

Análise do Comportamento em Campo Próximo para Antenas de Comunicações Móveis

Alexandre Marcio Nóbrega Gomes

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba - Campus II como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Informação

Marcelo Sampaio de Alencar

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Alexandre Marcio Nóbrega Gomes, Outubro de 2000



G633a Gomes, Alexandre Marcio Nobrega
Análise do comportamento em campo próximo para antenas de comunicações móveis / Alexandre Marcio Nobrega Gomes. - Campina Grande, 2000.
105 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia.

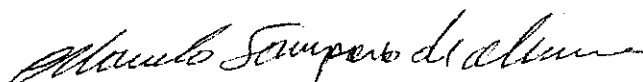
1. Antenas 2. Eletromagnetismo 3. Irradiação 4. Dissertação I. Alencar, Marcelo Sampaio de, Dr. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB) III. Título

CDU 621.396.67(043)

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO EM CAMPO PRÓXIMO PARA
ANTENAS DE COMUNICAÇÕES MÓVEIS

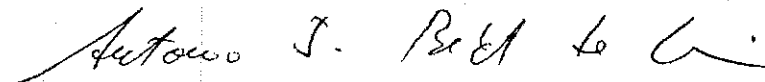
ALEXANDRE MÁRCIO NÓBREGA GOMES

Dissertação Aprovada em 09.10.2000



PROF. MARCELO SAMPAIO DE ALENCAR, Ph.D., UFPB
Orientador

PROF. CRESO SANTOS DA ROCHA, Ph.D.
Componente da Banca



PROF. ANTONIO JERÓNIMO BELFORT DE OLIVEIRA, Ph.D., UFPE
Componente da Banca



PROF. GIUSEPPE GLIONA, M.Sc., TIM – Tele Nordeste Celular
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
Setembro - 2000

Dedicatória

Dedico esta dissertação aos meus pais por tudo que eles representam em minha vida.

Agradecimentos

- A Deus, por tudo;
- Aos meus pais, Geraldo e Glória, e irmãs Andrea e Ana Carolina, pela compreensão, carinho e apoio incessante;
- A minha noiva Kalyne, pelo companheirismo e incentivo;
- Ao professor Marcelo Sampaio de Alencar, pela orientação, apoio, confiança e amizade;
- A Giuseppe Glionna, pela amizade e suporte à pesquisa;
- Ao professor Rômulo R. Maranhão do Valle, pela paciência, apoio e pelos livros;
- A Waslon Terllizzie, pela ajuda nesse trabalho;
- A todos meus colegas de pós-graduação que trabalharam comigo no LAB-COM;
- Aos demais professores e funcionários do DEE-UFPB;
- A TIM-Telenordeste Celular Participações S/A;
- A Capes, órgão financiador deste trabalho.

Resumo

Com o crescente desenvolvimento dos sistemas de comunicações móveis, antenas transmissoras tendem a ser instaladas em regiões próximas a áreas com fluxo de pessoas. Dessa forma, faz-se necessária uma análise qualitativa e quantitativa do comportamento do campo eletromagnético, que pode, dentro da região de campo próximo, ter uma intensidade apreciável. Este trabalho apresenta um estudo acerca do campo próximo, região do campo irradiante em que o campo eletromagnético apresenta uma oscilação com a distância além de uma alta intensidade em amplitude em relação à amplitude no campo distante. A análise abrange vários tipos de aberturas, no espaço livre. É feita uma aproximação de antenas por aberturas, utilizando-se para análise parâmetros usuais em planejamento como a potência e o ganho de uma antena.

Abstract

With the growing development of mobile communication systems, transmission antennas tend to be installed close to areas with some flow of people. Thus, it is necessary a qualitative and quantitative analysis of the electromagnetic field behavior, that, inside of near field area, can be reaching the people. This work presents a study of the near field, area of the radiating field in which the electromagnetic field presents an oscillation with distance besides a high intensity in magnitude in relation to the magnitude of the far field. The analysis covers several types of apertures, in free space. An approach for the study of antennas using apertures is provided, where parameters employed in the design, such as power and gain of an antenna, are used for analisis.

Lista de Símbolos e Abreviaturas

- n – índice de refração
 c – velocidade da luz no meio
 c_0 – velocidade da luz no vácuo
 λ – comprimento de onda
 G – ganho de diretividade
 A_e – área efetiva
div – divergência
rot – rotacional
 \mathbf{H} – vetor campo magnético
 \mathbf{E} – vetor campo elétrico
 \mathbf{H}_s – representação de \mathbf{H} como um fasor
 \mathbf{E}_s – representação de \mathbf{E} como um fasor
 \mathbf{J}_s – representação do vetor densidade de corrente como um fasor
 ϵ – permissividade do meio
 ϵ_0 – permissividade do espaço livre
 μ_0 – permeabilidade do espaço livre
 σ – condutividade elétrica do meio
 η – impedância intrínseca do meio
 η_0 – impedância intrínseca do ar
 α – constante de atenuação
 k – constante de fase ou frequência espacial
 \mathbf{k} – vetor de propagação
 $\mathbf{J}_{\sigma s}$ – corrente de condução
 \mathbf{J}_{ds} – corrente de deslocamento
 D – dimensão característica da antena

H_o – campo magnético na abertura da antena
 E_o – campo elétrico na abertura da antena
 $f(\xi, \varsigma)$ – função de distribuição de campo da abertura
 L – dimensão lateral da antena
 C – cosseno de Fresnel
 S – seno de Fresnel
 Δ – termo de normalização de distância para o campo próximo
 W – densidade de potência
 e_p – fator de polarização
 η_1 – taxa de potência transmitida através de uma dada área
 A – espectro de onda plana
 w_m – energia magnética
 w_e – energia elétrica
 TE – parte transversa do campo elétrico
 TM – parte transversa do campo magnético
 E_{rms} – valor rms (valor médio quadrático) do campo elétrico
 E – valor de pico do campo elétrico
 H_{rms} – valor rms (valor médio quadrático) do campo magnético
 P_t – potência da antena transmissora
 G_t – ganho em dBi da antena transmissora

Lista de Figuras

2.1	Campo exterior em uma antena radiante.	5
3.1	Abertura linear uniforme.	9
3.2	Integrais de Fresnel.	11
3.3	Campo elétrico no eixo para uma fonte linear uniforme.	12
3.4	Campo elétrico no eixo para uma fonte linear uniforme em dB ($20 \log E $).	13
3.5	Abertura retangular uniforme.	13
3.6	Comparação entre o campo elétrico de uma abertura quadrada e retangular com diferentes tipos de abertura.	17
3.7	Comparação entre o campo elétrico de uma abertura quadrada e retangular com diferentes tipos de abertura, em dB	18
3.8	Geometria de uma abertura circular	19
3.9	Comparação para campo elétrico no eixo para o campo sem aproximações, com $D = 10\lambda$ e $D = 100\lambda$, e pela aproximação de Fresnel, para uma abertura circular.	21
3.10	Densidade de potência no eixo para uma abertura linear.	22
3.11	Densidade de potência no eixo para uma abertura uniforme quadrada e retangular com diversas dimensões.	23
3.12	Densidade de potência no eixo para uma abertura circular.	25
4.1	Sistema de coordenadas para uma onda refletida.	28
4.2	Sistema de coordenadas para uma ponto na região próxima à abertura.	31
4.3	Sistema de coordenadas para uma área A próxima à abertura.	34

4.4	Sistema de coordenadas para uma abertura finita S irradiando na direção $z \geq 0$.	39
6.1	Representação da aproximação de uma antena por uma abertura.	55
6.2	Campo elétrico no eixo para a antena modelo ASPD977, $P=100$ W, $G=10,6$ dBi, $f=900$ MHz.	55
6.3	Campo elétrico no eixo para a antena modelo K751161, $P=20$ W, $G=2$ dBi, $f=900$ MHz.	56
6.4	Campo elétrico no eixo para a antena modelo BCR80015, $P=100$ W, $G=17,1$ dBi, $f=900$ MHz.	56
6.5	Campo elétrico no eixo para a antena modelo DB844H65JVTX, $P=100$ W, $G=15,6$ dBi, $f=900$ MHz.	57
6.6	Campo elétrico no eixo para a antena modelo FV651500A2, $P=100$ W, $G=16,8$ dBi, $f=900$ MHz.	57
6.7	Campo elétrico no eixo para a antena modelo AP909014, $P=100$ W, $G=16$ dBi, $f=900$ MHz.	58
6.8	Campo elétrico no eixo para a antena modelo LPD7908, $P=100$ W, $G=10,1$ dBi, $f=900$ MHz.	58
6.9	Campo elétrico no eixo para a antena modelo RWA80014, $P=100$ W, $G=16,1$ dBi, $f=900$ MHz.	59
6.10	Campo elétrico no eixo para a antena modelo AP906513, $P=100$ W, $G=15$ dBi, $f=900$ MHz.	59
6.11	Campo elétrico no eixo para a antena modelo LPD7907, $P=100$ W, $G=9,1$ dBi, $f=900$ MHz.	60
6.12	Campo elétrico no eixo para a antena modelo AP901208, $P=100$ W, $G=9,6$ dBi, $f=900$ MHz.	60
6.13	Campo elétrico no eixo para a antena modelo DB854HV90SX, $P=100$ W, $G=13,6$ dBi, $f=900$ MHz.	61
6.14	Campo elétrico no eixo para a antena modelo RWA8009, $P=100$ W, $G=11,1$ dBi, $f=900$ MHz.	61
6.15	Modelos Decibel.	63
6.16	Modelo EMS FV651500_A2.	63
6.17	Modelo Kathrein K751161.	64

6.18 Modelos CelWave.	64
6.19 Modelos RWA da Antel.	65
6.20 Modelos LPD da Antel.	65
C.1 Refração de uma onda incidente.	78
C.2 Ângulos de incidência e reflexão.	79
C.3 Ângulo de reflexão igual ao ângulo de incidência.	80
C.4 Difração de uma onda ao atravessar uma fenda.	81
D.1 Representação dos campos \mathbf{E} e \mathbf{H} propagando-se no espaço livre.	93
D.2 Relação entre as fases de $\mathbf{J}_s, \mathbf{J}_{\sigma s}, \mathbf{J}_{ds}, \mathbf{E}_s$	96
E.1 Diagramas de irradiação do modelo RWA80014.	98
E.2 Diagramas de irradiação do modelo RWA8009.	99
E.3 Diagramas de irradiação do modelo LPD7907.	99
E.4 Diagramas de irradiação do modelo LPD7908.	100

Lista de Tabelas

2.1	Comparação entre regiões de campo próximo e distante.	7
6.1	Parâmetros principais de antenas utilizadas por empresas de telefonia móvel celular a 900 MHz.	53
6.2	Distâncias limite para exposição, com potência transmitida de 100 W a 900 MHz, das antenas avaliadas.	54
B.1	Níveis de referência para exposição ocupacional a campos elétricos e magnéticos variáveis no tempo (valores eficazes, não perturbados)	75
B.2	Níveis de referência para exposição do público em geral a campos elétricos e magnéticos variáveis no tempo (valores eficazes, não perturbados)	76
C.1	Índice de refração para alguns meios.	78
C.2	Área efetiva e diretividade de algumas antenas de interesse.	84

Índice

1	Introdução	1
2	Campos Externos a Antenas Radianes	4
2.1	Conclusão	6
3	Campo Próximo a Aberturas	8
3.1	Aberturas	8
3.1.1	As Equações de Campo	8
3.1.2	A Abertura Linear	9
3.1.3	A Abertura Retangular	12
3.1.4	A Abertura Quadrada	16
3.1.5	A Abertura Circular	16
3.2	Densidade de Potência em Aberturas	20
3.3	Conclusão	26
4	Tópicos em Aberturas	27
4.1	Análise de Espalhamento	27
4.1.1	Análise para o Campo Distante	27
4.1.2	Extensão para o Campo Próximo	30
4.1.3	Extensão para o Campo Muito Próximo	32
4.2	Energia Focada por uma Abertura	33
4.3	Espectro de Onda Plana em Campos Evanescentes	35
4.4	Energia Reativa de uma Abertura	38
4.4.1	Regiões Visíveis e Invisíveis dos Campos TE e TM	41
4.5	Conclusão	41

5	Solução de Equações de Propagação para o Campo Próximo	43
5.1	Propagação de Ondas Diretas no Espaço Livre	43
5.2	Equações para a Abertura Linear	45
5.3	Equações para a Abertura Retangular	46
5.4	Equações para a Abertura Quadrada	49
5.5	Equações para a Abertura Circular	49
5.6	Conclusão	51
6	Aplicação em Antenas	52
6.1	Conclusão	62
7	Conclusão e Perspectivas	67
8	Bibliografia	69
A	Integrais de Fresnel	72
B	Níveis de Referência para Exposição	74
C	Fundamentos	77
C.1	Propagação	77
C.2	Refração e Reflexão	78
C.3	Interferência	80
C.4	Difração	80
C.5	Antenas	81
C.6	Ganho	82
C.7	Padrão de Irradiação	84
C.8	Polarização	85
D	A Onda Plana Uniforme	87
D.1	Divergente e Rotacional	87
D.1.1	Divergente	87
D.1.2	Rotacional	88
D.2	Propagação de Ondas no Espaço Livre	89
D.3	Propagação de Ondas em Dielétricos Dissipativos	93

D.4 O Teorema de Poynting	96
E Diagramas de Irradiação	98
F Programa para Cálculo de Campo	101

Capítulo 1

Introdução

Com o aumento da demanda por serviços de comunicações, especialmente para a telefonia móvel celular, as antenas transmissoras tendem a ser instaladas em posições próximas a ambientes com eventual fluxo de pessoas. Dessa maneira, torna-se de grande importância o exame da variação do campo eletromagnético apresentada na região próxima às antenas, particularmente ao longo do eixo radial de máxima irradiação, em aplicações que requerem o conhecimento prévio dos níveis de irradiação a curta distância, possibilitando a instalação das antenas na posição correta em relação a esses níveis.

Esse estudo pretende apresentar uma análise teórica acerca do comportamento do campo eletromagnético nas vizinhanças de uma antena transmissoras, simulando-as como aberturas. Para isso, é desenvolvido um texto em que são descritos desde conteúdos básicos em eletromagnetismo até equações mais complexas de propagação de ondas.

A região que envolve uma fonte eletromagnética é subdividida em duas áreas principais. A região compreendida entre a fonte e a distância de $2D^2/\lambda$ é definida como região de campo próximo ou região de Fresnel. Após esse limite encontra-se a região de campo distante ou região de Fraunhofer. Uma descrição detalhada sobre as regiões do campo irradiados por antenas, principalmente a região de campo próximo [1, 2, 3, 4], é desenvolvida no Capítulo 2.

Após a descrição sobre o comportamento do campo em relação à distância apresentada no Capítulo 2, é apresentada no Capítulo 3 uma análise qualitativa para a variação do campo eletromagnético na região de campo próximo,

particularmente ao longo do eixo principal do diagrama de irradiação. Para tal análise é descrito o comportamento de diversos tipos de aberturas, utilizando-se as equações de campo eletromagnético para aberturas apresentadas em [5, 6, 7] além das aproximações de Fresnel para o cálculo das integrais de campo na região de campo próximo.

Após os estudos do comportamento do campo elétrico na região de campo próximo a aberturas, pretende-se no Capítulo 4 a análise de outros casos envolvendo aberturas, como o espalhamento de ondas, apresentado em uma das seções. Além disso, são apresentadas discussões sobre a região de campo reativo de uma antena, em que são explicados termos como vetor de propagação, assim como equações para o cálculo da potência nessa região.

As formulações para o campo eletromagnético de aberturas no campo próximo descritas em diversos artigos e livros [1, 7, 5, 6, 8] apresentam parâmetros de entrada diferentes dos utilizados por fabricantes de antenas para caracterizar seus produtos. Essas equações fornecem apenas uma idéia qualitativa e não quantitativa do comportamento do campo eletromagnético na região do campo próximo.

Para aplicar-se os resultados obtidos no Capítulo 3 para a região de campo próximo em antenas é necessário que os dados de entrada estejam em função da tensão, corrente, ou potência aplicada à antena, além de sua dimensão, ganho, e frequência de operação. No capítulo 5 são desenvolvidas equações de propagação no espaço livre, relacionando a potência aplicada em watts e o ganho da antena em dBi, com as equações para o campo no eixo, sem normalização, para as diversas aberturas, de modo que os parâmetros de entrada estejam de acordo com os fatores necessários para aplicação dessas equações à análise de antenas.

O objetivo principal das formulações apresentadas no Capítulo 5 é aproximar os valores de campo eletromagnético obtidos por aberturas, por aqueles obtidos por qualquer antena, caracterizando as aberturas com as dimensões das antenas, aplicando nessas aberturas a mesma potência e ganho característico apresentados pelas antenas.

Como conseqüência das equações obtidas no Capítulo 5, são apresentados no Capítulo 6 os resultados da aplicação das equações de campo elétrico em campo próximo para aberturas, no espaço livre, considerando modelos de antenas

utilizados atualmente por empresas de telefonia móvel celular, de acordo com a Tabela 6.1. As antenas são simuladas como sendo aberturas com distribuição uniforme de campo elétrico, transmitindo potências usuais em telefonia móvel a 900 MHz. São observados gráficos mostrando a conformação do campo elétrico, no espaço livre, no sentido da maior diretividade da antena, avaliando-se os níveis de campo elétrico em relação às normas estabelecidas pela Anatel [9].

Dos estudos apresentados neste trabalho resultaram dois artigos, um dos quais já foi publicado [10] e outro já aceito para publicação [11].

Capítulo 2

Campos Externos a Antenas Radiantes

Geralmente, antenas operam em longas distâncias de transmissão. Desta forma, o comportamento de uma antena é especificado em um limite de distância infinita, sendo as características desse limite denominadas características de campo distante. Essas características, *e.g.* ganho, padrão de radiação e polarização, podem ser medidas com bastante precisão utilizando-se uma grande distância de teste entre a antena e a fonte iluminante. Entretanto, para a finalidade de experimento, é mais conveniente realizar medições em distâncias de tamanho limitado. Isto cria um problema particular porque dados de medição mudam bastante com a mudança da distância de teste [2].

Para melhor entendimento desse problema, dividiu-se o campo ao redor de uma antena radiante em componentes de campo reativo e radiante (veja Figura 2.1).

Na região perto da antena, para uma distância de aproximadamente $\lambda/2\pi$, o campo reativo predomina. O tamanho desta região varia para antenas diferentes sendo, para a maioria dessas, da ordem de alguns comprimentos de onda ou menos [1]. Portanto, esta região é referida como região de campo próximo reativo. Experiências com medições de campo próximo indicam que distâncias aproximadas de um comprimento de onda (λ) formam um limite mais razoável para o campo próximo reativo [2]. Fora dessa região o campo reativo decai rapidamente, podendo ser desprezado à distancia de alguns comprimentos de onda

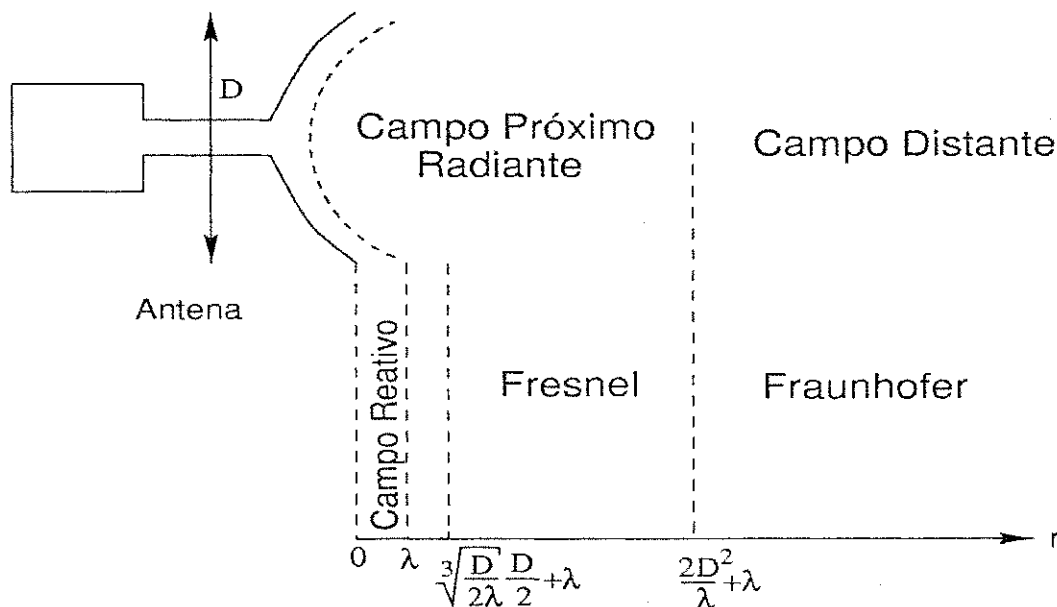


Figura 2.1: Campo exterior em uma antena radiante.

da estrutura de antena.

Como visto na Figura 2.1, a região fora do campo próximo reativo é subdividida em duas regiões principais, a região de campo próximo radiante e a região de campo distante radiante. O limite entre essas duas regiões é definido como a distância de teste, cujos dados medidos representam com precisão suficiente os parâmetros de campo distante. Isto significa que na região de campo próximo radiante, os dados medidos dependem bastante da distância de teste. O raio interno do campo distante é geralmente $2D^2/\lambda + \lambda$. A quantidade λ adicionada cobre a possibilidade da dimensão máxima D da antena ser menor que um comprimento de onda. Em outras palavras, a distância Rayleigh deve ser realmente medida além do limite do campo próximo reativo da antena [2].

Na região de campo próximo, a distribuição relativa angular do campo é dependente da distância da antena. A razão para esse comportamento é que a contribuição dos diferentes elementos da antena, em relação à fase, muda com a distância, assim como a amplitude relativa destas contribuições de campo.

Os termos “região de Fresnel” e “região de Fraunhofer” são usados algumas vezes para caracterizar os campos de uma antena. O termo região de Fraunhofer pode ser usado como um sinônimo de região de campo distante, ou para referir-

se à região focal de uma antena focada a uma distância finita, em que todos os elementos de uma abertura da antena estão essencialmente à mesma distância de um ponto de observação. Nessa região, o termo de fase é aproximado com bastante precisão por uma exponencial linear, a amplitude decai proporcional a $1/R$ e apenas as componentes transversais de E e H aparecem [1].

A região de Fresnel, que se estende de $D/2 \left(\sqrt[3]{D/2\lambda} \right) + \lambda$ até o limite com o campo distante ($2D^2/\lambda$), é a região em que é necessária uma aproximação quadrática de dois termos na exponencial de fase do campo. No limite superior, o erro de fase em relação à borda da abertura é $\lambda/16$, que produz um efeito desprezível na diretividade e lóbulos laterais [1]. Uma aproximação quadrática de dois termos para o termo de fase na região à esquerda do limite inferior da região de Fresnel torna-se imprecisa, sendo necessária a utilização de termos de maior ordem. A região de Fresnel é uma sub-região da região de campo próximo radiante. Essa região é também assim chamada, porque as expressões de campo podem reduzir-se a integrais de Fresnel [12]. Regiões de campo próximo e distante são comparadas na Tabela 2.1. Nessa tabela, observe que, para o decaimento da potência em campo reativo, n é uma função particular do projeto e geometria da antena, sendo 5 um valor típico [3], e η_0 é a impedância intrínseca do vácuo.

Para medições de ganho em antenas com aberturas eletricamente largas, o limite entre a região de campo próximo radiante e campo distante radiante é usualmente aceita como sendo a distância R , referida como a distância de campo distante, $R = 2D^2/\lambda$. Por meio de uma consideração geométrica, isto corresponde a uma diferença de percurso de aproximadamente $\lambda/16$, equivalente a uma diferença de fase de $\pi/8$ (22.5°), entre a contribuição do campo do centro da abertura da antena e da borda da abertura. Desta forma, se medições são realizadas a distâncias de teste maiores que $2D^2/\lambda$, o ganho e outras características podem ser medidas com grande precisão. Entretanto, medições de alta precisão podem requerer uma distância maior, *e.g.* $50D^2/\lambda$.

2.1 Conclusão

Em resumo, enquanto um ponto de observação no espaço move-se para fora da antena, a amplitude do campo inicialmente oscila e então cai monotonicamente.

Adiante, a fase e amplitude, relativas às diferentes contribuições de cada elemento da antena, assintoticamente atingem uma relação constante, tornando a distribuição angular relativa do campo independente da distância [1]

	Reativo	Campo Próximo	Campo Distante
Limite inferior	0	λ	$2D^2/\lambda$
Limite superior	λ	$2D^2/\lambda$	∞
Decaimento da Potência	R^{-n}	1	R^{-2}
E e H ortogonal	não	sim	sim
$\eta_o \approx 377\Omega$	não	sim	sim

Tabela 2.1: Comparação entre regiões de campo próximo e distante.

Capítulo 3

Campo Próximo a Aberturas

3.1 Aberturas

No capítulo anterior foi descrito o comportamento do campo em relação à distância. É importante agora examinar quantitativamente a variação do campo eletromagnético na região de campo próximo, particularmente ao longo do eixo. Isso é importante em aplicações que requerem o conhecimento dos níveis de irradiação à curta distância. Para tal análise será descrito o comportamento de uma abertura retangular, quadrada, linear e circular.

3.1.1 As Equações de Campo

Em problemas de radiação em aberturas, a aproximação mais útil para resolução das equações de campo de Maxwell é conhecida como formulação de Kirchhoff-Kottler [1], em que as expressões de campo são dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{k^2}{j\omega\epsilon 4\pi} \int_S \{(\mathbf{n} \times \mathbf{H}_o) \psi + [(\mathbf{n} \times \mathbf{H}_o) \cdot \nabla] \nabla \psi + j\omega\epsilon (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_o) \times \nabla \psi\} dS, \\ \mathbf{H} &= \frac{-k^2}{j\omega\mu 4\pi} \int_S \{(\mathbf{n} \times \mathbf{E}_o) \psi + [(\mathbf{n} \times \mathbf{E}_o) \cdot \nabla] \nabla \psi - j\omega\mu (\mathbf{n} \times \mathbf{H}_o) \times \nabla \psi\} dS, \end{aligned}$$

com $\psi = \exp(-jkr)/kr$, \mathbf{E}_o e \mathbf{H}_o os campos na abertura e \mathbf{n} o vetor normal à área S . As equações de campo eletromagnético apresentadas a seguir para diversos tipos de aberturas são soluções particulares dessas formulações.

Para reduzir-se a complexidade do cálculo das equações de campo em cada

um dos tipos de abertura, é aplicada a aproximação de Fresnel no termo de fase, r , da exponencial dessas equações.

3.1.2 A Abertura Linear

Assuma uma fonte linear de corrente de acordo com Figura 3.1. A irradiação do campo será rotacionalmente simétrica em planos perpendiculares à fonte. A equação de abertura para campo elétrico [5] é

$$\mathbf{E} = \frac{j}{2\lambda R} (\cos \theta + 1) \int_A f(\xi, \varsigma) \exp(-jkr) d\xi d\varsigma, \quad (3.1)$$

em que $f(\xi, \varsigma)$ representa a função de distribuição da abertura. Para uma abertura linear considera-se $f(\xi, \varsigma) = f(\xi)$, aplicando-se integral em apenas uma dimensão, de modo que

$$\mathbf{E} = \frac{j}{2\lambda R} (\cos \theta + 1) \int_L f(\xi) \exp(-jkr) d\xi. \quad (3.2)$$

A distância r do elemento da abertura para o ponto de observação é dada por

$$r = \sqrt{(y)^2 + (x - x')^2}. \quad (3.3)$$

Aplicando-se a aproximação de Fresnel chega-se a

$$r \simeq y + \frac{(x - x')^2}{2y}. \quad (3.4)$$

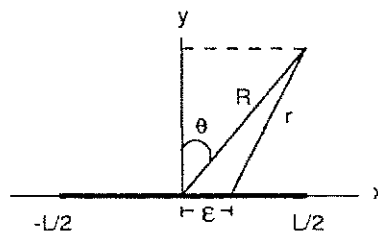


Figura 3.1: Abertura linear uniforme.

