3.4.6) e (3.4.7) tem-se que as estimativas são consideradas consistentes, se:

$$e_b(k)^T e_b(k) < [c(k) + d_N(k)]^T [c(k) + d_N(k)] \tag{3.4.10}$$

3.4.3. Zona morta suave

Uma vez formulada a noção de medida da qualidade, é necessário introduzi-la no estimador. O termo de ruído (equação (3.4.8)) é desprezado, e, ao invés de $d_N(k)$, utiliza-se um limitante superior das dinâmicas não modeladas (Barros (1990)), dado pelo lema 3.1, a seguir.

Lema 3.1.

Seja $\bar{d}^*(k) = Q^* d_N(k) = [d_{1(k)}^* \dots d_{n(k)}^*]^T$. Um limitante superior no valor absoluto de $\bar{d}^*(k)$, é dado por:

$$\bar{d}^*(k) \leq \frac{1}{k - k_0} \sum_{\tau=0}^{\infty} \bar{h}(\tau) \left| \sum_{i=k_0}^{k-1} Q^{*T} \beta^{(i)} \phi^{(i)} x^*(i - \tau) \right| = \gamma(k) \tag{3.4.11}$$

onde:

$\bar{h}(\bullet)$ e $x(\bullet)$ são definidas pelas equações (3.4.2) e (3.4.5).

Prova:

Substituindo a equação (3.4.4) em (3.4.9), e trocando a ordem das somatórias, obtém-se:

$$\bar{d}^*(k) = \frac{1}{k - k_0} \sum_{\tau=0}^{\infty} \bar{h}_2(\tau) \left\{ \sum_{i=k_0}^{k-1} Q^{*T} \beta_{(i)} \phi_{(i)}^* x_{(i-\tau)}^* \right\} \quad (3.4.12)$$

chegando à equação (3.4.11), usando (3.4.3) e a desigualdade triangular.

A zona morta suave consiste em introduzir um ganho no estimador que tem seu valor dependente de uma relação pré-definida entre o erro de predição e o cálculo do limitante superior das dinâmicas não modeladas.

A zona morta foi definida, como em Barros (1990), por:

$$g = \begin{cases} \frac{2\|e_b\|_2^2}{\|e_b\|_2^2 + \|\gamma\|_2^2} & \text{se } \|e_b\|_2^2 \leq \|\gamma\|_2^2 \\ 1 & \text{Caso contrário} \end{cases} \quad (3.4.13)$$

O algoritmo obtido na seção anterior é modificado com a introdução desta zona morta suave na equação (3.3.2), resultando em:

$$\theta^{LS} = \hat{\theta}_0 + g(\psi^S)^{-\frac{1}{2}} \theta^*_{\Delta} \quad (3.4.14)$$

3.5 Exemplos de Simulação

Após as considerações feitas, pode-se realizar simulações comparando o comportamento do algoritmo incremental modificado com o do mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial. Na sequência, são realizados dois tipos de simulações: a primeira, sem considerar as dinâmicas não modeladas e investigando a habilidade do novo algoritmo em acompanhar variações paramétricas, e, a segunda, incluindo estas dinâmicas e observando seu efeito nas estimativas resultantes. Em ambos os testes, o tamanho do bloco de dados é fixado em 100 pontos e o valor de λ em 0,95 para os dois algoritmos comparados. Considerações particulares de cada teste são descritas a seguir.

3.5.1. Modelagem Completa

O sistema utilizado é o mesmo da seção 2.5. São considerados dois tipos diferentes de variações paramétricas, uma abrupta e outra gradual. As variações equivalem a um afastamento de aproximadamente 10% na posição original dos pólos. Na primeira, o sistema assume os seguintes valores:

$$\frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0}$$

até 300 amostras

$$\frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5}$$

entre 300 e 600 amostras

$$\frac{0,8}{\delta^2 + 1,2\delta + 0,8}$$

depois de 600 amostras

No segundo tipo de variação, os parâmetros são incrementados e decrementados lentamente, obedecendo a regra:

$$\frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0}$$

até 200 amostras

$$\frac{1,0 + taxa_1}{\delta^2 + (1,4 + taxa_1)\delta + (1,0 + taxa_1)} \quad \text{entre 200 e 400 amostras}$$

$$\frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5} \quad \text{entre 400 e 600 amostras}$$

$$\frac{1,5 - taxa_2}{\delta^2 + (1,9 - taxa_2)\delta + (1,9 - taxa_2)} \quad \text{entre 600 e 800 amostras}$$

$$\frac{0,8}{\delta^2 + 1,2\delta + 0,8} \quad \text{após 800 amostras}$$

$$taxa_1 = (k - 200) \times 2,5 \times 10^{-3}$$

$$taxa_2 = (k - 600) \times 3,5 \times 10^{-3}$$

Com k representando a amostra atual. Os valores iniciais das estimativas dos parâmetros são ajustados em zero, e o polinômio observador $E(\delta)$ é:

$$E(\delta) = \delta^2 + 1,4\delta + 1,0$$

Os resultados obtidos nesta sequência de testes são apresentados nas figuras 3.4 e 3.5. Na primeira, verifica-se que o algoritmo incremental modificado é ligeiramente mais rápido que o recursivo padrão. Na segunda, praticamente não é possível observar diferença no comportamento dos dois algoritmos. Com este teste, pode-se afirmar que o novo algoritmo tem um comportamento tão bom quanto o mínimos quadrados recursivo padrão.

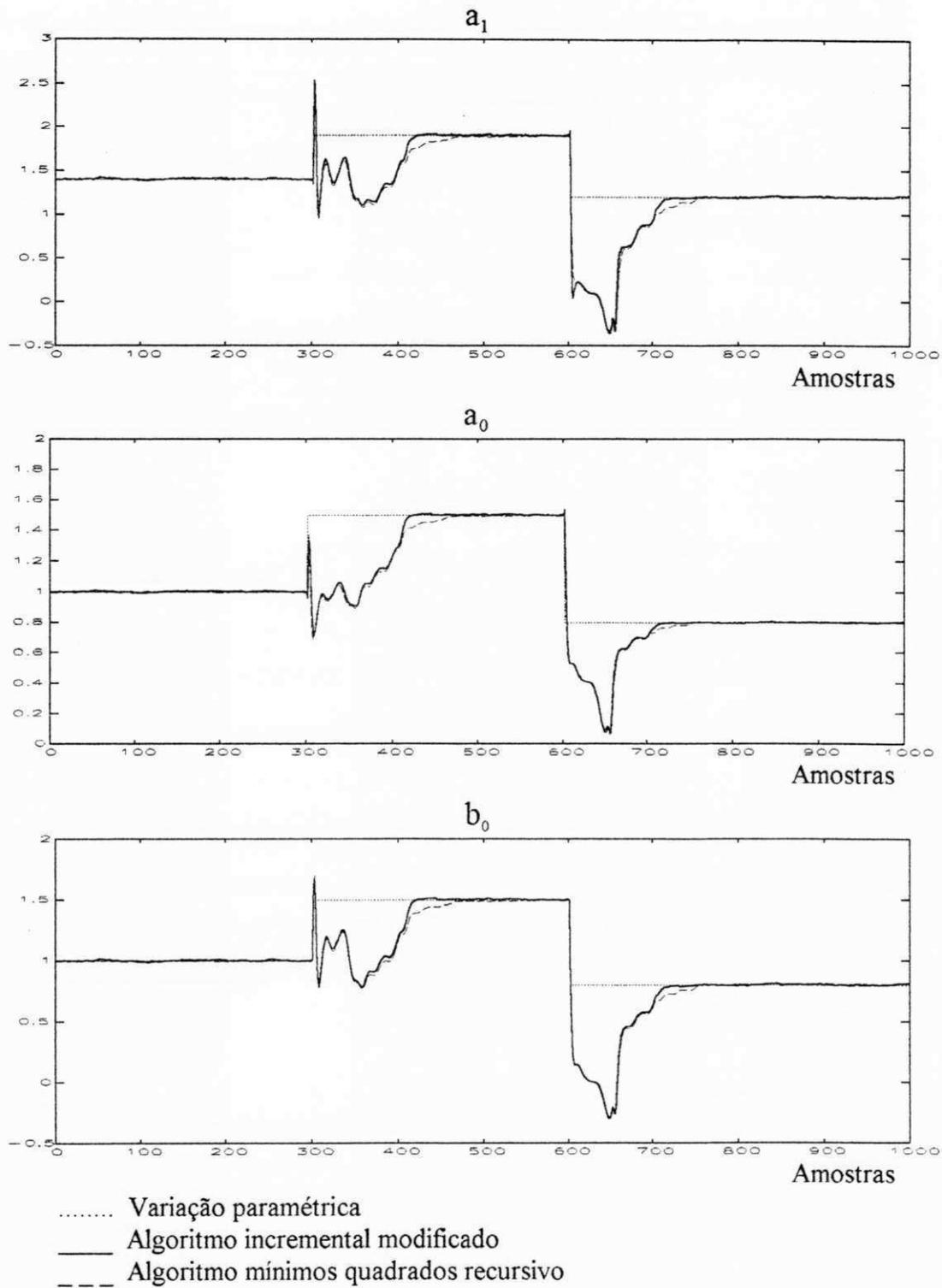


Figura 3.4 - Comparação entre os algoritmos incremental modificado e mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,95$ e bloco de dados de 100 pontos. Variação paramétrica abrupta.

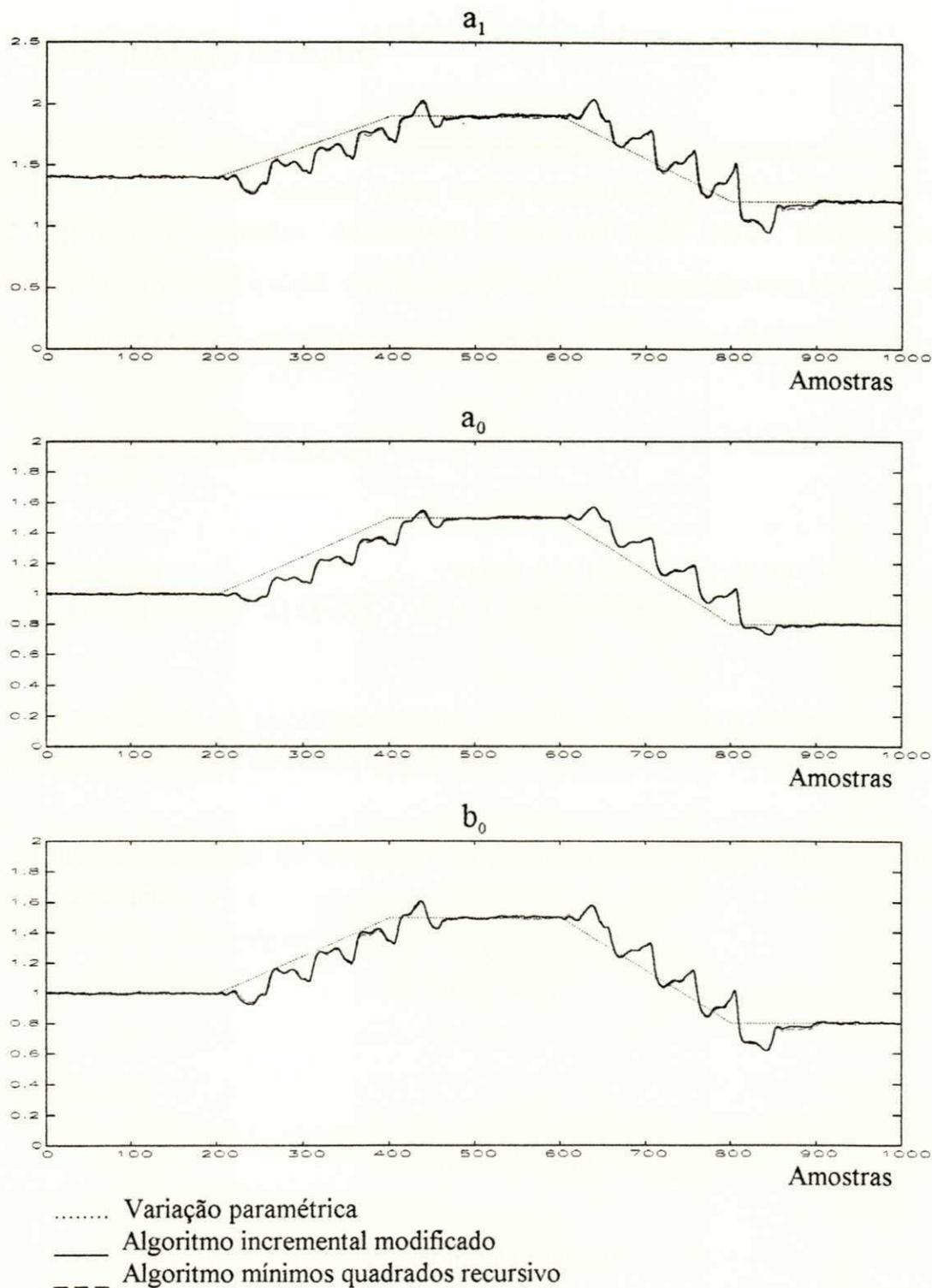


Figura 3.5 - Comparação entre os algoritmos incremental modificado e mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento ajustado em $\lambda = 0,95$ e bloco de dados de 100 pontos. Variação paramétrica gradual.

3.5.2. Modelagem Incompleta

Inicialmente, realiza-se o experimento padrão e avalia-se a presença do ruído de medição. O sinal padrão adotado é uma onda quadrada de amplitude variando de +2 a -2 e período 10 segundos. Adiciona-se à saída um ruído branco, uniformemente distribuído entre +0,05 e -0,05. As matrizes ψ^S e ψ^N são calculadas com $|\det \psi^N| = 0$ e $\text{tr} \psi^N = 0,00047$ e $|\det \psi^S| = 0,0575$ e $\text{tr} \psi^S = 2,325$.

O sistema inicial utilizado foi:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0} \frac{72}{\delta^2 + 17\delta + 72} \Rightarrow \frac{-0,055 S + 1,072}{S^2 + 1,392 S + 1,072} \frac{-39,35 + 370,58}{S^2 + 39,12 S + 310,58}$$

Com período de amostragem de 0,1 segundos. Notar que o segundo termo do sistema simulado não é modelado no estimador.

Os valores iniciais da estimativa dos parâmetros do sistema, correspondem ao seguinte modelo:

$$\frac{0,8}{\delta^2 + 1,2\delta + 0,8}$$

e o filtro $E(\delta)$:

$$E(\delta) = \delta^2 + 1,2\delta + 0,8$$

Todos os sinais são passados pelo filtro passa faixa:

$$\frac{4,0\delta}{(\delta + 0,01)(\delta + 2)^2}$$

São realizadas duas sequências de simulações, uma com o objetivo de verificar o efeito das dinâmicas não modeladas nas estimativas resultantes, e outra para verificar seu comportamento na presença de períodos sem excitação.

Na primeira, o sistema utilizado sofre uma variação abrupta no instante 300 amostras, passando a ser:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5} \frac{72}{\delta^2 + 17\delta + 72} \Rightarrow \frac{-0,085 S + 1,652}{S^2 + 1,923 S + 1,652} \frac{-39,35 + 370,58}{S^2 + 39,12 S + 310,58}$$

O componente conhecido das dinâmicas não modeladas adotado foi $\bar{h}_1 = 1$. Os dois limitantes para os componentes desconhecidos foram $\bar{h}_2 = 0$ e $\bar{h}_2 = 0,1 \exp(-7t)$, truncado em 5 amostras, ou seja:

$$\bar{h}_2 = [0,1 \ 0,049 \ 0,0247 \ 0,0122 \ 0,0061]$$

O sinal aplicado e a resposta do sistema com o ruído de medição são registrados na figura 3.6. Os resultados obtidos para as estimativas dos parâmetros utilizando o algoritmo incremental modificado com os dois limitantes acima citados estão na figura 3.8. Comparando as curvas, verifica-se o efeito da zona morta suave, fazendo com que as estimativas oscilem menos quando ela está ativada ($\bar{h}_2 \neq 0$).

Na segunda sequência, o sistema utilizado é o mesmo da primeira, com a diferença de que a variação paramétrica acontece no instante 400 amostras. Também são realizadas estimativas com o algoritmo mínimos quadrados recursivo com fator de esquecimento exponencial. Uma falta de excitação foi simulada com o sinal de entrada nulo entre os instantes 200 e 600 amostras.

Os valores de \det_{Min} e tr_{Min} escolhidos foram próximos aos valores obtidos com o sinal padrão. Escolhas diferentes levam a comportamento diferente quando da ocorrência de períodos com ausência de excitação.

$$\det_{Min} = 0,03$$

$$tr_{Min} = 1,8$$

O sinal aplicado e a resposta do sistema são registrados na figura 3.7. As curvas resultantes, estimativas obtidas com o algoritmo incremental modificado e com o mínimos quadrados com esquecimento exponencial, estão na figura 3.9. A introdução da zona morta suave, e da avaliação da quantidade de informação presente nos blocos de dados no algoritmo incremental modificado, permitem a realização de estimativas sem as oscilações presentes no algoritmo mínimos quadrados recursivo. No período em que a excitação é retirada, as oscilações apresentadas pelo segundo algoritmo são grandes, o que não é interessante para aplicações de controle adaptativo.

Após estes testes, pode-se concluir que com a introdução das modificações propostas nas últimas seções, o algoritmo mínimos quadrados incremental modificado utilizando a decomposição QR tem um desempenho bastante satisfatório de um modo geral, sendo que na presença de dinâmicas não modeladas e falta de excitação, ele é bem superior ao mínimos quadrados recursivo.

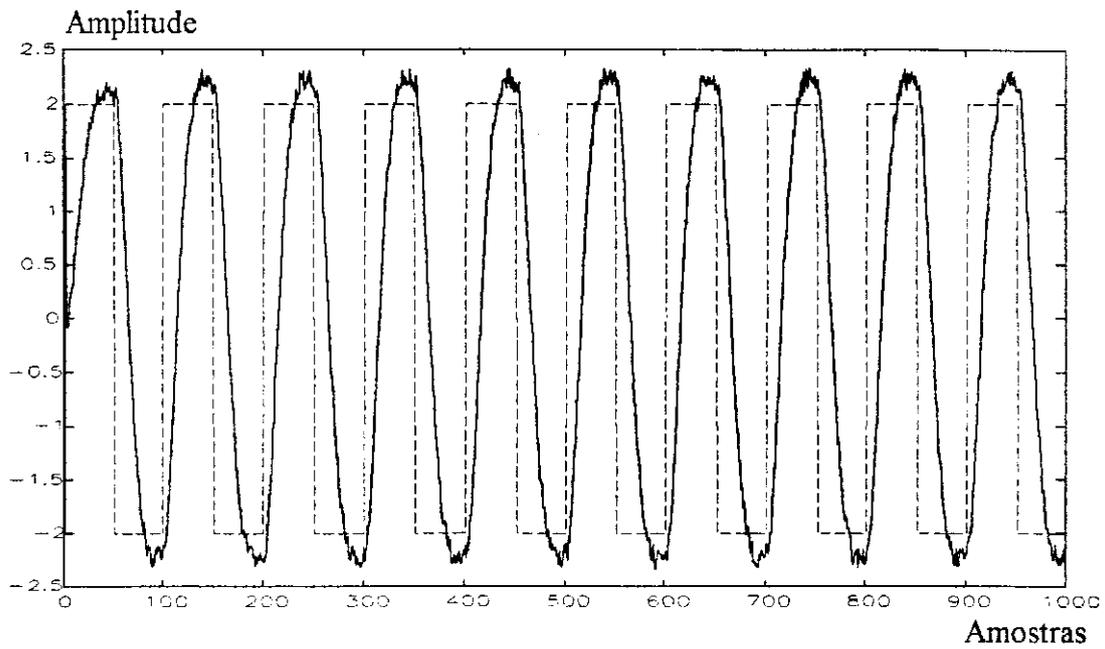


Figura 3.6 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição.

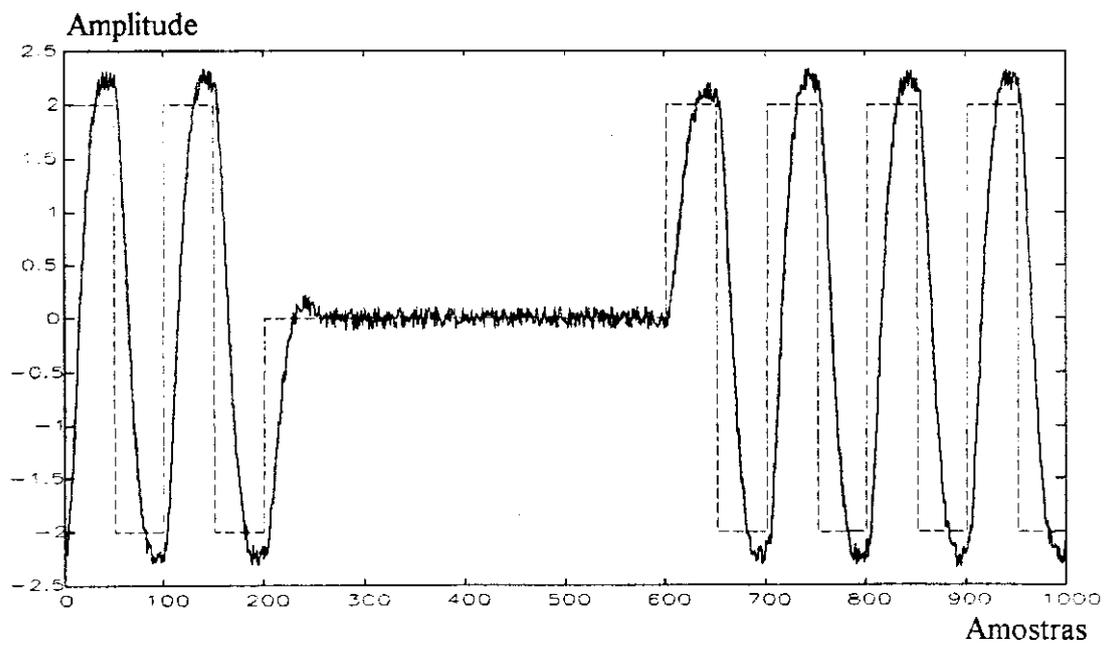


Figura 3.7 - Sinal de entrada e saída do sistema simulado com ruído de medição, e com ausência de excitação por um período.

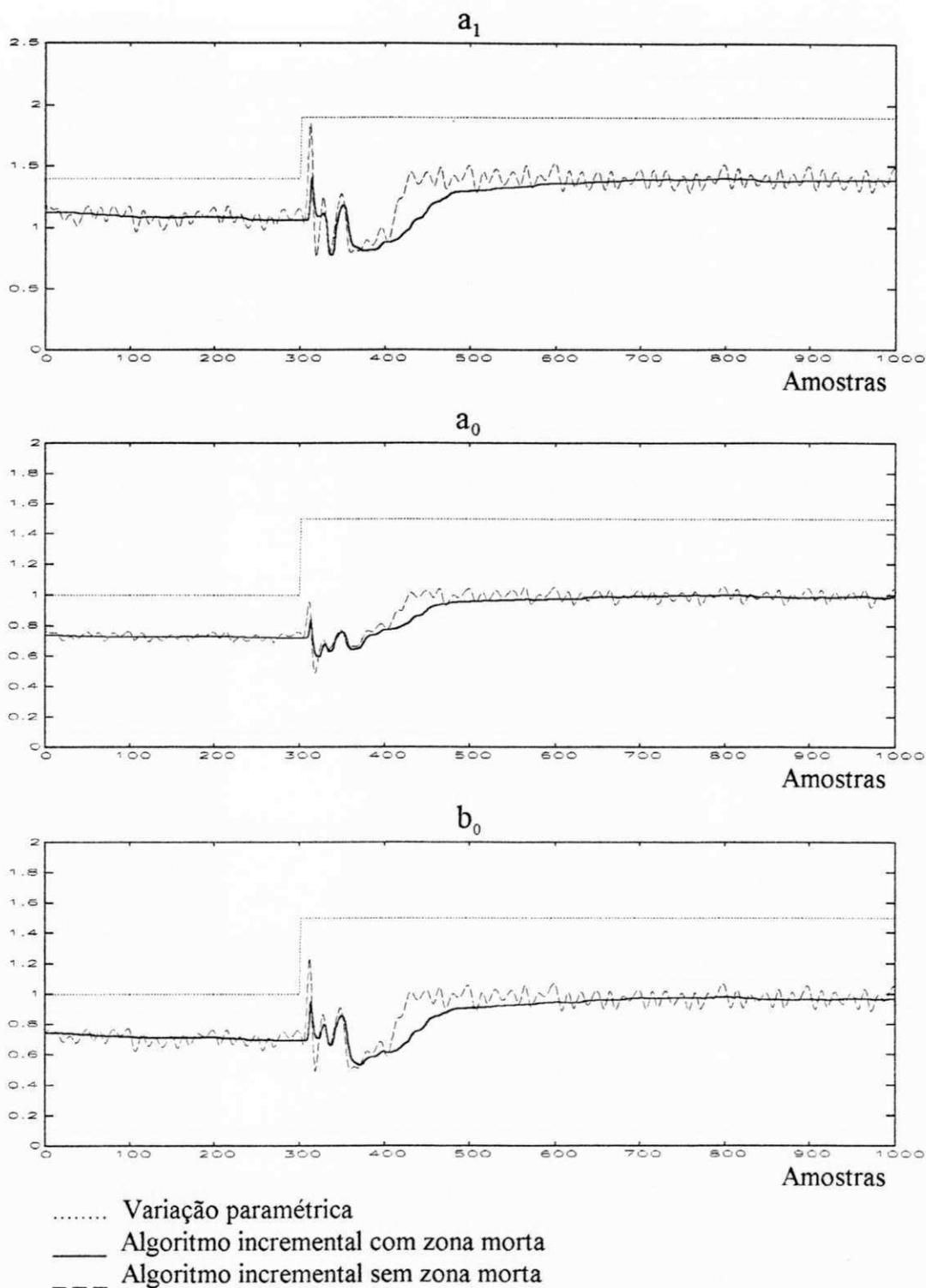


Figura 3.8 - Comportamento do algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR, com e sem a zona morta suave proposta.

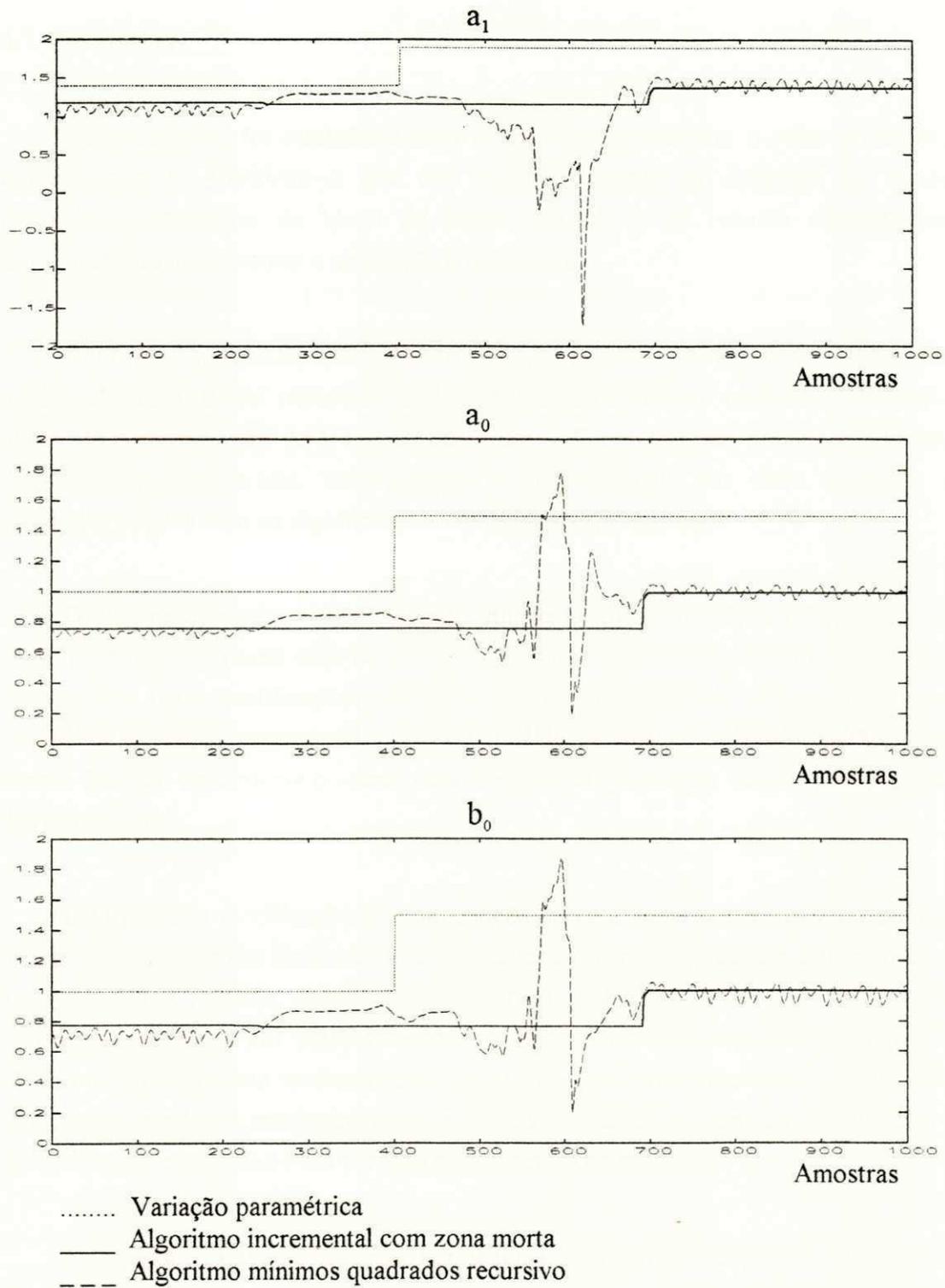


Figura 3.9 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR com zona morta suave, e o mínimos quadrados recursivo com um período com falta de excitação.

3.7. Conclusões

Neste capítulo, foi estabelecido um critério de escolha para o valor do fator de esquecimento λ . Verificou-se que esta escolha depende da dimensão do sistema estimado, do tamanho do bloco de dados utilizado e do recurso computacional disponível para implementar a estimação e o controle.

Com o objetivo de comparar o comportamento do algoritmo incremental modificado com o do mínimos quadrados recursivo, foram realizadas simulações utilizando o mesmo valor de λ nos dois algoritmos. Foram testados dois tipos diferentes de variações paramétricas, uma abrupta e outra gradual. Nas duas situações, os resultados obtidos com os algoritmos foram praticamente idênticos.

O algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR permite que sejam implementadas uma série de modificações que melhoram significativamente o seu desempenho. Estas modificações permitem avaliar a quantidade de informação presente no sinal de excitação, comparando-a com o nível de um sinal considerado padrão, e com o nível do ruído tipicamente presente para, a partir daí, prosseguir ou não com o cálculo das estimativas.

Esta primeira modificação, e a introdução de uma zona morta suave baseada em limitantes superiores das dinâmicas não modeladas e no erro de predição de bloco, levam a um algoritmo robusto, capaz de contornar os problemas devidos às perturbações tipicamente presentes em sistemas reais, e gerar estimativas de qualidade superior às obtidas com o algoritmo mínimos quadrados recursivo nas mesmas condições. Isto fica claro, comparando os resultados das simulações realizadas quando são introduzidas as dinâmicas não modeladas e um período com ausência de excitação.

No capítulo 4, implementa-se um sistema de controle adaptativo utilizando o algoritmo mínimos quadrados incremental modificado deste capítulo. A técnica adaptativa adotada é a alocação de pólos. O sistema resultante possui um comportamento robusto devido às características já apresentadas deste estimador.

CAPÍTULO 4

ESTIMACÃO ROBUSTA EM

CONTROLE ADAPTATIVO POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS

4.1. Introdução

No capítulo 3, foram implementadas várias modificações no algoritmo mínimos quadrados incremental utilizando a decomposição QR, de forma a melhorar os aspectos de robustez na presença de períodos de falta de excitação durante a realização das estimativas, e reduzir o efeito de perturbações devido às dinâmicas não modeladas presentes em sistemas reais.

Neste capítulo, implementa-se um controlador adaptativo usando a técnica denominada de alocação de pólos. Trata-se de um procedimento de projeto de controladores padrão em publicações como, por exemplo, Åström & Wittenmark (1989) e Middleton & Goodwin (1990).

Novamente, são comparados os desempenhos obtidos utilizando o algoritmo mínimos quadrados recursivo e o algoritmo incremental modificado do capítulo 3 como estimadores. Num primeiro instante, a comparação é realizada sem considerar dinâmicas não modeladas e com um sinal de excitação suficientemente rico para garantir boas estimativas. Depois, de forma semelhante à seção 3.6, verifica-se o comportamento do projeto face a um período com ausência de excitação e considerando as dinâmicas não modeladas.

4.2. Alocação de Pólos

Entre as diversas técnicas de projeto de controladores adaptativos, a alocação de pólos se apresenta como uma das mais simples de se implementar (Åström & Wittenmark (1989)). Teoricamente, a partir de um modelo geral de controlador, pode-se alocar os pólos do sistema em malha fechada em qualquer posição arbitrariamente escolhida (Middleton & Goodwin (1990)). Quando isto é realizado a cada instante de amostragem, obtém-se um controlador capaz de corrigir eventuais mudanças nos parâmetros do sistema a ser controlado de forma bastante eficiente.

