



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**PASTEURIZAÇÃO DE POLPA DE MANGA USANDO COORDENADAS  
GENERALIZADAS TRIDIMENSIONAIS**

**AUTOR: Elialdo Andriola Machado**

**ORIENTADORA: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vera Solange de Oliveira Farias**

**CAMPINA GRANDE – PB**

**26 de agosto de 2019**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**PASTEURIZAÇÃO DE POLPA DE MANGA USANDO COORDENADAS  
GENERALIZADAS TRIDIMENSIONAIS**

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Doutorado em Engenharia de Processos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos.

**Autor:** Elialdo Andriola Machado

**ORIENTADORA:** Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vera Solange de Oliveira Farias

**CAMPINA GRANDE – PB**

**26 de agosto de 2019**

M149p

Machado, Elialdo Andriola.

Pasteurização de polpa de manga usando coordenadas generalizadas tridimensionais / Elialdo Andriola Machado. – Campina Grande, 2019.

201 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2019.

"Orientação: Profa. Dra. Vera Solange de Oliveira Farias".

Referências.

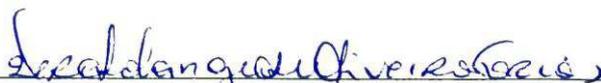
1. Conservação Alimentar. 2. Difusão de Calor. 3. Geometrias Arbitrárias. I. Farias, Vera Solange de Oliveira. II. Título.

CDU 664(043)

FICHA CATALOGRAFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECARIA SEVERINA SUELI DA SILVA OLIVEIRA CRB-15/225]

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **ELIALDO ANDRIOLA MACHADO** APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE.

Tese de Doutorado **aprovada** em 26 de agosto de 2019



Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vera Solange de Oliveira Farias  
UAFM/CES/UFCG – Orientadora



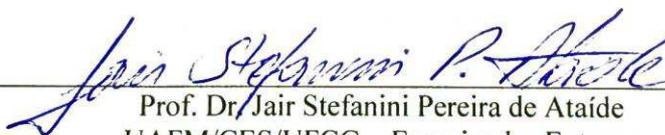
Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva  
UAF/CCT/UFCG – Examinador Externo



Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva  
UAF/CCT/UFCG – Examinadora Externa



Prof. Dr. Luís/Felipe de Araújo  
DE/CCHSA/UFPB – Examinador Externo



Prof. Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde  
UAFM/CES/UFCG – Examinador Externo



Prof. Dr. Aluizio Freire da Silva Júnior  
UAFM/CES/UFCG – Examinador Externo

**CAMPINA GRANDE - PB**  
**26 de agosto de 2019**

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia de Processos, defendida por Elialdo Andriola Machado e aprovada pela banca examinadora em 26 de agosto de 2019.



---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vera Solange de Oliveira Farias  
UAFM/CES/UFCG – Orientadora

Com todo amor do mundo, carinho e gratidão infinita as duas pessoas mais importantes da minha vida: meu pai Lourival Andriola de Assis (*in memoriam*) e a minha mãe Maria do Carmo Machado Andriola. A eles devo tudo. DEDICO.



“Eu tenho tanto pra lhe falar, mas com palavras não sei dizer, como é grande o meu amor por você. E não há nada pra comparar, para poder lhe explicar, como é grande o meu amor por você. Nunca se esqueça, nem um segundo que eu tenho o amor maior do mundo, como é grande o meu amor por você.” (Roberto Carlos).

“A Sabedoria superior tolera, a inferior julga; a superior alivia, a inferior culpa; a superior perdoa, a inferior condena. Tem coisas que o coração só fala pra quem sabe escutar.” (Chico Xavier).

## AGRADECIMENTOS

Ao iniciarmos um trabalho dessa magnitude, nem de longe imaginamos a importância que tem as pessoas que nos cercam, nossos familiares, nossos amigos, no que diz respeito a conclusão desse trabalho. Só com o tempo é que passamos a perceber o quanto são fundamentais. Elas muitas vezes estavam presentes nos momentos mais angustiantes. Aqueles, nos quais agente pensa que tudo dará errado. Então, uma palavra amiga, encorajadora, muda tudo e nos dá confiança em nós mesmos. Essas pessoas, muitas vezes apenas dizem que somos capazes. Que desistir seria pura tolice.

Estudar, pesquisar, inovar, buscar e produzir conhecimento, não é fácil. Exige dedicação e disciplina, e muitas vezes esquecemos até que temos outras atividades, afazeres familiares, etc. Entretanto, nessa jornada surgem àqueles amigos maravilhosos, que nos escutam, nos animam, nos dão conselhos preciosos e estão sempre prontos para nos ajudar, seja qual for o problema. Então, sempre corremos o risco de esquecer alguém na hora dos agradecimentos, cometendo alguma injustiça involuntária. Mas, é um risco que temos que correr.

Meus agradecimentos vão para todos aqueles que de alguma maneira ajudaram direta ou indiretamente na conclusão dessa pesquisa. Agradeço de modo especial a:

- Primeiramente, a Deus por ter estado comigo durante todo o tempo e ter sido a luz que me guiou na conclusão exitosa desse trabalho. Obrigado meu Deus por jamais ter me deixado sozinho nesta caminhada;
- A minha família, principalmente meus pais e meus irmãos (as), que sempre estiveram do meu lado, independentemente da situação. Ela é a rocha onde sei que sempre posso me apoiar, para me reerguer e enfrentar todo e qualquer problema sempre que for preciso. Amo vocês;
- A minha companheira Cláudia Simone, pelo apoio, paciência, compreensão e incentivo nos momentos difíceis de tristeza e angústia. Você é uma grande companheira. Sou uma pessoa de sorte de tê-la ao meu lado. Muito obrigado loirinha.

- O agradecimento também se estende a Anna Júlia, jovem que tem um futuro brilhante;
- A professora Vera Solange, minha orientadora, esse ser humano maravilhoso, por ter acreditado em mim, principalmente no momento mais difícil e angustiante da minha vida. Pela oportunidade que me proporcionou de terminar essa pesquisa, pelas orientações e pela paciência em tirar minhas dúvidas, que não foram poucas. Só posso dizer muito obrigado professora Vera. É um agradecimento que sai do fundo do coração;
- Ao professor Luís Felipe pela ajuda indispensável para que este trabalho pudesse ser concluído. Várias vezes precisei da ajuda do professor Felipe. Ele nunca disse não. Obrigado professor. Quando o conheci, senti que tinha encontrado um amigo. Não me enganei;
- Ao professor Jair Stefanini, a quem tenho o orgulho de poder chamar de amigo. Sem a ajuda do professor, a parte experimental do trabalho teria sido mais “dolorosa”, mais complicada. Obrigado também pelo incentivo, pelas vezes que tirou dúvidas minhas até pelo zap, pela paciência. Mas, obrigado principalmente por ter acreditado que eu seria capaz de terminar o trabalho;
- Ao professor Wilton, a quem eu costumo me referir como um professor completo, pelos ensinamentos ministrados nas aulas de Fortran e Mecânica dos fluidos computacional I e II. Obrigado pelas orientações e sugestões valiosas no decorrer da pesquisa e pelas várias dúvidas que foram sanadas quando precisei. Obrigado também pela disponibilização gratuita de todos seus softwares, os quais foram essenciais e facilitaram, e muito, a realização de todas as atividades inerentes a esta pesquisa;
- A professora Cleide, pelas broncas iniciais (nunca me esquecerei de seminário I), que me ajudaram a crescer, pelas orientações fundamentais nas citações e na referência bibliográfica, ensinamentos, correções e toda colaboração na realização deste trabalho;

- Ao professor Aluizio pelas valiosas sugestões, correções e colaboração na presente pesquisa. Muito obrigado;
- Ao professor Edvaldo de Oliveira Alves (*in memoriam*), mais conhecido como Mará, meu amigo e companheiro do departamento de Física da UEPB. Ele sempre acreditou que eu seria capaz de terminar o doutorado. Obrigado meu amigo. Que saudades;
- Ao professor Jean Paulo Spinelli da Silva, amigo que divide sala comigo no departamento de Física da UEPB e a professora Morgana Lígia de Farias Freire, querida amiga que sempre esteve do meu lado quando precisei. Muito obrigado pela força.
- Ao professor Moisés Alves da Silva (e a todos os seus familiares), verdadeiro guerreiro em defesa da educação, amigo e irmão de longa data, por sempre ter acreditado na minha capacidade de trilhar mais esse caminho. Muito obrigado meu querido amigo;
- Ao meu sobrinho Samuel, em nome do qual eu agradeço a todos meus sobrinho (as). Ele esteve sempre presente quando dele precisei. Valeu pela força meu guerreiro;
- A todos os professores (as) do departamento de Física da UEPB. Obrigado pela compreensão de todos vocês, principalmente quando da minha liberação para cursar o doutorado;
- Meus agradecimentos a todos os professores (as) e técnicos administrativos do Centro de Ciências e Tecnologia (CCT) da UEPB;
- A Tiago, Bruno, João e Daniel, em nome do quais agradeço a todos os funcionários e técnicos administrativos do CCT. Eles sempre me ajudaram quando deles precisei. Obrigado meus amigos;
- A Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), pela minha liberação parcial para que eu pudesse realizar a presente pesquisa;

- Ao Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande;
- A todos os professores (as) do Doutorado em Engenharia de Processos, com os quais tive o prazer de cursar disciplinas, agradeço pelos conhecimentos repassados.
- Aos professores e funcionários da Pós-Graduação, pela transmissão de conhecimentos, assistência e compreensão;
- A todos os meus amigos (as) de sala de aula. Juntos compartilhamos conhecimento, dúvidas, tristezas e aprendizado. Valeu a pena;
- A Abel, Arão, Aroldo, Arioswalber, Paulo César, Fernando (índio) e Luís Carlos (Huquinho), em nome dos quais quero agradecer a todos os meus amigos (as) pelo incentivo e companheirismo.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>xvii</b>
<b>LISTAS DE TABELAS.....</b>	<b>xxvii</b>
<b>SÍMBOLOS.....</b>	<b>xxix</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xxxiii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xxxiv</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo geral .....	3
1.2 Objetivos específicos .....	4
<b>CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
2.1 Aspectos gerais da alimentação .....	6
2.2 Noções de microbiologia alimentar .....	7
2.3 Processos de conservação dos alimentos .....	9
2.3.1 Processos térmicos pelo uso do calor .....	14
2.3.2 Pasteurização .....	16
2.3.2.1 Tipos de pasteurização .....	18
2.3.2.2 Alguns trabalhos sobre pasteurização .....	18
2.4 Frutas tropicais .....	24
2.4.1 Manga .....	25
2.4.1.1 A variedade Tommy Atkins .....	25
2.5 Fenômenos de Transporte .....	29
2.6 Equação geral de transporte e a equação de difusão .....	30

2.6.1 A Equação de difusão .....	31
2.6.2 Solução da equação de difusão .....	33
2.6.3 Soluções analíticas .....	35
2.6.4 Soluções numéricas .....	35
2.6.5 Formulações para soluções numéricas .....	36
2.6.6 O Método dos Volumes Finitos (MVF) .....	38
2.6.7 O Método dos Elementos Finitos (MEF) .....	39
2.6.8 O Método das Diferenças Finitas (MDF) .....	39
2.7 Coordenadas generalizadas .....	40
2.7.1 Alguns trabalhos envolvendo soluções numéricas, soluções analíticas e coordenadas generalizadas .....	41
2.7.2 Trabalhos envolvendo soluções numéricas e/ou analíticas.....	41
2.7.3 Trabalhos envolvendo coordenadas generalizadas.....	45
2.8 Sistemas de eixos em coordenadas generalizadas.....	49
2.8.1 Métricas e métricas inversas de uma transformação .....	50
2.8.2 Sistemas de coordenadas generalizadas curvilíneas: comprimento ao longo de um eixo curvilíneo .....	52
2.8.3 Sistemas de coordenadas generalizadas curvilíneas: Volumes elementares .....	53
2.8.4 Sistemas de coordenadas generalizadas curvilíneas: Áreas elementares .....	55
<b>CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>57</b>
<b>PARTE A – MODELAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>57</b>
3.1 Aspectos gerais .....	57
3.2 Volume definido pelo produto misto entre vetores elementares sobre eixos curvilíneos: interseção dos vetores no ponto nodal .....	59

3.3 Área definida pelo produto vetorial entre vetores elementares sobre eixos curvos: interseção dos vetores no ponto nodal .....	60
3.4 Fluxo de uma grandeza G .....	62
3.5 Métricas de uma transformação .....	64
3.6 Equação de difusão em coordenadas generalizadas curvilíneas .....	66
3.7 Equação de difusão discretizada .....	68
3.7.1 Integrando as equações .....	69
3.7.2 Derivadas dos volumes de controle internos .....	71
3.7.3 Forma discretizada da equação de difusão para volumes internos (formulação totalmente implícita) .....	74
3.8 Métricas do ponto nodal P no domínio transformado (domínio computacional) .....	77
3.9 Usando o código numérico desenvolvido por Farias (2011) .....	79
3.9.1 Processo de Otimização usando a solução numérica da equação de difusão 3D em coordenadas generalizadas aplicada a sólidos com geometria arbitrária .....	80
3.9.2 Programas computacionais usados neste trabalho .....	80
<b>PARTE B - METODOLOGIA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>81</b>
3.10 Matéria prima utilizada .....	81
3.10.1 A organização das amostras .....	81
3.11 O recipiente confeccionado e usando nas experiências .....	84
3.12 Os procedimentos experimentais .....	87
3.13 O pasteurizador .....	88
3.14 A pasteurização .....	90

3.15 Características físico-químicas e microbiológicas das amostras .....	92
<b>CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>93</b>
4.1 Transferência de calor para a polpa da manga .....	93
4.1.1 Dados experimentais das pasteurizações .....	94
4.2 Resultados das análises físico-químicas e microbiológicas antes e depois da pasteurização.....	94
4.3 Cinética do calor no centro e na borda do recipiente a partir dos dados experimentais.....	96
4.4 Média das pasteurizações .....	100
4.5 Aplicação da solução numérica da equação de difusão na pasteurização de produtos pastosos.....	102
4.6 Malha gerada para a geometria elíptica .....	103
4.7 Resultados e análises das otimizações .....	108
4.7.1 Pasteurização P1 .....	111
4.7.1.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor.....	114
4.7.2 Pasteurização P2 .....	117
4.7.2.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor.....	119
4.7.3 Pasteurização P3 .....	122
4.7.3.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor.....	125
4.7.4 Pasteurização P4 .....	128
4.7.4.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor .....	129
4.7.5 Média das pasteurizações (PM).....	133
4.7.5.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor.....	137
4.8 Volume do recipiente determinado pelo código computacional .....	143
4.9 A equação de Riedel .....	145
4.10 Discussão dos resultados obtidos nas otimizações .....	146
4.11 Simulação para outra geometria .....	151
4.11.1 Malha gerada para a nova geometria.....	152
4.11.2 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor.....	155

<b>CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES</b> .....	161
5.1 Considerações iniciais .....	161
5.2 Conclusões .....	161
5.3 Sugestões para trabalhos futuros .....	163
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	164
<b>APENDICE A:</b> Dados experimentais .....	189
<b>APENDICE B:</b> Posições dos planos $\gamma$ em relação ao eixo z.....	200

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1	Matéria-prima utilizada nos experimentos: Manga da variedade Tommy Atkins.....	26
FIGURA 2.2	Função de interpolação no tempo.....	36
FIGURA 2.3	Sistemas de Coordenadas Curvilíneas. (a) ortogonal e (b) não ortogonal.....	40
FIGURA 2.4	Sistemas de coordenadas tridimensionais: generalizadas e cartesianas.....	49
FIGURA 2.5	Em destaque um comprimento elementar ao longo de $\gamma$ .....	52
FIGURA 2.6	Paralelepípedo de volume elementar $\Delta V$ com arestas $\overrightarrow{\Delta L_\xi}$ , $\overrightarrow{\Delta L_\eta}$ e $\overrightarrow{\Delta L_\gamma}$ .....	53
FIGURA 2.7	Área elementar $\Delta S$ definida pelos vetores $\overrightarrow{\Delta L_\xi}$ e $\overrightarrow{\Delta L_\eta}$ .....	55
FIGURA 2.8	(a) área $\Delta S$ no domínio físico; (b) área $\Delta\xi\Delta\eta$ no domínio transformado.....	56
FIGURA 3.1	Elementos de volume $\Delta V$ (a) no domínio real e (b) no domínio transformado. Destaque para os vetores leste-oeste, frente-trás e norte-sul.....	58
FIGURA 3.2	(a) malha no domínio físico (real); (b) malha no domínio transformado (computacional).....	59

FIGURA 3.3	Volume de controle no domínio transformado mostrando os vetores elementares $\vec{\Delta L}_\xi$ , $\vec{\Delta L}_\eta$ e $\vec{\Delta L}_\gamma$ que se interceptam no ponto nodal.....	59
FIGURA 3.4	Quadrilátero de área elementar $\Delta S$ no plano transformado $\eta-\gamma$ : módulo do produto vetorial dos vetores $\vec{\Delta L}_\eta$ e $\vec{\Delta L}_\gamma$ que se cruzam no centro do plano.....	61
FIGURA 3.5	Área situada na superfície definida pelas linhas $\eta$ e $\xi$ ( $\gamma = \text{cte}$ ); fluxo da grandeza $\vec{G}$ e a sua componente na direção normal, $G_n$ .....	63
FIGURA 3.6	(a) Malha no domínio físico destacando o ponto nodal <b>P</b> e suas fronteiras. (b) Representação da malha no domínio computacional.....	65
FIGURA 3.7	(a) Domínio transformado contínuo e (b) Malha tridimensional mostrando 27 volumes de controle distintos quanto à localização no domínio transformado discretizado.....	70
FIGURA 3.8	Ponto nodal e sua vizinhança no volume de controle interno elementar.....	71
FIGURA 3.9	Planos $\xi = i$ , $\xi = i+1$ , $\eta = j$ , $\eta = j+1$ , $\gamma = k$ e $\gamma = k+1$ que delimitam o volume de controle interno no domínio transformado.....	77
FIGURA 3.10	(a) Assepsia das amostras; (b) Limpeza da banca.....	82
FIGURA 3.11	(a) Multiprocessador usado para fazer a polpa da manga; (b) amostras da Manga acondicionada em recipientes plásticos de 300 ml com tampa.....	83
FIGURA 3.12	Desenho esquemático do recipiente destacando suas dimensões.....	84

FIGURA 3.13	Imagem ilustrativa de um cilindro elíptico.....	84
FIGURA 3.14	(a) Recipiente inteiro; (b) As duas partes do recipiente.....	85
FIGURA 3.15	Paquímetro Starret – 799 A.....	86
FIGURA 3.16	(a) Termopares fixados no recipiente; (b) Termômetro de 4 canais utilizados nos experimentos.....	86
FIGURA 3.17	(a) Recipiente com a polpa; (b) Recipiente pronto para a pasteurização.....	87
FIGURA 3.18	(a) Termômetro digital portátil TH – 096 com destaque para dois canais; (b) Mostrador dos valores dos 4 canais do <i>software</i> de armazenamento dos dados.....	88
FIGURA 3.19	Pasteurizador e processador Etiel PP – 30 L.....	89
FIGURA 3.20	Parte interna do pasteurizador mostrando o ebulidor e o termômetro de espeto.....	90
FIGURA 3.21	Termômetro de espeto.....	91
FIGURA 3.22	Contador de colônias manual.....	92
FIGURA 4.1	Perfis de temperatura com o termopar no centro e na borda do recipiente obtido dos dados coletados na pasteurização P1 da polpa da manga: 4.1a no centro e 4.1b na borda. ....	97

FIGURA 4.2	Cinética de penetração do calor com o termopar no centro e na borda do recipiente obtido dos dados coletados na pasteurização P2: 4.2a no centro e 4.2b na borda. ....	98
FIGURA 4.3	Perfis de temperatura com o termopar no centro e na borda do recipiente obtido dos dados coletados na pasteurização P1: 4.3a no centro e 4.3b na borda.....	99
FIGURA 4.4	Perfis de temperatura com o termopar no centro e na borda do recipiente na pasteurização P4: 4.4a no centro e 4.4b na borda.....	100
FIGURA 4.5	Perfil da evolução dos valores médios de temperatura obtida com o termopar no centro (4.5a) e na borda (4.5b) do recipiente.....	101
FIGURA 4.6	Imagens do recipiente usado para geração da malha: (a) Recipiente inteiro; (b) base do recipiente; (c) um quarto da elipse.....	104
FIGURA 4.7	Tipos de figuras utilizadas para geração da malha: (a) Elipse inteira; (b) um quarto da elipse usada na criação do arquivo <i>bitmap</i> .....	104
FIGURA 4.8	(a) Imagem de um cilindro elíptico; (b) Malha tridimensional com 21952 volumes de controle; (c) Malha tridimensional vista de outro ângulo.....	105
FIGURA 4.9	Mostra (a) 7/8 do cilindro elíptico; (b) Malha de 7/8 do cilindro; (c) 1/8 do cilindro elíptico; (d) Malha de 1/8 do cilindro.....	106
FIGURA 4.10	Quarto de elipse destacando a sequência de digitação e os contornos, para a geração da malha.....	107

FIGURA 4.11	(a) Malha inicial obtida por meio da digitalização dos pontos do contorno da figura <i>bitmap</i> ; (b) Malha refinada uma vez; (c) Malha refinada duas vezes.....	107
FIGURA 4.12	Imagem dos planos $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm); $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm); $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm); $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm); $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm) e $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ mm).....	110
FIGURA 4.13	Representação gráfica da penetração de calor a partir da simulação numérica via funções (a)F11 e (b)F1 e a dos pontos experimentais da temperatura no centro do recipiente.....	112
FIGURA 4.14	(a) função difusividade térmica da polpa da manga, a difusividade média desta função e a difusividade constante; (b) as cinco melhores funções para a difusividade térmica.....	113
FIGURA 4.15	Contornos das isotérmicas no plano $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos instantes de tempo: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	114
FIGURA 4.16	Curvas isotérmicas no plano $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm) mostrando a distribuição de temperatura na polpa nos tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min. ....	115
FIGURA 4.17	Contornos das isotérmicas para os planos: (a) $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ ); (b) $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm); (c) $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm); (d) $\gamma = 15$ ( $z = 12,01$ mm); (e) $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm); (f) $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ mm), no instante de tempo de 3,6 min. ....	116

FIGURA 4.18	Evolução da temperatura a partir da simulação numérica via funções (a)F11 e (b)F1 (com difusividade térmica variável). A cinética de aquecimento dos dados experimentais é representada pela curva pontilhada.....	118
FIGURA 4.19	Contornos das isotérmicas no plano $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ ), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	119
FIGURA 4.20	Curvas isotérmicas no plano $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm), mostrando a distribuição de temperatura na polpa da manga: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	120
FIGURA 4.21	Contornos das curvas isotérmicas para o instante de tempo $t = 5,4$ min, para os planos: (a) $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ ) (b) $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm); (c) $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm); (d) $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm); (e) $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm); (f) $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ mm).....	121
FIGURA 4.22	Cinética de aquecimento a partir da simulação numérica via funções (a)F11 e (b)F1. A cinética de aquecimento dos dados experimentais também é mostrada nos dois gráficos pela curva de cor preta.....	123
FIGURA 4.23	Em (a) a Função difusividade térmica aparente da manga, a difusividade média desta função e a difusividade constante. Em (b) são vistas as cinco melhores funções para a difusividade térmica.....	124
FIGURA 4.24	Mostra os contornos das isotérmicas no plano $\gamma = 1$ ( $z = 0.415$ mm), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos instantes de tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	125

FIGURA 4.25	Curvas isotérmicas no plano $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm), mostrando a distribuição de temperatura na polpa da manga: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	126
FIGURA 4.26	Curvas isotérmicas isotérmicas no tempo $t = 9$ min, para os planos: (a) $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ ); (b) $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm); (c) $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm); (d) $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm); (e) $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm) e (f) $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ mm). .....	127
FIGURA 4.27	Cinética de aquecimento a partir da simulação via funções (a)F11 e (b)F1 e a cinética de aquecimento dos dados experimentais, representada pela curva preta.....	129
FIGURA 4.28	Mostra as curvas isotérmicas no plano $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm), representando a distribuição de temperatura na polpa nos tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	130
FIGURA 4.29	Perfil das curvas isotérmicas no plano $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	131
FIGURA 4.30	Contornos das isotérmicas no instante de tempo de 9 min, para os planos: (a) $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ ); (b) $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm); (c) $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm); (d) $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm); (e) $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm) e (f) $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ ). .....	132
FIGURA 4.31	Contornos das isotérmicas no instante de tempo de 9 min, para os planos: (a) $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ ); (b) $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm); (c) $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm); (d) $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm); (e) $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm) e (f) $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ ). .....	134

FIGURA 4.32	Gráfico mostrando as cinco melhores funções para a difusividade térmica da polpa de manga.....	135
FIGURA 4.33	Função difusividade térmica aparente da polpa da manga, a difusividade média desta função e a difusividade constante entre 25.1 °C e 65,2 °C.....	136
FIGURA 4.34	Mostra as curvas isotérmicas no plano $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	137
FIGURA 4.35	Curvas isotérmicas no plano $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ ), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.....	138
FIGURA 4.36	Curvas isotérmicas no instante de tempo de 18 min, para os planos: (a) $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ ); (b) $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm); (c) $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm); (d) $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm); (e) $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm) e (f) $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ mm). .....	139
FIGURA 4.37	(a) Posição dos volumes no plano $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm); (b) Cinética de propagação de calor nos volumes de controle (VC) do plano $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm). VC ( $\xi = 1, \eta = 1, \gamma = 1$ ); VC ( $\xi = 14, \eta = 14, \gamma = 15$ ); VC ( $\xi = 20, \eta = 20, \gamma = 1$ ).....	140
FIGURA 4.38	(a) Cinética de propagação de calor nos volumes de controle (VC) do plano $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm). VC ( $\xi = 1, \eta = 1, \gamma = 15$ ); VC ( $\xi = 15, \eta = 15, \gamma = 15$ ); VC ( $\xi = 20, \eta = 20, \gamma = 15$ ); (b) Posição dos volumes no plano $\gamma = 15$ .....	141

FIGURA 4.39	Propagação de calor em volumes de controle (VC) nos planos: $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ ); $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm); $\gamma = 25$ ( $z = 20,09$ mm). Em: (a) ( $\xi = 14, \eta = 14$ ) e (b) ( $\xi = 1, \eta = 1$ ). .....	142
FIGURA 4.40	a) Cilindro elíptico “original”; (b) Geometria modificada; (c) Dimensões da nova geometria.....	151
FIGURA 4.41	Mostra (a) 7/8 do cilindro elíptico modificado; (b) Malha de 7/8 do cilindro; (c) 1/8 do cilindro elíptico modificado; (d) Malha de 1/8 do cilindro. ....	152
FIGURA 4.42	Tipos de figuras utilizadas para geração da malha: (a) Elipse inteira; (c) Elipse modificada; (c) um quarto da elipse modificada usada na criação do arquivo <i>bitmap</i> .....	153
FIGURA 4.43	Figura 4.43 - Quarto de elipse modificada destacando a sequência de digitação para a geração da malha. ....	153
FIGURA 4.44	- (a) Malha inicial obtida por meio da digitalização dos pontos do contorno da figura <i>bitmap</i> ; (b) Malha refinada uma vez; (c) Malha refinada duas vezes.....	154
FIGURA 4.45	Imagem dos planos $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm); $\gamma = 5$ ( $z = 3,735$ mm); $\gamma = 10$ ( $z = 7,885$ mm); $\gamma = 15$ ( $z = 12,035$ mm); $\gamma = 20$ ( $z = 16,185$ mm) e $\gamma = 24$ ( $z = 19,505$ mm).....	155
FIGURA 4.46	Curvas isotérmicas, no plano $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm), mostrando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos instantes de tempo: (a)3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min; (d)12,6 min; (e)18min; (f) 27 min.....	156

FIGURA 4.47	Curvas isotérmicas, no plano $\gamma = 1$ ( $z = 0,416$ mm), mostrando o ponto menos favorável: (a) Na geometria elíptica original; (b) Na geometria modificada.....	157
FIGURA 4.48	(a) Ponto menos favorável na malha completa em, (1,1,1); (b) Ponto menos favorável na malha deformada em, (10,1,1).....	158
FIGURA 4.49	(a) Ponto menos favorável na malha completa em, (1,1,1); (b) Ponto menos favorável na malha modificada em, (10,1,1).....	159
FIGURA 4.50	Gráfico representado a penetração de calor na polpa de manga: (a) simulação para 5400 s; (b) simulação para 4000 s.....	160

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	Composição média da Manga Tommy Atkins, crua.....	26
TABELA 4.1	Pasteurizações realizadas na pesquisa, valores das temperaturas e número de pontos selecionados.....	94
TABELA 4.2	Valores médios das análises físico-químicas realizada com polpa de manga <i>in natura</i> e pasteurizada.....	95
TABELA 4.3	Contagem padrão em placas de polpa de manga <i>in natura</i> e submetida à pasteurização.....	96
TABELA 4.4	Apresenta as onze expressões de difusividade em função da temperatura local disponíveis no código computacional desenvolvido por Farias (2011).....	109
TABELA 4.5	Apresenta os valores de $A_1$ e $A_2$ das funções da difusividade térmica aparente na experiência P1, do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).....	111
TABELA 4.6	Apresenta os valores de $A_1$ e $A_2$ das funções da difusividade térmica aparente na experiência P2, do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).....	117
TABELA 4.7	Apresenta os valores de $A_1$ e $A_2$ das funções da difusividade térmica aparente na experiência P5, do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).....	122
TABELA 4.8	Apresenta os valores de $A_1$ e $A_2$ das funções da difusividade térmica aparente na experiência P6, do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).....	128

TABELA 4.9	Apresenta os valores de $A_1$ e $A_2$ das funções da difusividade térmica aparente com valores médios das pasteurizações, de $\chi^2$ e do $\mathbf{R}^2$ .....	133
TABELA 4.10	Difusividade térmica de algumas frutas.....	150

## SÍMBOLOS

$A_p, A_w, A_e, A_n, A_s$ - Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
$A_f, A_b, A_{ne}, A_{nw}$ - Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
$A_{se}, A_{sw}, A_{fe}, A_{fw}$ - Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
$A_{be}, A_{bw}, A_{fn}, A_{fw}$ - Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
$A_{bn}, A_{bs}$ - Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
$Bi$ - Número de Biot	[-]
$B$ - Termo independente de $\Phi$ na equação de difusão discretizada	[-]
$c_p$ - Calor específico à pressão constante	[ J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$D$ - Coeficiente de difusão de massa	[m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
$D_{ef}$ - Coeficiente de difusão efetivo de massa	[m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
$DT$ - Vetor no domínio transformado	[-]
$DF$ - Vetor no domínio físico	[-]
$F_e, f_{ne}, f_{se}$ - Fatores para a condição de contorno convectiva	[-]
$h$ - Coeficiente de transferência de calor por convecção	[Wm <sup>2</sup> K <sup>-1</sup> ]
$h_f$ - Coeficiente de transferência de calor por convecção na fronteira	[Wm <sup>2</sup> K <sup>-1</sup> ]
$i, j, k$ - Índices para uma posição de pontos na malha	[-]
$J$ - Jacobiano da transformação	[-]
$\vec{J}$ - Fluxo difusivo de massa	[kgm <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> ]
$k$ - condutividade térmica	[Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$L_c$ - Comprimento característico	[m]
$L$ - Espessura de parede infinita	[m]

$L$ – Largura de retângulo	[m]
$\Delta L_\xi, \Delta L_\eta, \Delta L_\gamma$ – Distância elementar ao longo de $\xi, \eta$ e $\gamma$	[m]
$M$ – Teor de umidade numa dada posição de um corpo	[kg kg <sup>-1</sup> ]
$\bar{M}$ – Teor de umidade de um corpo	[kg kg <sup>-1</sup> ]
$\bar{M}_i$ – Teor de umidade inicial de um corpo	[kg kg <sup>-1</sup> ]
$\bar{M}_e$ – Teor de umidade de equilíbrio de um corpo	[kg kg <sup>-1</sup> ]
$m$ - Massa	[kg]
$N, S, E, W, F, B, P$ – Pontos nodais	[-]
$N_\eta$ – Número de linhas $\eta$ do domínio	[-]
$N_\xi$ - Número de linhas $\xi$ do domínio	[-]
$N_\gamma$ – Número de linhas $\gamma$ do domínio	[-]
$\Delta_n$ – Distância do ponto nodal à face de um contorno	[m]
$\vec{n}$ – Vetor normal a uma área elementar	[-]
$\vec{q}$ – Taxa de calor	[J s <sup>-1</sup> m <sup>-2</sup> ]
$Q, E, F, G$ – Fatores usados na equação de transformação	
$r$ – Coordenada radial	[m]
$\vec{r}$ – Vetor posição	[m]
$R$ – Constante universal dos gases ideais	[Jmol <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$RH$ – Umidade relativa do ar	[%]
$\Delta s$ – Distância elementar	[m]
$\Delta S$ – Área superficial elementar	[m <sup>2</sup> ]
$S$ – Termo fonte da equação de difusão	[-]
$S^\Phi$ - Termo fonte da equação de transporte	[-]
$t$ – Tempo	[s]
$T$ – Temperatura	[°C]
$T_i$ – Temperatura inicial	[°C]

$T_{\infty}$ - Temperatura de fluido	[°C]
$\vec{v}$ – Velocidade do meio	[ms <sup>-1</sup> ]
$\Delta V$ – Volume elementar	[m <sup>3</sup> ]
$\Delta V'_{ij}$ – Volume de volume de controle	[m <sup>3</sup> ]
$V$ – Volume	[m <sup>3</sup> ]
$V_{ij}$ – Componente do tensor métrico	[-]
$x, y, z$ – Eixos cartesianos	[-]
$x_{\xi}, y_{\xi}, z_{\xi}, x_{\eta}, y_{\eta}, z_{\eta}, x_{\gamma}, y_{\gamma}, z_{\gamma}$ – Derivadas de $x, y$ e $z$ em relação a $\xi, \eta$ e $\gamma$	[m]
$\Delta x_{\xi}, \Delta y_{\xi}, \Delta z_{\xi}$ – Projeções de $\overline{\Delta L_{\xi}}$ em $x, y$ e em $z$	[m]
$\Delta x_{\eta}, \Delta y_{\eta}, \Delta z_{\eta}$ – Projeções de $\overline{\Delta L_{\eta}}$ em $x, y$ e em $z$	[m]
$\Delta x_{\gamma}, \Delta y_{\gamma}, \Delta z_{\gamma}$ – Projeções de $\overline{\Delta L_{\gamma}}$ em $x, y$ e em $z$	[m]

### Letras Gregas

$\alpha_{ij}$ – Parâmetros da equação de difusão discretizada	[m]
$\alpha$ – Difusividade térmica	[m <sup>1</sup> s <sup>-1</sup> ]
$\Phi$ – Variável de transporte	[-]
$\Phi_{\infty}$ - Variável de transporte pra fluido no contorno	[-]
$\Phi_P, \Phi_E, \Phi_W, \Phi_N, \Phi_S, \Phi_F, \Phi_B, \Phi_{BN}, \Phi_{BS}$ – Variáveis dependentes em equação discretizada	[-]
$\Phi_{NE}, \Phi_{NW}, \Phi_{SE}, \Phi_{SW}, \Phi_{FE}, \Phi_{FW}, \Phi_{BE}, \Phi_{BW}, \Phi_{FN}, \Phi_{FS}$ – Variáveis dependentes em equação discretizada	[-]
$\phi'$ – Fluxo de $\Phi$	[-]
$\phi''$ – Fluxo de $\Phi$ por unidade de área	[-]
$\phi_e''$ – Fluxo de $\Phi$ por unidade de área no contorne leste	[-]
$\Gamma^{\Phi}$ – Coeficiente de transporte	[-]

$\lambda$ – Coeficiente de transporte	[-]
$\xi, \eta, \gamma$ – Eixos curvilíneos	[-]
$\rho$ – Densidade	[kg m <sup>-3</sup> ]
$\tau$ – Tempo no domínio transformado	[s]
$\nabla$ – Gradiente	[-]
$\nabla \cdot$ – Divergente	[-]
$\nabla^2$ – Operador Laplaciano	[-]
$\Delta$ – Variação	[-]
$\zeta_n$ - Raízes de equação transcendental	[-]

### **Sobrescritos**

- 0 – Tempo anterior
- e – Face leste do volume de controle
- P – Nó do volume de controle
- q – Expoente da posição radial r

### **Subscritos**

- e, w, s, n, f, b – Fronteiras de um volume de controle
- i – inicial
- w - água

## RESUMO

Micro-organismos patogênicos são causadores de várias doenças transmitidas por alimentos. O controle rigoroso e necessário dos alimentos requer, dentre outras coisas, que se tenha conhecimento sólido das propriedades termofísicas peculiar a cada produto. Nessa perspectiva, o presente trabalho se propõe a estudar o fenômeno físico de difusão transiente de calor, supondo condição de contorno do primeiro tipo, em polpa de manga, (variedade Tommy Atkins), contida em recipiente com geometria elíptica. Dessa maneira, tem-se o objetivo de se analisar e tornar disponíveis as implicações de se considerar a difusividade térmica como uma função da temperatura local no interior do produto, o que possibilita uma maior precisão na descrição da transferência de calor. Foi confeccionado e utilizado, um recipiente de inox, de espessura 0,7 mm, no qual foram fixados dois termopares, sendo um na superfície interna (borda interna) e outro no centro. Quatro pasteurizações foram realizadas e os valores de temperatura e tempo (a cada segundo) foram armazenados em arquivos de extensão txt através do Software Data Logger. Os valores médios dos parâmetros das pasteurizações foram usados nas simulações, via modelo de difusão, com a finalidade de se determinar os valores da difusividade térmica. Para isso, foi utilizado um código numérico, desenvolvido em FORTRAN, usando o estúdio CVF 6.6.0, na plataforma Windows, que posteriormente foi acoplado a um otimizador. A equação de difusão escrita em coordenadas generalizadas tridimensionais, foi discretizada e resolvida numericamente, via método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita e para condição de contorno de primeiro tipo. Foram feitas análises físico-químicas e microbiológica da polpa da manga, antes e depois da pasteurização com a finalidade de verificar a eficácia da pasteurização para recipientes com geometrias arbitrárias. Os resultados mostram que ocorreu uma redução dos micro-organismos totais, sem alteração nutricional considerável do produto. Como resultado da determinação da expressão da difusividade térmica variável com a temperatura local, é possível definir o tempo necessário para que todo o produto, (com destaque para o ponto menos favorável), acondicionado em um recipiente com geometria arbitrária entre em equilíbrio térmico com uma temperatura previamente definida, através de simulações numéricas, tornando-se desnecessário a realização de outros experimentos sempre que um novo recipiente seja utilizado para acondicionar o produto.

**Palavras-chave:** Conservação alimentar. Difusão de calor. Geometrias arbitrárias.

## ABSTRACT

Pathogenic microorganisms are causes of many foodborne illnesses. The strict control of foods need to a necessary sound knowledge about peculiar thermophysical properties to each product. This work purpose to study the physical phenomenon of transient heat diffusion, assuming contour condition of the first type in pulp of mango (Tommy Atkins varieties), contained in a container with elliptical geometry. Thus, this research has an objective to analyze and make available the implications of considering diffusivity as a function of the local temperature inside the product, which allows for greater accuracy in describing heat transfer. Based on this, a 0,7 mm thick stainless steel container was made and used in which two thermocouples were attached, one on the internal surface (internal edge) and one in the centre. Four pasteurizations were performed and the temperature and time values (every second) were stored in extension txt files through the Data Logger Software. The mean values of the pasteurization parameters were used in the diffusion model simulations in order to determine the values of thermal diffusion. Therefore, was used a numeric code developed in FORTRAN, using the studio CVF 6.6.0 on the Windows platform which was later coupled to an optimizer. The dissemination equation written in three-dimensional generalized coordinates was discredited and solved by the finite volume method with a fully implicit sequence and for the first type boundary condition. In addition, physical–chemical and microbiological analysis of the pulp of the sleeve was performed before and after pasteurization, in order to verify the effectiveness of pasteurization for containers with arbitrary geometries. The results show that there has been a reduction in total microorganisms without a significant nutritional change in the product. To sum up, the determination of the expression of the variable thermal diffusivity with the local temperature enables to define the time necessary for the whole product (with emphasis on the less favorable point), and packaged in a container with arbitrary geometry enter into thermal equilibrium at a previously defined temperature through a numerical simulations, making it unnecessary to perform further experiments whenever a new container is used to package the product.

**Keywords:** Food preservation. Heat diffusion. Arbitrary geometries.

## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Os micro-organismos patogênicos são os principais agentes responsáveis pela deterioração dos alimentos e pela intoxicação alimentar. Portanto, a conservação dos alimentos tem como principal objetivo, adotar métodos para inibir ou inativar o crescimento microbiano, garantindo assim, a segurança alimentar e o aumento de vida útil dos produtos (MENEZES et al., 2014; BARBOSA, 2019).

Dessa forma, faz-se necessário um número maior de pesquisas referentes ao processamento de alimentos em busca de se conhecer melhor suas propriedades físicas. Como forma de evitar que o produto seja danificado nutricional e sensorialmente, é de extrema importância o controle da temperatura durante os processos de aquecimento, resfriamento, congelamento, descongelamento, fritura, pasteurização, esterilização, armazenagem, transporte e comercialização. A temperatura correta é extremamente importante no controle de mecanismos microbiológicos como, por exemplo, acontece na pasteurização de alimento, que intervém diretamente sobre a qualidade e características do produto final (WANG e SUN, 2001; TIJSKENS et al., 2001; BAÏRI, et al., 2007; BETTA, et al., 2009; HONG et al., 2016).

Pasteurização é o termo dado aos processos térmicos suaves que agem na conservação de alimentos baseando-se em um binômio tempo-temperatura e que ocorrem em temperaturas menores do que 100 °C, aplicados por certo intervalo de tempo (ADAMS e MOSS, 2008; BARROS et al., 2015; SOBRAL et al., 2016). Esse processo tem a finalidade de inativar ou eliminar micro-organismos patogênicos capazes de deteriorar os alimentos e diminuir sua vida útil (PENG et al., 2015). De acordo com Ataíde (2014), temperaturas inferiores a 100 °C provocam alterações mínimas no valor nutritivo dos produtos e nas suas características sensoriais.

Verifica-se, portanto, que a pasteurização envolve o fenômeno da transferência de calor entre o produto e o meio. Obviamente, esta operação tem determinados custos e, estes, por sua vez, estão diretamente relacionados com os valores dos parâmetros termofísicos dos produtos a serem pasteurizados. Então, a fim de determinar os custos dessas operações, é necessário conhecer os valores ou as expressões que possibilitam determinar tais parâmetros.

Por outro lado, deve-se levar em consideração que a descrição do transporte de calor pressupõe a proposição de um modelo matemático que depende da complexidade e/ou geometria do problema proposto. Um dos modelos amplamente aceito por vários pesquisadores da atualidade é modelo de difusão (SILVA, 2010a, SILVA et al., 2011a; LINS, 2013; ATAÍDE, 2014; COSTA, 2015; FARIAS et al., 2015; AIRES et al., 2018; ARAÚJO, 2018; FARIAS et al., 2018; SILVA et al., 2018b).

Em consequência, o modelo matemático adequado para descrever o fenômeno envolve a solução da equação de difusão, que pode ser resolvida por método analítico e/ou numérico. Em algumas situações de interesse, onde o modelo de difusão é utilizado na descrição do processo físico, a forma do corpo sob estudo pode ser aproximada para uma geometria regular e condições de contorno simples, o que requer uma menor dificuldade para se obter a solução analítica da equação de difusão. No entanto, se a geometria do produto for complexa, ou ainda, se os parâmetros termo-físicos forem variáveis, normalmente uma solução numérica necessita ser utilizada.

Assim, para minimizar as limitações dos métodos que simplificam as soluções, uma opção é utilizar sistemas de coordenadas curvilíneas generalizadas, ou ajustadas ao contorno (boundary-fitted), que fornecem uma melhor aproximação do problema físico real. O método de coordenadas ajustadas ao contorno não somente está livre dos inconvenientes apresentados pelas soluções analíticas, mas tem também uma vantagem significativa – a possibilidade de usar uma malha curvilínea não-uniforme em um domínio físico, com refinamentos em subdomínios onde o problema principal o faz aconselhável e com um mapeamento em uma malha na forma de paralelepípedo no domínio computacional (CEOLIN, 2005; FARIAS, 2011; FARIAS et al., 2015).

Um dos métodos utilizados para determinação de parâmetros termo-físicos durante a condução de calor, explorando os dados experimentais da cinética de resfriamento ou aquecimento de um dado produto, é o método inverso, que é utilizado através de algum algoritmo de otimização. Se o intervalo de temperatura envolvido não for muito grande, geralmente os parâmetros termo-físicos da equação de difusão podem ser considerados constantes (MOHAMED, 2015). Às vezes, até mesmo para grandes variações de temperatura, alguns autores usam a difusividade térmica com valor constante em suas pesquisas (BETTA et al., 2009; COSTA, 2015).

Mas, se o intervalo de temperatura for muito grande, o uso de parâmetros termo-físicos constantes, particularmente a difusividade térmica, pode resultar em ajustes tendenciosos, quando as otimizações são realizadas. O mais adequado poderia ser a consideração de uma difusividade térmica variável e, neste caso, geralmente, uma solução numérica para a equação de difusão é necessária (SILVA et al., 2018a).

Na literatura pesquisada foram observados poucos trabalhos dando enfoque à solução de problemas de tratamento térmico que trabalham com a geometria real do corpo, particularmente em três dimensões, assim como a consideração de uma difusividade térmica variável com a temperatura local. Alguns trabalhos encontrados se limitam a determinar expressões que dão a dependência da difusividade térmica como uma função da temperatura média dos produtos estudados e/ou usam geometrias mais simples como cilindros, por exemplo.

Diante do exposto, este trabalho pretende contribuir para a solução de problemas específicos relativos à segurança alimentar, através da determinação de parâmetros termo-físicos como função da temperatura local, utilizando a geometria real do recipiente que contém o produto a ser pasteurizado. O trabalho também deve permitir simulações prevendo o tempo necessário de inativação dos micro-organismos para esses recipientes, inclusive em seus pontos menos favoráveis. Como contribuição científica, esta pesquisa deverá conter aspectos inovadores, apresentando subsídios iniciais para que outros estudos a posteriori, com mais detalhes e profundidade possam ser realizados e utilizados nos processos produtivos. Neste sentido, os objetivos desta pesquisa são detalhados a seguir.

### **1.1 Objetivo geral**

Viabilizar, a partir de estudo teórico-experimental, a aplicação de solução numérica da equação de difusão para descrever o processo de pasteurização da polpa de manga, usando coordenadas generalizadas tridimensionais via condição de contorno de primeiro tipo, com uma formulação totalmente implícita, com o objetivo de determinar o parâmetro termo-físico da difusividade térmica, em função da temperatura local, relativo ao produto em análise.

## 1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos a serem atingidos neste trabalho são:

- Realizar experimentos para obter a cinética de aquecimento do produto em análise, acondicionado em recipiente de geometria arbitrária;
- Apresentar a solução numérica, em coordenadas generalizadas, para o problema de difusão transiente de calor em produto pastoso (polpa de manga, da variedade Tommy Atkins), supondo condição de contorno de primeiro tipo, baseando-se na lei de Fourier;
- Aplicar a solução numérica da equação de difusão em sólidos tridimensionais com geometria arbitrária;
- Aplicar um código computacional na linguagem de programação Fortran, desenvolvido por Farias (2011), na plataforma Windows, para simular o processo da difusão em um sólido com geometria qualquer;
- Acoplar o software LS Optimizer, desenvolvido por Silva e Silva (2016), ao código numérico, visando determinar parâmetros termo-físicos, via otimização, a partir dos dados experimentais coletados;
- Analisar e testar diversas funções para a difusividade térmica e verificar qual é a que melhor descreve o fenômeno físico no produto estudado;
- Simular a distribuição de temperatura no interior do produto estudado, bem como a sua respectiva cinética de aquecimento, utilizando-se de modelos matemáticos;
- Comparar os resultados das simulações numéricas com os resultados experimentais e determinar os coeficientes de transferência de calor para as condições experimentais estudadas, utilizando o otimizador LS Optimizer;

- Modificar a geometria elíptica original e analisar via simulação, utilizando a função determinada para a difusividade térmica variável, o comportamento do ponto menos favorável dessa nova geometria;
- Analisar a eficiência do processo térmico de pasteurização por meio de análises microbiológicas e físico-químicas antes e depois do processo.

## **CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Aspectos gerais da alimentação**

Os alimentos, apesar de essenciais à vida humana, possuem características que podem torná-los inadequados ao consumo, dependendo de cuidados de manipulação, processamento e conservação. Essa inadequação ao consumo pode ocorrer pela decomposição dos alimentos por agentes físicos, químicos e biológicos, pela contaminação acidental ou introdução involuntária de substâncias tóxicas ou inconvenientes à saúde, pela transmissão de doenças ao homem através de alimentos de origem animal, ou pela contaminação dos alimentos por micro-organismos que, muitas vezes, utilizam o alimento como meio de proliferação (PROENÇA, 2000; PEREDA et al., 2005; WOJSLAW, 2013).

A melhoria nos programas de controle de qualidade microbiológica usados durante o processamento, transporte, armazenamento e distribuição dos alimentos, associados à melhoria e controle das condições higiênico-sanitárias, estão diminuindo consideravelmente os casos de doenças ocasionadas por agentes patogênicos através da ingestão de alimentos contaminados. Entretanto, sempre existirá a possibilidade do alimento ser contaminado por agentes patogênicos, seja por eventuais incorreções na sua manipulação e utilização ou mesmo durante o seu processamento (GUILHERME e ESTEVES, 2017; BARBOSA, 2019).

A Organização Mundial da Saúde (OMS) define as doenças transmitidas por alimentos (DTA) como sendo aquelas de natureza infecciosa ou tóxica e que são causadas pela ingestão de alimentos ou água contaminados por agentes químicos, físicos ou biológicos, representando risco potencial a saúde (BRASIL, 2018). De acordo com Marchi et al.,(2011), essas doenças podem dar origem a surtos, episódios onde duas ou mais pessoas apresentam sinais ou sintomas semelhantes, em um mesmo período de tempo, após a ingestão de um alimento da mesma origem, com confirmação por evidência clínica, epidemiológica e/ou laboratorial.

Em 1999, os Centros de Controle e Prevenção de Doenças dos Estados Unidos, forneceram abrangentes estimativas de doenças transmitidas por alimentos, que

provocaram várias doenças e até morte, devidos a agentes patogênicos presentes nos alimentos (SCALLAN et al., 2002). O domínio e o conhecimento das modernas técnicas e das tecnologias do processamento e conservação dos alimentos permitem uma melhor qualidade de vida à espécie humana. Além do mais, as indústrias alimentícias estão tendo a possibilidade de fornecer produtos adequados ao consumo (com variedade de sabores, aromas, cores, texturas, entre outros), que possuíssem os nutrientes necessários para a manutenção da vida, de forma segura e sustentável e ainda permitindo que a atividade seja rentável e lucrativa para a indústria, uma vez que também se tem certa ampliação da vida de prateleira dos alimentos processados (NOBRE e LIMA, 2011).

A Ciência dos Alimentos tem como objetivo estudar as características físico-químicas, microbiológicas, bioquímicas e tecnológicas dos alimentos. Ela também analisa os aspectos relacionados à nutrição, marketing, logística e gestão da qualidade (DA SILVA et al., 2013).

A indústria alimentícia é o conjunto de atividades industriais em que se preparam alimentos em quantidades que devem ser comercializadas. Numa definição mais geral, podem considerar-se parte da indústria de alimentos, também a sua comercialização, por exemplo, através dos supermercados ou companhias de entrega de alimentos. Um dos poucos aspectos comuns a este conjunto de atividades é que, uma vez que mexem com produtos que podem ter um efeito direto na saúde, elas devem ser realizadas com elevado controle de qualidade e máxima higiene, que assegurem que os produtos alimentícios não possuam contaminantes físicos, químicos ou biológicos que ponham em risco a saúde dos consumidores (BERTI e SANTOS, 2016).

## **2.2 Noções de Microbiologia alimentar**

A Microbiologia é um ramo da Biologia que tem como principal objetivo estudar os aspectos que envolvem o mundo microbiano, constituído pelas bactérias, fungos, protozoários, vírus e algas microscópicas presentes nas cadeias alimentares. Ela indica os micro-organismos que desempenham papel fundamental no meio ambiente, na produção e na deterioração de alimentos, entre outras aplicações, as formas de controlá-los além de caracterizar o potencial dos micro-organismos em todos os aspectos da vida

humana (ADAMS e MOSS, 2008; SOUSA et al., 2014; SILVA e SOUZA, 2013; SANTOS et al., 2016; ADEBAYO et al., 2018).

Micro-organismos são seres encontrados naturalmente nos alimentos, nas mãos, na face, e entre outros locais do nosso corpo. Quando eles chegam aos alimentos e encontram condições favoráveis, iniciam logo o seu crescimento e multiplicação. Alguns, tais como bactérias, fungos, protozoários e algas podem ser visualizadas através de microscópios ópticos. Outros, porém, como os vírus, só podem ser visualizados mediante microscópios eletrônicos (CARDOSO e RUBENSAM, 2011; RAWAT, 2015).

Na microbiologia dos alimentos, os micro-organismos são classificados como deteriorantes, patogênicos e os que são utilizados na produção de alimentos. Os deteriorantes são aqueles que podem provocar alterações químicas prejudiciais, resultando em mudanças na cor, no odor, na textura do alimento. Os patogênicos (aproximadamente 1%) são os causadores de doenças. A maior parte desse grupo é composta de bactérias, como por exemplo, a salmonela, a *escherichia coli* e a *clostridium perfringes*. Os micro-organismos que são usados na produção de alimentos realizam funções positivas em alguns setores das indústrias alimentícias, tais como produção de vinho, cerveja, produtos de panificadoras, derivados do leite, dentre outros (NOBRE e LIMA, 2011; CARDOSO e RUBENSAM, 2011; TELLES, 2012).

Bactérias são micro-organismos, constituídos por células procariontes, consideradas um tipo de célula morfológicamente simples, mas com metabolismo versátil e complexo. Elas são ditas deteriorantes, quando podem causar alterações nas propriedades sensoriais (cor, sabor, cheiro, etc.), e são chamadas de patogênicas (*salmonela*, *a escherichia coli*, *a clostridium perfringes*, etc.) quando são capazes de provocar doenças quando presentes nos alimentos ingeridos pelo homem (FOOD INGREDIENTS BRASIL, 2008; SALVATORI e SALVI, 2013).

Enzimas são proteínas especializadas em catalisar reações biológicas, ou seja, aumentam a velocidade de uma reação química sem interferir no processo. Elas são capazes de decompor moléculas complexas em unidades menores (carboidratos em

açúcares, por exemplo), de catalisar alterações estruturais dentro de uma molécula (caso da isomerização da glicose em frutose), assim como podem ajudar a construir moléculas específicas (GAVA, 2009).

Os fungos são conhecidos popularmente como mofo e bolores e podem causar danos a saúde, como alergias e micoses. Ocorrem mais comumente nos alimentos que possuem baixo percentual de água e/ou elevada porção de lipídeos. Eles podem produzir micotoxinas que se acumuladas no organismo podendo ocasionar diversos transtornos, que vão desde ataques ao fígado a ocorrência de certos tipos de câncer (OLIVEIRA et al., 2015; OLIVEIRA et al., 2016; HAILE e KANG, 2019).

A importância das análises microbiológicas dos alimentos reside no fato de que elas são essenciais para avaliar os riscos a saúde do consumidor e o desempenho do controle higiênico-sanitário na elaboração dos produtos alimentícios (SANTOS et al., 2016).

As técnicas de análise sensorial permitem qualificar aroma, sabor, textura e cor dos produtos em diversas situações, como avaliação de matérias-primas e processos, desenvolvimento de novos produtos e aceitação pelo consumidor e assim, complementam os estudos sobre a composição e características físicas dos alimentos (WOJSLAW, 2013).

### **2.3 Processos de conservação dos alimentos**

Os alimentos, sejam eles de origem animal ou vegetal, apresentam em sua maior parte, a característica de se deteriorarem com certa facilidade e para que eles sejam conservados, se faz necessário impedir toda alteração devida aos micro-organismos.

A conservação dos alimentos surgiu com a civilização humana. Com a descoberta do fogo, o homem pré-histórico criou processo de defumação, que ainda hoje é usado em alguns processos de conservação alimentar. Posteriormente ele aprendeu a usar o sal na preservação das carnes e a realizar fermentações de produtos de origem animal e vegetal. A descoberta de métodos empíricos de conservação de alimentos, de

utensílios de pedra e barro e a utilização do fogo permitiram ao homem armazenar e preparar os alimentos obtidos em um primeiro momento da caça (GAVA, 2009).

O rápido desenvolvimento científico e tecnológico, o domínio e o conhecimento de modernas e eficientes técnicas de processamento dos alimentos permitiram um controle bem maior e mais eficaz na qualidade dos alimentos a serem consumidos. Assim, as indústrias de alimentos tiveram a possibilidade de fornecer produtos alimentícios com qualidades dentro dos padrões exigidos pelos órgãos de controle alimentar, e conseqüentemente, adequados ao consumo humano, com variedade de sabores, aromas, cores, texturas, entre outros, e que possuíssem os nutrientes necessários para a preservação da vida e ainda exercerem uma atividade econômica satisfatória do ponto de vista econômico.

No Brasil, as referências à preservação alimentar surgem em meados da década de 1996, mediante uma proposta governamental de segurança alimentar, como consequência do desdobramento dos debates da Cúpula Mundial da Alimentação de 1980, que defendia que a segurança alimentar só é alcançada quando todos os indivíduos têm alimentos inócuos e nutritivos para satisfazer suas necessidades dietéticas e assim poderem ter uma vida saudável e ativa. A segurança alimentar e nutricional consiste na realização do direito ao acesso a alimentos de qualidade, em quantidade suficiente, sem comprometer outras necessidades essenciais. Pressupõe-se então, que isso implique em convergência de políticas públicas e programas de diversos setores com capacidades para promover, na dimensão individual e coletiva, o acesso à alimentação adequada e necessária, por meio de um amplo processo de descentralização e gestão social (SILVA e SILVA, 2013).

A indústria alimentícia utiliza processos físicos, químicos e biológicos, separados ou associados, para transformar matérias-primas alimentares em produtos apropriados ao consumo humano e de longa vida de prateleira. Essas alterações nos alimentos podem ser produzidas por diferentes agentes modificadores, tais como, agentes físicos (luz e calor), químicos (oxigênio e água) e biológicos (micro-organismos e enzimas).

As alterações microbianas são as de maior relevância, uma vez que elas, além de alterarem certas propriedades dos alimentos, podem provocar doenças e até a morte do indivíduo. Essas alterações deteriorantes nos alimentos são provocadas pelos agentes patogênicos, como bactérias, vírus, dentre outros micro-organismos (SILVA, 2000; BERTI e SANTOS, 2016).

Os métodos de preservação de alimentos são utilizados para retardar a deterioração dos produtos, permitindo que os mesmos possam ser armazenados por longos períodos de tempo. Eles se baseiam na eliminação total ou parcial de micro-organismos patogênicos, como bactérias, vírus, dentre outros, que podem alterar as propriedades naturais dos alimentos (BARUFFALDI e OLIVEIRA, 1998; FELLOWS, 2006; GAVA, 2009; WOJSLAW, 2013).

Para que o produto se mantenha conservado, é necessário que se impeça que os micro-organismos patogênicos sejam capazes de provocar alterações em suas propriedades naturais e organolépticas (por exemplo, aroma, sabor, textura). Esses micro-organismos necessitam de um ambiente propício para se desenvolverem, tais como, temperatura, taxa de umidade, oxigênio, pH, dentre outras condições (EVANGELISTA, 2008; CARVALHO et al., 2013).

Como exemplos de processos de conservação alimentar podem ser citados o resfriamento, o congelamento, a secagem, a defumação, a adição de sal, o uso de aditivos, a fermentação, a radiação, pasteurização, dentre outros processos.

O processo de conservação pelo uso do frio utiliza temperaturas abaixo da temperatura ambiente e isto é feito com objetivo de retardar as reações químicas e as atividades enzimáticas e também inibir ou retardar a multiplicação e a ação de micro-organismos patogênicos deteriorantes nos alimentos (SOUZA et al., 2013). Esse processo pode ocorrer de duas maneiras: pelo resfriamento (refrigeração) e pelo congelamento (CARVALHO et al., 2013; WOJSLAW, 2013; LEONARDI e AZEVEDO, 2018).

A refrigeração é a diminuição de temperatura de um determinado produto entre -1,5 °C a 10 °C, tendo como principal função reduzir ou inativar o crescimento e o

desenvolvimento de micro-organismos nocivos aos alimentos. Nesse processo de conservação, embora não ocorra a eliminação total dos micro-organismos, haverá a inibição do ciclo de reprodução com o conseqüente retardamento da deterioração dos alimentos (LINO e LINO, 2014 ; LEONARDI e AZEVEDO, 2018).

O congelamento consiste na diminuição do nível da temperatura para valores de -40° C a -10°C, e para que haja um perfeito congelamento, é recomendado que 80% da água livre seja transformada em gelo, havendo assim uma redução ou estabilização da atividade metabólica dos microrganismos. Uma vez ocorridas as condições favoráveis novamente, os mesmos passam a ter atividade metabólica normal (LEONARDI e AZEVEDO, 2018).

No congelamento, os alimentos são mantidos bem próximos do seu estado natural com mínimo de perda em propriedades como cor e textura, mantendo o máximo possível de suas propriedades nutritivas (GAVA, 2009; SILVA e SOUZA, 2013). O congelamento consiste na diminuição da temperatura para valores de -40 °C a -10 °C (LEONARDI e AZEVEDO, 2018). O congelamento pode ser lento, com duração de 2 a 12 horas, aonde a temperatura vai diminuindo gradativamente até alcançar o valor desejado, ou rápido, onde a temperatura cai bruscamente, congelando a água dos espaços intercelulares de imediato (CARVALHO et al., 2013; LINO e LINO 2014).

Outro processo bastante utilizado na conservação de alimentos é a secagem. De acordo com Brooker (1992), Fioreze (2004) e Ambarita e Nasution (2018), a secagem é a retirada total ou parcial, de forma natural ou artificial, de líquido ou de vapor contidos em qualquer produto, fazendo uso, para a retirada desses fluidos, de processos que utilizam exclusivamente a transferência de calor e massa. A secagem natural é função de fatores climáticos e pode ser realizada pela exposição do produto ao sol ou até mesmo apenas pela ação do vento. Os processos de secagem artificiais podem ser classificados como: secagem com ar quente; secagem em contato com uma superfície quente; secagem a vácuo e secagem a frio (liofilização). Nos alimentos, a retirada de água do material úmido é realizada até que seja possível minimizar os danos provocados pelos micro-organismos que necessitam da presença de água para se desenvolverem, atingindo níveis aceitáveis que permitam a estocagem e aumento da vida útil do alimento (FIOREZE, 2004; DO CARMO, 2004; MOREIRA et al., 2013). Quanto maior

for a quantidade de água retirada, dentro de padrões estabelecidos, mais resistentes a ação de micro-organismos patogênicos ficarão os alimentos (CASARIN et al., 2016).

A defumação utiliza a fumaça para inibir o crescimento de micro-organismos nocivos aos alimentos, uma vez que a fumaça retarda o crescimento microbiano, inibe a oxidação das gorduras e ainda fornece aroma às carnes (GAVA, 2009; WOJSLAW, 2013; FRANCO et al., 2013).

A salga (adição de sal), é um processo de conservação, via desidratação, que ocorre devido a osmose (WOJSLAW, 2013). O sal de cozinha (cloreto de sódio), dependendo da sua concentração, pode ser usado na conservação de alimentos, uma vez que, quando adicionado ao substrato alimentício limita a quantidade de água disponível, permitindo o desenvolvimento apenas dos micro-organismos que têm baixa atividade de água, como por exemplo, as bactérias halomílicas e algumas bactérias lácticas (GAVA, 2009).