Para o campo no eixo, $x = 0$, $\theta = 0^\circ$ e, para uma distribuição de campo uniforme, $f(\xi) = \mathbf{E}_0$, a equação de campo torna-se

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\lambda y} \int_{-L/2}^{L/2} \mathbf{E}_0 \exp \left[-jk \left(y + \frac{x'^2}{2y} \right) \right] dx' \quad (3.5a)$$

$$\mathbf{E} = \frac{j\mathbf{E}_0 \exp(-jky)}{\lambda y} \int_{-L/2}^{L/2} \exp \left(-jk \frac{x'^2}{2y} \right) dx'. \quad (3.5b)$$

Fazendo-se uma mudança de variável, com $k = 2\pi/\lambda$,

$$x' = \left(\frac{\lambda y}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} t \implies t = \left(\frac{\pi}{\lambda y} \right)^{\frac{1}{2}} x' \implies t = \left(\frac{2\pi}{2\lambda y} \right)^{\frac{1}{2}} x' \implies t = \left(\frac{k}{2y} \right)^{\frac{1}{2}} x'. \quad (3.6)$$

Com isso

$$-jk \frac{x'^2}{2y} = -jk \frac{\left(\frac{\lambda y}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} t^2}{2y} = -jk \frac{\lambda y}{2\pi y} t^2 = -jk \frac{1}{k} t^2 = -jt^2. \quad (3.7)$$

Desta forma os limites da integral se tornam

$$x' = \pm \frac{L}{2} \implies t = \pm \left(\frac{k}{2y} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{L}{2}. \quad (3.8)$$

Normalizando em unidades de $2L^2/\lambda$, de forma que $\Delta = \frac{y}{2L^2/\lambda}$, tem-se para os limites da integral

$$t = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2\Delta}}. \quad (3.9)$$

Agora o campo é descrito da seguinte forma

$$\mathbf{E} = \frac{j\mathbf{E}_0 \exp(-jky)}{\lambda y} \left(\frac{2y}{k} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta}}}^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta}}} \exp(-jt^2) dt, \quad (3.10a)$$

$$\mathbf{E} = j\mathbf{E}_0 \exp(-jky) \left(\frac{1}{y\lambda\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta}}}^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta}}} (\cos t^2 - j \operatorname{sen} t^2) dt. \quad (3.10b)$$

Sejam **C** e **S** as integrais padrão de Fresnel (veja Figura 3.2)

$$\mathbf{C}(z) = \int_0^z \cos \frac{1}{2} \pi t^2 dt \quad \text{e} \quad \mathbf{S}(z) = \int_0^z \operatorname{sen} \frac{1}{2} \pi t^2 dt. \quad (3.11)$$

As seguintes relações envolvendo **C** e **S** também são obtidas [7]

$$\int \cos t^2 dt = \frac{\pi}{2} \mathbf{C} \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t \right) + \text{cte} \quad \text{e} \quad \int \operatorname{sen} t^2 dt = \frac{\pi}{2} \mathbf{S} \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t \right) + \text{cte}. \quad (3.12)$$

Como C e S são funções ímpares, $C(-z) = -C(z)$, e $S(-z) = -S(z)$, então

$$\int_{-t_0}^{+t_0} \cos t^2 dt = \sqrt{2\pi} C \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t_0 \right) \quad \text{e} \quad \int_{-t_0}^{+t_0} \sin t^2 dt = \sqrt{2\pi} S \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t_0 \right). \quad (3.13)$$

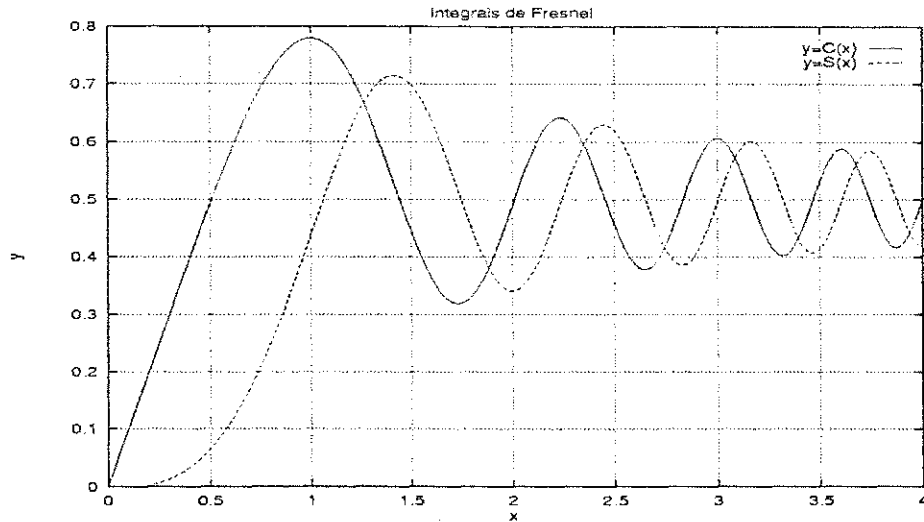


Figura 3.2: Integrais de Fresnel.

Assim, 3.10b torna-se

$$\mathbf{E} = j\mathbf{E}_0 \exp(-jky) \left(\frac{2}{y\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \left[C \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) - jS \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right]. \quad (3.14)$$

O módulo de \mathbf{E} é dado pela seguinte fórmula

$$|\mathbf{E}| = \mathbf{E}_0 \left(\frac{2}{y\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.15)$$

com $\Delta = \frac{y}{2L^2/\lambda}$, e $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, que pode ser modificada para

$$|\mathbf{E}| = \mathbf{E}_0 \left(\frac{2}{\frac{2L^2}{\lambda} \Delta} \right)^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.16a)$$

$$|\mathbf{E}| = \mathbf{E}_0 \left(\frac{1}{\Delta L^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.16b)$$

$$|\mathbf{E}| = \left(\frac{\mathbf{E}_0}{L} \right) \frac{1}{\sqrt{\Delta}} \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.16c)$$

As Figuras 3.3 e 3.4 representam as curvas para o módulo do campo elétrico no eixo. O termo em parênteses foi omitido para normalização da curva.

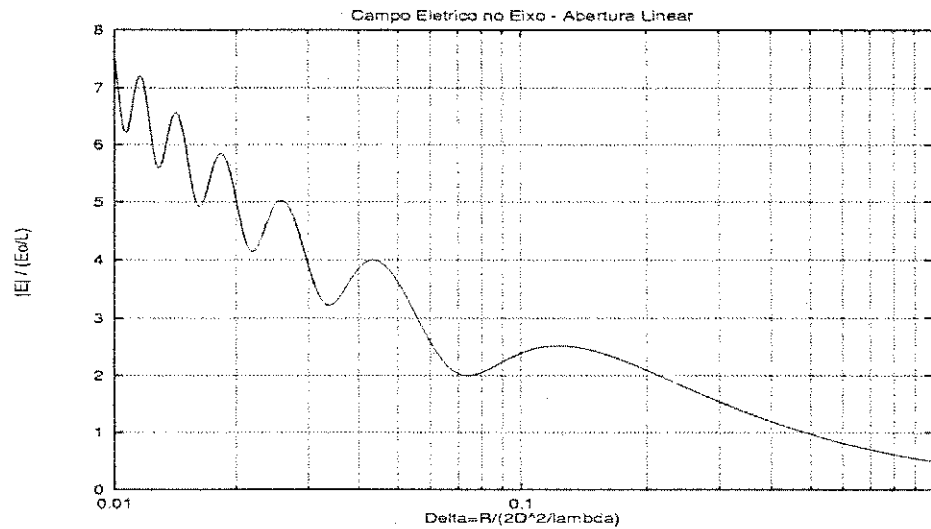


Figura 3.3: Campo elétrico no eixo para uma fonte linear uniforme.

3.1.3 A Abertura Retangular

Seja uma abertura de tamanho $L_x \times L_y$, como mostrado na Figura 3.5, com iluminação uniforme que produz um feixe na direção z . O campo elétrico \mathbf{E} segundo [7], [5] é

$$\mathbf{E} = \frac{j}{2\lambda R} (\cos \theta + 1) \int_A f(\xi, \varsigma) \exp(-jkr) d\xi d\varsigma. \quad (3.17)$$

A distância r do elemento da abertura para o ponto de observação é

$$r = \sqrt{z^2 + (x - x')^2 + (y - y')^2}. \quad (3.18)$$

Isso é, pela aproximação de Fresnel,

$$r \simeq z + \frac{(x - x')^2 + (y - y')^2}{2z}. \quad (3.19)$$

Para o campo no eixo, $x = y = 0$, $\theta = 0^\circ$, $R = z$ e, para uma distribuição de campo uniforme $f(\xi, \varsigma) = E_0$, a equação de campo torna-se

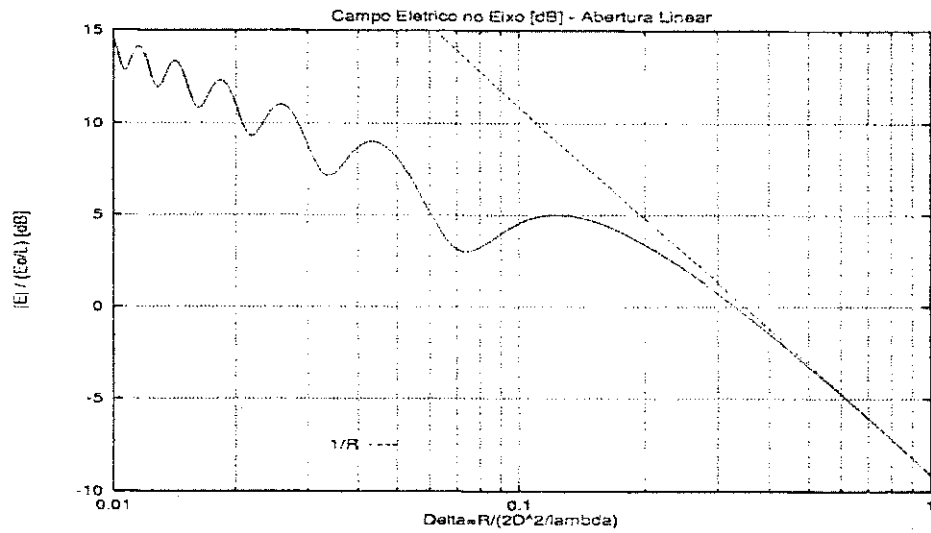


Figura 3.4: Campo elétrico no eixo para uma fonte linear uniforme em dB ($20 \log |E|$).

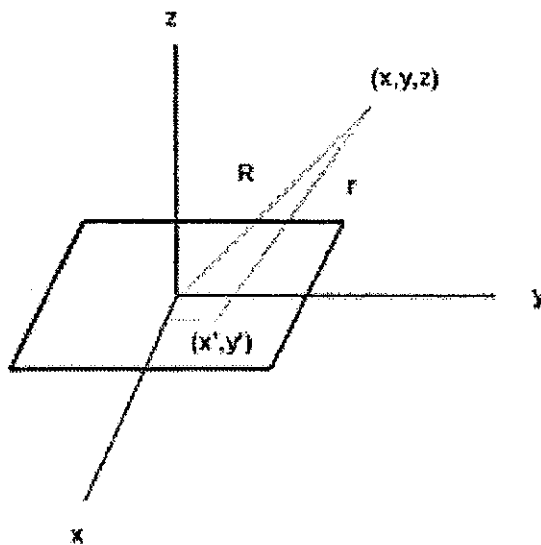


Figura 3.5: Abertura retangular uniforme.

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\lambda R} \mathbf{E}_0 \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \exp \left[-jk \left(z + \frac{x'^2 + y'^2}{2z} \right) \right] dx' dy', \quad (3.20)$$

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\lambda} \mathbf{E}_0 \frac{\exp(-jkz)}{R} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \exp \left[-jk \left(\frac{x'^2 + y'^2}{2z} \right) \right] dx' dy'. \quad (3.21)$$

Fazendo-se uma mudança nas variáveis x' e y' , com $k = 2\pi/\lambda$,

$$x' = \left(\frac{\lambda z}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} t \implies t = \left(\frac{\pi}{\lambda z} \right)^{\frac{1}{2}} x' \quad (3.22)$$

$$\implies t = \left(\frac{2\pi}{2\lambda z} \right)^{\frac{1}{2}} x' \implies t = \left(\frac{k}{2z} \right)^{\frac{1}{2}} x',$$

$$y' = \left(\frac{\lambda z}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} u \implies u = \left(\frac{\pi}{\lambda z} \right)^{\frac{1}{2}} y' \quad (3.23)$$

$$\implies u = \left(\frac{2\pi}{2\lambda z} \right)^{\frac{1}{2}} y' \implies u = \left(\frac{k}{2z} \right)^{\frac{1}{2}} y'.$$

os limites da integral se tornam

$$x' = \frac{L_x}{2} \implies t = \left(\frac{k}{2z} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{L_x}{2}, \quad (3.24)$$

$$y' = \frac{L_y}{2} \implies u = \left(\frac{k}{2z} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{L_y}{2}. \quad (3.25)$$

Normalizando em unidades de $2L^2/\lambda$, de forma que $\Delta_x = \frac{z}{2L_x^2/\lambda}$ e $\Delta_y = \frac{z}{2L_y^2/\lambda}$, tem-se para os limites da integral

$$t = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_x}}, \quad (3.26)$$

$$u = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_y}}. \quad (3.27)$$

O campo para a abertura retangular é escrito, então, da seguinte forma

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\lambda} \mathbf{E}_o \frac{\exp(-jkz)}{z} \left(\frac{2z}{k} \right) \cdot \int_{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_x}}}^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_x}}} \int_{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_y}}}^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_y}}} \exp(-jt^2 - ju^2) dt du, \quad (3.28a)$$

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\pi} \mathbf{E}_o \exp(-jkz) \cdot \int_{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_x}}}^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_x}}} \exp(-jt^2) dt \int_{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_y}}}^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta_y}}} \exp(-ju^2) du, \quad (3.28b)$$

$$\mathbf{E} = \frac{j\mathbf{E}_o \exp(-jkz)}{\pi} (\sqrt{2\pi})^2 \left[\mathbf{C} \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_x}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_x}} \right) \right] \cdot \left[\mathbf{C} \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_y}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_y}} \right) \right], \quad (3.28c)$$

$$\mathbf{E} = 2j\mathbf{E}_o \exp(-jkz) \left[\mathbf{C} \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_x}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_x}} \right) \right] \cdot \left[\mathbf{C} \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_y}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_y}} \right) \right]. \quad (3.28d)$$

em que \mathbf{C} e \mathbf{S} são as integrais padrão de Fresnel.

O módulo de \mathbf{E} é escrito da seguinte forma

$$|\mathbf{E}| = 2\mathbf{E}_o \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_x}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_x}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_y}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_y}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.29)$$

Como exemplo, seja uma abertura retangular com $L_x = 2L_y$,

$$\Delta_y = \frac{z}{2L_y^2/\lambda} \implies \Delta_y = \frac{z}{2(\frac{1}{2}L_x)^2/\lambda} \implies \Delta_y = 4 \left(\frac{z}{2L_x^2/\lambda} \right) \implies \Delta_y = 4\Delta_x. \quad (3.30)$$

Para $L_x = 3L_y$, $4L_y$ e $5L_y$ têm-se respectivamente $\Delta_y = 9\Delta_x$, $16\Delta_x$ e $25\Delta_x$. As Figuras 3.6 e 3.7 mostram o comportamento do campo, em módulo, para esses casos, incluindo o caso da abertura quadrada $L_x = L_y$.

3.1.4 A Abertura Quadrada

A abertura quadrada é um caso especial da abertura retangular em que $L_x = L_y$ de modo que $\Delta_x = \Delta_y$. Assim, tem-se para a equação de campo 3.17

$$\mathbf{E} = 2j\mathbf{E}_o \exp(-jkz) \left[C \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) - jS \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right]^2. \quad (3.31)$$

O módulo de \mathbf{E} é dado pela fórmula

$$|\mathbf{E}| = 2\mathbf{E}_o \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right]. \quad (3.32)$$

3.1.5 A Abertura Circular

Considere uma distribuição de corrente magnética uniforme, polarizada na direção do eixo x em uma região circular plana de raio a como indicado na figura 3.8. Os campos elétrico e magnético no eixo z , para $z > 0$, segundo [6], são descritos a seguir

$$\mathbf{E}_y(z) = \frac{z}{2}\mathbf{E}_o \int_0^a \left(jk + \frac{1}{\sqrt{\rho'^2 + z^2}} \right) \frac{\exp(-jk\sqrt{\rho'^2 + z^2})}{\rho'^2 + z^2} \rho' d\rho', \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} H_x(z) = & -\frac{j}{4\omega\mu}\mathbf{E}_o \int_0^a \left\{ -k^2 \frac{\rho'^2}{\rho'^2 + z^2} + \left(jk + \frac{1}{\sqrt{\rho'^2 + z^2}} \right) \right. \\ & \cdot \left. \left[\frac{3\rho'^2}{(\rho'^2 + z^2)\sqrt{\rho'^2 + z^2}} - \frac{2}{\sqrt{\rho'^2 + z^2}} \right] + 2k^2 \right\} \\ & \cdot \frac{\exp(-jk\sqrt{\rho'^2 + z^2})}{\sqrt{\rho'^2 + z^2}} \rho' d\rho'. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Realizando uma mudança de variáveis e avaliando as integrais 3.33 e 3.34 na forma fechada, usando integração por partes, têm-se para os campos eletromagnéticos exatos

$$\mathbf{E}_y(z) = \mathbf{E}_o \left[\frac{1}{2} \exp(-jkz) - \frac{z}{2\sqrt{a^2 + z^2}} \exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2}) \right], \quad (3.35)$$

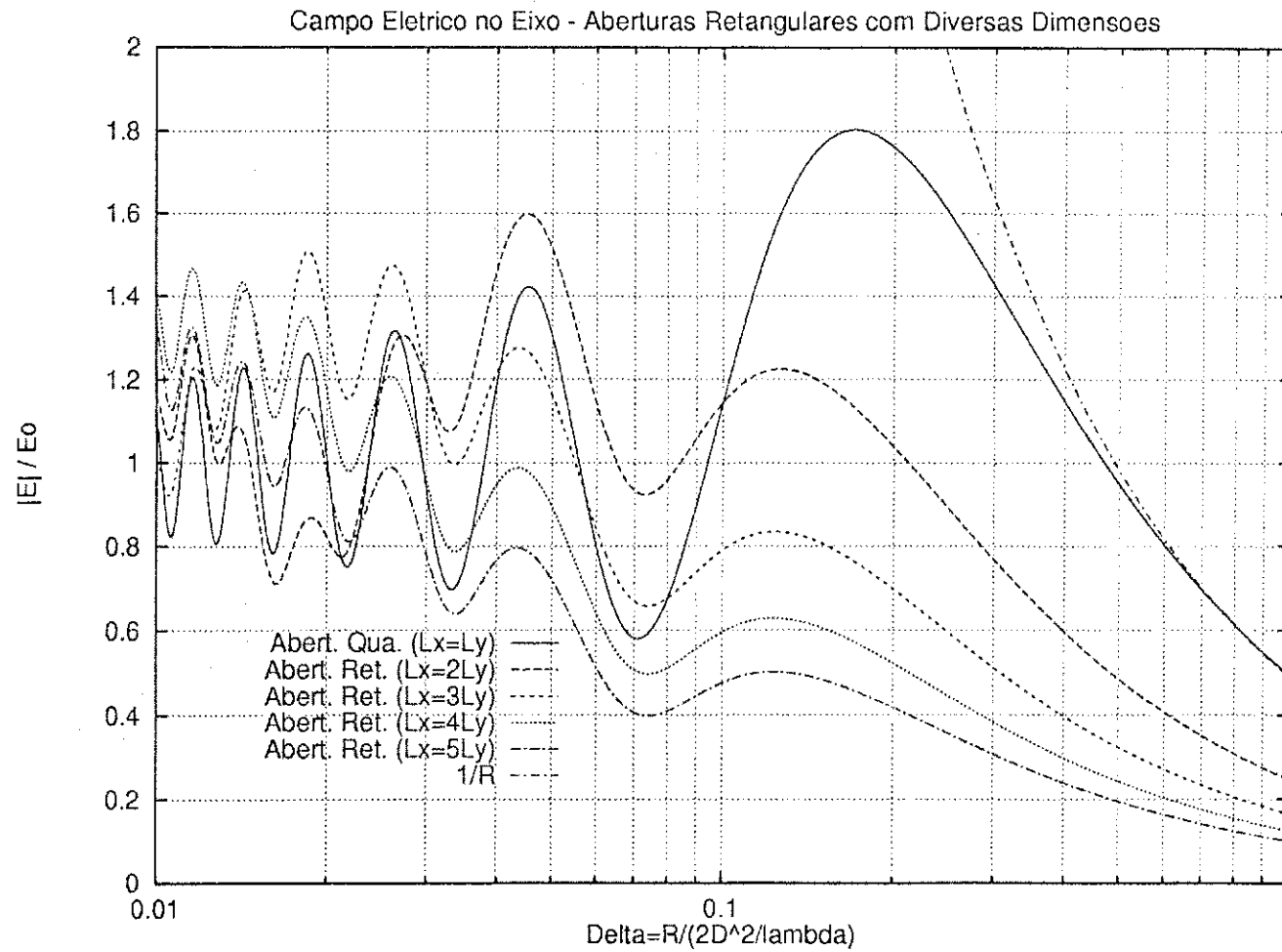


Figura 3.6: Comparação entre o campo elétrico de uma abertura quadrada e retangular com diferentes tipos de abertura.

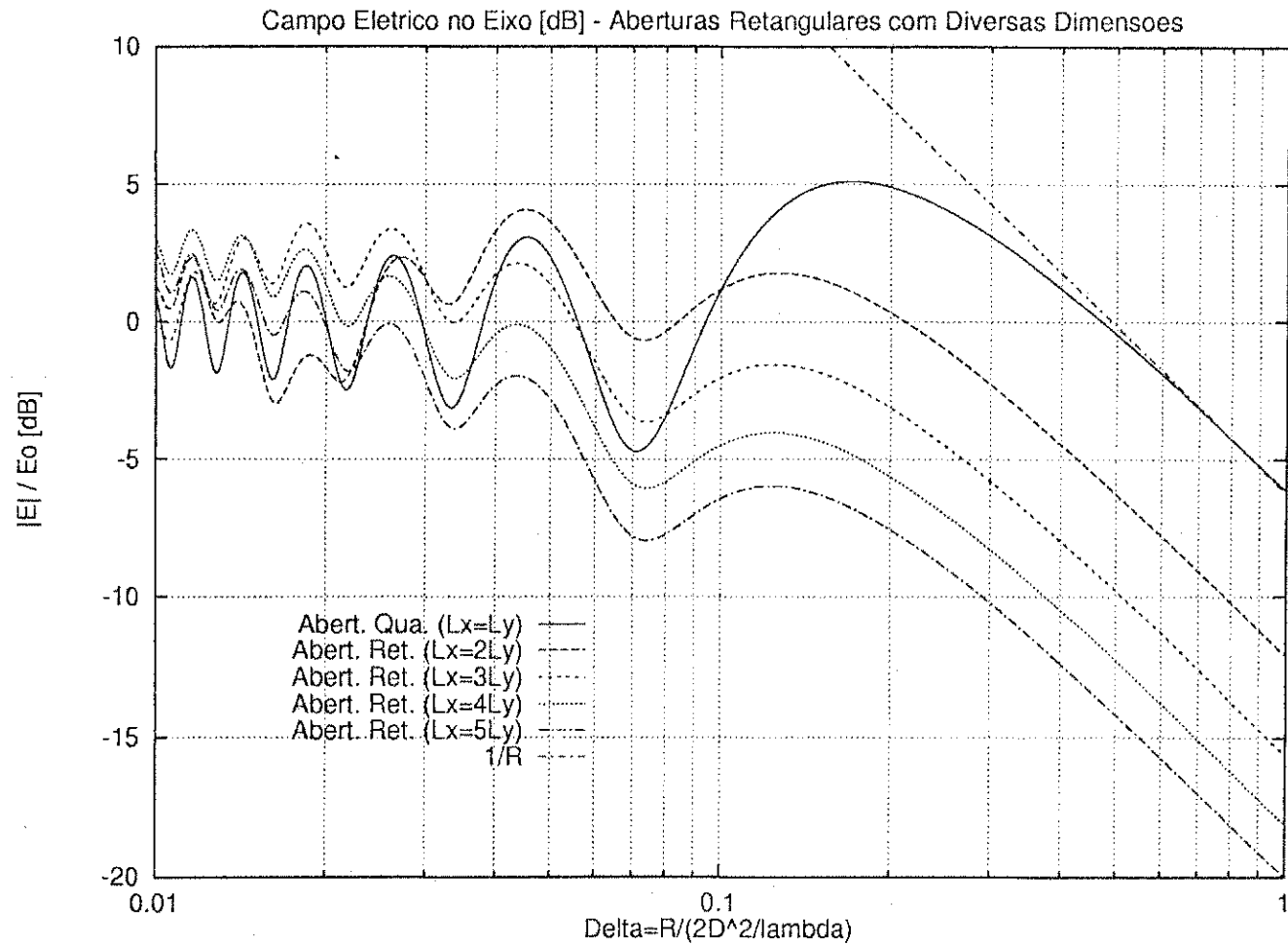


Figura 3.7: Comparação entre o campo elétrico de uma abertura quadrada e retangular com diferentes tipos de abertura, em *dB*.

