

CLIVALDO SILVA DE ARAÚJO

ANÁLISE MODAL E CONTROLE SELETIVO EM SISTEMAS DE POTÊNCIA  
COM MÚLTIPLAS MÁQUINAS

Tese apresentada ao Curso de DOUTORADO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade  
Federal da Paraíba, em cumprimento às  
exigências para obtenção do Grau de  
Doutor.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PROCESSAMENTO DA ENERGIA

JOSÉ CALAZANS DE CASTRO

Orientador

CAMPINA GRANDE

ABRIL-1992



A658a Araujo, Clivaldo Silva de  
Análise modal e controle seletivo em sistemas de  
potência com múltiplas máquinas / Clivaldo Silva de Araujo.  
- Campina Grande, 1992.  
151 f.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade  
Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia.

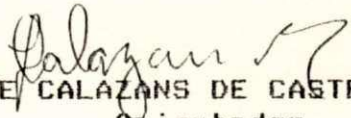
1. Energia Elétrica - 2. Sistemas de Potência 3. Teoria  
de Controle Modal 4. Tese I. Castro, José Calazans de, Dr.  
II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB)


CDU 621.311(043)

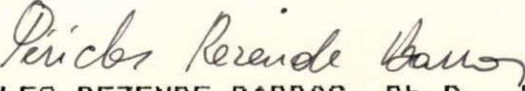
ANALISE MODAL E CONTROLE SELETIVO  
EM SISTEMAS DE POTENCIA COM MULTIPLAS MAQUINAS

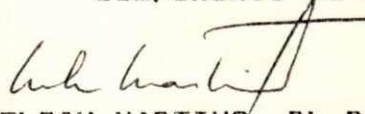
CLIVALDO SILVA DE ARAUJO

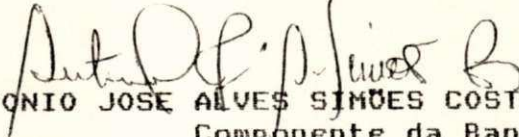
TESE APROVADA EM 22.04.92

  
PROF. JOSE CALAZANS DE CASTRO, Dr., UFPB  
Orientador

  
MANOEL AFONSO DE CARVALHO JUNIOR, Ph.D., UFPE  
Componente da Banca

  
PERICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFPB  
Componente da Banca

  
NELSON MARTINS, Ph.D., CEPTEL-RJ  
Componente da Banca

  
ANTONIO JOSE ALVES SIMOES COSTA, Ph.D., UFSC  
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB  
ABRIL - 1992

Aos meus pais: Valêncio Gomes de  
Araújo e Jandira da Silva Araújo

À minha esposa: Maria das Graças  
Martins de Araújo

Aos meus filhos: André, Daniel e  
Gabriel

### Meus Agradecimentos

- Ao professor JOSÉ CALAZANS DE CASTRO, orientador da dissertação, pela inestimável colaboração e confiança depositada.
- A todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente na execução deste trabalho.

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Preliminares	1
1.2	Estado da arte	3
1.3	Objetivo e contribuição do trabalho	6
1.4	Desenvolvimento do trabalho	7
2.	MODELO DO SISTEMA DE POTENCIA	10
2.1	Introdução	10
2.2	Representação das máquinas	11
2.2.1	Introdução	11
2.2.2	Modelo de máquina de 4 <sup>a</sup> ordem ( $E'_q$ , $E'_d$ , $\delta$ , $\dot{\delta}$ )	12
2.3	Representação do sistema de excitação	15
2.3.1	Sistema de excitação tipo AC4	15
2.4	Representação do estabilizador utilizando a velocidade como sinal de entrada	16
2.5	Relações matemáticas entre as máquinas e a rede	18
2.5.1	Representação matricial das máquinas	18
2.5.2	Representação matricial de uma malha passiva	22
2.5.3	Conversão das coordenadas das máquinas para a referência do sistema	23
2.5.4	Sistema geral linearizado	26

2.6	Cálculo das condições iniciais	27
3.	APLICAÇÃO DE ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTENCIA EM UMA USINA COM UNIDADES IDÊNTICAS	29
3.1	Introdução	29
3.2	Representação do sistema	29
3.3	Descrição modal da resposta do sistema para uma usina com duas unidades idênticas	31
3.4	Análise matemática de uma usina com duas unidades idênticas	33
3.4.1	Conceitos básicos	33
3.4.2	Efeitos de alguns sinais de saída no controle dos modos	35
3.5	Análise matemática de uma usina com p unidades idênticas	37
3.5.1	Problema de autovalores e autovetores para os modos	38
3.5.2	Multiplicidade de autovalores intraplantas	39
3.5.3	Autovetores generalizados associados com autovalores intraplantas	40
3.5.4	Forma de Jordan	43
3.5.5	Contribuição de um modo intraplanta na resposta do sistema	44
3.5.6	Efeitos dos modos locais sobre os sinais de saída	46
3.5.7	Efeitos dos modos intraplantas sobre os sinais de saída	47
3.6	Um exemplo	49

intraplantas de um SDGI	74
5.3.3 Equivalentes modais e controle seletivo de modos em um SDGI	78
5.4 Sistema com dois grupos idênticos ligados a um sistema externo	87
5.5 Sistema com um número arbitrário de grupos idênticos	90
5.5.1 O problema de autovalores para os modos locais e de interligação	90
5.5.2 O problema de autovalores para os modos intraplantas	92
5.5.3 Controle seletivo dos modos	92
5.6 Sistemas com dois grupos diferentes de unidades idênticas	95
5.7 Sistemas com um número arbitrário de diferentes grupos de unidades idênticas	98
5.8 Quadro resumo	100
6. CONTROLE DE OSCILAÇÕES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA COM GRUPOS DE GERADORES IDÊNTICOS	102
6.1 Introdução	102
6.2 O problema de controle para dois grupos de geradores idênticos com interligações idênticas	102
6.3 O problema de controle para dois diferentes grupos de geradores idênticos com interligações idênticas	107
6.4 Um exemplo	113



7.	VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE DISSIMILARIDADES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA COM GERADORES IDÊNTICOS	117
7.1	Introdução	117
7.2	Sistema com geradores idênticos	118
7.3	Ajuste dos parâmetros dos estabilizadores	119
7.4	Efeito das dissimilaridades sobre os lugares das raízes	122
7.5	Simulação dinâmica do sistema	127
8.	CONCLUSÕES	132
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137
	APÊNDICE	144

## LISTA DE FIGURAS E TABELAS

Figura		
2.1	Sistema de excitação tipo AC4	15
2.2	Diagrama de blocos do sistema	16
2.3	Representação em diagrama de blocos do estabilizador tendo a velocidade como sinal de entrada	18
2.4	Transformação (D,Q)-(d,q)	24
2.5	Diagrama Fasorial em regime permanente	27
3.1	Sistema de potência com três unidades idênticas e uma unidade equivalente	49
3.2	Estabilizadores nas unidades 2,3,4 Sinal de entrada comum = $\omega_2 + \omega_3 + \omega_4$	52
3.3	Estabilizadores nas unidades 2,3,4 Sinal de entrada comum = $\omega_2$	53
3.4	Estabilizador na unidade 2 Sinal de entrada = $\omega_2 - \omega_3$	53
3.5	Estabilizadores nas unidades 2,3,4 Sinal de entrada: Unidade 2 $\omega_2$ Unidade 3 $\omega_3$ Unidade 4 $\omega_4$	54
4.1	Sistema de potência	62
6.1	Configuração do Sistema de Potência	113
6.2	Lugar das raízes dos autovalores principais	

	para variação nos ganhos dos estabilizadores	116
7.1	Fase da função de transferência do conjunto GEP(j $\omega$ ) e ESP(j $\omega$ ) com estabilizador no gerador 2	121
7.2	Fase da função de transferência do conjunto GEP(j $\omega$ ) e ESP(j $\omega$ ) com estabilizador no GEUI	121
7.3	Lugar das raízes para estabilizador no gerador 2 (sem dissimilaridades) para variações de K <sub>s</sub>	123
7.4	Lugar das raízes para estabilizador no gerador 2 com dissimilaridades nas reatâncias para variações de K <sub>s</sub>	123
7.5	Lugar das raízes para estabilizador no gerador 2 com dissimilaridades nas potências ativas para variações de K <sub>s</sub>	124
7.6	Lugar das raízes para estabilizadores nos geradores idênticos (sem dissimilaridades) para variações de K <sub>s</sub>	125
7.7	Lugar das raízes para estabilizadores nos geradores idênticos com dissimilaridades nas reatâncias para variação de K <sub>s</sub>	125
7.8	Lugar das raízes para estabilizadores nos geradores idênticos com dissimilaridades nas potências ativas para variações de K <sub>s</sub>	126
7.9	Lugar das raízes para estabilizadores em todos os geradores (sem dissimilaridades) para variações de K <sub>s</sub>	126
7.10	CCT na barra 7 durante 0.05 seg. sem estabilizador e sem dissimilaridades	127

7.11	CCT na barra 7 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e sem dissimilaridades	128
7.12	CCT na barra 7 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e dissimilaridades nas reatâncias dos geradores idênticos	128
7.13	CCT na barra 7 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e dissimilaridades nas potências ativas dos geradores idênticos	129
7.14	CCT na barra 3 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e sem dissimilaridades	129
7.15	CCT na barra 3 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e dissimilaridades nas reatâncias dos geradores idênticos	130
7.16	CCT na barra 3 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e dissimilaridades nas potências ativas dos geradores idênticos	130
A.1	Modelo linearizado de uma máquina ligada a uma barra infinita	145
A.2	Máquina ligada a uma barra infinita	147
A.3	Componente do torque produzido pela ação do regulador de tensão em resposta a um sinal derivado da velocidade	148

A.4	Característica de fase desejada $\phi(j\omega)$	150
-----	---	-----

Tabela

3.1	Parâmetros dos geradores, sistema de excitação e estabilizadores	50
3.2	Dados das barras	51
3.3	Dados de linha	51
4.1	Dados das barras	63
4.2	Dados de linha	63
4.3	Dados dos geradores	64
5.1	Equações para determinação dos autovalores e autovetores em sistemas de potência com grupos de unidades idênticas	100
5.2	Equações para o controle seletivo em sistemas de potência com grupos de unidades idênticas	101
6.1	Dados das barras	114
6.2	Dados de linha	114
7.1	Dissimilaridades nos geradores idênticos	118
7.2	Autovalores do sistema com e sem dissimilaridades	119

## SÍMBOLOS

$\psi_d, \psi_q$	Fluxos do estator no eixo direto e em quadratura, respectivamente.
$\psi_{fd}$	Fluxo no enrolamento de campo.
$\psi_e$	Fluxo no circuito do ferro no eixo em quadratura.
$I_d, I_q$	Componentes da corrente terminal no eixo direto e em quadratura, respectivamente.
$I_{fd}$	Corrente no campo.
$I_e$	Corrente no circuito do ferro.
$V_t$	Tensão terminal.
$V_d, V_q$	Componentes da tensão terminal no eixo direto e em quadratura, respectivamente.
$E_{fd}$	Tensão de campo.
$E'$	Tensão interna da máquina.
$E'_d, E'_q$	Componentes da tensão atrás das reatâncias transitórias no eixo direto e em quadratura, respectivamente.
$X_d, X_q$	Reatâncias síncronas no eixo direto e em quadratura, respectivamente.
$X'_d, X'_q$	Reatâncias transitórias no eixo direto e em quadratura, respectivamente.
$T'_{do}, T'_{qo}$	Constantes de tempo transitório de circuito aberto no eixo direto e em quadratura, respectivamente.
$P_t$	Potência terminal.
$T_e, T_m$	Torque elétrico e mecânico, respectivamente.

$\omega, \omega_b$  Velocidade angular e velocidade angular base,  
respectivamente.

$K_d$  Constante de amortecimento.

$\delta$  Angulo de torque.

$H$  Constante de inércia.

## RESUMO

Neste trabalho, particular ênfase é dada a sistemas de potência com um ou mais grupos de geradores idênticos, usando técnicas modais.

Uma nova técnica analítica baseada na teoria de controle modal é desenvolvida e aplicada em um sistema de potência com apenas um grupo de geradores idênticos para analisar o efeito de qualquer sinal ou combinações de sinais a ser realimentado através de estabilizadores de sistemas de potência.

A seguir, um estudo utilizando análise modal e controle seletivo é realizado em sistemas linearizados com multigrupos de unidades idênticas, levando em consideração todas as categorias de modos do sistema, resultando em modelos de ordem reduzida retendo somente as categorias de modos de interesse.

Este estudo é aplicado no controle das oscilações dos sistemas de potência com grupos de geradores idênticos com e sem ocorrência de dissimilaridades nos parâmetros das máquinas e distribuição de cargas entre geradores idênticos.



## ABSTRACT

In this work, particular emphasis is given to power systems with one or more groups of identical generators, using modal techniques.

A new analytical technique based on modal control theory is developed and used on a power system with just one group of identical generators to analyze the effect of any signal or combination of signals to be fed back through power systems stabilizers

Next, a study using modal analysis and selective control is carried out on linearized systems with multigroups of identical units, taking into account all the categories of system modes, resulting in reduced order models retaining just the category of modes of concern.

This study is applied to the control of oscillations of power systems with groups of identical generators with and without occurrence of dissimilarities of parameters of machines and distribution of loads between identical generators.

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 PRELIMINARES

Devido ao crescente tamanho e complexidade dos sistemas elétricos de potência, existe um também crescente interesse no desenvolvimento de conceitos e técnicas de representação, análise e computação para planejamento e operação destes sistemas. Quando a ordem do sistema não é pequena, os modelos que representam os efeitos dinâmicos de interesse envolvem um grande número de variáveis associadas com diferentes componentes do sistema, podendo requerer grande esforço computacional para análise. Logo, uma grande parte da atenção tem sido dada para o desenvolvimento de métodos computacionais acurados para o estudo destes modelos, em forma condensada e eficiente, a fim de obter qualitativa e quantitativamente o maior número de informações de uma situação particular com menor esforço computacional.

Sabemos que um sistema de potência é submetido a cada instante a variações nas cargas e algumas vezes a grandes mudanças, tais como: falta em linha, variação brusca de carga, perda de uma linha ou gerador. Durante este período, o sistema pode perder o sincronismo ou podem ocorrer oscilações crescentes nas linhas de transmissão. Por tudo isto, há uma grande necessidade do estudo de estabilidade

em sistemas de potência.

O primeiro passo no estudo de estabilidade é obter um modelo matemático do sistema durante o transitório. A complexidade do modelo depende do tipo de transitório e do sistema que está sendo investigado. Geralmente, os componentes do sistema de potência que influenciam nos torques elétricos e mecânicos das máquinas são incluídos no modelo. Portanto, as condições iniciais do sistema de potência antes do transitório e a descrição matemática dos principais componentes do sistema são importantes na solução do transitório. Em geral, equações diferenciais são usadas para representar o comportamento dinâmico dos vários componentes.

Se o sistema de equações é linearizado, as técnicas de análises de sistemas lineares podem ser usadas para o estudo do comportamento dinâmico em torno de um ponto de operação. É comum representar cada componente por sua função de transferência, onde os vários blocos são interligados para representar o sistema em estudo.

Em grandes sistemas, o modelo representado no espaço de estado tem sido usado muito freqüentemente em estudos de sistemas descritos por equações diferenciais lineares. As características de estabilidade dinâmica podem ser determinadas examinando os autovalores da matriz A, onde A é definida pela equação

$$\dot{X} = A X + Bu$$

onde X é um vetor de dimensão n denotando os estados do

sistema, A e B são matrizes de dimensões apropriadas e  $u$  é o vetor de entradas.

## 1.2 ESTADO DA ARTE

Existe um crescente interesse no desenvolvimento de técnicas para o projeto de sistemas de controle linear de sistemas multivariáveis. Controle ótimo, deslocamento de polos e compensação dinâmica (Pearson & Ding, 1969; Mahmoud, 1989) estão entre as técnicas usadas no projeto de controladores para estes sistemas. Entretanto, quando a ordem do sistema não é pequena, essas técnicas podem resultar em controladores complexos, requerendo grande esforço computacional e excessivas informações da malha para torná-los realísticos. Devido a estas dificuldades, uma grande atenção tem sido dada ao desenvolvimento de controladores para grandes sistemas usando modelos de ordem reduzida. Técnicas de agregação (Aoki, 1968) têm sido usadas nestes casos. Os controladores são obtidos usando modelos de ordem reduzida, retendo somente um certo número de autovalores do sistema. O esforço computacional é reduzido mas os controladores podem ainda ser complexos, necessitando excessivas informações coletadas da malha.

Nas últimas duas décadas, uma considerável atenção tem sido dada na aplicação e projeto de estabilizadores de sistemas de potência. Os métodos de domínio de frequência são frequentemente usados nas análises e projetos de estabilizadores de sistemas de potência (Larsen & Swann, 1981; Kundur & El-Din, 1981; Mello & Concordia, 1969).

Recentemente, entretanto, técnicas modais têm aparecido como mais atraentes para aplicação em sistemas de potência multimáquinas (Perez-Arriaga e outros, 1982; Pagola e outros, 1989; Doraiswami e outros, 1984; Arcidiacono e outros, 1980; Byerly e outros, 1981; Tse & Tso, 1988a), no ajuste de estabilizadores (Sivakumar e outros, 1985; Tse & Tso, 1988b) e na seleção de unidades geradoras a serem equipadas com estabilizadores (Mello e outros, 1980; Ostojic, 1988; Martins e outros, 1990; Castro e outros, 1988).

Uma prática comum em análise de sistemas de potência é usar modelos equivalentes para representar os geradores de uma usina. Com esta simplificação todos os geradores de uma usina são representados somente por um gerador equivalente. Esta é uma prática importante devido à redução na complexidade e no esforço computacional. Entretanto, alguns prejuízos são observados, desde que deixam de ser incluídos modos do sistema no modelo equivalente, os quais podem, às vezes, invalidar a análise e o projeto. Por exemplo, na aplicação de estabilizadores de sistemas de potência, seus parâmetros são ajustados para o amortecimento dos modos eletromecânicos de oscilação locais e de interligação. Entretanto, estes ajustes podem, às vezes, diminuir o amortecimento dos modos de oscilação eletromecânicos intraplantas. Sabe-se que pode ser necessário o cancelamento ( tornar não observável ou não controlável) dos modos intraplantas em sistemas de potência quando os sistemas de excitação são de resposta lenta (Schleif e outros, 1979; Crenshaw e outros, 1983) ou em

casos especiais de sistemas de excitação de resposta rápida (Martins & Baitelli, 1982a). Os modelos equivalentes não retêm os modos intraplantas, então, o ajuste obtido usando esses modelos equivalentes podem produzir resultados inaceitáveis.

Alguns sistemas encontrados na prática gozam da característica especial de contar com subsistemas (unidades) idênticas e interligações simétricas. Sistemas com essas características são encontrados em sistemas elétricos de potência, manipuladores industriais, redes de computadores, etc. Ver Sundareshan e Elbanna (1991) para outros exemplos e referências.

O estudo de sistemas com unidades geradoras idênticas, incluindo os modos intraplantas, tem sido restrito a poucos artigos. Em (Schleif e outros, 1979; Crenshaw e outros, 1983), somente dois geradores idênticos foram considerados em análises heurísticas e experimentais interessantes. Entretanto, nenhuma justificativa matemática é apresentada para os resultados encontrados. Em (Alden e outros, 1977), uma análise modal da dinâmica torcional em dois geradores idênticos é apresentada. Entretanto, na extensão para  $N$  geradores, muitas características típicas não são observadas. Em (Castro, 1990), uma análise generalizada para um sistema com um grupo de  $N$  unidades idênticas é feita e algoritmos para determinação de autovalores e autovetores usando modelos de ordem reduzida são propostos. É visto que existem dois tipos de modos satisfazendo propriedades distintas, chamados locais e

intraplantas, e que os autovalores associados com os modos intraplantas são repetidos para sistemas com mais de duas unidades idênticas.

Técnicas de análise e projeto no domínio da frequência em sistemas multivariáveis invariantes com o tempo, embora muito relacionadas com o campo, podem não ser diretamente aplicadas para um sistema de grande escala, devido, principalmente, às dificuldades de obtenção das respostas em frequência devido ao grande número de cálculos e esforço computacional. Essas dificuldades são minimizadas se a Matriz de Função de Transferência (MFT) do sistema for conhecida.

Muitos dos métodos disponíveis para determinação da MFT de um sistema representado em espaço de estado são baseados no método de Leverrier (Nelsa & Jones, 1973). O número de cálculos requerido é  $O(N^4)$  onde  $N$  é a ordem do sistema composto. Transformando a matriz do sistema  $A$  para a Forma Canônica (Perry e outros, 1988) ou para a Forma de Hessenberg (Misra & Patel, 1987) o número de cálculos requerido para determinação da MFT em um sistema multivariável linear é  $O(N^3)$ , que é ainda grande se  $N$  não é pequeno. Muitos dos métodos para determinação da MFT possuem uma limitação comum: eles usam diretamente a matriz completa sem tirar vantagem da sua estrutura.

### 1.3 OBJETIVO E CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho tem como principal objetivo o desenvolvimento e aplicação de técnicas modais na análise

do desempenho de sistemas de potência multimáquinas a fim de selecionar os sinais mais eficientes para realimentação em estabilizadores de sistemas de potência com o fim de evitar interações ou efeitos desestabilizantes em modos de oscilação eletromecânicos.

Com o estudo, consegue-se identificar os tipos de modos, suas propriedades e projetar estabilizadores utilizando sinais de controle específicos ao tipo de problema para controle dos modos críticos através de modelos de ordem reduzida para cada categoria de modos.

A análise e projeto de controladores utilizando a teoria desenvolvida são aplicados no controle seletivo modal.

Uma técnica nova é proposta para construção da MFT de um sistema de potência com geradores idênticos, levando-se em conta a estrutura especial do sistema composto e usando somente o modelo de um gerador e sua interligação com o restante do sistema.

## 1.4 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

### 1.4.1 Capítulo 2

É apresentado o modelo do sistema de potência a ser usado e o tratamento matemático necessário para linearização deste modelo.



#### 1.4.2 Capítulo 3

Uma nova técnica baseada na teoria de controle modal é desenvolvida e usada para analisar o efeito de sinais ou combinações de sinais de saída a ser realimentado através de estabilizadores de sistemas de potência com um grupo de  $N$  geradores idênticos.

#### 1.4.3 Capítulo 4

É proposta uma técnica para construção da MFT de um sistema linear invariante com o tempo composto de uma usina com geradores idênticos e idênticas interligações entre eles e o sistema externo que pode ser representado por uma máquina equivalente.

#### 1.4.4 Capítulo 5

Neste capítulo, o problema do controle seletivo é estudado usando modelos de ordem reduzida em sistemas lineares com multigrupos de unidades idênticas.

#### 1.4.5 Capítulo 6

O problema do controle de oscilações em sistemas de potência com mais de um grupo de geradores idênticos será analisado como uma extensão do capítulo 3 e da teoria apresentada no capítulo 5.

#### 1.4.6 Capítulo 7

Apresenta os resultados de estudos realizados em um sistema de potência na ocorrência de dissimilaridades nos parâmetros dos seus geradores, sob o aspecto modal e dinâmico do sistema.

## 2. MODELO DO SISTEMA DE POTÊNCIA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Os sistemas dinâmicos utilizados na teoria de controle são descritos por um conjunto de equações diferenciais ordinárias.

Qualquer equação diferencial ordinária pode ser transformada num conjunto de equações diferenciais de primeira ordem. Um conjunto de  $n$  equações de 1ª ordem está completamente descrito se os seus coeficientes e as  $n$  condições iniciais para as  $n$ -equações diferenciais lineares invariantes com o tempo são conhecidos. Assim, é formado um vetor de dimensão  $n$  que especifica completamente o estado do sistema. Esse vetor é denominado "vetor de estado" e seus elementos são denominados "variáveis de estado".

Nas equações usadas para representação do sistema de múltiplas máquinas, as cargas neste trabalho são representadas por impedâncias constantes, pois assim temos uma descrição matemática do sistema com múltiplas máquinas com as cargas incluídas. Embora esta representação de carga não seja muito precisa, o é bastante para ser usada sem cometer grandes erros. É escolhida esta representação de carga devido a sua relativa simplicidade e porque, com esta escolha, todos os nós que não são de geração podem ser

eliminados pela redução de rede, embora não seja obrigatória esta redução.

Para a simulação do comportamento dinâmico de um sistema de potência, a rede de transmissão é representada de maneira análoga à utilizada em estudos de fluxo de carga. A máquina é interligada à rede através de um circuito equivalente do tipo tensão atrás de uma reatância, onde o valor da tensão varia de acordo com o modelo que representa a máquina (Young, 1972; Anderson & Fouad, 1977).

O comportamento dinâmico do sistema depende não só do gerador e da rede, mas também do sistema de excitação, reguladores e estabilizadores. Esses equipamentos são caracterizados por um conjunto de equações diferenciais de estados. Os estados variam com o tempo de acordo com as equações diferenciais e estabelecem a resposta do sistema. Naturalmente, em regime permanente, todas as derivadas são nulas e os estados permanecem constantes. Após a ocorrência de uma perturbação, estabelece-se um período transitório no qual as variáveis se movem do seu estado inicial para um regime permanente final, no caso do sistema ser estável.

## 2.2 REPRESENTAÇÃO DAS MÁQUINAS

### 2.2.1 Introdução

Uma máquina é descrita matematicamente por um conjunto de equações da forma:

$$\dot{X} = f(X, V, T_m, t) \quad (2.1)$$

onde

$X$  é um vetor de variáveis de estado que depende do modelo utilizado.

$V$  é o vetor de tensões e

$T_m$  é o torque mecânico

A dimensão do vetor  $X$  depende do modelo usado. A ordem de  $X$  varia de sétima ordem para o modelo completo (com 3 circuitos no rotor) ao de segunda ordem para o modelo clássico, onde só  $\omega$  e  $\delta$  (velocidade angular e ângulo de torque) são considerados variáveis de estado (Young, 1972; Anderson & Fouad, 1977).

Neste trabalho, as máquinas foram representadas por um modelo de 4<sup>a</sup> ordem, descrito abaixo.

### 2.2.2 Modelo de Máquina de 4<sup>a</sup> ordem ( $E'_q, E'_d, \delta, \dot{\delta}$ )

Neste modelo, os efeitos transitórios são considerados, enquanto que os efeitos subtransitórios são desprezados. Uma consideração feita para este modelo é que na equação de tensão para o estator, os termos  $\dot{\lambda}_d$  e  $\dot{\lambda}_q$  são desprezados e que  $\omega \cong \omega_r = 1$  PU.

A máquina deveria ter dois circuitos no estator e dois circuitos no rotor. Entretanto, o número de equações diferenciais descrevendo estes circuitos é reduzido para duas, em decorrência da hipótese de que  $\dot{\lambda}_d$  e  $\dot{\lambda}_q$  são desprezados nas equações de tensão do estator.

As equações que representam as variações dos fluxos concatenados, tensões e correntes dos enrolamentos das máquinas são apresentadas a seguir, em notação fasorial (Anderson, 1969).

Equações dos fluxos concatenados no eixo direto:

$$\psi_{fd} = -X_{ad}I_d + X_{fd}I_{fd}$$

$$\psi_d = -X_d I_d + X_{ad} I_{fd}$$

Equações dos fluxos concatenados no eixo em quadratura:

$$\psi_q = -X_q I_q + X_{aq} I_e$$

$$\psi_e = -X_{aq} I_q + X_e I_e$$

Equações das tensões relacionadas com o eixo direto:

$$V_d = -r I_d - \dot{\psi}_q$$

$$\dot{\psi}_{fd} = \omega_0 [(r_{fd}/X_{ad})E_{fd} - r_{fd}I_{fd}]$$

Equações das tensões relacionadas com o eixo em quadratura:

$$V_q = -r I_q + \dot{\psi}_d$$

$$\dot{\psi}_e = -\omega_0 r_e I_e$$

Equações das tensão e potência nos terminais da máquina:

$$V_t^2 = V_d^2 + V_q^2$$

$$P_t = V_d I_d + V_q I_q$$

Equações do torque elétrico e oscilação da máquina:

$$T_e = \psi_d I_q - \psi_q I_d$$

$$\ddot{\delta} = (\omega_0/2H) * [(T_m - T_e) - K_d \dot{\delta}]$$

Linearizando estas equações, onde o índice (o) corresponde ao ponto de operação inicial e omitindo  $\Delta$  das equações, temos:

$$\dot{\delta} = \omega \quad (2.2)$$

$$\ddot{\delta} = (\omega_0/2H)(-T_e - K_d \dot{\delta}) \quad (2.3)$$

$$\ddot{E}_q = (X_{ad}\omega_0/X_{fd})(r_{fd}E_{fd}/X_{ad} - r_{fd}I_{fd}) \quad (2.4)$$

$$\ddot{E}_d = -(X_{aq}\omega_0 r_e I_e)/X_e \quad (2.5)$$

$$\psi_q = -X_q I_q + X_{aq} I_e \quad (2.6)$$

$$\psi_d = -X_d I_d + X_{ad} I_{fd} \quad (2.7)$$

$$\psi_{fd} = -X_{ad} I_d + X_{fd} I_{fd} \quad (2.8)$$

$$\psi_e = -X_{aq} I_q + X_e I_e \quad (2.9)$$

$$V_d = -r I_d - \psi_q \quad (2.10)$$

$$V_q = -r I_q + \psi_d \quad (2.11)$$

$$T_e = \psi_{do} I_q + I_{qo} \psi_d - \psi_{qo} I_d - I_{do} \psi_q \quad (2.12)$$

$$P_t = V_{do} I_d + I_{do} V_d + V_{qo} I_q + I_{qo} V_q \quad (2.13)$$

onde

$$X_{ad} = X_d - X_l$$

$$X_{aq} = X_q - X_l$$

$$X_{fd} = (X_{ad})^2 / (X_d - X'_d)$$

$$X_e = (X_{aq})^2 / (X_q - X'_q)$$

$$r_{fd} = X_{fd} / (T'_{do} \omega_0)$$

$$r_e = X_e / (T'_{qo} \omega_0)$$

## 2.3 REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE EXCITAÇÃO

### 2.3.1 Sistema de Excitação tipo AC4

Na maioria dos estudos, nos quais o comportamento do sistema de excitação é analisado, a análise requer o uso de computadores. Torna-se então necessário que o mesmo seja representado de forma simplificada por um modelo matemático.

O nível de complexidade do modelo varia de acordo com o objetivo do estudo a ser realizado.

Utiliza-se neste trabalho o sistema de excitação tipo AC4 sem o bloco avanço-atraso (IEEE, 1981) que é representado pela figura 2.1.

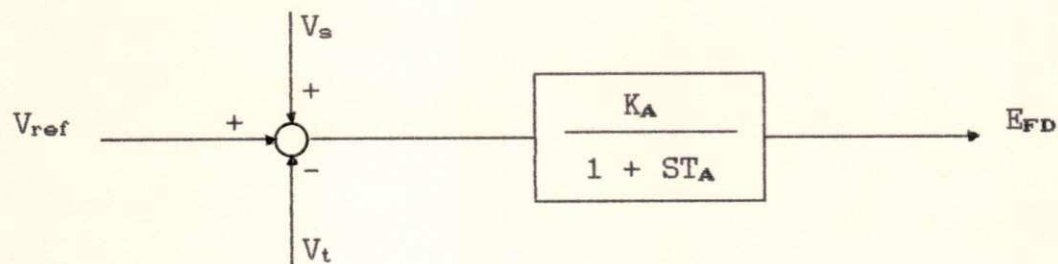


Figura 2.1 - Sistema de excitação AC4

A equação linearizada deste modelo é dada por:

$$T_A \dot{E}_{fd} = -E_{fd} + K_A (V_S + V_t - V_t) \quad (2.14)$$

onde

$$V_t = (V_{do}V_d + V_{qo}V_q) / |V_{to}| \quad e$$

$V_S$  é o sinal estabilizante



## 2.4 REPRESENTAÇÃO DO ESTABILIZADOR UTILIZANDO A VELOCIDADE COMO SINAL DE ENTRADA

O estabilizador de sistema de potência utilizando a velocidade como sinal de entrada ( $ESP_v(s)$ ) deve compensar o atraso na característica de fase da função de transferência composta pelo sistema de excitação, gerador e sistema de potência ( $GEP(s)$ ) para produzir uma componente de torque elétrico em fase com as mudanças de velocidade, a fim de que cresça o amortecimento nas oscilações rotóricas (Larsen & Swann, 1981; Mello & Concordia, 1969).