A conservação pela adição de açúcar ocorre pela redução da disponibilidade de água (atividade de água) para o crescimento microbiano deteriorantes, em função do aumento da pressão osmótica no interior do produto criando uma condição desfavorável para o crescimento da maioria dos micro-organismos. Assim esse método de conservação preserva o alimento agindo indiretamente sobre os micro-organismos contaminantes (WOJSLAW, 2013; PEREIRA et al., 2016). Quando aliado a um tratamento térmico, o açúcar é um bom agente de conservação para diversos alimentos, principalmente os produtos derivados de frutas. (GAVA, 2009; SILVA et al., 2015).

De acordo com a Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA, 2016), aditivo alimentar é qualquer ingrediente adicionado intencionalmente aos alimentos, sem propósito de nutrir, com a finalidade de modificar as características físicas, químicas, biológicas ou sensoriais desde o processo de fabricação até o transporte ou manipulação de um produto alimentar. No entanto, por se tratarem de substâncias químicas, se faz necessário conhecer suas propriedades para que os mesmos possam ser usados adequadamente e de maneira a não oferecer riscos à saúde, uma vez que eles são capazes de desencadear reações adversas (RAHMAN, 2007, MARINI e FUMAGALLI, 2016).

O método de conservação por fermentação envolve a transformação do alimento através do processo fermentativo e é muito utilizado para se obter produtos que têm vida de prateleira maior que a matéria prima de origem, como por exemplo, o queijo maturado e o leite fermentado (VASCONCELOS e MELO FILHO, 2010). Sua classificação é feita levando-se em consideração o material a fermentar, o produto da fermentação e o agente da fermentação e, independentemente da fermentação ser alcoólica, acética ou láctica, neste processo vai ser utilizado o crescimento controlado de certos micro-organismos capazes de modificar a textura, o sabor e o aroma, bem como algumas propriedades nutricionais do alimento (FELLOWS, 2006; GAVA, 2009; LOUZADA et al., 2015).

No processo de conservação por radiação, as ondas eletromagnéticas interagem com a matéria e os átomos e moléculas são ionizados, induzindo reações químicas que são capazes de interromper os processos celulares, orgânicos, fisiológico, obtendo-se assim o efeito desejado, que é geralmente o de preservar os alimentos por meio da destruição de micro-organismos, tais como, bolores, leveduras e bactérias (FELLOWS, 2006; MENEZES et al., 2014).

### **2.3.1 Processos térmicos pelo uso do calor**

São os processos que utilizam o calor para inibir ou eliminar os micro-organismos que podem deteriorar os alimentos. Estes processos são essenciais no que se refere ao conceito de industrialização de produtos alimentícios (HOLDSWORTH, 1997; ATAÍDE, 2014; COSTA, 2015; TEIXEIRA, 2015). Alguns exemplos desses processos são a esterilização, o branqueamento e a pasteurização. Nos processos de tratamento térmico, a observância e controle do binômio tempo e temperatura são fundamentais.

Quando se utiliza processos térmicos na conservação dos alimentos, observam-se mudanças em alguns componentes bioquímicos como as vitaminas, proteínas e carboidratos. Pigmentos presentes e que são responsáveis pelo sabor, textura e odor, também podem sofrer mudanças que são capazes de influenciar as características sensoriais e nutricionais do alimento (FELLOWS, 2006; NOBRE e LIMA, 2011; TEIXEIRA, 2015).

A maioria dos micro-organismos patogênicos, ou seja, os que são extremamente nocivos aos alimentos, não resistem ao uso de temperaturas elevadas por certos períodos. Este é um dos motivos pelos quais o calor é usado pelas indústrias alimentícias, com o intuito de destruir tais micro-organismos e conseqüentemente aumentar a vida útil dos produtos (SILVA 2000; HOLDSWORTH e SIMPSON, 2007; GAVA, 2009; VASCONCELOS e MELO FILHO, 2010; ATAÍDE, 2014; MATHYS, 2018).

A esterilização é o processo térmico de conservação que tem como objetivo, a destruição total dos micro-organismos patogênicos e a inativação das enzimas capazes de deteriorar os produtos alimentícios (ARAÚJO, 2016; ANVISA, 2016). Esse processo apresenta algumas desvantagens, tais como custo elevado se comparado a outros processos, a perda no valor nutricional e alterações em características organolépticas, como na textura, no sabor e no aroma.

O tempo e a temperatura de esterilização dos produtos alimentícios dependem de muitos fatores, sendo os principais: a resistência térmica de enzimas e micro-organismos patogênicos envolvidos; o potencial hidrogeniônico (pH) do alimento, o meio de aquecimento, o tamanho do recipiente e o estado físico do alimento (LEWIS, 2000; SILVA, 2000; KAREL e LUND, 2003; AZEREDO, 2004; TEIXEIRA, 2015).

Branqueamento é um processo térmico de conservação alimentar de curto tempo de aplicação. É aplicado principalmente em frutas e hortaliças inteiras ou em pedaços, e consiste no aquecimento em água ou vapor e posteriormente de um resfriamento rápido, com o objetivo de preservar o sabor, a cor e os valores nutricionais do produto.

A duração do tratamento varia com a consistência e com o tamanho do material, podendo variar de 2 a 10 minutos, a uma temperatura de 70° a 80°C (NOBRE e LIMA, 2011; LEONARDI e AZEVEDO, 2018). Algumas das vantagens do branqueamento é que ele elimina os odores desagradáveis e reduz micro-organismos presentes na superfície de algumas hortaliças, bem como prolonga a duração de armazenagem de vegetais congelados, permitindo assim, que eles possam ter um maior tempo de comercialização.

### 2.3.2 Pasteurização

Pasteurização é um tratamento térmico suave, controlado e realizado basicamente, aquecendo-se o produto a temperaturas inferiores a 100 °C. Após um determinado tempo de aquecimento, o produto é resfriado bruscamente, provocando um choque térmico, que tem a finalidade de eliminar micro-organismos mais resistentes à ação do calor (KAREL e LUND, 2003; BARROS et al., 2015). Envolve o aquecimento (regime transiente), o período com a temperatura constante (regime permanente) e o resfriamento rápido (regime transiente). É importante ressaltar que é o período de equilíbrio durante certo tempo que garante que todos os pontos do produto atingiram a temperatura de inativação. Ele é indicado na substituição de processos de conservação que podem alterar as propriedades organolépticas e nutricionais dos alimentos (FELLOWS, 2006; PELAIS et al., 2008; COSTA, 2015; HONG et al., 2016).

O processo térmico de pasteurização foi criado em 1864, pelo químico francês Louis Pasteur. Este processo de conservação é usado para destruir agentes patogênicos presentes em produtos comestíveis. Com o avanço científico, advindo dos estudos de Pasteur, demonstrou-se que, o aquecimento de certos produtos em temperaturas superiores a 60 °C, por certo tempo, evitava que os mesmos se deteriorassem, pela redução considerável de agentes patogênicos presentes na composição destes produtos, ocasionando assim, um avanço na qualidade de vida das pessoas, ao permitir que os alimentos pudessem ser transportados sem que fossem danificados. É empregado em algumas situações, tais como: quando outros tratamentos térmicos se apresentam nocivos à qualidade do produto; quando os agentes patogênicos não são muito resistentes ao calor, como são os casos das leveduras presentes nos sucos de frutas, dentre outras (GAVA, 2009; NOBRE e LIMA, 2011; BARROS et al., 2015). Na maioria das situações, este processo se complementa como outro método de conservação alimentar, visto que alguns micro-organismos patogênicos podem não ser eliminados com este tratamento térmico inicial. Como exemplo de métodos complementares de conservação, temos a refrigeração, a adição de açúcar ou ainda criando condições anaeróbias, através do fechamento de recipientes a vácuo, a fermentação, dentre outros, (KAREL e LUND, 2003; RABIE et al., 2014).

Atualmente, a pasteurização tem sido amplamente aceita como um processo de conservação eficiente para eliminar agentes patógenos presentes nos alimentos, com o mínimo de perda na qualidade desejada. Entretanto, as novas tecnologias que podem satisfazer os objetivos desse processo térmico têm crescido rapidamente nos últimos anos, exigindo uma ampliação da definição do termo pasteurização (BATOOL, et al., 2013; PENG et al., 2015).

De acordo com Peng et al., (2015), nos Estados Unidos, o Comitê Consultivo Nacional sobre Critérios Microbiológicos para Alimentos (NACMCF - 2006), definiu, os parâmetros científicos para estabelecer métodos alternativos de pasteurização e definiu esse processo de conservação alimentar como sendo qualquer processo, tratamento ou combinação dos mesmos, que pode ser aplicado aos alimentos para reduzir micro-organismos patógenos a níveis aceitáveis, que não ofereçam nenhum risco a saúde pública, e que ainda permitam que o produto seja armazenado e distribuído de forma segura.

Esta definição permite então, o uso de várias tecnologias, ou combinações delas, na pasteurização de alimentos, que inclui o aquecimento térmico, por exemplo, o aquecimento a vapor e água quente, o aquecimento ôhmico, o aquecimento por micro-ondas, dentre outros, e a utilização de tecnologias não térmicas, como o processamento de alta pressão, a radiação ultravioleta, a irradiação, campo elétrico pulsado, tratamentos químicos, ultra-som, filtração, arco de alta tensão, etc. (PENG et al., 2015).

Gava (2009) afirma que alguns fatores devem ser observados para que o processo térmico de pasteurização ocorra de maneira satisfatória:

- Análise prévia quanto a qualidade e a quantidade de micro-organismos a serem eliminados;
- Ter conhecimento sobre o nível de acidez do produto (pH);
- Velocidade de penetração do calor no recipiente (da periferia até o centro);
- O binômio tempo/temperatura envolvido no processo;
- A temperatura inicial do produto.

Já para Fontana (2009), os fatores que indicam que a pasteurização não ocorreu de modo satisfatório são:

- A não eliminação dos agentes patogênicos desejados;
- O produto é submetido a mais tempo do que o necessário, a temperatura de pasteurização;
- Quando a temperatura é muito elevada.

Todos esses fatores são capazes de produzir alterações nas propriedades do produto, quando o processo termina.

### **2.3.2.1 Tipos de pasteurização**

A pasteurização é função do método e do produto a ser utilizado. De acordo com Wojslaw (2013) e Ataíde (2014), este processo pode ser de dois tipos:

- LHT (*low temperature holding*) ou pasteurização baixa: são utilizadas temperaturas relativamente baixas (62 a 68 °C), se comparadas as utilizadas na pasteurização rápida, sendo utilizado tempos de aproximadamente 30 minutos. É realizada em tanques de paredes dupla, onde circulam o fluido calefator e o refrigerador.
- HTST (*high temperature, short time*) ou pasteurização alta: esse método é realizado em sistemas de fluxo contínuo com trocadores de calor (tubulares ou de placas). Empregam-se temperaturas relativamente altas em curto espaço de tempo, em torno de 72 °C a 85 °C por aproximadamente 15 a 20 segundos.

### **2.3.2.2 Alguns trabalhos sobre pasteurização**

Amaro et al. (2002) estudaram os efeitos do tratamento térmico de pasteurização nas características físico-química e microbiológica de polpa de maracujá (*Passiflora edulis f. flavicarpa Deg.*). Eles utilizaram três faixas de temperaturas (69 °C a 72 °C, 73 °C a 76 °C, 77 °C a 82 °C), por 30 segundos. As análises físico-químicas e microbiológicas foram usadas para comparar as polpas frescas (não pasteurizadas) com

as polpas pasteurizadas. Os resultados obtidos mostraram não ter havido diferença significativa no pH da polpa após a pasteurização. Entretanto, a polpa não pasteurizada apresentou menor conteúdo de sólidos solúveis totais em relação a polpa pasteurizada e nível de vitamina C praticamente igual, muito embora tenha sido observado uma diferença significativa entre a pasteurização da polpa na faixa de temperatura de 62 °C a 72 °C e as demais faixas. Ainda de acordo com os resultados obtidos, foi observada uma perda de vitamina C devido a pasteurização, em todas as faixas de temperaturas utilizadas. Essas perdas foram de 5%, 4% e 0,6% para as faixas de 69 °C a 72 °C, 73 °C a 76 °C e 77 °C a 82 °C respectivamente. As análises microbiológicas mostram uma redução significativa nos níveis de bolores e leveduras, de mesófilos aeróbios e de psicrófilos aeróbios, na polpa pasteurizada, indicando uma pasteurização adequada.

Stabel e Lambertz (2004) analisaram a eficiência da pasteurização de curto tempo e alta temperatura, na inativação de microbactérias (*Mycobacterium avium subsp. Paratuberculosis*) encontradas nas fezes e no leite de ruminantes infectados, e que estão sendo associadas a doença de Crohn em seres humanos. Cento e oitenta experimentos foram realizados nesse estudo. Eles utilizaram cinco diferentes binômios tempo-temperatura (62,7 °C durante 30 min; 65,5 °C durante 16 s; 71,7 °C durante 15 s; 71,7 °C durante 20 s e 74,4 °C para 15 s). Segundo os autores, os resultados obtidos mostraram uma significativa redução na sobrevivência de *Mycobacterium avium subsp. Paratuberculosis* para todos os binômios tempo e temperatura utilizados, e quando estes resultados foram comparados com valores encontrados em estudos feitos no Canadá, observou-se uma perfeita sintonia entre ambos. Para eles, os dados obtidos neste trabalho indicam claramente que as condições de pasteurização do leite nos Estados Unidos podem resultar em uma inativação significativa de *Mycobacterium avium subsp. Paratuberculosis*.

Teixeira et al., (2006), trabalhando com polpa de graviola (*Annona muricata L*), com o objetivo de estabelecer condições simples e eficientes para a conservação da mesma, afirmaram que a pasteurização, em temperaturas de 80 °C e 90 °C, se mostrou bastante eficiente, uma vez que reduziu a atividade enzimática e a carga bacteriana, bem como o nível de bolores e leveduras na polpa, e ainda, manteve a cor do produto. A polpa pasteurizada foi estocada em uma temperatura de aproximadamente 25 °C e analisada por um período de 120 dias. Para os autores, a pasteurização pode ser aplicada

às polpas de frutas, nas unidades de processamento das cooperativas ou associações de pequenos produtores, uma vez que se comparado a outros processos de conservação, ele é relativamente mais barato, quando são levados em consideração a manutenção da qualidade obtida com relação à estabilidade microbiana e as propriedades nutricionais e organolépticas. A conclusão do trabalho foi que a pasteurização da polpa nas temperaturas indicadas anteriormente, é adequada para a conservação do produto, proporcionando uma vida de prateleira de no mínimo quatro meses.

Pelais et al., (2008), analisaram o processo de pasteurização da polpa de murici (*Byrsonima crassifolia*) e avaliaram a vida de prateleira do produto. A polpa foi submetida a pasteurização nas temperaturas 80 °C e 90 °C, com e sem a adição de conservante. Posteriormente amostras do produto pasteurizado foram armazenadas a 25 °C, por um período de 120 dias. Segundo os autores, o processo de pasteurização da polpa sem a adição de conservante mostrou-se apropriada para a produção de pequena escala e a variável temperatura influenciou consideravelmente sobre o desenvolvimento de bactérias, afetando também a coloração da polpa. Eles informam ainda que após a pasteurização, é possível se ter um tempo de prateleira de no mínimo quatro meses para a polpa de murici, devido a redução da carga bacteriana e enzimática, bem como pela diminuição dos níveis de bolores e leveduras. Recomendam ainda uma temperatura de pasteurização de 80° C, devido a um consumo menor de energia.

Fernandes et al., (2011), investigaram como as etapas do processamento (formulação/homogeneização e tratamento térmico) de suco de maracujá influenciam nas propriedades químicas e físico-químicas desse produto. Os frutos foram selecionados observando-se a integridade física, uniformidade, cor e maturação. A polpa retirada foi então submetida a uma pasteurização a 90 °C durante 60 segundos num permutador de calor tubular. Os resultados obtidos mostraram que as características físico-químicas do pH, sólidos solúveis e açúcares não foram alterados pela pasteurização, permanecendo praticamente constantes. Os níveis de vitamina C, antocianinas e carotenóides também foram pouco afetados pelo processo térmico de pasteurização da polpa do maracujá.

Silva et al., (2011a), determinaram expressões para se estimar a difusividade térmica de alimentos enlatados, durante o processo de pasteurização, usando o método

inverso e simulações numéricas de penetração de calor. Eles compararam dados experimentais da temperatura no centro geométrico do recipiente com dados obtidos por simulações de penetração de calor. A equação de difusão foi numericamente resolvida pelo método dos volumes finitos, usando formulação totalmente implícita. A solução numérica foi acoplada a um otimizador baseado no método inverso, com o objetivo de se fazer o ajuste dessa solução aos dados experimentais obtidos durante a pasteurização de purê de tomate enlatado. Os melhores resultados foram obtidos supondo uma expressão crescente da difusividade térmica, em função da temperatura local e neste caso, os erros dos dados experimentais, quando comparados com os valores obtidos pela solução numérica, podem ser considerados distribuídos aleatoriamente.

Mata et al., (2012), avaliaram os resultados da pasteurização sobre as qualidades microbiológicas do leite tipo B. Foram feitas análises do leite cru e pasteurizado (72 a 75) °C durante 15 a 20 segundos. No leite cru foi feita a contagem de bactérias heterotróficas mesófilas, aeróbias estritas e facultativas viáveis. Nas amostras de leite pasteurizado foram analisadas as bactérias heterotróficas mesófilas, aeróbias estritas e facultativas viáveis, enumeração de coliformes a 30 °C e a 45 °C. Os resultados obtidos foram comparados com os padrões de qualidade definidos pela legislação sanitária em vigor. No leite pasteurizado todas as amostras apresentaram baixa carga bacteriana e inativação da enzima fosfatase alcalina, enquanto que a enzima peroxidase permaneceu ativa, indicando uma pasteurização correta. Comparando-se o leite cru com o leite pasteurizado, os resultados das análises mostram uma redução 98,87 nos níveis de micro-organismos patogênicos, o que indica que a pasteurização é processo de conservação alimentar eficiente e seguro.

Silva et al., (2015), avaliaram o efeito da pasteurização, a uma temperatura de 75 °C, e um tempo de 30 minutos, nas características físico-químicas (acidez titulável, pH e sólidos solúveis) e nos carotenoides de polpa de araticum num período de 180 dias de armazenamento. Nesse mesmo trabalho também avaliaram os efeitos do branqueamento (70 °C, 2 minutos) e do congelamento (-5 °C ou -18 °C). Eles observaram que esses três processos não modificaram as características físico-químicas da polpa, entretanto, diminuíram igualmente os carotenoides totais e de vitamina A (em média -27 e -41 %, respectivamente). De acordo com os resultados obtidos, os processos branqueamento/congelamento mostraram-se eficazes para armazenamento da polpa até

90 dias. Após esse período, o binômio pasteurização/congelamento é recomendado como método de conservação da polpa de araticum por até 180 dias.

Starikoff et al., (2016), objetivaram, em trabalho sobre leite caprino e bovino, analisar o efeito da gordura presente nestes produtos, sobre a resistência térmica do *Mycobacterium fortuitum*. As amostras de leite, em um total de sete, foram inoculadas com *Mycobacterium fortuitum* e posteriormente distribuídas para que fosse feita a quantificação do agente durante a pasteurização lenta, em banho-maria até atingir 65 °C. Nesse momento, uma das amostras foi retirada e resfriada para a contagem no início da pasteurização e as outras foram retiradas e levadas para outro banho-maria a 65 °C para a manutenção da temperatura. Eles também fizeram a pasteurização de três amostras de leite cru, não inoculadas, com o objetivo de pesquisar as enzimas peroxidase e fosfatase alcalina. Segundo os autores, os resultados obtidos indicaram uma tendência de influência da gordura do leite, assim como da espécie animal sobre a taxa de decaimento do *Mycobacterium fortuitum*, sendo que a pasteurização foi menos eficaz, no que diz respeito a essa microbactéria, no leite bovino integral.

Peng et al., (2015), investigaram a aplicação de micro-ondas no processo térmico de pasteurização de vegetais pré-embalados. Eles utilizaram um sistema de pasteurização assistido por micro-ondas (MAP), com frequência de 915 MHz, desenvolvido especialmente para análise de cenoura pré-embalada. Dois processos de MAP (F90°C = 3 min e F90 °C = 10 min) foram desenvolvidos e direcionados aos esporos de *Clostridium botulinum* tipo E. Os resultados obtidos foram comparados com os processos convencionais de água quente (HW) e mostraram segurança microbiana equivalente. Entretanto, o processo MAP proporcionou uma redução significativa no tempo de processamento total, reduziu os valores de cozimento e melhorou a uniformidade da qualidade dos produtos.

Lagnika et al., (2017), estudaram os efeitos do processamento por ultrassom (20 kHz durante 15 min), pasteurização (65 °C durante 15 min e 80 °C durante 15 min) e suas combinações, sobre as propriedades físico-químicas, microbiológicas e qualidade nutricional do suco de abacaxi armazenado por um período de 60 dias, em temperatura ambiente (26 °C ± 2 °C). As amostras foram divididas em dois grupos: o suco de abacaxi sem qualquer tratamento, que foi denominado de grupo de controle, e o grupo

do suco de abacaxi pasteurizado em banho de água em bacia de policarbonato. Os resultados obtidos nesse trabalho evidenciam que as amostras não tratadas apresentaram um tempo de armazenamento menor do que as que foram submetidas a algum tipo de tratamento térmico. Os autores ainda afirmam que o processo de ultrassom e os processos combinados podem ser utilizados na conservação de sucos de frutas com perfeita segurança microbiológica, ao mesmo tempo em que propiciam um menor impacto nas propriedades nutricionais do produto, quando comparado ao processo térmico isolado.

Martins e Hertz (2018), avaliaram a influência da presença de suco de limão e de açúcar na eficiência da pasteurização do suco de Butiá (*Butia catarinenses* Noblick & Lorenzi). Eles elaboraram três formulações distintas, variando a concentração de açúcar e de suco de limão. Em seguida, as amostras foram tratadas termicamente a 80 °C por 1 minuto. Os parâmetros que eles avaliaram foram o pH (potencial hidrogeniônico), teor de sólidos solúveis, a acidez total titulável e atividades enzimáticas relativas (AER) da peroxidase (POD) endógena das amostras antes e depois do tratamento térmico. Eles observaram que a variação da formulação, sem o tratamento térmico, não influenciou a AER e que o processo de pasteurização das amostras que continham suco de limão e açúcar em sua formulação resultou na redução de 51,2% da AER. Também verificaram que a maior redução da AER (60,6%) ocorreu na pasteurização da amostra que continha suco de limão, sem a adição de açúcar e que a amostra que somente continha açúcar apresentou a menor redução da AER 15,4%. Eles concluíram que os resultados sugerem que a formulação interfere na eficiência do processo de pasteurização e que os dados obtidos indicam que a adição de açúcar pode diminuir a eficiência da pasteurização, enquanto que a adição de suco de limão pode aumentar a eficiência deste processo.

Etzbach et al., (2019), estudaram os efeitos da pasteurização e do tratamento com ultrassom sobre a atividade da peroxidase, composição de carotenóides e nas propriedades físico-químicas (° Brix, pH e cor) do purê de amora silvestre (*Physalis peruviana* L.). De acordo com eles, a inativação completa da Peroxidase foi alcançada apenas pela pasteurização convencional, mas a ela foi associada perdas de aproximadamente 11,5% do total de carotenóides. Ainda segundo os autores, a intensificação do ultrassom levou a maior capacidade de extração de carotenóides,

aproximadamente de 14,7 %. Os autores concluíram que tanto o tratamento térmico convencional quanto o processo de ultrassom provocaram mudanças no perfil de carotenoides, devido a isomerização e a outras reações de degradação que afetam o atividade provitamina A. Por fim, eles afirmaram que o tratamento com ultrassom pode ser sugerido como uma técnica promissora para melhorar o valor do purê de amoras silvestres.

## **2.4 Frutas tropicais**

Devido a sua vasta extensão territorial e as condições climáticas favoráveis, o Brasil possui situação privilegiada, no que diz respeito à produção de frutas, que hoje é um dos segmentos de maior importância da agricultura nacional e responde por mais de 35% da produção agrícola. Ele ocupa hoje o terceiro lugar no mundo em produção de frutas, superando 44 milhões de toneladas em 2013 (BARBOSA et al., 2014).

A base agrícola da cadeia produtiva das frutas abrange mais de 2,2 milhões de hectares, gera mais de 4 milhões de empregos diretos e indiretos, além disso, para cada 10.000 dólares investidos em fruticultura, são gerados 3 empregos diretos permanentes e dois empregos indiretos. A região Nordeste vem se destacando na produção de frutas tropicais como a manga e a acerola por possuir condições climáticas que favorecem ao desenvolvimento dessas culturas (BARBOSA et al., 2014).

Polpa de fruta é definida como sendo o produto obtido por esmagamento ou trituração das partes comestíveis de frutas carnosas por processos tecnológicos adequados. Ela deve ser preparada com frutas limpas e isentas de parasitas e de detritos animais ou vegetais, e não conter fragmentos das partes não comestíveis da fruta, nem substâncias estranhas à sua composição normal, exceto as previstas pelos órgãos reguladores (BRASIL, 2000; CARVALHO et al., 2017).

Normalmente as embalagens usadas para a comercialização das polpas são sacos plásticos de polietileno ou tetrapack, pois protegem contra oxidações e evitam alterações das propriedades organolépticas (cor, cheiro, sabor, textura, etc.) do produto (ADAFAX, 2013).

## **2.4.1 Manga**

A manga (*Mangifera indica L.*), pertencente à família *Anacardiaceae* e apesar de ser originária da Índia e do sudoeste asiático, é amplamente encontrada nas regiões tropicais e subtropicais, sendo uma das culturas comerciais e de consumo mais importante em todo o mundo. Existem mais de 500 variedades de manga (ARAUZ, 2000; ELLONG et al., 2015).

Devido à grande perecibilidade que elas apresentam, é difícil o aumento da vida útil de seus frutos frescos além de exigir cuidados na sua conservação e transporte. Então, o uso de tecnologias eficientes de conservação é útil para aumentar a disponibilidade e o consumo da manga (PINTO et al., 2018).

A manga amadurece rapidamente após a colheita. Elas são sensíveis a doenças e são perecíveis devido ao amadurecimento e amolecimento, o que limita o armazenamento, manuseio e transporte.

A composição química da manga é função das condições da cultura, da variedade, do estágio de maturação dentre outros fatores, sendo constituída principalmente de água, carboidratos, ácidos orgânicos, sais minerais, proteínas, vitaminas e pigmentos. O valor vitamínico das mangas fica circunscrito principalmente em torno de seu conteúdo de vitamina A (carotenóides), vitamina C (ácido ascórbico), e pequenas quantidades de vitaminas do complexo B. A manga madura possui quantidade apreciável de vitamina C, chegando a conter 110 mg/100 gramas de material conforme a variedade (ELLONG et al., 2015).

### **2.4.1.1 A variedade Tommy Atkins**

A variedade Tommy Atkins é a mais produzida no país e apresenta disponibilidade no mercado brasileiro durante todo o ano (SILVA et al., 2013; RODRIGUES, 2017).

Essa variedade possui frutos com dimensões médias aproximadas de 12 cm de comprimento, largura de 10 cm, espessura de 9 cm e com peso entre 400 e 700 g.

Apresenta formato oval alongado, tendo uma casca grossa e lisa, com coloração amarela alaranjada e possuindo manchas nos tons vermelho claro ou escuro sendo também muito resistente ao transporte e armazenamento, apresentando boa aceitação comercial (ALBERTON, 2014).

A Figura 2.1 mostra a manga (*Mangifera indica L.*) da variedade Tommy Atkins utilizado no presente trabalho e a Tabela 2.1 apresenta a composição da Manga Tommy Atkins segundo a Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TACO, 2011).

**Figura 2.1** – Matéria-prima utilizada nos experimentos: Manga da variedade Tommy Atkins.



Fonte: Autoria própria.

**Tabela 2.1** – Composição média da Manga Tommy Atkins in natura.

Variável	PMI
Umidade (g/ 100 g)	85,8
Cinzas (g/ 100 g)	0,30
Proteínas (g/ 100 g)	0,9
Lipídios (g/ 100 g)	0,2
Cálcio (g/ 100 g)	8
Magnésio (g/ 100 g)	7
Fibra Alimentar (g/ 100 g)	2,1
Colesterol (g/ 100 g)	NA
Carboidratos totais (g/ 100 g)	12,8
Calorias (Kcal/100 g)	51,0

Fonte: TACO (2011).

Quando em processo de maturação sua coloração se torna arroxeadopúrpura, e vermelho-amarelo-brilhante, quando madura. Sua polpa é amarelo-escuro com textura firme, e representa 80% do peso da fruta, sendo destes, 15% de sólidos solúveis (ELLONG et al., 2015; PINTO et al., 2018).

Para a caracterização da manga algumas análises são necessárias, como a determinação da cor, textura, atividade de água, sólidos totais, vitamina C, umidade, calorías, fibra alimentar, sais minerais, proteína, entre outros. Na literatura é possível encontrar diversos estudos onde os autores utilizaram a manga em suas análises. A seguir apresentaremos alguns desses trabalhos.

Neves et al., (2007), estudaram a eficiência do processo térmico de pasteurização na produção de polpas de manga congeladas de variedade Tommy Atkins (*Mangifera indica* L). O binômio temperatura/tempo utilizado foi  $(95 \pm 5) ^\circ\text{C}$ , por 0 a 1 minuto. Pode ser observado nesse trabalho que os tratamentos não submetidos ao processo de pasteurização apresentaram níveis mais altos de ácido ascórbico. Entretanto, nesses mesmos tratamentos foram intensas as atividades microbianas e níveis de pH elevado. Quanto as análises de acidez titulável e de sólidos solúveis, não foram observadas diferenças significativas nos tratamentos com e sem a pasteurização. Eles verificaram que mesmo com o controle adequado dos agentes patogênicos, ocorreu o desenvolvimento de mofo e leveduras, principalmente dos tratamentos não submetidos ao benzoato de sódio. Quando o processo de pasteurização foi utilizado, observou-se que a ação microbiana deteriorante foi reduzida quase que pela metade, o que segundo eles, confirma a eficiência da pasteurização e a recomendação do seu uso.

Sena et al., (2011), avaliaram polpas de manga da variedade ituba não pasteurizadas (polpa bruta e polpa refinada) e pasteurizadas em temperatura de  $90 ^\circ\text{C}$  durante 20 s, objetivando fazer uma análise físico-química do produto (pH, acidez titulável, sólidos solúveis, carotenoides totais, açúcares redutores e totais). Segundo eles, observaram-se perdas da ordem de 8,84 % e 10,08 % nos conteúdos de carotenoides totais e vitamina C, respectivamente, nos produtos pasteurizados. Todavia, a temperatura usada na pasteurização, preservou a maior parte do conteúdo de carotenoides totais e vitamina C da polpa pasteurizada.

Benhura et al., (2012), estudaram um método de preservação eficiente da polpa de manga oriunda do vale de Rusitu, no Zimbábue. De acordo com eles, esta região produz muitas mangas, todavia, a maioria delas se perde devido a sua natureza perecível. A polpa foi dividida em amostras que foram tratadas com conservantes químicos e em amostras que não possuíam nenhum tipo de tratamento. As amostras tratadas foram preservadas com metabissulfito de sódio, sorbato de potássio e ácido cítrico, e em seguida foram pasteurizadas a 80 °C a 90 °C. Eles mediram o total sólidos solúveis, pH, cor e odor durante 21 dias. De acordo com eles, o pH das amostras diminuíram com o tempo, e mais rapidamente nas amostras que não foram tratadas quimicamente. Observaram também que a polpa não pasteurizada manteve a cor amarela enquanto as amostras tratadas termicamente viraram marrom amarelado, e que as amostras que não foram pasteurizadas apresentavam odor pungente. Eles concluíram o trabalho afirmando que o metabissulfito de sódio, ácido cítrico, sorbato de potássio e pasteurização aumentaram a vida de prateleira e estabilizaram as propriedades sensoriais da polpa da manga.

Kumar et al., (2013), analisaram os efeitos do processamento térmico do néctar de manga e os seus efeitos nas características químicas, microbiológicas e sensoriais do produto processado. De acordo com eles, o processamento térmico é ainda um dos métodos mais eficazes para inativar micro-organismos indesejáveis em alimentos líquidos, entretanto, para a eficiência do processo, o tempo de espera e os valores de pasteurização precisam ser padronizados para obter uma inativação microbiana completa, bem como um produto de melhor qualidade. A Padronização das condições de tratamento usada por eles foi a temperatura de 96 °C e tempos de espera de 420s, 600s, 780s e 900s, com valores de pasteurização de 3,62, 8,03, 12,73 e 15,89 min para as amostras submetidas as pasteurizações T2, T3, T4 e T5, respectivamente. T1 foi denominada de amostra de controle (não tratada termicamente). Neste trabalho, o efeito do processo térmico no carotenóide total, ácido ascórbico, cor (valores  $L^* a^* b^*$ ), viscosidade, microflora nativa e outros parâmetros de qualidade físico-química também foram avaliados durante o armazenamento prolongado na temperatura de  $(27-30 \pm 20$  °C) condições. Eles concluíram que a amostra T4 que foi submetida ao tempo de aquecimento de 780s sofreu degradação mínima da cor, do teor de caroteno, do teor de ácido ascórbico e apresentou a inativação completa da microflora no néctar da manga. Ainda de acordo com os autores, a cor, teor de caroteno, teor de ácido ascórbico e

escores sensoriais do néctar de manga foram significativamente ( $p < 0,05$ ) reduzidos durante 180 dias de armazenamento à temperatura ambiente (27-30 °C), entretanto, mesmo assim a qualidade do néctar foi boa até 180 dias. Por fim, eles concluem o artigo afirmando que o processamento térmico a 96 °C por um tempo de aquecimento total de 780 s com tempo de pasteurização de 12,73 min seria um bom método para produzir néctar de manga microbiologicamente estável com a boa retenção de atributos de qualidade.

## **2.5 Fenômenos de Transporte**

Fenômenos de Transporte é a ciência que estuda como a massa, a quantidade de movimento e a energia são transportadas através de um determinado meio, seja este meio sólido ou continuamente deformável, e envolve conhecimentos de Termodinâmica, Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor e Massa (BIRD et al., 2001).

Já Termodinâmica estuda as relações entre calor, trabalho e as substâncias envolvidas e onde também se define a relação existente entre as propriedades termodinâmicas para sistemas em equilíbrio. A Mecânica dos Fluidos estuda o comportamento dos fluidos em repouso e/ou em movimento. Ela mostra que o transporte de quantidade de movimento (velocidades), turbulência, calor (temperatura), massa (concentração) e de outras grandezas estão associadas a campos de velocidade.

A Transferência de Calor estuda a energia térmica em trânsito devido a existência de um gradiente de temperatura (ÖSIZIK, 1990; BIRD et al., 2001). Sempre que houver uma diferença de temperatura, o calor fluirá de forma espontânea, da temperatura mais elevada para a temperatura mais baixa. E quando não mais existir essa diferença de temperatura, esse fluxo de energia cessará e o equilíbrio térmico é alcançado.

Dentre os vários processos de transmissão de calor, podem ser citados: condução, convecção e radiação. Tais formas são diferentes nos seus fundamentos, uma vez que são regidas por leis próprias, todavia, na realidade, elas podem ocorrer ao

mesmo tempo, o que muitas vezes torna complexa a solução exata de um problema de transferência de calor.

- **Condução** – neste processo, a propagação do calor ocorre quando não há movimento macroscópico de matéria no meio (HOLMAN, 1983). Em outras palavras, quando existe um gradiente de temperatura em um meio, ocorre uma transferência de energia térmica da região de mais alta temperatura para outra onde a temperatura é menor. Essa transferência de calor por unidade de área é proporcional ao gradiente normal de temperatura e é governada pela lei de Fourier da condução.
- **Convecção** – A transferência de calor ocorre entre uma superfície e um fluido em movimento quando existe diferença de temperaturas entre eles. É um processo que ocorre por meio da ação combinada de condução de calor, armazenamento de energia e movimentação da mistura (ÖSIZIK,1990; INCROPERA e DEWITT, 1992).
- **Radiação** – Diferentemente dos mecanismos de transferência de calor por condução e convecção, onde o calor se propaga através de um meio material, no processo de radiação, a energia térmica pode se propagar em regiões onde existe vácuo perfeito. O mecanismo de transporte para este caso é a radiação eletromagnética que se propaga como resultado de uma diferença de temperatura (radiação térmica). A onda eletromagnética age diretamente no corpo, e como consequência ele é aquecido rapidamente (KREITH e BOHN, 2011).

## **2.6 Equação geral de transporte e a equação de difusão**

A equação de transporte na sua forma infinitesimal, para um volume de controle elementar, é uma equação diferencial parcial de segunda ordem, que na sua forma mais geral pode ser escrita como (BIRD et al., 2001; SILVA, 2007; SILVA, 2009; MALISKA, 2004; SILVA et al., 2010; SILVA et al., 2011b; COSTA, 2015; FARIAS et al.; 2015; ARAÚJO, 2018):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda \vec{V} \Phi) = \nabla (\Gamma^\Phi \nabla \Phi) + S^\Phi \quad (2.1)$$

onde:

$\Phi$  - variável dependente de interesse

$\lambda$  e  $\Gamma^\Phi$  - coeficientes de transporte

$\vec{V}$  - vetor velocidade do meio

$S^\Phi$  - termo fonte

$\frac{\partial(\Phi)}{\partial t}$  - termos transientes

$(\lambda \vec{V} \Phi)$  - termos advectivos

$\Gamma^\Phi \nabla \Phi$  - termos difusivos

Quando se faz considerações em alguns dos parâmetros da equação da difusão (2.1), ela pode ser utilizada para qualquer lei de transporte, como por exemplo, a conservação da massa (continuidade), quantidade de movimento (momento linear), energia, e processos de secagem (SILVA et al., 2009a; FARIAS et al, 2013).

### 2.6.1 A equação de difusão

Difusão é um fenômeno de transporte de matéria, quantidade de movimento ou de energia, ocasionado pela existência de um gradiente, onde o movimento aleatório das moléculas do meio faz o transporte da grandeza extensiva de zonas de gradientes mais elevados para zonas de gradientes menores (FARIAS, 2011).

A equação de difusão é decorrente da equação geral de transporte (equação da conservação) e é chamada de Lei de Fick, no caso da difusão de massa é denominada de Lei de Fourier, quando a difusão é de calor.

Se o termo convectivo e o termo fonte forem iguais a zero na equação geral de transporte (Equação 2.1), a variação da grandeza dentro do volume de controle vai ocorrer somente por difusão, e a equação geral passa a ser chamada de equação de difusão, definida pela expressão (SILVA et al., 2009; SILVA, 2010a):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^\Phi \nabla \Phi) \quad (2.2)$$

Fazendo  $\lambda = \rho c_p$ ,  $\Gamma^\Phi = k$  e  $\Phi = T$ , a Equação (2.2) se transformam na equação de condução de calor, dada como:

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (2.3)$$

onde

$\rho$  é a densidade do meio

$c_p$  é o calor específico à pressão constante

$k$  é condutividade térmica do meio

$T$  é a temperatura

Na Equação (2.3), a temperatura ( $T$ ) é a variável dependente e a grandeza transportada é a energia interna do volume de controle (SILVA, 2007; SILVA et al., 2018a). O fluxo de calor, que é a transferência de calor por unidade de área perpendicular a direção de propagação é chamado de Lei de Fourier da condução, exceto pelo sinal, e está representado pelo termo  $k \nabla T$  da Equação (2.3):

$$\vec{q} = -k \nabla T$$

A unidade do vetor  $\vec{q}$  no Sistema Internacional de unidades é  $J/(s \cdot m^2)$  ou  $W/m^2$ . Se  $\rho$  e  $c_p$  forem constantes, a Equação (2.3), torna-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla T) \quad (2.4)$$

onde  $\alpha$  é difusividade térmica.

$$\alpha = k / (\rho c_p) \quad (2.5)$$

A difusividade térmica é a propriedade termo-física que mede a capacidade do material conduzir energia térmica em relação a sua capacidade de armazená-la (HOLMAN, 1983; INCROPERA e DEWITT, 1992; KREITH e BOHN, 2011).

A equação de transporte difusivo de massa também pode ser obtida da equação de difusão se for feito  $\lambda = 1$ ,  $\Gamma^\Phi = D$  e  $\Phi = M$ . Agora a Equação (2.2) torna-se:

$$\frac{\partial(M)}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla M) \quad (2.6)$$

em que,

M é o teor de umidade dentro do volume de controle no instante t;

D é a difusividade de massa;

$D \nabla M$  define a taxa de difusão de água por unidade de área.

O fluxo de água com relação a um referencial qualquer, também é conhecido como a primeira lei de Fick, e é dada por:

$$J = - \rho D \nabla M \quad (2.7)$$

onde  $\rho$  é a densidade do corpo e o fluxo de água é dado, no Sistema Internacional, em  $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ .

### 2.6.2 - Solução da equação de difusão

De acordo com Lins (2013) e Costa (2015), o objetivo principal quando se estuda o processo de transferência de calor por difusão é a obtenção do campo de temperatura  $T(x, y, z, t)$  do meio, como resultado da solução da equação diferencial que representa o processo. Para se obter a solução da equação de difusão é necessário se ter o conhecimento de algumas situações físicas do problema que são fornecidas pelas condições iniciais e pelas condições de contorno mais apropriada (SILVA, 2007; SILVA

et al., 2009b; SILVA et al., 2009c; FARIAS et al., 2012a; FARIAS et al., 2012b; ATAÍDE, 2014).

No geral, pode se resolver um problema físico de três maneiras distintas, que são as soluções analíticas, as soluções numéricas e as soluções que utilizam experimentos em laboratórios (PATANKAR, 1980; AQUINO et al. 2016).

As soluções analíticas e as soluções numéricas são maneiras teóricas de se resolver um problema físico, e que fazem uso de um modelo matemático na descrição do fenômeno que se está analisando.

Não raramente, a complexidade do problema físico, que pode estar relacionada com a geometria do problema, com as condições de contorno e iniciais ou até mesmo com outro fator, resulta em um conjunto de equações diferenciais a serem resolvidas por algum método específico.

As condições de contorno são utilizadas para especificar a variável dependente nas fronteiras do domínio do problema. As condições normalmente usadas para a obtenção de soluções analíticas e/numéricas da equação de difusão são:

- Condição de contorno de 1º tipo - também conhecida como prescrita, de Dirichlet ou de equilíbrio. Nesta condição, quase que instantaneamente a superfície externa entra em equilíbrio com o meio, no caso da condução de calor, em equilíbrio térmico com o meio.
- Condição de contorno de 2º tipo – é a condição com fluxo prescrito. Também é conhecida como condição de contorno de Neumann. Aqui, o fluxo da grandeza de interesse através da superfície é conhecido.
- Condição de contorno do 3º tipo – também é chamada de convectiva ou de Cauchy. A convecção ocorre na superfície do corpo. Ela descreve de forma mais real como ocorre a transferência de calor ou de massa na superfície de um corpo, uma vez que, em geral, a grandeza não assume seu valor de equilíbrio instantaneamente.

### **2.6.3 - Soluções analíticas**

Nem sempre é possível se obter soluções analíticas para as equações diferenciais parciais. Todavia, quando se consegue obter tais soluções, elas são de extrema importância, uma vez que permite a validação de soluções numéricas, e também são capazes de revelar os parâmetros adimensionais que governam a solução do problema físico. Outra vantagem da solução analítica é que elas permitem que a análise do problema seja feita de forma bem mais rápida do que quando se usa soluções numéricas (AQUINO et al., 2016).

Com a utilização de soluções analíticas é possível se conhecer a variável de interesse em qualquer instante de tempo e local do domínio e para isso é preciso que se estabeleçam algumas hipóteses que possam simplificar o problema, tais como geometria simples, meio homogêneo e isotrópico, difusividade constante, dentre outras, dependendo da complexidade do que se quer analisar.

Alguns métodos podem ser usados para a obtenção da solução analítica da equação de difusão. Dentre eles podem ser citados: O método de Separação de variáveis, o Método de Galerkin (funções de base) e o método da transformada integral (transformada de Laplace).

### **2.6.4 - Soluções numéricas**

Quando se resolve um sistema de equações diferenciais pelo método analítico se obtém uma solução de forma fechada, sendo possível então, se determinar os valores das variáveis para um número infinito de pontos. O método numérico por sua vez faz uso da discretização das equações, ou seja, ele substitui as derivadas parciais por expressões algébricas, que abrangem basicamente as quatro operações aritméticas envolvendo a função incógnita, e assim, é possível se obter um sistema de equações, onde as variáveis são os valores das grandezas de interesse. Esse sistema pode ser resolvido por um método iterativo mais adequado ao problema. Problemas complexos, associados a existência de um elevado número de incógnitas e equações que regem o problema, e especificamente aqueles que resultam em sistemas de equações diferenciais

parciais ou ordinárias, têm sua solução determinada por meio computacional, aplicando-se método numérico adequado (PATANKAR, 1980).

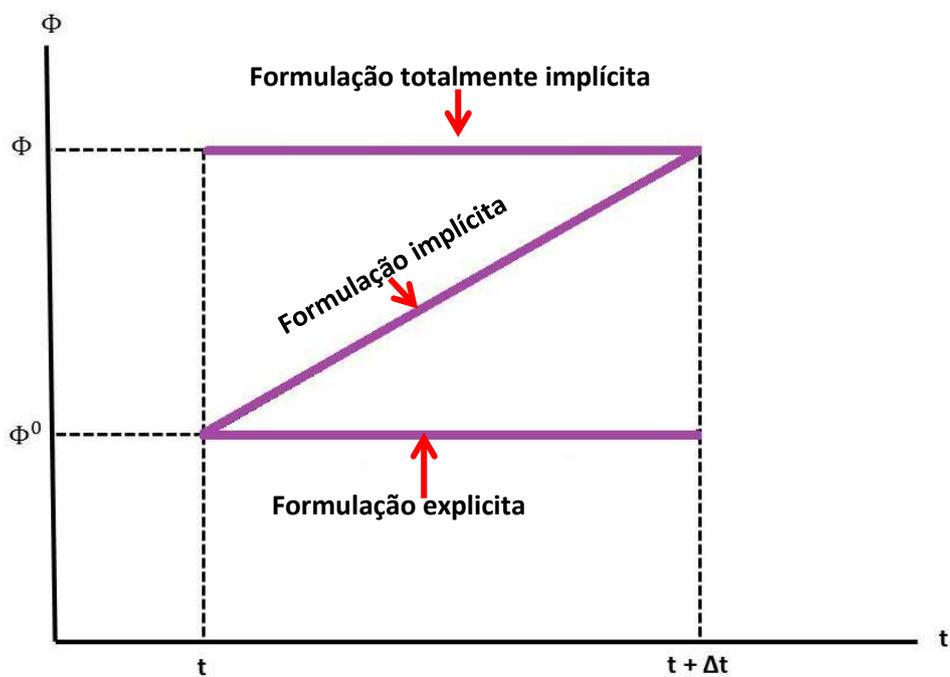
A escolha do modelo matemático é o início da utilização de qualquer método numérico, sendo essa escolha de suma importância para a resolução do método numérico que é desenvolvido para encontrar uma solução aproximada de um conjunto específico de equações. Normalmente são utilizados três métodos para se encontrar soluções numéricas de equações diferenciais: o Método dos Volumes Finitos (MDF), o Método das Diferenças Finitas (MDF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF).

### 2.6.5 Formulações para soluções numéricas

Na Figura 2.2 é possível observar as três possibilidades de interpolação no tempo e que são representadas pela equação abaixo:

$$\Phi^\theta = \theta\Phi + (1-\theta)\Phi^0 \quad (2.8)$$

Figura 2.2 – Função de interpolação no tempo.



Fonte: Adaptação de Maliska (2004).

O fator  $\theta$  é peso da média ponderada e  $\Phi^\theta$  é o valor representativo da grandeza para todo intervalo. Segundo Maliska (2004), em geral podem ser utilizadas três formulações em um método numérico utilizado para resolver a equação de difusão. Cada um desses métodos é escolhido em função do tempo definido para representar a grandeza que se tem interesse ao se expressar as derivadas parciais que representam o fenômeno físico em questão.

A Equação (2.8) dá origem aos três tipos de formulação vistos na Figura 2.2. Então,

$$\Phi^\theta = \begin{cases} \Phi^0 & \text{para } \theta = 0 \text{ ( formulação explícita )} \\ \theta \Phi + (1-\theta)\Phi^0 & \text{para } 0 < \theta < 1 \text{ ( formulação implícita)} \\ \Phi & \text{para } \theta = 1 \text{ ( formulação totalmente implícita)} \end{cases} \quad (2.9)$$

Na formulação explícita, a variável de interesse para expressar as derivadas espaciais é avaliada no instante inicial ( $t$ ) do intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) e, portanto, o seu valor já é conhecido ( $\Phi^\theta = \Phi^0$ ). Nesse caso, o resultado da discretização é um conjunto de equações que podem ser resolvidas separadamente. Desse modo, a variável de interesse para cada volume de controle pode ser determinada para o nível de tempo imediatamente posterior ( $t+\Delta t$ ), e conseqüentemente sem que seja necessário se resolver um sistema de equações. Uma desvantagem dessa formulação é que ela tem uma limitação em relação à magnitude do intervalo de tempo que deve ser adotado para avançar no tempo, de forma que seja mantida a estabilidade da solução numérica (SILVA, 2007; MALISKA, 2004; SILVA et al., 2009d; COSTA, 2015).

Para a formulação implícita (Crank-Nicolson), a variável de interesse  $\Phi$ , que define as derivadas espaciais é uma média ponderada dos valores de  $\Phi$  no início e no fim do intervalo de tempo (SILVA et al., 2009e; MALISKA, 2004; LINS, 2013). Em outras palavras, nessa formulação, a variável de interesse é avaliada em um intervalo de tempo intermediário do intervalo de tempo. Essa formulação apresenta um maior custo computacional, conseqüentemente, exigindo maior memória de computador e é uma “mistura” entre a formulação totalmente implícita e a explícita.

A formulação totalmente implícita ( $\theta = 1$ ) é incondicionalmente estável para qualquer intervalo de tempo estipulado e pode ser usada em sistemas de equações de grande porte (MALISKA, 2004). A variável de interesse é definida no final do intervalo de tempo, no instante ( $t = t + \Delta t$ ). Nessa formulação as equações do sistema estão acopladas. Para cada intervalo de tempo há um sistema de equações a ser resolvido.

### **2.6.6 O Método dos Volumes Finitos (MVF)**

Nas últimas décadas, o Método dos Volumes Finitos (MVF) tem sido amplamente usado na solução de problemas nas mais diversas áreas do conhecimento científico, e não é correto se pensar que esta técnica é utilizada apenas no campo das Engenharias, uma vez que seu uso vai desde áreas de saúde até a aeroespacial (NEVES e BEZERRA, 2013).

Nesse método, o domínio físico é dividido em um número finito de subdomínios de volumes de controles, que satisfazem a conservação da propriedade em questão em nível desses volumes elementares. A discretização, ou seja, a substituição das derivadas parciais por equações algébricas é realizada quando se integra todos os termos da equação que governa o fenômeno, em cada volume de controle no espaço e no tempo (BARTH e SANTOS, 2016; GUTERRES et al., 2016).

Uma das vantagens do método dos volumes finitos é que ele pode ser usado em qualquer tipo de malha, adaptando-se a qualquer geometria do problema físico que se está analisando (MALISKA, 2004).

As equações obtidas quando se usa o MVF ou MDF, são praticamente idênticas e por este motivo, estes métodos se confundem. Todavia, a base de formação de um e de outro método são bem diferentes, pois, enquanto o MDF tem uma dedução puramente matemática, utilizando aproximações de derivadas pela série de Taylor, o MVF tem sua formulação em base física.

De acordo com Neves e Bezerra (2013), o MVF obedece aos seguintes procedimentos:

1. Deve-se identificar o domínio ou limites da região onde o fenômeno investigado acontece;
2. Discretizar o domínio em pequenas partes ou volumes, localizando no centro de cada um deles (pontos nodais), a variável objeto do estudo;
3. Integrar a equação diferencial que governa cada volume que agora passa a ser denominado de volume de controle;
4. Aplicar o método numérico na solução de um problema de transferência de calor.

### **2.6.7 O Método dos Elementos Finitos (MEF)**

O método dos elementos finitos consiste em dividir o domínio de integração em um número finito de pequenas regiões denominadas de elementos finitos (BABUSKA e OSBORNE, 1983; GONÇALVES 2007). O método das diferenças finitas, assim como o método dos elementos finitos, não utilizam volumes de controle, mas pontos da malha, em nível discreto.

O método dos elementos finitos tem a vantagem de lidar com geometrias arbitrárias, sendo possível o refino das malhas em regiões de interesse, com maior facilidade do que quando se utiliza os outros métodos, o que torna mais fácil a análise matemática. O principal inconveniente, que também é comum aos outros métodos que fazem uso de malhas estruturadas, é que as matrizes oriundas das equações linearizadas não são tão bem estruturadas com as das malhas estruturadas, conseqüentemente, fica mais difícil se encontrar métodos de resolução eficientes (GONÇALVES, 2007).

### **2.6.8 O Método das Diferenças Finitas (MDF)**

Neste método, o ponto de partida para a obtenção das equações aproximadas é fazer a discretização do domínio de interesse, ou seja, é dividir o domínio em células elementares (SOUZA et al.; 2015). É comum neste método, se usar discretização estruturada através de coordenadas ortogonais, como as cartesianas, cilíndricas e esféricas. A base desse método é a solução de equações diferenciais, que se baseiam na aproximação das derivadas a partir das diferenças finitas que são obtidas quando se usa a série de Taylor.

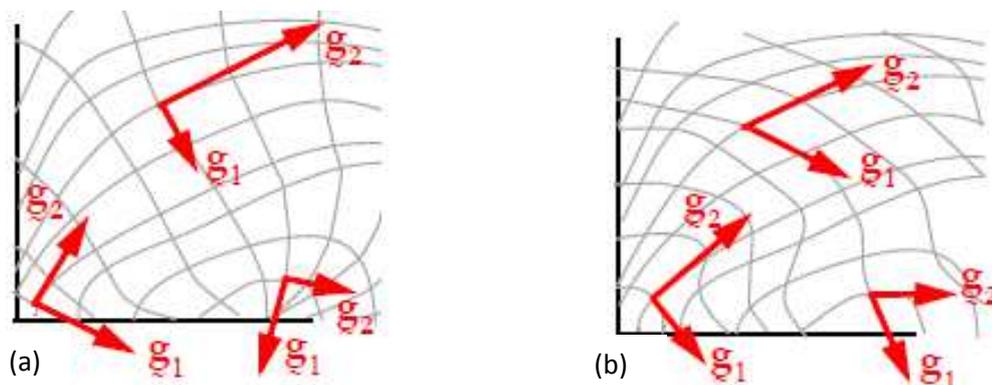
## 2.7 Coordenadas generalizadas

Métodos numéricos são muito comuns na solução de problemas de engenharia, notadamente nos que envolvem o transporte de massa e energia. No caso de geometrias regulares esses métodos já estão bastante desenvolvidos. Todavia, em várias aplicações as geometrias são complexas e uma predição precisa dos fenômenos de transporte em tais geometrias requer técnicas especiais. Sistemas de coordenadas generalizadas podem ser usados nos problemas que não envolvam geometrias simples, como por exemplo, as cilíndricas, as esféricas, as elipses, dentre outras que apresentam soluções já conhecidas.

Nos casos de problemas envolvendo geometrias arbitrárias, se faz necessário a criação de um sistema de coordenadas adaptável a tais geometrias, de tal modo que a equação de difusão possa ser resolvida numericamente (SILVA et al., 2007; SILVA et al., 2009a; MALISKA, 2004; SILVA et al 2013c; FARIAS et al., 2015).

A Figura 2.3 mostra dois sistemas de coordenadas curvilíneas onde é possível observar os vetores bases tangentes às linhas coordenadas.

**Figura 2.3.** Sistemas de Coordenadas Curvilíneas: (a) ortogonal e (b) não ortogonal.



Fonte: Brannon (2004).

O sistema mostrado à esquerda é curvilíneo e ortogonal e as linhas de coordenadas sempre se encontram em ângulos retos. No sistema do lado direito, as linhas de coordenadas não fazem um ângulo reto entre si.

A utilização dos sistemas de coordenadas convencionais (cartesiano, polar, cilíndrico, esférico, etc.) na discretização de um domínio de geometria complexa, inibe a abordagem genérica do problema, sendo necessária uma manipulação diferenciada para os volumes de controle adjacentes à fronteira interna do domínio.

Entretanto, quando na utilização de coordenadas generalizadas pode-se realizar uma discretização coincidente com a fronteira, facilita-se grandemente a implementação do modelo numérico (MALISKA, 2004).

### **2.7.1 Alguns trabalhos envolvendo soluções numéricas, soluções analíticas e coordenadas generalizadas.**

Atualmente, é possível encontrar na literatura um número considerável de pesquisas envolvendo ferramentas numéricas (admitindo geometrias simples ou complexas e utilização de coordenadas generalizadas curvilíneas), e analíticas, usadas na solução da equação de difusão, com o objeto de solucionar os mais diversos problemas físicos em diversas áreas de interesse científico e tecnológico, como por exemplo, nos trabalhos desenvolvidos por Farias et al., 2018; Silva et al. 2011a, Silva et al., 2011b e Silva et al., 2018b). Alguns desses trabalhos são citados abaixo.

### **2.7.2 Trabalhos envolvendo soluções numéricas e/ou analíticas**

Farias et al., (2010), analisaram a influência da geometria na simulação do processo de secagem de telhas cerâmicas moldadas com argila vermelha, através do modelo de difusão usando soluções analíticas e método inverso. Eles colocaram amostras do produto com teor de umidade inicial de 0,2381 (bs) em uma estufa na temperatura de 55,6 °C, e posteriormente obtiveram os dados da cinética de secagem. As geometrias usadas nas soluções analíticas da equação de difusão para descrever o processo de secagem, foram a parede infinita, retangular e o paralelepípedo, com condição de contorno de terceiro tipo. Usando um conjunto de dados experimentais, os parâmetros do processo, foram determinados por meio de algoritmo de otimização baseado no método inverso acoplado às soluções analíticas. Os gráficos das cinéticas de secagem e dos indicadores estatísticos permitiram concluir que as três geometrias utilizadas, descreveram satisfatoriamente a cinética de secagem do produto e que estão

em conformidade com os modelos estudados. Os valores encontrados para o coeficiente de transferência convectivo de massa e para a difusividade efetiva da água foram consistentes com valores encontrados na literatura.

Silva, C. et al., (2011) utilizaram modelos de difusão para descrever processos de secagem de bananas descascadas, com a finalidade de determinar parâmetros termo-físicos por meio de técnicas de otimização. Eles analisaram a difusão transiente em sólidos de geometria cilíndrica e apresentaram uma solução numérica da equação de difusão, usando condição de contorno do terceiro tipo. Foi usado o método dos volumes finitos na discretização da equação de difusão unidimensional, com uma formulação totalmente implícita. No processo de secagem foram usados três modelos. O primeiro deles considerou o volume  $V$  e a difusividade de massa  $D$  como sendo constantes. No segundo, o  $V$  variando e  $D$  constante, e no terceiro modelo  $V$  e  $D$  foram considerados variáveis. Nesses três modelos o coeficiente de transferência convectiva de massa  $h$  foi considerado constante. Os resultados obtidos foram comparados com valores disponíveis na literatura, e de acordo com estes resultados, foi possível concluir que o modelo 3 é o que melhor descreve o processo de secagem, quando comparado com os outros dois modelos.

Silva et al., (2012), compararam modelos de difusão para a descrição da secagem de uvas sem sementes a baixa temperatura, utilizando soluções analíticas e numéricas. O processo de secagem foi realizado assumindo-se as seguintes características: condição de contorno de primeiro e do terceiro tipo; volume ( $V$ ) constante e variável; difusividade efetiva de massa ( $D$ ) variável e coeficiente de transferência convectiva de massa ( $h$ ) constante. Na determinação de  $D$  e  $h$  para os dados experimentais durante o processo de secagem da uva, foram utilizadas soluções analíticas e numéricas da equação de difusão. De acordo com os resultados obtidos, os autores concluíram que a melhor função para representar a difusividade efetiva de massa é um co-seno hiperbólico e neste caso, os indicadores estatísticos da simulação podem ser considerados excelentes, com o coeficiente de determinação ( $R^2 = 0.9999$ ) e o qui-quadrado ( $\chi^2 = 3.241 \times 10^{-4}$ ).

Silva et al., (2013a) fizeram análise numérica tridimensional da transferência de massa em madeira, com o objetivo de determinar uma expressão para a difusividade

efetiva de massa, usando um modelo de difusão e dados experimentais durante o processo de secagem. Foram usadas duas temperaturas para o ar de secagem (40° C e 80 °C). Para descrever este processo, a geometria usada na solução numérica tridimensional da equação de difusão foi o paralelepípedo, com condição de contorno convectiva. O coeficiente de transferência convectiva de massa ( $h$ ) foi considerado constante. A difusividade efetiva de massa ( $D$ ) foi considerada como uma função do teor de umidade local, e várias expressões foram testadas para descrever o processo. Na conclusão do trabalho, se observou que para as duas temperaturas do ar de secagem, os resultados obtidos considerando a difusividade efetiva variável foram melhores do que aqueles obtidos quando se considera esse parâmetro com um valor constante e que com os resultados para  $D$  e  $h$  obtidos por otimização, a cinética de secagem foi simulada com sucesso.

Em trabalho posterior, Silva et al., (2013b), descreveram a transferência de massa em placas de argila durante a secagem, usando modelos de difusão com condições de contorno de equilíbrio (modelo 1) e de convecção (modelo 2). O teor de umidade inicial usado foi de 0,11 (bs) e as temperaturas de secagem foram 50, 60, 70, 80 e 90 °C, respectivamente. Para este teor de umidade inicial, a secagem ocorreu no período de taxa de secagem decrescente. As soluções analíticas unidimensionais referentes aos modelos 1 e 2 foram acopladas a otimizadores como o objetivo de se determinar os parâmetros do processo para cada temperatura e assim se obter equações para expressar estes parâmetros em função da temperatura do ar de secagem. Os resultados obtidos indicaram que há uma boa sintonia entre os resultados experimentais e as simulações correspondentes usando o modelo 2, para todas as temperaturas.

Silva et al., (2015), usaram três modelos de difusão de líquidos na descrição de secagem por convecção em pedaços de bananas, assumidos como de forma cilíndrica. Foi utilizada uma solução numérica bidimensional da equação de difusão com condição de contorno do primeiro tipo e o método do volume finito usado para descrever o processo. Os pedaços de bananas tinham comprimento de aproximadamente 21 mm e raio médio de 15 mm e foram submetidos à secagem com ar aquecido a temperaturas de 40 °C, 50 °C, 60 °C e 70°C. A solução numérica foi acoplada a um otimizador para que os parâmetros do processo fossem determinados. Nas simulações, foi usada uma malha uniforme bidimensional com 40 x 40 volumes de controles e o tempo de secagem foi

dividido em 2000 passos. Os resultados mostraram que o coeficiente de determinação variou de 0,99937 (70 °C) a 0,99995 (40 °C) e o qui-quadrado variou de  $3,41 \times 10^{-4}$  (40 °C) para  $4,15 \times 10^{-3}$  (70 °C). O modelo que apresentou piores resultados foi o que considerou o volume variável e a difusividade da água constante (denominado de modelo 2), e é sugerido que ele não deva ser usado para descrever a secagem de bananas. Segundo os autores, o modelo 3, que considerou o encolhimento e a difusividade efetiva da água variável em função do teor de umidade local apresentou bons resultados na simulação de secagem de banana à temperatura do ar entre 40-70 °C, sendo mais consistente do que os outros dois modelos. Esse modelo apresentou também os melhores indicadores estatísticos para todas as temperaturas do ar de secagem. Eles propuseram uma equação  $D(M^*, T)$  e outra para  $h(T)$ , que apresentaram bons resultados na simulação de secagem de banana à temperatura do ar entre 40-70 °C, e segundo os autores, essas equações podem substituir as otimizações demoradas.