4.2.1. Descrição do sistema em malha fechada

Um sistema em malha fechada típico possui os elementos ilustrados na figura 4.1, a seguir.

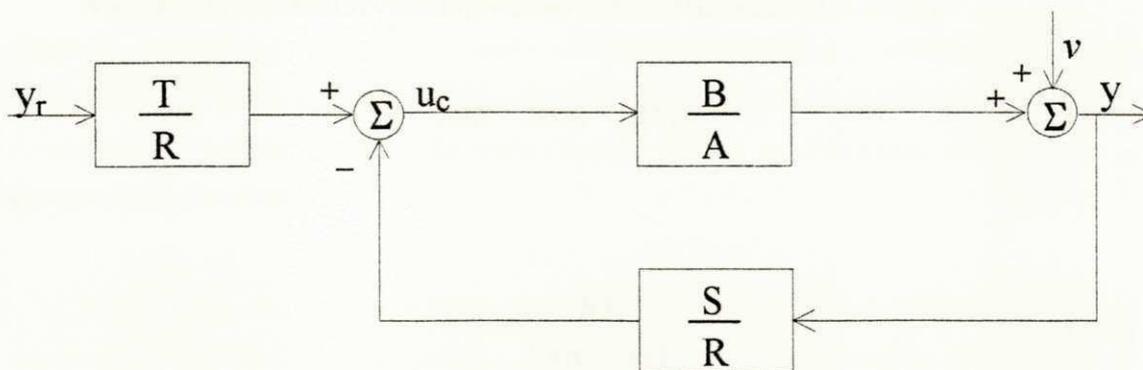


Figura 4.1 - Estrutura típica de um sistema em malha fechada.

onde A , B , R , S e T são polinômios descritos neste trabalho, no operador delta.

Rearrumando, obtém-se:

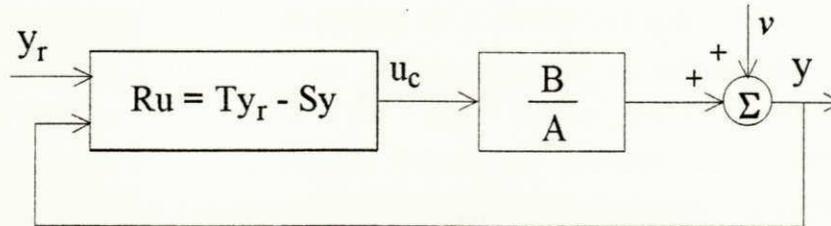


Figura 4.2 - Sistema em malha fechada com um controlador linear geral.

Esta lei de controle representa uma realimentação negativa com a função de transferência $-\frac{S}{R}$ e uma alimentação direta com a função $\frac{T}{R}$.

A equação em malha fechada que descreve o sistema acima é, então:

$$(AR + BS)y = BTy_r \quad (4.2.1)$$

ou

$$\frac{y}{y_r} = \frac{BT}{(AR + BS)} \quad (4.2.2)$$

O processo de alocar os pólos em malha fechada resume-se em calcular os polinômios R e S de forma a satisfazer a igualdade:

$$AR + BS = A^* \quad (4.2.3)$$

onde A^* é o polinômio que representa os pólos em malha fechada desejados, sendo especificado pelo usuário. Esta equação é denominada na literatura por "Equação Diofantina ou de Bezout".

Em uma primeira abordagem, o usuário pode definir o desempenho em malha fechada em termos de um modelo definido por:

$$y_m = \frac{B_m}{A_m} y_r \quad (4.2.4)$$

A_m e B_m também são polinômios no operador delta.

Para obter a resposta em malha fechada desejada, A_m deve dividir $AR + BS$. Os zeros do sistema, dados por B , também serão zeros da malha fechada, a não ser que haja cancelamentos. Fatora-se, então, o polinômio B (conforme Åstrm & Wittenmark (1989)):

$$B = B^+ B^- \quad (4.2.5)$$

onde B^+ contm os fatores que podem ser cancelados e B^- , os zeros instáveis ou pobremente alocados. Os zeros de B^+ devem ser estáveis, e para tornar a fatorizaco única, assume-se que este seja mônico.

O polinômio característico da malha fechada deve, então, possuir $A_m B^+$, e normalmente será de ordem maior que este fator. O fator remanescente pode ser interpretado como dinâmica do observador. Existem, pois, três tipos de fatores no polinômio característico: zeros cancelados do sistema, B^+ , pólos do modelo desejado, A_m , e pólos do observador dados por um polinômio observador A_o , ou seja:

$$A^* = B^+ A_o A_m \quad (4.2.6)$$

isto :

$$AR + BS = B^+ A_o A_m \quad (4.2.7)$$

desta equação observa-se que B^+ pode dividir R :

$$R = B^+ R_1 \quad (4.2.8)$$

o que, com:

$$T = \frac{A_o B_m}{B^-} \quad (4.2.9)$$

ajusta a malha fechada ao modelo especificado.

Um estudo detalhado deste procedimento com considerações sobre os possíveis tipos do polinômio B em relação a B_m , e uma análise sobre estabilidade e solvabilidade das equações, é dado em Åström & Wittenmark (1984) e (1989). Na visão destes autores, não existe diferença entre alocação de pólos e seguimento de modelo. De fato, o procedimento acima descrito faz com que o modelo definido em (4.2.4) seja "seguido" pelo sistema em malha fechada.

Num caso particular do problema de alocação de pólos deseja-se somente alocar os pólos em malha fechada, não fazendo qualquer consideração particular sobre os seus zeros. Aqui, a preocupação é resolver a equação (4.2.3), garantindo que os pólos desejados sejam obtidos em malha fechada.

Uma escolha usual para o polinômio T (Middleton & Goodwin (1990) e Barros (1990)) faz com que ele seja de ordem zero, obedecendo:

$$T = t_0 = s_0 \quad (4.2.10)$$

onde s_0 é o coeficiente de mais baixa ordem do polinômio S . Com isto, garante-se que os zeros em malha aberta sejam os mesmos em malha fechada e mantém-se o ganho da malha fechada unitário. Esta segunda abordagem foi a implementada neste capítulo.

4.2.2. Solução da equação Diofantina

A equação Diofantina possui um papel fundamental neste procedimento de projeto. Trata-se de uma equação linear nos polinômios R e S que sempre possuirá uma solução se A e B forem primos relativos. Equacionando os coeficientes de mesma ordem, esta equação dada por (4.2.3) pode ser reescrita como um conjunto de equações lineares do tipo:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & \ddots & \vdots & b_0 & 0 & \ddots & \vdots \\ a_2 & a_1 & \ddots & 0 & b_1 & b_0 & \ddots & 0 \\ \vdots & a_2 & \ddots & 1 & \vdots & b_1 & \ddots & 0 \\ a_{n_a} & \vdots & \ddots & a_1 & b_{n_b} & \vdots & \ddots & b_0 \\ 0 & a_{n_a} & & a_2 & 0 & b_{n_b} & & b_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & a_{n_a} & 0 & \dots & 0 & b_{n_b} \end{bmatrix}}_{n_r \text{ colunas}} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{n_s+1 \text{ colunas}} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_{n_r} \\ s_0 \\ \vdots \\ s_{n_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^* - a_1 \\ \vdots \\ a_{n_a}^* - a_{n_a} \\ a_{n_a+1}^* \\ \vdots \\ a_{n_r+n_s+1}^* \end{bmatrix} \tag{4.2.11}$$

ou na forma matricial:

$$S_y(A,B)\theta_{cl} = A_S \tag{4.2.12}$$

onde:

A e A^* são polinômios mônicos.

$a_i, b_i, r_i, s_i, a_i^*$ são os coeficientes de ordem i dos polinômios A, B, R, S e A^* , respectivamente.

n_a, n_b, n_r, n_s são as ordens dos polinômios A, B, R e S , com $n_a > n_b$.

A matriz $S_y(A,B)$ é denominada de matriz de Sylvester e ocorre, frequentemente, em matemática aplicada. Ela tem a propriedade de ser não singular se, e somente se, os

polinômios A e B não possuem fatores comuns, o que também conduz a uma solução única para cada estrutura de controlador escolhida.

Existem muitas formas de resolver esta equação considerando, por exemplo, situações onde os polinômios A e B não são co-primos. Nas simulações a seguir, como o sistema a ser controlado já é conhecido, realizou-se sua decomposição QR, obtendo:

$$Q_S R_S = QR(S_y(A, B)) \tag{4.2.13}$$

$$R_S \theta_{ctl} = Q_S^T A_S \tag{4.2.14}$$

com θ_{ctl} sendo obtido facilmente por substituição regressiva, já que R_S é triangular superior.

4.3. Exemplos de Simulação

Realiza-se, de forma análoga ao capítulo anterior, duas sequências de testes utilizando como estimadores o algoritmo incremental modificado e o algoritmo mínimos quadrados recursivo. A diferença entre as duas é que na primeira não é considerada a existência de dinâmica não modelada. O diagrama em blocos do sistema em malha fechada é apresentado na figura 4.3.

O sistema simulado é o mesmo do capítulo 3, com período de amostragem 0,1, representado no operador delta por:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0}$$

os valores iniciais da estimativa dos parâmetros do sistema:

$$\frac{0,8}{\delta^2 + 1,2\delta + 0,8}$$

e o filtro:

$$E(\delta) = \delta^2 + 1,2\delta + 0,8$$

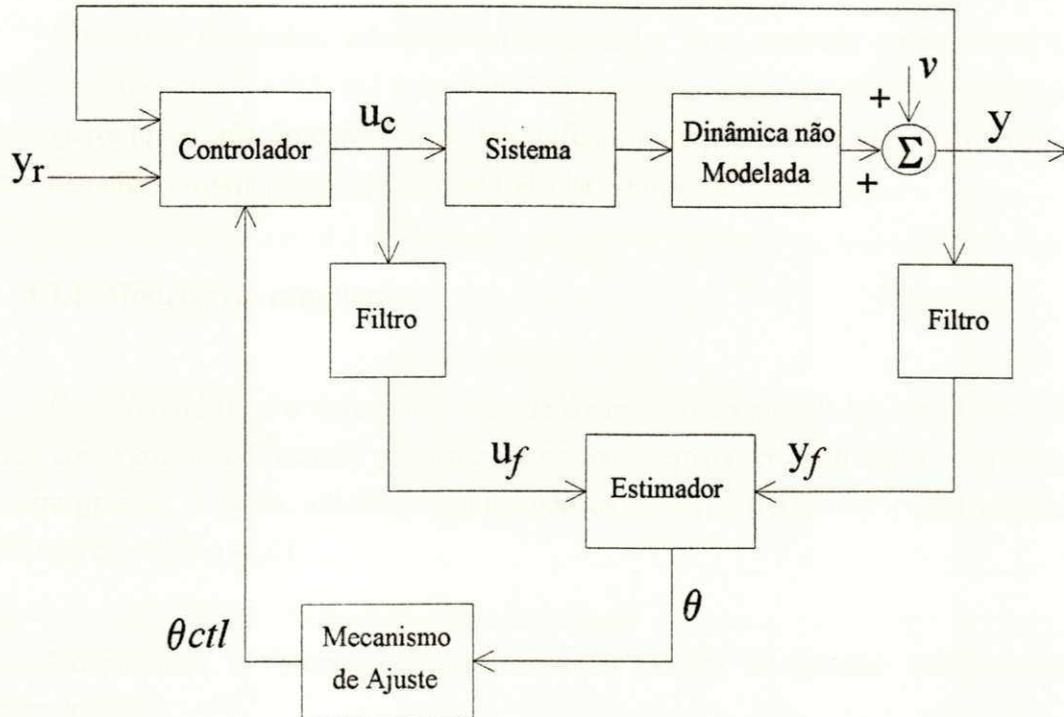


Figura 4.3 - Diagrama em blocos do sistema em malha fechada obtido.

O sinal de entrada Y_r , sinal de referência a ser seguido, é uma onda quadrada variando de +2 a -2 com período 400 amostras. O polinômio A^* que representa a posição desejada dos pólos em malha fechada escolhido:

$$A^*_{(\delta)} = (\delta + 1,0)(\delta^2 - 1,4\delta + 1,49)(\delta^2 - 2,0\delta + 1,25)$$

ou seja:

$$A^*_{(\delta)} = \delta^5 + 4,4\delta^4 + 8,94\delta^3 + 10,27\delta^2 + 6,5925\delta + 1,8625$$

Os polinômios R e S são ajustados com a mesma ordem, $n_r = n_s = 2$. O tamanho do bloco de dados utilizado no algoritmo incremental é de 200 pontos com fator de esquecimento igual a 0,98. Este valor é o mesmo adotado no algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento exponencial.

Nos casos simulados, adota-se um controlador fixo, controle proporcional com ganho constante igual a 0,5, até o instante 100 amostras. Inclui-se, ainda, um integrador como parte pré-fixada do controlador. Isto é feito, multiplicando-se o polinômio R por um integrador, ou seja por δ , quando se trabalha no operador delta.

4.3.1. Modelagem completa

Considerando que o sistema não possua dinâmicas não modeladas, simulam-se dois casos com variações diferentes nos parâmetros do sistema a ser controlado, uma abrupta e outra gradual. À saída, adiciona-se um ruído de medição (termo $v(k)$) com amplitude variando de +0,01 a -0,01.

No primeiro, o sistema sofre uma variação abrupta no instante 1000 amostras, passando a ser:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5}$$

Os sinais de entrada e de saída obtidos utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo são mostrados na figura 4.4. O comportamento do primeiro, para o fator de esquecimento adotado, é ligeiramente melhor, corrigindo mais rapidamente a saída da malha fechada e oscilando menos quando ocorre a variação paramétrica.

As figuras 4.5 e 4.6 registram os valores obtidos para os coeficientes dos polinômios S e R , respectivamente. Os valores dos coeficientes do polinômio S variam bem menos e todos os parâmetros registrados atingem o regime estacionário mais rapidamente do que quando o algoritmo utilizado é o mínimos quadrados.

No segundo caso de variação paramétrica, o sistema estimado comporta-se da seguinte forma:

$$\frac{1,0}{\delta^2 + 1,4\delta + 1,0}$$

até 700 amostras

$$\frac{1,0 + taxa_1}{\delta^2 + (1,4 + taxa_1)\delta + (1,0 + taxa_1)}$$

entre 700 e 1300 amostras

$$\frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5}$$

após 1300 amostras

onde:

$$taxa_1 = (k - 700) \times 6,6667 \times 10^{-4} \text{ com } k \text{ representando a amostra atual}$$

Os resultados obtidos estão nas figuras 4.7, com a saída desejada utilizando os dois algoritmos testados, e 4.8 e 4.9, com os polinômios S e R obtidos a cada instante. As pequenas vantagens atribuídas ao algoritmo incremental no primeiro teste passam a pertencer agora ao mínimos quadrados recursivo.

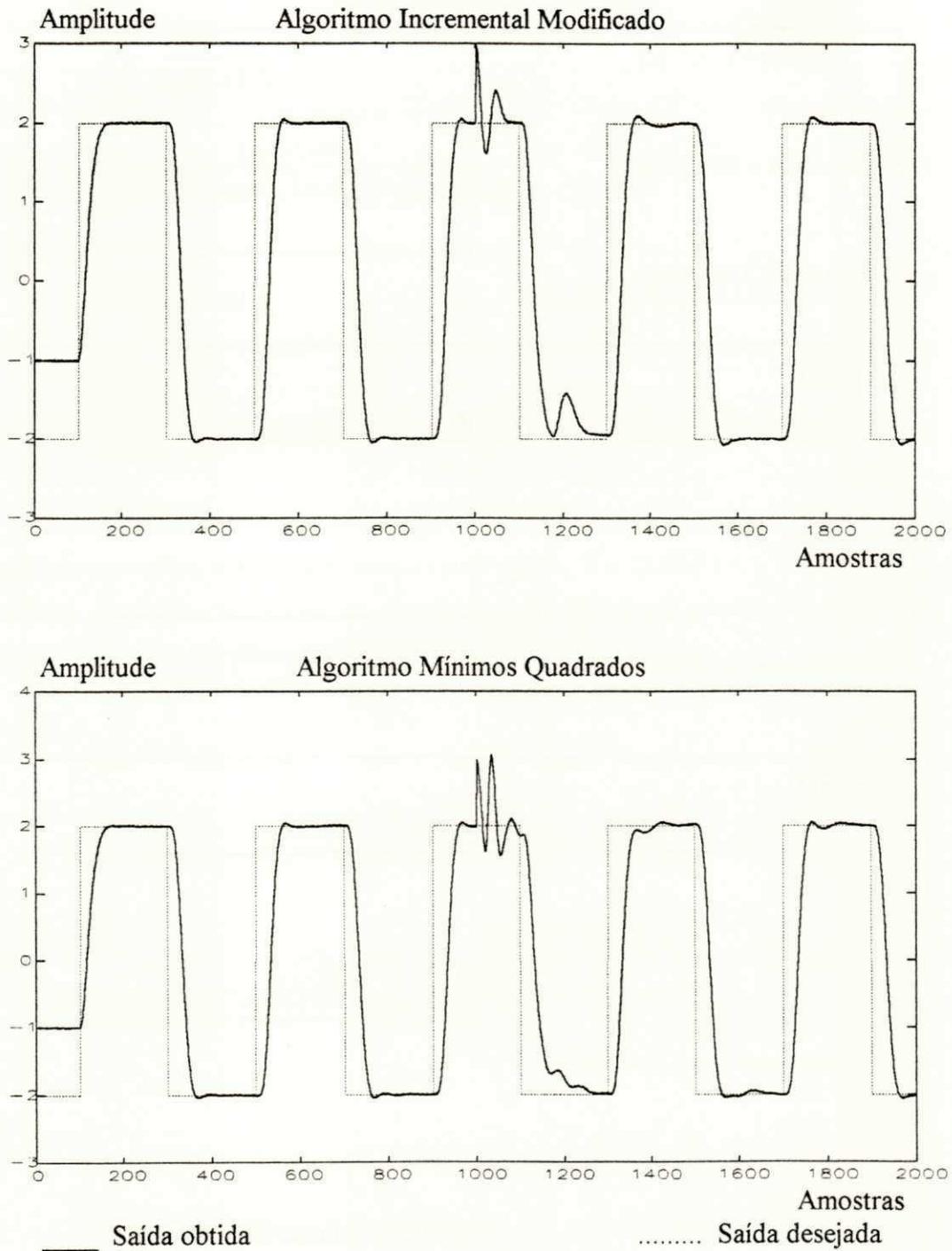


Figura 4.4 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo para estimar os parâmetros do sistema. Variação paramétrica abrupta, sem dinâmica não modelada.

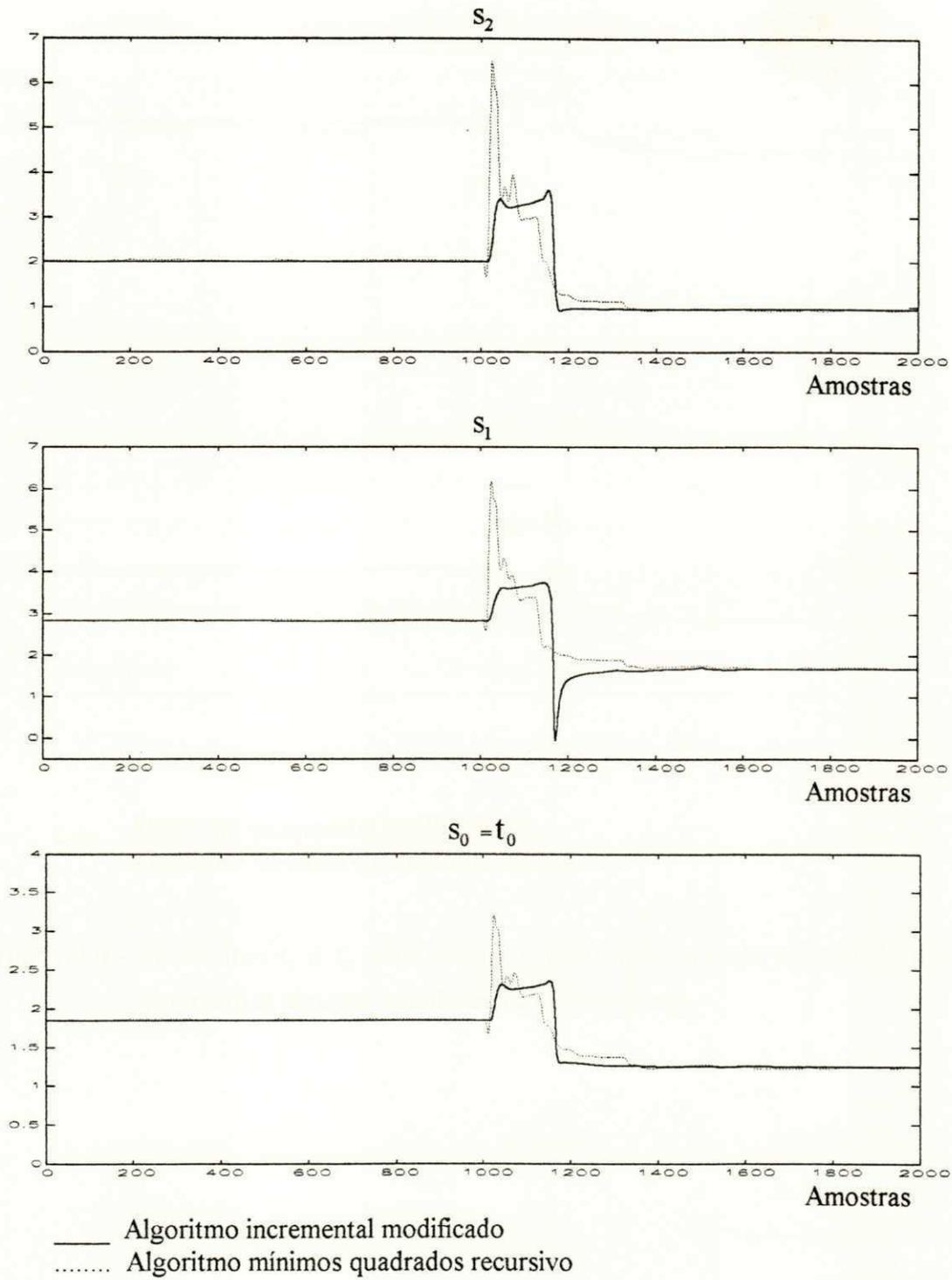


Figura 4.5 - Parâmetros S_2 , S_1 e $S_0 = t_0$ obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, sem dinâmica não modelada.

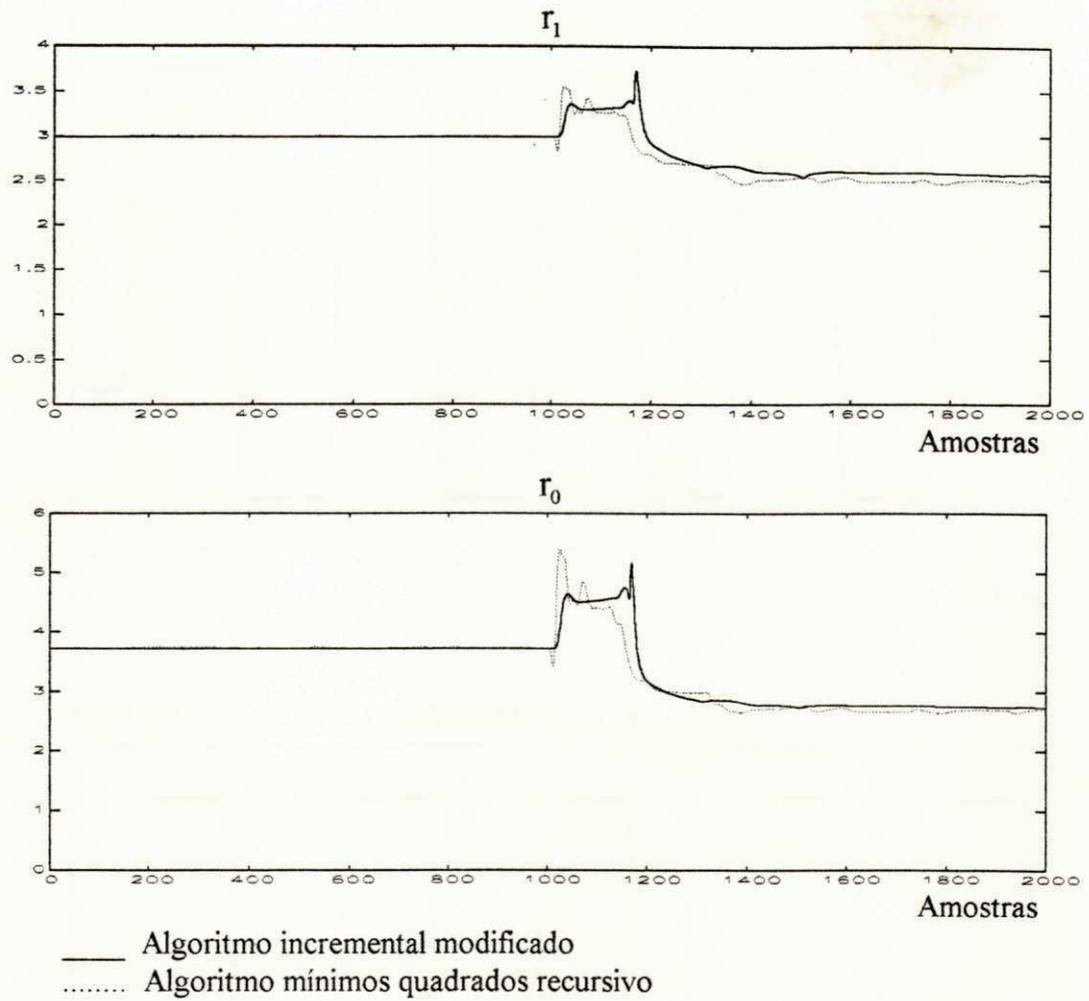


Figura 4.6 - Parâmetros r_1 e r_0 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, sem dinâmica não modelada.

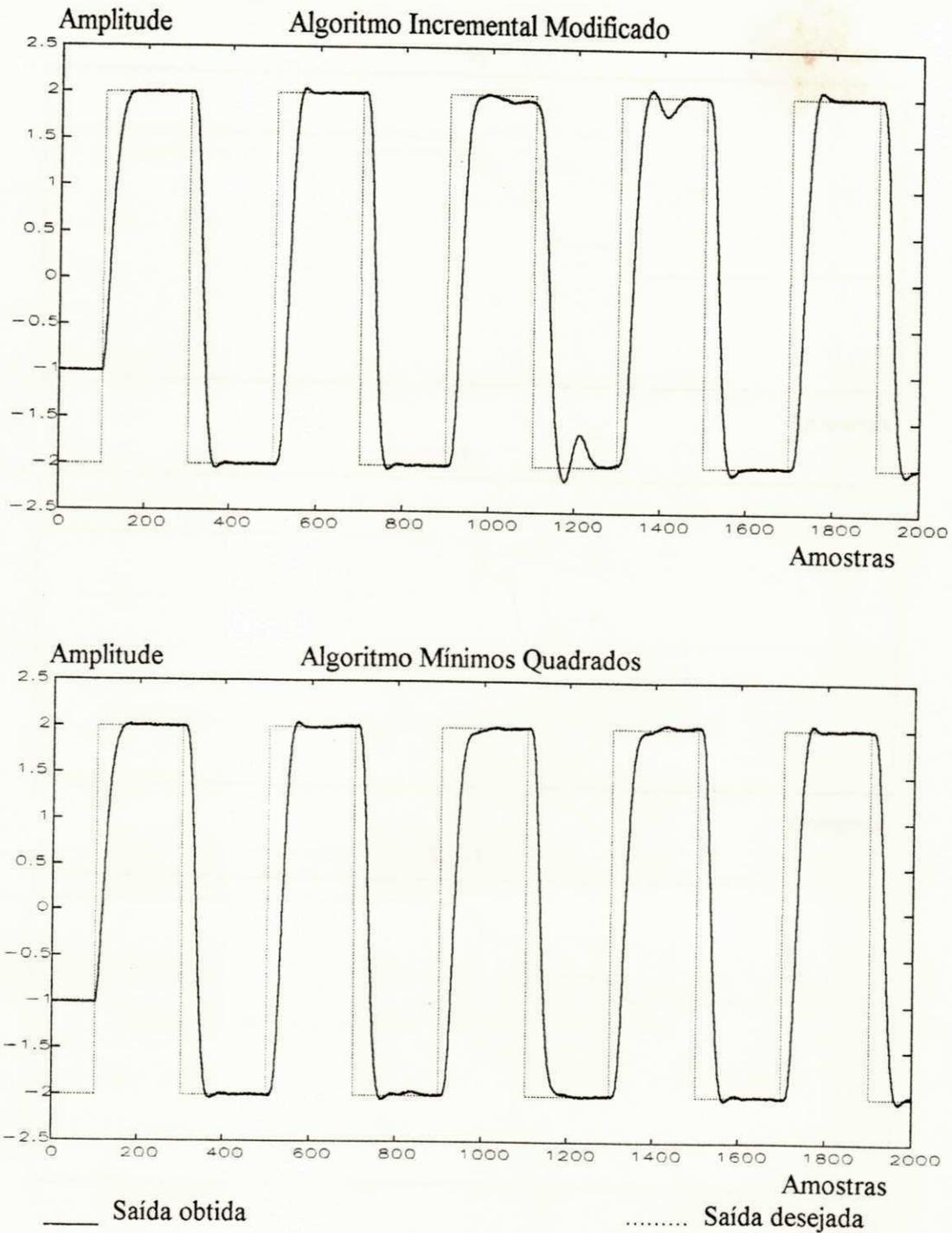


Figura 4.7 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo para estimar os parâmetros do sistema. Variação paramétrica gradual, sem dinâmica não modelada.

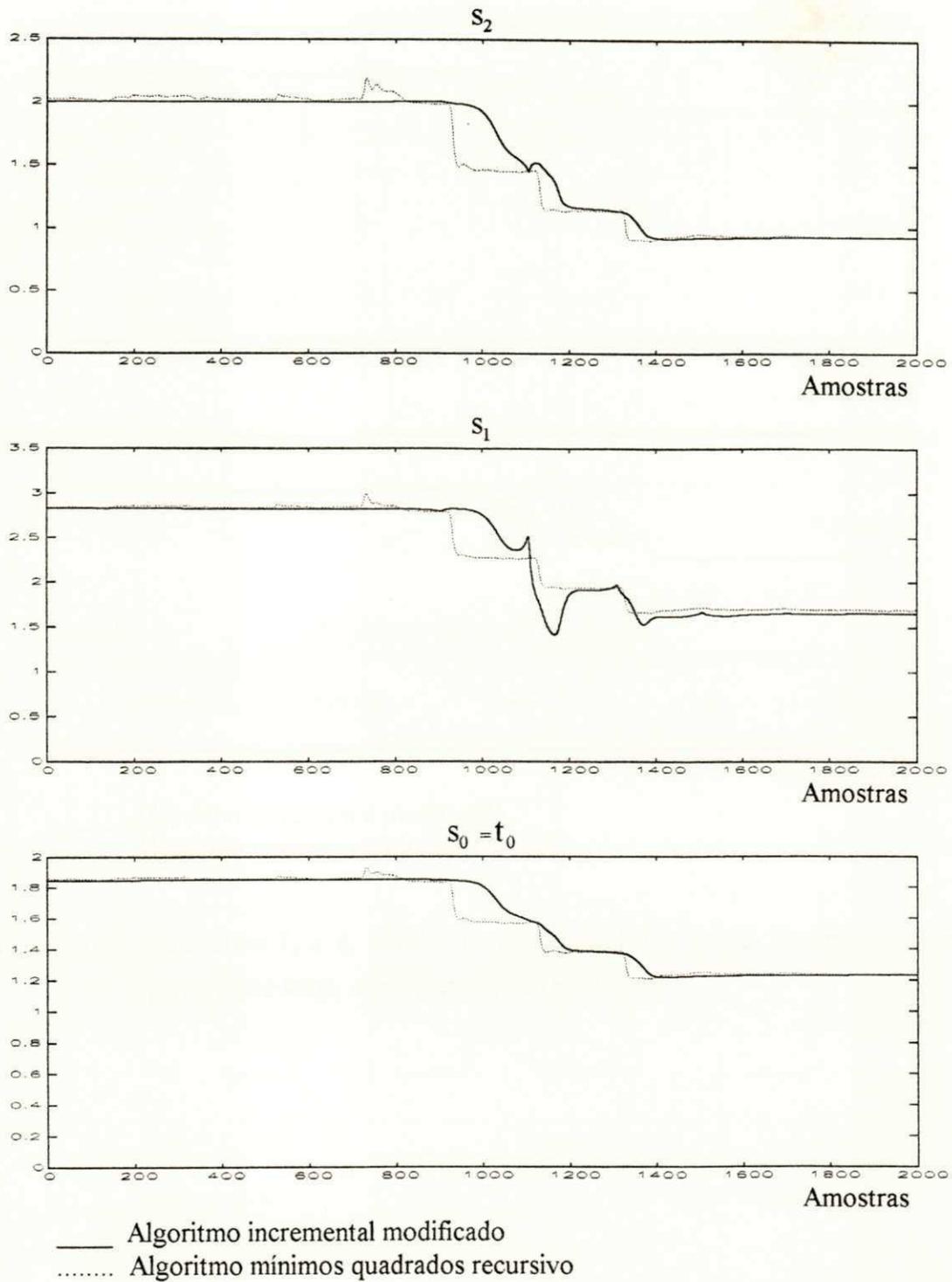


Figura 4.8 - Parâmetros S_2 , S_1 e $S_0 = t_0$ obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica lenta, sem dinâmica não modelada.