O diagrama de bloco abaixo ilustra através de poucas funções de transferência, as relações entre o torque aplicado no eixo turbina-gerador ( $T_m$ ), o torque devido à atuação do sinal estabilizador sensível à velocidade do rotor ( $T_{ep}$ ) e o torque devido ao deslocamento angular do rotor ( $T_{eo}$ ) (Larsen & Swann, 1981).

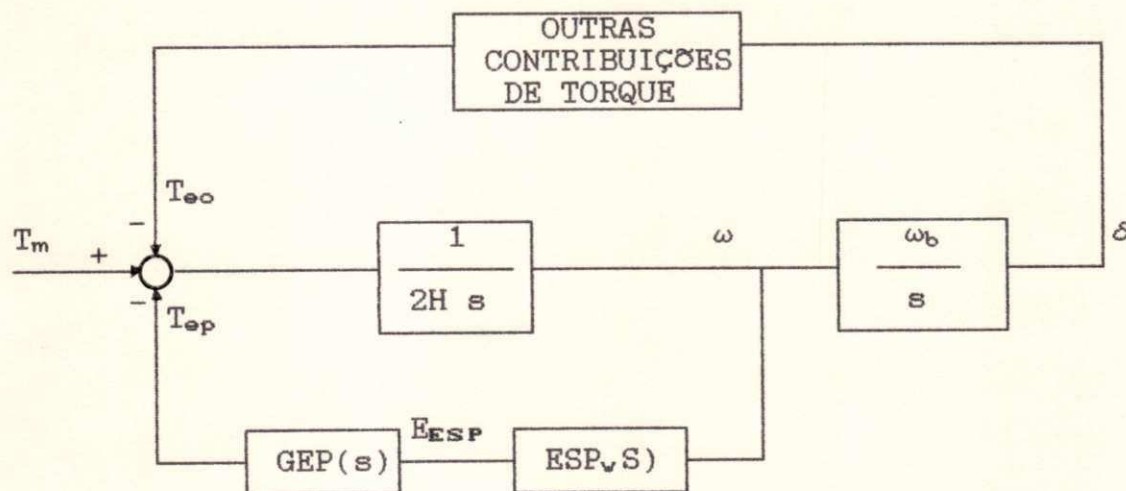


Figura 2.2 - Diagrama de blocos do sistema.

A característica ideal do estabilizador, portanto,

será inversamente proporcional a  $GEP(s)$

$$ESP_v(s) = D_{ESP} / GEP(s)$$

onde  $D_{ESP}$  representa a contribuição de amortecimento devido ao conjunto  $ESP_v(s)$  e  $GEP(s)$ .

Tal característica é impraticável, desde que a compensação perfeita para atrasos de  $GEP(s)$  requer diferenciação pura, que é associada a altos ganhos a altas frequências. Um estabilizador prático deve utilizar estágios avanço/atraso para compensar atraso de fase na  $GEP(s)$  na faixa de frequência de interesse. O ganho deve ser atenuado nas altas frequências para limitar o impacto de ruídos e minimizar a interação torcional e, conseqüentemente, filtros de passa baixa e rejeição de banda são necessários (Schleif e outros, 1968). Um estágio "washout" é incluído para evitar deslocamentos da referência do regulador em regime permanente com mudanças na frequência do sistema. Logo um estabilizador prático é dado por:

$$ESP_v(s) = \frac{K_S T_v s}{(1 + sT_v)} \frac{(1 + sT_1)}{(1 + sT_2)} \frac{(1 + sT_3)}{(1 + sT_4)} \text{FILT}(s) \quad (2.15)$$

Para simplificação do nosso modelo prático, desprezaremos a ação do filtro visto que o mesmo não tem influência nos modos de oscilação de interesse. Logo, o estabilizador é representado conforme a figura 2.3.

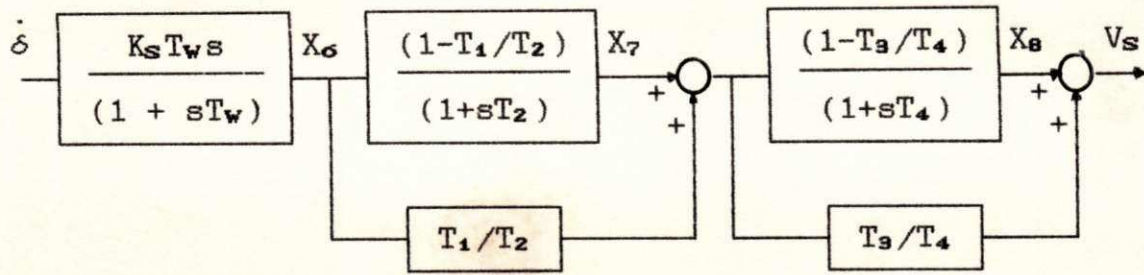


Figura 2.3 - Representação em diagrama de blocos do estabilizador tendo a velocidade como sinal de entrada

Esta forma tem como equações:

$$T_W \dot{X}_6 = T_W K_S \dot{\delta} - X_6 \quad (2.16)$$

$$T_2 \dot{X}_7 = (1 - T_1/T_2) X_6 - X_7 \quad (2.17)$$

$$T_4 \dot{X}_8 = [T_1/T_2 - (T_1 T_3/T_2 T_4)] X_6 + (1 - T_3/T_4) X_7 - X_8 \quad (2.18)$$

$$(T_4/T_3) V_S = (T_1/T_2) X_6 + X_7 + (T_4/T_3) X_8 \quad (2.19)$$

## 2.5 RELACÕES MATEMÁTICAS ENTRE AS MÁQUINAS E A REDE (Mota, 1981; Guerra, 1987)

### 2.5.1 Representação matricial das máquinas

Para cada máquina o seguinte conjunto de equações linearizadas pode ser derivado:

$$\dot{X} = AX + BU + CI \quad (2.20)$$

$$Y = DX + EU + FI \quad (2.21)$$

$$V = GX + HI \quad (2.22)$$

onde:

$$X = (\delta, \dot{\delta}, E'_q, E'_d, E'_{fd}) \quad \text{vetor de estados}$$

$$Y = (V_t, \dot{\delta}, P_t)^T \quad \text{vetor de saída}$$



$$Q = \begin{bmatrix} \delta & \dot{\delta} & E_q & E_d & E_{fd} \\ 0 & 1 & & & \\ & -K_D & & & \\ & & 0 & & r_f/X_{ad} \\ & & & & -1 \\ & & 0 & & \\ & & 0 & & \\ & & 0 & & \\ & & 0 & & \\ & & X_{fd}/X_{ad} & & \\ & & & X_e/X_{aq} & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} V_S \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_A \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} I_d & I_q \\ 0 & 0 \\ FX_q & -FX_d \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -r & 0 \\ 0 & -r \\ -X_d & 0 \\ 0 & -X_q \\ X_{ad} & 0 \\ 0 & X_{aq} \end{bmatrix}$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} \delta & \dot{\delta} & \psi_{fd} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} V_d & V_q & \psi_d & \psi_q & I_{fd} \\ V_{do}/|V_{to}| & V_{qo}/|V_{to}| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I_{do} & I_{qo} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad W_3 = \begin{bmatrix} I_d & I_q \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ V_{do} & V_{qo} \end{bmatrix}$$

Multiplicando a equação (2.23) por  $P^{-1}$ , temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ Z \end{bmatrix} = P^{-1}QX + P^{-1}RU + P^{-1}SI$$

ou particionando

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + BU + CI \\ Z &= M_1X + M_2U + M_3I\end{aligned}\quad (2.25)$$

onde

$$\begin{bmatrix} A \\ \text{---} \\ M_1 \end{bmatrix} = P^{-1}Q, \quad \begin{bmatrix} B \\ \text{---} \\ M_2 \end{bmatrix} = P^{-1}R, \quad \begin{bmatrix} C \\ \text{---} \\ M_3 \end{bmatrix} = P^{-1}S$$

Das equações (2.24) e (2.25), o vetor de saída é obtido como

$$Y = (W_2M_1 + W_1)X + W_2M_2U + (W_2M_3 + W_3)I$$

A matriz  $V$  é obtida da equação (2.25) por particionamento.

Combinando as equações na forma matricial para  $m$  geradores em um sistema, temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \vdots \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & & & \\ & B_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & & & \\ & C_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & C_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix}\quad (2.26)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 & & & \\ & D_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & D_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 & & & \\ & E_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_m \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} F_1 & & & \\ & F_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & F_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 & & & \\ & G_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & G_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 & & & \\ & H_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & H_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

### 2.5.2 Representação matricial de uma malha passiva

Para a rede de transmissão, uma equação de correntes nodais é escrita como segue:

$$I = YV \quad (2.29)$$

com

$$I = (I_{D1}, I_{Q1}, \dots, I_{Dn}, I_{Qn})^T$$

$$V = (V_{D1}, V_{Q1}, \dots, V_{Dn}, V_{Qn})^T$$

com relação a uma referência do sistema de transmissão, onde  $n$  é o número de barras do sistema.

Podemos reduzir a dimensão da matriz admitância, utilizando-se do fato que as impedâncias das cargas são constantes, e que todos os nós tem injeção líquida de corrente igual a zero, exceto os nós internos dos geradores.

A matriz reduzida é dada por:

$$Y_{red} = Y_{NN} - Y_{NM} Y_{MM}^{-1} Y_{MN} \quad (2.30)$$

onde

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{NN} & Y_{NM} \\ Y_{MN} & Y_{MM} \end{bmatrix}$$

onde

$N = N^{\circ}$  de nós de geração

$M = N^{\circ}$  de nós restantes

$n = N + M$

Uma nova matriz admitância  $Y'$  de dimensão  $(2n \times 2n)$  é dada por (Undrill, 1968):

$$Y' = \begin{bmatrix} g_{11} & -b_{11} & g_{12} & -b_{12} & \dots & g_{1n} & -b_{1n} \\ b_{11} & g_{11} & b_{12} & g_{12} & \dots & b_{1n} & g_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ g_{n1} & -b_{n1} & g_{n2} & -b_{n2} & \dots & g_{nn} & -b_{nn} \\ b_{n1} & g_{n1} & b_{n2} & g_{n2} & \dots & b_{nn} & g_{nn} \end{bmatrix}$$

onde os elementos de  $Y'$  são obtidos dos elementos da matriz  $Y_{red}$  definida na forma

$$Y_{red} = g_{rs} + jb_{rs}$$

### 2.5.3 Conversão das coordenadas das máquinas para a referência do sistema

No modelo de máquinas síncronas, as equações se referem às coordenadas nos eixos de cada máquina em estudo, enquanto os valores de tensão e corrente do sistema de transmissão referem-se a um eixo comum do sistema, originado da barra de balanço. Logo, transformações de valores da referência do sistema (D,Q), para a referência da máquina (d,q) e vice-versa são necessárias. A figura 2.3 mostra o diagrama desta transformação



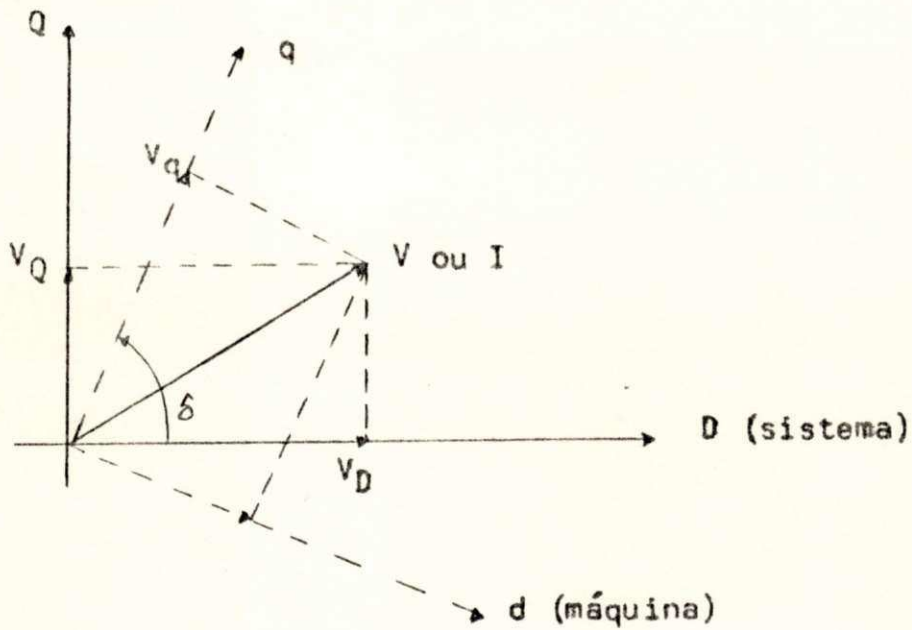


Figura 2.4 - Transformação (D,Q)-(d,q)

Considere a máquina e sua transformação de eixo

$$\begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}\delta & \text{cos}\delta \\ -\text{cos}\delta & \text{sen}\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix}$$

onde  $\delta$  é o ângulo entre  $q$  e  $D$ .

A linearização desta transformação em torno do ponto de operação, fornece:

$$\begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + T_{vo}\delta \quad (2.31)$$

onde

$$T_o = \begin{bmatrix} \text{sen}\delta_o & \text{cos}\delta_o \\ -\text{cos}\delta_o & \text{sen}\delta_o \end{bmatrix}$$

$$T_{vo} = \begin{bmatrix} (V_{do}\text{cos}\delta_o - V_{qo}\text{sen}\delta_o) \\ (V_{do}\text{sen}\delta_o + V_{qo}\text{cos}\delta_o) \end{bmatrix}$$

Escrevendo  $\delta$  como função de  $X$

$$\delta = LX$$

onde

$$L = [1 \ 0 \ 0]$$

a equação (2.31) torna-se:

$$\begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + T_{vo} LX \quad (2.32)$$

Similarmente para as correntes, temos:

$$\begin{bmatrix} I_D \\ I_Q \end{bmatrix} = T_o \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + T_{io} LX \quad (2.33)$$

onde:

$$T_{io} = \begin{bmatrix} (I_{d0} \cos \delta_0 - I_{q0} \sin \delta_0) \\ (I_{d0} \sin \delta_0 + I_{q0} \cos \delta_0) \end{bmatrix}$$

A mesma linearização da transformação de eixos para várias máquinas é:

$$V_N = \bar{T}_o V_n + \bar{T}_{vo} \bar{L} X \quad (2.34)$$

$$I_N = \bar{T}_o I_n + \bar{T}_{io} \bar{L} X \quad (2.35)$$

onde para  $m$  máquinas, temos

$$V_N = (V_{D1}, V_{Q1}, \dots, V_{Dm}, V_{Qm})^T$$

$$I_N = (I_{D1}, I_{Q1}, \dots, I_{Dm}, I_{Qm})^T$$

$$V_n = (V_{d1}, V_{q1}, \dots, V_{dm}, V_{qm})^T$$

$$I_n = (I_{d1}, I_{q1}, \dots, I_{dm}, I_{qm})^T$$

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_m)$$

$$\bar{T}_o = \begin{bmatrix} T_{o1} & & & \\ & T_{o2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & T_{om} \end{bmatrix} \quad e \quad \bar{T}_{vo} = \begin{bmatrix} T_{vo1} & & & \\ & T_{vo2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & T_{vom} \end{bmatrix}$$



$$\bar{B} = B \quad e$$

$$\bar{C} = D + FI_n$$

## 2.6 CÁLCULO DAS CONDIÇÕES INICIAIS

Para o estudo de estabilidade de um sistema de potência, a solução prévia de um fluxo de carga se faz necessário a fim de se calcular as condições iniciais do sistema. O fluxo de carga normalmente fornece tensão e potência para cada barramento na referência do sistema. Então seguem-se os seguintes cálculos:

$$I_{T0} = (P_g - jQ_g) / V_t^* \quad (2.40)$$

Do diagrama fasorial em regime permanente (Kimbark, 1956), temos a figura 2.4

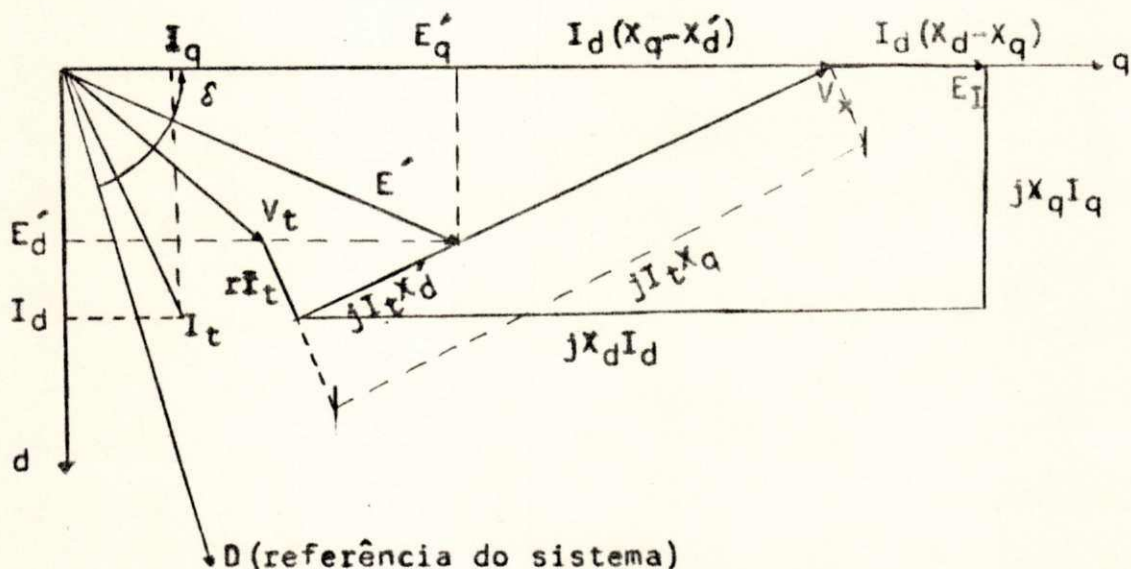


Figura 2.5 - Diagrama fasorial em regime permanente

Da figura 2.4, temos:

$$V_x = V_t + rI_t + jX_q I_t \quad (2.41)$$

$$\delta_o = \text{tg}^{-1}(I_m V_x / R_e V_x) \quad (2.42)$$

$$E_{fdo} = |V_x| + I_{do}(X_d - X_q) \quad (2.43)$$

onde  $V_x$  é uma tensão fictícia que define a posição do eixo q que fornece o valor de  $\delta$ .

As cargas são convertidas em admitâncias equivalentes e incluídas na matriz admitância. Os dados necessários são obtidos do estudo de fluxo de carga. Para uma barra com tensão  $V_L$ , potência ativa  $P_L$  e potência reativa  $Q_L$ , tem-se

$$Y_L = (P_L - jQ_L) / |V_L|^2$$

### 3. APLICAÇÃO DE ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTÊNCIA EM UMA USINA COM UNIDADES IDÊNTICAS

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Uma grande atenção tem sido dada ao estudo de oscilações eletromecânicas de pouco amortecimento nos sistemas de potência de múltiplas máquinas (Martins & Baitelli, 1982b; Bauer e outros, 1975; Schleif & White, 1966; Martins, 1986). Estes modos são relacionados com as equações de oscilação das máquinas e denominados Modos de Oscilações Eletromecânicas (MOE).

Uma nova técnica modal para analisar os efeitos do sinal de realimentação em estabilizadores em uma usina com unidades idênticas é proposta. A contribuição de um modo sobre um sinal de saída é usada como uma medida de acoplamento entrada-modo-saída para verificar a eficácia deste sinal. Os efeitos de estabilizadores nos modos de oscilação são analisados. Atenção é dada ao controle seletivo destes modos.

#### 3.2 REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA

Considere um sistema constituído de  $p$  unidades idênticas com idênticas interligações, em uma usina

ligada a um grande sistema de potência e linearizado em torno de um ponto de operação, correspondente a um ponto de equilíbrio, representado pela equação (2.39) descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{X}_0 &= A_0 X_0 + \sum_{j=1}^p H_1 X_j && \text{(sistema externo)} \\ \dot{X}_i &= H_2 X_0 + A X_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p H X_j + B u_i && (3.1) \\ y_i &= C X_i && i = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

onde  $X_0 \in R^{n_0}$ ,  $X_i \in R^{n_1}$ ,  $A$  e  $H \in R^{n_1 \times n_1}$ ,  $A_0 \in R^{n_0 \times n_0}$ ,  $H_1 \in R^{n_0 \times n_1}$ ,  $H_2 \in R^{n_1 \times n_0}$ ,  $y_i \in R^r$  e  $u_i \in R^m$  e as matrizes da equação (2.39) resultam nas seguintes formas:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_0 & H_1 & \dots & H_1 \\ H_2 & A & \dots & H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_2 & H & \dots & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B^* \end{bmatrix} \quad \text{e } B^* = \text{Bloco diag}(B, \dots, B)$$

$$\bar{C} = [ 0 \quad C^* ] \quad \text{e } C^* = \text{Bloco diag}(C, \dots, C)$$

$$X \in R^{p n_1 + n_0}, \quad u \in R^{p m} \quad \text{e } y \in R^{p r} \quad \text{e}$$

$A$  é a matriz que representa cada unidade idêntica.

$A_0$  é a matriz que representa a unidade equivalente do sistema externo.

$H_1$ ,  $H_2$  são matrizes que representam as interligações entre o sistema externo e as unidades idênticas e

$H$  é a matriz que representa as interligações entre as unidades idênticas.

O caso onde as unidades idênticas são somente

interligadas entre si sem o sistema externo é evidentemente um caso particular do sistema (3.1).

### 3.3 DESCRIÇÃO MODAL DA RESPOSTA DO SISTEMA PARA UMA USINA COM DUAS UNIDADES IDÊNTICAS

Considere o sistema de potência multimáquinas (3.1) composto de duas unidades idênticas sob a ação de uma entrada de controle na unidade K (K = 1 ou 2), isto é

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \bar{A}X + \gamma u_k \\ y &= \sigma X\end{aligned}$$

onde  $\gamma^T = [0 \ B^T \ 0]$  para a unidade 1,  $\gamma^T = [0 \ 0 \ B^T]$  para a unidade 2,  $\sigma$  é uma linha de  $\bar{C}$  e  $y$  é um sinal de saída do sistema. É inicialmente suposto que os autovalores da matriz  $\bar{A}$  são distintos.

Considere as matrizes modais

$$G = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_n]$$

e

$$V^T = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]^T$$

onde  $g_1, \dots, g_n$  são os autovetores direitos,  $v_1, \dots, v_n$  são os autovetores esquerdos de  $\bar{A}$  e  $n = n_0 + 2n_1$ . Supondo que os autovetores são normalizados tal que  $v_j^T g_j = 1$ , resulta (Perez Arriaga e outros, 1982):

$$V^T = G^{-1} \tag{3.2}$$

Supondo  $X(0) = 0$  e  $u_k(\tau)$  como uma entrada degrau, a



resposta do sistema é

$$y(t) = \sigma \left[ \int_0^t e^{A(t-\tau)} \gamma \, d\tau \right] \quad (3.3)$$

Usando a equação (3.2) e uma transformação de similaridade, temos (Chen, 1984):

$$e^{\bar{A}t} = G e^{\Lambda t} V^T$$

onde  $e^{\Lambda t} = \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_n t})$  e  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  são os autovalores de  $\bar{A}$ .

A equação (3.3) pode ser expressa na forma

$$y(t) = \sigma G \left[ \int_0^t e^{\Lambda(t-\tau)} \, d\tau \right] V^T \gamma \quad (3.4)$$

ou

$$y(t) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda_j} h_j q_j e^{\lambda_j t} - \sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda_j} h_j q_j \quad (3.5)$$

onde  $h_j = \sigma g_j$  e  $q_j = v_j^T \gamma$

O primeiro somatório é a resposta transitória do sistema e o último é a resposta em estado permanente para uma entrada degrau na unidade K. O coeficiente do modo  $e^{\lambda_j t}$  inclui os efeitos dos zeros do sistema e depende da estrutura da matriz  $\bar{A}$ .

Para análise dinâmica, o principal interesse é na resposta transitória para uma entrada em degrau, definida por

$$y_d(t) = \sum_{j=1}^n \frac{h_j q_j e^{\lambda_j t}}{\lambda_j} \quad (3.6)$$

que no domínio da frequência, resulta

$$y_d(s) = \sum_{j=1}^n \frac{h_j q_j}{\lambda_j(s - \lambda_j)}$$

O parâmetro  $q_j$  representa o acoplamento entre a entrada de controle  $u_k$  e o modo  $e^{\lambda_j t}$ . Portanto, quando  $q_j = 0$  não existe este acoplamento e o modo é não-controlável (Macfarlane, 1977). Similarmente, o parâmetro  $h_j$  representa o acoplamento entre o sinal de saída  $y$  e o modo  $j$ . O modo é dito ser observável (Macfarlane, 1977) se  $h_j \neq 0$ . É observado na equação (3.5) que, quando  $q_j$  ou  $h_j$  é igual a zero, o modo  $j$  não tem efeito em nenhuma das duas respostas, dinâmica ou de estado permanente.

### 3.4 ANÁLISE MATEMÁTICA DE UMA USINA COM DUAS UNIDADES IDÊNTICAS

#### 3.4.1 Conceitos básicos

O sistema de duas unidades idênticas conectadas a uma unidade equivalente, representando o sistema de potência externo, é representado pela equação (3.1).

É visto (Perez-Arriaga e outros, 1982) que a  $j$ -ésima componente do autovetor direito  $g_k$  representa a atividade da variável de estado  $x_j$  no  $k$ -ésimo modo e a  $j$ -ésima componente do autovetor esquerdo  $v_k$  mede a contribuição desta atividade sobre o modo.

Desde que as unidades em uma usina e as suas interligações são idênticas, é esperado que as componentes associadas com variáveis de estado similares daquelas

unidades, devem ter o mesmo valor, correspondente à mesma atividade e mesma contribuição para variáveis de estado similares. Isto significa que os autovetores podem ser particionados para determinados modos, tais que

$$g_i = [ G_0^T \quad G_1^T \quad G_1^T ]^T \quad e \quad v_i = [ V_0^T \quad V_1^T \quad V_1^T ]^T$$

onde  $G_0$  e  $V_0$  são os vetores componentes associados com o sistema externo e  $G_1$  e  $V_1$  são os vetores componentes associados com as unidades idênticas. Os modos que satisfazem a esta propriedade são chamados "modos locais".

Todavia, no sistema existem outros modos que não satisfazem à propriedade acima. Para estes modos, as variáveis de estado similares das unidades idênticas estão defasadas de  $180^\circ$  entre si (Schleif e outros, 1979). Estes modos são definidos como modos "intraplantas" e os seus autovetores têm a seguinte forma:

$$g_i = [ G_0^T \quad G_1^T \quad -G_1^T ]^T \quad e \quad v_i = [ V_0^T \quad V_1^T \quad -V_1^T ]^T \quad (3.7)$$

Supondo que os autovetores associados com os modos intraplantas tem a forma das equações (3.7), pode ser visto que  $G_0 = V_0 = 0$  (Araújo, 1988) e  $G_1$  é determinado de

$$(A - H - \lambda_i I)G_1 = 0 \quad (3.8)$$

onde  $\lambda_i$  é um autovalor da matriz  $(A-H)$ . Logo, existem  $n_1$  autovalores distintos associados com os modos intraplantas. Entretanto, existe somente um MOE intraplanta num sistema com duas unidades idênticas.

Usando a transposta  $\bar{A}^T$ , os autovetores esquerdos  $v_i$

associados com os autovalores  $\lambda_i$  são determinados.

Considerando o autovetor  $g_1$  associado com um modo local, cujo autovalor é  $\lambda_1$ , o sistema de equações para determinação de  $g_1$  é

$$\begin{bmatrix} A_0 & 2H_1 \\ H_2 & A+H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Os autovalores da matriz da equação (3.9) são os autovalores locais. Existem  $n_0+n_1$  autovalores locais, onde somente um é MOE. Logo o sistema tem somente autovalores locais e intraplantas.

### 3.4.2 Efeitos de alguns sinais de saída no controle dos modos

*Sinal de saída  $y = y_1 + y_2$*

Este é um sinal geral, onde  $y_1$  e  $y_2$  são quaisquer dois sinais de saída similares das unidades 1 e 2, respectivamente. Neste caso, o parâmetro  $h_i$  para um modo intraplanta é

$$h_i = [ 0 \quad C \quad C ] \begin{bmatrix} 0 \\ G_1 \\ -G_1 \end{bmatrix} = 0$$

Portanto, o modo intraplanta não têm efeito sobre  $y$ , e para este sinal os modos intraplantas são não observáveis. Como consequência, se existe uma unidade (ou ambas) com estabilizador e com  $y$  como sinal de entrada, o estabilizador não têm efeito sobre os modos intraplantas.

*Sinal de saída comum geral*

Neste caso, é suposto que existe um sinal de saída comum  $y^*$  para ser realimentado através de estabilizadores em ambas unidades idênticas.

Para um modo intraplanta,  $q_i = V_1^T B [1 \quad -1]$  e a contribuição do modo no domínio da frequência sobre uma certa saída  $y$ , na qual resulta um certo parâmetro  $h_i$ , é

$$y_i(s) = \frac{h_i q_i / \lambda_i}{s - \lambda_i} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \frac{h_i V_1^T B / \lambda_i}{s - \lambda_i} [u_1(s) - u_2(s)] \quad (3.10)$$

Considerando que  $u_1(s) = F_1(s)y^*(s)$  e  $u_2(s) = F_2(s)y^*(s)$ , onde  $F_1(s)$  e  $F_2(s)$  são as funções de transferência dos estabilizadores para as unidades idênticas 1 e 2, respectivamente, então, substituindo  $u_1(s)$  e  $u_2(s)$  na equação (3.10) e supondo que  $F_1(s) = F_2(s)$ , significando que os dois estabilizadores são idênticos, resulta  $y_i(s) = 0$ . Logo, os modos intraplantas são não controláveis para um sinal de realimentação comum e estabilizadores idênticos em ambas unidades.

Considere agora um sinal comum  $y^* = y_1 - y_2$  e um modo local. Neste caso, o parâmetro  $h_i$  é

$$h_i = [0 \quad C \quad -C] \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \\ G_1 \end{bmatrix} = 0$$

Portanto, os modos locais não tem qualquer efeito sobre o sinal  $y^*$  e se os estabilizadores têm  $y^*$  como um sinal de realimentação comum, todos os modos do sistema

permanecerão fixos.

*Sinais de saída com defasamento de 180°*

Neste caso, é considerado que  $u_1(s) = F_1(s)y^*$  e  $u_2(s) = F_2(s)(-y^*)$ . Para um modo local, a contribuição do modo sobre uma certa saída  $y_l$  é

$$y_l(s) = \frac{h_l V_1^T B / \lambda_l}{s - \lambda_l} [F_1(s) - F_2(s)] y^*(s)$$

Este resultado mostra que para estabilizadores idênticos nas unidades idênticas, os modos locais são fixos. Pode-se mostrar que os modos intraplantas podem ser controlados. Este é um caso não usual pois em todos os sistemas de potência analisados pelo autor e nos artigos estudados os modos intraplantas são satisfatoriamente amortecidos.

### 3.5 ANÁLISE MATEMÁTICA DE UMA USINA COM $p$ UNIDADES IDÊNTICAS

A análise matemática desenvolvida para um sistema com duas unidades idênticas é agora estendida para uma usina consistindo de  $p$  unidades ligadas a um sistema de potência representado por um modelo equivalente.