Silva Júnior et al., (2015), estudaram o efeito da concentração de sal no processo de desidratação osmótica de vagem. Foram feitas simulações de transferência de massa em soluções de NaCl a 20 e 26 % e 50° C. Para essas simulações foi usado um modelo de difusão que considerou a difusividade térmica como sendo constante, a geometria usada foi a de um cilindro infinito e uma condição de contorno de terceiro tipo (convectiva). A solução numérica encontrada foi acoplada a um otimizador com o objetivo de se obter os parâmetros do processo via dados experimentais. De acordo com os autores, os resultados encontrados estão de acordo com os valores disponíveis na literatura, para os quais foram usadas ferramentas analíticas na descrição dos processos.

Aires et al., (2019), usaram a solução numérica da equação da difusão em coordenadas tridimensionais para descrever o processo de secagem de maçãs via desidratação osmótica. Eles utilizaram dois modelos de difusão líquida para descrever a secagem convectiva das maçãs, desidratados osmoticamente em solução de sacarose. As amostras foram cortadas em forma de paralelepípedo. No modelo 1 a difusividade da água e o volume das fatias foram considerados como tendo valores constantes. No modelo 2, as fatias e a difusividade foram admitidas como valores variáveis. Eles usaram o método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita e condição de contorno de terceiro tipo na obtenção da solução numérica da equação de difusão em coordenadas cartesianas tridimensionais. Os parâmetros do processo foram

estimados por um otimizador usando os dados obtidos experimentalmente. De acordo com os autores, os resultados mostraram que a concentração da solução osmótica utilizada no pré-tratamento influenciou o processo de secagem e que o modelo matemático que considerou uma difusividade variável foi mais adequado para descrever os valores experimentais.

### **2.7.3 Trabalhos envolvendo coordenadas generalizadas**

Ronzani e Nieckele (1995) utilizaram método de solução numérica para análises de problemas convectivo-difusivo em geometrias complexas. Eles utilizaram o método dos volumes finitos, baseados em coordenadas generalizadas curvilíneas não ortogonais para uma configuração de malha totalmente co-localizada para os componentes de velocidades e para as variáveis escalares. Segundo os autores, o uso dos tensores métricos nos termos difusivos e dos componentes pseudo-contravariantes do vetor velocidade proporcionaram simplificações que foram importantes na implementação computacional para sistema tridimensional. A validação do método proposto se deu pela comparação dos resultados numéricos com os valores exatos para três situações distintas. Ainda, de acordo com os autores, nesse trabalho não foi investigado o efeito da não ortogonalidade da malha e em todos os casos, o resultado numérico se mostraram em perfeita concordância com os resultados analíticos.

Santos e Amorim (2001) em seus estudos sobre modelagem de camada limite tridimensional, compressível e turbulenta em sistemas aerodinâmicos, propuseram uma modelagem numérica na qual as equações que governam o fenômeno físico foram discretizadas pela utilização do esquema de diferenças finitas de segunda ordem de Matsuno. Segundo os autores, esse esquema é muito eficiente quando comparado com outros de uso mais frequente, além de ser caracterizado pela independência do sentido da velocidade transversal. O modelo usado na simulação numérica foi o algébrico de comprimento de mistura de Cebeci e Smith que foi adaptado para um sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas. Os resultados obtidos foram validados pela comparação com valores numéricos e experimentais encontrados na literatura, para um elipsoide de revolução em diversos ângulos de ataques e mostraram consistência satisfatória.

Silva et al., (2007), propuseram uma solução numérica da equação de difusão para sólidos obtidos por meio da revolução de geometrias bidimensionais arbitrárias, usando coordenadas generalizadas com o objetivo de descrever o processo de transferência de massa nesses sólidos. Os autores discretizaram e resolveram a equação de difusão usando o método dos volumes finitos para uma formulação totalmente implícita empregando a condição de contorno de primeiro tipo e explorando a condição de simetria. Segundo os autores, a solução proposta se justifica porque reduz consideravelmente o esforço computacional exigido, quando comparada a utilização do método tradicional de solução numérica via malhas tridimensionais. Utilizou-se a solução proposta para descrever a cinética de secagem em sólidos e para obter a distribuição do teor de umidade no interior desses sólidos. Os resultados obtidos foram comparados com valores disponíveis na literatura e se mostraram consistentes.

Silva et al., (2010), encontraram uma solução numérica para a equação de difusão aplicada a sólidos obtidos por meio da revolução de geometrias arbitrárias bidimensionais, usando coordenadas generalizadas e condição de contorno convectiva, que foi usada na descrição do processo de secagem de bananas e no resfriamento de pepino. Eles apresentaram uma simulação que descreveu a difusão transiente em uma esfera de raio  $R = 0,15$  mm, obtida pela revolução de um quarto de círculo que define a área circular com malha estruturada não ortogonal (original, 6x6 células e refinadas, 48 x 48 células) geradas pelo software 2D Grid Generation. A discretização da equação de difusão foi feita usando o método dos volumes finitos e a formulação adotada foi a totalmente implícita e a solução proposta foi utilizada para descrever processos de difusão que possuíam solução analítica já conhecida. Os autores concluíram que os resultados obtidos por meio da solução proposta estavam de acordo com os que foram obtidos via soluções analíticas correspondentes, bem como os dados experimentais. Isso indica que a difusão nos sólidos em questão, pode ser estudada a partir de malhas bidimensionais, o que simplifica a solução numérica e reduz o esforço computacional desse tipo de problema em comparação com as soluções tridimensionais. Concluíram ainda que as aplicações para a secagem de bananas e o resfriamento de pepinos, apresentaram resultados compatíveis com aqueles disponíveis na literatura e garantiram que a solução proposta funciona bem para malhas ortogonais e não ortogonais.

Farias et al., (2012b), estudaram a difusão tridimensional em domínio arbitrário usando coordenadas generalizadas aplicada a processo de secagem. Eles tiveram como objetivo, apresentar uma solução numérica 3D para a equação de difusão em estado transiente. Para tanto, discretizaram a equação de difusão em coordenadas generalizadas, utilizando o método dos volumes finitos com formulação totalmente implícita para a condição de equilíbrio. O método iterativo usado para resolver o sistema de equação encontrado para uma dada malha estruturada foi o de Gauss-Seidel e o código computacional foi desenvolvido na linguagem de programação Fortran, utilizando o estúdio CFV 6.6.0 na plataforma Windows. Na validação da solução proposta, foram usadas soluções analíticas e numéricas da equação de difusão para diferentes geometrias (malhas ortogonais e não ortogonais). A simulação computacional para a secagem de telhas (55,6 °C) feita com o código computacional desenvolvido mostrou que a solução numérica desenvolvida pode ser usada para descrever o processo de secagem na temperatura indicada. Os resultados obtidos mostraram, segundo os autores, que a solução proposta fornece resultados coerentes com valores teóricos disponíveis na literatura.

Silva, C. et al., (2012), utilizaram um modelo de difusão, usando solução numérica em coordenadas generalizadas, na descrição do processo de secagem de bananas. Eles fizeram um experimento com bananas inteiras utilizando ar quente (40 °C) e com velocidade de 1,5 m/s. O processo foi descrito pelo modelo de difusão líquida com volume e difusividade efetiva de massa variável. A geometria utilizada para representar metade da banana foi o elipsoide em coordenadas generalizadas. Eles criaram uma malha estruturada não ortogonal 32 x 40, discretizaram e resolveram a equação de difusão, usando o método dos volumes finitos com formulação totalmente implícita. O método inverso foi usado na otimização para obtenção dos coeficientes de transporte. De acordo com os resultados obtidos, que foram comparados com valores disponíveis na literatura para a banana, o modelo utilizado pode ser considerado adequado para descrever a cinética de secagem, bem como para prever a distribuição do teor de umidade de bananas em determinados instantes de tempo.

Farias et al., (2015), avaliaram modelos de difusão na descrição de secagem de telhas cerâmicas usando coordenadas generalizadas, com o objetivo de estudar o estado transiente de difusão de massa em sólidos de geometria arbitrária. Foi utilizada a

condição de contorno de terceiro tipo e a discretização da equação de difusão 3D em coordenadas generalizadas foi feita via método dos volumes finitos com formulação totalmente implícita. Foram utilizados três modelos para descrever o processo de secagem. O primeiro modelo (1) assumiu a hipótese do volume (V) e a difusividade efetiva de massa (D) como sendo constante para uma condição de fronteira do primeiro tipo. No segundo modelo (2) V e D foram considerados constantes e a condição de contorno usada foi a do terceiro tipo. Para o terceiro modelo (3), V e D foram considerados variáveis e a condição de contorno adotada foi a do terceiro tipo (convectiva). Para os três modelos, o coeficiente de transferência convectivo de massa foi considerado constante. Os resultados obtidos foram comparados a valores disponíveis na literatura e de acordo com esta comparação, os autores afirmaram que o terceiro modelo é o que apresenta melhor coerência com os valores disponíveis na literatura, sendo, portanto, mais indicado do que os outros dois modelos.

Silva et al., (2018a), usaram uma solução numérica da equação de difusão em coordenadas generalizadas, para descrever a transferência de calor durante o processo de pasteurização de polpa de mamão armazenada em recipientes de geometria arbitrária com simetria de revolução. Eles também se propuseram, por meio de dados experimentais e da otimização, determinar a difusividade térmica aparente como sendo função da temperatura local no interior da polpa. Para tanto, foram pesquisadas quatro funções, sendo dez delas crescentes com a temperatura local e uma constante. A descrição do processo foi feita via método inverso, usando uma malha de 32x24 e 3600 passos de tempo. Segundo os autores, uma vez que a expressão para a difusividade térmica em função da temperatura local é conhecida, o tempo necessário para o produto acondicionado em um recipiente com outra geometria, entrar em equilíbrio térmico com uma temperatura estabelecida previamente, pode ser definido por simulação numérica. Isto torna desnecessário novos experimentos cada vez que um novo recipiente for usado. Ainda de acordo com os autores, os resultados obtidos no trabalho estão em conformidade com diversos valores encontrados na literatura, podendo então ser utilizados como validação das metodologias numérica e experimental usadas, para os casos de sólidos com geometria simétrica de revolução.

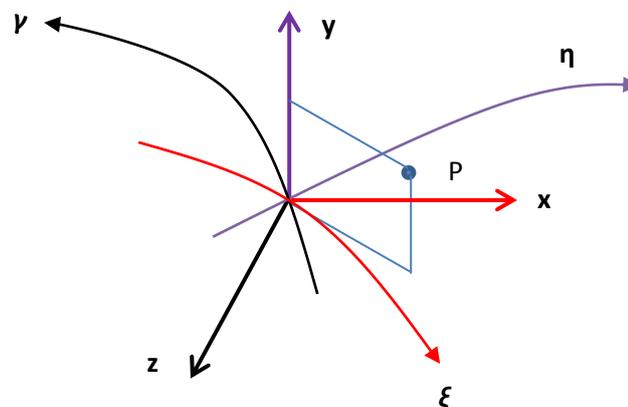
É possível encontrar na literatura outros trabalhos que consideram a geometria arbitrária dos corpos e que utilizam a equação de difusão em coordenadas generalizadas,

na solução do problema físico estudado para cada situação específica. Entre estes trabalhos pode-se citar, Farias et al., (2012a), que analisaram a difusão transiente em copos porosos de geometrias arbitrárias; Farias et al., (2013), que estudaram a difusão de massa em sólido com geometria arbitrária utilizando a condição de contorno do primeiro tipo; Silva, C. et al., (2013), que usaram uma solução numérica da equação de difusão, via coordenadas generalizadas, para descrever a secagem de banana. Ataíde (2014), que estudou o processo de pasteurização de produtos pastosos, utilizando as coordenadas generalizadas tridimensionais e Araújo (2018), que trabalhou com solução numérica da equação de difusão em coordenadas generalizadas tridimensionais na secagem de telhas ornamentais. De acordo com Araújo (2018), apesar de se encontrar diversos trabalhos envolvendo transferência de calor e massa, poucos são os que abordam a difusão tridimensional em corpos com geometrias complexas usando coordenadas generalizadas e malhas não ortogonais, através do método dos volumes finitos.

## 2.8 Sistemas de eixos em coordenadas generalizadas

Na solução numérica da equação de difusão, o conhecimento da geometria envolvida no problema é fundamental. Então, para que a equação de difusão possa ser resolvida numericamente, principalmente quando um corpo apresenta forma arbitrária, é necessário se criar sistemas de eixos coordenados que se adapte à geometria desse corpo, ou seja, criar sistemas de coordenadas para o domínio no qual se deseja trabalhar (FARIAS, 2011; ARAÚJO, 2018).

**Figura 2.4** – Sistemas de coordenadas tridimensionais: generalizadas e cartesianas



Fonte: Silva (2007)

Na Figura 2.4, é possível observar um sistema de eixos em coordenadas generalizadas curvilíneas  $(\xi, \eta, \gamma)$ , relacionado a um sistema de eixos em coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$ , com a identificação do ponto P sobre os eixos coordenados.

As equações de transformação que relacionam as coordenadas generalizadas do ponto P com as coordenadas cartesianas são dadas por:

$$\xi = \xi(x, y, z) \quad (2.10)$$

$$\eta = \eta(x, y, z) \quad (2.11)$$

$$\gamma = \gamma(x, y, z) \quad (2.12)$$

As Equações (2.8) a (2.10) relacionam as coordenadas de um ponto qualquer, por exemplo, o ponto P da Figura 2.4, nos três sistemas de eixos coordenados, onde  $\xi(x, y, z)$ ,  $\eta(x, y, z)$  e  $\gamma(x, y, z)$  são funções de  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

### 2.8.1 Métricas e métricas inversas de uma transformação

As expressões que permitem transformar as coordenadas de dado ponto P de um sistema de eixo para outro são denominadas de métricas da transformação (SILVA, 2007; SILVA, 2010). As relações entre o domínio físico e o domínio transformado são dadas pelas métricas da transformação:

$$\xi_x = J(y_\eta z_\gamma - y_\gamma z_\eta) \quad (2.13)$$

$$\xi_y = -J(x_\eta z_\gamma - x_\gamma z_\eta) \quad (2.14)$$

$$\xi_z = J(x_\eta y_\gamma - x_\gamma y_\eta) \quad (2.15)$$

$$\eta_x = -J(y_\xi z_\gamma - y_\gamma z_\xi) \quad (2.16)$$

$$\eta_y = J(x_\xi z_\gamma - x_\gamma z_\xi) \quad (2.17)$$

$$\eta_x = -J(x_\xi y_\gamma - x_\gamma y_\xi) \quad (2.18)$$

$$\gamma_x = J(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) \quad (2.19)$$

$$\gamma_y = -J(x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi) \quad (2.20)$$

$$\gamma_z = J(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \quad (2.21)$$

onde,  $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ , são as derivadas parciais de  $\xi, \eta$  e  $\gamma$  em relação a  $x, y$  e  $z$  respectivamente.

As métricas inversas são dadas pelas expressões:

$$x_\xi = \frac{\eta_y \gamma_z - \eta_z \gamma_y}{J} \quad (2.22)$$

$$x_\eta = -\frac{\xi_y \gamma_z - \xi_z \gamma_y}{J} \quad (2.23)$$

$$x_y = \frac{\eta_z \xi_y - \eta_y \xi_z}{J} \quad (2.24)$$

$$y_\xi = -\frac{\eta_x \gamma_z - \eta_z \gamma_x}{J} \quad (2.25)$$

$$y_\eta = -\frac{\xi_x \gamma_z - \xi_z \gamma_x}{J} \quad (2.26)$$

$$y_\gamma = -\frac{\xi_x \eta_z - \xi_z \eta_x}{J} \quad (2.27)$$

$$z_\xi = \frac{\eta_x \gamma_y - \eta_y \gamma_x}{J} \quad (2.28)$$

$$z_\eta = - \frac{\xi_x \gamma_y - \xi_y \gamma_x}{J} \quad (2.29)$$

$$z_\gamma = \frac{\xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x}{J} \quad (2.30)$$

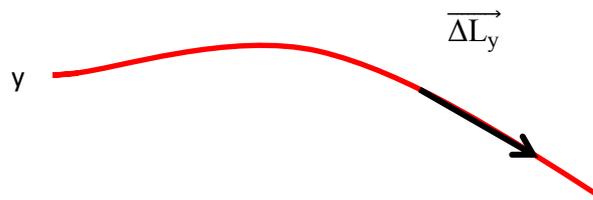
Onde  $x_\xi, x_\eta, x_\gamma, y_\xi, y_\eta, y_\gamma, z_\xi, z_\eta$  e  $z_\gamma$  são as derivadas parciais de  $x, y$  e  $z$  em relação a  $\xi, \eta$  e  $\gamma$  respectivamente (SILVA, 2010). O Jacobiano (J) da transformação é dado por:

$$J = \left[ x_\xi (y_\eta z_\gamma - y_\gamma z_\eta) - x_\eta (y_\xi z_\gamma - y_\gamma z_\xi) + x_\gamma (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) \right]^{-1} \quad (2.31)$$

### 2.8.2 Sistemas de coordenadas generalizadas curvilíneas: Comprimento ao longo de um eixo curvilíneo

É possível encontrar uma expressão que determine a distância elementar ao longo de um eixo curvilíneo, mantendo-se dois desses eixos constantes. Este foi o procedimento usado por Maliska (2004) quando da introdução do conceito de tensor métrico. A Figura 2.5 mostra em destaque um dado segmento que está situado na direção de um dos eixos das coordenadas generalizadas (eixo  $\gamma$ ).

**Figura 2.5** – Em destaque um comprimento elementar ao longo de  $\gamma$ .



Fonte: Adaptado de Ataíde (2014).

A expressão para o cálculo do comprimento elementar  $\Delta L_\gamma$  ao longo do eixo  $\gamma$  é dada por:

$$\Delta L_\gamma = \sqrt{(x_\gamma)^2 + (y_\gamma)^2 + (z_\gamma)^2} \Delta\gamma \quad (2.32)$$

As distâncias elementares  $\Delta L_\eta$  e  $\Delta L_\xi$  ao longo dos eixos curvilíneos  $\eta$  e  $\gamma$  podem ser determinadas de modo semelhante por meio das equações:

$$\Delta L_\eta = \sqrt{(x_\eta)^2 + (y_\eta)^2 + (z_\eta)^2} \Delta \eta \quad (2.33)$$

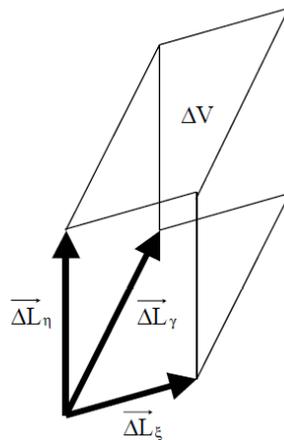
$$\Delta L_\xi = \sqrt{(x_\xi)^2 + (y_\xi)^2 + (z_\xi)^2} \Delta \xi \quad (2.34)$$

sendo  $\Delta L_\eta$  o comprimento elementar ao longo do eixo curvilíneo  $\eta$  e  $\Delta L_\xi$  é o comprimento elementar ao longo do eixo curvilíneo  $\xi$ .

### 2.8.3 Sistemas de coordenadas generalizadas curvilíneas: Volumes elementares

Sejam três vetores com deslocamentos elementares dados respectivamente por  $\Delta L_\xi$ ,  $\Delta L_\eta$  e  $\Delta L_\gamma$  em coordenadas cartesianas. O módulo do produto misto entre esses vetores tem a interpretação geométrica do volume elementar  $\Delta V$  do paralelepípedo cujas arestas são os três vetores acima mencionados. A Figura 2.6 mostra essa situação.

**Figura 2.6** - Paralelepípedo de volume elementar  $\Delta V$  com arestas  $\overrightarrow{\Delta L_\xi}$ ,  $\overrightarrow{\Delta L_\eta}$  e  $\overrightarrow{\Delta L_\gamma}$ .



Fonte: Silva (2007).

O volume elementar do paralelepípedo pode ser determinado como sendo

$$\Delta V = |\overrightarrow{\Delta L_\xi} \cdot (\overrightarrow{\Delta L_\eta} \times \overrightarrow{\Delta L_\gamma})| \quad (2.35)$$

A Equação (2.35) é o produto misto entre os três vetores. Este produto pode ser determinado por meio do determinante, onde cada linha é composta pelos elementos das componentes cartesianas de cada vetor. Rearranjando os elementos do determinante de maneira conveniente, tem-se (SILVA et al., 2009a; MALISKA, 2004; FARIAS et al., 2015; ARAÚJO, 2018).

$$\Delta V = \begin{vmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\gamma \\ y_\xi & y_\eta & y_\gamma \\ z_\xi & z_\eta & z_\gamma \end{vmatrix} \Delta\xi \Delta\eta \Delta\gamma \quad (2.36)$$

O determinante da Equação (2.36) é identificado como o inverso do Jacobiano. Então, a expressão para o volume pode ser reescrita como:

$$\Delta V = \frac{1}{J} \Delta\xi \Delta\eta \Delta\gamma \quad (2.37)$$

e  $\Delta\xi \Delta\eta \Delta\gamma$  pode ser definido como o volume no domínio transformado. Informações mais detalhadas sobre o jacobiano ( $J$ ) de uma transformação podem ser encontradas em Maliska (2004), Silva (2007) e Araújo (2018).

De acordo com Farias (2011), uma interpretação geométrica importante pode ser extraída das Equações (2.35) e (2.37). Frequentemente, as linhas  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\gamma$  no domínio transformado são identificados por inteiros consecutivos e, portanto,  $\Delta\xi$ ,  $\Delta\eta$  e  $\Delta\gamma$  são iguais a unidade em todas as equações que eles aparecem. Assim, pode-se constatar que o inverso do jacobiano representa o valor da área ou do volume no domínio físico, para os casos bi ou tridimensionais, respectivamente.

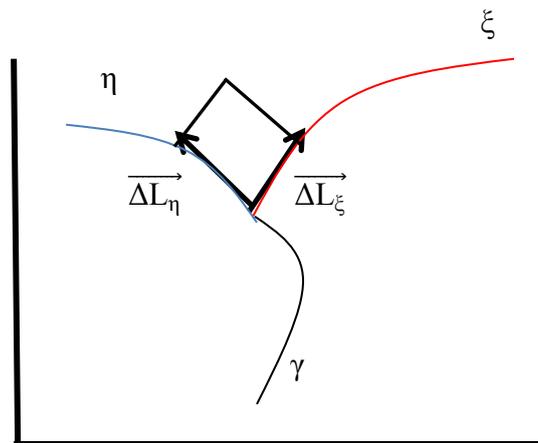
Maliska (2004) calcula volumes e áreas quando os vetores estão dispostos sobre os eixos curvilíneos e localizados na origem, ou seja, são os lados ou arestas das figuras geométricas. Então, a intersecção dos vetores elementares que definem a região de interesse a ser trabalhada coincide com o cruzamento das linhas que delimitam a referida região, tornando-a uma figura regular. Desse modo, para o caso de áreas, o quadrilátero está localizado no plano físico  $xy$ , que por sua vez coincide com o plano transformado. Farias (2011), generalizou esses cálculos para uma figura irregular qualquer, e desenvolveu uma

modelagem matemática que possibilita o cálculo do volume ou da área de corpos com qualquer forma geométrica.

### 2.8.4 Sistemas de coordenadas generalizadas curvilíneas: Áreas elementares

A Figura 2.7 mostra a área elementar  $\Delta S$  definida pelos vetores  $\overrightarrow{\Delta L_\xi}$  e  $\overrightarrow{\Delta L_\eta}$ .

**Figura 2.7** - Área elementar  $\Delta S$  definida pelos vetores  $\overrightarrow{\Delta L_\xi}$  e  $\overrightarrow{\Delta L_\eta}$ .



Fonte: Silva (2007)

Dados dois vetores quaisquer no plano, o módulo do produto vetorial entre eles é a área delimitada por esses dois vetores. A Figura 2.7 mostra como se calcular o valor de uma área elementar definida pelos vetores  $\overrightarrow{\Delta L_\xi}$  e  $\overrightarrow{\Delta L_\eta}$ . Nesse caso, as coordenadas  $(\xi, \eta)$  e  $(x, y)$  se encontram no mesmo plano vertical.

A área é calculada pela expressão do produto vetorial entre  $\overrightarrow{\Delta L_\xi}$  e  $\overrightarrow{\Delta L_\eta}$ . Assim:

$$\Delta S = |\overrightarrow{\Delta L_\xi} \times \overrightarrow{\Delta L_\eta}| \tag{2.38}$$

Então:

$$\Delta S = (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \Delta \xi \Delta \eta \tag{2.39}$$

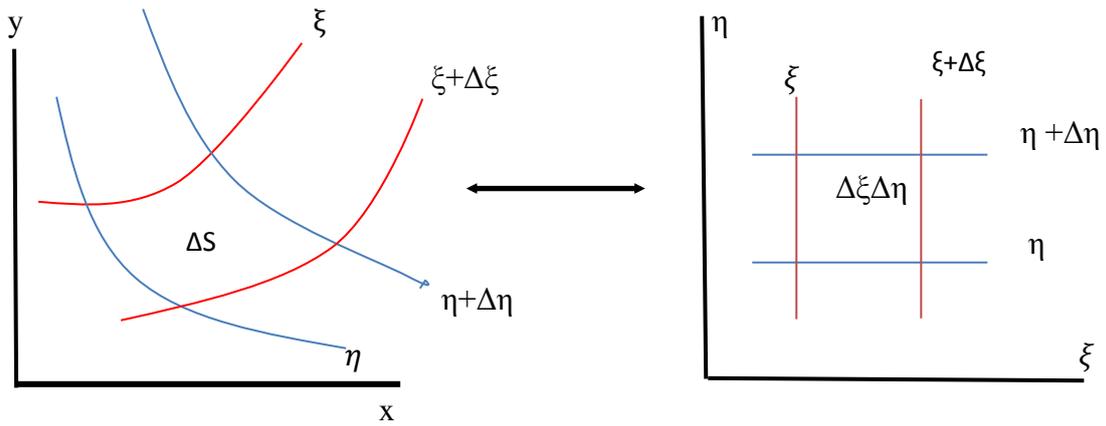
O termo entre parêntesis é o inverso do Jacobiano J para o caso bidimensional.

Logo:

$$\Delta S = \frac{1}{J} \Delta \xi \Delta \eta \quad (2.40)$$

onde  $\Delta \xi \Delta \eta$  é a área do domínio transformado. A área definida no domínio físico e área correspondente no domínio transformado podem ser vistas na Figura 2.8.

**Figura 2.8** – (a) área  $\Delta S$  no domínio físico; (b) área  $\Delta \xi \Delta \eta$  no domínio transformado.



Fonte: Silva (2007).

## **CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS**

Este capítulo está dividido em duas partes. Na primeira, será apresentada a modelagem matemática e na segunda parte será abordada a metodologia experimental. A modelagem matemática envolve os modelos para o desenvolvimento de ferramentas para a simulação da transferência de calor no processo de pasteurização da polpa de manga (*Mangifera Indica L*), acondicionada em recipientes de inox com seção transversal de forma elíptica. A modelagem da equação de difusão será feita usando coordenadas generalizadas curvilíneas tridimensionais.

Na metodologia experimental, são descritos os equipamentos e procedimentos experimentais que foram realizados com o auxílio de um pasteurizador para obtenção da distribuição de temperatura nos produtos durante o processo de transferência de calor. A influência do processo de pasteurização sobre as características físico-química e microbiológica da polpa de fruta, também foi avaliada.

### **PARTE A - MODELAGEM MATEMÁTICA**

#### **3.1 Aspectos gerais**

As coordenadas generalizadas curvilíneas podem ser usadas quando se tem problemas físicos que não envolvem geometrias simples, tais como as retangulares, esféricas, cilíndricas, dentre outras.

Uma das principais vantagens das coordenadas generalizadas é que elas podem ser ajustadas aos contornos do domínio que se quer estudar. É possível passar de um sistema, por exemplo, o de coordenadas retangulares para outro sistema de coordenadas mais genérico e vice versa. Neste capítulo, serão apresentados, modelos matemáticos que serão utilizados no desenvolvimento de ferramentas que serão necessárias para a simulação computacional da transferência de calor em sólidos com geometria elíptica.

Quando os processos de transporte como, por exemplo, de massa e energia, ocorrem em uma região de domínio físico irregular é necessário transformá-la em uma

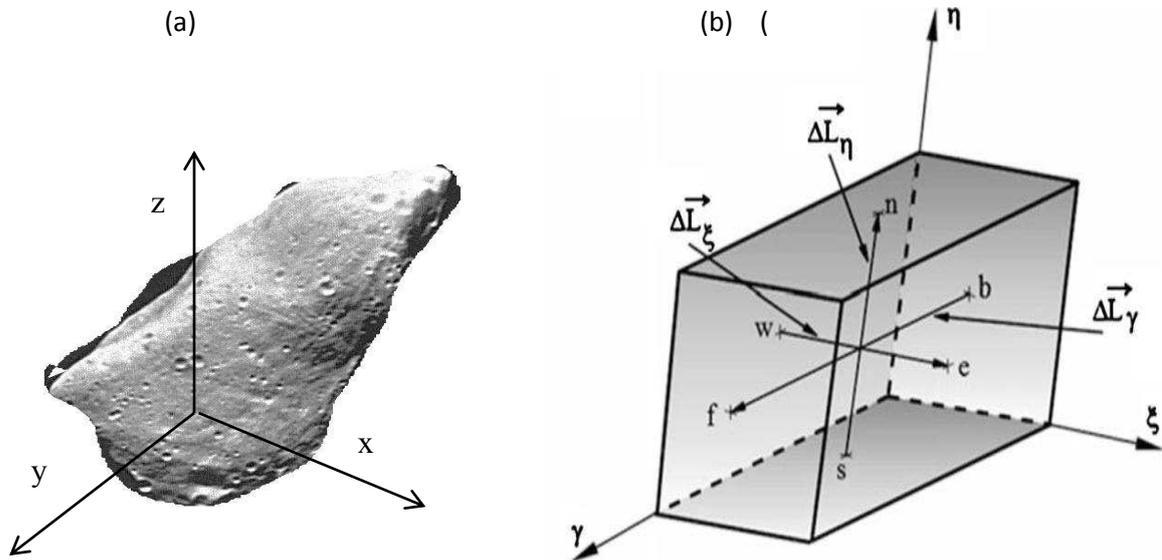
figura regular no domínio computacional, com o objetivo de simplificar a solução numérica (RONZANI e NIECKELE, 1995).

Por exemplo, qualquer que seja a geometria irregular no domínio físico, para o caso tridimensional, sua representação no domínio computacional será sempre um paralelepípedo.

Isto implica em se dizer que independente de quais sejam as geometrias, elas têm um mesmo domínio computacional, sendo essa, segundo Maliska (2004), uma grande vantagem no uso de coordenadas generalizadas curvilíneas.

A Figura 3.1 mostra um sólido de geometria arbitrária no domínio físico, parte (a) e sua representação no domínio computacional (transformado), parte (b).

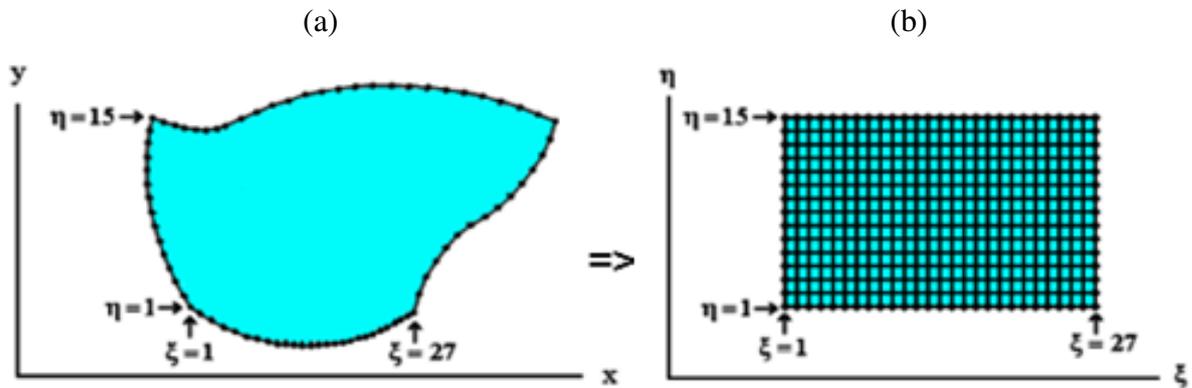
**Figura 3.1** - Elementos de volume  $\Delta V$  (a) no domínio real; (b) no domínio transformado. Destaque para os vetores leste-oeste, frente-trás e norte-sul.



Fonte: Adaptação de Farias et.al., (2015).

A Figura 3.2 mostra uma malha bidimensional no domínio físico (real) e a sua correspondente no domínio transformado (computacional).

**Figura 3.2** (a) – Malha no domínio físico (real); (b) – Malha no domínio transformado (computacional).

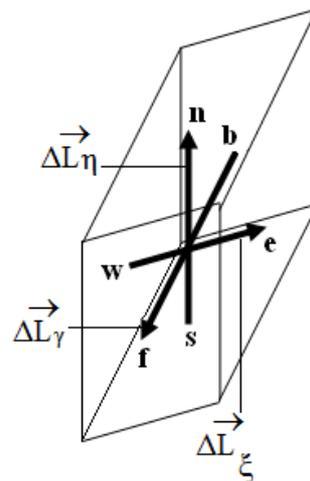


Fonte: Silva (2007).

### 3.2 Volume definido pelo produto misto entre vetores elementares sobre eixos curvilíneos: interseção dos vetores no ponto nodal

Para generalizar o cálculo de volume, considere a situação mostrada na Figura 3.3, em que vetores que definem o volume se originam do ponto médio de uma das faces e sua extremidade está localizada na face oposta.

**Figura 3.3** - Volume de controle no domínio transformado mostrando os vetores elementares  $\vec{\Delta L}_\xi$ ,  $\vec{\Delta L}_\eta$  e  $\vec{\Delta L}_\gamma$  que se interceptam no ponto nodal.



Fonte: Farias (2011).

As faces do paralelepípedo da Figura 3.3 podem estar localizadas em planos situados em qualquer local do espaço. A mesma figura mostra também, que os vetores

que definem o volume se originam do ponto médio de uma das faces e terminam no ponto médio da face oposta. Para tais situações, a figura geométrica no domínio físico pode ser regular ou irregular, e é possível se determinar áreas e volumes, independentemente da sua forma no domínio físico.

De acordo com Silva (2007), nas respectivas direções dos eixos curvilíneos  $\xi$ ,  $\eta$ , e  $\gamma$ , os vetores elementares são definidos pelas expressões:

$$\vec{\Delta L}_\xi = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \vec{i} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \vec{j} + \frac{\partial z}{\partial \xi} \vec{k} \right) \Delta \xi \quad (\text{oeste-leste}) \quad (3.1)$$

$$\vec{\Delta L}_\eta = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \vec{i} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \vec{j} + \frac{\partial z}{\partial \eta} \vec{k} \right) \Delta \eta \quad (\text{sul-norte}) \quad (3.2)$$

$$\vec{\Delta L}_\gamma = \left( \frac{\partial x}{\partial \gamma} \vec{i} + \frac{\partial y}{\partial \gamma} \vec{j} + \frac{\partial z}{\partial \gamma} \vec{k} \right) \Delta \gamma \quad (\text{trás-frente}) \quad (3.3)$$

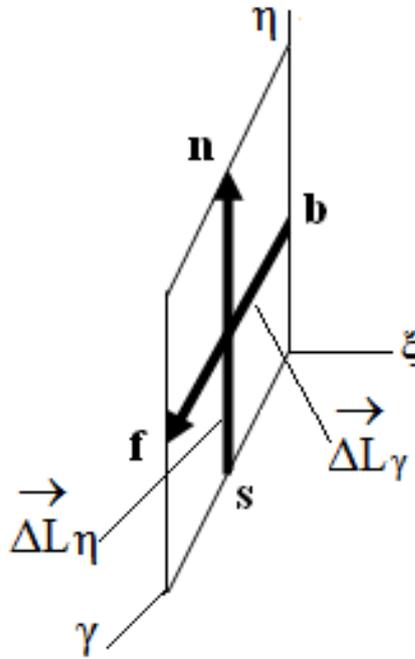
Deve-se destacar que o produto misto entre três vetores elementares  $\Delta L_\xi$ ,  $\Delta L_\eta$  e  $\Delta L_\gamma$  (vetores deslocamentos sobre os eixos curvilíneos  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\gamma$ ) é interpretado como o volume elementar ( $\Delta V$ ) do sólido definido por esses três vetores (SILVA, 2007).

$$\Delta V = \left| \vec{\Delta L}_\xi \cdot (\vec{\Delta L}_\eta \times \vec{\Delta L}_\gamma) \right| \quad (3.4)$$

### 3.3 Área definida pelo produto vetorial entre vetores elementares sobre eixos curvos: interseção dos vetores no ponto nodal

A área de uma figura geométrica plana qualquer, é determinada observando-se o quadrilátero situado no plano transformado definido pelas linhas  $\eta$  e  $\gamma$  (Figura 3.4).

**Figura 3.4** - Quadrilátero de área elementar  $\Delta S$  no plano transformado  $\eta \gamma$  : módulo do produto vetorial dos vetores  $\vec{\Delta L}_\eta$  e  $\vec{\Delta L}_\gamma$  que se cruzam no centro do plano.



Fonte: Silva (2007)

A área ( $\Delta S$ ) do quadrilátero da Figura 3.4 é definida pelos vetores elementares  $\vec{\Delta L}_\eta$  e  $\vec{\Delta L}_\gamma$ , localizados no centro da figura geométrica e se cruzam no centro do plano. Tais vetores são definidos pelas expressões:

$$\vec{\Delta L}_\eta = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial \eta} \mathbf{k} \right) \Delta \eta \quad (\text{sul - norte}) \quad (3.5)$$

$$\vec{\Delta L}_\gamma = \left( \frac{\partial x}{\partial \gamma} \mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial \gamma} \mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial \gamma} \mathbf{k} \right) \Delta \gamma \quad (\text{atrás-frente}) \quad (3.6)$$

Segundo Beer e Johnston (1990), a área de qualquer quadrilátero, localizado em qualquer local do espaço, definidos por linhas  $\eta$  e  $\gamma$ , é igual ao módulo do produto vetorial dos vetores elementares definidos pelas expressões (3.5) e (3.6).

Sendo assim:

$$\vec{\Delta L}_\eta \times \vec{\Delta L}_\gamma = (y_\eta z_\gamma - z_\eta y_\gamma) \Delta \eta \Delta \gamma \vec{i} + (z_\eta x_\gamma - x_\eta z_\gamma) \Delta \eta \Delta \gamma \vec{j} + (x_\eta y_\gamma - y_\eta x_\gamma) \Delta \eta \Delta \gamma \vec{k} \quad (3.7)$$

Então, a área ( $\Delta S$ ) do quadrilátero é dada por:

$$\Delta S = \left| \vec{\Delta L}_\eta \times \vec{\Delta L}_\gamma \right| \quad (3.8)$$

A expressão final para o cálculo da área ( $\Delta S$ ) é:

$$\Delta S = \sqrt{(y_\eta z_\gamma - z_\eta y_\gamma)^2 + (z_\eta x_\gamma - x_\eta z_\gamma)^2 + (x_\eta y_\gamma - y_\eta x_\gamma)^2} \Delta \eta \Delta \gamma \quad (3.9)$$

É importante ressaltar que, independentemente do sistema de coordenadas que se use, os conceitos físicos não se modificam, isto quer dizer que, ao se mudar o sistema de referencia, o fenômeno físico em questão continua sendo o mesmo. As mudanças ocorrem somente na formulação matemática. Observa-se que o volume de uma figura geométrica continua sendo interpretado pelo módulo do produto misto dos três vetores elementares que a definem, enquanto que a área de um quadrilátero é definida como sendo o módulo do produto vetorial entre os dois vetores elementares que a definem. Isto ocorre tanto no sistema físico como no sistema transformado (Farias, 2011).

### 3.4 – Fluxo de uma grandeza $\vec{G}$

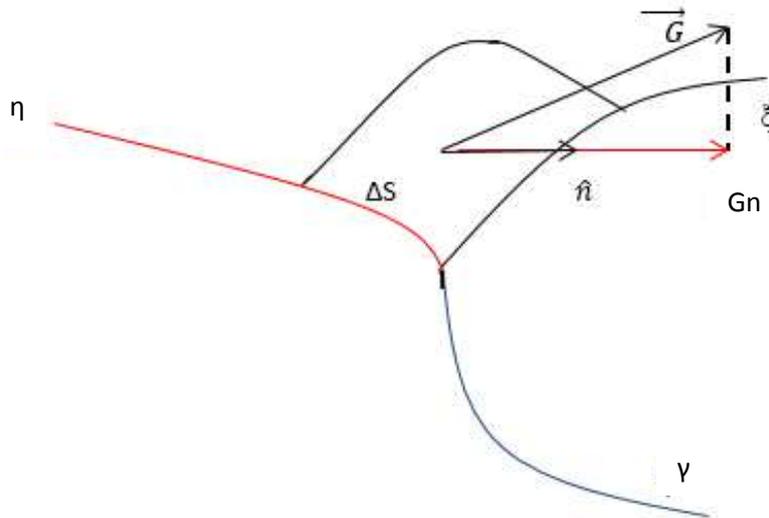
O fluxo  $\phi'$  de uma grandeza vetorial através de uma área elementar  $\Delta S$  é definido pela expressão:

$$\phi' = \int_{\Delta S} \vec{G} \cdot \vec{n} dS \quad (3.10)$$

onde  $\vec{n}$  é o vetor unitário perpendicular a  $\Delta S$ .

A equação (3.10) que representa o fluxo de uma grandeza através de uma área, também pode ser utilizada para sistemas de coordenadas generalizadas curvilíneas. A Figura 3.5 mostra uma área curva que está localizada na superfície definida pelas linhas  $\eta$  e  $\xi$ , e onde a linha  $\gamma$  é mantida constante. Podem ser observados na mesma figura, o vetor que representa o fluxo da grandeza ( $\vec{G}$ ), e sua componente na direção normal ( $G_n$ ).

**Figura 3.5** - Área situada na superfície definida pelas linhas  $\eta$  e  $\xi$  ( $\gamma = \text{cte}$ ); fluxo da grandeza  $\vec{G}$  e a sua componente na direção normal,  $G_n$ .



Fonte: Silva (2007).

Na Figura 3.5 pode ser observado que a projeção do vetor  $\vec{G}$  na direção normal  $\hat{n}$  é perpendicular ao plano definido pelas linhas  $\eta$  e  $\xi$  e é dada pela seguinte expressão:

$$G_n = \vec{G} \cdot \hat{n} \quad (3.11)$$

A Equação (3.11) é o fluxo por unidade de área e  $\hat{n}$  é o vetor unitário perpendicular à área. Então:

$$\varphi'' = G_n = \vec{G} \cdot \hat{n} \quad (3.12)$$

O fluxo da grandeza  $\vec{G}$  para uma área elementar  $\Delta S$  pode ser determinado pela expressão:

$$\phi' = \phi'' \Delta S = \vec{G} \cdot \hat{n} \Delta S \quad (3.13)$$

A componente  $G_n$ , perpendicular à área, é o fluxo difusivo por unidade de área, da grandeza definida pela variável  $\Phi$  e que é dada pela equação:

$$G_n = \phi'' = -\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \quad (3.14)$$

Logo, o fluxo por difusão da grandeza  $\Phi$  através de uma área elementar  $\Delta S$  pode ser reescrito como sendo:

$$\phi' = -\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \Delta S \quad (3.15)$$

### 3.5 – Métricas de uma transformação

A Figura 3.6 (a) mostra uma malha bidimensional no domínio físico (domínio real), onde o contorno é conhecido, com destaque para volume de controle que contém o ponto nodal P. Na Figura 3.6b aparece a representação da malha no domínio computacional.

As métricas para o ponto nodal **P** são dadas pelas expressões:

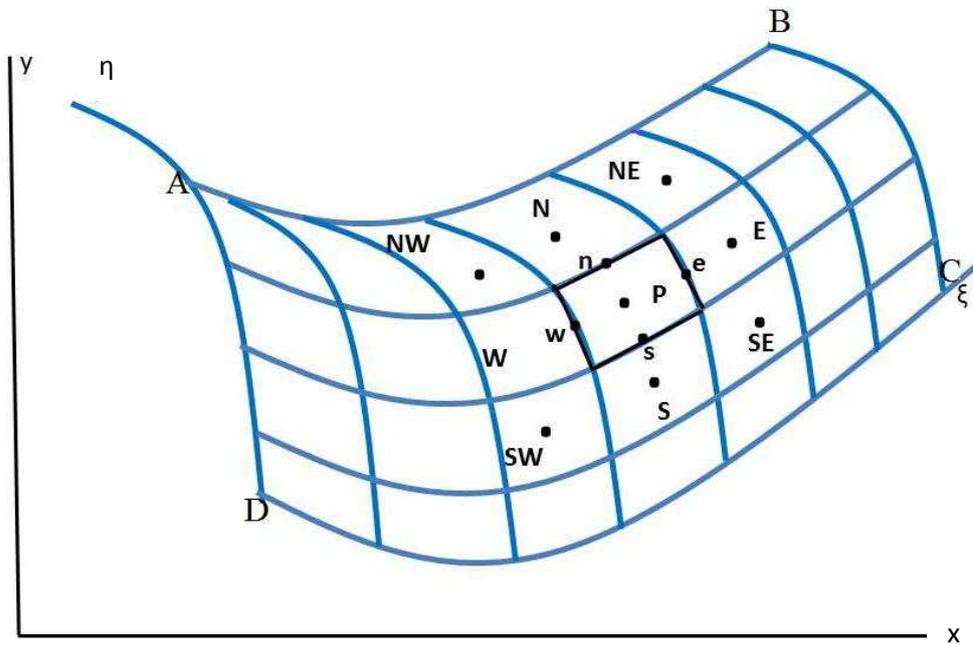
$$x_\xi^P = \frac{x_e - x_w}{\Delta \xi} \quad (3.16)$$

$$x_\eta^P = \frac{x_n - x_s}{\Delta \eta} \quad (3.17)$$

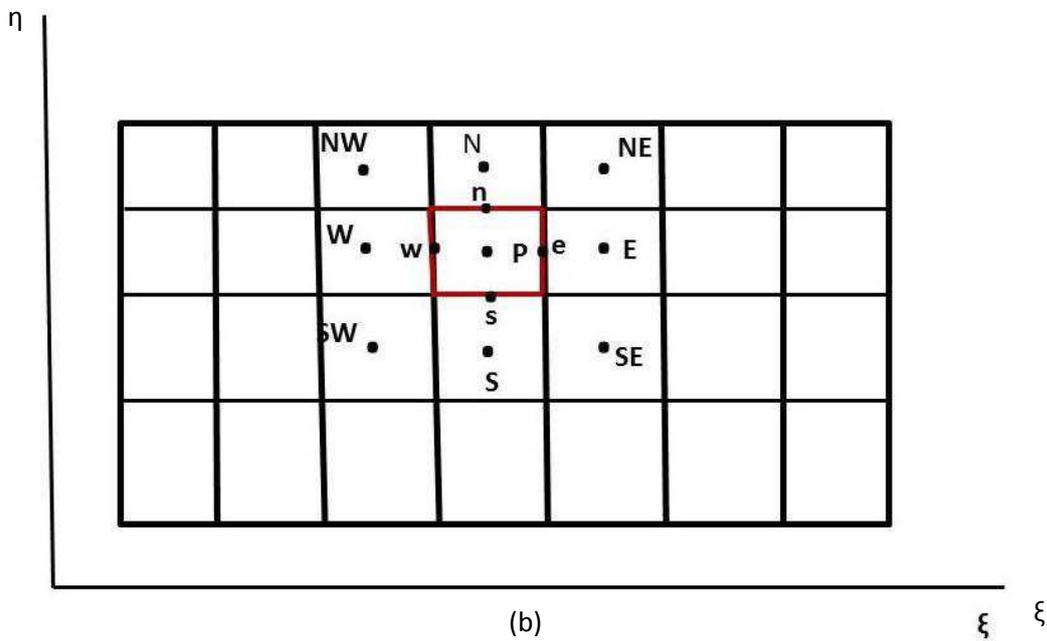
$$y_\xi^P = \frac{y_e - y_w}{\Delta \xi} \quad (3.18)$$

$$y_\eta^P = \frac{y_n - y_s}{\Delta \eta} \quad (3.19)$$

**Figura 3.6** – (a) Malha no domínio físico destacando o ponto nodal **P** e suas fronteiras.  
 (b) Representação da malha no domínio computacional.



(a)



(b)

Fonte: Adaptação de Silva (2007)

Em relação a fronteira leste (**e**), as métricas são definidas pelas equações:

$$x_{\xi}^e = \frac{x_E - x_P}{\Delta \xi} \quad (3.20)$$

$$x_{\eta}^e = \frac{x_A - x_B}{\Delta \eta} \quad (3.21)$$

$$y_{\xi}^e = \frac{y_E - y_P}{\Delta \xi} \quad (3.22)$$

$$y_{\eta}^e = \frac{y_A - y_B}{\Delta \eta} \quad (3.24)$$

Da Figura 3.6 é possível determinar as expressões para as métricas ao norte, ao sul e a oeste, com relação ao volume de controle destacado.

### 3.6 Equação de difusão em coordenadas generalizadas curvilíneas

A Equação (2.2) é usada para descrever um problema puramente difusivo na forma diferencial. Na forma cartesiana ela pode ser escrita como:

$$\frac{\partial(\lambda \Phi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + S \Phi \quad (3.25)$$

Que ainda pode ser reescrita como sendo

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = S \Phi \quad (3.26)$$

onde

$$Q = \lambda \Phi \quad (3.27)$$

$$E = -\Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (3.28)$$

$$F = -\Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (3.29)$$

$$G = -\Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3.30)$$

A equação (3.25) é a equação de difusão tridimensional no domínio físico, escrita em coordenadas cartesianas. Nas equações (3.25) a (3.30) as variáveis independentes são  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $t$ , enquanto que a grandeza genérica  $\Phi$  é a variável dependente. No domínio transformado as variáveis independentes são  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\gamma$  e o tempo  $\tau$ . Para expressar a equação de conservação neste domínio se faz necessário o uso de relações de transformações dadas pelas métricas de transformação. Detalhes sobre essas métricas são encontradas em Silva (2007) e Maliska (2004).

Feitas as transformações necessárias e após o uso de diversos artifícios matemáticos, chega-se a equação de difusão em coordenadas generalizadas 3D em domínio arbitrário:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\lambda \Phi}{J} \right) &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \left( \alpha_{11} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \alpha_{12} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \alpha_{13} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right) J \Gamma \Phi \right] + \\ &\frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \left( \alpha_{21} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \alpha_{22} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \alpha_{23} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right) J \Gamma \Phi \right] + \\ &\frac{\partial}{\partial \gamma} \left[ \left( \alpha_{31} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \alpha_{32} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \alpha_{33} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right) J \Gamma \Phi \right] + \frac{S \Phi}{J} \end{aligned} \quad (3.31)$$

onde

$$\alpha_{11} = \frac{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{J^2} \quad (3.32)$$

$$\alpha_{22} = \frac{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2}{J^2} \quad (3.33)$$

$$\alpha_{33} = \frac{\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2}{J^2} \quad (3.34)$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z}{J^2} \quad (3.35)$$

$$\alpha_{13} = \alpha_{31} = \frac{\xi_x \gamma_x + \xi_y \gamma_y + \xi_z \gamma_z}{J^2} \quad (3.36)$$

$$\alpha_{23} = \alpha_{32} = \frac{\eta_x \gamma_x + \eta_y \gamma_y + \eta_z \gamma_z}{J^2} \quad (3.37)$$

Os termos que contém  $\alpha_{ij}$ , sendo  $i$  diferente de  $j$ , são termos difusivos provenientes da não-ortogonalidade da malha. O jacobiano  $J$  que aparece nas Equações (3.31 a 3.37) foi definido no capítulo 2. Os termos  $\alpha_{ij}$  são definidos pelas métricas de transformação também vistas no capítulo 2. Feitas estas observações, pode-se concluir então, que a equação (3.31) já pode ser discretizada.

### 3.7 Equação de difusão discretizada

O método empregado na discretização das equações foi o método de volumes finitos (MVF). Este método consiste em dividir o domínio estudado em um número finito de subdomínios de volumes elementares denominados volumes de controle que satisfazem a conservação da propriedade em questão em nível desses volumes elementares. Estes volumes de controle são representados por um ponto nodal  $P$ .

No MVF a equação que representa o fenômeno físico é discretizada quando se integra todos os termos dessa equação sobre cada volume de controle, no espaço e no tempo.

A solução resultante implica que a conservação da grandeza em questão é satisfeita em qualquer volume de controle e conseqüentemente em todo domínio físico

(SILVA, 2007; SILVA, et al., 2009a; MALISKA, 2004; COSTA, 2015; ARAÚJO, 2018).

A formulação utilizada foi a totalmente implícita, onde a variável  $\Phi$  de todos os volumes de controle é avaliada no instante de interesse. Com o uso da formulação totalmente implícita a solução obtida torna-se incondicionalmente estável para qualquer intervalo de tempo. Daí a justificativa para o seu uso.

### 3.7.1 Integrando as equações

Substituindo a equação do termo fonte da Equação (3.39) na Equação (3.31) e integrando no espaço e no tempo para um volume de controle com dimensões elementares  $\Delta\xi\Delta\eta\Delta\gamma$ , com ponto nodal P, em um intervalo de tempo  $\Delta\tau$ , tem-se a equação:

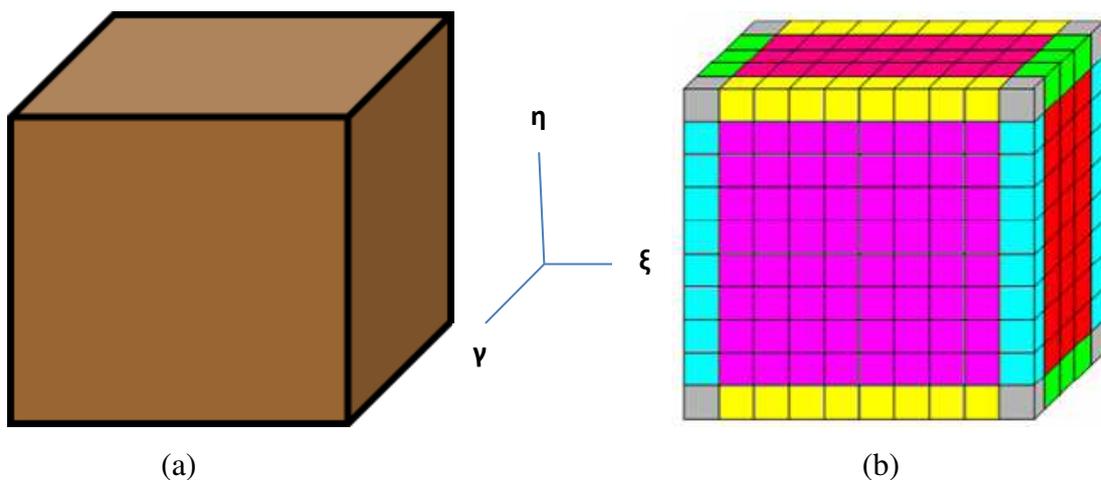
$$\begin{aligned}
\frac{\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0}{J_P} \frac{\Delta\xi\Delta\eta\Delta\gamma}{\Delta\tau} = & \alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right|_e + \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right|_e + \\
& \alpha_{13e} J_e \Gamma_e^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\gamma} \right|_e - \alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right|_w - \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right|_w - \\
& \alpha_{13w} J_w \Gamma_w^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\gamma} \right|_w + \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right|_n + \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right|_n + \\
& \alpha_{23n} J_n \Gamma_n^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\gamma} \right|_n - \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right|_s - \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right|_s - \\
& \alpha_{23s} J_s \Gamma_s^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\gamma} \right|_s + \alpha_{31f} J_f \Gamma_f^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right|_f + \alpha_{32f} J_f \Gamma_f^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right|_f + \\
& \alpha_{33f} J_f \Gamma_f^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\gamma} \right|_f - \alpha_{31b} J_b \Gamma_b^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right|_b - \alpha_{32b} J_b \Gamma_b^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\eta} \right|_b - \\
& \alpha_{33b} J_b \Gamma_b^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left. \frac{\partial\Phi}{\partial\gamma} \right|_b + \frac{S_P \Phi_P}{J_P} \Delta\xi\Delta\eta\Delta\gamma + \frac{S_C}{J_P} \Delta\xi\Delta\eta\Delta\gamma \tag{3.42}
\end{aligned}$$

Na equação (3.42), o sobrescrito zero informa que o termo deve ser avaliado no tempo anterior ao tempo de interesse, enquanto que os termos sem sobrescrito implicam que são avaliados no tempo de interesse. Ainda com relação à Equação (3.42), os subscritos “e”, “w”, “n”, “s”, “f” e “b” significam, respectivamente, as faces leste, oeste, norte, sul, frente e atrás de um volume de controle considerado, enquanto P é o ponto nodal deste volume.

Para resolver a Equação (3.42), é necessário definir os volumes de controle para os quais são calculadas as derivadas. Desse modo, o domínio transformado tridimensional é dividido numa malha, na qual os volumes de controle são diferenciados uns dos outros pela localização na referida malha (Farias 2011). Cada volume de controle tem certo número de faces em contato com o meio externo e é exatamente esse detalhe que os diferencia.

A Figura 3.7 mostra o domínio transformado contínuo e os vinte e sete tipos distintos de volume de controle posicionados diferentemente em uma malha tridimensional do domínio transformado discretizado.

**Figura 3.7** – (a) Domínio transformado contínuo e (b) Malha tridimensional mostrando 27 volumes de controle distintos quanto à localização no domínio transformado discretizado.

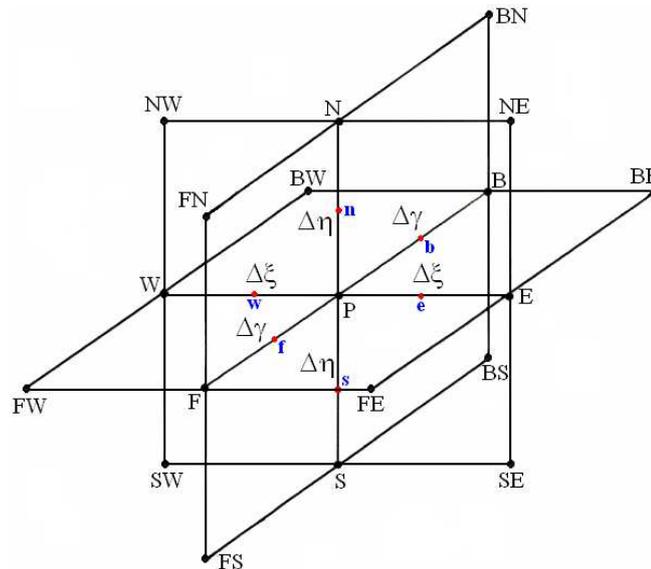


Fonte: Silva et al. (2012)

Na Figura 3.8 é possível observar as distinções entre os volumes de controle. Alguns volumes de controle (vértices do domínio) têm três faces em contato com o meio, são os volumes de cor cinza. Os volumes de controle de cor amarela, verde e azul possuem duas faces em contato com o meio (arestas do domínio). Os volumes de controle localizados nas fronteiras do domínio têm apenas uma de suas faces em contato com o exterior, são os volumes de cores vermelhos e rosas. Já os volumes de controle internos não apresentam nenhuma face em contato com o meio.

A Figura 3.8 mostra as conexões entre o ponto nodal P seus vizinhos.

**Figura 3.8** – Ponto nodal e sua vizinhança no volume de controle interno elementar.



Fonte: Farias (2011)

Para o caso tridimensional, observa-se na mesma figura que o volume de controle interno, caracterizado pelo ponto nodal P, está conectado a dezoito volumes de controles, gerando uma matriz com estrutura de dezenove diagonais.