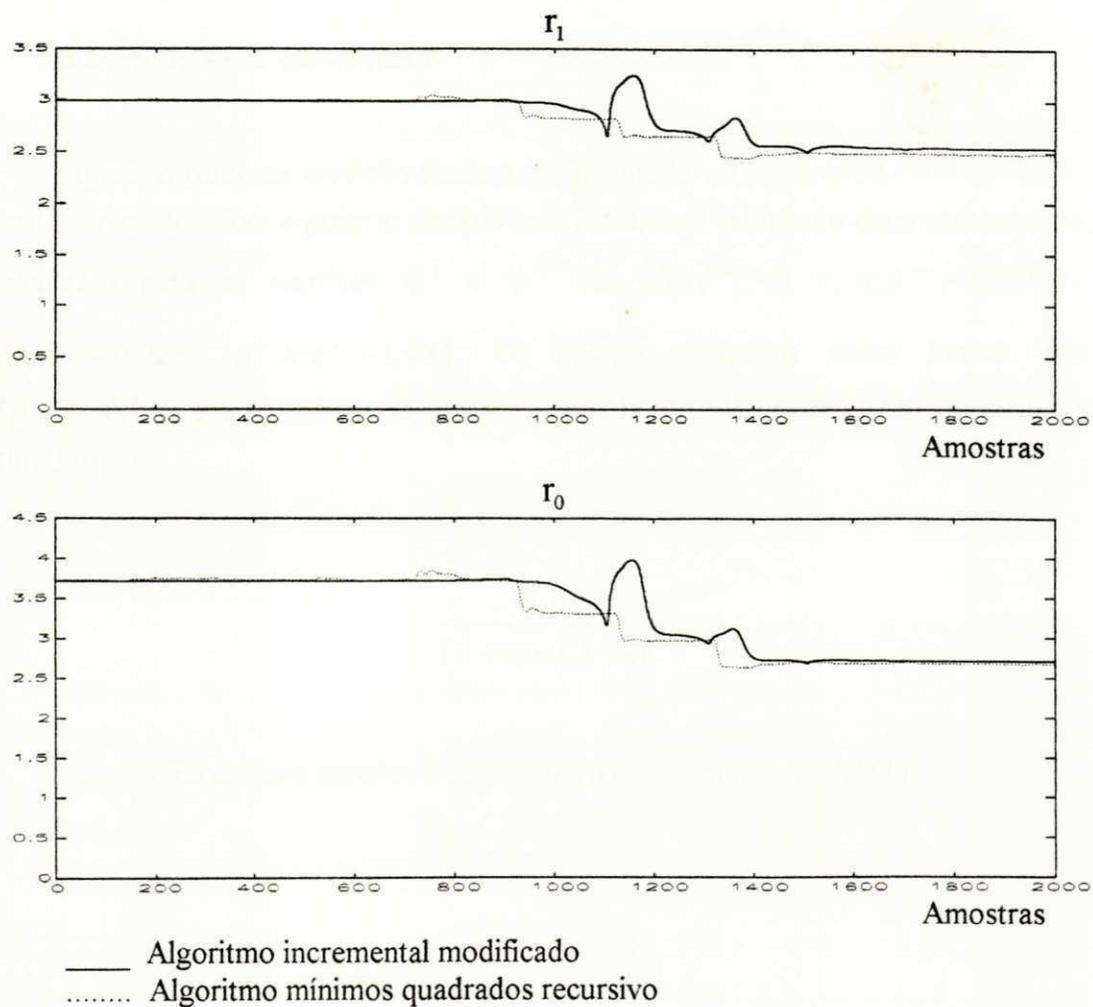


Figura 4.9 - Parâmetros r_1 e r_0 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica lenta, sem dinâmica não modelada.

4.3.2. Modelagem incompleta

Agora, o ruído de medição passa a ter amplitude variando entre +0,05 e -0,05. O sinal padrão adotado é o próprio sinal de referência, e os valores do determinante e traço calculados para as matrizes ψ^S e ψ^N são $|\det \psi^N| = 0$ e $tr \psi^N = 0,00049$, e $|\det \psi^S| = 0,0227$ e $tr \psi^S = 1,452$. Os valores utilizados como limites foram $\det_{Min} = 0,018$ e $tr_{Min} = 1,2$. Os sinais de entrada e saída utilizados no estimador são filtrados por:

$$\frac{4,0\delta}{(\delta + 0,01)(\delta + 2)^2}$$

Ao sistema do item anterior é adicionada a dinâmica não modelada:

$$\frac{72}{\delta^2 + 17\delta + 72}$$

fazendo com que a escolha dos limitantes para esta dinâmica sejam os mesmos da seção 3.5, ou seja:

$$\bar{h}_1 = 1$$

e

$$\bar{h}_2 = [0,1 \ 0,049 \ 0,0247 \ 0,0122 \ 0,0061]$$

Simula-se uma variação abrupta no instante 1000 amostras, com o sistema passando a ser:

$$\frac{B}{A} = \frac{1,5}{\delta^2 + 1,9\delta + 1,5} \frac{72}{\delta^2 + 17\delta + 72}$$

Os resultados obtidos para a saída controlada utilizando os dois estimadores estão na figura 4.10. O algoritmo incremental modificado apresenta uma convergência mais rápida para o valor desejado e oscilação menor. As vantagens deste algoritmo ficam claras quando se considera a sua velocidade de correção face a uma variação paramétrica.

Nas figuras 4.11 e 4.12, onde estão registrados os valores obtidos para os coeficientes dos polinômios S e R a cada instante de amostragem, verifica-se que o algoritmo mínimos quadrados recursivo é bem mais sensível ao ruído, apresentando oscilações grandes em relação ao algoritmo incremental, resultando no desempenho observado na figura 4.10.

Em uma última sequência de testes, o sinal de referência foi ajustado em zero entre os instantes 700 e 1300 amostras. A variação paramétrica do teste anterior é repetida. Os resultados obtidos para as saídas em malha fechada são semelhantes aos da última simulação e estão na figura 4.13.

Verifica-se nas figuras 4.14 e 4.15, que durante a ausência do sinal de excitação, os valores calculados para os parâmetros do controlador oscilam, distanciando-se do valor anteriormente obtido, quando o estimador utilizado é o algoritmo mínimos quadrados. Os valores obtidos neste mesmo período quando utiliza-se o algoritmo incremental modificado não apresentam tais oscilações, permanecendo fixos até que a excitação volte a ser aplicada.

Confirma-se, então, as conclusões do capítulo 3. O desempenho obtido pelo sistema em malha fechada utilizando o algoritmo incremental como estimador dos parâmetros do sistema é melhor que quando utilizando o mínimos quadrados recursivo na presença de ruído e dinâmica não modelada. O estimador incremental modificado é mais robusto que o mínimos quadrados recursivo, apresentando conseqüentemente um comportamento menos sensível às perturbações consideradas.

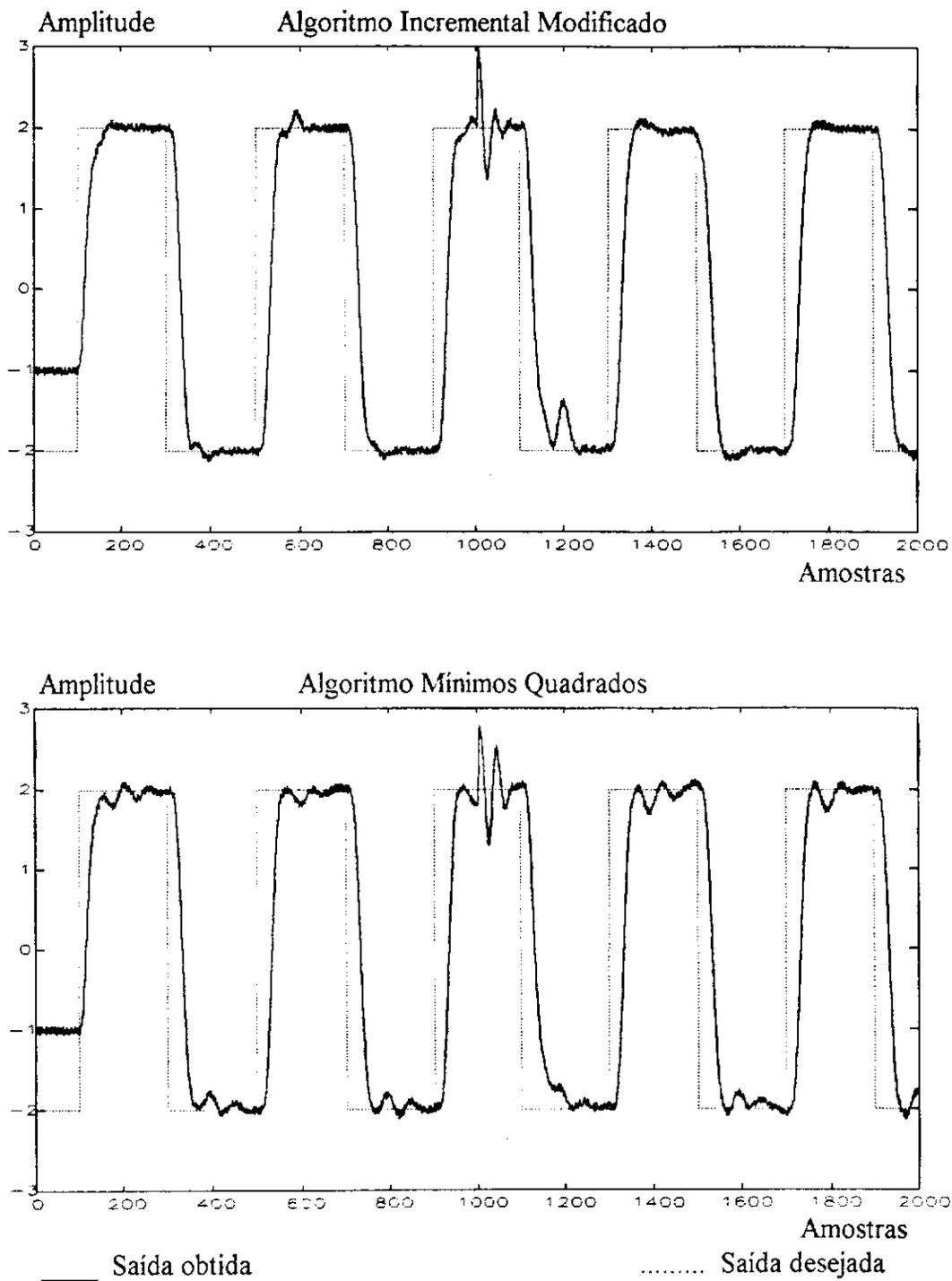


Figura 4.10 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo para estimar os parâmetros do sistema. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada.

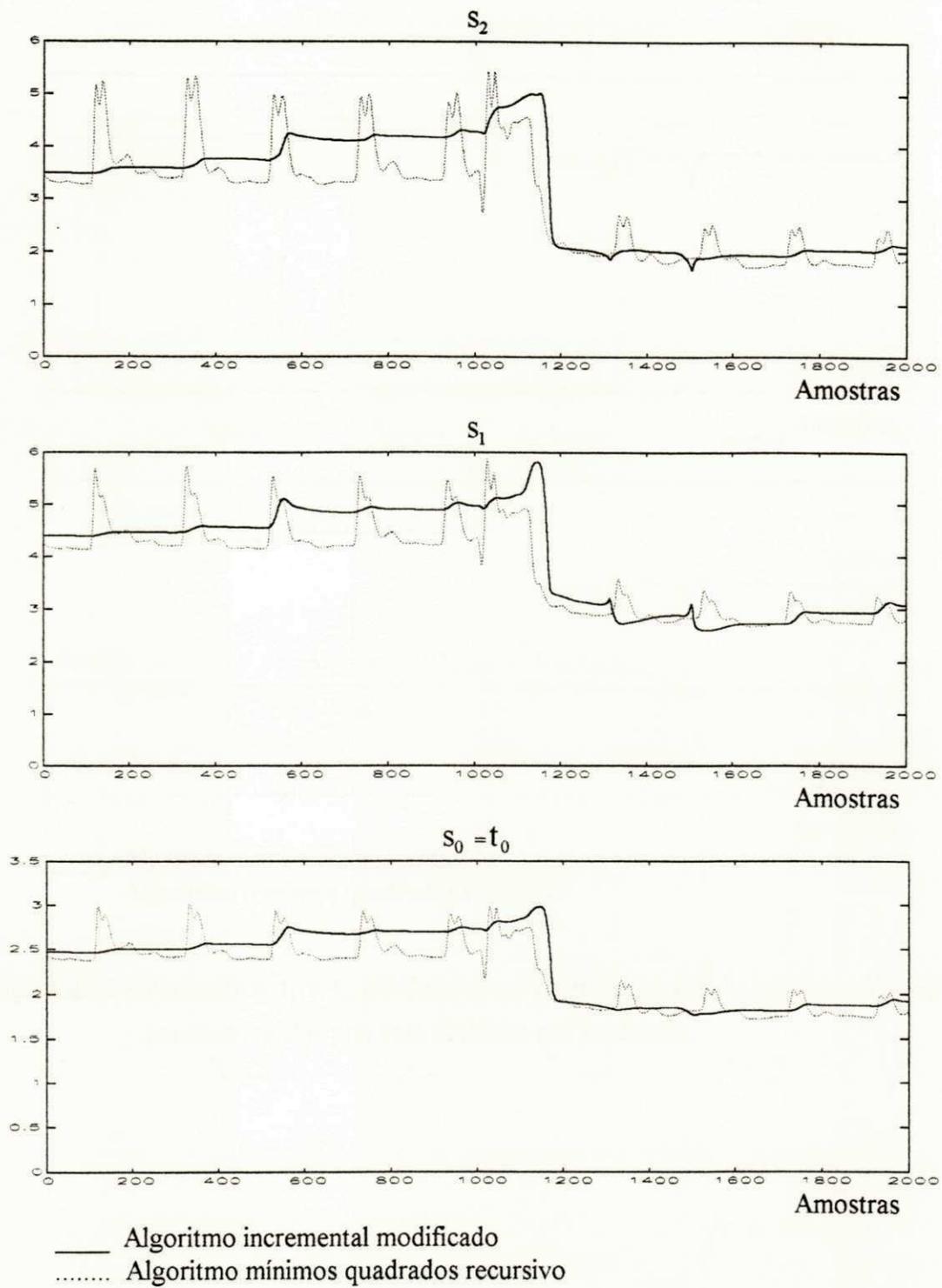


Figura 4.11 - Parâmetros S_2 , S_1 e $S_0 = t_0$ obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada.

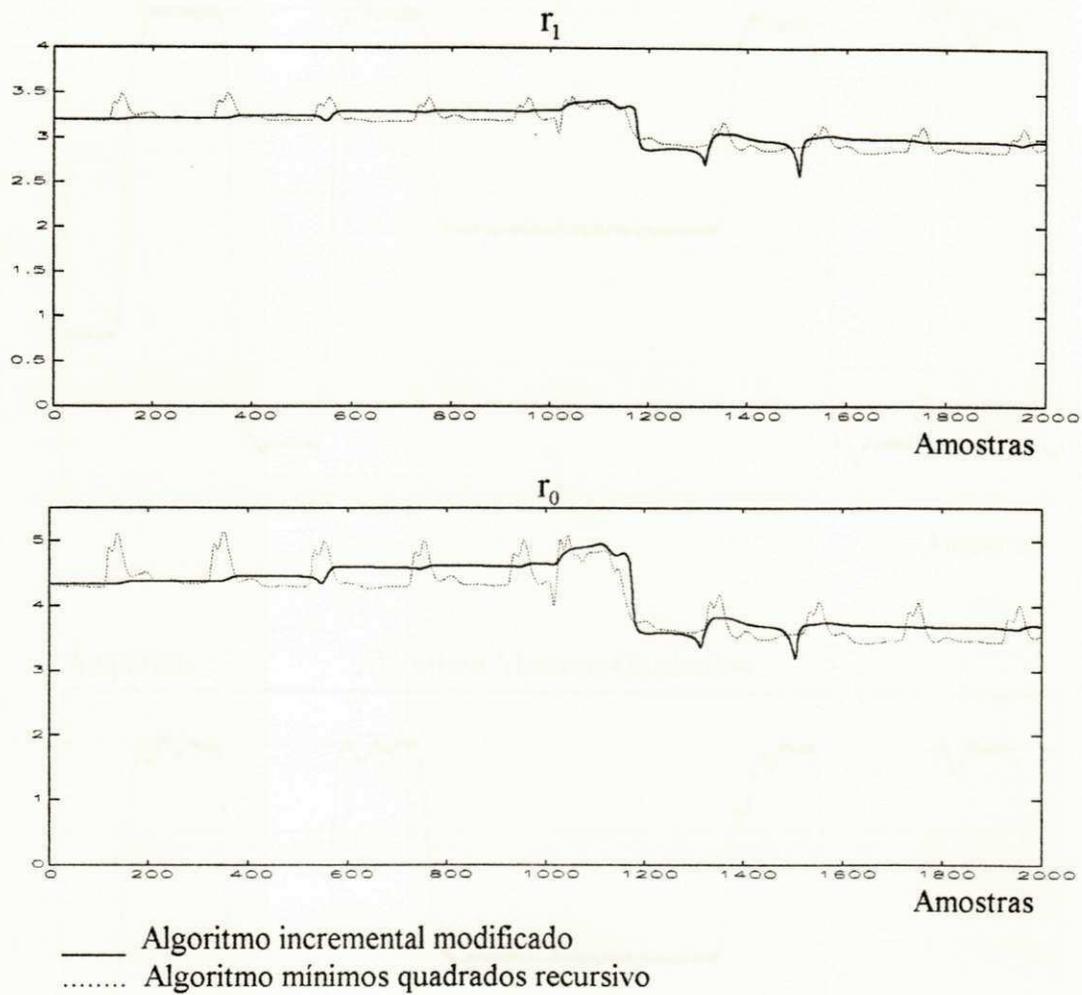


Figura 4.12 - Parâmetros r_1 e r_0 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada.

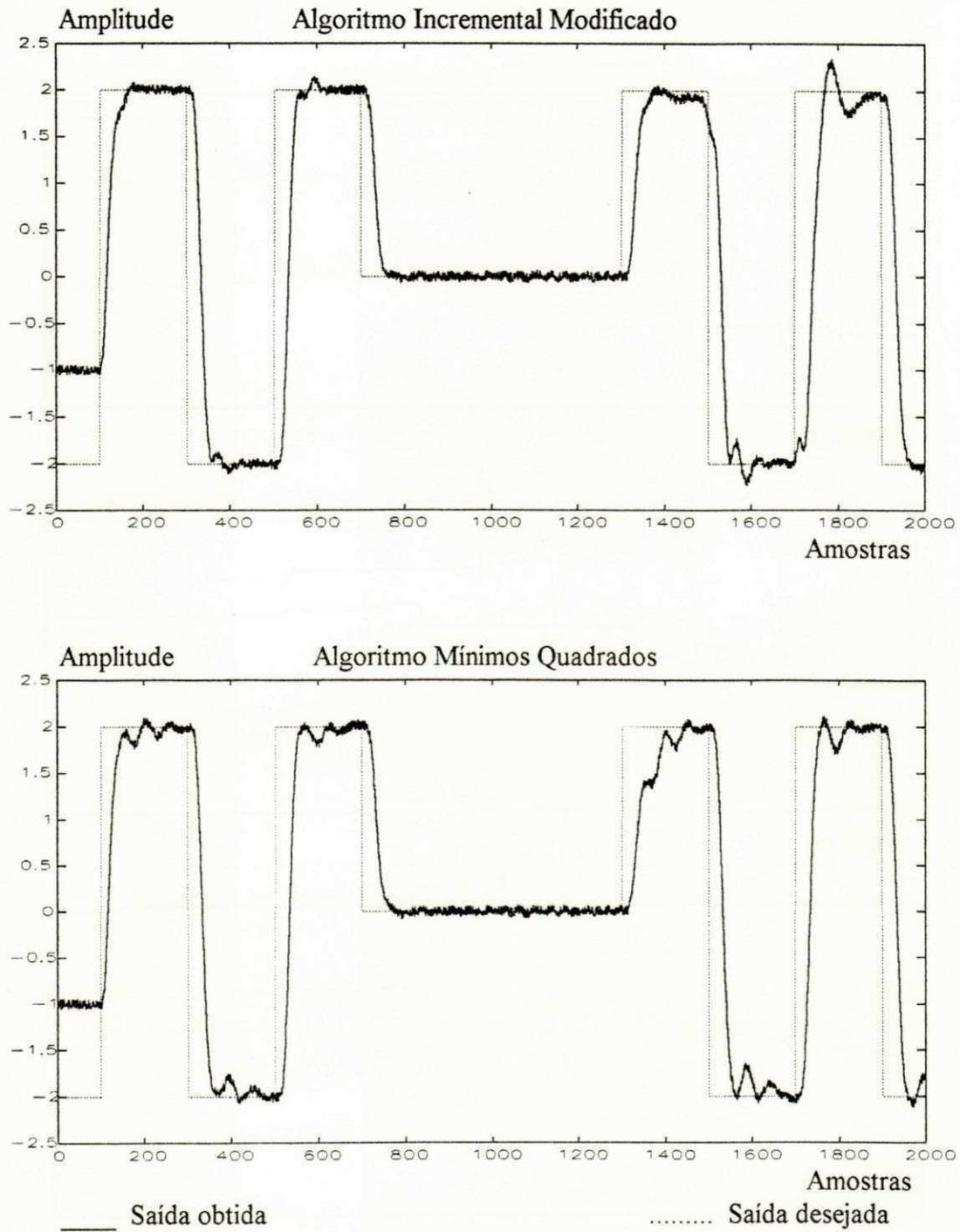


Figura 4.13 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo para estimar os parâmetros do sistema. Variação paramétrica abrupta com dinâmica não modelada e um período sem excitação.

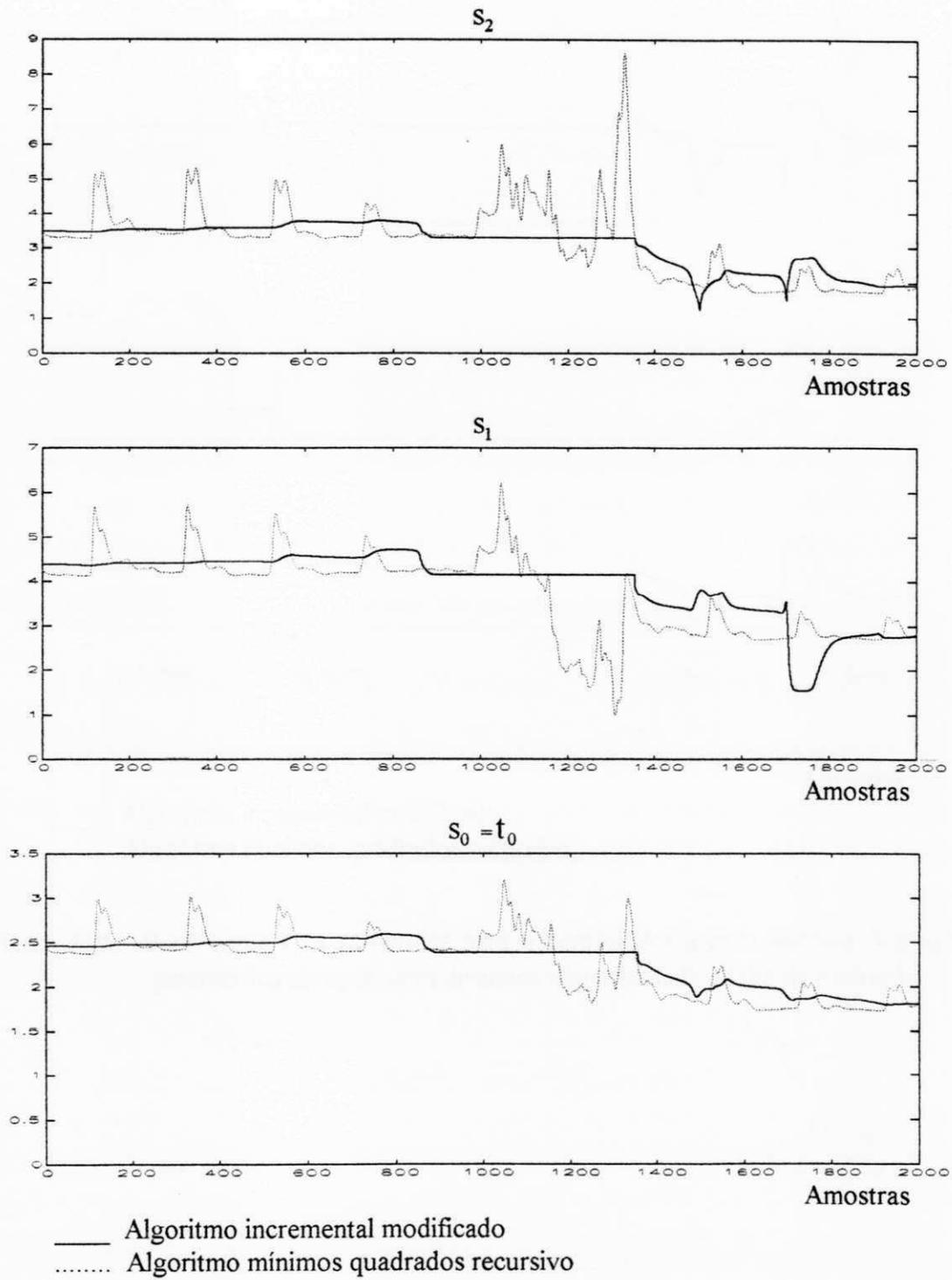


Figura 4.14 - Parâmetros S_2 , S_1 e $S_0 = t_0$ obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada e falta de excitação.

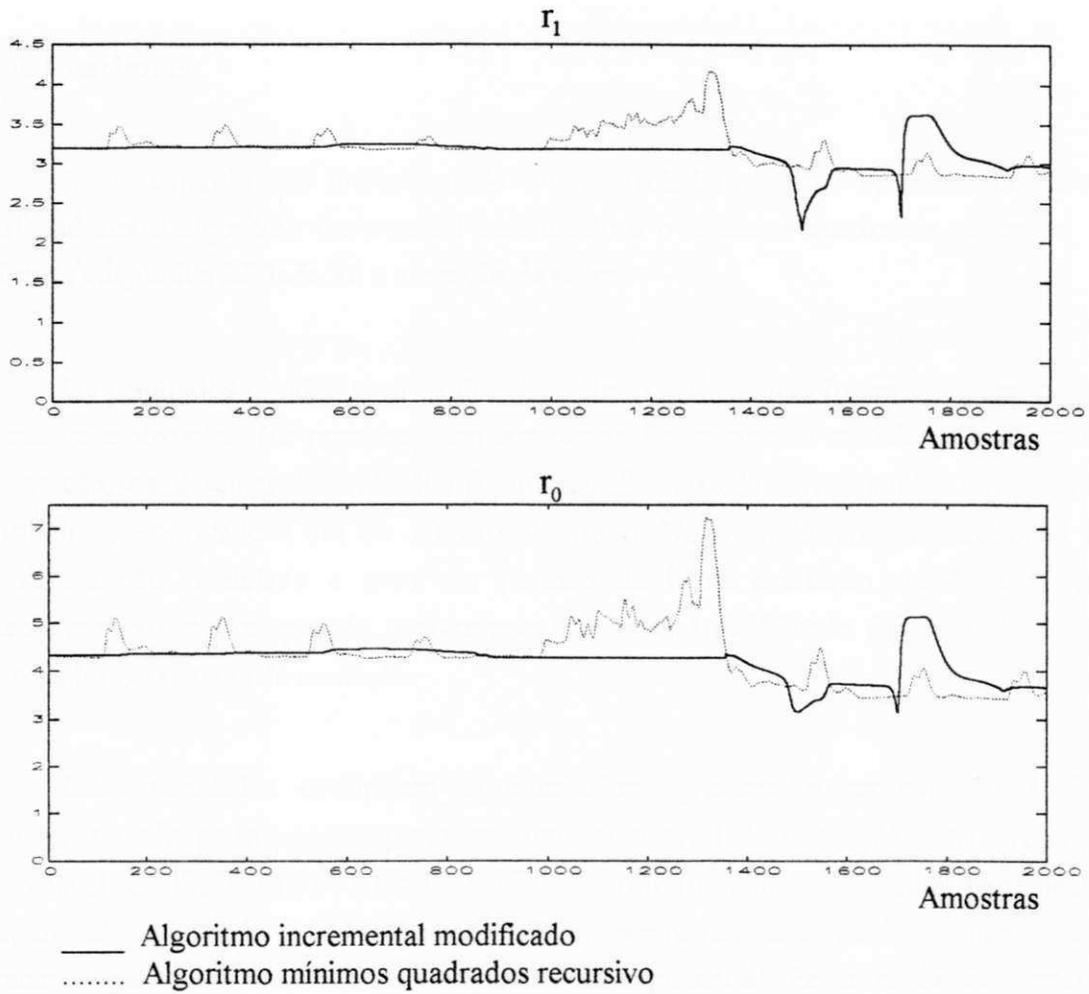


Figura 4.15 - Parâmetros Γ_1 e Γ_0 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta, com dinâmica não modelada e falta de excitação.

4.4. Conclusões

Neste capítulo, foi implementado um controlador adaptativo, utilizando como estimadores o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados recursivo. A técnica adaptativa adotada foi a alocação de pólos.

Os resultados obtidos com os dois algoritmos estimadores foram comparados em simulações distintas. Na primeira, sem considerar dinâmicas não modeladas ou falta de excitação, os desempenhos obtidos foram semelhantes, de forma a não ser possível atribuir superioridade a um ou a outro algoritmo. Na segunda, com a introdução de dinâmica não modelada e com um período de baixa excitação, verificou-se um desempenho superior quando o algoritmo incremental modificado foi utilizado como estimador do sistema de controle.

Estes resultados confirmam as conclusões apresentadas no capítulo 3. Em situações onde pode ocorrer períodos com baixo nível de excitação e na presença, inevitável, de dinâmicas não modeladas, o algoritmo mínimos quadrados incremental modificado utilizando a decomposição QR apresenta um desempenho melhor que o mínimos quadrados recursivo com esquecimento exponencial. Resta, ainda, contornar o grande tempo de computação consumido por este primeiro estimador, sem o que, a sua utilização se torna inviável em aplicações onde o sistema a ser estimado seja de ordem alta ou exija a utilização de períodos de amostragem pequenos.

No capítulo a seguir, é apresentada uma abordagem de projeto de controladores que permite que o sistema a ser estimado, de ordem qualquer, seja representado por um modelo reduzido, de primeira ordem, válido em faixas estreitas de frequência. O bom funcionamento desta técnica torna o algoritmo incremental modificado uma alternativa interessante para a estimação de parâmetros em qualquer tipo de sistema, já que o consumo de tempo no cálculo das estimativas de parâmetros de sistemas de primeira ordem é pequeno.

CAPÍTULO 5

PROJETO DE CONTROLADORES ADAPTATIVOS

NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

5.1. Introdução

O problema encontrado na geração de estimativas com o algoritmo mínimos quadrados incremental modificado utilizando a decomposição QR é o tempo gasto na solução da decomposição QR (Hornbeck (1975) e Van Loan & Golub (1983)). Conforme o apêndice A, com o crescimento da ordem do sistema a ser estimado cresce também o tempo consumido nos cálculos desta decomposição (tabela A1). Com isto, enquanto as velocidades de processamento não aumentam o suficiente, o algoritmo estudado não é uma opção viável para a estimação de parâmetros de sistemas com constantes de tempo relativamente baixas e de ordem alta.

Uma alternativa para solucionar esta questão, é encontrar uma forma de estimar sistemas usando modelos de ordem menor e realizar o projeto de controladores a partir dos resultados obtidos (Wittenmark & Källén (1990)). Um exemplo desta abordagem é apresentado em Lilja (1990). O controlador é projetado tomando-se pontos de frequência relevantes para o sistema a ser controlado. O problema da estimação resume-se à utilização de um modelo de baixa ordem para obter, a cada instante de amostragem, os dados necessários para o projeto do controlador.

Para viabilizar esta abordagem, é necessário implementar filtros passa-faixa centrados nas frequências de interesse, com bandas de passagem estreitas o suficiente

para assegurar que a aproximação por um sistema de baixa ordem não implique na perda de informações relevantes para o projeto. Realizada esta filtragem, avalia-se o comportamento do sistema na frequência a partir das estimativas obtidas, e projeta-se o controlador, resolvendo um problema mínimos quadrados comum (Lilja (1990) e Wittenmark & Källén (1990)).

Neste capítulo, descreve-se a abordagem de projeto utilizada, detalhando suas especificações. Apresenta-se a filtragem implementada, mostrando seu desempenho e as possíveis aproximações de redução de ordem do sistema estimado. São introduzidas modificações no algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR, do capítulo anterior, que o adaptam às características desta abordagem. Um outro algoritmo de estimação, o mínimos quadrados recursivo com esquecimento direcional (Hägglund (1985)), é utilizado com o objetivo de comparar resultados. Por fim, realiza-se uma série de testes avaliando o desempenho da técnica proposta, e confirmando que o algoritmo incremental modificado é uma alternativa viável para este procedimento de projeto.