O modelo linearizado do sistema composto é representado pela equação (3.1). Usando argumentos e justificativas similares às apresentadas para o caso de duas unidades idênticas, pode ser visto que os autovetores associados com os modos do sistema têm a seguinte forma:

$$g_i = [G_0^T \quad G_1^T \quad \dots \quad G_i^T]^T \quad \text{para os modos locais} \quad (3.11)$$

$$g_i = [0 \quad G_1^T \quad \dots \quad G_p^T]^T \quad \text{para os modos intraplantas} \quad (3.12)$$

Considere, agora, o problema de autovalores e autovetores para um modo intraplanta com autovalor  $\lambda_i$ , isto é

$$\begin{bmatrix} A_0 - \lambda_i I & H_1 & \dots & H_1 \\ H_2 & A - \lambda_i I & \dots & H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_2 & H & \dots & A - \lambda_i I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ G_1 \\ \vdots \\ G_p \end{bmatrix} = 0 \quad (3.13)$$

Somando as últimas  $p$  equações da equação matricial (3.13), resulta

$$[A - \lambda_i I + (p - 1)H](G_1 + G_2 + \dots + G_p) = 0 \quad (3.14)$$

Logo

$$G_1 + G_2 + \dots + G_p = 0 \quad (3.15)$$

é sempre uma solução para o problema.

As equações (3.12) e (3.15) definem a estrutura dos autovetores associados com os modos intraplantas.

### 3.5.1 Problema de autovalores e autovetores para os modos locais

A equação matricial para determinação do autovetor  $g_i$  associado com um modo local, isto é  $(\bar{A} - \lambda_i)g_i = 0$ , pode ser reduzida usando o desenvolvimento apresentado para duas unidades idênticas, resultando

$$\begin{bmatrix} A_0 & pH_1 \\ H_2 & A + (p - 1)H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} = \lambda_i \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Da equação (3.16), é visto que os autovalores e autovetores associados com os modos locais são obtidos usando uma matriz de ordem reduzida. É também concluído que existem  $n_0 + n_1$  autovalores locais para uma planta com qualquer número  $p > 1$  de unidades idênticas.

Embora existam  $n_0 + n_1$  autovalores locais, para a representação particular usada, o sistema tem somente um MOE local.

### 3.5.2 Multiplicidades de autovalores intraplantas

A formulação para solução do problema de autovalores e autovetores para um modo intraplanta é

$$(\bar{A} - \lambda_i I)g_i = 0 \quad (3.17)$$

que resulta em  $p + 1$  equações matriciais.

Considerando  $g_i$  representado pela equação (3.12) e usando a equação (3.15), qualquer das  $p$  últimas equações matriciais da equação (3.17) pode ser reduzida para

$$(A - H - \lambda_i I)G_i = 0 \quad (3.18)$$

É visto que a equação (3.18) é igual à equação (3.8). Os autovalores intraplantas não mudam com a introdução de novas unidades idênticas. Entretanto, desde que existem  $(p-1)n_1$  autovalores intraplantas, é concluído que estes autovalores, que são obtidos da matriz de ordem reduzida  $(A-H)$ , são repetidos com multiplicidade igual ao número de unidades idênticas menos uma, supondo que os autovalores de  $(A - H)$  são distintos. Entretanto, de todos esses



autovalores, somente  $p - 1$  são associados com os MOE.

### 3.5.3 Autovetores generalizados associados com autovalores intraplantas

Um vetor  $g^k$  é dito ser um autovetor generalizado de grau  $K$  de uma matriz  $\bar{A}$  associada com um autovalor intraplanta  $\lambda_i$ , se e só se (Chen, 1984)

$$\begin{aligned} (\bar{A} - \lambda_i I)^k g^k &= 0 & e \\ (\bar{A} - \lambda_i I)^{k-1} g^k &\neq 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Se  $g^k$  é obtido da equação (3.19), os autovetores restantes da cadeia de autovetores generalizados podem ser determinados pela seguinte definição (Chen, 1984)

$$g^{j-1} = (\bar{A} - \lambda_i I) g^j \quad j = k, \dots, 2 \quad (3.20)$$

onde  $g^j$ ,  $2 \leq j \leq K$  é um autovetor generalizado de grau  $j$ .

É fácil ver que a matriz  $(\bar{A} - \lambda_i I)^k$ , para  $k \geq 1$ , tem a mesma forma da matriz  $(\bar{A} - \lambda_i I)$ , com blocos simétricos internos associados com as unidades idênticas, isto é

$$(\bar{A} - \lambda_i I)^k = \begin{bmatrix} R & L & L & \dots & L \\ M & A_k & H_k & \dots & H_k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M & H_k & H_k & \dots & A_k \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Logo usando a equação (3.19), é verificado que o autovetor generalizado  $g^k$  associado com um modo intraplanta tem a forma definida pelas equações (3.12) e (3.15). Destes resultados, pode ser mostrado que  $A_k - H_k = (A - H - \lambda_i I)^k$ .

Para um autovalor intraplanta,  $\lambda_i$ , sejam os seguintes

vetores

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_p \end{bmatrix} = (\bar{A} - \lambda_i I)^k g = (\bar{A} - \lambda_i I)^k \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 G_i^k \\ \vdots \\ a_p G_i^k \end{bmatrix}$$

com

$$a_1 + a_2 + \dots + a_p = 0 \quad \text{n\~{a}o todos nulos.}$$

Usando a equa\c{c}ao (3.21), \c{e} visto que

$$\begin{aligned} P_0 &= L(a_1 + \dots + a_p)G_i^k = 0 & e \\ P_j &= a_j(A_k - H_k)G_i^k, \quad j = 1, \dots, p \end{aligned}$$

Da equa\c{c}ao (3.19), o vetor  $g$  pode ser um autovetor generalizado de grau  $k$ , se

$$(A_k - H_k)G_i^k = 0 \quad (3.22)$$

Seja

$$g_i^j = \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 G_i^j \\ \vdots \\ a_p G_i^j \end{bmatrix} \quad \text{com } a_1 + \dots + a_p = 0 \quad (3.23)$$

um autovetor generalizado de grau  $j$  da cadeia de autovetores generalizados associados com  $\lambda_i$ .

Considere, da defini\c{c}ao,

$$g_i^{j-1} = (\bar{A} - \lambda_i I)g_i^j = \begin{bmatrix} Q_0 \\ \vdots \\ Q_p \end{bmatrix}$$

ent\~{a}o

$$Q_0 = (a_1 + \dots + a_p)H_1 G_i^j = 0$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= a_1(A - \lambda_i I)g_i^j + (a_2 + \dots + a_p)HG_i^j \\ &= a_1(A - H - \lambda_i I)G_i^j \end{aligned}$$

Similarmente

$$Q_2 = a_2(A - H - \lambda_i I)G_i^j \dots \dots \dots Q_N = a_p(A - H - \lambda_i I)G_i^j$$

Este resultado mostra que

$$g_i^{j-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 G_i^{j-1} \\ \vdots \\ a_p G_i^{j-1} \end{bmatrix} \quad \text{com } G_i^{j-1} = (A - H - \lambda_i I)G_i^j \quad (3.24)$$

Das equações (3.22) e (3.24) é visto que no caso especial de autovalores repetidos em  $(A-H)$ , os autovetores generalizados de  $\bar{A}$  associados com  $\lambda_i$  podem ser construídos da cadeia de autovetores generalizados da matriz de ordem reduzida  $(A - H)$ , selecionando  $a_1, \dots, a_p$ , satisfazendo a equação (3.23). Se esta matriz tem outras cadeias de autovetores generalizados associados com o mesmo autovalor  $\lambda_i$ , os autovetores destas cadeias podem ser construídos usando um caminho similar (Chen, 1984).

Conhecendo os vetores  $G_i^k, G_i^{k-1}, \dots, G_i^1$ , todos os autovetores de  $\bar{A}$  associados com  $\lambda_i$ , podem ser construídos selecionando arbitrariamente  $p - 1$  conjuntos de parâmetros  $a_1, a_2, \dots, a_p$ , satisfazendo a equação (3.24), tal que todos os  $(p - 1)K$  autovetores da cadeia sejam linearmente independentes.

### 3.5.4 Forma de Jordan

Se os autovalores de  $(A - H)$  são distintos, que é um caso geral em sistemas de potência, existe somente um autovetor  $G_i$  associado com um autovalor  $\lambda_i$  em  $(A - H)$ . Neste caso, a cadeia completa de autovetores generalizados de  $\bar{A}$ , associado com  $\lambda_i$  é

$$g_i^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 G_i \\ \vdots \\ a_p G_i \end{bmatrix} \dots \dots \dots g_i^{p-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ s_1 G_i \\ \vdots \\ s_p G_i \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Os parâmetros  $a_1, \dots, a_p, \dots, s_1, \dots, s_p$  são arbitrariamente selecionados satisfazendo a equação (3.23) e com  $g_i^1, \dots, g_i^{p-1}$  linearmente independentes.

É claro que, para qualquer autovetor da cadeia acima, resulta

$$\bar{A}g_i^j = \lambda_i g_i^j \quad (3.26)$$

Da forma de Jordan de  $\bar{A}$ , resulta:

$$\bar{A}G = G\Lambda \quad (3.27)$$

onde  $G$  é a matriz  $(n_1 p + n_0) \times (n_1 p + n_0)$  cujas colunas são os autovetores de  $\bar{A}$ ,  $\Lambda = \text{bloco diag.}(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_i, \dots, \Lambda_{n_1}, \Lambda_l)$ ,  $\Lambda_1, \dots, \Lambda_{n_1}$  são os blocos associados com os modos intraplantas e  $\Lambda_l$  é o bloco associado com o modos locais.

Seja a matriz  $n \times (p - 1)$  construída com as colunas de  $\Lambda$  associados com  $\Lambda_i$  definida como

$$[\beta_i^1 \quad \beta_i^2 \quad \dots \quad \beta_i^{p-1}] = \begin{bmatrix} 0 \\ \Lambda_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

e seja  $\bar{A}G$  representado por

$$\bar{A}G = [\bar{A}g_1^1 | \bar{A}g_1^2 | \dots | \bar{A}g_i^1 | \bar{A}g_i^2 | \dots] \quad (3.29)$$

Das equações (3.27), (3.28) e (3.29) é visto que

$$\bar{A}g_1^1 = G\beta_1^1 \quad \dots \quad \bar{A}g_i^1 = G\beta_i^1, \quad \bar{A}g_i^2 = G\beta_i^2 \quad \dots$$

Então, para satisfazer a equação (3.26), qualquer bloco  $\Lambda_i$  associado com os modos intraplantas deve ser diagonal, na forma

$$\Lambda_i = \text{diag}(\lambda_i, \lambda_i, \dots, \lambda_i)$$

Este é um resultado importante, pois mostra que mesmo com autovalores repetidos, a forma de Jordan de  $\bar{A}$  é uma matriz diagonal quando os autovalores de  $(A - H)$  são distintos. Logo, a matriz  $\bar{A}$  é não-cíclica e os autovalores repetidos dão origem a modos repetidos (Castro, 1990).

### 3.5.5 Contribuição de um modo intraplanta na resposta do sistema

Seguindo o desenvolvimento apresentado para um sistema com autovalores distintos em  $(A-H)$  e sob as mesmas hipóteses, isto é,  $x(0)=0$  e  $u_k =$  entrada degrau, a resposta do sistema para este caso de autovalores repetidos é descrita pela equação (3.3). Agora, entretanto, a matriz  $G^{-1}$  não pode ser construída diretamente dos autovetores esquerdos, como para autovalores distintos. Neste caso,

temos

$$e^{At} = \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_2 t}, \dots, e^{\lambda_i t}, e^{\lambda_i t}, \dots)$$

$$\sigma G = [h_1^1 \dots h_1^{p-1} \dots h_i^1 \dots h_i^{p-1} \dots h_{n_1}^1 \dots h_{n_1}^{p-1}]$$

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} f_1^1 \\ \vdots \\ f_1^{p-1} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$G^{-1}\gamma = [q_1^1 \dots q_1^{p-1} \dots q_i^1 \dots q_i^{p-1} \dots]$$

onde

$$h_j^S = \sigma g_j^S \quad e \quad q_j^S = f_j^S \gamma \quad (3.30)$$

É fácil verificar que a contribuição de um autovalor intraplanta na resposta transitória do sistema é agora

$$y_i(t) = \frac{e^{\lambda_i t}}{\lambda_i} \sum_{j=1}^{p-1} h_i^j q_i^j \quad (3.31)$$

A contribuição sobre  $y(t)$  de um modo intraplanta particular, tal como um MOE, que tem um autovalor associado  $\lambda_i$ , pode ser obtida determinando os autovetores  $g_i^S$  e  $f_i^S$  associados com o modo de interesse e encontrando  $y_i^S(t)$ . A identificação do MOE pode ser feita usando vetores de participação (Castro e outros 1988; Perez-Arriaga e outros, 1982).

Os modos locais são tratados como no caso de duas unidades idênticas, usando, entretanto, a equação (3.16) para determinação dos autovalores e autovetores.

Desde que todos os autovetores generalizados têm a mesma forma dos autovetores associados com autovalores distintos, as linhas de  $G^{-1}$  devem ter a mesma forma dos

autovetores esquerdo generalizados, isto é

$$f_i^S = [0 \quad b_1 V_i^T \quad \dots \quad b_p V_i^T] \quad \text{com } b_1 + \dots + b_p = 0 \quad (3.32)$$

para um modo intraplanta, e

$$f_i^S = [V_0^T \quad V_1^T \quad \dots \quad V_1^T] \quad (3.33)$$

para um modo local, onde  $V_i$  é o autovetor esquerdo de  $A-H$  associado com  $\lambda_i$ , e  $V_0$  e  $V_1$  são obtidos da equação (3.16).

Neste caso, entretanto, desde que os parâmetros dos autovetores generalizados da equação (3.25), que são usados na construção de  $G$ , são selecionados arbitrariamente, a matriz  $G^{-1}$ , geralmente pode somente ser obtida por inversão de matriz.

### 3.5.6 Efeitos dos modos locais sobre os sinais de saída

Considerando os autovetores direitos associados aos modos locais representados pela equação (3.11) e as linhas de  $G^{-1}$  associadas com esses modos representadas pela equação (3.33), a análise matemática de uma usina com  $p$  unidades idênticas é similar àquela desenvolvida para duas unidades idênticas.

Por exemplo, considere um sinal geral definido por  $y = y_k - y_j$ , onde  $y_k$  e  $y_j$  são dois sinais de saída similares das unidades  $k$  e  $j$ , respectivamente. Então

$$h_i = [0 \quad \dots \quad C \quad \dots \quad -C \quad \dots \quad 0] \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \\ \vdots \\ G_1 \end{bmatrix} = 0$$

Portanto, os modos locais não têm efeito sobre o sinal e se  $y$  é usado como um sinal estabilizante, os estabilizadores não afetarão os modos locais. Veja a figura 3.4.

O sinal  $y$  acima é um caso particular de um sinal geral, definido por  $y = r_1 y_1 + r_2 y_2 + \dots + r_p y_p$ , onde  $y_1, y_2, \dots, y_p$  são sinais similares das unidades 1, 2, ..., p, respectivamente. Para este sinal, os modos locais são não observáveis se  $r_1 + r_2 + \dots + r_p = 0$ .

Também, pode-se mostrar que para um sinal de realimentação comum  $y^*$ , se  $u_1 = r_1 F(s)y^*, \dots, u_p = r_p F(s)y^*$ , onde  $F(s)$  é a função de transferência dos estabilizadores idênticos, então os modos locais permanecerão fixos se  $r_1 + \dots + r_p = 0$ .

### 3.5.7 Efeitos dos modos intraplantas sobre os sinais de saída

Para um modo intraplanta, com a contribuição do modo na resposta do sistema definida a partir da equação (3.31) por

$$y_i^s(t) = \frac{e^{\lambda_i t}}{\lambda_i} h_i^s q_i^s,$$

onde  $h_i^s$  e  $q_i^s$  são dados pela equação (3.30), a análise matemática resulta similar àquela desenvolvida para duas unidades idênticas.

Desde que os autovetores diretos generalizados e as linhas de  $G^{-1}$  associadas com os modos intraplantas



satisfazem a equação (3.23), usando as mesmas razões apresentadas para duas unidades idênticas, os resultados seguintes podem ser obtidos:

(i) Para um sinal geral composto da soma de quaisquer  $p$  sinais de saída similares,  $y = y_1 + \dots + y_p$ , das unidades idênticas  $1, 2, \dots, p$ , respectivamente, os modos intraplantas são não observáveis e se existe uma ou mais unidades com estabilizador(es), tendo  $y$  como um sinal de entrada, os modos intraplantas não serão afetados. Veja figura 3.2.

(ii) Para um sinal comum realimentado através de estabilizadores idênticos nas  $p$  unidades idênticas, os modos intraplantas permanecerão fixos. Veja figuras 3.2, 3.3.

Além disto, se o sinal comum é

$$y^* = \sum_{j=1}^p r_j y_j$$

onde  $y_j$ ,  $j = 1, \dots, p$  são sinais similares das  $N$  unidades idênticas e

$$\sum_{j=1}^p r_j = 0$$

então todos os modos permanecerão fixos e os estabilizadores tornam-se completamente sem efeito.

### 3.6 UM EXEMPLO

Uma usina de potência é composta de três unidades idênticas conectadas a um sistema de potência representado por uma unidade equivalente. A figura 3.1 mostra a configuração do sistema, constituído de 6 barras, sendo uma de carga.

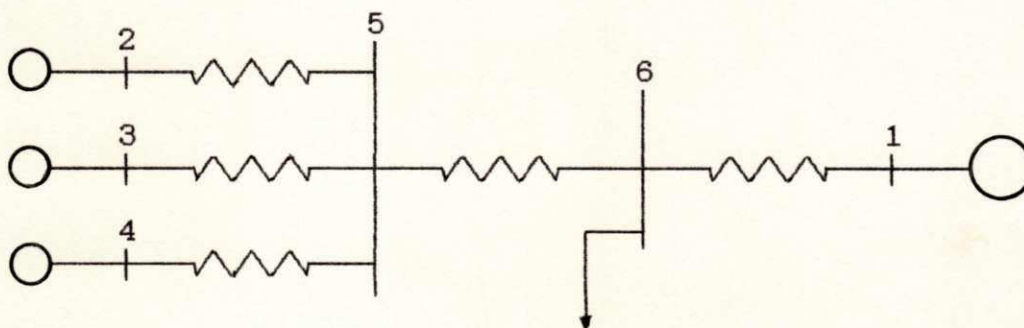


Figura 3.1 - Sistema de potência com três unidades idênticas e uma unidade equivalente

A unidade equivalente é representada pela equação de oscilação, correspondente a uma tensão constante atrás de uma reatância transitória. Os geradores idênticos são representados pelo modelo de dois eixos no qual o estator é representado como uma impedância com reatâncias nos eixos direto e de quadratura. Todas as equações são linearizadas em torno de um ponto de operação conforme técnica descrita no capítulo 2 e utilizando programa computacional.

Os parâmetros das três unidades idênticas, da unidade equivalente, sistemas de excitação e estabilizadores são apresentadas na tabela 3.1. Nas tabelas 3.2 e 3.3 estão os dados das barras e os dados das linhas, respectivamente.

Todos os dados estão em PU na base de 100 MVA e na frequência de 60 Hz.

Os autovalores complexos da matriz  $\bar{A}$  são:

- modo 1:  $-10.482 \pm j16.891$  (local - ML)  
 modo 2:  $0.053 \pm j10.723$  (MOE local - MOEL)  
 modo 3:  $-1.116 \pm j16.621$  (repetido)(MOE intraplanta - MOEI)  
 modo 4:  $-12.687 \pm j7.259$  (repetido)(intraplanta - MI)

Tabela 3.1: Parâmetros dos geradores, sistema de excitação e estabilizadores

Parâmetros	Gerador externo	Geradores idênticos	Unidades
S	-	128.0000	MVA
V	16.5000	13.8000	KV
$\cos\delta$	1.0000	0.8500	-
H	23.6400	3.0100	seg.
$T'_{q0}$	-	0.6000	seg.
$T'_{d0}$	-	5.8900	seg.
$X_d$	-	1.3125	PU
$X_q$	-	1.2578	PU
$X'_d = X'_q$	0.0608	0.1813	PU
$X_l$	-	0.0742	PU
$K_A$	-	200.0000	-
$T_A$	-	0.0500	seg.
$K_d$	0.0027	0.0027	seg.
$T_v$	-	10.0000	seg.
$T_1 = T_3$	-	0.0500	seg.
$T_2 = T_4$	-	0.0050	seg.

Tabela 3.2 - Dados das barras

Barra	Tensão Magnitude	Fase	Geração		Carga	
			MW	MVAr	MW	MVAr
1	1.00	0.00	197.10	81.20	-	-
2=3=4	1.04	11.67	121.00	35.00	-	-
5	1.02	7.98	-	-	-	-
6	0.96	-6.79	-	-	540.00	58.00

Tabela 3.3 - Dados de linha

Da barra	para	Impedância (PU)	Susceptância (PU)
1	6	0.0000 + j0.0576	-
2	5	0.0000 + j0.0586	-
3	5	0.0000 + j0.0586	-
4	5	0.0000 + j0.0586	-
5	6	0.0085 + j0.0720	0.0000 + j0.1490

As figuras 3.2 e 3.3 mostram os lugares das raízes dos autovalores complexos acima com variação no ganho do ESP, para três estabilizadores idênticos com dois diferentes sinais comuns de entrada. É visto que, em ambos os casos, os autovalores intraplantas permanecem fixos. Na figura 3.4, somente a unidade 2 tem estabilizador com  $\omega_2 - \omega_3$  como sinal de entrada. Neste caso, os modos locais permanecem fixos pois estes autovalores são não observáveis para este sinal. A figura 3.5 mostra o caso onde cada unidade tem seu próprio sinal de entrada. Este sinal é o mais comum, onde todos os autovalores podem ser mudados, e em algumas situações pode acontecer que enquanto os estabilizadores amortecem os MOE locais, desestabilizam os modos intraplantas, que não é o caso neste exemplo.

As figuras 3.2-3.5 foram usadas para ilustrar o estudo analítico do controle seletivo dos modos e não para selecionar um sinal de entrada para o estabilizador, embora elas possam ser usadas com este objetivo.

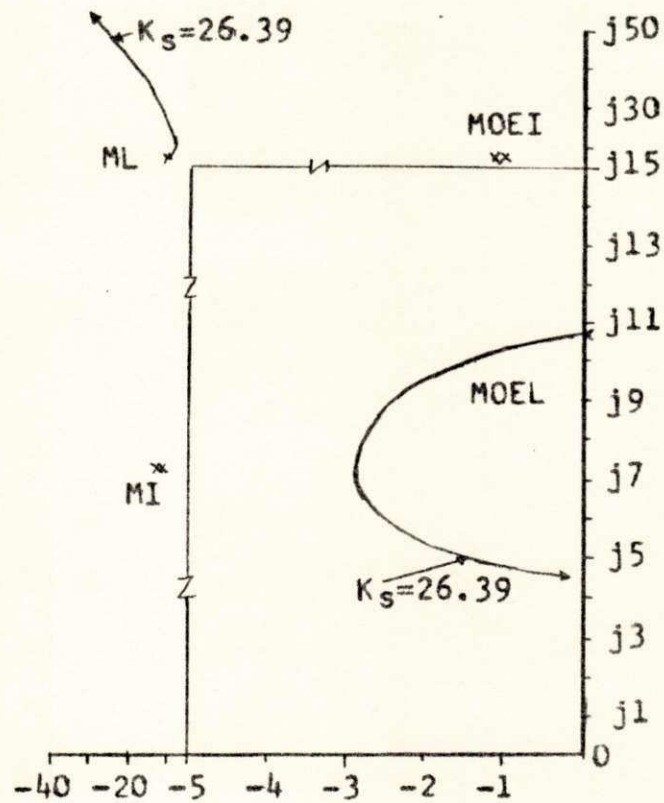


Figura 3.2 - Estabilizadores nas unidades 2,3,4

Sinal de entrada comum =  $\omega_2 + \omega_3 + \omega_4$

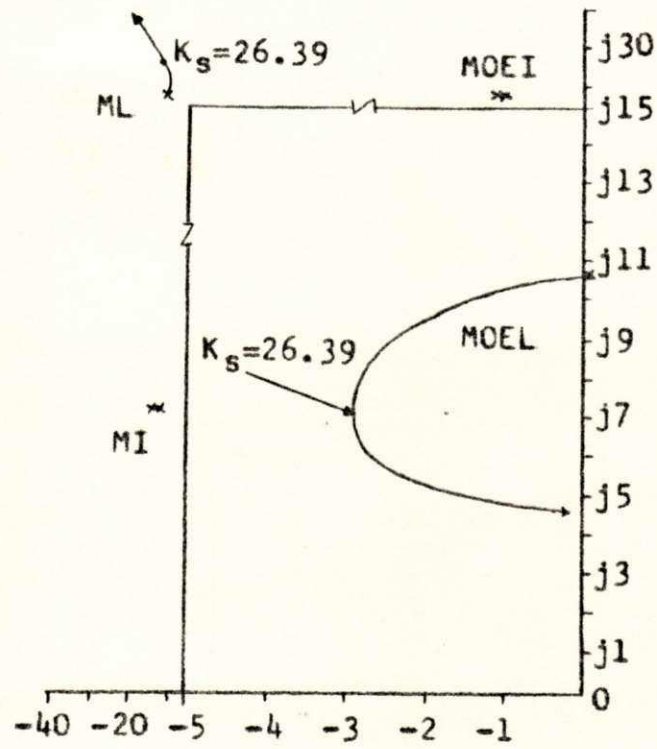


Figura 3.3 - Estabilizadores nas unidades 2,3,4

Sinal de entrada comum =  $\omega_2$

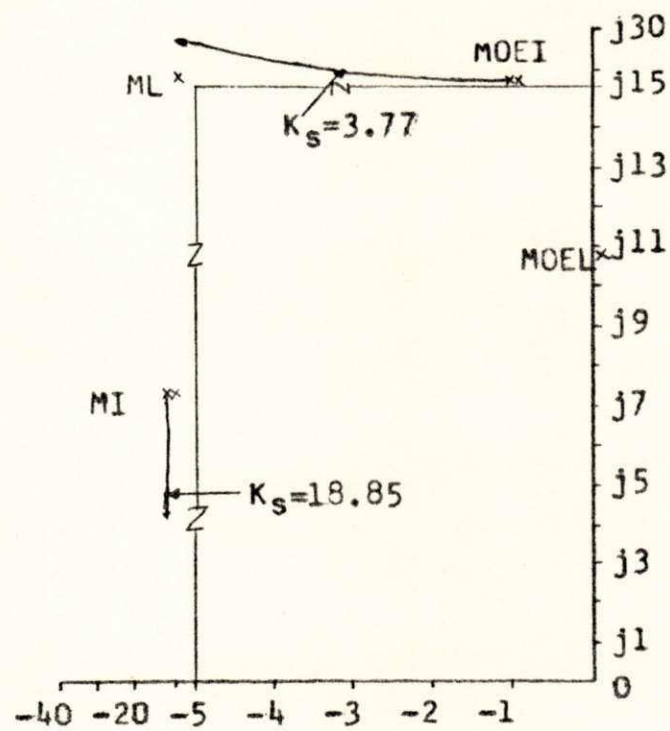


Figura 3.4 - Estabilizador somente na unidade 2

Sinal de entrada =  $\omega_2 - \omega_3$

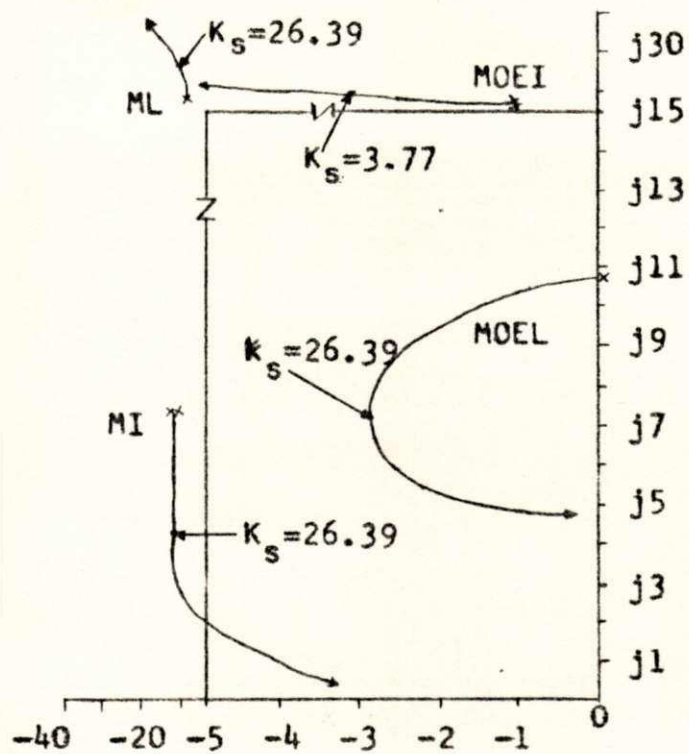


Figura 3.5 - Estabilizadores nas unidades 2,3,4

Sinal de entrada: Unidade 2  $\omega_2$

Unidade 3  $\omega_3$

Unidade 4  $\omega_4$

## 4. MATRIZES DE FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA COM UNIDADES E INTERLIGAÇÕES IDÊNTICAS

### 4.1 INTRODUÇÃO

Um procedimento para construção de matrizes de função de transferência para uma classe de sistemas de potência de grande porte é proposto. O sistema é composto de um número de unidades idênticas e idênticas interligações entre elas e o sistema externo. Explorando a estrutura do sistema e usando técnicas modais desenvolvidas no capítulo anterior, a Matriz de Função de Transferência (MFT) do sistema composto é construída usando somente o modelo de uma unidade e sua interligação com outra unidade. A inversa da matriz modal, que é necessária neste procedimento, é construída usando somente autovetores obtidos do modelo de uma unidade.

### 4.2 PROPRIEDADES MODAIS DO SISTEMA

Considere um sistema composto de  $p$  unidades idênticas com idênticas interligações, conectadas com um sistema de potência externo e linearizado em torno de um ponto de operação, representado pela equação (3.1).

Das equações (3.16) e (3.18), têm-se que o espectro de  $\bar{A}$  satisfaz à seguinte propriedade:



$$\text{spec}(\bar{A}) = \text{spec}(A_1) \cup [{}^p\bar{U} \text{spec}(A_i)]$$

$$\text{onde } A_1 = \begin{bmatrix} A_0 & pH_1 \\ H_2 & A+(p-1)H \end{bmatrix}, \quad A_i = A - H \quad e$$

${}^p\bar{U} \text{spec}(A_i) = \text{spec}(A_i) \cup \text{spec}(A_i) \cup \dots \cup \text{spec}(A_i)$  repetido  $p - 1$  vezes.

Os autovalores de  $A_1$  e  $A_i$  foram definidos como autovalores locais e intraplantas, respectivamente. Os autovetores associados com os modos locais têm como estrutura:

$$\begin{aligned} g_i &= [ G_0^T \quad G_1^T \quad \dots \quad G_i^T ]^T && (\text{autovetores direitos}) \\ v_i &= [ V_0^T \quad V_1^T \quad \dots \quad V_i^T ]^T && (\text{autovetores esquerdos}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

e os autovetores associados com os modos intraplantas têm como estrutura:

$$\begin{aligned} g_i &= [ 0 \quad \alpha_1 G_1^T \quad \dots \quad \alpha_p G_i^T ]^T && (\text{autovetores direitos}) \\ v_i &= [ 0 \quad \beta_1 V_1^T \quad \dots \quad \beta_p V_i^T ]^T && (\text{autovetores esquerdos}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

com  $\alpha_1 + \dots + \alpha_p = 0$  (não todos nulos) e  $\beta_1 + \dots + \beta_p = 0$  (não todos nulos), e  $(.)^T$  denota transposição.

Os vetores  $G_0$ ,  $G_1$ , e  $G_i$  são determinados, respectivamente, das equações (3.16) e (3.18).

Similarmente, os vetores  $V_0$ ,  $V_1$ , e  $V_i$  são determinados usando

$$\begin{bmatrix} A_0^T & pH_2^T \\ H_1^T & A^T+(p-1)H^T \end{bmatrix} \quad e \quad A_i^T.$$

Quando não existe sistema externo, a equação (3.16) é

reduzida para  $[A+(p-1)H]G_i = \lambda_i G_i$ .