### 3.7.2 Derivadas dos volumes de controle internos

As derivadas nos volumes de controle internos podem ser diretas e cruzadas. Para uma formulação totalmente implícita, as derivadas diretas da Equação (3.42) são dadas pelas expressões:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_e = \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta \xi} \quad (3.43)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_w = \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta \xi} \quad (3.44)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_n = \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta \eta} \quad (3.45)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_s = \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta \eta} \quad (3.46)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_f = \frac{\Phi_F - \Phi_P}{\Delta \gamma} \quad (3.47)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_b = \frac{\Phi_P - \Phi_B}{\Delta \gamma} \quad (3.48)$$

As derivadas cruzadas são:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_e = \frac{\frac{\Phi_N + \Phi_{NE}}{2} - \frac{\Phi_S + \Phi_{SE}}{2}}{2 \Delta \eta} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_e = \frac{\Phi_N + \Phi_{NE} - \Phi_S - \Phi_{SE}}{4 \Delta \eta} \quad (3.49)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_w = \frac{\frac{\Phi_N + \Phi_{NW}}{2} - \frac{\Phi_S + \Phi_{SW}}{2}}{2 \Delta \eta} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_w = \frac{\Phi_N + \Phi_{NW} - \Phi_S - \Phi_{SW}}{4 \Delta \eta} \quad (3.50)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_f = \frac{\frac{\Phi_N + \Phi_{FN}}{2} - \frac{\Phi_S + \Phi_{FS}}{2}}{2 \Delta \eta} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_f = \frac{\Phi_N + \Phi_{FN} - \Phi_S - \Phi_{FS}}{4 \Delta \eta} \quad (3.51)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_{\mathbf{b}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{N}} + \Phi_{\mathbf{BN}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{S}} + \Phi_{\mathbf{BS}}}{2}}{2\Delta\eta} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_{\mathbf{b}} = \frac{\Phi_{\mathbf{N}} + \Phi_{\mathbf{BN}} - \Phi_{\mathbf{S}} - \Phi_{\mathbf{BS}}}{4\Delta\eta} \quad (3.52)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\mathbf{n}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{E}} + \Phi_{\mathbf{NE}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{W}} + \Phi_{\mathbf{NW}}}{2}}{2\Delta\xi} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\mathbf{n}} = \frac{\Phi_{\mathbf{E}} + \Phi_{\mathbf{NE}} - \Phi_{\mathbf{W}} - \Phi_{\mathbf{NW}}}{4\Delta\xi} \quad (3.53)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\mathbf{s}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{E}} + \Phi_{\mathbf{SE}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{W}} + \Phi_{\mathbf{sw}}}{2}}{2\Delta\xi} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\mathbf{s}} = \frac{\Phi_{\mathbf{E}} + \Phi_{\mathbf{SE}} - \Phi_{\mathbf{W}} - \Phi_{\mathbf{sw}}}{4\Delta\xi} \quad (3.54)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\mathbf{f}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{E}} + \Phi_{\mathbf{FE}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{W}} + \Phi_{\mathbf{FW}}}{2}}{2\Delta\xi} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\mathbf{f}} = \frac{\Phi_{\mathbf{E}} + \Phi_{\mathbf{FE}} - \Phi_{\mathbf{W}} - \Phi_{\mathbf{FW}}}{4\Delta\xi} \quad (3.55)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\mathbf{b}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{E}} + \Phi_{\mathbf{BE}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{W}} + \Phi_{\mathbf{BW}}}{2}}{2\Delta\xi} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\mathbf{b}} = \frac{\Phi_{\mathbf{E}} + \Phi_{\mathbf{BE}} - \Phi_{\mathbf{W}} - \Phi_{\mathbf{BW}}}{4\Delta\xi} \quad (3.56)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_{\mathbf{e}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{F}} + \Phi_{\mathbf{FE}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{B}} + \Phi_{\mathbf{BE}}}{2}}{2\Delta\gamma} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_{\mathbf{e}} = \frac{\Phi_{\mathbf{F}} + \Phi_{\mathbf{FE}} - \Phi_{\mathbf{B}} - \Phi_{\mathbf{BE}}}{4\Delta\gamma} \quad (3.57)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_{\mathbf{w}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{F}} + \Phi_{\mathbf{FW}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{B}} + \Phi_{\mathbf{BW}}}{2}}{2\Delta\gamma} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_{\mathbf{w}} = \frac{\Phi_{\mathbf{F}} + \Phi_{\mathbf{FW}} - \Phi_{\mathbf{B}} - \Phi_{\mathbf{BW}}}{4\Delta\gamma} \quad (3.58)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_{\mathbf{n}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{F}} + \Phi_{\mathbf{FN}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{B}} + \Phi_{\mathbf{BN}}}{2}}{2\Delta\gamma} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_{\mathbf{n}} = \frac{\Phi_{\mathbf{F}} + \Phi_{\mathbf{FN}} - \Phi_{\mathbf{B}} - \Phi_{\mathbf{BN}}}{4\Delta\gamma} \quad (3.59)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_{\mathbf{s}} = \frac{\frac{\Phi_{\mathbf{F}} + \Phi_{\mathbf{FS}}}{2} - \frac{\Phi_{\mathbf{B}} + \Phi_{\mathbf{BS}}}{2}}{2\Delta\gamma} \Rightarrow \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right|_{\mathbf{s}} = \frac{\Phi_{\mathbf{F}} + \Phi_{\mathbf{FS}} - \Phi_{\mathbf{B}} - \Phi_{\mathbf{BS}}}{4\Delta\gamma} \quad (3.60)$$

### 3.7.3 Forma discretizada da equação de difusão para volumes internos (formulação totalmente implícita)

Substituindo as equações (3.43) a (3.60) na equação (3.42), e dividindo a equação encontrada por  $\Delta\tau$ , obtêm-se a equação de difusão na forma discretizada:

$$\begin{aligned}
\frac{\lambda_p \Phi_p}{J_p} \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\tau} &= \alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta\xi} \right) + \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_N + \Phi_{NE} - \Phi_S - \Phi_{SE}}{4\Delta\eta} \right) + \\
&+ \alpha_{13e} J_e \Gamma_e^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_F + \Phi_{FE} - \Phi_B - \Phi_{BE}}{4\Delta\gamma} \right) - \alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta\xi} \right) - \\
&- \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_N + \Phi_{NW} - \Phi_S - \Phi_{SW}}{4\Delta\eta} \right) - \alpha_{13w} J_w \Gamma_w^\Phi \Delta\eta\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_F + \Phi_{FW} - \Phi_B - \Phi_{BW}}{4\Delta\gamma} \right) + \\
&+ \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_E + \Phi_{NE} - \Phi_W - \Phi_{NW}}{4\Delta\xi} \right) + \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta\eta} \right) + \\
&+ \alpha_{23n} J_n \Gamma_n^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_F + \Phi_{FN} - \Phi_B - \Phi_{BN}}{4\Delta\gamma} \right) - \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_E + \Phi_{SE} - \Phi_W - \Phi_{SW}}{4\Delta\xi} \right) - \\
&- \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta\eta} \right) - \alpha_{23s} J_s \Gamma_s^\Phi \Delta\xi\Delta\gamma \left( \frac{\Phi_F + \Phi_{FS} - \Phi_B - \Phi_{BS}}{4\Delta\gamma} \right) + \quad (3.61) \\
&+ \alpha_{31f} J_f \Gamma_f^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left( \frac{\Phi_E + \Phi_{FE} - \Phi_W - \Phi_{FW}}{4\Delta\xi} \right) + \alpha_{32f} J_f \Gamma_f^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left( \frac{\Phi_N + \Phi_{FN} - \Phi_S - \Phi_{FS}}{4\Delta\eta} \right) + \\
&+ \alpha_{33f} J_f \Gamma_f^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left( \frac{\Phi_F - \Phi_P}{\Delta\gamma} \right) - \alpha_{31b} J_b \Gamma_b^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left( \frac{\Phi_E + \Phi_{BE} - \Phi_W - \Phi_{BW}}{4\Delta\xi} \right) - \\
&- \alpha_{32b} J_b \Gamma_b^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left( \frac{\Phi_N + \Phi_{BN} - \Phi_S - \Phi_{BS}}{4\Delta\eta} \right) - \alpha_{33b} J_b \Gamma_b^\Phi \Delta\xi\Delta\eta \left( \frac{\Phi_P - \Phi_B}{\Delta\gamma} \right) + \frac{S_p \Phi_p}{J_p} \Delta\xi\Delta\eta\Delta\gamma + \\
&+ \frac{S_c}{J_p} \Delta\xi\Delta\eta\Delta\gamma + \frac{\lambda_p^0 \Phi_p^0}{J_p} \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\tau}
\end{aligned}$$

Rearranjando a Equação (3.61) em função dos termos semelhantes, obtêm-se uma equação algébrica para os volumes de controle internos, dada pela expressão:

$$\begin{aligned}
A_p \Phi_P &= A_e \Phi_E + A_w \Phi_W + A_n \Phi_N + A_s \Phi_S + A_f \Phi_F + A_b \Phi_B + A_{ne} \Phi_{NE} + A_{nw} \Phi_{NW} + \\
&+ A_{se} \Phi_{SE} + A_{sw} \Phi_{SW} + A_{fe} \Phi_{FE} + A_{fw} \Phi_{FW} + A_{be} \Phi_{BE} + A_{bw} \Phi_{BW} + A_{fn} \Phi_{FN} + \\
&+ A_{fs} \Phi_{FS} + A_{bn} \Phi_{BN} + A_{bs} \Phi_{BS} + B
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Os coeficientes da Equação (3.62) são dados por:

$$\begin{aligned}
A_p &= \frac{\lambda_p}{J_p} \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\tau} \frac{\Delta\gamma}{\Delta\xi} + \frac{\Delta\eta\Delta\gamma}{\Delta\xi} \alpha_{11e} J_e \Gamma_e \Phi + \frac{\Delta\eta\Delta\gamma}{\Delta\xi} \alpha_{11w} J_w \Gamma_w \Phi + \frac{\Delta\xi\Delta\gamma}{\Delta\eta} \alpha_{22n} J_n \Gamma_n \Phi + \\
&+ \frac{\Delta\xi\Delta\gamma}{\Delta\eta} \alpha_{22s} J_s \Gamma_s \Phi + \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\gamma} \alpha_{33f} J_f \Gamma_f \Phi + \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\gamma} \alpha_{33b} J_b \Gamma_b \Phi - \frac{S_p}{J_p} \Delta\xi\Delta\eta\Delta\gamma
\end{aligned} \tag{3.63}$$

$$A_e = \frac{\Delta\eta\Delta\gamma}{\Delta\xi} \alpha_{11e} J_e \Gamma_e \Phi + \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n \Phi - \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s \Phi + \frac{\Delta\eta}{4} \alpha_{31f} J_f \Gamma_f \Phi - \frac{\Delta\eta}{4} \alpha_{31b} J_b \Gamma_b \Phi \tag{3.64}$$

$$A_w = \frac{\Delta\eta\Delta\gamma}{\Delta\xi} \alpha_{11w} J_w \Gamma_w \Phi - \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n \Phi + \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s \Phi - \frac{\Delta\eta}{4} \alpha_{31f} J_f \Gamma_f \Phi + \frac{\Delta\eta}{4} \alpha_{31b} J_b \Gamma_b \Phi \tag{3.65}$$

$$A_n = \frac{\Delta\xi\Delta\gamma}{\Delta\eta} \alpha_{22n} J_n \Gamma_n \Phi + \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e \Phi - \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w \Phi + \frac{\Delta\xi}{4} \alpha_{32f} J_f \Gamma_f \Phi - \frac{\Delta\xi}{4} \alpha_{32b} J_b \Gamma_b \Phi \tag{3.66}$$

$$A_s = \frac{\Delta\xi\Delta\gamma}{\Delta\eta} \alpha_{22s} J_s \Gamma_s \Phi - \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e \Phi + \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w \Phi - \frac{\Delta\xi}{4} \alpha_{32f} J_f \Gamma_f \Phi + \frac{\Delta\xi}{4} \alpha_{32b} J_b \Gamma_b \Phi \tag{3.67}$$

$$A_f = \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\gamma} \alpha_{33f} J_f \Gamma_f \Phi + \frac{\Delta\eta}{4} \alpha_{13e} J_e \Gamma_e \Phi - \frac{\Delta\eta}{4} \alpha_{13w} J_w \Gamma_w \Phi + \frac{\Delta\xi}{4} \alpha_{23n} J_n \Gamma_n \Phi - \frac{\Delta\xi}{4} \alpha_{23s} J_s \Gamma_s \Phi \tag{3.68}$$

$$A_b = \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\gamma} \alpha_{33b} J_b \Gamma_b \Phi - \frac{\Delta\eta}{4} \alpha_{13e} J_e \Gamma_e \Phi + \frac{\Delta\eta}{4} \alpha_{13w} J_w \Gamma_w \Phi - \frac{\Delta\xi}{4} \alpha_{23n} J_n \Gamma_n \Phi + \frac{\Delta\xi}{4} \alpha_{23s} J_s \Gamma_s \Phi \tag{3.69}$$

$$A_{ne} = \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e \Phi + \frac{\Delta\gamma}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n \Phi \tag{3.70}$$

$$A_{nw} = -\frac{\Delta\gamma}{4}\alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\Phi - \frac{\Delta\gamma}{4}\alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\Phi \quad (3.71)$$

$$A_{se} = -\frac{\Delta\gamma}{4}\alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\Phi - \frac{\Delta\gamma}{4}\alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\Phi \quad (3.72)$$

$$A_{sw} = \frac{\Delta\gamma}{4}\alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\Phi + \frac{\Delta\gamma}{4}\alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\Phi \quad (3.73)$$

$$A_{fe} = \frac{\Delta\eta}{4}\alpha_{13e} J_e \Gamma_e^\Phi + \frac{\Delta\eta}{4}\alpha_{31f} J_f \Gamma_f^\Phi \quad (3.74)$$

$$A_{fw} = -\frac{\Delta\eta}{4}\alpha_{13w} J_w \Gamma_w^\Phi - \frac{\Delta\eta}{4}\alpha_{31f} J_f \Gamma_f^\Phi \quad (3.75)$$

$$A_{be} = -\frac{\Delta\eta}{4}\alpha_{13e} J_e \Gamma_e^\Phi - \frac{\Delta\eta}{4}\alpha_{31b} J_b \Gamma_b^\Phi \quad (3.76)$$

$$A_{bw} = \frac{\Delta\eta}{4}\alpha_{13w} J_w \Gamma_w^\Phi + \frac{\Delta\eta}{4}\alpha_{31b} J_b \Gamma_b^\Phi \quad (3.77)$$

$$A_{fn} = \frac{\Delta\xi}{4}\alpha_{23n} J_n \Gamma_n^\Phi + \frac{\Delta\xi}{4}\alpha_{32f} J_f \Gamma_f^\Phi \quad (3.78)$$

$$A_{fs} = -\frac{\Delta\xi}{4}\alpha_{23s} J_s \Gamma_s^\Phi - \frac{\Delta\xi}{4}\alpha_{32f} J_f \Gamma_f^\Phi \quad (3.79)$$

$$A_{bn} = -\frac{\Delta\xi}{4}\alpha_{23n} J_n \Gamma_n^\Phi - \frac{\Delta\xi}{4}\alpha_{32b} J_b \Gamma_b^\Phi \quad (3.80)$$

$$A_{bs} = \frac{\Delta\xi}{4}\alpha_{23s} J_s \Gamma_s^\Phi + \frac{\Delta\xi}{4}\alpha_{32b} J_b \Gamma_b^\Phi \quad (3.81)$$

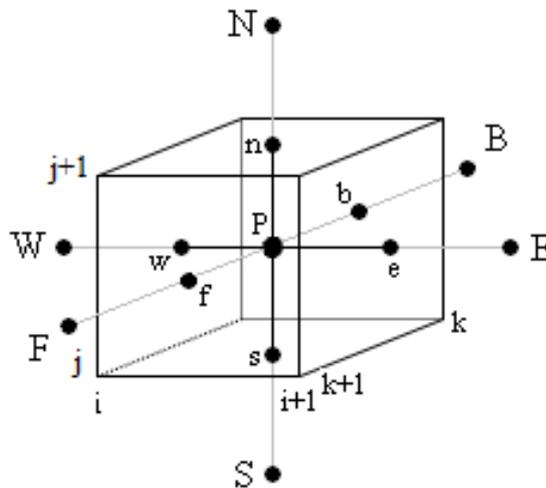
$$B = \frac{\lambda_P^0 \Phi_P^0}{J_P} \frac{\Delta\xi \Delta\eta}{\Delta\tau} \frac{\Delta\gamma}{J_P} + \frac{S_C}{J_P} \Delta\xi \Delta\eta \Delta\gamma \quad (3.82)$$

De acordo com Farias (2011), Maliska (20004) e Araújo (2018), na Equação (3.61), o termo que representa o Jacobiano  $J$  e os termos  $\alpha_{ij}$  devem ser calculados para o ponto nodal  $P$  de cada volume de controle e para as faces leste (e), oeste (w), norte (n), sul(s), frente(f) e atrás(b) do mesmo volume de controle. Para a determinação destes termos, é necessário se conhecer as métricas e as métricas inversas da transformação, uma vez que eles são calculados a partir dessas métricas, que por sua vez são determinadas pelas derivadas parciais  $x_\xi, x_\eta, x_\gamma, y_\xi, y_\eta, y_\gamma, z_\xi, z_\eta$  e  $z_\gamma$ . Então, as expressões das derivadas do ponto nodal  $P$  e dos seus dezoito vizinhos devem ser estabelecidas.

### 3.8 Métricas do ponto nodal $P$ no domínio transformado (domínio computacional)

Da Figura 3.9 observa-se que os planos  $\xi = i, \xi = i+1, \eta = j, \eta = j+1, \gamma = k$  e  $\gamma = k+1$  limitam qualquer volume de controle interno no domínio transformado (domínio computacional), onde  $i, j$  e  $k$  identificam  $\xi, \eta,$  e  $\gamma,$  respectivamente.

**Figura 3.9** - planos  $\xi = i, \xi = i+1, \eta = j, \eta = j+1, \gamma = k$  e  $\gamma = k+1$  que delimitam o volume de controle interno no domínio transformado.



Fonte: Farias (2011).

As métricas do ponto nodal  $P$  no domínio transformado são dadas pelas expressões (SILVA, 2007):

$$x_{\eta}^p = \frac{x_n - x_s}{\Delta\eta} = \left[ \frac{x_{i+1,j,k} + x_{i+1,j+1,k+1} + x_{i+1,j+1,k+1} + x_{i+1,j,k+1}}{4} - \frac{x_{i,j,k} + x_{i,j+1,k} + x_{i,j+1,k+1} + x_{i,j,k+1}}{4} \right] \cdot \frac{1}{\Delta\eta} \quad (3.84)$$

$$x_{\gamma}^p = \frac{x_f - x_b}{\Delta\gamma} = \left[ \frac{x_{i,j,k+1} + x_{i+1,j,k+1} + x_{i+1,j+1,k+1} + x_{i,j+1,k+1}}{4} - \frac{x_{i,j,k} + x_{i+1,j,k} + x_{i+1,j+1,k} + x_{i,j+1,k}}{4} \right] \cdot \frac{1}{\Delta\gamma} \quad (3.85)$$

As coordenadas cartesianas dos pontos nodais (pontos centrais) no domínio físico para volumes de controle internos são determinadas pela média aritmética dos oito vértices do paralelepípedo que representa o volume de controle no domínio transformado. Então, as expressões para essas coordenadas são:

$$x_p = \frac{x_e - x_w}{2} = \left[ \frac{x_{i,j+1,k} + x_{i,j+1,k+1} + x_{i+1,j+1,k+1} + x_{i+1,j+1,k}}{4} + \frac{x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} + x_{i+1,j,k+1} + x_{i+1,j,k}}{4} \right] \quad (3.86)$$

$$y_p = \frac{y_n + y_s}{2} = \left[ \frac{y_{i+1,j,k} + y_{i+1,j+1,k} + y_{i+1,j+1,k+1} + y_{i+1,j,k+1}}{4} + \frac{y_{i,j,k} + y_{i,j+1,k} + y_{i,j+1,k+1} + y_{i,j,k+1}}{4} \right] \quad (3.87)$$

$$z_p = \frac{z_f + z_b}{2} = \left[ \frac{z_{i,j,k+1} + z_{i+1,j,k+1} + z_{i+1,j+1,k+1} + z_{i,j+1,k+1}}{4} + \frac{z_{i,j,k} + z_{i+1,j,k} + z_{i+1,j+1,k} + z_{i,j+1,k}}{4} \right] \quad (3.88)$$

Para utilizar a equação de difusão em processos que consideram a geometria real do corpo devem ser realizadas discretizações envolvendo todos os 27 tipos de volumes de controle mencionados anteriormente. Esse trabalho é complexo e envolve inúmeras equações também complexas e extensas e por já ter sido feito e apresentado por outros pesquisadores (MALISKA, 2004; SILVA 2007; FARIAS 2011; ATAÍDE, 2014; COSTA, 2015; ARAÚJO, 2018), será suprimido do presente trabalho.

### 3.9 Usando o código numérico desenvolvido por Farias (2011)

A previsão de aplicações do código computacional proposto por Farias (2011) é diversificada, podendo ser utilizado em qualquer situação que envolva processo de difusão bi e tridimensional em um domínio arbitrário. Algumas aplicações possíveis são em processos que envolvem a transferência de massa, condução de calor, secagem de sólidos porosos, aquecimento e resfriamento.

O código apresentado foi desenvolvido na plataforma Windows, através da utilização do estúdio Compaq Visual Fortran (CVF), versão 6.6.0 Professional Edition, usando a opção de programação QuickWin Application.

As simulações para testar o código computacional envolveram os seguintes cenários (FARIAS , 2011):

- Difusão em regime transiente para sólidos gerados por malhas ortogonais;
- Difusão em regime transiente para sólidos gerados por malhas não-ortogonais;
- Difusão em regime transiente para sólidos gerados por malhas curvilíneas;
- Análise da distribuição espacial de  $\phi$  em planos dos sólidos para alguns instantes de tempo previamente especificados;
- Análise do valor de  $\phi$  em função do tempo para alguns volumes de controle previamente escolhidos;
- Análise do valor médio de  $\phi$  em função do tempo para o plano central de alguns sólidos.

### **3.9.1 Processo de Otimização usando a solução numérica da equação de difusão 3D em coordenadas generalizadas aplicada a sólidos com geometria arbitrária**

A solução numérica apresentada por Farias (2011) foi adaptada e aplicada no presente trabalho para resolver a equação de difusão 3D em coordenadas generalizadas com a condição de contorno do primeiro tipo. Baseado na solução numérica, a pesquisadora desenvolveu um código computacional que será utilizado no presente estudo. Este código tem como função principal simular processos de difusão considerando a geometria real dos corpos.

Conforme já mencionado, para simular um problema difusivo é necessário conhecer os parâmetros do transporte ou determiná-los através de algum método. Assim, os valores do coeficiente de transferência convectivo e uma expressão para difusividade efetiva de massa, podem ser determinados por um otimizador, de forma que a solução numérica produza resultados para a cinética de secagem o mais próximo possível dos dados experimentais. Dentre os otimizadores utilizados está o LS Optimizer desenvolvido Silva e Silva (2016) que utiliza códigos computacionais (criados pelo usuário) acoplados a soluções de equações diferenciais para determinar parâmetros destas equações quando aplicadas a descrição de fenômenos físicos, a partir de dados experimentais. Com o objetivo de determinar tais parâmetros, no código computacional desenvolvido por Farias (2011), foi acoplado o LS Optimizer e usado com o propósito de minimizar o qui-quadrado relativo ao processo de ajuste de uma curva simulada aos dados experimentais. Uma descrição sobre o LS Optimizer pode ser encontrado em Araújo (2018) e no HELP do software.

### **3.9.2 Programas computacionais usados neste trabalho**

Foram utilizados neste trabalho alguns programas computacionais disponíveis na internet e listados a seguir:

- 1) Neste trabalho o programa computacional *LAB Fit Curve Fitting V 7.2.4* (Silva e Silva, 2009), criado para tratamento e análises de dados experimentais, foi usado para determinar a cinética de aquecimento da polpa da manga.

2) O programa computacional *2D Grid Generation V. 5.1* (Silva, 2008a) foi usado para gerar as malhas a partir dos pontos de contorno de uma foto do recipiente de inox de geometria elíptica digitalizada em bitmap. Este programa computacional foi criado, a partir das equações elípticas de Laplace e Poisson para a geração de malhas estruturadas não-ortogonais, simplesmente conexas e bidimensionais a partir da informação de pontos (x, y) dos contornos. Estes pontos que podem estar contidos em um arquivo de dados com extensão txt ou a partir da digitalização de pontos dos contornos disponíveis em uma figura contida em um arquivo de extensão “bmp”.

3) O *software Contour Plot* (SILVA, 2010b) possibilitou análise das curvas isotérmicas da cinética de penetração do calor no recipiente durante os processos de pasteurização.

4) O *software CFX* foi usado na geração de algumas imagens ilustrativas do recipiente completo e modificado, bem como de suas respectivas malhas tridimensionais a partir das dimensões fornecidas .

## **PARTE B – METODOLOGIA EXPERIMENTAL**

### **3.10 A Matéria-prima utilizada**

A matéria prima utilizada foi a manga Tommy Atkins (*Mangifera Indica L.*). Este produto foi adquirido em um hipermercado da cidade de Campina Grande – PB, e sua escolha se deu em função de se apresentar como frutos saudáveis, com polpa firme e não apresentarem manchas nas cascas. As mangas foram transportadas até laboratório de Tecnologia de Alimentos do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, localizada na cidade de Cuité – PB, onde as polpas foram preparadas.

#### **3.10.1 A organização das amostras**

A Figura 3.10 mostra na parte (a) a assepsia do produto e na parte (b) a limpeza da bancada. Antes do preparo das amostras, foi feita a assepsia e a esterilização da bancada, dos recipientes e dos instrumentos, utilizando-se para tal, hipoclorito de sódio, água fervendo e álcool 70°.

**Figura 3.10**– (a) Assepsia das mangas; (b) Limpeza da bancada.



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria.

Durante todo o procedimento, foram usadas máscaras e luvas clínicas com o objetivo de se evitar contaminações indesejáveis. Para se obter a polpa, os frutos foram lavados em água corrente para a retirada da sujeira, sanitizados em solução de hipoclorito de sódio a 0,2% (200 mg/L) por 15 min e lavados novamente em água corrente. Posteriormente, as mangas foram descascadas, e as partes cortadas foram colocadas em um Multiprocessador (Modelo Cadence Efficace Plus – 600 W).

A Figura 3.11 apresenta o multiprocessador utilizado na obtenção da polpa da manga e amostras da polpa acondicionadas em recipientes plásticos de 300 ml cada um deles.

**Figura 3.11** – (a) Multiprocessador usado para fazer a polpa da manga; (b) amostras da polpa da manga acondicionadas em recipientes plásticos. de 300 ml com tampa.



(a)



(b)

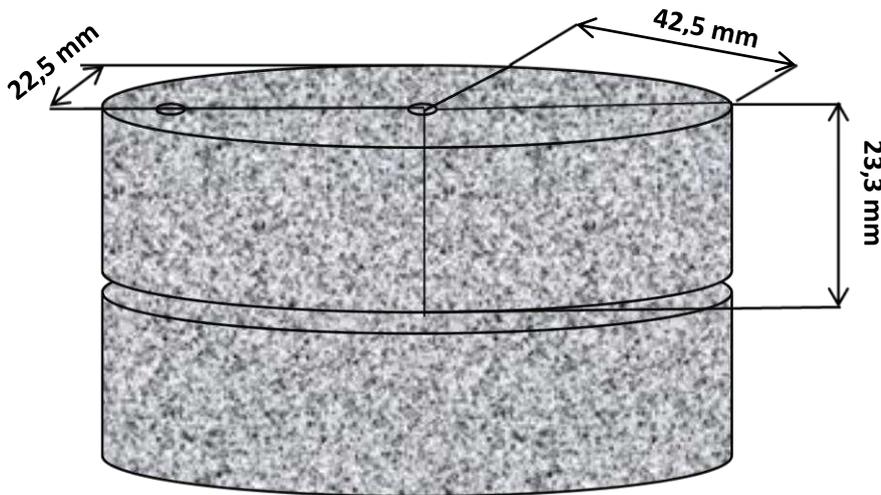
Fonte: Autoria própria.

As polpas foram obtidas sem a adição de água e logo em seguida foram acondicionadas em recipientes plásticos com tampas. Tal procedimento forneceu 1500 ml polpa, o que preencheu, por completo, cinco recipientes plásticos com 300 ml cada um deles. Um dos recipientes foi colocado em um freezer (temperatura de  $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e foi usado nas análises físico-químicas e microbiológicas antes do processo de pasteurização. Os outros recipientes foram deixados na bancada do laboratório, por aproximadamente 24 h, para que a polpa entrasse em equilíbrio térmico com o ambiente, que possui climatização controlada. Posteriormente, se iniciou os procedimentos experimentais.

### 3.11 - O recipiente confeccionado e usado nas experiências

A Figura 3.12 apresenta o desenho esquemático (fora de escala) do recipiente, utilizado no presente trabalho. A Figura 3.13 mostra a imagem ilustrativa de um cilindro elíptico, que como pode ser observado, é a forma geométrica do recipiente confeccionado.

**Figura 3.12** – Desenho esquemático do recipiente destacando suas dimensões.



Fonte: Autoria própria.

**Figura 3.13** – Imagem ilustrativa de um cilindro elíptico.



Fonte: Autoria própria.

As características do recipiente são as seguintes:

- Espessura da chapa: 0,7 mm
- Profundidade: 46,6 mm
- Eixo menor: 45,0 mm
- Eixo maior: 85,0 mm
- Volume interno: 119,8 ml

A Figura 3.14 mostra o recipiente confeccionado com chapa de aço inoxidável, e que foi utilizado nas pasteurizações.

A Figura 3.14a apresenta o recipiente completo e a Figura 4.14b mostra as duas partes do cilindro separadamente onde é possível ver em uma delas os dois furos onde são fixados dois termopares.

**Figura 3.14** – (a) Recipiente inteiro; (b) As duas partes do recipiente.



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria.

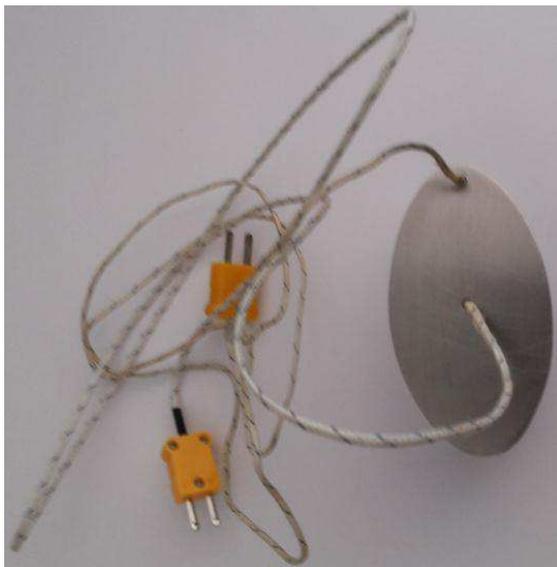
Na Figura 3.15 é apresentado o paquímetro digital, marca Starret – 799 A, com resolução de 0,01 mm e escala máxima de 150 mm, usado nas medições. Inicialmente, foram feitos dois furos na parte superior do recipiente, um na parte central e outro na extremidade, para a fixação de dois termopares (tipo k) que posteriormente foram conectados a um termômetro, como mostra a Figura 3.16.

**Figura 3.15** – Paquímetro Starret – 799 A.



Fonte: Autoria própria.

**Figura 3.16** – (a) Termopares fixados no recipiente; (b) Termômetro de 4 canais utilizado, nos experimentos.



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria.

A fixação dos termopares foi feita com o uso de cola araldite (5 min) e de silicone acético transparente (resistente a temperaturas de  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). A utilização da cola e do silicone proporciona uma vedação que, além de impedir que haja vazamento do produto, também evita que haja a passagem de água para o recipiente durante a pasteurização.

### 3.12 Os procedimentos experimentais

Quando a polpa entrou em equilíbrio térmico com o ambiente, ela foi colocada, dentro do recipiente. A Figura 3.17 apresenta uma das partes do recipiente totalmente preenchido com a polpa da manga (Figura 3.17a). Posteriormente, o recipiente foi tampado e vedado, para que tivesse início a pasteurização. A Figura (3.17b) mostra os recipientes prontos para a o início do processo.

**Figura 3.17** – (a) Recipiente com a polpa; (b) Recipiente pronto para a pasteurização.



(a)

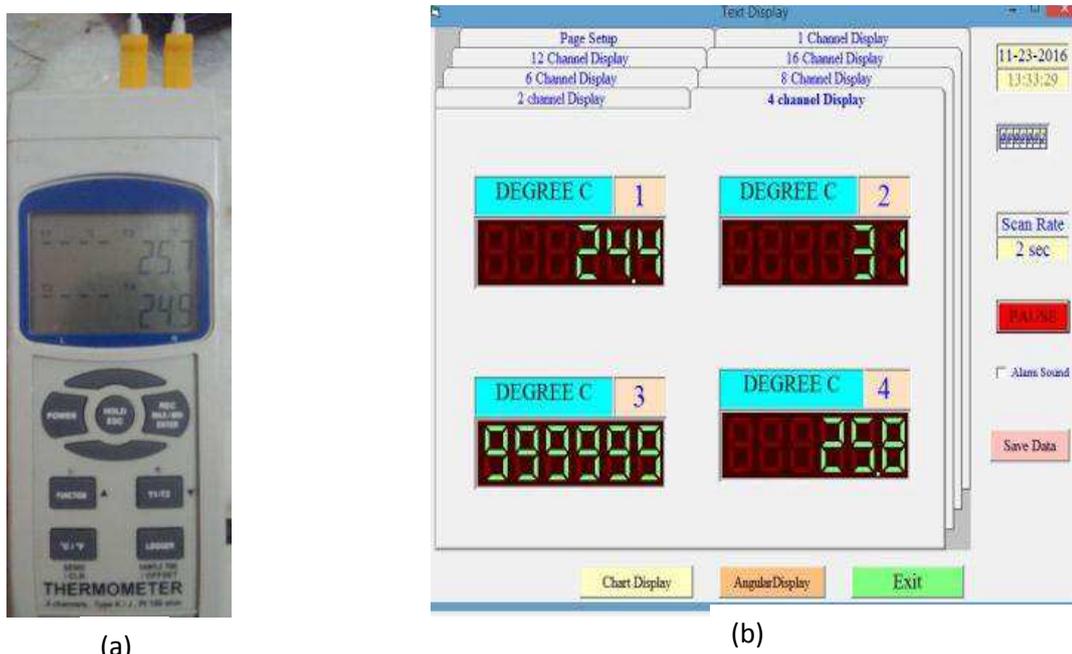


(b)

Fonte: Autoria própria.

A Figura 3.18 ilustra os dois termopares já acoplados no recipiente e que foram conectados ao termômetro digital portátil modelo TH-096, com quatro canais, sendo que no experimento apenas dois canais foram utilizados. O termômetro pode ser alimentado por uma bateria de 9 V (ou seis pilhas de 1,5 V cada). Apresenta também o mostrador dos valores dos 4 (quatro) canais.

**Figura 3.18** – (a) Termômetro digital portátil TH-096 com destaque para dois canais; (b) Mostrador dos valores dos 4 canais do *software* de armazenamento dos dados.



Fonte: Autoria própria.

Os dados são transmitidos do termômetro para um computador através de um cabo RS – 232. O termômetro é acompanhado do *software* que possibilita o armazenamento dos dados em um arquivo de formato “*txt*”. Neste procedimento experimental os dados coletados pelos termopares foram armazenados com um intervalo de tempo de 1 (um) segundo (Figura 3.12b) e tal procedimento aconteceu de modo simultâneo com o processo de pasteurização.

### 3.13 O pasteurizador

A Figura 3.19 mostra o pasteurizador e processador Etiel PP – 301, que foi usado no procedimento experimental. Ele foi desenvolvido pela fábrica da Etiel localizada na

cidade de Gramado – RS. O material de fabricação desse equipamento é o aço inoxidável AISI 304, com medidas internas iguais a 395 mm (comprimento), 248 mm (largura) e 325 mm (altura), possibilitando uma capacidade nominal de 30 litros. O espaço entre os dois tanques para a circulação de água é de 20 mm na lateral e 33 mm na parte inferior.

**Figura 3.19** – Pasteurizador e processador Etiel PP – 30 L.



Fonte: Autoria própria.

Além do tanque de processamento, o pasteurizador e processador Etiel PP – 30 vem acompanhado dos seguintes acessórios de conexão:

- 01 ligação flexível de água fria e quente 1/2”;
- 01 ligação flexível de água fria e quente 3/4”;
- 01 Nípel 1/2”;
- 01 Nípel 3/4”;
- 02 Conexões tipo engate rápido;
- 01 Torneira de 1/2”.

O pasteurizador foi instalado próximo a rede de água. O mesmo foi colocado sobre uma fonte de calor, de forma que a mesma estivesse centralizada na parte de baixo do equipamento.

Posteriormente conectou-se a parte metálica de um dos conjuntos à entrada de água localizada na parte inferior do tanque, e esta pelo engate rápido a uma mangueira. Por fim, repetiu-se a operação anterior para a saída da água, localizada na parte superior do tanque.

### 3.14 A Pasteurização

Com o pasteurizador corretamente instalado, colocou-se água no tanque interno, abriu-se a circulação de água para o espaço entre os dois tanques, até que ela começasse a sair para fechar a entrada de água. Em seguida, ligou-se o aquecimento, que foi feito por dois fogões elétricos com termostato e 750 watt de potência cada um. Quando a água contida no interior (10 litros) atingiu a temperatura de 65 °C, os recipientes com a polpa foram colocados no pasteurizador.

A Figura 3.20 mostra a parte interna do pasteurizador, destacando o “ebulidor” usado para auxiliar na manutenção da temperatura da água no valor pré-estabelecido e o termômetro de espeto, usado no controle da temperatura da água.

**Figura 3.20** – Parte interna do pasteurizador mostrando o ebulidor e o termômetro.



Fonte: Autoria própria.

Foram realizadas quatro pasteurizações, cada uma delas com duração de uma hora e trinta minutos (5400 s). Em todas elas, os valores fornecidos pelos termopares foram armazenados, com um intervalo de tempo de 1 (um) segundo. Todos os valores

de temperatura e seus respectivos instantes foram registrados e utilizados posteriormente.

Durante todo o processo de pasteurização o controle de temperatura da água foi feito manualmente por meio de um termômetro de espeto, modelo WT – 1, com uma capacidade de leitura de -50 °C a 300 °C (Figura 3.15). Este procedimento, mesmo que manual e conseqüentemente não tão eficiente, manteve a temperatura do pasteurizador em aproximadamente  $(65 \pm 3)$  °C, que é a variação aceitável para a pasteurização lenta.

**Figura 3.21** – Termômetro de espeto.



Fonte: Autoria própria.

O processo de pasteurização envolve três etapas distintas. A primeira delas é o aquecimento, que ocorre em regime transiente. A segunda etapa é o tempo de retenção, ou seja, o período com temperatura constante e a terceira e última etapa é o resfriamento, que também ocorre em regime transiente.

Neste procedimento experimental, o objetivo foi o de propor um tratamento térmico no qual o centro geométrico da amostra estivesse em equilíbrio térmico com toda a amostra. Assim, a pasteurização das amostras foi feita de forma lenta, em banho-maria a 65 °C por 90 minutos. O resfriamento foi realizado imediatamente após a retirada do recipiente do pasteurizador, por meio da inserção destes em uma caixa térmica contendo água e gelo a uma temperatura de aproximadamente 2 °C. O processo foi concluído quando a temperatura do termopar, localizado no centro geométrico dos recipientes, atingiu a temperatura de aproximadamente 20 °C. Posteriormente, as polpas pasteurizadas foram acondicionadas em recipientes plásticos com tampas e acondicionadas no freezer (-18 °C) para a realização das análises físico-químicas e microbiológicas. Tais análises foram utilizadas para se verificar a eficiência do processo de pasteurização.

### 3.15 Características físico-químicas e microbiológicas das amostras

Foi realizada uma análise físico-química (acidez, pH, umidade, cinzas, lipídeos, proteínas e carboidratos) de acordo com Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz (IAL, 2005), Folch et al. (1957) e a Official methods of analysis (AOAC, 2000). Também foi feita uma análise microbiológica (contagem total de micro-organismos em placa) de acordo com Vanderzant e Spilttstoesser (1992) e Brasil (2003) cuja contagem dos micro-organismos foi feita em log UFC/g em um contador de colônias manual da marca Phoenix modelo CP608, (Figura 3.22).

As análises foram realizadas antes e após a realização do processo de pasteurização, como medida de avaliar a eficiência deste processo térmico de conservação de alimentos. Tais análises ocorreram no Laboratório de Bromatologia e Microbiologia de Alimentos, respectivamente, do Centro de Educação e Saúde, da Universidade Federal de Campina Grande, localizada na cidade de Cuité – PB.

**Figura 3.22** – Contador de colônias manual.



Fonte: Ataíde (2014).

## **CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Nas técnicas de conservação alimentar que envolve o aquecimento e resfriamento, é de extrema importância que alguns parâmetros termo-físicos dos produtos (difusividade térmica, condutividade térmica, dentre outros) sejam conhecidos.

O conhecimento de tais parâmetros é importante na definição do tempo, na previsão dos custos dos processos e na garantia da segurança alimentar. Os parâmetros termo-físicos podem ser usados nas simulações de penetração de calor em pontos de situações com geometrias bastante complexas com a finalidade de se determinar o tempo necessário de inativação de agentes patogênicos.

Na pasteurização, o binômio tempo e temperatura correto é importante para garantir que todos os pontos do produto serão alcançados pela temperatura de pasteurização e, conseqüentemente ocorra a destruição, diminuição ou inativação de micro-organismos relativamente sensíveis ao calor (WOLDEMARIAM e ASRES, 2017; AGÇAM et al., 2018), sem afetar de forma considerável as propriedades organolépticas e nutricionais do produto. A difusividade térmica mostra como a temperatura pode variar quando um material é submetido a uma situação de aquecimento ou resfriamento. Ela pode ser descrita ainda como a razão entre a habilidade em transferir calor e a capacidade de armazenar calor (LEWIS, 2000).

### **4.1 Transferência de calor para a polpa da manga**

Nas pasteurizações realizadas no presente estudo, a polpa da manga foi inserida em um recipiente com geometria arbitrária (geometria elíptica). A equação de difusão foi discretizada supondo a difusividade térmica variando com a temperatura local,  $\alpha(T)$ , e resolvida para que a cinética de penetração de calor pudesse ser analisada. Na simplificação da equação de difusão foram feitas as considerações:  $\lambda = 1$ ,  $\Gamma^{\Phi} = \alpha = k/(\rho c_p)$ , e  $\Phi = T$ . A difusividade térmica aparente foi relacionada com a temperatura local no interior do recipiente, visto que dados experimentais se encontravam em estado transiente durante o processo de aquecimento, apresentando variações consideráveis entre as temperaturas inicial e final. Por este motivo, foram feitas otimizações para a

cinética de penetração do calor no centro do recipiente usando diversas expressões crescentes que representam a difusividade térmica aparente como função da temperatura local.

#### 4.1.1 Dados experimentais das pasteurizações.

Foram realizadas 04 pasteurizações, doravante denominadas de P1, P2, P3 e P4, com o objetivo de se observar o comportamento da penetração do calor na polpa da manga em função do tempo. Cada uma delas foi realizada com um termopar fixado no centro e outro na superfície interna do recipiente. Os valores tabelados de todas as experiências realizadas e utilizados neste trabalho se encontram no anexo. O comportamento médio da cinética de penetração do calor, doravante chamada de PM, também foi observado. A Tabela 4.1 mostra os valores das temperaturas iniciais e finais de cada pasteurização realizada, bem como essas temperaturas para a média das pasteurizações.

**Tabela 4.1** – Pasteurizações realizadas na pesquisa, valores das temperaturas e número de pontos selecionados.

Pasteurização	Temperatura inicial (°C)	Temperatura final (°C)	Nº de pontos
P1	26,2	65,1	97
P2	23,4	65,2	97
P3	25,2	65,3	97
P4	25,6	65,3	97
PM	25,1	65,2	97

Fonte: Autoria própria.

#### 4.2 Resultados das análises físico-químicas e microbiológicas antes e depois da pasteurização

De modo geral, as frutas apresentam elevada atividade de água e altas concentrações de açúcar simples o que as tornam potenciais habitats para uma variedade de microrganismos e, portanto, são susceptíveis a uma rápida deterioração,

principalmente sob conservação inadequada (KINMAN et al 2018; SANTOS et al., 2016). A manipulação inadequada e/ou a falta ou ainda, a má conservação dos alimentos são responsáveis por infecções e intoxicações alimentares, bem como pela transmissão de muitos microrganismos nocivos aos seres humanos, o que ocasiona então um grave problema de saúde pública (FORSYTHE, 2013).

Dessa forma, as análises físico-químicas e microbiológicas de produtos submetidos a processos de conservação alimentar são extremamente importante, pois são capazes de verificar a eficácia de tais processos.

No presente trabalho foram feitas análises físico-químicas para a polpa de manga antes e após a pasteurização. Os resultados encontram-se na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2** - Valores médios das análises físico-químicas realizada com polpa de manga *in natura* e pasteurizada.

Variável	PMI	PMP
pH	4,62 ±0,02	4,65 ±0,03
Acidez Molar (g/ 100 g)	6,68 ±0,01*	5,72 ±0,00
Umidade (g/ 100 g)	84,79 ±0,03	84,95 ±0,08
EST** (g/ 100 g)	15,21 ±0,03	15,05 ±0,08
Cinzas (g/ 100 g)	0,30 ±0,01	0,32 ±0,01
Proteínas (g/ 100 g)	0,10 ±0,01	0,09 ±0,00
Lipídios (g/ 100 g)	0,32 ±0,04	0,36 ±0,10
Carboidratos totais (g/ 100 g)	14,48 ±0,07	14,28 ±0,18
Calorias (Kcal/100 g)	61,24 ±0,02*	60,75 ±0,13

\*Médias ± desvio-padrão na mesma linha diferiram entre si pelo teste t-Student (p<0,05).

\*\*Extrato Seco Total

PMI = Polpa de manga *in natura*; PMP = Polpa de manga pasteurizada.

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 4.2, observa-se que houve influência do tratamento térmico na acidez e nas calorias, onde os valores médios da temperatura polpa *in natura* são maiores, quando comparadas com a polpa pasteurizada. Quanto às cinzas e os lipídeos verifica-se um ligeiro acréscimo para a polpa pasteurizada em relação à polpa *in natura*. Acredita-

se que o processo de pasteurização deve ter contribuído para esse aumento. Ao que se refere à umidade, esta se apresentou elevada e permaneceu praticamente constante. Nota-se ainda que a pasteurização não alterou significativamente as proteínas.

Os resultados das análises microbiológicas da polpa da manga, antes e depois da pasteurização, encontram-se expostos na Tabela 4.3.

**Tabela 4.3** – Contagem padrão em placas de polpa de manga *in natura* e submetida à pasteurização.

Análise	PMI	PMP
Contagem padrão em placas (log UFC/g)	5,35 ±0,07*	4,59 ±0,16

\*Médias ± desvio-padrão com letras diferentes na mesma linha diferiram entre si pelo teste t-Student (p<0,05).

PMI = Polpa de manga *in natura*; PMP = Polpa de manga pasteurizada.

Fonte: Autoria própria.

A Tabela 4.3 mostra a redução do valor médio na contagem padrão em placas, na polpa de manga pasteurizada, quando comparada com o valor médio na contagem padrão da polpa de manga *in natura*.

Observa-se então, que a pasteurização da polpa de manga não alterou de forma significativa as propriedades nutricionais do produto, além de ter ocasionado redução de micro-organismos na polpa pasteurizada.

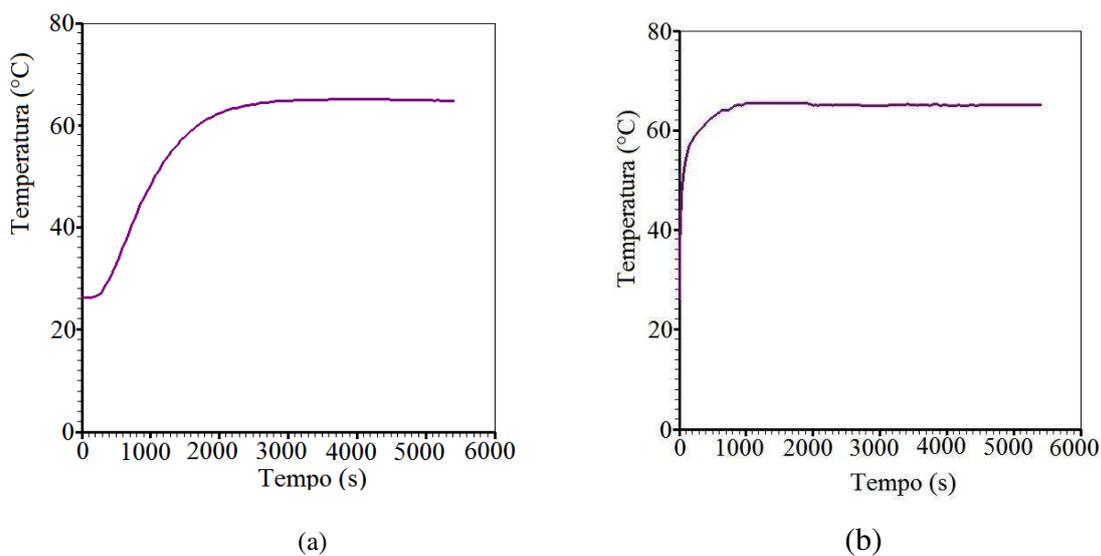
#### **4.3 Cinética do calor no centro e na borda do recipiente a partir dos dados experimentais. .**

O *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2009), foi usado para apresentar o conjunto de pontos representativos das temperaturas obtidas pelos termopares fixados no centro e na borda interna do recipiente, em cada experiência realizada. Os gráficos mostram certas semelhanças nos perfis das temperaturas de equilíbrio térmico em ambos os casos. Os gráficos da Figura 4.1 mostram o perfil da cinética de aquecimento para a pasteurização P1, no centro e na borda do recipiente,

respectivamente. Os valores coletados nessa experiência podem ser vistos na Tabela P1 do anexo.

O gráfico da Figura 4.1a mostra que a temperatura inicial no centro do recipiente permanece constante, com valor inicial de  $26,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  por aproximadamente 300 s (5 min), e posteriormente vai aumentando lentamente até 600 s (10 min). A temperatura continua subindo, só que um pouco mais rapidamente até aproximadamente 2000 s (33,3 min). Posteriormente, observa-se que a temperatura de equilíbrio térmico ( $65,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) é atingida, após 3000 s (50 min), e a partir desse momento, apenas pequenas oscilações em torno dessa temperatura são observadas.

**Figura 4.1** – Perfis de temperatura com o termopar no centro e na borda do recipiente obtido dos dados coletados na pasteurização P1 da polpa da manga: (4.1a) no centro e (4.1b) na borda.

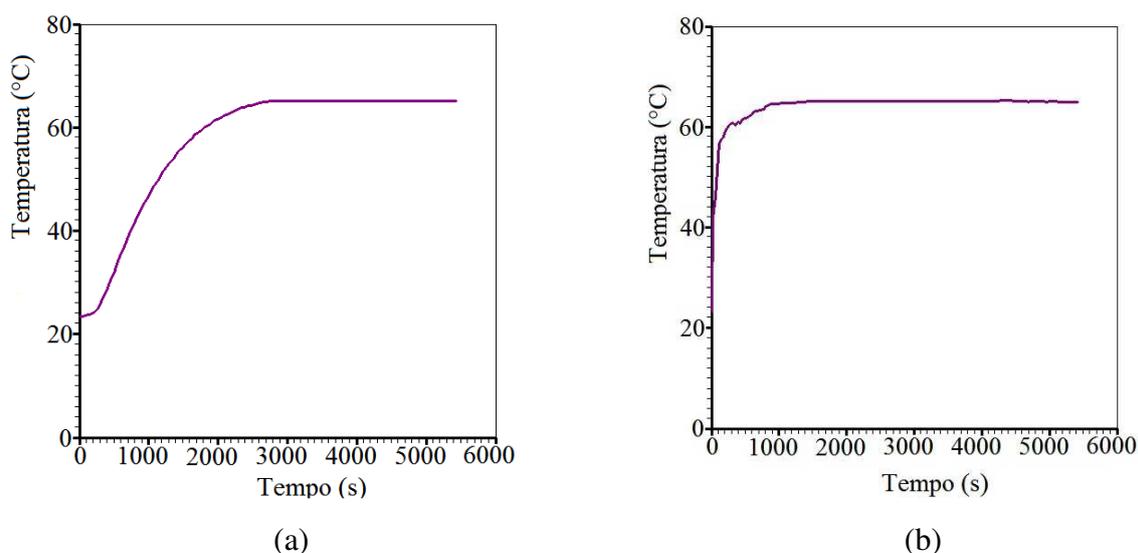


Fonte: Autoria própria.

No perfil apresentado na Figura 4.1b, que apresenta valores de temperatura com o termopar fixado na superfície interna do recipiente, pode ser observado que a temperatura aumenta rapidamente de  $26,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , que é a temperatura inicial do processo, até a temperatura de aproximadamente  $52^{\circ}\text{C}$  e se estabiliza em  $65,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . A partir de então, o que se observa são pequenas oscilações em torno dessa temperatura de equilíbrio.

Na Figura 4.2 são mostrados os gráficos da cinética de aquecimento para a pasteurização P2, no centro e na borda do recipiente, respectivamente. Os valores obtidos nessas experiências se encontram na Tabela P2 do anexo.

**Figura 4.2** – Cinética de penetração do calor com o termopar no centro e na borda do recipiente obtido dos dados coletados na pasteurização P2: (4.2a) no centro e (4.2b) na borda.



Fonte: Autoria própria

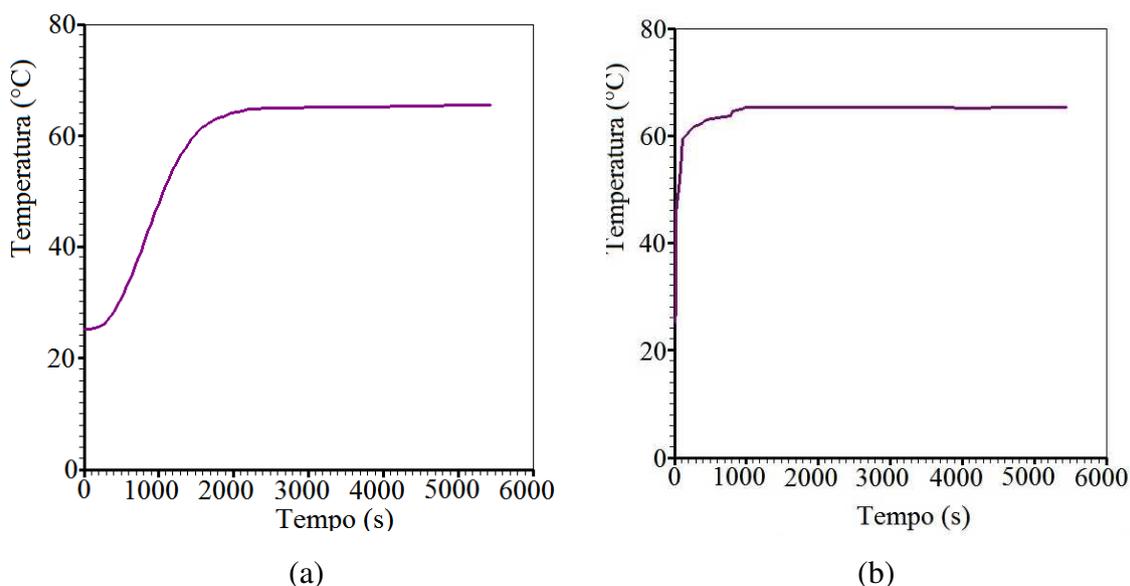
O gráfico apresentado na Figura 4.2(a), com o termopar no centro do recipiente, mostra que a temperatura inicial do processo (23,4 °C) permanece constante por aproximadamente 220 s (3,7 min) e então vai aumentando lentamente até atingir a temperatura de equilíbrio que é de 65,2 °C, depois de decorridos aproximadamente 2700 s (45 min) e então, apenas pequenas oscilações em torno desse valor são observadas.

Na cinética de aquecimento representada pela Figura 4.2(b), com o termopar na superfície interna do recipiente, observar-se que a temperatura inicial sobe rapidamente, o que é esperado para a condição de contorno de primeiro tipo, mas não atinge a temperatura externa de forma instantânea. Ela passa da temperatura inicial (23,4 °C) para aproximadamente 46 °C, aumentando gradativamente para aproximadamente 64 °C e então se estabiliza em 65,2 °C, decorridos 1400 s (23,3 min). Pequenas variações em torno dessa temperatura ainda podem ser observadas até o final do processo.

Os gráficos da Figura 4.3 mostram o comportamento da cinética de aquecimento para a pasteurização P3, com termopares fixados na borda e no centro do recipiente. Os valores coletados se encontram na Tabela P3 do anexo.

Observa-se no gráfico da Figura 4.3a, o perfil de temperatura com o termopar no centro do recipiente. Pode-se observar que a temperatura inicial de 25,2 °C permanece constante por aproximadamente 300 s (5 min) e posteriormente ela aumenta lentamente por algo em torno de 400 s (6,66 min) e então o crescimento é mais acentuado até que a temperatura de equilíbrio, 65,3 °C é atingida após 42 minutos do início da pasteurização.

**Figura 4.3** – Perfis de temperatura com o termopar no centro e na borda do recipiente obtido dos dados coletados na pasteurização P3: (4.3a) no centro e (4.3b) na borda.



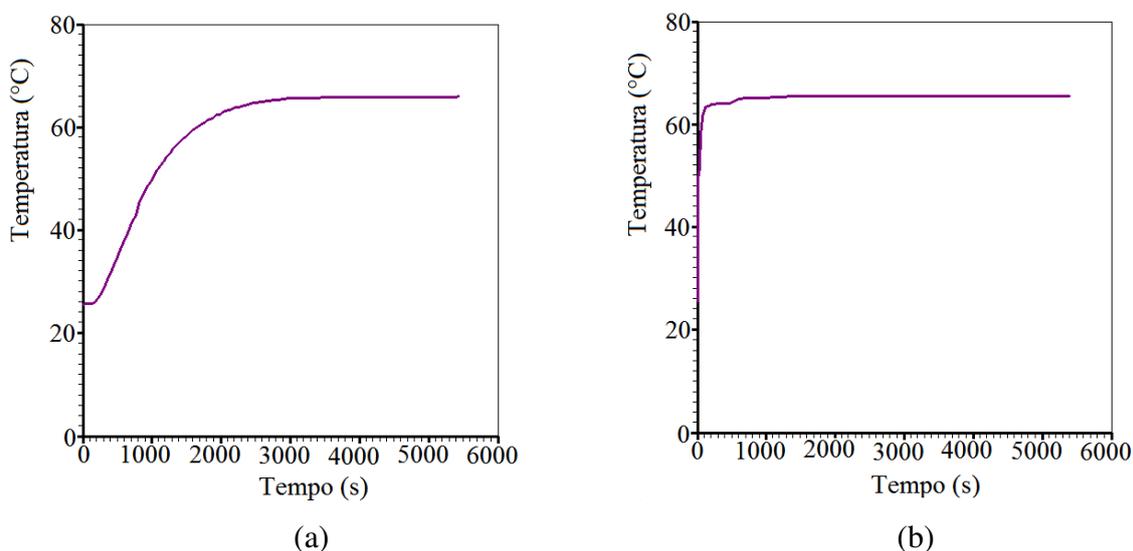
Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.3b representa a cinética de penetração do calor na borda interna do recipiente. A temperatura inicial de 25,2 °C aumenta rapidamente para aproximadamente 49 °C continua subindo, até a temperatura de 63,5°C e posteriormente, atinge a temperatura de equilíbrio de 65,3 °C, decorridos 990 s (16,5 min) do início do processo.

A cinética de aquecimento para a pasteurização P4, na borda e no centro do recipiente é apresentada na Figura 4.4. A Tabela P4 do anexo, trás os valores obtidos neste experimento.

A Figura 4.4a, com termopar fixado no centro do recipiente, mostra a temperatura inicial de 25,6 °C, permanecendo constante por aproximadamente 200 s (3,33 min) e que vai aumentando gradativamente até atingir a temperatura de equilíbrio térmico (65,3 °C) após aproximadamente 2520 s (42 min) do início do processo.

**Figura 4.4** – Perfis de temperatura com o termopar no centro e na borda do recipiente na pasteurização P4: (4.4a) no centro e (4.4b) na borda.



Fonte: A autoria própria.

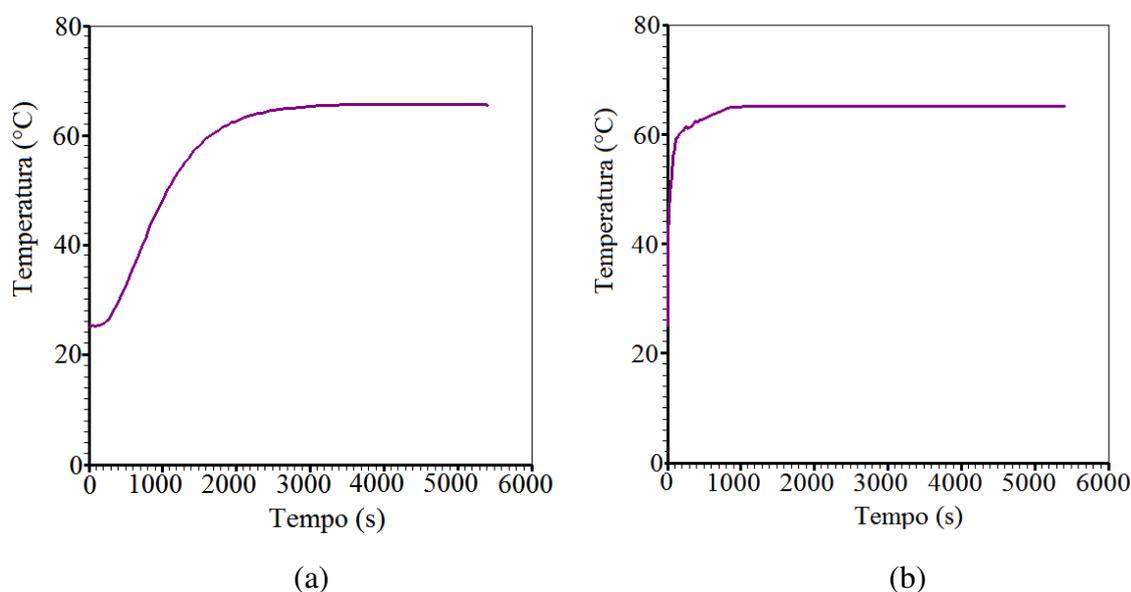
Pode ser observado na Figura 4.4b, que representa valores de temperatura na superfície interna do recipiente, que a temperatura inicial aumenta rapidamente de 25,6 °C para algo em torno de 60 °C e que continua aumentando, só que mais lentamente até atingir a temperatura de 64 °C e então, decorridos 1310 s (21,8 min), temperatura de equilíbrio é alcançada (65,3 °C).

#### 4.4 Média das Pasteurizações

A média aritmética das temperaturas obtidas em cada instante de tempo nas quatro pasteurizações foi determinada e os gráficos representativos da cinética de

penetração do calor para a média foi plotado. Esses valores encontram-se tabelados na no anexo, na Tabela P5. Os gráficos apresentados na Figura 4.5 mostram a evolução da temperatura no centro e na borda interna do recipiente, obtidos dos valores médios das temperaturas nas quatro pasteurizações realizadas.

**Figura 4.5** – Perfil da evolução dos valores médios de temperatura obtida com o termopar no centro (4.5a) e na borda (4.5b) do recipiente.



Fonte: Autoria própria

Observa-se na Figura 4.5(a) que a temperatura inicial do processo de pasteurização de 25,1°C permanece praticamente constante por 500 s (8,33 min), apresentando durante esse intervalo pequenas variações em torno da temperatura inicial. Posteriormente, a temperatura aumenta gradativamente até atingir a temperatura de 65,2°C, que é a de equilíbrio térmico, após aproximadamente 2640 s (44 min). Pode-se observar, analisando-se os gráficos representativos da cinética de penetração de calor, com o termopar fixado no centro do recipiente, que nas quatro pasteurizações realizadas, o comportamento médio é semelhante ao comportamento individual de cada uma delas.

O gráfico da Figura 4.5(b) mostra que a temperatura inicial de 25,1 °C aumenta rapidamente para aproximadamente 45,5 °C. Gradualmente a temperatura vai crescendo e temperatura de estabilização (65,2 °C), é atingida, após 1040 s (17,1 min) do início da

pasteurização. Pequenas oscilações são observadas até que a temperatura de equilíbrio térmico é atingida. Entretanto, quando isso acontece essas oscilações cessam.

Ataíde (2014), trabalhando com pasteurização de polpa de caju e polpa de mamão e Costa (2015), realizando pasteurização em polpa de jaca, encontraram perfis semelhantes aos encontrados neste trabalho, quanto a cinética de penetração de calor com termopares no centro e na superfície interna dos seus respectivos recipientes.

Nas quatro pasteurizações realizadas, é possível observar nos gráficos que representam o comportamento da temperatura em função do tempo, na superfície interna do recipiente, que a temperatura da borda interna não assume a temperatura da água de modo instantâneo após a imersão. Ela sobe rapidamente até certa temperatura e após certo tempo é que atinge a temperatura de equilíbrio. Entretanto, de acordo com, Betta et al. (2009), Ukrainczyk (2009), Lins (2013), Ataíde (2014), Costa (2015) e Araújo (2016), essa situação física pode ser aproximada satisfatoriamente para a condição de contorno de primeiro tipo.

No caso da cinética de aquecimento para o centro do recipiente os gráficos mostram que a temperatura inicial em todos os casos aumenta muito lentamente por certo tempo e posteriormente vai aumentando gradualmente até atingir a temperatura de estabilização (equilíbrio térmico) e a partir daí o que se observa em algumas situações, são apenas pequenas oscilações em torno dessa temperatura.

Também é possível observar certa semelhança nos perfis dos gráficos obtidos pela média dos valores coletados nas quatro pasteurizações com os perfis individuais de cada experiência tanto para o centro quanto para a borda.

#### **4.5 Aplicação da solução numérica da equação de difusão na pasteurização de produtos pastosos**

A aplicação do código computacional adaptado para este trabalho, ou seja, para o processo de pasteurização de polpa de manga, pressupõe que as seguintes hipóteses sejam assumidas:

- O sólido é considerado homogêneo e isotrópico;
- A condição de contorno é do primeiro tipo;
- O campo de temperatura é simétrico com relação aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Assim, a malha gerada representa  $1/8$  do cilindro elíptico, o que resulta num menor esforço computacional para um melhor refinamento da malha;
- A distribuição de temperatura é uniforme no início da pasteurização;
- O único mecanismo de transferência de calor no interior do sólido é o de difusão, ou seja, é um problema puramente difusivo;
- A difusividade térmica é tratada como função crescente da temperatura local.

