

Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências e Tecnologia  
Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

ANTENAS DE MICROFITA SOBRE SUBSTRATOS  
DIELÉTRICOS ANISOTRÓPICOS E FERRIMAGNÉTICOS  
MAGNETIZADOS

José de Ribamar Silva Oliveira

Campina Grande - PB  
Abril - 1996

José de Ribamar Silva Oliveira

ANTENAS DE MICROFITA SOBRE  
SUBSTRATOS DIELÉTRICOS ANISOTRÓPICOS  
E FERRIMAGNÉTICOS MAGNETIZADOS

Tese submetida ao corpo docente da Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba - Campus II como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Informação

Adaildo Gomes d'Assunção - UFRN - CT - DEE  
Orientador

Creso Santos da Rocha - UFPB - CCT - DEE  
Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©José de Ribamar Silva Oliveira, 1996



048a Oliveira, Jose de Ribamar Silva  
Antenas de microfita sobre substratos dieletricos anisotropicos e ferrimagneticos magnetizados / Jose de Ribamar Silva Oliveira. - Campina Grande, 1996.  
213 f.

Tese (Doutorado em Engenharia Eletrica) - Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e Tecnologia.

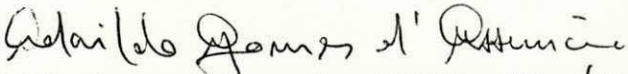
1. Antena de Microfita 2. Antena de Microfita Tipo Patch 3. Materiais Dieletricos Anisotropicos 4. Materiais Ferrimagneticos Magnetizados 5. Potenciais Vetoriais de Hertz 6. Equacoes de Maxwell 7. Tese I. d'Assuncao, Adaildo Gomes, Prof. II. Rocha, Creso Santos da, Prof. III. Universidade Federal da Paraiba - Campina Grande (PB) IV. Título


CDU 621.315.61(043)

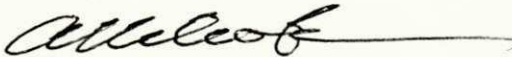
# ANTENAS DE MICROFITA SOBRE SUBSTRATOS ANISOTRÓPICOS E FERRIMAGNÉTICOS MAGNETIZADOS

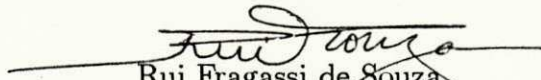
José de Ribamar Silva Oliveira

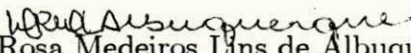
*Tese de Doutorado aprovada em 25/04/1996*

  
Adaildo Gomes d'Assunção - UFRN - CT - DEE

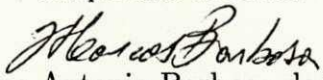
  
Creso Santos da Rocha - UFPB - CCT - DEE

  
Atílio José Giarola  
Componente da Banca

  
Rui Fragassi de Souza  
Componente da Banca

  
Maria Rosa Medeiros Lins de Albuquerque  
Componente da Banca

  
Adrião Duarte Dória Neto  
Componente da Banca

  
Marcos Antonio Barbosa de Melo  
Componente da Banca

Campina Grande, Paraíba, Brasil, abril/1996

À minha família, com carinho.

## Agradecimentos

Aos Profs. Celso Jorge Pires Leal, ex-Diretor, e Domerval Moreno Filho, atual Diretor do Centro Federal de Educação Tecnológica do Maranhão (CEFET-MA).

Ao Prof. Antonio Itanagé Costa Cardoso da Silva, Chefe do Departamento Acadêmico de Eletroeletrônica do CEFET-MA, pela compreensão e apoio.

Aos professores e funcionários do CEFET-MA, grandes incentivadores.

Ao Prof. Adaildo Gomes d'Assunção, pela amizade, incentivo e estímulo durante a orientação deste trabalho.

Ao Prof. Creso Santos da Rocha, pela grande colaboração ao longo do curso.

Ao Prof. Antonio Marcus Nogueira Lima, ex-coordenador, e à Profa. Maria de Fátima Queiroz Vieira Turnell, coordenadora da COPELE/CCT/UFPB.

Aos professores José Luiz da Silva Jr. e Sergio Vianna Fialho, Chefe do DEE/CT/UFRN e Coordenador da PPgEE/CT/UFRN, respectivamente.

Aos amigos Luiz Antonio, Eduardo e Reginaldo, pelas sugestões apresentadas e amizade.

Aos Profs. Adrião, Rosa e Laércio Martins, pelo incentivo constante.

Aos demais professores, funcionários e amigos da UFRN e da UFPB.

Este trabalho contou com o suporte financeiro da CAPES e do CNPq.

## Resumo

Este trabalho apresenta uma análise teórica e numérica dos parâmetros de uma antena de microfita tipo *patch* retangular cujos substratos são compostos de materiais dielétricos anisotrópicos e ferrimagnéticos magnetizados. Para isto, é utilizado o método dos potenciais de Hertz, no domínio espectral, em combinação com o método dos momentos, visando a determinação de suas características, tais como: frequência de ressonância de *patches* isolados e acoplados, fator de qualidade, diagramas de radiação e impedância de entrada.

A análise usa a definição dos potenciais vetoriais de Hertz que, em conjunto com as equações de Maxwell e as condições de contorno, permite a obtenção das expressões das componentes de campo em função das componentes da densidade de corrente no *patch*.

O método dos momentos é aplicado, gerando uma equação matricial, cuja solução é a frequência de ressonância complexa e o fator de qualidade.

Uma vez determinados esses parâmetros, são utilizados os princípios da teoria eletromagnética para que outras características possam ser determinadas. Deste modo, a condição de fase estacionária é usada para determinar o diagrama de radiação a partir das componentes tangenciais de campo no domínio espectral. O fator de qualidade é calculado usando uma relação entre as partes real e imaginária da frequência de ressonância e o método dos momentos é aplicado para a obtenção da impedância de entrada, considerando o efeito da alimentação por cabo coaxial.

São consideradas, inicialmente, antenas de microfita com múltiplas camadas e sobrecamadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais, tomando-se o eixo óptico nas três direções principais do sistema cartesiano de coordenadas.

Em seguida, é feita a análise de antenas de microfita tipo *patch* retangular com camadas ferrimagnéticas magnetizadas, considerando-se as mesmas três direções descritas anteriormente para o campo de magnetização.

No trabalho, são apresentados resultados numéricos para as grandezas envolvidas, ou seja, a frequência de ressonância, o fator de qualidade, o diagrama de radiação

e a impedância de entrada. São feitas comparações com outros resultados apresentados na literatura, sendo que, em alguns casos, estas comparações consideram apenas o caso particular de materiais isotrópicos, correspondentes às situações encontradas disponíveis na literatura. Nestas situações, a convergência é feita na condição limite em que a permissividade ou a permeabilidade do material comportam-se como a de um material isotrópico.

São apresentadas, também, sugestões de continuidade do trabalho.



## Abstract

This work presents a theoretical and numerical analysis on the properties of rectangular microstrip patch antennas on anisotropic dielectrics and magnetized ferrimagnetic substrates. Several properties are investigated, including: resonant frequency, quality factor, radiation patterns, and input impedance. It should be mentioned that the input impedance, as well as the coupling between two patches, are studied only for the case of uniaxial anisotropic dielectric substrates. In this analysis, a combination of Hertz vector potentials, moment ( Galerkin ) method, Parserval's theorem and phase stationary condition are used in the spectral domain.

In the first step, the Hertz vector potentials, in the Fourier domain, are used with Maxwell's equations and the proper boundary conditions of the structures considered to determine the expressions of the electromagnetic field components as functions of the current density components on the patch. Then, by using the moment method and Parserval's theorem, the characteristic equation for the complex resonant frequency is determined, allowing the calculation of the quality factor.

The phase stationary condition is used, in the second step, to obtain the radiation patterns from the transformed tangential components of the electric field. E- plane and H-plane diagrams are then obtained for the structures considered. Anisotropic dielectric and magnetized ferrimagnetic substrates are assumed.

The third step is dedicated to the investigation on the input impedance of microstrip patch antennas on anisotropic dielectric substrates. The moment method is used and the effect of the feeding coaxial probe is included.

In this analysis, uniaxial anisotropic dielectric layers and overlay are considered. Nevertheless, it is assumed that the optical axis orientation in each layer/overlay is, simultaneously, along one of the main axes of the microstrip patch structures.

Furthermore, in the analysis of microstrip patches on magnetized ferrite, the magnetization direction is assumed to be along the microstrip main axes, separately.

Numerical results are presented for the resonant frequency, Q-factor, radiation pattern, and input impedance. Agreement with the results found in the literature are shown, mainly for the particular cases where the materials used as substrates are

isotropic ones. In these situations, the convergence is performed by considering the limiting conditions, where the behaviors of the electric permittivity or the magnetic permeability of the materials are similar to those of an isotropic material.

Finally, suggestions for the continuity of this work are presented.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>22</b>
<b>2</b>	<b>Antena de Microfita</b>	<b>25</b>
<b>3</b>	<b>Potenciais Vetoriais de Hertz</b>	<b>33</b>
<b>4</b>	<b>Diagrama de Radiação</b>	<b>40</b>
4.1	Campos distantes . . . . .	40
4.2	Princípio de equivalência dos campos . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Impedância de Entrada</b>	<b>50</b>
5.1	Métodos de análise principais . . . . .	50
5.2	Impedância de entrada pelo método dos momentos . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Anisotropia Dielétrica</b>	<b>63</b>
6.1	Introdução . . . . .	63
6.2	Determinação das equações de onda e das expressões para as componentes de campo. . . . .	66
6.2.1	Eixo óptico na direção transversal paralela ao plano de terra. . .	66
6.2.2	Eixo óptico na direção perpendicular ao plano de terra. . . . .	69

6.2.3	Eixo óptico na direção ao longo do <i>patch</i> . . . . .	71
6.3	Funções de Green para <i>patches</i> de microfita com substratos e sobrecamadas anisotrópicas uniaxiais . . . . .	73
6.3.1	Eixo óptico na direção transversal paralela ao plano de terra . . . . .	73
6.3.2	Eixo óptico na direção perpendicular ao plano de terra . . . . .	84
6.3.3	Eixo óptico na direção ao longo do <i>patch</i> . . . . .	93
6.3.4	<i>Patches</i> acoplados . . . . .	103
6.4	Resultados . . . . .	104
6.5	Conclusão . . . . .	140
<b>7</b>	<b>Antenas de Microfita com Camadas Ferrimagnéticas Magnetizadas</b>	<b>141</b>
7.1	Introdução . . . . .	141
7.2	Polarização transversal paralela ao plano de terra . . . . .	144
7.3	Polarização perpendicular ao plano de terra . . . . .	160
7.4	Polarização ao longo do <i>patch</i> . . . . .	170
7.5	Resultados . . . . .	181
7.6	Conclusão . . . . .	201
<b>8</b>	<b>Conclusão Geral</b>	<b>202</b>

## Lista de Tabelas

6.1	Comparações para a frequência de ressonância. . . . .	106
6.2	Frequência de ressonância; $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,158$ cm; $L = 1,0$ cm; $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 2,35$ . . . . .	112
6.3	Frequência de ressonância; $w = 0,4$ cm; $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $L = 0,6$ cm; $\epsilon_{xx2} = 9,6$ . . . . .	117
6.4	Frequência de ressonância; $d_1 = 1,651$ mm; $d_2 = 0,254$ mm; $d_3 = 0,0$ ; $L = 0,4$ cm; $w = 0,1$ cm; $\epsilon_{r1} = 1$ ; $\epsilon_{yy2} = 9,6$ . . . . .	117

# Lista de Figuras

3.1	Patch retangular com substrato isotrópico . . . . .	34
4.1	Radiação por abertura . . . . .	41
4.2	Princípio da equivalência dos campos. . . . .	46
5.1	Circuito equivalente para a antena de microfita . . . . .	51
5.2	<i>Patch</i> retangular de microfita alimentado por cabo coaxial. . . . .	59
6.1	<i>Patch</i> retangular de microfita com camada anisotrópica. . . . .	65
6.2	<i>Patch</i> retangular de microfita com duas camadas anisotrópicas. . . . .	74
6.3	<i>Patch</i> retangular de microfita com duas camadas anisotrópicas e uma sobrecamada anisotrópica. . . . .	85
6.4	<i>Patch</i> retangular de microfita com duas camadas anisotrópicas. . . . .	94
6.5	<i>Patches</i> acoplados . . . . .	103
6.6	Frequência de ressonância ( parte real ) versus razão de anisotropia; $w = 0,2$ cm; $L = 1,0$ cm; $d_2 = 0,158$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ . . . . .	107
6.7	Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus razão de anisotropia; $w = 0,2$ cm; $L = 1,0$ cm; $d_2 = 0,158$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ . . . . .	108

6.8	Fator de Qualidade versus razão de anisotropia; $w = 0,2$ cm; $L = 1,0$ cm; $d_2 = 0,158$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ . . . . .	109
6.9	Frequência de ressonância ( parte real ) versus $d_2$ ; $w = 0,4$ cm; $d_1 = 0,127$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ . . . . .	110
6.10	Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus $d_2$ ; $w = 0,4$ cm; $d_1 = 0,127$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ . . . . .	111
6.11	Fator de Qualidade versus $d_2$ ; $w = 0,4$ cm; $d_1 = 0,127$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ . . . . .	112
6.12	Frequência de ressonância ( parte real ) versus $L$ ; $w = 1,5$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,158$ ; $\epsilon_{zz2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ; $\epsilon_{zz3} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy3} = 2,35$ . . . . .	113
6.13	Frequência de ressonância ( parte real ) versus $L$ ; $w = 6,78$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 1,27$ cm; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 3,82$ ; $\epsilon_{xx3} = \epsilon_{yy3} = 2,6$ . . . . .	114
6.14	Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus $L$ ; $w = 6,78$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 1,27$ cm; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 3,82$ ; $\epsilon_{xx3} = \epsilon_{yy3} = 2,6$ . . . . .	115
6.15	Fator de Qualidade versus $L$ ; $w = 6,78$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 1,27$ cm; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 3,82$ ; $\epsilon_{xx3} = \epsilon_{yy3} = 2,6$ . . . . .	116
6.16	Diagrama de radiação ( Plano E ); $w = 1,5$ cm; $L = 1,0$ cm; $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,158$ cm; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,35$ (isotrópico); $F_{res} = 8,177 + j0,205$ GHz. o o o Itoh e Menzel [1] . . . . .	118
6.17	Diagrama de radiação ( Plano H ); $w = 1,5$ cm; $L = 1,0$ cm; $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,158$ cm; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,35$ (isotrópico); $F_{res} = 8,177 + j0,205$ GHz. o o o Itoh e Menzel [1] . . . . .	119
6.18	Diagrama de radiação ( Plano E ); $w = 1,5$ cm; $L = 1,0$ cm; $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,158$ cm; $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ; $F_{res} = 7,718 + j0,235$ GHz. . . . .	120
6.19	Diagrama de radiação( Plano H ); $w = 1,5$ cm; $L = 1,0$ cm; $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,158$ cm; $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ; $F_{res} = 7,718 + j0,235$ GHz. . . . .	121

6.20	Diagrama de radiação ( Plano E ); $w = 0,4$ cm; $L = 0,8$ cm; $d_1 = d_2 = d_3 = 0,0635$ cm; $\epsilon_{xx1} = 5,12$ ; $\epsilon_{yy1} = 1,28$ ; $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ; $\epsilon_{xx3} = 13,0$ ; $\epsilon_{yy3} = 10,2$ ; $F_{res} = 7,172 + j0,071$ GHz. . . . .	122
6.21	Diagrama de radiação( Plano H ); $w = 0,4$ cm; $L = 0,8$ cm; $d_1 = d_2 = d_3 = 0,0635$ cm; $\epsilon_{xx1} = 5,12$ ; $\epsilon_{yy1} = 1,28$ ; $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ; $\epsilon_{xx3} = 13,0$ ; $\epsilon_{yy3} = 10,2$ ; $F_{res} = 7,172 + j0,071$ GHz. . . . .	123
6.22	Frequência de ressonância ( parte real ) versus $L$ ; $w = 1,5$ cm; $d_1 = 0,0635$ cm ; $d_2 = 0,127$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = \epsilon_{r1}$ .	124
6.23	Diagrama de radiação( Plano E ); $w = 1,5$ cm; $d_1 = 0,0635$ cm ; $d_2 = 0,127$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = \epsilon_{r1}$ . . . . .	124
6.24	Diagrama de radiação( Plano H ); $w = 1,5$ cm; $d_1 = 0,0635$ cm ; $d_2 = 0,127$ cm; $d_3 = 0,0$ ; $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ; $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = \epsilon_{r1}$ . . . . .	125
6.25	Frequência de ressonância versus $d_1$ ; $w = 3,0$ cm, $d_2 = 0,127$ cm; $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = \epsilon_{zz1} = 1$ . . . . .	126
6.26	Frequência de ressonância versus razão de anisotropia; $w = 3,0$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_3=0,0$ . . . . .	127
6.27	Frequência de ressonância versus comprimento do <i>patch</i> ; $w = 0,4$ cm, $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ ; $\epsilon_{yy2} = \epsilon_{zz2} = 9,6$ . . . . .	128
6.28	Frequência de ressonância versus comprimento do <i>patch</i> : $w = 0,4$ cm, $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ ; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{zz2} = 9,6$ . . . . .	129
6.29	Frequência de ressonância versus comprimento do <i>patch</i> : $w = 0,4$ cm, $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ . . . . .	130
6.30	Diagrama de radiação ( Plano E ); $w = 3,0$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $L = 4,0$ cm; $\epsilon_{xx2} = 10,2$ . . . . .	130
6.31	Diagrama de radiação; $w = 3,0$ cm; $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $L = 4,0$ cm; $\epsilon_{yy2} = 10,2$ . . . . .	131
6.32	Diagrama de radiação; $w = 3,0$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $L = 4,0$ cm; $\epsilon_{zz2} = 10,2$ . . . . .	131



- 6.33 Frequência de ressonância versus comprimento dos *patches* acoplados;  $w = 0,01$  cm;  $d_1 = 0,1524$  cm;  $d_2 = 0,0508$  cm;  $s_x = 0,02$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 5,12$ ;  $\epsilon_{yy2} = 3,14$  (nitreto de boro),  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ . . . . . 132
- 6.34 Frequência de ressonância versus comprimento dos *patches* acoplados;  $w = 0,01$  cm;  $d_1 = 0,1524$  cm;  $d_2 = 0,0508$  cm;  $s_x = 0,02$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 11,6$  (safira),  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ . . . . . 133
- 6.35 Frequência de ressonância versus razão de anisotropia para *patches* acoplados;  $w = 0,4$  cm;  $L = 0,8$  cm;  $d_1 = 0,127$  cm;  $d_2 = 0,0635$  cm;  $s_x = 0,02$  cm;  $\epsilon_{xx1} = 9,6$ ;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ . . . . . 134
- 6.36 Frequência de ressonância versus  $s_x/d_2$  para *patches* acoplados;  $w = 0,0635$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,0635$ ;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 10,2$ .  
 ----- ( modo ímpar ) Sharma e Bhat [2]  
 ——— ( modo par ) Sharma e Bhat [2]  
 ooooo Este trabalho. . . . . 135
- 6.37 Impedância de entrada:  $w = 20,45$  cm;  $L = 13,97$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,1588$  cm;  $x_d = 0,0$ ;  $z_d = 0,635$  cm;  $d_0 = 0,127$  cm,  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,59$ ;  $\tan\delta = 0,003$ ; variação: 640 MHz - 675 MHz; incremento: 5 MHz (sentido horário);  
 • Este trabalho;  
 ■ Pozar [3]. . . . . 136
- 6.38 Impedância de entrada:  $w = 2,01$  cm;  $L = 2,01$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,159$  cm;  $x_d = 0,0$ ;  $z_d = 0,13$  cm;  $d_0 = 0,127$  cm,  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,55$ ;  $\tan\delta = 0,002$ ; variação: 4150 MHz - 4650 MHz; incremento: 50 MHz (sentido horário);  
 • Este trabalho;  
 ■ Deshpande e Bailey [4]. . . . . 137
- 6.39 Impedância de entrada:  $w = 20,45$  cm;  $L = 13,97$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,1588$  cm;  $x_d = 0,0$ ;  $z_d = 0,635$  cm;  $d_0 = 0,127$  cm,  $\epsilon_{yy2} = 2,59$ ;  $\tan\delta = 0,003$ . . . . . 138

6.40	Impedância de entrada: $w = 20,45$ cm; $L = 13,97$ cm; $d_1 = d_3 = 0,0$ ; $d_2 = 0,1588$ cm; $x_d = 0,0$ ; $z_d = 0,635$ cm; $d_0 = 0,127$ cm, $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,59$ ; $\tan\delta = 0,003$ . . . . .	139
7.1	<i>Patch</i> retangular de microfita com uma camada anisotrópica ferrimagnética magnetizada. . . . .	143
7.2	<i>Patch</i> retangular de microfita suspenso com duas camadas, sendo uma anisotrópica ferrimagnética magnetizada e outra dielétrica isotrópica. . . . .	144
7.3	Frequência de ressonância versus $H_0/4\pi M_s$ ; $w = 0,4$ cm; $L = 0,1$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $d_1 = d_2/2$ ; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200,0$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ . . . . .	182
7.4	Frequência de ressonância versus $d_1$ ; $w = 0,4$ cm; $L = 0,1$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200,0$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe. . . . .	183
7.5	Fator de qualidade versus $d_1$ ; $w = 0,4$ cm; $L = 0,1$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200,0$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe. . . . .	184
7.6	Frequência de ressonância versus o comprimento do <i>patch</i> $L$ ; $w = 0,4$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 3768$ Oe, $4\pi M_s = 1200$ G. x x x Ref. [5] . . . . .	185
7.7	Frequência de ressonância versus $H_0$ ; $w = 0,4$ cm; $L = 0,55$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,06$ cm; $\epsilon_{r2} = 12,8$ ; $4\pi M_s = 1780$ G. x x x Ref. [6] . . . . .	186
7.8	Frequência de ressonância versus $L$ ; $w = 3,0$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200,0$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 10,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe (direção x). . . . .	187
7.9	Fator de Qualidade versus $L$ ; $w = 3,0$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200,0$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 10,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe (direção x). . . . .	188

7.10	Frequência de ressonância versus $H_0/4\pi M_s$ ; $w = 0,4$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r2} = 10,2$ (direção x). . . . .	189
7.11	Fator de Qualidade versus $H_0/4\pi M_s$ ; $w = 0,4$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r2} = 10,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe (direção x). . . . .	190
7.12	Frequência de ressonância versus $d_1$ ; $w = 0,4$ cm; $d_1 = 0,0$ ; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 3768,0$ Oe (direção x). . . . .	191
7.13	Fator de qualidade versus $d_1$ ; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 3768,0$ Oe (direção x). . . . .	192
7.14	Frequência de ressonância ( parte real ) versus $L$ ; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe (direção y). . . . .	193
7.15	Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus $L$ ; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe (direção y). . . . .	194
7.16	Frequência de ressonância ( parte real ) versus $d_1$ ; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe (direção y). . . . .	195
7.17	Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus $d_1$ ; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $H_0 = 5024,0$ Oe (direção y). . . . .	196
7.18	Frequência de ressonância ( parte real ) versus $H_0/4\pi M_s$ ; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $d_1 = d_2/2$ (direção y). . . . .	197
7.19	Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus $H_0/4\pi M_s$ ; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ ; $d_1 = d_2/2$ (direção y). . . . .	198

7.20	Frequência de ressonância ( parte real ) versus L; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ (direção z).	199
7.21	Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus L; $w = 0,4$ cm; $d_2 = 0,127$ cm; $\gamma = 2,8$ MHz/Oe; $4\pi M_s = 1200$ G; $\epsilon_{r1} = 1,0$ ; $\epsilon_{r2} = 15,2$ (direção z). . . . .	200

## Lista de Símbolos e Abreviaturas

$\Pi_e$	Potencial vetorial elétrico de Hertz
$\Pi_h$	Potencial vetorial magnético de Hertz
$\hat{a}_x$	Vetor unitário na direção x
$\hat{a}_y$	Vetor unitário na direção y
$\hat{a}_z$	Vetor unitário na direção z
$\nabla$	Operador nabla
$\omega$	Frequência angular
j	Imaginário igual a $\sqrt{-1}$
$\epsilon_0$	Permissividade elétrica no vácuo
$\mu_0$	Permeabilidade magnética no vácuo
<b>E</b>	Vetor intensidade de campo elétrico
<b>H</b>	Vetor intensidade de campo magnético
$\psi_e$	Função escalar qualquer
$\epsilon_r$	Permissividade elétrica relativa
<b>A</b>	Função vetorial qualquer
$\partial$	Derivada parcial
$\tilde{\Omega}$	Transformada de Fourier da função $\Omega$
$\alpha$	Variável espectral contínua na direção x
$\beta$	Variável espectral contínua na direção z
$\gamma_e$	Constante de propagação na direção y para a equação de onda de $\Pi_e$
$\gamma_h$	Constante de propagação na direção y para a equação de onda de $\Pi_h$
$\gamma_0$	Constante de propagação no espaço livre
$E_x$	Componente do campo elétrico na direção x
$E_y$	Componente do campo elétrico na direção y
$E_z$	Componente do campo elétrico na direção z
$H_x$	Componente do campo magnético na direção x
$H_y$	Componente do campo magnético na direção y

$H_z$	Componente do campo magnético na direção z
$k_0$	Número de onda no espaço livre
$\mathbf{J}_s$	Vetor densidade superficial de corrente elétrica
$\mathbf{M}_s$	Vetor densidade superficial de corrente magnética
$E_\theta$	Componente $\theta$ do campo elétrico distante
$E_\phi$	Componente $\phi$ do campo elétrico distante
$\mathbf{n}$	Vetor unitário perpendicular à uma superfície S
$\eta_0$	Impedância intrínseca do espaço livre
$Y_{in}$	Admitância de entrada
$Z_{in}$	Impedância de entrada
$\lambda_0$	Comprimento de onda no espaço livre
$\pi$	Número pi
$w$	Largura do <i>patch</i>
$L$	Comprimento do <i>patch</i>
$d_i$	Largura do substrato na região i
$I_0$	Corrente de alimentação da antena
$Q$	Fator de qualidade
$F_{res}$	Frequência de ressonância
$R_{in}$	Resistência de entrada
$X_{in}$	Reatância de entrada
$J_m$	Funções de base
$V_m$	Voltagem no ponto de excitação do <i>patch</i>
$\delta(x - x_d)$	Delta de Dirac
$\bar{\epsilon}$	Tensor permissividade elétrica
$\epsilon_{xx}$	Componente do tensor permissividade relativa na direção x
$\epsilon_{yy}$	Componente do tensor permissividade relativa na direção y
$\epsilon_{zz}$	Componente do tensor permissividade relativa na direção z

$F_r$	Parte real da frequência de ressonância
$F_i$	Parte imaginária da frequência de ressonância
$n_x$	Razão de anisotropia na direção x
$n_y$	Razão de anisotropia na direção y
$n_z$	Razão de anisotropia na direção z
$[\tilde{Z}]$	Matriz impedância
$\tilde{Z}_{xx}, \tilde{Z}_{xz}, \tilde{Z}_{zx}$ e $\tilde{Z}_{zz}$	Transf. de Fourier das funções diádicas de Green
$s_x$	Espaçamento entre os <i>patches</i> acoplados
$\bar{\mu}$	Tensor permeabilidade magnética
$\mu_r$	Permeabilidade magnética relativa
$k_r$	Componente do tensor permeabilidade magnética
$\gamma$	Razão giromagnética
$4\pi M_s$	Magnetização da ferrita
$H_0$	Intensidade de campo magnetostático
$f$	Frequência de operação
$E_{\text{tan}}$	Componente tangencial do campo elétrico
$H_{\text{tan}}$	Componente tangencial do campo magnético

# Capítulo 1

## Introdução

O avanço tecnológico ocorrido nos últimos anos na construção de dispositivos com tecnologia planar decorreu da necessidade crescente de implementação de dispositivos, com dimensões e peso cada vez menores, para aplicações diversas, tal como na atividade aeroespacial. Muitos pesquisadores desenvolveram estudos na área de antenas e, em particular, na área de antenas tipo *patch* de microfita, tendo em vista as vantagens que estas apresentam em relação às antenas convencionais.