Dá seção 3.5.3, para cada autovetor  $G_i$  associado com um autovalor  $\lambda_i$  em  $A_i$ , a seguinte cadeia de autovetores generalizados de  $\bar{A}$  é construída (Castro, 1990):

$$g_i^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ G_i \\ -G_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g_i^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ G_i \\ 0 \\ -G_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dots, \quad g_i^{p-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ G_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -G_i \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

#### 4.3 CONSTRUÇÃO DA MATRIZ DE FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA (MFT)

Sabe-se que a MFT do sistema (3.1) é

$$T(s) = \bar{C} (sI - \bar{A})^{-1} \bar{B} + \bar{D} \quad (4.4)$$

Da equação (3.27), pode-se definir qualquer função no espectro de  $\bar{A}$  (Chen 1984) na forma

$$f(\Lambda) = G^{-1} f(\bar{A}) G$$

onde  $G$  é a matriz cujas colunas são os autovetores direitos de  $\bar{A}$ .

Então, para  $f(\bar{A}) = (sI - \bar{A})^{-1}$ , tem-se

$$(sI - \Lambda)^{-1} = G^{-1} (sI - \bar{A})^{-1} G \quad (4.5)$$

logo

$$(sI - \bar{A})^{-1} = G (sI - \Lambda)^{-1} G^{-1} \quad (4.6)$$

Substituindo a equação (4.6) na equação (4.4), resulta

$$T(s) = \bar{C} G (sI - A)^{-1} G^{-1} \bar{B} + \bar{D} \quad (4.7)$$

Portanto, para a construção de  $T(s)$ ,  $G^{-1}$  e  $A$  devem ser determinados.

#### 4.3.1 Determinação de $G^{-1}$

É inicialmente considerado que os autovetores de  $A_i$  são distintos. Por conveniência, a matriz  $G$  é representada na seguinte forma:

$$G = \begin{bmatrix} Q_0 & S_0 & 0 & \dots & 0 \\ Q_1 & Q_2 & P_1^1 & \dots & P_1^{n_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Q_p & Q_2 & P_p^1 & \dots & P_p^{n_p} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

onde as primeiras  $n_0+n_1$  colunas são os autovetores associados com os modos locais e  $P_1^j \dots P_p^j$ ,  $j = 1, \dots, n_1$  são os blocos formados com autovetores associados com os modos intraplantas na forma da equação (4.3). É evidente que  $P_1^j + \dots + P_p^j = 0$ ,  $j = 1, \dots, n_1$ .

Sabe-se, que para uma matriz com autovalores distintos,  $G^{-1} = V^T$ , onde  $V^T$  é uma matriz cujas linhas são os autovetores esquerdos tais que  $v_j^T g_j = 1$  para cada  $j$ . Isto sugere o seguinte Teorema para  $\bar{A}$ .

**Teorema 4.1:** Considerando que a matriz  $G$  é construída com autovetores intraplantas na forma da equação (4.3), sua inversa é

$$Z = \begin{bmatrix} f_0^1 & f_1 & f_1 & \dots & f_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ f_0^{n_0+n_1} & f_{n_0+n_1} & f_{n_0+n_1} & \dots & f_{n_0+n_1} \\ 0 & W_1 & -(p-1)W_1 & \dots & W_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & W_1 & W_1 & \dots & -(p-1)W_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & W_{n_1} & W_{n_1} & \dots & -(p-1)W_{n_1} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

onde  $f_0^1 = (V_0^1)^T / \gamma_1$ ,  $f_1 = V_1^T / \gamma_1$  com  $\gamma_1 = v_1^T g_1$ ,  
 $1 = 1, \dots, n_0+n_1$  e  $W_i = V_i^T / \gamma_i$  com  $\gamma_i = pV_i^T G_i$ ,  $i = 1, \dots, n_1$ .

*Prova:* Por multiplicação direta, é visto que  $ZG = I$ , logo,  
 $Z = G^{-1}$ .

O Teorema 4.1 mostra que a matriz  $G^{-1}$  é construída usando somente autovetores direitos e esquerdos das matrizes de ordem reduzida  $A_1$  e  $A_i$ . A matriz  $G^{-1}$  da equação (4.9) é usada na seguinte forma

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} F_0 & F_1 & F_1 & \dots & F_1 \\ N_0 & F_2 & F_2 & \dots & F_2 \\ 0 & R_1^1 & R_1^2 & \dots & R_1^p \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & R_{n_1}^1 & R_{n_1}^2 & \dots & R_{n_1}^p \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

onde  $R_1^1 + \dots + R_1^p = 0$ ,  $j = 1, \dots, n_1$ ,  $F_0 \in C^{n_0 \times n_0}$ ,  $N_0 \in C^{n_1 \times n_0}$ ,  $F_1 \in C^{n_0 \times n_1}$ ,  $F_2 \in C^{n_1 \times n_1}$  e  $R_i^j \in C^{(p-1) \times n_1}$ .

#### 4.3.2 A forma de Jordan $\bar{A}$

Da Seção 3.5.4, a forma de Jordan de  $\bar{A}$  é  $\Lambda =$  bloco  $\text{diag}(\Lambda_0, \Lambda_1, \Lambda_1, \dots, \Lambda_{n_1})$ , onde bloco  $\text{diag}(\Lambda_0, \Lambda_1)$  é o bloco de Jordan de  $A_1$  e  $\Lambda_i = \text{diag}(\lambda_i, \dots, \lambda_i)$ ,  $i = 1, \dots, n_1$ , são os blocos associados com os autovalores de  $A_i$ .

Os resultados seguintes são observados por multiplicação direta dos blocos de  $G$  e  $G^{-1}$ :

Para cada  $j = 1, \dots, n_1$

$$P_i^j R_j^i = \text{Constante} \quad (i = 1, \dots, p) \quad (4.11a)$$

e para cada  $k = 1, \dots, n_1$

$$P_i^k R_k^j = \text{Constante} \quad (i \neq j = 1, \dots, p) \quad (4.11b)$$

#### 4.3.3 Construção da matriz resolvente

Da equação (4.7), obtém-se a matriz, definida por matriz resolvente de  $\bar{A}$  (D'Azzo, 1975), ou seja

$$(sI - \bar{A})^{-1} = G (sI - \Lambda)^{-1} G^{-1}$$

e da forma de Jordan de  $\bar{A}$ ,

$$(sI - \Lambda)^{-1} = \text{bloco diag} (\delta_0, \delta_1, \delta_1, \dots, \delta_{n_1})$$

onde

$$\delta_0 = (sI_{n_0} - \Lambda_{10})^{-1}$$

$$\delta_1 = (sI_{n_1} - \Lambda_1)^{-1} \quad e$$

$$\delta_i = \text{diag}(1/(s-\lambda_i), \dots, 1/(s-\lambda_i)), \quad i = 1, \dots, n_1$$

Destes resultados, a matriz resolvente é obtida na seguinte forma

$$(sI - \bar{A})^{-1} = \begin{bmatrix} M_0 & M_1 & \dots & M_1 \\ M_2 & J_0 + \sum_{i=1}^{n_1} P_1^i \delta_i R_i^1 & \dots & J_0 + \sum_{i=1}^{n_1} P_1^i \delta_i R_i^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_2 & J_0 + \sum_{i=1}^{n_1} P_p^i \delta_i R_i^1 & \dots & J_0 + \sum_{i=1}^{n_1} P_p^i \delta_i R_i^N \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

onde  $M_0 = Q_0 \delta_{10} F_0 + S_0 \delta_{11} N_0$ ,  $M_1 = Q_0 \delta_{01} F_1 + S_0 \delta_{11} F_2$ ,  $M_2 = Q_1 \delta_{10} F_0 + Q_2 \delta_{11} N_0$  e  $J_0 = Q_1 \delta_{10} F_1 + Q_2 \delta_{11} F_2$ .

#### 4.3.4 Construção da MFT

Usando as propriedades das equações (4.11) é visto que, exceto para  $M_0$ , todos os outros blocos da diagonal principal da equação (4.12) são iguais, e que os blocos fora da diagonal principal e associados com os modos intraplantas são simetricamente iguais, isto é

$$J_0 + \sum_{i=1}^{n_1} P_j^i \delta_i R_i^k = J_0 + \sum_{i=1}^{n_1} P_k^i \delta_i R_i^j$$

Então, da equação (4.7), a MFT do sistema composto resulta

$$T(s) = \begin{bmatrix} t_1(s) & t_2(s) & \dots & t_2(s) \\ t_2(s) & t_1(s) & \dots & t_2(s) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ t_2(s) & t_2(s) & \dots & t_1(s) \end{bmatrix} + \bar{D} \quad (4.13)$$

onde

$$t_1(s) = C \left[ J_0 + \sum_{i=1}^{n_1} \frac{1}{(s-\lambda_i)^{p-1}} P_1^i R_i^1 \right] B \quad e$$

$$t_2(s) = C \left[ J_0 + \sum_{i=1}^{n_1} \frac{1}{(s-\lambda_i)^{p-1}} P_1^i R_i^2 \right] B$$

As matrizes C e B são definidas na equação (3.1).

## 4.4 EXEMPLO

Neste exemplo a MFT será construída para um sistema de potência constituído de uma usina com 4 máquinas iguais interligadas com o sistema externo, representado por uma máquina equivalente e uma usina com uma outra máquina cuja capacidade é de 350.5 MVA, conforme a figura 4.1. A máquina equivalente é representada pela equação de oscilação enquanto que as demais máquinas são representadas pelo modelo de dois eixos. Todos os dados encontram-se nas tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e foram obtidos na frequência de 60 Hz e base de 100 MVA.

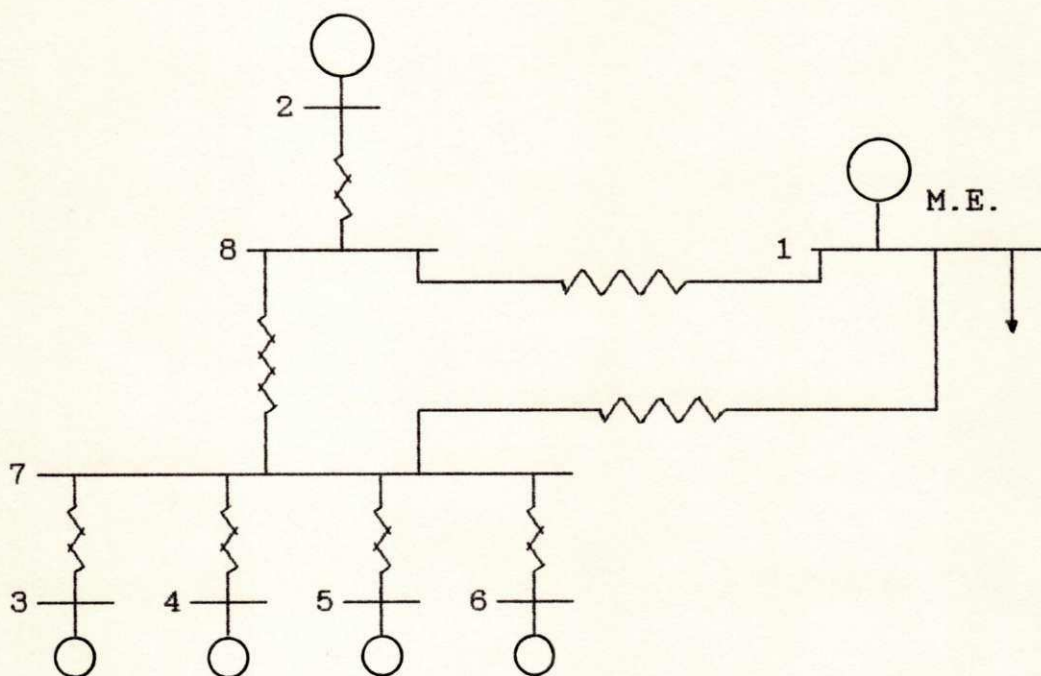


Figura 4.1 - Sistema de potência

Tabela 4.1 - Dados das barras

Barra	Tensão Magnitude	Fase	Geração		Carga	
			MW	MVar	MW	MVar
1	1.00	0°	-	243.30	1033.00	-
2	1.00	30.14	333.00	88.10	-	-
3	1.00	24.81	175.00	38.95	-	-
4	1.00	24.81	175.00	38.95	-	-
5	1.00	24.81	175.00	38.95	-	-
6	1.00	24.81	175.00	38.95	-	-
7	0.98	17.75	-	-	-	-
8	0.97	21.62	-	-	-	-

Tabela 4.2 - Dados de Linha

Da barra	Para barra	Impedância (PU)
1	7	0. + j0.0421
1	8	0. + j0.1111
2	8	0. + j0.0433
3	7	0. + j0.0689
4	7	0. + j0.0689
5	7	0. + j0.0689
6	7	0. + j0.0689
7	8	0. + j0.6241



Tabela 4.3 - Dados dos Geradores

Parâmetros	Gerador 1	Gerador 2	Geradores 3,4,5,6	Unidade
S	-	350.5000	194.5000	MVA
$X_d = X_q$	-	0.0856	0.1824	PU
$X_l$	-	-	0.0647	PU
$X_q$	-	0.1663	0.3293	PU
$X_d$	-	0.2482	0.6588	PU
H	350.0000	14.3215	6.5793	seg.
$T_{d0}$	-	10.0000	8.8100	seg.
$T_{q0}$	-	0.0010	0.0010	seg.
$K_d$	100.0000	14.2129	8.8817	PU
$K_A$	-	250.0000	22.5000	-
$T_A$	-	0.0210	0.0500	seg.

A partir destes dados a linearização foi realizada e foram obtidas as matrizes  $A_l$  e  $A_i$  cujos respectivos autovalores são

Local	Intraplanta
$-24.254 \pm j10.350$	$-0.329 \pm j9.288$
$-0.179 \pm j 7.409$	-1584.542
$0.115 \pm j 7.310$	-19.522
-1344.759	-0.996
-1373.751	
-18.573	
-1.920	
-0.191	

sabendo-se que os autovalores intraplantas são repetidos com multiplicidade 3. Com estes autovalores, foram determinados os autovetores direitos e esquerdos de  $A_l$  e  $A_i$ , obtendo-se as matrizes modais  $G$  e  $G^{-1}$  na forma das

equações (4.8) e (4.10).

Os blocos de matrizes C, B e D do sistema composto são dados por

$$C = [ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 ] , \quad B = [ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 450 ]^T , \quad D = [ 0 ]$$

Da equação (4.13), obtêm-se

$$C J_o B = \frac{0.0018s + 0.0437}{s^2 + 48.51s + 695.38} + \frac{0.612s - 33.764}{s^2 + 0.359s + 54.928} -$$

$$\frac{0.045s + 0.395}{s^2 - 0.223s + 53.448} - \frac{0.569}{s + 18.573} + \frac{1.396}{s + 1.198} - \frac{0.009}{s + 0.191}$$

Então

$$T_1(s) = C J_o B - \frac{5.661}{s + 19.532} + \frac{1.508}{s + 0.997} +$$

$$\frac{4.18s^3 - 315.6s^2 - 1291.89s + 8804.41}{s^6 + 1.97s^5 + 260.43s^4 + 340.89s^3 + 22495.02s^2 + 14710.19s + 644465.14}$$

$$T_2(s) = C J_o B - \frac{1.880}{s + 19.325} + \frac{0.502}{s + 0.997} +$$

$$\frac{1.39s^3 - 105.19s^2 - 430.630s + 2934.32}{s^6 + 1.97s^5 + 260.43s^4 + 340.89s^3 + 22495.02s^2 + 14710.19s + 644465.14}$$

#### 4.5 EXTENSÃO DAS ANÁLISES PARA SISTEMAS DE POTÊNCIA COM AUTOVALORES REPETIDOS EM $A_i = A - H$

Se alguns autovalores de  $A_i$  são repetidos, seus autovetores associados formam cadeias de autovetores generalizados (Chen, 1984; Castro, 1990). Se para um autovalor repetido de  $A_i$ ,  $\lambda_i$ , tem-se  $\text{Posto}(A_i - \lambda_i I) = r$ ,



$$G^{-1} = \left[ \begin{array}{cccccc} f_0^1 & f_1 & f_1 & \dots & f_1 \\ f_0^{n_0+n_1} & f_{n_0+n_1} & f_{n_0+n_1} & \dots & f_{n_0+n_1} \\ 0 & W_1^j & -(p-1)W_1^j & \dots & W_1^j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & W_1^1 & -(p-1)W_1^1 & \dots & W_1^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & W_1^j & W_1^j & \dots & -(p-1)W_1^j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & W_1^1 & W_1^1 & \dots & -(p-1)W_1^1 \\ \hline & & & & \text{outras cadeias} \\ \hline & & & & \text{linhas associadas com autovalores} \\ & & & & \text{distintos em } A_i \end{array} \right]$$

onde  $W_1^K = (V_1^K)^T / \gamma_K$  com  $\gamma_K = N(V_1^K)^T G_1^{j-K+1}$ .

Então, as matrizes  $G$  e  $G^{-1}$  são apresentadas nas formas das equações (4.8) e (4.10), respectivamente, mas com diferentes números de blocos de diferentes dimensões. Os blocos de  $G$  têm o mesmo número de linhas e os blocos de  $G^{-1}$  têm o mesmo número de colunas como antes, mas os blocos associados com autovalores repetidos em  $A_i$  com uma cadeia de autovetores de grau  $j > 1$  têm  $j$  colunas em  $G$  e  $j$  linhas em  $G^{-1}$ .

#### 4.5.2 A forma de Jordan e a matriz resolvente

A forma de Jordan da matriz  $\bar{A}$ , neste caso especial, é  $\Lambda = \text{bloco diag}(\Lambda_{10}, \Lambda_1, \Lambda_1 \dots \Lambda_1 \dots \Lambda_i \dots)$ , onde

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_1 \end{bmatrix} \quad \text{se } j > 1 \quad (p-1) \text{ vezes}$$

e  $\Lambda_i = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_1)$  se  $j = 1$  (somente um bloco).

A matriz resolvente é similar àquela descrita pela equação (4.12), exceto que o somatório será realizado para um número diferente de blocos.

#### 4.5.3 A matriz de função de transferência

O somatório da matriz resolvente obedece às propriedades seguintes, onde  $\delta_i = (sI - \Lambda_i)^{-1}$ :

$$\text{Para cada } j, \quad \sum_{i=1}^{n_b} P_j^i \delta_i R_i^j = \text{constante}$$

$$\text{Para cada par } i \text{ e } j \text{ (} i \neq j \text{)}, \quad \sum_{k=1}^{n_b} P_i^k \delta_k R_k^j = \text{constante}$$

onde  $n_b$  é o número de blocos associados com os autovalores intraplantas em uma linha de  $G$  e em uma coluna de  $G^{-1}$ .

Usando estas propriedades e a equação (4.7) a MFT do sistema resulta na forma da equação (4.13), onde, agora

$$t_1(s) = C \left( J_0 + \sum_{i=1}^{n_b} P_1^i \delta_i R_i^1 \right) B \quad \text{e}$$

$$t_2(s) = C \left( J_0 + \sum_{i=1}^{n_b} P_1^i \delta_i R_i^2 \right) B$$

## 5. ANÁLISE MODAL E CONTROLE SELETIVO DE MODOS EM SISTEMAS COM GRUPOS DE UNIDADES IDÊNTICAS

### 5.1 INTRODUÇÃO

O problema da determinação de autovalores e autovetores de sistemas com grupos de unidades idênticas e interligações simétricas usando matrizes de ordem reduzida é discutido. É visto que neste caso existem somente três categorias de modos, satisfazendo distintas propriedades. Os efeitos de sinais de entrada na participação de uma dada categoria de modos na resposta do sistema são observados.

Um estudo de análise modal e controle seletivo é realizado para sistemas lineares com multigrupos de unidades idênticas. Novos resultados estruturais são obtidos e o problema do controle seletivo é estudado usando modelos de ordem reduzida, retendo somente as categorias de modos de interesse. Um modelo de ordem reduzida é determinado para cada categoria de modos e cada modelo reduzido é um tipo especial de modelo agregado. Entretanto, os controladores resultantes não são complexos.

Estes resultados permitem o projeto de controladores para o controle seletivo de uma dada categoria de modos usando o modelo modal de ordem reduzida correspondente.



sistemas mais complexos com grupos de unidades idênticas. O SDGI a ser estudado é representado pela equação (5.1), sem o sistema externo.

$$\bar{X} = [ X_1^T \dots X_p^T \dots X_{2p}^T ]^T \quad e \quad X_j \in R^n, \quad j= 1,2,\dots,2p$$

$$A_1 = A_2 = A, \quad H_1 = H_2 = H \quad e \quad P_1 = P_2 = \begin{bmatrix} J & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J & J & \dots & J \end{bmatrix}$$

$A, H, J \in R^{n \times n}$  e cada grupo tem  $p$  unidades

$$\bar{B} = \text{bloco diag}(B, \dots, B, B, \dots, B) \quad e$$

$$\bar{C} = \text{bloco diag}(C, \dots, C, C, \dots, C)$$

### 5.3.1 O problema de autovalores para o SDGI

Sabe-se que cada componente de um autovetor representa a atividade de uma variável de estado sobre o modo associado e vice-versa (Perez-Arriaga e outros, 1982). Devido à estrutura especial do sistema, heurísticamente pode-se concluir que para alguns modos os autovetores associados devem ter a seguinte forma:

$$g_{IL} = [ G_1^T \dots G_1^T ; L_1^T \dots L_1^T ]^T \quad (\text{autovetores direitos}) \quad (5.2a)$$

$$v_{IL} = [ V_1^T \dots V_1^T ; M_1^T \dots M_1^T ]^T \quad (\text{autovetores esquerdos}) \quad (5.2b)$$

O problema de autovalores para estes modos é:

$$(\bar{A} - \lambda_{IL} I) g_{IL} = 0 \quad (5.3)$$

que pode ser reduzido para

$$\begin{bmatrix} A + (p-1)H - \lambda_{IL} I & pJ \\ pJ & A + (p-1)H - \lambda_{IL} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ L_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.4)$$



Então, existem  $2n$  desses autovalores para qualquer número de unidades em cada grupo.

Se  $\lambda_{IL}$  é um autovalor da equação (5.3), então

$$\det \begin{bmatrix} A + (p-1)H - \lambda_{IL}I & pJ \\ pJ & A + (p-1)H - \lambda_{IL}I \end{bmatrix} = 0$$

que pode ser reduzido através da soma das colunas e subtração das linhas, para a forma

$$\det \begin{bmatrix} A + (p-1)H + pJ - \lambda_{IL}I & pJ \\ 0 & A + (p-1)H - pJ - \lambda_{IL}I \end{bmatrix} = 0$$

Então

$$\det[A + (p-1)H + pJ - \lambda_{IL}I] = 0 \quad (5.5)$$

e

$$\det[A + (p-1)H - pJ - \lambda_{IL}I] = 0 \quad (5.6)$$

Usando a equação (5.3) ou (5.4), é verificado que para autovalores satisfazendo a equação (5.5), os autovetores resultam

$$G_1 = L_1 \quad (5.7a)$$

$$V_1 = M_1 \quad (5.7b)$$

e para autovalores satisfazendo a equação (5.6), os autovetores resultam

$$G_1 = -L_1 \quad (5.8a)$$

$$V_1 = -M_1 \quad (5.8b)$$

Os modos que satisfazem as equações (5.5) e (5.7) são chamados "modos locais" e aqueles que satisfazem as

equações (5.6) e (5.8) são chamados "modos de interligação" que são devidos à resposta de um grupo oscilando contra o outro grupo.

Portanto, os problemas de autovalores para modos locais e de interligação são completamente resolvidos usando as equações matriciais de ordem reduzida

$$[A + (p-1)H + pJ] G_1 = \lambda_1 G_1 \quad (\text{para modos locais})$$

e

$$[A + (p-1)H - pJ] G_1 = \lambda_1 G_1 \quad (\text{para modos de interligação})$$

Existem ainda  $2(p-1)n$  autovalores a serem determinados. Para estes modos restantes o problema de autovalores é formulado com autovetores na forma geral, isto é

$$(\bar{A} - \lambda_i I) [G_1^T \dots G_p^T \quad L_1^T \dots L_p^T]^T = 0 \quad (5.9)$$

Somando as  $p$  primeiras equações matriciais e as  $p$  últimas equações de (5.9), resulta

$$\begin{bmatrix} A+(p-1)H-\lambda_i I & pJ \\ pJ & A+(p-1)H-\lambda_i I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 + G_2 + \dots + G_p \\ L_1 + L_2 + \dots + L_p \end{bmatrix} = 0$$

Uma solução para o problema, que é única se o conjunto de autovalores da equação (5.9) e o conjunto de autovalores da equação (5.4) são disjuntos, é então

$$G_1 + G_2 + \dots + G_p = 0 \quad (5.10a)$$

$$L_1 + L_2 + \dots + L_p = 0 \quad (5.10b)$$

Então, utilizando uma linha da equação (5.9) e as equações (5.10), o problema de autovalores dos modos intraplantas é reduzido a

$$(A - H - \lambda_i I) G_i = 0 \quad (5.11a)$$

$$e \quad (A - H - \lambda_i I) L_i = 0 \quad (5.11b)$$

Os modos que satisfazem as equações (5.10) e (5.11) são chamados "modos intraplantas", que não dependem do número de unidades de cada grupo.

Desde que todas as possíveis situações foram consideradas, isto é: 1. as componentes vetoriais de um grupo são iguais e 2. as componentes vetoriais  $G_i$  são gerais, podemos concluir que o sistema tem somente modos locais, de interligação e intraplantas. Entretanto, da equação (5.11), somente  $n$  autovalores são obtidos, logo cada autovalor intraplanta deve ser repetido com multiplicidade  $2(p-1)$ .

### 5.3.2 Determinação de autovetores intraplantas de um SDGI

Desde que os autovalores intraplantas são repetidos, seus autovetores associados aparecem em cadeias e são chamados "autovetores generalizados" (Chen, 1984). Os teoremas seguintes apresentam uma visão geral do procedimento para determinação de autovetores de um SDGI, usando matrizes de ordem reduzida.

Teorema 5.1. Seja a matriz  $(\bar{A} - \lambda I)^k$  definida por

$$\bar{A}_k = (\bar{A} - \lambda I)^k \triangleq \begin{bmatrix} A_k & H_k & \dots & H_k & J_k & \dots & J_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_k & \dots & \dots & J_k & H_k & \dots & A_k \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Então,  $A_k - H_k = (A - H - \lambda I)^k$

Prova. Considerando primeiro a multiplicação de  $(\bar{A} - \lambda I)$  por ele mesmo, obtem-se  $A_2 - H_2 = (A - H - \lambda I)^2$ . A seguir, considerando a multiplicação de  $\bar{A}_j$  por  $\bar{A} - \lambda I$ , é definido por

$$\bar{A}_j (\bar{A} - \lambda I) \triangleq \begin{bmatrix} A_{j+1} & H_{j+1} & \dots & H_{j+1} & J_{j+1} & \dots & J_{j+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{j+1} & \dots & \dots & J_{j+1} & H_{j+1} & \dots & A_{j+1} \end{bmatrix}$$

obtem-se

$$A_{j+1} - H_{j+1} = (A_j - H_j)(A - H - \lambda I)$$

Desde que isto é válido para qualquer  $j$ , o teorema é provado por indução.

Teorema 5.2. Seja  $\lambda_i$  um autovalor repetido de  $A - H$  e seja  $G^j$  um autovetor generalizado associado com  $\lambda_i$  de grau  $j$ . Então

$$g = [ a_1(G^j)^T \dots a_p(G^j)^T \quad b_1(G^j)^T \dots b_p(G^j)^T ]^T$$

com

$$a_1 + \dots + a_p = 0 \quad e \quad b_1 + \dots + b_p = 0$$

não todos nulos, é um autovetor generalizado de grau  $j$  de  $\bar{A}$ .

Prova. Considere

$$P \triangleq [ p_1^T \ p_2^T \ \dots \ p_{2p}^T ]^T = (\bar{A} - \lambda_i I)^j g$$

Então, do teorema 5.1 e da definição de autovetores generalizados, temos:

$$p_1 = a_1 A_j G^j + (a_2 + \dots + a_p) H_j G^j + (b_1 + \dots + b_p) J_j G^j$$

$$p_1 = a_1 (A - H - \lambda_i I)^j G^j = 0$$

$$\text{Similarmente, } p_2 = \dots = p_{2p} = 0$$

Então,

$$(\bar{A} - \lambda_i I)^j g = 0 \quad (5.13)$$

Agora, considere

$$R \triangleq [ r_1^T \ r_2^T \ \dots \ r_{2p}^T ]^T = (\bar{A} - \lambda_i I)^{j-1} g$$

$$\text{Então, } r_s = a_s(A_{j-1} - H_{j-1})G^j$$

$$\text{e } r_{s+p} = b_s(A_{j-1} - H_{j-1})G^j \quad \text{para } s = 1, \dots, p$$

Desde que  $a_1, \dots, a_p, b_1, \dots, b_p$  não são todos nulos, podemos concluir que

$$(\bar{A} - \lambda_i I)^{j-1} g \neq 0 \quad (5.14)$$

Das equações (5.13) e (5.14) conclui-se que  $g$  é um autovetor generalizado de grau  $j$  de  $\bar{A}$ .

**Teorema 5.3.** Seja  $G^j$  um autovetor generalizado de grau  $j$  de  $A-H$  associado com  $\lambda_i$  e seja

$$g_i^j = [ a_1 (G^j)^T \ \dots \ a_p (G^j)^T \ \dots \ a_{2p} (G^j)^T ]^T$$

com

$$a_1 + \dots + a_p = 0 \quad \text{e} \quad a_{p+1} + \dots + a_{2p} = 0$$

não todos nulos, um autovetor generalizado de grau  $j$  de  $\bar{A}$  associado com  $\lambda_i$ . Então

$$g_i^{j-1} = \begin{bmatrix} a_1 (A-H-\lambda_i I)G^j \\ \vdots \\ a_p (A-H-\lambda_i I)G^j \\ \vdots \\ a_{2p} (A-H-\lambda_i I)G^j \end{bmatrix}$$

Prova. Por definição

$$g_i^{j-1} \stackrel{\Delta}{=} [ (G_1^{j-1})^T \dots (G_{2p}^{j-1})^T ]^T = (\bar{A} - \lambda_i I) g_i^j$$

Então,

$$\begin{aligned} G_1^{j-1} &= a_1(A - \lambda_i I)G^j + (a_2 + \dots + a_p)HG^j \\ &= a_1(A - H - \lambda_i I)G^j \end{aligned}$$

Similarmente,

$$G_s^{j-1} = a_s(A - H - \lambda_i I)G^j, \quad \text{para } s = 2, \dots, 2p$$

### Corolário 5.1

Seja  $\lambda_i$  um autovalor distinto de  $A-H$ . Se  $G$  é um autovetor de  $A-H$ , associado com  $\lambda_i$ , então os  $2(p-1)$  vetores linearmente independentes

$$g_1 = \begin{bmatrix} a_1 G \\ \vdots \\ a_{2p} G \end{bmatrix} \dots \dots \dots g_{2(p-1)} = \begin{bmatrix} s_1 G \\ \vdots \\ s_{2p} G \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

com  $a_1 + \dots + a_p = 0$ ,  $a_{p+1} + \dots + a_{2p} = 0 \dots \dots$

$\dots s_1 + \dots + s_p = 0$ ,  $s_{p+1} + \dots + s_{2p} = 0$

não todos nulos, formam um conjunto completo de autovetores generalizados de  $\bar{A}$  associados com  $\lambda_i$ .

Prova. Do teorema, qualquer cadeia de autovetores generalizados de  $\bar{A}$  associados com um autovalor distinto  $\lambda_i$  de  $A-H$  tem grau um. Entretanto, considerando que existem  $2(p-1)$  autovetores de  $\bar{A}$  associados com  $\lambda_i$  e observando que qualquer vetor  $g_j$  da equação (5.16) é uma solução para  $(\bar{A} -$

$\lambda_i I)g_j = 0$  e sabendo-se que os autovetores generalizados associados com  $\lambda_i$  são linearmente independentes (Chen, 1984), concluímos que os vetores dados pela equação (5.16) são autovetores generalizados de  $\bar{A}$  associados com  $\lambda_i$ .

### Corolário 5.2

Se  $\lambda_i$  é um autovalor repetido de (A-H), então, para cada autovetor generalizado de (A-H) resultam  $2(p-1)$  autovetores generalizados de  $\bar{A}$ .

A prova é desnecessária desde que é evidente que qualquer autovetor de (A-H) resulta em  $2(p-1)$  autovetores de  $\bar{A}$ .