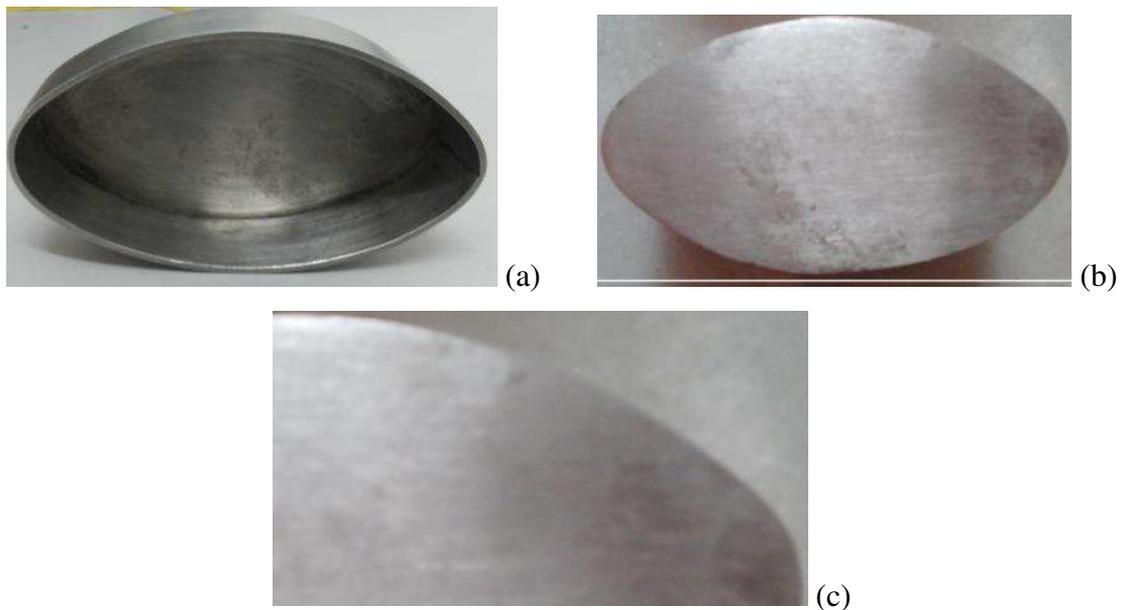
#### **4.6 Malha gerada para a geometria elíptica**

Para que a equação de difusão seja resolvida numericamente é necessária a geração de uma malha para a geometria que vai ser utilizada. Para que o modelo computacional seja implementado, é preciso que as definições que possibilitam a solução completa do problema difusivo sejam determinadas. Inicialmente, a malha é definida informando as suas dimensões, o número de volumes de controle que se deseja, parâmetros físicos e as condições de condições iniciais e de contorno. Agora, é necessário definir a maneira como a modelagem matemática desenvolvida será utilizada em um código computacional, de modo que a equação de difusão possa ser resolvida em coordenadas generalizadas, neste caso, tridimensionais. Os resultados obtidos podem ser mostrados em forma de tabelas e visualizados por meio de gráficos e/ou imagens que detalham a evolução da grandeza de interesse em função do tempo.

No presente trabalho, devido a simetria radial e axial do recipiente a ser utilizado, é possível gerar e trabalhar com apenas um oitavo do mesmo. A simetria é importante, pois ocasiona economia no tempo de processamento computacional e a alocação de memória do computador. As dimensões do recipiente e a imagem da base

foram usadas na geração da malha. A Figura 4.6 apresenta o recipiente de geometria elíptica que foi usado nos experimentos, a imagem da base, e um quarto da elipse.

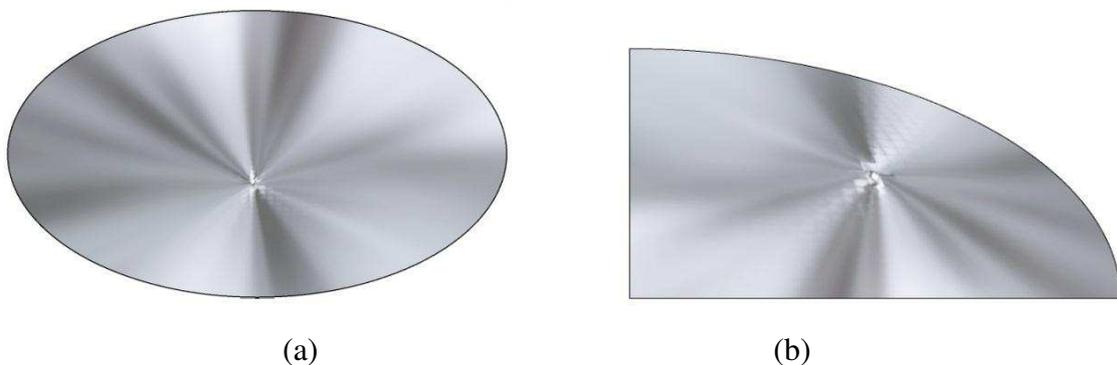
**Figura 4.6** - Imagens do recipiente usado para geração da malha: (a) Recipiente inteiro; (b) base do recipiente; (c) um quarto da elipse.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.7 apresenta o desenho de uma elipse e um quarto da elipse que foi usado na criação de um arquivo de extensão *bmp*, para posterior digitalização.

**Figura 4.7** – Figuras: (a) Elipse inteira; (b) um quarto da elipse usada na criação do arquivo *bitmap*.



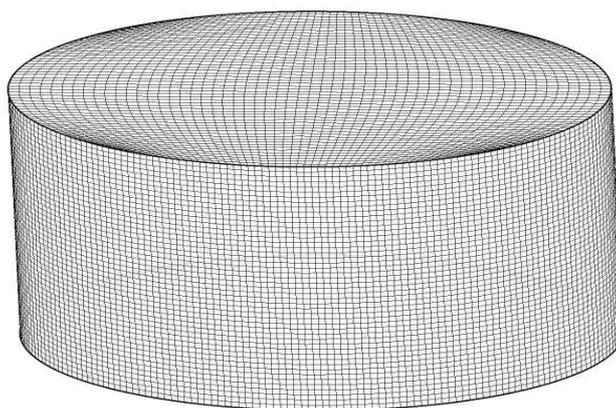
Fonte: Autoria própria

Na Figura 4.8 são apresentadas as imagens ilustrativas de um cilindro elíptico e sua malha tridimensional vista em dois ângulos distintos.

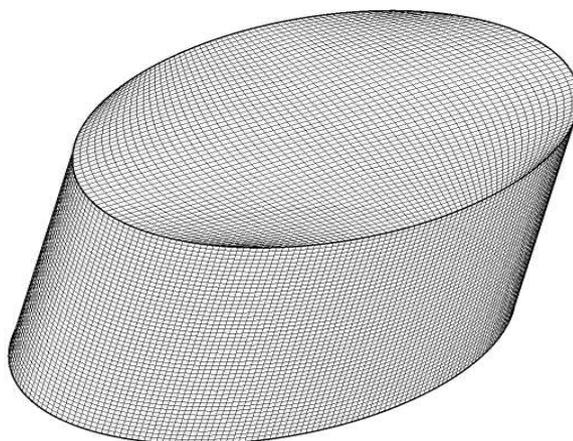
**Figura 4.8** – (a) Imagem de um cilindro elíptico; (b) Malha tridimensional com 21952 volumes de controle; (c) Malha tridimensional vista de outro ângulo.



(a)



(b)

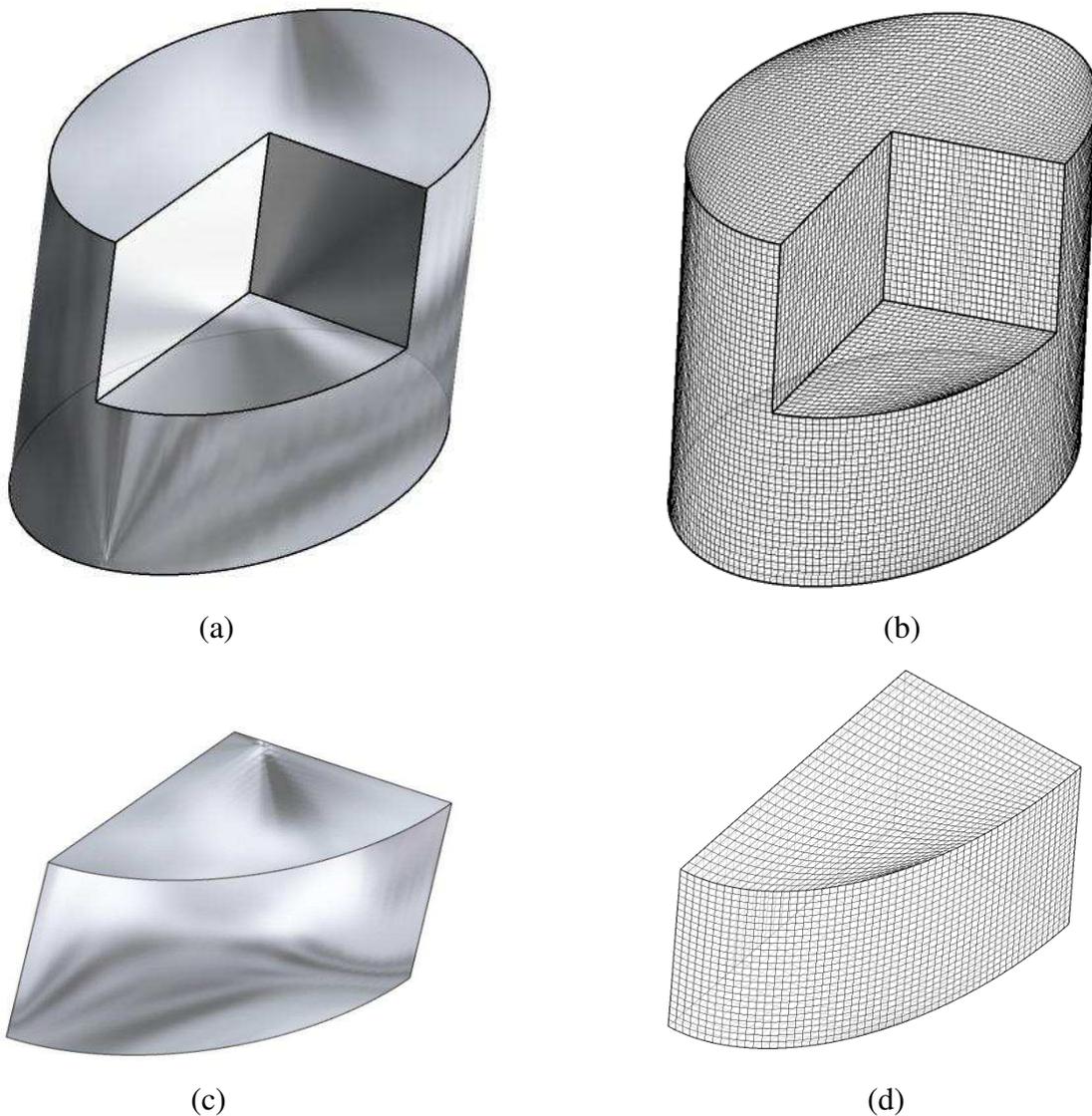


(c)

Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.9 mostra de forma ilustrativa 7/8 e 1/8 de um cilindro elíptico e suas respectivas malhas. Essa geometria é a mesma do recipiente usado no presente trabalho.

**Figura 4.9** – Mostra (a) 7/8 do cilindro elíptico; (b) Malha de 7/8 do cilindro; (c) 1/8 do cilindro elíptico; (d) Malha de 1/8 do cilindro.

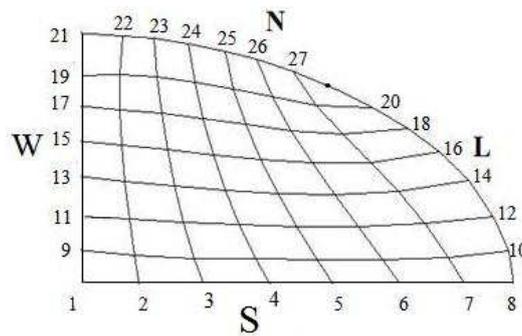


Fonte: Autoria própria.

Posteriormente, o *software* “2D Grid Generation” (SILVA, 2008a) foi utilizado para inserir o arquivo *bitmap* no programa digitalizador de pontos. Concluído o processo de digitalização, o *software* mostra a malha inicial na tela do computador.

Inicialmente, a malha bidimensional original possuía 8 linhas  $\xi$  e 8 linhas  $\eta$ , totalizando 49 volumes de controle. A Figura 4.9 mostra a malha do presente trabalho, gerada por meio do arquivo *bitmap* utilizado. Observa-se a sequência de digitalização e a definição dos contornos da malha.

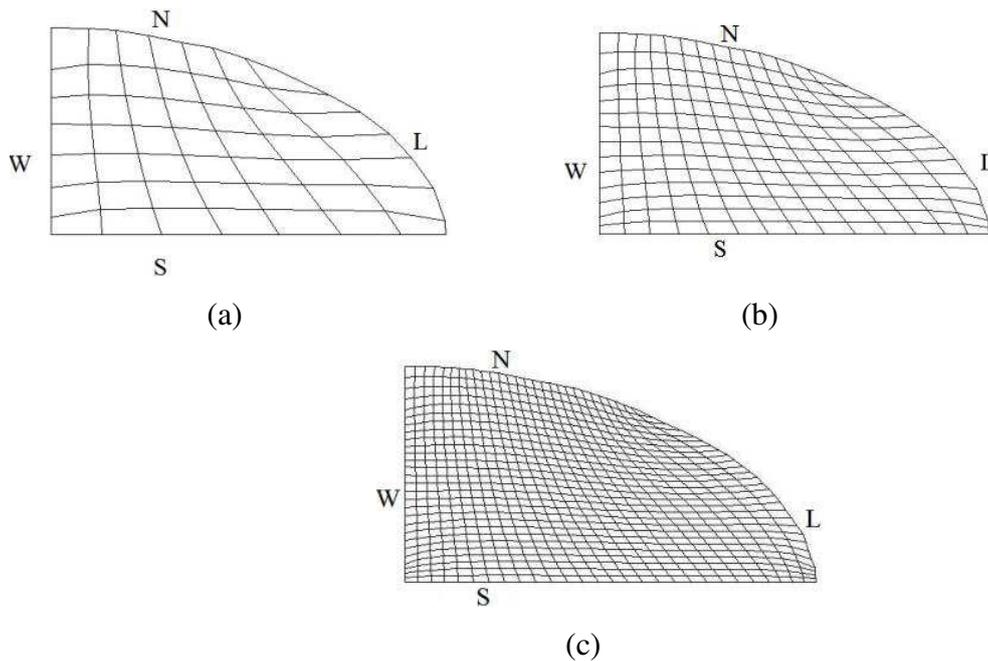
**Figura 4.10** - Quarto de elipse destacando a sequência de digitação e os contornos, para a geração da malha.



Fonte: Autoria própria.

Subsequentemente, a malha pode ser “melhorada” com refino e/ou aproximação de linhas, opções disponíveis no *software* como mostra a Figura 4.10.

**Figura 4.11** - (a) Malha inicial obtida por meio da digitalização dos pontos do contorno da figura *bitmap*; (b) Malha refinada uma vez; (c) Malha refinada duas vezes.



Fonte: Autoria própria.

#### 4.7 Resultados e análises das otimizações

A difusividade térmica pode ser entendida como a taxa com a qual o calor é transportado de um local de gradiente de maior para outro de menor temperatura. Ela tem importância fundamental na determinação da evolução de processos que sofrem aquecimento ou resfriamento, uma vez que ela possibilita prever a velocidade de penetração de calor no interior do produto (Silva et al. 2010)

Se um determinado produto estiver submetido a uma transferência de calor, vai ocorrer uma distribuição de temperatura e uma expressão para a difusividade térmica aparente em função da temperatura local  $\alpha(T)$  pode ser considerada, com a finalidade de melhorar os resultados obtidos na discretização da equação de transporte de calor (ATAÍDE, 2014).

Foram realizadas otimizações para se analisar a cinética de penetração do calor no centro do recipiente usando várias expressões crescentes para a difusividade térmica aparente da polpa da manga como função da temperatura local.

Mais precisamente, 11 funções disponíveis no código computacional desenvolvido por Farias (2011) foram utilizadas nas otimizações de cada uma das experiências realizadas, com a finalidade de se ter uma melhor representação do fenômeno físico ocorrido durante o experimento. É importante ressaltar que para todas as otimizações foi atribuído um valor inicial para os parâmetros da difusividade térmica.

Os resultados das otimizações dos valores obtidos em todas as pasteurizações, foram colocados em Tabelas, por ordem crescente do valor do qui-quadrado ( $\chi^2$ ), uma vez que, a melhor função corresponde a que possui menor  $\chi^2$  e maior coeficiente de determinação ( $R^2$ ).

O tempo médio necessário para realizar cada uma das otimizações foi de 18 horas para uma malha 29x29x29 com 1000 passos no tempo utilizando-se a bateria do notebook no plano de energia auto desempenho.

Se o plano de energia da bateria fosse mudado para o equilibrado, o tempo necessário para a otimização subiria para 44 horas. Como foram feitas 55 otimizações, então, foram necessárias 990 horas de trabalho. A Tabela 4.4 apresenta as onze funções usadas no processo de otimização.

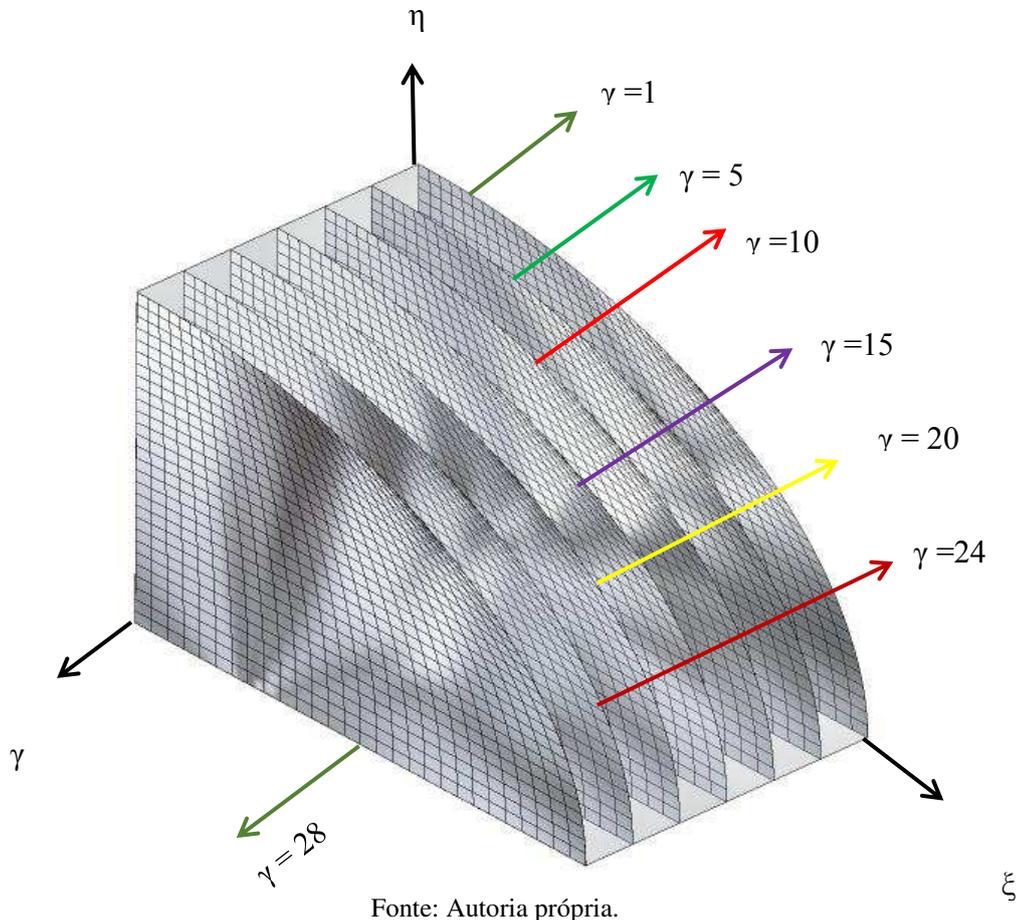
**Tabela 4.4** – Apresenta as onze expressões de difusividade em função da temperatura local disponíveis no código computacional desenvolvido por Farias (2011).

Identificação das funções (F)	Função para difusividade ( $\text{m}^2 \text{min}^{-1}$ )
F1	$A_1 \cosh(A_2 T^2)$
F2	$A_1 \exp(A_2 T^2)$
F3	$A_1 \cosh(A_2 T)$
F4	$A_1 (T)^2 + A_2$
F5	$A_1 \exp(A_2 T)$
F6	$A_1 \exp(A_2 T^{(0,5)})$
F7	$A_1 T + A_2$
F8	$A_1 \exp(A_2/T)$
F9	$A_1 \cosh(A_2 (T)^{1/2})$
F10	$A_1 (T)^{1/2} + A_2$
F11	$A_1$

Fonte: Autoria própria.

O acoplamento do código fonte ao LS Optimezer também permitiu que as curvas isotérmicas da cinética de penetração do calor no recipiente pudessem ser plotadas para diversos planos e em vários instantes de tempo escolhidos para análise. Essas curvas mostram o comportamento da propagação do calor no centro e na superfície interna do recipiente. Na Figura 4.12 são apresentados, de forma esquemática, os seis planos escolhidos para a análise da distribuição de temperatura para os valores médios das experiências realizadas. Vale salientar que a imagem não está em escala real. A Tabela A.1 do anexo apresenta os vinte e oito planos e suas respectivas posições em relação ao eixo Z.

**Figura 4.12** – Imagem dos planos  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm);  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm);  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm);  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm);  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm) e  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm).



Os instantes de tempo escolhidos para a análise foram:

- a)  $t = 3,6$  min
- b)  $t = 5,4$  min
- c)  $t = 9,0$  min
- d)  $t = 12,6$  min
- e)  $t = 18$  min
- f)  $t = 27$  min

Os planos escolhidos para as análises das curvas isotérmicas, e suas respectivas posições, foram:

1.  $\gamma = 1$  ( $z = 0, 416$  mm)
2.  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm)
3.  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm)
4.  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm)
5.  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm)
6.  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm)

#### 4.7.1 Pasteurização P1

Para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente nesta experiência, foram utilizados os dados da Tabela P1 (em anexo) e os resultados deste processo de otimização são apresentados na Tabela 4.5, em ordem crescente do valor do  $\chi^2$ .

**Tabela 4.5** - Apresenta os valores de  $A_1$  e  $A_2$  das funções da difusividade térmica aparente na experiência P1, do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).

<b>F</b>	<b><math>A_1</math></b>	<b><math>A_2</math></b>	<b><math>\chi^2</math></b>	<b><math>R^2</math></b>
F1	$(1,192 \pm 0,005) \times 10^{-7}$	$(1,751 \pm 0,026) \times 10^{-4}$	<b>1,821676</b>	<b>0,9999132</b>
F2	$(1,057 \pm 0,007) \times 10^{-7}$	$(8,370 \pm 0,027) \times 10^{-5}$	2,964257	0,9998595
F3	$(1,045 \pm 0,009) \times 10^{-7}$	$(1,384 \pm 0,027) \times 10^{-2}$	3,189593	0,9998503
F4	$(1,078 \pm 0,037) \times 10^{-11}$	$(1,038 \pm 0,009) \times 10^{-7}$	3,326733	0,9998447
F5	$(0,885 \pm 0,013) \times 10^{-7}$	$(7,91 \pm 0,30) \times 10^{-3}$	3,949009	0,9998146
F9	$(0,847 \pm 0,016) \times 10^{-7}$	$0,1429 \pm 0,0036$	4,198099	0,9998049
F7	$(1,01 \pm 0,04) \times 10^{-9}$	$(8,16 \pm 0,19) \times 10^{-8}$	4,373569	0,9997978
F6	$(0,620 \pm 0,019) \times 10^{-7}$	$(1,068 \pm 0,004) \times 10^{-1}$	4,533590	0,9997886
F10	$(1,35 \pm 0,06) \times 10^{-8}$	$(3,709 \pm 0,04) \times 10^{-8}$	4,989965	0,9997711
F8	$(1,816 \pm 0,032) \times 10^{-7}$	$-15,4 \pm 0,8$	6,630487	0,9996959
F11	$(1,336 \pm 0,006) \times 10^{-7}$	0	33,04672	0,9991397

Fonte: Autoria própria.

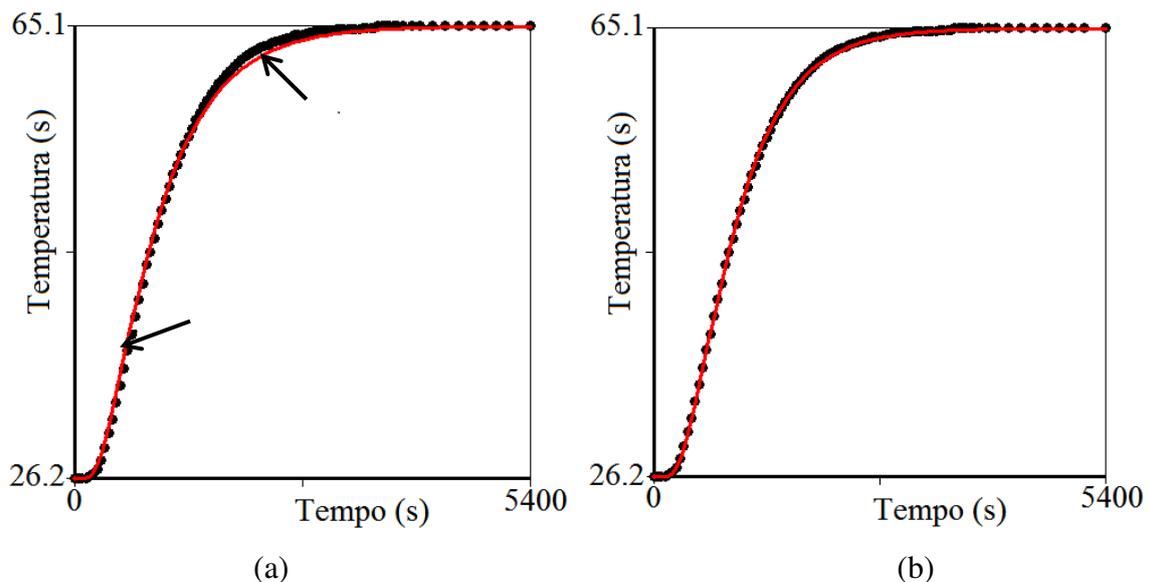
A Figura 4.13 traz os gráficos mostrando a evolução da temperatura no centro do recipiente com a polpa da manga, simulada numericamente através da função constante  $F11 = \alpha(T) = A_1$  e da função  $F1 = \alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$ , com difusividade térmica variável. A evolução da temperatura dos dados experimentais em função do tempo também é vista nos dois gráficos, representada pela curva pontilhada.

Na Figura 4.13a é possível ver ligeira “distorção” (indicada pela seta), entre as curvas geradas pelos dados experimentais, e a curva simulada pela função constante F1 (curva vermelha).

Já para o gráfico da Figura 4.13b, observa-se que a curva simulada pela função F1 com difusividade térmica variável se ajusta perfeitamente aos pontos experimentais.

Da Tabela 4.5, observa-se que a difusividade térmica aparente da polpa da manga é dada pela função  $F1 = \alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$ , que vem a ser, entre as onze disponíveis, a melhor função de ajuste.

**Figura 4.13** – Representação gráfica da penetração de calor a partir da simulação numérica via funções (a) F11 e (b) F1 e a dos pontos experimentais da temperatura no centro do recipiente.



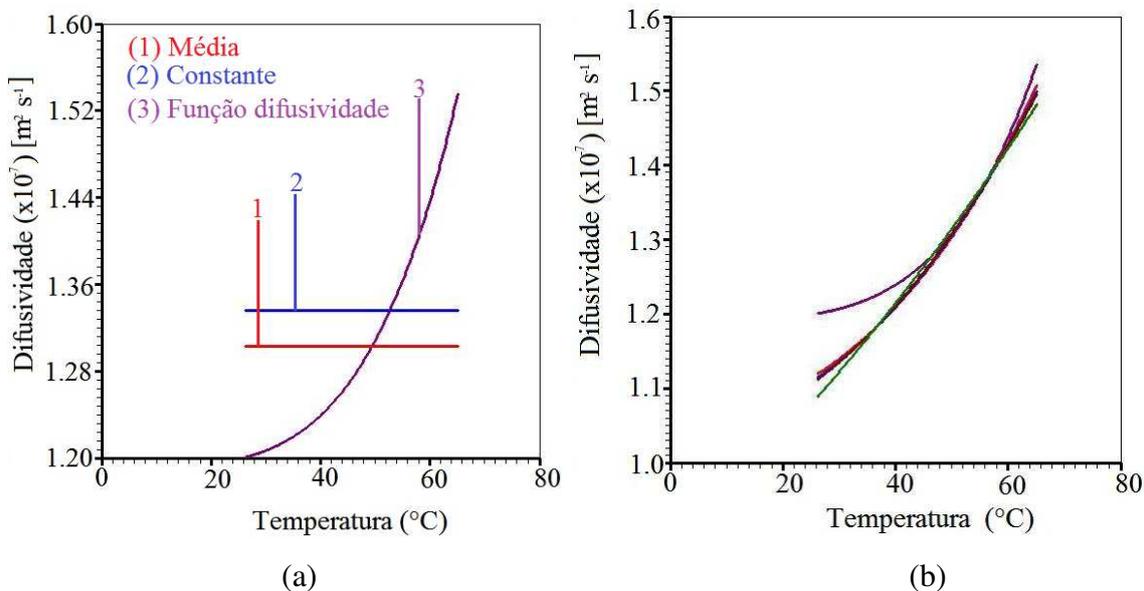
Fonte: Autoria própria.

Na Figura 4.14 são apresentados os gráficos que mostram os perfis da difusividade térmica da polpa da manga.

A Figura 4.14a mostra o perfil da difusividade térmica dada pela melhor função de ajuste ( $F1 = \alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$ ), da difusividade média desta função e o perfil da difusividade térmica constante. Esses perfis foram plotados entre as temperaturas de 26,2 °C (inicial) e 65,2 °C (equilíbrio térmico). Os gráficos da Figura 4.14b mostram as cinco melhores funções que descrevem a difusividade térmica aparente da polpa da manga em função da temperatura local. A precisão dos resultados obtidos pode ser verificada pela proximidade desses gráficos.

O valor médio e o valor constante para a difusividade térmica encontrados nesta pasteurização foram respectivamente  $\alpha = 1,303 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  e  $\alpha = 1,336 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Os valores estão bastantes próximos um do outro, mostrando a coerência dos resultados.

**Figura 4.14** – (a) função difusividade térmica da polpa da manga, a difusividade média desta função e a difusividade constante; (b) as cinco melhores funções para a difusividade térmica.



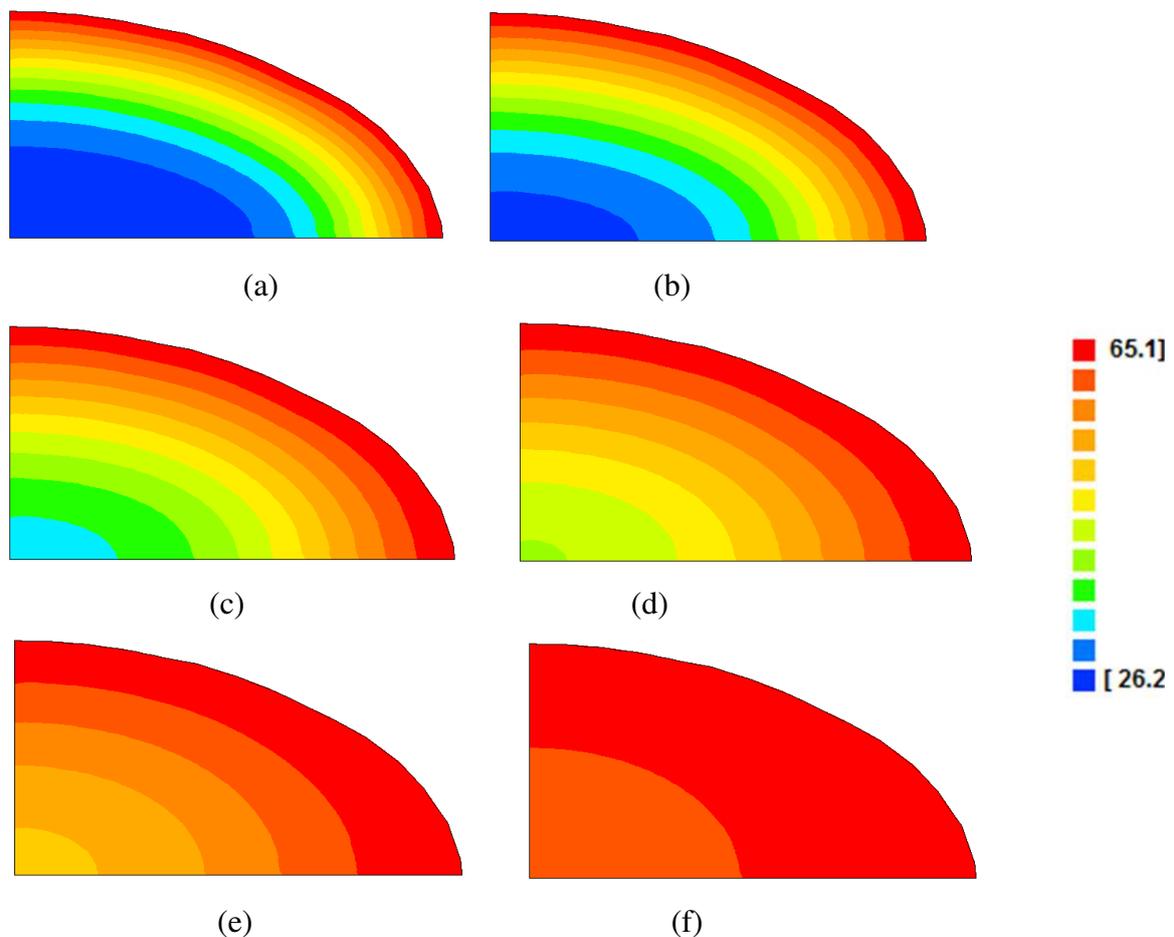
Fonte: Autoria própria.

#### 4.7.1.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor

A Figura 4.15 mostra o perfil das curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm) em seis diferentes instantes de tempo durante o processo de aquecimento.

É possível observar nessas curvas que a cinética da propagação do calor ocorre da superfície interna para o centro, onde o gradiente da temperatura, em qualquer ponto, possui a mesma forma geométrica do corpo e não apresenta variação na direção de propagação.

**Figura 4.15** - Contornos das isotérmicas no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos instantes de tempo: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.

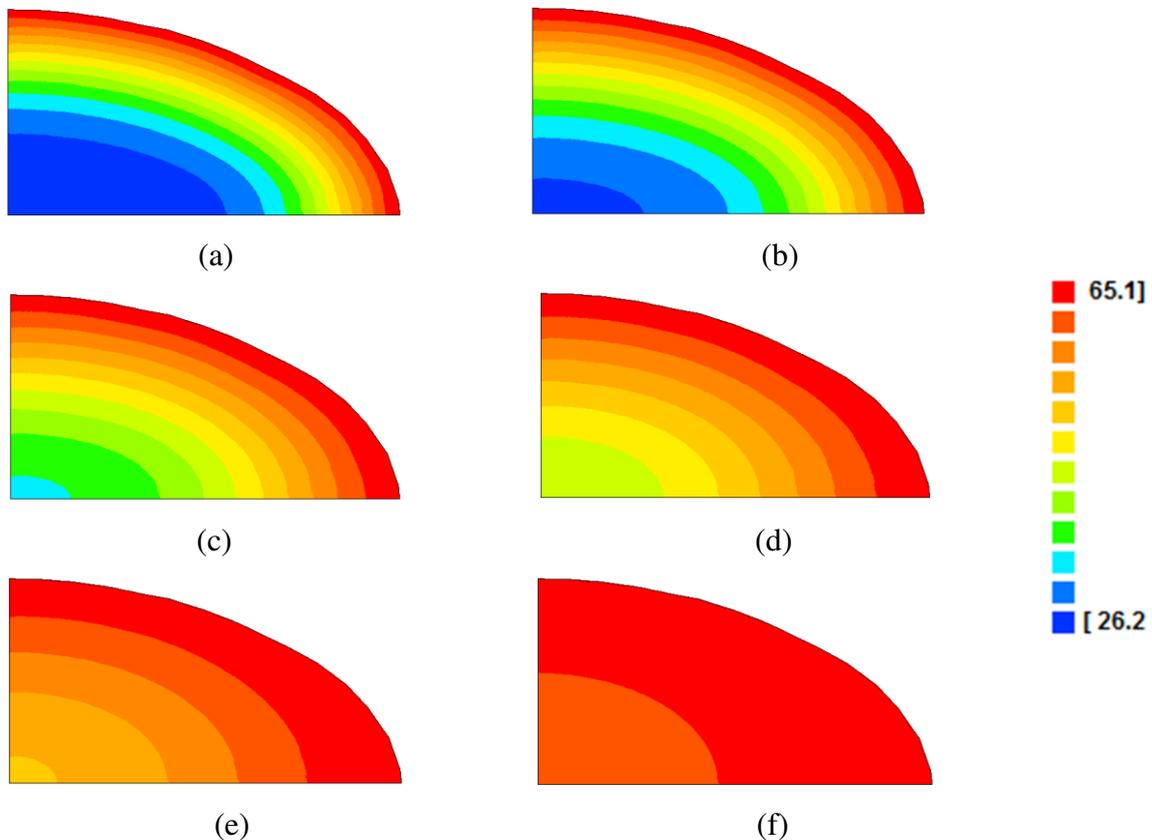


Fonte: Autoria própria

Na Figura 4.15a observa-se que no centro do recipiente a temperatura permanece a mesma do início do processo, mesmo após 3,6 min. Na Figura 4.15b nota-se que a temperatura no centro ainda continua predominantemente a inicial, após 5,4 min do início da pasteurização. Os gráficos da Figura 4.15c e da Figura 4.15d mostram que a temperatura no centro já sofreu uma mudança considerável, após 9 min e aproximadamente 13 min respectivamente. A Figura 4.15f mostra que após 27 min praticamente todos os pontos da amostra da polpa da manga atingiram ou estão muito próximo da temperatura de equilíbrio térmico (65,1 °C). Os trabalhos de Lins (2013), Ataíde (2014), Araújo (2016) e Silva et al (2018a), também observaram comportamento semelhante nas curvas isotérmicas dos seus respectivos recipientes.

A Figura 4.16 mostra as curvas isotérmicas para o plano  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm) em seis instantes de tempo durante processo de aquecimento.

**Figura 4.16** – Curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm) mostrando a distribuição de temperatura na polpa nos tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.

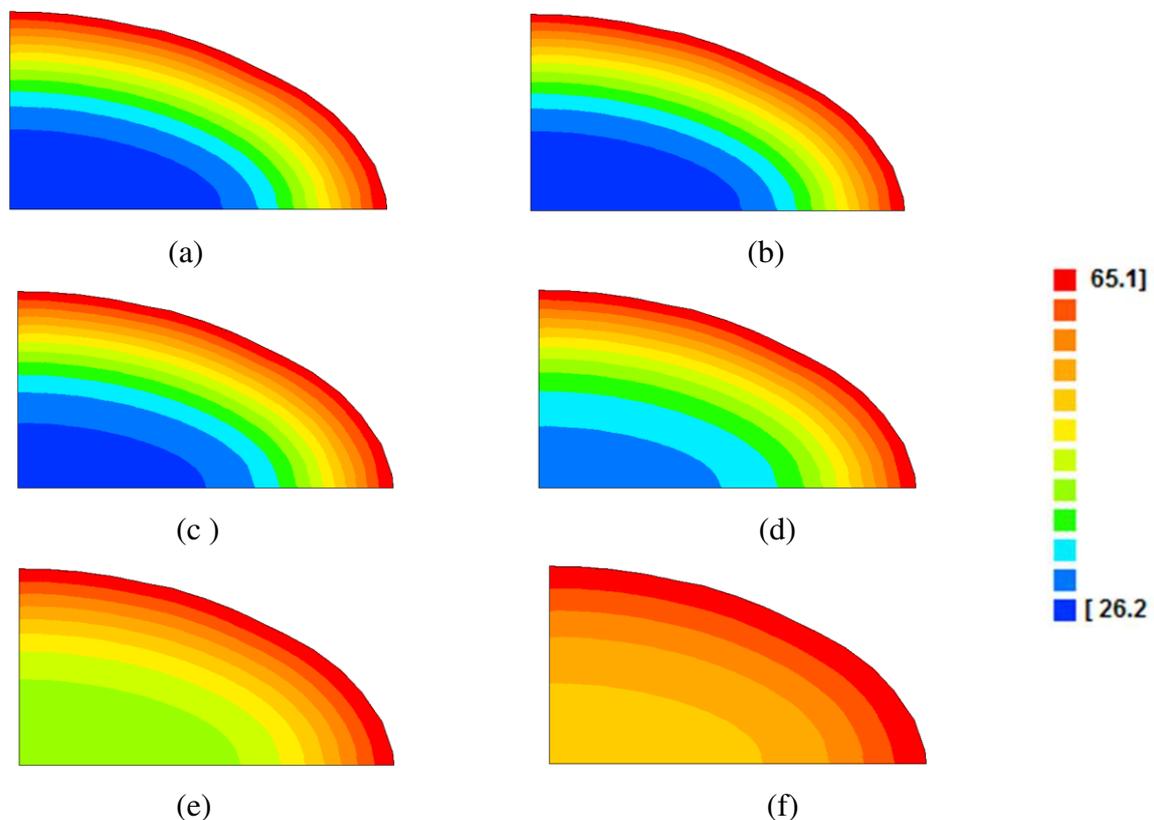


Fonte: Autoria própria.

As análises feitas para a Figura 4.15 também podem ser feitas para as curvas isotérmicas mostradas na Figura 4.16, pois elas não apresentam mudanças significativas quando comparadas com as do plano central. Isto pode ser explicado pelo fato dos dois planos não estarem muito distante um do outro. Nos dois planos, nos instantes iniciais do processo, mais precisamente em 3,6 min, observa-se na parte central a predominância da temperatura inicial e após 27 minutos, todos dos pontos da polpa estão praticamente na temperatura de equilíbrio térmico ou bem próximo a ela.

Na Figura 4.17 são apresentados os contornos das isotérmicas para seis planos ( $\gamma = 1$ ,  $\gamma = 5$ ,  $\gamma = 10$ ,  $\gamma = 15$ ,  $\gamma = 20$  e  $\gamma = 24$ ), no instante de tempo de 3,6 min. Os gráficos dessa Figura 4.17 são importantes pois mostram o comportamento dos contornos das isotérmicas durante o processo de transferência de calor na polpa da manga, em planos distintos, mas no mesmo instante de tempo.

**Figura 4.17** – Contornos das isotérmicas para os planos: (a)  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ); (b)  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm); (c)  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm); (d)  $\gamma = 15$  ( $z = 12,01$  mm); (e)  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm); (f)  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm), no instante de tempo de 3,6 min.



Fonte: Autoria própria.

Observa-se que quanto mais o plano é afastado do centro do recipiente, os pontos da amostra da polpa da manga estão cada vez mais próximos da temperatura de estabilização. O que já era esperado uma vez que, como já foi dito, a cinética de propagação de calor ocorre da superfície interna para o centro. Por exemplo, os planos  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm) e  $\gamma = 5$  ( $3,735$  mm), por estarem bem próximos um do outro, mostram praticamente os mesmos perfis para as isotérmicas, enquanto que, no plano mais afastado do centro,  $\gamma = 24$  ( $19,505$  mm), que está perto da superfície, que corresponde a  $\gamma = 29$  ( $z = 23,3$  mm), as temperaturas já estão bem próximas da temperatura de equilíbrio térmico.

#### 4.7.2 Pasteurização P2

Para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente nesta experiência, foram utilizados os dados da Tabela P2 (no anexo) e os resultados deste processo de otimização são apresentados na Tabela 4.6, em ordem crescente do valor do  $\chi^2$ .

**Tabela 4.6** - Apresenta os valores de  $A_1$  e  $A_2$  das funções da difusividade térmica aparente na experiência P2, do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).

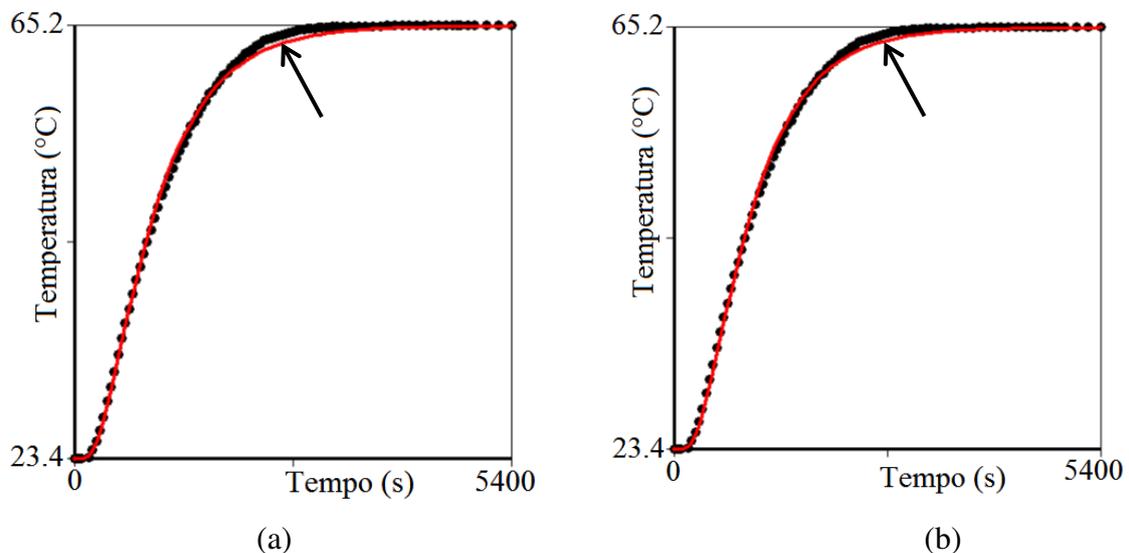
F	$A_1$	$A_2$	$\chi^2$	$R^2$
F1	$(1,312 \pm 0,015) \times 10^{-7}$	$(4,93 \pm 0,29) \times 10^{-5}$	<b>22,020524</b>	<b>0,998931</b>
F2	$(1,260 \pm 0,021) \times 10^{-7}$	$(1,2 \pm 0,7) \times 10^{-5}$	23,180049	0,998904
F3	$(1,261 \pm 0,022) \times 10^{-7}$	$(4,94 \pm 0,14) \times 10^{-3}$	23,198031	0,998904
F4	$(1,54 \pm 0,09) \times 10^{-12}$	$(1,261 \pm 0,022) \times 10^{-7}$	23,207680	0,998905
F6	$(1,23 \pm 0,04) \times 10^{-7}$	$(4,65 \pm 0,15) \times 10^{-2}$	23,440773	0,998909
F5	$(1,25 \pm 0,04) \times 10^{-7}$	$(8,1 \pm 0,6) \times 10^{-4}$	23,618218	0,998904
F9	$(1,250 \pm 0,039) \times 10^{-7}$	$(4,030 \pm 0,16) \times 10^{-2}$	23,626751	0,998904
F7	$(1,02 \pm 0,08) \times 10^{-10}$	$(1,250 \pm 0,039) \times 10^{-7}$	23,631020	0,998905
F8	Não convergiu			
F10	$(1,11 \pm 0,11) \times 10^{-9}$	$(1,22 \pm 0,07) \times 10^{-7}$	23,787800	0,998908
F11	$(1,324 \pm 0,005) \times 10^{-7}$	0	26,759386	0,998729

Fonte: Autoria própria.

A Tabela 4.6 mostra que o  $\chi^2$  para a difusividade térmica aparente da polpa de manga, quando expressa pela função  $\alpha(T)=A_1\cosh(A_2T^2)$  é o que apresenta menor valor dentre as 11 funções utilizadas. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) encontrado por esta função foi o maior dentre os 11 determinados, muito embora todos eles tenham apresentados valores muito próximos. É possível ver também que quando foi usada a função  $F_8$  não houve convergência.

A Figura 4.18 mostra a cinética de aquecimento no centro do recipiente simulada numericamente através da função constante  $\alpha(T)=A_1$ , vista em (a), e da função  $F1$ , observada em (b). A cinética de aquecimento dos dados experimentais pode ser vista em ambos os gráficos.

**Figura 4.18** - Evolução da temperatura a partir da simulação numérica via funções (a)  $F11$  e (b)  $F1$  (com difusividade térmica variável). A cinética de aquecimento dos dados experimentais é representada pela curva pontilhada.



Fonte: Autoria própria.

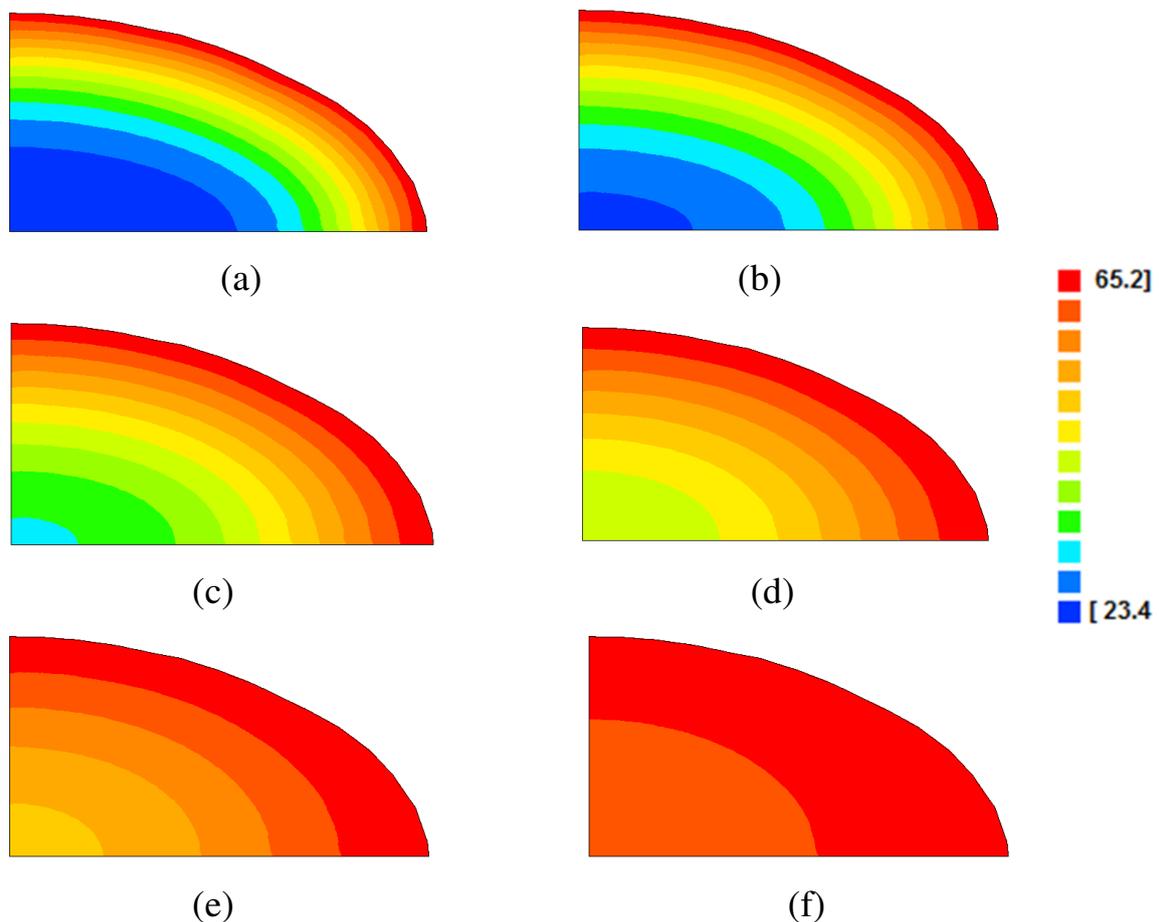
É possível observar certa semelhança nos dois gráficos na parte inicial do processo. Em ambos os casos as curvas simuladas se ajustam aos pontos experimentais até certo valor de temperatura e posteriormente uma pequena distorção é observada, com maior nitidez no gráfico (a), que é a simulação pela função constante. Para os valores obtidos nesta pasteurização, o valor médio da difusividade térmica determinado

pela função F1 foi  $\alpha(T) = 1,321 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  e o valor constante obtido pela função F1 foi  $\alpha = 1,324 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ .

#### 4.7.2.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor

As curvas isotérmicas para o plano inicial ( $\gamma = 1$ ) em diferentes instantes de tempo podem ser vistas na Figura 4.19.

**Figura 4.19** - Contornos das isotérmicas no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.



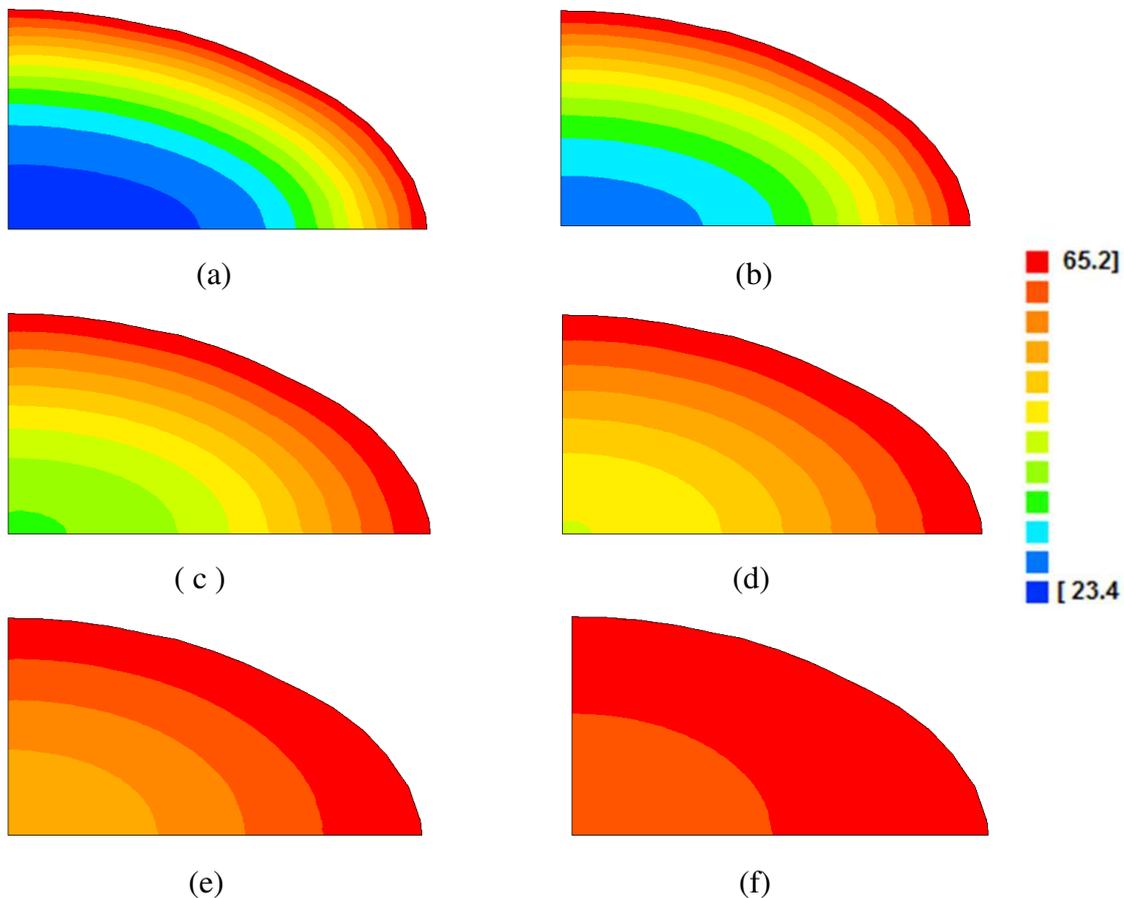
Fonte: Autoria própria

Tal como ocorreu na pasteurização P1, no início do processo, mais precisamente no instante de tempo de 3,6 min, visto na Figura 4.19a, a temperatura predominante do centro do recipiente ainda é a inicial (23,4 °C) e se mantém em torno dessa temperatura

até o tempo de 5,4 min (Figura 4.19b). Decorridos 27 min do início do processo (Figura 4.19f) todos os pontos da polpa da manga se encontram na temperatura de equilíbrio térmico ou próximo a ela (65,2 °C).

A Figura 4.20 mostra os contornos das curvas isotérmicas para o plano  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm) para seis distintos instantes de tempo.

**Figura 4.20** – Curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm), mostrando a distribuição de temperatura na polpa da manga: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.

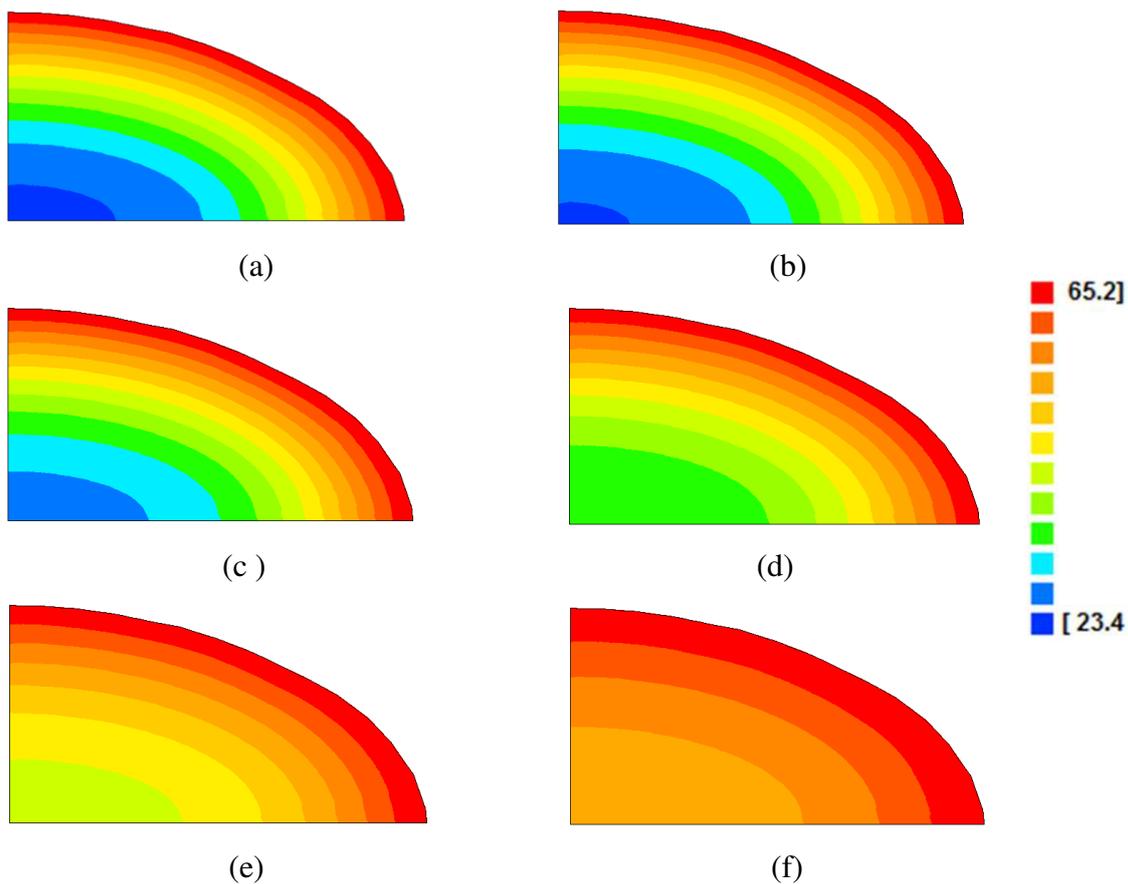


Fonte: Autoria própria.

Nas curvas isotérmicas dos planos  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ) e  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm), nota-se que mesmo para instantes de tempo iguais elas apresentam compartamentos diferentes. Observa-se que no plano  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm) as curvas isotérmicas apresentam gradientes de temperaturas maiores pelo fato dele está mais próximo da

superfície. Esses comportamentos podem ser vistos mais nitidamente na comparação dos gráficos 4.9c com 4.20c e 4.19d com 4.20d. As curvas isotérmicas no instante de tempo de 27 min, apresentadas nos gráficos da Figura 4.19f e da Figura 4.20f apresentam comportamento praticamente iguais, onde se observa que os pontos da polpa da manga praticamente já atingiram a temperatura de equilíbrio térmico ou estão próximos de atingi-las. As curvas isotérmicas no instante de tempo de 5,4 min para diferentes planos são mostradas nos gráficos da Figura 4.21.

**Figura 4.21** – Contornos das curvas isotérmicas para o instante de tempo  $t = 5,4$  min, para os planos: (a)  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm) (b)  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm); (c)  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm); (d)  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm); (e)  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm); (f)  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm).



Fonte: Autoria própria.

Como já visto anteriormente para situação idêntica, observa-se que quanto mais o plano estiver afastado do centro do recipiente, os pontos da amostra da polpa da manga estão mais próximos da temperatura de equilíbrio térmico. Para exemplificar,

comparando as curvas isotérmicas do plano intermediário  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm), visto na Figura 4.21d, com as do plano  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm), apresentado na Figura 4.21f, observa-se que as isothermas do plano mais próximo da superfície apresentam valores de temperatura maiores, já se aproximando da temperatura de estabilização.

### 4.7.3 Pasteurização P3

Para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente nesta experiência, foram utilizados os dados da Tabela P3 (em anexo) e os resultados da otimização são apresentados na Tabela 4.7, em ordem crescente do valor do  $\chi^2$ .

**Tabela 4.7** - Apresenta os valores de  $A_1$  e  $A_2$  das funções da difusividade térmica aparente na experiência P3, do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).

F	$A_1$	$A_2$	$\chi^2$	$R^2$
F1	$(0,942 \pm 0,010) \times 10^{-7}$	$(3,35 \pm 0,05) \times 10^{-4}$	8,840625	0,99958868
F2	$(0,742 \pm 0,012) \times 10^{-7}$	$(2,326 \pm 0,06) \times 10^{-4}$	17,14360	0,9991968
F3	$(0,682 \pm 0,016) \times 10^{-7}$	$(2,60 \pm 0,06) \times 10^{-2}$	21,96122	0,99896054
F4	$(2,933 \pm 0,010) \times 10^{-11}$	$(6,28 \pm 0,23) \times 10^{-8}$	26,25782	0,99875039
F5	$(0,4617 \pm 0,016) \times 10^{-7}$	$(2,16 \pm 0,07) \times 10^{-2}$	26,46022	0,99875090
F6	$(0,1794 \pm 0,015) \times 10^{-7}$	$0,288 \pm 0,012$	32,20480	0,99847359
F7	$(2,63 \pm 0,011) \times 10^{-9}$	$(7,7 \pm 0,5) \times 10^{-9}$	37,94627	0,99819222
F9	$(0,328 \pm 0,023) \times 10^{-7}$	$0,299 \pm 0,010$	31,31448	0,99851364
F10	$(0,345 \pm 0,016) \times 10^{-7}$	$(-1,03 \pm 0,11) \times 10^{-7}$	44,86558	0,99786143
F8	$(3,19 \pm 0,14) \times 10^{-7}$	$-40,3 \pm 2,0$	53,30581	0,99746784
F11	$(1,371 \pm 0,017) \times 10^{-7}$	0	238,4301	0,99116562

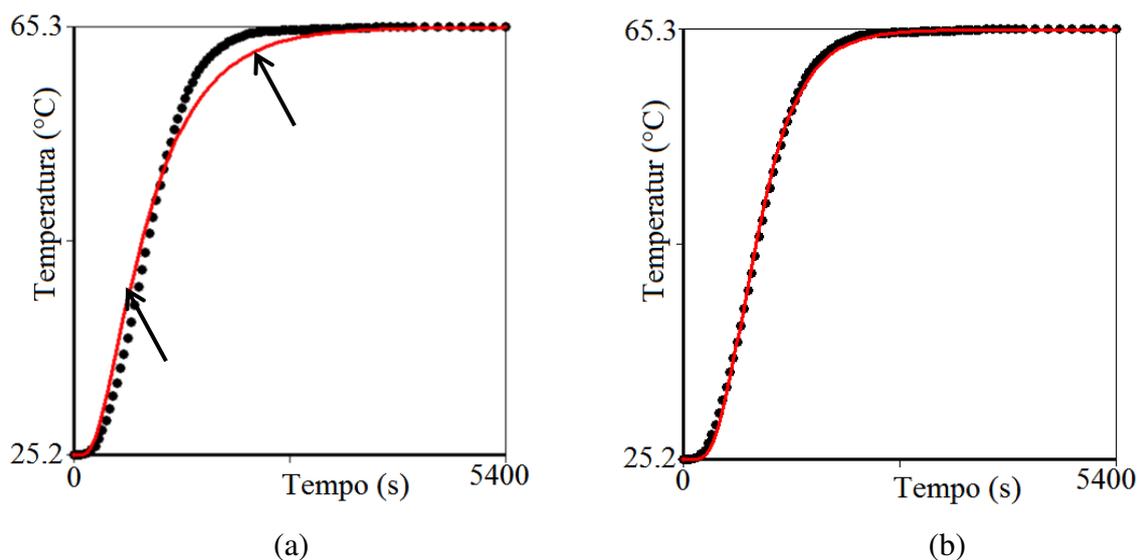
Fonte: Autoria própria.