As pesquisas realizadas, muitas delas sem considerar o efeito das características anisotrópicas do substrato, têm caracterizado os parâmetros deste tipo de antena. No entanto, as aplicações têm mostrado que, na prática, uma boa parte dos materiais utilizados na construção de dispositivos planares apresentam alguma propriedade de anisotropia. Este efeito pode, em algumas aplicações, afetar sobremaneira o funcionamento do circuito e daí a importância de um estudo mais detalhado.

A anisotropia ferrimagnética, por sua vez, apresenta a vantagem de permitir a sintonia nos parâmetros da antena sem que suas dimensões sejam alteradas. Isto é feito através da aplicação de um campo d.c. externo, cujo efeito se faz sentir na permeabilidade magnética do material e, portanto, nas características da antena.

Neste trabalho, pretende-se analisar as antenas do tipo *patch* retangular de microfita que utilizam substratos anisotrópicos dielétricos uniaxiais e substratos ferrimagnéticos



magnetizados. Para isto, será usado o método dos potenciais de Hertz, no domínio espectral, em combinação com o método dos momentos.

No Capítulo 2, é feito um levantamento bibliográfico dos principais métodos e técnicas de pesquisa para antenas de microfita, mostrando-se tanto os procedimentos aproximados como a análise de onda completa. São considerados *patches* sobre substratos isotrópicos e anisotrópicos, de formas variadas.

No Capítulo 3, é apresentado o método de análise que será utilizado ao longo de todo o trabalho, apresentando-se a definição das funções potenciais vetoriais de Hertz e a determinação da equação de onda e expressões para as componentes dos campos elétrico e magnético no domínio espectral.

No Capítulo 4, é desenvolvida a teoria geral para determinação do diagrama de radiação de uma antena e cujos resultados serão usados na determinação do diagrama de radiação das antenas de microfita analisadas.

A teoria para a impedância de entrada é apresentada no Capítulo 5, onde consideram-se os métodos aproximados e os métodos de análise de onda completa e, em particular, o método dos momentos, que é utilizado neste trabalho.

No Capítulo 6, é apresentado o estudo da anisotropia dielétrica dos substratos e são determinadas as equações de onda e expressões das componentes de campo, no domínio espectral, usando-se a propriedade tensorial da permissividade do material, considerando-se o eixo óptico do cristal nas três direções principais do sistema de coordenadas  $(x, y, z)$ . São considerados, na análise, a frequência de ressonância, o fator de qualidade, o diagrama de radiação e a impedância de entrada. Ainda no Capítulo 6, é estudado o acoplamento entre dois *patches* com substratos anisotrópicos, calculando-se a frequência de ressonância do conjunto.

No Capítulo 7, toma-se um *patch* retangular de microfita suspenso onde a camada próxima ao *patch* é constituída de ferrita, com o campo de magnetização d.c. aplicado, separadamente, segundo as três direções principais do sistema de coordenadas  $(x, y, z)$ . São apresentados resultados numéricos para a frequência de ressonância complexa e o fator de qualidade.

Finalmente, no Capítulo 8, apresenta-se a conclusão do trabalho, analisam-se os principais aspectos abordados e encaminham-se sugestões para a sua continuidade.

## Capítulo 2

### Antena de Microfita

As antenas de microfita são dispositivos que consistem, em sua forma mais simples, de um *patch* metálico situado acima de um plano de terra, separado por um material dielétrico.

Nas últimas duas décadas, observou-se um grande interesse em relação à utilização de antenas planares e, em particular, de antenas do tipo *patch* de microfita, nas comunicações, tendo em vista, dentre outras coisas, o grande avanço nas técnicas de análise e construção das estruturas planares.

Apesar do tempo relativamente curto de pesquisa, muitos trabalhos foram e têm sido publicados abordando as propriedades desse dispositivo.

Alguns desses trabalhos estabelecem simplificações no comportamento elétrico do campo, de forma a obter resultados aproximados para alguns parâmetros, como, por exemplo, a frequência de ressonância.

As antenas de microfita foram propostas no início da década de 50 por Greig e Englemann [7] e Deschamps [8], mas as pesquisas se intensificaram a partir da década de 70, com os trabalhos de Howell [9] e Munson [10].

No início dos anos 80, dois livros haviam sido publicados sobre o assunto [11],[12], nos quais já se podia observar a utilização de técnicas de análise de onda completa.

As antenas de microfita apresentam algumas propriedades que resultam em algumas vantagens e outras desvantagens em sua utilização, quando comparadas com as antenas convencionais. Dentre as vantagens, podem-se citar: pequenas dimensões, peso reduzido, facilidade de fabricação, facilidade de montagem no corpo de um veículo, não exigência de alteração da aerodinâmica dos dispositivos onde é montada, baixo custo e facilidade de integração com outros circuitos. As principais desvantagens apresentadas são: baixa eficiência, pequena largura de faixa, perdas elevadas, radiação em apenas meio plano, excitação de ondas de superfície, etc.

Apesar da radiação em apenas meio plano ser considerada por vários autores como uma desvantagem, existem algumas aplicações em que esta propriedade se torna útil no desempenho da antena como, por exemplo, na confecção de circuitos ativos abaixo do plano de terra.

Dentre as aplicações para as antenas de microfita, podem-se citar as comunicações de aeronaves, altímetros, sensoriamento remoto, radiador biomédico, comunicação pessoal e comunicação por satélite.

O *patch* que compõe a antena pode apresentar várias formas, destacando-se, dentre outras, a retangular, a de disco, a elíptica, a triangular, a anelar, a pentagonal e a de setor circular.

Quanto à alimentação do *patch*, esta pode ser feita através de linhas de microfita, cabo coaxial, acoplamento através de íris ou aberturas, linhas de fenda e outras variações.

Um aspecto importante na análise das antenas de microfita é o material que compõe o substrato. Trabalhos têm sido publicados considerando esse material anisotrópico, em relação à sua permissividade elétrica [13],[14], [15], [16] e/ou em relação à sua permeabilidade magnética [17], [5], [18], [19], [20], [21].

Diversos métodos e técnicas de análise têm sido desenvolvidos para caracterizar as antenas de microfita, sendo alguns deles através de aproximações e outros de análise de onda completa, que aumentam a precisão dos resultados.

No início da década de 70, Munson [10] realizou uma análise na tentativa de conceber um dispositivo que não perturbasse a aerodinâmica de mísseis, foguetes e aeronaves de alta velocidade, desenvolvendo expressões para a impedância de entrada, largura de faixa e ganho de uma antena de microfita.

Em 1974, Itoh [22] apresentou a análise de ressoadores de microfita blindados, usando o método dos momentos no domínio espectral, visando a determinação da frequência de ressonância desta estrutura.

Howell [9], em 1975, realizou uma análise experimental para a determinação da frequência de ressonância e do diagrama de radiação de antenas retangulares de microfita, resultados estes que ainda hoje são utilizados para efeito de comparação.

Em 1976, Derneryd [23] modelou o *patch* de microfita como duas fendas radiantes separadas por uma linha de transmissão. Estas fendas são representadas por admitâncias, permitindo, assim, o cálculo da impedância de entrada.

Em 1979, Hammer et al. [24] estabeleceram um modelo que permitia o cálculo do campo radiado por uma antena de microfita utilizando o princípio da equivalência e a teoria de antenas de abertura.

Lo et al. [25] propuseram uma teoria baseada no modelo da cavidade ressonante. Neste trabalho, foram considerados *patches* de várias formas e os parâmetros determinados foram a impedância de entrada e o diagrama de radiação. Também foi apresentada uma expressão para a determinação da frequência de ressonância de um *patch* retangular.

Derneryd [26] obteve resultados para um *patch* circular sobre substrato isotrópico, usando o modelo da cavidade. Neste estudo, o *patch* é modelado como uma cavidade ressonante cilíndrica circular.

Em 1980, Das e Chowdhury [20] estabeleceram uma aproximação para o substrato ferrimagnético considerando  $\mu_r$  constante e calcularam a frequência de ressonância, usando também o modelo da cavidade ressonante.

No início da década de 80 ( janeiro de 1981 ), vários artigos sobre o assunto foram publicados. Carver e Mink [27] fizeram uma revisão geral dos trabalhos desenvolvidos

até aquela data, apresentando as técnicas desenvolvidas, tanto as teóricas como as experimentais, além de descreverem o tipo de material usado na fabricação de substratos. Foram apresentados resultados para o fator de qualidade, largura de faixa e eficiência e discutidas sugestões de pesquisas a serem desenvolvidas. Richards et al. [28] procuraram melhorar o seu trabalho anterior apresentado em [25], visando atingir uma maior precisão na obtenção dos resultados bem como proporcionar uma maior eficiência computacional. Newman e Tulyathan [29] usaram o método dos momentos para analisar antenas de microfita de forma retangular. Neste método, as correntes superficiais no *patch* são discretizadas através de uma expansão de funções de base, gerando, por sua vez, uma equação matricial cuja solução permite calcular a impedância de entrada e a frequência de ressonância.

Araki e Itoh [30] realizaram estudos de antenas de microfita tipo *patch* circular usando o método de Galerkin no domínio da transformada de Hankel, apresentando resultados para a frequência de ressonância e o diagrama de radiação.

Ainda no ano de 1981, Itoh e Menzel [1] utilizaram o método da imitância no domínio espectral para a determinação da frequência de ressonância e do diagrama de radiação de *patches* retangulares de microfita.

Em 1982, Deshpande e Bailey [4] usaram a equação de reação de Richmond e os campos no domínio espectral para obter a impedância de entrada de uma antena de microfita. Pozar [3], por sua vez, publicou um artigo em que era utilizado o método dos momentos para calcular a impedância de entrada de *patches* isolados e também de *patches* acoplados. Essa análise também é efetuada no domínio espectral.

Um trabalho semelhante ao de Pozar [3] foi desenvolvido em 1983, por Sharma e Bhat [2] para o cálculo da frequência de ressonância de *patches* acoplados.

Também em 1983, Pozar [31] considerou o caso de antenas planares na faixa de ondas milimétricas realizando a análise de dipolos impressos para determinação do comprimento ressonante, resistência de radiação, largura de faixa, perdas e acoplamento.

Em 1984 Pozar e Schaubert [32] estudaram o comportamento de um arranjo infinito de *patches* seguindo um procedimento semelhante àquele usado em [3].

De e Das [33] consideraram a alimentação através de um cabo coaxial levando em consideração o efeito da admitância das paredes do *patch*, além das perdas no condutor e no dielétrico e usando a expansão modal para determinação do campo dentro do *patch*.

Pozar [34] pesquisou o acoplamento por uma abertura no plano de terra entre o *patch* e uma linha de microfita, calculando a impedância de entrada.

Em 1985, Alexópoulos [35] discutiu o problema da utilização de substratos que apresentavam anisotropia em dispositivos planares, mostrando a importância de se levar em conta seus efeitos e alertando para a possibilidade de erros quando o fenômeno não é considerado.

Lin et al. [36] analisaram a distribuição do campo próximo e o diagrama de radiação para o campo distante usando o método da equação integral.

Outros estudos, que consideraram o acoplamento entre *patches*, foram desenvolvidos em 1986 por Khanna et al. [37], nos quais foi utilizada a análise no domínio espectral, enquanto Chang et al. [38] realizaram estudos experimentais com *patches* compostos de substratos espessos. Shimin [39] estabeleceu um método que permitia a obtenção da constante dielétrica de um material usando a frequência de ressonância de um *patch*.

Em 1987, diversos artigos envolvendo a análise de antenas de microfita tipo *patch* foram publicados. Garg e Long [40] também realizaram estudos considerando *patches* com substratos espessos, a exemplo de Chang et al. [38]. Newman e Forrai [41] usaram uma combinação entre o método da equação integral e o método dos momentos para o cálculo da frequência de ressonância para *patches* isolados. Pozar [15] considerou o problema da anisotropia dielétrica de substratos aplicados em *patches* de microfita e radares, analisando o comportamento da frequência de ressonância. Damiano [42] considerou uma análise da impedância de entrada e o efeito da integração numérica nos resultados obtidos. Pozar e Voda [43] estudaram os efeitos da alimentação para o cálculo da impedância de entrada de um *patch* retangular. Na oportunidade, foram consideradas as alimentações por microfita em um dos lados do *patch* e o acoplamento por uma microfita colocada entre o plano de terra e o *patch*.

Em 1988, Abboud et al. [44] desenvolveram expressões fechadas para o cálculo da

impedância de entrada de *patches* com alimentação através de cabo coaxial. Trabalho semelhante foi desenvolvido por Bhattacharjee et al. [45] neste mesmo ano.

Chew e Liu [46] utilizaram o método dos momentos para calcular a frequência de ressonância de *patches* de microfita retangular onde foram usados tanto funções senoidais como polinômios de Chebyshev na expansão das funções de base. Chew et al. [47] desenvolveram estudos de *patches* circulares, considerando o efeito da alimentação por cabo coaxial.

Pozar e Sanchez [19] apresentaram um estudo experimental de antenas de microfita sobre ferrita, mostrando o comportamento da frequência de ressonância e do diagrama de radiação.

Pribetich et al. [48] utilizaram o método da imitância no domínio espectral para analisar antenas *patch* de microfita com sobrecamadas com perdas tendo em vista a sua aplicação como radiador biomédico.

Em 1989, Schaubert et al. [49] consideraram o efeito da espessura do substrato e de sua permissividade no comportamento de uma antena de microfita. Foram feitas comparações entre os resultados numéricos e experimentais para estes casos.

Em 1990 Bhattacharyya [50] observou a aplicação de um *patch* longo no projeto de antenas, obtendo resultados para o diagrama de radiação e para o fator de qualidade. Hall e Mosig [51] consideraram o efeito da alimentação nas características de radiação de uma antena de microfita.

Nelson et al. [13] publicaram um trabalho apresentando *patches* cujo substrato era composto de duas camadas e sobrecamada usando materiais dielétricos anisotrópicos uniaxiais. Na análise, foi usado o método dos potenciais de Hertz no domínio espectral. Convém ressaltar que o trabalho de Nelson [13] considera o cálculo da frequência de ressonância de antenas de microfita que utilizam materiais com eixo óptico na direção perpendicular ao plano de terra. Não foi realizada a análise do fator de qualidade, diagrama de radiação e impedância de entrada.

Em 1991, Wu et al. [52] empregou o método dos elementos finitos combinado com o método dos momentos (Galerkin) para investigar uma antena de microfita de formato



arbitrário.

Pozar [18] usou o método dos momentos para verificar o comportamento de uma antena de microfita com substrato ferrimagnético com polarização perpendicular ao plano de terra para obter a frequência de ressonância e o diagrama de radiação.

Verma et al. [53] consideraram o método variacional no domínio da transformada de Fourier, combinado com o método aproximado da linha de transmissão, para analisar o efeito de uma cobertura dielétrica aplicada ao *patch*.

Outro trabalho publicado neste ano, é devido a Jackson e Alexópoulos [54], que estabeleceram fórmulas que permitem o cálculo da resistência de entrada, largura de faixa e eficiência de *patches* retangulares de microfita.

Fan e Lee [55] desenvolveram, em 1992, uma técnica no domínio espectral para caracterizar uma antena de microfita com *patch* na forma de um anel circular, determinando a frequência de ressonância e a impedância de entrada.

Ho et al. [56] consideraram a anisotropia dielétrica para ressoadores blindados usando funções de Green em combinação com o método de Galerkin no domínio espectral e Wu et al. [57] utilizaram o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) para apresentar uma caracterização das antenas planares.

Em 1993, uma grande quantidade de artigos envolvendo análise de antenas de microfita foram publicados. Wong et al. [14] usaram o método dos momentos para determinar a frequência de ressonância e o fator de qualidade de *patches* de microfita sobre substratos anisotrópicos uniaxiais. Yang et al. [6] consideraram um *patch* com uma camada anisotrópica ferrimagnética magnetizada ( ferrita ) para o cálculo da frequência de ressonância. Verma e Rostemy [58] propuseram um novo modelo, denominado de Modelo de Wolff Modificado, para o cálculo da frequência de ressonância de *patches* de microfita. O método se baseia no modelo da cavidade e considera várias camadas no substrato. Row e Wong [59] estudaram o efeito de uma sobrecamada dielétrica no comportamento da frequência de ressonância de um *patch* de microfita retangular. Dreher e Pregla [60] consideraram o método das linhas para caracterizar uma antena de microfita através de sua frequência de ressonância e do diagrama de radiação.

Dantas e d 'Assunção [17], [5] desenvolveram trabalhos em que consideram um *patch* retangular de microfita sobre ferrita magnetizada com o campo de magnetização orientado nas três direções principais do sistema de coordenadas. Na análise, é usado o método dos potenciais de Hertz no domínio espectral.

Em 1994 Cai e Bornemann [21] realizaram pesquisas para o cálculo do diagrama de radiação de uma antena de microfita quando o substrato apresenta anisotropia tanto na permissividade elétrica como na permeabilidade magnética. Na análise, foi usado o método da imitância no domínio espectral.

Damiano e Papiernik [61] consideraram o efeito da ponta de prova na alimentação de antenas *patch* de microfita circulares e retangulares, propondo um modelo de análise numérico e analítico, que leva em conta a influência da junção da ponta de prova e das características da corrente de alimentação não-constante.

Alguns livros mais recentes têm se dedicado também ao estudo de antena de microfita, destacando-se as obras de Bhartia et al. [62] e de James e Hall [63].

Artigos utilizando o método que será abordado neste trabalho foram publicados em 1995 [64]-[68] e outros publicados em 1996 [69]-[76], onde são apresentados resultados para a frequência de ressonância, para o fator de qualidade, para o diagrama de radiação e para a impedância de entrada.

## Capítulo 3

# Potenciais Vetoriais de Hertz

Para descrever de forma geral a utilização dos potenciais de Hertz, considera-se o problema da obtenção dos campos elétrico e magnético em uma região preenchida com um material isotrópico. Para tanto, considera-se a estrutura apresentada na Fig. 3.1, que consiste de um *patch* retangular de largura  $w$  e comprimento  $L$  colocado a uma distância  $d$  do plano de terra e separado, deste, por um dielétrico isotrópico com permissividade  $\epsilon_r$  e permeabilidade  $\mu_0$ .

Na análise, o material que compõe o plano de terra e o *patch* é considerado um condutor perfeito e o dielétrico não apresenta perdas.

Visando a obtenção das expressões das componentes do campo eletromagnético nas regiões 1 e 2 da Fig. 3.1, definem-se os seguintes vetores potenciais [13],[77], [78]:

$$\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \hat{a}_y, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{\Pi}_h = \Pi_h \hat{a}_y, \quad (3.2)$$

onde  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$  são denominados de potenciais vetoriais de Hertz elétrico e magnético, respectivamente.

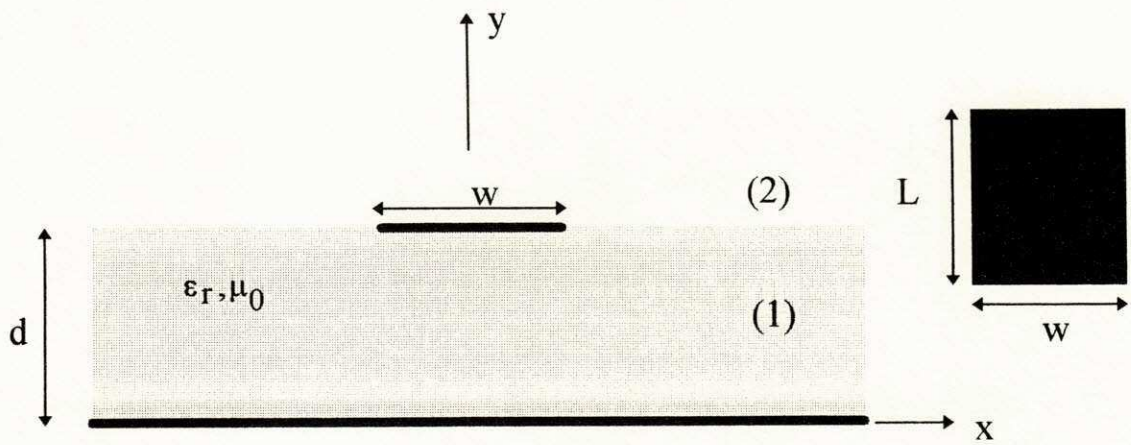


Figura 3.1: Patch retangular com substrato isotrópico

Considerando-se, inicialmente, o potencial  $\mathbf{\Pi}_e$ , define-se o vetor intensidade de campo magnético,  $\mathbf{H}$ , como sendo:

$$\mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\nabla \times \mathbf{\Pi}_e, \quad (3.3)$$

onde  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  é a freqüência de operação e  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica no vácuo.

Das equações de Maxwell, tem-se:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0\mathbf{H}. \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{E}$  é o vetor intensidade de campo elétrico.

Substituindo-se (3.3) em (3.4), obtém-se:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \omega^2\mu_0\epsilon_0\nabla \times \mathbf{\Pi}_e. \quad (3.5)$$

Uma solução para  $\mathbf{E}$  que satisfaça (3.5) é:

$$\mathbf{E} = \omega^2\mu_0\epsilon_0\mathbf{\Pi}_e + \nabla\psi_e, \quad (3.6)$$

onde  $\psi_e$  é uma função escalar a ser determinada.

Para a obtenção desta expressão para o campo  $\mathbf{E}$ , usou-se o fato de que  $\nabla \times \nabla\psi_e = 0$ , para uma função escalar  $\psi_e$  qualquer.

Novamente, das equações de Maxwell, tem-se:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\mathbf{E}. \quad (3.7)$$

Substituindo-se (3.3) e (3.6) em (3.7), obtém-se:

$$j\omega\epsilon_0(\nabla \times \nabla \times \mathbf{\Pi}_e) = j\omega\epsilon_0\epsilon_r(\omega^2\mu_0\epsilon_0\mathbf{\Pi}_e + \nabla\psi_e). \quad (3.8)$$

A simplificação de (3.8), seguida do uso da identidade vetorial

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}, \quad (3.9)$$

onde  $\mathbf{A}$  é uma função vetorial qualquer, permite obter:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_e - \varepsilon_r \psi_e) = \nabla^2 \mathbf{\Pi}_e + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{\Pi}_e. \quad (3.10)$$

Como  $\psi_e$  é arbitrária, define-se:

$$\psi_e = \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_e. \quad (3.11)$$

A substituição de (3.11) em (3.10) conduz à determinação da equação de onda para  $\mathbf{\Pi}_e$ , que é dada por:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_e + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{\Pi}_e = 0. \quad (3.12)$$

Os campos elétrico e magnético podem ser determinados a partir de (3.6) e (3.3), respectivamente:

$$\mathbf{E} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{\Pi}_e + \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_e), \quad (3.13)$$

$$\mathbf{H} = j\omega \varepsilon_0 (\nabla \times \mathbf{\Pi}_e). \quad (3.14)$$

Seguindo o mesmo procedimento aplicado para o potencial  $\mathbf{\Pi}_e$ , é possível determinar a equação de onda para  $\mathbf{\Pi}_h$ . Para isto, define-se:

$$\mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}_h. \quad (3.15)$$

Usando-se as equações de Maxwell e (3.15), obtém-se:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_h + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{\Pi}_h = 0. \quad (3.16)$$

Os campos elétrico e magnético são dados por:

$$\mathbf{E} = -j\omega\mu_0(\nabla \times \mathbf{\Pi}_h), \quad (3.17)$$

$$\mathbf{H} = \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{\Pi}_h + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_h). \quad (3.18)$$

O campo total em cada região é a superposição das componentes de campo obtidas a partir de  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$  separadamente.

Observa-se que as equações de onda para  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$  são semelhantes, de forma que a análise de uma é análoga à da outra.

De (3.12), tem-se:

$$\frac{\partial^2 \Pi_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_e}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Pi_e}{\partial z^2} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r\Pi_e = 0. \quad (3.19)$$

Para converter para o domínio espectral, consideram-se as seguintes definições da transformada de Fourier:

$$\tilde{\Omega}(\alpha, y, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(x, y, z) e^{j(\alpha x + \beta z)} dx dz, \quad (3.20)$$

$$\Omega(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Omega}(\alpha, y, \beta) e^{-j(\alpha x + \beta z)} d\alpha d\beta, \quad (3.21)$$

onde o símbolo " ~ " indica a transformada de Fourier da função  $\Omega$ .

Aplicando-se estas definições à equação (3.19) tem-se:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_e}{\partial y^2} - \gamma_e^2 \tilde{\Pi}_e = 0, \quad (3.22)$$

onde

$$\gamma_e^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r. \quad (3.23)$$

Analogamente, considerando-se o potencial  $\Pi_h$ , obtém-se a seguinte expressão para a equação de onda:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_h}{\partial y^2} - \gamma_h^2 \tilde{\Pi}_h = 0. \quad (3.24)$$

onde

$$\gamma_h^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r. \quad (3.25)$$

Observa-se que, neste caso particular em que o material é isotrópico,  $\gamma_e$  e  $\gamma_h$  são iguais.