### 5.3.3 Equivalentes modais e controle seletivo de modos em um SDGI

Sabe-se (Macfarlane, 1977) que a resposta do sistema, para condições iniciais nulas, pode ser representada por

$$y(t) = \bar{C}G \int_0^t e^{\Lambda(t-\zeta)} G^{-1} \bar{B} u(\zeta) d\zeta$$

onde  $G$  é a matriz cujas colunas são os autovetores associados com os autovalores de  $\bar{A}$ .  $\Lambda = \text{bloco diag}(\Psi_1, \Psi_2, \dots)$ , onde  $\Psi_j = \lambda_j$  para autovalores locais e de interligação distintos e autovalores intraplantas que não são repetidos em (A-H), e

$$\Psi_j = \begin{bmatrix} \lambda_j & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_j & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_j \end{bmatrix}$$

nos outros casos.

As linhas de  $G^{-1}$  associadas com um certo modo, multiplicada por  $\bar{B}$ , são usadas para analisar a controlabilidade de um modo (Macfarlane, 1977) e para verificar como um modo pode ser afetado por um dado vetor de entradas.

Sabe-se (ver seção 3.5.5) que as linhas de  $G^{-1}$  estão na forma de autovetores, satisfazendo as equações (5.7), (5.8) ou (5.10), isto é, se  $f$  é uma linha de  $G^{-1}$ , então

$$f_l = [ F_1 \quad F_1 \quad \dots \quad F_1 ] \text{ para modos locais,}$$

$f_r = [ F_2 \quad \dots \quad F_2 \quad ; \quad -F_2 \quad \dots \quad -F_2 ]$  para modos de interligação e

$f_i = [ a_1 F \quad \dots \quad a_p F \quad ; \quad b_1 F \quad \dots \quad b_p F ]$ , com  $a_1 + \dots + a_p = 0$ ,  $b_1 + \dots + b_p = 0$  não todos nulos, para modos intraplantas. Preferiu-se usar uma nova notação porque neste caso, geralmente as linhas de  $G^{-1}$  não podem ser construídas diretamente dos autovetores esquerdos.

Considerando um vetor de entrada tal que  $u_1 = \dots = u_{2p} \stackrel{\Delta}{=} u'$ , os produtos  $fBu'$  são nulos, exceto para modos locais. Portanto, com este vetor de entrada somente os modos locais serão afetados.

Verifica-se que, com tal vetor de entrada, a solução das equações de estado é  $X_1 = X_2 = \dots = X_{2p} \stackrel{\Delta}{=} Z$ , resultando

$$\dot{Z} = [ A + (p-1)H + pJ ] Z + Bu'$$

$$W = CZ \tag{5.17}$$



que é o modelo modal equivalente de um SDGI, retendo somente os modos locais.

Teorema 5.4. Considere um autovalor local,  $\lambda_l$ .  $\lambda_l$  é controlável no SDGI com  $u_1 = \dots = u_{2p} = KX_j$ , se e somente se é também controlável no modelo equivalente dado pela equação (5.17).

Prova. Considere, para o modelo do SDGI,  $u_1 = \dots = u_{2p} = KX_j$ , e  $q_l = f_l Bu = 2pF_1BKX_j$ , com  $F_1BK \neq 0$  para a controlabilidade, e para o modelo equivalente  $q_l = F_1BKZ$ .

Logo, se  $\lambda_l$  é controlável no SDGI é também controlável no modelo equivalente e vice versa.

Então o modelo equivalente tem todas as informações do SDGI, concernentes aos modos locais.

Também, pode ser visto que um vetor de entrada tal que  $u_1 = \dots = u_p \stackrel{\Delta}{=} u'$ ,  $u_{p+1} = \dots = u_{2p} \stackrel{\Delta}{=} -u'$  afeta somente os modos de interligação, resultando  $X_1 = \dots = X_p = Z$  e  $X_{p+1} = \dots = X_{2p} = -Z$ . Sob tais condições o modelo do SDGI é reduzido para

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= [ A + (p-1)H - pJ ] Z + Bu' \\ W &= CZ \end{aligned} \quad (5.18)$$

Este é o modelo modal equivalente para os modos de interligação.

Teorema 5.5. Todos os autovalores de interligação são controláveis no modelo do SDGI, se e somente se o modelo equivalente dado pela equação (5.18) é controlável.

O teorema pode ser provado como no teorema 5.4, considerando os modos de interligação.

-----  
 O modelo de ordem reduzida dado pela equação (5.18) tem todas as informações do SDGI concernentes aos modos de interligação.

Agora, sabendo-se que um vetor de entrada na forma  $u_1 = a_1 u'$ , ...,  $u_p = a_p u'$  e  $u_{p+1} = b_1 u'$ , ...,  $u_{2p} = b_p u'$ , com  $a_1 + \dots + a_p = b_1 + \dots + b_p = 0$  afeta somente os modos intraplantas, pode-se concluir que

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= (A - H)Z + Bu' \\ W &= CZ \end{aligned} \quad (5.19)$$

é um modelo equivalente para os modos intraplantas.

O modelo de ordem reduzida dado pela equação (5.19) tem todas as informações do SDGI concernentes aos modos intraplantas exceto quando houver repetição destes modos. Então, em sua aplicação, o problema de controle seletivo será feito com algumas precauções no SDGI com grupos de mais de duas unidades.

O problema do controle seletivo de modos em um SDGI por realimentação apropriada de estados será agora discutido.

**Teorema 5.6.** Considere um SDGI com realimentação de estado tal que  $u_1 = KX_j + u_{r1}$ , ...,  $u_{2p} = KX_j + u_{r2p}$ , onde  $u_{r1}, \dots, u_{r2p}$  são as entradas de referência. Então, somente os autovalores locais podem ser controlados.

Prova. Com este controlador o SDGI resulta

$$\begin{aligned}\dot{\bar{X}} &= \bar{A}_c \bar{X} + \bar{B} U_r \\ y &= \bar{C} \bar{X}\end{aligned}$$

Considerando, sem perda de generalidade que  $j \leq p$ , definindo  $A' \triangleq (A - \lambda I)$ , o problema de autovalores resulta

$$\det(\bar{A}_c - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} A' & \dots & H + BK & \dots & J & \dots & J \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H & \dots & A' + BK & \dots & J & \dots & J \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J & \dots & J + BK & \dots & H & \dots & A' \end{bmatrix} = 0$$

Somando a coluna-grupo  $j$  com todas as outras colunas-grupos e então, subtraindo a linha-grupo de todas as demais, obtém-se

$$\det(\bar{A}_c - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} A' - H & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A' - H & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H & H & \dots & A' & \dots & 0 & J & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J & -H & J & -H & \dots & 0 & J - H & H - J & H - J & \dots & A' - J \end{bmatrix}$$

onde  $A'' = A' + (p-1)H + pJ + BK$ .

Portanto,

$$\begin{aligned}\det(\bar{A}_c - \lambda I) &= \det[A + (p-1)H + pJ + BK - \lambda I] [\det(A - H - \lambda I)]^{p-1} \\ \det A_n &= 0\end{aligned}\tag{5.20}$$

onde

$$\det A_n = \det \begin{bmatrix} A' - J & \dots & H - J \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H - J & \dots & A' - J \end{bmatrix}$$

Somando a primeira coluna-grupo do  $\det A_n$  com todas as outras colunas-grupos e em seguida subtraindo todas as

linhas-grupos da primeira linha-grupo, é obtido

$$\det A_n = \det \begin{bmatrix} A' + (p-1)H - pJ & H - J & \dots & H - J \\ 0 & A' - H & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A' - H \end{bmatrix}$$

Então,

$$\det A_n = \det[A + (p-1)H - pJ - \lambda I] [\det(A - H - \lambda I)]^{p-1} \quad (5.21)$$

Substituindo a equação (5.21) na equação (5.20) é visto que somente os autovalores locais podem ser afetados.

O teorema 5.6 mostra como controlar seletivamente os autovalores locais e que o controlador pode ser projetado usando o modelo equivalente dado pela equação (5.17).

**Teorema 5.7.** Considere um SDGI com realimentação de estado tal que  $u_i = KX_j + u_{ri}$  para  $i = 1, \dots, p$  e  $u_i = -KX_j + u_{ri}$  para  $i = p+1, \dots, 2p$ , onde  $u_{r1}, \dots, u_{r2p}$  são as entradas de referência. Então, somente os autovalores de interligação podem ser controlados.

**Prova.** Neste caso, o problema de autovalores, para  $j \leq p$ , resulta

$$\det(\bar{A}_c - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} A - \lambda I & \dots & H + BK & \dots & J & \dots & J \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ J & \dots & J & -BK & \dots & H & \dots & A - \lambda I \end{bmatrix} = 0$$

Somando e subtraindo colunas e linhas em um desenvolvimento similar ao do teorema 5.6, é obtido

$$\det(\bar{A}_c - \lambda I) = \det[A_g - pJ + BK - \lambda I] \det[A_g + pJ - \lambda I].$$

$$[\det(A - H - \lambda I)]^{2(p-1)} = 0$$

onde  $A_s \triangleq A + (p-1)H$

Então, a realimentação particular de estado somente pode afetar os autovalores de interligação.

-----  
 O resultado acima sugere um tipo de controlador para o controle seletivo de modos de interligação e mostra que estes controladores podem ser projetados usando o modelo equivalente modal dado pela equação (5.18).

**Teorema 5.8.** Considere um SDGI com uma realimentação de estado descentralizada tal que  $u_j = KX_j + u_{rj}$ ,  $j=1, \dots, 2p$ , onde  $u_{r1}, \dots, u_{r2p}$  são as entradas de referência. Então, os autovalores de todas as categorias podem ser afetados.

**Prova.** O problema de autovalores é agora

$$\det(\bar{A}_c - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} A' + BK & H & \dots & J & \dots & J \\ H & A' + BK & \dots & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ J & J & \dots & H & \dots & A' + BK \end{bmatrix} \triangleq \det L \det M = 0$$

onde

$$L = \begin{bmatrix} A' + J + BK & H + J & \dots & H + J \\ H + J & A' + J + BK & \dots & H + J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ H + J & H + J & \dots & A' + J + BK \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} A' - J + BK & H - J & \dots & H - J \\ H - J & A' - J + BK & \dots & H - J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ H - J & H - J & \dots & A' - J + BK \end{bmatrix}$$

e  $A' = A - \lambda I$ .

Somando e subtraindo colunas e linhas é obtido:

$$\det L = \det[A+(p-1)H+pJ+BK-\lambda I][\det(A-H+BK-\lambda I)]^{p-1} = 0 \quad (5.22)$$

$$\det M = \det[A+(p-1)H-pJ+BK-\lambda I][\det(A-H+BK-\lambda I)]^{p-1} = 0 \quad (5.23)$$

As equações (5.22) e (5.23) mostram que todos os autovalores do sistema controlado podem ser obtidos usando os modelos equivalentes e que todos os autovalores podem ser afetados.

**Teorema 5.9.** Considere um SDGI com realimentação de estado tal que  $u_i = KX_j + u_{ri}$ ,  $i=1, \dots, p$  e  $u_i = KX_{p+j} + u_{ri}$ , para  $i=p+1, \dots, 2p$ , onde  $j \leq p$  e  $u_{r1}, \dots, u_{r2p}$  são as entradas de referência. Então, somente os autovalores locais e de interligação podem ser controlados.

**Prova.** O problema de autovalores neste caso é

$$\det(\bar{A}_c - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} A' & \dots & H+BK & \dots & J & \dots & J \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ H & \dots & A'+BK & \dots & J & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ J & \dots & J & \dots & A'+BK & \dots & J \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ J & \dots & J & \dots & H+BK & \dots & A' \end{bmatrix} = \det L \det M = 0 \quad (5.24)$$

onde

$$L = \begin{bmatrix} A'+J & \dots & H+J+BK & \dots & H+J \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ H+J & \dots & A'+J+BK & \dots & H+J \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ H+J & \dots & H+J+BK & \dots & A+J \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} A'-J & \dots & H-J+BK & \dots & H-J \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ H-J & \dots & A'-J+BK & \dots & H-J \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ H-J & \dots & H-J+BK & \dots & A'-J \end{bmatrix}$$

$$\det L = \det[A' + (p-1)H + pJ + BK][\det(A'-H)]^{p-1} \quad (5.25)$$

$$\det M = \det[A' + (p-1)H - pJ + BK][\det(A'-H)]^{p-1} \quad (5.26)$$

Das equações (5.24), (5.25) e (5.26) é visto que somente os autovalores locais e de interligação podem ser controlados.

**Teorema 5.10.** Considere um SDGI com realimentação de estado tal que  $u_i = K(X_i - X_j) + u_{ri}$ , para  $i = 1, \dots, p$  e  $u_i = K(X_i - X_{p+j}) + u_{ri}$  para  $i = p+1, \dots, 2p$ , onde  $u_{r1}, \dots, u_{r2p}$  são as entradas de referência e  $X_j$  é um vetor de estado de uma certa unidade do 1º grupo. Então, somente os autovalores intraplantas podem ser controlados.

**Prova.** Considerando que  $u_i = u_{1i} + u_{2i} + u_{ri}$  com  $u_{1i} = KX_i$ ,  $i = 1, \dots, 2p$  e  $u_{2i} = K'X_j$ ,  $i = 1, \dots, p$  e  $u_{2i} = K'X_{p+j}$  para  $i = p+1, \dots, 2p$ .

Também considera-se, para efeito de demonstração, que a realimentação de estado através de  $u_{1i}$  é aplicada primeiro. Do teorema 5.8, esta realimentação pode alterar todas as categorias de autovalores e o sistema permanece um SDGI onde  $A$  é trocado por  $A + BK$ . Em seguida, aplicando a realimentação através de  $u_{2i}$ , do teorema 5.9, ambos autovalores locais e de interligação podem ser alterados. Portanto, das equações (5.22), (5.23), (5.25) e (5.26), o problema de autovalores para esta realimentação de estado resulta:

$$\det(\bar{A}_c - \lambda I) = \det[A' + (p-1)H + pJ + B(K+K')] \\ \cdot \det[A' + (p-1)H - pJ + B(K+K')] \cdot [\det(A' - H + BK)]^{2(p-1)} = 0$$

Fazendo  $K' = -K$ , somente os autovalores intraplantas podem ser alterados com  $u_i = K(X_i - X_j)$  para o primeiro grupo e  $u_i = K(X_i - X_{p+j})$  para o segundo grupo.

Novamente, o controlador para o controle seletivo de autovalores intraplantas pode ser projetado usando o correspondente modelo equivalente.

#### 5.4 SISTEMA COM DOIS GRUPOS IDÊNTICOS LIGADOS A UM SISTEMA EXTERNO

Considerando interligações idênticas entre cada grupo e o sistema externo, o sistema composto representado pela equação (5.1) tem agora a seguinte matriz  $\bar{A}$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_0 & R & \dots & R & R & \dots & R \\ S & A & \dots & H & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S & H & \dots & A & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S & J & \dots & J & H & \dots & A \end{bmatrix}$$

$\bar{X} = | X_0^T \ X_1^T \ \dots \ X_{2p}^T |^T$  é o vetor de estado, onde  $X_0 \in R^{n_0}$  e

$\dot{X}_0 = A_0 X_0 + \sum_{j=1}^{2p} R X_j$  representa o sistema externo.

Usando as mesmas considerações heurísticas usadas na seção 5.3, é considerado que os autovetores associados com os modos locais e de interligação tem a seguinte forma

$$g_{iL} = | G_0^T \ G_1^T \ \dots \ G_1^T \ L_1^T \ \dots \ L_1^T |^T \quad (\text{autovetores direitos}) \quad (5.27a)$$

$$v_{iL} = | V_0^T \ V_1^T \ \dots \ V_1^T \ M_1^T \ \dots \ M_1^T |^T \quad (\text{autovetores esquerdos}) \quad (5.27a)$$

e o problema de autovalores para estes modos pode ser reduzido para

$$A_n \ | \ G_0^T \ G_1^T \ L_1^T |^T = 0 \quad (5.28)$$



onde

$$A_n = \begin{bmatrix} A_0 - \lambda_{IL} I & pR & pR \\ S & A + (p-1)H - \lambda_{IL} I & pJ \\ S & pJ & A + (p-1)H - \lambda_{IL} I \end{bmatrix}$$

Por soma e subtração de linhas e colunas,  $\det A_n = 0$  pode ser reduzido para

$$\det \begin{bmatrix} A_0 - \lambda_{IL} I & 2pR \\ S & A + (p-1)H + pJ - \lambda_{IL} I \end{bmatrix} = 0 \quad (5.29)$$

e

$$\det[A + (p-1)H - pJ - \lambda_{IL} I] = 0 \quad (5.30)$$

Usando a equação (5.28) pode ser visto que para os autovalores satisfazendo a equação (5.29) resulta

$$G_1 = L_1 \quad (5.31a)$$

$$V_1 = M_1 \quad (5.31b)$$

e então, a equação (5.29) é o problema de autovalores para os modos locais.

Similarmente os autovalores satisfazendo a equação (5.30), resultam

$$G_0 = V_0 = 0, \quad G_1 = -L_1 \quad \text{e} \quad V_1 = -M_1 \quad (5.32)$$

Portanto, a equação (5.30) é o problema de autovalores para os modos de interligação. Então, os modos de interligação independem do sistema externo.

Por outro lado, o problema para autovalores em geral pode ser formulado como

$$(\bar{A} - \lambda_i I) \begin{vmatrix} G_0^T & G_1^T & \dots & G_p^T & L_1^T & \dots & L_p^T \end{vmatrix}^T = 0 \quad (5.33)$$

Seguindo o mesmo raciocínio usado na seção 5.3, pode ser visto que as componentes do autovetor tem as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} G_0 &= 0 \\ G_1 + \dots + G_p &= 0 \\ L_1 + \dots + L_p &= 0 \end{aligned} \quad (5.34)$$

Com este resultado, o problema de autovalores dados pela equação (5.33) é reduzido para

$$(A - H - \lambda_i I)G_i = 0 \quad (5.35)$$

Portanto, as equações (5.34) e (5.35) representam o problema de autovalores para os modos intraplantas, os quais, também, independem do sistema externo.

Das equações (5.30) e (5.35) é visto que os modelos modais equivalentes para os modos de interligação e intraplantas são idênticos àqueles obtidos para o SDGI como descrito pelas equações (5.18) e (5.19), respectivamente.

Por outro lado, os modos locais, que dependem do sistema externo têm agora o seguinte modelo modal equivalente:

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} A_0 & 2pR \\ S & A+(p-1)H+pJ \end{bmatrix} Z + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} u' \quad (5.36)$$

$$W = [ 0 \quad C ] Z$$

Devido às similaridades entre estes problemas de

autovalores e aqueles de um SDGI, fica claro que o controle seletivo neste caso pode ser feito da mesma forma como para o SDGI (ver seção 5.3).

### 5.5 SISTEMAS COM UM NÚMERO ARBITRÁRIO DE GRUPOS IDÊNTICOS

Novamente, considerando idênticas interligações, o sistema composto por N grupos idênticos com p unidades cada, tem a seguinte matriz  $\bar{A}$ .

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_0 & R & \dots & R & \dots & R & \dots & R \\ S & A & \dots & H & \dots & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ S & J & \dots & J & \dots & H & \dots & A \end{bmatrix}$$

#### 5.5.1 O problema de autovalores para os modos locais e de interligação

Os autovetores associados com os modos locais e de interligação, são de agora em diante representados da seguinte forma:

$$g_{iL} = | G_0^T \quad G_1^T \quad \dots \quad G_1^T \quad \dots \quad G_N^T \quad \dots \quad G_N^T |^T$$

resultando o seguinte problema de autovalores na forma reduzida

$$\begin{bmatrix} A_0 - \lambda_{iL} I & pR & & pR & \dots & pR \\ S & A + (p-1)H - \lambda_{iL} I & pJ & \dots & & pJ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & & \vdots \\ S & pJ & pJ & \dots & A + (p-1)H - \lambda_{iL} I & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \\ \vdots \\ G_N \end{bmatrix} = 0 \quad (5.37)$$

Somando e subtraindo linhas e colunas, o determinante da matriz (5.37) pode ser reduzido para

$$\det \begin{bmatrix} A_0 - \lambda_{IL} I & NpR \\ S & A + (p-1)H + (N-1)pJ - \lambda_{IL} I \end{bmatrix} = 0 \quad (5.38)$$

e

$$\det[A + (p-1)H - pJ - \lambda_{IL} I]^{N-1} = 0 \quad (5.39)$$

Os  $n_0 + n_1$  autovalores da equação (5.38) são os autovalores locais, cujos autovetores satisfazem à seguinte propriedade:

$$G_1 = G_2 = \dots = G_N$$

Logo, os autovetores associados com os modos locais são determinados pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} A_0 - \lambda_{IL} I & NpR \\ S & A + (p-1)H + (N-1)pJ - \lambda_{IL} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.40)$$

Os  $(N-1)n_1$  autovalores da equação (5.39) são os autovalores de interligação, cujos autovetores satisfazem às seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} G_0 &= 0 \\ G_1 + G_2 + \dots + G_N &= 0 \end{aligned} \quad (5.41)$$

Então, os autovalores de interligação são repetidos com multiplicidade  $N-1$  e correspondem às oscilações entre grupos.

Todos os autovetores associados com os autovalores de interligação  $\lambda_I$  são construídos obtendo  $G_I$  de

$$[A + (p-1)H - pJ - \lambda_I I] G_I = 0 \quad (5.42)$$

e atribuindo arbitrariamente  $G_1, G_2, \dots, G_N$  satisfazendo a

equação (5.41) para diferentes grupos e para ter uma cadeia de autovetores linearmente independentes.

### 5.5.2 O problema de autovalores para os modos intraplantas

O problema de autovalores geral pode ser formulado por

$$(\bar{A} - \lambda_i I) [ G_0^T \quad (G_1^1)^T \quad \dots \quad (G_1^p)^T \quad \dots \quad (G_N^1)^T \quad \dots \quad (G_N^p)^T ]^T = 0$$

Desta equação pode ser visto que

$$G_0 = 0$$

$$G_j^1 + \dots + G_j^p = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.43)$$

Deste resultado, o problema de autovalores para os modos intraplantas é reduzido para

$$(A - H - \lambda_i I)G_i = 0 \quad (5.44)$$

Os  $Nn_1(p-1)$  autovetores intraplantas são construídos de  $G_i$  selecionando arbitrariamente  $G_1^1 \dots G_N^p$  satisfazendo a equação (5.43) e tendo as cadeias com autovetores linearmente independentes. Esses modos são associados a oscilações entre unidades de um grupo.

### 5.5.3 Controle seletivo dos modos

Das equações (5.39) e (5.44) é visto que os modelos modais equivalentes para os modos de interligação e intraplantas são idênticos àqueles obtidos para um SDGI. Então, os autovalores de interligação e intraplantas, os quais são ambos repetidos, se  $N > 2$ , independem também do

número de grupos.

O modelo modal equivalente para os modos locais que dependem do sistema externo e do número de grupos é representado por

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} A_0 & NpR \\ S & A+(p-1)H+(N-1)pJ \end{bmatrix} Z + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} u' \quad (5.45)$$

$$W = [ 0 \quad C ] Z$$

Os problemas de controle seletivo para os modos locais e intraplantas são bem similares àqueles apresentados para um SDGI. Então, os resultados seguintes são dados sem prova:

- i) Somente os autovalores locais podem ser alterados com o seguinte controlador comum:

$$u_1 = u_2 = \dots = u_{pN} = K_1 X_j \quad (5.46)$$

- ii) Somente os autovalores locais e de interligação podem ser alterados com um controlador tal que

$$u_{mp+1} = \dots = u_{mp+p} = K_2 X_{mp+j} \quad (5.47)$$

$$1 \leq j \leq p \quad \text{e} \quad m = 0, 1, \dots, N-1$$

- iii) Todas as categorias de autovalores do sistema podem ser alterados com o seguinte controlador descentralizado:

$$u_i = K_3 X_i, \quad i = 1, 2, \dots, Np \quad (5.48)$$

- iv) Todos os autovalores intraplantas podem ser alterados

e as outras categorias de autovalores permanecerão fixas com um controlador tal que

$$u_{mp+i} = K_4(X_{mp+i} - X_{mp+j}) \quad (5.49)$$

$$i = 1, \dots, p; \quad 1 \leq j \leq p; \quad m = 0, 1, \dots, N-1$$

Esta é uma combinação dos controladores dados pelas equações (5.47) e (5.48) com  $K_2 = -K_3 = K_4$ .

v) Os vetores de parâmetros  $K$  dos controladores acima podem ser obtidos usando o modelo modal equivalente da correspondente categoria de modos.

Por outro lado, o controle seletivo dos modos de interligação precisa de um estudo particular, diferindo daquele usado para um SDGI, desde que estes modos tem autovalores repetidos nos casos de mais de dois grupos idênticos.

Teorema 5.11. Seja um sistema com  $N$  grupos idênticos de unidades idênticas e idênticas interligações, com um controlador definido por

$$u_{mp+l} = K_5(X_{mp+i} - X_j) + u_{mp+l}^r \quad (5.50)$$

$$l = 1, \dots, p; \quad 1 \leq i \leq p; \quad m = 0, 1, \dots, N-1$$

Então, todos os autovalores de interligação podem ser alterados e todas as outras categorias de autovalores permanecerão fixas.

Prova. Primeiro considere  $u_{mp+l} = \overset{\cdot}{u}_{mp+l} + \overset{\cdot\cdot}{u}_{mp+l} + \overset{\cdot\cdot\cdot}{u}_{mp+l}^r$  onde  $\overset{\cdot}{u}_{mp+l} = K_2 X_{mp+i}$  e  $\overset{\cdot\cdot}{u}_{mp+l} = K_4 X_j$ .

Considera-se para efeito de demonstração, que o

controlador através de  $u_{mp+l}$  é aplicado primeiro. Com este controlador o sistema pode ser considerado como um sistema com N unidades idênticas, onde cada unidade representa um grupo. Considerando o vetor de entrada comum  $u^r$ , a matriz B pode ser reduzida para a forma representada pela equação (5.1) com N unidades. Também da equação (5.47), para o controlador através de  $u_{mp+l}$ , ambos os autovalores de interligação e locais podem ser alterados. Em seguida, aplicando o controlador através de  $u_{mp+l}$ , que é uma realimentação comum para todas as unidades, somente os autovalores locais podem ser alterados. Então, o problema de autovalores para o controlador completo resulta:

$$\det(\bar{A}_c - \lambda I) = \det(A - H - \lambda I)^{N(p-1)} \cdot \det[A + (p-1)H - pJ + K_2 B - \lambda I]^{N-1} \\ \cdot \det \begin{bmatrix} A_0 - \lambda I & NpR \\ S & A + (p-1)H + (N-1)pJ + (K_1 + K_2)B - \lambda I \end{bmatrix} = 0$$

Definindo  $K_2 = K_5$  e fazendo  $K_1 = -K_5$  somente os autovalores de interligação podem ser alterados e

$$u_{mp+l} = K_5 (X_{mp+i} - X_j) + u_{mp+l}^r$$

## 5.6 SISTEMAS COM DOIS GRUPOS DIFERENTES DE UNIDADES IDÊNTICAS

Considerando primeiro um sistema com dois grupos diferentes ligados a um sistema externo, o sistema composto tem a seguinte matriz  $\bar{A}$ , onde os grupos tem  $p_1$  e  $p_2$  unidades respectivamente:



$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_0 & R_1 & \dots & R_1 & R_2 & \dots & R_2 \\ S_1 & A_1 & \dots & H_1 & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_1 & H_1 & \dots & A_1 & J & \dots & J \\ S_2 & K & \dots & K & A_2 & \dots & H_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_2 & K & \dots & K & H_2 & \dots & A_2 \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

Os autovetores associados com os modos locais e de interligação têm a forma

$$g_{iL} = [ G_0^T \quad G_1^T \quad \dots \quad G_1^T \quad ; \quad G_2^T \quad \dots \quad G_2^T ]^T \quad (5.52a)$$

$$v_{iL} = [ V_0^T \quad V_1^T \quad \dots \quad V_1^T \quad ; \quad V_2^T \quad \dots \quad V_2^T ]^T \quad (5.52b)$$

Então, o problema de autovalores para estes modos pode ser reduzido para

$$(A_m - \lambda_{iL} I) [ G_0^T \quad G_1^T \quad G_2^T ]^T = 0 \quad (5.53)$$

onde

$$\det(A_m - \lambda_{iL} I) = \det \begin{bmatrix} A_0 - \lambda_{iL} I & p_1 R_1 & p_2 R_2 \\ S_1 & A_1 + (p_1 - 1)H_1 - \lambda_{iL} I & p_2 J \\ S_2 & p_1 K & A_2 + (p_2 - 1)H_2 - \lambda_{iL} I \end{bmatrix} = 0$$

Nenhum resultado específico pode ser obtido para os modos locais e de interligação. Logo, eles devem ser tratados conjuntamente.

Os autovetores associados com os modos intraplantas têm a forma

$$\begin{aligned} g_i &= [ 0 \quad G_1^T \quad \dots \quad G_{p_1}^T \quad ; \quad L_1^T \quad \dots \quad L_{p_2}^T ]^T & e \\ v_i &= [ 0 \quad V_1^T \quad \dots \quad V_{p_1}^T \quad ; \quad M_1^T \quad \dots \quad M_{p_2}^T ]^T \end{aligned} \quad (5.54)$$

com

$$G_0 = V_0 = 0$$

$$\begin{aligned} G_1 + \dots + G_{p_1} &= L_1 + \dots + L_{p_2} = 0 \\ V_1 + \dots + V_{p_1} &= M_1 + \dots + M_{p_2} = 0 \end{aligned} \quad (5.55)$$

O problema de autovalores para os modos intraplantas pode ser formulado na seguinte forma geral:

$$(\bar{A} - \lambda_i I) \begin{vmatrix} G_0^T & G_1^T & \dots & G_{p_1}^T & L_1^T & \dots & L_{p_2}^T \end{vmatrix}^T = 0 \quad (5.56)$$

Com estes resultados, o problema de autovalores para os modos intraplantas é reduzido para

$$(A_1 - H_1 - \lambda_{i1} I)G_1 = 0 \quad (5.57a)$$

$$(A_2 - H_2 - \lambda_{i2} I)L_1 = 0 \quad (5.57b)$$

Os modos intraplantas associados com os autovalores  $\lambda_{i1}$  e  $\lambda_{i2}$  são devidos às oscilações entre geradores do primeiro e do segundo grupo, respectivamente. Existem  $(p_1-1)n_1 + (p_2-1)n_2$  modos intraplantas, que são repetidos com multiplicidade  $p_1-1$  para aqueles associados com o primeiro grupo e com multiplicidade  $p_2-1$  para aqueles associados com o segundo grupo.

Usando um desenvolvimento similar ao descrito para um SDGI, pode ser visto que

- i) Somente os autovalores locais e de interligação podem ser alterados com um controle de realimentação de estado tal que

$$u_1 = \dots = u_{p_1} = K_1 X_j \quad \text{e} \quad u_{p_1+1} = \dots = u_{p_1+p_2} = K_2 X_j$$

- ii) Todos os autovalores do sistema podem ser alterados com uma realimentação de estado tal que

$$u_i = K_3 X_i, \quad i = 1, 2, \dots, p_1 + p_2$$

iii) Somente os autovalores intraplantas podem ser alterados com uma realimentação de estado tal que

$$u_i = K_4(X_i - X_j) , \quad i = 1, 2, \dots, p_1 \quad 1 \leq j \leq p_1 \quad \text{e}$$

$$u_i = K_5(X_i - X_s) , \quad i = p_1 + 1, \dots, p_1 + p_2 \quad \text{e } s = p_1 + j$$

Pode também ser visto que estes controladores podem ser obtidos usando modelos modais de ordem reduzida.