Da Tabela 4.7 é possível observar que o  $\chi^2$  para a difusividade térmica aparente da polpa de manga na experiência P3, quando expressa pela função  $\alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$  é o que apresenta menor valor dentre os outros determinados pelas demais funções. O

coeficiente de determinação ( $R^2$ ) encontrado por esta função foi o maior, muito embora todos eles tenham apresentados valores muito próximos.

A Figura 4.22 mostra os gráficos da cinética de aquecimento no centro do recipiente, simuladas numericamente através da função constante F11, (Figura 4.22a) em e da função F1, (Figura 4.22b), com difusividade térmica variável. As curvas vermelhas representam esses aquecimentos. As curvas pretas pontilhadas representam a evolução da temperatura dos dados experimentais.

**Figura 4.22** – Cinética de aquecimento a partir da simulação numérica via funções (a)F11 e (b)F1. A cinética de aquecimento dos dados experimentais também é mostrada nos dois gráficos pela curva de cor preta.



Fonte: Autoria própria

O gráfico da Figura 4.22a mostra nitidamente a discrepância entre a curva experimental e a curva simulada numericamente pela função constante (F11). Observam-se valores simulados de temperatura superiores aos valores experimentais pouco tempo depois do início do processo. Posteriormente a curva de aquecimento fica consideravelmente abaixo da curva experimental no mesmo intervalo de tempo e depois se ajusta aos dados experimentais.

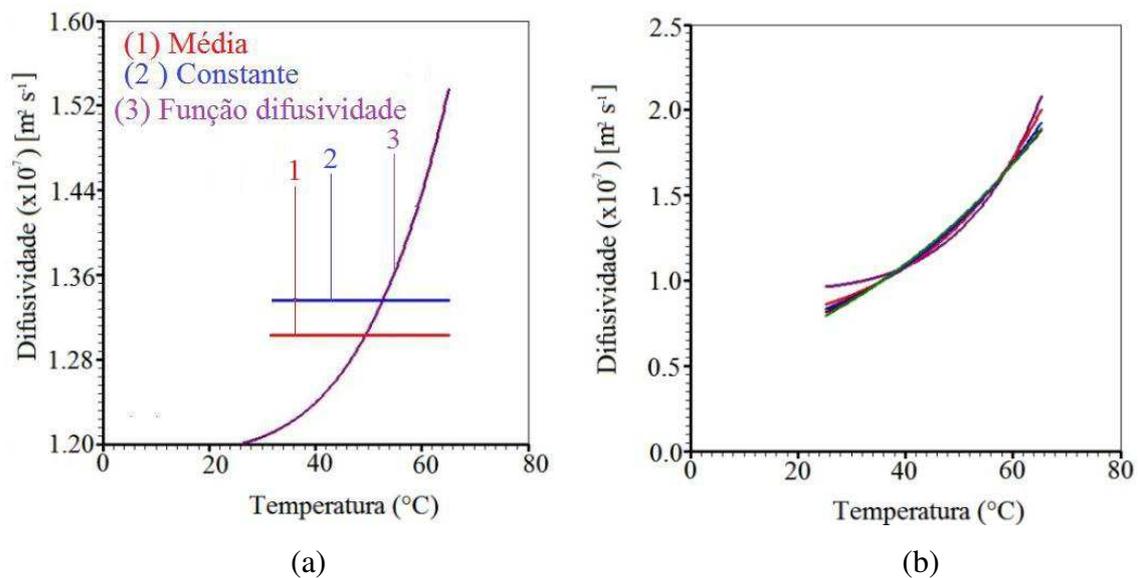
O que se pode concluir desses comportamentos é que a curva simulada pela função constante para essa experiência não se ajusta adequadamente aos dados

experimentais. O gráfico mostrado na Figura 4.22b mostra que os valores simulados pela função  $\alpha(T)=A_1\cosh(A_2T^2)$  se ajustam perfeitamente aos valores experimentais.

A Tabela 4.7 mostra que a difusividade térmica aparente da polpa da manga é dada pela função  $F1 = \alpha(T) = A_1\cosh(A_2T^2)$ . A Figura 4.23 mostra perfis da difusividade térmica para três situações distintas. Os gráficos da Figura 4.23a mostram os perfis da difusividade térmica, dado pela melhor função de ajuste, pela média desta função e pela função constante, as temperaturas de 25, 2 °C e 65,3 °C. Os gráficos apresentados na Figura 4.23b representam as cinco melhores funções que descrevem a difusividade térmica aparente da polpa da manga em função da temperatura local.

Como anteriormente, a precisão dos resultados obtidos pode ser verificada pela proximidade desses gráficos. O valor médio da difusividade térmica determinado pela função F1 foi  $\alpha(T) = 1,284 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  e o valor constante obtido pela função F11 foi  $\alpha = 1,371 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

**Figura 4.23** - Em (a) a Função difusividade térmica aparente da manga, a difusividade média desta função e a difusividade constante. Em (b) são vistas as cinco melhores funções para a difusividade térmica.



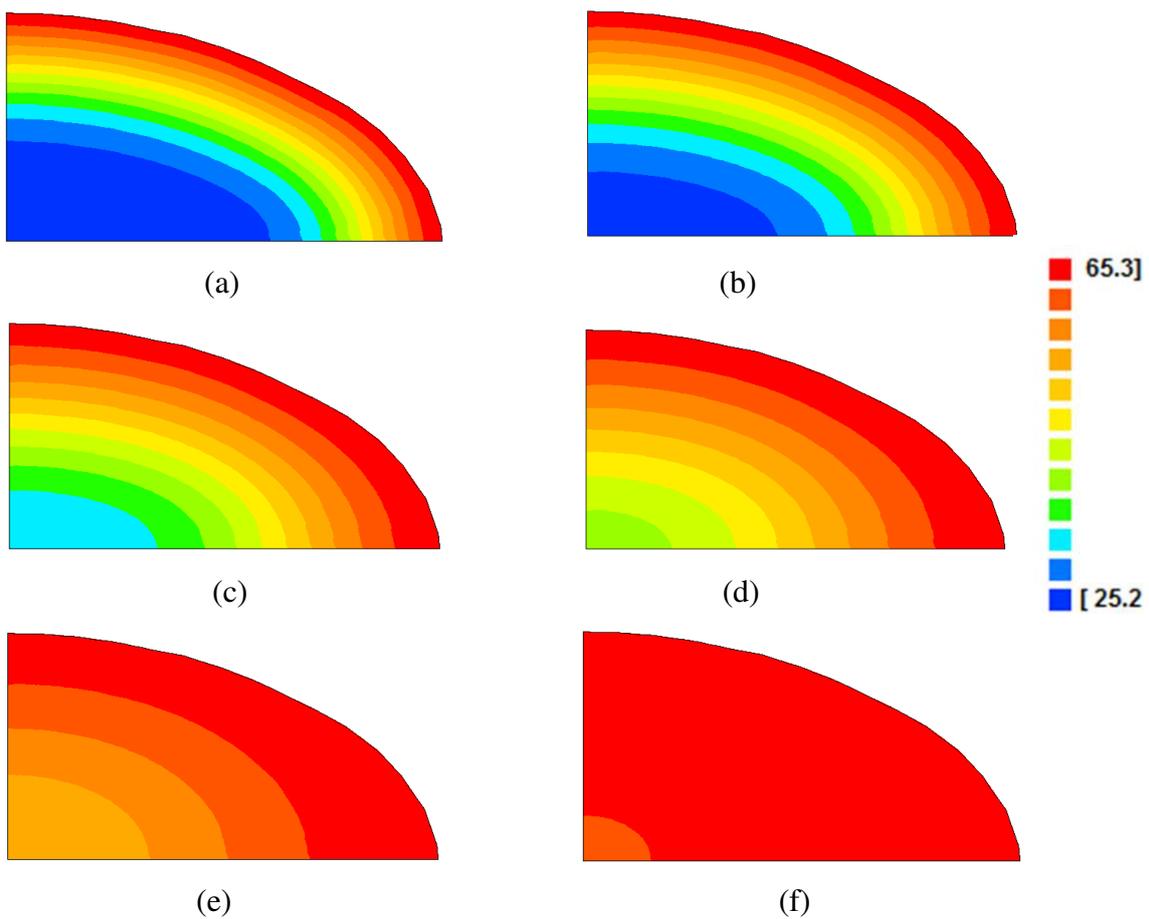
Fonte: Autoria própria.

### 4.7.3.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor

As isotérmicas para o plano inicial,  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ), em diferentes instantes de tempo são vistas na Figura 4.24.

Nota-se a semelhança entre essas curvas isotérmicas com as curvas obtidas e analisadas nas experiências 1 e 2. Elas mostram novamente que a cinética da propagação do calor ocorre da superfície interna para o centro do recipiente e que as curvas isotérmicas crescem em sentido contrario, isto é, do centro para a superfície.

**Figura 4.24** - Mostra os contornos das isotérmicas no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0.415$  mm), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos instantes de tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.

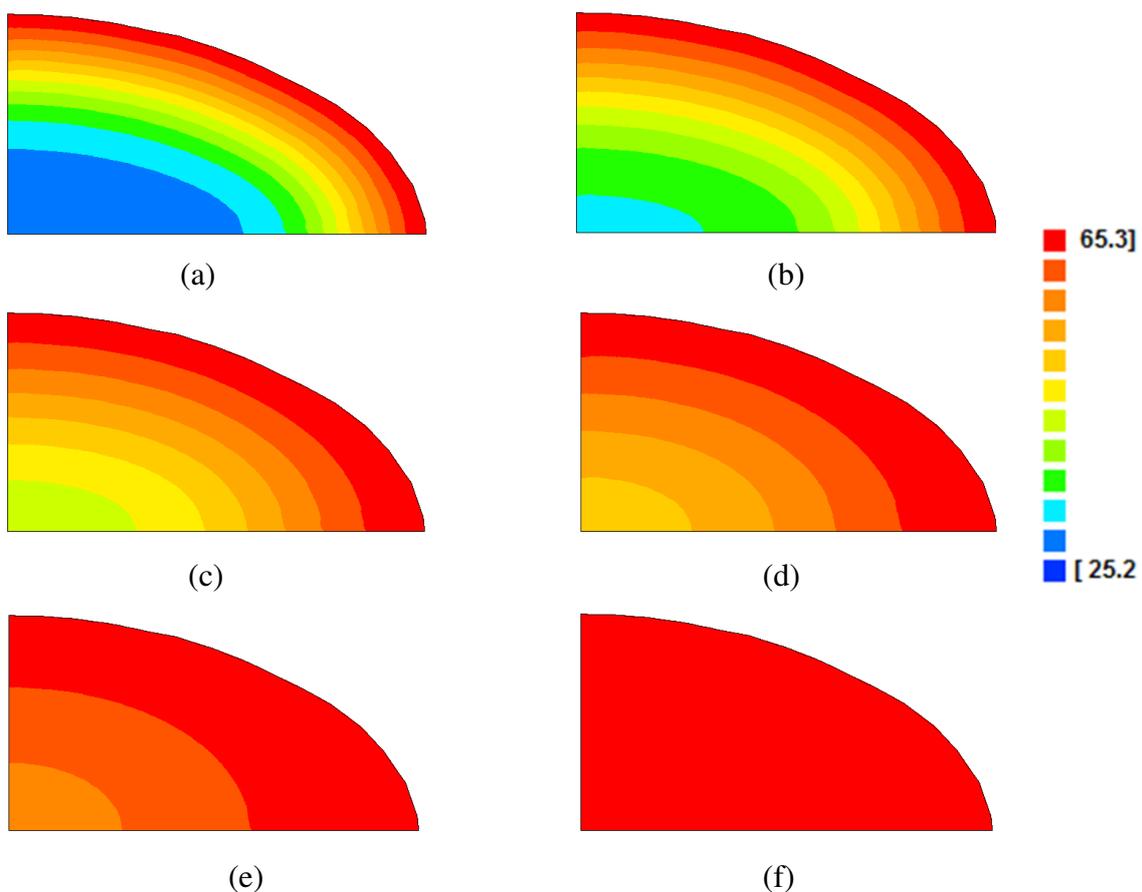


Fonte: Autoria própria.

Os contornos das curvas isotérmicas para o plano  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm) em diferentes instantes de tempo são vistas na Figura 4.25.

Observar-se claramente a diferença entre os contornos das isotérmicas nos dois planos. O que já era fisicamente esperado, uma vez que os perfis das curvas isotérmicas dependem da posição do plano em relação ao centro, ou seja, do quanto ele está mais distante ou mais próximo da superfície. Por exemplo, em 3,6 min do início do processo, representado pela Figura 4.24a e pela Figura 4.25a, a quantidade de pontos da polpa da manga que ainda estão na temperatura inicial do processo, ou bem próxima a ela, é superior no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ).

**Figura 4.25** – Curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm), mostrando a distribuição de temperatura na polpa da manga: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.

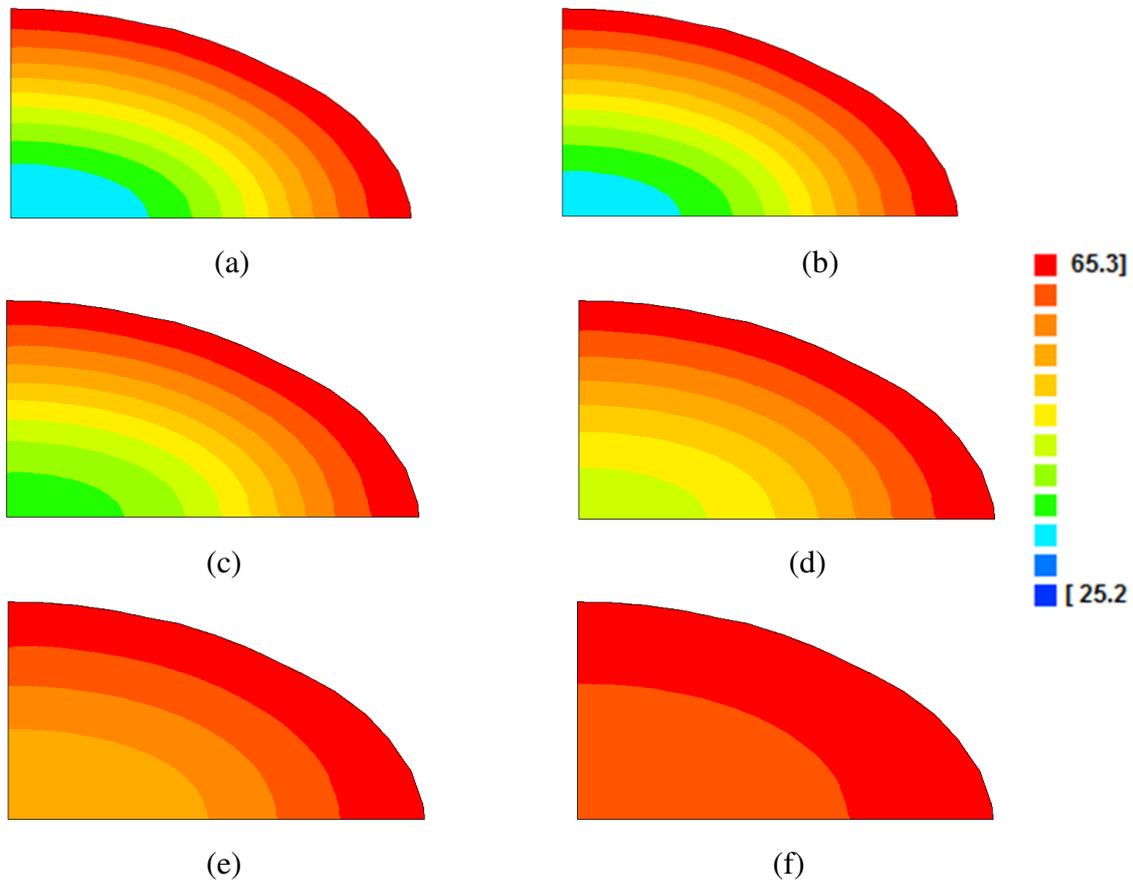


Fonte: Autoria própria.

No instante de tempo de 27 min, representado pela Figura 4.24f e na Figura 4.25f, a diferença no comportamento das curvas isotérmicas fica bem nítida, uma vez que para o plano mais afastado do centro, praticamente todos os pontos da amostra da polpa da manga atingiram a temperatura de equilíbrio térmico, e isto não acontece não acontece no plano central.

Na Figura 4.26 são mostrados os contornos das curvas isotérmicas para o instante de tempo de 9 min em diversos planos. Como esperado, devido ao fato da propagação de calor acontecer da superfície interna do recipiente para o centro, nos planos mais distantes do plano central, os pontos da amostra da polpa da manga atingem a temperatura de equilíbrio térmico mais rapidamente, como pode ser observado na Figura 4.26(f).

**Figura 4.26** – Curvas isotérmicas isotérmicas no tempo  $t = 9$  min, para os planos: (a)  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ); (b)  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm); (c)  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm); (d)  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm); (e)  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm) e (f)  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm).



Fonte: Autoria própria.

#### 4.7.4 Pasteurização P4

A função que melhor representa a difusividade térmica aparente da pasteurização P4 foi encontrada pela utilização dos dados da Tabela P4 (em anexo).

Os resultados da otimização podem ser vistos Tabela 4.8, em ordem crescente do valor do  $\chi^2$ .

Na Tabela 4.8 observa-se que o  $\chi^2$  para a difusividade térmica aparente da polpa de manga na experiência P4, quando expressa pela função  $F1 = \alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$  é o que apresenta menor valor dentre os 11 determinados e o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) encontrado por esta função foi o maior dentre os demais, todavia, os valores de todos eles estão muito próximos uns dos outros. Então, de acordo com os parâmetros estatísticos encontrados, a melhor função de ajuste é a F1, mostrada a cima.

**Tabela 4.8** - Apresenta os valores de  $A_1$  e  $A_2$  das funções da difusividade térmica aparente na experiência P4, do qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e do coeficiente de determinação ( $R^2$ ).

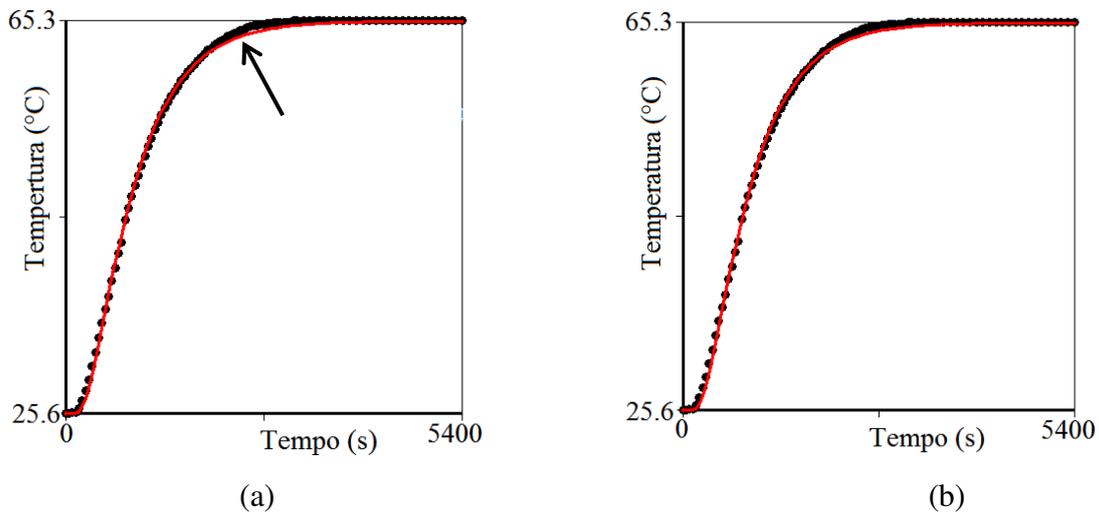
F	$A_1$	$A_2$	$\chi^2$	$R^2$
F1	$(1,406 \pm 0,014) \times 10^{-7}$	$(6,47 \pm 0,19) \times 10^{-5}$	<b>12,62696</b>	<b>0,99932896</b>
F2	$(1,337 \pm 0,020) \times 10^{-7}$	$(1,85 \pm 0,06) \times 10^{-5}$	13,51565	0,99929584
F3	$(1,337 \pm 0,021) \times 10^{-7}$	$(6,13 \pm 0,10) \times 10^{-3}$	13,54109	0,99929567
F4	$(2,53 \pm 0,08) \times 10^{-14}$	$(1,377 \pm 0,021) \times 10^{-7}$	13,55396	0,99929550
F5	$(1,301 \pm 0,036) \times 10^{-7}$	$(1,508 \pm 0,06) \times 10^{-3}$	13,95089	0,99928315
F6	$(1,229 \pm 0,006) \times 10^{-7}$	$(1,88 \pm 0,07) \times 10^{-3}$	14,15043	0,99927800
F7	$(2,05 \pm 0,08) \times 10^{-10}$	$(1,301 \pm 0,039) \times 10^{-7}$	13,97886	0,99928341
F8	$(1,454 \pm 0,038) \times 10^{-7}$	$-1,710 \pm 0,012$	14,63326	0,99927816
F9	$(1,301 \pm 0,037) \times 10^{-7}$	$(5,57 \pm 0,11) \times 10^{-2}$	13,96932	0,99928339
F10	$(2,54 \pm 0,10) \times 10^{-9}$	$(1,22 \pm 0,07) \times 10^{-7}$	14,17320	0,99927870
F11	$(1,429 \pm 0,005) \times 10^{-7}$	0	16,39305	0,99916020

Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.27 representa a evolução da temperatura no centro do recipiente, simulada numericamente através da função constante  $F11 = A_1$  e da função  $F1 = \alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$ , com difusividade térmica variável, ou seja, dependente da temperatura local, e também a evolução da temperatura via dados experimentais, representada pela curva pontilhada nos dois gráficos.

Observa-se que os dados simulados se ajustam muito bem aos dados obtidos nos experimentos, apresentando apenas um pequeno desvio entre a curva simulada e a curva experimental, no ponto indicado na Figura 4.27a. Para os dados desta pasteurização, o valor médio da difusividade térmica determinado pela função F1 foi  $\alpha(T) = 1,423 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  e o valor constante obtido pela função F11 foi  $\alpha = 1,429 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

**Figura 4.27** - Cinética de aquecimento a partir da simulação via funções (a) F11 e (b) F1 e a cinética de aquecimento dos dados experimentais, representada pela curva preta.



Fonte: Autoria própria.

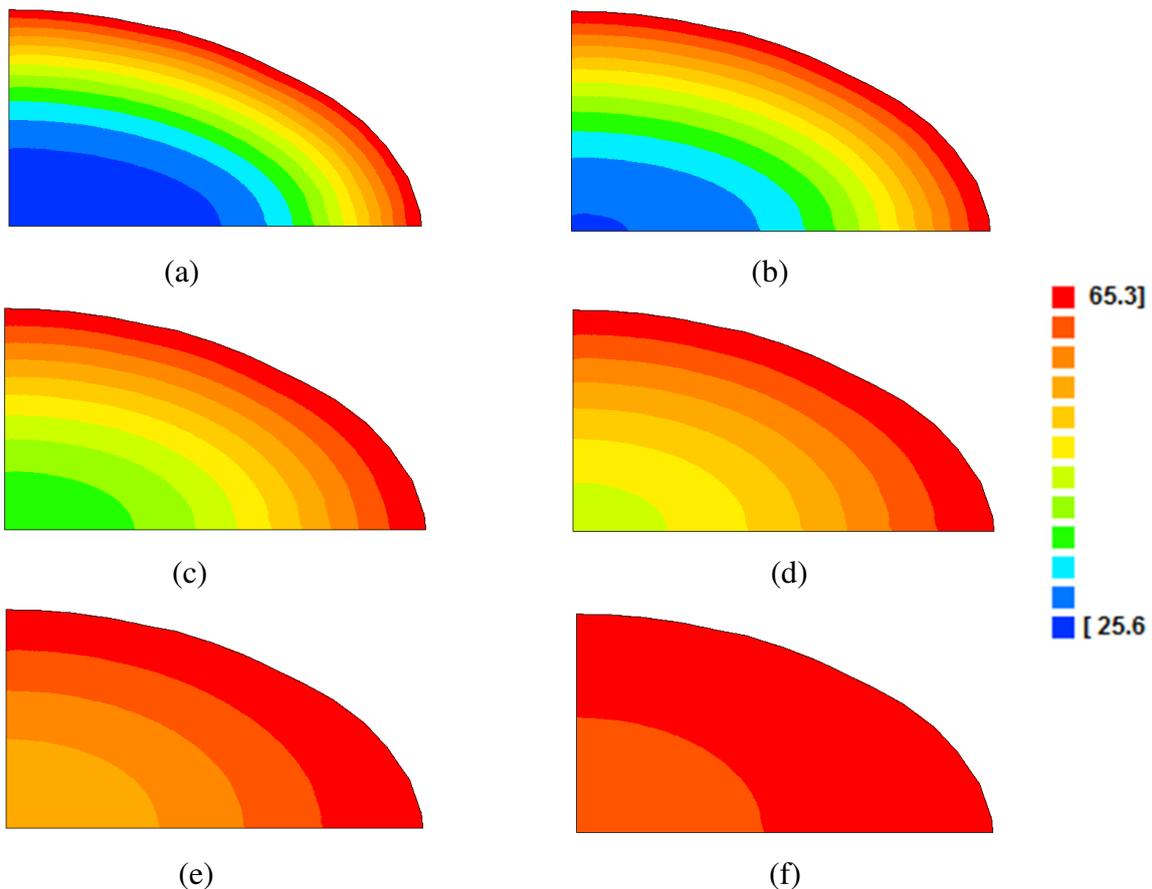
#### 4.7.4.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor

Os contornos das curvas isotérmicas para o plano inicial  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ), em diferentes instantes de tempo são vistas na Figura 4.28. Observa-se que as curvas isotérmicas apresentam comportamento semelhante às curvas obtidas nas experiências anteriores, ou seja, os pontos da amostra da polpa da manga situados no centro do recipiente se encontram na temperatura inicial do processo (25,6 °C) mesmo já tendo se

passado 3,6 min (Figura 4.28a) e após 27 minutos, todos eles estão na temperatura bem próxima da temperatura de equilíbrio térmico (65,3 °C), como mostra a Figura 4.28f.

É importante destacar os diferentes comportamentos da cinética de propagação de calor nos diversos volumes de controle pertencentes ao mesmo plano e a planos distintos. Este comportamento depende da posição do plano em relação ao plano central e conseqüentemente da sua distância da superfície interna e da localização do volume de controle em relação ao centro do recipiente. Isto acontece por que é o sentido da propagação do calor no interior do recipiente vai influenciar no perfil da cinética de aquecimento dentro de cada volume de controle.

**Figura 4.28** - Mostra as curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm), representando a distribuição de temperatura na polpa nos tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.

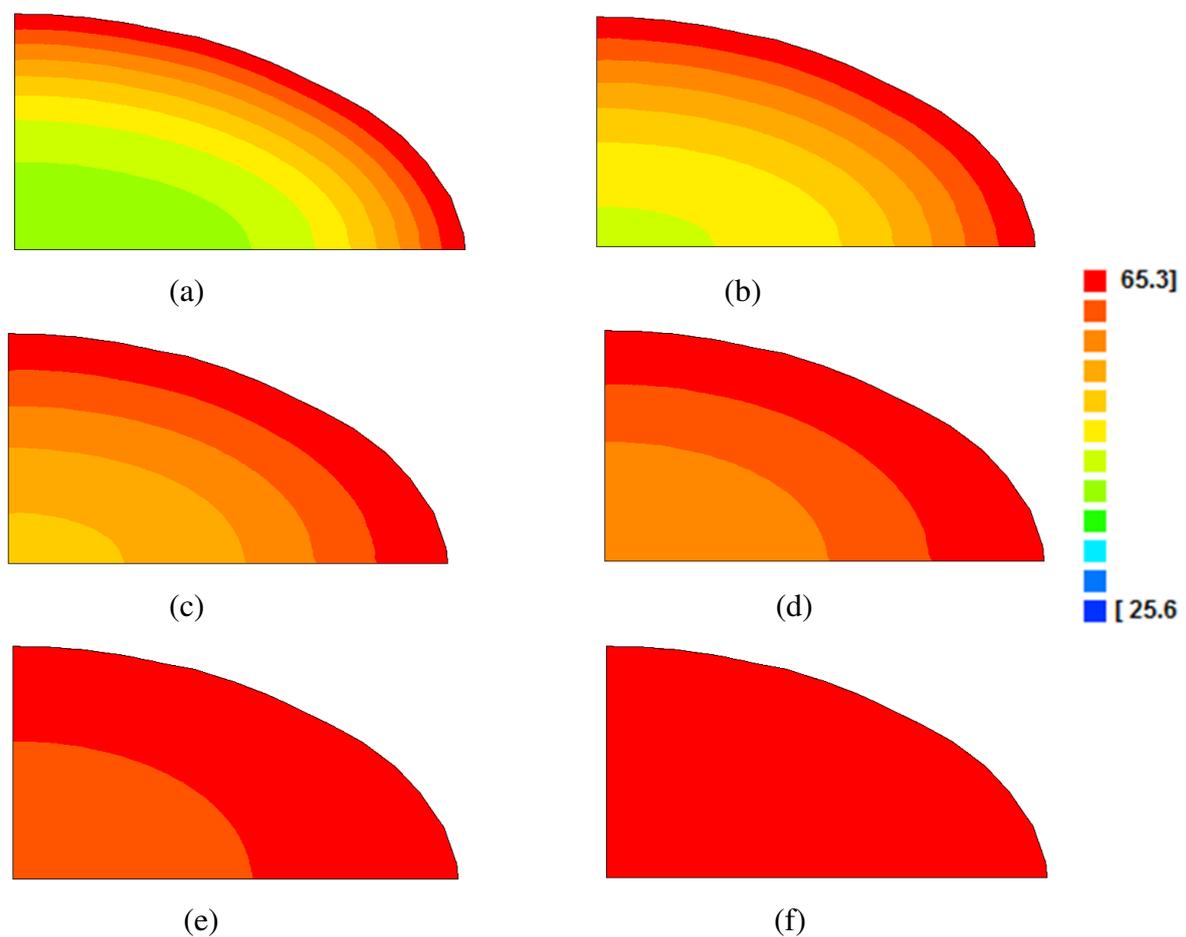


Fonte: Autoria própria.

As curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 20$  ( $z = 16,01$  mm) para os mesmos instantes de tempo da figura anterior são mostradas na Figura 4.29.

Observar-se que o comportamento de dessas curvas muda em função da distância de cada plano em relação ao plano do centro. Isto pode ser visto claramente na comparação das curvas isotérmicas do plano central com as curvas isotérmicas do plano  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm), nos mesmos instantes de tempo.

**Figura 4.29** – Perfil das curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.



Fonte: Autoria própria.

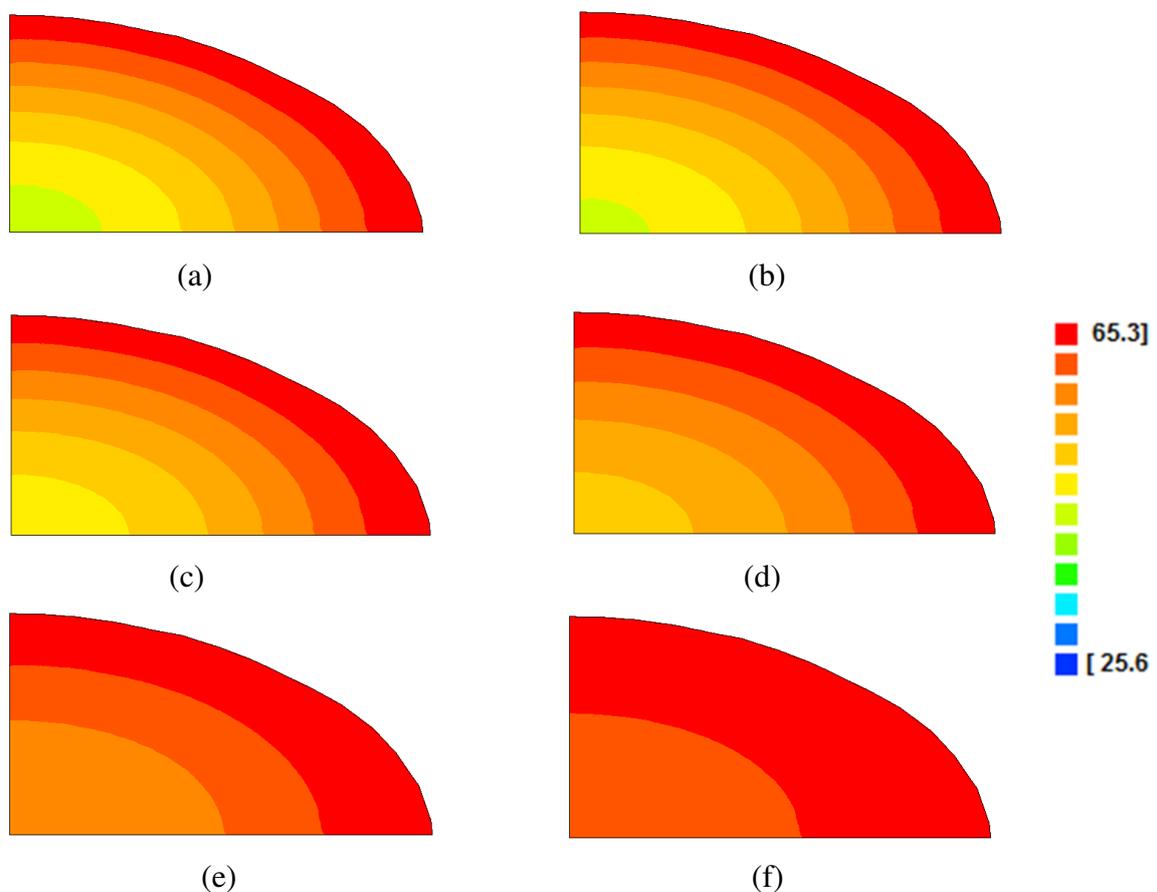
Por exemplo, passados 3,6 min do início da pasteurização, as curvas isotérmicas representativas do plano central mostram que existe considerável quantidade de polpa da manga na temperatura inicial do processo, enquanto que para o mesmo tempo, no

plano  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm), todos os pontos da polpa já se encontram com temperaturas superiores a inicial.

Após 27 min do início da experiência, as curvas isotérmicas do plano central,  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ), mostram que existem partes da polpa da manga que ainda não atingiram a temperatura de equilíbrio térmico, o que não acontece no plano  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm), onde todos os pontos da polpa já atingiram o equilíbrio térmico, decorridos esse tempo.

Na Figura 4.30 são mostradas as curvas isotérmicas para o instante de tempo de 12,6 min em diversos planos.

**Figura 4.30** – Contornos das isotérmicas no instante de tempo de 9 min, para os planos: (a)  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ); (b)  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm); (c)  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$ mm); (d)  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm); (e)  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm) e (f)  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$ ).



Fonte: Autoria própria.

As curvas acima apresentam comportamento semelhante às curvas obtidas nas experiências anteriores, ou seja, nos planos mais distantes do plano central, os pontos da polpa da manga chegam ao equilíbrio térmico mais rapidamente, por se encontrarem mais próximos da superfície. Isto pode ser observado nas curvas da Figura 4.30f. É importante observar nessas curvas, que mesmo no plano do centro, não existe pontos da polpa da manga com a temperatura inicial da pasteurização. Isto, porque já se passaram alguns minutos do início do processo, e este tempo foi suficiente para o aumento gradual de temperatura em todos os pontos da polpa.

#### 4.7.5 Média das pasteurizações (PM)

A função que melhor representa a difusividade térmica aparente dos valores médios foi encontrada pela utilização dos dados da Tabela PM (em anexo). Os resultados da otimização podem ser vistos na Tabela 4.9, em ordem crescente do valor do  $\chi^2$ .

**Tabela 4.9** - Apresenta os valores de  $A_1$  e  $A_2$  das funções da difusividade térmica aparente com valores médios das pasteurizações, de  $\chi^2$  e do  $R^2$ .

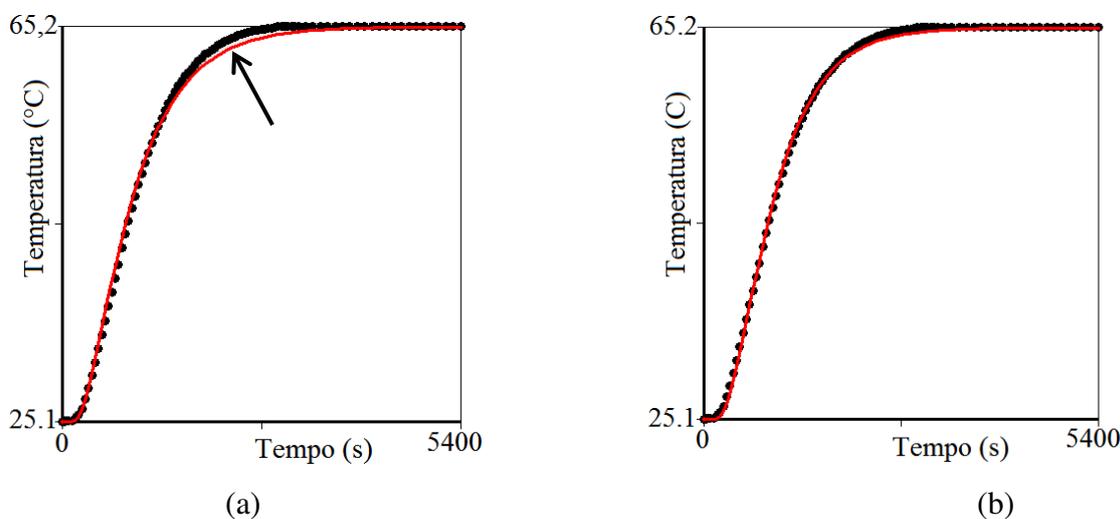
F	$A_1$	$A_2$	$\chi^2$	$R^2$
F1	$(1,212 \pm 0,011) \times 10^{-7}$	$(1,80 \pm 0,07) \times 10^{-4}$	8,203620	0,99966917
F2	$(1,081 \pm 0,014) \times 10^{-7}$	$(8,47 \pm 0,05) \times 10^{-5}$	11,60826	0,99953038
F3	$(1,071 \pm 0,016) \times 10^{-7}$	$(1,39 \pm 0,05) \times 10^{-2}$	12,17397	0,99950911
F4	$(1,10 \pm 0,07) \times 10^{-11}$	$(1,065 \pm 0,018) \times 10^{-7}$	12,50774	0,99949650
F5	$(0,914 \pm 0,024) \times 10^{-7}$	$(7,755 \pm 0,39) \times 10^{-3}$	14,12544	0,99942942
F6	$(0,654 \pm 0,035) \times 10^{-7}$	$(1,028 \pm 0,008) \times 10^{-1}$	15,51548	0,99937449
F7	$(9,91 \pm 0,07) \times 10^{-10}$	$(8,56 \pm 0,35) \times 10^{-8}$	15,08315	0,99939433
F8	$(1,802 \pm 0,05) \times 10^{-7}$	$-13,80 \pm 0,13$	20,04254	0,99919789
F9	$(0,881 \pm 0,030) \times 10^{-7}$	$0,140 \pm 0,006$	14,69710	0,99940863
F10	$(1,302 \pm 0,009) \times 10^{-8}$	$(4,36 \pm 0,07) \times 10^{-8}$	16,49578	0,99933951
F11	$(1,366 \pm 0,007) \times 10^{-7}$	0	38,52101	0,99876220

Fonte: Autoria própria.

Observa-se que o  $\chi^2$  para a difusividade térmica aparente quando expressa pela função  $F1 = \alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$  é o que apresenta menor valor dentre os 11 determinados. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) encontrado por esta função foi o maior dentre os demais, mas os valores de todos eles estão muito próximos uns dos outros, não apresentando diferença considerável.

A Figura 4.31 mostra o gráfico da cinética de evolução da temperatura no centro do recipiente, simulada numericamente através das funções constante  $F11 = A_1$  (Figura 4.31a), variável com a temperatura local,  $F1 = \alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$  (Figura 4.31b), e também a cinética de aquecimento dos dados experimentais médios, representados pela curva de cor preta em ambas as situações. A seta presente na Figura 4.31a indica o ponto onde se percebe o desvio entre os dados simulados e os valores experimentais.

**Figura 4.31** – Cinética de aquecimento obtida pela simulação das funções (a)F11 e (b)F1. A cinética de aquecimento dos dados médios é mostrada nos dois gráficos (curva preta).



Fonte: Autoria própria.

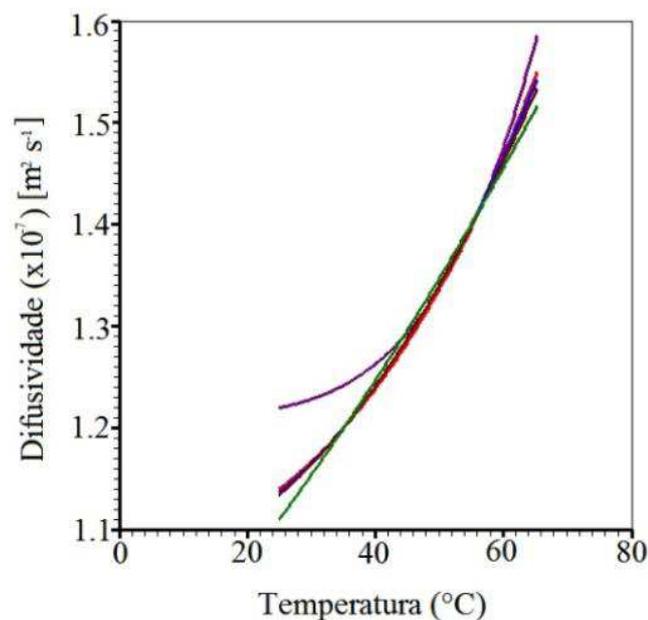
Para os dados médios, observa-se que os valores obtidos por simulação via função constante (Figura 4.31a), se ajustam aos dados experimentais até certo valor de temperatura. Posteriormente as curvas se afastam levemente e depois se ajustam novamente. No caso da difusividade térmica variável, representada na Figura 4.31b, os valores simulados se ajustam perfeitamente aos dados experimentais. Verifica-se que na tabela 4.9 que o valor do parâmetro estatístico  $\chi^2$  para a difusividade térmica da polpa de

manga quando determinado pela função  $F1 = \alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$  é aproximadamente 5 vezes melhor do que o valor encontrado quando se considerou a difusividade térmica aparente constante encontrado via função F11. O coeficiente de determinação também apresentou melhor valor para a densidade térmica aparente variável.

Fica evidente pelos resultados apresentados na Tabela 4.9 que o parâmetro estatístico  $\chi^2$ , quando determinado pela função  $\alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$  para a difusividade térmica aparente variável para a média dos dados obtidos para a polpa de manga é melhor do que o  $\chi^2$  calculados pelas demais funções. O coeficiente de determinação também foi o que apresentou melhor valor quando os dados médios são considerados.

Percebe-se que as funções que melhor representam a cinética de penetração de calor no centro do recipiente com a polpa da manga, permaneceram na mesma ordem de significância em todas as pasteurizações. As cinco melhores funções que descrevem a difusividade térmica aparente da manga em função da temperatura local são mostradas na Figura 4.32, que mostra as funções bem próximas umas das outras, o que evidencia uma precisão dos resultados obtidos.

**Figura 4.32** - Gráfico mostrando as cinco melhores funções para a difusividade térmica da polpa de manga.

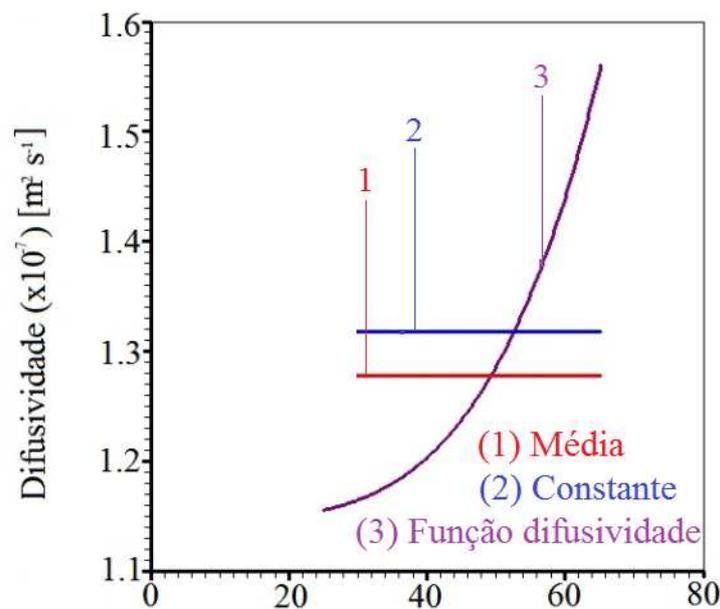


Fonte: Autoria própria.

Como já visto anteriormente, a equação de difusão, que representa o processo, foi resolvida com o objetivo de estudar a cinética de aquecimento, considerando as seguintes simplificações:  $\lambda = 1$ ,  $\Gamma^\Phi = \alpha = k/\rho c_p$  e  $\Phi = T$ . Para a solução numérica da equação de difusão, a malha utilizada foi de 29x29x29 elementos, como mostrada na Figura 4.11(c). As simetrias existentes na geometria que se está estudando podem ser exploradas com a solução numérica da equação de difusão.

Os dados experimentais, em todas as situações analisadas, se encontram no estado transiente do processo de aquecimento e a difusividade térmica aparente deve ser relacionada à temperatura local, do interior da polpa da manga. A difusividade térmica aparente da polpa da manga é dada pela função  $\alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$ . O valor médio da difusividade térmica determinado pela melhor função de ajuste, ou seja, a função F1 foi  $\alpha(T) = 1,330 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  e o valor constante obtido pela função F11 foi  $\alpha = 1,366 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . A difusividade média desta função e a difusividade constante entre as temperaturas de 25,1 °C e 65,2 °C são mostradas na Figura 4.33.

**Figura 4.33** - Função difusividade térmica aparente da polpa da manga, a difusividade média desta função e a difusividade constante entre 25,1 °C e 65,2 °C.

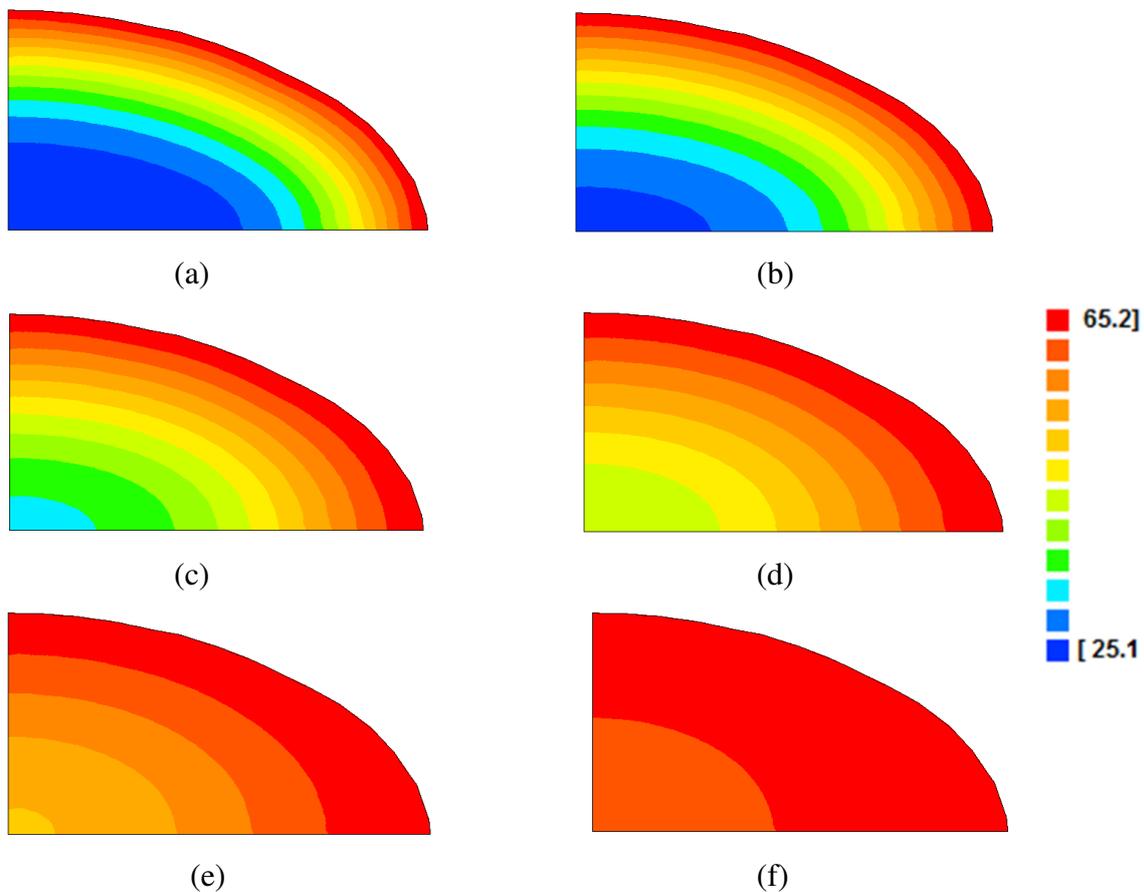


Fonte: Autoria própria.

#### 4.7.5.1 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor

Na Figura 4.34 são mostradas as curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm) em seis diferentes instantes de tempo, durante o processo de aquecimento. Observa-se que elas apresentam comportamento semelhante ao das curvas isotérmicas das quatro experiências realizadas, onde também foi visto que a cinética da propagação do calor ocorre da superfície interna para o centro do recipiente e que as curvas isotérmicas crescem do centro para a superfície interna do recipiente. Conseqüentemente, em um mesmo plano, quanto mais próximo da superfície interna estiver um volume de controle, mais rapidamente ele atingirá a temperatura de equilíbrio térmico.

**Figura 4.34** - Mostra as curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.



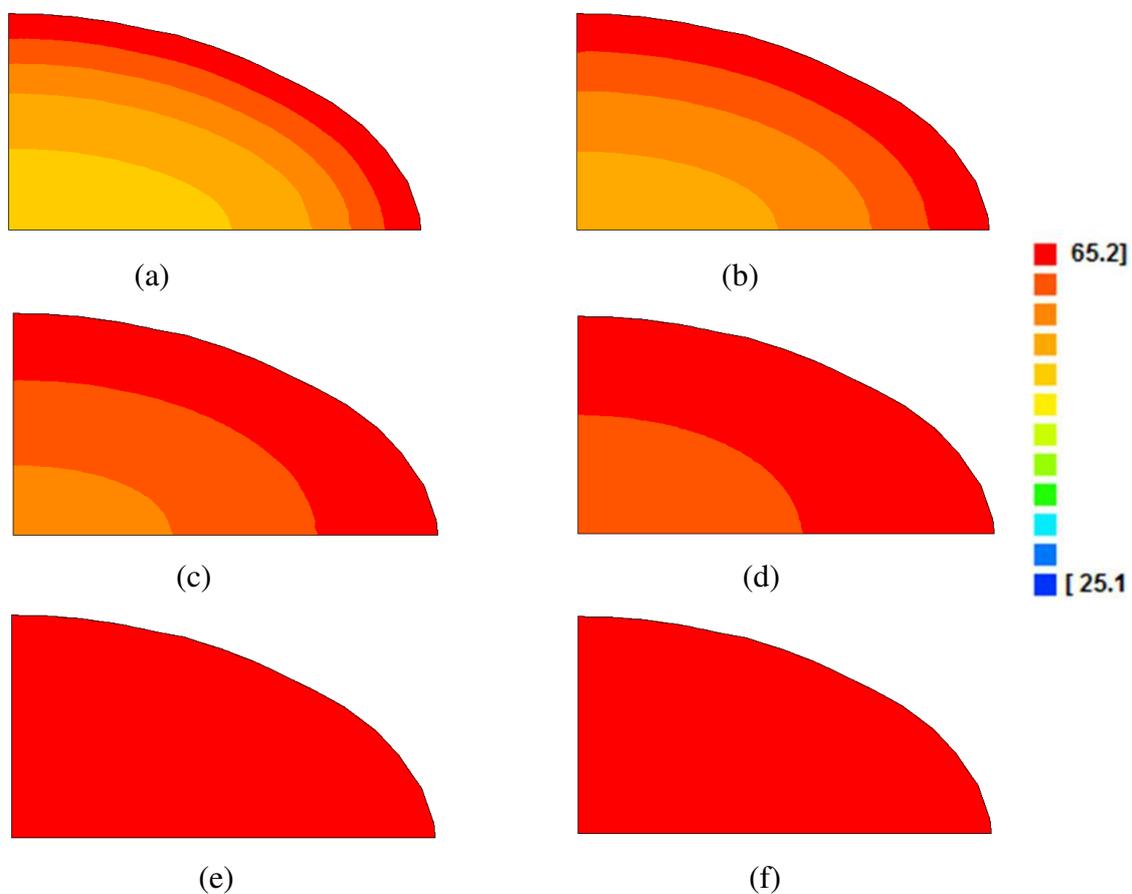
Fonte: Autoria própria.

Os contornos das curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm), em seis diferentes instantes de tempos, são mostrados na Figura 4.35.

Percebem-se nitidamente as diferenças entre essas curvas e as isotérmicas do plano central ( $\gamma = 1$ ) para os seis instantes de tempo analisado. No plano mais afastado do centro, ou seja, mais próximo da superfície interna, os pontos da polpa atingem a temperatura de equilíbrio mais rapidamente.

Observa-se que o comportamento das curvas isotérmicas representadas pelos valores médios, em todas as situações analisadas, é semelhante ao comportamento das curvas quando se considera cada experiência individualmente.

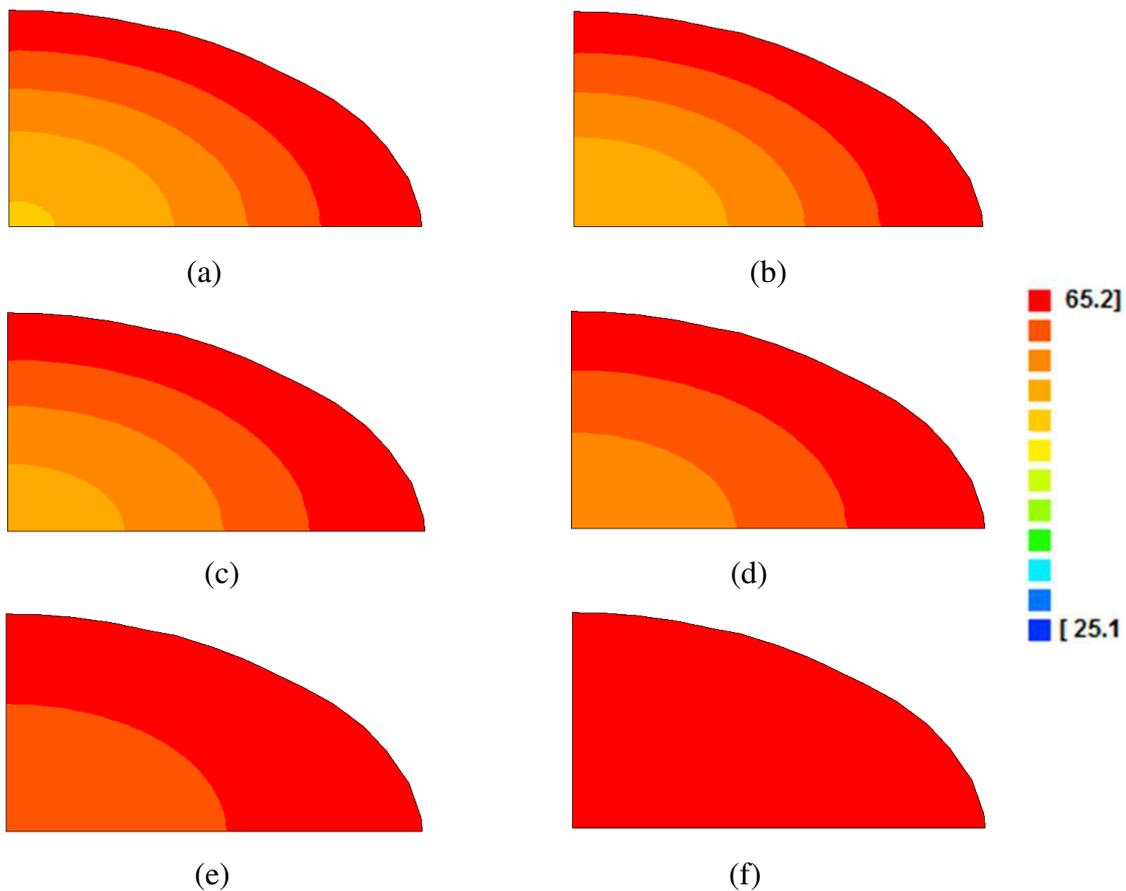
**Figura 4.35** – Curvas isotérmicas no plano  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$ ), representando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos tempos: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 4.36 são vistos os contornos das isotérmicas no tempo de 18 min para diversos planos. Os perfis das curvas isotérmicas de cada plano dependem do quanto estes planos estão afastados do centro. Observando as curvas representadas nesta Figura 4.36, verifica-se que, no mesmo instante de tempo, apenas nos planos representados na Figura 4.35e também na Figura 4.35f, que são os mais próximos da superfície interna, todos os pontos da polpa da manga já atingiram a temperatura de equilíbrio neste tempo, enquanto que, nos demais planos, apenas parte da polpa atingiu esta temperatura.

**Figura 4.36** – Curvas isotérmicas no instante de tempo de 18 min, para os planos: (a)  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ); (b)  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm); (c)  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$ mm); (d)  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm); (e)  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm) e (f)  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm).



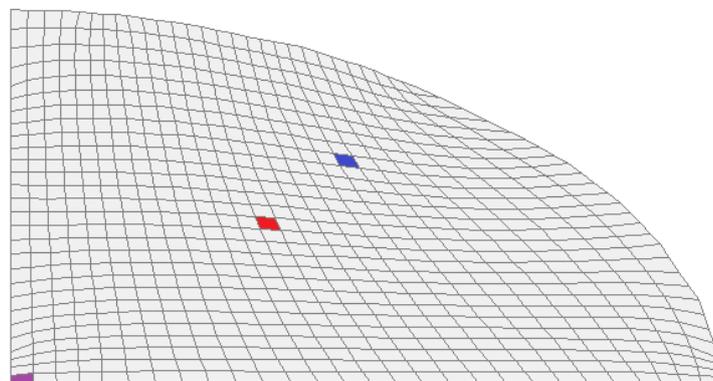
Fonte: Autoria própria.

Com a finalidade de se ter uma ideia do comportamento da cinética da penetração do calor na polpa da manga, em diferentes volumes de controle em diversos

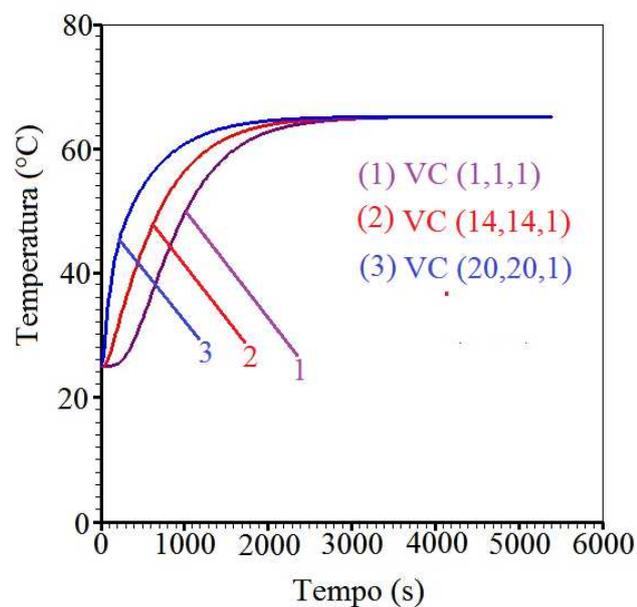
planos da malha gerada, apresenta-se a localização de pontos de três volumes de controle para três situações.

A Figura 4.37 mostra a posição de três volumes de controle (Figura 4.37a) na malha do plano central  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ) e o perfil da cinética de penetração do calor nos três volumes de controle (Figura 4.37b).

**Figura 4.37** - (a) Posição dos volumes no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm); (b) Cinética de propagação de calor nos volumes de controle (VC) do plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm). VC ( $\xi = 1, \eta = 1, \gamma = 1$ ); VC ( $\xi = 14, \eta = 14, \gamma = 15$ ); VC ( $\xi = 20, \eta = 20, \gamma = 1$ ).



(a)

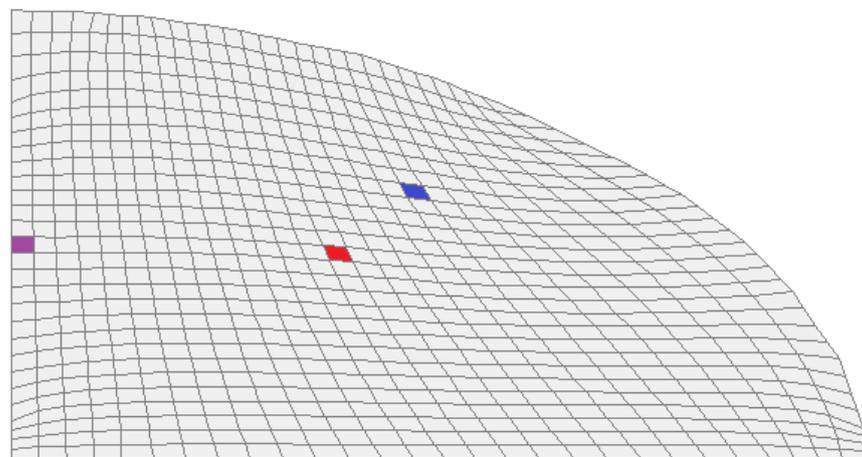


(b)

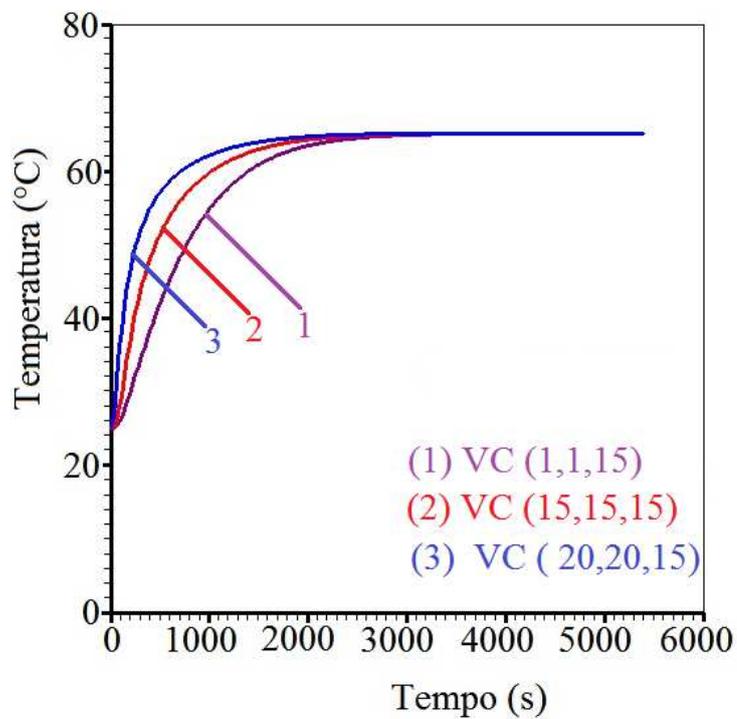
Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.38 apresenta a posição de três volumes de controle (Figura 4.38a) na malha representativa do plano intermediário  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm) e o perfil da propagação do calor nesses três volumes (Figura 4.38a).