5.2. Descrição do Problema

O sistema a ser controlado é representado em instantes discretos no tempo por:

$$y(k) = G(\delta)u_c(k) \quad (5.2.1)$$

onde:

δ - operador delta.

k - instante de amostra

Assume-se, ainda, que a sua resposta na frequência seja uma grandeza relevante a qualquer instante de tempo, não sendo permitido que o sistema possua descontinuidades severas. Se este não for linear, deve ter comportamento linear em torno de um ponto.

O sistema é controlado por um controlador do tipo:

$$u_c(k) = H(\delta)y_r(k) - F(\delta)y(k) \quad (5.2.2)$$

H e F são funções de transferência dadas por:

$$H(\delta) = \frac{T(\delta)}{R(\delta)} \quad (5.2.3)$$

e

$$F(\delta) = \frac{S(\delta)}{R(\delta)} \quad (5.2.4)$$

reescrevendo (5.2.2), obtém-se:

$$R(\delta)u_c(k) = T(\delta)y_r(k) - S(\delta)y(k) \quad (5.2.5)$$

onde:

$$R(\delta) = \delta^{n_r} + r_1\delta^{n_r-1} + \dots + r_{n_r} \quad (5.2.6)$$

$$S(\delta) = s_0\delta^{n_s} + s_1\delta^{n_s-1} + \dots + s_{n_s} \quad (5.2.7)$$

$$T(\delta) = t_0A_o(\delta) \quad (5.2.8)$$

com:

n_r - grau do polinômio R

n_s - grau do polinômio S

O polinômio $A_o(\delta)$, que pode ser interpretado como um polinômio observador, é especificado pelo usuário. A escolha de sua ordem e dos seus coeficientes depende da estrutura a ser adotada para o controlador, e do polinômio característico que se deseja obter para o sistema em malha fechada.

Introduz-se, ainda, um modelo que representa a malha fechada desejada. Este pode ser especificado como um conjunto de valores complexos, correspondendo às respostas

desejadas do sistema em malha fechada em frequências pré-selecionadas, ou como uma função de transferência do tipo:

$$G_m(\delta) = \frac{B_m(\delta)}{A_m(\delta)} \quad (5.2.9)$$

que, no projeto do controlador, é calculada obtendo os valores correspondentes às frequências acima citadas.

O problema é projetar um controlador, tal que a resposta do sistema em malha fechada coincida com a resposta desejada, $G_m(\delta)$, nos pontos de frequência pré-selecionados.

Introduz-se, pois, o conjunto de frequências:

$$\Omega = \{w_j\}_{j=1}^m \quad (5.2.10)$$

e o conjunto:

$$D = \{\gamma_j\}_{j=1}^m = \left\{ \frac{e^{iw_j T} - 1}{T} \right\}_{j=1}^m \quad (5.2.11)$$

onde:

- T - período de amostragem
- i - denota número complexo
- m - número inteiro

De posse do conjunto Ω , deve-se estimar o modelo do sistema para as frequências deste conjunto. Isto é feito, utilizando-se um método de estimação "on line", resultando nas estimativas:

$$\hat{G}_W = \left\{ \hat{G} \left(\frac{e^{iw_j T} - 1}{T} \right) \right\}_{j=1}^m \quad (5.2.12)$$

A partir de \hat{G}_W , aplica-se o método proposto por Lilja(1990) e utilizado por Wittenmark & Källén (1990) para determinar os parâmetros do controlador.

5.3. Projeto do Controlador

Neste procedimento de projeto, a partir de dados relativos ao comportamento do sistema nas frequências pré-selecionadas, ajusta-se o sistema em malha fechada ao modelo $G_m(\delta)$, definido anteriormente. Após uma série de cálculos no domínio da frequência, o projeto do controlador recai na solução de um problema mínimos quadrados a cada instante de amostragem.

5.3.1. Descrição do método

A função de transferência resultante é obtida a partir de (5.2.1) e (5.2.5):

$$R(\delta)y(k) = G(\delta)T(\delta)y_r(k) - G(\delta)S(\delta)y(k) \quad (5.3.1)$$

ou:

$$(R(\delta) + G(\delta)S(\delta))y(k) = G(\delta)T(\delta)y_r(k) \quad (5.3.2)$$

obtendo:

$$G_{cl}(\delta) = \frac{y(k)}{y_r(k)} = \frac{G(\delta)T(\delta)}{R(\delta) + G(\delta)S(\delta)} \quad (5.3.3)$$

Define-se, então, o erro de malha fechada relativo ao modelo como:

$$E_r(\delta) = \frac{G_{cl}(\delta) - G_m(\delta)}{G_{cl}(\delta)} \quad (5.3.4)$$

Combinando-se esta equação com (5.3.3) e (5.2.8):

$$E_r(\delta) = \left[\frac{G(\delta)T(\delta)}{R(\delta) + G(\delta)S(\delta)} - G_m(\delta) \right] \frac{R(\delta) + G(\delta)S(\delta)}{G(\delta)T(\delta)} \quad (5.3.5)$$

$$E_r(\delta) = 1 - \frac{G_m(\delta)[R(\delta) + G(\delta)S(\delta)]}{G(\delta)T(\delta)} \quad (5.3.6)$$

$$E_r(\delta) = 1 - \frac{G_m(\delta)R(\delta)}{G(\delta)T(\delta)} - \frac{G_m(\delta)S(\delta)}{T(\delta)} \quad (5.3.7)$$

$$E_r(\delta) = 1 - \frac{G_m(\delta)}{G(\delta)A_o(\delta)} \frac{R(\delta)}{t_0} - \frac{G_m(\delta)}{A_o(\delta)} \frac{S(\delta)}{t_0} \quad (5.3.8)$$

ou, de outra forma,

$$E_r(\delta) = 1 - F_R(\delta) \frac{R(\delta)}{t_0} - F_S(\delta) \frac{S(\delta)}{t_0} \quad (5.3.9)$$

com:

$$F_R(\delta) = \frac{G_m(\delta)}{G(\delta)A_o(\delta)} \quad (5.3.10)$$

e

$$F_S(\delta) = \frac{G_m(\delta)}{A_o(\delta)} \quad (5.3.11)$$

Da equação (5.3.9), escreve-se a parametrização do controlador como:

$$\theta_{ctl} = \frac{1}{t_0} (1, r_1, \dots, r_{n_r}, s_0, \dots, s_{n_s})^T \quad (5.3.12)$$

Define-se, ainda, os vetores:

$$\phi_R(\delta) = F_R(\delta) [\delta^{n_r} \quad \delta^{n_r-1} \quad 1] \quad (5.3.13)$$

$$\phi_S(\delta) = F_S(\delta) [\delta^{n_s} \quad \delta^{n_s-1} \quad 1] \quad (5.3.14)$$

e

$$\phi(\delta) = [\phi_R(\delta) \quad \phi_S(\delta)] \quad (5.3.15)$$

que garantem a linearidade de θ_{ctl} em $E_r(\delta)$.

Sendo a função de custo:

$$V = \sum_{j=1}^m |w_j E_r(\delta)|^2 \quad (5.3.16)$$

e introduzindo-se os vetores:

$$\mathbf{E} = [w_1 \operatorname{Re} E_r(\delta_1) \dots w_2 \operatorname{Re} E_r(\delta_2) \dots w_1 \operatorname{Im} E_r(\delta_1) \dots w_2 \operatorname{Im} E_r(\delta_2) \dots]^T \quad (5.3.17)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} w_1 \operatorname{Re} \phi(\delta_1) \\ w_2 \operatorname{Re} \phi(\delta_2) \\ \vdots \\ w_m \operatorname{Re} \phi(\delta_m) \\ w_1 \operatorname{Im} \phi(\delta_1) \\ w_2 \operatorname{Im} \phi(\delta_2) \\ \vdots \\ w_m \operatorname{Im} \phi(\delta_m) \end{bmatrix}, \quad \psi_w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

Pode-se reescrever a função de custo como:

$$V = (\Phi \theta_{ctl} - \psi_w)^T (\Phi \theta_{ctl} - \psi_w) \quad (5.3.19)$$

Com isto, ajusta-se o problema do projeto do controlador com dados no domínio da frequência a um problema mínimos quadrados comum resolvido a cada instante de amostragem, obtendo-se um controlador adaptativo. As ponderações w_j são utilizadas com o objetivo de dar maior relevância para os dados de uma ou outra frequência. Neste capítulo, o erro é definido como sendo relativo garantindo, automaticamente, peso igual para todas as frequências e fazendo com que a escolha natural para os valores de w_j seja 1.

5.4. Estimação dos Parâmetros

O projeto do controlador ajusta a malha fechada G_{cl} a uma resposta desejada para o conjunto de frequências Ω . Para tal, utiliza-se um banco de filtros sintonizados em cada frequência particular. Cada estimador usa um modelo de baixa ordem a partir dos dados filtrados. A estrutura do sistema resultante é ilustrada na figura 5.1.

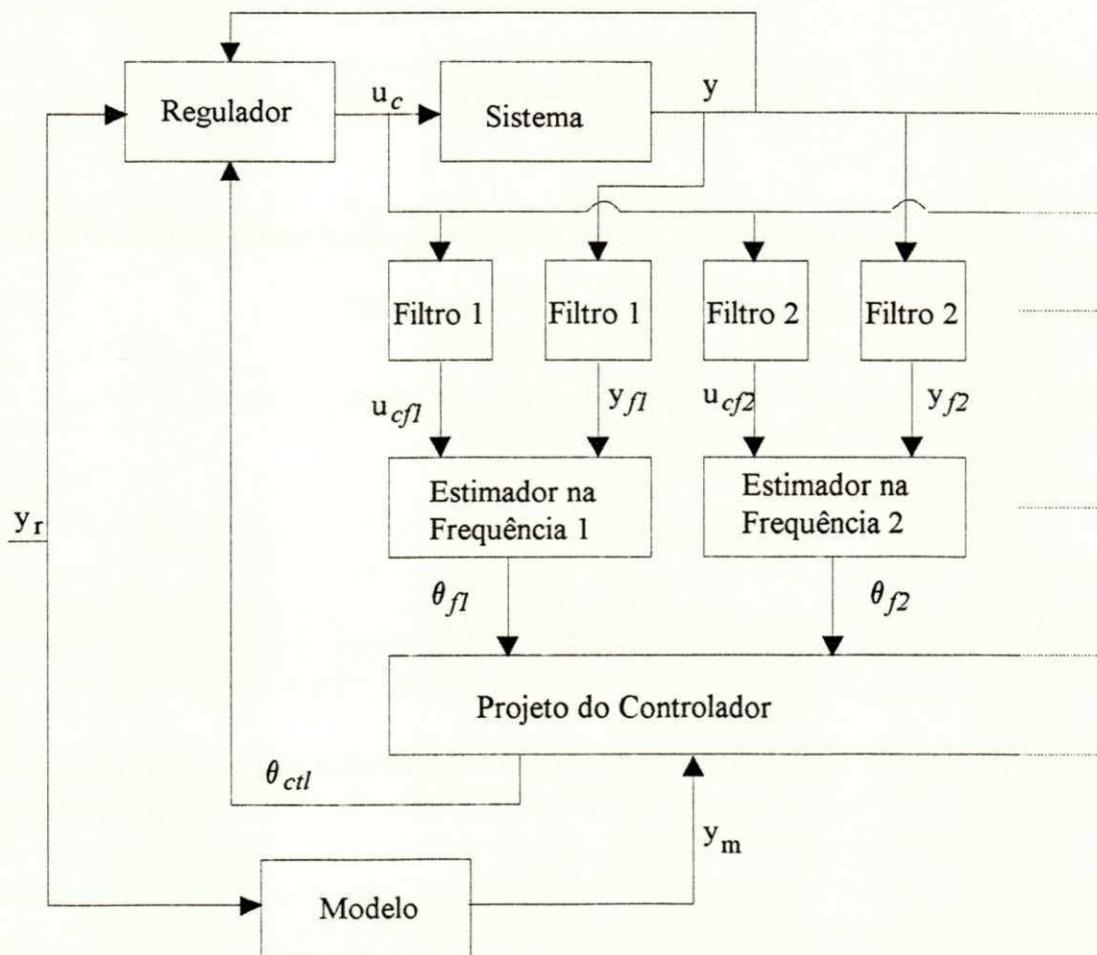


Figura 5.1 - Diagrama em blocos do sistema resultante em malha fechada.

5.4.1. Modelos utilizados

O sucesso da implementação de projetos utilizando o procedimento descrito na seção anterior depende de uma filtragem seletiva bem feita. Para cada uma das frequências escolhidas deve-se projetar um filtro com uma banda de passagem o mais estreita possível, centralizada na frequência de interesse com ganho próximo de 1. Fazendo-se passar os sinais de entrada e saída por filtros como estes, pode-se estimar o sistema para aquela frequência, aproximando-o por um dos seguintes modelos:

$$H_j(\delta) = \frac{b_0}{\delta + a_0} \quad (5.4.1)$$

quando o filtro apresentar banda de passagem estreita o suficiente, ou:

$$H_j(\delta) = \frac{b_0}{\delta^2 + a_1\delta + a_0} \quad (5.4.2)$$

ou

$$H_j(\delta) = \frac{b_1\delta + b_0}{\delta + a_0} \quad (5.4.3)$$

para bandas de passagem mais largas. A figura 5.2 mostra exemplos de filtragem com os modelos possíveis.

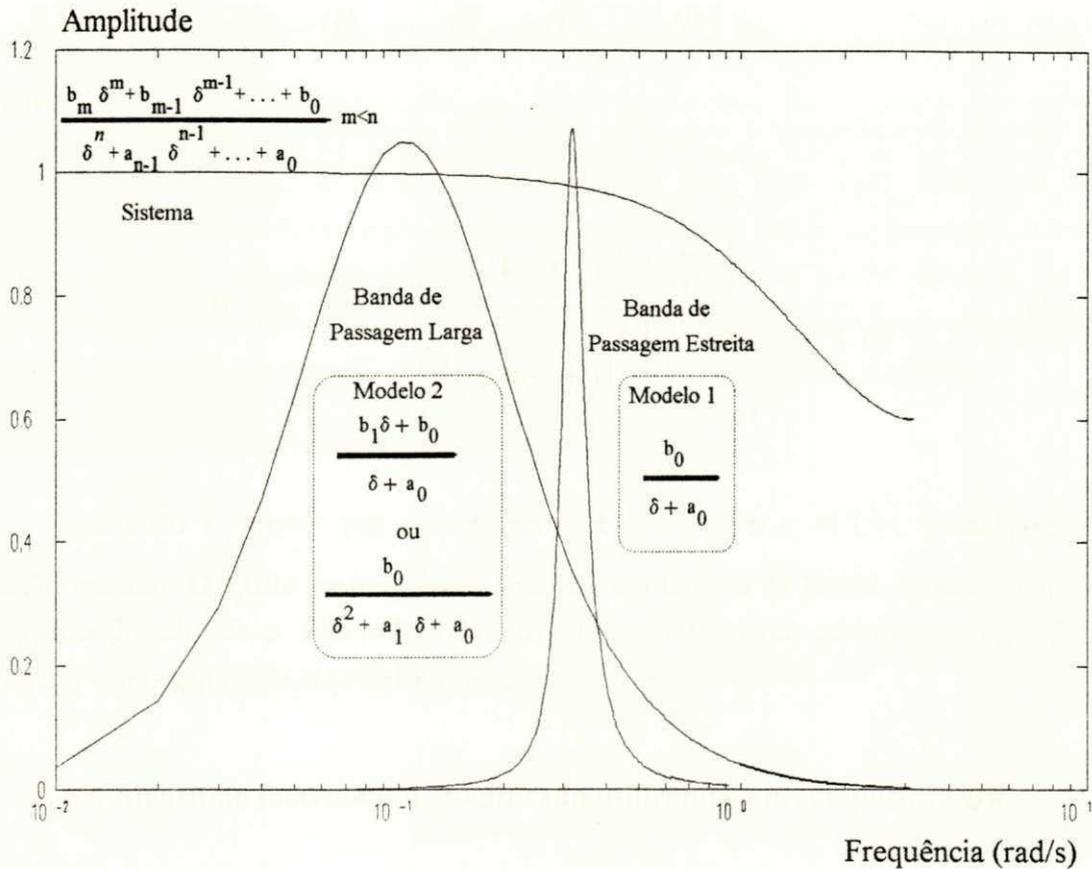


Figura 5.2 - Modelos reduzidos adotados em cada tipo de filtragem seletiva.

5.4.2. Filtragem

Existem várias técnicas de projeto de filtros disponíveis na literatura, que atendem as especificações colocadas (Openheim & Schaffer (1989)). Filtros digitais são normalmente obtidos através da conversão de projetos contínuos para equivalentes na transformada discreta empregada. Coeficientes de filtros de Chebyshev e Butterworth estão tabelados em função do desempenho desejado em várias publicações, o que torna simples o projeto de filtros passa baixas. Uma técnica usual para projetar filtros passa faixa envolve o uso da transformação geométrica de filtros passa baixas. Uma discussão detalhada desta abordagem pode ser encontrada em Stanley (1975).

Neste trabalho, utiliza-se a técnica apresentada em Wittenmark & Källén (1990) para o operador "q", e transformada para o operador delta. Esta, consiste em construir filtros da forma:

$$H_{f_j}(\delta) = H_{f_j}^1(\delta) H_{f_j}^2(\delta) \dots H_{f_j}^n(\delta) \quad (5.4.4)$$

onde:

$$H_{f_j}^i(\delta) = \frac{(1-r_i)\left(\delta^2 + \frac{2}{T}\delta\right)}{\delta^2 + \frac{2}{T}(r_i \cos \varphi_i + 1) + \frac{(r_i^2 + 2 \cos \varphi_i + 1)}{T^2}} \quad (5.4.5)$$

Ajustando r_i menor que, mas próximo a 1,0 ($0,9 \leq r_i < 1,0$), garante-se um ganho unitário. O ajuste na frequência desejada e a largura da banda de passagem vão depender do valor de φ_i e da ordem do filtro utilizado. Filtros de quarta ordem ($i = 2$ em (5.4.4)) garantem resultados satisfatórios.

5.4.3. Algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR

A possibilidade de aproximar o sistema em cada frequência escolhida por sistemas de primeira ordem, viabiliza o uso do algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR no projeto de controladores para qualquer sistema. Esta aproximação garante que o tempo gasto nos cálculos de cada estimador seja pequeno. Conforme visto no apêndice A, o crescimento da ordem do sistema implica num crescimento não linear no tempo consumido nos cálculos da decomposição QR. Isto pode inviabilizar, do ponto de vista prático, a implementação de sistemas de controle utilizando o referido algoritmo como estimador. As características deste algoritmo até agora estudadas são mantidas, incrementando, ainda, a sua capacidade de verificação da quantidade de excitação presente no bloco de dados quando do cálculo das estimativas.

A implementação da zona morta suave, apresentada na seção 3.5 deste trabalho, torna-se desnecessária devido às características da filtragem realizada na entrada dos estimadores para cada uma das frequências escolhidas. A filtragem passa faixa seletiva para uma dada frequência elimina o efeito das dinâmicas não modeladas, resolvendo o problema colocado na referida seção.

O algoritmo estimador utilizado é o mínimos quadrados incremental usando as modificações introduzidas na seção 3.3. A vantagem adicional implementada aqui, é que ao se impor que o sistema estimado seja de primeira ordem, faz-se com que o cálculo dos autovalores deixe de ser uma tarefa demorada em termos de tempo computacional. Para sistemas como estes, obtém-se uma matriz de segunda ordem do tipo:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (5.4.6)$$

seus autovalores são encontrados, resolvendo:

$$\det|\lambda I - A| = 0 \quad (5.4.7)$$

o que leva de forma direta à:

$$\lambda_{1,2} = \frac{a+d \pm \sqrt{(a+d)^2 - 4(ad-cb)}}{2} \quad (5.4.8)$$

Assim, o teste do valor do determinante de $\psi^*(k)$, apresentado no capítulo 3, é substituído por uma avaliação individual de cada um dos seus dois autovalores. Isto é feito antes de processar a decomposição QR de $\psi^*(k)$. Após o cálculo do seu traço, sendo este superior ao valor mínimo requerido, calcula-se o valor dos autovalores de $\psi^*(k)$, conforme a equação (5.4.8). A condição referente ao determinante de $\psi^*(k)$ é, então, substituída, passando-se a utilizar os autovalores recém-calculados. São estabelecidos valores mínimos para os autovalores de forma análoga a (3.4.10), ou seja:

$$\lambda^N_{1,2} < \lambda_{1,2 \min} \leq \lambda^S_{1,2} \quad (5.4.9)$$

permitindo que as estimativas prossigam sempre que:

$$\lambda_1(\psi^*(k)) > \lambda_{1 \min} \quad (5.4.10)$$

e

$$\lambda_2(\psi^*(k)) > \lambda_{2 \min} \quad (5.4.11)$$

Contorna-se, desta forma, os casos extremos citados em Barros (1990), sem que seja necessário implementar o algoritmo utilizando a decomposição de Schur. Neste

novo teste, as estimativas prosseguem somente quando todos autovalores forem maiores que os seus valores mínimos estabelecidos. Basta, então, que um deles seja inferior ao seu mínimo para que os cálculos sejam interrompidos, mantendo-se as estimativas no último valor obtido.

Observação:

A partir da equação (5.4.7) pode-se escrever a equação característica da matriz A:

$$\lambda^2 - \underbrace{(a+d)}_{tr = \lambda_1 + \lambda_2} \lambda + \underbrace{ad - bc}_{det = \lambda_1 \lambda_2} \tag{5.4.12}$$

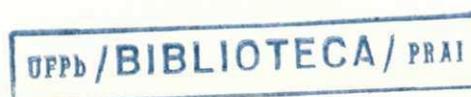
Desta forma em sistemas onde o tempo de cálculo for um fator crítico, pode-se manter o teste apresentado no capítulo 3 implementando-o antes da realização da decomposição QR. Pode-se inclusive suprimir esta decomposição rearranjando o algoritmo apresentado naquele capítulo. Na sequência deste trabalho não são considerados sistemas como estes, ficando esta observação como uma sugestão para trabalhos futuros.

5.5. Parâmetros de projeto

Não é necessário fazer qualquer consideração a priori sobre a ordem, atrasos ou outras propriedades do sistema, o que é muito interessante do ponto de vista prático. Além do período de amostragem adotado, faz-se necessário especificar:

Conjunto de frequências Ω

As frequências que compõem o conjunto Ω devem ser escolhidas na região de frequências onde se deseja e se espera um bom ajuste entre o sistema em malha fechada a ser obtido e o modelo desejado. Deve-se escolher uma faixa de frequências que vá das baixas, para garantir que o comportamento obtido seja satisfatório no regime estacionário, até frequências ligeiramente acima da faixa de passagem do modelo especificado. De acordo com Wittenmark & Källén (1990), o número ideal de frequências para obter um bom resultado está perto do número necessário para garantir que o conjunto de equações tenha solução, enquanto que, a escolha de um número muito grande de frequências resulta em erros no ajuste do controlador obtido que comprometem seu desempenho sobre todas as frequências.



Malha fechada desejada $G_m(\delta)$

Este parâmetro de projeto pode ser fornecido tanto como um conjunto de valores complexos referentes às frequências escolhidas, como na forma de uma função de transferência. Neste segundo caso, os valores complexos são calculados para cada uma das frequências. Na escolha do modelo desejado, é importante observar a banda de passagem que se está esperando obter, já que é a partir dela que se define a estrutura do controlador. Uma escolha não apropriada pode levar a problemas sem solução.

Dinâmica do observador $A_o(\delta)$

A regra básica, normalmente adotada nos projetos de alocação de pólos, que sugere que o polinômio observador seja pelo menos tão rápido quanto os pólos em malha fechada desejados, também funciona neste procedimento de projeto. Com relação a ordem de $A_o(\delta)$, lembra-se que o controlador tem um atraso mínimo se a ordem do polinômio T for igual à ordem do polinômio R ; isto torna natural a escolha da ordem de $A_o(\delta)$ igual à de R . Deve-se observar, ainda, que quando se controla um sistema de ordem alta com um controlador de ordem baixa, impõem-se restrições com relação à banda de passagem da malha fechada e à velocidade do observador possíveis de obter.

Estrutura do controlador

A escolha natural para o grau de R e S é que $n_r \geq n_s$. Através de modificações simples nas funções $F_R(\delta)$ e $F_S(\delta)$, é possível incorporar fatores pré-especificados nos polinômios $R(\delta)$ e $S(\delta)$. Isto é feito, introduzindo-se:

$$R(\delta) = R_1(\delta) \cdot R_2(\delta) \quad (5.5.1)$$

e

$$S(\delta) = S_1(\delta) \cdot S_2(\delta) \quad (5.5.2)$$

com R_1 e S_1 sendo as partes fixas dos polinômios. Se, por exemplo, deve-se incluir integração no controlador, a parte pré-especificada de R é escolhida como:

$$R_1(\delta) = \delta \quad (5.5.3)$$

e a função F_R modificada para:

$$R_1(\delta)F_R(\delta) = \delta F_R(\delta) \quad (5.5.4)$$

5.6. Exemplos de Simulação

São simulados três exemplos para verificar o funcionamento do projeto de controladores estudado neste capítulo. No primeiro, impõe-se uma variação paramétrica abrupta em um dado instante da simulação; no segundo, uma variação gradual e, por fim, no terceiro, verifica-se o comportamento face a um intervalo com ausência de excitação e uma variação paramétrica abrupta durante este intervalo.

5.6.1. Condições para as simulações

O período de amostragem adotado é 0,5 segundos. O sistema utilizado nos três exemplos é a versão discreta no operador delta, de:

$$\frac{B}{A} = \frac{6,0}{(S + 1,0)(S + 2,0)(S + 3,0)}$$

ou seja:

$$\frac{B}{A} = \frac{0,1216\delta^2 + 0,9624\delta + 1,5464}{\delta^3 + 3,6048\delta^2 + 4,1824\delta + 1,5464}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{0,1216(\delta + 5,6726)(\delta + 2,2418)}{(\delta + 1,5516)(\delta + 1,2659)(\delta + 0,7873)}$$

O sinal de referência é uma onda quadrada com amplitude variando de +2,0 a -2,0 e período 50 segundos. Adiciona-se um ruído branco, uniformemente distribuído entre +0,05 e - 0,05, como ruído de medição.

O modelo a ser seguido é a versão digital de:

$$\frac{B_m}{A_m} = \frac{1,3^2}{S^2 + 2,0 \times 0,8 \times 1,3S + 1,3^2}$$

ou seja:

$$\frac{B_m}{A_m} = \frac{0,2976(\delta + 3,4099)}{\delta^2 + 1,8004\delta + 1,0148}$$

e o polinômio observador:

$$A_o = (\delta + 0,6)^2$$

O conjunto Ω de frequências é escolhido com os seguintes valores:

$$\Omega = \{0,1; 0,3; 1,0\} \text{ rad/s}$$

Utiliza-se filtros discretos de quarta ordem obtendo:

$$H_{f_j}(\delta) = H^1_{f_j}(\delta)H^2_{f_j}(\delta)$$

com:

$$H^1_{f_j}(\delta) = H^2_{f_j}(\delta)$$

onde $H^i_{f_j}(\delta)$ é igual à equação (5.4.5). Os valores adotados para r_i e φ_i nos três filtros estão na tabela 5.1.

w_j	$r_i; i=1,2$	$\varphi_i; i=1,2$
0,1	0,95	$\pi/250$
0,3	0,97	$\pi/16$
1,0	0,95	$\pi/6,2$

Tabela 5.1 - Valores de r_i ; e φ_i ; adotados nos filtros para as frequências w_j escolhidas.

O módulo e a fase dos filtros e do sistema a ser controlado, são mostrados na figura 5.3.

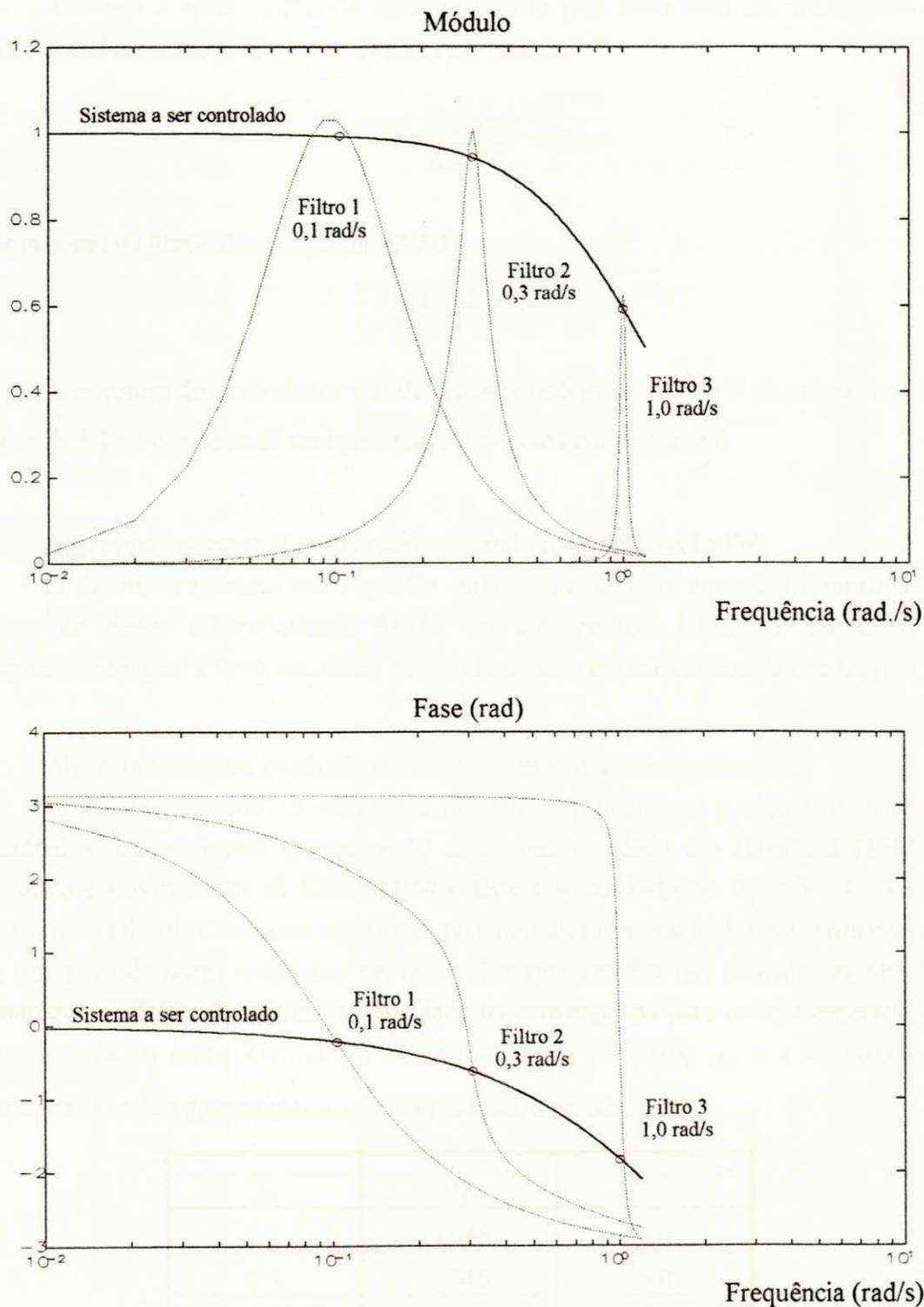


Figura 5.3 - Módulo e fase obtidos pelos filtros e pelo sistema a ser controlado. Os círculos indicam o valor exato na curva do sistema para módulo e fase nas frequências desejadas.

Adota-se a aproximação da equação (5.4.1) para cada uma das frequências. O valor inicial utilizado para os três sistemas é o mesmo:

$$\frac{0,5}{\delta + 0,5}$$

assim como os filtros $E(\delta)$ (equação (2.2.3)):

$$E(\delta) = \delta + 0,8$$

A estrutura do controlador é R de segunda ordem ($n_r = 2$) e S de primeira ordem ($n_s = 1$). Não é considerada nenhuma parte pré-fixada para o mesmo.

Algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR

O algoritmo estudado nos capítulos anteriores é utilizado aqui com o tamanho do bloco de dados arbitrariamente fixado em 200 pontos. Utiliza-se um fator de esquecimento igual a 0,98, escolhido de acordo com os critérios colocados na seção 3.2.

Algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento direcional

A fim de comparar os resultados obtidos, implementa-se o algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento direcional, estudado em Hägglund (1985) e utilizado em Wittenmark & Källén (1990). Este é sumarizado no Apêndice C. Vários testes são realizados com este algoritmo, tentando alcançar resultados satisfatórios para os três tipos de testes realizados. Os resultados apresentados são os melhores obtidos, tendo como critério de escolha a velocidade na convergência para o valor esperado e a sensibilidade ao ruído. Os valores utilizados para a constante α_p e a estimativa da variância do ruído de medição $v(k)$, estão indicados na tabela 5.2.

w_j	α_p	$v(k)$
0,1	0,045	5,0
0,3	0,015	5,0
1,0	1,5	3,9

Tabela 5.2 - Valores de α_p e $v(k)$ adotados no algoritmo mínimos quadrados com esquecimento direcional para cada frequência w_j .

5.6.2. Primeiro exemplo

Inserese uma variação paramétrica abrupta no instante 300 amostras. A variação imposta refere-se a um deslocamento nos pólos do sistema utilizado para:

$$\frac{B}{A} = \frac{0,1216(\delta + 5,6726)(\delta + 2,2418)}{(\delta + 1,6)(\delta + 1,4)(\delta + 0,9)}$$

ou

$$\frac{B}{A} = \frac{0,1216\delta^2 + 0,9624\delta + 1,5464}{\delta^3 + 3,9\delta^2 + 4,94\delta + 2,016}$$

não foi realizada qualquer variação nos zeros do sistema.