### 5.7 SISTEMAS COM UM NÚMERO ARBITRÁRIO DE DIFERENTES GRUPOS DE UNIDADES IDÊNTICAS

A extensão do estudo para um sistema com N diferentes grupos de unidades idênticas é direta. Um resumo dos principais resultados é apresentado:

i) Os autovetores associados com os modos locais e de interligação têm a forma

$$g_{iL} = [ G_0^T \quad G_1^T \quad \dots \quad G_1^T \quad \dots \quad G_N^T \quad \dots \quad G_N^T ]^T \quad (5.58a)$$

$$v_{iL} = [ V_0^T \quad V_1^T \quad \dots \quad V_1^T \quad \dots \quad V_N^T \quad \dots \quad V_N^T ]^T \quad (5.58b)$$

ii) Os autovetores associados com os modos intraplantas têm a forma

$$g_i = [ 0 \quad (G_1^1)^T \quad \dots \quad (G_1^{p_1})^T \quad \dots \quad (G_N^1)^T \quad \dots \quad (G_N^{p_N})^T ]^T$$

com

$$G_j^1 + \dots + G_j^{p_j} = 0 , \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.59)$$

iii) O problema de autovalores e autovetores para os modos locais e de interligação pode ser reduzido para

$$(A_m - \lambda_{IL} I) [G_0^T \ G_1^T \ G_2^T \ \dots \ G_N^T]^T = 0 \quad (5.60)$$

onde

$$(A_m - \lambda_{IL} I) = \begin{bmatrix} A_0 - \lambda_{IL} I & P_1 R_1 & \dots & P_N R_N \\ S_1 & A_1 + (P_1 - 1)H_1 - \lambda_{IL} I & \dots & P_N J_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & P_1 K_{N-1} & \dots & A_N + (P_N - 1)H_N - \lambda_{IL} I \end{bmatrix}$$

iv) O problema de autovalores e autovetores para os modos intraplantas pode ser reduzido para

$$(A_j - H_j - \lambda_{ij})G_j^1 = 0, \quad j = 1, \dots, N \quad (5.61)$$

v) Somente os autovalores locais e de interligação podem ser alterados com uma realimentação de estado tal que

$$\begin{aligned} u_i &= K_1 X_j, \quad i = 1, \dots, p_1, \\ &\vdots \\ u_i &= K_N X_j, \quad i = p_1 + \dots + p_{N-1} + 1, \dots, p_1 + \dots + p_N \end{aligned} \quad (5.62)$$

vi) Todos os autovalores do sistema podem ser alterados com uma realimentação de estado tal que

$$u_i = K' X_i, \quad i = 1, \dots, p_1 + \dots + p_N \quad (5.63)$$

vii) Somente os autovalores intraplantas podem ser alterados com uma realimentação de estado tal que

$$\begin{aligned} u_i &= K^1 (X_i - X_{j1}), \quad i = 1, \dots, p_1 \quad \text{and } 1 \leq j1 \leq p_1 \\ &\vdots \\ u_i &= K^N (X_i - X_{jN}), \quad i = p_1 + \dots + p_{N-1} + 1, \dots, p_1 + \dots + p_N \\ &\quad jN = p_1 + \dots + p_{N-1} + j1 \end{aligned} \quad (5.64)$$

O problema de controle seletivo pode, também, ser resolvido usando modelos modais de ordem reduzida.

## 5.8 QUADRO RESUMO

São apresentadas a seguir, duas tabelas onde temos as equações necessárias para determinação dos autovalores e autovetores bem como para o controle seletivo de sistemas de potência com grupos de unidades idênticas.

Tabela 5.1 - Equações para determinação dos autovalores e autovetores em sistemas de potência com grupos de unidades idênticas

	Sistema com N grupos de unidades idênticas	Sistema com N diferentes grupos de unidades idênticas
Modos Locais	Equação 5.38	Equação 5.60
Modos de Interligação	Equação 5.39	Equação 5.60
Modos Intraplantas	Equação 5.44	Equação 5.61
Autovetores associados aos Modos Locais	Equação 5.40	Equação 5.60
Autovetores associados aos Modos de Interligação	Equação 5.42	Equação 5.60
Autovetores associados aos Modos Intraplantas	Equação 5.44	Equação 5.61

Tabela 5.2 - Equações para o controle seletivo em sistemas de potência com grupos de unidades idênticas.

	Sistema com N grupos de unidades idênticas	Sistema com N diferentes grupos de unidades idênticas
Modos Locais	Equação 5.46	-
Modos de Interligação	Teorema 5.11	-
Modos Intraplantas	Equação 5.49	Equação 5.64
Modos Locais e de Interligação	Equação 5.47	Equação 5.62
Todos os Modos	Equação 5.48	Equação 5.63

## 6. CONTROLE DE OSCILAÇÕES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA COM GRUPOS DE GERADORES IDÊNTICOS

### 6.1 INTRODUÇÃO

O problema de controle em sistemas de potência com mais de um grupo de geradores idênticos é analisado. É visto que o controle seletivo de uma dada categoria de modo pode ser obtido com Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESP) projetados usando modelos equivalentes, retendo somente as categorias de modos de interesse. O controle seletivo é realizado usando sinais específicos realimentados através dos estabilizadores. Ênfase é dada ao controle dos modos locais e de interligação sem afetar os modos intraplantas, supondo que os modos intraplantas são bem amortecidos.

### 6.2 O PROBLEMA DE CONTROLE PARA DOIS GRUPOS DE GERADORES IDÊNTICOS COM INTERLIGAÇÕES IDÊNTICAS

Sabe-se que a resposta do sistema da equação (5.1) pode ser representada no domínio da frequência pela seguinte descrição modal (Macfarlane, 1977):

$$y(s) = \sum_{j=1}^n \frac{h_j a_j}{s - \lambda_j} U(s)$$

onde  $s$  é a frequência complexa,  $n$  é a ordem do sistema composto,  $h_j = \bar{C}g_j$ ,  $q_j = v_j^T \bar{B}$ ,  $g_j$  é o autovetor e  $v_j^T$  é a  $j$ -ésima linha da inversa da matriz modal cuja  $j$ -ésima coluna é  $g_j$ , que é associada com o autovalor  $\lambda_j$ .

O termo

$$P_j = \frac{h_j q_j}{s - \lambda_j} U(s) \quad (6.1)$$

representa a contribuição do modo  $j$  na resposta do sistema.

Seja um sistema de potência, representado pela equação (5.1) e com matrizes representadas de acordo com a seção 5.3, constituído por duas usinas idênticas com  $p$  unidades cada e tendo interligações idênticas entre elas e o sistema externo, com a seguinte matriz  $\bar{A}$ :

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_0 & R & \dots & R & R & \dots & R \\ S & A & \dots & H & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S & H & \dots & A & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S & J & \dots & J & H & \dots & A \end{bmatrix}$$

Como foi visto na seção 5.4, com sinais de entrada iguais em todos os geradores, isto é  $u_1 = \dots = u_2 \stackrel{\Delta}{=} u'$ , o sistema reduzido é dado pela equação (5.36), que é um modelo reduzido retendo somente os modos locais.

Considere um controlador dado por

$$u_1 = \dots = u_2 = P(s)y^* \quad (6.2)$$

onde  $P(s)$  é a função de transferência do ESP e  $y^*$  é um sinal de saída comum realimentado através do ESP. Portanto, das



equações (6.1), (5.27), e (5.31)

$$P_L = \frac{h_L}{s - \lambda_L} \begin{vmatrix} V_0^T & V_1^T & \dots & V_i^T \end{vmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ BP(s)y^* \\ \vdots \\ BP(s)y^* \end{bmatrix} \neq 0 \text{ (modos locais)}$$

Por outro lado, das equações (6.1), (5.32) e (5.34)

$$P_I = \frac{h_I}{s - \lambda_I} \begin{vmatrix} 0 & V_1^T \dots V_1^T & -V_1^T \dots -V_1^T \end{vmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ BP(s)y^* \\ \vdots \\ BP(s)y^* \end{bmatrix} = 0 \text{ (modos de interligação)}$$

e

$$P_i = \frac{h_i}{s - \lambda_i} \begin{vmatrix} 0 & V_1^T \dots V_p^T & M_1^T \dots M_p^T \end{vmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ BP(s)y^* \\ \vdots \\ BP(s)y^* \end{bmatrix} = 0 \text{ (modos intraplantas)}$$

Então, somente os modos locais podem ser controlados com ESP igual e um sinal de realimentação comum.

Seja o controlador dado pela equação (6.2) representado na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{X}_c &= A_c X_c + B_c y_j \\ u &= C_c X_c + D_c y_j \end{aligned} \quad (6.3)$$

Considerando, por exemplo, que  $y_j$  é do primeiro grupo, o problema de autovalores do sistema controlado é representado por

$$\det \begin{bmatrix} A_0 & R & \dots & R & \dots & R & R & \dots & R & 0 \\ S & A' & \dots & H + BD_c C & \dots & H & J & \dots & J & BC_c \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ S & H & \dots & A' + BD_c C & \dots & H & J & \dots & J & BC_c \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ S & H & \dots & H + BD_c C & \dots & A' & J & \dots & J & BC_c \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ S & J & \dots & J + BD_c C & \dots & J & H & \dots & A' & BC_c \\ 0 & 0 & \dots & B_c C & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & A_c' \end{bmatrix} = 0 \quad (6.4)$$

onde  $A'_0 = A_0 - \lambda I$ ,  $A' = A - \lambda I$  e  $A'_c = A_c - \lambda I$ .

Utilizando soma de colunas e subtração de linhas da equação acima, o determinante é simplificado para

$$\det \begin{bmatrix} A'_0 & R & \dots & 2pR & \dots & R & R & \dots & R & 0 \\ 0 & A' - H & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S & H & \dots & A'' & \dots & H & J & \dots & J & BC_c \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & A' - H & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & J - H & \dots & 0 & \dots & J - H & H - J & \dots & A' - J & 0 \\ 0 & 0 & \dots & B_c C & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & A'_c \end{bmatrix} = 0 \quad (6.5)$$

onde  $A'' = A' + (p-1)H + pJ + B D_c C$ .

Logo, o determinante da equação (6.5) é reduzido para

$$\det \begin{bmatrix} A'_0 & 2pR & 0 \\ S & A'' & BC_c \\ 0 & B_c C & A'_c \end{bmatrix} \det \begin{bmatrix} A' - J & H & -J & \dots & H & -J \\ H & -J & A' - J & \dots & H & -J \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H & -J & H & -J & \dots & A' - J \end{bmatrix} [\det(A' - H)]^{p-1} = 0 \quad (6.6)$$

Por soma de colunas e subtração de linhas, é observado que

$$\det \begin{bmatrix} A' - J & H & -J & \dots & H & -J \\ H & -J & A' - J & \dots & H & -J \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H & -J & H & -J & \dots & A' - J \end{bmatrix} = \det[A' + (p-1)H - pJ] [\det(A' - H)]^{p-1} \quad (6.7)$$

Das equações (6.6) e (6.7), somente os modos locais podem ser modificados e,

$$\det \begin{bmatrix} A'_0 & 2pR & 0 \\ S & A'' & BC_c \\ 0 & B_c C & A'_c \end{bmatrix} = 0 \quad (6.8)$$

é o problema de autovalores do modelo equivalente da

equação (5.36) com o controlador da equação (6.2). Logo, este controlador pode ser projetado usando o modelo equivalente e que a equação (6.8) dá informações completas sobre os autovalores modificados do sistema composto.

Usando desenvolvimento similar, pode ser visto que:

i) O controlador

$$u_1 = \dots = u_p = P(s)y^* \quad \text{e} \quad u_{p+1} = \dots = u_{2p} = P(s)y^* \quad (6.9)$$

onde  $y^* = -y^*$ , pode controlar somente os modos de interligação, e pode ser projetado usando o modelo equivalente da equação (5.18).

ii) O controlador

$$u_1 = \dots = u_p = P_1(s)y^* \quad \text{e} \quad u_{p+1} = \dots = u_{2p} = P_2(s)y^* \quad (6.10)$$

ou

$$u_1 = \dots = u_p = P_1(s)y_1 \quad \text{e} \quad u_{p+1} = \dots = u_{2p} = P_2(s)y_2 \quad (6.11)$$

com  $P_1(s) \neq P_2(s)$ , sendo  $y_1$  e  $y_2$  sinais de saída que, por conveniência, podem ser do primeiro e do segundo grupo respectivamente, podem controlar ambos os modos, locais e de interligação, sem afetar os modos intraplantas e podem ser projetados usando o modelo equivalente da equação

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_0 \\ \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & pR & pR \\ S & A+(p-1)H & pJ \\ S & pJ & A+(p-1)H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ u' \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Os controladores das equações (6.10) e (6.11) podem também ser projetados usando a equação (5.36) e observando os resultados dos modos de interligação na equação (5.18).

Um modelo equivalente retendo os modos locais, de interligação e intraplantas sem repetição é obtido considerando  $u_1 = \dots = u_p \triangleq u'$ ,  $u_{p+1} = \dots = u_{2p-1} \triangleq u''$  e  $u_{2p} = u'''$ , resultando  $X_1 = \dots = X_p \triangleq Z_1$ ,  $X_{p+1} = \dots = X_{2p-1} \triangleq Z_2$  e  $X_{2p} \triangleq Z_3$ . Este modelo equivalente é

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_0 \\ \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & pR & (p-1)R & R \\ S & A+(p-1)H & (p-1)J & J \\ S & pJ & A+(p-2)H & H \\ S & pJ & (p-1)H & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ B & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ u'' \\ u''' \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

### 6.3 O PROBLEMA DE CONTROLE PARA DOIS DIFERENTES GRUPOS DE GERADORES IDÊNTICOS COM INTERLIGAÇÕES IDÊNTICAS

O caso geral de duas usinas, representado pela equação (5.1) com  $p_1$  e  $p_2$  geradores, respectivamente, têm a seguinte matriz  $\bar{A}$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_0 & R_1 & \dots & R_1 & R_2 & \dots & R_2 \\ S_1 & A_1 & \dots & H_1 & J & \dots & J \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_1 & H_1 & \dots & A_1 & J & \dots & J \\ S_2 & K & \dots & K & A_2 & \dots & H_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_2 & K & \dots & K & H_2 & \dots & A_2 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B^* \end{bmatrix} \quad \text{onde } B = \text{bloco diag}(B_1, \dots, B_1, B_2, \dots, B_2)$$

$$\bar{C} = [0 \quad C^*] \quad \text{onde } C = \text{bloco diag}(C_1, \dots, C_1, C_2, \dots, C_2)$$

Com a estrutura dos autovetores locais e de interligação dada pela equação (5.52), o problema de autovalores dado pela equação  $(\bar{A} - \lambda_{IL} I) \bar{g}_{IL} = 0$  é reduzido para

$$\begin{bmatrix} A_0 - \lambda_{IL} I & p_1 R_1 & p_2 R_2 & \\ S_1 & A_1 + (p_1 - 1) H_1 - \lambda_{IL} I & p_2 J & \\ S_2 & p_1 K & A_2 + (p_2 - 1) H_2 - \lambda_{IL} I & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0 \\ G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = 0$$

Verifica-se, então, que os modos locais e de interligação devem ser tratados juntamente, neste caso.

No caso de modos intraplantas com a estrutura dos autovetores dada pelas equações (5.54) e (5.55), o problema de autovalores para estes modos é reduzido para

$$(A_1 - H_1 - \lambda_{i1} I) G_1 = 0 \quad e$$

$$(A_1 - H_1 - \lambda_{i2} I) L_1 = 0$$

Considerando uma entrada tal que  $u_1 = \dots = u_{p_1} \triangleq u'$  e  $u_{p_1+1} = \dots = u_{p_1+p_2} \triangleq u''$ , resultando em  $X_1 = \dots = X_{p_1} \triangleq Z_1$  e  $X_{p_1+1} = \dots = X_{p_1+p_2} \triangleq Z_2$ , o modelo equivalente, retendo somente os modos locais e de interligação, é obtido, isto é

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & p_1 R_1 & p_2 R_2 \\ S_1 & A_1 + (p_1 - 1) H_1 & p_2 J \\ S_2 & p_1 K & A_2 + (p_2 - 1) H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ u'' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Considere agora, o seguinte controlador para o sistema:

$$\begin{aligned} u_1 = \dots = u_{p_1} &= P_1(s)y_1(s) && e \\ u_{p_1+1} = \dots = u_{p_1+p_2} &= P_2(s)y_2(s) && (6.16) \end{aligned}$$

onde  $P_1(s)$  e  $P_2(s)$  são ESP para os geradores do primeiro e segundo grupo, respectivamente,  $y_1$  e  $y_2$  são sinais de saída, que podem ser o mesmo. Portanto,

$$P_{IL} = \frac{h_{IL}}{s - \lambda_{IL}} \left| \begin{array}{cccc} V_0^T & V_1^T & \dots & V_1^T & V_2^T & \dots & V_2^T \end{array} \right| \begin{bmatrix} 0 \\ B_1 P_1(s)y_1 \\ \vdots \\ B_1 P_1(s)y_1 \\ B_2 P_2(s)y_2 \\ \vdots \\ B_2 P_2(s)y_2 \end{bmatrix} \neq 0$$

para os modos locais e de interligação e

$$P_i = \frac{h_i}{s - \lambda_i} \left| \begin{array}{cccc} V_0^T & V_1^T & \dots & V_{p_1}^T & M_1^T & \dots & M_{p_2}^T \end{array} \right| \begin{bmatrix} 0 \\ B_1 P_1(s)y_1 \\ \vdots \\ B_1 P_1(s)y_1 \\ B_2 P_2(s)y_2 \\ \vdots \\ B_2 P_2(s)y_2 \end{bmatrix} = 0$$

para os modos intraplantas.

Logo, o controlador da equação (6.16) pode controlar os modos locais e de interligação sem afetar os modos intraplantas.

Considere o controlador da equação (6.16) representado no domínio do tempo por

$$\begin{aligned}\dot{X}_{ci} &= \alpha_i X_{ci} + \beta_i y_i \\ u_i &= \gamma_i X_{ci} + \delta_i y_i\end{aligned}$$

onde  $i = 1$  para o primeiro grupo e  $i = 2$  para o segundo grupo.

Supondo, por exemplo, que  $y_1$  e  $y_2$  são, respectivamente, as saídas do primeiro gerador de cada grupo e seguindo o desenvolvimento usado para dois grupos idênticos, o problema de autovalores do sistema controlado resulta:

$$\det \begin{bmatrix} A_0 & R_1 & \dots R_1 & R_2 & \dots R_2 & 0 & 0 \\ S_1 & A_1' + B_1 \delta_1 C_1 & \dots H_1 & J & \dots J & B_1 \gamma_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_1 & H_1 + B_1 \delta_1 C_1 & \dots A_1' & J & \dots J & B_1 \gamma_1 & 0 \\ S_2 & K & \dots K & A_2' + B_2 \delta_2 C_2 & \dots H_2 & 0 & B_2 \gamma_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_2 & K & \dots K & H_2 + B_2 \delta_2 C_2 & \dots A_2' & 0 & B_2 \gamma_2 \\ 0 & \beta_1 C_1 & \dots 0 & 0 & \dots 0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots 0 & \beta_2 C_2 & \dots 0 & 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (6.17)$$

O problema de autovalores da equação acima pode ser reduzido para

$$\det \begin{bmatrix} A_0' & p_1 R_1 & p_2 R_2 & 0 & 0 \\ S_1 & A_1' & p_2 J & B_1 \gamma_1 & 0 \\ S_2 & p_1 K & A_2' & 0 & B_2 \gamma_2 \\ 0 & \beta_1 C_1 & 0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2 C_2 & 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} [\det(A_1' - H_1)]^{p_1-1} [\det(A_2' - H_2)]^{p_2-1} = 0$$

onde  $A_1' = A_1 + (p_1 - 1)H_1 + B_1 \delta_1 C_1$ ,  $A_2' = A_2 + (p_2 - 1)H_2 + B_2 \delta_2 C_2$ ,  $A_0' = A_0 - \lambda I$ ,  $A_1 = A_1 - \lambda I$ ,  $A_2 = A_2 - \lambda I$ ,  $\alpha_1 = \alpha_1 - \lambda I$  e  $\alpha_2 = \alpha_2 - \lambda I$ .

Portanto, o controlador da equação (6.16) pode ser projetado usando o modelo equivalente da equação (6.15).

Um modelo equivalente, retendo os modos locais, de interligação e intraplantas sem repetição, pode ser obtido considerando  $u_1 = \dots = u_{p_1-1} \triangleq u_1'$ ,  $u_{p_1} \triangleq u_1''$ ,  $u_{p_1+1} = \dots = u_{p_1+p_2-1} \triangleq u_2'$  e  $u_{p_1+p_2} = u_2''$  com  $X_1 = \dots = X_{p_1-1} \triangleq Z_1$ ,  $X_{p_1} \triangleq Z_2$ ,  $X_{p_1+1} = \dots = X_{p_1+p_2-1} \triangleq Z_3$  e  $X_{p_1+p_2} \triangleq Z_4$ . O modelo equivalente resulta

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_0 \\ \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \\ \dot{Z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & (p_1-1)R_1 & R_1 & (p_2-1)R_2 & R_2 \\ S_1 & A_1+(p_1-2)H_1 & H_1 & (p_2-1)J & J \\ S_1 & (p_1-1)H_1 & A_1 & (p_2-1)J & J \\ S_2 & (p_1-1)K & K & A_2+(p_1-2)H_2 & H_2 \\ S_2 & (p_1-1)K & K & (p_2-1)H_2 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1' \\ u_1'' \\ u_2' \\ u_2'' \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix}$$

A extensão deste estudo para um sistema com N diferentes grupos de geradores idênticos é similar ao realizado em um sistema com dois diferentes grupos de geradores idênticos, como será visto a seguir.

Agora, a estrutura dos autovetores locais e de interligação é dada pela equação (5.58) e a estrutura dos



autovetores intraplantas é dada pela equação (5.59).

Com estas estruturas, o modelo equivalente retendo somente os modos locais e de interligação é

$$\begin{aligned} \dot{X}_{IL} &= A_{IL}X_{IL} + B_{IL}U_{IL} \\ W &= C_{IL}X_{IL} \end{aligned} \quad (6.18)$$

onde

$$A_{IL} = \begin{bmatrix} A_0 & P_1 R_1 & \dots & P_N R_N \\ S_1 & A_1 + (P_1 - 1)H_1 & \dots & P_N J_{N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_N & P_1 K_{N-1} & & A_N + (P_N - 1)H_N \end{bmatrix}$$

$$B_{IL} = \begin{bmatrix} 0 \\ B^* \end{bmatrix}, \text{ onde } B^* = \text{bloco diag}(B_1, \dots, B_1, B_2, \dots, B_2, \dots, B_N)$$

$$C_{IL} = [0 \ C^*], \text{ onde } C^* = \text{bloco diag}(C_1, \dots, C_1, C_2, \dots, C_2, \dots, C_N)$$

Autovalores e autovetores locais e de interligação são determinados usando a matriz de ordem reduzida  $A_{IL}$ . Para os modos intraplantas usamos a equação (5.61).

Por sua similaridade com casos anteriores, o seguinte resultado é apresentado sem discussão:

Um controlador dado pela equação

$$u_1 = \dots = u_{p_1} = P_1(s)y_1 \quad \dots \quad u_\alpha = \dots = u_\beta = P_N(s)y_N$$

$$\text{onde } \alpha = p_1 + \dots + p_{N-1} + 1 \quad \text{e} \quad \beta = p_1 + \dots + p_N$$

pode controlar os modos locais e de interligação sem afetar os modos intraplantas e também pode ser projetado usando o modelo equivalente da equação (6.18).

A análise do caso particular onde todos os  $N$  grupos

são idênticos com idênticas interconexões é direta.

#### 6.4 UM EXEMPLO

Um sistema de potência será usado para ilustrar a técnica descrita e as características de interesse. O sistema de potência é composto de quatro geradores, representando uma usina ligada a uma grande máquina equivalente, representando o sistema externo. As interligações entre os geradores e o sistema externo são idênticas. Os geradores são idênticos mas diferentemente carregados para resultar em dois grupos de dois geradores. A máquina equivalente é representada pela equação de oscilação. Todas as outras máquinas são representadas pelo modelo de dois eixos e linearizadas conforme capítulo 2. A configuração do sistema é apresentada na figura 6.1 e os dados para estudo estão apresentados nas tabelas 6.1, 6.2 e 3.1 na frequência de 60 Hz e base de 100 MVA.

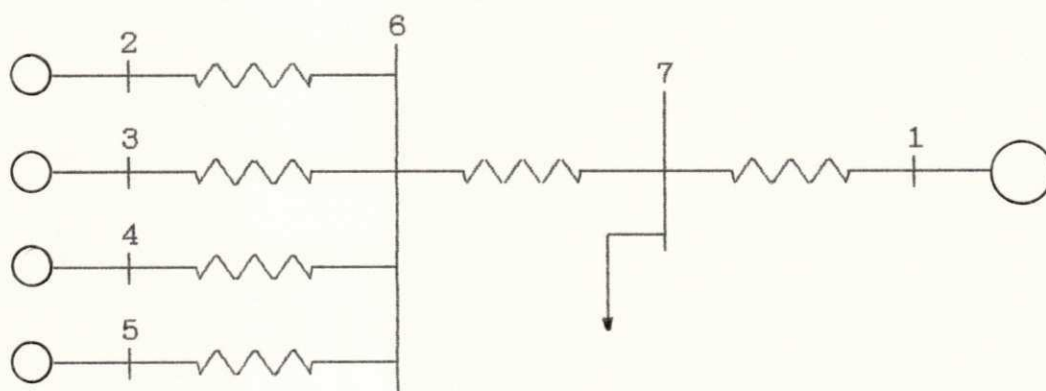


Figura 6.1 - Configuração do Sistema de Potência

Tabela 6.1 - Dados das barras

Barra	Tensão Magnitude	Fase	Geração		Carga	
			MW	MVar	MW	MVar
1	1.00	0.00	163.90	57.90	-	-
2 = 3	1.07	13.89	120.00	40.00	-	-
4 = 5	1.06	12.70	80.00	26.00	-	-
6	1.05	10.28	-	-	-	-
7	0.97	-5.58	-	-	550.00	50.00

Tabela 6.2 - Dados de linha

Da barra	para	Impedância (PU)	Susceptância (PU)
1	7	0.0000 + j0.0576	-
2	6	0.0000 + j0.0586	-
3	6	0.0000 + j0.0586	-
4	6	0.0000 + j0.0586	-
5	6	0.0000 + j0.0586	-
6	7	0.0085 + j0.0720	0.0000 + j0.1490

O modelo do sistema de excitação para todas as máquinas é dado pela figura 2.2, com os parâmetros dados na tabela 3.1.

Os geradores 2 e 3 são igualmente carregados, formando o primeiro grupo. Similarmente, os geradores 4 e 5 formam o segundo grupo.

Os autovalores complexos locais e de interligação (MLI) do sistema composto são

$$\begin{array}{ll} -10.29 \pm j18.51 & -0.16 \pm j10.03 \\ -12.29 \pm j 7.71 & -1.57 \pm j16.94 \end{array}$$

e os autovalores complexos intraplantas (MI) são

$$\begin{array}{ll} -12.52 \pm j7.52 & -1.26 \pm j17.06 \\ -12.04 \pm j7.90 & -1.95 \pm j16.83 \end{array}$$

Usando vetores de participação (Perez-Arriaga e outros, 1982), verifica-se que os autovalores

$$\begin{array}{ll} -0.16 \pm j10.03 & -1.26 \pm j17.06 \\ -1.57 \pm j16.94 & -1.95 + j16.83 \end{array}$$

são associados com os modos eletromecânicos.

É visto que somente os modos eletromecânicos locais e de interligação não são suficientemente amortecidos. São usados ESP's dados pela equação 2.15 e parâmetros dados na tabela 3.1, como controladores na forma da equação (6.16), com  $P_1(s)=P_2(s)$ . As velocidades dos geradores 2 e 4 são usadas para realimentação através dos estabilizadores do primeiro e segundo grupos, respectivamente.

O lugar das raízes dos autovalores principais é apresentado na figura 6.2 com variação nos ganhos dos estabilizadores,  $K_S$ . Somente o semi plano superior do plano complexo é apresentado. O semi plano inferior é a imagem do semi plano superior. Como esperado somente os modos locais e de interligação são modificados e  $K_S = 28$  é um bom ganho do estabilizador para amortecimento dos modos críticos.

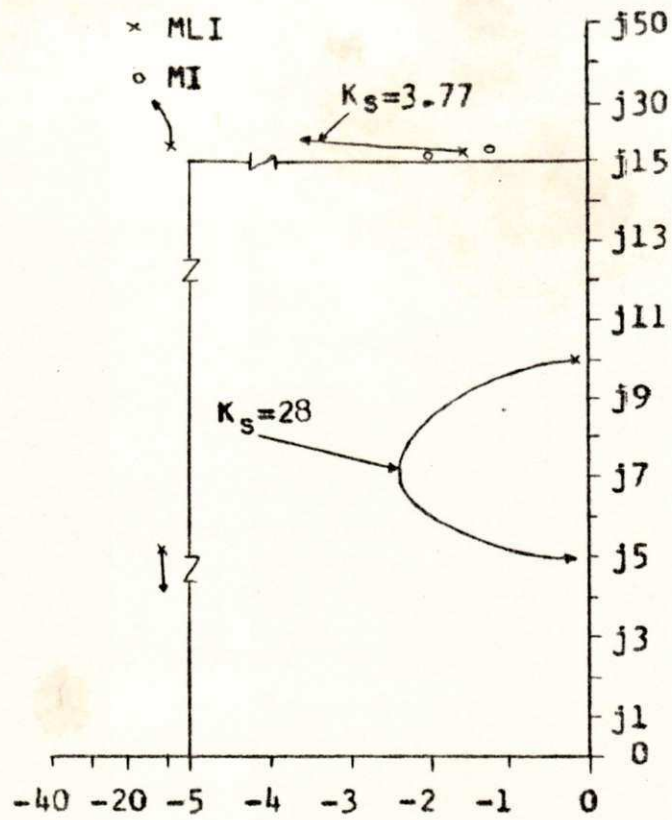


Figura 6.2 - Lugar das raízes dos autovalores principais para variação nos ganhos dos estabilizadores.

## 7. VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE DISSIMILARIDADES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA COM GERADORES IDÊNTICOS

### 7.1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que os parâmetros dos modelos dos geradores e controladores em grupos de unidades idênticas apresentam dissimilaridades. Estas podem modificar modos de oscilação eletromecânicos instáveis e não-observáveis externamente no sistema com geradores idênticos e muito menos no sistema representado por uma máquina equivalente (Martins & Baitelli, 1982). Pretende-se, agora, estudar a influência destas dissimilaridades sobre os modos de oscilação, conseguindo com isto observar sob o aspecto global o comportamento do sistema na ocorrência de distúrbios.

As dissimilaridades ocorrem nos parâmetros das máquinas e distribuição de cargas entre geradores idênticos. Sabe-se que geradores idênticos com cargas ou parâmetros diferentes possuem modelos lineares distintos. Logo, pretende-se verificar o efeito de pequenas dissimilaridades nas diferentes categorias de modos do sistema.

Esta verificação é feita usando um sistema de potência onde se faz um estudo comparativo entre o sistema com geradores idênticos e aquele que apresenta

dissimilaridades nas potências ativas e nas reatâncias dos geradores idênticos.

## 7.2 SISTEMA COM GERADORES IDÊNTICOS

O sistema exemplo é o da seção 4.4, constituído de 8 barras e 6 geradores sendo 4 idênticos. Dissimilaridades são introduzidas, em relação aos dados da Tabela 4.3, uma de cada vez, nas potências ativas e nas reatâncias dos geradores idênticos conforme tabela 7.1. A variação máxima das potências e das reatâncias é de 15% e 10%, respectivamente.

Tabela 7.1 - Dissimilaridades nos geradores idênticos

	Gerador 3	Gerador 4	Gerador 5	Gerador 6	Ud
$X'_d$	0.1824	0.1769	0.1714	0.1642	PU
$X_l$	0.0647	0.0628	0.0608	0.0582	PU
$X_d$	0.6588	0.6390	0.6193	0.5929	PU
$X_q$	0.3293	0.3194	0.3095	0.2964	PU
P.Ativa	1.7500	1.4870	1.9240	1.8370	PU
P.Reativa	0.3895	0.3600	0.4130	0.4010	PU

A partir dos fluxos de cargas e linearizações, foram obtidos os autovalores constantes da tabela 7.2, correspondentes aos modos de oscilação do sistema.