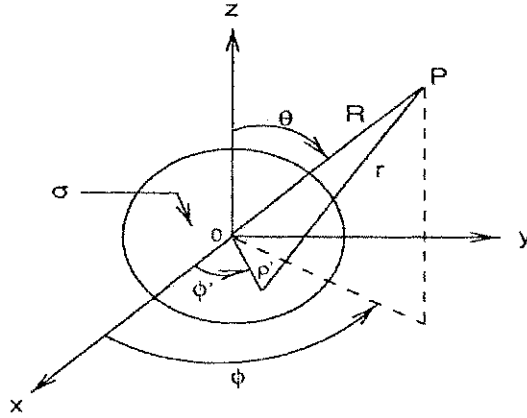


Figura 3.8: Geometria de uma abertura circular

e

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_x(z) = & -\frac{j}{4\omega\mu} \mathbf{E}_o \left\{ jk - \frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{jkz^2}{a^2 + z^2} \right. \\ & \left. + \frac{z^2}{(a^2 + z^2)\sqrt{a^2 + z^2}} \right\} \\ & \cdot \exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2}) - \frac{k}{2\omega\mu} \mathbf{E}_o \exp(-jkz). \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_x(z) = & -\frac{j}{4\omega\mu} \mathbf{E}_o \left\{ jk - \frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{jkz^2}{a^2 + z^2} \right. \\ & \left. + \frac{z^2}{(a^2 + z^2)\sqrt{a^2 + z^2}} \right\} \\ & \cdot \exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2}) - \frac{k}{2\omega\mu} \mathbf{E}_o \exp(-jkz). \end{aligned} \quad (3.37)$$

O módulo do campo elétrico exato é então

$$|\mathbf{E}| = \mathbf{E}_o \left[\frac{1}{4} + \frac{z}{2\sqrt{a^2 + z^2}} \left(\frac{z}{2\sqrt{a^2 + z^2}} - \cos(kz - k\sqrt{a^2 + z^2}) \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.38)$$

Normalizado para $\Delta = 1$ em $z = 2D^2/\lambda$, D diâmetro da abertura, tem-se para o campo exato

$$\begin{aligned} |\mathbf{E}| = & \mathbf{E}_o \left[\frac{1}{4} + \frac{4a\Delta}{\sqrt{\lambda^2 + 64\Delta^2 a^2}} \left(\frac{4a\Delta}{\sqrt{\lambda^2 + 64\Delta^2 a^2}} \right. \right. \\ & \left. \left. - \cos \left[\frac{2\pi a}{\lambda^2} (8a\Delta - \sqrt{\lambda^2 + 64\Delta^2 a^2}) \right] \right) \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.39)$$

As expressões 3.33 e 3.34 podem ser avaliadas de maneira mais simples utilizando-se aproximações de Fresnel e substituindo-se, para o termo de fase

$$\sqrt{\rho^2 + z^2} \approx z + \frac{\rho^2}{2z}, \quad (3.40)$$

e para o termo de amplitude

$$\sqrt{\rho'^2 + z^2} \approx z, \quad (3.41)$$

obtendo-se para os campos eletromagnéticos e seus respectivos módulos normalizados,

$$\mathbf{E}_y(z) = j\mathbf{E}_o \exp(-jkz) \exp\left[-j\left(\frac{k}{4}\right)\frac{a^2}{z}\right] \text{sen}\left(\frac{k a^2}{4 z}\right), \quad (3.42)$$

$$|\mathbf{E}| = \left|\mathbf{E}_o \text{sen}\left(\frac{\pi}{16\Delta}\right)\right|; \quad (3.43)$$

e

$$\mathbf{H}_y(z) = -\frac{1}{\eta}j\mathbf{E}_o \exp(-jkz) \exp\left[-j\left(\frac{k}{4}\right)\frac{a^2}{z}\right] \text{sen}\left(\frac{k a^2}{4 z}\right), \quad (3.44)$$

$$|\mathbf{H}| = \left|\frac{1}{\eta}\mathbf{E}_o \text{sen}\left(\frac{\pi}{16\Delta}\right)\right|. \quad (3.45)$$

A Figura 3.9 apresenta uma comparação para campo elétrico no eixo para o campo exato com $D = 10\lambda$ e $D = 100\lambda$, e o campo pela aproximação de Fresnel. Observa-se, pela figura, que a aproximação de Fresnel mostra-se excelente para diâmetros da ordem de 100λ . Para $D = 10\lambda$ a aproximação de Fresnel apresenta mais oscilações que o campo exato, com comportamento semelhante ao do campo exato na região $\Delta > 0.07$.

3.2 Densidade de Potência em Aberturas

A densidade de potência no eixo é proporcional a $|\mathbf{E} \times \mathbf{H}|$. Normalizando a densidade de potência para $\Delta = 1$ na distância de $2L^2/\lambda$ tem-se para as fontes linear, retangular, quadrada e circular as seguintes expressões para densidade de

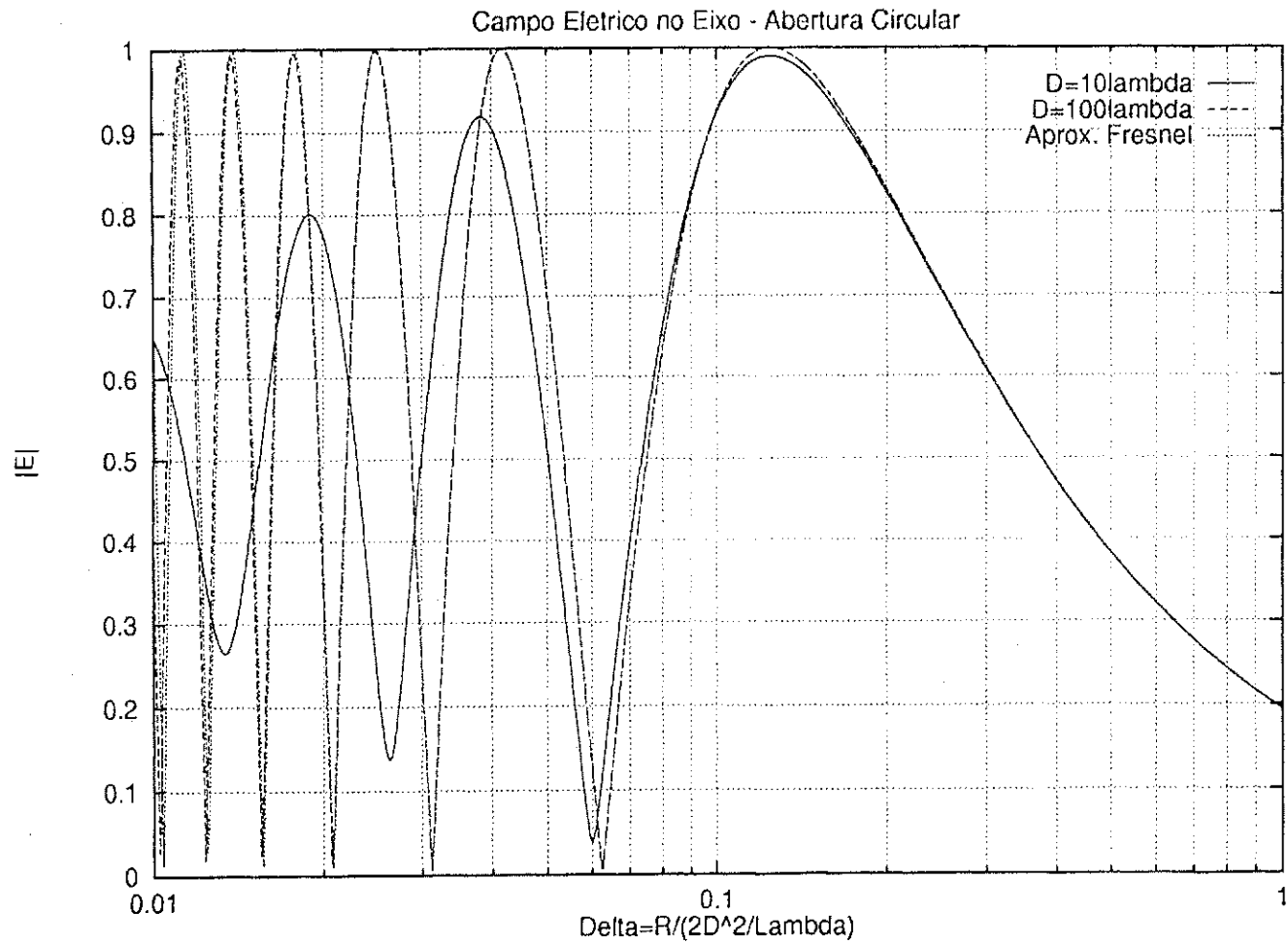


Figura 3.9: Comparação para campo elétrico no eixo para o campo sem aproximações, com $D = 10\lambda$ e $D = 100\lambda$, e pela aproximação de Fresnel, para uma abertura circular.

potência no eixo

$$W_{\text{lin}} = \left(\frac{E_o^2}{\eta L^2} \right) \frac{1}{2\Delta} \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right], \quad (3.46)$$

$$W_{\text{ret}} = 2 \left(\frac{E_o^2}{\eta} \right) \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_x}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_x}} \right) \right] \cdot \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_y}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta_y}} \right) \right], \quad (3.47)$$

$$W_{\text{quad}} = 2 \left(\frac{E_o^2}{\eta} \right) \left[C^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\Delta}} \right) \right]^2, \quad (3.48)$$

A Figura 3.10 mostra a densidade de potência para a abertura linear enquanto que a Figura 3.11 mostra uma comparação entre a densidade de potência para uma abertura quadrada e retangular com diferentes aberturas. Observe que as constantes entre parênteses de cada expressão foram omitidas para uma normalização no desenho das curvas.

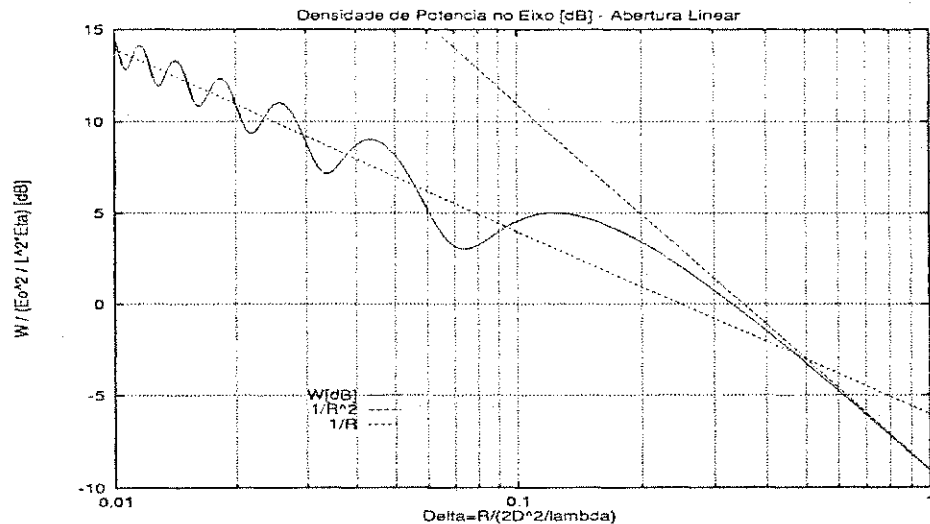


Figura 3.10: Densidade de potência no eixo para uma abertura linear.

Para a fonte quadrada, observa-se que o valor de pico é próximo de $2dB$ e que para $\Delta < 0.1$ a curva oscila em torno de aproximadamente $-2dB$. Também verifica-se que a densidade de potência cai sob a curva $1/R^2$ para valores de $\Delta < 0.6$. Verifica-se que a densidade de potência para a fonte linear apresenta uma dependência em relação à curva $1/R$ na região de oscilação que intercepta a curva $1/R^2$, em aproximadamente $\Delta = 0.5$ (veja Fig. 3.10). Na curva de comparação

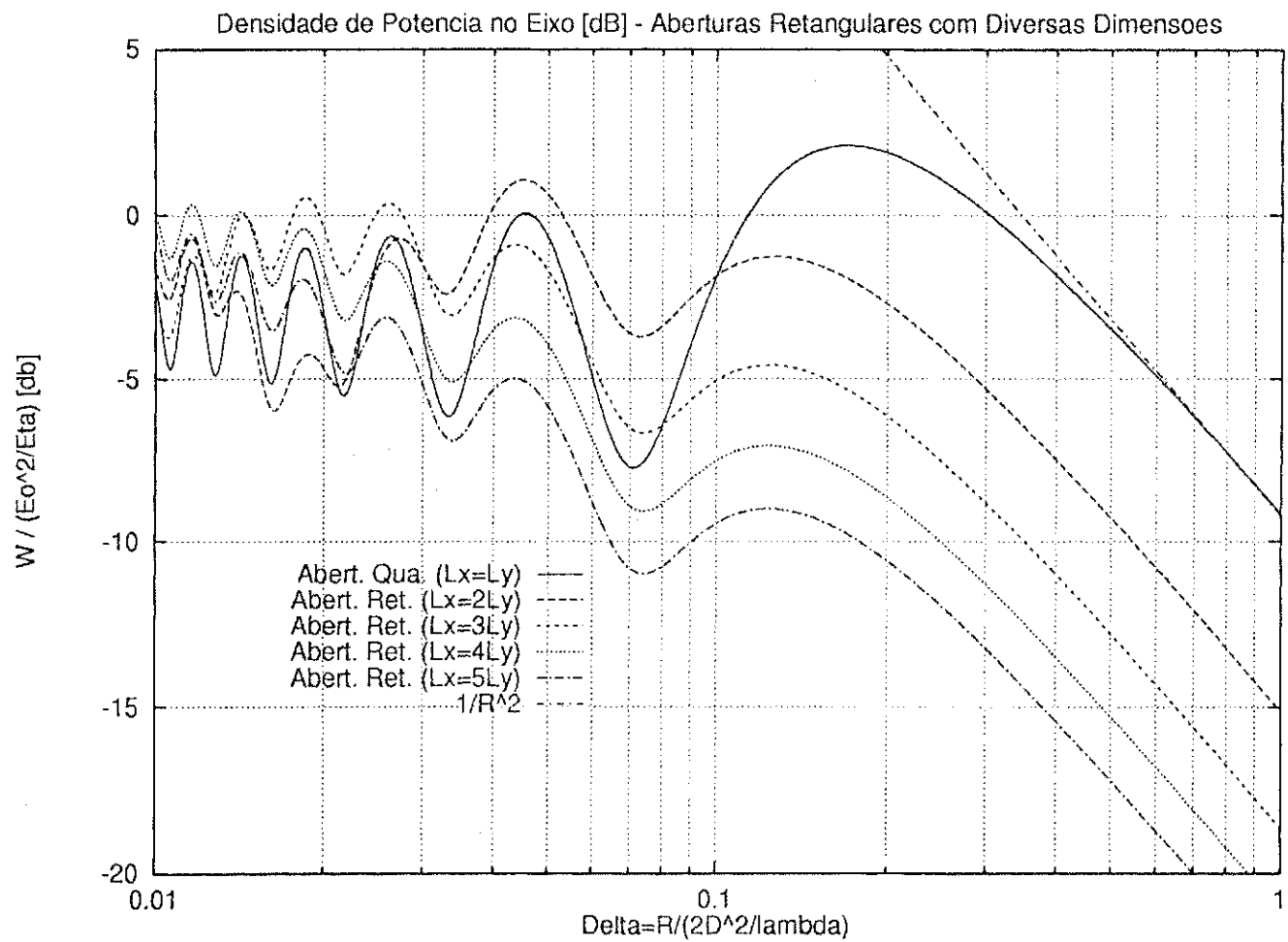


Figura 3.11: Densidade de potência no eixo para uma abertura uniforme quadrada e retangular com diversas dimensões.

entre a abertura quadrada e diferentes aberturas retangulares é observada uma queda semelhante para todos os casos na região $\Delta > 0.4$. Além disso, pela mesma curva de comparação, verifica-se que quanto mais a dimensão de um dos lados aumenta em relação à outra, o comportamento aproxima-se ao de uma fonte linear.

A Figura 3.12 descreve o comportamento da densidade de potência para a abertura circular, $W = \left(\frac{1}{\eta}\right) \frac{1}{2} |\mathbf{E}|^2$. Foram analisados os casos para o campo exato, desprezando-se a constante η para uma normalização da curva, com $D = 10\lambda$ e $D = 100\lambda$, e o campo pela aproximação de Fresnel.

Uma observação cuidadosa de como o campo muda de campo distante para o campo próximo radiante leva a um entendimento físico da diferença de comportamento dos dois tipos de abertura.

Considere, inicialmente, a abertura quadrada. Enquanto um observador move-se em direção à abertura, o feixe lentamente alarga-se – mas o padrão é mantido. Quando o observador alcança o valor $\Delta \simeq 0.17$, na região de campo próximo radiante, o feixe principal começa a bifurcar e tornar-se côncavo. O rompimento do feixe atinge o máximo em $\Delta \simeq 0.07$. Enquanto o observador continua a se mover, o feixe principal se refaz e rompe-se continuamente. A diretividade em duas dimensões, que produz o feixe, é destruída pela mancha de fase de Fresnel nessa região. A perda de diretividade nas duas dimensões compensa o aumento normal de $1/R^2$ enquanto o observador move-se em direção à fonte. Desta forma, para uma fonte quadrada, a densidade de potência oscila em torno de um valor constante.

Considerando agora a fonte linear, observa-se que o feixe já se apresenta omnidirecional em um plano, não havendo, desta forma, perda em diretividade. Desta maneira a mancha de fase de Fresnel pode degradar o padrão em apenas um plano, cancelando $1/R$ do aumento normal de $1/R^2$, restando então um contorno que se aproxima da curva $1/R$. Além disso, as oscilações apresentam-se com menor intensidade, pois a mancha de fase é produzida em apenas um plano (veja Figura 3.10).

Observando-se a abertura retangular, verifica-se que, em função da relação entre as duas dimensões da abertura, o comportamento se aproxima de uma abertura linear ou quadrada, conforme esperado.

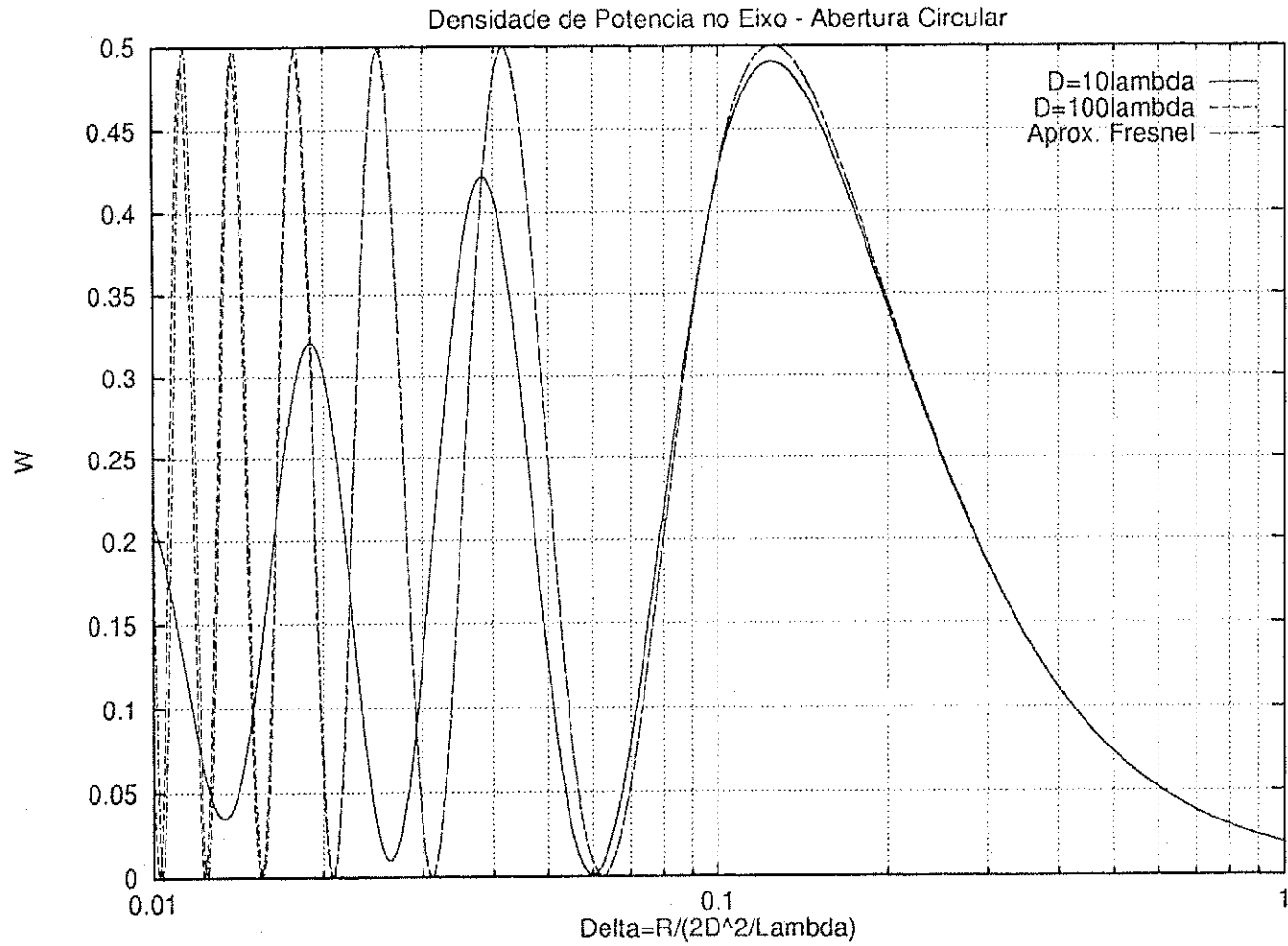


Figura 3.12: Densidade de potência no eixo para uma abertura circular.

Para a abertura circular, dependendo da relação entre o diâmetro e λ , o comportamento da curva modifica. Quanto maior a relação D/λ , maior o número de oscilações. No caso para $D = 100\lambda$, quando o observador alcança o valor $\Delta \simeq 0.12$, na região de campo próximo radiante, o feixe principal começa a bifurcar e tornar-se côncavo, refazendo-se e rompendo-se em vários ciclos, atingindo valores nulos e de máxima potência. Para o caso de $D = 10\lambda$, o número de oscilações diminui. Em $\Delta \approx 0.12$ o feixe principal começa a bifurcar e tornando-se côncavo, apresentando um rompimento máximo em $\Delta = 0.06$, com a potência atingindo um valor nulo. Na região $\Delta > 0.08$, o comportamento para os três casos é bastante semelhante. Para todos os casos, na região de oscilação, a perda de diretividade é bastante acentuada.

Esses resultados são bastante úteis quando são necessárias medições de fatores como riscos de radiação em seres humanos. Fontes lineares práticas são usadas para alimentar antenas cônicas ou refletores para que a variação real da densidade de potência seja similar à variação ocorrida quando a fonte é quadrada.

3.3 Conclusão

Nesse capítulo foi apresentada uma análise do comportamento do campo eletromagnético na região de campo próximo de vários tipos de abertura em que foi utilizada a aproximação de Fresnel para o cálculo das integrais das equações de campo. Esta aproximação possibilita o cálculo de equações para a região de campo próximo utilizando-se as integrais padrões de Fresnel, tornando possível a verificação das diferentes variações dos níveis de campo para cada tipo das aberturas aplicadas. No capítulo seguinte serão apresentados outros tópicos relacionados ao campo eletromagnético no campo próximo de aberturas e a região de campo próximo evanescente.

Capítulo 4

Tópicos em Aberturas

Após os estudos do comportamento do campo elétrico na região de campo próximo, pretende-se nesse capítulo analisar outros casos envolvendo aberturas, como o caso de espalhamento de ondas, apresentado na seção a seguir. Além disso, são apresentadas discussões sobre a região de campo reativo, em que são explicados termos como vetor de propagação, como também equações para o cálculo da potência nessa região.

4.1 Análise de Espalhamento

Nesta seção será avaliado o campo elétrico, baseado em análise de aberturas, devido ao espalhamento causado por ondas que, neste caso particular, atingem uma superfície perfeitamente condutora. O método de análise de aberturas é utilizado pois a maioria das edificações modernas consiste de superfícies relativamente planas e lisas. Serão desenvolvidas expressões para os campos distante e próximo da superfície refletora.

4.1.1 Análise para o Campo Distante

Seja um refletor condutor perfeito, iluminado por uma onda transmitida por uma abertura. O campo re-irradiado em um ponto de observação do campo espalhado pode ser derivado de uma componente tangencial do campo proveniente da abertura irradiante [13].

No sistema de coordenadas da Figura 4.1, a superfície de uma edificação $a \times b$ está centrada no plano xy . O termo r_0 indica a distância da abertura transmissora à origem O (edificação) e r a distância entre o receptor (na região espalhada) e a origem O . As direções do transmissor e receptor em relação ao plano yz são definidas pelos ângulos de azimute θ_0 e θ , e em relação ao plano xz pelos ângulos de elevação ϕ_0 e ϕ respectivamente.

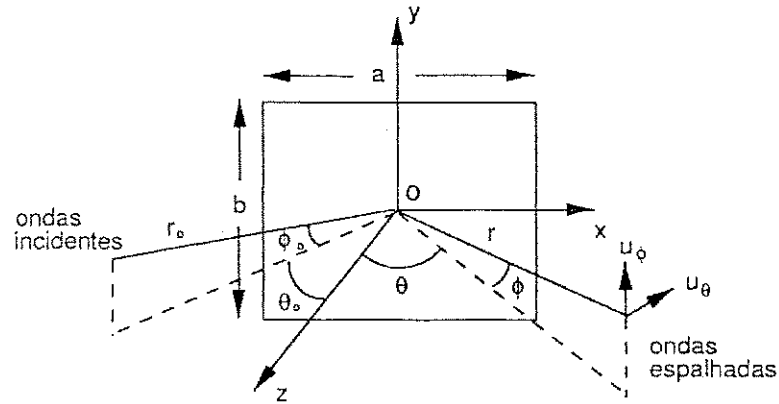


Figura 4.1: Sistema de coordenadas para uma onda refletida.

A componente tangencial na origem da onda proveniente da abertura transmissora consiste em um campo elétrico polarizado verticalmente E_0 . Adota-se o campo refletido como o negativo da componente tangencial da onda de chegada. Assim o campo refletido pela superfície $a \times b$ é escrito da seguinte forma

$$\mathbf{E}_{y(\text{ref})}(x, y) = -\mathbf{E}_0 \text{ret}_a(x) \text{ret}_b(y) \exp [jk (x\alpha_0 + y\beta_0)] dt \quad (4.1)$$

com $\text{ret}_a(x) = 1, -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$ e $\text{ret}_b(y) = 1, -\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}$, $\alpha_0 = \text{sen } \theta_0 \cos \phi_0$ e $\beta_0 = \text{sen } \phi_0$ são as direções de incidência e k a constante de fase. Qualquer onda plana irradiada na direção (θ, ϕ) de uma abertura no plano $z = 0$ tem uma componente y do campo elétrico em $z \geq 0$ dada por

$$\mathbf{E}_y(x, y, z) = \int \int_{\alpha^2 + \beta^2 \leq 1} \mathbf{F}_y(\alpha, \beta) \exp [-jk (x\alpha + y\beta + z\gamma)] d\alpha d\beta, \quad (4.2)$$

com $\alpha = \text{sen } \theta \cos \phi$, $\beta = \text{sen } \phi$ e $\gamma = \cos \theta \cos \phi$ sendo as direções do receptor, $\mathbf{F}_y(\alpha, \beta)$ é a componente y do espectro angular. A integral é realizada sobre

valores de α e β , resultando em ondas planas homogêneas propagando-se em $z \geq 0$

A transformada de Fourier do campo devido à abertura irradiante e seu padrão de irradiação é

$$\mathbf{F}_y(\alpha, \beta) = \frac{1}{\lambda^2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \mathbf{E}_{y(\text{ref})}(x, y) \exp[jk(x\alpha + y\beta)] dx dy. \quad (4.3)$$

Para um ponto de observação vários comprimentos de onda distante da superfície espalhadora ($kr \gg 1$), a Equação 4.2 pode ser resolvida assintoticamente resultando em [13]

$$\mathbf{E}_y(x, y, z) \approx j \frac{2\pi}{kr} \exp(-jkr) \cos \theta \cos \phi \mathbf{F}_y(\alpha, \beta). \quad (4.4)$$

Assim, o campo elétrico em $z \geq 0$ pode ser expresso em coordenadas esféricas como

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi) = -e_p \frac{j \exp(-jkr)}{\lambda r} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \mathbf{E}_{y(\text{ref})}(x, y) \exp[jk(x\alpha + y\beta)] dx dy, \quad (4.5)$$

em que $e_p = \frac{1}{2} [(\sin \theta \sin \phi) u_\theta + (\cos \theta \cos \phi) u_\phi]$ é definido como fator de polarização, com u_θ e u_ϕ vetores unitários nas direções θ e ϕ .