**Figura 4.38** - (a) Cinética de propagação de calor nos volumes de controle (VC) do plano  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm). VC ( $\xi = 1, \eta = 1, \gamma = 15$ ); VC ( $\xi = 15, \eta = 15, \gamma = 15$ ); VC ( $\xi = 20, \eta = 20, \gamma = 15$ ); (b) Posição dos volumes no plano  $\gamma = 15$ .



(a)



(b)

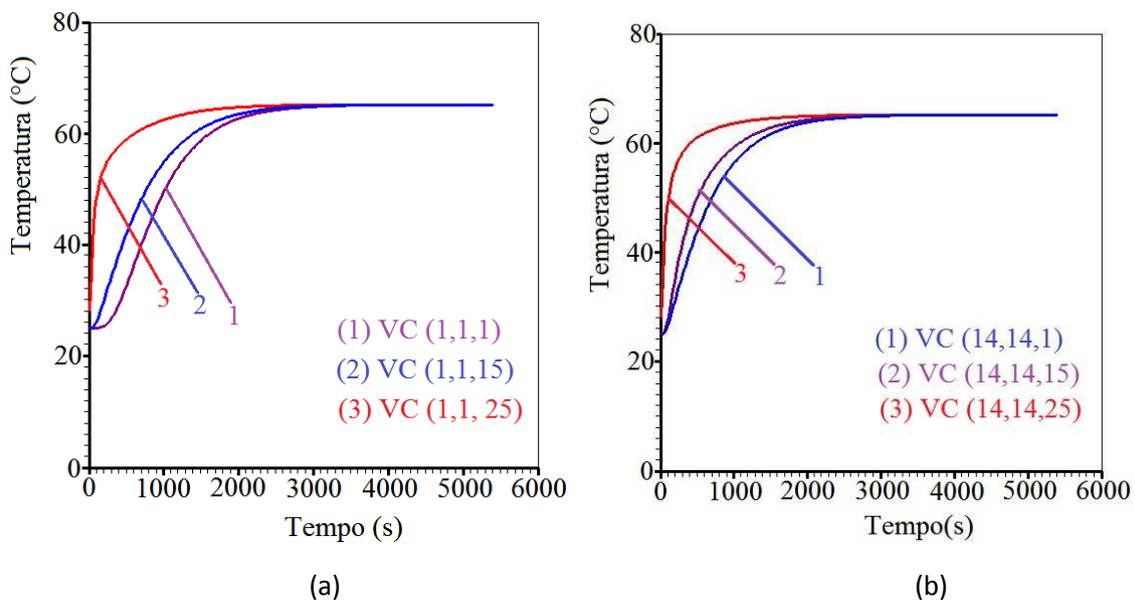
Fonte: Autoria própria.

Dos gráficos da Figura 4.37 e da Figura 4.38, percebe-se que nos volumes de controle mais próximos da superfície, a temperatura aumenta mais rapidamente, o que está em conformidade com o esperado, uma vez que a propagação de calor se dá da superfície interna para o centro do recipiente. Observa-se que esse comportamento na cinética de penetração do calor, também ocorre para os planos mais próximos da superfície interna em comparação com os mais afastados.

A Figura 4.39 apresenta a cinética de propagação do calor nos planos  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm),  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm) e  $\gamma = 25$  ( $z = 20,235$  mm) e os valores de  $\xi$  e de  $\eta$ , para cada situação.

Os gráficos da Figura 4.39, mostram volumes de controle situados em planos distintos. A Figura 4.39(a) apresenta os perfis da cinética de penetração de calor em volumes de controle situados na parte central de cada plano analisado, enquanto que a Figura 4.39(b) mostra as curvas de propagação de calor para os mesmos planos, mas em volumes de controle mais afastados do centro.

**Figura 4.39** – Propagação de calor em volumes de controle (VC) nos planos:  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ );  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm);  $\gamma = 25$  ( $z = 20,09$  mm). Em: (a) ( $\xi = 14$ ,  $\eta = 14$ ) e (b) ( $\xi = 1$ ,  $\eta = 1$ ).



Fonte: Autoria própria.

Nota-se que a propagação do calor ocorre mais rapidamente quando o volume está mais afastado do centro do recipiente, ou seja, mais próximo da superfície. Este comportamento já era o esperado, uma vez que, a transferência de calor ocorre da superfície para o centro.

As curvas isotérmicas vistas anteriormente mostraram claramente que é isto que realmente acontece. Em ambos os casos, observa-se que quanto mais próximo da superfície estes volumes se encontram, mais rapidamente suas temperaturas se aproximam da temperatura de equilíbrio térmico.

#### **4.8 Volume do recipiente determinado pelo código computacional**

No capítulo 2 foi apresentado o Jacobiano da transformação, que foi calculado pelo código computacional. O inverso do jacobiano é o volume do recipiente que foi determinado numericamente.

Pela condição de simetria, foi determinado numericamente o volume para 1/8 da malha, cujo valor encontrado foi:

$$V_{1/8} = 1,4500822680049989 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \quad (4.1)$$

Para a malha completa:

$$V = 8 \times V_{1/8} = 11,60065814 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \quad (4.2)$$

Transformando para mililitro, vem:

$$V = 116 \text{ ml} \quad (4.3)$$

O binômio tempo/temperatura do processo de pasteurização está intrinsicamente relacionado com as dimensões do recipiente, e conseqüentemente, com seu o volume. Isto pode ser observado quando se compara os resultados obtidos neste trabalho com os resultados de Ataíde (2014) e Costa (2015). O valor médio do binômio tempo/temperatura, obtido na presente pesquisa, foi 65,2 °C (temperatura de equilíbrio

térmico) e 2790 s (46,5 min), que é o tempo necessário para que todo o produto atinja essa temperatura. É oportuno lembrar no momento, as dimensões do recipiente utilizado: 45,0 mm (eixo menor), 85,0 mm (eixo maior) e 46,6 mm (altura).

Ataíde (2014), trabalhando com pasteurização de polpa de mamão e de caju, utilizou um recipiente com as seguintes dimensões: base menor, 25,3 mm; base maior, 38,2 mm e Altura (comprimento), 82,0 mm. Para o mamão, o binômio tempo/temperatura de equilíbrio térmico encontrado por ele foi 1686 s (28,1 min)/65 °C e para o caju, 1694 s (28,2 min)/65 °C.

No seu trabalho com polpa de jaca, Costa (2015), usou dois recipientes cilíndricos, ambos com espessura 1,00 mm, que ele denominou de C1 (recipiente menor) e C2 (recipiente maior), com dimensões: C1 (diâmetro 35,92 mm e altura 39,23 mm) e C2 (48,96 mm e 57,68 mm). Usando C1, ele encontrou a tempo de 1602 s (26,7 min) para a temperatura de equilíbrio térmico de 65 °C. No caso de C2, o tempo encontrado foi de 2162 s (36,0 min) e a temperatura de equilíbrio térmico de 62 °C.

Analisando-se os valores de tempo/temperatura de equilíbrio térmico encontrado na presente pesquisa, com os valores determinados nos trabalhos de Ataíde (2014) e Costa (2015), fica nítida a influência do volume do recipiente nos parâmetros tempo e temperatura, e também evidencia a coerência no valor do volume encontrado neste trabalho.

O volume do recipiente determinado experimentalmente foi 119,8 ml, o que mostra uma diferença de 3,2 % entre os volumes encontrados numérica e experimentalmente. É possível que essa diferença esteja relacionada a erros estatísticos durante a verificação experimental do volume e a aproximações inerentes aos procedimentos numéricos. Todavia, constatou-se que essa diferença não influenciou nos resultados obtidos.

$$e = (119,8 \text{ ml} - 116 \text{ ml})/119,8 \times 100 = 3,2 \% \quad (4.4)$$

#### 4.9 A equação de Riedel

O teor de umidade (X) de um produto pode ser expresso em base úmida ou em base seca. Quando expresso em base úmida é definido como sendo a relação entre a massa de água e a massa total do produto (MOHLER, 2010), como pode ser visto na equação a baixo.

$$X_{bu} = m_{\text{água}} / m_t \quad (4.5)$$

Onde,

$X_{bu}$  → teor de umidade

$m_{\text{água}}$  → massa de água

$m_t$  → massa total do produto.

Riedel (1969) propôs um modelo que permite, a partir da difusividade térmica da água e do conteúdo de água em base úmida, estimar a difusividade térmica de uma grande variedade de alimentos, na temperatura desejada.

De acordo com Kiostaropoulos e Saravacos (1997), Silva et al. (2011c) a difusividade térmica ( $\alpha$ ) de um produto pode ser estimada através da correlação de Riedel, que tem a expressão:

$$\alpha = 8,8 \times 10^{-8} + 6,0 \times 10^{-8} \cdot X \quad (4.6)$$

Onde  $\alpha$  é a difusividade térmica ( $m^2 s^{-1}$ ) e X é o teor de umidade do produto em base úmida, escrito na forma decimal.

Fazendo  $X=0,8479$  na equação de Riedel, vamos encontrar a difusividade térmica estimada ( $m^2 s^{-1}$ ) para a polpa da manga usada no presente trabalho. Então temos que,

$$\alpha_{\text{estimada}} = 1,3887 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (4.7)$$

A difusividade térmica experimental ( $\alpha_{\text{exp}}$ ) é a média aritmética dos valores médios das difusividades das quatro experiências realizadas. Então,

$$\alpha_{\text{exp}} = \frac{(1,336+1,324+1,371+1,429)}{4} = 1,365 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1} \quad (4.8)$$

A discrepância percentual estimada é então:

$$e = \frac{|1,365-1,3887|}{1,3887} \times 100 = 1.7\% \quad (4.9)$$

#### **4.10 Discussão dos resultados obtidos nas otimizações**

As indústrias de processamento de produtos alimentícios utilizam os processos de aquecimento e resfriamento como forma de garantir a preservação de determinados tipos de alimentos (LINS, 2013). Entretanto, nesses processos, onde ocorre a retirada ou fornecimento de calor, parâmetros termofísicos do produto, como a difusividade térmica, condutividade térmica, dentre outros, precisam ser conhecidos para que tais processos sejam descritos, o tempo definido e a segurança alimentar garantida (TRES et al., 2011; FARIAS et al., 2012a, SPARAVIGNA, 2012; ATAÍDE, 2014).

Na pasteurização, processo utilizado no presente trabalho, é de fundamental importância garantir que a temperatura correta seja alcançada em todos os pontos do produto, inativando ou destruindo os micro-organismos patogênicos. Este processo envolve o aquecimento, que ocorre em regime transiente, o período de equilíbrio, com a temperatura constante, que acontece em regime permanente e o resfriamento rápido que ocorre em regime transiente. É o período de equilíbrio térmico, mantido por determinado tempo, quem garante que todos os pontos do produto atingiram a temperatura de inativação de micro-organismos.

Os parâmetros termofísicos, podem ser utilizados em simulações da cinética de penetração do calor em todo o produto, inclusive nos pontos mais desfavoráveis, e assim, determinar o tempo necessário para inativar tais agentes.

Um dos parâmetros mais importantes em processos de transferência ou remoção de calor é a difusividade térmica. Fisicamente, representa a capacidade de um produto conduzir calor com a capacidade de armazená-lo (BETTA et al., 2009). Ela indica a velocidade com que o calor se propaga através da substância, permitindo conhecer como alguns parâmetros físico-químicos são alterados. É influenciada pelo conteúdo de água, pela porosidade e pela temperatura (OLIVEIRA, 2014; SOUZA et al, 2015).

Na literatura podem ser encontrados alguns trabalhos que relacionam a variação da difusividade térmica como consequência da variação da temperatura e da umidade durante os processos. É importante ressaltar que a difusividade térmica pode variar de um local para outro dentro de um mesmo produto, caso ele não seja homogêneo.

Os trabalhos de Bhowmik e Hayakama (1979); Alvarado (1994); Vieira (1996); Simões (1997); Pereira (2001); Junior et al. (2007); Tres et al., (2011); Farias et al., 2012b; Ataíde (2014); Costa (2015); Araújo (2018) e Silva et al. (2018a), são alguns desses estudos que enfatizam a variação da difusividade térmica em função da variação da temperatura do produto, durante o processamento. Entretanto, também é possível encontrar na literatura resultados que expressam o valor constante da difusividade térmica aparente dos produtos analisados (CARCIOFI et al., 2002; CARBONERA et al., 2003; PLAZL et al., 2006; BAÏRI et al., 2007; HUANG, 2007; BETTA et al., 2009), dentre outros.

Na presente pesquisa, o valor determinado para a difusividade térmica constante foi  $\alpha = 1,366 \times 10^{-1} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  e valor da média da difusividade térmica variável com a temperatura local foi  $\alpha = 1,330 \times 10^{-1} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ . A difusividade térmica em função da temperatura, para a polpa da manga, obtida pela otimização, é dada pela expressão  $\alpha(T) = 1,212 \times 10^{-7} \cosh(1,80 \times 10^{-4} T^2)$ . Na literatura, é vasta a existência de pesquisadores que usaram métodos diferentes com o objetivo de determinar a difusividade térmica de polpas de frutas, e que concluíram em suas pesquisas a variação da difusividade com a temperatura local. Alguns desses trabalhos são apresentados a seguir e pode-se observar que os resultados encontrados não diferem de maneira significativa dos valores obtidos neste trabalho.

Simões e Murr (2000) determinaram a difusividade térmica para quatro amostras diferentes de polpa de manga (polpa Integral, peneirada, centrifugada e concentrada) e verificaram a influência dos sólidos totais, solúveis e insolúveis nos resultados obtidos. Eles encontram os seguintes resultados para as difusividades térmicas:  $1,41 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  para a polpa integral,  $1,39 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  para a polpa centrifugada,  $1,38 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  e  $1,28 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  para a polpa concentrada. De acordo com resultados obtidos, eles concluíram que os sólidos insolúveis não influenciaram de maneira significativa na determinação da difusividade térmica e que os sólidos solúveis ocasionaram pequeno aumento nas difusividades encontradas.

Silva, M. et al. (2010), aplicou o método Flash para determinar as propriedades termofísicas (difusividade térmica e condutividade térmica) da polpa de acerola. De acordo com eles, difusividade térmica foi determinada em um aparelho micro-flash, modelo LFA 457 da Netzch e a condutividade térmica foi calculada no próprio equipamento Flash a partir do conhecimento das outras propriedades termofísicas. Os valores encontrados para a difusividade térmica em função da temperatura variaram de  $1,88 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  a  $2,14 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ . Ainda segundo os autores, esses valores estão próximos dos valores encontrados na literatura para diversas polpas de frutas, que estão na faixa de  $1 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  a  $2 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ . Eles também afirmaram que a difusividade térmica aumentou com a temperatura local, o que segundo eles, está de acordo com o trabalho de Souza (2008), que determinou a difusividade térmica variável da polpa de framboesa, amora, mirtilo e morango.

Lins (2013) determinou parâmetros termofísicos em corpos com geometria cilíndrica, trabalhando com pasteurização de agar gel, creme custard e purê de tomate. A expressão encontrada por ele para a difusividade térmica,  $\alpha(T) = b \exp\left(aT^{\frac{1}{2}}\right)$  difere da encontrada neste trabalho. É possível que isto tenha acontecido por que ele trabalhou com polpas diferentes, que neste trabalho foi a polpa de manga. Ele afirmou, que de acordo com os resultados obtidos, a melhor expressão para a difusividade térmica aparente é crescente com a temperatura local.

Ataíde (2014), trabalhando com pasteurização de polpa de mamão e polpa de caju, quando considerou constante a difusividade térmica aparente encontrou o valor de

$\alpha=1,37 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  para o mamão e  $\alpha=1,36 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  para o caju. Esses valores mostram bastante coerência com os valores obtidos no presente estudo. No caso da difusividade térmica em função da temperatura local, as expressões encontradas por ele também apresentaram boa semelhança com a da presente pesquisa, para esta situação ele encontrou,  $\alpha(T)=1,243 \times 10^{-7} \times \cosh(1,756 \times 10^{-4} \times T^2)$  para o mamão e  $\alpha(T)=1,201 \times 10^{-7} \times \cosh(11,979 \times 10^{-4} \times T^2)$  para o caju. De acordo com ele, os resultados do trabalho foram coerentes com valores encontrados na literatura.

Costa (2015) trabalhou com a pasteurização polpa de jaca. Ele utilizou dois recipientes cilíndricos de diâmetros diferentes os quais ele denominou de C1, com diâmetro 35,92 mm e comprimento de 32,23 mm e C2, com diâmetro de 49,96 mm e comprimento de 57,68 mm. De acordo com ele, estes experimentos tinham o objetivo de encontrar a melhor expressão, por otimização, para a difusividade térmica. Como resultado da pesquisa, ele afirmou que a melhor função para expressar a difusividade térmica variável com a temperatura local foi  $\alpha(T) = 2,959766 \times 10^{-3}T + 1,337118 \times 10^{-7}$ . Ele afirmou ainda que, durante o aquecimento, a difusividade térmica aparente da polpa de jaca é crescente com a temperatura local.

Spessotto e Gut (2015) usaram método da sonda linear de aquecimento com imobilização do meio com ágar em diferentes temperaturas, com o objetivo de determinar as propriedades térmicas (condutividade térmica, difusividade térmica e calor específico) do suco da laranja da variedade Pera, polpa de manga da variedade Palmer e do suco de maçã. Eles obtiveram valores experimentais ligeiramente diferentes dos esperados. Segundo os autores, essa diferença pode ter sido ocasionada pela adição do ágar, pela calibração do equipamento ou por erros nas medições. Para a polpa de manga, na faixa de temperatura entre 10 °C e 50 °C, eles encontram a expressão  $\alpha(T) = -3,86 \times 10^{-6} \times T^2 + 4,70 \times 10^{-4} \times T + 1,31 \times 10^{-1}$  para difusividade térmica e  $R^2 = 0,987$ . O método utilizado não permitiu que as propriedades térmicas fossem determinadas acima de 60 °C, o que segundo os autores, é uma limitação importante.

Batista et al. (2016) utilizaram o método gráfico de Heisler na determinação da condutividade e difusividade térmica em alimentos cuja geometria se aproximava de cilindros. Eles trabalharam com cenoura e pepino, que foram imersos em água a 100 °C

por vinte minutos. De acordo com eles, o diâmetro da amostra de cenoura foi de 37,04 mm e da amostra de pepino de 36,25 mm. Ainda de acordo com os autores, depois de decorridos 20 minutos da imersão, os produtos foram retirados da água e o processo de aferição das temperaturas no centro e na superfície foi iniciado com auxílio de termopares, considerando a primeira medida como o tempo zero. Após o tempo inicial, as temperaturas dos produtos foram aferidas de 5 em 5 minutos até atingir o tempo estabelecido de 20 minutos. Os valores encontrados por eles para a difusividade térmica da cenoura foi de  $1,580 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  e para a difusividade térmica do pepino foi  $1,615 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Eles concluíram o trabalho afirmando que método de Heisler mostrou-se eficiente, apresentando valores satisfatórios obtidos de forma mais simplificada quando comparada a outros métodos de determinação das propriedades termofísicas de alimentos.

A Tabela 4.10 mostra os valores de difusividade térmica de algumas frutas, os pesquisadores e o ano da publicação do trabalho.

**Tabela 4.10** - Difusividade térmica de algumas frutas.

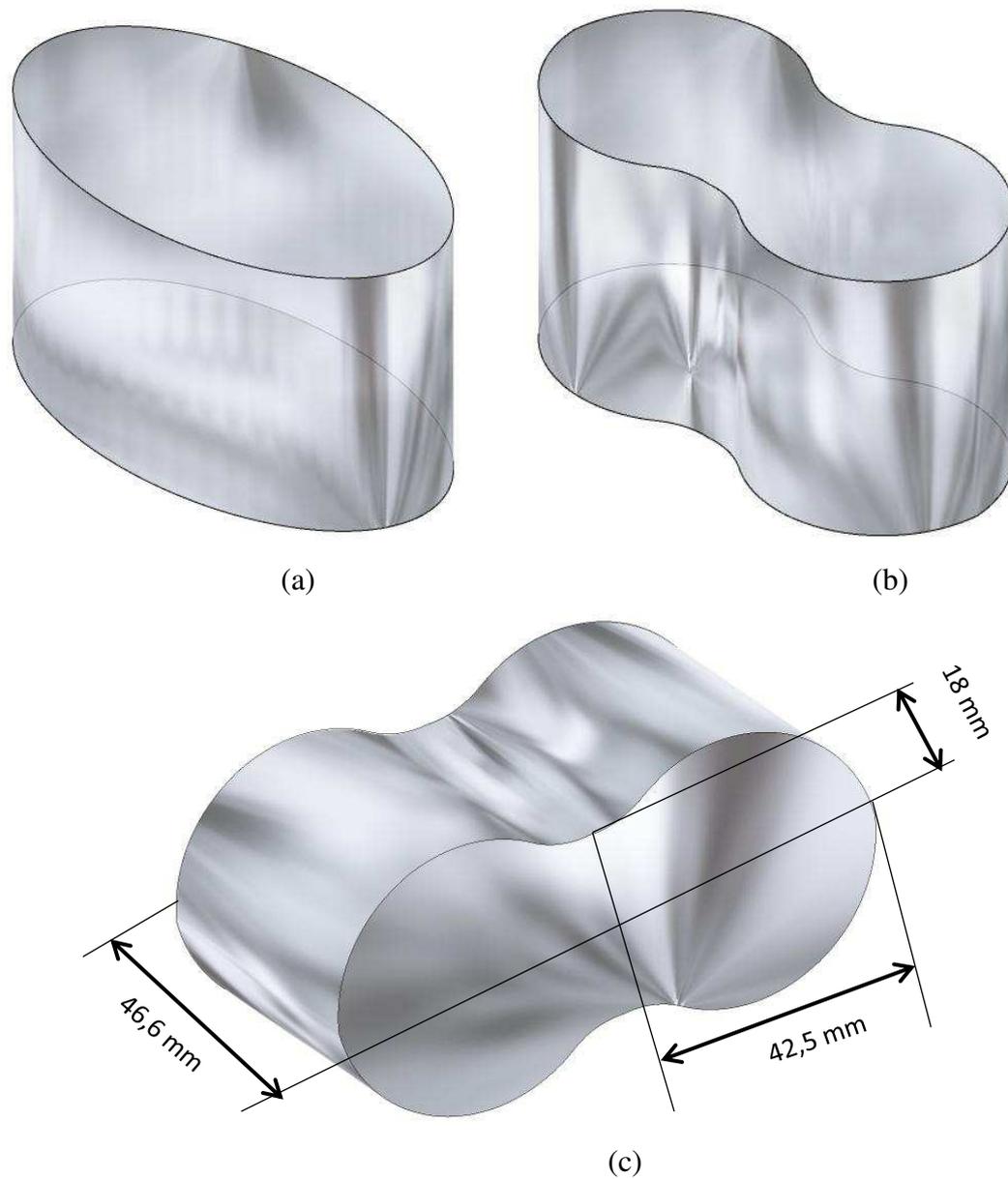
<b>Fruta</b>	<b>Pesquisador</b>	<b>Difusividade térmica <math>\alpha</math> (<math>\times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}</math>)</b>
Banana	Singh e Heldman (1993)	1,42
Limão	Singh e Heldman (1993)	1,07
Manga	Simões (2000)	1,28 a 1,41
Cajá	Silva et al (2002)	2,29 a 1,39
Umbu	Lima et al. (2003)	1,35 a 1,52
Figo	Sarria e Honório (2004)	1,56
Cupuaçu	Araújo et al. (2004)	1,31
Mamão papaya	Kurozawa et al (2008)	1,03 a 1,18
Morango	Souza (2008)	1,45 a 1,62
Caju	Atáide (2014)	1,36
Mamão	Atáide (2014)	1,37
Jaca	Costa (2015)	1,46

Fonte: Autoria própria.

#### 4.11 Simulação para outra geometria

Com o código desenvolvido por Farias (2011) e a expressão da difusividade térmica determinada, pode-se simular a distribuição de temperatura, em qualquer instante, para qualquer geometria. Como exemplo, a geometria em forma de cilindro elíptico foi deformada no seu semi-eixo menor, como mostra a Figura 4.40.

**Figura 4.40** – (a) Cilindro elíptico “original”; (b) Geometria modificada; (c) Dimensões da nova geometria.

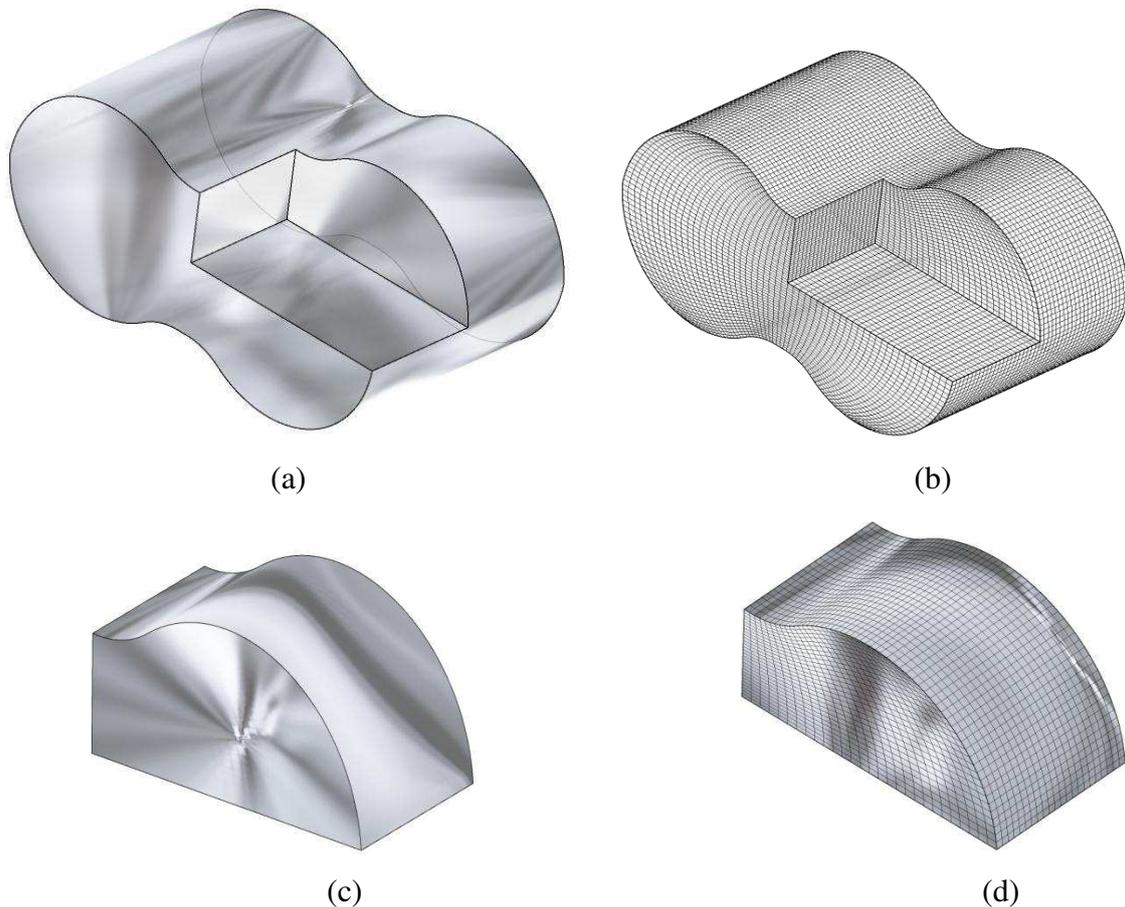


Fonte: A autoria própria.

#### 4.11.1 Malha gerada para a nova geometria

A nova geometria também apresenta simetria radial e axial, então é possível gerar e trabalhar com apenas um oitavo do mesmo. As dimensões do recipiente deformado e a imagem da base foram usadas na geração da malha. Vale ressaltar no momento a importância da simetria, no que diz respeito a economia de tempo computacional quando os dados estão sendo processados e na alocação de memória do computador. A Figura 4.41 apresenta de forma esquemática 7/8 e 1/8 do cilindro elíptico deformado e suas respectivas malhas.

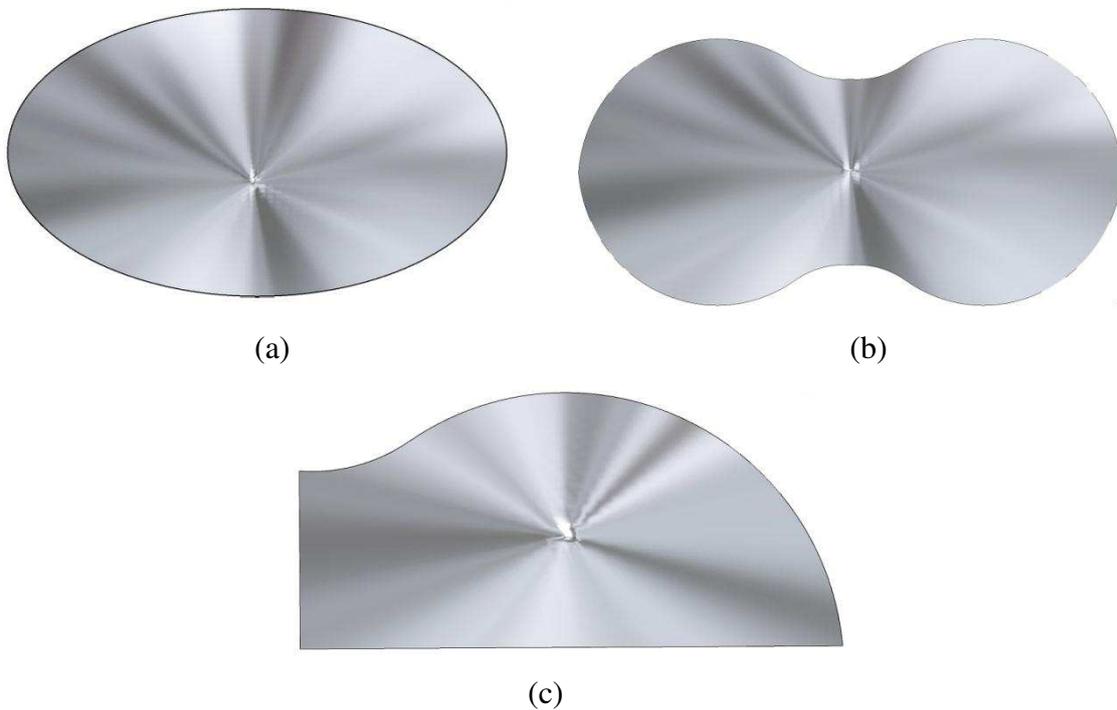
**Figura 4.41** – Mostra (a) 7/8 do cilindro elíptico modificado; (b) Malha de 7/8 do cilindro; (c) 1/8 do cilindro elíptico modificado; (d) Malha de 1/8 do cilindro.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.42 apresenta a imagem de uma elipse, a deformação dessa imagem e um quarto da imagem deformada que foi usada na criação de um arquivo de extensão *bitmap*, para posterior digitalização.

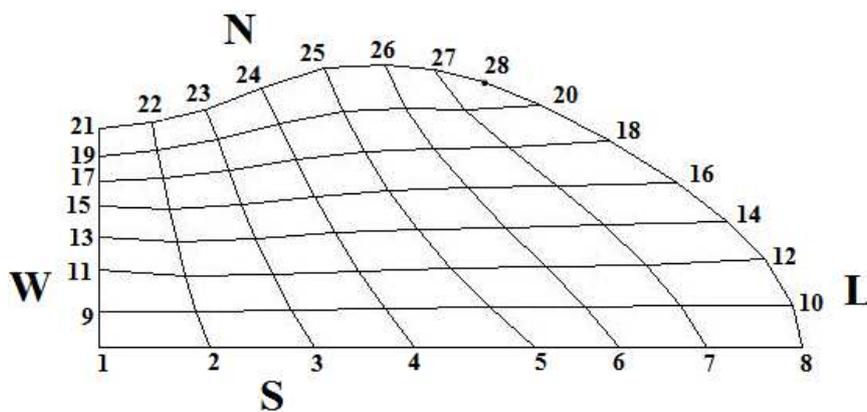
**Figura 4.42** – Tipos de figuras utilizadas para geração da malha: (a) Elipse inteira; (c) Elipse modificada; (c) um quarto da elipse modificada usada na criação do arquivo *bitmap*.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.43 apresenta a malha do recipiente modificada, gerada por meio do arquivo *bitmap* utilizado, mostrando a sequência de digitalização e a definição dos contornos da malha.

**Figura 4.43** - Quarto de elipse modificada destacando a sequência de digitação para a geração da malha.

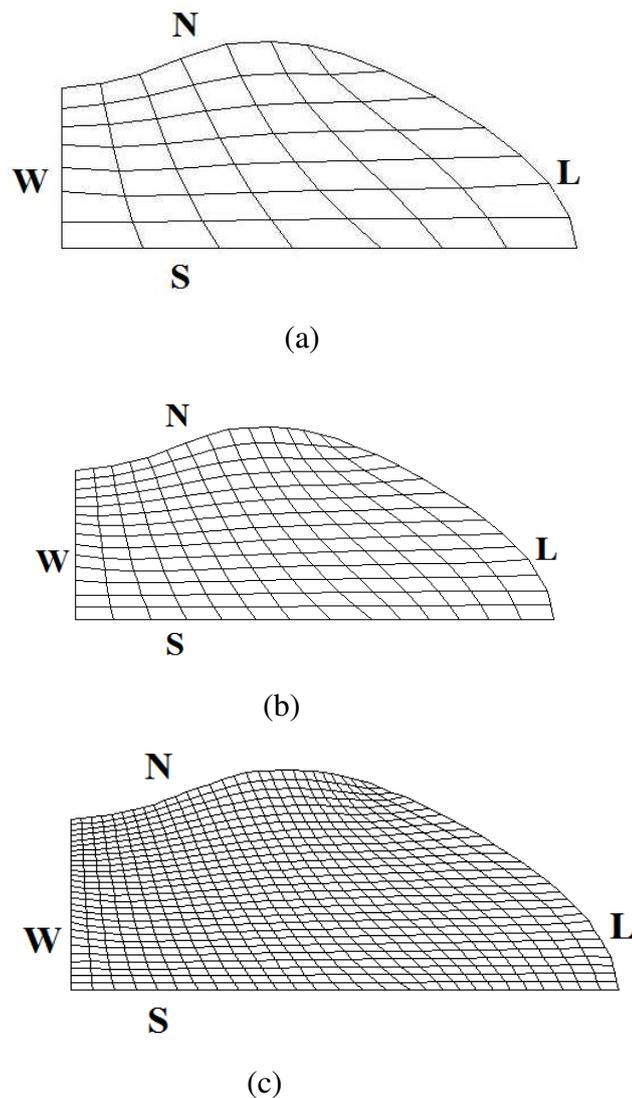


Fonte: Autoria própria

O software “2D Grid Generation” (SILVA, 2008a) foi utilizado na digitalização dos pontos da malha. Concluído o processo de digitalização, a malha inicial é mostrada na tela do computador. Inicialmente, a malha bidimensional original possuía 8 linhas  $\xi$  e 8 linhas  $\eta$ , totalizando 49 volumes de controle. Subsequentemente, a malha pode ser “melhorada” com refino e/ou aproximação de linhas, opções disponíveis no software como mostra a Figura 4.44.

A malha inicial com 8 linhas  $\xi$ , 8 linhas  $\eta$  é mostrada na Figura 4.44a. Após um refino (15x15) a malha gerada pode ser observada na Figura 4.44b. A malha (29x29), gerada após dois refinamentos e mostrada na Figura 4.44c.

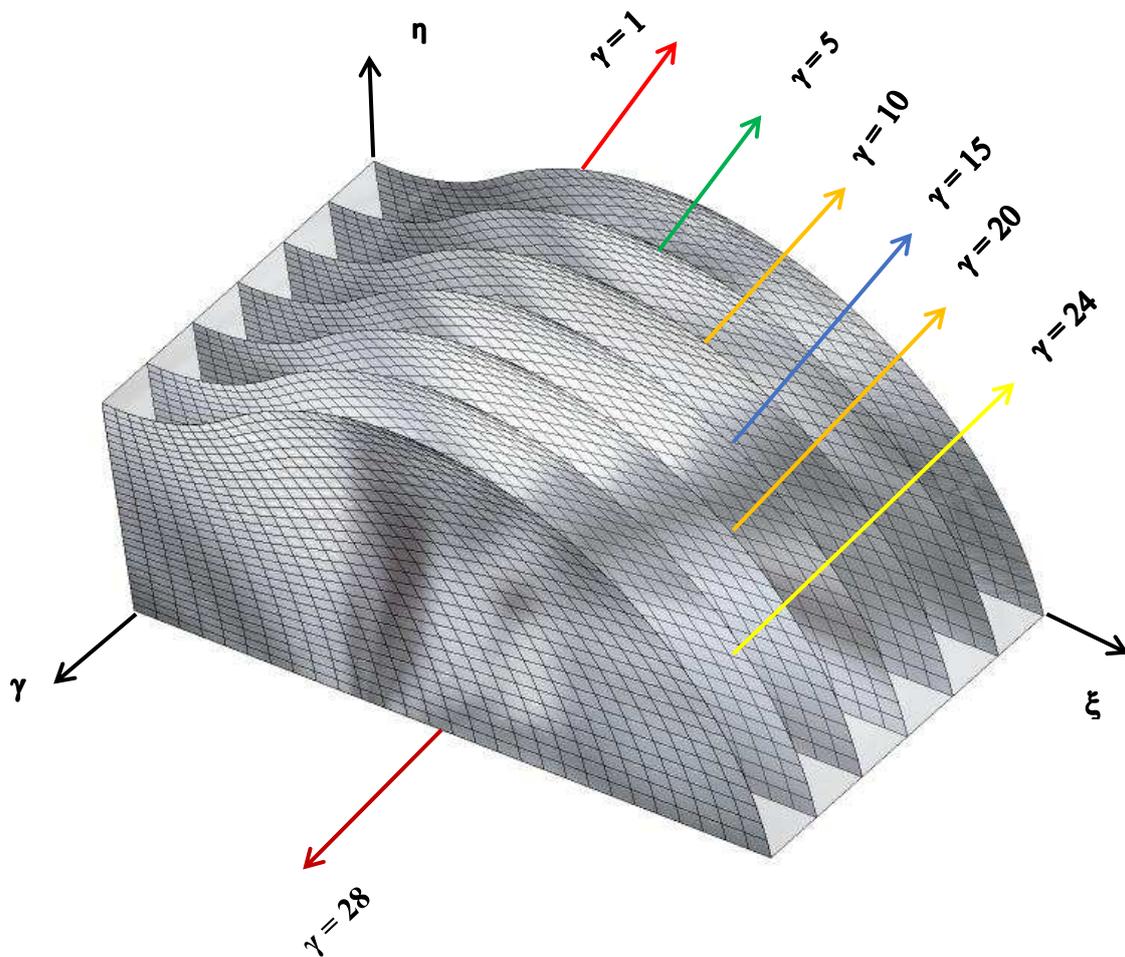
**Figura 4.44** - (a) Malha inicial obtida por meio da digitalização dos pontos do contorno da figura *bitmap*; (b) Malha refinada uma vez; (c) Malha refinada duas vezes.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 4.45 são apresentados, de forma esquemática, os seis planos escolhidos para a simulação da cinética de aquecimento da geometria deformada e o plano  $\gamma = 28$ . É importante ressaltar que a imagem não está em escala real.

**Figura 4.45** – Imagem dos planos  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm);  $\gamma = 5$  ( $z = 3,735$  mm);  $\gamma = 10$  ( $z = 7,885$  mm);  $\gamma = 15$  ( $z = 12,035$  mm);  $\gamma = 20$  ( $z = 16,185$  mm) e  $\gamma = 24$  ( $z = 19,505$  mm).



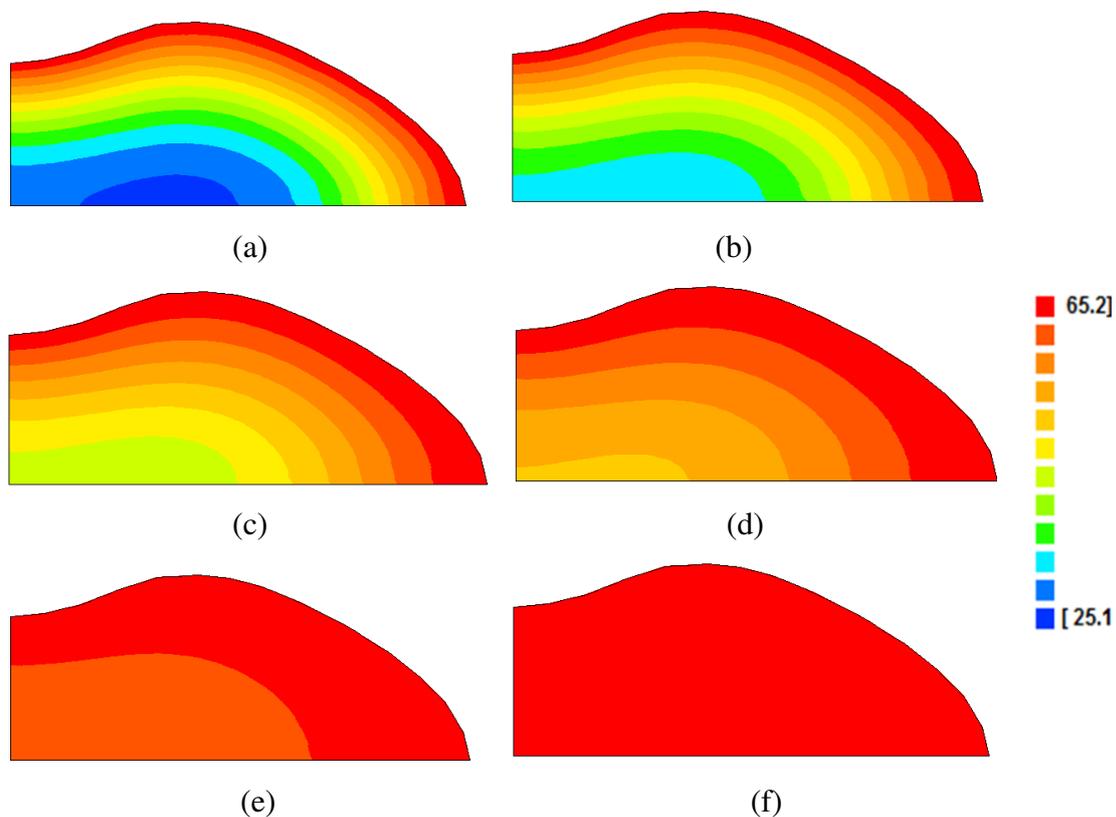
Fonte: Autoria própria.

#### 4.11.2 Curvas isotérmicas da cinética de penetração de calor

A Figura 4.46 mostra as curvas isotérmicas para a cinética de propagação de calor na geometria deformada, no plano inicial  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ), para seis instantes de tempo. É possível observar nessas curvas um comportamento idêntico ao que aconteceu

para a geometria original, não deformada. O calor se propaga da superfície interna para o centro. É importante notar nessas curvas isotérmicas, que a região menos favorável do produto, ou seja, aquela que mais tempo irá demorar até atingir a temperatura de equilíbrio térmico, muda de posição, não sendo mais no centro do recipiente (sudoeste), sendo observado no contorno sul da malha. Nas curvas isotérmicas da Figura 4.46 (a), isto pode ser visto nitidamente, onde os pontos da polpa da manga que estão na temperatura inicial do processo não mais estão no centro do recipiente.

**Figura 4.46** - Curvas isotérmicas no plano central  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm), mostrando a distribuição de temperatura na polpa da manga nos instantes de tempo: (a) 3,6 min; (b) 5,4 min; (c) 9 min s; (d) 12,6 min; (e) 18 min; (f) 27 min.

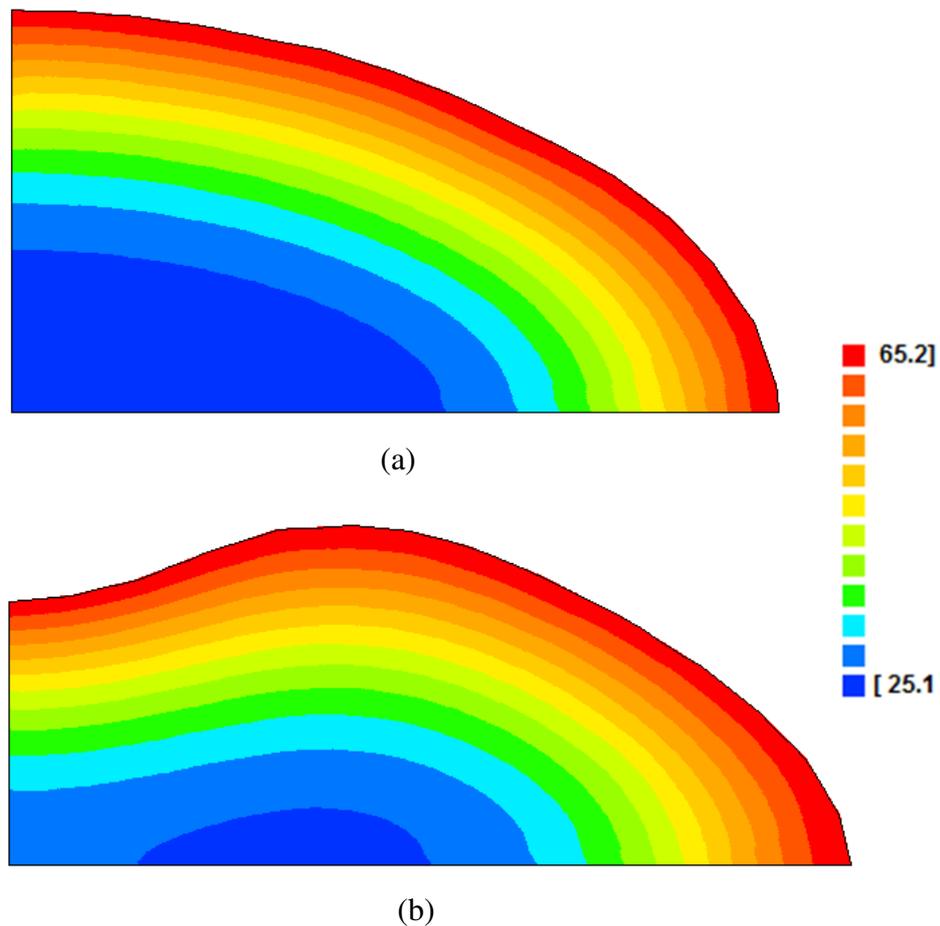


Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.47 apresenta as curvas isotérmicas, no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$ ), mostrando a posição do ponto menos favorável da polpa da manga, no recipiente completo, via dados experimentais e no recipiente deformado, por meio de simulação, no instante de tempo de 3,6 min. É possível observar nitidamente o deslocamento do

ponto menos favorável quando o recipiente original é deformado no seu semi-eixo menor.

**Figura 4.47** – Curvas isotérmicas, no plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm), mostrando o ponto menos favorável: (a) Na geometria elíptica original; (b) Na geometria modificada.

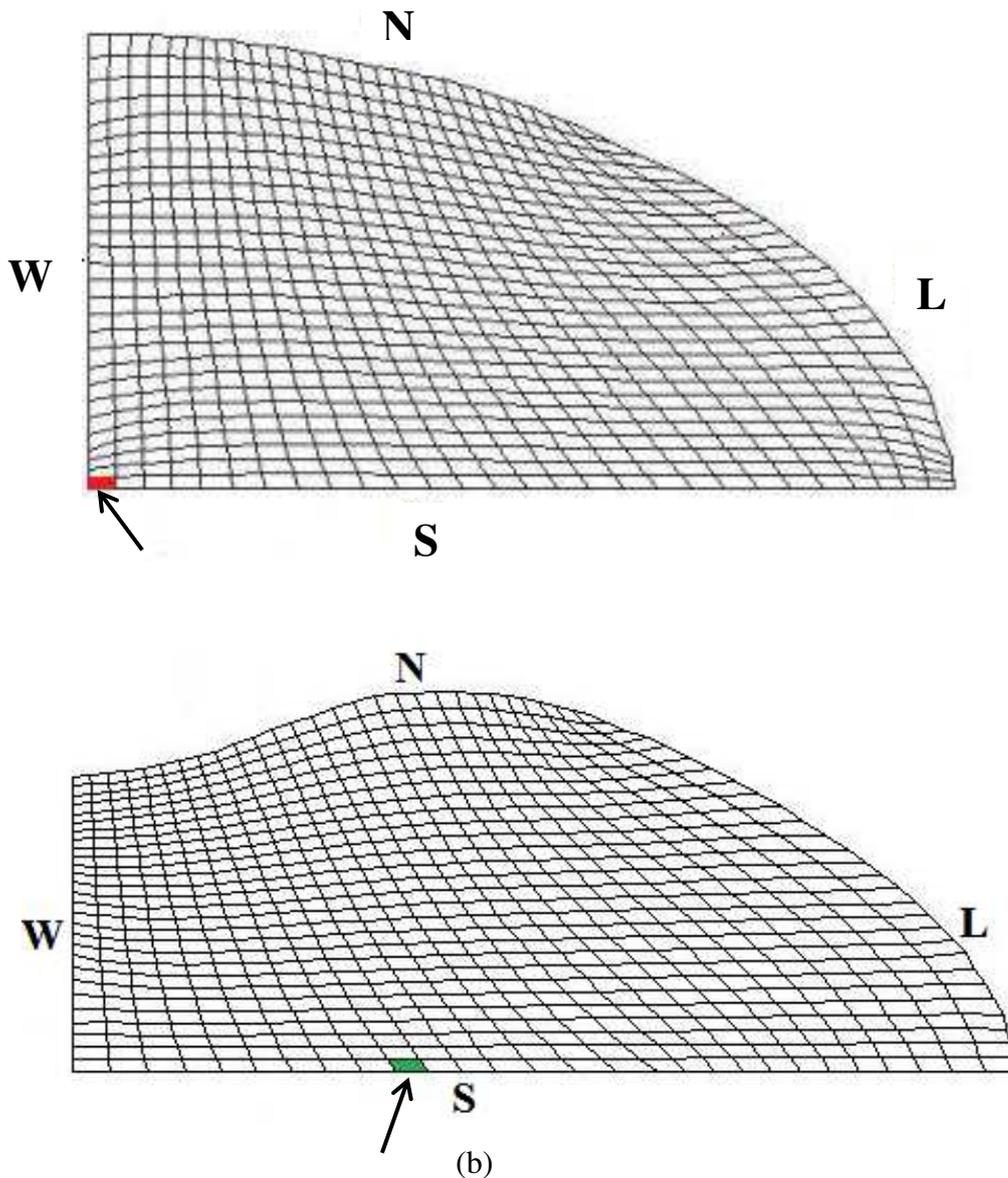


Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.48 apresenta as malhas  $29 \times 29$  do recipiente completo e modificado destacando o ponto menos favorável em cada uma delas, para o plano  $\gamma = 1$  ( $z = 0,416$  mm). Observa-se na Figura 4.48(a) que o ponto menos favorável encontra-se no volume de controle sudeste da malha, na posição (1,1,1).

Com a modificação, ou seja, com a redução do seu semi-eixo menor, a posição do ponto menos favorável, que é identificado por meio da análise dos resultados em várias simulações, é deslocada para a posição (10,1,1), que se situa no contorno sul da malha (Figura 4.48b).

**Figura 4.48** – (a) Ponto menos favorável na malha completa em, (1,1,1); (b) Ponto menos favorável na malha modificada em, (10,1,1).



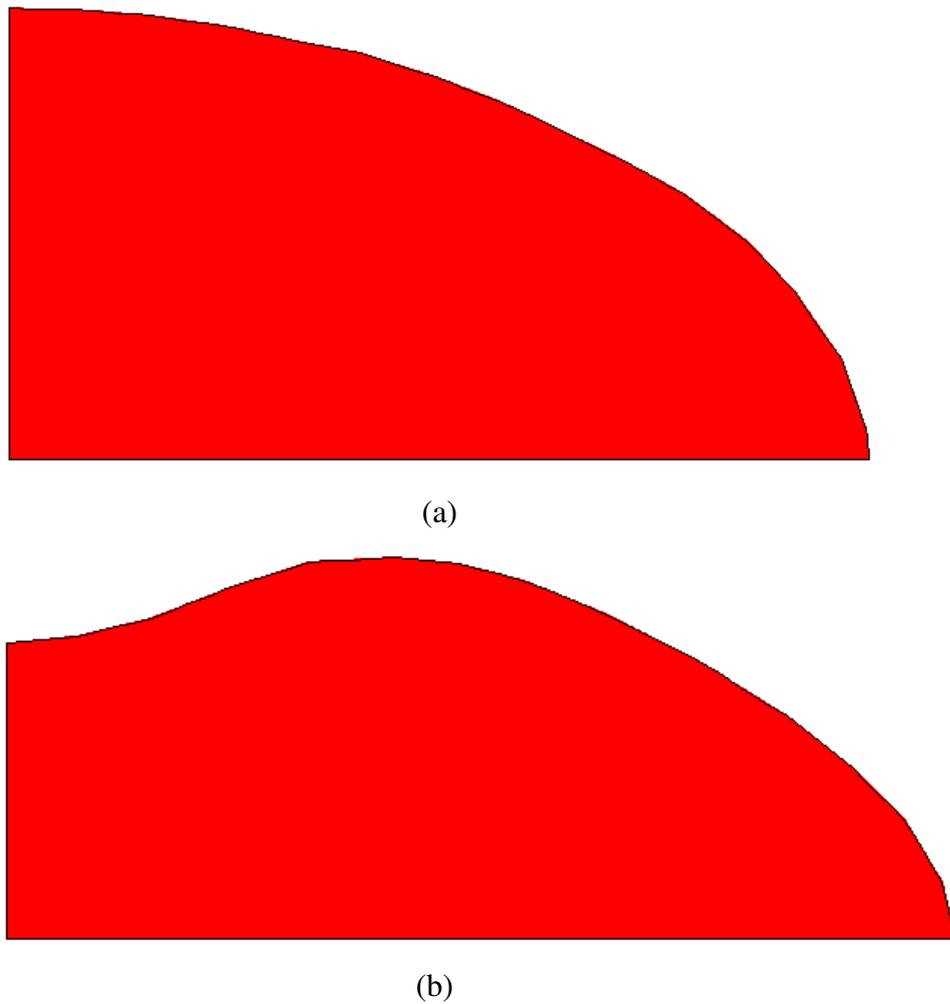
Fonte: Autoria própria.

A Figura 4.49 mostra as curvas isotérmicas, no plano  $z = 24$  ( $\gamma = 19,505$  mm), para o mesmo intervalo de tempo de 27 min. Essas curvas mostram que para as duas geometrias todos os pontos da polpa atingiram a temperatura de equilíbrio térmico.

Isso demonstra que para um plano mais próximo da superfície interna dos dois recipientes, o comportamento da propagação do calor é o mesmo para ambos. Ou seja,

nos dois casos, todos os pontos da polpa atingem a temperatura de equilíbrio no mesmo instante de tempo analisado.

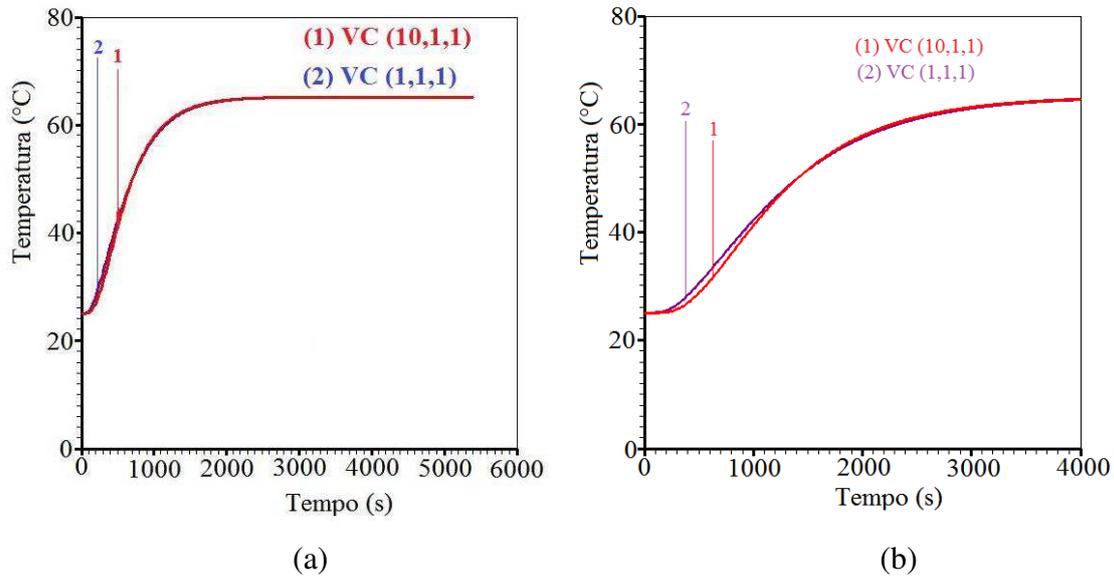
**Figura 4.49** – (a) Ponto menos favorável na malha completa em, (1,1,1); (b) Ponto menos favorável na malha modificada em, (10,1,1).



Fonte: Aatoria própria.

A Figura 4.50 apresenta os gráficos que representam a cinética de penetração do calor na polpa da manga, simuladas pela função de difusividade térmica variável ( $\alpha(T) = 1,212 \times 10^{-7} \cosh(1,80 \times 10^{-4} T^2)$ ), aplicada na malha modificada. A Figura 4.50a representa a cinética de propagação do calor, nos volumes de controles definidos por (1,1,1) e (10,1,1) para o tempo de 5400 s. A Figura 4.50b mostra o comportamento da cinética propagação nos mesmos volumes de controle, agora para 4000 s.

**Figura 4.50** – Gráfico representado a penetração de calor na polpa de manga: (a) simulação para 5400 s; (b) simulação para 4000 s.



Fonte: Autoria própria.

Observa-se nos gráficos da Figura 4.50a, que a cinética de propagação de calor, para os dois volumes de controle coincidem quando a simulação é feita para o tempo completo de 5400s, não sendo possível se observar qual dos dois volumes analisados alcançará a temperatura de equilíbrio térmico primeiro. Os gráficos da Figura 4.50b, mostram a cinética de propagação do calor nos mesmos planos, só que a simulação foi feita em um tempo 4000 s. Neste caso, é possível observar que o volume de controle definido por ( $\zeta = 1, \eta = 1, \gamma = 1$ ) atinge a temperatura de equilíbrio térmico antes do volume de controle definido ( $\zeta = 10, \eta = 1, \gamma = 1$ ).

É evidente a importância desse resultado, uma vez que ele garante que usando apenas simulação computacional, a região de maior complexidade do produto (região menos favorável), também tenha atingido a temperatura de inativação de microorganismos, temperatura esta, previamente estabelecida para o processo. E isto acontece sem a necessidade de se fazer outras experiências sempre que o recipiente sofrer alguma mudança em sua geometria.

## **CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES**

### **5.1 – Considerações iniciais**

No capítulo anterior foi feita a apresentação e discussão dos resultados obtidos na pesquisa. Neste capítulo que aqui se inicia, são apresentadas as principais conclusões do trabalho realizado.

Existem diversos métodos de se encontrar a difusividade térmica de um determinado produto. O que utilizamos na presente pesquisa é apenas um deles. Então, a maior contribuição do presente trabalho para a comunidade científica não foi necessariamente encontrar a difusividade térmica da polpa, e sim, determinar o ponto menos favorável do produto inserido em uma geometria arbitrária (original e modificada) e estabelecer o tempo necessário que para este ponto atinja a temperatura de equilíbrio previamente estabelecida, usando a expressão da difusividade térmica em função da temperatura local que foi determinada. É importante destacar que quando este ponto atinge esta temperatura de equilíbrio, tem-se a garantia que todo o produto acondicionado no recipiente também atingiu, ou seja, todo produto estará em equilíbrio térmico com a temperatura estabelecida.

### **5.2 – Conclusões**

Diante dos resultados obtidos nas simulações dos dados experimentais das pasteurizações realizadas com a polpa da manga, é possível apresentar algumas conclusões que serão enumeradas a seguir.

- A solução numérica da equação de difusão em coordenadas generalizadas tridimensionais apresentou resultados consistentes e coerentes, como valores disponíveis na literatura.
- O código computacional que foi desenvolvido por Farias (2011) e utilizado para simular o processo de difusão de calor em processos de pasteurização, bem como determinar parâmetros termofísicos, forneceu resultados condizentes com a literatura pertinente.

- Várias funções crescentes podem ser utilizadas para expressar a difusividade térmica como uma função da temperatura local de polpa de frutas. Em todas as otimizações realizadas, a expressão que apresentou os melhores indicadores estatísticos ( $\chi^2$ ,  $R^2$ ) e que melhor representou a difusividade térmica aparente variável em com a temperatura local é expressa por  $\alpha(T) = A_1 \cosh(A_2 T^2)$ , igual a expressão encontrada por Ataíde (2014).
- Estimou-se, como resultado da presente pesquisa, que a melhor função para representar a difusividade térmica variável da polpa da manga Tommy Atkins, é crescente com a temperatura local, e representada pela função  $\alpha(T) = 1,212 \times 10^{-7} \cosh(1,80 \times 10^{-4} T^2)$ .
- Uma vez determinada a expressão da difusividade térmica em função da temperatura local, é possível estabelecer o tempo necessário para que a polpa acondicionada em um recipiente com uma geometria qualquer, entre em equilíbrio térmico com uma temperatura previamente definida, através de simulações numéricas. Importante destacar aqui o ponto menos favorável da polpa. Assim, se torna desnecessário a realização de experimentos a cada vez que um novo recipiente for utilizado para acondicionar o produto. Apenas simulações numéricas são necessárias para se estabelecer o tempo de processo adequado para a inativação de micro-organismos patogênicos.
- O Código computacional utilizado é capaz de identificar o ponto menos favorável do produto durante o processo de pasteurização, tanto na malha original como também na malha modificada (por simulação computacional) e, assim, permitir que a cinética de aquecimento de tal ponto do produto possa ter um acompanhamento, no sentido de garantir que a temperatura de inativação dos agentes patogênicos seja atingida também nesse ponto de maior complexidade.
- Das análises físico-química e microbiológica do produto utilizado, observa-se que o processo de pasteurização proporcionou uma redução dos micro-organismos totais, sem, entretanto, proporcionar alteração nutricional que comprometesse a polpa, particularmente no seu valor proteico.

### **5.3 – Sugestões para trabalhos futuros**

- Aplicar a metodologia apresentada nesta pesquisa para polpas de outros produtos pastosos;
- Estudar a viabilidade da aplicação da metodologia utilizada nesta pesquisa para produtos alimentícios em estado líquido;
- Aplicar a metodologia apresentada nesta pesquisa para produtos acondicionados em recipientes confeccionados em materiais não metálicos com diferentes geometrias;
- Estudar a viabilidade de se aplicar a metodologia proposta no presente trabalho, para produtos acondicionados em recipientes metálicos ou não metálicos utilizando outras formas de energia, como por exemplo, micro-ondas e laser, como fonte de aquecimento do meio externo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAFAX (Associação para o desenvolvimento da agricultura familiar do alto Xingu). **Beneficiamento de polpas de furtas** –. São Félix do Xingu-PA – 2013.

ADAMS, M.R. e MOSS, M.O. **Food Microbiology**. 3rd Edition, The Royal Society of Chemistry, Cambridge, 463 p. 2008.

ADEBAYO, F. O.; OBIEKEZIE, S.O. **Microorganisms in Waste Management**. Department of Microbiology, Nassarawa State University, Keffi, Nigeria. Research Journal of Science and Technology. Vol.10. 2018.