Usando-se as equações de Maxwell, a relação entre os campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  e os potenciais vetoriais de Hertz  $\Pi_e$  e  $\Pi_h$ , as componentes dos campos elétrico e magnético no domínio espectral são obtidas como:

$$\tilde{E}_x = -\frac{j\alpha}{\epsilon_r} \frac{\partial \tilde{\Pi}_e}{\partial y} + \omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_h, \quad (3.26)$$

$$\tilde{E}_y = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \tilde{\Pi}_e + \frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_e}{\partial y^2}, \quad (3.27)$$

$$\tilde{E}_z = -\frac{j\beta}{\epsilon_r} \frac{\partial \tilde{\Pi}_e}{\partial y} - \omega \mu_0 \alpha \tilde{\Pi}_h, \quad (3.28)$$

$$\tilde{H}_x = -\omega \epsilon_0 \beta \tilde{\Pi}_e - j\alpha \frac{\partial \tilde{\Pi}_h}{\partial y}, \quad (3.29)$$

$$\tilde{H}_y = (\alpha^2 + \beta^2) \tilde{\Pi}_h, \quad (3.30)$$

$$\tilde{H}_z = \omega \epsilon_0 \alpha \tilde{\Pi}_e - j\beta \frac{\partial \tilde{\Pi}_h}{\partial y}. \quad (3.31)$$



Esse procedimento, aplicado no estudo da propagação de ondas em um material dielétrico isotrópico, será usado na análise de estruturas de antenas de microfita com substratos anisotrópicos, mudando-se, em alguns casos, a direção em que o vetor potencial de Hertz é considerado.

No caso de material dielétrico anisotrópico uniaxial, a direção do potencial de Hertz será a mesma direção do eixo óptico, enquanto que para os substratos ferrimagnéticos magnetizados, os potenciais de Hertz serão considerados na mesma direção do campo magnético de polarização d.c. aplicado externamente.

# Capítulo 4

## Diagrama de Radiação

### 4.1 Campos distantes

Inicialmente, será desenvolvida a teoria de cálculo do campo distante para um antena de abertura [79] e, em seguida, esta teoria será aplicada ao estudo de antenas de microfita.

Considera-se uma abertura com dimensões **2a** e **2b** localizada em  $z = 0$ , em um plano infinito, conforme está mostrado na Fig. 4.1.

Supõe-se que os campos elétrico e magnético na abertura sejam conhecidos e dados por  $\mathbf{E}_a$  e  $\mathbf{H}_a$ .

Na região do espaço livre, ou seja, em  $z > 0$ , o campo elétrico deve satisfazer à equação de Helmholtz abaixo [79].

$$(\nabla^2 + k_o^2) \mathbf{E}(x, y, z) = 0, \quad (4.1)$$

onde  $k_o^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$ .

Além disso, sendo a região livre de cargas e correntes elétricas, tem-se que

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (4.2)$$

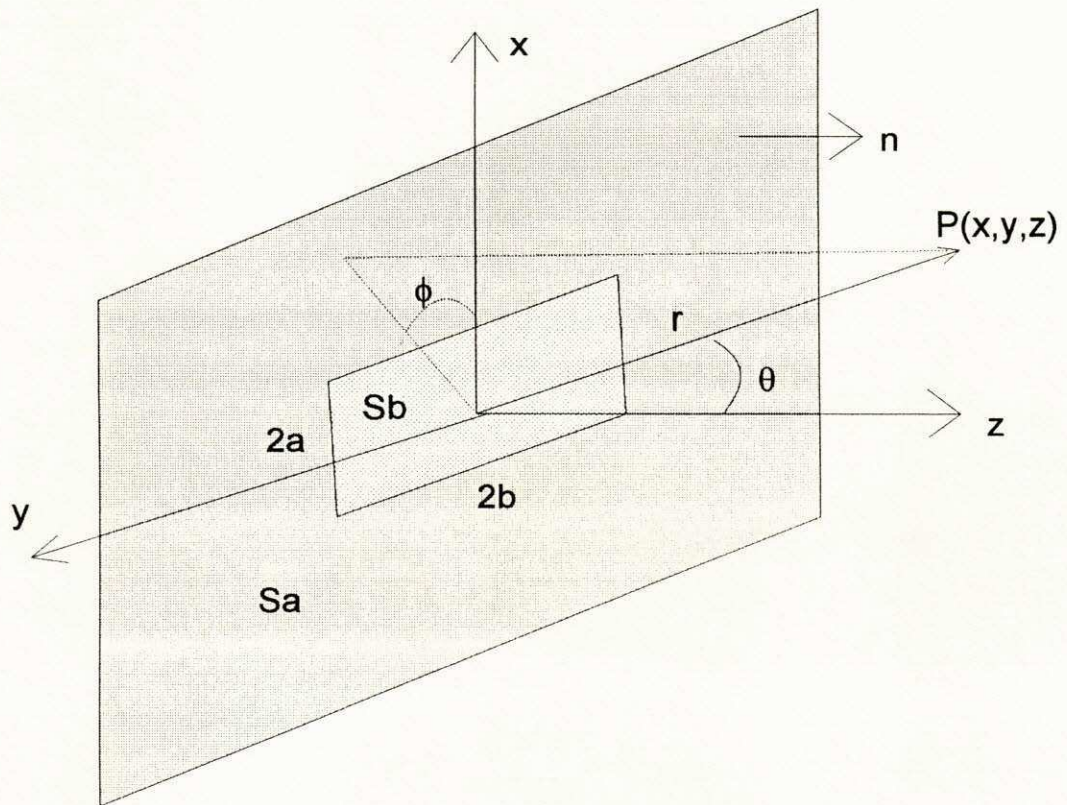


Figura 4.1: Radiação por abertura

Da definição da transformada de Fourier [13], obtém-se:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\alpha, \beta, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(x, y, z) e^{j(\alpha x + \beta y)} dx dy, \quad (4.3)$$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}(\alpha, \beta, z) e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (4.4)$$

Aplicando-se a transformação dada por (4.3) e (4.4) à equação (4.1), obtém-se:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 - (\alpha^2 + \beta^2) \right] \tilde{\mathbf{E}}(\alpha, \beta, z) = 0. \quad (4.5)$$

A solução geral de (4.5) é da forma:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\alpha, \beta, z) = \tilde{\mathbf{f}}(\alpha, \beta) e^{-j\gamma z}, \quad (4.6)$$

correspondente à radiação na direção  $z$ , sendo que a constante  $\gamma$  é dada por:

$$\gamma^2 = k_0^2 - \alpha^2 - \beta^2. \quad (4.7)$$

O campo elétrico, para  $z > 0$  ( Fig. 4.1 ), pode então ser representado por:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{f}}(\alpha, \beta) e^{-j\gamma z} e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad (4.8)$$

ou

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{f}}(\alpha, \beta) e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\alpha d\beta, \quad (4.9)$$

com

$$\mathbf{k} = \alpha \hat{a}_x + \beta \hat{a}_y + \gamma \hat{a}_z, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{r} = x\hat{a}_x + y\hat{a}_y + z\hat{a}_z \quad (4.11)$$

e

$$|\mathbf{k}| = k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}. \quad (4.12)$$

O campo elétrico, para  $z > 0$  ( Fig. 4.1 ), é constituído da superposição de ondas planas do tipo  $\tilde{\mathbf{f}}e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ , havendo duas possibilidades a serem consideradas para  $\gamma$ :

a)  $\gamma$  é real, ou seja,  $\alpha^2 + \beta^2 < k_0^2$ . Neste caso, estas ondas planas são propagantes e contribuem para a energia do campo distante.

b)  $\gamma$  é imaginário, ou seja,  $\alpha^2 + \beta^2 > k_0^2$ . Neste caso, as ondas planas são evanescentes para  $z > 0$ .

Portanto, a contribuição para a energia do campo distante ocorre para valores de  $\alpha$  e  $\beta$  tais que  $\alpha^2 + \beta^2 < k_0^2$ .

Tem-se, de (4.2), que  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ . Assim,

$$\nabla \cdot (\tilde{\mathbf{f}}(\alpha, \beta)e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}) = 0, \quad (4.13)$$

e, portanto,

$$\tilde{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{k} = 0. \quad (4.14)$$

Assim, é possível encontrar  $\tilde{f}_z$  em função de  $\tilde{f}_x$  e  $\tilde{f}_y$ . Logo, pode-se considerar que o campo elétrico no espaço livre é função somente das componentes tangenciais do campo elétrico na fenda.

Em  $z = 0$  ( Fig. 4.1 ), tem-se:

$$\mathbf{E}_t(x, y, 0) = \mathbf{E}_a(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{f}}_t(\alpha, \beta)e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad (4.15)$$

onde o índice " t " indica a componente tangencial.

Usando-se a transformada de Fourier, obtém-se:

$$\tilde{\mathbf{f}}_t(\alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_a(x, y) e^{j(\alpha x + \beta y)} dx dy. \quad (4.16)$$

Observa-se que a integração pode ser feita somente na abertura, pois o campo  $\mathbf{E}_a$  está definido apenas nela. Donde, vem que

$$\tilde{\mathbf{f}}_t(\alpha, \beta) = \int \int_{S_a} \mathbf{E}_a(x, y) e^{j(\alpha x + \beta y)} dx dy. \quad (4.17)$$

sendo que a componente  $\tilde{f}_z$  pode ser determinada a partir de (4.14).

De (4.9) obtém-se

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{f}}(\alpha, \beta) e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\alpha d\beta. \quad (4.18)$$

Da Figura 4.1, tem-se:

$$x = r \text{sen} \theta \cos \phi, \quad (4.19)$$

$$y = r \text{sen} \theta \text{sen} \phi, \quad (4.20)$$

$$z = r \cos \theta. \quad (4.21)$$

De (4.10) e (4.11), obtém-se:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \alpha x + \beta y + \gamma z, \quad (4.22)$$

ou

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \alpha r \text{sen} \theta \cos \phi + \beta r \text{sen} \theta \text{sen} \phi + \gamma r \cos \theta, \quad (4.23)$$

ou ainda

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = r(\alpha \text{sen} \theta \cos \phi + \beta \text{sen} \theta \text{sen} \phi + (k_0^2 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2} \cos \theta). \quad (4.24)$$

Considerando que, para  $\mathbf{r}$  muito grande,  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$  não varia com  $\alpha$  e  $\beta$  ( condição de fase estacionária [79] ), então:

$$\frac{\partial \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{\partial \alpha} = 0 \quad e \quad \frac{\partial \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{\partial \beta} = 0. \quad (4.25)$$

Usando (4.24), obtém-se:

$$\alpha = \gamma \frac{\text{sen} \theta \cos \phi}{\cos \theta}, \quad (4.26)$$

$$\beta = \gamma \frac{\text{sen} \theta \text{sen} \phi}{\cos \theta}, \quad (4.27)$$

Usando a relação  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = k_0^2$  e as equações (4.26) e (4.27), determina-se  $\gamma$ .

$$\gamma = k_0 \cos \theta. \quad (4.28)$$

Logo, de (4.26) e (4.27) obtém-se:

$$\alpha = k_0 \text{sen} \theta \cos \phi, \quad (4.29)$$

$$\beta = k_0 \text{sen} \theta \text{sen} \phi. \quad (4.30)$$

## 4.2 Princípio de equivalência dos campos

O princípio da equivalência dos campos, proposto por Schelkunoff em 1936 [79] diz que um campo em uma região com perdas é unicamente especificado pelas fontes dentro da região mais as componentes tangenciais do campo elétrico na fronteira, ou as

componentes tangenciais do campo magnético na fronteira, ou o primeiro em parte da fronteira e o segundo no restante da fronteira.

Por este princípio [79], a determinação do campo eletromagnético na região externa a uma superfície fechada pode ser efetuada através da substituição da superfície da região por convenientes densidades elétrica e magnética de corrente, conforme está mostrado na Fig. 4.2.

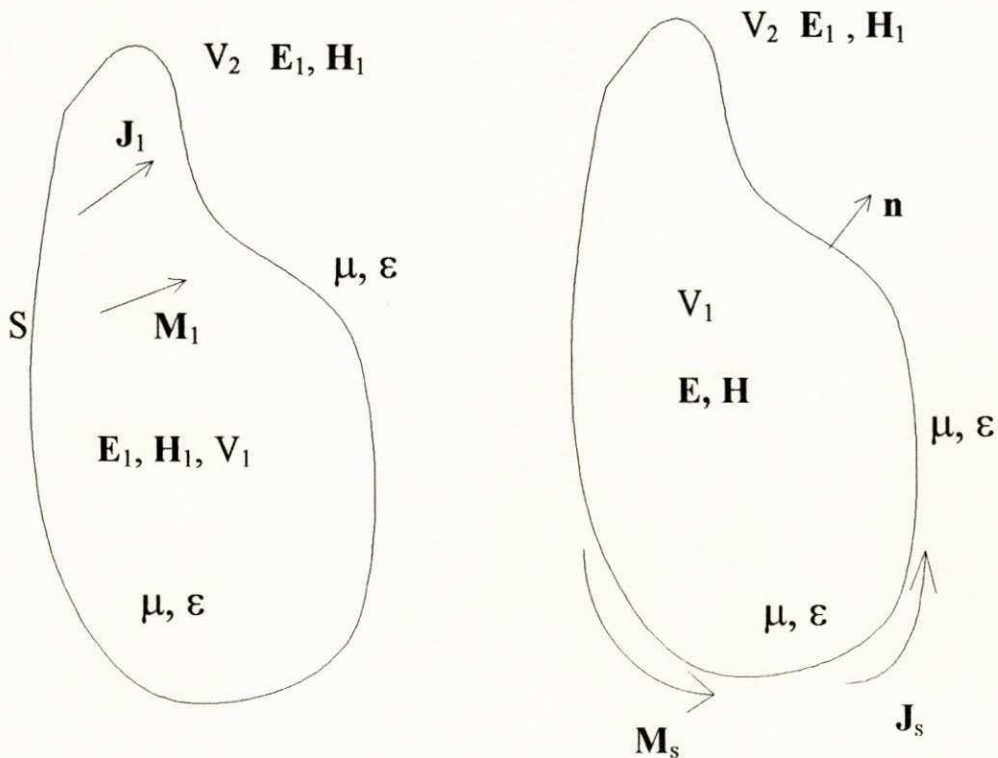


Figura 4.2: Princípio da equivalência dos campos.

Na Fig. 4.2,  $\mathbf{E}_1$  e  $\mathbf{H}_1$  são os campos gerados pelas densidades de corrente elétrica e magnética,  $\mathbf{J}_s$  e  $\mathbf{M}_s$ , respectivamente.

O problema equivalente consiste em uma superfície  $S$  com uma região interna  $V_1$  e outra externa  $V_2$ . Observa-se que na região  $V_1$ , os campos são dados por  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$ .

As densidades de corrente  $\mathbf{J}_s$  e  $\mathbf{M}_s$  na superfície  $S$  são dadas por:



$$\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times [\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}], \quad (4.31)$$

$$\mathbf{M}_s = -\mathbf{n} \times [\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}]. \quad (4.32)$$

Se  $\mathbf{H} = \mathbf{E} = 0$  (Princípio de Equivalência de Love [79]), tem-se:

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_1, \quad (4.33)$$

$$\mathbf{M}_s = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}_1. \quad (4.34)$$

Uma das conseqüências do princípio de equivalência de Love é que, substituindo-se a superfície  $S$ , da Fig. 4.2, por um condutor perfeito, a densidade de corrente elétrica  $\mathbf{J}_s$  será curto-circuitada e, portanto, não haverá radiação. Na forma dual, a substituição da superfície  $S$ , da Fig. 4.2, por um condutor magnético perfeito, permite concluir que a densidade de corrente magnética  $\mathbf{M}_s$  não radia.

Considera-se, agora, uma abertura com área  $S$ . De acordo com o princípio da equivalência, pode-se determinar o campo distante de uma fonte considerando as três situações seguintes [79]:

- 1)  $\mathbf{J}_s \neq 0$  e  $\mathbf{M}_s \neq 0$ ;
- 2)  $\mathbf{J}_s \neq 0$  e  $\mathbf{M}_s = 0$ ;
- 3)  $\mathbf{J}_s = 0$  e  $\mathbf{M}_s \neq 0$ .

Em qualquer uma das três formulações, os campos elétrico e magnético podem ser avaliados determinando-se, inicialmente os vetores potenciais  $A(\mathbf{r})$  e  $A_m(\mathbf{r})$ . Para o primeiro caso (caso 1), tem-se:

$$A(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int \int_S \mathbf{J}_s(\mathbf{r}') e^{jk_0 \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'} dx' dy', \quad (4.35)$$

$$A_m(\mathbf{r}) = \frac{\epsilon_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int \int_s \mathbf{M}_s(\mathbf{r}') e^{jk_0 \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'} dx' dy'. \quad (4.36)$$

Para o segundo caso (caso 2), tem-se:

$$A(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int \int_s 2\mathbf{J}_s(\mathbf{r}') e^{jk_0 \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'} dx' dy', \quad (4.37)$$

enquanto que para o terceiro caso (caso 3), tem-se:

$$A_m(\mathbf{r}) = \frac{\epsilon_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int \int_s 2\mathbf{M}_s(\mathbf{r}') e^{jk_0 \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'} dx' dy', \quad (4.38)$$

onde

$$\mathbf{r}' = x' \hat{a}_x + y' \hat{a}_y, \quad (4.39)$$

$$\mathbf{J}_s = \hat{a}_z \times \mathbf{H}_a, \quad (4.40)$$

$$\mathbf{M}_s = -\hat{a}_z \times \mathbf{E}_a. \quad (4.41)$$

As componentes de campo  $E_\theta$  e  $E_\phi$  são dadas por [79]:

$$E_\theta = -j\omega A_\theta - j\omega\eta_0 A_{m\phi}, \quad (4.42)$$

$$E_\phi = -j\omega A_\phi + j\omega\eta_0 A_{m\theta}, \quad (4.43)$$

onde  $\eta_0$  é a impedância intrínseca do espaço livre.

Usando a definição da transformada de Fourier, as equações (4.29) a (4.30) e as equações (4.35) a (4.43), obtém-se as componentes transversais do campo elétrico distante, de acordo com as fontes consideradas [79]. Assim, tem-se três casos:

1) Considerando-se  $\mathbf{J}_s$  e  $\mathbf{M}_s$  :

$$E_\theta = \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \left[ \tilde{f}_x \cos \phi + \tilde{f}_y \sin \phi + \eta_0 \cos \theta (\tilde{g}_y \cos \phi - \tilde{g}_x \sin \phi) \right], \quad (4.44)$$

$$E_\phi = \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \left[ \cos \theta \left[ \tilde{f}_y \cos \phi - \tilde{f}_x \sin \phi \right] - \eta_0 (\tilde{g}_y \sin \phi + \tilde{g}_x \cos \phi) \right]; \quad (4.45)$$

2) Considerando  $\mathbf{J}_s$  :

$$E_\theta = \frac{jk_0 \eta_0 \cos \theta e^{-jk_0 r}}{2\pi r} (\tilde{g}_y \cos \phi - \tilde{g}_x \sin \phi), \quad (4.46)$$

$$E_\phi = \frac{jk_0 \eta_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r} (\tilde{g}_y \sin \phi + \tilde{g}_x \cos \phi); \quad (4.47)$$

3) Considerando  $\mathbf{M}_s$  :

$$E_\theta = \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r} (\tilde{f}_x \cos \phi + \tilde{f}_y \sin \phi), \quad (4.48)$$

$$E_\phi = \frac{jk_0 \cos \theta e^{-jk_0 r}}{2\pi r} (\tilde{f}_y \cos \phi - \tilde{f}_x \sin \phi). \quad (4.49)$$

Nas expressões acima,  $\tilde{g}_x$  e  $\tilde{g}_y$  são as componentes da transformada de Fourier de  $\mathbf{H}_a$ , e  $\tilde{f}_x$  e  $\tilde{f}_y$  são as componentes da transformada de Fourier de  $\mathbf{E}_a$ . Logo, é possível a determinação do campo distante usando diretamente a transformada de Fourier do campo elétrico ou campo magnético.

Para a antena de microfita, tem-se o modelo de radiação através de aberturas laterais e, portanto, as expressões para o campo distante são dadas através das equações (4.48) e (4.49).

# Capítulo 5

## Impedância de Entrada

### 5.1 Métodos de análise principais

Diversos métodos e técnicas têm sido empregados na determinação da impedância de entrada de uma antena de microfita tipo *patch* retangular. Inicialmente, alguns trabalhos foram desenvolvidos visando a obtenção de expressões analíticas fechadas, determinadas após simplificações no modelo do *patch*. Em seguida, a partir de técnicas de análise de onda completa, foram obtidos resultados mais precisos para o cálculo da impedância. Neste capítulo, serão descritas algumas das pesquisas desenvolvidas nesse sentido.

Munson[10] considerou a antena de microfita com um comportamento de duas fendas radiantes, sendo cada uma delas representada por uma admitância e cujo circuito equivalente está mostrado na Fig. 5.1.

Usando uma série de considerações e simplificações, específica do método selecionado, a impedância de entrada,  $Z_{in}$ , na frequência de ressonância, pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = 2G_1, \quad (5.1)$$

onde

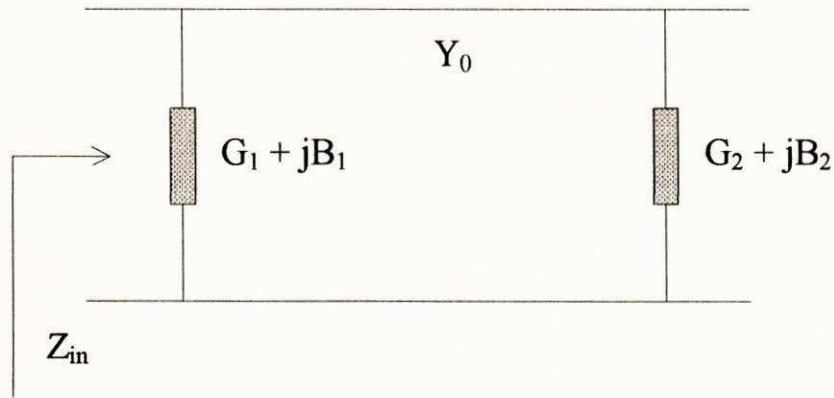


Figura 5.1: Circuito equivalente para a antena de microfita

$$G_1 = \frac{\pi w}{\lambda_0 Z_0}, \quad Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}. \quad (5.2)$$

sendo  $w$  a largura do *patch*.

O modelo da linha de transmissão também tem sido muito usado para descrever o comportamento da impedância de entrada de uma antena de microfita do tipo *patch* retangular. Em [11], [62], tem-se uma descrição detalhada deste procedimento que consiste em modelar o *patch* de microfita como uma linha de transmissão.

Diversos estudos têm utilizado o modelo da cavidade ressonante para determinar a impedância de entrada de antenas de microfita. Em [80], o *patch* é visto como uma cavidade ressonante possuindo paredes magnéticas laterais.

O campo elétrico é calculado, na análise, através do modelo da cavidade, considerando-se que o substrato dielétrico é eletricamente estreito, de tal forma que somente exista a componente na direção  $z$ , ou seja:

$$E_z = \sum_m \sum_n A_{mn} e_{mn}(x, y), \quad (5.3)$$

com

$$e_{mn} = \frac{X_{mn}}{\sqrt{\epsilon w L d}} \cos(k_n x) \cos(k_m y), \quad (5.4)$$

$$X_{mn} = \begin{cases} 1, & m = 0 \text{ e } n = 0, \\ \sqrt{2}, & m = 0 \text{ ou } n = 0, \\ 2, & m \neq 0 \text{ e } n \neq 0, \end{cases} \quad (5.5)$$

$$k_m^2 + k_n^2 = \omega_{mn}^2 \mu \epsilon = k_{mn}^2. \quad (5.6)$$

onde  $d$  é a espessura do dielétrico e  $L$  e o comprimento do *patch*.

A voltagem no ponto de alimentação  $(x_d, y_d)$  do *patch* é definida por:

$$V_{in} = -d \cdot E_z(x_d, y_d), \quad (5.7)$$

e a impedância de entrada  $Z_{in}$  é calculada usando

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_0}, \quad (5.8)$$

onde  $I_0$  é a corrente na ponta de prova de alimentação.

Observa-se que, no estudo apresentado por Lo et al. [25], a região entre a microfita e o plano de terra é tratada como uma cavidade limitada por paredes magnéticas nas laterais e por paredes elétricas nas partes de cima e de baixo. Uma vez calculados os campos dentro da cavidade, é possível calcular a potência radiada ( $P_r$ ) e as perdas de potência ( $P_d$ ) no dielétrico e nas paredes condutoras. A análise não leva em consideração as perdas por ondas de superfície.

A condutância de entrada no ponto de alimentação é dada por:

$$G = \frac{P_r + P_d}{|V_{in}|^2}, \quad (5.9)$$

onde  $V_{in}$  é definida em (5.7).

Shaubert et al.[49], por sua vez, desenvolveram um trabalho experimental para analisar o efeito da espessura do substrato no valor da impedância. Foram, então, realizadas comparações com o método dos momentos e com alguns modelos que usam o método da cavidade e discutido também o efeito do alimentador.

Em 1983, Abboud et al. [44] apresentaram uma expressão fechada para a obtenção da impedância de entrada de um *patch* retangular alimentado por uma ponta de prova coaxial a uma distância  $x_0$  da borda do condutor. Na análise, a antena de microfita é modelada por um circuito RLC e a ponta de prova por uma indutância  $X_L$ . A expressão obtida para a impedância de entrada, em função da frequência, é dada por:

$$Z(f) = \frac{R}{1 + Q_T^2 \left[ \frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right]^2} + j \left[ X_L - \frac{RQ_T \left[ \frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right]}{1 + Q_T^2 \left[ \frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right]^2} \right], \quad (5.10)$$

onde

$$X_L = \frac{377fd}{v_0} \ln \left( \frac{v_0}{\pi f d_0 \sqrt{\epsilon_r}} \right), \quad (5.11)$$

$$R = \frac{Q_T d}{\pi f_R \epsilon_{dyn} \epsilon_0 L w} \cos^2 \left( \frac{\pi x_0}{L} \right), \quad (5.12)$$

sendo  $v_0$  a velocidade da luz no vácuo,  $d_0$  o diâmetro da ponta de prova,  $f_R$  a frequência de ressonância,  $d$  a espessura do substrato e  $\epsilon_{dyn}$  é uma função das dimensões ( $w, L, d$ ) da antena, da permissividade elétrica relativa,  $\epsilon_r$ , e dos diferentes modos dos campos. A sua expressão é bastante extensa e pode ser obtida em [44].