A partir das Equações 4.1 e 4.3, pode ser observado que $\mathbf{E}_{y(\text{ref})}(x, y)$ e $\mathbf{F}_y(\alpha, \beta)$ estão separados em amplitude e fase em termos das coordenadas da abertura refletora. Realizando a integração com respeito a x e y , respectivamente, o padrão de irradiação no campo distante pode ser expresso como

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi) \approx -e_p \frac{j \mathbf{E}_o ab}{\lambda r} \text{sinc} \left[\frac{a\pi(\alpha + \alpha_0)}{\lambda} \right] \times \text{sinc} \left[\frac{b\pi(\beta + \beta_0)}{\lambda} \right], \quad (4.6)$$

com $\text{sinc}(x) = (\sin x)/x$.

O coeficiente de espalhamento – razão do sinal espalhado pelo sinal incidente – é calculado tomando-se a densidade de potência das ondas espalhadas e dividindo pela densidade de potência das ondas incidentes. Utilizando-se do teorema de Poynting, $W = \frac{1}{2} \text{Re} |\mathbf{E} \times \mathbf{H}|$, e $|\mathbf{E}| = \eta_0 |\mathbf{H}|$, η_0 representando a impedância intrínseca do espaço livre, tem-se para a densidade de potência refletida

$$W_{(\text{ref})} = \frac{1}{2\eta_0} |\mathbf{E}|^2, \quad (4.7)$$

$$W_{(\text{ref})} = \frac{(\mathbf{E}_o ab)^2}{2\eta_0 (\lambda r)^2} |e_p|^2 \text{sinc}^2 \left[\frac{a\pi(\alpha + \alpha_0)}{\lambda} \right] \text{sinc}^2 \left[\frac{b\pi(\beta + \beta_0)}{\lambda} \right]. \quad (4.8)$$

Seja $W_0 = \frac{E_0^2}{2\eta_0}$ a densidade de potência das ondas incidentes, então o coeficiente de espalhamento é descrito da seguinte forma

$$W = \frac{W_{(\text{ref})}}{W_0} = \frac{(ab)^2}{(\lambda r)^2} |e_p|^2 \text{sinc}^2 \left[\frac{a\pi(\alpha + \alpha_0)}{\lambda} \right] \text{sinc}^2 \left[\frac{b\pi(\beta + \beta_0)}{\lambda} \right]. \quad (4.9)$$

Dessa maneira, a potência espalhada recebida é a soma logarítmica do sinal incidente e coeficiente de espalhamento na superfície em consideração [13]

$$P_r (\text{dBm}) = P_i (\text{dBm}) + W (\text{dB}) \quad (4.10)$$

4.1.2 Extensão para o Campo Próximo

O termo de fase da exponencial na integral da Equação 4.5 representa as diferenças de caminho (Δ_r) percorridos pelos raios até um ponto de observação P , que nesse caso é expresso como uma quantidade linear pois, no campo distante, todos os caminhos dos raios a partir da abertura são aproximadamente paralelos.

Para pontos de observação mais próximos da abertura, a diferença de percurso deve ser expressa mais precisamente. Sejam, r a distância da origem da superfície O a um ponto de observação P e r_1 a distância de um ponto qualquer da superfície ao mesmo ponto P , como mostrado na Figura 4.2. Geometricamente relaciona-se r e r_1 por

$$r_1^2 = r^2 + x^2 + y^2 - 2r(x\alpha + y\beta), \quad (4.11)$$

$$r_1 = \sqrt{r^2 + x^2 + y^2 - 2r(x\alpha + y\beta)}. \quad (4.12)$$

Substituindo a diferença de percurso ($\Delta_r = r - r_1$) no termo de fase da Equação 4.5 obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, \theta, \phi) &= -e_p \frac{j \exp(-jkr)}{\lambda r} \\ &\cdot \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \mathbf{E}_{y(\text{ref})}(x, y) \\ &\cdot \exp \left\{ jk \left[r - \sqrt{r^2 + x^2 + y^2 - 2r(x\alpha + y\beta)} \right] \right\} dx dy. \quad (4.13) \end{aligned}$$

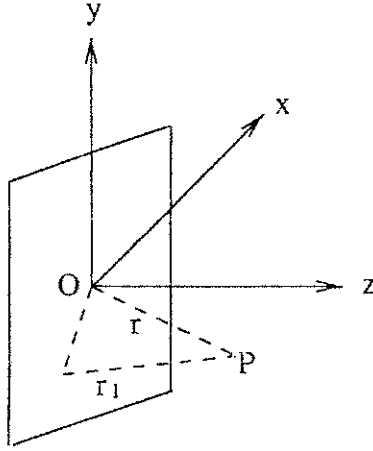


Figura 4.2: Sistema de coordenadas para uma ponto na região próxima à abertura.

Expande-se a diferença de percurso Δ_r em séries binomiais para facilitar a avaliação da integral dupla. Assim,

$$\Delta_r = r - r \left(1 + \frac{1}{2} \left[\frac{x^2 + y^2 - 2r(x\alpha + y\beta)}{r^2} \right] - \frac{1}{8} \left[\frac{x^2 + y^2 - 2r(x\alpha + y\beta)}{r^2} \right]^2 + \dots \right), \quad (4.14)$$

que é aproximadamente

$$\Delta_r \approx -\frac{x^2}{2r} - \frac{y^2}{2r} + x\alpha + y\beta + \frac{(x^2 + y^2)^2 - 4r(x^2 + y^2)(x\alpha + y\beta) + 4r^2(x\alpha + y\beta)^2}{8r^3}. \quad (4.15)$$

Desprezando os termos de x e y com ordem maior que 2 e os termos produto de x e y , obtém-se

$$\Delta_r \approx -\frac{x^2(1 - \alpha^2)}{2r} - \frac{y^2(1 - \beta^2)}{2r} + x\alpha + y\beta. \quad (4.16)$$

Para ângulos de elevação pequenos, $\phi \approx 0$, $1 - \alpha^2 \approx \cos^2 \theta$ e $1 - \beta^2 \approx 1$, de maneira que 4.16 torna-se

$$\Delta_r \approx -\frac{x^2 \cos^2 \theta}{2r} - \frac{y^2}{2r} + x\alpha + y\beta. \quad (4.17)$$

Assim, introduzindo o novo termo de fase, a Equação 4.5 torna-se

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi) \approx e_p \frac{j \exp(-jk r)}{\lambda r} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \mathbf{E}_{y(\text{ref})}(x, y) \cdot \exp \left[jk \left(-\frac{x^2 \cos^2 \theta}{2r} - \frac{y^2}{2r} + x\alpha + y\beta \right) \right] dx dy. \quad (4.18)$$

Substituindo 4.1 em 4.18 e fazendo algumas manipulações matemáticas têm-se, finalmente, para o campo elétrico total refletido no campo próximo

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, \theta, \phi) \approx & -e_p \frac{\mathbf{E}_0 \lambda r}{2 \cos \theta} \cdot \exp \left\{ \frac{j\pi}{\lambda} \left[\left(\frac{\alpha + \alpha_0}{\cos \theta} \right)^2 + (\beta + \beta_0)^2 \right] \right\} \\ & \int_{-\frac{a \cos \theta}{\sqrt{2\lambda r}} + \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda \cos \theta} (\alpha + \alpha_0)}^{\frac{a \cos \theta}{\sqrt{2\lambda r}} + \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda \cos \theta} (\alpha + \alpha_0)} \int_{-\frac{b}{\sqrt{2\lambda r}} + \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda} (\beta + \beta_0)}^{\frac{b}{\sqrt{2\lambda r}} + \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda} (\beta + \beta_0)} \\ & \cdot \int_{-\frac{a \cos \theta}{\sqrt{2\lambda r}} - \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda \cos \theta} (\alpha + \alpha_0)}^{\frac{a \cos \theta}{\sqrt{2\lambda r}} - \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda \cos \theta} (\alpha + \alpha_0)} \int_{-\frac{b}{\sqrt{2\lambda r}} - \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda} (\beta + \beta_0)}^{\frac{b}{\sqrt{2\lambda r}} - \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda} (\beta + \beta_0)} \\ & \exp \left(-j \frac{\pi}{2} t^2 \right) \exp \left(-j \frac{\pi}{2} u^2 \right) dt du. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Observe que a Equação 4.19 encontra-se na forma de integrais de Fresnel, podendo ser resolvida segundo a Equação 3.11, de modo que

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, \theta, \phi) \approx & -e_p \frac{2\mathbf{E}_0 \lambda r}{\cos \theta} \cdot \exp \left\{ \frac{j\pi}{\lambda} \left[\left(\frac{\alpha + \alpha_0}{\cos \theta} \right)^2 + (\beta + \beta_0)^2 \right] \right\} \\ & \cdot \left[\mathbf{C} \left(\frac{a \cos \theta}{\sqrt{2\lambda r}} + \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda \cos \theta} (\alpha + \alpha_0) \right) \right. \\ & - \left. j\mathbf{S} \left(\frac{a \cos \theta}{\sqrt{2\lambda r}} + \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda \cos \theta} (\alpha + \alpha_0) \right) \right] \\ & \cdot \left[\mathbf{C} \left(\frac{b}{\sqrt{2\lambda r}} + \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda} (\beta + \beta_0) \right) \right. \\ & - \left. j\mathbf{S} \left(\frac{b}{\sqrt{2\lambda r}} + \frac{\sqrt{2\lambda r}}{\lambda} (\beta + \beta_0) \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.20)$$

4.1.3 Extensão para o Campo Muito Próximo

Quando um observador move-se em direção à superfície espalhadora, a aproximação calculada para o campo próximo torna-se imprecisa. Dessa maneira, considera-se uma diferença de percurso mais precisa. A aproximação para Δ_r dada por [13] é suficiente para a região de campo muito próximo ($r \geq a$ ou b)

$$\Delta_r = r - \sqrt{r^2 + x^2 - 2rx\alpha} + r - \sqrt{r^2 + y^2 - 2ry\beta}. \quad (4.21)$$

A encontra-se no campo próximo, paralela ao plano de abertura do transmissor a uma dada distância R_0 (vide Fig. 4.3).

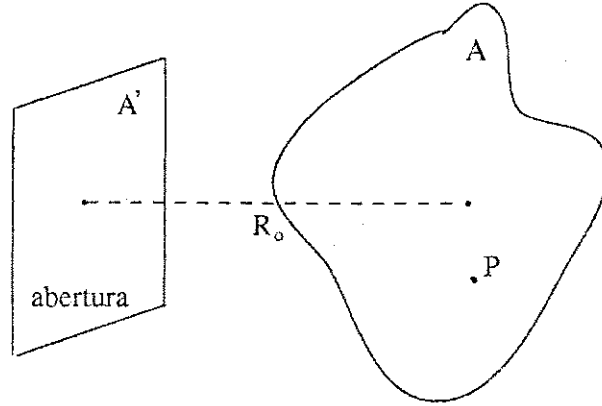


Figura 4.3: Sistema de coordenadas para uma área A próxima à abertura.

A potência transmitida por unidade de área em um ponto P da área A pode ser escrita da seguinte forma [8]

$$W_P = c_1 \left| \int_{A'} f(\xi) \frac{\exp(jkR)}{R} d\xi \right|^2, \quad (4.25)$$

em que c_1 é uma constante de proporcionalidade determinada fazendo-se R atingir o valor infinito. O termo $f(\xi)$ é definido como a função de iluminação [8] ou distribuição da abertura [1] e R a distância do ponto P' ($P' \in A'$) ao ponto P ($P \in A$). No campo distante sabe-se que

$$W_P = \frac{G_T}{4\pi R_0} = \frac{\left| \int_{A'} f(\xi) d\xi \right|^2}{\lambda^2 R_0^2 \int_{A'} |f(\xi)|^2 d\xi} \quad (4.26)$$

em que G_T é o ganho da antena. Comparando 4.26 com a forma assintótica de 4.25 encontra-se

$$W_P = \frac{\left| \int_{A'} f(\xi) \frac{\exp(jkR)}{R} d\xi \right|^2}{\lambda^2 \int_{A'} |f(\xi)|^2 d\xi}. \quad (4.27)$$

A taxa de potência total fluindo através da área A é então

$$\eta_1 = \frac{\int_A \left| \int_{A'} f(\xi) \frac{\exp(jkR)}{R} d\xi \right|^2 dP}{\lambda^2 \int_{A'} |f(\xi)|^2 d\xi}. \quad (4.28)$$

4.3 Espectro de Onda Plana em Campos Evanescentes

O espectro de onda plana (*Plane-Wave Spectrum - PWS*) é bastante útil na determinação do padrão de campo distante pela medição do campo na região de campo próximo, existindo formulações que estabelecem relações simples e de bastante utilidade com o campo distante [14]. Nessa seção será demonstrada a equação de PWS relacionada com o campo, além da introdução de termos como frequência espacial, condição de propagação e espectro de onda plana evanescente em medições de campo próximo.

Na região do espaço livre, na qual campos próximos são medidos, as equações harmônicas no tempo de Maxwell podem ser transformadas nas seguintes equações de vetor de onda

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (4.29a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (4.29b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (4.29c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (4.29d)$$

Pode ser mostrado que as seguintes expressões constituem uma solução para as equações acima, para $z \geq 0$, e satisfazem as condições de contorno no plano $z = 0$.

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{A}(k_x, k_y) e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} dk_x dk_y, \quad (4.30a)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{k} \times \mathbf{A}(k_x, k_y) e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} dk_x dk_y, \quad (4.30b)$$

$$k_x A_x(k_x, k_y) + k_y A_y(k_x, k_y) + k_z A_z(k_x, k_y) = 0, \quad (4.31)$$

em que k_x e k_y são variáveis reais e

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z, \quad (4.32)$$

$$k^2 = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \omega^2 \mu \epsilon, \quad (4.33)$$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z, \quad (4.34)$$

$$\mathbf{A}(k_x, k_y) = A_x(k_x, k_y)\mathbf{a}_x + A_y(k_x, k_y)\mathbf{a}_y + A_z(k_x, k_y)\mathbf{a}_z. \quad (4.35)$$

O vetor \mathbf{k} é definido como vetor de propagação apontando para a direção de propagação da onda plana [15] ou frequência espacial (*spatial frequency*) [3], em unidades de ciclos por comprimento de onda. Unidades de ciclos por comprimento de onda definem a frequência espacial da mesma maneira que ciclos por segundo definem uma frequência temporal. Semelhantemente, a frequência espacial é uma medida do período de uma onda senoidal relativa a um dado intervalo de distância. Em suma, frequência espacial é uma medida direta da inclinação do feixe, ou seja, a inclinação do feixe, em graus, é igual ao arco-seno da frequência espacial.

Os três componentes da frequência espacial, k_x , k_y , k_z , representam, respectivamente, a componente horizontal, vertical e de profundidade desse vetor, também sendo definidas respectivamente como frequência espacial azimutal (horizontal), frequência espacial de elevação (vertical) e frequência espacial de profundidade, em unidades de ciclos por comprimento de onda [3]. A norma de \mathbf{k} deve ser igual a um ciclo/comprimento de onda para energia eletromagnética propagando-se no espaço livre. Alternativamente, as componentes k_x , k_y e k_z da frequência espacial podem ser definidas em coordenadas esféricas, em que θ é o ângulo do vetor relativo ao eixo z e ϕ é o ângulo, no sentido anti-horário, do vetor ao redor do eixo z . O ângulo ϕ é medido relativo ao eixo x .

$$k_x = k \sin \theta \cos \phi, \quad (4.36)$$

$$k_y = k \sin \theta \sin \phi, \quad (4.37)$$

$$k_z = k \cos \theta. \quad (4.38)$$

As componentes k_x , k_y e k_z podem ser descritas em termos de ângulo de elevação (φ) e azimute (ς), em que uma geometria de elevação sobre azimute é usada,

fornecendo

$$k_x = k \operatorname{sen}(\zeta) \cos(\varphi), \quad (4.39)$$

$$k_y = k \operatorname{sen}(\varphi), \quad (4.40)$$

$$k_z = k \cos(\zeta) \cos(\varphi). \quad (4.41)$$

Relacionando, agora, os ângulos de elevação e azimute com o sistema de coordenadas esféricas, pode-se definir θ e ϕ em termos de ângulos de azimute e elevação

$$\theta = \arccos[\cos(\zeta) \cos(\varphi)] = \arccos(k_z), \quad (4.42)$$

$$\phi = \arctan[\tan(\varphi) / \operatorname{sen}(\zeta)] = \arctan(k_y/k_x), \quad (4.43)$$

ou, reciprocamente,

$$\zeta = \text{ângulo de azimute} = \arctan[\tan(\theta) \cos(\phi)] = \arctan(k_x/k_z), \quad (4.44)$$

$$\varphi = \text{ângulo de elevação} = \operatorname{arcsen}[\operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\phi)] = \operatorname{arcsen}(k_y). \quad (4.45)$$

Nas equações 4.30a, 4.30b e 4.31 denomina-se \mathbf{A} por espectro de onda plana, pois a expressão

$$\mathbf{A}(k_x, k_y) e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (4.46)$$

representa no integrando uma onda plana uniforme propagando na direção de \mathbf{k} . O campo \mathbf{E} em 4.30a pode ser escrito então da seguinte maneira

$$\mathbf{E}_{x,y,z}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{A}_{x,y,z}(k_x, k_y) e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y, \quad (4.47a)$$

que fornece a seguinte transformada de Fourier

$$\mathbf{A}_{x,y,z}(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{x,y,z}(x, y, z) e^{j(k_x x + k_y y + k_z z)} dx dy. \quad (4.48a)$$

A condição de irradiação requer que, para $z \geq 0$,

$$k_z = (k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}, \quad \text{se } k_x^2 + k_y^2 \leq k^2, \quad (4.49a)$$

$$k_z = -j(k_x^2 + k_y^2 - k^2)^{1/2}, \quad \text{caso contrário.} \quad (4.49b)$$

O k_z imaginário corresponde a um espectro de onda plana evanescente (reativo) que é rapidamente atenuado pelo fator $\exp(-jkz)$ quando o ponto no campo move-se do plano $z = 0$ na direção do z positivo.

A exclusão do espectro de onda plana evanescente tem sido a base para medidas de campo próximo, escolhendo-se distâncias relativamente grandes em que o campo reativo esteja bem atenuado. A prática geral para medições de campo é o posicionamento da sonda medidora pelo menos alguns comprimentos de onda distante da antena (tipicamente dez comprimentos de onda). Entretanto, [14] mostra que em geral essa prática não pode ser justificada.

Estudos revelam que o espectro de onda plana evanescente, para antenas práticas, é muito pequeno, devendo ser praticamente ignorado a distâncias de um comprimento de onda ou mais do plano da antena. Quanto maior a abertura da antena, menor o conteúdo evanescente no espectro. Dessa forma, o campo evanescente de campos próximos a antenas pode ser ignorado primariamente porque é pequeno e não porque está atenuado como geralmente se acredita. Extensivos dados de simulações [14] claramente demonstram que os efeitos de espectro de onda plana evanescente estão limitados a uma região menor que 1 comprimento de onda (λ) distante da abertura, estando de acordo com o comentário de Yaghjian em [2] a respeito do limite do campo reativo.

Uma antena cuja abertura apresenta iluminação cônica (*tapered*) possui uma energia reativa menor, portanto possui uma menor quantidade de espectro de onda plana evanescente. É também observado que os efeitos do campo reativo são menores para aberturas retangulares [14].

Os efeitos do campo reativo decrescem com o aumento do tamanho da abertura, um fenômeno consistente com o princípio de Huygens, que prediz uma energia irradiada proporcionalmente maior em um ponto do campo, pois as fontes contribuintes estão, em sua maioria, distantes no caso de antenas grandes.

4.4 Energia Reativa de uma Abertura

Seja S uma abertura finita no plano $z = 0$, condutora elétrica ou magneticamente perfeita. Assume-se que S esteja nas vizinhanças da origem e que irradie na direção $z \geq 0$, conforme Figura 4.4. Usando-se o teorema de Poynting, é possível

obter-se imediatamente expressões de potência radiada e reativa, que são as partes real e imaginária, respectivamente, da integral

$$P = P_r + jP_j = \frac{1}{2} \int \int_S \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \mathbf{a}_z dx dy, \quad (4.50)$$

com

$$P_j = 2\omega (W_m - W_e), \quad (4.51)$$

$(W_m - W_e)$ representando a energia reativa armazenada nas vizinhanças da abertura, e \mathbf{a}_z o vetor unitário na direção de z .

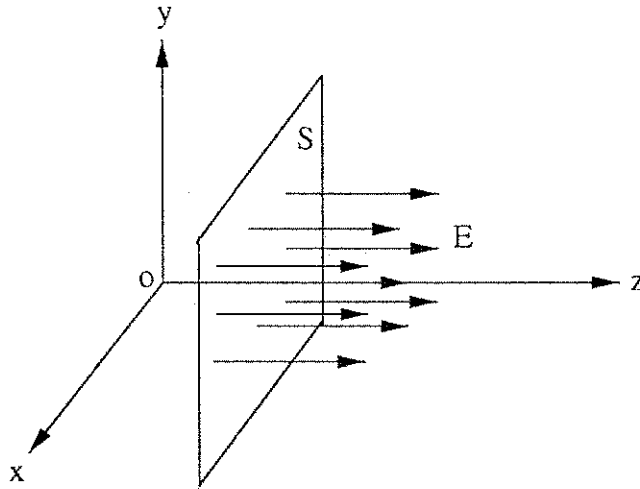


Figura 4.4: Sistema de coordenadas para uma abertura finita S irradiando na direção $z \geq 0$.

A Equação 4.50 pode ser avaliada pela introdução da transformada de Fourier dos campos elétricos e magnéticos, com respeito a x e y , e aplicando o teorema de Parseval [16, 17].

Outra maneira de avaliação para a Equação 4.50 [18] pode ser obtida pela diferença de duas integrais positivas, dependendo, respectivamente, apenas das partes transversa dos campo elétrico **TE** e magnético **TM** com respeito à direção ortogonal à abertura. Tomando o eixo z como referência, então

$$\text{TE} : E_z = 0, \quad (4.52)$$

$$\text{TM} : H_z = 0. \quad (4.53)$$

Assim, a parte **TM** pode ser considerada como devida a dipolos elétricos paralelos ao eixo z e a parte **TE** devido a dipolos magnéticos paralelos ao eixo z [19].

Dada uma abertura **S** no plano yz de um sistema de coordenadas retangulares, com o campo confinado na direção positiva de x , pode-se representar o campo total como uma soma de dois campos parciais, uma com nenhuma componente z do campo elétrico (**TE**) e outra com nenhuma componente z do campo magnético (**TM**) [17]

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}^{\text{TE}}(x, y, z) + \mathbf{E}^{\text{TM}}(x, y, z), \quad (4.54)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}^{\text{TE}}(x, y, z) + \mathbf{H}^{\text{TM}}(x, y, z). \quad (4.55)$$

Representando agora o campo eletromagnético pela superposição de **TE** e **TM** em relação à direção z , se $f_{\text{TE}}(k_x, k_y)$ e $f_{\text{TM}}(k_x, k_y)$ forem duas funções definidas no plano k_x, k_y dos números de onda ($k = 2\pi/\lambda$) com respeito às direções x e y , η a impedância característica no espaço livre e $\mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z$ o vetor de propagação (vide Equação 4.32), pode-se expressar a transformada de Fourier dos campos elétrico e magnético no plano x, y como se segue:

$$\mathbf{E}(k_x, k_y) = \frac{1}{k} f_{\text{TE}}(k_x, k_y) \mathbf{a}_z \times \mathbf{k} + \frac{\eta}{k^2} f_{\text{TM}}(k_x, k_y) (\mathbf{a}_z \times \mathbf{k}) \times \mathbf{k}, \quad (4.56)$$

$$\mathbf{H}(k_x, k_y) = \frac{1}{k} f_{\text{TM}}(k_x, k_y) \mathbf{a}_z \times \mathbf{k} - \frac{1}{k^2 \eta} f_{\text{TE}}(k_x, k_y) (\mathbf{a}_z \times \mathbf{k}) \times \mathbf{k}. \quad (4.57)$$

Para ter-se um decaimento das ondas não uniformes com a distância z , o plano k_x, k_y deve estar de acordo com $k_x^2 + k_y^2 > k^2$, (vide Equação 4.49b) de forma que

$$k_z = -j (k_x^2 + k_y^2 - k^2)^{1/2}. \quad (4.58)$$

Expandindo-se 4.56 e 4.57 verifica-se que

$$f_{\text{TE}}(k_x, k_y) = k^2 \eta \mathbf{H}_z(k_x, k_y) \frac{1}{k_x^2 + k_y^2} \quad (4.59)$$

$$f_{\text{TM}}(k_x, k_y) = -\frac{k^2}{\eta} \mathbf{E}_z(k_x, k_y) \frac{1}{k_x^2 + k_y^2} \quad (4.60)$$

em que $\mathbf{E}_z(k_x, k_y)$ e $\mathbf{H}_z(k_x, k_y)$ são as componentes em z de $\mathbf{E}(k_x, k_y)$ e $\mathbf{H}(k_x, k_y)$.

Usando-se o teorema de Parseval em 4.50 obtém-se

$$P = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(k_x, k_y) \times \mathbf{H}^*(k_x, k_y) \mathbf{a}_z dk_x dk_y. \quad (4.61)$$

Introduzindo 4.56 e 4.57 em 4.61, utilizando 4.59 e 4.60 e finalmente, dividindo o domínio de integração no espaço “visível” e “invisível” (vide Seção 4.4.1) para a parte real e imaginária em 4.61, as seguintes expressões são obtidas

$$P = P_r + jP_j \quad (4.62)$$

com

$$P_r = \frac{k}{2} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \left\{ \eta |\mathbf{H}_z|^2 + \frac{1}{\eta} |\mathbf{E}_z|^2 \right\} \cdot \frac{k_z}{k_x^2 + k_y^2} dk_x dk_y, \quad (4.63)$$

$$P_j = \frac{k}{2} \iint_{k_x^2 + k_y^2 > k^2} \left\{ \eta |\mathbf{H}_z|^2 - \frac{1}{\eta} |\mathbf{E}_z|^2 \right\} \cdot \frac{|k_z|}{k_x^2 + k_y^2} dk_x dk_y, \quad (4.64)$$

P_r representando a potência real e P_j a potência reativa.

4.4.1 Regiões Visíveis e Invisíveis dos Campos TE e TM

A parte real da Equação 4.62 representa a potência verdadeira irradiada pela abertura, enquanto que a parte imaginária representa a potência reativa (2π vezes a diferença entre os valores médios das energias elétrica e magnética armazenadas no lado $z > 0$ da abertura [17]). Segundo [17] a região visível de potência irradiada é o interior do círculo $k_x^2 + k_y^2 = k^2$ e a região invisível de potência reativa é o resto do plano (k_x, k_y) .

Dentro da região visível a potência é puramente radiativa, sendo, desta forma, sempre positiva. Na região invisível a potência é puramente reativa e pode ser positiva ou negativa. No plano (k_x, k_y) , para os campos TE e TM individualmente, o volume representando a potência reativa positiva corresponde a uma energia magnética armazenada enquanto que o volume representando a potência reativa negativa corresponde à energia elétrica armazenada. O fenômeno da ressonância, então, tem uma interpretação geométrica, ocorrendo quando os volumes totais de energias positiva e negativa são iguais.

4.5 Conclusão

Os conceitos apresentados neste capítulo completam os estudos teóricos pretendidos neste trabalho sobre o comportamento do campo eletromagnético, nas pro-

ximidades de uma fonte de propagação. O capítulo que se segue utiliza os estudos sobre o comportamento do campo eletromagnético na região de campo próximo junto com equações de propagação para a formulação de equações de propagação nessa região em que os dados de entrada são o tipo de abertura com suas dimensões, a frequência de operação, o ganho da antena e a potência. São apresentadas análises para diversos tipos de aberturas.