As figuras 5.4, 5.5 e 5.6, retratam o comportamento dos estimadores para este primeiro caso. A variação paramétrica desejada é obtida, simulando-a na ausência de ruído, e utilizando o estimador mínimos quadrados com esquecimento direcional para um e depois outro sistema.

Os valores para módulo e fase em malha aberta são obtidos avaliando estas grandezas a partir da expressão:

$$G_{est} = \frac{b_{0\ est}}{\frac{e^{iw_j T} - 1}{T} + a_{0\ est}}$$

a cada instante de amostragem, e para cada uma das frequências utilizadas. O valor desejado é obtido diretamente a partir do valor nominal do sistema simulado. Em quase todos os parâmetros estimados e nos módulos e fases em malha aberta, o estimador incremental modificado é mais veloz e preciso na convergência para os valores desejados.

A figura 5.7 mostra a saída desejada e a obtida utilizando como estimadores o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional. O resultado obtido com o algoritmo incremental é ligeiramente superior ao segundo, e a convergência ao modelo desejado é mais rápida apresentando oscilações menores.

Os valores obtidos a cada instante de amostragem para os parâmetros do controlador são apresentados nas figuras 5.8 e 5.9. Os dois estimadores apresentam resultados próximos com oscilações equivalentes.

Finalmente, na figura 5.10 tem-se o comportamento, módulo e fase obtido em malha fechada para as três frequências utilizadas no projeto em cada instante. Mais uma vez, o comportamento apresentado quando da utilização do estimador incremental modificado é ligeiramente superior ao outro testado. A fim de observar a resposta em malha fechada para uma gama maior de frequências (de $\omega_j = 0$ a $\omega_j = 2\pi$ rad/s), foi traçado o diagrama de Nyquist na figura 5.11, com o sistema obtido no instante de amostragem 970 amostras. O comportamento dos sistemas resultantes em relação ao modelo desejado são bons e praticamente iguais entre si.

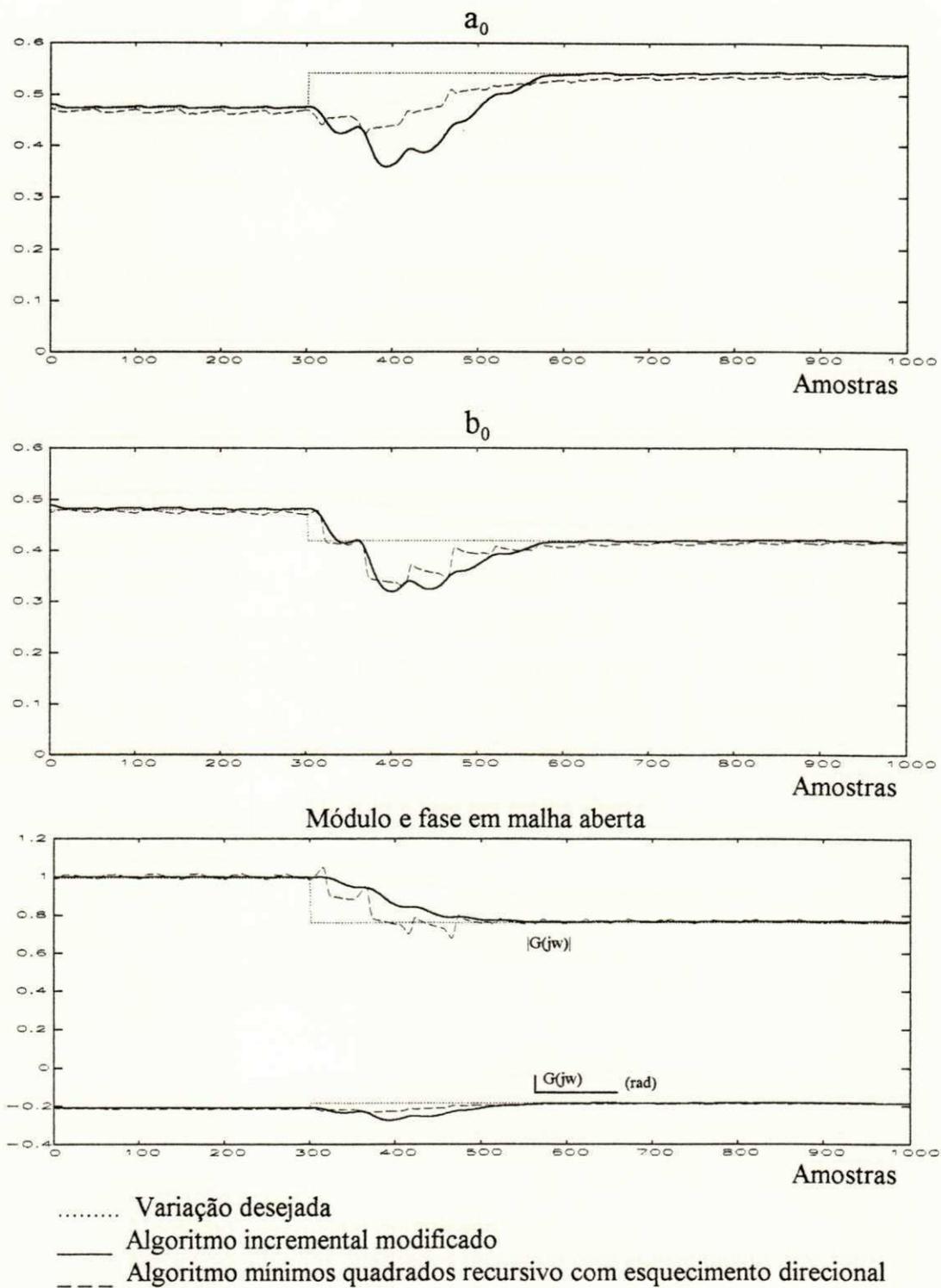


Figura 5.4 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta. Primeira frequência escolhida.

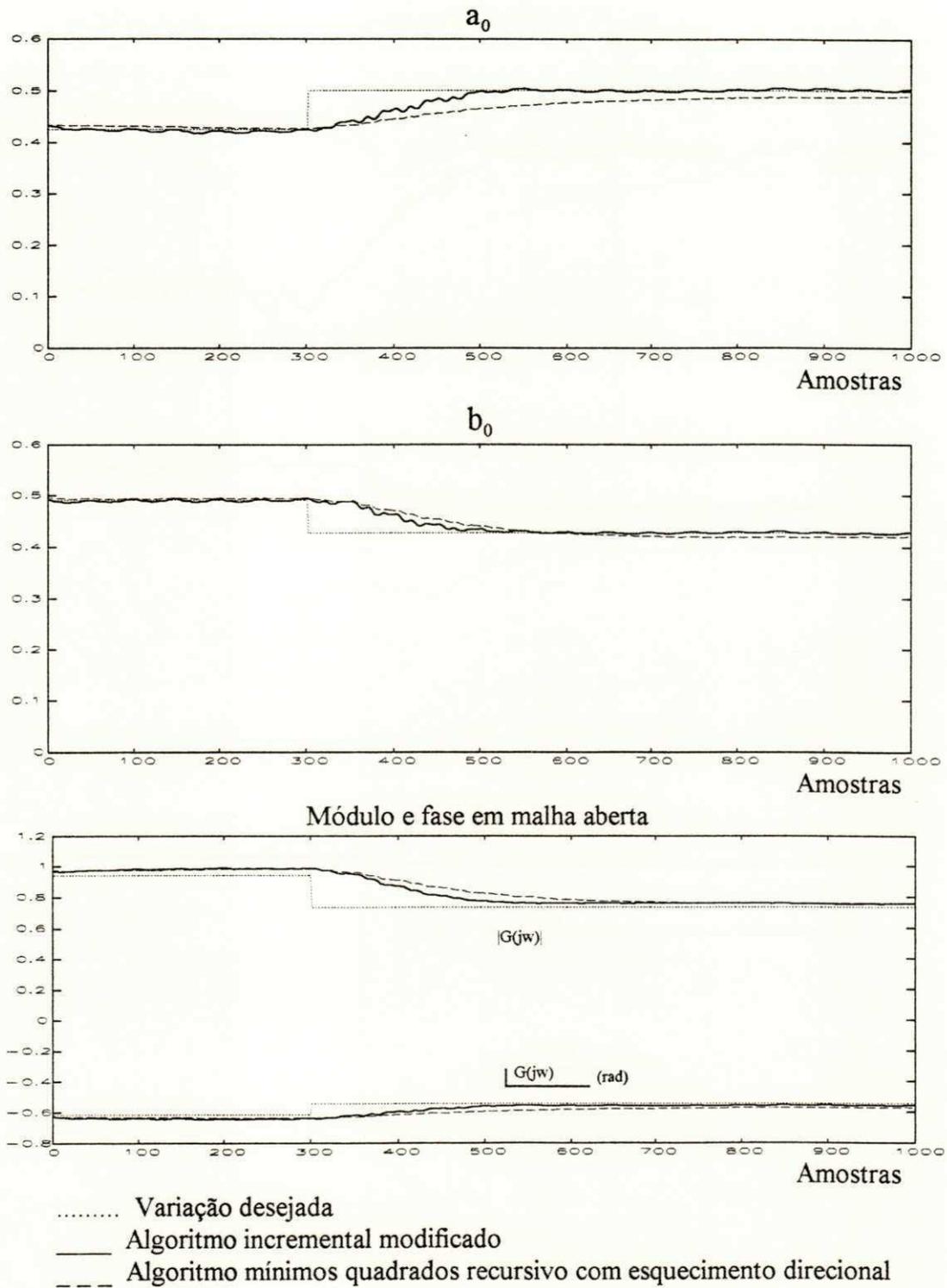


Figura 5.5 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta. Segunda frequência escolhida.

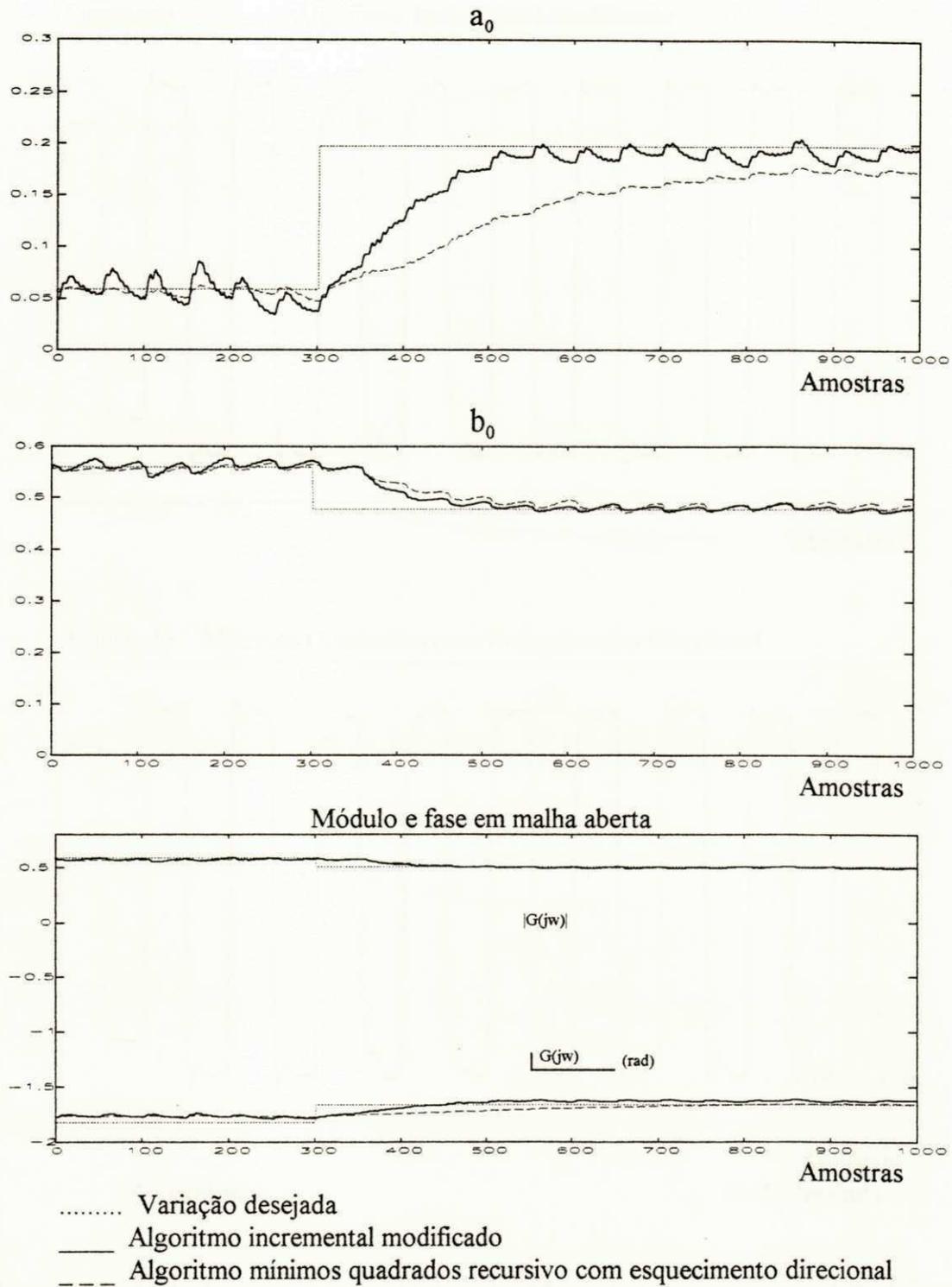


Figura 5.6 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta. Terceira frequência escolhida.

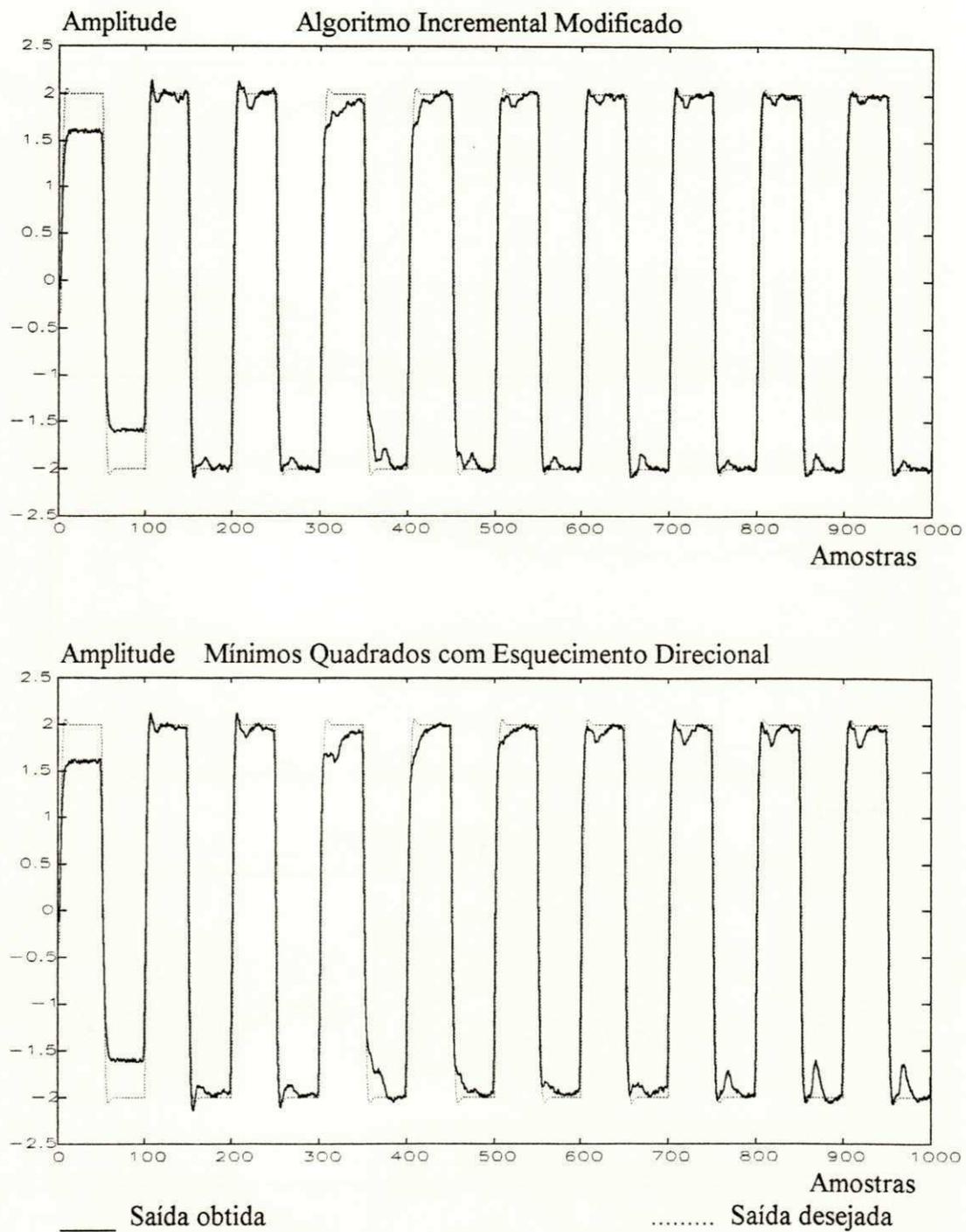


Figura 5.7 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional para estimar os parâmetros do sistema. Variação abrupta.

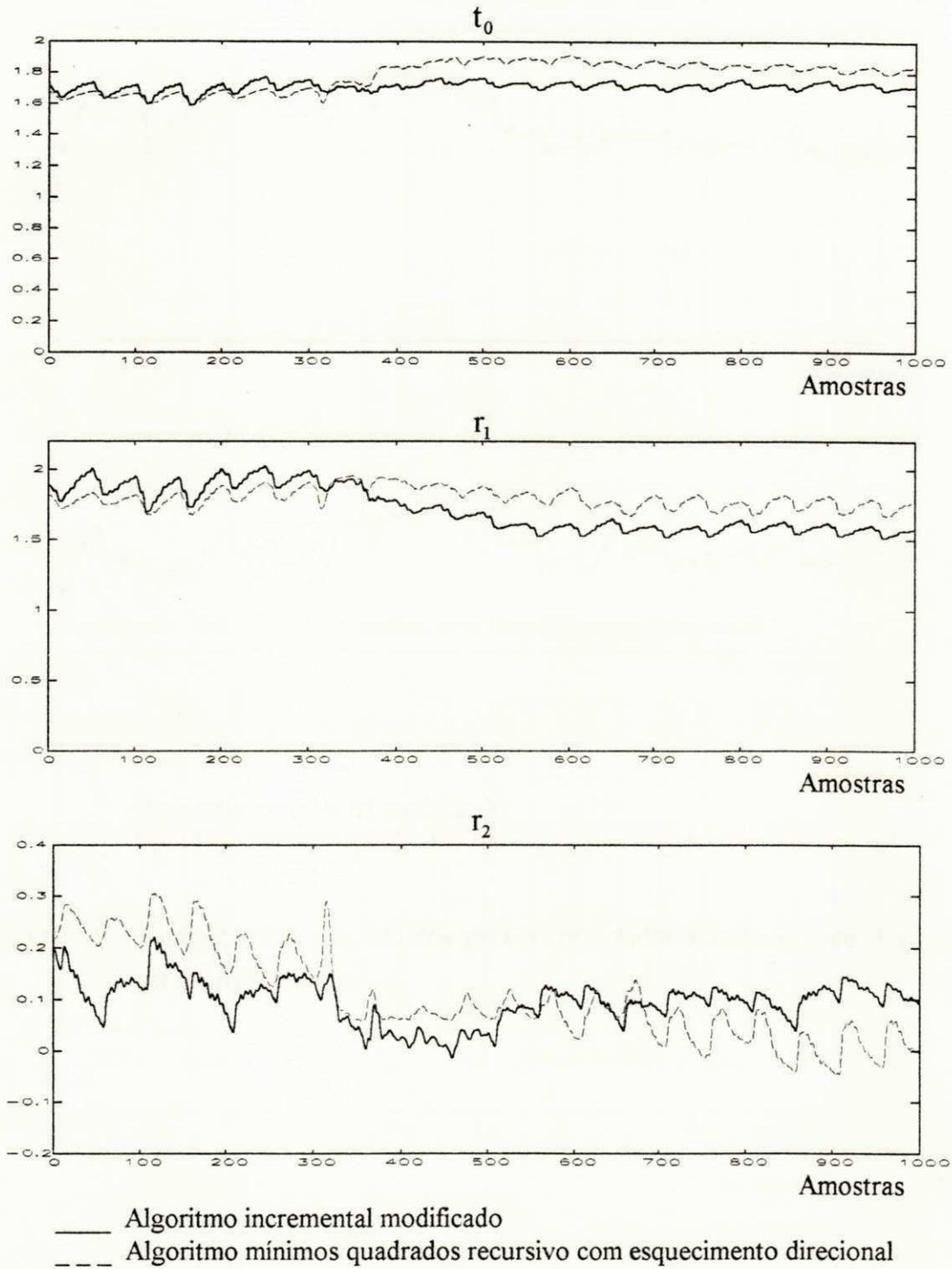


Figura 5.8 - Parâmetros t_0 , r_1 e r_2 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta.

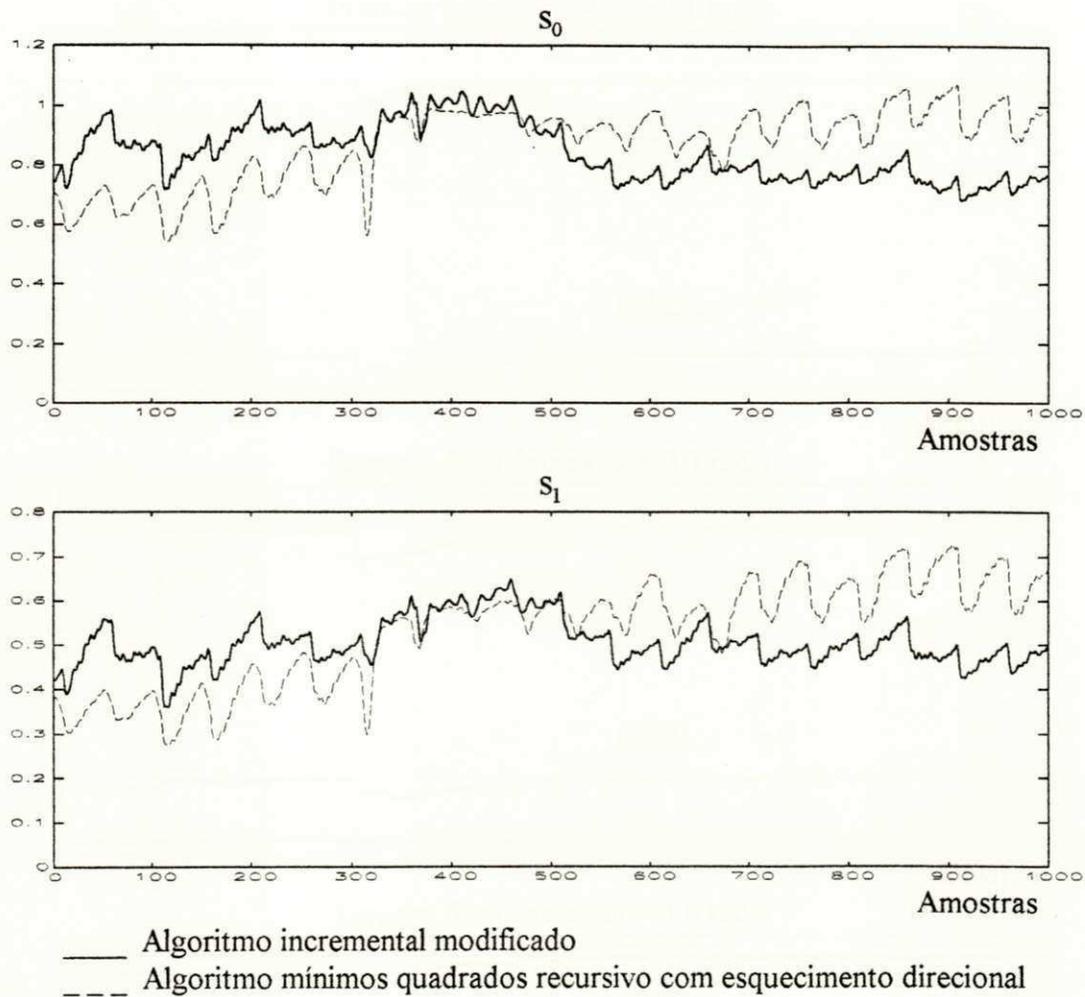


Figura 5.9 - Parâmetros S_0 e S_1 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta.

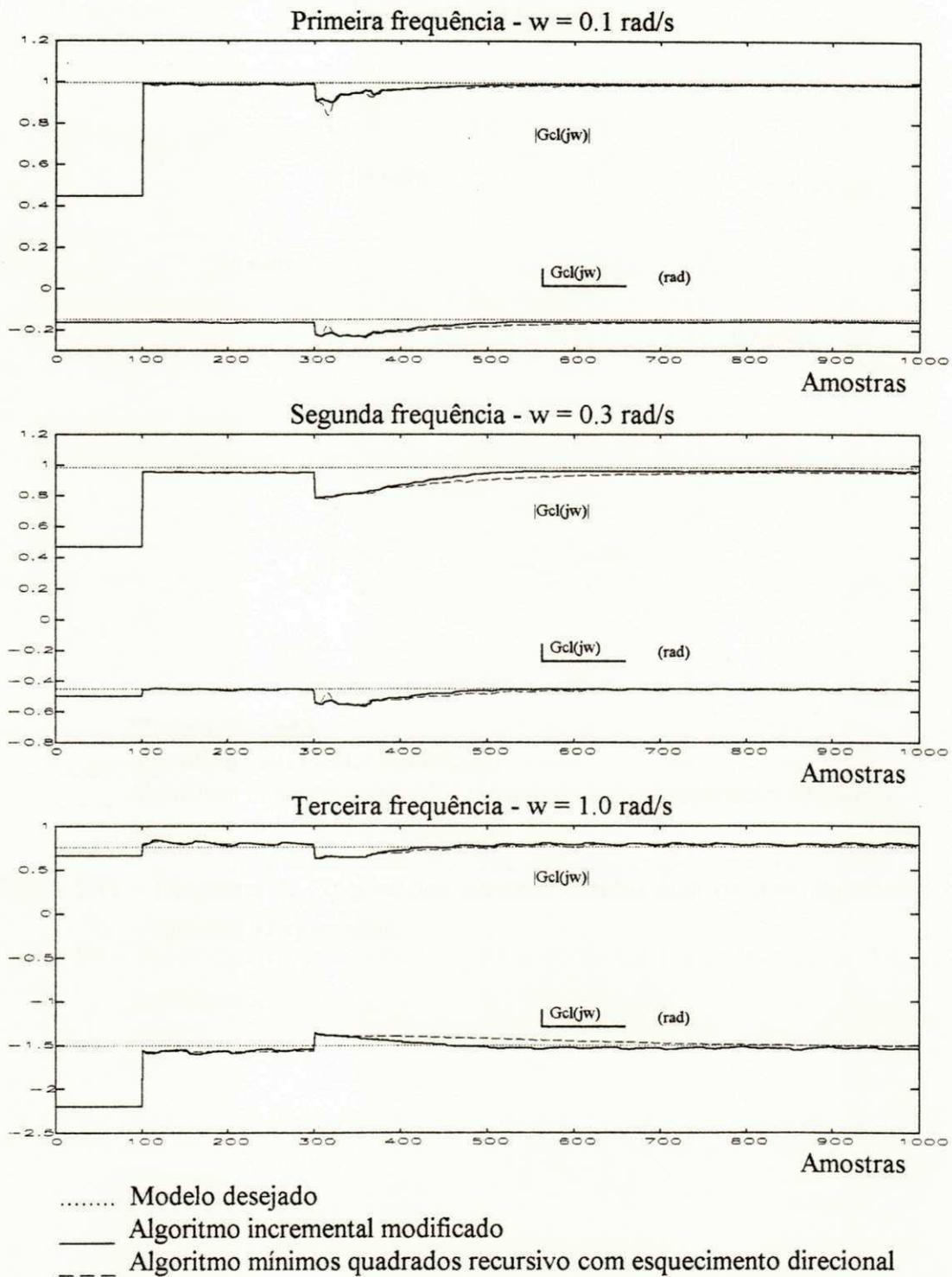


Figura 5.10 - Desempenho obtido em malha fechada - Módulo e Fase - para as três frequências, em cada instante, pelos dois algoritmos. Variação paramétrica abrupta.

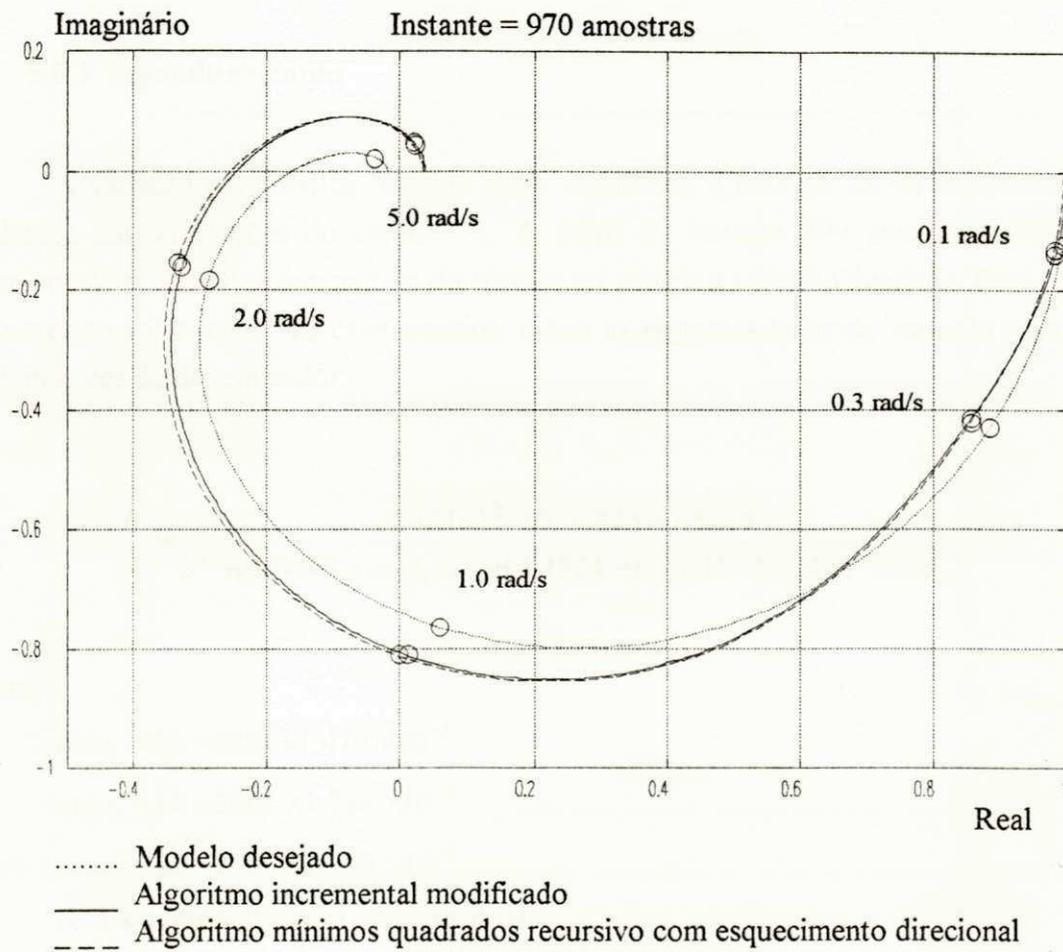


Figura 5.11 - Diagrama de Nyquist dos sistemas obtidos com os dois algoritmos no instante 970 amostras.

5.6.3. Segundo exemplo

A variação paramétrica imposta nesta sequência, é feita de forma semelhante à adotada nas simulações do capítulo 3. A partir do instante 300 amostras, varia-se lentamente o valor dos parâmetros do sistema até atingir a variação desejada. Este parte do mesmo valor inicial do caso anterior, e tem as seguintes taxas de variação para os coeficientes do denominador:

$$\frac{B}{A} = \frac{0,1216\delta^2 + 0,9624\delta + 1,5464}{\delta^3 + (3,6048 + taxa_1)\delta^2 + (4,1824 + taxa_2)\delta + (1,5464 + taxa_3)}$$

com:

$$taxa_1 = (k - 300) \times 1,476 \times 10^{-3}$$

$$taxa_2 = (k - 300) \times 3,788 \times 10^{-3}$$

$$taxa_3 = (k - 300) \times 2,348 \times 10^{-3}$$

com k representando a amostra atual

até atingir:

$$\frac{B}{A} = \frac{0,1216(\delta + 5,6726)(\delta + 2,2418)}{(\delta + 1,6)(\delta + 1,4)(\delta + 0,9)}$$

no instante 500 amostras, quando as taxas de variação são ajustadas para zero. Não é realizada qualquer mudança nos zeros do sistema.

Os resultados obtidos são semelhantes aos do caso anterior. A variação dos parâmetros para cada uma das frequências, o comportamento dos estimadores, o módulo e a fase obtidos a partir das estimativas, são mostrados nas figuras 5.12, 5.13 e 5.14. O estimador, utilizando o algoritmo incremental modificado, detecta e corrige mais rapidamente a variação paramétrica. A convergência para o módulo e fase desejados,

utilizando como estimador o algoritmo mínimos quadrados com esquecimento direcional, é melhor somente na primeira frequência.