O fator de qualidade  $Q_T$  está associado às perdas por radiação, no material condutor e no dielétrico:

$$Q_T = \left[ \frac{1}{Q_R} + \frac{1}{Q_C} + \frac{1}{Q_D} \right]^{-1}. \quad (5.13)$$

Os valores de  $Q_R$ ,  $Q_C$  e  $Q_D$  são obtidos a partir das seguintes expressões [44]:

$$Q_R = \frac{c_o \sqrt{\epsilon_{dyn}}}{4f_R d}, \quad (5.14)$$

$$Q_D = \frac{1}{\tan \delta}, \quad (5.15)$$

$$Q_c = \frac{0,786 \sqrt{f_R} Z_{ao}(w) d}{P_a}, \quad (5.16)$$

$$Z_{ao}(w) = 60\pi \left\{ \frac{w}{2d} + 0,441 + 0,082 \left[ \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r^2} \right] + \frac{(\epsilon_r + 1)}{2\pi\epsilon_r} \left[ 1,451 + \ln \left( \frac{w}{2d} + 0,94 \right) \right] \right\}^{-1}, \quad (5.17)$$

$$P_a(w) = \frac{2\pi \left[ \frac{w}{d} + \frac{2wd}{\pi d(w+1,88d)} \right] \left[ 1 + \frac{d}{w} \right]}{\left\{ \frac{w}{d} + \frac{2}{\pi} \ln \left[ 2\pi e \left( \frac{w}{2d} + 0,94 \right) \right] \right\}^2}.$$

Convém ressaltar que esta análise não leva em consideração a excitação de ondas de superfície e se aplica a antenas de microfita com um único substrato, sendo ele um dielétrico isotrópico.

Bhattacharjee et al. [45] desenvolveram expressões analíticas para a impedância de entrada de antenas de microfita de meio comprimento de onda, alimentadas através de um cabo coaxial conectado no centro de um dos lados radiantes, tratando a estrutura como uma linha de transmissão com perdas e aberta em uma das extremidades. Assim, a impedância de entrada pode ser obtida através de:

$$R_{in} = Z_0 \frac{\sinh(2\alpha w)}{2 \left[ \cosh^2(\alpha w) - \cos^2(\beta w) \right]}, \quad (5.18)$$

$$X_{in} = Z_0 \frac{\sen(2\beta w)}{2 \left[ \cosh^2(\alpha w) - \cos^2(\beta w) \right]}, \quad (5.19)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são calculados usando expressões analíticas dependentes das dimensões da antena e da frequência de ressonância.

Além das limitações apontadas anteriormente, não está claro se o efeito de borda foi também levado em consideração no estudo apresentado em [45].



Jackson e Alexopoulos [54] obtiveram fórmulas fechadas para a impedância de entrada através da utilização de métodos aproximados no modelamento da estrutura (cavidade ressonante) e de método rigoroso na determinação dos campos (solução de Sommerfeld). Na análise, o *patch* é alimentado por um cabo coaxial e a resistência de entrada na ressonância é:

$$R_{in} = 90 \frac{\epsilon_r}{pc_1} \epsilon_r \mu_r \left( \frac{L}{w} \right)^2 \text{sen}^2 \left( \frac{\pi X_f}{L} \right), \quad (5.20)$$

onde  $X_f$  é o ponto de alimentação

e

$$p = 1 + \frac{a_2}{20} (k_0 w)^2 + a_4 \left( \frac{3}{560} \right) (k_0 w)^4 + b_2 \left( \frac{1}{10} \right) (k_0 L)^2, \quad (5.21)$$

$$a_2 = -0.16605, \quad (5.22)$$

$$a_4 = 0.00761, \quad (5.23)$$

$$b_2 = -0.09142, \quad (5.24)$$

$$e_r = \frac{P_r^h}{P_r^h + P_{sw}^h}, \quad (5.25)$$

$$P_r^h \simeq \frac{1}{\lambda_0^2} (k_0 d)^2 \left[ 80\pi^2 \mu_r^2 \left( 1 - \frac{1}{n^2} + \frac{215}{n^4} \right) \right], \quad (5.26)$$

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}, \quad (5.27)$$

$$P_{sw}^h \simeq \frac{1}{\lambda_0^2} (k_0 d)^3 \left[ 60\pi^3 \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)^3 \mu_r^3 \right], \quad (5.28)$$

$$c_1 = 1 - \frac{1}{n^2} + \frac{2/5}{n^4}. \quad (5.29)$$

Esta expressão empírica é muito conveniente, pois ela leva em consideração também a excitação de ondas de superfície. Ela é de uso limitado, pois se aplica apenas a antenas com um único substrato e com dielétrico isotrópico.

Vários trabalhos também têm sido desenvolvidos na análise de antenas de microfita através de técnicas de onda completa. Newman e Tulyathan[29] usaram o método dos momentos para analisar os parâmetros de uma antena de microfita. Neste trabalho, a densidade de corrente no *patch* é expandida como uma combinação de funções de base,  $\mathbf{J}_n$ :

$$\mathbf{J}_s = \sum_n I_n \mathbf{J}_n. \quad (5.30)$$

Também é considerado, em [29], que a corrente na ponta de prova de alimentação pode ser substituída por um filamento de dimensões infinitesimais com uma corrente impressa dada por

$$\mathbf{J}_i = 1,0 \hat{a}_z \quad (\text{A}). \quad (5.31)$$

existente entre as placas e constante na direção  $\hat{a}_z$ .

Através do método dos momentos, são, então, calculadas as constantes  $I_n$ , que permitem calcular os diversos modos para o campo elétrico. Sendo assim, a voltagem para cada modo no ponto de excitação é:

$$V_m = \int_0^{2d} \mathbf{E}_m \cdot \mathbf{J}_i dy \quad (5.32)$$

onde  $d$  é a espessura do dielétrico e  $\mathbf{E}_m$  é o campo gerado pela  $m$ -ésima expansão da densidade de campo no *patch*,  $\mathbf{J}_m$ .

A impedância de entrada é dada por:

$$Z_{in} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N I_n V_n \quad (5.33)$$

Observa-se que, em (5.33),  $I_n$  são os coeficientes da expansão da densidade de corrente  $\mathbf{J}_s$ , conforme (5.30).

Deshpande e Bailey [4] desenvolveram uma técnica semelhante à de Newman e Tulyathan [29], sendo que os campos são determinados no domínio espectral. Neste trabalho, são consideradas as alimentações tipo coaxial e através de linhas de microfita.

Pozar [15]-[18] também utilizou esta técnica para a determinação da impedância de entrada de um *patch* retangular, aplicando a formulação da função de Green na determinação dos campos para material dielétrico isotrópico e anisotrópico uniaxial. Nestes trabalhos, também são considerados os acoplamentos entre *patches*.

Pozar [32] estendeu a pesquisa de um *patch* retangular para um arranjo infinito de ressoadores de microfita com alimentação por pontas de provas idealizadas e utilizando o método dos momentos.

Pozar e Voda [43] desenvolveram a análise da impedância de entrada de antenas de microfita alimentadas por uma linha de microfita, considerando, para isto, duas situações: primeiro, o *patch* era alimentado diretamente pela linha de microfita em uma de suas laterais; segundo, a linha de microfita foi colocada entre o *patch* e o plano de terra, possibilitando, assim, o acoplamento entre ambos. Nesta análise, os campos foram desenvolvidos no domínio espectral e foi usado o método dos momentos no cálculo de  $Z_{in}$ .

Damiano [42] analisou a impedância de entrada de antenas de microfita com uma camada e com sobrecamada no domínio espectral e, adicionalmente, discutiu alguns problemas da integração envolvida no cálculo da matriz impedância  $[Z]$  e do vetor tensão  $[V]$ . É feita, também, uma comparação entre várias técnicas de integração e o efeito dos polos do integrando no cálculo de  $Z_{in}$ .

De e Das [33] desenvolveram um trabalho para o cálculo da impedância de entrada de uma antena de microfita retangular vista por um cabo coaxial, considerando o

efeito das perdas no condutor e no dielétrico. As expressões dos campos são obtidas por expansão modal e a impedância de entrada,  $Z_{in}$ , é dada por:

$$Z_{in} = -\frac{1}{I_0^2} \int_{S_0} \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dS \quad (5.34)$$

onde  $\mathbf{J} = \frac{I_0}{d} \hat{\mathbf{a}}_z$  é a densidade de corrente de alimentação e  $S_0$  é a superfície da ponta de prova.

A seção seguinte apresenta a análise, no domínio espectral, através do método dos momentos.

## 5.2 Impedância de entrada pelo método dos momentos

A formulação do método dos momentos na caracterização dos parâmetros de antenas de microfita consiste na solução de equações integrais, as quais envolvem a corrente na superfície do *patch* e a corrente de alimentação, que são desconhecidas.

Observe-se a Fig. 5.2, onde é apresentado um *patch* de microfita de largura  $W$  e comprimento  $L$ , alimentado em  $(x_d, y_d)$  por um cabo coaxial.

A condição de contorno no *patch* consiste em que a soma do campo incidente da linha de alimentação e do campo gerado pela corrente induzida no *patch* é nula em sua superfície condutora, ou seja:

$$[\mathbf{E}_{inc} + \mathbf{E}_{scat}]_{tan} = 0, \quad (5.35)$$

ou

$$\mathbf{E}_{inc} = -\mathbf{E}_{scat}, \quad (5.36)$$

onde  $\mathbf{E}_{inc}$  é a componente tangencial do campo elétrico incidente devido à alimentação em  $z = d$  e  $\mathbf{E}_{scat}$  é o campo elétrico gerado pela corrente do *patch*.

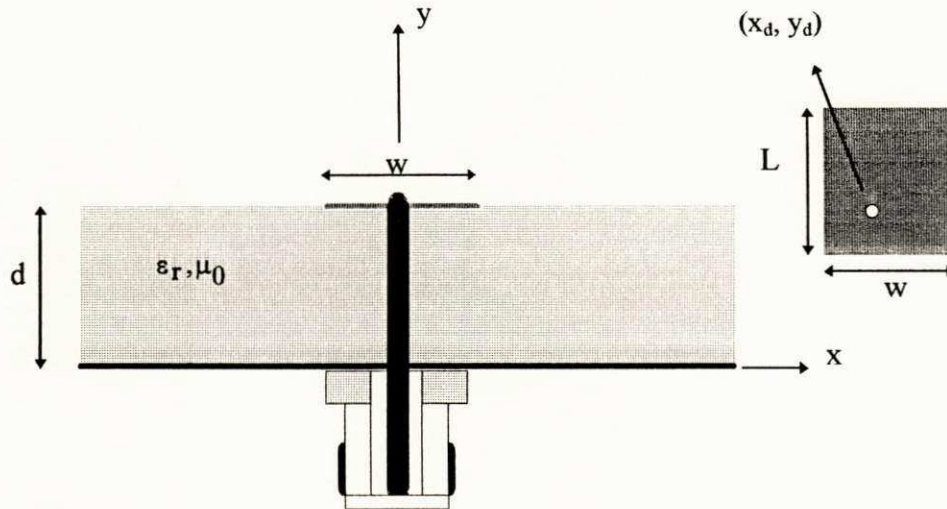


Figura 5.2: *Patch* retangular de microfita alimentado por cabo coaxial.

Usando-se o método dos momentos, considera-se a expansão de  $\mathbf{J}_s$  como uma soma de funções de base, na forma

$$\mathbf{J}_s(x, z) = \sum_{n=1}^N I_n \mathbf{J}_n(x, z), \quad (5.37)$$

onde  $\mathbf{J}_n$  são as funções de base que correspondem à expansão de  $\mathbf{J}_s$  nas direções  $x$  e  $z$  e  $I_n$  são os coeficientes desconhecidos.

Usando-se funções de teste iguais às funções de base ( Método de Galerkin ), a equação (5.36) pode ser discretizada na forma [15]:

$$[Z][I] = [V^p]. \quad (5.38)$$

Os elementos da matriz  $[Z]$ , em (5.38), são dados por:

$$Z_{mn} = - \int_S \mathbf{J}_m \cdot \mathbf{E}_n dS, \quad (5.39)$$

onde  $\mathbf{E}_n$  é o campo elétrico gerado pela  $n$ -ésima componente da expansão de  $\mathbf{J}_s$ ,  $\mathbf{J}_n$ .

Os elementos da matriz  $[V^p]$  são obtidos a partir da seguinte expressão:

$$V_m^p = \int_s \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{J}_m dS, \quad (5.40)$$

onde  $\mathbf{E}^p$  representa o campo elétrico incidente gerado por  $\mathbf{J}^p$ , que é a densidade de corrente na ponta de prova.

Da definição da transformada de Fourier [13], tem-se:

$$\mathbf{E}_n = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}_n e^{-j(\alpha x + \beta z)} d\alpha d\beta. \quad (5.41)$$

Logo, usando-se (5.39), obtém-se

$$Z_{mn} = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int_s \mathbf{J}_m \cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}_n e^{-j(\alpha x + \beta z)} d\alpha d\beta \right] dS, \quad (5.42)$$

ou

$$Z_{mn} = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int_s \tilde{\mathbf{E}}_n \cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{J}_m e^{-j(\alpha x + \beta z)} dx dz \right] d\alpha d\beta. \quad (5.43)$$

Portanto,

$$Z_{mn} = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int_s \tilde{\mathbf{E}}_n \cdot \tilde{\mathbf{J}}_m^* d\alpha d\beta, \quad (5.44)$$

sendo que o símbolo \* significa o complexo conjugado.

Usando o teorema da reciprocidade [77], a equação (5.40) pode ser representada por:

$$V_m^p = \int_V \mathbf{J}^p \cdot \mathbf{E}_m dV, \quad (5.45)$$

onde V é o volume compreendendo  $\mathbf{J}^p$ . Como  $\mathbf{J}^p$  é considerada em um fio com diâmetro infinitesimal,  $V_m^p$  é dada por:

$$V_m^p = \int_{y=0}^d \mathbf{J}^p \cdot \mathbf{E}_m dy, \quad (5.46)$$

ou

$$V_m^p = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{y=0}^d \mathbf{J}^p \cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}_m e^{-(\alpha x + \beta z)} d\alpha d\beta \right] dy, \quad (5.47)$$

ou

$$V_m^p = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{y=0}^d \tilde{\mathbf{E}}_m dy \right] \mathbf{J}^p e^{-j(\alpha x + \beta z)} d\alpha d\beta. \quad (5.48)$$

Observe-se que  $\mathbf{J}^p$  é definida apenas no ponto de alimentação  $(x_d, z_d)$  e com amplitude unitária, sendo expressa como [32]:

$$\mathbf{J}^p = \delta(x - x_d) \delta(z - z_d). \quad (5.49)$$

Portanto,

$$V_m^p = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{y=0}^d \tilde{\mathbf{E}}_m dy \right] e^{-j(\alpha x_d + \beta z_d)} d\alpha d\beta. \quad (5.50)$$

Uma vez determinadas as matrizes  $[Z]$  e  $[V^p]$ , a matriz dos coeficientes  $[I]$  pode ser calculada através de (5.38).

$$[I] = [Z]^{-1} [V^p]. \quad (5.51)$$

A impedância de entrada é dada por:

$$Z_{in} = - \int_{y=0}^d E_y dy. \quad (5.52)$$

ou

$$Z_{in} = -[I]^t [V^p]. \quad (5.53)$$

No próximo capítulo, serão considerados *patches* que apresentam, como substratos, materiais com propriedades de anisotropia dielétrica, onde serão aplicadas as expressões aqui desenvolvidas para o cálculo da impedância.



# Capítulo 6

## Anisotropia Dielétrica

### 6.1 Introdução

Neste capítulo, é efetuada a análise de *patches* de microfita sobre substratos anisotrópicos uniaxiais. São levadas em consideração as três direções principais do sistema de coordenadas para o eixo óptico.

O interesse em analisar estruturas que apresentam anisotropia dielétrica, assim denominada por se referir à anisotropia observada nos substratos dielétricos, tem sido demonstrado em uma série de trabalhos publicados nos últimos anos, [13], [14], [15], [35], [78]. Inicialmente, observa-se que muitos dos materiais utilizados na construção de dispositivos planares apresentam algum tipo de anisotropia, cujo efeito no comportamento dos parâmetros da estrutura, onde são utilizados, não pode ser desconsiderado para determinadas aplicações. Daí, a necessidade de se desenvolver uma caracterização mais precisa do que aquelas feitas desprezando o efeito da anisotropia. Alguns materiais, como o teflon, são impregnados com materiais cerâmicos que provocam um comportamento anisotrópico no substrato [35]. A safira apresenta anisotropia na sua constante dielétrica e tem sido alvo de uma grande atenção no projeto de estruturas planares, em função de sua compatibilidade com a alta resistividade do silício e por apresentar uma condutividade térmica maior que a da alumina, por exemplo.

A anisotropia dielétrica se caracteriza pelo fato do material apresentar uma permissividade elétrica na forma tensorial, ou seja:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

Quando o material é considerado sem perdas, e com os eixos ópticos orientados ao longo dos eixos principais do sistema de coordenadas cartesianas, x, y e z, tem-se:

$$\epsilon_{ij} = 0 \quad \text{para } i \neq j, \quad (6.2)$$

e, por conseqüência, obtém-se

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

Se  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$  e  $\epsilon_{zz}$  forem diferentes entre si, o cristal é denominado de anisotrópico biaxial. Se dois desses elementos forem iguais, o cristal é denominado de anisotrópico uniaxial.

No caso de anisotropia uniaxial, o eixo de simetria, ou eixo óptico, é aquele para o qual o elemento da matriz é diferente dos outros dois. Existem, portanto, três situações a serem consideradas:

a) Eixo óptico na direção x, caso em que  $\bar{\epsilon}$  é dado por:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{yy} \end{bmatrix}; \quad (6.4)$$

b) Eixo óptico na direção y, caso em que  $\bar{\epsilon}$  se reduz a:

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{xx} \end{bmatrix}; \quad (6.5)$$

c) Eixo óptico na direção z, caso em que  $\bar{\bar{\epsilon}}$  passa a ser:

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

Nos próximos itens, serão desenvolvidas as equações de onda e as expressões para os campos elétrico e magnético de um *patch* de microfita, considerando as três situações descritas anteriormente, e através do método dos potenciais de Hertz. A estrutura considerada está mostrada na Fig. 6.1

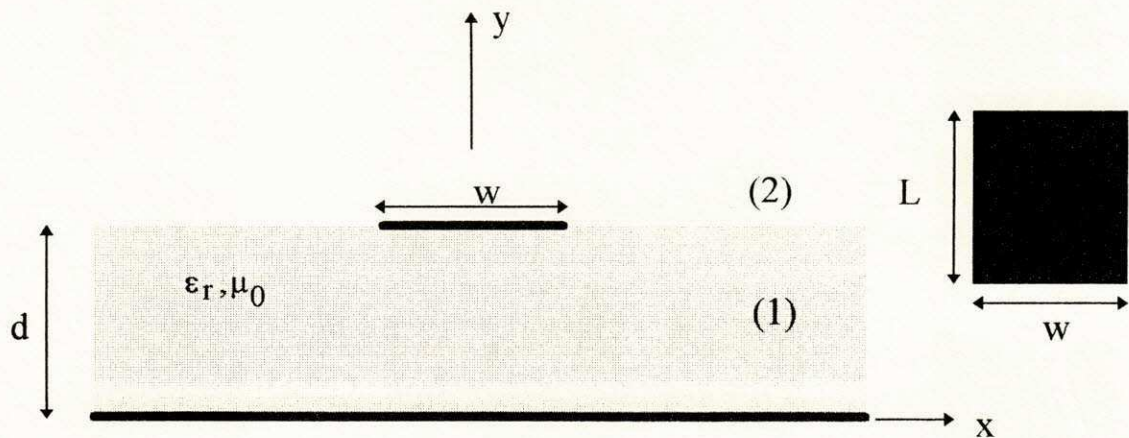


Figura 6.1: *Patch* retangular de microfita com camada anisotrópica.

Observe-se que o tensor permissividade dependerá da direção considerada para o eixo óptico, de acordo com (6.4) a (6.6).

## 6.2 Determinação das equações de onda e das expressões para as componentes de campo.

### 6.2.1 Eixo óptico na direção transversal paralela ao plano de terra.

Na análise da estrutura, inicialmente definem-se os potenciais de Hertz,  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$ , orientados na direção do eixo óptico (direção  $x$ , na Fig. 6.1), como

$$\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \hat{a}_x, \quad (6.7)$$

$$\mathbf{\Pi}_h = \Pi_h \hat{a}_x, \quad (6.8)$$

sendo o tensor permissividade como apresentado em (6.4).

O potencial vetorial de Hertz, definido em (6.7), é denominado potencial elétrico,  $\mathbf{\Pi}_e$ , enquanto que o definido em (6.8) é designado como potencial magnético,  $\mathbf{\Pi}_h$ .

A partir destas definições para os potenciais de Hertz, usam-se as equações de Maxwell para a obtenção das expressões do campo eletromagnético em função de  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$ , bem como as equações de onda para cada potencial, conforme foi mencionado no Capítulo 3 (Método dos Potenciais de Hertz). Assim,

a) para o potencial elétrico,  $\mathbf{\Pi}_e$ , tem-se que:

$$\mathbf{E} = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{\Pi}_e + \frac{1}{\epsilon_{yy}} \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_e, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{H} = j\omega \epsilon_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}_e; \quad (6.10)$$

b) para o potencial magnético,  $\mathbf{\Pi}_h$ , tem-se que:

$$\mathbf{H} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mathbf{\Pi}_h + \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_h, \quad (6.11)$$

$$\mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}_h. \quad (6.12)$$

Os potenciais vetoriais de Hertz, por sua vez, devem satisfazer às equações de onda, que para o potencial elétrico,  $\mathbf{\Pi}_e$ , é dada por:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_e + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx} \mathbf{\Pi}_e + \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{yy}} \frac{\partial^2 \mathbf{\Pi}_e}{\partial x^2} = 0, \quad (6.13)$$

enquanto que para o potencial magnético,  $\mathbf{\Pi}_h$ , é dada por:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_h + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \mathbf{\Pi}_h = 0. \quad (6.14)$$

Através das transformações dadas por [13]

$$\tilde{\Psi}(\alpha, y, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x, y, z) e^{j(\alpha x + \beta z)} dx dz, \quad (6.15)$$

e

$$\Psi(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Psi}(\alpha, y, \beta) e^{-j(\alpha x + \beta z)} d\alpha d\beta, \quad (6.16)$$

as equações de onda dos potenciais de Hertz e as componentes dos campos elétrico e magnético, apresentadas em (6.9) a (6.14), são obtidas no domínio espectral.

Assim, as equações de onda dos potenciais de Hertz, no domínio da transformada de Fourier, passam a ser:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_e}{\partial y^2} - \gamma_e^2 \tilde{\Pi}_e = 0, \quad (6.17)$$

para o potencial elétrico, com

$$\gamma_e^2 = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx}, \quad (6.18)$$

e

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_h}{\partial y^2} - \gamma_h^2 \tilde{\Pi}_h = 0, \quad (6.19)$$

para o potencial magnético, com

$$\gamma_h^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy}. \quad (6.20)$$

As componentes dos campos elétrico e magnético são determinadas, no domínio espectral, como

$$\tilde{E}_x = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \tilde{\Pi}_e - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{yy}} \tilde{\Pi}_e, \quad (6.21)$$

$$\tilde{E}_y = \omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_h - \frac{j\alpha}{\varepsilon_{yy}} \frac{\partial \tilde{\Pi}_e}{\partial y}, \quad (6.22)$$

$$\tilde{E}_z = j\omega \mu_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_h}{\partial y} - \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{yy}} \tilde{\Pi}_e, \quad (6.23)$$

$$\tilde{H}_x = -\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_h}{\partial y^2} + \beta^2 \tilde{\Pi}_h, \quad (6.24)$$

$$\tilde{H}_y = -j\alpha \frac{\partial \tilde{\Pi}_h}{\partial y} + \omega \varepsilon_0 \beta \tilde{\Pi}_e, \quad (6.25)$$

$$\tilde{H}_z = -\alpha\beta \tilde{\Pi}_h - j\omega \varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_e}{\partial y}. \quad (6.26)$$

### 6.2.2 Eixo óptico na direção perpendicular ao plano de terra.

Os potenciais de Hertz,  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$ , são considerados com orientação na direção do eixo óptico (direção  $y$ , na Fig. 6.1), como

$$\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \hat{a}_y, \quad (6.27)$$

$$\mathbf{\Pi}_h = \Pi_h \hat{a}_y, \quad (6.28)$$

sendo o tensor permissividade como mostrado em (6.5).

Usando-se o mesmo procedimento anteriormente descrito, parte-se dos potenciais de Hertz, assim definidos, e usam-se as equações de Maxwell para a obtenção das expressões do campo eletromagnético em função de  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$ , e das equações de onda para cada caso. Assim,

a) para o potencial elétrico,  $\mathbf{\Pi}_e$ :

$$\mathbf{E} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{\Pi}_e + \frac{1}{\varepsilon_{xx}} \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_e, \quad (6.29)$$

$$\mathbf{H} = j\omega \varepsilon_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}_e; \quad (6.30)$$

b) para o potencial magnético,  $\mathbf{\Pi}_h$ :

$$\mathbf{H} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx} \mathbf{\Pi}_h + \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_h, \quad (6.31)$$

$$\mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}_h, \quad (6.32)$$

sendo que os potenciais vetoriais de Hertz, por sua vez, devem satisfazer às equações de onda. Para o potencial elétrico,  $\mathbf{\Pi}_e$ , a equação de onda é dada por [13]:

$$\nabla^2 \Pi_e + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} \Pi_e + \frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}} \frac{\partial^2 \Pi_e}{\partial y^2} = 0, \quad (6.33)$$

enquanto que para o potencial magnético,  $\Pi_h$ , é dada por [13]:

$$\nabla^2 \Pi_h + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx} \Pi_h = 0. \quad (6.34)$$

As equações de onda dos potenciais de Hertz, que devem ser satisfeitas por  $\Pi_e$  e  $\Pi_h$ , no domínio espectral, são dadas por:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_e}{\partial y^2} - \gamma_e^2 \tilde{\Pi}_e = 0, \quad (6.35)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_h}{\partial y^2} - \gamma_h^2 \tilde{\Pi}_h = 0, \quad (6.36)$$

onde

$$\gamma_e^2 = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} (\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy}) \quad (6.37)$$

$$\gamma_h^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx}. \quad (6.38)$$

Usando-se (6.29) a (6.32) e a definição de transformada de Fourier, tem-se:

$$\tilde{E}_x = \omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_h - \frac{j\alpha}{\varepsilon_{xx}} \frac{\partial \tilde{\Pi}_e}{\partial y}, \quad (6.39)$$

$$\tilde{E}_y = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \tilde{\Pi}_e + \frac{1}{\varepsilon_{xx}} \frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_e}{\partial y^2}, \quad (6.40)$$

$$\tilde{E}_z = -\omega \mu_0 \alpha \tilde{\Pi}_h - \frac{j\beta}{\varepsilon_{xx}} \frac{\partial \tilde{\Pi}_e}{\partial y}, \quad (6.41)$$



$$\tilde{H}_x = -j\alpha \frac{\partial \tilde{\Pi}_h}{\partial y} - \omega \varepsilon_0 \beta \tilde{\Pi}_e, \quad (6.42)$$

$$\tilde{H}_y = (\alpha^2 + \beta^2) \tilde{\Pi}_h, \quad (6.43)$$

$$\tilde{H}_z = -j\beta \frac{\partial \tilde{\Pi}_h}{\partial y} + \omega \varepsilon_0 \alpha \tilde{\Pi}_e. \quad (6.44)$$

### 6.2.3 Eixo óptico na direção ao longo do *patch*.

Considera-se, aqui, o mesmo procedimento das duas seções anteriores, definindo-se:

$$\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \hat{a}_z, \quad (6.45)$$

$$\mathbf{\Pi}_h = \Pi_h \hat{a}_z, \quad (6.46)$$

e usando-se a representação para o tensor permissividade mostrada em (6.6).