Capítulo 5

Solução de Equações de Propagação para o Campo Próximo

As equações de campo elétrico determinadas para o campo próximo no Capítulo 4 foram calculadas para normalização na região de campo próximo, em que os dados de entrada são apenas as dimensões e o campo elétrico aplicado às aberturas. Entretanto para a aplicação dessas equações em antenas é necessário que os dados de entrada estejam em função da tensão, corrente, ou potência aplicada à antena, além de sua dimensão, ganho, e frequência de operação. Neste capítulo são apresentadas equações de propagação no espaço livre, relacionando a potência aplicada em watts e o ganho da antena em dBi, com as equações para o campo no eixo, sem normalização, para as diversas aberturas, de modo que os parâmetros de entrada estejam de acordo com os fatores necessários para aplicação dessas equações em antenas.

5.1 Propagação de Ondas Diretas no Espaço Livre

Seja um transmissor irradiando uma potência de saída P_t watts por meio de uma antena isotrópica. Assume-se que esta antena esteja posicionada no espaço

livre, em um meio homogêneo, não absorvente, de constante dielétrica unitária ($\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1$).

Suponha-se que o receptor esteja situado a uma distância r metros do transmissor. Como o transmissor irradia igualmente através de uma esfera envolvendo a antena, a densidade de fluxo de potência, em W/m^2 , à distância r é

$$W = \frac{P_t}{4\pi r^2}. \quad (5.1)$$

Pelas unidades adotadas, o valor médio do vetor de Poynting em um período é

$$W = E_{rms} H_{rms}, \quad (5.2)$$

e a razão entre E e H é, em A/m, dada por

$$H_{rms} = \frac{E_{rms}}{120\pi}. \quad (5.3)$$

Substituindo-se 5.3 em 5.2 resulta em

$$W = \frac{E_{rms}^2}{120\pi}. \quad (5.4)$$

Substituindo-se agora 5.4 em 5.1 tem-se

$$E_{rms} = \frac{\sqrt{30 P_t}}{r}. \quad (5.5)$$

À Equação 5.5 é adicionado o fator de ganho g_t da antena, mostrando de quantas vezes a potência aplicada ao irradiador isotrópico deve ser aumentada para produzir o mesmo campo que a antena em questão, denominado ganho de potência da antena. A relação entre o ganho linear g_t e o ganho dado em dBi é dado por

$$g_t = 10^{\frac{G_t[\text{dBi}]}{10}}.$$

Assim, 5.5 torna-se, em V/m, [20]

$$E_{rms} = \frac{\sqrt{30 P_t g_t}}{r}. \quad (5.6)$$

O campo de pico é dado por

$$E = \frac{\sqrt{60 P_t g_t}}{r}, \quad (5.7)$$

e o campo instantâneo por

$$E = \frac{\sqrt{60 P_t g_t}}{r} \cos\left(t - \frac{r}{c}\right) = \frac{\sqrt{60 P_t g_t}}{r} \cos(\omega t - kr), \quad (5.8)$$

em que $k = \omega/c = 2\pi\lambda$ é a constante de fase. Outra forma de expressar-se a Equação 5.8 é

$$E = \text{Re} \left[\frac{\sqrt{60 P_t g_t}}{r} \exp j(\omega t - kr) \right] \text{ V/m.} \quad (5.9)$$

Essas equações são válidas apenas para o campo distante.

5.2 Equações para a Abertura Linear

Desenvolvendo-se a Equação 3.5b, fazendo-se as mudanças de variáveis apresentadas em 3.6 e 3.7 chega-se à seguinte equação,

$$E = \frac{jE_o}{\lambda} \frac{\exp(-jkr)}{r} \sqrt{\frac{\lambda r}{\pi}} \int_{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda r}}}^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda r}}} \exp(-jt^2) dt, \quad (5.10a)$$

$$E = \frac{jE_o}{\lambda} \frac{\exp(-jkr)}{r} \sqrt{\frac{\lambda r}{\pi}} \int_{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta}}}^{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2\Delta}}} (\cos t^2 - j \text{sen } t^2) dt, \quad (5.10b)$$

$$E = \frac{jE_o}{\lambda} \frac{\exp(-jkr)}{r} \sqrt{\frac{\lambda r}{\pi}} (\sqrt{2\pi}) \left[C\left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}}\right) - jS\left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}}\right) \right], \quad (5.10c)$$

$$E = jE_o \sqrt{\frac{2}{\lambda r}} \exp(-jkr) \left[C\left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}}\right) - jS\left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}}\right) \right], \quad (5.10d)$$

com módulo

$$|E| = E_o \sqrt{\frac{2}{\lambda r}} \left[C^2\left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}}\right) + S^2\left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}}\right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.11a)$$

Para determinação do valor E_o , como a Equação 5.7 é determinada apenas para o campo distante, faz-se

$$E_{\frac{2l^2}{\lambda}} = \frac{\sqrt{60 P_t g_t}}{\frac{2L^2}{\lambda}}, \quad (5.12)$$

com $\frac{2l^2}{\lambda}$ o limite entre a região de campo próximo e região de campo distante, $l = L$ a dimensão característica da abertura, que deve ser equivalente a, conforme

Equação 5.11a,

$$E_{\frac{2l^2}{\lambda}} = E_o \sqrt{\frac{2}{\lambda \frac{2L^2}{\lambda}}} \left[C^2 \left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda \frac{2L^2}{\lambda}}} \right) + S^2 \left(\frac{l}{\sqrt{2\lambda \frac{2L^2}{\lambda}}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.13a)$$

de modo que

$$\frac{\sqrt{60 P_t g_t}}{\frac{2L^2}{\lambda}} = E_o \frac{1}{L} \left[C^2 \left(\frac{1}{2} \right) + S^2 \left(\frac{1}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.14a)$$

$$E_o = \frac{(1.0062) \lambda}{L} \sqrt{60 P_t g_t}. \quad (5.14b)$$

A equação para a abertura linear em campo próximo, em módulo, torna-se

$$E = \frac{(1.0062)}{L} \sqrt{\frac{120 \lambda P_t g_t}{r}} \left[C^2 \left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + S^2 \left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.15a)$$

ou

$$E_{rms} = \frac{(1.0062)}{L} \sqrt{\frac{60 \lambda P_t g_t}{r}} \left[C^2 \left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + S^2 \left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5.16a)$$

Pela Equação 5.4, a densidade de potência é dada por

$$W = \frac{(1.0124)}{L^2} \frac{\lambda P_t g_t}{2\pi r} \left[C^2 \left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + S^2 \left(\frac{L}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]. \quad (5.17a)$$

5.3 Equações para a Abertura Retangular

Desenvolvendo-se a Equação 3.5b, fazendo-se as mudanças de variáveis apresentadas em 3.22, 3.23, 3.24 e 3.25, chega-se à seguinte Equação,

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\lambda} \mathbf{E}_o \frac{\exp(-jkr)}{r} \left(\frac{\lambda r}{\pi} \right) \cdot \int_{-\frac{L_x}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda r}}}^{\frac{L_x}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda r}}} \int_{-\frac{L_y}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda r}}}^{\frac{L_y}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda r}}} \exp(-jt^2 - ju^2) dt du, \quad (5.18a)$$

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\pi} \mathbf{E}_o \exp(-jkr) (\sqrt{2\pi})^2 \left[\mathbf{C} \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right] \cdot \left[\mathbf{C} \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right], \quad (5.18b)$$

$$\mathbf{E} = 2j\mathbf{E}_o \exp(-jkr) \left[\mathbf{C} \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right] \cdot \left[\mathbf{C} \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right], \quad (5.18c)$$

com módulo

$$|\mathbf{E}| = 2\mathbf{E}_o \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5.19)$$

Em uma abertura retangular a dimensão característica será a diagonal da abertura, de modo que

$$l = \sqrt{L_x^2 + L_y^2}. \quad (5.20)$$

Para determinação do valor \mathbf{E}_o , como a equação 5.7 é determinada apenas para o campo distante, faz-se

$$\mathbf{E}_{2l^2} = \frac{\sqrt{60 P_t g_t}}{\lambda} = \frac{\lambda \sqrt{60 P_t g_t}}{2(L_x^2 + L_y^2)}, \quad (5.21)$$

que deve ser equivalente a, conforme Equação 5.19, em módulo,

$$E_{2l^2} = 2\mathbf{E}_o \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.22)$$

de modo que

$$\frac{\lambda\sqrt{60 P_t g_t}}{2(L_x^2 + L_y^2)} = 2E_o \left[C^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + S^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + S^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.23)$$

com

$$E_o = \frac{\lambda\sqrt{60 P_t g_t}}{4(L_x^2 + L_y^2)} \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + S^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + S^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (5.24)$$

A equação para a abertura retangular em campo próximo, em módulo, torna-se

$$E_{rms} = \frac{\lambda\sqrt{30 P_t g_t}}{2(L_x^2 + L_y^2)} \left[C^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + S^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + S^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + S^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + S^2 \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.25)$$

Pela Equação 5.4, a densidade de potência é dada por

$$W = \frac{\lambda^2 P_t g_t}{16\pi(L_x^2 + L_y^2)^2} \left[C^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + S^2 \left(\frac{L_x}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{-1} \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) + S^2 \left(\frac{L_y}{2\sqrt{L_x^2 + L_y^2}} \right) \right]^{-1} \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + S^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right] \cdot \left[C^2 \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + S^2 \left(\frac{L_y}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right] \quad (5.26)$$

5.4 Equações para a Abertura Quadrada

A abertura quadrada é um caso especial da abertura retangular em que $L_x = L_y$, de modo que a Equação 5.18c torna-se

$$\mathbf{E} = 2j\mathbf{E}_o \exp(-jkr) \left[\mathbf{C} \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) - j\mathbf{S} \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]^2, \quad (5.27)$$

com módulo

$$|\mathbf{E}| = 2\mathbf{E}_o \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]. \quad (5.28)$$

Fazendo $L_x = L_y$ em 5.25, chega-se a formulação para o campo, em módulo

$$E = \frac{\lambda\sqrt{60 P_t g_t}}{4L_x^2} \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \right]^{-1} \cdot \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right] \quad (5.29a)$$

$$E = (2.01) \frac{\lambda\sqrt{60 P_t g_t}}{L_x^2} \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right], \quad (5.29b)$$

ou

$$E_{rms} = (2.01) \frac{\lambda\sqrt{30 P_t g_t}}{L_x^2} \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]. \quad (5.30)$$

Pela Equação 5.4, a densidade de potência é dada por

$$W = (2.02) \frac{\lambda^2 P_t g_t}{2\pi L_x^4} \left[\mathbf{C}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) + \mathbf{S}^2 \left(\frac{L_x}{\sqrt{2\lambda r}} \right) \right]^2. \quad (5.31)$$

5.5 Equações para a Abertura Circular

A Equação completa, sem normalização, para a abertura circular, com raio a é dada em 3.38 por

$$|\mathbf{E}| = \mathbf{E}_o \left[\frac{1}{4} + \frac{r}{2\sqrt{a^2 + r^2}} \left(\frac{r}{2\sqrt{a^2 + r^2}} - \cos \left(kr - k\sqrt{a^2 + r^2} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5.32)$$

Para determinação do valor \mathbf{E}_o , como a Equação 5.7 é determinada apenas para o campo distante, faz-se

$$E_{\frac{2l^2}{\lambda}} = \frac{\sqrt{60 P_t g_t}}{\frac{2(2a)^2}{\lambda}} = \frac{\lambda\sqrt{60 P_t g_t}}{8a^2}, \quad (5.33)$$

com $\frac{2l^2}{\lambda}$ o limite entre a região de campo próximo e região de campo distante, $l = 2a$ a dimensão característica da abertura, que deve ser equivalente a, conforme Equação 3.38,

$$E_{\frac{2l^2}{\lambda}} = E_o \left[\frac{1}{4} + \frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} \cdot \left(\frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} - \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda^2} (8a - \sqrt{\lambda^2 + 64a^2}) \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5.34)$$

Fazendo

$$\frac{\lambda \sqrt{60 P_t g_t}}{8 a^2} = E_o \left[\frac{1}{4} + \frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} \cdot \left(\frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} - \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda^2} (8a - \sqrt{\lambda^2 + 64a^2}) \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.35)$$

chega-se a

$$E_o = \frac{\lambda \sqrt{60 P_t g_t}}{8 a^2} \left[\frac{1}{4} + \frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} \cdot \left(\frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} - \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda^2} (8a - \sqrt{\lambda^2 + 64a^2}) \right) \right) \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (5.36)$$

A equação para a abertura circular em campo próximo, em módulo, torna-se

$$E_{rms} = \frac{\lambda \sqrt{30 P_t g_t}}{8 a^2} \cdot \left[\frac{1}{4} + \frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} \left(\frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} - \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda^2} (8a - \sqrt{\lambda^2 + 64a^2}) \right) \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{1}{4} + \frac{r}{2\sqrt{a^2 + r^2}} \left(\frac{r}{2\sqrt{a^2 + r^2}} - \cos (kr - k\sqrt{a^2 + r^2}) \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5.37)$$

Pela Equação 5.4, a densidade de potência é dada por

$$W = \frac{\lambda^2 P_t g_t}{256\pi a^4} \cdot \left[\frac{1}{4} + \frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} \left(\frac{4a}{\sqrt{\lambda^2 + 64a^2}} - \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda^2} (8a - \sqrt{\lambda^2 + 64a^2}) \right) \right) \right]^{-1} \cdot \left[\frac{1}{4} + \frac{r}{2\sqrt{a^2 + r^2}} \left(\frac{r}{2\sqrt{a^2 + r^2}} - \cos (kr - k\sqrt{a^2 + r^2}) \right) \right]. \quad (5.38)$$

5.6 Conclusão

Com as equações apresentadas nesse capítulo, torna-se possível o exame do campo eletromagnético de diversas antenas, tratando-as como aberturas, utilizando-se os dados básicos característicos, para observação dos níveis de campo eletromagnético no campo próximo em qualquer frequência de operação. A análise de diversas antenas utilizadas por sistemas de comunicações móveis a 900 MHz, aproximando-as como aberturas, é apresentada no capítulo a seguir.

Capítulo 6

Aplicação em Antenas

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pela aplicação das equações de campo elétrico em campo próximo para aberturas, no espaço livre, considerando modelos de antenas utilizados atualmente por sistemas de comunicações móveis a 900 MHz, de acordo com a Tabela 6.1. Essas antenas serão simuladas como sendo aberturas com distribuição uniforme de campo elétrico, de acordo com a Figura 6.1. Para todos os modelos de antenas, será simulada uma potência de 100 W transmitida, exceto para a antena de uso em interiores (*indoor*) para a qual será utilizada uma potência de 20 W, e uma frequência de operação de 900 MHz, em que serão observados gráficos mostrando a conformação do campo elétrico, no espaço livre, no sentido da maior diretividade da antena. As equações de campo, para cada antena, são apresentadas na Tabela 6.2. Também são avaliadas, na mesma tabela, as distâncias limite para exposição, no eixo de maior diretividade, dos níveis de campo elétrico em relação às normas internacionais [21] e às diretrizes nacionais determinadas por [9] de 41,25 V/m para exposição do público em geral e 90 V/m para exposição ocupacional, para a frequência de 900 MHz.

Nº	Modelo	Fabricante	Dimensões (altura×largura)m	Ganho (dBi)	Polarização	Dimensão Característica (m)
1	DB 844H65JV TX	Decibel	1,291×0,152	15,6	Vertical	1,30
2	DB 854HV90 SX	Decibel	1,219×0,521	13,6	Vertical	1,33
3	ASPD 977	Decibel	4,38	10,6	Vertical	4,38
4	FV 651500 A2	EMS	2,438×0,305	16,8	Vertical	2,46
5	K 751161	Kathrein	0,237	2,0	Vertical	0,24
6	AP 901208	CellWave	0,600×0,265	9,6	Vertical	0,66
7	AP 909014	CellWave	1,977×0,265	16,0	Vertical	1,99
8	AP 906513	CellWave	0,987×0,265	15,0	Vertical	1,02
9	RWA 8009	Antel	0,335×0,295	11,1	Vertical	0,45
10	RWA 80014	Antel	1,255×0,295	16,1	Vertical	1,29
11	BCR 80015	Antel	3,445×0,360	17,1	Vertical	3,46
12	LPD 7908	Antel	0,640×0,130	10,1	Vertical	0,65
13	LPD 7907	Antel	0,375×0,130	9,1	Vertical	0,40

Tabela 6.1: Parâmetros principais de antenas utilizadas por empresas de telefonia móvel celular a 900 MHz.

Modelo	Altura/ Largura	Equação para o Campo Elétrico (E_{rms}) (V/m)	Distância Limite para Exposição Ocupacional (m)	Distância Limite para Exposição Público (m)	Figura de Referência
ASPD 977	∞	$\frac{34,8}{\sqrt{r}} \left[C^2 \left(\frac{5,364}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{5,364}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	< 1,00	< 1,00	6.2
K 751161	∞	$\frac{92,8}{\sqrt{r}} \left[C^2 \left(\frac{0,3343}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,3343}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	0,36 (20W)	0,75 (20W)	6.3
BCR 80015	9,57	$208,74 \left[C^2 \left(\frac{4,219}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{4,219}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,441}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,441}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	< 0,70	2,16	6.4
DB 844H65JV TX	8,49	$1111,8 \left[C^2 \left(\frac{1,581}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{1,581}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,186}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,186}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	3,45	8,00	6.5
FV 651500 A2	7,99	$337,2 \left[C^2 \left(\frac{2,986}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{2,986}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,374}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,374}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	1,03	8,00	6.6
AP 909014	7,46	$436,9 \left[C^2 \left(\frac{2,446}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{2,446}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,325}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,325}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	1,30	7,85	6.7
LPD 7908	4,92	$1403,2 \left[C^2 \left(\frac{0,784}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,784}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,159}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,159}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	1,93	4,27	6.8
RWA 80014	4,25	$630,36 \left[C^2 \left(\frac{1,537}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{1,537}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,361}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,361}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	3,71	8,44	6.9
AP 906513	3,72	$787,35 \left[C^2 \left(\frac{1,209}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{1,209}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,325}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,325}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	3,36	7,48	6.10
LPD 7907	2,88	$2146,31 \left[C^2 \left(\frac{0,459}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,459}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,159}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,159}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	1,74	3,83	6.11
AP 901208	2,26	$697,7 \left[C^2 \left(\frac{0,735}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,735}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,325}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,325}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	1,83	4,02	6.12
DB 854HV90 SX	2,34	$277 \left[C^2 \left(\frac{0,460}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,460}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,196}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,196}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	2,70	6,30	6.13
RWA 8009	1,14	$1330,2 \left[C^2 \left(\frac{0,410}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,410}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[C^2 \left(\frac{0,361}{\sqrt{r}} \right) + S^2 \left(\frac{0,361}{\sqrt{r}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$	2,18	4,78	6.14

Tabela 6.2: Distâncias limite para exposição, com potência transmitida de 100 W a 900 MHz, das antenas avaliadas.

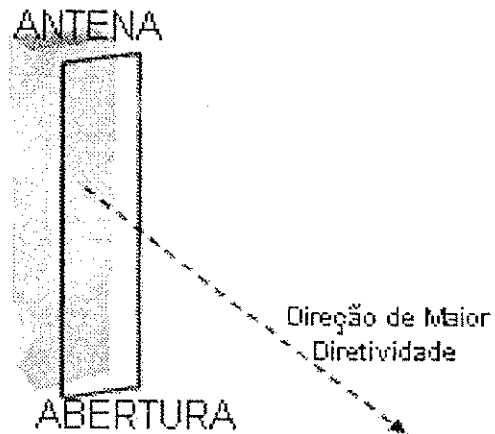


Figura 6.1: Representação da aproximação de uma antena por uma abertura.

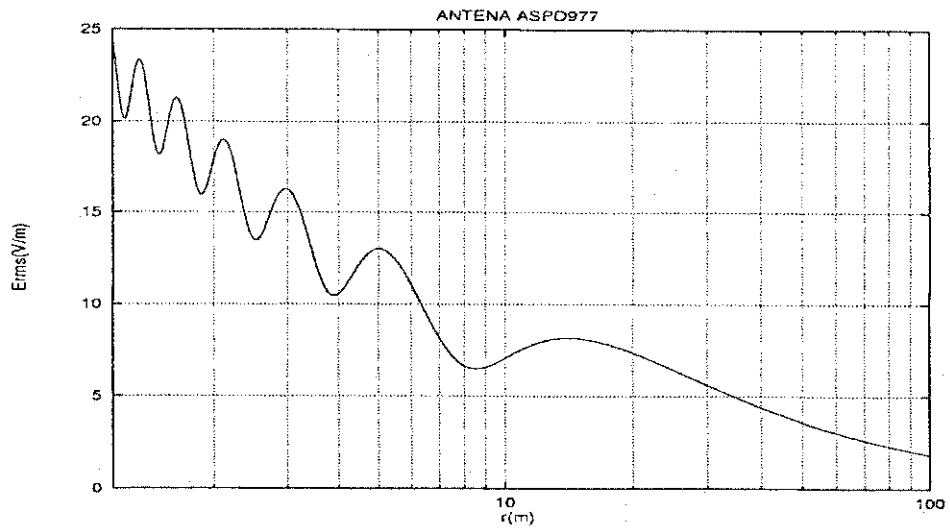


Figura 6.2: Campo elétrico no eixo para a antena modelo ASPD977, $P=100$ W, $G=10,6$ dBi, $f=900$ MHz.

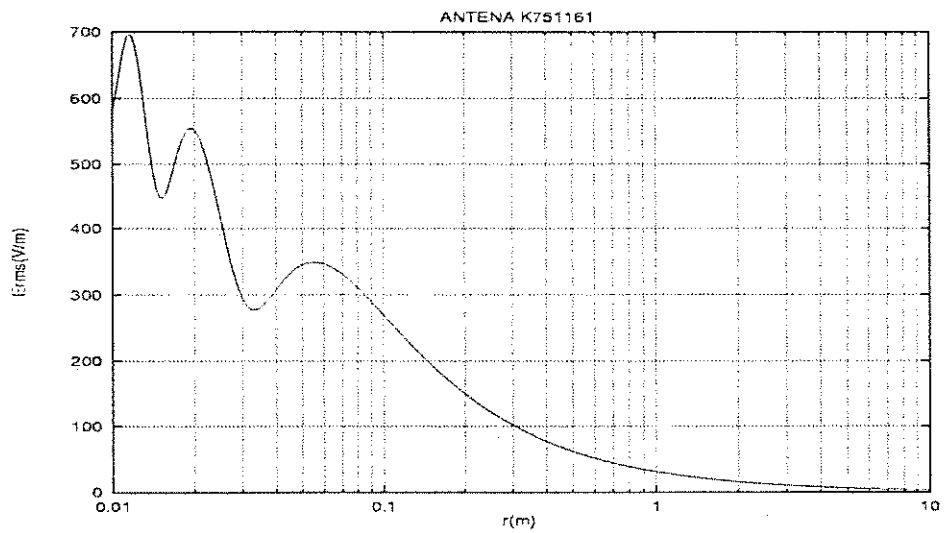


Figura 6.3: Campo elétrico no eixo para a antena modelo K751161, $P=20$ W, $G=2$ dBi, $f=900$ MHz.

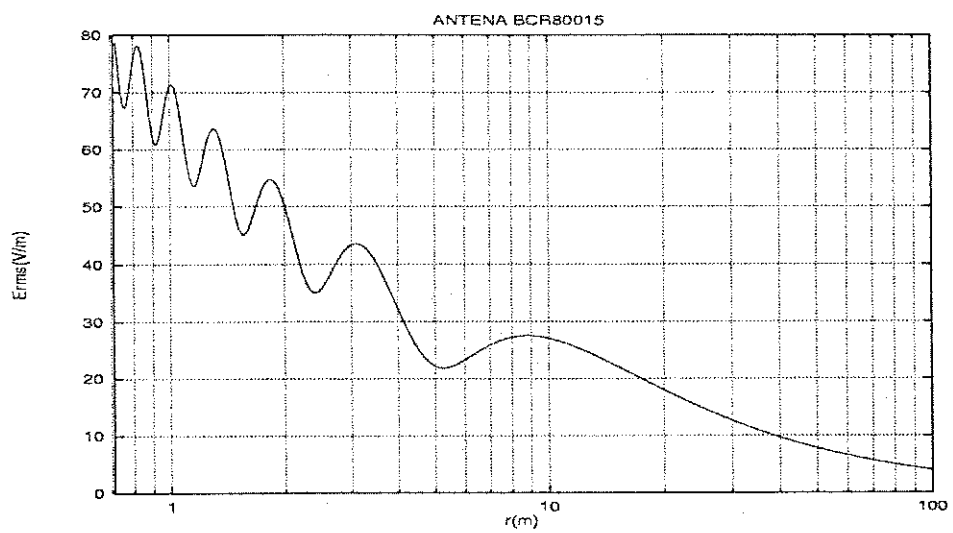


Figura 6.4: Campo elétrico no eixo para a antena modelo BCR80015, $P=100$ W, $G=17,1$ dBi, $f=900$ MHz.

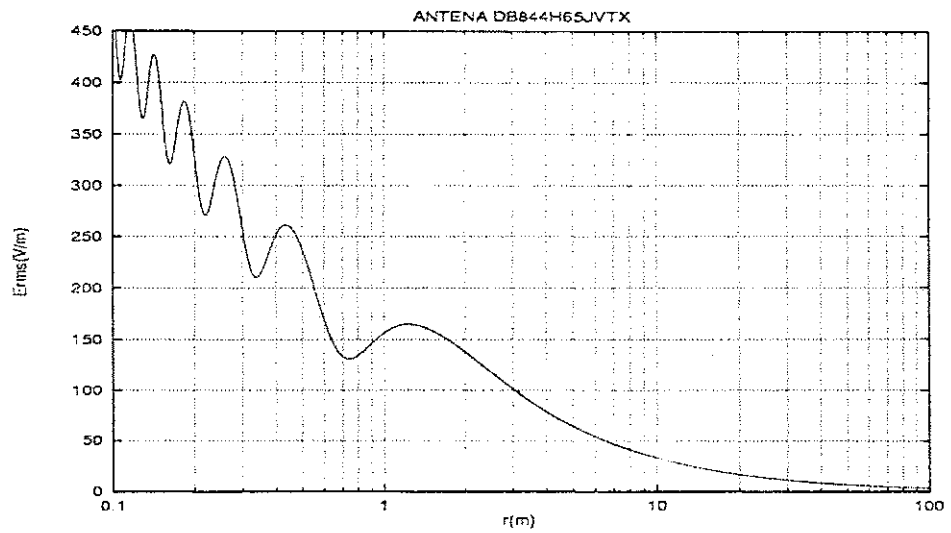


Figura 6.5: Campo elétrico no eixo para a antena modelo DB844H65JVTX, $P=100$ W, $G=15,6$ dBi, $f=900$ MHz.