O comportamento desejado e o obtido para a saída utilizando os dois estimadores estão na figura 5.15. Nas figuras 5.16 e 5.17, estão registrados os valores obtidos para os parâmetros do controlador a cada instante. O comportamento dos dois algoritmos é bastante similar ao longo de toda a simulação, o que pode ser novamente comprovado quando se comparam os resultados obtidos em malha fechada, módulo e fase, para cada instante de amostragem na figura 5.18, onde a superioridade do algoritmo incremental é bem pequena. Por fim, verifica-se o comportamento em malha fechada do sistema obtido no instante 950 amostras, para a faixa de frequências de $\omega_j = 0$ a $\omega_j = 2\pi$ rad/s registrado na figura 5.19. Os resultados, apresentados em um diagrama de Nyquist, são bem próximos um do outro, e satisfatórios em relação ao modelo.

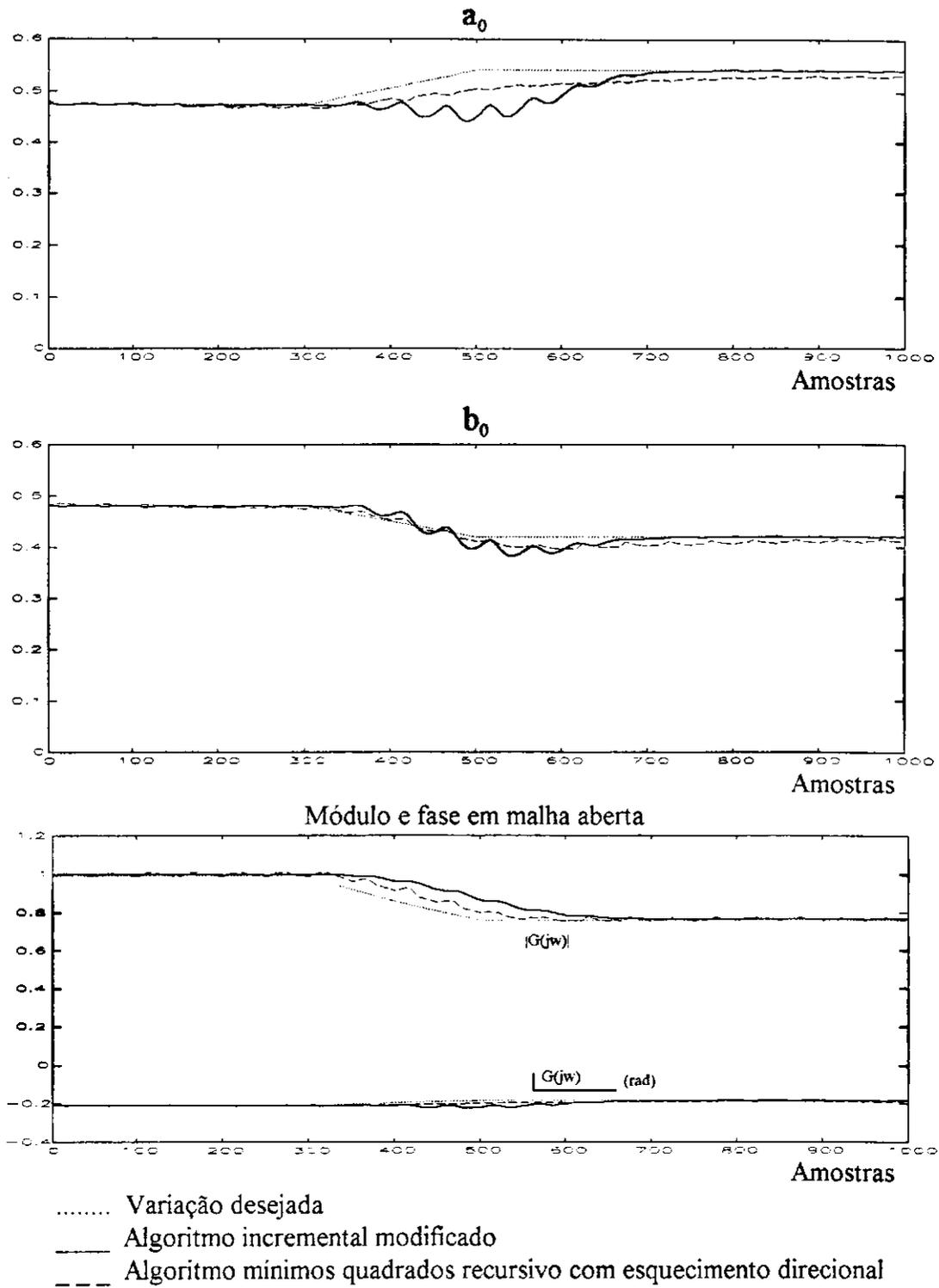


Figura 5.12 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica lenta. Primeira frequência escolhida.

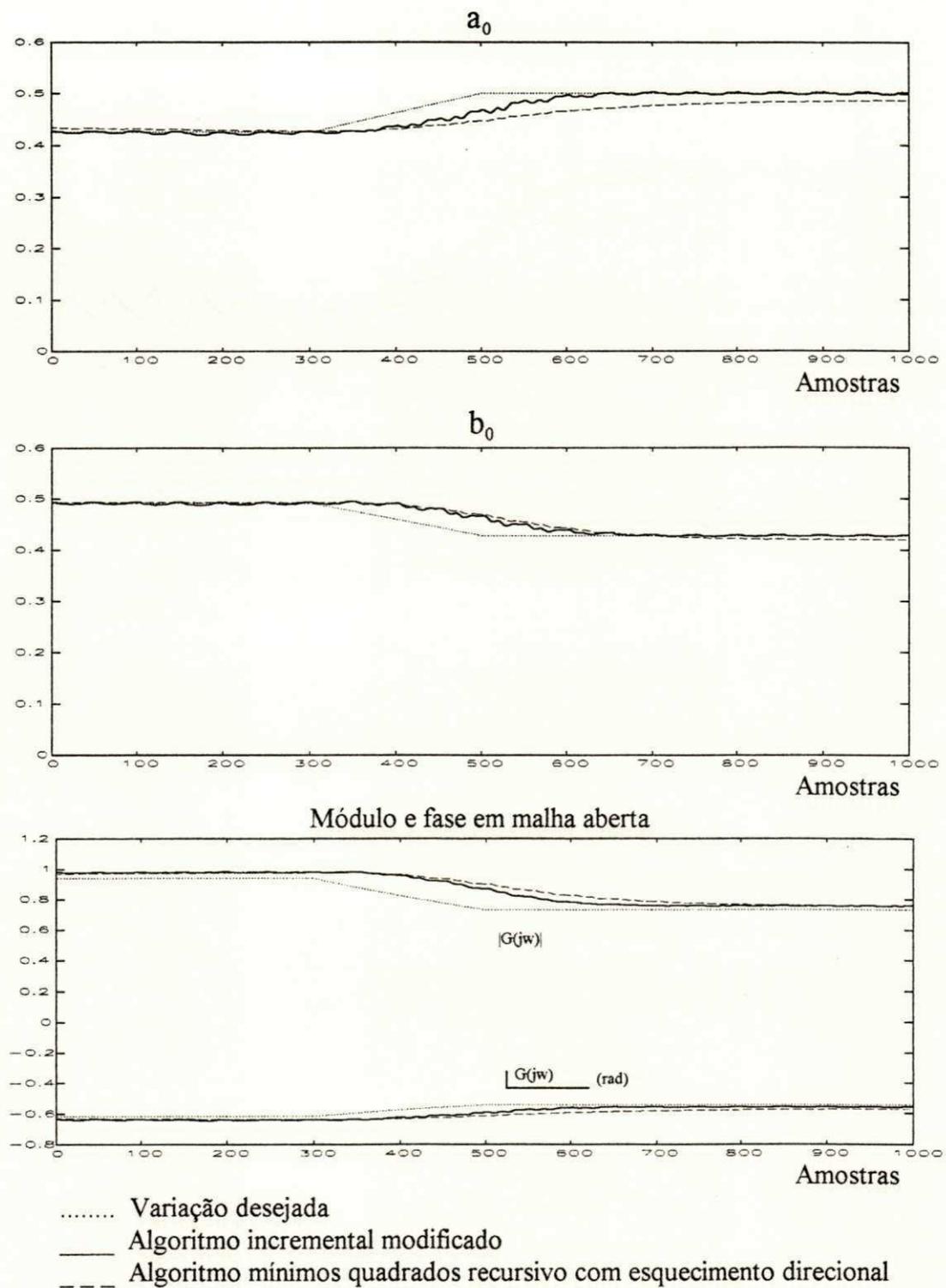


Figura 5.13 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica lenta. Segunda frequência escolhida.

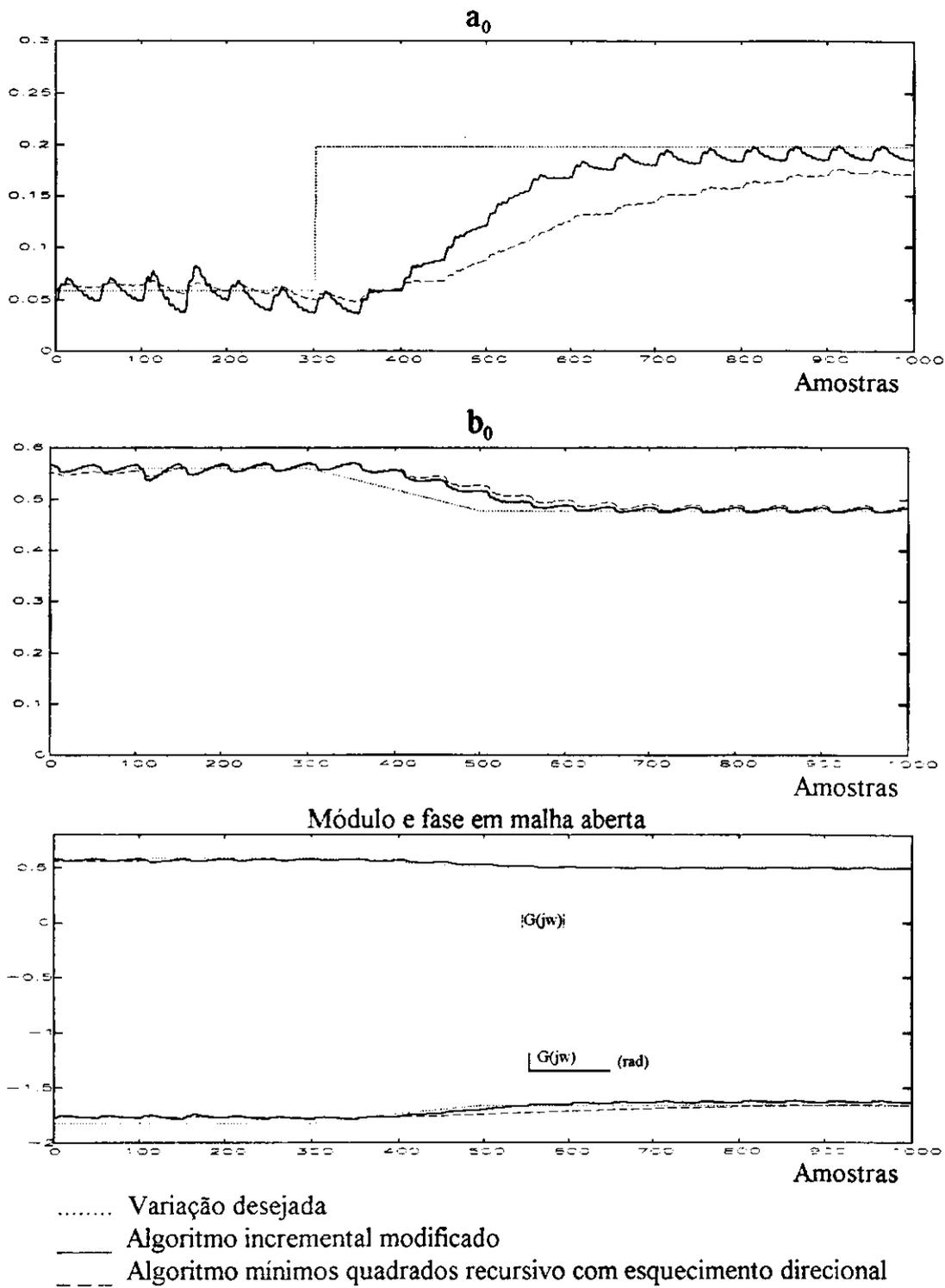


Figura 5.14 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica lenta. Terceira frequência escolhida.

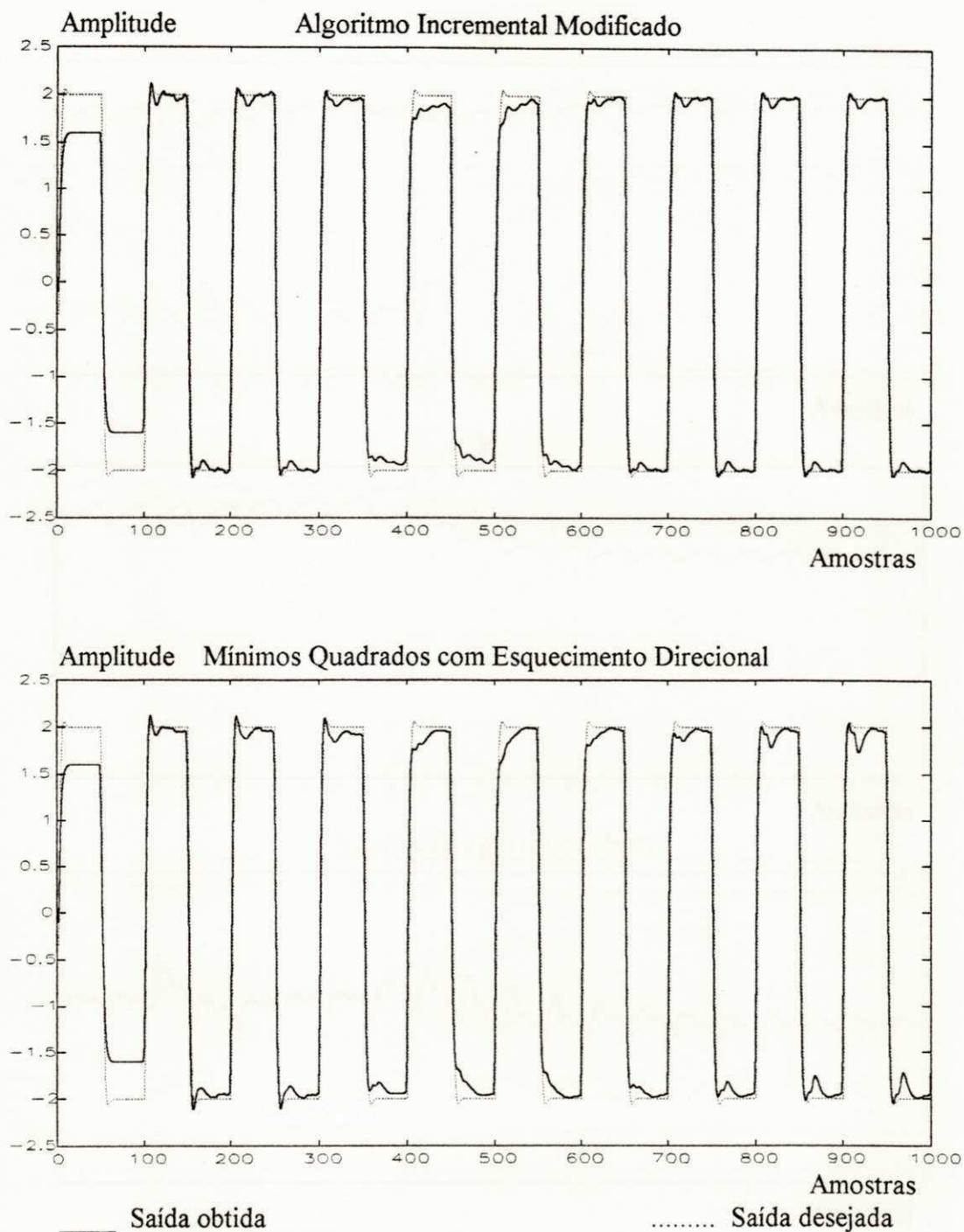


Figura 5.15 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional para estimar os parâmetros do sistema. Variação lenta.

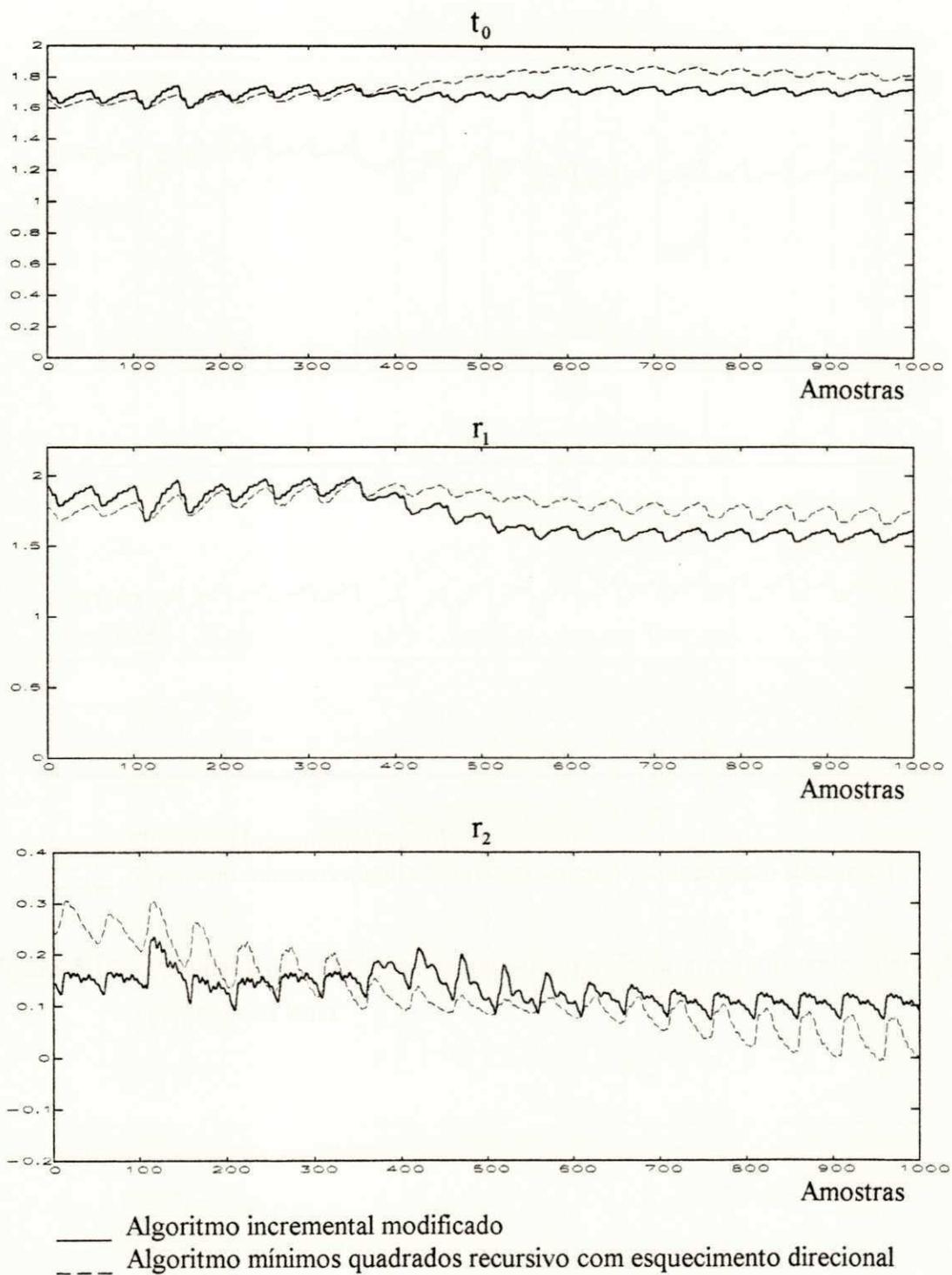


Figura 5.16 - Parâmetros t_0 , r_1 e r_2 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica lenta.

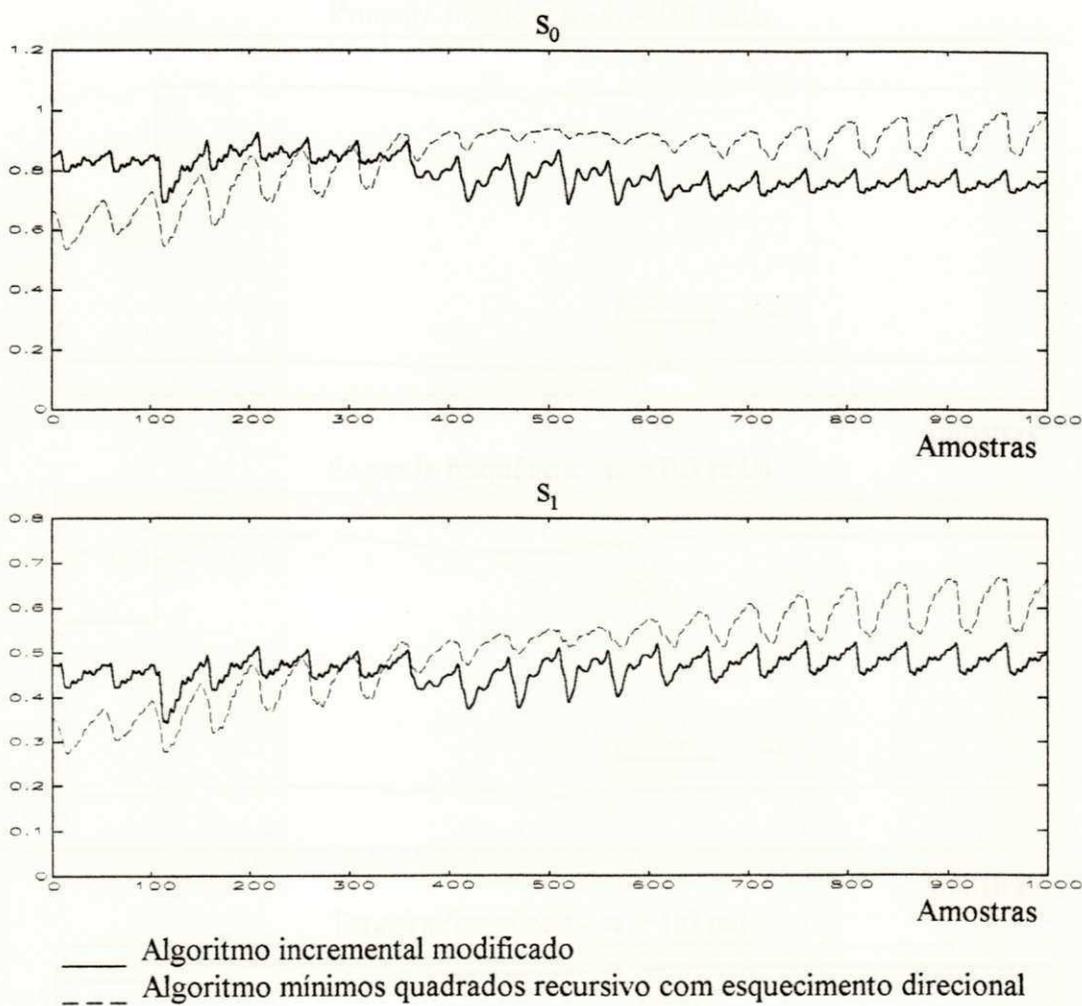


Figura 5.17 - Parâmetros S_0 e S_1 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica lenta.

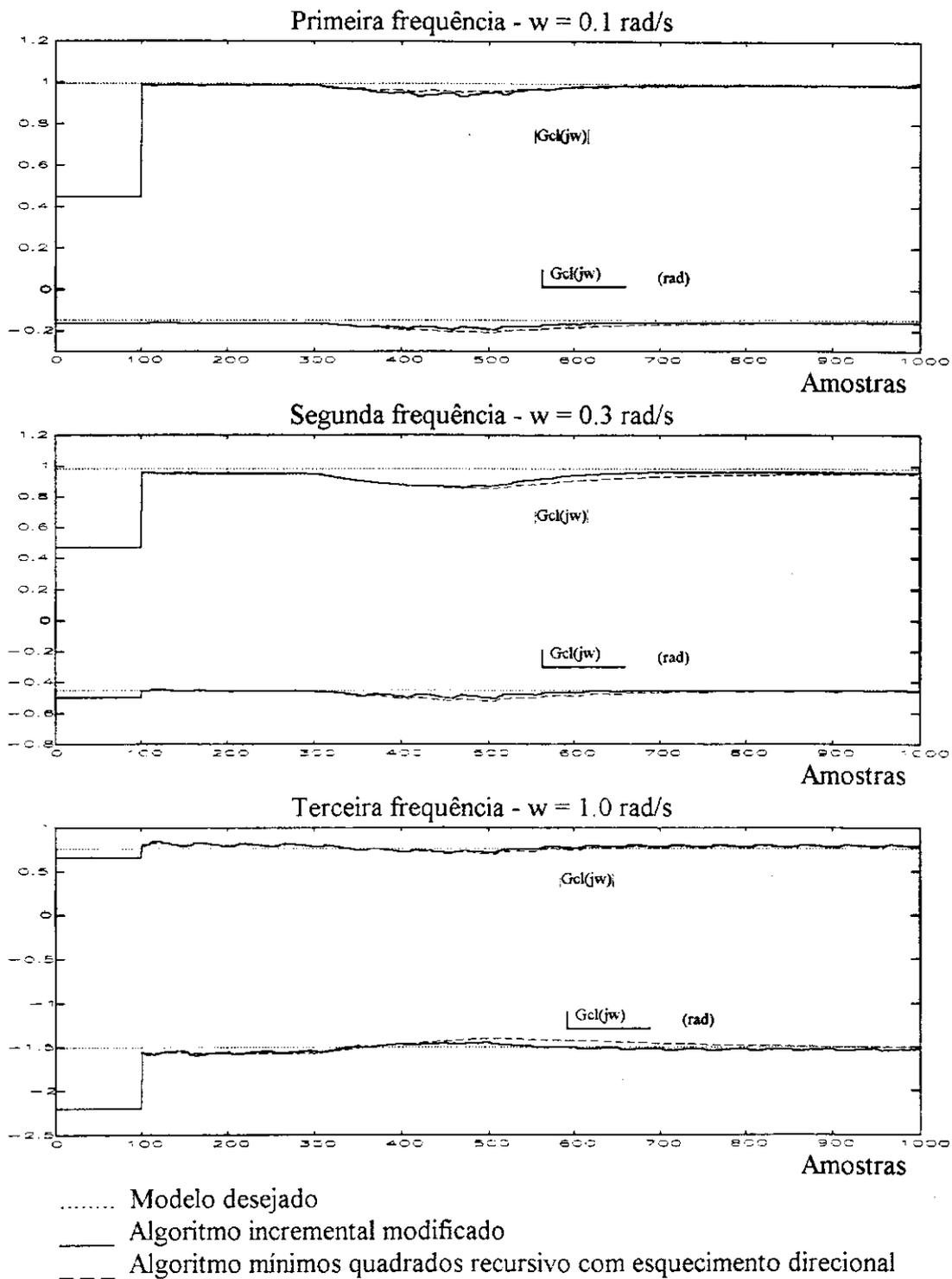


Figura 5.18 - Desempenho obtido em malha fechada - Módulo e Fase - para as três frequências, em cada instante, pelos dois algoritmos. Variação paramétrica lenta.

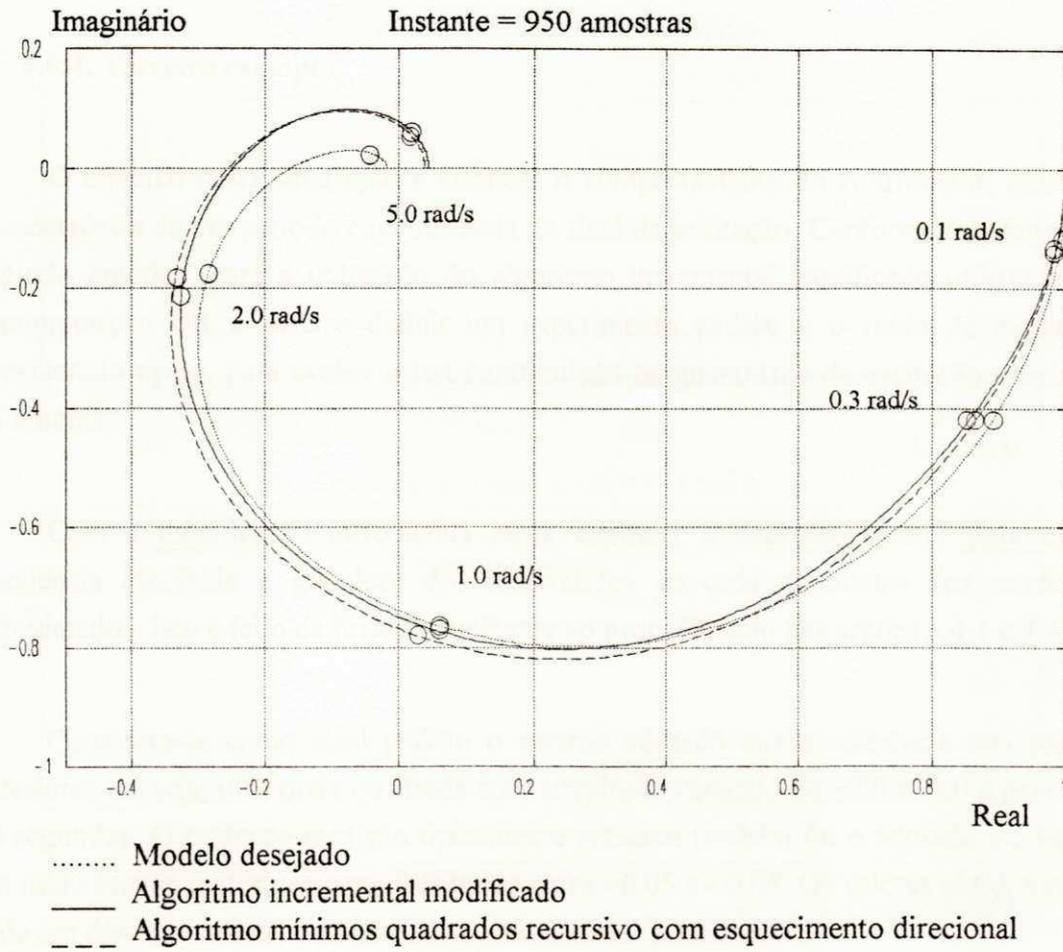


Figura 5.19 - Diagrama de Nyquist dos sistemas obtidos com os dois algoritmos no instante 950 amostras.

Freq. (rad/s)	Re	Im	Re	Im
0.1	0.95	-0.10	0.95	-0.10
0.3	0.85	-0.40	0.85	-0.40
1.0	0.10	-0.75	0.10	-0.75
2.0	-0.25	-0.80	-0.25	-0.80
5.0	-0.35	-0.70	-0.35	-0.70

Table 5.1 shows the results of the adaptive control system for the frequency response. The table compares the real and imaginary parts of the system response for different frequencies (0.1, 0.3, 1.0, 2.0, 5.0 rad/s) using two different algorithms. The results show that the modified incremental algorithm (solid line) and the recursive least squares algorithm with directional forgetting (dashed line) both track the desired model (dotted line) well across the frequency range.

5.6.4. Terceiro exemplo

O objetivo desta simulação é verificar o comportamento do controlador, quando da ocorrência de um período com ausência de sinal de excitação. Conforme estudado no capítulo anterior, para a utilização do algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR é preciso definir um experimento padrão e o ruído de medição considerado típico, para avaliar a sua contribuição na quantidade de excitação presente no sistema.

Com a modificação introduzida neste capítulo, é necessário obter para cada frequência escolhida a grandeza dos autovalores de cada parâmetro dos modelos aproximados. Isto é feito de forma semelhante ao procedimento das seções 3.4.1 e 3.4.2.

Considera-se como sinal padrão o mesmo adotado como referência nos testes anteriores, ou seja, uma onda quadrada com amplitude variando de +2,0 a -2,0 e período 50 segundos. O ruído de medição tipicamente presente também foi o adotado até aqui: um ruído branco uniformemente distribuído entre +0,05 e - 0,05. Os valores obtidos para cada um dos autovalores e os adotados estão listados na tabela 5.3.

Frequência	Parâmetro	Sinal Padrão	Ruído	Valor Adotado
0,1 rad/s	b_0	245,0	10,0	95,0
	a_0	110,0	4,5	48,0
0,3 rad/s	b_0	7,5	0,7	2,75
	a_0	1,7	0,08	0,95
1,0 rad/s	b_0	0,04	0,0022	0,017
	a_0	0,001	0,00004	0,00025

Tabela 5.3 - Autovalores obtidos com o sinal padrão, ruído de medição e valor mínimo adotado para cada parâmetro das três frequências escolhidas.

O sinal de excitação é retirado entre as amostras 200 e 500. Simula-se uma variação paramétrica abrupta no instante 300 amostras. O comportamento das estimativas dos parâmetros nas frequências testadas está registrado nas figuras 5.20, 5.21

e 5.22. Tanto os parâmetros como o módulo e a fase obtidos são mais rápidos utilizando o algoritmo incremental. O comportamento durante a ausência de sinal é semelhante para os dois estimadores.