Analogamente, as equações de Maxwell permitem obter as expressões do campo eletromagnético em função de  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$ . Desta forma,

a) para o potencial elétrico,  $\mathbf{\Pi}_e$ :

$$\mathbf{E} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{\Pi}_e + \frac{1}{\varepsilon_{xx}} \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_e, \quad (6.47)$$

$$\mathbf{H} = j\omega \varepsilon_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}_e; \quad (6.48)$$

b) para o potencial magnético,  $\mathbf{\Pi}_h$ :

$$\mathbf{H} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx} \mathbf{\Pi}_h + \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_h, \quad (6.49)$$

$$\mathbf{E} = -j\omega\mu_0\nabla \times \mathbf{\Pi}_h; \quad (6.50)$$

A equação de onda para o potencial elétrico,  $\mathbf{\Pi}_e$ , é dada por:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_e + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{zz} \mathbf{\Pi}_e + \frac{\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}} \frac{\partial^2 \mathbf{\Pi}_e}{\partial z^2} = 0, \quad (6.51)$$

enquanto que para o potencial magnético,  $\mathbf{\Pi}_h$ , tem-se:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_h + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx} \mathbf{\Pi}_h = 0. \quad (6.52)$$

Utilizando-se a definição da transformada de Fourier, as equações de onda dos potenciais de Hertz, passam a ser:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_e}{\partial y^2} - \gamma_e^2 \tilde{\Pi}_e = 0, \quad (6.53)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_h}{\partial y^2} - \gamma_h^2 \tilde{\Pi}_h = 0, \quad (6.54)$$

onde

$$\gamma_e^2 = \alpha^2 + \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{zz} \quad (6.55)$$

$$\gamma_h^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx}. \quad (6.56)$$

As componentes dos campos elétrico e magnético são determinadas, no domínio espectral, como

$$\tilde{E}_x = -j\omega\mu_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_h}{\partial y} - \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{xx}} \tilde{\Pi}_e, \quad (6.57)$$

$$\tilde{E}_z = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \tilde{\Pi}_e - \frac{\beta^2}{\varepsilon_{xx}} \tilde{\Pi}_e, \quad (6.58)$$

$$\tilde{E}_y = -\omega\mu_0\alpha\tilde{\Pi}_h - \frac{j\beta}{\varepsilon_{xx}} \frac{\partial\tilde{\Pi}_e}{\partial y}, \quad (6.59)$$

$$\tilde{H}_x = -\alpha\beta\tilde{\Pi}_h + j\omega\varepsilon_0 \frac{\partial\tilde{\Pi}_e}{\partial y}, \quad (6.60)$$

$$\tilde{H}_z = -\frac{\partial^2\tilde{\Pi}_h}{\partial y^2} + \alpha^2\tilde{\Pi}_h, \quad (6.61)$$

$$\tilde{H}_y = -j\beta \frac{\partial\tilde{\Pi}_h}{\partial y} - \omega\varepsilon_0\alpha\tilde{\Pi}_e. \quad (6.62)$$

A próxima seção é dedicada à análise do *patch* retangular de microfita com duas camadas anisotrópicas e uma sobrecamada, também anisotrópica, visando à determinação da frequência de ressonância através do método dos potenciais de Hertz, em combinação com o método de Galerkin.

No estudo serão considerados os casos de substratos uniaxiais com eixos ópticos nas três direções principais do sistema de coordenadas, sendo que, nas direções x e z, não será analisado o efeito da sobrecamada.

### 6.3 Funções de Green para *patches* de microfita com substratos e sobrecamadas anisotrópicas uniaxiais

#### 6.3.1 Eixo óptico na direção transversal paralela ao plano de terra

A Fig. 6.2 mostra a estrutura considerada nesta análise, que consiste de um *patch* retangular de microfita, condutor, apoiado sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais, que se encontram montadas sobre um plano de terra. Considera-se que os

eixos ópticos são orientados na direção transversal, paralela ao plano de terra, ou seja, na direção do eixo  $x$  ( Fig. 6.2 ).

A separação entre o *patch* e o plano de terra é feita através de duas camadas dielétricas anisotrópicas ( regiões 1 e 2 na Fig. 6.2 ), cujas espessuras são representadas por  $d_1$  e  $d_2$ , respectivamente.

O *patch* condutor é considerado com uma largura  $w$  e comprimento  $L$  e se encontra localizado a uma distância  $d_{12} = d_1 + d_2$  do plano de terra. A região 3 é o ar.

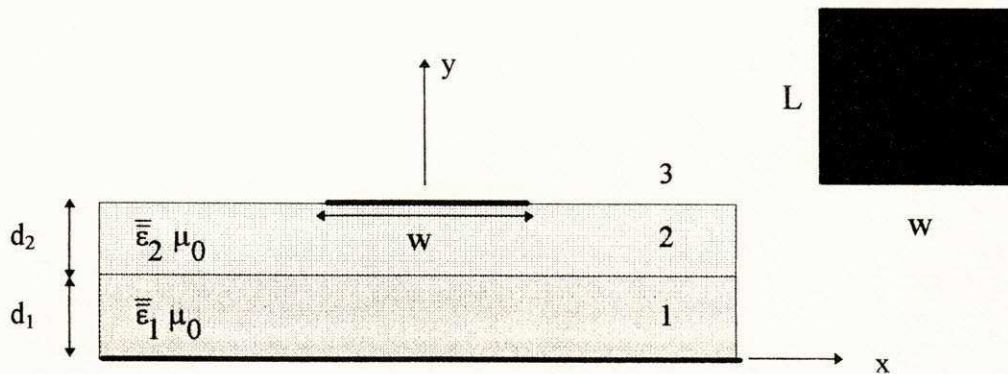


Figura 6.2: *Patch* retangular de microfita com duas camadas anisotrópicas.

No estudo, o *patch* retangular e o plano de terra são considerados constituídos por condutores perfeitos. Os materiais dielétricos apresentam perdas nulas e a permissividade elétrica, tensorial, em cada região  $j$  ( $j = 1, 2$ ), é dada por:

$$\bar{\bar{\epsilon}}_j = \begin{bmatrix} \epsilon_{xxj} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yyj} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{yyj} \end{bmatrix} \epsilon_0, \quad (6.63)$$

sendo  $\epsilon_{xxj}$  a componente da permissividade relativa na direção  $x$ , na região dielétrica  $j$  ( $j = 1, 2$ ),  $\epsilon_{yyj}$  a componente da permissividade relativa na direção  $y$ , que é a mesma da direção  $z$ . A constante  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do espaço livre. Para o material dielétrico anisotrópico, a permeabilidade magnética é igual à do espaço livre,  $\mu_0$ . Define-se a razão de anisotropia como sendo:

$$n_{xj} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{yyj}}{\varepsilon_{xxj}}}. \quad (6.64)$$

Na análise da estrutura, inicialmente, definem-se os potenciais de Hertz para cada região  $j$  ( $j = 1, 2$ ),  $\mathbf{\Pi}_{ej}$  e  $\mathbf{\Pi}_{hj}$ , orientados na direção do eixo óptico (direção  $x$ , na Fig. 6.2), como

$$\mathbf{\Pi}_{ej} = \Pi_{ej} \hat{a}_x, \quad (6.65)$$

$$\mathbf{\Pi}_{hj} = \Pi_{hj} \hat{a}_x. \quad (6.66)$$

As expressões do campo eletromagnético em função de  $\mathbf{\Pi}_{ej}$  e  $\mathbf{\Pi}_{hj}$ , bem como as equações de onda para cada potencial, foram obtidas na Seção 6.2.1. Desta forma, tem-se, para cada região  $j$  ( $j = 1, 2$ ):

$$\mathbf{E}_j = -j\omega\mu_0\nabla \times \mathbf{\Pi}_{hj} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\Pi_{ej} + \frac{1}{\varepsilon_{yyj}}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{ej}), \quad (6.67)$$

$$\mathbf{H}_j = j\omega\varepsilon_0\nabla \times \mathbf{\Pi}_{ej} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yyj}\Pi_{hj} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{hj}), \quad (6.68)$$

$$\nabla^2\Pi_{ej} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{xxj}\Pi_{ej} + \frac{\varepsilon_{xxj} - \varepsilon_{yyj}}{\varepsilon_{yyj}}\frac{\partial^2\Pi_{ej}}{\partial x^2} = 0, \quad (6.69)$$

$$\nabla^2\Pi_{hj} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yyj}\Pi_{hj} = 0, \quad (j = 1, 2). \quad (6.70)$$

Na região 3, o dielétrico é o ar. Nesta região, as equações (6.63) a (6.70) permanecem válidas, desde que se atribua a  $\varepsilon_{yyj}$  e  $\varepsilon_{xxj}$  valores unitários.

As equações de onda dos potenciais de Hertz,  $\mathbf{\Pi}_{ej}$  e  $\mathbf{\Pi}_{hj}$ , no domínio da transformada de Fourier, passam a ser:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y^2} - \gamma_{ej}^2 \tilde{\Pi}_{ej} = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (6.71)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y^2} - \gamma_{hj}^2 \tilde{\Pi}_{hj} = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (6.72)$$

com

$$\gamma_{ej}^2 = \frac{\varepsilon_{xxj}}{\varepsilon_{yyj}} \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xxj} \quad (6.73)$$

$$\gamma_{hj}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yyj}. \quad (6.74)$$

As componentes dos campos elétrico e magnético são, então, determinadas, no domínio espectral, como

$$\tilde{E}_{xj} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \tilde{\Pi}_{ej} - \frac{\alpha^2}{\varepsilon_{yyj}} \tilde{\Pi}_{ej}, \quad (6.75)$$

$$\tilde{E}_{yj} = -\omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_{hj} - \frac{j\alpha}{\varepsilon_{yyj}} \frac{\partial \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y}, \quad (6.76)$$

$$\tilde{E}_{zj} = j\omega \mu_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y} - \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{yyj}} \tilde{\Pi}_{ej}, \quad (6.77)$$

$$\tilde{H}_{xj} = -\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y^2} + \beta^2 \tilde{\Pi}_{hj}, \quad (6.78)$$

$$\tilde{H}_{yj} = \omega \varepsilon_0 \beta \tilde{\Pi}_{ej} - j\alpha \frac{\partial \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y}, \quad (6.79)$$

$$\tilde{H}_{zj} = -j\omega \varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y} - \alpha\beta \tilde{\Pi}_{hj}. \quad (6.80)$$

As soluções gerais para as equações dos potenciais de Hertz no domínio espectral, (6.71) e (6.72), nas regiões dielétricas definidas por  $j = 1, 2$ , são:

$$\tilde{\Pi}_{hj} = A_j(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{hj}y) + A'_j(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{hj}y), \quad (6.81)$$

$$\tilde{\Pi}_{ej} = B_j(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{ej}y) + B'_j(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{ej}y), \quad (6.82)$$

e, na região dielétrica 3 (ar), são:

$$\tilde{\Pi}_{h3} = A_3(\alpha, \beta) e^{-\gamma_0(y-d_{12})}, \quad (6.83)$$

$$\tilde{\Pi}_{e3} = B_3(\alpha, \beta) e^{-\gamma_0(y-d_{12})}. \quad (6.84)$$

onde  $d_{12} = d_1 + d_2$ .

Em (6.81) a (6.84), as constantes  $A'_j, B'_j, A_j$  e  $B_j$  devem ser determinadas através da imposição das condições de contorno nas interfaces dielétricas, no plano de terra e no *patch* condutor ( Fig. 6.2 ).

As condições de contorno para a estrutura considerada ( Fig. 6.2 ), no domínio espectral, são:

$$\tilde{E}_{t1} = 0 \quad \text{em } y = 0, \quad (6.85)$$

$$\tilde{E}_{t1} = \tilde{E}_{t2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (6.86)$$

$$\tilde{H}_{t1} = \tilde{H}_{t2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (6.87)$$

$$\tilde{E}_{t2} = \tilde{E}_{t3} \quad \text{em } y = d_{12}, \quad (6.88)$$

$$\tilde{H}_{z3} - \tilde{H}_{z2} = \tilde{J}_x \quad em \quad y = d_{12}, \quad (6.89)$$

$$\tilde{H}_{x3} - \tilde{H}_{x2} = -\tilde{J}_z \quad em \quad y = d_{12}, \quad (6.90)$$

sendo que o índice " t " refere-se às componentes tangenciais das transformadas dos campos elétrico e magnético e  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$  são as transformadas das componentes x e z da densidade de corrente no *patch* condutor, no domínio espectral.

Uma vez aplicadas as condições de contorno, as constantes  $A_j, B_j, A'_j$  e  $B'_j$  são determinadas em cada região j (j = 1, 2, 3), permitindo expressá-las como:

$$A_1(\alpha, \beta) = 0, \quad (6.91)$$

$$B_1(\alpha, \beta) = 0, \quad (6.92)$$

$$A'_1 = A'_{1x} \tilde{J}_x + A'_{1z} \tilde{J}_z, \quad (6.93)$$

$$A'_2 = A'_{2x} \tilde{J}_x + A'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (6.94)$$

$$A_2 = A_{2x} \tilde{J}_x + A_{2z} \tilde{J}_z, \quad (6.95)$$

$$A_3 = A_{3x} \tilde{J}_x + A_{3z} \tilde{J}_z, \quad (6.96)$$

$$B'_1 = B'_{1x} \tilde{J}_x + B'_{1z} \tilde{J}_z, \quad (6.97)$$

$$B'_2 = B'_{2x} \tilde{J}_x + B'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (6.98)$$



$$B_2 = B_{2x} \tilde{J}_x + B_{2z} \tilde{J}_z, \quad (6.99)$$

$$B_3 = B_{3x} \tilde{J}_x + B_{3z} \tilde{J}_z, \quad (6.100)$$

onde

$$A'_{1x}(\alpha, \beta) = \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{(\beta^2 - \gamma_{h1}^2) \cosh(\gamma_{h1} d_1)} [A_{2x} \sinh(\gamma_{h2} d_1) + A'_{2x} \cosh(\gamma_{h2} d_1)], \quad (6.101)$$

$$A'_{1z}(\alpha, \beta) = \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{(\beta^2 - \gamma_{h1}^2) \cosh(\gamma_{h1} d_1)} [A_{2z} \sinh(\gamma_{h2} d_1) + A'_{2z} \cosh(\gamma_{h2} d_1)], \quad (6.102)$$

$$B'_{1x}(\alpha, \beta) = \frac{\varepsilon_{yy2}(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy2} - \alpha^2)}{(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy1} - \alpha^2) \varepsilon_{yy2} \sinh(\gamma_{e1} d_1)} [B_{2x} \cosh(\gamma_{e2} d_1) + B'_{2x} \sinh(\gamma_{e2} d_1)], \quad (6.103)$$

$$B'_{1z}(\alpha, \beta) = \frac{\varepsilon_{yy2}(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy2} - \alpha^2)}{(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy1} - \alpha^2) \varepsilon_{yy2} \sinh(\gamma_{e1} d_1)} [B_{2z} \cosh(\gamma_{e2} d_1) + B'_{2z} \sinh(\gamma_{e2} d_1)], \quad (6.104)$$

$$A_{2x}(\alpha, \beta) = \frac{-f_{12} A'_{2x} - f_{13} B_{2x} - f_{14} B'_{2x}}{f_{11}} \tilde{J}_x, \quad (6.105)$$

$$A_{2z}(\alpha, \beta) = \frac{-f_{12} A'_{2z} - f_{13} B_{2z} - f_{14} B'_{2z}}{f_{11}} \tilde{J}_z, \quad (6.106)$$

$$A'_{2x}(\alpha, \beta) = \frac{h_{22}}{\Delta} \tilde{J}_x, \quad (6.107)$$

$$A'_{2z}(\alpha, \beta) = \left[ \frac{j\omega \mu_0 \gamma_0 h_{12} + \alpha \beta h_{22}}{\Delta(\gamma_0^2 - \beta^2)} \right] \tilde{J}_z, \quad (6.108)$$

$$B_{2x}(\alpha, \beta) = -\frac{h_{21}}{\Delta} \tilde{J}_x, \quad (6.109)$$

$$B_{2z}(\alpha, \beta) = -\left[ \frac{j\omega\mu_0\gamma_0 h_{11} + \alpha\beta h_{21}}{\Delta(\gamma_0^2 - \beta^2)} \right] \tilde{J}_z, \quad (6.110)$$

$$B'_{2x}(\alpha, \beta) = \frac{-g_{11}A'_{2x} - g_{12}B_{2x}}{g_{13}} \tilde{J}_x, \quad (6.111)$$

$$B'_{2z}(\alpha, \beta) = \frac{-g_{11}A'_{2z} - g_{12}B_{2z}}{g_{13}} \tilde{J}_z, \quad (6.112)$$

$$A_{3x}(\alpha, \beta) = -\frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\gamma_0^2 - \beta^2} [A_{2x} \sinh(\gamma_{h2}d_{12}) + A'_{2x} \cosh(\gamma_{h2}d_{12})] \tilde{J}_x, \quad (6.113)$$

$$A_{3z}(\alpha, \beta) = \left[ -\frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\gamma_0^2 - \beta^2} [A_{2z} \sinh(\gamma_{h2}d_{12}) + A'_{2z} \cosh(\gamma_{h2}d_{12})] + \frac{1}{\gamma_0^2 - \beta^2} \right] \tilde{J}_z, \quad (6.114)$$

$$B_{3x}(\alpha, \beta) = F_1 \left[ \frac{B_{2x}}{\varepsilon_{yy2}} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) + \frac{B'_{2x}}{\varepsilon_{yy2}} \sinh(\gamma_{e2}d_{12}) \right] \tilde{J}_x, \quad (6.115)$$

$$B_{3z}(\alpha, \beta) = F_1 \left[ \frac{B_{2z}}{\varepsilon_{yy2}} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) + \frac{B'_{2z}}{\varepsilon_{yy2}} \sinh(\gamma_{e2}d_{12}) \right] \tilde{J}_z, \quad (6.116)$$

$$\Delta = h_{11}h_{22} - h_{21}h_{12}, \quad (6.117)$$

$$h_{mn} = g_{(m+1)n} - \frac{g_{(m+1)3}g_{1n}}{g_{13}} \quad (6.118)$$

$$g_{mn} = f_{(m+1)(n+1)} - \frac{f_{1(n+1)}f_{(m+1)1}}{f_{11}} \quad (6.119)$$

$$f_{11} = j\omega\mu_0 \left[ \frac{\gamma_{h1} (\beta^2 - \gamma_{h2}^2) \sinh(\gamma_{h1}d_1) \sinh(\gamma_{h2}d_1)}{(\beta^2 - \gamma_{h1}^2) \cosh(\gamma_{h1}d_1)} - \gamma_{h2} \cosh(\gamma_{h2}d_1) \right], \quad (6.120)$$

$$f_{12} = j\omega\mu_0 \left[ \frac{\gamma_{h1} (\beta^2 - \gamma_{h2}^2) \sinh(\gamma_{h1}d_1) \cosh(\gamma_{h2}d_1)}{(\beta^2 - \gamma_{h1}^2) \cosh(\gamma_{h1}d_1)} - \gamma_{h2} \sinh(\gamma_{h2}d_1) \right], \quad (6.121)$$

$$f_{13} = \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{yy2}} \left[ 1 - \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy2} - \alpha^2}{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy1} - \alpha^2} \right] \cosh(\gamma_{e2}d_1), \quad (6.122)$$

$$f_{14} = \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{yy2}} \left[ 1 - \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy2} - \alpha^2}{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy1} - \alpha^2} \right] \sinh(\gamma_{e2}d_1), \quad (6.123)$$

$$f_{21} = -\alpha\beta \left[ \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\beta^2 - \gamma_{h1}^2} - 1 \right] \sinh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.124)$$

$$f_{22} = -\alpha\beta \left[ \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\beta^2 - \gamma_{h1}^2} - 1 \right] \cosh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.125)$$

$$f_{23} = -j\omega\varepsilon_0 \left[ \frac{\gamma_{e1} \cosh(\gamma_{e1}d_1) \varepsilon_{yy1} (\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy2} - \alpha^2) \cosh(\gamma_{e2}d_1)}{\varepsilon_{yy2} (\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy1} - \alpha^2) \sinh(\gamma_{e1}d_1)} - \gamma_{e2} \sinh(\gamma_{e2}d_1) \right], \quad (6.126)$$

$$f_{24} = -j\omega\varepsilon_0 \left[ \frac{\gamma_{e1} \cosh(\gamma_{e1}d_1) \varepsilon_{yy1} (\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy2} - \alpha^2) \sinh(\gamma_{e2}d_1)}{\varepsilon_{yy2} (\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy1} - \alpha^2) \sinh(\gamma_{e1}d_1)} - \gamma_{e2} \cosh(\gamma_{e2}d_1) \right], \quad (6.127)$$

$$f_{31} = \alpha\beta \left[ \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\gamma_0^2 - \beta^2} + 1 \right] \sinh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.128)$$

$$f_{32} = \alpha\beta \left[ \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\gamma_0^2 - \beta^2} + 1 \right] \cosh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.129)$$

$$f_{33} = j\omega\varepsilon_0 \left[ \frac{\gamma_0 F_1}{\varepsilon_{yy2}} \cosh(\gamma_{e2} d_{12}) + \gamma_{e2} \sinh(\gamma_{e2} d_{12}) \right], \quad (6.130)$$

$$f_{34} = j\omega\varepsilon_0 \left[ \frac{\gamma_0 F_1}{\varepsilon_{yy2}} \sinh(\gamma_{e2} d_{12}) + \gamma_{e2} \cosh(\gamma_{e2} d_{12}) \right], \quad (6.131)$$

$$f_{41} = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_{h2} \cosh(\gamma_{h2} d_{12}) - \frac{\gamma_0 (\beta^2 - \gamma_{h2}^2)}{\gamma_0^2 - \beta^2} \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) \right], \quad (6.132)$$

$$f_{42} = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_{h2} \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) - \frac{\gamma_0 (\beta^2 - \gamma_{h2}^2)}{\gamma_0^2 - \beta^2} \cosh(\gamma_{h2} d_{12}) \right], \quad (6.133)$$

$$f_{43} = \left[ \frac{F_1 - 1}{\varepsilon_{yy2}} \right] \alpha\beta \cosh(\gamma_{e2} d_{12}), \quad (6.134)$$

$$f_{44} = \left[ \frac{F_1 - 1}{\varepsilon_{yy2}} \right] \alpha\beta \sinh(\gamma_{e2} d_{12}), \quad (6.135)$$

$$F_1 = \frac{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yy2} - \alpha^2}{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \alpha^2}. \quad (6.136)$$

Determinadas as expressões das constantes  $A_j, B_j, A'_j$  e  $B'_j$ , em cada região  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), as componentes dos campos, no domínio espectral, podem ser determinadas.

No plano do *patch* condutor, correspondente a  $y = d_{12}$ , as transformadas das componentes do campo elétrico,  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$ , são expressas como função das transformadas da densidade de corrente no *patch*, representadas por  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$ . Assim, obtém-se:

$$\tilde{E}_x = \tilde{Z}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{xz} \tilde{J}_z, \quad (6.137)$$

$$\tilde{E}_z = \tilde{Z}_{zx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{zz} \tilde{J}_z, \quad (6.138)$$

onde  $\tilde{Z}_{xx}, \tilde{Z}_{xz}, \tilde{Z}_{zx}$  e  $\tilde{Z}_{zz}$  são as transformadas das componentes da função diádica de Green da estrutura analisada que, por sua vez, são dadas por:

$$\tilde{Z}_{xx} = (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \alpha^2) B_{3x}, \quad (6.139)$$

$$\tilde{Z}_{xz} = (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \alpha^2) B_{3z}, \quad (6.140)$$

$$\tilde{Z}_{zx} = -j\omega\mu_0\gamma_0 A_{3x} - \alpha\beta B_{3x}, \quad (6.141)$$

$$\tilde{Z}_{zz} = -j\omega\mu_0\gamma_0 A_{3z} - \alpha\beta B_{3z}, \quad (6.142)$$

O conhecimento da matriz  $[\tilde{Z}]$ , combinado com a utilização do método dos momentos e de Galerkin, permite a obtenção da frequência de ressonância complexa do *patch* retangular de microfita [13], [17], [5].

No método dos momentos, toma-se a expansão de  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$  como combinação linear de funções de base conhecidas  $\tilde{J}_{xm}$  e  $\tilde{J}_{zn}$ .

$$\tilde{J}_x = \sum_{m=1}^M c_m \tilde{J}_{xm}, \quad (6.143)$$

$$\tilde{J}_z = \sum_{n=1}^N d_n \tilde{J}_{zn}. \quad (6.144)$$

Considerando as funções de base iguais às funções de peso ( método de Galerkin), aplica-se o método dos momentos ao sistema de equações (6.137) e (6.138), obtendo-se:

$$\sum_m K_{pm}^{xx} c_m + \sum_n K_{pn}^{xz} d_n = 0 \quad p = 1, 2, \dots, M, \quad (6.145)$$

$$\sum_m K_{qm}^{zx} c_m + \sum_n K_{qn}^{zz} d_n = 0 \quad q = 1, 2, \dots, N, \quad (6.146)$$

onde

$$K_{pm}^{xx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Z}_{xx} \tilde{J}_{xm} \tilde{J}_{xp} d\alpha d\beta, \quad (6.147)$$

$$K_{pn}^{xz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Z}_{xz} \tilde{J}_{zn} \tilde{J}_{xp} d\alpha d\beta, \quad (6.148)$$

$$K_{qm}^{zx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Z}_{zx} \tilde{J}_{xm} \tilde{J}_{zq} d\alpha d\beta, \quad (6.149)$$

$$K_{qn}^{zz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Z}_{zz} \tilde{J}_{zn} \tilde{J}_{zq} d\alpha d\beta. \quad (6.150)$$

As soluções não triviais do sistema de equações, dado em (6.145) e (6.146), são obtidas impondo-se que  $\det[\mathbf{K}] = 0$ , onde  $[\mathbf{K}]$  é a matriz formada por  $K_{pm}^{xx}$ ,  $K_{pn}^{xz}$ ,  $K_{qm}^{zx}$  e  $K_{qn}^{zz}$  quando se varia  $p$ ,  $m$ ,  $q$  e  $n$ . As frequências que satisfazem esta condição são as soluções para a frequência de ressonância da estrutura. Observa-se que as soluções desta equação correspondem a valores complexos, da forma  $F_{res} = F_r + jF_i$ , sendo  $F_r$  a frequência de ressonância e  $F_i$  a parte imaginária, associada às perdas por radiação [14], [1].