AGÇAM, E.; AKYILDIZ, A. DUNDAR, BURCU. **Thermal Pasteurization and microbial inactivation of fruit juices**. Cukurova University, Balcali, Adana, Turkey. 2018.

AIRES, K. L. C. A. F.; SILVA, W.P.; AIRES, J. E. F.; JUNIOR, A. F. S.; SILVA, C. M. D. P. S. **Apple osmotic dehydration described by threedimensional numerical solution of the diffusion equation**. DRYING TECHNOLOGY. 2018. ISSN: 0737-3937 (Print) 1532-2300 (Online) Journal homepage: <http://www.tandfonline.com/loi/ldrt20>.

AIRES, K.L.C.A.; SILVA, W.P.; AIRES, J.E.F.; JUNIOR, A.F.S.; SILVA, C.M.D.P.S. **Convective drying of osmotically dehydrated apples described by threedimensional numerical solution of the diffusion equation with analysis of water effective diffusivity spatial distribution**. *Drying Technology An International Journal* 2019. DOI: 10.1080/07373937.2018.1549565.

ALBERTON, A. C.M. **Caracterização da manga tomy atkins in natura e após a liofilização**. 2014. 53p. TCC (Trabalho de Conclusão de Curso), Núcleo de alimentos, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, PR, Brasil.

ALVARADO, J. DE D. Propriedades físicas de frutas: IV. **difusividad y conductividad térmica efectiva de pulpas**. *Latin American Applied Research*, v.24, p.41-47, 1994.

AMARO, A.P.; BONILHA, P.R.; MONTEIRO, M. **Efeito do tratamento térmico nas características físico-químicas e microbiológicas da polpa de maracujá**. *Alim. Nutr.*, São Paulo, 13: 151-162, 2002.

AMBARITA, H.; NASUTION, A.H. **A numerical solution to simultaneous heat and mass transfer of convective drying of food**. SEMIRATA- International Conference on Science and Technology 2018. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1116 (2018) 032002. doi:10.1088/1742-6596/1116/3/032002.

ANVISA. **Consulta Pública nº 257, de 28 de setembro de 2016**. D.O.U de 29/09/2016.

AOAC. **Official methods of analysis**. EUA: Gaithersburg, Association of Official Analytical Chemists. 2000.

AQUINO, V.M.; IWAMOTO, H.; NOGUEIRA, G.A.L.; TAVARES, V.T. **Soluções da equação de difusão de calor em regime transiente: Aprendendo matemática com diferentes métodos de solução**. *Semana: Ciências Exatas e Tecnológicas*, Londrina, v. 37, n. 1, p. 13-22, jan./jun. 2016.

ARAÚJO, J.L.; QUEIROZ, A.J.M.; FIGUEIRÊDO, R.M.F. **Propriedades termofísicas da polpa do Cupuaçu com diferentes teores de sólidos**. *Ciênc. agrotec.*, Lavras, v. 28, n. 1, p. 126-134, jan./fev., 2004.

ARAÚJO, J.C.R. **transferência de calor durante o processamento térmico em polpa de fruta armazenada em recipientes de forma cilíndrica**. 2016. 92 f. TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Campina Grande, Cuité – PB.

ARAÚJO, L. F. **Solução numérica e implementação computacional da equação de difusão usando coordenadas generalizadas tridimensionais: Aplicação na secagem de telhas ornamentais.** 2018. 309p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

ARAUZ, L.F. Mango Anthracnose: Economic impact and current options for integrated management. **The American Phytopathological Society.** Plant Disease / Vol. 84 No. 6. 2000.

ATAÍDE, J. S. P. **Transferência de calor durante o processo de pasteurização de polpas de frutas armazenadas em sólidos obtidos por revolução de áreas planas.** 2014. 254p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

AZEREDO, H. M. C. **Fundamentos de Estabilidade de alimentos.** 2. ed. Fortaleza: Embrapa Agroindústria Tropical, 2004.

AZOUBEL, P.M.; CIPRIANI, D.C.; EL-AQUAR, A.A.; ANTONIO, G.C.; MURR, F.E.X., 2005, “**Effect of concentration on the physical properties of cashew juice**”. Journal of Food Engineering, V.66, pp.413-417.

BABUSKA, I. e OSBORNE, J.E. Generalized finite element methods: their performance and their Relation to mixed methods. Society for Industrial and Applied Mathematics. 1983.

BAÏRI, A.; LARAQI, N.; GARCÍA DE MARÍA, J. M. **Determination of thermal diffusivity of foods using 1 D Fourier cylindrical solution.** Journal of food engineering, v. 78, n. 2, p.669 – 675, 2007.

BARBOSA, A. **Microrganismos associados às doenças transmitidas por alimentos (dtas), impactos da saúde do manipulador de alimentos: revisão de literatura.** Revista Saúde em Foco – Edição nº 11 – Ano: 2019.

BARBOSA, L.S.; MACEDO; SANTOS, C.M.; MACHADO, A.V. **Study of The Drying of Tropical Fruits Northeast**. Revista Verde de Agroecologia e Desenvolvimento Sustentável. 2014. Disponível em: <http://revista.gvaa.com.br>.

BARROS, E.C.M; COSTA, G.N. S; RIBEIRO, L.O; MENDES, M.F; PEREIRA,C.S.S. **Effects of pasteurization on the physico-chemical, microbiological and nthocyanins from juçai pulp (*Euterpe edulis Martius*)**. Revista Teccen. 2015 Jan./Jun.; 08 (1): 21-26.

BARTH, R.C.; SANTOS, D.C. The importance of quality control in the food industry: measures to prevent probable cleaning residues contamination of uht beverages. **Atas de Ciências da Saúde**. São Paulo, vol. 4, n°. 1, pág. 23-38, 2016.

BARUFFALDI, R.; OLIVEIRA, M. N. **Fundamentos de tecnologia de alimentos**. São Paulo: Atheneu, 1998.

BATISTA, J.N.M.; SILVA, V.B.; LIMA, A.C.A.; LEITE, L.I.S.; OLIVEIRA, A.B. **Determinação da condutividade térmica de legumes utilizando o método gráfico de Heisler**. XXI Congresso Brasileiro de Engenharia Química. Fortaleza/CE, 2016.

BATOOL, S.A; TAHIR, S.S; KALSOOM,R.R. **Microbiological analysis of pasteurized and fresh fruit juice sold in Rawalpindi of Pakistan**. *Environmental Analytical Laboratory, PCSIR Sector H-9, Islamabad Pakistan*,2013.

BEER, F. P.; JONHONSTON, E. R. J. **Mecânica vetorial para engenheiros**. Rio de Janeiro: Makron, McGraw-Hill, 5a Edição, 1990, 793 p.

BENHURA, C.; RUKUNI, T.; KADEMA, C.; MUBVAKURE, B.; NAZARE, R.; GOMBIRO, P.E.; TOKWE, B.; MATANGI, E.; MADZIMA, A. **Preservation of mango pulp of fruit from Rusitu Valley, Chimanimani in Zimbabwe**. Pakistan Journal of Food Sciences (2012), Volume 22, Issue 4, Page(s): 191-196 191.

BERTI, R.C.; SANTOS, D.C.; **The importance of quality control in the food industry: measures to prevent probable cleaning residues contamination of uht beverages.** Atas de Ciências da Saúde, São Paulo, vol. 4, n°. 1, pág. 23-38, 2016.

BETTA, G.; RINALDI, M.; BARBANTI, D.; MASSINI, R. **A quick method for thermal diffusivity estimation: Application to several foods.** Journal of food engineering, v. 91, n. 1, p. 34 – 41, 2009.

BHOWMIK, S.R.; HAYAKAWA, K. A new method for determining the apparent thermal diffusivity of thermally conductive food. Journal of Food Science, v.44, n.2, p.469- 474, 1979.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena.** 2nd Ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001, 912 p.

BRANNON, R. M. **Curvilinear Analysis in a Euclidean Space.** Unm supplemental book draft. June 2004.

BRASIL. Instrução Normativa nº 1, de 7 de janeiro de 2000. Regulamento técnico geral para fixação dos padrões de identidade e qualidade para polpa de fruta. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 10 jan. 2000. Seção 1, p. 54. Disponível em: <<http://www.agricultura.gov.br>>.

BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Instrução Normativa nº 62, de 26 de agosto de 2003. **Métodos Analíticos para Análises Microbiológicas para Controle de Produtos de Origem Animal e Água.** Diário Oficial da União, Brasília, 18 de setembro de 2003.

BRASIL. Ministério da Saúde. 2018. **Surtos de doenças transmitidas por alimentos no Brasil.** Brasília.

BROOKER, D. B.; BAKER, ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds.** New York: AVI Book, 1992. 450.

CARBONERA, L.; CARCIOFI, B. M.; HUBER, E.; LAURINDO, J. B. **Determinação experimental da difusividade térmica de uma massa de tomate comercial. Brazilian Journal of food Technology**, v. 6, n. 2, p. 285 – 290, 2003.

CARCIOFI, B.A.M.; FAISTEL, J.; ARAGÃO, G.M.F.; LAURINDO, J.B. **Determination of thermal diffusivity of mortadella using actual cooking process data. Journal of Food Engineering**, v. 55, n. 1, p. 89–94, 2002.

CARDOSO, S.; RUBENSAM, J.M. **Elaboração e avaliação de projetos para agroindústrias**. Universidade Aberta do Brasil (UAB/UFRGS). Porto Alegre. Editora da UFRGS, 2011.

CARVALHO, A.V.; MATTIETTO, R.A.; BECKMAN, J.C. **Study of the stability of frozen mixed tropical fruit pulps used in the formulation of beverages. Braz. J. Food Technol.**, v. 20, e2016023, 2017.

CARVALHO, D, F.; BRUZA, A.R.E.; FERREIRA, M.P.; **Food Preservation By Cold**. Revista Eletrônica de Nutrição, Alimentos e Gastronomia. Ano 02 N°01, jan/jun 2013. ISSN 2317-871x. Critical Reviews in Food Science and Nutrition. <http://www.tandfonline.com/loi/bfsn20>.

CASARIN, F.; MENDES, C.E.; LOPES, T.J.; MOURA, N.F. **Experimental design of blackberry (Rubus sp.) drying process for production of flour enriched with bioactive compounds**. Brazilian Journal of Food Technology. Campinas, v. 19, 2016. <http://dx.doi.org/10.1590/1981-6723.2516>.

CEOLIN, G. A.; RAUJO. **Modelagem Matemática das equações de águas rasas em coordenadas generalizadas**. 2005. 81 f. (Mestrado em Engenharia Ambiental) - Programa de Pós- Graduação em Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2005.

COSTA, W.S. **Descrição Da Transferência De Calor Em Produtos Alimentares Submetidos a Processos Com Condição De Contorno Variável**. 259 f. Tese

(Doutorado em Engenharia de Processos). Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - PB. 2015.

COSTA, W.S. **Descrição Da Transferência De Calor Em Produtos Alimentares Submetidos a Processos Com Condição De Contorno Variável**. 2015. 259 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - PB. 2015.

DA SILVA, G.M.V.; CARDOSO, G.R.; COSTA, D. O. **Encontro Nacional de Engenharia de produção. A gestão dos processos de produção e as parcerias globais para o desenvolvimento sustentável de sistemas produtivos. Parcerias Globais para o Desenvolvimento Sustentável dos Sistemas Produtivos**. Salvador, BA, Brasil, 08 a 11 de outubro de 2013.

DO CARMO, J.E.F. **Fenômenos de difusão transiente em sólidos Esferoidais oblatos. Estudo de caso: Secagem de lentilhas**. 2004. 139p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

ELLONG, E.N.; ADENET, S.; ROCHEFORT, K. **Physicochemical, Nutritional, Organoleptic Characteristics and Food Applications of Four Mango (*Mangifera indica*) Varieties**. Food and Nutrition Sciences, 2015, 6, 242-253 Published Online February 2015 in SciRes. <http://www.scirp.org/journal/fns>.

ETZBACH, L.; PFEIFFER, A. SCHIEBER, A.; WABER, F. **Effects of thermal pasteurization and ultrasound treatment on the peroxidase activity, carotenoid composition, and physicochemical properties of goldenberry (*Physalis peruviana* L.) puree**. LWT - Food Science and Technology 100 (2019) 69–74.

EVANGELISTA, J. **Tecnologia de Alimentos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Atheneu, 2008.

FARIAS, V.S.O.; SILVA, C. M. D. P. S.SILVA.; W.P.; LIMA, A.G.B. Influência da geometria na simulação do processo de secagem de telhas cerâmicas através do modelo de difusão usando soluções analíticas e método inverso. **Vi National Congress of**

**Mechanical Engineering. CONEM 2010.** August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil.

FARIAS, V. S. O. **Difusão 3D em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas.** 2011. 265 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande – PB.

FARIAS, V. S. O.; SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; DELGADO, J. M. P. Q.; NETO, S. R. F.; LIMA, A. G. B. **Transient Diffusion in Arbitrary Shape Porous Bodies: Numerical Analysis Using Boundary-Fitted Coordinates.** In: Numerical Analysis of Heat and Mass Transfer in Porous Media. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, p. 85 – 119, 2012a.

FARIAS, V. S. O.; SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LIMA, A. G. B. **Three-Dimensional Diffusion in Arbitrary Domain Using Generalized Coordinates for the Boundary Condition of the First Kind: Application in Drying.** Defect and Diffusion Forum, v. 326-328, p. 120-125, 2012b.

FARIAS, V. S. O.; SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LIMA, A. G.; ROCHA, V. P. T. **Drying of solids with irregular geometry: numerical study and application using a three-dimensional model.** Springer-Verlag – Berlin Heidelberg, 2013.

FARIAS, V. S. O.; SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA JÚNIOR, A. F.; AIRES, J. E. F.; ROCHA, V. P. T. **Assessment of diffusion models to describe drying of roof tiles using generalized coordinates.** Springer-Verlag – Berlin Heidelberg, 2015.

FARIAS, V. S. O. L.F.ARAÚJO; SILVA, W.P; FRANCO, C.M.R; ROCHA, C.M.R; JÚNIOR, A.F.S. **Drying study of ceramic tiles using three-dimensional analytical solution of the diffusion equation.** Volume 15, Issue 2, pages 409 – 432 (May 2018).

FELLOWS, P. **Food processing technology: principles and practice**. CRC. 2. ed., 2006.

FERNANDES, A.G.; SANTOS, G.M.; SILVA.; SOUSA, P.H.M.; MAIA, G.A. FIGUEIREDO, R.W. **Chemical and physicochemical characteristics changes during passion fruit juice processing**. Ciênc. Tecnol. Aliment., Campinas, 31(3): 747-751, jul.-set. 2011. ISSN 0101-2061.

FIGUEIREDO, R. **Princípios de secagem de produtos biológicos**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2004.

FOLCH, J., LESS, M., STANLEY, S. **A simple method for the isolation and purification of total lipids from animal tissues**. Journal Biological. Chemistry, v. 226, n. 1, p. 497 – 509, 1957.

FONTANA, D. H. G. **Elaboração de um modelo para o controle do processo de pasteurização em cerveja envasada (in-package)**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

FOOD INGREDIENTS BRASIL. Editora Insumos. São Paulo, n. 19, p. 24-30, nov., 2008.

FORSYTHE, Stephen J. **Microbiologia da segurança dos alimentos**. 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2013.

FRANCO, M.L.R.; AMARAL, L.A.; VIEGAS, E.M.M.; KRONKA, S.N.; GASPARINO, E. MIKCHA, J.M.G.; DEL VESCO, A.P. **Qualidade microbiológica e vida útil de filés defumados de tilápia-do-nilo sob refrigeração ou congelamento**. Pesq. agropec. bras., Brasília, v.48, n.8, p.1071-1079, ago. 2013 DOI: 10.1590/S0100-204X2013000800037.

GAVA, A. J. **Princípio de Tecnologia de alimentos**. 2. ed. São Paulo: Nobel, 2009.

GONÇALVES, N.D.F. **Método dos volumes finitos em malhas não-estruturadas.** 2007. 71 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Matemática)– Faculdade de ciências da universidade do Porto.

GUILHERME, D. DE L.; ESTEVES, D.C. **Doenças transmitidas por alimentos e água.** Rev. Conexão Eletrônica – Três Lagoas, MS - Volume 14 – Número 1 – Ano 2017.

GUTERRES, M.X.; VASCONCELLOS, J.F.V.; NETO, A.J.S.; PERALTA, C.B.L.; TEIXEIRA, L.G.M.F. **Approaching a solution for Richards-2d equation by finite volumes method with the aid of Picard-Krylov algorithms.** ABAS, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.14295/ras.v3i1i2.28671>.

HAILE, M.; KANG, W.H. **The Role of Microbes in Coffee Fermentation and Their Impact on Coffee Quality.** Hindawi Journal of Food Quality Volume 2019, Article ID 4836709, 6 pages <https://doi.org/10.1155/2019/4836709>.

HOLDSWORTH, S. D. **Thermal processing of packaged foods.** 1. ed. London, Chapman & Hall, 1997.

HOLDSWORTH, D.; SIMPSON, R. **Thermal processing of packaged foods.** 2. ed. Springer, 2007.

HOLMAN, J. P. **Transferência de Calor,** McGraw-Hill, Inc. New York, NY, 1983.

HONG, Y.K.; HUANG, L.; YOON, W.B.; LIU, F.; TANG, J. **Mathematical modeling and Monte Carlo simulation of thermal inactivation of non-proteolytic Clostridium botulinum spores during continuous microwave-assisted pasteurization.** Journal of Food Engineering, 190 (2016). 2157-9458. ISSN Print: 2157-944X. <http://dx.doi.org/10.17654/HM015020409>.

HUANG, L. **Computer simulation of heat transfer during in-package pasteurization of beef frankfurters by hot water immersion.** Journal of Food Engineering, v. 80, p. 839-849, 2007.

IAL. Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz. **Métodos químicos e físicos para análise de Alimentos**. 3. ed., v. 1, São Paulo: Instituto Adolfo Lutz, 2005.

INCROPERA, F. P.; DeWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e massa**. Rio de Janeiro: LTC – Livro Técnico e Científico Editora S. A. 445 p. 1992.

JUNIOR, E.E.D.; QUEIROZ, A.J.M.; FIGUEIREDO, R.M.F. **Determinação da difusividade térmica da polpa de manga espada**. Revista Educação Agrícola Superior. Associação Brasileira de Educação Agrícola Superior- ABEAS - v.22, n.1,p.43-46, 2007.

KAREL, M., LUND, B. D. **Physical principles preservation of food**. Second edition, revised and expanded. Marcel Dekker. Inc. New York – 2003.

KINMAN, LEA A.; GARCIA, M.B.M; SPESHOCK, JANICE; HARP, RANDY M. **Presence of pathogenic bacteria in ground beef during consumer thawing and food-handling habits**. J Food Microbiol -2018 -Volume 2 Issue 2.

KIOSTAROPOULOS, A.E.; SARAVACOD, G.D. **Thermal Diffusivity of Granular and Porous Foods at Low Moisture Content**. Journal of Food Engineering 33 (1997) 101- 109.

KREITH, F. e BOHN, M. **Princípios da transmissão de calor**. São Paulo: CENGAGE Learning, 2011. 623 p. ISBN 9788522102846.

KUMAR, R.; BAWA, A.S.; KATHIRAVAN, T; NADANASABAPATHI, S. **Thermal processing of mango nectar (*Mangifera indica*) and its effect on chemical, microbiological and sensory quality characteristics**. International Journal of Advanced Research (2013), Volume 1, Issue 8, 261-273. ISSN NO 2320-5407.

KUROZAWA, L. E.; EL-AOUAR, A. A.; SIMÕES, M. R.; AZOUBEL, P. M.; MURR, F. E. X. **Thermal conductivity and thermal diffusivity of papaya (*Carica papaya* L.)**

**and cashew apple (*Anacardium occidentale* L.).** Brazilian Journal Food Technology, v. 11, n. 1, p. 78- 85, 2008.

LAGNIKA, C.; ADJOVI, Y.C.S.; LAGNIKA, L.; GOGOHOUGA, O.D.S.; KOULONY,R.K.; SANNI, A. **Effect of Combining Ultrasound and Mild Heat Treatment on Physicochemical, Nutritional Quality and Microbiological Properties of Pineapple Juice.** Food and Nutrition Sciences, 2017, 8, 227-241.

LEONARDI, J.G.; AZEVEDO, B.M. **Métodos de conservação de alimentos.** Revista Saúde em Foco – Edição nº 10 – Ano: 2018.

LEWIS, M. **Continuous thermal processing of foods: pasteurization and UHT sterilization.** Aspen Publishers, 2000.

LIMA, I. J. E.; QUEIROZ, A. J. M.; FIGUEIRÊD O. R. M. F. Propriedades termofísicas da polpa de umbu. Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais, n.1, p.31-42, Campina Grande-PB, 2003.

LINO, G.C.L. e LINO, T.H.L. **Congelamento e refrigeração.** Londrina: UTFPR, 2014.

LINS, M. A. A. **Estudo analítico e numérico das propriedades termo-físicas durante o processo de transferência de calor em produtos de forma cilíndrica.** 2013. 262 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande – PB, 2013.

LOUZADA, M.L.C.; MARTINS, A.P.B.; CANELLA, D.S.; BARALDI, L.B.; LEVY, R.B.; CLARO, R.M.; MOUBARAC, J.C.; CANNON, G.; MONTEIRO. C.A. **Impact of ultra-processed foods on micronutrient content in the Brazilian diet.** Rev Saúde Pública 2015;49:45.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional.** Rio de Janeiro: LTC Editora S. A., 2004.

MARCHI, D. M., Baggio, N., Teo, C. R. P. A. & Busato, M. A.. **Ocorrência de surtos de doenças transmitidas por alimentos no município de Chapecó, estado de Santa Catarina, Brasil, no período de 1995 a 2007.** *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, 20, 401- 407. 2011.

MARINI, B.L.; FUMAGALLI, F. **O aumento no consumo de aditivos alimentares: malefícios do corante caramelo IV para o consumo humano e sua alta concentração em bebidas com cola no Brasil.** *Rev. Conexão Eletrônica – Três Lagoas, MS – Volume 13 – Número 1 – Ano 2016.*

MARTINS, J.S.; HERTZ, P.F. **Influência da formulação do suco de Butia catarinensis no processo de pasteurização.** Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia de Alimentos da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGCTA/UFRGS). Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre. 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.21674/2448-0479.45.752-758>

MATA, N.F.; TOLEDO, P.S.; PAVIA, P.S. **The importance of pasteurization: Microbiological comparison between raw and pasteurized milk, type B.** *Rev. Inst. Latic. “Cândido Tostes”*, Jan/Fev, nº 384, 67: 66-70, 2012.

MATHYS, A. **Perspective of Micro Process Engineering for Thermal Food Treatment.** *Front. Nutr.* Vol 5:24. doi: 10.3389/fnut.2018.00024. [www.frontiers.org](http://www.frontiers.org).

MENEZES, M.F.S.C.; SIMEONI, C.P.; POLETTO,G.; BARIN, J.S.; CICHOSKI, A.J.; MENEZES, C.R. **Microwave radiation: applications in foods and microbiological impacts on meat.** *Revista Eletrônica em Gestão, Educação e Tecnologia Ambiental – REGET e-ISSN 2236 1170 - v. 18. Ed. Especial Mai. 2014, p. 90-100.*

MOHAMED, I. **O.Determination of Cold Spot Location for Conduction-Heated Canned Foods Using an Inverse Approach.** *International Journal of Food Processing Technology*, 2015, 2, p.10-17.

MÖHLER, B.C. **Avaliação das Características de Secagem dos Grãos de Soja**. Porto Alegre. 2010.

MOREIRA, T.B.; ROCHA, E.M.F.F.; AFONSO, M.R.A.; COSTA, J.M.C. **Comportamento das isotermas de adsorção do pó da polpa de manga liofilizada**. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental** v.17, n.10, p.1093–1098, 2013. Campina Grande, PB, UAEA/UFCG.

NACMCF - **National Advisory Committee on Microbiological Criteria for Foods, Hazard Analysis and Critical Control Point principles and application guidelines**. Food Protection, 61 (6), 762-75, 2006.

NEVES, E.E.; BEZERRA, Y.S.F. **Método dos volumes finitos: uma abordagem prática e aplicação em problemas de difusão térmica com matlab**. Carpe Diem: Revista Cultura e Científica do UNIFACEX. v. 11, n. 11, 2013. ISSN: 2237-8586.

NEVES, L.C.; BNEDETTE, R.M.; SILVA, V.X.; PRILL, M.A.S.; VIEITES, R.L. **Production of mango pulps tommy atkins in septentrional amazon Through application of preservatives and of branching**. Rev. Bras. Frutic., Jaboticabal - SP, v. 29, n. 3, p. 576-582, Dezembro 2007.

NOBRE, J.A.S. e LIMA, D. M. **Tecnologia do Processamento de Alimentos. Projeto Formare - Grupo Ibmecc Educacional**, 2011, São Paulo, Fundação Iochpe / Cadernos Formare, 2011, p. 448.

OLIVEIRA, E.P. **Estimação das propriedades termofísicas de leite integral através de técnicas analítico – experimental**. 2014. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Centro de Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, PB, Brasil.

OLIVEIRA, M.T.; MONTEIRO, A.C.; JÚNIOR, N.L.S.; BARBOSA, J.C. MOCHIL, D.A. **Sensibilidade de isolados de fungos entomopatogênicos às radiações solar, ultravioleta e à temperatura**. Arq. Inst. Biol., v.83, 1-7, 2016.

OLIVEIRA, S.C.; BELLANGER, A.; MÉNARD, O. ; PLADYS, P.; GOUAR, Y.L.; DIRSON, E.; KROEEL, F.; DUPONT, D.; DEGLAIRE, A.; BOURLIEU, DEGLAIRE. **Impact of human milk pasteurization on gastric digestion in preterm infants: a randomized controlled trial.** AJCN. First published ahead of print January 4, 2015 as doi: 10.3945/ajcn.116.142539.

ÖZİŞİK, M. N. **Transferência de calor**, Rio de Janeiro, RJ. Guanabara Koogan S.A, 1990.

PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow.** New York, Hemisphere Publishing Corporation, 197 p. 1980.

PELAIS, A. C. A.; ROGEZ, H.; PENA, R. S. **Estudo da pasteurização da polpa de murici.** Alimentos e Nutrição, v. 19, n. 1, p. 17 – 24, 2008.

PENG, J; TANG,J; BARRETT, D.M; SABLANI, S.S; ANDERSON, N; POWERS, J.R. **Thermal Pasteurization of Vegetables: Critical Factors for Process Design and Effects on Quality.** Critical Reviews in Food Science and Nutrition, DOI: 10.1080/10408398.2015.1082126. 2015.

PEREDA, J.A.O.; RODRIGUEZ, M. I. C.; ÁLVAREZ, L. F.; SANZ, M. L. G.; MINGUILLÓN, G. D. G. F.; PERALES, L. H.; CORTECERO, M. D. S. **Tecnologia de Alimentos: Componentes dos Alimentos e Processos.** Porto Alegre: Artmed, 1. ed. v. 1. 2005.

PEREIRA, A. C. S.; DIONÍSIO, A. P.; WURLITZER, N. J.; ALVES, R. E.; BRITO, E. S.; SILVA, A. M. O.; BRASIL, I. M.; MANCINI FILHO, J. **Effect of antioxidant potential of tropical fruit juices on antioxidant enzyme profiles and lipid peroxidation in rats.** Food Chemistry, Barking, v. 157, p. 179-185, 2016.

PEREIRA, E.A. **Propriedades termofísicas da polpa de açaí (*Euterpe Oleracea Mart.*),** 2001,84p.: il. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) Universidade Federal da Paraíba, 2001.

PINTO, A.C.Q., SAÚCO, V.G., MITRA, S.K.; FERREIRA, F.R. **Propagação da mangueira**. Rev. Bras. Frutic., Jaboticabal, 2018, v. 40, n. 1: (e-586).

PLAZL, I.; LAKNER, M.; KOLOINI, T. **Modeling of temperature distributions in canned tomato based dip during industrial pasteurization**. Journal of food engineering, v. 75, n. 3, p. 400 – 406, 2006.

PROENÇA, R.P.C. **Desafios atuais da alimentação humana**. Florianópolis: Insular, 2. ed., 2000.

RABIE, M.A.; SOLIMAN, A.Z.; DIACONEASA, A.S.; CONSTANTINE, B. **Effect of pasteurization and shelf life on the physicochemical properties of physalis (physalis peruviana l.) Juice**. Article in Journal of Food Processing and Preservation · August 2014 DOI: 10.1111/jfpp.12320.

RAHMAN, S. **Food properties handbook**. CRC PRESS, London, 2007.

RAMPELOTTO, C. **Pasteurização de Salsichas com Ultrassom e Micro-ondas**. 2012. 81 f. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia de Alimentos) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Santa Maria, 2012.

RAWAT, S. **Food Spoilage: Microorganisms and their prevention**. Department of Botany and Microbiology, H. N. B. Garhwal (Central) University, Srinagar, Uttarakhand, India. Asian Journal of Plant Science and Research, 2015, 5(4):47-56. ISSN : 2249-7412 CODEN (USA): AJPSKY.

RIEDEL, L. **Measurement of thermal diffusivity on foodstuffs rich in water**. *Kaltetechnik-Klimatisierung*, Karlsruhe, 21(11), 315-321, 1969.

RODRIGUES, B.K.M. **Liofilização de polpa de manga (*mangifera indica l.*) C.v tommy atkins: condições de secagem e estabilidade**. 2017. 139 f. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia de Alimentos). Universidade Federal do Ceará, Ceará-CE.

RONZANI, E.R.; NIECKELE, A.O. **Método de solução numérica de problemas convectivos-difusivos em geometrias complexas.** Universitat Politcnica de Catalunya (Espanha)- 1995. ISSN 0213-1315. 1995.

SALVATORI, R. U.; SALVI, L.C. **Microbiologia dos Alimentos. Revista Nutrição & Saúde.** p. 145-159. Editora Univates. Primeira edição. Lajeado, 2013.

SANTOS, B.A.; CAMPOFIORITO, M.C.M.; PINTO, J.L.F.; PENTEADO, S.H.N.W.; FONSECA, F.L.A.; GEHRKE, F.S. **Microbiological analysis of the acai berry products marketed in the city of São Paulo.** Universidade Paulista – UNIP – Campus Tatuapé – São Paulo, SP, Brasil. 2016.

SANTOS, M.J.P.; AMORIM, J.C.C. **Modelagem de camada limite tridimensional compressível e turbulenta em corpos aerodinâmicos.** XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. COBEM, 2001, vol.8, 663.

SARRIA, S.D.; HORÓRIO, S.L. **Condutividade e difusividade térmica do figo (*Ficus carica* L.) “roxo de Valinhos”.** Eng. Agríc., Jaboticabal, v.24, n.1, p.185-194, jan./abr. 2004.

SCALLAN, E.; OESKSTRA, R.M.; ÂNGULO, F.J.; TAUXE, R.V.; WIDDOWSON, M.A.; JEFFERY, S.L.R.; GRIFFIN, P.M. **Foodborne Illness Acquired in the United States—Major Pathogens.** Centers for Disease Control and Prevention, Atlanta, Georgia, USA. 2002.

SENA, L.; VIANA, E. S. V.; FURTADO, A.A.L.; SOUSA, M.R.; AMORIM, T.S. **Efeito da pasteurização nas características físico-químicas de polpa de manga Itiuba.** 5ª JORNADA CIENTÍFICA EMBRAPA MANDIOCA E FRUTICULTURA. Cruz das Almas – BA. Embrapa Mandioca e Fruticultura Tropical. 2011.

SILVA JÚNIOR, A.F.S.; AIRES, J.E.F.; AIRES, K.L.C.A.F.; SILVA, C.M.D.P.S.; FARIAS, V.S.O. **Effects of Salt Concentration on Osmotic Dehydration of Green Bean.** Journal of Agricultural Studies ISSN 2166-0379 2015, Vol. 3, No. 1

SILVA, M.; MATA, M.E.R.M.C.; DUARTE, M.E.M.; PEDROZA, J.P.; NASCIMENTO, J.P.T. **Resfriamento e propriedades termofísicas do cajá (*Spondias lutea* L.)**. Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais, Campina Grande, v. 4, n. 2, p. 175-185, 2002.

SILVA, A.P.A.; SILVA, M.A.M. **Application of Technology in Food Preservation of the Environment**. Cadernos UniFOA-Edição especial do curso de nutrição –maio - 2013.

SILVA, C.M.D.P.S; SILVA, W.P.; GOMES, J.P. NASCIMENTO, P.L.; FARIAS, V.S.O. **Diffusion models to describe the drying process of Peeled bananas: optimization and simulation**. Proceedings of COBEM 2011 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering. Copyright © 2011 by ABCM October 24-28, 2011, Natal, RN, Brazil.

SILVA, C. M. D. P.S; SILVA. W. P.; FARIAS, V. S. O.; GOMES, J. P. **Difusividade efetiva e coeficiente de transferência convectivo de massa durante a secagem de bananas**. Engenharia Agrícola, vol. 32, nº 2 Jaboticabal, 2012.

SILVA, C. M. D. P.S; RODRIGUES, A.F.; SILVA, W.P.; GOMES, J.P. **Secagem de banana descrita por um modelo de difusão usando solução numérica via coordenadas generalizadas**. XLII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA 2013. *Fábrica de Negócios - Fortaleza - CE – Brasil*.

SILVA, C.M.D.P.S; SILVA, W. P. **LS Optimizer, Version 5.1** (2016), online, Disponível em: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/LS.htm..>

SILVA, E.R.; SOUZA, A.S. **Introdução ao estudo da microbiologia: Teoria e prática**. Editora IFB. Brasília – DF, 2013. 66 p. : il. ; 23 cm. ISBN 978-85-64124-22-6.

SILVA, G.A.S.; CAVALCANTI, M.T.; ALMEIDA, M.C.B.; ARAÚJO, A.S.; CHINELATE, G.C.B.; FLORENTINO, E.R. **Utilização do amido da amêndoa da manga Tommy Atkins como espessante em bebida láctea**. Revista Brasileira de

Engenharia Agrícola e Ambiental v.17, n.12, p.1326–1332, 2013 Campina Grande, PB, UAEEA/UFCEG – <http://www.agriambi.com.br>.

SILVA, J. A. **Tópicos da Tecnologia de Alimentos**. São Paulo – SP. Livraria Varela, 2000.

SILVA, L.L.; CARDOSO, L.M.; SANTANA, H.M.P. **Influência do branqueamento, pasteurização e congelamento nas características físico-químicas e carotenoides de polpa de araticum**. B.CEPPA, Curitiba, v. 33, n. 1, p. 49-59, jan./jun. 2015.

SILVA, M.A.C.; SILVA, Z.E.; OLIVEIRA, E.P.; OLIVEIRA, A.S.S.; SILVA, C.K.F. **Determinação de propriedades termofísicas da polpa de acerola: aplicação do método flash**. VI National Congress of Mechanical Engineering. August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil.

SILVA, W. P. **Transporte Difusivo em Sólidos com forma arbitrária usando Coordenadas Generalizadas**. 2007. 263 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2007.

SILVA, W.P.; SILVA, D. D. P. S.; SILVA, C. D. P. S.; LIMA, A. G. B. **Simulação numérica da transferência de massa em sólidos de revolução via volumes finitos e coordenadas generalizadas**. 8º Congresso Ibero-americano de Engenharia Mecânica. 2007.

SILVA, W. P. **Software “2D Grid Generation”** (2008a) Disponível em <<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/gg.htm>>, Acesso em: fevereiro de 2019.

SILVA, W.P.; SILVA, C. M. D. P. S. **Lab fit curve fitting software** (2009) Disponível em: [www.labfit.net](http://www.labfit.net).

SILVA, W. P. **Transferência de calor e Mecânica dos fluidos computacional I**. Apresentações em PowerPoint (2009), online, disponível em: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/TCMFC.htm>. data de acesso: outubro /2016.

SILVA, W. P.; PRECKER, J. W.; SILVA, D. D. P. S.; SILVA, C. D. P. S.; LIMA, A. G. B. **Numerical simulation of diffusive processes in solids of revolution via finite volume method and generalized coordinates.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 52, n° 21-22, p 4976-4985, 2009a.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S. SILVA, D. D. P. S.; SILVA C. D. P. S.; NASCIMENTO, P. L.; **Influence of the geometry on the numerical simulation of isothermal drying kinetics of bananas.** World Applied Sciences Journal, v. 7, n. 7, p. 846 – 855, 2009b.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; NASCIMENTO, P. L.; SILVA, D. D. P. S.; SILVA, C. D. P. S **Influence of the Geometry on the Numerical Simulation of Isothermal Drying Kinetics of Bananas.** World Applied Sciences Journal, vol. 7, n° 7, p. 846-855, 2009c.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S; LIMA, A. G. B. **Simulação da cinética de secagem de sólidos de revolução usando o modelo difusivo e o método inverso.** Brazilian Journal of Food Technology, v. 12, n. 1, p 77-84, 2009d.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S; FARIAS, V. S. O.; SILVA, NEVES, G. A.; LIMA, A. G. B. **Numerical simulation of water transport in banana using generalized coordinates and Cauchy boundary condition.** 20th International Congress of Mechanical Engineering, 2009e.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S.; NEVES, G. A.; LIMA, A. G. B.; **Mass and heat transfer study in solids of revolution via numerical simulations using finite volume method and generalized coordinates for the Cauchy boundary condition.** International Journal of Heat Transfer, v. 53, n. 5 – 6, p. 1183-1194, 2010.

SILVA, W. P. **Transferência de calor e Mecânica dos fluidos computacional II.** Apresentações em PowerPoint (2010a), online, disponível em: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/TCMFC.htm>.

SILVA, W. P. **software Contour Plot** (2010b) online, disponível no seguinte endereço eletrônico <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Contour.zip>.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LINS, M. A. A. **Determination of expressions for the thermal diffusivity of canned foodstuffs by the inverse method and numerical simulations of heat penetration**. International Journal of Food Science and Technology, v. 46, n. 4, p. 811–818, 2011a

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; NASCIMENTO, P. L.; CARMO, J. E. F.; SILVA, D. D. P. S.; **Influence of the geometry on the numerical simulation of the cooling kinetics of cucumbers**. Spanish Journal of Agricultural Research, v. 9, n. 1, p. 242-251, 2011b.

SILVA, W.P.; DO CARMO, J.E.F.; SILVA, C.M.D.P.S.; ARAGÃO,R.F. **Determination of Convective Heat Transfer Coefficient During Cooling of an Individual Strawberry Fruit Using Different Methods**. International Review of Chemical Engineering (I.RE.CH.E.), Vol. 3, N. 2 March 2011c.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; PRECKER, J. W.; GOMES, J. P.; NASCIMENTO, P. L., DA SILVA, L. D. **Diffusion models for the description of seedless grape drying using analytical and numerical solutions**. Agricultural Sciences, v.3, n.4, p. 545-556, 2012.

SILVA, W. P.; SILVA, L. D.; FARIAS, V. S. O.; SILVA, C. M. D. P. S. **Water migration in clay slabs during drying: A three-dimensional numerical approach**. Ceramics International v. 39 p. 4, 2013a. Disponível no site: <http://www.elsevier.com/locate/ceramint>.

SILVA, W. P.; SILVA, L. D.; FARIAS, V. S. O.; SILVA, C. M. D. P. S. **Drying of Clay Slabs during the Falling Rate Period: Optimization and Simulation of the Process Using Diffusion Models**. Vol. 2, No. 2; 2013b. Published by Canadian Center of Science and Education.

SILVA, W. P.; DA SILVA, L. D.; FARIAS, V. S. O; SILVA, C. M. D. P. S. **Description of drying ceramic plates by a diffusion model.** *Ceramics International*, v. 59, n.3, p. 409 - 416, 2013c.

SILVA, W.P.; SILVA, C.M.D.P.S.; JÚNIOR, A.F.S.; QUEIROZ, A.J.M. **A Numerical Approach to Determine Some Properties of Cylindrical Pieces of Bananas During Drying.** *Int. J. Food Eng.* 2015; 11(3): 335–347.

SILVA, W. P.; ATAÍDE, J. S. P.; OLIVEIRA, M. E. G.; C. M. D. P. S.; NUNES, J. S. **Heat transfer during pasteurization of fruit pulps stored in containers with arbitrary geometries obtained through revolution of flat áreas.** *Journal of Food Engineering*, 227,2018a, p. 58 – 67.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SOUTO, L.M.S.; MOREIRA, I.S.; SILVA, E.C.O. **Mathematical model for determining thermal properties of whole bananas with peel during the cooling process.** *Journal of Food Engineering*, 227, 2018b, p. 11 – 17.

SIMÕES, M.R.; MURR, F.E.X. **Determinação da difusividade térmica da polpa de manga.** *Acta Scientiarum* 22(5):1225-1228, 2000. ISSN 1415-6814.

SIMÕES, R. M. **Propriedades termofísicas da polpa de manga.** 1997. 93 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Alimentos)- Faculdade de Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SINGH, R. P.; HELDMAN, D. R. **Introduction to food engineering.** Academic. San Diego, 1993.

SOBRAL, M.C.; NUNES, C.; MAIS, A.; FERREIRA, P.; COIMBRA, M.A. **Conditions for producing long shelf life fruit salads processed using mild pasteurization.** *LWT - Food Science and Technology* xxx , 2016, p. 1 – 8.

SOUSA, F. C.; SILVA, L. M. M.; CASTRO, D. S.; NUNES, J. S.; SOUSA, E. P. **Propriedades Físicas e Físico-Químicas da Polpa de Juazeiro**. Revista Verde de Agroecologia, v. 8, n. 2, p. 68-71, abr./jun., 2014.

SOUZA, D. **Estudo das propriedades Físicas de Polpas e Néctares de Pequenos Frutos**. 2008. 191p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química), Departamento de Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, Brasil.

SOUZA, M.C.; TEIXEIRA, L.J.Q.; ROCHA, C.T.; FERRERIA, G.P.M.; FILHO, T.L. **Emprego de frio na conservação de alimentos**. Enciclopédia Biosfera, Centro Científico Conhecer - Goiânia, v.9, N.16; p. 1 0 2 7 2013.

SOUZA, M.F.; SALES, J.S.; COSTA, O.S. **Calor em Coordenadas Cilíndricas: Cálculo da Difusividade Térmica**. Revista Processos Químicos / SENAI. Departamento Regional de Goiás - v.9, n.17, p. 27-31, 2015. Disponível em [www.rpqsennai.org.br](http://www.rpqsennai.org.br).

SPARAVIGNA, A.C. **Measuring the Thermal Diffusivity in a Student Laboratory**. *Engineering*, 2012, 4, 266-271 <http://dx.doi.org/10.4236/eng.2012.45035> Published Online May 2012 (<http://www.SciRP>).

SPESSOTTO, M.M.; GUT, J.A.W. **Determinação de propriedades térmicas de alimentos líquidos por meio da técnica de sonda linear de aquecimento**. XI Congresso Brasileiro de Engenharia Química em Iniciação Científica. Unicamp – Campinas – SP. 19 a 22 de julho de 2015.

STABEL, J.R.; LAMBERTZ, A. **Efficacy of Pasteurization Conditions for the Inactivation of Mycobacterium avium subsp. paratuberculosis in Milk**. U.S. Department of Agriculture. National Animal Disease Center. USAMS 04-1. 2004.

STARIKOFF, K.R.; NISHIMOTO, E.J.; FERREIRA, F.; BALIAN, S.C.; TELLES, E.O. **Influence of milk fat in the resistance of mycobacterium Fortuitum to slow pasteurization**. Cienc. anim. bras., Goiânia, v.17, n.1, p. 70-78 jan./mar. 2016.

**TACO - Tabela brasileira de composição de alimentos 4. ed. rev. e ampl.** Campinas: UNICAMP/NEPA, 2011. 161 p. Disponível em: <<http://www.unicamp.br/nepa/taco/tabela.php?ativo=tabela>>.

TEIXEIRA, A. A. **Thermal Food Preservation Techniques (Pasteurization, Sterilization, Canning and Blanching)**. Conventional and Advanced Food Processing Technologies, First Edition. Edited by Suvendu Bhattacharya. © 2015 John Wiley & Sons, Ltd. Published 2015 by John Wiley & Sons, Ltd.

TEIXEIRA, C.K.B.; NEVES, E.C.A.; PENA, R.S. **Estudo da pasteurização da polpa de graviola**. Alim. Nutr., Araraquara v.17, n.3, p.251-257, jul./set. 2006. ISSN 0103-4235.

TELLES, E.O. **Microorganismos deteriorantes, patogênicos e tecnológicos. Fatores intrínsecos e extrínsecos**. VPS 2201 2 – higiene e segurança alimentar- 2012.

TIJSKENS, L. M. M., SCHIJVENS, E. P. H. M.; BICKMAN, E. S. A. **Modelling the change in colour of broccoli and green beans during blanching**. Innovative Food Science & Emerging Technologies, 2001.

TRES, M. V.; BORGES, G. R.; CORAZZA, M. L.; ZAKRZEWSKI, C. A. **determinação da difusividade térmica de alimentos: Medidas experimentais e simulação numérica**. Perspectiva, v. 35, n. 131, p. 43 – 56, 2011.

UKRAINCZYK, N. **Thermal diffusivity estimation using numerical inverse solution for 1 D heat conduction**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 52, n. 25 – 26, p. 5675 – 5681, 2009.

VANDERZANT, C.; SPLITTSTOESSER, D. F. **Compendium of methods for the microbiological examination of foods**. 3<sup>th</sup>. ed. Washington: American Public Health Association, 1992.

VASCONCELOS, M.A.S; MELO FILHO, A.B. **Conservação de alimentos**. Programa Escola Técnica Aberta do Brasil. UFRPE/CODAI, 2010. EDUFRPE. RECIFE-PE.

VIEIRA, J. A. G. **Propriedades termofísicas e convecção no escoamento laminar de suco de laranja em tubos**. 1996. 87 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Alimentos) – Faculdade de Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 46 Revista Educação.

WANG, L.; SUN, D. W. **Rapid cooling of porous and moisture foods by using vacuum cooling technology**. Trends in Food Science & Technology, v. 12, n. 5 – 6, p. 174 – 184, 2001.

WOJSLAW, E. B. **Tecnologia de alimentos**. Brasília, 2013.

WOLDEMARIAM, H.W.; ASRES, A.M. **Microbial and Physicochemical Qualities of Pasteurized Milk**. Journal of Food Processing & Technology. DOI: 10.4172/2157-7110.1000651. 2017.

## **APÊNDICE A: DADOS EXPERIMENTAIS**

**Tabela P.1** – Temperaturas experimentais com o termopar no centro do recipiente para a pasteurização P1.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	26,2	1485	57,7	2970	64,8
45	26,2	1530	58,2	3015	64,8
90	26,2	1575	58,7	3060	64,8
135	26,2	1620	59,3	3105	64,9
180	26,4	1665	59,7	3150	64,9
225	26,6	1710	60,2	3195	64,9
270	27,0	1755	60,6	3240	64,9
315	27,8	1800	61,0	3285	64,9
360	28,9	1845	61,3	3330	64,9
405	30,1	1890	61,6	3375	64,9
450	31,3	1935	61,9	3420	65,0
495	32,8	1980	62,2	3465	65,0
540	34,2	2025	62,5	3510	65,0
585	35,7	2070	62,7	3555	65,0
630	37,2	2115	62,9	3600	65,1
675	38,6	2160	63,1	3645	65,1
720	40,2	2205	63,3	3690	65,1
765	41,6	2250	63,4	3735	65,1
810	43,0	2295	63,5	3780	65,1
855	44,6	2340	63,7	3825	65,1
900	45,7	2385	63,8	3900	65,1
945	46,9	2430	63,9	4000	65,1
990	48,1	2475	64,0	4100	65,1
1035	49,3	2520	64,1	4250	65,1
1080	50,3	2565	64,2	4400	65,1
1125	51,3	2610	64,4	4550	65,1
1170	52,4	2655	64,4	4700	65,1
1215	53,2	2700	64,4	4850	65,1
1260	54,1	2745	64,5	5000	65,1
1305	54,9	2790	64,6	5150	65,1
1350	55,6	2835	64,7	5400	65,1
1395	56,3	2880	64,7		
1440	57,1	2925	64,8		

**Tabela P.2** – Temperaturas experimentais com o termopar no centro do recipiente para a pasteurização P2.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	23,4	1440	55,5	2925	64,9
45	23,4	1485	56,0	2970	64,9
90	23,4	1530	56,7	3015	65,0
179	23,6	1575	57,3	3060	65,0
225	24,3	1620	57,9	3105	65,0
270	25,1	1665	58,7	3150	65,0
315	26,2	1710	58,9	3195	65,1
316	26,2	1755	59,5	3240	65,1
360	27,4	1800	59,9	3330	65,1
405	29,0	1845	60,4	3420	65,1
450	30,4	1890	60,7	3510	65,1
495	31,8	1935	61,2	3600	65,1
540	33,5	1980	61,5	3690	65,1
585	35,0	2025	61,8	3780	65,1
630	36,5	2070	62,1	3870	65,2
675	37,9	2115	62,5	3960	65,2
720	39,3	2160	62,7	4050	65,2
765	40,7	2205	63,0	4140	65,2
810	41,9	2250	63,3	4230	65,2
855	43,2	2295	63,5	4320	65,2
900	44,4	2340	63,8	4410	65,2
945	45,5	2385	63,9	4500	65,2
990	46,6	2430	64,0	4590	65,2
1035	47,7	2475	64,1	4680	65,2
1080	48,8	2520	64,2	4725	65,2
1082	48,8	2565	64,3	4770	65,2
1125	49,7	2610	64,4	4860	65,2
1170	50,6	2655	64,5	4950	65,2
1215	51,5	2700	64,6	5100	65,2
1260	52,4	2745	64,7	5250	65,2
1305	53,1	2790	64,8	5400	65,2
1350	53,9	2835	64,8		
1395	54,7	2880	64,9		

**Tabela P.3** – Temperaturas experimentais com o termopar no centro do recipiente para a pasteurização P3.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	25,2	1485	60,1	2970	65,1
45	25,2	1530	60,8	3015	65,1
90	25,2	1575	61,3	3060	65,1
135	25,4	1620	61,8	3105	65,1
180	25,5	1665	62,2	3150	65,1
225	25,8	1710	62,5	3195	65,1
270	26,1	1755	62,9	3240	65,1
315	26,8	1800	63,1	3285	65,1
360	27,6	1845	63,4	3330	65,1
405	28,5	1890	63,6	3375	65,1
450	29,6	1935	63,9	3420	65,2
495	30,8	1980	64,0	3465	65,2
540	32,0	2025	64,2	3510	65,2
585	33,4	2070	64,3	3555	65,2
630	34,7	2115	64,4	3600	65,2
675	36,2	2160	64,6	3645	65,2
720	37,7	2205	64,7	3690	65,2
765	39,3	2250	64,7	3780	65,3
810	41,0	2295	64,8	3870	65,3
855	42,6	2340	64,8	3960	65,3
900	44,2	2385	64,9	4050	65,3
945	46,0	2430	64,9	4150	65,3
990	47,5	2475	64,9	4250	65,3
1035	49,1	2520	64,9	4400	65,3
1080	50,5	2565	64,9	4550	65,3
1125	52,0	2610	65,0	4700	65,3
1170	53,3	2655	65,0	4850	65,3
1215	54,5	2700	65,0	5000	65,3
1260	55,7	2745	65,0	5100	65,3
1305	56,7	2790	65,0	5250	65,3
1350	57,7	2835	65,0	5400	65,3
1395	58,6	2880	65,0		
1440	59,4	2925	65,0		

**Tabela P.4** – Temperaturas experimentais com o termopar no centro do recipiente para a pasteurização P4.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	25,6	1485	58,2	2970	65,2
45	25,6	1530	58,7	3015	65,2
90	25,7	1575	59,3	3060	65,2
135	25,7	1620	59,7	3105	65,3
180	26,1	1665	60,2	3150	65,3
225	26,9	1710	60,5	3240	65,3
270	27,9	1755	60,9	3330	65,3
315	29,0	1800	61,3	3420	65,3
360	30,4	1845	61,6	3465	65,3
405	31,8	1890	62,0	3510	65,3
450	33,3	1935	62,4	3600	65,3
495	34,8	1980	62,5	3690	65,3
540	36,2	2025	62,9	3780	65,3
585	37,5	2070	63,1	3870	65,3
630	39,0	2115	63,3	3960	65,3
675	40,3	2160	63,5	4050	65,3
720	41,8	2205	63,8	4140	65,3
765	42,9	2250	63,9	4230	65,3
810	45,2	2295	64,1	4320	65,3
855	46,4	2340	64,2	4410	65,3
900	47,6	2385	64,4	4500	65,3
945	48,7	2430	64,5	4590	65,3
990	49,7	2475	64,7	4680	65,3
1035	50,7	2520	64,8	4770	65,3
1080	51,7	2565	64,9	4860	65,3
1125	52,6	2610	64,9	4950	65,3
1170	53,4	2655	65,0	5040	65,3
1215	54,3	2700	65,0	5130	65,3
1260	55,0	2745	65,1	5220	65,3
1305	55,8	2790	65,1	5310	65,3
1350	56,5	2835	65,2	5400	65,3
1395	57,1	2880	65,2		
1440	57,7	2925	65,2		

**Tabela PM** – Temperaturas médias experimentais com o termopar no centro do recipiente para a média das pasteurizações.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	25,1	1350	55,9	2835	65,0
15	25,1	1395	56,7	2880	65,1
30	25,2	1440	57,4	2925	65,2
45	25,3	1485	58,0	2970	65,2
90	25,3	1530	58,6	3015	65,2
135	25,3	1575	59,2	3060	65,2
180	25,5	1620	59,7	3105	65,2
200	25,7	1665	60,2	3150	65,2
225	25,9	1710	60,5	3200	65,2
270	26,5	1755	60,9	3300	65,2
315	27,5	1800	61,3	3400	65,2
360	28,6	1845	61,7	3500	65,2
405	29,9	1890	62,0	3600	65,2
450	31,2	1935	62,4	3700	65,2
495	32,6	1980	62,5	3800	65,2
540	34,0	2025	62,8	3900	65,2
585	35,4	2070	63,0	4000	65,2
630	36,9	2115	63,3	4100	65,2
675	38,3	2160	63,5	4200	65,2
720	39,7	2205	63,7	4300	65,2
765	41,1	2250	63,8	4400	65,2
810	42,8	2295	64,0	4500	65,2
855	44,2	2340	64,1	4600	65,2
900	45,5	2385	64,3	4700	65,2
945	46,8	2430	64,4	4800	65,2
990	48,0	2475	64,5	4900	65,2
1035	49,2	2520	64,6	5000	65,2
1080	50,3	2565	64,7	5100	65,2
1125	51,4	2610	64,8	5200	65,2
1170	52,4	2655	64,8	5300	65,2
1215	53,4	2700	64,9	5400	65,2
1260	54,3	2745	64,9		
1305	55,1	2790	65,0		

Tabela P.6 – Temperaturas experimentais com o termopar na borda interna do recipiente para a pasteurização P1.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	26,1	2170	65,1	3710	65,1
9	37,2	2200	65,2	3750	65,0
17	40,7	2230	65,2	3780	65,1
40	47,1	2260	65,1	3810	65,3
60	50,6	2290	65,0	3840	65,3
80	52,3	2320	65,1	3870	65,2
100	54,2	2380	65,2	3900	65,0
140	56,5	2410	65,2	3960	65,1
180	57,7	2440	65,2	3990	65,1
240	58,9	2470	65,2	4020	65,0
300	59,9	2510	65,1	4050	65,0
340	60,5	2540	65,2	4150	65,0
440	61,9	2570	65,2	4180	65,1
520	62,8	2600	65,2	4210	65,0
540	63,0	2630	65,2	4240	65,0
620	63,9	2660	65,1	4270	65,0
640	64,1	2690	65,1	4300	65,0
700	64,0	2720	65,0	4360	65,1
740	64,1	2750	65,0	4390	65,1
760	64,2	2780	65,0	4420	65,0
780	64,4	2870	65,0	4550	65,1
820	64,9	2900	65,0	4580	65,2
900	65,1	3350	65,1	4620	65,1
930	65,0	3380	65,2	4650	65,2
990	65,4	3410	65,3	4680	65,1
1230	65,4	3440	65,2	4710	65,1
1890	65,4	3470	65,2	5090	65,1
1950	65,3	3500	65,2	5120	65,2
1980	65,2	3530	65,1	5180	65,2
2010	65,0	3560	65,0	5210	65,2
2040	65,1	3590	65,1	5399	65,2
2070	65,0	3620	65,1	5400	65,2
2110	65,2	3650	65,1		
2140	65,1	3680	65,1		

Tabela P.7 – Temperaturas experimentais com o termopar na borda interna do recipiente para a pasteurização P2.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	23,3	3880	65,1	4740	65,1
9	24,3	3920	65,1	4760	65,1
17	42,0	3940	65,1	4780	65,1
60	46,1	3960	65,1	4800	65,1
100	54,0	3980	65,1	4820	65,1
120	56,7	4000	65,1	4900	65,1
140	57,2	4020	65,1	4920	65,1
160	57,7	4040	65,1	4940	65,0
180	58,0	4060	65,1	4960	65,0
200	58,8	4080	65,1	4980	65,0
260	60,4	4260	65,2	5000	65,1
320	60,8	4280	65,3	5020	65,1
340	60,5	4300	65,3	5040	65,1
360	60,4	4320	65,3	5060	65,1
400	61,1	4340	65,3	5080	65,1
420	60,7	4360	65,3	5100	65,1
460	61,6	4380	65,3	5120	65,2
520	61,8	4400	65,3	5140	65,2
600	62,4	4420	65,3	5160	65,2
620	63,0	4440	65,3	5180	65,2
780	63,6	4460	65,2	5200	65,2
800	64,0	4480	65,2	5220	65,2
840	64,3	4500	65,2	5240	65,2
880	64,5	4520	65,2	5260	65,2
900	64,6	4540	65,2	5280	65,2
1380	64,9	4560	65,2	5300	65,2
1400	65,0	4580	65,1	5320	65,2
1420	65,1	4600	65,1	5340	65,2
3740	65,1	4620	65,1	5360	65,0
3760	65,1	4640	65,1	5380	65,0
3800	65,1	4660	65,1	5420	65,2
3820	65,1	4680	65,0	5421	65,2
3840	65,1	4700	65,0		
3860	65,1	4720	65,1		

Tabela P.8 – Temperaturas experimentais com o termopar na borda interna do recipiente para a pasteurização P3.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	25,3	1590	65,3	4230	65,2
17	27,3	1620	65,3	4260	65,1
18	33,1	1650	65,3	4290	65,1
20	37,9	1680	65,3	4320	65,1
22	41,5	1710	65,3	4350	65,1
24	43,8	1920	65,3	4380	65,1
25	45,4	1950	65,3	4420	65,3
30	47,2	1980	65,3	4450	65,3
60	50,0	2010	65,3	4480	65,3
90	53,9	2040	65,3	4510	65,3
120	59,4	2070	65,3	4540	65,3
270	61,7	2100	65,3	4570	65,3
330	62,0	2130	65,3	4600	65,3
390	62,5	3810	65,3	4630	65,3
450	62,9	3840	65,3	4690	65,3
510	63,1	3870	65,3	4720	65,3
780	63,7	3900	65,2	4750	65,3
810	64,5	3930	65,2	5320	65,3
930	64,9	3960	65,2	5350	65,3
990	65,3	3990	65,2	5380	65,3
1290	65,3	4020	65,2	5410	65,3
1320	65,3	4050	65,2	5440	65,3
1440	65,3	4080	65,2	5441	65,3
1470	65,3	4110	65,2	5442	65,3
1500	65,3	4140	65,2	5443	65,3
1530	65,3	4170	65,2	5444	65,3
1560	65,3	4200	65,2		

Tabela P.9 – Temperaturas experimentais com o termopar na borda interna do recipiente para a pasteurização P4.

t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)	t (s)	T (°C)
0	25,5	110	63,0	2200	65,3
1	29,1	120	63,3	2240	65,3
4	36,2	190	63,7	2280	65,3
6	41,7	200	63,8	2320	65,3
8	45,5	230	63,9	2360	65,3
9	47,8	320	64,0	2480	65,3
11	49,1	470	64,1	2520	65,3
13	49,9	500	64,3	2560	65,3
14	50,0	530	64,4	2600	65,3
17	50,1	590	64,9	2640	65,3
20	50,3	650	65,0	2720	65,3
26	50,8	680	65,1	5378	65,4
27	51,1	830	65,2	5379	65,4
30	51,3	1280	65,3	5380	65,4
33	51,8	1310	65,3	5381	65,4
34	52,1	1340	65,3	5382	65,4
36	53,7	1370	65,3	5383	65,4
39	54,5	1400	65,3	5384	65,4
40	55,1	1430	65,3	5385	65,4
43	55,2	1460	65,3	5386	65,4
44	55,3	1490	65,3	5387	65,4
47	55,4	1520	65,3	5388	65,4
48	55,6	1730	65,3	5389	65,3
49	55,8	1790	65,3	5390	65,3
52	56,0	1820	65,3	5391	65,3
53	58,4	1850	65,3	5392	65,3
56	59,3	1880	65,3	5393	65,3
58	59,9	1940	65,3	5394	65,3
59	60,0	1970	65,3	5395	65,3
60	60,1	2000	65,3	5396	65,3
70	60,6	2040	65,3	5397	65,3
80	61,3	2080	65,3	5398	65,3
90	62,1	2120	65,3		
100	62,6	2160	65,3		

**Tabela P.10** – Temperaturas médias experimentais com o termopar na borda interna do recipiente para a média das pasteurizações.

t (s)	T(°C)	3900	65,1	5375	65,1
0	25,1	3940	65,1	5376	65,1
3	32,8	3980	65,2	5377	65,1
4	35,0	4000	65,2	5378	65,1
6	38,6	4040	65,1	5379	65,1
7	40,9	4080	65,1	5380	65,1
20	45,9	4100	65,1	5381	65,1
40	49,2	4140	65,1	5382	65,1
60	52,4	4180	65,1	5383	65,1
80	55,8	4240	65,1	5384	65,1
100	57,4	4280	65,2	5385	65,1
120	59,2	4300	65,2	5386	65,1
140	59,5	4340	65,2	5387	65,1
160	60,0	4380	65,2	5388	65,1
180	60,3	4400	65,2	5389	65,1
200	60,5	4440	65,2	5390	65,1
220	60,7	4480	65,1	5391	65,1
240	61,2	4500	65,1	5392	65,1
260	61,3	5354	65,1	5393	65,1
280	61,1	5355	65,1	5400	65,1
340	61,6	5356	65,1		
360	61,9	5357	65,1		
380	62,4	5358	65,1		
400	62,3	5359	65,1		
420	62,3	5360	65,1		
440	62,6	5361	65,1		
460	62,7	5362	65,1		
500	62,8	5363	65,1		
540	63,1	t(s)	T(°C)		
800	64,6	5364	65,1		
820	64,7	5365	65,1		
880	64,9	5366	65,1		
1000	65,0	5367	65,1		
1040	65,1	5368	65,1		
t(s)	T(°C)	5369	65,1		
1340	65,1	5370	65,1		
1400	65,1	5371	65,1		
3780	65,2	5372	65,1		
3800	65,2	5373	65,1		
3880	65,1	5374	65,1		

## **APÊNDICE B: POSIÇÃO DOS PLANOS EM RELAÇÃO AO EIXO Z**

**Tabela A.1.** Os planos nos pontos nodais e suas respectivas posições em relação a eixo z, destacando os planos analisados.

$\gamma$	z (mm)
<b>1</b>	<b>0,416</b>
2	1,245
3	2,075
4	2,905
<b>5</b>	<b>3,735</b>
6	4,565
7	5,395
8	6,225
9	7,055
<b>10</b>	<b>7,885</b>
11	8,715
12	9,545
13	10,375
14	11,205
<b>15</b>	<b>12,035</b>
16	12,865
17	13,695
18	14,525
19	15,355
<b>20</b>	<b>16,185</b>
21	17,015
22	17,845
23	18,675
<b>24</b>	<b>19,505</b>
<b>25</b>	<b>20,335</b>
26	21,165
27	21,995
28	22,825