Na figura 5.23, é possível perceber claramente o período no qual a excitação é retirada. O controle utilizando o algoritmo incremental modificado é mais veloz, atingindo um comportamento semelhante ao apresentado antes da falta de sinal e da variação paramétrica, em um intervalo de amostras mais curto que quando se utiliza o algoritmo mínimos quadrados com esquecimento direcional.

Os parâmetros obtidos para o controlador a cada instante estão nas figuras 5.24 e 5.25. Durante o período sem excitação, o projeto mantém valores constantes devido às estimativas serem interrompidas. Isto fica claro, quando se analisa as curvas da figura 5.26, onde estão registrados os comportamentos em malha fechada para as três frequências. Devido não se atualizar o projeto do controlador na ausência de sinal de excitação, no instante em que ocorre a variação paramétrica (300 amostras) os valores obtidos em malha fechada se distanciam bastante do modelo desejado. No retorno da excitação, o projeto converge rapidamente para os valores desejados. Foi traçado, ainda, o diagrama de Nyquist do sistema em malha fechada obtido, desta vez no instante 830 amostras, na figura 5.27.

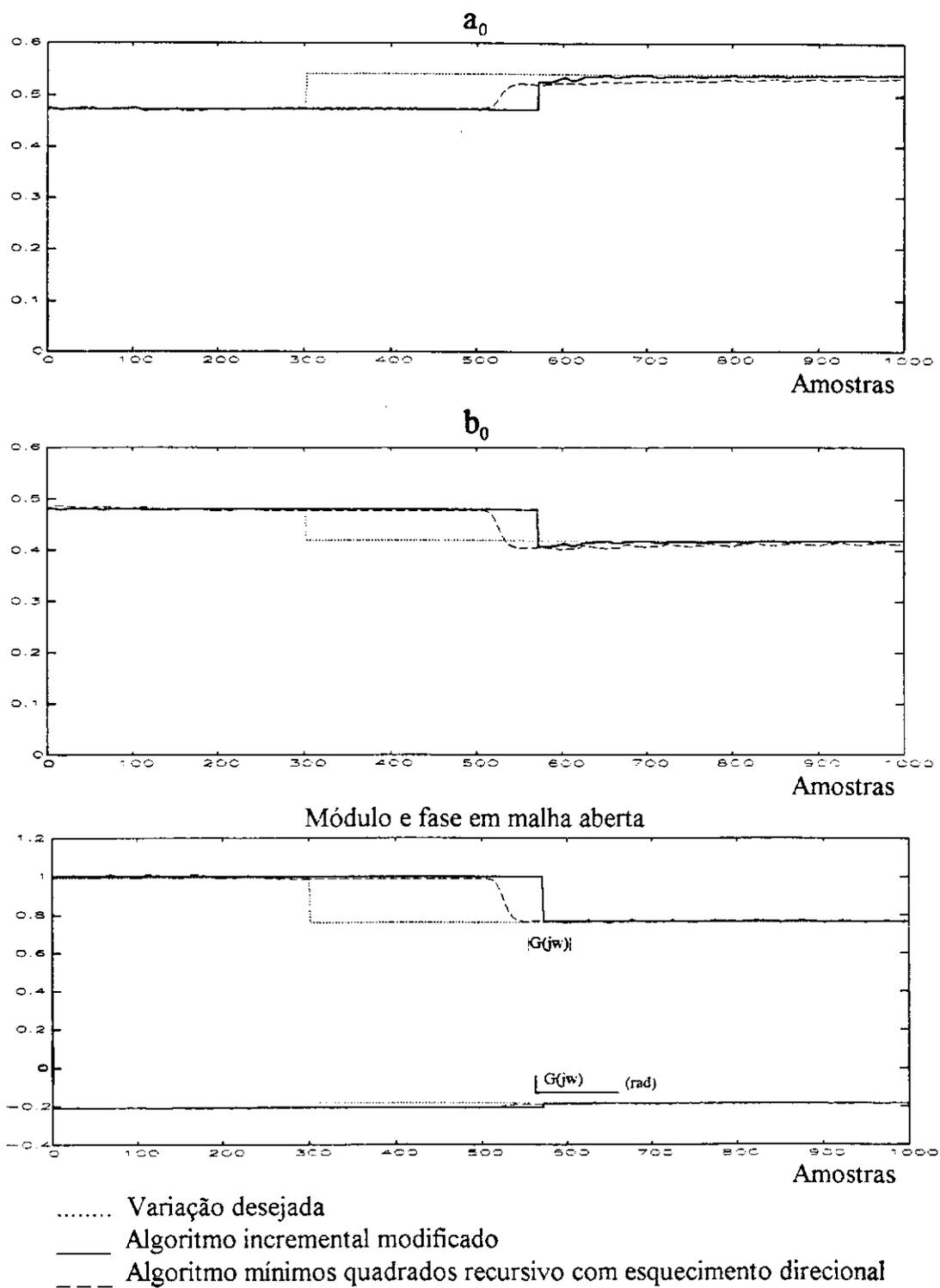


Figura 5.20 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação. Primeira frequência escolhida.

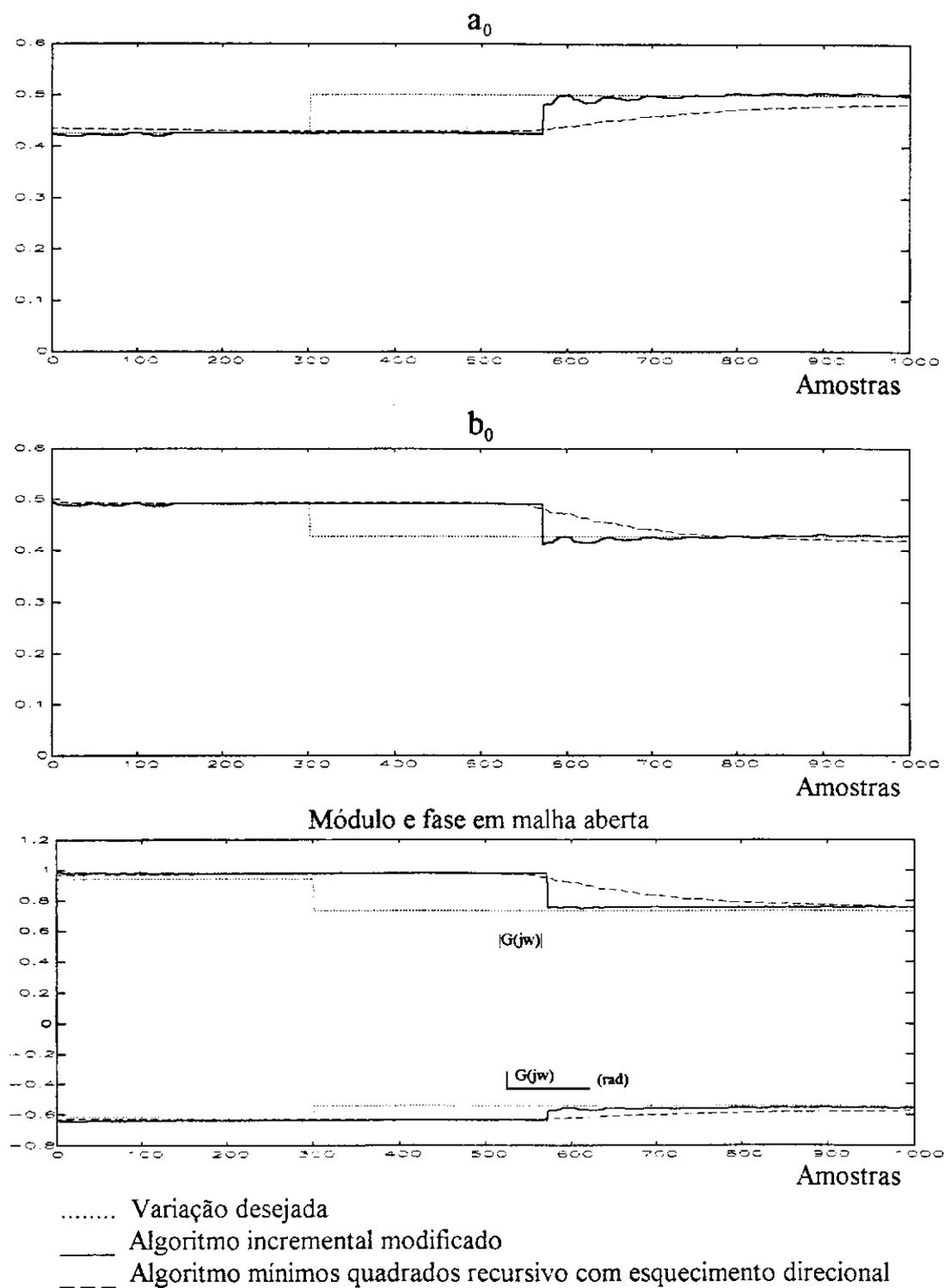


Figura 5.21 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação. Segunda frequência escolhida.

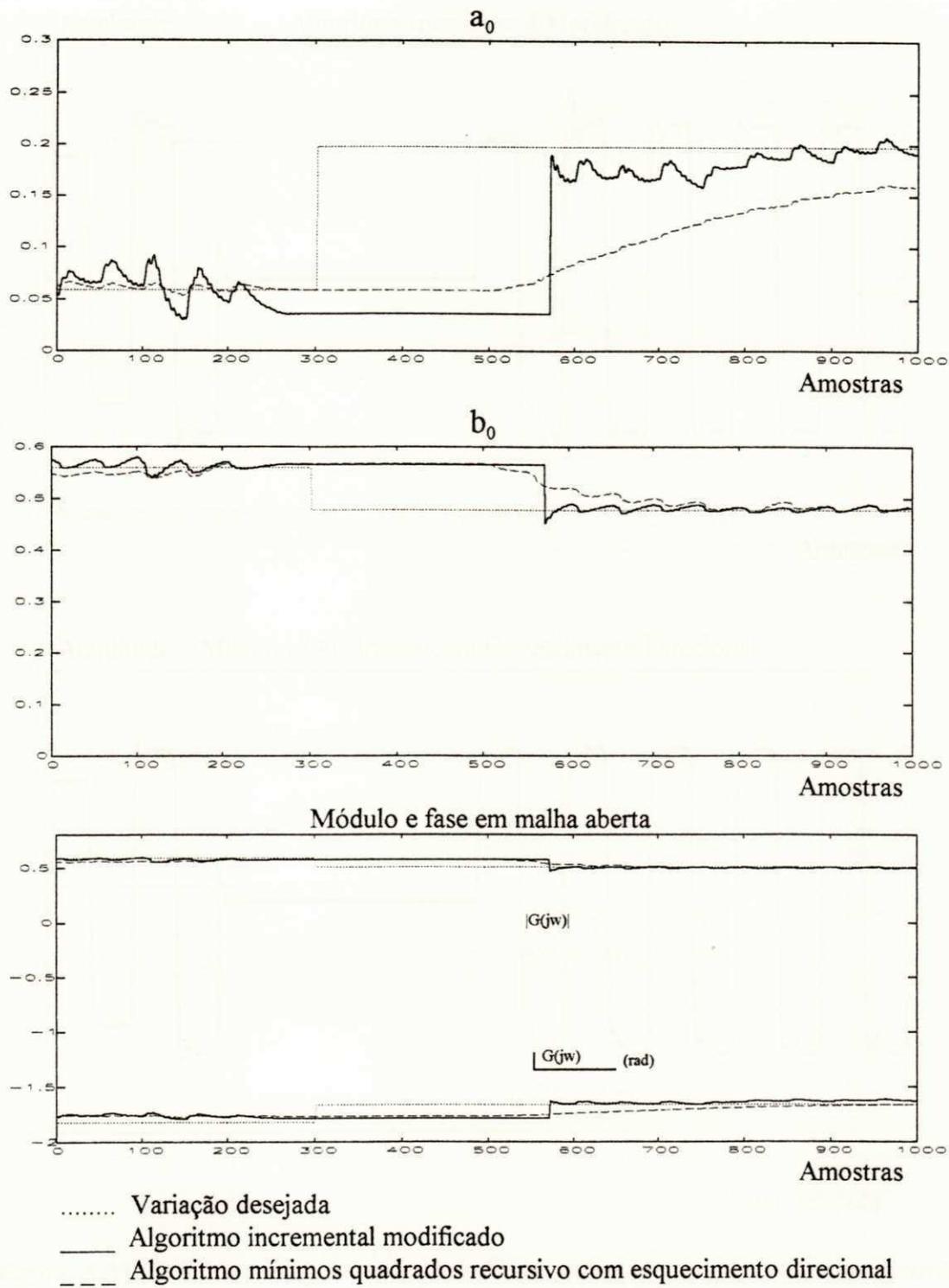


Figura 5.22 - Comparação entre o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional face uma variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação. Terceira frequência escolhida.

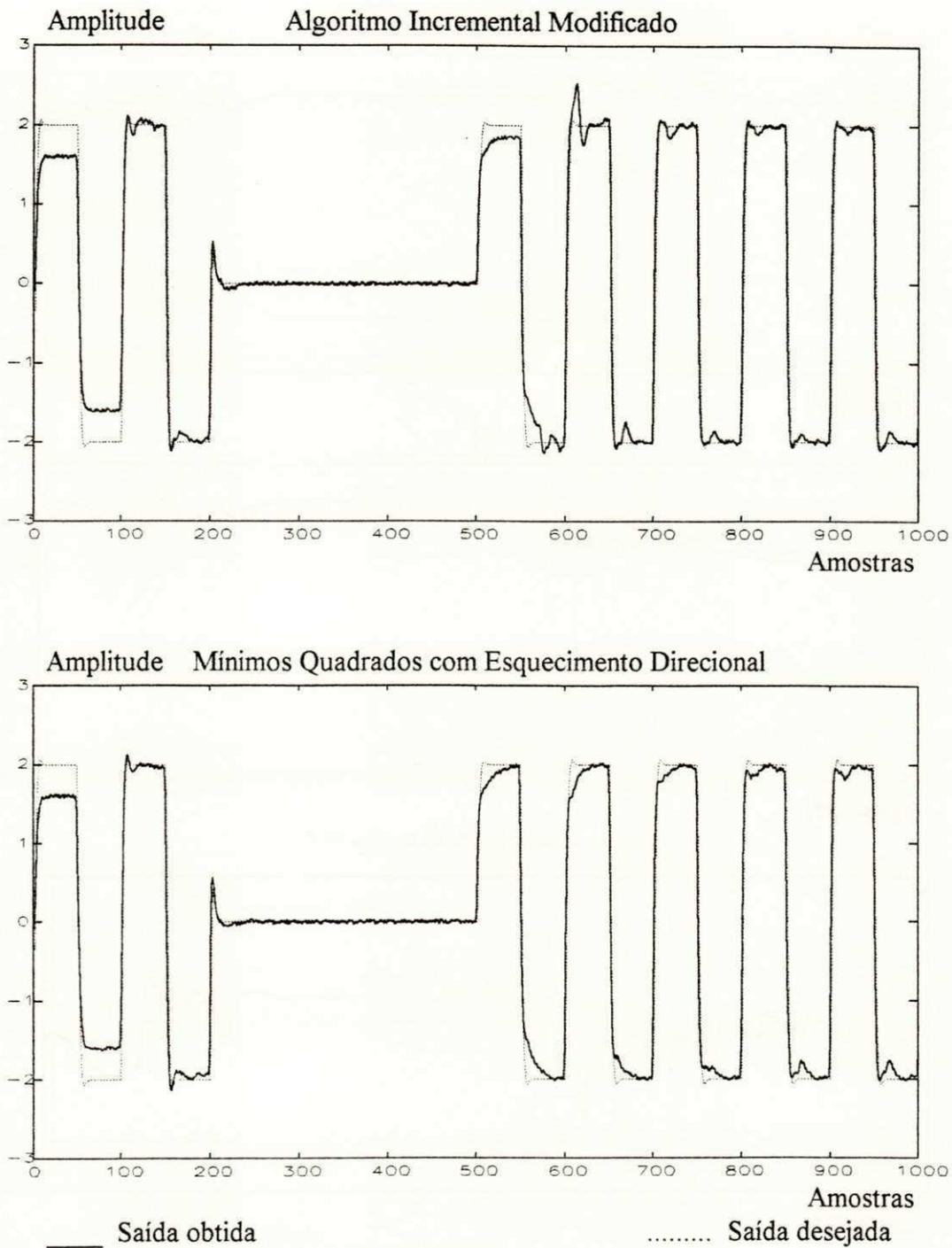


Figura 5.23 - Saída desejada e saída obtida utilizando o algoritmo incremental modificado e o mínimos quadrados com esquecimento direcional para estimar os parâmetros do sistema. Variação abrupta e um período com falta de excitação.

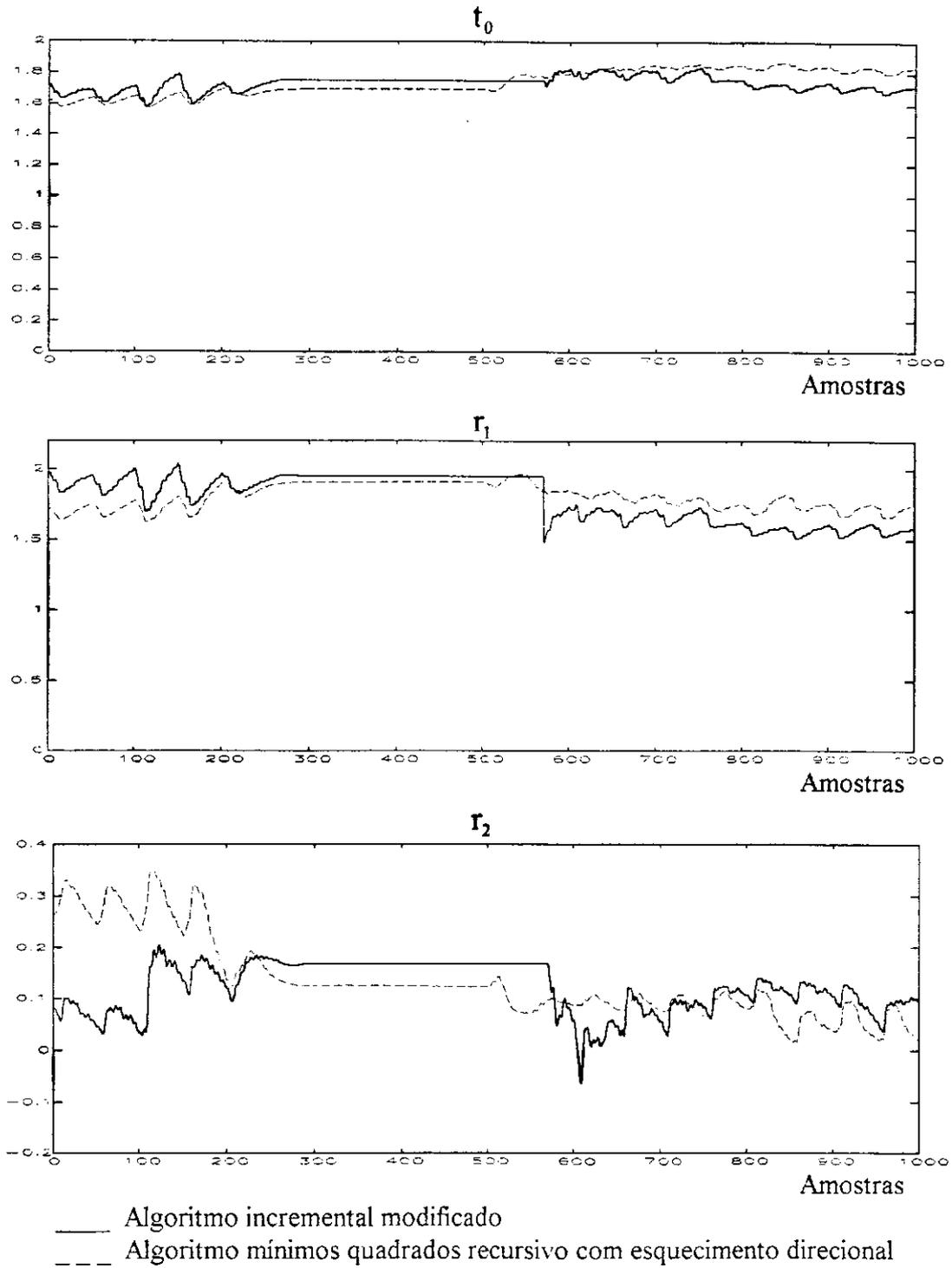


Figura 5.24 - Parâmetros t_0 , r_1 e r_2 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação.

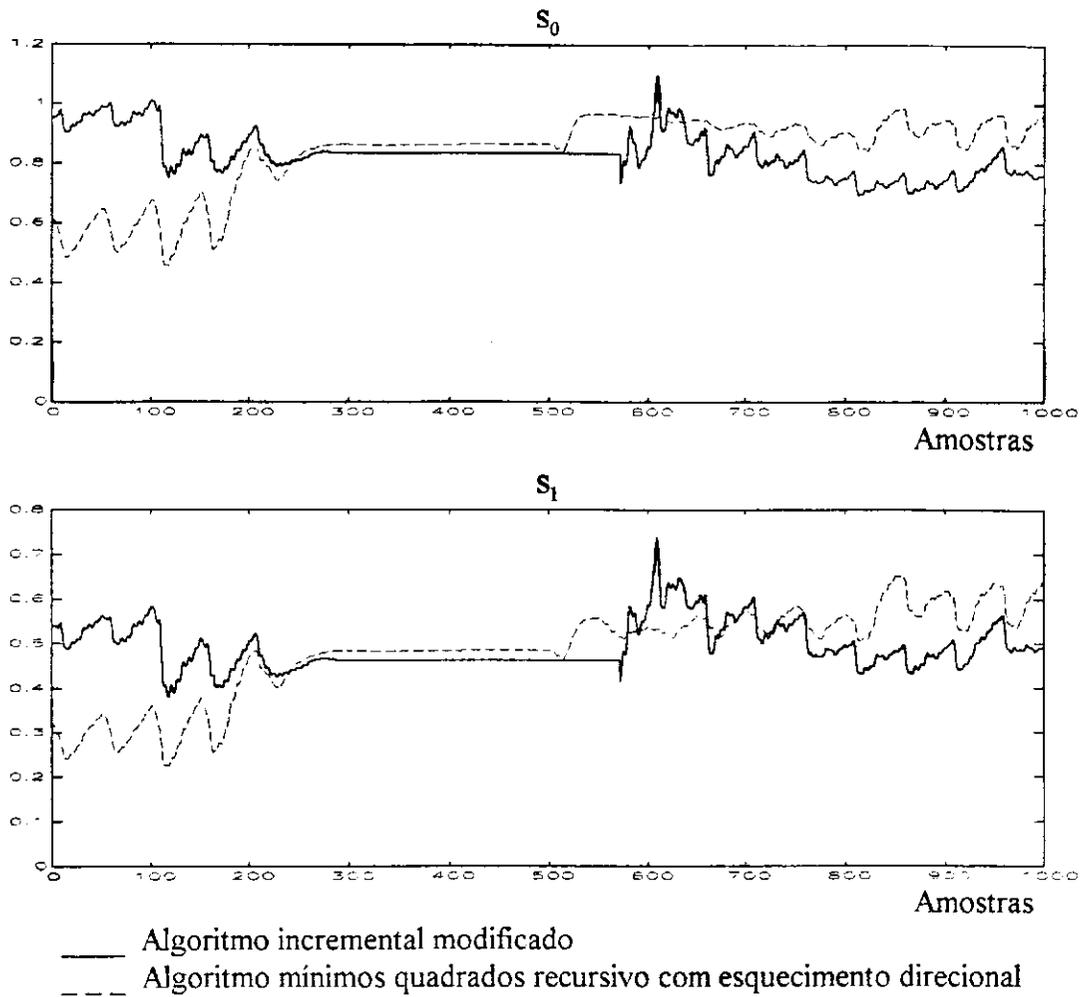


Figura 5.25 - Parâmetros S_0 e S_1 obtidos para o controlador a cada instante. Variação paramétrica abrupta e um período com falta de excitação.

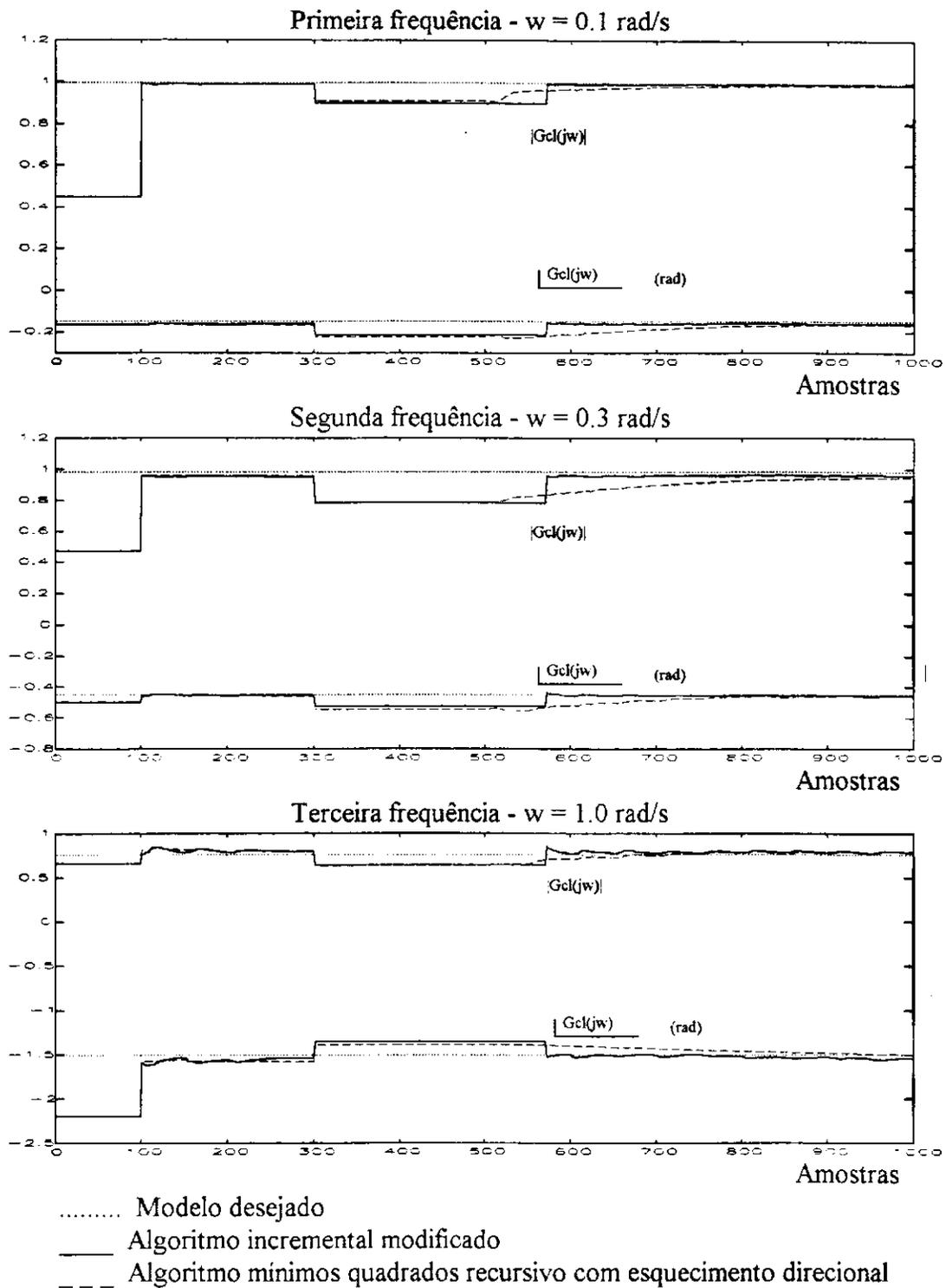


Figura 5.26 - Desempenho obtido em malha fechada - Módulo e Fase - para as três frequências, em cada instante, pelos dois algoritmos. Variação abrupta e um período com falta de excitação.

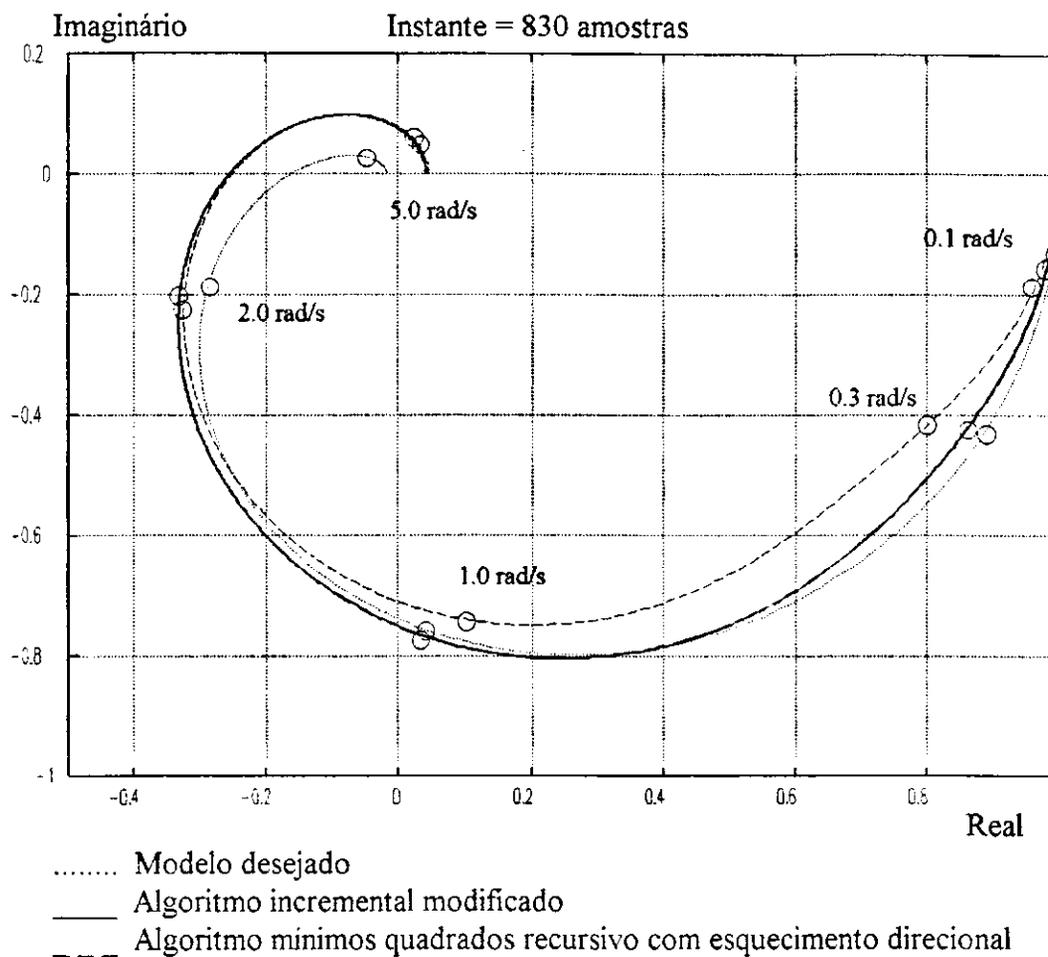


Figura 5.27 - Diagrama de Nyquist dos sistemas obtidos com os dois algoritmos no instante 830 amostras.

5.6.5. Comentários sobre os testes

Ao utilizar o algoritmo incremental como estimador, consegue-se maior rapidez na convergência dos parâmetros para os valores esperados nas duas formas de variação testadas. Os resultados em malha aberta, módulo e fase, mostram que os valores estimados estão sempre próximos aos desejados, e o comportamento em malha fechada é satisfatório.

A escolha apropriada para os valores de α_p e de $v(k)$, no algoritmo mínimos quadrados com esquecimento direcional, não é uma tarefa direta. Para se atingir os resultados apresentados, é necessário realizar uma série de testes verificando o comportamento do estimador em cada uma das frequências individualmente, para depois juntá-las permitindo, assim, o prosseguimento do projeto do controlador. Neste aspecto, a escolha dos valores adotados para os autovalores no algoritmo incremental modificado é feito de forma mais simples.

Conclui-se, que no procedimento de projeto de controladores apresentado, pode-se perfeitamente substituir o algoritmo mínimos quadrados com esquecimento direcional, proposto em Wittenmark & Källén (1990) como estimador a ser utilizado, pelo algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR. Desta forma, contorna-se o problema encontrado quando os sistemas a serem estimados forem de ordem muito grande, resultando em tempos de computação muito longos.

5.7. Conclusões

Neste capítulo, apresentou-se uma técnica de projeto de controladores adaptativos que utiliza a resposta na frequência do sistema para calcular os parâmetros do controlador. A partir da escolha de frequências de interesse para o sistema desejado em malha fechada, foram projetados filtros passa faixa com bandas de passagem estreitas o suficiente para permitir que o sistema estimado fosse aproximado por um modelo de baixa ordem nos referidos pontos de frequência.

Esta metodologia foi testada tendo como estimador o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR. Os resultados obtidos nestes testes foram comparados com os obtidos com o algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento direcional. Foram registrados os valores de módulo e fase em malha aberta para cada uma das frequências escolhidas, de forma a verificar a qualidade e a rapidez das estimativas geradas pelos dois estimadores. O desempenho do projeto do controlador foi verificado registrando as mesmas grandezas anteriores em malha fechada, e comparando-as com os valores referentes ao modelo desejado para cada uma das frequências, a cada instante de amostragem e em um dado instante para uma faixa de frequências. O desempenho apresentado pelo algoritmo incremental modificado foi superior, mais rápido e menos sensível ao ruído que o do segundo algoritmo utilizado. Este possui ainda uma sintonia exaustiva, dificultando a escolha apropriada dos seus parâmetros para cada sistema em estudo.