Um outro parâmetro de grande importância é o fator de qualidade,  $Q$ , que pode ser calculado a partir dos valores da frequência de ressonância complexa, uma vez que é definido como [1], [14]:

$$Q = \frac{F_r}{2F_i}. \quad (6.151)$$

### 6.3.2 Eixo óptico na direção perpendicular ao plano de terra

A Fig. 6.3 mostra a estrutura considerada nesta análise, que consiste de um *patch* retangular de microfita, condutor, apoiado sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais, que se encontram montadas sobre um plano de terra e com uma sobrecamada.

Considera-se que os eixos ópticos são orientados perpendicularmente ao plano de terra, ou seja, na direção do eixo  $y$  ( Fig. 6.3 ).

A separação entre o *patch* e o plano de terra é feita através de duas camadas dielétricas anisotrópicas ( regiões 1 e 2 na Fig. 6.3 ), cujas espessuras são representadas por  $d_1$  e  $d_2$ , respectivamente.

O *patch* condutor é considerado com uma largura  $w$  e comprimento  $L$  e se encontra localizado a uma distância  $d_{12} = d_1 + d_2$  do plano de terra. A sobrecamada possui espessura  $d_3$  e é também composta de material dielétrico anisotrópico. A região 4 é o ar.

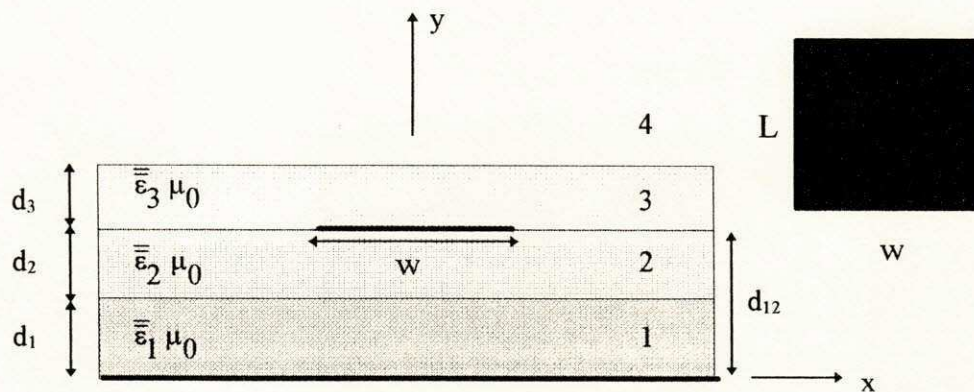


Figura 6.3: *Patch* retangular de microfita com duas camadas anisotrópicas e uma sobrecamada anisotrópica.

No estudo, o *patch* retangular e o plano de terra são considerados constituídos por condutores perfeitos. Os materiais dielétricos apresentam perdas nulas e a permissividade elétrica, tensorial, em cada região  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), é dada por [13].

$$\bar{\bar{\epsilon}}_j = \begin{bmatrix} \epsilon_{xxj} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yyj} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zzj} \end{bmatrix} \epsilon_0, \quad (6.152)$$

sendo  $\varepsilon_{yyj}$  a componente da permissividade relativa na direção  $y$ , na região dielétrica  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ),  $\varepsilon_{xxj}$  a componente da permissividade relativa na direção  $x$ , que é a mesma da direção  $z$ .  $\varepsilon_0$  é a permissividade elétrica do espaço livre. Para o material dielétrico anisotrópico, a permeabilidade magnética é igual à do espaço livre,  $\mu_0$ . Define-se a razão de anisotropia como sendo:

$$n_{yj} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{xxj}}{\varepsilon_{yyj}}}. \quad (6.153)$$

Utilizando-se um procedimento semelhante ao utilizado na seção anterior, definem-se os potenciais de Hertz,  $\mathbf{\Pi}_{ej}$  e  $\mathbf{\Pi}_{hj}$ , orientados na direção do eixo óptico (direção  $y$ , na Fig. 6.3), como

$$\mathbf{\Pi}_{ej} = \Pi_{ej} \hat{a}_y, \quad (6.154)$$

$$\mathbf{\Pi}_{hj} = \Pi_{hj} \hat{a}_y. \quad (6.155)$$

Na Seção 6.2.2, foram determinadas as expressões para os campos elétrico e magnético, em função de  $\mathbf{\Pi}_e$  e  $\mathbf{\Pi}_h$ . Tem-se, portanto, para cada região  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ):

$$\mathbf{E}_j = -j\omega\mu_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}_{hj} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{\Pi}_{ej} + \frac{1}{\varepsilon_{xxj}} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{ej}), \quad (6.156)$$

$$\mathbf{H}_j = j\omega\varepsilon_0 \nabla \times \mathbf{\Pi}_{ej} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xxj} \mathbf{\Pi}_{hj} + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{hj}), \quad (6.157)$$

sendo que os potenciais vetoriais de Hertz, em cada região dielétrica  $j$ , devem satisfazer às equações de onda correspondentes, dadas por [13]:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_{ej} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yyj} \mathbf{\Pi}_{ej} + \frac{\varepsilon_{yyj} - \varepsilon_{xxj}}{\varepsilon_{xxj}} \frac{\partial^2 \mathbf{\Pi}_{ej}}{\partial y^2} = 0, \quad (j = 1, 2, 3), \quad (6.158)$$

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_{hj} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{yyj} \mathbf{\Pi}_{hj} = 0, \quad (j = 1, 2, 3). \quad (6.159)$$



Na região 4 ( Fig. 6.3 ), acima da sobrecamada, o dielétrico é o ar. Nesta região, as equações (6.152) a (6.159) permanecem válidas, desde que se atribua a  $\epsilon_{yyj}$  e  $\epsilon_{xxj}$  valores unitários.

No domínio espectral, as equações de onda dos potenciais de Hertz, apresentadas em (6.156) a (6.159), são dadas por:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y^2} - \gamma_{ej}^2 \tilde{\Pi}_{ej} = 0 \quad (j = 1, 2, 3), \quad (6.160)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y^2} - \gamma_{hj}^2 \tilde{\Pi}_{hj} = 0 \quad (j = 1, 2, 3), \quad (6.161)$$

onde

$$\gamma_{ej}^2 = \frac{\epsilon_{xxj}}{\epsilon_{yyj}} (\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{yyj}), \quad (6.162)$$

$$\gamma_{hj}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{xxj}. \quad (6.163)$$

As componentes dos campos elétrico e magnético são, então, determinadas, no domínio espectral, como

$$\tilde{E}_{xj} = \omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_{hj} - \frac{j\alpha}{\epsilon_{xxj}} \frac{\partial \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y}, \quad (6.164)$$

$$\tilde{E}_{yj} = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \tilde{\Pi}_{ej} + \frac{1}{\epsilon_{xxj}} \frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y^2}, \quad (6.165)$$

$$\tilde{E}_{zj} = -\omega \mu_0 \alpha \tilde{\Pi}_{hj} - \frac{j\beta}{\epsilon_{xxj}} \frac{\partial \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y}, \quad (6.166)$$

$$\tilde{H}_{xj} = -j\alpha \frac{\partial \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y} - \omega \epsilon_0 \beta \tilde{\Pi}_{ej}, \quad (6.167)$$

$$\tilde{H}_{yj} = (\alpha^2 + \beta^2)\tilde{\Pi}_{hj}, \quad (6.168)$$

$$\tilde{H}_{zj} = -j\beta \frac{\partial \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y} + \omega \varepsilon_0 \alpha \tilde{\Pi}_{ej}. \quad (6.169)$$

As soluções gerais para as equações dos potenciais de Hertz no domínio espectral, (6.160) a (6.163), nas regiões dielétricas definidas por  $j = 1, 2$  e  $3$  ( Fig. 6.3 ), são:

$$\tilde{\Pi}_{hj} = A_j(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{hj}y) + A'_j(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{hj}y), \quad (6.170)$$

$$\tilde{\Pi}_{ej} = B_j(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{ej}y) + B'_j(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{ej}y), \quad (6.171)$$

e, na região dielétrica 4 (ar), na Fig. 6.3, são

$$\tilde{\Pi}_{h4} = A_4(\alpha, \beta) e^{-\gamma_0(y-d_{13})}, \quad (6.172)$$

$$\tilde{\Pi}_{e4} = B_4(\alpha, \beta) e^{-\gamma_0(y-d_{13})}, \quad (6.173)$$

onde  $d_{13} = d_1 + d_2 + d_3$ .

Em (6.170) a (6.173), as constantes  $A'_j$ ,  $B'_j$ ,  $A_j$  e  $B_j$  devem ser determinadas através da imposição das condições de contorno nas interfaces dielétricas, no plano de terra e no *patch* condutor ( Fig. 6.3 ).

As condições de contorno para a estrutura considerada ( Fig. 6.3 ), no domínio espectral, são:

$$\tilde{E}_{t1} = 0 \quad \text{em } y = 0, \quad (6.174)$$

$$\tilde{E}_{t1} = \tilde{E}_{t2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (6.175)$$

$$\widetilde{H}_{t1} = \widetilde{H}_{t2} \quad em \quad y = d_1, \quad (6.176)$$

$$\widetilde{E}_{t2} = \widetilde{E}_{t3} \quad em \quad y = d_{12}, \quad (6.177)$$

$$\widetilde{H}_{z3} - \widetilde{H}_{z2} = \widetilde{J}_x \quad em \quad y = d_{12}, \quad (6.178)$$

$$\widetilde{H}_{x3} - \widetilde{H}_{x2} = -\widetilde{J}_z \quad em \quad y = d_{12}, \quad (6.179)$$

$$\widetilde{E}_{t3} = \widetilde{E}_{t4} \quad em \quad y = d_{13} = d_1 + d_2 + d_3, \quad (6.180)$$

$$\widetilde{H}_{t3} = \widetilde{H}_{t4} \quad em \quad y = d_{13} = d_1 + d_2 + d_3, \quad (6.181)$$

sendo que o índice " t " refere-se às componentes tangenciais das transformadas dos campos elétrico e magnético e  $\widetilde{J}_x$  e  $\widetilde{J}_z$  são as transformadas das componentes x e z da densidade de corrente no *patch* condutor, no domínio espectral.

Uma vez aplicadas as condições de contorno, as constantes  $A_j, B_j, A'_j$  e  $B'_j$ , são determinadas em cada região j ( j = 1, 2, 3, 4 ), permitindo expressá-las como [13]:

$$A_1(\alpha, \beta) = \frac{\gamma_{h2}(\alpha\widetilde{J}_z - \beta\widetilde{J}_x)P_{10}}{j(\alpha^2 - \beta^2)(P_9P_{10} + P_{11}P_{12})}, \quad (6.182)$$

$$A'_1(\alpha, \beta) = 0, \quad (6.183)$$

$$B_1(\alpha, \beta) = \frac{\varepsilon_{xx1}\gamma_{e2}(\alpha\widetilde{J}_x + \beta\widetilde{J}_z)P_6}{\omega\varepsilon_0(\alpha^2 + \beta^2)(P_5P_6 + P_7P_8)}, \quad (6.184)$$

$$B'_1(\alpha, \beta) = 0, \quad (6.185)$$

$$A_2(\alpha, \beta) = \frac{(\beta \tilde{J}_x - \alpha \tilde{J}_z) N_4 P_{10}}{j(\alpha^2 + \beta^2)(P_9 P_{10} + P_{11} P_{12})}, \quad (6.186)$$

$$A'_2(\alpha, \beta) = \frac{(\beta \tilde{J}_x - \alpha \tilde{J}_z) M_4 P_{10}}{j(\alpha^2 + \beta^2)(P_9 P_{10} + P_{11} P_{12})}, \quad (6.187)$$

$$B_2(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha \tilde{J}_x + \beta \tilde{J}_z) M_2 P_6}{\omega \varepsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2) (P_5 P_6 + P_7 P_8)}, \quad (6.188)$$

$$B'_2(\alpha, \beta) = -\frac{(\alpha \tilde{J}_x + \beta \tilde{J}_z) N_2 P_6}{\omega \varepsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2) (P_5 P_6 + P_7 P_8)}, \quad (6.189)$$

$$A_3(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha \tilde{J}_z - \beta \tilde{J}_x) P_4 P_{12}}{j(\alpha^2 + \beta^2)(P_9 P_{10} + P_{11} P_{12})}, \quad (6.190)$$

$$A'_3(\alpha, \beta) = \frac{(\beta \tilde{J}_x - \alpha \tilde{J}_z) P_3 P_{12}}{j(\alpha^2 + \beta^2)(P_9 P_{10} + P_{11} P_{12})}, \quad (6.191)$$

$$B_3(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha \tilde{J}_x + \beta \tilde{J}_z) P_2 P_8}{\omega \varepsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2) (P_5 P_6 + P_7 P_8)}, \quad (6.192)$$

$$B'_3(\alpha, \beta) = -\frac{(\alpha \tilde{J}_x + \beta \tilde{J}_z) P_1 P_8}{\omega \varepsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2) (P_5 P_6 + P_7 P_8)}, \quad (6.193)$$

$$A_4(\alpha, \beta) = \frac{(\beta \tilde{J}_x - \alpha \tilde{J}_z) \gamma_{h3} P_{12}}{j(\alpha^2 + \beta^2)(P_9 P_{10} + P_{11} P_{12})}, \quad (6.194)$$

$$B_4(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha \tilde{J}_x + \beta \tilde{J}_z) \gamma_{e3} P_8}{\omega \varepsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2) (P_5 P_6 + P_7 P_8)}, \quad (6.195)$$

onde

$$M_2 = \gamma_{e1} \varepsilon_{xx2} \sinh(\gamma_{e1} d_1) \sinh(\gamma_{e2} d_1) - \gamma_{e2} \varepsilon_{xx1} \cosh(\gamma_{e2} d_1) \cosh(\gamma_{e1} d_1), \quad (6.196)$$

$$N_2 = \gamma_{e2}\varepsilon_{xx1}\sinh(\gamma_{e2}d_1)\cosh(\gamma_{e1}d_1) - \gamma_{e1}\varepsilon_{xx2}\sinh(\gamma_{e1}d_1)\cosh(\gamma_{e2}d_1), \quad (6.197)$$

$$M_4 = \gamma_{h1}\cosh(\gamma_{h1}d_1)\sinh(\gamma_{h2}d_1) - \gamma_{h2}\cosh(\gamma_{h2}d_1)\sinh(\gamma_{h1}d_1), \quad (6.198)$$

$$N_4 = \gamma_{h2}\sinh(\gamma_{h2}d_1)\sinh(\gamma_{h1}d_1) - \gamma_{h1}\cosh(\gamma_{h1}d_1)\cosh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.199)$$

$$P_1 = \gamma_0\varepsilon_{xx3}\cosh(\gamma_{e3}d_{13}) + \gamma_{e3}\sinh(\gamma_{e3}d_{13}), \quad (6.200)$$

$$P_2 = \gamma_0\varepsilon_{xx3}\sinh(\gamma_{e3}d_{13}) + \gamma_{e3}\cosh(\gamma_{e3}d_{13}), \quad (6.201)$$

$$P_3 = \gamma_0\sinh(\gamma_{h3}d_{13}) + \gamma_{h3}\cosh(\gamma_{h3}d_{13}), \quad (6.202)$$

$$P_4 = \gamma_0\cosh(\gamma_{h3}d_{13}) + \gamma_{h3}\sinh(\gamma_{h3}d_{13}), \quad (6.203)$$

$$P_5 = M_2\cosh(\gamma_{e2}d_{12}) + N_2\sinh(\gamma_{e2}d_{12}), \quad (6.204)$$

$$P_6 = \varepsilon_{xx2}\gamma_{e3}[P_1\cosh(\gamma_{e3}d_{12}) - P_2\sinh(\gamma_{e3}d_{12})], \quad (6.205)$$

$$P_7 = P_2\cosh(\gamma_{e3}d_{12}) - P_1\sinh(\gamma_{e3}d_{12}), \quad (6.206)$$

$$P_8 = \varepsilon_{xx3}\gamma_{e2}[M_2\sinh(\gamma_{e2}d_{12}) + N_2\cosh(\gamma_{e2}d_{12})], \quad (6.207)$$

$$P_9 = \gamma_{h2}[N_4\cosh(\gamma_{h2}d_{12}) + M_4\sinh(\gamma_{h2}d_{12})], \quad (6.208)$$

$$P_{10} = P_3 \cosh(\gamma_{h3}d_{12}) - P_4 \sinh(\gamma_{h3}d_{12}), \quad (6.209)$$

$$P_{11} = \gamma_{h3}[P_4 \cosh(\gamma_{h3}d_{12}) - P_3 \sinh(\gamma_{h3}d_{12})], \quad (6.210)$$

$$P_{12} = N_4 \sinh(\gamma_{h2}d_{12}) + M_4 \cosh(\gamma_{h2}d_{12}). \quad (6.211)$$

Determinadas as expressões das constantes  $A_j, B_j, A'_j$  e  $B'_j$ , em cada região  $j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ), as componentes dos campos, no domínio espectral, podem ser determinadas.

No plano do *patch* condutor, correspondente a  $y = d_{12}$  ( Fig. 6.3 ), as transformadas das componentes do campo elétrico,  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$ , são expressas como função das transformadas da densidade de corrente no *patch*, representadas por  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$ . Assim, obtém-se:

$$\tilde{E}_x = \tilde{Z}_{xx}\tilde{J}_x + \tilde{Z}_{xz}\tilde{J}_z, \quad (6.212)$$

$$\tilde{E}_z = \tilde{Z}_{zx}\tilde{J}_x + \tilde{Z}_{zz}\tilde{J}_z, \quad (6.213)$$

onde  $\tilde{Z}_{xx}, \tilde{Z}_{xz}, \tilde{Z}_{zx}$  e  $\tilde{Z}_{zz}$  são as transformadas das componentes da função diádica de Green da estrutura analisada que, por sua vez, são dadas por:

$$\tilde{Z}_{xx} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \frac{j\gamma_{e2}P_6P_{13}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{xx2}(P_5P_6 + P_7P_8)} \right] + \frac{\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \frac{\omega\mu_0P_{10}P_{14}}{j(P_9P_{10} + P_{11}P_{12})} \right], \quad (6.214)$$

$$\tilde{Z}_{xz} = \tilde{Z}_{zx} = \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \frac{j\gamma_{e2}P_6P_{13}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{xx2}(P_5P_6 + P_7P_8)} - \frac{\omega\mu_0P_{10}P_{14}}{j(P_9P_{10} + P_{11}P_{12})} \right], \quad (6.215)$$

$$\tilde{Z}_{zz} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \frac{\omega\mu_0P_{10}P_{14}}{j(P_9P_{10} + P_{11}P_{12})} \right] + \frac{\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \frac{j\gamma_{e2}P_6P_{13}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{xx2}(P_5P_6 + P_7P_8)} \right], \quad (6.216)$$

onde

$$P_{13} = M_2 \sinh(\gamma_{e2} d_{12}) + N_2 \cosh(\gamma_{e2} d_{12}), \quad (6.217)$$

$$P_{14} = N_4 \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) + M_4 \cosh(\gamma_{h2} d_{12}). \quad (6.218)$$

Seguindo o mesmo procedimento adotado na seção anterior, o conhecimento da matriz  $[\tilde{Z}]$ , combinado com a utilização do método dos momentos e de Galerkin, permite a obtenção da frequência de ressonância complexa do *patch* retangular de microfita [13], [17], [5].

### 6.3.3 Eixo óptico na direção ao longo do *patch*

A Fig. 6.4 mostra a estrutura considerada nesta análise, que consiste de um *patch* retangular de microfita, condutor, apoiado sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais, que se encontram montadas sobre um plano de terra. Considera-se que os eixos ópticos são orientados na direção longitudinal, ao longo do plano de terra, ou seja, na direção do eixo  $z$  ( Fig. 6.4 ).

Nesta análise, a exemplo do que foi feito para a direção  $x$ , considerar-se-á duas camadas dielétricas e não será levado em conta o efeito da sobrecamada.

A separação entre o *patch* e o plano de terra é feita através de duas camadas dielétricas anisotrópicas ( regiões 1 e 2, na Fig. 6.4 ), cujas espessuras são representadas por  $d_1$  e  $d_2$ , respectivamente.

O *patch* condutor é considerado com uma largura  $w$  e comprimento  $L$  e se encontra localizado a uma distância  $d_{12} = d_1 + d_2$  do plano de terra. A região 3 é o ar.

No estudo, o *patch* retangular e o plano de terra são considerados constituídos por condutores perfeitos. Os materiais dielétricos apresentam perdas nulas e a permissividade elétrica, tensorial, em cada região  $j$  ( $j = 1, 2$ ), é dada por:

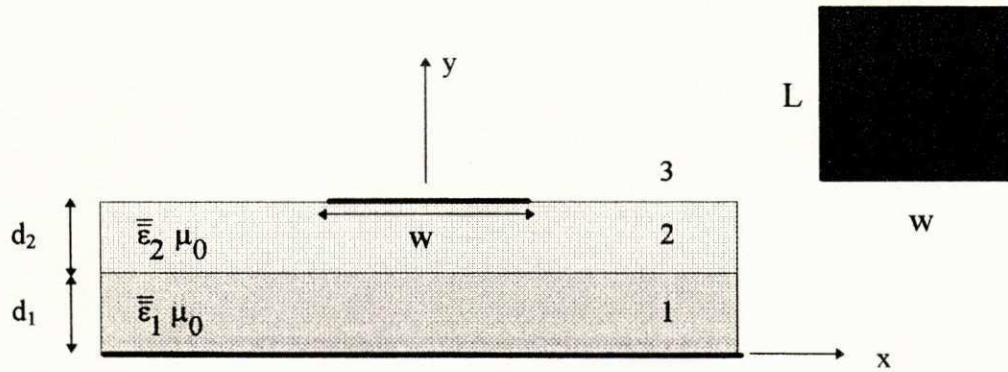


Figura 6.4: Patch retangular de microfita com duas camadas anisotrópicas.

$$\bar{\bar{\epsilon}}_j = \begin{bmatrix} \epsilon_{xxj} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xxj} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zzj} \end{bmatrix} \epsilon_0, \quad (6.219)$$

sendo  $\epsilon_{zzj}$  a componente da permissividade relativa na direção  $z$ , na região dielétrica  $j$  ( $j = 1, 2$ ),  $\epsilon_{xxj}$  a componente da permissividade relativa na direção  $x$ , que é a mesma da direção  $y$ .  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do espaço livre. Para o material dielétrico anisotrópico, a permeabilidade magnética é igual à do espaço livre,  $\mu_0$ . Define-se a razão de anisotropia como sendo:

$$n_{zj} = \sqrt{\frac{\epsilon_{xxj}}{\epsilon_{zzj}}}. \quad (6.220)$$

Na análise da estrutura, inicialmente, definem-se os potenciais de Hertz para cada região  $j$  ( $j = 1, 2$ ),  $\Pi_{ej}$  e  $\Pi_{hj}$ , orientados na direção do eixo óptico (direção  $z$ , na Fig. 6.4), como

$$\Pi_{ej} = \Pi_{ej} \hat{a}_z, \quad (6.221)$$

$$\Pi_{hj} = \Pi_{hj} \hat{a}_z. \quad (6.222)$$



As expressões para os campos elétrico e magnético em função de  $\mathbf{\Pi}_{ej}$  e  $\mathbf{\Pi}_{hj}$  são obtidas usando a teoria desenvolvida na Seção 6.2.3. Deste modo, para cada região  $j$  ( $j = 1, 2$ ), tem-se:

$$\mathbf{E}_j = -j\omega\mu_0\nabla \times \mathbf{\Pi}_{hj} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\mathbf{\Pi}_{ej} + \frac{1}{\varepsilon_{xxj}}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{ej}), \quad (6.223)$$

$$\mathbf{H}_j = j\omega\varepsilon_0\nabla \times \mathbf{\Pi}_{ej} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{xxj}\mathbf{\Pi}_{hj} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{hj}), \quad (6.224)$$

sendo que os potenciais vetoriais de Hertz, em cada região dielétrica  $j$  ( $j = 1, 2$ ), devem satisfazer às equações de onda correspondentes, ou seja:

$$\nabla^2\mathbf{\Pi}_{ej} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{zzj}\mathbf{\Pi}_{ej} + \frac{\varepsilon_{zzj} - \varepsilon_{xxj}}{\varepsilon_{xxj}}\frac{\partial^2\mathbf{\Pi}_{ej}}{\partial z^2} = 0, \quad (j = 1, 2), \quad (6.225)$$

$$\nabla^2\mathbf{\Pi}_{hj} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{xxj}\mathbf{\Pi}_{ej} = 0, \quad (j = 1, 2). \quad (6.226)$$

Na região 3, o dielétrico é o ar. Nesta região, as equações (6.219) a (6.226) permanecem válidas, desde que se atribua a  $\varepsilon_{xxj}$  e  $\varepsilon_{zzj}$  valores unitários.

As equações de onda dos potenciais de Hertz, no domínio da transformada de Fourier, são dadas por:

$$\frac{\partial^2\tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y^2} - \gamma_{ej}^2\tilde{\Pi}_{ej} = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (6.227)$$

$$\frac{\partial^2\tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y^2} - \gamma_{hj}^2\tilde{\Pi}_{hj} = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (6.228)$$

onde

$$\gamma_{cj}^2 = \alpha^2 + \frac{\varepsilon_{zzj}}{\varepsilon_{xxj}}\beta^2 - \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{zzj} \quad (6.229)$$

$$\gamma_{hj}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xxj}. \quad (6.230)$$

No domínio espectral, as componentes dos campos elétrico e magnético são determinadas como:

$$\tilde{E}_{xj} = -j\omega\mu_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y} - \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{xxj}} \tilde{\Pi}_{ej}, \quad (6.231)$$

$$\tilde{E}_{yj} = \omega\mu_0 \alpha \tilde{\Pi}_{hj} - \frac{j\beta}{\varepsilon_{xxj}} \frac{\partial \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y}, \quad (6.232)$$

$$\tilde{E}_{zj} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \tilde{\Pi}_{ej} - \frac{\beta^2}{\varepsilon_{xxj}} \tilde{\Pi}_{ej}, \quad (6.233)$$

$$\tilde{H}_{xj} = j\omega\varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{ej}}{\partial y} - \alpha\beta \tilde{\Pi}_{hj}, \quad (6.234)$$

$$\tilde{H}_{yj} = -\omega\varepsilon_0 \alpha \tilde{\Pi}_{ej} - j\beta \frac{\partial \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y}, \quad (6.235)$$

$$\tilde{H}_{zj} = -\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{hj}}{\partial y^2} + \alpha^2 \tilde{\Pi}_{hj}. \quad (6.236)$$

As soluções gerais para as equações dos potenciais de Hertz no domínio espectral, (6.227) a (6.228), nas regiões dielétricas definidas por  $j = 1, 2$ , são:

$$\tilde{\Pi}_{hj} = A_j(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{hj}y) + A'_j(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{hj}y), \quad (6.237)$$

$$\tilde{\Pi}_{ej} = B_j(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{ej}y) + B'_j(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{ej}y), \quad (6.238)$$

e, na região dielétrica 3 (ar), são

$$\tilde{\Pi}_{h3} = A_3(\alpha, \beta) e^{-\gamma_0(y-d_{12})}, \quad (6.239)$$

$$\tilde{\Pi}_{e3} = B_3(\alpha, \beta)e^{-\gamma_0(y-d_{12})}. \quad (6.240)$$

onde  $d_{12} = d_1 + d_2$ .