Tabela 7.2 - Autovalores do sistema com e sem dissimilaridades

	Autovalores locais e de interligação	Autovalores intraplantas
Sem Dissimilaridades	-24.254 ± j10.350	-0.329 ± j 9.288
	-0.179 ± j 7.409	-0.329 ± j 9.288
	0.115 ± j 7.310	-0.329 ± j 9.288
Com Dissimilaridades nas potências	-24.254 ± j10.350	-0.330 ± j 9.216
	-0.179 ± j 7.409	-0.328 ± j 9.338
	0.115 ± j 7.310	-0.328 ± j 9.302
Com Dissimilaridades nas reatâncias	-24.254 ± j10.350	-0.328 ± j 9.539
	-0.184 ± j 7.494	-0.328 ± j 9.322
	0.114 ± j 7.309	-0.328 ± j 9.419

Da tabela 7.2 conclui-se que o sistema é instável e que havendo dissimilaridades, não existe repetição dos autovalores intraplantas. As modificações observadas nos autovalores, foram, entretanto, muito pequenas.

### 7.3 AJUSTE DOS PARÂMETROS DOS ESTABILIZADORES

Devido à instabilidade do sistema e a necessidade do estudo da influência das dissimilaridades sobre os modos de oscilação do sistema, estabilizadores são projetados para todos os geradores exceto para o gerador equivalente, seguindo a técnica descrita no Apêndice e sem considerar dissimilaridades no sistema. Para efeito de justificação, os ESP's serão projetados por técnicas de resposta em frequência (Mello & Concordia, 1969; Cavalcanti & Castro, 1991).

Para o projeto dos estabilizadores relacionados com



os geradores idênticos 3,4 5 e 6, estes, serão substituídos por um único gerador equivalente que chamaremos de Gerador Equivalente das Unidades Idênticas (GEUI) a exemplo do que é realizado na prática. Após, o que, retornaremos ao nosso sistema original.

O modo instável cuja frequência de oscilação é de 7.310 rd/s, provoca um atraso de fase nas funções de transferência da  $GEP(j\omega)$  do gerador 2 e da  $GEP(j\omega)$  do GEUI de  $-29.02^\circ$  e  $-98.76^\circ$ , respectivamente. As funções de transferências das  $GEP$ 's do gerador 2 e do GEUI são apresentadas no apêndice.

A figura 7.1 mostra a variação da fase da função de transferência do conjunto  $GEP(j\omega)$  e  $ESP(j\omega)$  para vários valores de constantes de tempo  $T_1=T_3$  e  $T_2=T_4$  e constante de tempo "washout"  $T_w = 5$  seg., com estabilizador somente no gerador 2. A curva 5 foi escolhida devido a sua maior aproximação com a curva característica da técnica, e tem como constante de tempo  $T_1/T_2 = T_3/T_4 = .147/.124$ , obtendo assim um atraso do conjunto  $ESP(j\omega)$  e  $GEP(j\omega)$  de aproximadamente  $-18^\circ$  na frequência de 7.310 rd/s.

Da mesma forma, a figura 7.2 mostra a fase da função de transferência do conjunto  $GEP(j\omega)$  e  $ESP(j\omega)$  para diversos valores de constantes de tempo com  $T_w = 5$  seg. e estabilizador somente no GEUI. Sabendo-se que o atraso da  $GEP(j\omega)$  é de  $-98.76^\circ$  na frequência de oscilação do modo instável, a curva 6 que tem como constantes de tempo  $T_1/T_2 = T_3/T_4 = .263/.071$  foi escolhida, dando um atraso no conjunto  $GEP(j\omega)$  e  $ESP(j\omega)$  de aproximadamente  $-28^\circ$ .

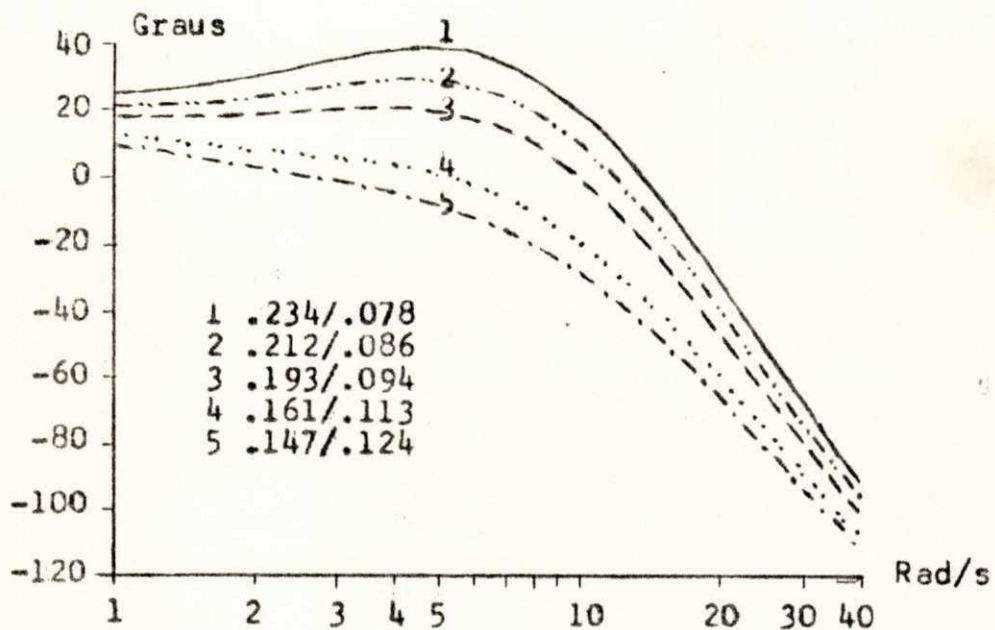


Figura 7.1 - Fase da função de transferência do conjunto  $GEP(j\omega)$  e  $ESP(j\omega)$  com estabilizador no gerador 2.

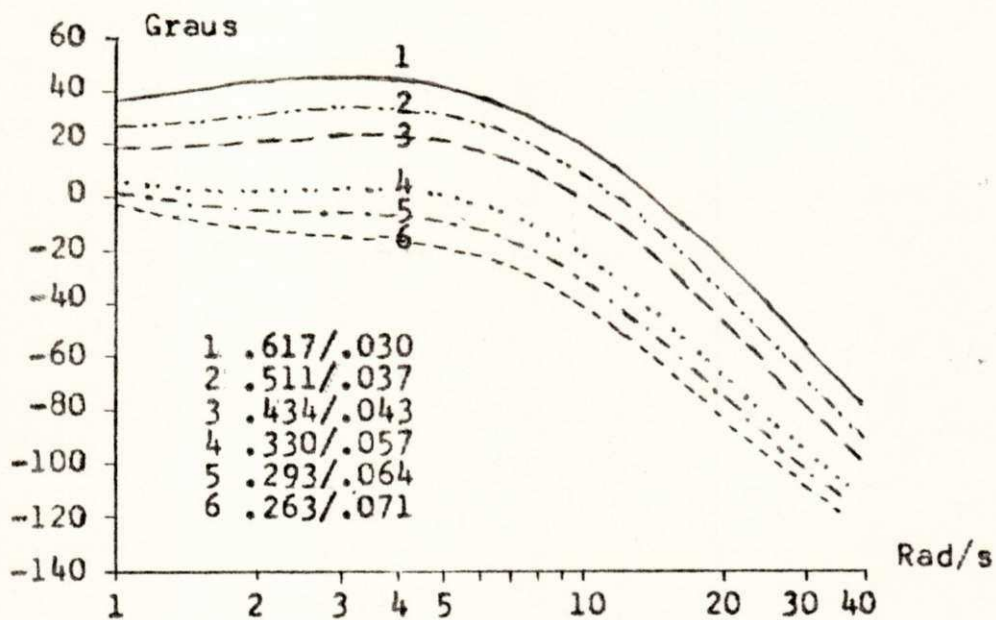


Figura 7.2 - Fase da função de transferência do conjunto  $GEP(j\omega)$  e  $ESP(j\omega)$  com estabilizador no GEUI.

#### 7.4 EFEITO DAS DISSIMILARIDADES SOBRE OS LUGARES DAS RAÍZES

As figuras 7.3, 7.4 e 7.5 mostram os lugares das raízes com estabilizador no gerador 2 para o sistema sem dissimilaridades, com dissimilaridades nas reatâncias e potências ativas, respectivamente. O mesmo acontecendo com as figuras 7.6, 7.7 e 7.8 com estabilizadores idênticos nos geradores idênticos 3,4,5 e 6. Em todas as figuras temos:

MLI = Modos locais ou de interligação

MI = Modos intraplantas

MF = Modo fixo (local ou de interligação)

e utilizam-se os estabilizadores projetados para o sistema sem dissimilaridades.

Observa-se da figura 7.3 que este estabilizador não tem nenhuma influência sobre os modos intraplantas nem no modo de oscilação cuja frequência é 7.409 rad/s e que ao ocorrer as dissimilaridades, figuras 7.4 e 7.5, os lugares das raízes continuam praticamente os mesmos. Escolheu-se como ganho para este estabilizador  $K_g = 24.5$  que dá um bom amortecimento no modo de oscilação instável (7.310 rad/s) sem prejudicar bastante os demais.

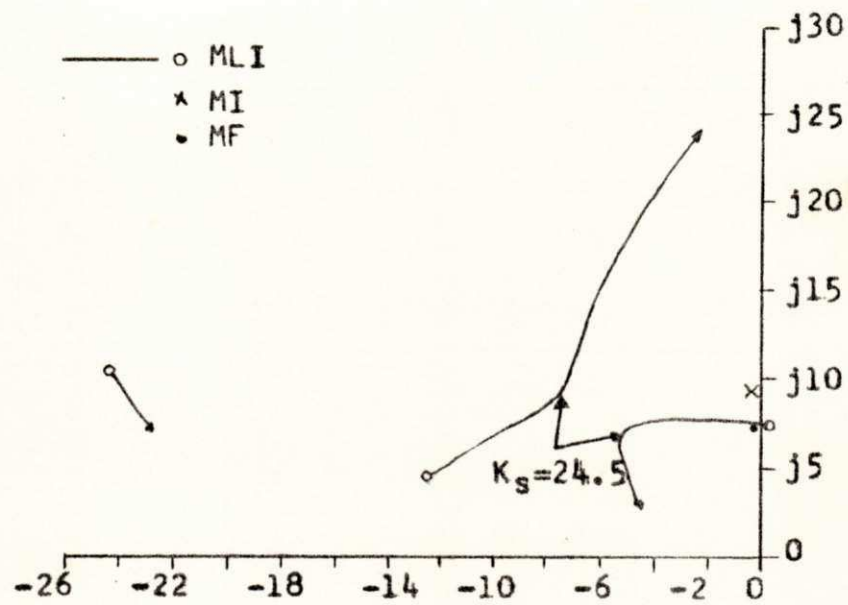


Figura 7.3 - Lugar das raízes para estabilizador no gerador 2 (sem dissimilaridades) para variações de  $K_S$ .

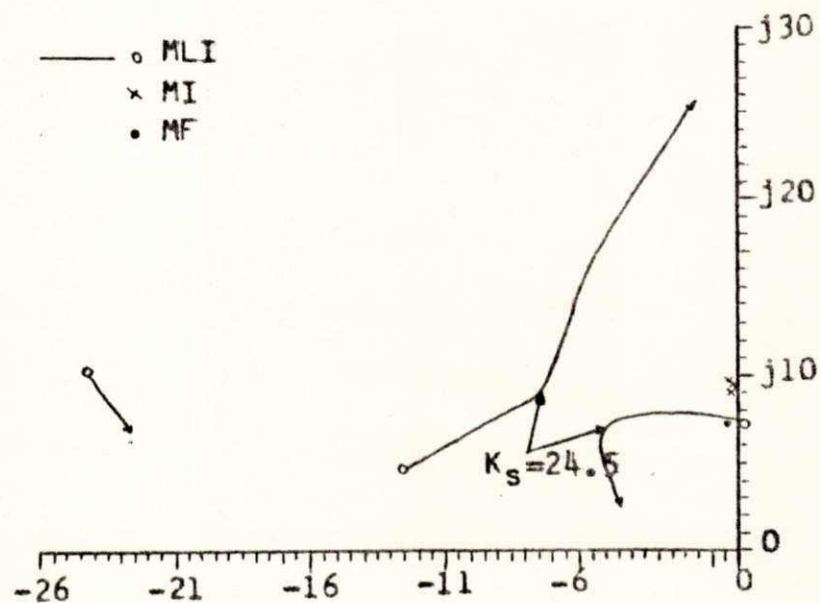


Figura 7.4 - Lugar das raízes para estabilizador no gerador 2 com dissimilaridades nas reatâncias para variações de  $K_S$ .

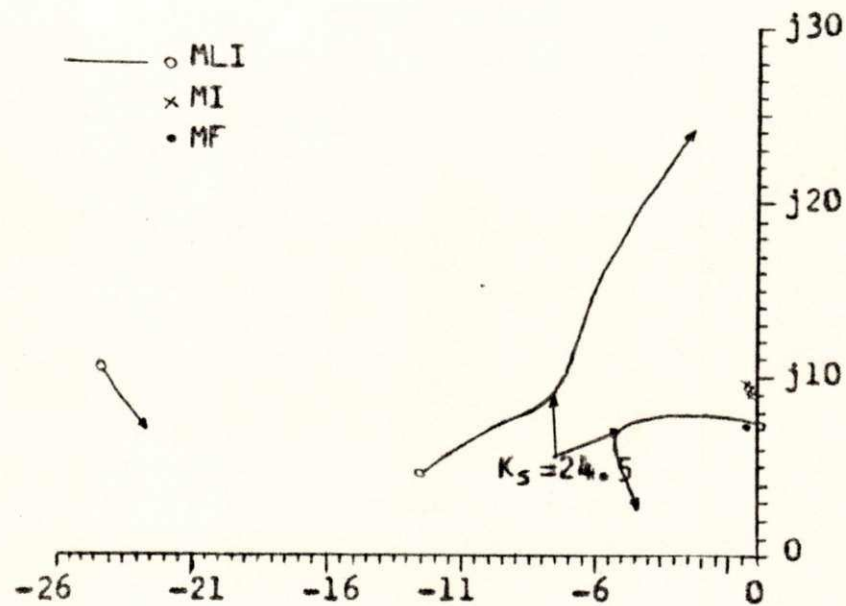


Figura 7.5 - Lugar das raízes para estabilizador no gerador 2 com dissimilaridades nas potências ativas para variações de  $K_S$ .

Da mesma forma, vemos das figuras 7.6, 7.7 e 7.8 que os estabilizadores nos geradores idênticos não têm nenhuma influência sobre o modo de oscilação instável e que com as dissimilaridades os lugares de raízes permanecem praticamente os mesmos. Escolheu-se para estes estabilizadores um ganho  $K_S = 18.85$ .

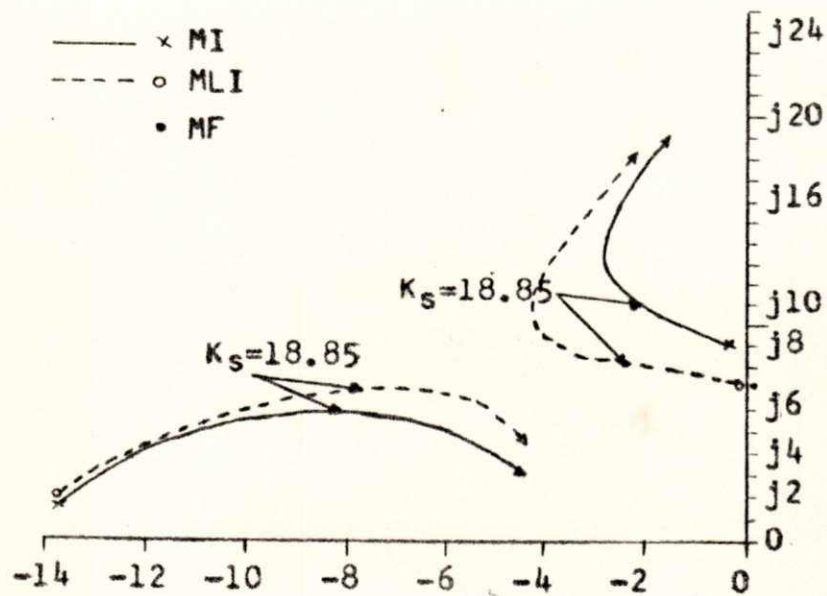


Figura 7.6 - Lugar das raízes para estabilizadores nos geradores idênticos (sem dissimilaridades) para variações de  $K_s$ .

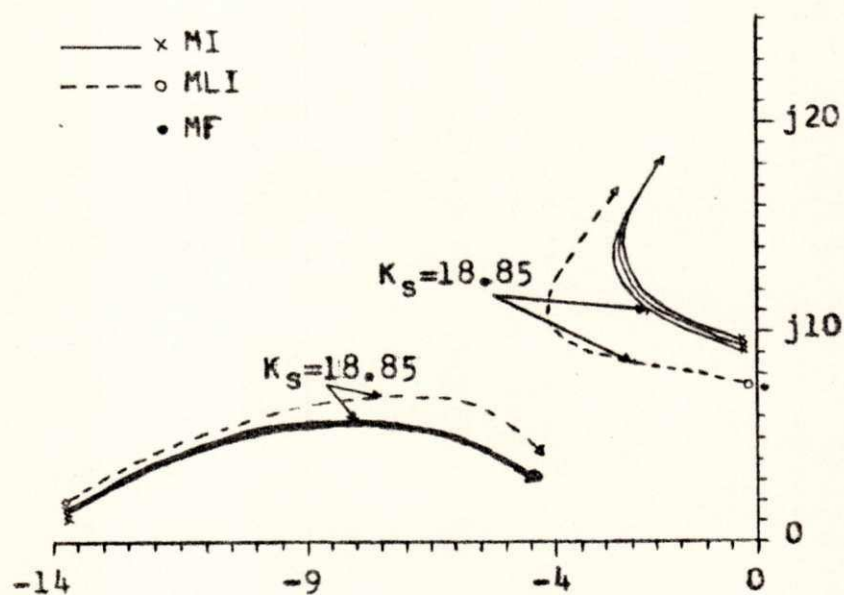


Figura 7.7 - Lugar das raízes para estabilizadores nos geradores idênticos com dissimilaridades nas reatâncias para variações de  $K_s$ .

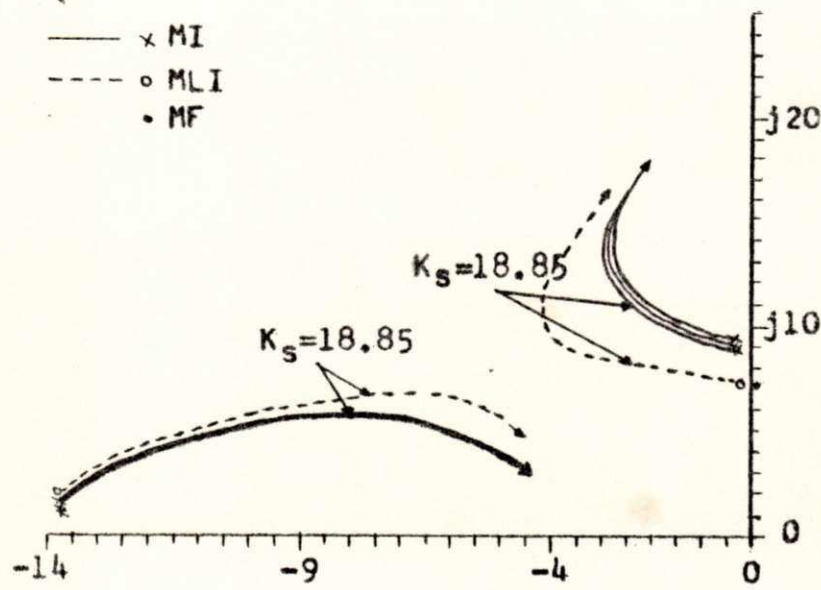


Figura 7.8 - Lugar das raízes para estabilizadores nos geradores idênticos com dissimilaridade nas potências ativas para variações de  $K_s$ .

Na figura 7.9, temos o lugar das raízes para estabilizadores em todos os geradores, dando uma visão geral do comportamento de todos os modos de oscilação.

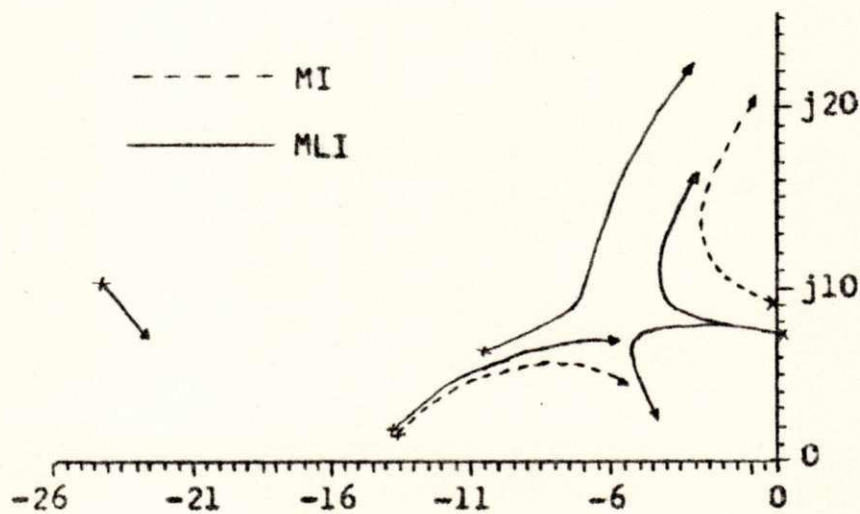


Figura 7.9 - Lugar das raízes para estabilizadores em todos os geradores (sem dissimilaridades) para variações de  $K_s$ .

## 7.5 SIMULAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA

Simulações dinâmicas são realizadas com o fim de observar o comportamento do sistema sem e com dissimilaridades e o desempenho dos estabilizadores, quando submetido a um grande distúrbio, tal como curto circuito trifásico (CCT) nas barras do sistema.

As figuras seguintes, mostram as variações dos ângulos de torque dos geradores para CCT's nas barras dos sistemas sem e com dissimilaridades nas reatância e potências ativas das máquinas.

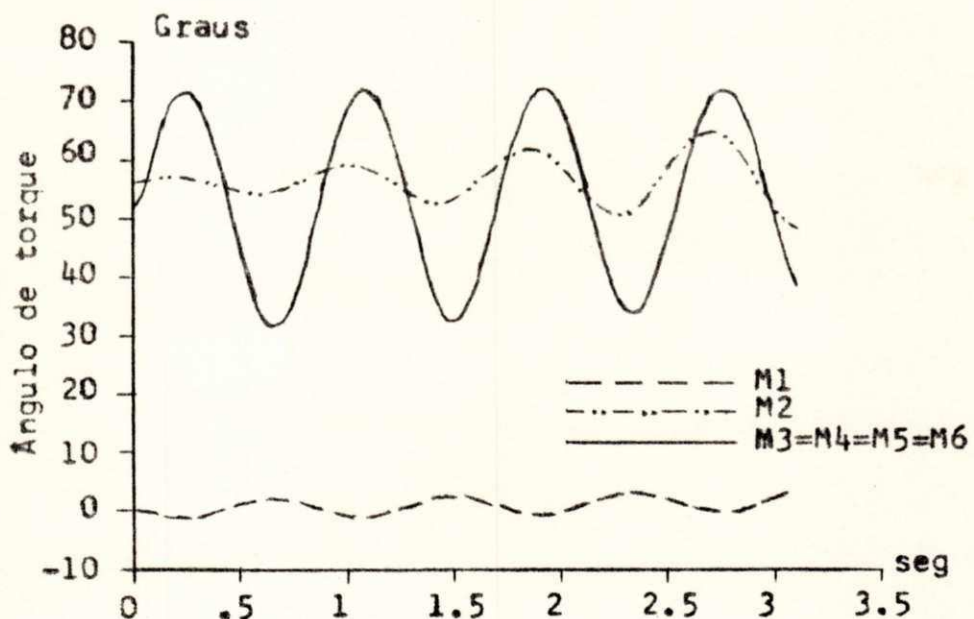


Figura 7.10 - CCT na barra 7 durante 0.05 seg. sem estabilizador e sem dissimilaridades



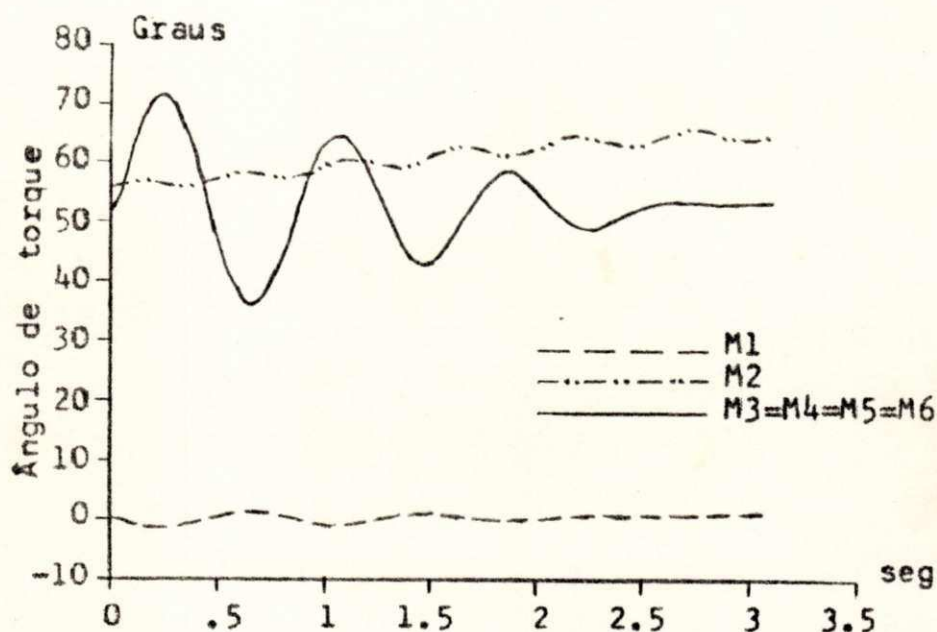


Figura 7.11 - CCT na barra 7 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e sem dissimilaridades

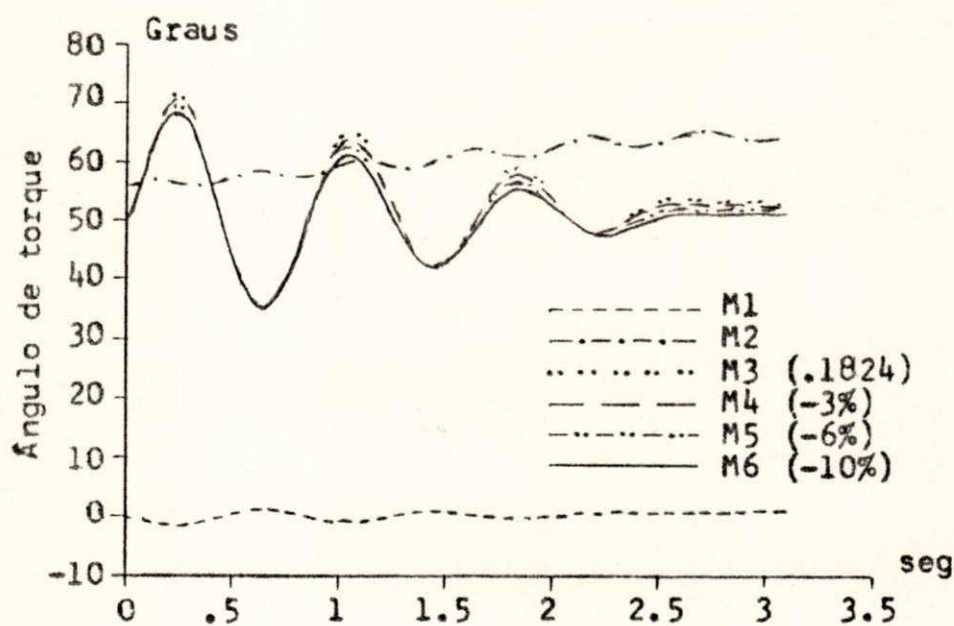


Figura 7.12 - CCT na barra 7 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e dissimilaridades nas reatâncias dos geradores idênticos

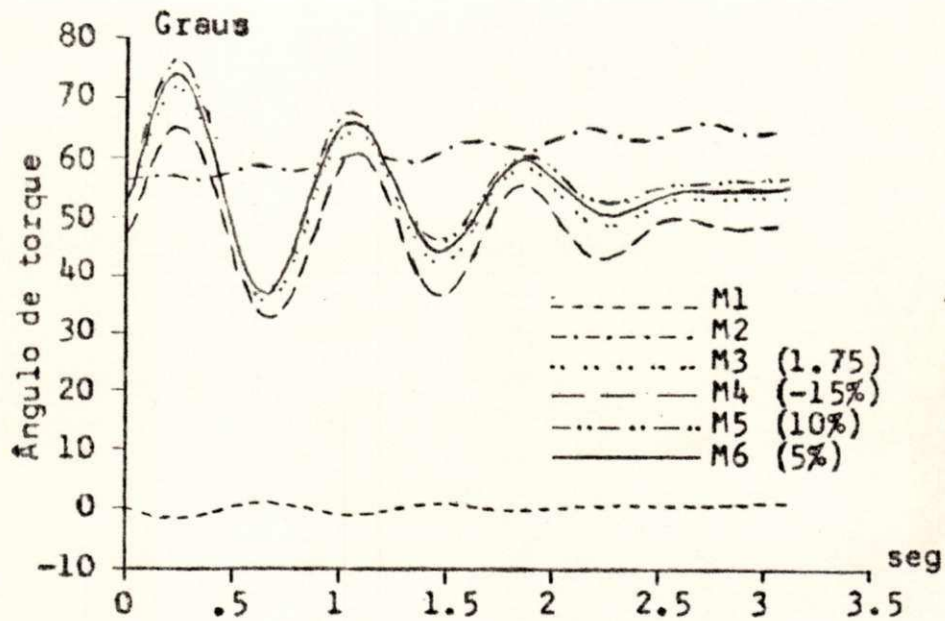


Figura 7.13 - CCT na barra 7 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e dissimilaridades nas potências ativas dos geradores idênticos

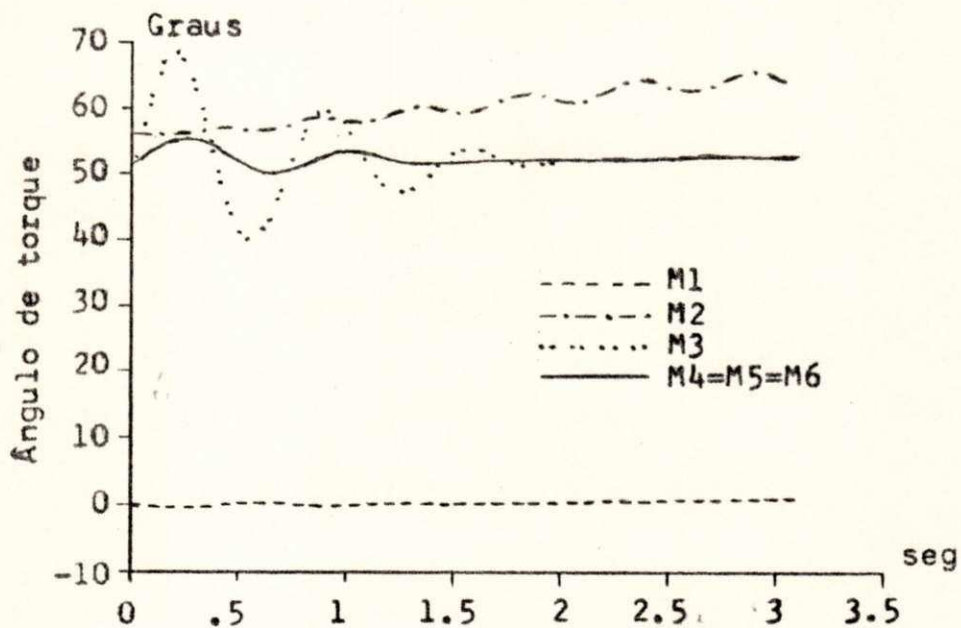


Figura 7.14 - CCT na barra 3 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e sem dissimilaridades

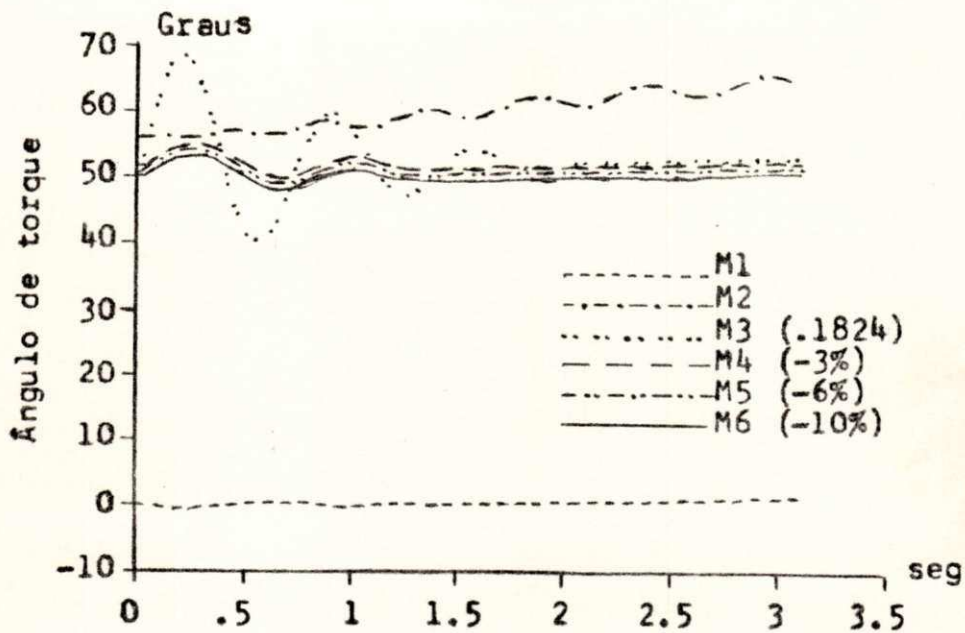


Figura 7.15 - CCT na barra 3 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e dissimilaridades nas reatâncias dos geradores idênticos

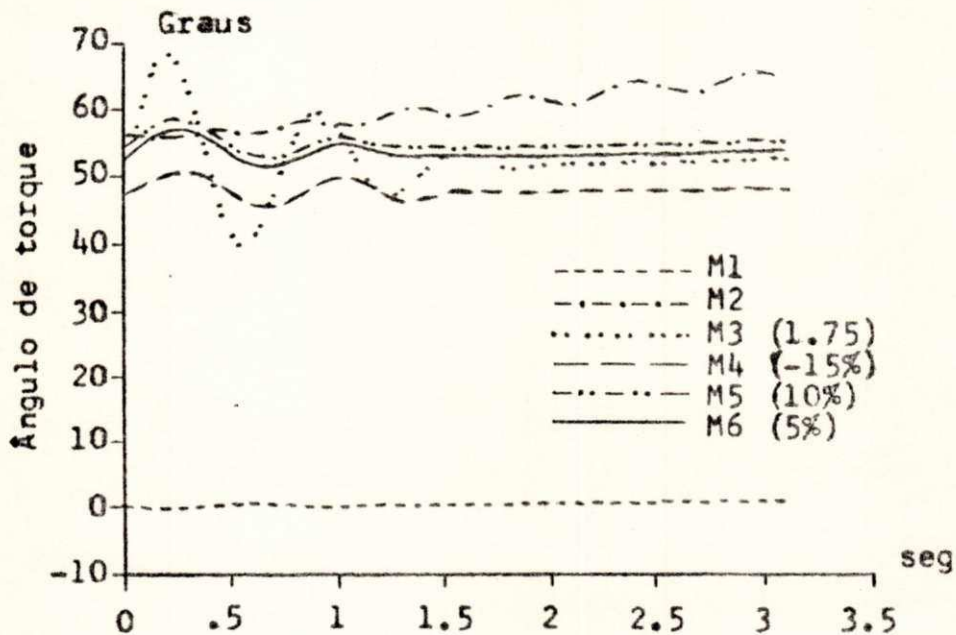


Figura 7.16 - CCT na barra 3 durante 0.05 seg. com estabilizadores em todos os geradores e dissimilaridades nas potências ativas dos geradores idênticos

Observa-se da figura 7.10 a instabilidade dinâmica do sistema, como era esperado, já que o sistema apresenta um modo instável.