Com estes resultados favoráveis, consegue-se resolver a limitação antes posta para o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR. Sistemas rápidos e de ordem alta que até então tinham as estimativas de seus parâmetros inviáveis de serem realizadas em casos reais por este algoritmo devido o grande tempo computacional requerido, agora são aproximados por modelos de primeira, ou de segunda ordem. Isto faz com que as matrizes a serem decompostas sejam de dimensão dois ou três, tendo um tempo de cálculo pequeno, aumentando a quantidade de sistemas que podem ser estimados pelo algoritmo. Esta aproximação do sistema a ser controlado por modelos de primeira ordem, possibilita o cálculo rápido e de forma direta dos autovalores das matrizes que geram as estimativas. Obtêm-se resultados semelhantes àqueles conseguidos utilizando a decomposição de Schur, com um esforço computacional menor. Isto aumenta a robustez do algoritmo sem comprometer o seu desempenho.

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

Resumo do Trabalho Realizado

O objetivo deste trabalho foi implementar um estimador robusto para aplicação em sistemas de controle adaptativo. A idéia principal foi obter um algoritmo com comportamento satisfatório no seguimento de variações paramétricas abruptas ou graduais, e que tivesse um comportamento robusto na presença de dinâmicas não modeladas, ruídos de medição e períodos com baixos níveis de excitação. Duas técnicas de controle adaptativo foram implementadas: a primeira utilizando a alocação de pólos, e a segunda, uma abordagem de projeto no domínio da frequência.

Após uma breve introdução apresentando a motivação do trabalho e situando-o na literatura, realizou-se no capítulo 1, uma revisão dos aspectos relevantes no que se refere à estimação de parâmetros e aos algoritmos mínimos quadrados padrão, recursivo e incremental.

A partir daí, trabalhou-se com o algoritmo mínimos quadrados incremental sendo que, no capítulo 2, foi apresentada uma forma de condicionar as estimativas ao nível de excitação do bloco de dados que seria utilizado pelo algoritmo estimador. Introduziu-se, ainda, uma modificação neste algoritmo que possibilitou que a realização de estimativas a cada período de amostragem. Isto foi feito, alterando-se a maneira de organizar o bloco de dados que passou a ser renovado sempre que um novo dado fosse fornecido. A fim de incrementar a habilidade do algoritmo em acompanhar variações paramétricas, foi introduzido um fator de esquecimento exponencial que, aqui, teve seu valor escolhido arbitrariamente.

No capítulo 3, formulou-se um critério para escolha apropriada deste fator de esquecimento. Viu-se que ele depende, principalmente, do tamanho do bloco de dados adotado. Este, por sua vez, foi escolhido em função da sensibilidade ao ruído permitida,

e do recurso computacional disponível. Visando tornar o algoritmo robusto em relação a períodos com baixos níveis de excitação e a ruídos de medição, fez-se uma série de considerações, colocando a idéia de escolher um sinal de referência ou sinal padrão do qual pudesse ser medido o nível de excitação presente em um bloco de dados gerado por ele. A partir desta medição e de outra realizada de forma análoga, quando somente o ruído de medição tipicamente presente fosse medido, pôde-se estabelecer um teste permitindo que as estimativas fossem interrompidas sempre que a excitação caísse abaixo dos níveis considerados satisfatórios. Para amenizar o efeito das dinâmicas não modeladas, foi introduzido no algoritmo incremental modificado uma zona morta suave. Esta, a partir de uma medição da qualidade da estimativa obtida no instante anterior, e de limitantes superiores conhecidos das dinâmicas não modeladas do sistema a ser estimado, ponderou as estimativas, dando maior ou menor valor à estimativa atual em função de uma medida de qualidade estabelecida.

Após estas considerações sobre o algoritmo estimador, foi realizada no capítulo 4, uma revisão do projeto de controladores por alocação de pólos. Foi visto que devido às características observadas no algoritmo estimador do capítulo 3, o sistema de controle adaptativo resultante adquiriu características robustas.

Finalmente, no capítulo 5, foi implementada uma metodologia de projeto de controladores adaptativos que utiliza dados obtidos no domínio da frequência. Nesta abordagem, foram escolhidos pontos de frequência reconhecidamente relevantes para o sistema a ser controlado, nos quais o sistema pôde ser aproximado por modelos de menor ordem, com no máximo dois ou três parâmetros, utilizando uma filtragem seletiva realizada previamente. Foram necessários tantos estimadores quantos foram as frequências escolhidas, e uma mesma quantidade de filtros passa faixa para os sinais de entrada e saída. A utilidade desta abordagem é que o algoritmo incremental modificado consumiu um tempo pequeno nos cálculos quando os modelos estimados foram de baixa ordem. Isto o tornou um algoritmo não apenas robusto e com um bom desempenho, mas, também viável para operação "on-line".

Resultados Obtidos

Ao longo do trabalho, uma série de simulações foram realizadas a fim de verificar o funcionamento e o desempenho do algoritmo estudado. Com o objetivo de estabelecer uma referência comum para comparações futuras, foi utilizado também o algoritmo mínimos quadrados com fator de esquecimento exponencial.

Num primeiro momento, simulando situações ideais, observou-se que o comportamento dos dois algoritmos foi bastante semelhante. Na sequência, entretanto, quando foram consideradas as dinâmicas não modeladas, ruídos de medição e períodos com baixa excitação, observou-se que o algoritmo incremental modificado teve um desempenho superior, robusto em relação a estas incertezas do modelo.

Uma vez obtidos estes resultados, decidiu-se realizar comparações com um algoritmo de características reconhecidamente melhores que o mínimos quadrados recursivo com esquecimento exponencial dentro de um sistema de controle adaptativo. Isto foi realizado no capítulo 5, onde utilizou-se o algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento direcional. O algoritmo incremental modificado também apresentou um desempenho superior, mais rápido e menos sensível ao ruído, sendo que a escolha de suas especificações de projeto é feita de forma mais direta e simples.

Pode-se, então, concluir que o algoritmo incremental modificado utilizando a decomposição QR, após as modificações implementadas, tem um desempenho satisfatório, pois, torna-se capaz de detectar e corrigir variações paramétricas em tempos competitivos e, ainda, apresentar um comportamento robusto, contornando os problemas inerentes às dinâmicas não modeladas, ruídos de medição e a intervalos onde o nível de excitação for insuficiente para produzir estimativas de boa qualidade.

Sugestões para Próximos Trabalhos

O desenvolvimento de sistemas de controle adaptativo com características robustas é, sem dúvida, um campo de estudos muito promissor, tanto do ponto de vista teórico como experimental. Uma série de linhas de pesquisa poderiam dar sequência a este trabalho como, por exemplo:

- Implementar o estimador apresentado em um sistema real;
- Estabelecer precisamente o tempo computacional necessário em cada estimação, em função do tamanho do bloco de dados escolhido;
- Variar a quantidade de dados que renovam o bloco de dados para utilizar este estimador em sistemas com constantes de tempo baixas ou de ordem alta;
- Dar continuidade à pesquisa tentando acelerar o cálculo da decomposição de Schur e, assim, verificar seu comportamento em situações semelhantes às apresentadas;
- Utilizar o algoritmo mínimos quadrados incremental em outros esquemas de controle adaptativo como, por exemplo, a alocação incremental de pólos.

APÊNDICE A

DECOMPOSIÇÃO QR

A.1. Introdução

Com a finalidade de avaliar o conteúdo da informação presente na matriz $\psi_{(k)}$, introduz-se no capítulo 2, a Decomposição QR. Trata-se de uma decomposição ortogonal triangular onde a matriz a ser decomposta é expressa como o produto entre uma matriz ortonormal real (ou uma matriz complexa unitária) e uma matriz triangular superior.

O conhecimento da matriz triangular superior permite o cálculo rápido do traço e do determinante da matriz decomposta. Estes, por sua vez, podem ser utilizados para tornar as estimativas dos parâmetros mais robustas.

Neste apêndice, a Decomposição QR é apresentada na forma de lema, e, na sequência, é descrito o algoritmo utilizado, o fluxograma e o programa fonte de sua implementação na linguagem de programação C.

A.2. Decomposição QR

Nesta aplicação, trabalha-se com matrizes simétricas e definidas positivas; a matriz $\psi_{(k)}$ tem posto completo sempre que a excitação presente seja suficiente para gerar estimativas de todos os parâmetros do modelo adotado. Nos casos de insuficiência de excitação, $\psi_{(k)}$ tem uma deficiência de posto. Pode-se descrever a Decomposição QR na forma de lema para os dois casos:

Lema A.1 - Decomposição QR de matrizes de posto completo.

Dada uma matriz $A \in C^{n \times n}$, e assumindo-se que A tenha posto completo, pode-se decompô-la de forma a obter:

$$A = QR$$

onde:

Q - matriz ortonormal (ou complexa unitária) ($QQ^T = I$);

R - matriz triangular superior.

Lema A.2 - Decomposição QR de matrizes com deficiência de posto ou Decomposição QR com pivoteamento de coluna:

Dada uma matriz $A \in C^{n \times n}$, e assumindo que A não tenha posto completo, pode-se decompô-la de forma a obter:

$$A\Pi = QR$$

com

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} r \\ n-r \end{matrix}$$

onde:

r - posto de A

Π - matriz ortonormal expressando as permutações;

Q - matriz ortonormal ou complexa unitária ($QQ^T = I$);

R_{11} - matriz triangular superior.

A.3. Algoritmo Utilizado

O problema da Decomposição QR é tratado em vários livros de métodos matemáticos aplicados a computadores digitais e de cálculos de matrizes (Stewart (1973) e Golub & Van Loan (1983)). Outras publicações se preocupam com a estabilidade e a convergência dos algoritmos existentes (Reinsch (1971)).

Pelas características da matriz a ser decomposta, simétrica, definida positiva e, possivelmente com deficiência de posto, escolhe-se o algoritmo que melhor (mais rápido = menor número de interações) se adequa ao problema (Hornbeck (1975) e Press et al. (1988)).

Algoritmo A.1 - Decomposição QR com Pivoteamento de Coluna

Dada uma matriz $A \in R^{n \times n}$, o algoritmo a seguir, calcula a fatorização $A\Pi = QR$ definida na seção anterior.

Faça $c_j = j$ para $j = 1, \dots, n$

Faça $\gamma_j = \sum_{i=1}^n a_{ij}^2$

Para $k=1$ até $k=n$

Determinar $p(k \leq p \leq n)$ tal que $\gamma_p = \max_{k \leq j \leq n} \gamma_j$

Se $\gamma_p = 0$, encerrar a decomposição

Se $\gamma_p \neq 0$

Trocar c_k e c_p , γ_k e γ_p , a_{ik} e a_{ip} , para $i=1$ até n

Determinar a matriz de Householder \tilde{Q}_k tal que:

$$\tilde{Q}_k \begin{bmatrix} a_{kk} \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Realizar o produto

$$A = \text{diag}(I_{k-1}, \tilde{Q}_k) \times A$$

onde:

c e γ - vetores de dimensão n ;

c_j e γ_j - elemento de índice j dos vetores c e γ , respectivamente;

a_{ij} - elemento de índice (i,j) da matriz A ;

k, p, j e n - números inteiros $\leq n$;

$\max \gamma_j$ - maior valor de γ_j , com j entre k e n ($k \leq j \leq n$);

* - valor a ser determinado pela transformação de Householder;

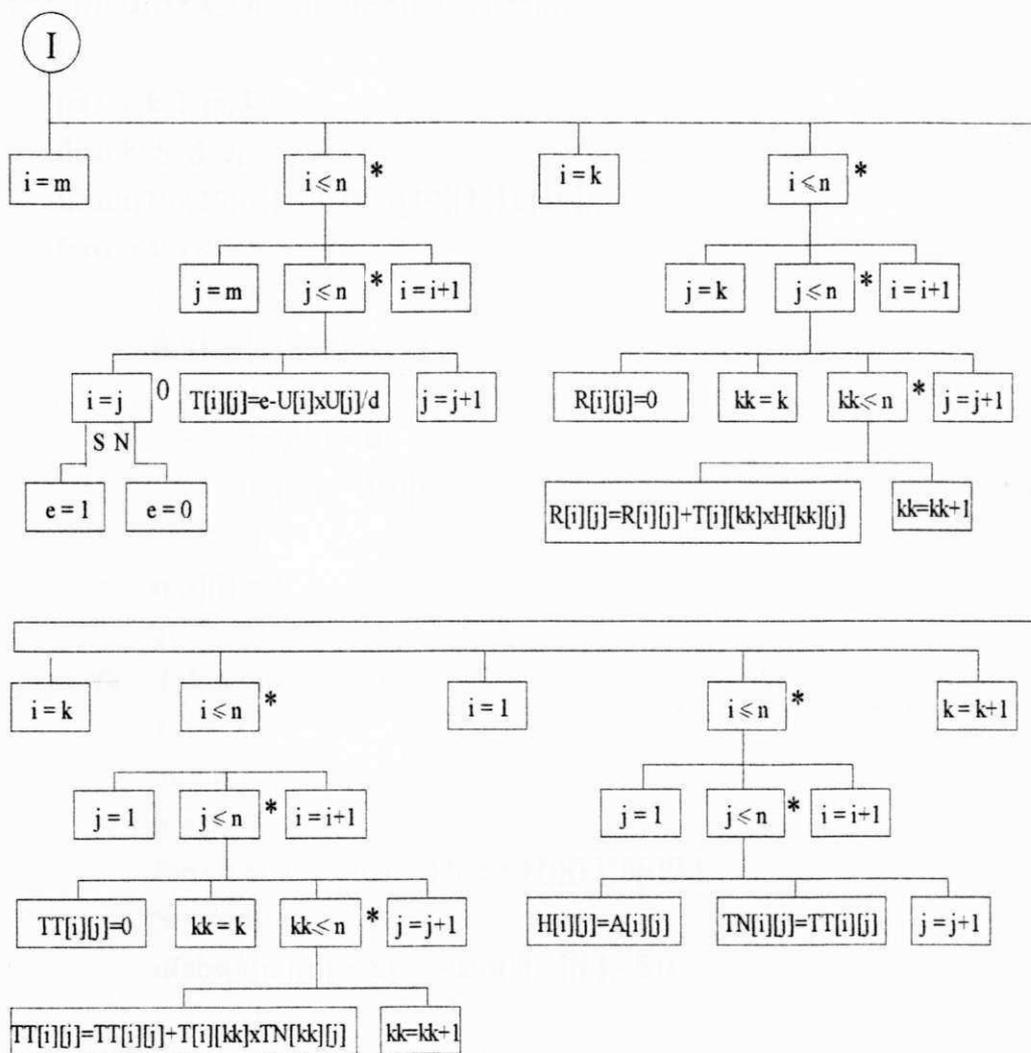
\tilde{Q} - matriz de dimensão $(n \times n)$.

Utiliza-se a transformação de Householder, método muito eficiente para realizar transformações ortogonais, onde é produzido um grande número de zeros em uma dada coluna ou linha (abaixo ou ao lado da diagonal principal). Algoritmos eficientes para implementar esta transformação estão disponíveis na literatura de métodos numéricos e cálculos matriciais (Hornbeck (1975) e Van Loan & Golub (1983)).

A tabela A.1 apresenta o número de interações necessárias para completar a transformação QR para matrizes quadradas de dimensões 2, 3, 4 e 5. Ela é elaborada a partir das estimativas de quantidade de operações para completar esta decomposição com o algoritmo utilizado, apresentadas por Hornbeck (1975). Na sequência, apresenta-se o algoritmo utilizado (na forma de fluxograma) para a implementação da decomposição QR com pivoteamento de coluna, sendo listado em seguida, o código fonte do programa utilizado.

Dimensão da matriz	Decomposição QR
2	6
3	18
4	42
5	84

Tabela A.1 - Número de interações necessárias para completar a Decomposição QR de matrizes quadradas de posto completo com o algoritmo utilizado.



A.5. Código Fonte da Implementação da Decomposição QR na Linguagem de Programação C

```
void **qr(float **A, int n, float **tt, float **h)
{
    int i, j, k, l, m, kk;
    float b, S, d, e;
    float t[10][10], tn[10][10], r[10][10], u[10];
    for(i = 1; i <= n; i++)
    {
        for(j = 1; j <= n; j++)
        {
            tn[i][j] = 0;
            h[i][j] = A[i][j];
        }
        tn[i][i] = 1;
    }
    for(k = 1; k <= n-1; k++)
    {
        m = k;
        b = 0;
        for(i = m; i <= n; i++) b += h[i][k]*h[i][k];
        S = sqrt(b);
        if(abs(h[m][k] + S) >= abs(h[m][k] - S))
        {
            u[m] = h[m][k] + S;
            d = S*S + h[m][k]*S;
        }
        else
        {
            u[m] = h[m][k] - S;
            d = S*S - h[m][k]*S;
        }
        for(i = m + 1; i <= n; i++) u[i] = h[i][k];
    }
}
```

```
for(l = m; l <= n; l++)
{
    t[k][l] = 0;
    t[l][k] = 0;
}
t[k][k] = 1;
for(i = m; i <= n; i++)
{
    for(j = m; j <= n; j++)
    {
        if(i == j){
            e = 1;
        }
        else{
            e = 0;
        }
        t[i][j] = e - u[i]*u[j]/d;
    }
}
for(i = k; i <= n; i++)
{
    for(j = k; j <= n; j++)
    {
        r[i][j] = 0;
        for(kk = k; kk <= n; kk++)
        {
            r[i][j] += t[i][kk]*h[kk][j];
        }
    }
}
for(i = k; i <= n; i++)
{
    for(j = 1; j <= n; j++)
    {
        tt[i][j] = 0;
    }
}
```

```
        for(kk = k; kk <= n; kk++)
            {
                tt[i][j] += t[i][kk]*tn[kk][j];
            }
        }
    }
    for(i = 1; i <= n; i++)
    {
        for(j = 1; j <= n; j++)
        {
            h[i][j] = r[i][j];
            tn[i][j] = tt[i][j];
        }
    }
}
return(0);
}
/*****
/
```

APÊNDICE B

DECOMPOSIÇÃO DE SCHUR

B.1. Introdução

Uma outra maneira de avaliar o conteúdo da informação presente na matriz $\psi(k)$ é a chamada Decomposição de Schur. Trata-se de uma decomposição ortogonal onde a matriz a ser decomposta é expressa como o produto de uma matriz ortonormal real (ou uma matriz complexa unitária) por uma matriz contendo os autovalores da matriz decomposta, e pela transposta da matriz ortonormal (que também é a sua inversa).

A partir do conhecimento dos autovalores da matriz decomposta tem-se uma medida de grandeza da quantidade de excitação presente na matriz $\psi(k)$. Pode-se, então, determinar se a estimativa deve ou não ser realizada, e em quais direções (Barros (1990)). Neste apêndice, apresenta-se a Decomposição de Schur na forma de lema.

B.2. Decomposição de Schur

A Decomposição de Schur pode ser aplicada a qualquer tipo de matriz quadrada. O problema é encontrar os autovalores e autovetores de uma matriz. Este assunto é tratado em muitas publicações da área de métodos numéricos e cálculos de matrizes (Stewart (1973) e Golub & Van Loan (1983)).

Para o caso geral, onde a matriz a ser decomposta é uma matriz quadrada qualquer, pode-se formular o seguinte lema:

Lema B.1 - Decomposição de Schur de matrizes quadradas quaisquer.

Dada uma matriz $A \in C^{n \times n}$, existe uma matriz unitária $Q \in C^{n \times n}$, tal que:

$$Q^H A Q = T = D + N$$

onde:

D - matriz diagonal com os autovalores $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ de A como seus elementos;

N - estritamente triangular superior.

O lema anterior pode ser enunciado de forma diferente para o caso particular onde a matriz a ser decomposta é real e simétrica.

Lema B.2 - Decomposição de Schur de matrizes simétricas reais

Dada uma matriz $A \in R^{n \times n}$ simétrica, existe uma matriz ortogonal Q , tal que:

$$Q^T A Q = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$$

A ordem em que os autovalores da matriz aparecem, depende de como seus autovetores associados são apresentados. Trocando-se posições de colunas da matriz A , troca-se a disposição dos autovalores.

B.3. Algoritmos Existentes

Para resolver o problema colocado na seção anterior, já foram apresentados vários algoritmos, como em Hornbeck (1975) e Press et al. (1988). Para o caso particular de matrizes simétricas reais, dois procedimentos se firmaram como os mais aconselháveis tendo em vista a convergência e a rapidez:

- O método de Jacobi;

- Tridiagonalização seguida da transformação QL.

O primeiro, é seguro e confiável em todas as situações e tem a vantagem de produzir os autovetores à medida em que calcula os autovalores. O objetivo deste método, é converter a matriz a ser decomposta a uma forma diagonal através de uma série de transformações ortogonais. Como os autovalores são sempre preservados em transformações ortogonais, os elementos da matriz diagonal resultante serão os próprios autovalores da matriz decomposta.

A melhor estratégia para encontrar autovalores e autovetores de uma matriz é, primeiramente, reduzi-la a uma forma simples para, então, iniciar um processo iterativo que leve aos autovalores e autovetores. A forma simples preferida é a tridiagonal, e o método mais indicado para tridiagonalização é o de Householder (Press et al. (1988)). O processo iterativo que melhor se aplica para encontrar os autovalores e autovetores de uma matriz tridiagonal é o QL (Hornbeck (1975)).

A escolha do método utilizado na implementação da Decomposição de Schur normalmente é função do número de interações necessárias para completá-la. A tabela B.1 mostra o número médio de interações para a combinação Householder + QL, e o melhor e pior caso para a transformação de Jacobi, considerando matrizes simétricas de dimensões 2, 3, 4 e 5. Os valores apresentados são compilados a partir de estimativas fornecidas por Press et al. (1988) para o tempo consumido pelos algoritmos citados.

Dimensão da matriz	Método utilizado	
	Householder + QL	Jacobi
n		
2	156	144 a 240
3	388	486 a 810
4	758	1152 a 1920
5	1292	2250 a 3750

Tabela B.1 - Número de interações necessárias para implementar a decomposição de Schur de matrizes de dimensões 2, 3, 4 e 5. Quantidades referentes ao melhor e pior caso utilizando a transformação de Jacobi e média para a transformação de Householder + QL.

A combinação Householder + QL é mais rápida, principalmente quando há um aumento na dimensão da matriz a ser decomposta.

APÊNDICE C

ALGORITMO MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO

COM ESQUECIMENTO DIRECIONAL

A fim de comparar os resultados obtidos nos testes do capítulo 5, implementa-se o algoritmo mínimos quadrados recursivo com esquecimento direcional, estudado em Hägglund (1985) e utilizado em Wittenmark & Källén (1990). Este é sumarizado a seguir:

$$\hat{\theta}_{(k)} = \hat{\theta}_{(k-1)} + \frac{1}{v_{(k)}} P_{(k)} \varphi_{(k)} \varepsilon_{(k)} \quad (C.1)$$

$$\varepsilon_{(k)} = y_{f(k)} - \varphi_{(k)}^T \hat{\theta}_{(k-1)} \quad (C.2)$$

$$P_{(k)} = P_{(k-1)} \frac{P_{(k-1)} \varphi_{(k)} \varphi_{(k)}^T P_{(k-1)}}{\left(v_{(k)}^{-1} - \alpha_{(k)} \right)^{-1} + \varphi_{(k)}^T P_{(k-1)} \varphi_{(k)}} \quad (C.3)$$

$$\alpha^{(k)} = \begin{cases} 0 & \alpha_d^{(k)} \leq 0 \\ \alpha_d^{(k)} & 0 < \alpha_d^{(k)} \leq \frac{1}{\varphi^{(k)T} P^{(k-1)} \varphi^{(k)}} \\ \frac{1}{\varphi^{(k)T} P^{(k-1)} \varphi^{(k)}} & \frac{1}{\varphi^{(k)T} P^{(k-1)} \varphi^{(k)}} \leq \alpha_d^{(k)} \leq v^{(k)^{-1}} + \frac{1}{\varphi^{(k)T} P^{(k-1)} \varphi^{(k)}} \\ 0 & \alpha_d^{(k)} > v^{(k)^{-1}} + \frac{1}{\varphi^{(k)T} P^{(k-1)} \varphi^{(k)}} \end{cases} \quad (C.4)$$

$$\alpha_d^{(k)} = v^{(k)^{-1}} + \frac{\partial_d^{(k)}}{\partial_d^{(k)} \varphi^{(k)T} P^{(k-1)} \varphi^{(k)} - 1} \quad (C.5)$$

$$\partial_d^{(k)} = \frac{1}{\varphi^{(k)T} P^{(k-1)^2} \varphi^{(k)}} \left(\frac{\varphi^{(k)T} P^{(k-1)^3} \varphi^{(k)}}{\varphi^{(k)T} P^{(k-1)^2} \varphi^{(k)}} - \alpha_p \right) \quad (C.6)$$

Este algoritmo tem a propriedade de descartar dados antigos somente nas direções em que novas informações relevantes surgirem. A matriz de covariância converge para uma matriz diagonal constante $\alpha_p I$. $v^{(k)}$ é uma estimativa da variância do ruído de medição.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alexandrov, A.G.

" Frequency Adaptive Control." 4th IFAC International Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing - ACASP - Preprints, Grenoble - France, p.47-52, 1992.

Anderson, B.D.O.

" Adaptive Systems, Lack of Persistency of Excitation and Bursting Phenomena." Automatica, Vol. 21, n. 3, p. 247-258, 1985.

Åström, K.J.

" Theory and Applications of Adaptive Control - A Survey." Automatica, Vol 19, n. 5, p. 471-486, 1983.

Åström, K.J., Neumann, L. & Gutman, P.O.

" A Comparison Between Robust and Adaptive Control of Uncertain Systems." IFAC Congress, Lund, 1986.

Åström, K.J. & Wittenmark, B.

" Adaptive Control." Addison-Wesley, 1989.

Bai, E.W. & Sastry, S.S.

" Persistency of Excitation, Sufficient Richness and Parameter Convergence in Discrete Time Adaptive Control." Systems and Control, Agosto, p.153-163, 1985.

Barros, P.R.

" Robust Performance in Adaptive Control." Ph.D. Thesis, University of Newcastle, 1990.

Barros, P.R. & Goodwin, G.C.

" Excitation Dependent Least Squares: QR Decomposition Algorithm." 8^o CBA, Vol. 1, p.75-80, 1990.

Benveniste, A.

" Design of Adaptive Algorithms for Tracking Time-Varying Systems." International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 1, 1987.

Chen, M.J. & Norton, J.P.

" Estimation Technique for Tracking Rapid Parameter Changes." International Journal of Control, Vol. 45, n.4, p.1387-1398, 1987.

Davis, P.F.

" EM Algorithm for Analysing Systems with Time-Varying Parameters." International Journal of Control, Vol. 47, n.2, p.433-443, 1988.

D'Azzo, J.J., & Houpis, C.H.

" Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares." Guanabara Dois, 1975.

Egardt, B., Ljung, L., Johnson Jr, C.R. & Williamson, G.A.

" Adaptive Systems Performance in the Frequency Domain." 4th IFAC International Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing - ACASP - Preprints, Grenoble - France, p.33-39, 1992.

Eykhoff, P.

" System Identification." Wiley & Sons, New York, 1974.

Errahimi, F. & Radouane, L.

" Direct Adaptive Control for Linear Time-Varying Systems." 4th IFAC International Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing - ACASP - Preprints, Grenoble - France, p.715-720, 1992.

Favier, G., Rougerie, C., Bariani, J.P., do Amaral, W., Gimeno, L. & de Arruda, L.V.R

" A Comparison of Fault Detection Methods and Adaptive Identification Algorithms." 8th IFAC / IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation - Preprints, Beijing - China, Vol. II, p.757-762, 1988.

- Feng, C. & Zeng, W.
" On-line Modified Least-Squares Parameter Estimation of Linear Systems with Input-Output Data Polluted by Measurement Noises." 8th IFAC / IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation - Preprints, Beijing - China, Vol. II, p.1189-1195, 1988.
- Francis, B.A.
" A Course in H_{∞} Control Theory. Lecture Notes in Control and Information Sciences." Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- Gerencsér, L.
" Recursive Estimation of Time Varying Parameters." 8th IFAC / IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation - Preprints, Beijing - China, Vol. II, p.1082-1085, 1988.
- Giri, F., Dion, J.M., Dugard, L. & M'Saad, M.
" Parameter Estimation Aspects in Adaptive Control." 8th IFAC / IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation - Preprints, Beijing - China, Vol. II, p.1183-1188, 1988.
- Golub, G.H. & Van Loan
" Matrix Computations." The John Hopkins University Press, 1983.
- Goodwin, G.C. & Sin, K.S.
" Adaptive Filtering Prediction and Control." Prentice-Hall, New Jersey, 1984.
- Hägglund, T.
" Recursive Estimation of Slowly Time-Varying Parameters." 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, York, 1985.
- Hägglund, T. & Åström, K.J.
" A Frequency Domain Approach to Adaptive Control." Proceedings of the 11th IFAC World Congress, Tallin, p.265-270, 1990.
- Hornbeck, R.W.
" Numerical Methods." Quantum Publisher, 1975.

Horowitz, I.M. & Sidi, M.

" Synthesis of Feedback Systems with Large Plant Ignorance for Prescribed Time-Domain Tolerances." *International Journal of Control*, Vol. 16, n.2, p.287-309, 1972.

Isermann, R., Baur, U., Bamberger, W., Kneppo, P. & Siebert, H.

" Comparison of Six On-Line Identification and Parameter Estimation Methods." *Automatica*, Vol. 10, p. 81-103, 1974.

Lilja, M.

" A Frequency Domain Method for Low Order Controller Design." 11th IFAC World Congress, Tallin, p.185-190, 1990.

Ljung, L.

" System Identification: Theory for the User." Prentice-Hall, New Jersey, 1987.

Mareels, I.M.Y. & Gevers, M.

" Persistency of Excitation Criteria for Linear, Multivariable, Time-Varying Systems." *Mathematics of Control, Signal, and Systems*, Vol I, p.205-226, 1988.

Middleton, R.H.& Goodwin, G.C.

" Adaptive Control of Time-Varying Linear Systems." *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 33, n.2, p.150-155, fevereiro, 1988.

Middleton, R.H. & Goodwin, G.C.

" Digital Control Estimation: A Unified Approach." Prentice-Hall, New Jersey, 1990.

Molander, M., Modén, P.E. & Holmström, K.

" Model Reduction in Recursive Least Squares Identification." 4th IFAC International Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing - ACASP - Preprints, Grenoble - France, p.87-92, 1992.

Morari, M. & Zafiriou, E.

" Robust Process Control." Prentice-Hall, New Jersey, 1989.

Narendra, K.S. & Annaswamy, A.M.

" A New Adaptive Law for Robust Adaptation Without Persistent Excitation." IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-32, n.2, p.134-145, fevereiro, 1987.

Neumann, D., Isermann, R., Nold, S.

" Comparison of Some Parameter Estimation Methods for Continuous-Time Models." 8th IFAC / IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation - Preprints, Beijing - China, Vol. II, p.1171-1176, 1988.

Ogata, K.

" Engenharia de Controle Moderno." Prentice-Hall, 1970.

Oppenheim, A.V. & Schaffer, R.W.

" Discrete-Time Signal Processing." Prentice Hall, New Jersey, 1989.

O'Reilly, J.

" Robustness of Linear Feedback Control Systems to Unmodelled High-Frequency Dynamics." International Journal of Control, Vol. 44, n.4, p.1077-1088, 1986.

Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. & Vetterling, W.T.

" Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing." Cambridge University Press, Cambridge, 1988.

Reinsch, C.H.

" A Stable, Rational QR Algorithm for the Computation of the Eigenvalues of an Hermitian, Tridiagonal Matrix." Mathematics of Computation, Vol. 25, n.115, p.591-597, 1971.

Sagara, S., Yang, Z. & Wada, K.

" Recursive Identification Algorithms for Continuous Systems Using an Adaptive Procedure." International Journal of Control, Vol. 53, n.2, p.391-409, 1991.

Salgado, M.E., Goodwin, G.C. & Middleton, R.H.

" Modified Least Squares Algorithm Incorporating Exponential Resetting and Forgetting." International Journal of Control, Vol. 47, n.2, p.477-491, 1988.

- Sastry, S. & Bodson, M.
" Adaptive Control, Stability, Convergence and Robustness." Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- Stanley, W.D.
" Digital Signal Processing." Reston Publishing, Virginia, 1975.
- Stewart, G.W.
" Introduction to Matrix Computation." Academic Press, New York, 1973.
- Tsakalis, K. & Ioannou, P.
" Adaptive Control of Linear Time-Varying Plants." *Automatica*, Vol. 33, n. 4, p. 459-468, 1987.
- Wiberg, D.M.
" Another Approach to On-Line Parameter Estimation." Proceedings of the 1987 American Control Conference, Minneapolis, 1987.
- Wittenmark, B. & Källén, P.
" Identification and Design for Robust Adaptive Control." Proceedings of the 11th IFAC World Congress, Tallin, p.265-270, 1990.
- Zames, G., & Wang, L. Y.
" Adaptive vs. Robust Control: Information Based Concepts." 4th IFAC International Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing - ACASP - Preprints, Grenoble - France, p.533-536, 1992.
- Zhao, Z., Sagara, S., & Wada, K.
" Bias-Compensating Least Squares Method for Identification of Continuous-Time Systems from Sample Data." *International Journal of Control*, Vol. 53, n.2, p.445-461, 1991.