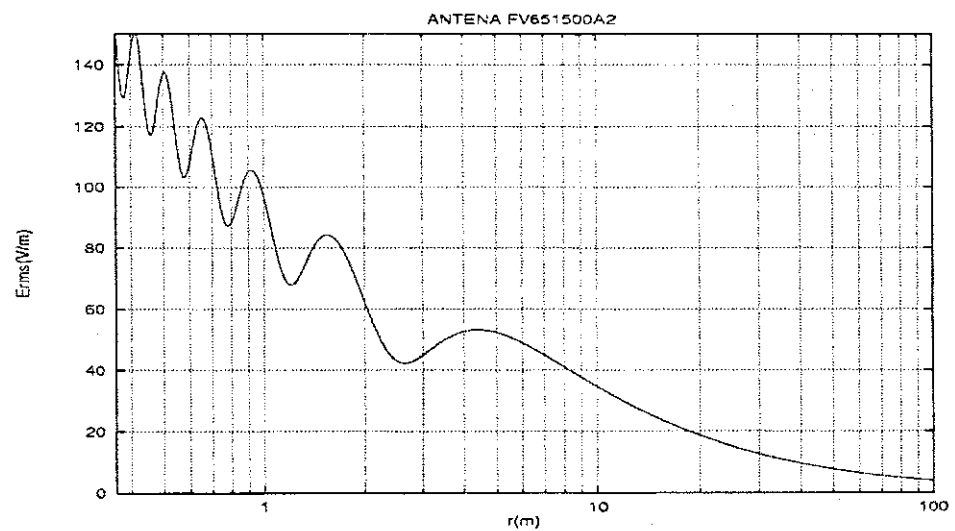


Figura 6.6: Campo elétrico no eixo para a antena modelo FV651500A2, $P=100$ W, $G=16,8$ dBi, $f=900$ MHz.

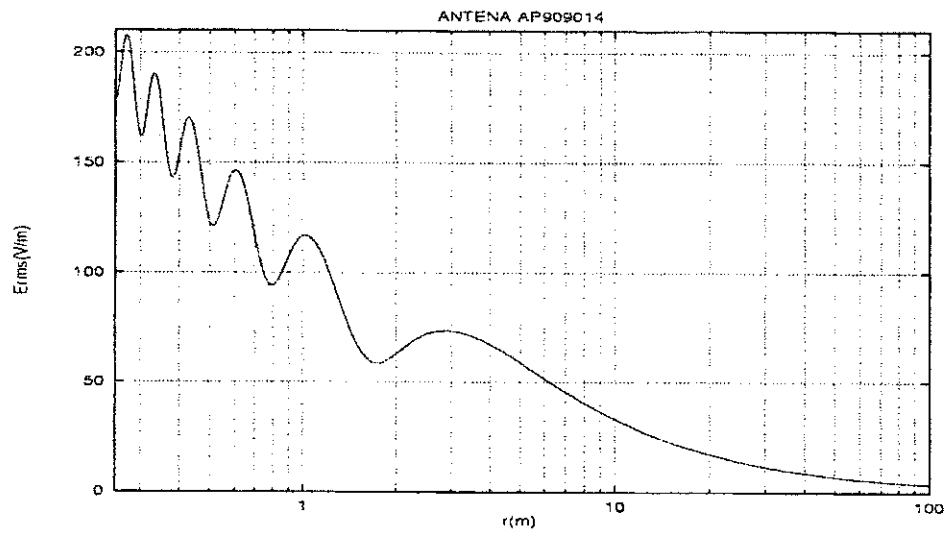


Figura 6.7: Campo elétrico no eixo para a antena modelo AP909014, $P=100$ W, $G=16$ dBi, $f=900$ MHz.

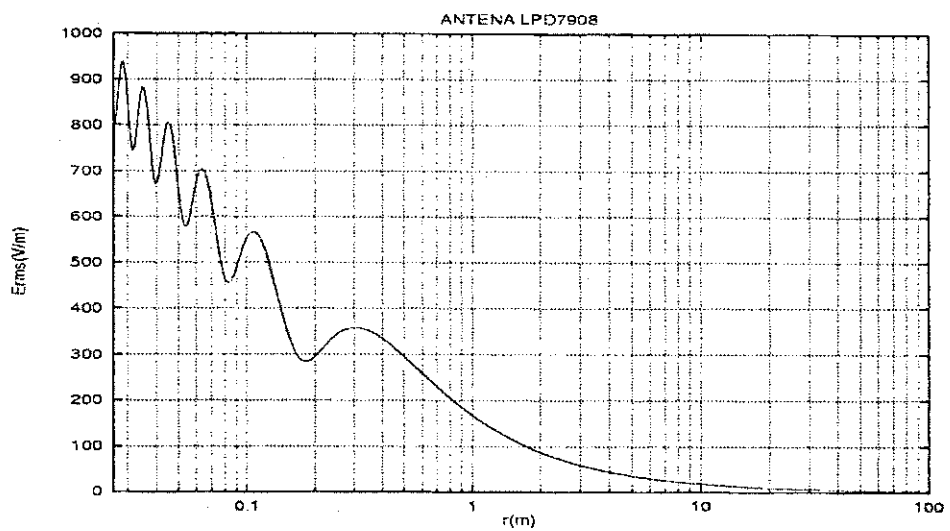


Figura 6.8: Campo elétrico no eixo para a antena modelo LPD7908, $P=100$ W, $G=10,1$ dBi, $f=900$ MHz.

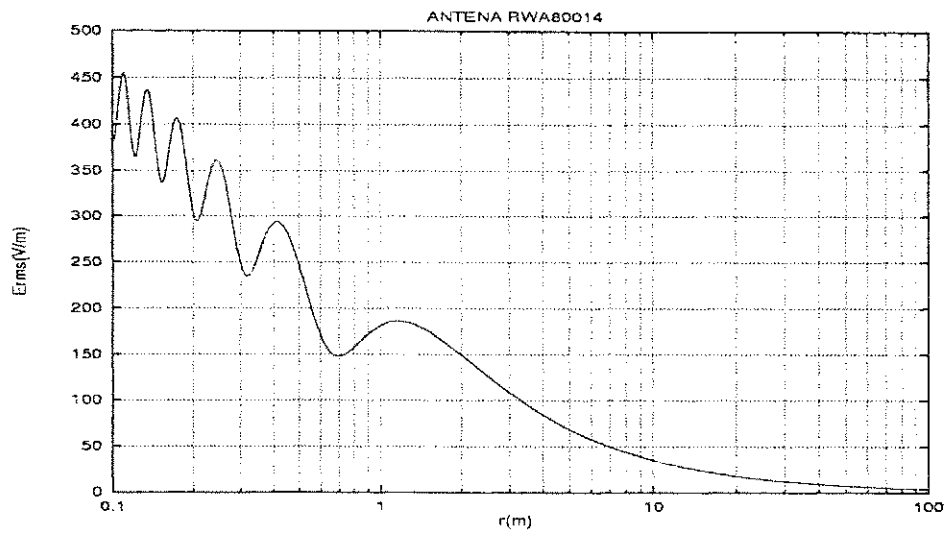


Figura 6.9: Campo elétrico no eixo para a antena modelo RWA80014, $P=100$ W, $G=16,1$ dBi, $f=900$ MHz.

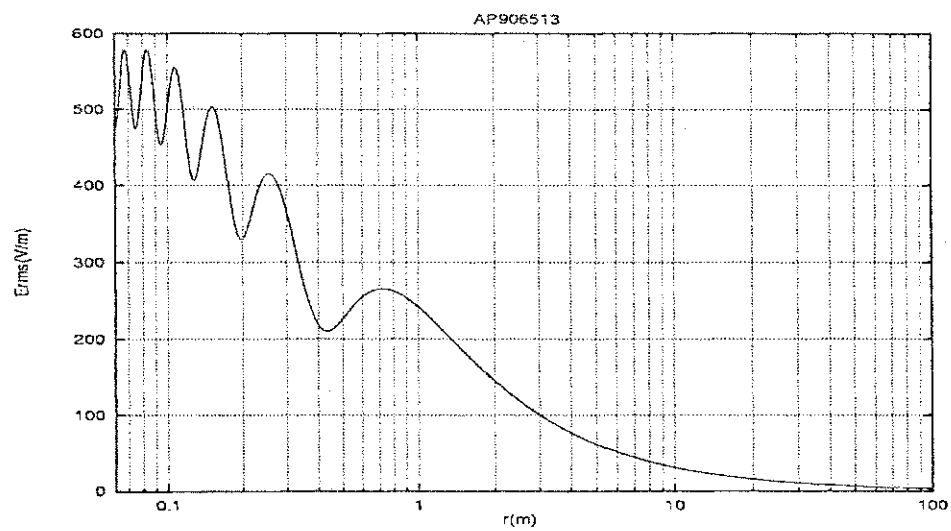


Figura 6.10: Campo elétrico no eixo para a antena modelo AP906513, $P=100$ W, $G=15$ dBi, $f=900$ MHz.

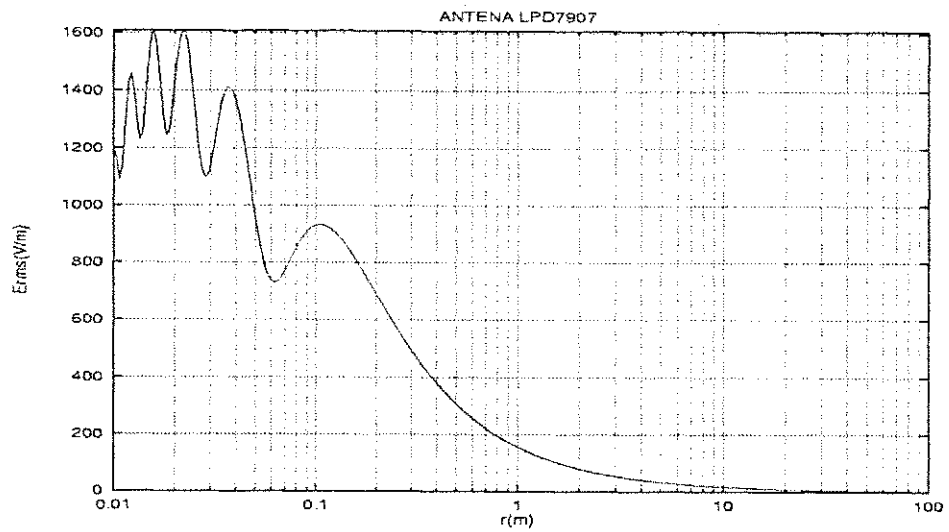


Figura 6.11: Campo elétrico no eixo para a antena modelo LPD7907, $P=100$ W, $G=9,1$ dBi, $f=900$ MHz.

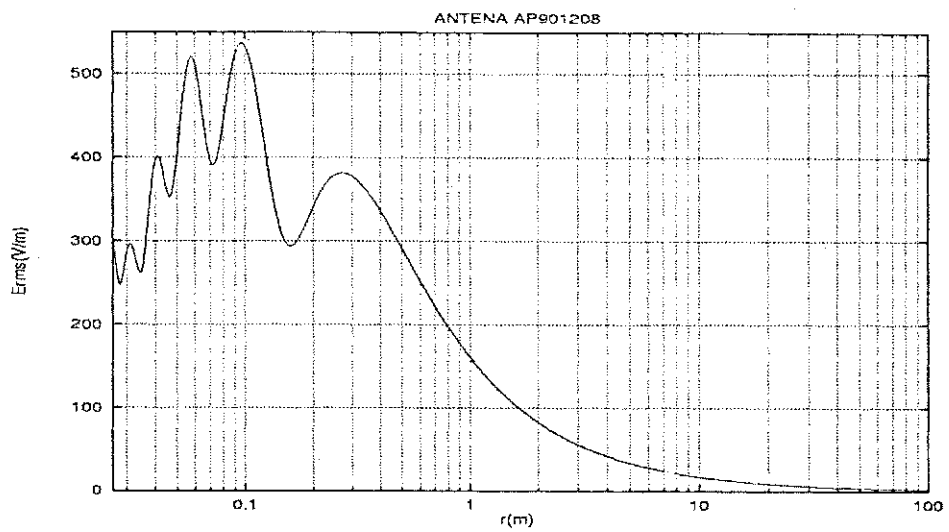


Figura 6.12: Campo elétrico no eixo para a antena modelo AP901208, $P=100$ W, $G=9,6$ dBi, $f=900$ MHz.

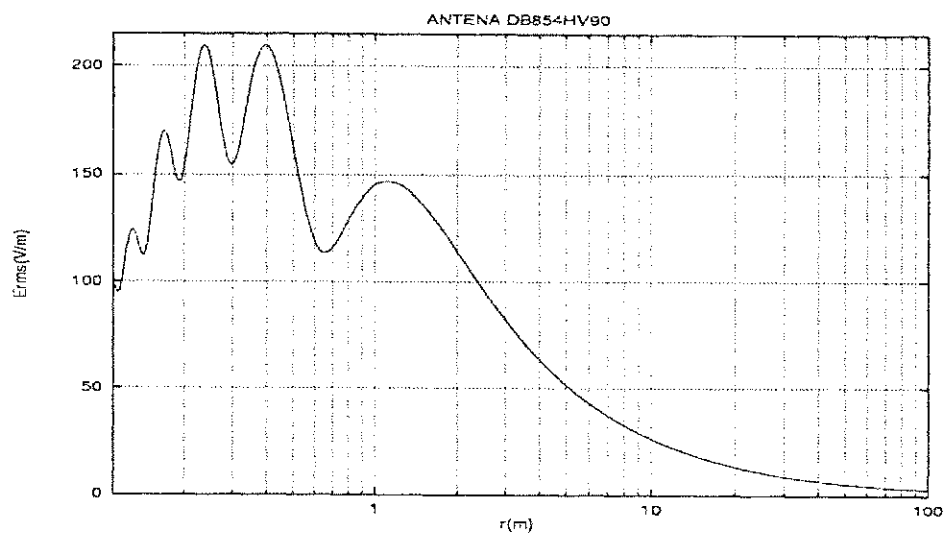


Figura 6.13: Campo elétrico no eixo para a antena modelo DB854HV90SX, $P=100$ W, $G=13,6$ dBi, $f=900$ MHz.

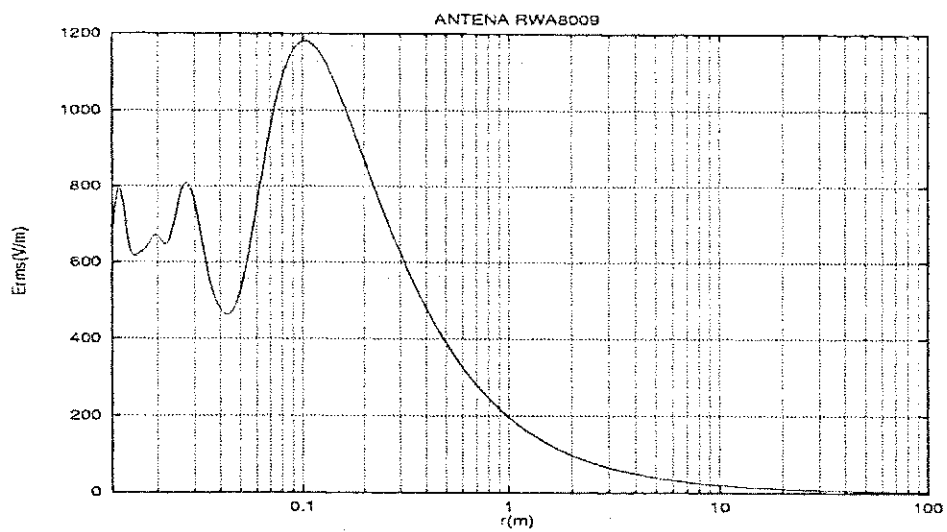


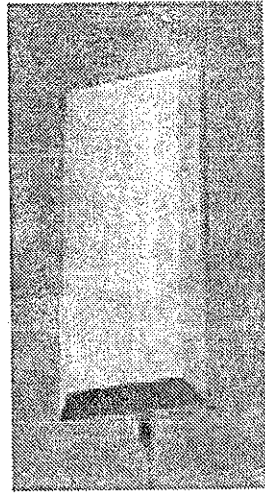
Figura 6.14: Campo elétrico no eixo para a antena modelo RWA8009, $P=100$ W, $G=11,1$ dBi, $f=900$ MHz.

Observando-se os gráficos obtidos, pode-se analisar inicialmente as antenas que possuem características semelhantes. Os modelos DB844H65, AP906513, FV651500 e RWA80014 apresentam valores semelhantes de ganho e ângulo de meia potência horizontal e vertical. Levando-se em conta apenas o aspecto de distância limite para exposição, esses modelos comportam-se de maneira quase idêntica, com uma pequena vantagem para o modelo AP906513, com o modelo FV651500 sendo o menos indicado (vide Tabela 6.2). Outro resultado observado é que os níveis de campo para as antenas omnidirecionais caem mais rapidamente que os outros modelos, como apresentado nos gráficos 6.2 e 6.3 para o modelo ASPD977 e para o modelo de uso indoor K751161, respectivamente. Os demais modelos apresentados na Tabela 6.1 possuem características diferenciadas, de forma que cada uma possuirá suas próprias distâncias limites para exposição. Assim, para a simulação pretendida nesse capítulo, o pior caso para exposição ocupacional e do público em geral seria o modelo RWA80014, e o mais indicado seria o modelo ASPD977.

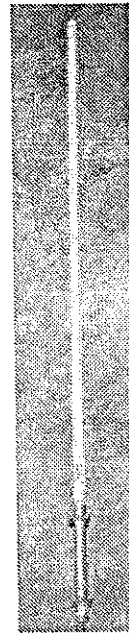
A comparação dos gráficos apresentados por cada antena deve respeitar os aspectos característicos próprios de cada uma. Essas antenas possuem valores variados de ganho, ângulo de meia potência horizontal e vertical e outras características, de forma que definir qual delas é a mais apropriada ou eficiente, em relação à exposição eletromagnética, requer a consideração de fatores como a necessidade de cobertura de sinal, potência a ser aplicada e a posição de instalação, para a definição da antena a ser usada. Com esses dados, e de posse das equações apresentadas nesse texto, é possível a análise dos níveis de irradiação em relação à distância da antena.

6.1 Conclusão

As análises apresentadas neste capítulo, possibilitam a verificação sobre o comportamento da irradiação no campo próximo de qualquer antena, simulando-as como aberturas, permitindo o posicionamento de antenas de modo que se evite a exposição a altos níveis de campo eletromagnético. As simulações também mostram que as equações apresentadas servem como uma boa aproximação para definição de limites de segurança para as antenas, já que para as distâncias limite



(a) DB854HV90_SX.



(b) ASPD977.

Figura 6.15: Modelos Decibel.

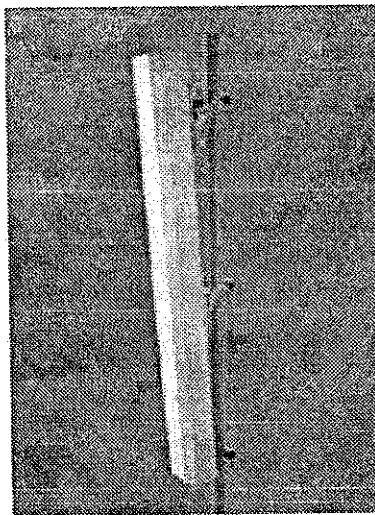


Figura 6.16: Modelo EMS FV651500_A2.

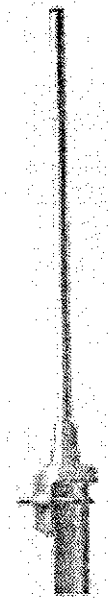
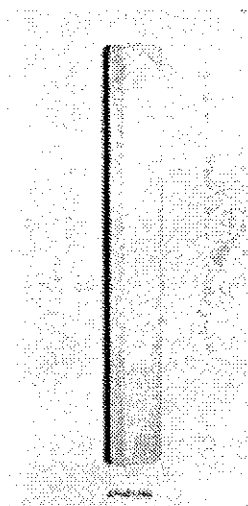
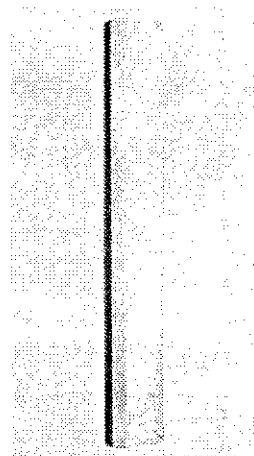


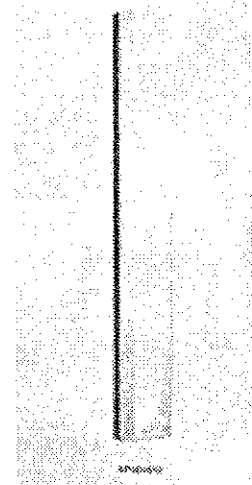
Figura 6.17: Modelo Kathrein K751161.



(a) AP901208.

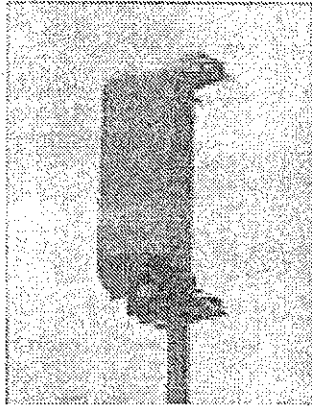


(b) AP909014.

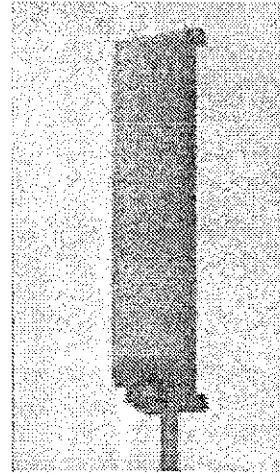


(c) AP9065.

Figura 6.18: Modelos CelWave.

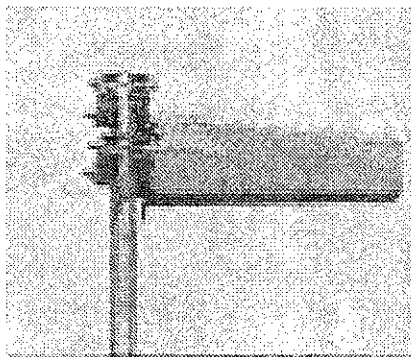


(a) RWA8009.

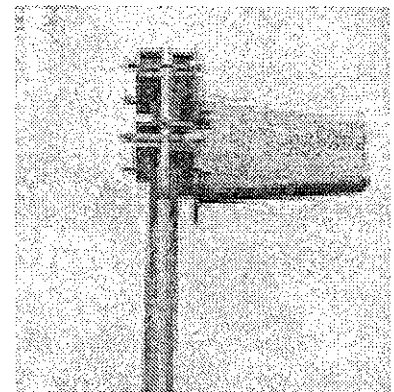


(b) RWA80014.

Figura 6.19: Modelos RWA da Antel.



(a) LPD7908.



(b) LPD7907.

Figura 6.20: Modelos LPD da Antel.

definidas pelos modelos usados para simulação apresentam nenhuma ou poucas reflexões de campo eletromagnético, sendo aceitável uma aproximação para o espaço livre.

Capítulo 7

Conclusão e Perspectivas

Com o aumento da instalação das antenas em locais de grande fluxo de pessoas, geralmente para serviços de comunicações móveis a 900 e 1800 MHz, logo surgiu a necessidade em determinar-se distâncias que representassem uma segurança em relação à exposição a campos eletromagnéticos. Como consequência, foram estabelecidos limites de intensidade de campo para as várias faixas de frequências. No Brasil, esses limites são estabelecidos pelas diretrizes da Anatel.

O comportamento do campo eletromagnético, enquanto um ponto de observação distancia-se de uma fonte eletromagnética, apresenta características bem distintas: a amplitude do campo inicialmente oscila e então cai monotonicamente. A característica de oscilação ocorre na região descrita como região de campo próximo. Movendo-se para fora dessa região, ou seja, na região de campo distante, a fase e amplitude, relativas às diferentes contribuições de cada elemento da antena, assintoticamente atingem uma relação constante, tornando a distribuição angular relativa do campo independente da distância.

As equações existentes utilizadas para o cálculo da intensidade de campo são determinadas para posições de medição no campo distante. Entretanto, dentro da região de campo próximo, que pode atingir algumas dezenas de metros nessas faixas de frequência, não são conhecidas equações que rapidamente possam determinar com alguma precisão o nível de campo eletromagnético.

As equações apresentadas no Capítulo 5 tornam possível o exame do campo eletromagnético de diversas antenas, na região de campo próximo, tratando-as como aberturas com distribuição uniforme de campo. Essas soluções utilizam

dados básicos como a potência aplicada e o ganho das antenas para observação dos níveis de campo eletromagnético nessa região. Isto possibilita a definição de limites que evitem exposição a níveis de irradiação acima dos aceitáveis pela regulamentação em vigor.

A utilização dessas equações em antenas utilizadas em empresas de telecomunicações a 900MHz, como apresentada no capítulo 8, possibilita a verificação sobre o comportamento da irradiação no campo próximo, permitindo o posicionamento de antenas de forma que seja evitada a exposição de pessoas a altos níveis de campo eletromagnético. As simulações apresentadas nesse trabalho também mostram que essas equações servem como uma boa aproximação para definição de limites de segurança para as antenas, já que dentro desses limites ocorre pouca ou nenhuma reflexão de campo eletromagnético, sendo aceitável uma aproximação para o espaço livre.

Vale salientar que os resultados obtidos para antenas pela aproximação dessas por aberturas são apenas aproximações teóricas, sendo necessária ainda uma comprovação técnica sobre o comportamento verdadeiro do campo eletromagnético dessas antenas para a validação dessas formulações. Essas medições serão realizadas futuramente pelo CPqD em parceria com a TIM-Telenordeste Participações Celular S/A. Entretanto, essas equações fornecem uma idéia sobre o comportamento do campo numa região em que pouco se conhece acerca dos fenômenos de propagação.

Alguns trabalhos podem ser desenvolvidos a partir dos resultados obtidos nesse estudo. Sugestões são apresentadas a seguir.

- Validação das equações de propagação apresentadas pela medição real de antenas celulares;
- Aperfeiçoamento da metodologia apresentada nesse trabalho;
- Estudo e simulação de outros tipos de antenas;
- Definição de equações para o campo próximo que levem em conta reflexões do sinal.
- Desenvolvimento de um produto (software) comercial.

Capítulo 8

Bibliografía

- [1] R. C. Hansen. *“Microwave Scanning Antennas. Vol.1. - Apertures”*. Academic Press Inc., London, 1964.
- [2] Arthur D. Yaghjian. “An Overview of Near Field Antenna Measurements”. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-34(1):30–45, January 1986.
- [3] Dan Slater. *“Near-Field Antenna Measurements”*. Artech House, Inc., 1991.
- [4] Hristo D. Hristov. *“Fresnel Zones in Wireless Links, Zone Plates Lenses and Antennas”*. Artech House, Inc., 2000.
- [5] R. Plonsey. “Aperture Fields”. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, (9):577, September 1961.
- [6] Victor Galindo-Israel. “A New Look at Fresnel Field Computation Using the Jacobi-Bessel Series”. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-29(6):885–898, November 1981.
- [7] Charles Polk. “Optical Fresnel-Zone Gain of a Rectangular Aperture”. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-04(1):65–69, January 1956.
- [8] Alan F. Kay. “Near Field Gain of Aperture Antennas”. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, (11):586–593, November 1960.