A figura 7.11 mostra um bom desempenho dos estabilizadores obtendo um bom amortecimento do sistema e que com os geradores idênticos, não existe diferenças nas variações dos seus ângulos de torque.

Na figura 7.12 observamos que apesar das dissimilaridades nas reatâncias as variações angulares entre os geradores idênticos são pequenas e o comportamento dos estabilizadores continuam praticamente os mesmos da figura anterior.

A figura 7.13 tem-se uma maior variação dos ângulos entre os geradores idênticos, como era esperado, já que estes ângulos dependem muito das potências ativas destes geradores, mas em termo do comportamento dinâmico do sistema, continua também bem próximo ao da figura 7.11.

As mesmas observações podem ser tiradas observando o comportamento dinâmico do sistema para o caso de CCT na barra 3, dados pelas figuras 7.14, 7.15 e 7.16.

Destas observações, conclui-se que, o sistema embora apresente dissimilaridades nas reatâncias dos seus geradores e em suas potências ativas, pode ser analisado como se fosse composto por unidades idênticas e que portanto todo o estudo apresentado pode ser usado nestes sistemas, contribuindo nos estudos de sistemas de grande porte.

## 8. CONCLUSÕES

Inicialmente, uma nova estrutura para análise de um sistema composto de duas ou mais unidades em uma usina de geração interligada com um sistema de potência foi apresentada. Importantes conclusões, tais como controlabilidade e observabilidade dos modos para alguns tipos de sinais e realimentação e para estabilizadores idênticos, foram obtidos. Foi observado que o sistema tem somente dois tipos de modos, chamados modos locais e intraplantas, respectivamente.

Foi visto que neste caso o número de autovalores associados com os modos locais é invariante para qualquer número de unidades idênticas. Entretanto, os autovalores locais são dependentes do número de unidades, e também do sistema de potência externo.

Por outro lado, os autovalores associados com os modos intraplantas são invariantes para qualquer número de unidades idênticas e independem do sistema de potência externo. Estes autovalores, entretanto, são repetidos se existem mais do que duas unidades idênticas.

Verificou-se que os autovalores locais e intraplantas e seus autovetores podem ser obtidos usando matrizes de ordem reduzida.

Explorando a estrutura especial do sistema, a Matriz Função de Transferência (MFT) de um grande sistema de potência composto de unidades idênticas e interligações simétricas é determinada usando resultados obtidos do modelo de uma unidade. A MFT, como esperada, tem uma estrutura com blocos idênticos na diagonal principal e blocos idênticos e simétricos fora da diagonal principal. A forma de Jordan da matriz principal do sistema composto é diretamente construída das propriedades modais das matrizes reduzidas. Também, usando os autovetores das matrizes reduzidas e a forma de Jordan, a matriz resolvente é construída propiciando assim, a construção da MFT do sistema composto.

Os problemas de autovalores, autovetores e de controle seletivo de uma categoria de modos em um sistema com grupos de unidades idênticas e idênticas interligações foram investigados. Mostrou-se que estes problemas podem ser resolvidos usando um modelo de ordem reduzida para cada categoria de modos.

Foi também verificado que neste caso existem três categorias de modos, chamados locais, de interligação e intraplantas. Autovalores intraplantas, que dependem somente de um grupo particular, são sempre repetidos em sistemas com grupos de mais de duas unidades idênticas. Autovalores de interligação, que dependem de um ou mais grupos, são também repetidos nestes sistemas com mais de dois grupos idênticos e idênticas interligações.

A extensão do estudo para um sistema com diferentes

grupos de unidades idênticas mostra que, nestes sistemas, os autovalores locais e de interligação devem ser tratados em conjunto. Neste caso, os autovalores intraplantas de um grupo são diferentes daqueles de outro grupo.

O controle seletivo dos modos locais e de interligação usando ESP em sistemas de potência com grupos de geradores idênticos foi analisado. Foi visto que o problema pode ser resolvido usando modelos equivalentes de ordem reduzida, retendo somente os modos de interesse. Sinais de realimentação comuns e estabilizadores idênticos para todos os geradores de cada grupo foram usados para obter o controle seletivo.

Foi visto que para sistemas com grupos idênticos e idênticas interligações os modos locais e de interligação podem ser analisados e seus controladores podem ser projetados separadamente usando modelos equivalentes específicos.

A técnica proposta é bem conveniente para grupos adjacentes. Entretanto, não existe nenhuma dificuldade em aplicá-la em grupos não adjacentes usando sinais locais para cada grupo.

Neste caso de grupos de unidades, o estudo foi restrito para sinais de saída dependendo somente dos estados de uma unidade. Porém, muitos resultados são também válidos para sinais de saída dependentes de mais de uma unidade.

Finalmente, o estudo foi aplicado a um grupo de

geradores em uma usina pertencente a um sistema de potência, onde estes, apresentavam dissimilaridades nas suas reatâncias e potências ativas, concluindo-se que, mesmo com estas dissimilaridades o sistema se comportou, com grande aproximação, para efeito de amortecimento dos modos de oscilação, como se todas as unidades geradoras fossem idênticas. Portanto, sua análise pode ser realizada, com muito boa aproximação, usando toda teoria desenvolvida para geradores idênticos.

Diante do que foi exposto no presente trabalho e das conclusões apresentadas, observamos que o campo de estudo pesquisado é amplo necessitando portanto ser complementado em alguns pontos. Logo, sugerimos os seguintes assuntos a serem pesquisados como continuação do trabalho.

1. Comparação dos modelos reduzidos utilizados no trabalho com os modelos utilizados na prática.
2. Determinação das matrizes de função de transferência de sistemas de potência com grupos de unidades idênticas.
3. Análise modal de dinâmica torcional em sistemas de potência com geradores idênticos, complementando o trabalho de Alden e outros (1977).
4. Controle centralizado considerando sinais de diversas usinas em sistemas de potência com múltiplas máquinas.
5. Análise modal de sistemas de potência considerando



diversos modelos de carga.

6. Estudo comparativo da análise modal e análise no domínio de frequência de sistemas com grupos de unidades idênticas.

## REFERÊNCIAS

1. ALDEN, R.T.H., P.J. NOLAN & J.P. BAYNE . "Shaft Dynamics in Closely Coupled Identical Generators". IEEE Trans. PAS-96. 721-728. 1977.
2. ANDERSON, P.M. & FOUAD . "Power System Control and Stability". IOWA. USA. The IOWA State University Press, AMES. 1977. VOL.1.
3. ANDERSON, J.H. . "Matrix Methods for the Study of a Regulated Synchronous Machine". IEEE Trans. PAS-57. 2122-2136. 1969.
4. AOKI, M. . "Control of Large-Scale Dynamic Systems by Aggregation". IEEE Trans. Automatic Control. AC-13. 246-253. 1968.
5. ARAÚJO, C.S. . "Estudo da Influência de Estabilizadores em Sistemas de Potência de Múltiplas Unidades Geradoras Sobre os Modos de Oscilação". Dissertação de mestrado . Universidade Federal da Paraíba . UFPb . Campus II . Campina Grande. 1988.
6. ARCIDIACONO, V., E. FERRARY, R. MARCONNOTO, J. DOS GHALI & D. GANDEZ . "Evaluation and Improvement of Electromechanical Oscillation Damping by Means of Eigenvalue-Eigenvector Analysis. Practical Results in

- The Central Peru Power System". IEEE Trans. PAS-99.892-901. 1980.
7. BAUER, D.L., Wn. D. BUHR, S.S. COGSWELL, D.B. CORY, G.B. OSTROSKI & D.A. SWANSON . "Simulation of Low Frequency Undamped Oscillations in Large Power Systems". IEEE Trans. PAS-94. 207-213. 1975.
  8. BYERLY, R.T., R.J. BENNON & D.E. SHERMAN . "Eigenvalue Analysis of Synchronizing Power Flow Oscillation in Large Electric Power Systems". IEEE PICA Conf. 134-132. 1981.
  9. CASTRO, J.C., M.O. CATÃO & R. DORAISWAMI. "Identification of the Generating Units to be Equipped with Stabilizers in a Multimachine Power System". AUTOMÁTICA, 24, 405-409. 1988.
  10. CASTRO, J.C. ."Modal Framework for Systems with Identical Units". Anais do 11th IFAC World congress. Tallinn. Vol. 2. 257-261. 1990.
  11. CAVALCANTI, L.F. & J.C. CASTRO . "Design of Power System Stabilizers by Fitting Frequency Responses". Anais do FIRST IFAC Symposium of Design Methods of Control Systems. Zurich. 73-78. 1991.
  12. CHEN, C.T. "Linear System Theory and Design". New York. Holt. Rinehart and Winston. 1984.
  13. CRENSHAW, M.L., J.M. CUETLER, G.F. WRIGHT & W.J. REID Jr. "Power System Stabilizer Applications in a

- Two-Unit Plant Analytical Studies and Field Tests".  
IEEE Trans. PAS-102. 267-274. 1983.
14. D'AZZO, J.J. & C.H. HOUPIS . "Linear Control System Analysis and Design". Mc Graw-Hill, Inc. 1975.
  15. DORAISWAMI, R., A.M. SHARAF & J.C. CASTRO . "A Novel Excitation Control Design for Multimachine Power Systems". IEEE Trans. PAS-103. 1052-1058. 1984.
  16. GUERRA, M.F. . "Modelos de Máquinas Síncronas para Projetos de Sinais Estabilizadores Usando-se Teoria de Controle Ótimo". Tese de mestrado, DEE/UFPB. 1987.
  17. IEEE COMMITTEE REPORT . "Excitation System Models for Power System Stability Studies". IEEE Trans. PAS-100. 2. 494-507. 1981.
  18. KIMBARK, E.W. . "Power System Stability, Synchronous Machines". Dover Publications Inc. N.Y. Vol.3. 1956.
  19. KUNDUR, D.C. LEE P. & H.M. ZEIN EL-DIN . "Power Systems Stabilizers for Thermal Units: Analytical Techniques and On-Site Validation". IEEE Trans. PAS-100. 81-95. 1981.
  20. LARSEN, E.V. & D.A. SWANN. "Applying Power System Stabilizers". IEEE Trans. PAS-100. 3017-3046. 1981.
  21. MACFARLANE, A.G.J. "Relationships Between Recent Developments in Linear Control Theory and Classical Design Techniques, in Control System Design by Pole-Zero Assignment". F. Fallside, Ed. London.

- Academic Press. 1977.
22. MAHMOUD, M.S. . "Dynamic Decentralized Stabilization for a Class of Multi-Stage Processes". AUTOMÁTICA. AC-13. 421-425. 1989.
  23. MARTINS, N. & R. BAITELLI . "Análise do Amortecimento das Oscilações Eletromecânicas em Sistemas de Potência Multimáquina por Métodos de Resposta em Frequência. Anais do 4<sup>o</sup> Congresso brasileiro de AUTOMÁTICA. Vol. 2. 485-490. 1982a.
  24. MARTINS, N. & R. BAITELLI . "Analysis of Low-Damped Electromechanical Oscillations in Large Power Systems". CIGRE Conference. Paper 31-02. 1982b.
  25. MARTINS, N. & L.T.G. LIMA . "Determination of Suitable Locations for Power System Stabilizers and Static VAR Compensators for damping Electromechanical Oscillations in Large Scale Power Systems". IEEE Trans. Vol. 5. 1455-1469. 1990.
  26. MARTINS, N. . "Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-Signal Stability Studies". IEEE Trans. PWRD 1. 217-226. 1986.
  27. MELLO, F.P. de & C. CONCORDIA . "Concepts of Synchronous Machines Stability as Affected by Excitation Control". IEEE Trans. PAS-98. 316-329. 1969.
  28. MELLO, F.P. de , P.J. NOLAN, T.F. LASKOWSKI & J.M.

- UNDRILL . "Coordinated Application of Stabilizers in Multimachine Power Systems". IEEE Trans. PAS-99. 892-901. 1980.
29. MISRA, P. & R.V. PATEL . "Computation of Transfer Function Matrices of Linear Multivariable Systems". AUTOMATICA. 23. 635-640. 1987.
30. MOTA, W.S. "Optimal Control Techniques in the Design of Power System Stabilizers". Ph.D Thesis, University of Waterloo. Canada. 1981.
31. NELSA, J.L. & S.K. JONES . "Computer Programs for Computational Assistance in the Study of Linear Control Theory". Mc Graw-Hill. New York. 1973.
32. OSTOJIC, D.R. . "Identification of Optimum Site for Power System Stabilizer Applications". IEE Proc. 135. (5). 416-419. 1988.
33. PAGOLA, F.L., PEREZ-ARRIAGA & G.V. VERGHESE . "On Sensitivies, Residues and Participations: Applications to Oscilatory Stability Analysis and Control". IEEE Trans. PWR-4.278-285. 1989.
34. PEARSON, J.B. & C.Y. DING . "Compensator Design for Multivariable Linear Systems". IEEE Trans. Automatic Control. AC-14. 130-134. 1969.
35. PEREZ-ARRIAGA, I.J., G.C. VERGHESE & F.C. SCHWEPPE . "Selective Modal Analysis With Applications to Electric Power Systems". IEEE Trans. PAS-101.

- 3117-3125. 1982.
36. PERRY, R.J., H.H. SUN & W.A. BERGER . "Determination of Transfer Function Matrix in Multivariable Systems". IEEE Trans. Automatic Control. AC-33. 305-307. 1988.
37. SCHLEIF, F.R., R.K. FEELEY, W.H. PHILLIPS & R.W. TORLUEMKE . "A Power System Stabilizer Application With Local Mode Cancellation". IEEE Trans. PAS-98. 1054-1059. 1979.
38. SCHLEIF, F.R., H.D. HUNKINS, G.E. MARTIN & E.E. HATTAN. "Excitation Control to Improve Powerline Stability". IEEE. Trans. PAS-87. 1426-1434. 1968.
39. SCHLEIF, F.R. & J.H. WHITE . "Damping for the Northwest Southwest Tie Line Oscillations - An Analog Study". IEEE Trans. PAS-85. 1239-1247. 1966.
40. SIVAKUMAR, S., A.M. SHARAF & H.G. HAMED . "Coordinated Tuning of Power System Stabilizers in Multimachine Power Systems". *Int. J. of Electric Power System Research*. 8. 275-284. 1985.
41. SUNDARESHAN, M.K. & R.M. ELBANNA . "Qualitative Analysis and Decentralized Controller Synthesis for a Class of Large-Scale Systems with Simmetrically Interconnected Subsystems". AUTOMATICA 27. 383-388. 1991.
42. TSE, C.T. & S.K. TSO . "Design Optimisation of Power

- System Stabiliser Based on Modal and Eigenvalue-Sensitivity Analysis". IEE Proc. C. 135. (5). 406-415. 1988a.
43. TSE, C.T. & S.K. TSO . "Approach to the Study of Small-Perturbation Stability of Multimachine Systems". IEE Proc. C. 135. (5). 396-405. 1988b.
44. UNDRILL, J.M. . "Dynamic Stability Calculations for an Arbitrary Number of Interconnected Synchronous Machines". IEEE Trans. PAS-87, 835-844. 1968.
45. YOUNG, C.C. . "Equipment and System Modeling for Large-Sacale Stability Studies". IEEE Trans. PAS-91. 99-109. 1972.



## APÊNDICE

### AJUSTAGEM DOS PARÂMETROS DOS ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

#### A.1 INTRODUÇÃO

A idéia básica é obter o ajuste dos parâmetros dos estabilizadores tal que a característica de fase do conjunto formado pelo ESP(s) e GEP(s) que é a função de transferência incluindo as características do sistema de excitação, geradores e sistema de potência (Larsen & Swann, 1981), se aproxime da característica de fase de uma função pré-definida. Para isto, usaremos os passos descritos a seguir.

#### A.2 AJUSTE DOS PARÂMETROS DO ESP

Um modelo linearizado de 3ª ordem da máquina síncrona, ligada a uma barra infinita ( $V_\infty$ ) através de uma impedância equivalente ( $R_e + jX_e$ ) incluindo os efeitos da GEP(s) é dado de acordo com o diagrama de blocos da figura A.1 (Larsen & Swann, 1981).

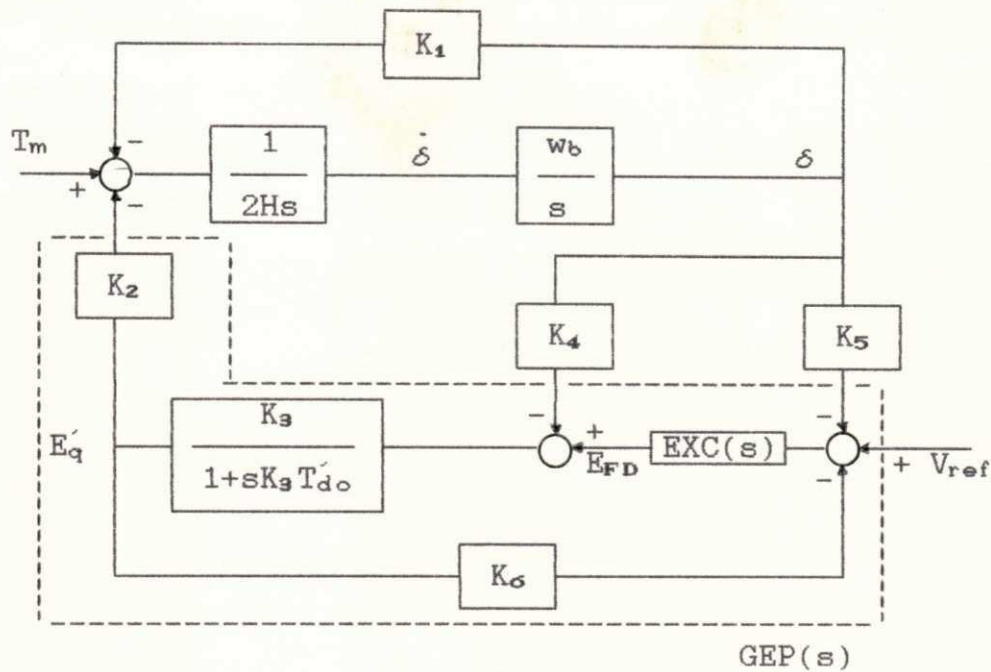


Figura A.1 - Modelo linearizado de uma máquina ligada a uma barra infinita

Neste modelo, considera-se na armadura apenas as equações algébricas associadas aos enrolamentos de eixo direto e em quadratura. No rotor somente o enrolamento de campo do eixo direto é considerado. O sistema de excitação é representado pela figura 2.2 e as equações diferenciais linearizadas correspondentes à máquina e sistema de excitação são dadas pelas equações (2.2), (2.3), (2.4) e (2.14).

Os parâmetros da figura A.1 são definidos como:

$$K_1 = \left. \frac{\Delta T_e}{\Delta \delta} \right|_{E_q = \text{Cte.}}$$

= Variação do torque elétrico para uma variação no ângulo do rotor, com fluxo concatenado constante no eixo direto.

$$K_2 = \frac{\Delta T_e}{\Delta E_q} \Big|_{\delta = \text{Cte.}}$$

= Variação do torque elétrico para uma variação de fluxo concatenado no eixo direto, com ângulo do rotor constante.

$$K_3 = [1 + K_I(X_d - X'_d)(X_q + X_e)]^{-1}$$

= Fator de impedância

$$K_4 = \frac{1}{K_3} \frac{\Delta E_q}{\Delta \delta} \Big|_{E_{FD} = \text{Cte.}}$$

= Efeito desmagnetizante de uma variação do ângulo do rotor com  $E_{FD}$  constante.

$$K_5 = \frac{\Delta V_t}{\Delta \delta} \Big|_{E_q = \text{Cte.}}$$

= Variação da tensão terminal para uma variação do ângulo do rotor com fluxo constante no eixo direto.

$$K_6 = \frac{\Delta V_t}{\Delta E_q} \Big|_{\delta = \text{Cte.}}$$

= Variação da tensão terminal para uma variação do fluxo concatenado no eixo direto com ângulo constante do rotor.

Os parâmetros acima, resultam

$$K_1 = K_I |V\omega| \{ |V_{x0}| [R_e \text{sen}\gamma + (X_d + X_e) \text{cos}\gamma] + I_{q0}(X_q - X'_d) [(X_q + X_e) \text{sen}\gamma - R_e \text{cos}\gamma] \}$$

com

$$K_I = 1 / [(R_e)^2 + (X_q + X_e)(X_d + X_e)]$$

onde

$$R_e + j X_e = \frac{|V_t|^2 - V_{\infty} V_t^*}{P_g - j Q_g}, \quad \gamma = \delta_0 - \angle V_{\infty}$$

e  $V_{\infty}$  é dada pela equação (2.41) e  $V_t$  é o valor inicial da tensão no terminal da máquina.

Veja figura A.2 para o cálculo da impedância equivalente.

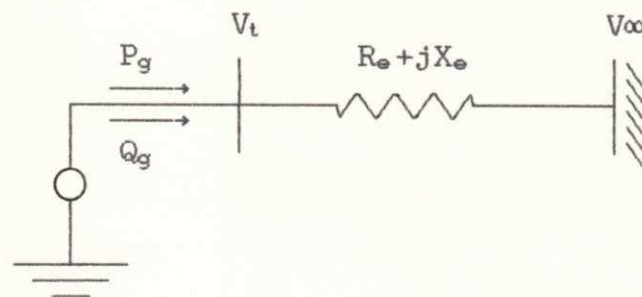


Figura A.2 - Máquina ligada a uma barra infinita

$$K_2 = K_I \{ R_e |V_{\infty}| + I_{q0} [(R_e)^2 + (X_q + X_e)^2] \}$$

$$K_3 = 1 / [1 + K_I(X_d - X_d')(X_q + X_e)]$$

$$K_4 = |V_{\infty}| K_I (X_d - X_d') [(X_q + X_e)\text{sen}\gamma - R_e\text{cos}\gamma]$$

$$K_5 = (K_I |V_{\infty}| / |V_{t0}|) \{ X_d' V_{q0} [R_e\text{cos}\gamma - (X_q + X_e)\text{sen}\gamma] \\ + X_q V_{d0} [(X_d + X_e)\text{cos}\gamma + R_e\text{sen}\gamma] \}$$

$$K_6 = (V_{q0} / |V_{t0}|) [1 - K_I X_d' (X_q + X_e)] - (V_{d0} K_I X_q R_e / |V_{t0}|)$$

Para compensar a característica de atraso introduzida pela GEP(s), na frequência dominante do sistema, faz-se necessário o uso de um estabilizador, dado pela equação

(2.15), de característica adiantada, realimentando o sinal de velocidade.

Para computar o ângulo de atraso da  $GEP(s)$ , o modelo aproximado de 2ª ordem da figura A.3 (Mello & Concordia, 1969), mostra os elementos do sistema em questão, relacionando o efeito da velocidade através da função estabilizante (ESP) e malha do sistema de excitação afetando  $\Delta E_q$ , que produz uma componente de torque  $\Delta T_e$ .

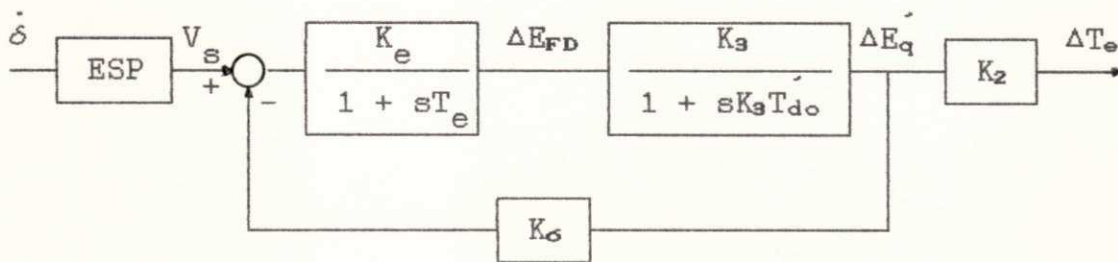


Figura A.3 - Componente do torque produzido pela ação do regulador de tensão em resposta a um sinal derivado da velocidade.

Omitindo o sinal de variação  $\Delta$ , a função de transferência da  $GEP(s)$  é dada por

$$\frac{T_e}{V_s} = \frac{K_2 K_e}{(1/K_3) + K_\sigma K_e + s[(T_e/K_3) + T_{d0}] + s^2 T_{d0} T_e} \quad \text{ou}$$

$$\frac{T_e}{V_s} = \frac{K_2 K_e}{d(s)}$$

Para qualquer frequência ( $\omega_m$ ) de interesse,  $d(j\omega_m)$  fornece a fase ( $\phi_m$ ) da  $GEP(j\omega_m)$ .

Usando o ESP(s) da figura 2.15 com as constantes de tempo  $T_1 = T_3$  e  $T_2 = T_4$ , têm-se que (Anderson & Fouad, 1977)

$$T_2 = 1 / \omega_m \sqrt{a}$$

onde  $a = [1 + \text{sen}(\theta_m/2)] / [1 - \text{sen}(\theta_m/2)]$  para uma compensação de  $\theta_m$  graus, e

$$T_1 = a T_2$$

É difícil projetar um ESP(s) que faça o cancelamento total da fase para toda a faixa de frequência dos modos eletromecânicos de interesse.

Em frequência de oscilação baixa, indicativo de torque sincronizante fraco, a GEP(s) têm ângulo de atraso pequeno. Neste caso o ESP(s) deve ter correspondentemente um pequeno ângulo de adiantamento para fornecer efeito de amortecimento sem prejuízo do torque sincronizante da máquina.

Em frequência de oscilação alta, o ângulo da GEP(s) se torna altamente atrasado e não há perigo em aumentar o ângulo de compensação. Com isto, ajustamos  $T_1$  e  $T_2$  tal que

$$\text{Fase}(GEP(j\omega_m)) + \text{Fase}(ESP(j\omega_m)) \cong \text{Fase}(\phi(j\omega_m))$$

onde  $\phi(j\omega_m)$  é uma função artificial cuja característica de fase é representada na figura A.4, onde  $\alpha = 10^\circ$  a  $30^\circ$ ,  $\omega_0 = 0.6$  rad/seg,  $\omega_1 = 6$  rad/seg e  $\omega_L = 20$  rad/seg são valores típicos (Cavalcanti & Castro, 1991).

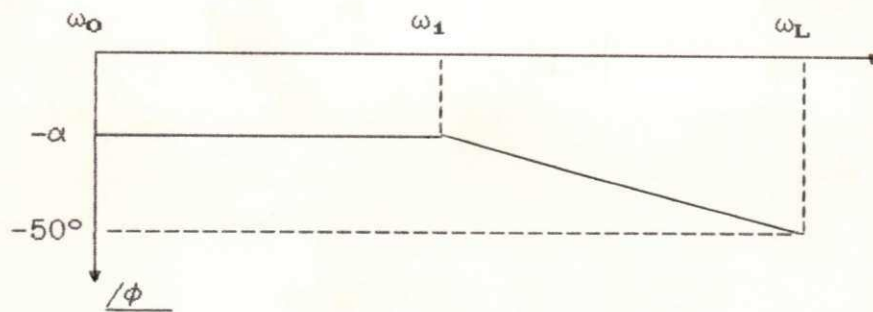


Figura A.4 - Característica de fase desejada  $\phi(j\omega)$

O ganho do estabilizador é escolhido usando lugar das raízes tal que tenhamos um amortecimento dos modos de interesse sem prejuízo dos demais modos de oscilação.

Com isto, para a ajustagem dos parâmetros dos estabilizadores usamos a seguinte sequência de cálculos:

- 1) Solução do fluxo de carga
- 2) Cálculo da impedância equivalente entre a máquina e a barra infinita
- 3) Determinação da frequência predominante do sistema
- 4) Cálculo do ângulo de atraso da função de transferência  $GEP(j\omega)$  para a frequência predominante do sistema
- 5) Traçado da fase da função de transferência do conjunto  $GEP(j\omega)$  e  $ESP(j\omega)$  para várias constantes de tempo do sistema
- 6) Escolha da curva que tenha características semelhante ao da função artificial apresentada
- 7) Traçado dos lugares das raízes para escolha do ganho do estabilizador
- 8) Simulação do sistema

Esta técnica considera na modelagem apenas a máquina ligada a uma barra infinita, portanto para sua utilização

em sistemas de potência multimáquinas, onde a dinâmica do sistema interligado deveria ser levado em consideração, o processo do projeto envolve algumas tentativas através de observação da resposta do sistema para diversos ângulos de compensação e sinais estabilizadores.