- [9] Anatel - Agência Nacional de Telecomunicações. “*Diretrizes para Limitação da Exposição a Campos Elétricos, Magnéticos e Eletromagnéticos Variáveis no Tempo (Até 300GHz)*”. Dezembro 1999.
- [10] Alexandre M. N. Gomes, Marcelo S. Alencar e Giuseppe Glionna. “Análise de Campo Próximo para Antenas de Abertura”. *Anais do IX Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica - IX SBMO*, Agosto 2000.
- [11] Alexandre M. N. Gomes, Marcelo S. Alencar e Giuseppe Glionna. “Análise da Conformação do Campo Próximo em Aberturas para Determinados Parâmetros de Entrada”. *Artigo aceito para publicação no CBMAG 2000*, Setembro 2000.
- [12] Constantine A. Balanis. “*Antenna Theory - Analysis and Design*”. Harper and Row, Publishers, inc., New York, 1982.
- [13] M. O. Al-Nuaimi and M. S. Ding. “Prediction Models and Measurements of Microwave Signals Scattered from Buildings”. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-42(8):1126–1137, August 1994.
- [14] Johnson J. H. Wang. “An Examination of the Theory and Practices of Planar Near-Field Measurement”. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-36(6):746–753, June 1988.
- [15] Rudge A. W. “*Handbook of Antenna Design Vol.1 and 2 (IEE Electromagnetic Waves Series)*”. Peter Peregrinus, Ltd., London, 1986.
- [16] G. V. Borgiotti. “Radiation and Reactive Energy of Aperture Antennas”. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-11(1):94–95, January 1963.
- [17] Donald R. Rhodes. “On a Fundamental Principle in the Theory of Planar Antennas”. *Proceedings of the IEEE*, 32:1013–1021, September 1964.
- [18] G. V. Borgiotti. “On the Reactive Energy of an Aperture”. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-15(7):565–566, July 1967.

- [19] V. H. Rumsey. "A New Way of Solving Maxwell's Equations". *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, (9):461-465, September 1961.
- [20] M. Dolukhanov. "*Propagation of Radio Waves*". Mir Publishers, Moscow, 1971.
- [21] ICNIRP (International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection). "*Guidelines on Limits of Exposure to Static Magnetic Fields*". Health Phys., 1994.
- [22] Irene A. Stegun Milton Abramowitz. "*Handbook of Mathematical Function*". Dover Publications, Inc., New York, 1972.
- [23] W. Hayt Jr. "*Engineering Electromagnetics - Fourth Edition*". McGraw-Hill, Inc., 1981.

Apêndice A

Integrais de Fresnel

Definição:

$$C(z) = \int_0^z \cos\left(\frac{1}{2}\pi t^2\right) dt \quad (\text{A.1})$$

$$S(z) = \int_0^z \text{sen}\left(\frac{1}{2}\pi t^2\right) dt.$$

A seguintes funções também são usadas [22]:

$$C_1(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z \cos t^2 dt, \quad C_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \frac{\cos t}{\sqrt{t}} dt, \quad (\text{A.2})$$

$$S_1(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z \text{sen } t^2 dt, \quad S_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \frac{\text{sen } t}{\sqrt{t}} dt. \quad (\text{A.3})$$

Outras relações:

$$\int \cos t^2 dt = \frac{\pi}{2} C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t\right) + \text{cte}, \quad \int \text{sen } t^2 dt = \frac{\pi}{2} S\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t\right) + \text{cte}, \quad (\text{A.4})$$

$$\int_{-t_0}^{+t_0} \cos t^2 dt = \sqrt{2\pi} C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t_0\right), \quad \int_{-t_0}^{+t_0} \text{sen } t^2 dt = \sqrt{2\pi} S\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t_0\right). \quad (\text{A.5})$$

Funções auxiliares:

$$f(z) = \left[\frac{1}{2} - S(z)\right] \cos\left(\frac{\pi}{2} z^2\right) - \left[\frac{1}{2} - C(z)\right] \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} z^2\right), \quad (\text{A.6})$$

$$g(z) = \left[\frac{1}{2} - C(z)\right] \cos\left(\frac{\pi}{2} z^2\right) + \left[\frac{1}{2} - S(z)\right] \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} z^2\right). \quad (\text{A.7})$$

Interrelações:

$$\mathbf{C}(z) = \mathbf{C}_1 \left(z \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right) = \mathbf{C}_2 \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right), \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{S}(z) = \mathbf{S}_1 \left(z \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right) = \mathbf{S}_2 \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right), \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{C}(z) = \frac{1}{2} + \mathbf{f}(z) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right) - \mathbf{g}(z) \cos \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right), \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{S}(z) = \frac{1}{2} - \mathbf{f}(z) \cos \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right) - \mathbf{g}(z) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right). \quad (\text{A.11})$$

Aproximações racionais:

$$\mathbf{f}(z) = \frac{1 + 0.926z}{2 + 1.792z + 3.104z^2} + \epsilon(z), \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{g}(z) = \frac{1}{2 + 4.142z + 3.492z^2 + 6.670z^3} + \epsilon(z), \quad (\text{A.13})$$

$$|\epsilon(z)| \leq 2 \times 10^{-3}.$$

Apêndice B

Níveis de Referência para Exposição

As tabelas B.1 e B.2 descrevem os níveis de referência para exposição ocupacional e do público em geral para campos elétricos e magnéticos variáveis no tempo, segundo as diretrizes da Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), encontradas em [9].

Faixas de frequência	Intensidade de campo E (V.m ⁻¹)	Intensidade de campo H (A.m ⁻¹)	Campo B (μT)	Densidade de potência de onda plana equivalente S _{eq} (W.m ⁻²)
Até 1 Hz	-	1,63×10 ⁵	2×10 ⁵	-
1 - 8 Hz	20000	1,63×10 ⁵ /f ²	2×10 ⁵ /f	-
8 - 25 Hz	20000	2×10 ⁴ /f	2,5×10 ⁴ /f	-
25 - 820 Hz	500/f	20/f	25/f	-
0,82 - 65 kHz	610	24,4	30,7	-
0,065 - 1 MHz	610	1,6/f	2/f	-
1 - 10 MHz	610/f	1,6/f	2/f	-
10 - 400 MHz	61	0,16	0,2	10
400 - 2000 MHz	3f ^{1/2}	0,008f ^{1/2}	0,01f ^{1/2}	f/40
2 - 300 GHz	137	0,36	0,45	50

Tabela B.1: Níveis de referência para exposição ocupacional a campos elétricos e magnéticos variáveis no tempo (valores eficazes, não perturbados)

Faixas de frequência	Intensidade de campo E (V.m ⁻¹)	Intensidade de campo H (A.m ⁻¹)	Campo B (μT)	Densidade de potência de onda plana equivalente S _{eq} (W.m ⁻²)
Até 1 Hz	-	3,2×10 ⁴	4×10 ⁴	-
1 - 8 Hz	10000	3,2×10 ⁴ /f ²	4×10 ⁴ /f ²	-
8 - 25 Hz	10000	4000/f	5000/f	-
25 - 800 Hz	250/f	4/f	5/f	-
0.8 - 3 kHz	250/f	5	6,25	-
3 - 150 kHz	87	5	6,25	-
0.15 - 1 MHz	87	0,73/f	0,92/f	-
1 - 10 MHz	87/f ^{1/2}	0,73/f	0,92/f	-
10 - 400 MHz	28	0,073	0,092/f	2
400 - 2000 GHz	1,375f ^{1/2}	0,0037f ^{1/2}	0,0046f ^{1/2}	f/200
2 - 300 GHz	61	0,16	0,20	10

Tabela B.2: Níveis de referência para exposição do público em geral a campos elétricos e magnéticos variáveis no tempo (valores eficazes, não perturbados)

Apêndice C

Fundamentos

Nesse capítulo são introduzidos termos básicos no estudo de ondas como refração e difração, fundamentais para o entendimento acerca dos fenômenos de propagação eletromagnética.

C.1 Propagação

Uma onda eletromagnética é criada por uma perturbação local nos campos elétrico e magnético. De sua origem, a onda se propagará em todas as direções. Se o meio no qual a onda se propaga (o ar por exemplo) é o mesmo em todos lugares, esta se propagará uniformemente em todas as direções.

Longe de sua origem, a onda terá se espalhado suficientemente, aparentando possuir uma mesma amplitude em todas posições no plano perpendicular a sua direção de propagação. Este tipo de onda é chamado uma onda plana. Uma onda plana é uma idealização que permite imaginar-se que toda a onda propaga-se em uma única direção, em vez de espalhar-se por todas direções.

Ondas eletromagnéticas propagam-se à velocidade da luz no vácuo. Em outros meios, como ar ou vidro, a velocidade de propagação é mais lenta. Seja c_0 a velocidade da luz no vácuo e c a velocidade no meio, define-se índice de refração como

$$n = \frac{c_0}{c}. \quad (\text{C.1})$$

Substância	Índice de Refração
Vácuo	1
Ar	1.0003
Água	1.33
Vidro	1.55

Tabela C.1: Índice de refração para alguns meios.

C.2 Refração e Reflexão

Quando uma onda penetra em um novo meio, observa-se uma mudança em sua velocidade de propagação. Para que as ondas incidente e transmitida estejam unidas no limite entre os meios, a onda transmitida muda sua direção de propagação. Por exemplo, se o novo meio possui um índice de refração mais alto, significando que a velocidade de propagação é mais baixa, o comprimento de onda ficará menor, visto que a frequência deve continuar a mesma devido às condições de contorno. Para que onda transmitida una-se à onda incidente no limite entre os meios, a direção de propagação da onda transmitida deve estar mais próxima da perpendicular. A relação entre os ângulos e os índices de refração é determinada pela Lei de Snell (Equação C.2). Quando a direção de propagação muda, a onda é dita refratada.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2. \quad (\text{C.2})$$

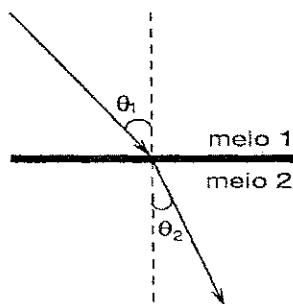


Figura C.1: Refração de uma onda incidente.

Uma onda transmitida dobrar-se-á mais na direção da perpendicular quando esta entra em um meio com índice de refração maior (velocidade mais lenta de propagação). Por exemplo, quando um indivíduo olha a água de uma piscina, a luz do fundo é refratada para longe da perpendicular pois o índice de refração é menor no ar que na água. Pela mesma razão, quando se observa objetos sob a água por uma máscara, esses se apresentarão maiores do que realmente são, pois a luz do objeto é espalhada na interface água-ar da máscara. O observador terá a ilusão que o objeto está mais próximo ou maior.

Quando uma onda plana encontra uma mudança no meio de propagação, alguma parte ou toda onda pode propagar-se no novo meio ou ser refletida. A parte que atravessa o novo meio é chamada de porção transmitida e a outra parte a porção refletida. A parte que é refletida possui uma regra muito simples que governa seu comportamento. Observando-se a Figura C.2 têm-se: o ângulo entre

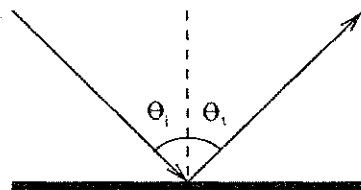


Figura C.2: Ângulos de incidência e reflexão.

a direção de propagação e uma linha perpendicular ao limite entre os meios, no mesmo lado da superfície, é definido como ângulo de incidência θ_i , enquanto que o ângulo entre a direção de propagação da onda refletida e um linha perpendicular ao limite, também no mesmo lado da superfície, é definido como ângulo de reflexão θ_r .

Então, a regra para reflexão é o ângulo de reflexão igual ao ângulo de incidência (Figura C.3). Se o meio incidente tem um índice de refração mais baixo então a onda refletida tem um deslocamento de fase de 180° na reflexão. Reciprocamente, se o meio incidente tem um índice maior de refração, a onda refletida não apresentará deslocamento de fase.

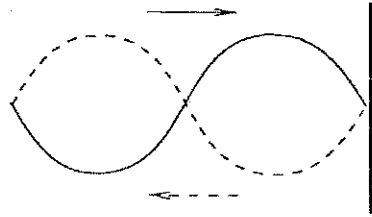


Figura C.3: Ângulo de reflexão igual ao ângulo de incidência.

C.3 Interferência

Todas as ondas eletromagnéticas podem ser sobrepostas sem limite. Os campos elétricos e magnéticos simplesmente se somam a cada ponto. Se duas ondas com a mesma frequência forem combinadas haverá um padrão de interferência constante causado pela superposição dessas. A interferência pode ser construtiva ou destrutiva. A quantidade de interferência depende da relação entre as fases em um ponto particular. Pode ser demonstrado que uma interferência construtiva ocorre para deslocamentos de fase de 0° - 120° e 240° - 360° . Assim, uma interferência destrutiva acontece para deslocamentos de fase de 120° - 240° . Para duas ondas idênticas, deslocamento de fase nulo resulta em interferência construtiva total em que a força é máxima. Por outro lado, um deslocamento de fase de 180° resulta em interferência destrutiva total, ou seja, nenhum sinal resultante.

O deslocamento de fase, $\Delta\phi$, que causa a interferência pode ocorrer devido a uma diferença de percurso, Δx , ou uma diferença no tempo de chegada, Δt , de acordo com a Equação C.3

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta t}{T}, \quad (\text{C.3})$$

em que λ e T representam, respectivamente, o comprimento e o período de onda.

C.4 Difração

Seja uma onda plana propagando-se através de um meio. Se essa onda atravessa uma abertura, esta irá difratar ou espalhar-se da abertura, como observado na Figura C.4. O grau de espalhamento da onda irá depender do tamanho da

abertura relativo ao comprimento de onda. No caso extremo em que a abertura é muito grande comparando-se ao comprimento de onda, a onda não irá se refratar. No outro extremo, se a abertura for muito pequena, a onda se comportará como se estivesse em sua origem e se espalhará uniformemente em todas as direções da abertura. Entre esses extremos haverá algum grau de difração. Inicialmente considere uma abertura circular. Se uma onda de comprimento λ encontrar uma abertura com diâmetro D , o valor difratado é medido pelo ângulo θ , em que a nova onda diverge da abertura, medido borda à borda, dado aproximadamente por

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D}, \quad (\text{C.4})$$

em radianos. A aproximação dada pela Equação C.4 é válida apenas para ângulos relativamente pequenos, em torno de 20° . Esta fórmula é de bastante utilidade no estudo da formação de feixe de irradiação de antenas, também com aplicações em antenas usadas em comunicações e radares.

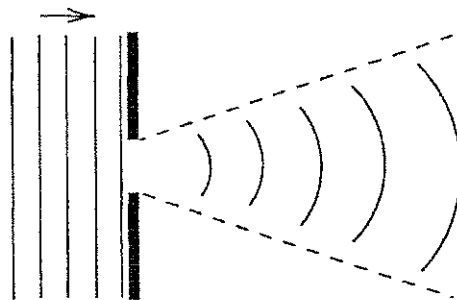


Figura C.4: Difração de uma onda ao atravessar uma fenda.

C.5 Antenas

Antena é o componente fundamental de um sistema elétrico que utiliza o espaço livre como meio de transmissão. O *IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas* (IEEE Std 145 – 1973) define a antena como um meio para irradiação ou recepção de ondas de rádio. Em outras palavras, antena é a estrutura de transição entre o espaço livre e a fonte de transmissão ou recepção.

Diferentes tipos de sistemas transmitem e recebem diferentes tipos de ondas, de modo que as características operacionais do sistema são projetadas de acordo com as propriedades das antenas. Deve haver dois tipos de antenas em qualquer sistema, uma transmissora e outra receptora. A antena transmissora ideal é a que irradia toda a potência fornecida, na direção e polarização desejada, enquanto a antena receptora ideal é a que obtém o máximo de tensão possível do sinal disponível no espaço livre com o mínimo possível de ruído.

Existem vários tipos de antenas, cada uma projetada para transmitir ou receber um tipo específico de irradiação. A forma e o número de antenas em um sistema depende em grande parte do tipo de onda usada e a frequência em que é transmitida. Os tipos mais comuns de antenas são as antenas de dipolo, fio, abertura, estrutura (*array*), corneta, antenas lente, refletoras, etc.

A operação de uma antena transmissora simples pode ser ilustrada como uma linha de transmissão de circuito aberto em que, nessa abertura, ocorre uma reversão de fase, de forma que parte da tensão incidente é irradiada. A energia irradiada apresenta-se na forma de ondas eletromagnéticas transversais e a quantidade de radiação emitida pode variar em função do aumento ou diminuição da distância entre os condutores.

Antenas possuem um número de propriedades importantes que variam de acordo com a aplicação. As propriedades da maior interesse incluem o ganho, diretividade, padrão de irradiação, polarização e largura de faixa.

C.6 Ganho

Existem duas medidas para o ganho, o ganho de diretividade e o ganho de potência. Diretividade é a habilidade de uma antena de concentrar a potência irradiada em uma área do espaço, ou absorver mais efetivamente energia incidente de uma área do espaço [1]. Ganho de diretividade é a razão entre a densidade de potência irradiada em uma direção particular e a densidade de potência irradiada para o mesmo ponto por uma antena de referência, assumindo-se que as antenas estejam irradiando a mesma quantidade de potência. Ganho de potência é o mesmo que ganho de diretividade, exceto que a eficiência da antena é levada em conta e a potência total alimentada na antena é utilizada nos cálculos. Assume-se

que a referência é sem perdas e que a antena e a referência possuem a mesma potência de entrada. O ganho de potência é igual ao ganho de diretividade se a antena irradiante for sem perdas.

As antenas de referência mais utilizadas são a antena isotrópica e a antena de dipolo ressonante de meia-onda. A antena isotrópica irradia igualmente em todas as direções. Esse tipo de antena não existe, mas fornece um padrão de antena teórico simples e útil para comparação com antenas reais. Uma antena com ganho de 1 em relação a uma antena isotrópica descreve-se como possuindo um ganho de 0 dBi.

A antena de dipolo ressonante de meia-onda pode ser um padrão útil para comparação com outras antenas em uma frequência ou sobre uma faixa curta de frequências. Para comparar-se o dipolo a uma antena sobre uma faixa de frequências requer-se um dipolo ajustável ou um número de dipolos de diferentes comprimentos. Uma antena com ganho de 1 em relação a uma antena de dipolo ressonante de meia-onda descreve-se como possuindo um ganho de 0 dBd. A relação entre ganho dado em dBd e dBi é mostrada na Equação C.5.

$$G[\text{dBi}] = G[\text{dBd}] + 2,15 \quad (\text{C.5})$$

Uma medida mais direta para o desempenho de uma antena receptora é a área efetiva ou seção transversal A_e [1]. Área efetiva é a área de uma antena ideal que absorve a mesma quantidade de potência de uma onda plana incidente que uma antena real absorveria. O ganho de diretividade G e área efetiva A_e estão simplesmente relacionadas por

$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2}. \quad (\text{C.6})$$

A área efetiva e diretividade de algumas antenas de interesse são relacionadas na Tabela C.2.

A técnica de medição de ganho pela comparação com uma antena de referência é conhecida como técnica de transferência de ganho. Em frequências mais baixas é conveniente usar um dipolo de meia onda como padrão de ganho, com ganho tipicamente expresso em dBi. Outro método de medição de ganho é o método de 3 antenas. As potências transmitida e recebida nos terminais das antenas são

Antena	Área Efetiva	Diretividade
Isotrópica	$\lambda^2/4\pi$	1
Dipolo Curto	$3\lambda^2/8\pi$	3/2
Dipolo Linear de $\frac{1}{2}\lambda$	$30\lambda^2/73\pi$	1.64

Tabela C.2: Área efetiva e diretividade de algumas antenas de interesse.

medidas entre três antenas arbitrárias a uma distância fixa conhecida. A fórmula de transmissão de Friis,

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{G_r A_e}{4\pi d^2} = \frac{A_t A_e}{(\lambda d)^2} = G_r G_t \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2, \quad (\text{C.7})$$

com P_t e P_r as potências transmitidas e recebidas, d a distância, G_t e G_r o ganho das antenas transmissora e receptora e A_t a área efetiva da antena transmissora, é usada para desenvolver três equações com três incógnitas, resultando nos ganhos, expressos em dBi, de todas as três antenas.

C.7 Padrão de Irradiação

O padrão de antena ou de irradiação descreve a potência relativa do campo irradiado em várias direções da antena a uma distância fixa ou constante. O padrão de irradiação é também um padrão de recepção visto que também descreve as propriedades receptoras da antena. O padrão de irradiação é tridimensional, sendo mostrada, freqüentemente, apenas uma fatia desse padrão devido à complexidade de sua medição. Dessa forma, o padrão de irradiação é disposto bi-dimensionamente, facilitando a apresentação.

O padrão de radiação de uma antena é um diagrama polar que representa a distribuição espacial da energia irradiada. Há quatro padrões de radiação comuns usados:

1. Padrão omnidirecional;
2. Padrão *pencil-beam*;

3. Padrão *fan-beam*;
4. Padrão *shaped-beam*.

O padrão omnidirecional é principalmente usado para serviços de comunicações em que todas as direções devam ser igualmente cobertas. No plano horizontal o padrão é horizontal enquanto que no plano vertical deve haver alguma diretividade para aumentar o ganho.

O padrão *pencil-beam* é usado para obter ganho máximo em uma direção e o padrão de irradiação é o mesmo nos dois planos.

O padrão *fan-beam* é semelhante ao padrão *pencil-beam*, exceto que o último apresenta um corte transversal elíptico. A largura de feixe de um plano pode ser maior que a largura de feixe no outro plano.

O padrão *shaped-beam* é usado quando o padrão requer um tipo de cobertura específica.

C.8 Polarização

Uma importante característica da irradiação é o estado de polarização. A polarização de ondas refere-se ao tipo de vibrações do vetor elétrico (ou magnético) no plano normal à direção de propagação [1].

Polarização é definida como a orientação do campo elétrico de uma onda eletromagnética. Polarização é, em geral, descrita por uma elipse. Dois casos especiais geralmente usados de polarização elíptica são as polarizações linear e circular. Quando o campo eletromagnético propaga-se em uma direção particular permanente, considera-se que a onda é polarizada linearmente. Por razões práticas, a orientação das ondas linearmente polarizadas é separada em componentes vertical e horizontal. O ambiente no qual a onda eletromagnética se propaga, desde a antena transmissora até a receptora, pode causar mudanças na polarização da onda.

Uma antena dipolo vertical criará uma onda eletromagnética vertical, linearmente polarizada. Uma antena receptora que também estiver alinhada verticalmente produzirá uma maior corrente quando exposta à onda eletromagnética

nessa posição. Então, é imprescindível o conhecimento do tipo de polarização e direção da antena transmissora quando da recepção do sinal.

Para propagação em baixa frequência (< 1 MHz) perto do solo, polariza-se verticalmente as ondas devido a reflexões do solo que cancelam ondas polarizadas horizontalmente nessas frequências. Sistemas de comunicações móveis geralmente utilizam polarização vertical. Para a transmissão de TV adotou-se a polarização horizontal como um padrão pois essa escolha maximiza a relação sinal-ruído. Para frequências acima de 1 GHz, pode ser utilizada polarização horizontal ou vertical. Em algumas aplicações específicas pode haver vantagens em utilizar-se uma ou outra.

Outro modo de polarização de campos é a polarização circular. O comportamento desse tipo de polarização é semelhante à utilização de um saca-rolhas, ou seja, o campo elétrico gira enquanto se propaga, realizando um giro completo a cada ciclo de radiofrequência (RF). Se a rotação ocorrer no sentido horário, denomina-se RHCP (*Right-Hand Circular Polarization*), polarização circular à direita. A outra possibilidade é polarização circular à esquerda, LHCP (*Left-Hand Circular Polarization*). Antenas transmissoras que utilizam polarização circular geralmente assemelham-se fisicamente a saca-rolhas.

Polarização circular é frequentemente usada em comunicações por satélite pois esse tipo de polarização não exige o conhecimento da orientação da antena do satélite, denominado *skew*. Um sinal polarizado linearmente do espaço é sujeito a uma rotação, que não ocorre quando a polarização é circular, causada pelo campo magnético da terra chamada rotação de Faraday. Polarização circular também pode ser usada para reduzir os efeitos do multipercurso.

Uma onda não necessita estar polarizada. Por exemplo, a luz solar, que é uma mistura homogênea de ondas que se propaga em todas as direções, é dita despolarizada. Porém, esta pode tornar-se polarizada pela filtragem ou pela reflexão em uma superfície plana.

Apêndice D

A Onda Plana Uniforme

Aplicar-se-ão neste capítulo as equações de Maxwell introduzindo a teoria fundamental da propagação de onda, em que a onda plana representa uma das aplicações mais simples das equações de Maxwell, ilustrando os princípios da propagação de energia. Serão introduzidos também termos como impedância da onda, constante de atenuação e de fase, além do teorema de Poynting.

D.1 Divergente e Rotacional

Para a aplicação das equações de Maxwell neste capítulo, é importante relembrar os conceitos divergente e rotacional.

D.1.1 Divergente

A divergência de \mathbf{D} , em que \mathbf{D} pode representar qualquer campo vetorial, é definida como

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}{\Delta v}. \quad (\text{D.1})$$

A interpretação física para a Equação acima é que a divergência do vetor densidade de fluxo \mathbf{D} representa a variação do fluxo através de uma superfície fechada de volume que tende a zero [23]. Esta afirmação é útil na obtenção de informação qualitativa acerca da divergência de um campo vetorial sem a necessidade de uma investigação matemática.

Se uma unidade diferencial de volume $r dr d\phi dz$, em coordenadas cilíndricas, ou $r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$, em coordenadas esféricas, for escolhida, as expressões para a divergência nas coordenadas particulares são descritas, respectivamente, da seguinte forma

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \quad (\text{cilíndrica}) \quad (\text{D.2})$$

e

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta D_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} \quad (\text{esférica}). \quad (\text{D.3})$$

O divergente representa um resultado escalar. Definindo agora o operador nabla ∇ como operador vetorial

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{a}_z, \quad (\text{D.4})$$

com \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y , \mathbf{a}_z , representando os vetores unitários nas direções respectivas x , y e z , observa-se que a sua aplicação sobre o vetor \mathbf{D} , na forma de produto interno, resulta em um valor escalar

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{a}_z \right) \cdot (D_x \mathbf{a}_x + D_y \mathbf{a}_y + D_z \mathbf{a}_z), \quad (\text{D.5})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\partial}{\partial x} (D_x) + \frac{\partial}{\partial y} (D_y) + \frac{\partial}{\partial z} (D_z), \quad (\text{D.6})$$

de forma que

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}. \quad (\text{D.7})$$

A notação $\nabla \cdot \mathbf{D}$ será usada neste texto para indicar a operação de divergência.

D.1.2 Rotacional

O rotacional (ou *curl*) de qualquer vetor é um vetor. Qualquer componente do rotacional é dada pelo limite do quociente da integral de linha fechada do vetor em um pequeno percurso do plano normal àquela componente desejada e à área envolvida, quando o percurso tende a zero. A forma matemática da definição é

$$(\operatorname{rot} \mathbf{V})_n = \lim_{\Delta S_n \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{V} \cdot d\mathbf{L}}{\Delta S_n} \quad (\text{D.8})$$

em que ΔS_n é a área envolvida pela integral de linha fechada, \mathbf{V} um vetor qualquer, e n representa qualquer componente em qualquer sistema de coordenadas. O rotacional pode também ser escrito em termos de um operador vetorial da seguinte forma

$$\text{rot } \mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{V}. \quad (\text{D.9})$$

Rotacional é, então, definido em coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas, respectivamente, por

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{V} &= \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \mathbf{a}_x + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \mathbf{a}_y \\ &+ \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \mathbf{a}_z, \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{V} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{a}_r + \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \mathbf{a}_\phi \\ &+ \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rV_\phi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{a}_z, \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{V} &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial (V_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial \phi} \right] \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} - \frac{\partial (rV_\phi)}{\partial r} \right] \mathbf{a}_\theta \\ &+ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial (rV_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right] \mathbf{a}_\phi. \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

D.2 Propagação de Ondas no Espaço Livre

A solução das equações de Maxwell, sem a aplicação de alguma condição de contorno, representa um tipo muito especial de problema. As soluções obtidas nesse texto são para o espaço livre, dielétricos perfeitos e para dielétricos dissipativos, respectivamente, estando restritas a coordenadas cartesianas.

Considerando a propagação de ondas no vácuo, as equações de Maxwell podem ser descritas em termos de \mathbf{E} e \mathbf{H} ,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (\text{D.13})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (\text{D.14})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (\text{D.15})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (\text{D.16})$$

com ϵ_0 e μ_0 definidos, respectivamente, como permissividade e permeabilidade do espaço livre, com $\epsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$ F/m e $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m.

As primeiras quatro equações de Maxwell serão desenvolvidas para o caso especial de uma variação cossenoidal, usando notação complexa e fasores. Inicialmente suponha que uma componente, E_x , seja dada por

$$E_x = E_0 \cos(\omega t + \psi), \quad (\text{D.17})$$

com E_0 sendo função de x, y, z e ω , e ψ é o ângulo de fase que pode ser uma função de x, y, z e ω . A identidade de Euler,

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t, \quad (\text{D.18})$$

pode ser usada, de forma que E_x se torna

$$E_x = \text{Re} [E_0 e^{j(\omega t + \psi)}] = \text{Re} [E_0 e^{j\psi} e^{j\omega t}]. \quad (\text{D.19})$$

Omitindo-se o operador Re e suprimindo $e^{j\omega t}$, a grandeza E_x torna-se um fasor ou uma grandeza complexa identificada pelo índice s , ou seja, E_{xs} , de forma que $E_{xs} = E_0 e^{j\psi}$. Pode-se observar então que, dado um fasor, a grandeza real correspondente pode ser sempre obtida multiplicando-se por $e^{j\omega t}$ e tomando-se a parte real da expressão resultante.

A derivada parcial de qualquer campo em relação ao tempo equivale a multiplicar o fasor correspondente por $j\omega$, permitindo a representação de um vetor como um fasor. Desta forma é possível representar as quatro equações de Maxwell em notação fasorial, para variações senoidais com o tempo, no vácuo, por

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = j\omega \epsilon_0 \mathbf{E}_s, \quad (\text{D.20})$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = -j\omega \mu_0 \mathbf{H}_s, \quad (\text{D.21})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_s = 0, \quad (\text{D.22})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}_s = 0. \quad (\text{D.23})$$

Agora, obter-se-á a equação da onda, em regime estacionário senoidal. O método de obtenção está descrito abaixo.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_s = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}_s) - \nabla^2 \mathbf{E}_s \quad (\text{D.24})$$

$$= -\nabla^2 \mathbf{E}_s \quad (\text{D.25})$$

$$= -j\omega\mu_0 \nabla \times \mathbf{H}_s \quad (\text{D.26})$$

$$= \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{E}_s \quad (\text{D.27})$$

Finalmente

$$\nabla^2 \mathbf{E}_s = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{E}_s. \quad (\text{D.28})$$

representa a equação da onda, também chamada de equação vetorial de Helmholtz. A componente x da equação da onda torna-se então

$$\nabla^2 E_{xs} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 E_{xs}, \quad (\text{D.29})$$

de modo que tem-se

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 E_{xs}. \quad (\text{D.30})$$

Há uma solução para a Equação acima, supondo que E_{xs} não varie com x nem com y . Isto leva a uma equação diferencial ordinária

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 E_{xs}, \quad (\text{D.31})$$

com solução na forma

$$E_{xs} = A e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z}. \quad (\text{D.32})$$

Agora multiplicando pelo fator $e^{j\omega t}$, reduzindo à forma trigonométrica, tomando a parte real e substituindo a amplitude A pelo valor E_{x0} , valor de E_x em $z = 0$ e $t = 0$ tem-se

$$E_x = E_{x0} \cos [\omega (t - z\sqrt{\mu_0\epsilon_0})]. \quad (\text{D.33})$$

O radical $\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$, observado na equação de E , tem o valor aproximado $1/(3 \times 10^8)$ s/m que é o inverso da velocidade da luz no vácuo,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s.} \quad (\text{D.34})$$

O campo \mathbf{H} é obtido de

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = -j\omega\mu_0\mathbf{H}_s. \quad (\text{D.35})$$

Como apenas uma componente, E_{xs} , varia com z , obtém-se

$$\frac{\partial E_{xs}}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_{ys}. \quad (\text{D.36})$$

Usando a equação de E_{xs} com $A = E_{x0}$, multiplicando pelo fator $e^{j\omega t}$, reduzindo à forma trigonométrica e tomando a parte real, tem-se a seguinte equação para \mathbf{H}

$$H_y = E_{x0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos[\omega(t - z\sqrt{\mu_0\epsilon_0})] \quad (\text{D.37})$$

de modo que

$$\frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}. \quad (\text{D.38})$$

Observando as duas equações para \mathbf{E} e \mathbf{H} , verifica-se que os campos estão em fase, em relação ao espaço e ao tempo. A raiz quadrada da razão entre a permeabilidade e a permissividade, observada na relação entre os campos, é denominada impedância intrínseca do meio η , em ohms,

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (\text{D.39})$$

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 120\pi \Omega \text{ (vácuo)}. \quad (\text{D.40})$$

A onda plana uniforme é assim denominada porque seu valor é uniforme ao longo do plano $z = \text{constante}$, representando um fluxo de energia na direção positiva de z . Os campos elétricos e magnéticos são perpendiculares à direção de propagação, ou ambos pertencem a um plano que é transversal à direção de propagação. A Figura D.1 mostra um exemplo de como os campos variam no espaço. A parte (a) da Figura D.1 mostra a intensidade do campo E em $t = 0$ e o valor instantâneo ao longo do eixo z e nos planos $x = 0$ e $y = 0$. A parte (b) da figura mostra o campo \mathbf{H} ao mesmo tempo. Note que \mathbf{E} e \mathbf{H} estão em fase em qualquer ponto e instante de tempo.

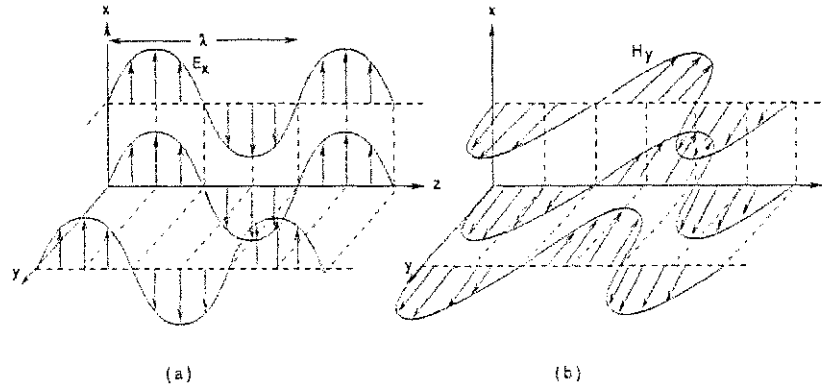


Figura D.1: Representação dos campos \mathbf{E} e \mathbf{H} propagando-se no espaço livre.

D.3 Propagação de Ondas em Dielétricos Dissipativos

Nesta seção tratar-se-á da propagação da onda plana uniforme em um meio dielétrico com perdas, com condutividade σ , permeabilidade μ e permissividade ϵ , de modo que as equações de Maxwell se escrevem

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = \mathbf{J}_s + j\omega\epsilon\mathbf{E}_s = (\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E}_s \quad (\text{D.41})$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = -j\omega\mu\mathbf{H}_s, \quad (\text{D.42})$$

com \mathbf{J}_s representando o vetor densidade de corrente de condução. A equação de onda é então

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = -(\sigma + j\omega\epsilon)j\omega\mu E_{xs}. \quad (\text{D.43})$$

Admitindo uma atenuação exponencial, o campo E_x é definido agora da seguinte maneira,

$$E_x = E_{x0} \cos[\omega(t - z\sqrt{\mu\epsilon})] e^{-\alpha z} \quad (\text{D.44})$$

$$= E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - kz), \quad (\text{D.45})$$

ou, em notação complexa exponencial,

$$E_{xs} = E_{x0} e^{-\alpha z} e^{-jkz}, \quad (\text{D.46})$$

em que α é definida como *constante de atenuação* e k *constante de fase*. A constante de fase é a medida do defasamento em radianos por metro. Combinando α e k , tem-se uma *constante de propagação* complexa γ ,

$$\gamma = \alpha + jk, \quad (\text{D.47})$$

de modo que é possível re-escrever a Equação D.46 como

$$E_{zs} = E_{z0}e^{-\gamma z}. \quad (\text{D.48})$$

Substituindo agora na Equação D.43 tem-se

$$\gamma^2 E_{z0}e^{-\gamma z} = -(\sigma + j\omega\epsilon)j\omega\mu E_{z0}e^{-\gamma z}, \quad (\text{D.49})$$

de modo que

$$\gamma^2 = -(\sigma + j\omega\epsilon)j\omega\mu \quad (\text{D.50})$$

ou

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}. \quad (\text{D.51})$$

Usando D.42 para o cálculo de H_{ys} ,

$$H_{ys} = \frac{E_{z0}}{\eta}e^{-\alpha z}e^{-jkz} \quad (\text{D.52})$$

em que η , *impedância intrínseca*, representa uma grandeza complexa,

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)}}, \quad (\text{D.53})$$

de forma que os campos magnéticos e elétricos não estão mais em fase. Expandindo o segundo radical em binômio de Newton pode-se aproximar a equação de η para

$$\eta \approx \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(1 + j\frac{\sigma}{2\omega\epsilon}\right). \quad (\text{D.54})$$

De modo semelhante, obtém-se

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \left[1 - j\frac{\sigma}{2\omega\epsilon} + \frac{1}{8}\left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2 + \dots\right]. \quad (\text{D.55})$$

Daí,

$$\alpha \approx j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \left(-j\frac{\sigma}{2\omega\epsilon} \right) = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (\text{D.56})$$

e

$$k \approx \omega\sqrt{\mu\epsilon} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 \right], \quad (\text{D.57})$$

ou, simplificando,

$$k \approx \omega\sqrt{\mu\epsilon}. \quad (\text{D.58})$$

Para o caso em que o material dielétrico apresente perdas, o critério pelo qual se calcula a magnitude dessas perdas é a razão $\sigma/\omega\epsilon$ comparada com a unidade. O termo $\sigma/\omega\epsilon$ é denominado *tangente de perdas*, que é determinada a partir da equação de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \mathbf{E}_s = \mathbf{J}_{\sigma s} + \mathbf{J}_{ds} \quad (\text{D.59})$$

em que $\mathbf{J}_{\sigma s}$ representa a corrente de condução e \mathbf{J}_{ds} representa a corrente de deslocamento. A razão entre essas duas correntes é dada por

$$\frac{\mathbf{J}_{\sigma s}}{\mathbf{J}_{ds}} = \frac{\sigma}{j\omega\epsilon}. \quad (\text{D.60})$$

Desta forma, observa-se que esses dois vetores ($\mathbf{J}_{\sigma s}$ e \mathbf{J}_{ds}) apontam na mesma direção mas estão defasados de 90° no tempo, com \mathbf{J}_{ds} atrasado em relação a $\mathbf{J}_{\sigma s}$, como mostrado na Figura D.2. O ângulo θ na figura é o ângulo pelo qual a densidade de corrente de deslocamento ($\mathbf{J}_{ds} = j\omega\epsilon\mathbf{E}_s$) está atrasada da corrente total ($\mathbf{J}_s = \mathbf{J}_{\sigma s} + \mathbf{J}_{ds} = (\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E}_s$). O ângulo $90^\circ - \theta$ é conhecido como ângulo de fator de potência. A maioria dos dielétricos possui tangente de perdas mais constante com a frequência do que a condutividade, que tende a crescer com a frequência, mas não linearmente. Por definição, a tangente de perdas é dada por

$$\tan \theta = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \quad (\text{D.61})$$

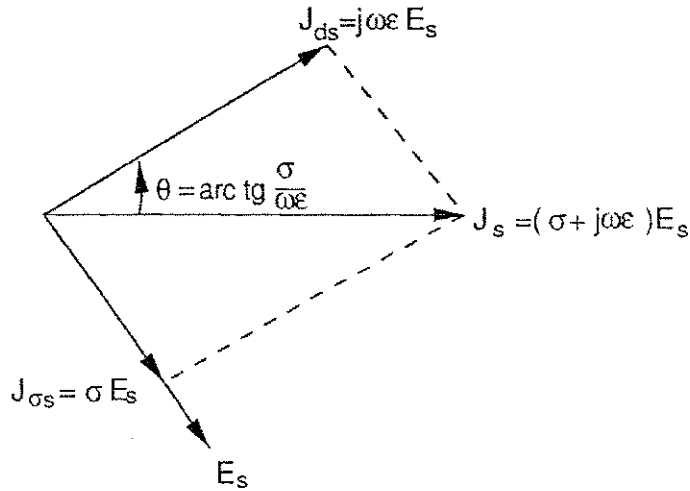


Figura D.2: Relação entre as fases de \mathbf{J}_s , $\mathbf{J}_{\sigma s}$, \mathbf{J}_{ds} , \mathbf{E}_s .

D.4 O Teorema de Poynting

O teorema de Poynting, chamado assim devido a seu postulador, John H. Poynting, é utilizado para o cálculo da potência do campo eletromagnético. O desenvolvimento desse teorema inicia-se pelas equações de Maxwell,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (\text{D.62})$$

com \mathbf{J} representando o vetor densidade de corrente e \mathbf{D} o vetor densidade de fluxo elétrico. Fazendo o produto escalar por \mathbf{E} na Equação D.62, e depois desenvolvendo algumas identidades vetoriais, têm-se

$$\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (\text{D.63})$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E}, \quad (\text{D.64})$$

$$\mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (\text{D.65})$$

Como

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{D.66})$$

\mathbf{B} representado densidade de fluxo magnético, *D.65* torna-se

$$-\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (\text{D.67})$$

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{D.68})$$

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \epsilon \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (\text{D.69})$$

Como

$$\epsilon \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\epsilon}{2} \frac{\partial \mathbf{E}^2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon \mathbf{E}^2}{2} \right) \quad (\text{D.70})$$

e

$$\mu \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu \mathbf{H}^2}{2} \right), \quad (\text{D.71})$$

re-escreve-se *D.69* da seguinte maneira

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mu \mathbf{H}^2}{2} \right). \quad (\text{D.72})$$

Integrando *D.72* no volume e aplicando o teorema da divergência, obtém-se a seguinte expressão para o teorema de Poynting

$$\underbrace{-\oint_{\mathbf{S}} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}_{\substack{\text{Potência que flui} \\ \text{para dentro do} \\ \text{volume.}}} = \underbrace{\int_{\text{vol}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dv}_{\substack{\text{Potência ôhmica} \\ \text{total dissipada} \\ \text{dentro do volume}}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{vol}} \left(\frac{\epsilon \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mu \mathbf{H}^2}{2} \right) dv}_{\substack{\text{Energia total} \\ \text{armazenada} \\ \text{em } \mathbf{E} \text{ e } \mathbf{H}.}} \quad (\text{D.73})$$

Desta forma, a potência que flui para fora do volume é dada pela integral calculada sobre a superfície fechada que envolve o volume,

$$\oint_{\mathbf{S}} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}, \quad (\text{D.74})$$

em que produto vetorial $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ é chamado de Vetor de Poynting, sendo interpretado como a densidade de potência instantânea, medida em watt por metro quadrado. A direção do Vetor de Poynting indica a direção do fluxo instantâneo de potência em um ponto e, como este vetor é dado pelo produto vetorial $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$, a direção do fluxo em qualquer ponto é normal a ambos os vetores.

Apêndice E

Diagramas de Irradiação

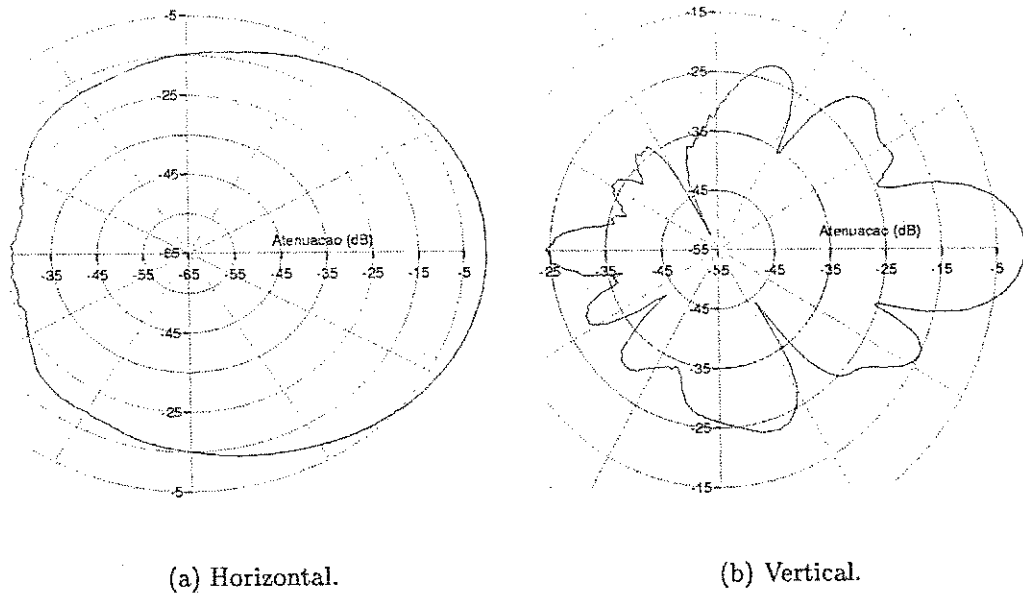
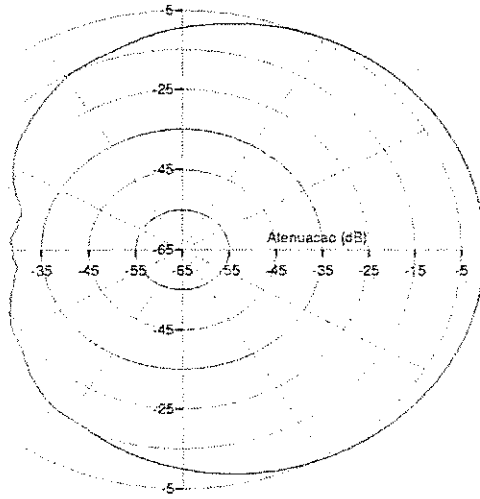
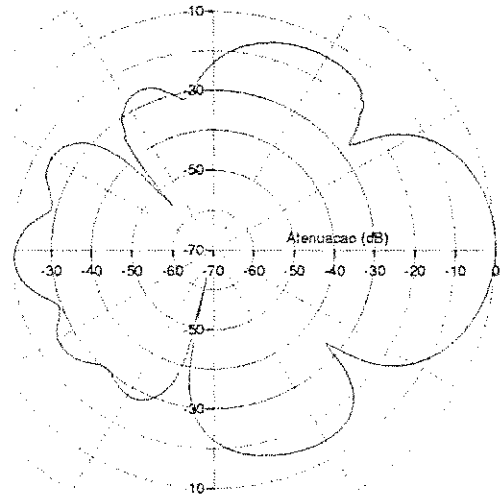


Figura E.1: Diagramas de irradiação do modelo RWA80014.

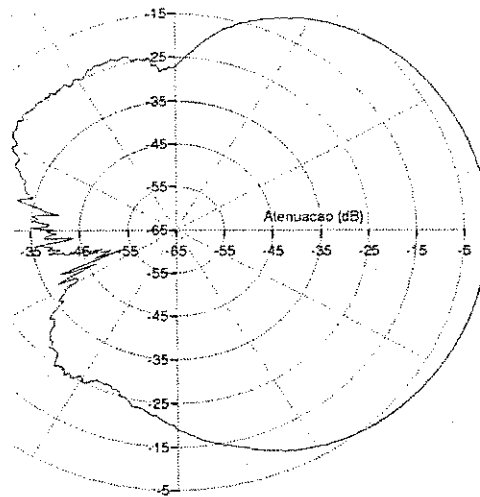


(a) Horizontal.

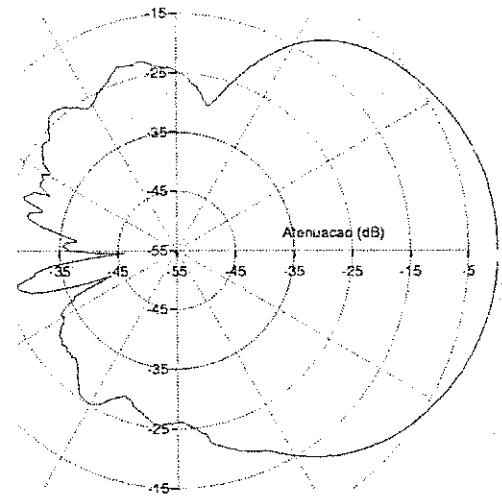


(b) Vertical.

Figura E.2: Diagramas de irradiação do modelo RWA8009.

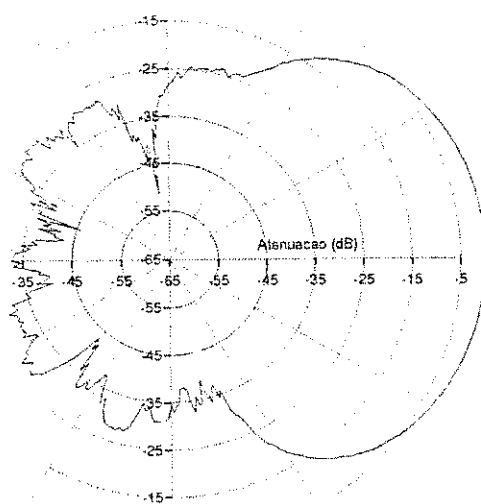


(a) Horizontal.

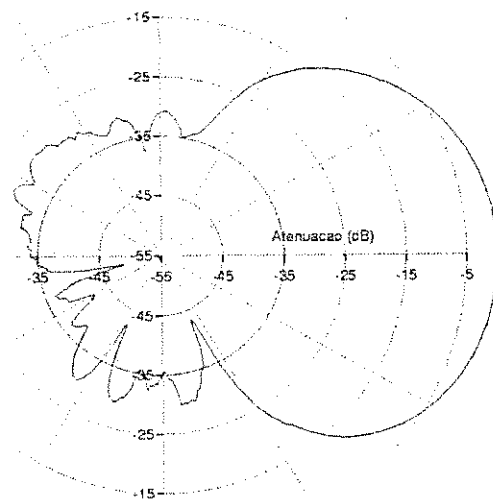


(b) Vertical.

Figura E.3: Diagramas de irradiação do modelo LPD7907.



(a) Horizontal.



(b) Vertical.

Figura E.4: Diagramas de irradiação do modelo LPD7908.

Apêndice F

Programa para Cálculo de Campo

```
/* Este programa calcula o campo elétrico e a
densidade de potência para diversos tipos
de abertura no campo próximo.
Autor: Alexandre Marcio Nobrega Gomes.
UFPB-DEE-COPELE-LABCOM */

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>

int n,A;
float Lx,Ly,a,f,g,fr,v,S,S1,C,C1,w,l,N,i,t1,t2,E,W,K,Eo,V,E1,E2,P,G,ga;

FILE *output1;
char vetor1[30];
FILE *output2;
char vetor2[30];

void fresnel (float i, float *Sa, float *Ca);
void main(void)
{
```

```

printf("\n PROGRAMA PARA TRACAR CURVAS DE CAMPO ELETRI-
CO E");
printf("\n DENSIDADE DE POTENCIA PARA DIVERSAS ABERTURAS");

printf("\n NO CAMPO PROXIMO A ANTENAS RADIANTES\n");
printf("\n Alexandre Marcio Nobrega Gomes");
printf("\n UFPB-DEE-COPELE-LABCOM\n");
printf("\n Para uma Abertura Linear - digite 1 ");
printf("\n Para uma Abertura Quadrada - digite 2 ");
printf("\n Para uma Abertura Retangular - digite 3 ");
printf("\n Para uma Abertura Circular - digite 4\n ");
printf("\n Digite o tipo de abertura - A = ");
scanf("%d",&A);

if (A==1){
printf(" Digite o comprimento da abertura - L(m) = ");
scanf("%f",&Lx);
Ly=0;}
if (A==2){
printf(" Digite o tamanho do lado abertura - L(m) = ");
scanf("%f",&Lx);
Ly=Lx;}
if (A==3){
printf(" Digite o lado maior da abertura - Lx(m) = ");
scanf("%f",&Lx);
printf(" Digite o lado menor da abertura - Ly(m) = ");
scanf("%f",&Ly);}
if (A==4){
printf(" Digite o raio da abertura - a(m) = ");
scanf("%f",&a);
Lx=2*a;Ly=0;}

printf(" Digite a frequencia de operacao - f(MHz) = ");
scanf("%f",&fr);

```

```

E1= sqrt(2/(l*V)) * (sqrt((C*C)+(S*S)));
Eo= sqrt(60*P*G) / (V*E1);
for (i=N;i<=K;i=i+((float)1/n))
{
fresnel( Lx/sqrt(2*l*i),&S,&C); /* chama sub-rotina */
/* CAMPO */ E= Eo * sqrt(2/(l*i)) * (sqrt((C*C)+(S*S)));
/* POTENCIA */ W= (E*E) / (240*M_PI);
fprintf (output1,"%f %f\n",i,E/sqrt(2)); /* escreve no arq. */
fprintf (output2,"%f %f\n",i,W); /* escreve no arq. */
}
}

if (A==2 || A==3) /* abertura quad. ou retangular */
{
fresnel((Lx/sqrt(2*l*V)),&S,&C);
fresnel((Ly/sqrt(2*l*V)),&C1,&S1);
E1= 2 * sqrt((C*C)+(S*S)) * sqrt((C1*C1)+(S1*S1));
Eo= sqrt(60*P*G) / (V*E1);
for (i=N;i<=K;i=i+((float)1/n))
{
fresnel((Lx/sqrt(2*l*i)),&S,&C);
fresnel((Ly/sqrt(2*l*i)),&C1,&S1);
E= 2 * Eo * sqrt((C*C)+(S*S)) * sqrt((C1*C1)+(S1*S1));
W= (E*E) / (240*M_PI);
fprintf (output1,"%f %f\n",i,E/sqrt(2)); /* escreve no arq. */
fprintf (output2,"%f %f\n",i,W); /* escreve no arq. */
}
}

if (A==4) /* abertura circular */
{
t1= sqrt( (a*a) + (V*V) );
t2= (2*M_PI*V/l) - (2*M_PI*t1/l);
E1= sqrt( 0.25 + ((V/(2*t1))*((V/(2*t1) - cos(t2)))) );
}
}

```

```

Eo= sqrt(60*P*G) / (V*E1);
for (i=N;i<=K;i=i+((float)1/n))
{
t1= sqrt( (a*a) + (i*i) );
t2= (2*M_PI*i/l) - (2*M_PI*t1/l);
E= Eo*sqrt( 0.25 + ((i/(2*t1))*((i/(2*t1) - cos(t2)))) );
W= ((E*E)/(240*M_PI));
fprintf (output1,"%f %f\n",i,E/sqrt(2)); /* escreve no arq. */
fprintf (output2,"%f %f\n",i,W); /* escreve no arq. */
}
}

fclose(output1);
fclose(output2);

}

/* SUBROTINA PARA CALCULO DAS INTEGRAIS DE FRESNEL */
void fresnel (float v, float *Sa, float *Ca)
{
f = ((1+(0.926*v))/(2+(1.792*v)+(3.104*v*v)));
g = (1/(2+(4.142*v)+(3.492*v*v)+(6.67*v*v*v)));
*Ca = (0.5 + (f*sin(M_PI_2*v*v)) - (g*cos(M_PI_2*v*v)));
*Sa = (0.5 - (f*cos(M_PI_2*v*v)) - (g*sin(M_PI_2*v*v)));
}

```