Em (6.237) a (6.240), as constantes  $A'_j, B'_j, A_j$  e  $B_j$  devem ser determinadas através da imposição das condições de contorno nas interfaces dielétricas, no plano de terra e no *patch* condutor ( Fig. 6.4 ).

As condições de contorno para a estrutura considerada ( Fig. 6.4 ), no domínio espectral, são:

$$\tilde{E}_{t1} = 0 \quad \text{em } y = 0, \quad (6.241)$$

$$\tilde{E}_{t1} = \tilde{E}_{t2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (6.242)$$

$$\tilde{H}_{t1} = \tilde{H}_{t2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (6.243)$$

$$\tilde{E}_{t2} = \tilde{E}_{t3} \quad \text{em } y = d_{12}, \quad (6.244)$$

$$\tilde{H}_{z3} - \tilde{H}_{z2} = \tilde{J}_x \quad \text{em } y = d_{12}, \quad (6.245)$$

$$\tilde{H}_{x3} - \tilde{H}_{x2} = -\tilde{J}_z \quad \text{em } y = d_{12}, \quad (6.246)$$

sendo que o índice " t " refere-se às componentes tangenciais das transformadas dos campos elétrico e magnético e  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$  são as transformadas das componentes x e z da densidade de corrente no *patch* condutor, no domínio espectral.

Uma vez aplicadas as condições de contorno, as constantes  $A_j, B_j, A'_j$  e  $B'_j$ , são determinadas em cada região j (j = 1, 2, 3), permitindo expressá-las como [13]:

$$A_1 = 0, \quad (6.247)$$

$$A'_1 = A'_{1x} \tilde{J}_x + A'_{1z} \tilde{J}_z, \quad (6.248)$$

$$A'_2 = A'_{2x} \tilde{J}_x + A'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (6.249)$$

$$A_2 = A_{2x} \tilde{J}_x + A_{2z} \tilde{J}_z, \quad (6.250)$$

$$B_1 = 0,$$

$$B'_1 = B'_{1x} \tilde{J}_x + B'_{1z} \tilde{J}_z, \quad (6.251)$$

$$B'_2 = B'_{2x} \tilde{J}_x + B'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (6.252)$$

$$B_2 = B_{2x} \tilde{J}_x + B_{2z} \tilde{J}_z, \quad (6.253)$$

$$A_3 = A_{3x} \tilde{J}_x + A_{3z} \tilde{J}_z, \quad (6.254)$$

$$B_3 = B_{3x} \tilde{J}_x + B_{3z} \tilde{J}_z, \quad (6.255)$$

onde

$$A_1(\alpha, \beta) = 0, \quad (6.256)$$

$$A'_{1x}(\alpha, \beta) = \frac{\alpha^2 - \gamma_{h2}^2}{(\alpha^2 - \gamma_{h1}^2) \cosh(\gamma_{h1}d_1)} [A_{2x} \text{sen}(\gamma_{h2}d_1) + A'_{2x} \cosh(\gamma_{h2}d_1)], \quad (6.257)$$

$$A'_{1z}(\alpha, \beta) = \frac{\alpha^2 - \gamma_{h2}^2}{(\alpha^2 - \gamma_{h1}^2) \cosh(\gamma_{h1}d_1)} [A_{2z} \text{sen}(\gamma_{h2}d_1) + A'_{2z} \cosh(\gamma_{h2}d_1)], \quad (6.258)$$

$$B_1(\alpha, \beta) = 0, \quad (6.259)$$

$$B'_{1x}(\alpha, \beta) = \frac{\varepsilon_{xx1}(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx2} - \beta^2)}{(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx1} - \alpha^2) \varepsilon_{xx2} \text{senh}(\gamma_{e1}d_1)} [B_{2x} \cosh(\gamma_{e2}d_1) + B'_{2x} \text{senh}(\gamma_{e2}d_1)], \quad (6.260)$$

$$B'_{1z}(\alpha, \beta) = \frac{\varepsilon_{xx1}(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx2} - \beta^2)}{(\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx1} - \alpha^2) \varepsilon_{xx2} \text{senh}(\gamma_{e1}d_1)} [B_{2z} \cosh(\gamma_{e2}d_1) + B'_{2z} \text{senh}(\gamma_{e2}d_1)], \quad (6.261)$$

$$A_{2x}(\alpha, \beta) = \frac{-f_{12}A'_{2x} - f_{13}B_{2x} - f_{14}B'_{2x}}{f_{11}} \tilde{J}_x, \quad (6.262)$$

$$A_{2z}(\alpha, \beta) = \frac{-f_{12}A'_{2z} - f_{13}B_{2z} - f_{14}B'_{2z}}{f_{11}} \tilde{J}_z, \quad (6.263)$$

$$A'_{2x}(\alpha, \beta) = \frac{h_{22}}{\Delta} \tilde{J}_x, \quad (6.264)$$

$$A'_{2z}(\alpha, \beta) = \frac{j\omega \mu_0 \gamma_0 h_{12} + \alpha \beta h_{22}}{\Delta(\gamma_0^2 - \beta^2)} \tilde{J}_z, \quad (6.265)$$

$$B_{2x}(\alpha, \beta) = -\frac{h_{21}}{\Delta} \tilde{J}_x, \quad (6.266)$$

$$B_{2z}(\alpha, \beta) = -\frac{j\omega\mu_0\gamma_0 h_{11} + \alpha\beta h_{21}}{\Delta(\gamma_0^2 - \beta^2)} \tilde{J}_z, \quad (6.267)$$

$$B'_{2x}(\alpha, \beta) = \frac{-g_{11}A'_{2x} - g_{12}B_{2x}}{g_{13}} \tilde{J}_x, \quad (6.268)$$

$$B'_{2z}(\alpha, \beta) = \frac{-g_{11}A'_{2z} - g_{12}B_{2z}}{g_{13}} \tilde{J}_z, \quad (6.269)$$

$$A_{3x}(\alpha, \beta) = \left[ \frac{\alpha^2 - \gamma_{h2}^2}{\alpha^2 - \gamma_0^2} [A_{2x} \sinh(\gamma_{h2}d_{12}) + A'_{2x} \cosh(\gamma_{h2}d_{12})] + \frac{1}{\alpha^2 - \gamma_0^2} \right] \tilde{J}_x, \quad (6.270)$$

$$A_{3z}(\alpha, \beta) = \frac{\alpha^2 - \gamma_{h2}^2}{\alpha^2 - \gamma_0^2} [A_{2z} \sinh(\gamma_{h2}d_{12}) + A'_{2z} \cosh(\gamma_{h2}d_{12})] \tilde{J}_z, \quad (6.271)$$

$$B_{3x}(\alpha, \beta) = \left[ \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{xx2} - \beta^2}{\varepsilon_{xx2}(\omega^2\mu_0\varepsilon_0 - \beta^2)} [B_{2x} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) + B'_{2x} \sinh(\gamma_{e2}d_{12})] + \frac{1}{\alpha^2 - \gamma_0^2} \right] \tilde{J}_x, \quad (6.272)$$

$$B_{3z}(\alpha, \beta) = \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{xx2} - \beta^2}{\varepsilon_{xx2}(\omega^2\mu_0\varepsilon_0 - \beta^2)} [B_{2z} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) + B'_{2z} \sinh(\gamma_{e2}d_{12})] \tilde{J}_z, \quad (6.273)$$

$$\Delta = h_{11}h_{22} - h_{21}h_{12}, \quad (6.274)$$

$$h_{mn} = g_{(m+1)n} - \frac{g_{(m+1)3}g_{1n}}{g_{13}}, \quad (6.275)$$

$$g_{mn} = f_{(m+1)(n+1)} - \frac{f_{1(n+1)}f_{(m+1)1}}{f_{11}}, \quad (6.276)$$

$$f_{11} = j\omega\mu_0 \left[ \frac{\gamma_{h1}(\beta^2 - \gamma_{h2}^2) \sinh(\gamma_{h1}d_1) \sinh(\gamma_{h2}d_1)}{(\beta^2 - \gamma_{h1}^2) \cosh(\gamma_{h1}d_1)} - \gamma_{h2} \cosh(\gamma_{h2}d_1) \right], \quad (6.277)$$

$$f_{12} = j\omega\mu_0 \left[ \frac{\gamma_{h1}(\beta^2 - \gamma_{h2}^2) \sinh(\gamma_{h1}d_1) \cosh(\gamma_{h2}d_1)}{(\beta^2 - \gamma_{h1}^2) \cosh(\gamma_{h1}d_1)} - \gamma_{h2} \sinh(\gamma_{h2}d_1) \right], \quad (6.278)$$

$$f_{13} = \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{yy2}} \left[ 1 - \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy2} - \alpha^2}{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy1} - \alpha^2} \right] \cosh(\gamma_{e2}d_1), \quad (6.279)$$

$$f_{14} = \frac{\alpha\beta}{\varepsilon_{yy2}} \left[ 1 - \frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy2} - \alpha^2}{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy1} - \alpha^2} \right] \sinh(\gamma_{e2}d_1), \quad (6.280)$$

$$f_{21} = -\alpha\beta \left[ \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\beta^2 - \gamma_{h1}^2} - 1 \right] \sinh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.281)$$

$$f_{22} = -\alpha\beta \left[ \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\beta^2 - \gamma_{h1}^2} - 1 \right] \cosh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.282)$$

$$f_{23} = -j\omega\varepsilon_0 \left[ \frac{\gamma_{e1} \cosh(\gamma_{e1}d_1) \varepsilon_{yy1} (\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy2} - \alpha^2) \cosh(\gamma_{e2}d_1)}{\varepsilon_{yy2} (\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy1} - \alpha^2) \sinh(\gamma_{e1}d_1)} - \gamma_{e2} \sinh(\gamma_{e2}d_1) \right], \quad (6.283)$$

$$f_{24} = -j\omega\varepsilon_0 \left[ \frac{\gamma_{e1} \cosh(\gamma_{e1}d_1) \varepsilon_{yy1} (\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy2} - \alpha^2) \sinh(\gamma_{e2}d_1)}{\varepsilon_{yy2} (\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_{yy1} - \alpha^2) \sinh(\gamma_{e1}d_1)} - \gamma_{e2} \cosh(\gamma_{e2}d_1) \right], \quad (6.284)$$

$$f_{31} = \alpha\beta \left[ \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\gamma_0^2 - \beta^2} + 1 \right] \sinh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.285)$$

$$f_{32} = \alpha\beta \left[ \frac{\beta^2 - \gamma_{h2}^2}{\gamma_0^2 - \beta^2} + 1 \right] \cosh(\gamma_{h2}d_1), \quad (6.286)$$

$$f_{33} = j\omega\varepsilon_0 \left[ \frac{\gamma_0 F_1}{\varepsilon_{yy2}} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) + \gamma_{e2} \sinh(\gamma_{e2}d_{12}) \right], \quad (6.287)$$

$$f_{34} = j\omega\epsilon_0 \left[ \frac{\gamma_0 F_1}{\epsilon_{yy2}} \sinh(\gamma_{e2} d_{12}) + \gamma_{e2} \cosh(\gamma_{e2} d_{12}) \right], \quad (6.288)$$

$$f_{41} = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_{h2} \cosh(\gamma_{h2} d_{12}) - \frac{\gamma_0 (\beta^2 - \gamma_{h2}^2)}{\gamma_0^2 - \beta^2} \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) \right], \quad (6.289)$$

$$f_{42} = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_{h2} \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) - \frac{\gamma_0 (\beta^2 - \gamma_{h2}^2)}{\gamma_0^2 - \beta^2} \cosh(\gamma_{h2} d_{12}) \right], \quad (6.290)$$

$$f_{43} = \left[ \frac{F_1 - 1}{\epsilon_{yy2}} \right] \alpha \beta \cosh(\gamma_{e2} d_{12}), \quad (6.291)$$

$$f_{44} = \left[ \frac{F_1 - 1}{\epsilon_{yy2}} \right] \alpha \beta \sinh(\gamma_{e2} d_{12}), \quad (6.292)$$

$$F_1 = \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{yy2} - \alpha^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \alpha^2}. \quad (6.293)$$

Determinadas as expressões das constantes  $A_j, B_j, A'_j$  e  $B'_j$ , em cada região  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), as componentes dos campos, no domínio espectral, podem ser determinadas.

No plano do *patch* condutor, correspondente a  $y = d_{12}$  ( Fig. 6.4 ), as transformadas das componentes do campo elétrico,  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$ , são expressas como função das transformadas da densidade de corrente no *patch*, representadas por  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$ . Assim, obtém-se:

$$\tilde{E}_x = \tilde{Z}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{xz} \tilde{J}_z, \quad (6.294)$$

$$\tilde{E}_z = \tilde{Z}_{zx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{zz} \tilde{J}_z, \quad (6.295)$$

onde  $\tilde{Z}_{xx}, \tilde{Z}_{xz}, \tilde{Z}_{zx}$  e  $\tilde{Z}_{zz}$  são as transformadas das componentes da função diádica de Green da estrutura analisada, que, por sua vez, são dadas por:



$$f_{34} = j\omega\epsilon_0 \left[ \frac{\gamma_0 F_1}{\epsilon_{yy2}} \sinh(\gamma_{e2}d_{12}) + \gamma_{e2} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) \right], \quad (6.288)$$

$$f_{41} = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_{h2} \cosh(\gamma_{h2}d_{12}) - \frac{\gamma_0(\beta^2 - \gamma_{h2}^2)}{\gamma_0^2 - \beta^2} \sinh(\gamma_{h2}d_{12}) \right], \quad (6.289)$$

$$f_{42} = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_{h2} \sinh(\gamma_{h2}d_{12}) - \frac{\gamma_0(\beta^2 - \gamma_{h2}^2)}{\gamma_0^2 - \beta^2} \cosh(\gamma_{h2}d_{12}) \right], \quad (6.290)$$

$$f_{43} = \left[ \frac{F_1 - 1}{\epsilon_{yy2}} \right] \alpha\beta \cosh(\gamma_{e2}d_{12}), \quad (6.291)$$

$$f_{44} = \left[ \frac{F_1 - 1}{\epsilon_{yy2}} \right] \alpha\beta \sinh(\gamma_{e2}d_{12}), \quad (6.292)$$

$$F_1 = \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{yy2} - \alpha^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \alpha^2}. \quad (6.293)$$

Determinadas as expressões das constantes  $A_j, B_j, A'_j$  e  $B'_j$ , em cada região  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), as componentes dos campos, no domínio espectral, podem ser determinadas.

No plano do *patch* condutor, correspondente a  $y = d_{12}$  ( Fig. 6.4 ), as transformadas das componentes do campo elétrico,  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$ , são expressas como função das transformadas da densidade de corrente no *patch*, representadas por  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$ . Assim, obtém-se:

$$\tilde{E}_x = \tilde{Z}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{xz} \tilde{J}_z, \quad (6.294)$$

$$\tilde{E}_z = \tilde{Z}_{zx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{zz} \tilde{J}_z, \quad (6.295)$$

onde  $\tilde{Z}_{xx}, \tilde{Z}_{xz}, \tilde{Z}_{zx}$  e  $\tilde{Z}_{zz}$  são as transformadas das componentes da função diádica de Green da estrutura analisada, que, por sua vez, são dadas por:

Para se obter a frequência de ressonância do conjunto, serão considerados os modos pares e ímpares, levando-se em conta a simetria para ressoadores de mesma dimensão, de acordo com [2], [37]. Para isto, observa-se que a relação entre as componentes da densidade de corrente para a estrutura acoplada e as componentes da densidade de corrente para o *patch* isolado é dada por [2]:

$$\tilde{J}_{xc}(\alpha, \beta) = \left[ -\xi e^{-j\alpha\left(\frac{sx+W}{2}\right)} + e^{j\alpha\left(\frac{sx+W}{2}\right)} \right] \tilde{J}_x(\alpha, \beta), \quad (6.300)$$

$$\tilde{J}_{zc}(\alpha, \beta) = \left[ \xi e^{-j\alpha\left(\frac{sx+W}{2}\right)} + e^{j\alpha\left(\frac{sx+W}{2}\right)} \right] \tilde{J}_z(\alpha, \beta), \quad (6.301)$$

onde  $\tilde{J}_{xc}$  e  $\tilde{J}_{zc}$  são as componentes da densidade de corrente equivalente para o *patch* acoplado, nas direções x e z, respectivamente,  $\xi = 1$  para o modo par e  $\xi = -1$  para o modo ímpar.

## 6.4 Resultados

A partir das expressões desenvolvidas nos capítulos anteriores, foi elaborado um programa em FORTRAN com o objetivo de se obter os valores numéricos dos parâmetros desejados.

Na análise numérica do método dos momentos, usou-se dois conjuntos de funções de base. No primeiro conjunto, usou-se a orientação dada por Nelson [81] e Itoh e Menzel [1]. As funções de base são dadas por:

$$J_{xm}(x, z) = \begin{cases} f_{on}(x)f_{os}(z), & |x| \leq w/2, \quad |z| \leq L/2 \\ 0, & |x| > w/2, \quad |z| > L/2 \end{cases} \quad (6.302)$$

$$J_{zm}(x, z) = \begin{cases} f_{es}(x)f_{en}(z), & |x| \leq w/2, \quad |z| \leq L/2 \\ 0, & |x| > w/2, \quad |z| > L/2 \end{cases} \quad (6.303)$$

onde

$$f_{on}(x) = \frac{\text{sen}(2r\pi x/w)}{\sqrt{(w/2)^2 - x^2}} \quad (6.304)$$

$$f_{os}(z) = \frac{\text{sen}(2(s - 0,5)\pi z/L)}{\sqrt{(L/2)^2 - z^2}} \quad (6.305)$$

$$f_{es}(x) = \frac{\text{cos}(2(r - 1)\pi x/w)}{\sqrt{(w/2)^2 - x^2}} \quad (6.306)$$

$$f_{os}(z) = \frac{\text{cos}(2(s - 0,5)\pi z/L)}{\sqrt{(L/2)^2 - z^2}} \quad (6.307)$$

O segundo conjunto de equações foi obtido do artigo de Pozar [3], [15], onde as componentes das funções de base são dadas por:

$$J_{xn}(x, z) = \frac{1}{L} \text{sen} \left[ \frac{p\pi}{w} \left( x + \frac{w}{2} \right) \right] \cdot \text{cos} \left[ \frac{q\pi}{L} \left( z + \frac{L}{2} \right) \right] \quad (6.308)$$

$$J_{zn}(x, z) = \frac{1}{w} \text{sen} \left[ \frac{r\pi}{L} \left( z + \frac{L}{2} \right) \right] \cdot \text{cos} \left[ \frac{s\pi}{w} \left( x + \frac{w}{2} \right) \right] \quad (6.309)$$

Nos primeiros resultados obtidos, usaram-se as funções de base dadas em (6.302)-(6.307). No entanto, observou-se que as expressões (6.308)-(6.309) apresentavam resultados semelhantes aos obtidos com (6.302)-(6.307), com diferenças abaixo de 1%, porém com um esforço computacional bastante reduzido. A partir desta constatação, as funções dadas em (6.308)-(6.309) foram usadas com maior frequência.

No programa computacional utilizado para extração da raízes da equação não linear complexa dada por  $\det[\mathbf{K}] = 0$ , foi utilizado o método de Muller com deflação, sendo utilizada a subrotina ZANLYT do IMSL.

No processo de integração numérica, foram utilizadas a regra do trapézio e o método de Simpson, obtendo-se, em ambos os casos, uma excelente concordância com outros trabalhos. Na maioria dos resultados, optou-se pela regra do trapézio, em virtude do menor esforço computacional na obtenção da raiz.

A Tab. 6.1 mostra os resultados obtidos neste trabalho, comparados com os obtidos por Lo et al.[25] e por Pozar [3], para o caso de apenas um dielétrico como substrato, sendo ele isotrópico ( Fig. 6.3 ), para  $d_1 = d_3 = 0$ ,  $d_2 = d$  e  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = \epsilon_r$ .

Tabela 6.1: Comparações para a frequência de ressonância.

$\epsilon_r$	d (cm)	L (cm)	w (cm)	medido	cavid.[25]	mom.[3]	Este trab.
10,2	0,127	2,00	3,0	2,26	2,23	2,28	2,31
10,2	0,127	0,95	1,5	4,49	4,35	4,58	4,69
10,2	0,254	1,90	3,0	2,24	2,18	2,29	2,35
10,2	0,254	0,90	1,5	4,23	3,90	4,50	4,47
2,22	0,079	2,50	4,0	3,94	3,84	3,89	3,92
2,22	0,079	1,25	2,0	7,65	7,42	7,61	7,66
2,22	0,152	2,50	4,0	3,84	3,71	3,81	3,83
2,22	0,152	1,20	2,0	7,72	7,12	7,55	7,63

Nas Figs. 6.6 e 6.7, são apresentados os resultados para a frequência de ressonância de um *patch* de microfita suspenso ( Fig. 6.3 ) com substrato dielétrico anisotrópico na região 2 em função da razão de anisotropia  $n_{y2}$  e para diversos valores de  $d_1$ . Observa-se, na Fig. 6.6, a diminuição da frequência de ressonância com o aumento da razão de anisotropia. A Fig. 6.6 mostra também que, à proporção que o plano de terra é afastado, a variação da razão de anisotropia é acompanhada de uma maior variação na frequência de ressonância. Nota-se que para  $n_{y2} = 1$  ( caso isotrópico ) e  $d_1 = 0$ , o valor obtido concorda com o valor encontrado em [1]. Em relação à frequência imaginária, Fig. 6.7, percebe-se uma queda acentuada para valores de  $n_{y2}$  abaixo do referente ao caso isotrópico (  $n_{y2} = 1$  ), seguida de uma variação mais suave a partir deste valor.

A Fig. 6.8 apresenta os resultados numéricos obtidos para o fator de qualidade Q da estrutura das Figs. 6.6 e 6.7. Observa-se uma queda muito rápida no valor de Q para  $n_{y2}$  próximos de 0,5. Isto sugere que a radiação é maior para menores valores de  $n_{y2}$ .

Nas Figs. 6.9 e 6.10, foi fixado o valor de  $d_1$  em 0,127 cm e de w em 0,4 cm, para um *patch* com material isotrópico na região 2 ( Fig. 6.3 ), e observou-se que um aumento

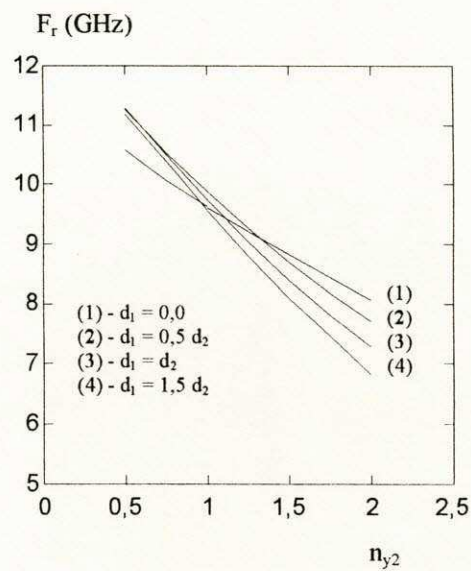


Figura 6.6: Frequência de ressonância ( parte real ) versus razão de anisotropia;  $w = 0,2$  cm;  $L = 1,0$  cm;  $d_2 = 0,158$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ .

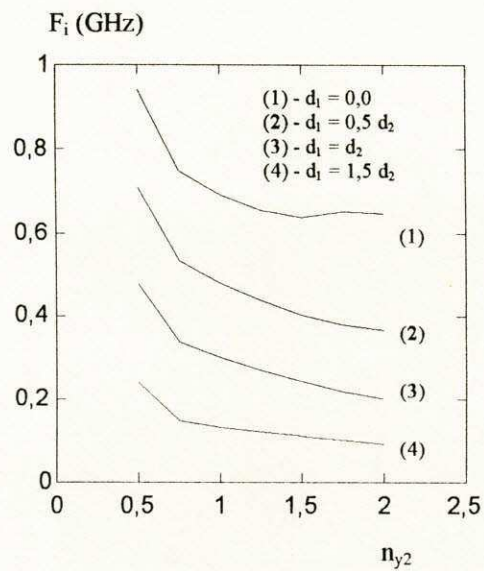


Figura 6.7: Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus razão de anisotropia;  $w = 0,2$  cm;  $L = 1,0$  cm;  $d_2 = 0,158$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ .

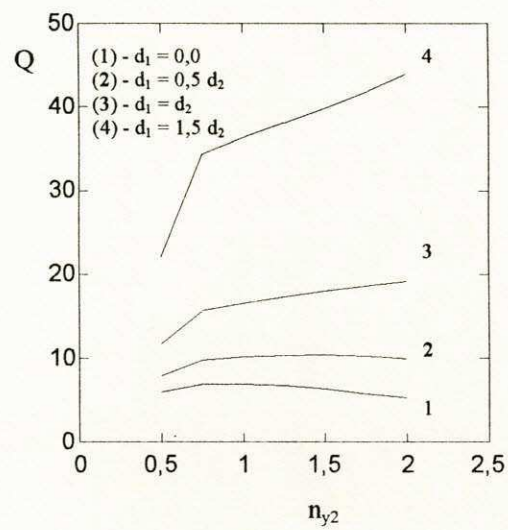


Figura 6.8: Fator de Qualidade versus razão de anisotropia;  $w = 0,2$  cm;  $L = 1,0$  cm;  $d_2 = 0,158$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ .

de  $d_2$  provoca um aumento de  $F_r$ , seguido de uma diminuição. O efeito se mostra mais acentuado quando  $L = 0,6$  cm. O fator de qualidade desta estrutura está mostrado na Fig. 6.11.

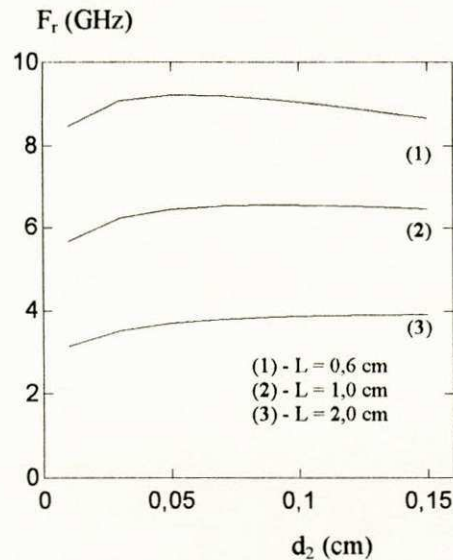


Figura 6.9: Frequência de ressonância ( parte real ) versus  $d_2$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_1 = 0,127$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ .

Na Fig. 6.12 é apresentado o efeito da sobrecamada ( região 3 na Fig. 6.3 ) na frequência de ressonância complexa de um *patch* de microfita quando considera-se o material anisotrópico, também na região 2, e  $d_1 = 0$ . Observa-se uma diminuição da frequência de ressonância  $F_r$  tanto com o aumento de  $L$  como com o aumento de  $d_3$ .

As Figs. 6.13 e 6.14 mostram o comportamento da frequência de ressonância complexa para um *patch* de dimensões maiores (  $w = 6,78$  cm e  $L \geq 9,0$  cm ), considerando-se uma sobrecamada isotrópica ( Fig. 6.3 ). Quando  $d_3 = 0$ , obtém-se um resultado que concorda com o obtido em [81]. Observa-se que, para materiais isotrópicos, a variação de  $F_r$  e  $F_i$  com o aumento de  $d_3$ , apresenta um comportamento semelhante àquele obtido para o caso de anisotropia da Fig. 6.12. Na Fig. 6.15, é apresentada a variação do fator de qualidade para esta estrutura. Observa-se que o efeito da radiação é maior



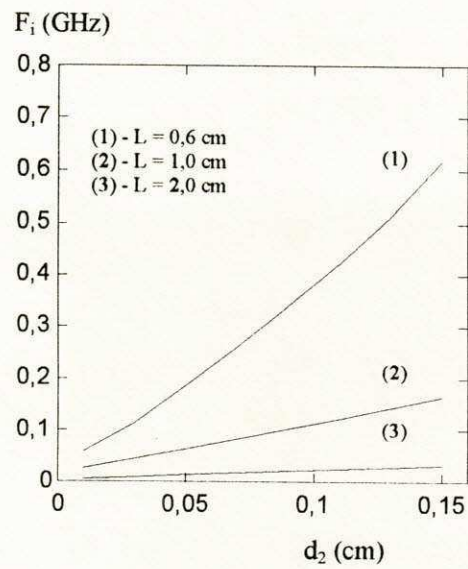


Figura 6.10: Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus  $d_2$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_1 = 0,127$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ .

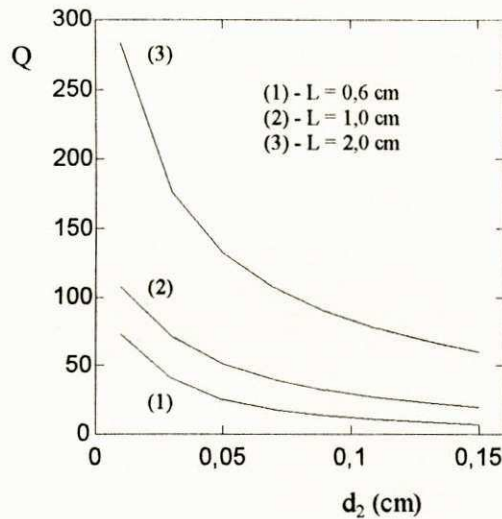


Figura 6.11: Fator de Qualidade versus  $d_2$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_1 = 0,127$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ .

para menores valores de L.

As Tabs. 6.2, 6.3 e 6.4 mostram valores numéricos da frequência de ressonância complexa para a estrutura da Fig. 6.3. Observa-se que os valores obtidos nesta análise concordam com os apresentados em Nelson [13].

Tabela 6.2: Frequência de ressonância;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,158$  cm;  $L = 1,0$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 2,35$ .

w (cm)	$F_r + jF_i$ ( GHz )	$F_r + jF_i$ ( GHz ) [13]
1,5	7,718 + j0,235	7,773 + j0,233
0,2	8,055 + j0,091	8,112 + j0,112

As Figs. 6.16 a 6.21 mostram as amplitudes relativas das componentes radiadas do campo elétrico,  $E_\phi$  e  $E_\theta$ , para as estruturas com camadas isotrópicas e anisotrópicas com as dimensões indicadas ( Fig. 6.3 ). Os resultados apresentados nas figuras 6.16

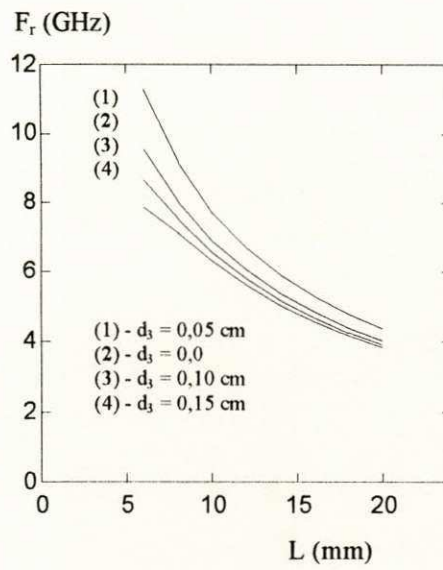


Figura 6.12: Frequência de ressonância ( parte real ) versus  $L$ ;  $w = 1,5$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,158$ ;  $\epsilon_{zz2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ;  $\epsilon_{zz3} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy3} = 2,35$ .

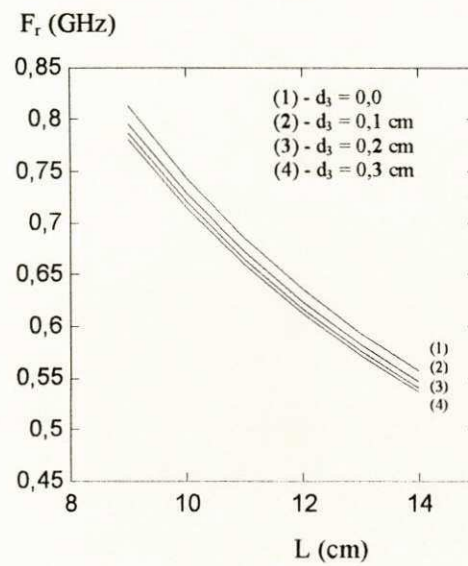


Figura 6.13: Frequência de ressonância ( parte real ) versus  $L$ ;  $w = 6,78$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 1,27$  cm;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 3,82$ ;  $\epsilon_{xx3} = \epsilon_{yy3} = 2,6$ .

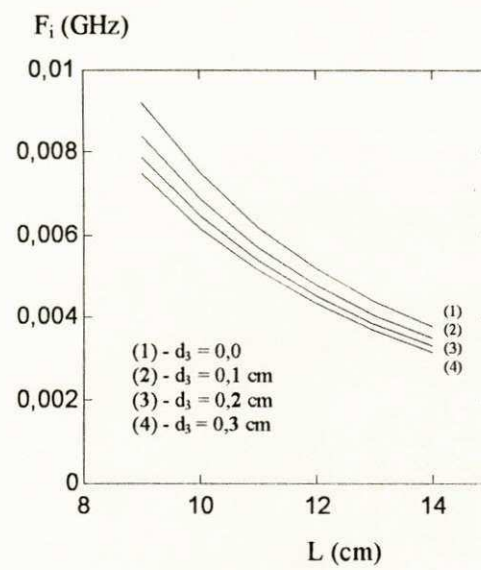


Figura 6.14: Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus  $L$ ;  $w = 6,78$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 1,27$  cm;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 3,82$ ;  $\epsilon_{xx3} = \epsilon_{yy3} = 2,6$ .

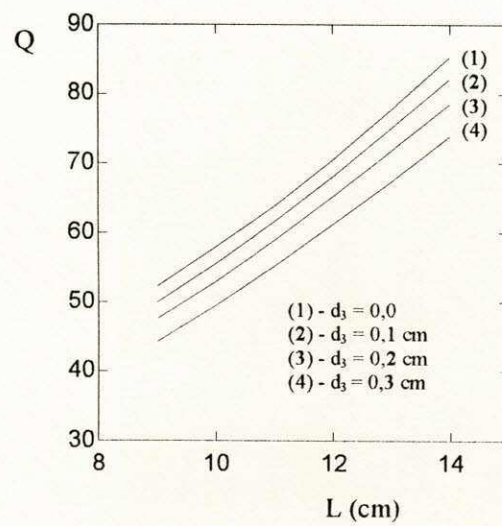


Figura 6.15: Fator de Qualidade versus  $L$ ;  $w = 6,78$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 1,27$  cm;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 3,82$ ;  $\epsilon_{xx3} = \epsilon_{yy3} = 2,6$ .

Tabela 6.3: Frequência de ressonância;  $w = 0,4$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $L = 0,6$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 9,6$ .

$n_x/n_y$	$F_r + jF_i$ ( GHz )	$F_r$ ( GHz ) [13]
1,0	7,653 + j0,029	7,68
2,0	12,135 + j0,319	12,19

Tabela 6.4: Frequência de ressonância;  $d_1 = 1,651$  mm;  $d_2 = 0,254$  mm;  $d_3 = 0,0$ ;  $L = 0,4$  cm;  $w = 0,1$  cm;  $\epsilon_{r1} = 1$ ;  $\epsilon_{yy2} = 9,6$ .

$n_{y2}$	$F_r + jF_i$ ( GHz )	$F_r$ ( GHz ) [13]
1,0	17,845 + j1,419	17,77
2,0	10,995 + j0,734	10,95

e 6.17 são comparados com o artigo de Itoh e Menzel [1], onde foi usado o método da imitância no domínio espectral.

A Fig. 6.22 mostra o comportamento da frequência de ressonância versus o comprimento do *patch* para um *patch* de microfita em duas camadas ( Fig. 6.3 ), supondo que a região 1 é preenchida com um meio isotrópico e a região 2 por um meio anisotrópico. Os resultados para  $\epsilon_{r1} = 1, 0; 3,78$  e  $10,2$  são apresentados. Como mostrado na Fig. 6.22, a frequência de ressonância decresce quando o comprimento do *patch* cresce, o que é esperado.

Resultados para o diagrama de radiação da mesma estrutura da Fig. 6.22 são mostrados na Fig. 6.23, para o plano E, e, na Fig. 6.24, para o plano H. Como pode ser percebido, o diagrama de radiação no plano E sofre o efeito da variação da constante dielétrica na região 1. Já no plano H, esta variação é mínima.

A Fig. 6.25 mostra o comportamento da frequência de ressonância de um *patch* quando é variada a espessura do primeiro substrato e quando consideram-se substratos anisotrópicos com o eixo óptico nas três direções principais do sistema cartesiano de coordenadas (  $x$ ,  $y$  e  $z$  ). Observa-se que o aumento do valor de  $d_1$  faz aumentar o valor

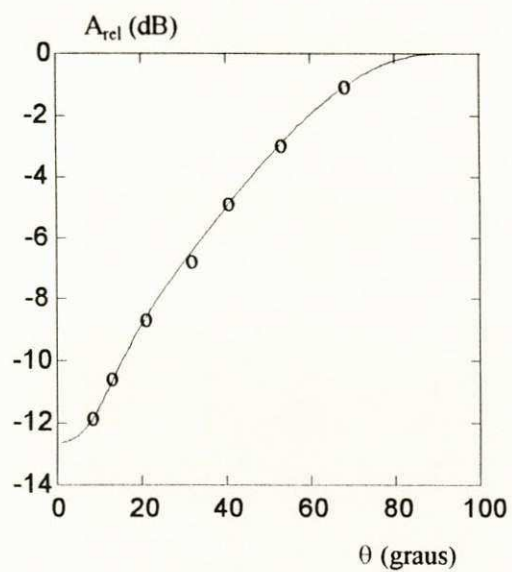


Figura 6.16: Diagrama de radiação ( Plano E );  $w = 1,5$  cm;  $L = 1,0$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,158$  cm;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,35$  (isotrópico);  $F_{res} = 8,177 + j0,205$  GHz.  
o o o Itoh e Menzel [1]



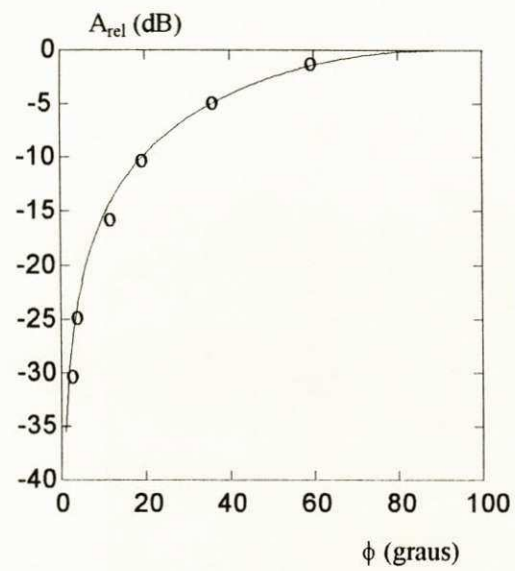


Figura 6.17: Diagrama de radiação ( Plano H );  $w = 1,5$  cm;  $L = 1,0$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,158$  cm;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,35$  (isotrópico);  $F_{res} = 8,177 + j0,205$  GHz.  
o o o Itoh e Menzel [1]

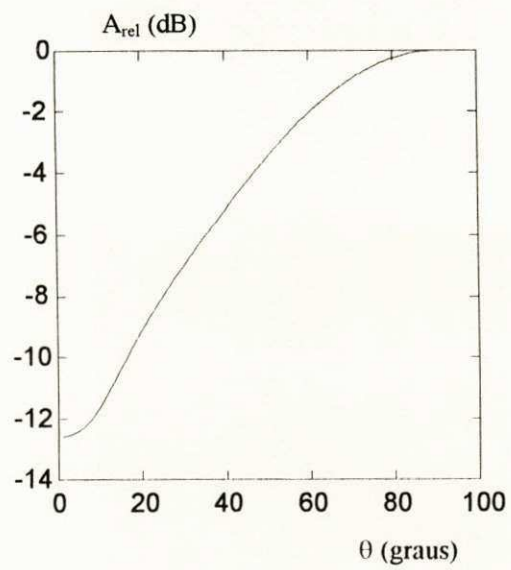


Figura 6.18: Diagrama de radiação ( Plano E );  $w = 1,5$  cm;  $L = 1,0$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,158$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ;  $F_{res} = 7,718 + j0,235$  GHz.

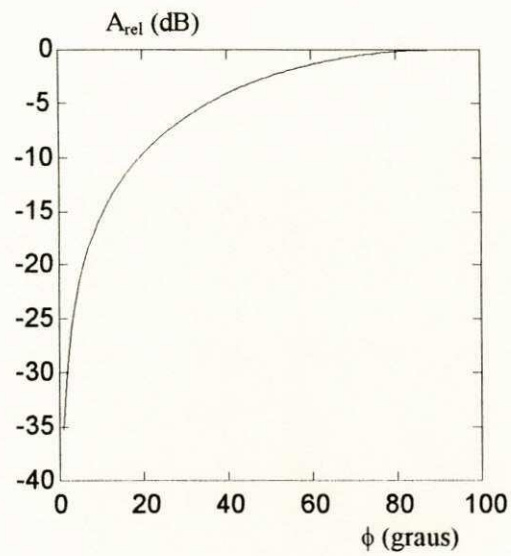


Figura 6.19: Diagrama de radiação( Plano H );  $w = 1,5$  cm;  $L = 1,0$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,158$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 2,35$ ;  $F_{res} = 7,718 + j0,235$  GHz.

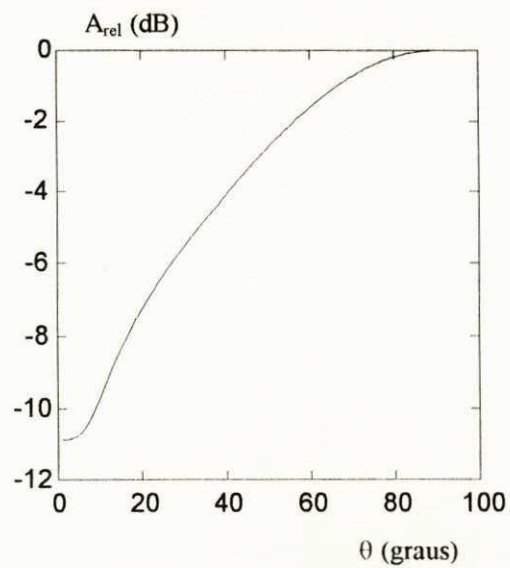


Figura 6.20: Diagrama de radiação ( Plano E );  $w = 0,4$  cm;  $L = 0,8$  cm;  $d_1 = d_2 = d_3 = 0,0635$  cm;  $\epsilon_{xx1} = 5,12$ ;  $\epsilon_{yy1} = 1,28$ ;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ;  $\epsilon_{xx3} = 13,0$ ;  $\epsilon_{yy3} = 10,2$ ;  $F_{res} = 7,172 + j0,071$  GHz.

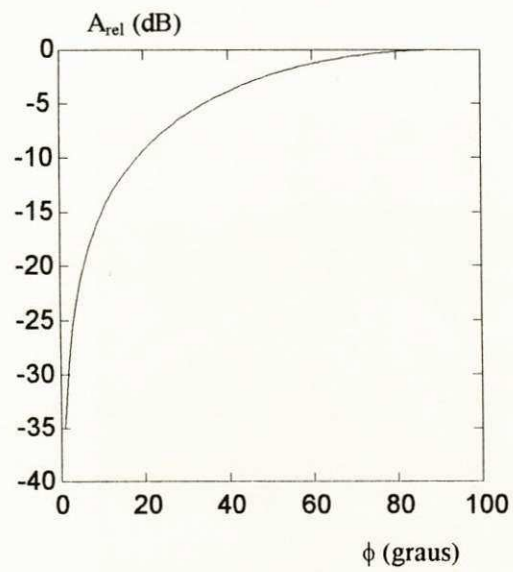


Figura 6.21: Diagrama de radiação( Plano H );  $w = 0,4$  cm;  $L = 0,8$  cm;  $d_1 = d_2 = d_3 = 0,0635$  cm;  $\epsilon_{xx1} = 5,12$ ;  $\epsilon_{yy1} = 1,28$ ;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ;  $\epsilon_{xx3} = 13,0$ ;  $\epsilon_{yy3} = 10,2$ ;  $F_{res} = 7,172 + j0,071$  GHz.

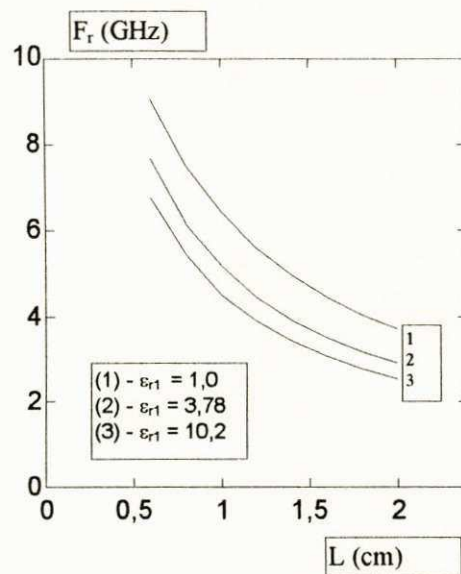


Figura 6.22: Freqüência de ressonância ( parte real ) versus  $L$ ;  $w = 1,5$  cm;  $d_1 = 0,0635$  cm ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = \epsilon_{r1}$ .

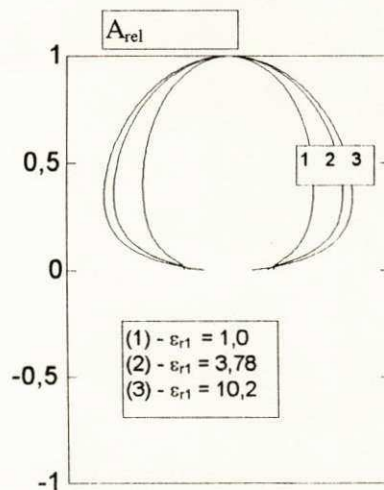


Figura 6.23: Diagrama de radiação( Plano E );  $w = 1,5$  cm;  $d_1 = 0,0635$  cm ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = \epsilon_{r1}$ .

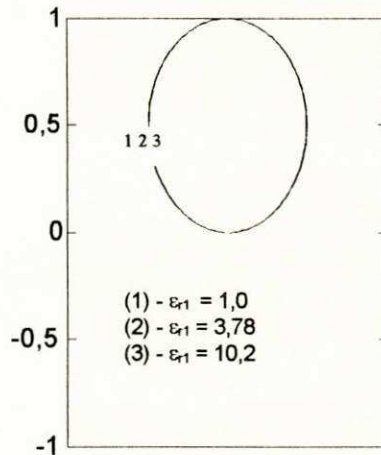


Figura 6.24: Diagrama de radiação( Plano H );  $w = 1,5$  cm;  $d_1 = 0,0635$  cm ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $d_3 = 0,0$ ;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = \epsilon_{r1}$ .

da frequência na faixa apresentada. Percebe-se também que, fixado um valor para  $L$ , para as três situações de orientação do eixo óptico, os valores das frequências de ressonância permanecem muito próximos. No entanto, quando se faz variar a razão de anisotropia numa faixa mais larga de valores, percebe-se que os *patches* sobre materiais com eixos ópticos nas direções  $x$  e  $z$  são mais influenciados, permanecendo, no entanto, com valores próximos um do outro. Esta observação está mostrada na Fig. 6.26.

As Figs. 6.27 - 6.29 mostram o comportamento da frequência de ressonância em função do comprimento do *patch* quando se consideram materiais com o eixo óptico nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Neste caso, percebe-se a influência maior da razão de anisotropia nos *patches* montados sobre materiais com eixo óptico na direção  $y$ .

As Figs. 6.30-6.32 apresentam o comportamento do diagrama de radiação quando a região 2 do ressoador tipo *patch* de microfita é preenchido com um material cujo eixo óptico está na direção dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Observa-se que, para o eixo óptico na direção  $y$ , o diagrama de radiação é pouco influenciado com a variação da razão de anisotropia. O mesmo não acontece para o eixo óptico nas direções  $x$  e  $z$ .

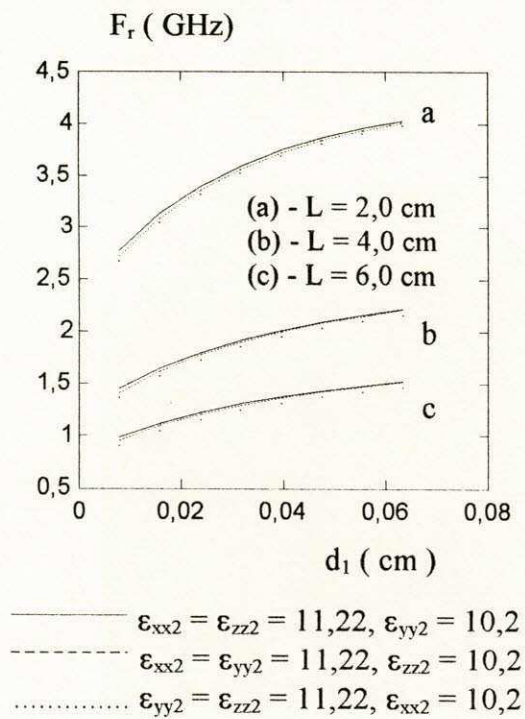


Figura 6.25: Freqüência de ressonância versus  $d_1$ ;  $w = 3,0$  cm,  $d_2 = 0,127$  cm;  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = \epsilon_{zz1} = 1$ .



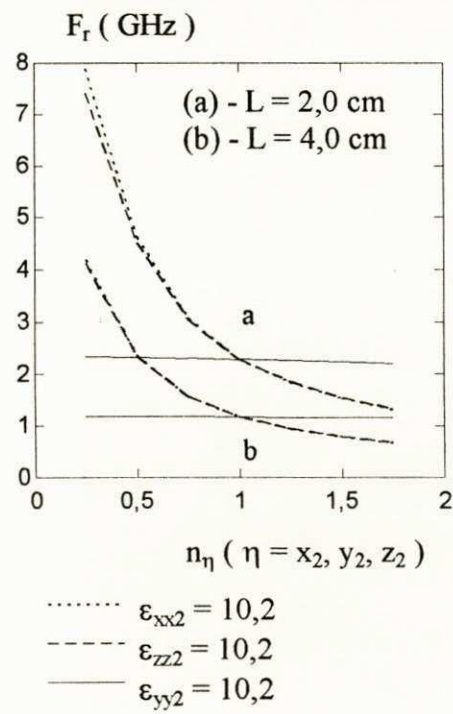


Figura 6.26: Frequência de ressonância versus razão de anisotropia;  $w = 3,0$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_3 = 0,0$ .

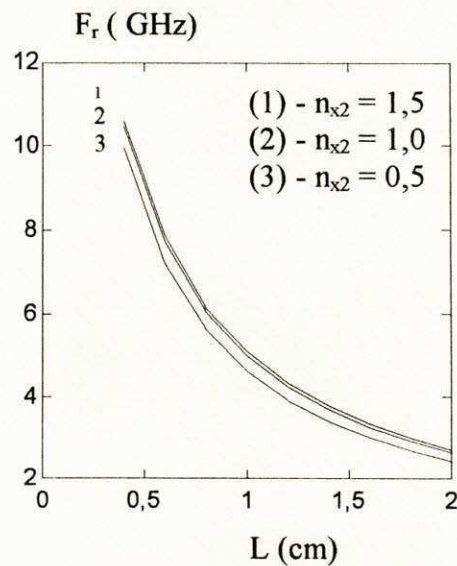


Figura 6.27: Frequência de ressonância versus comprimento do *patch*;  $w = 0,4$  cm,  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$ ;  $\epsilon_{yy2} = \epsilon_{zz2} = 9,6$ .

Em relação ao acoplamento entre *patches* com substratos anisotrópicos uniaxiais, considera-se a estrutura mostrada na Fig. 6.5. Conforme está mostrado na Fig. 6.33, as frequências de ressonância, para o primeiro modo par e ímpar de *patches* acoplados, diminui com o aumento do comprimento  $L$ , apresentando o mesmo valor em torno de  $L = 6,0$  mm. No cálculo da frequência de ressonância, foi utilizado o material nitreto de boro na região 2, com  $\epsilon_{xx2} = 5,12$  e  $\epsilon_{yy2} = 3,14$  [13].

Na Fig. 6.34, considerou-se que a região 2 era preenchida com safira, cujos valores das componentes da permissividade relativa são mais elevados ( $\epsilon_{xx2} = 9,4$  e  $\epsilon_{yy2} = 11,6$ ) [13]. Observa-se uma redução da frequência de ressonância para o mesmo valor de  $L$ .

A Fig. 6.35 mostra a influência da anisotropia no comportamento da frequência de ressonância de *patches* acoplados. Observa-se um aumento da frequência de ressonância com o aumento de  $n_{y1}$  quando se mantém  $\epsilon_{xx1} = 9,6$  constante. Observa-se, também, que, para o *patch* isolado, o valor de  $F_r$  se encontra entre os valores obtidos para o

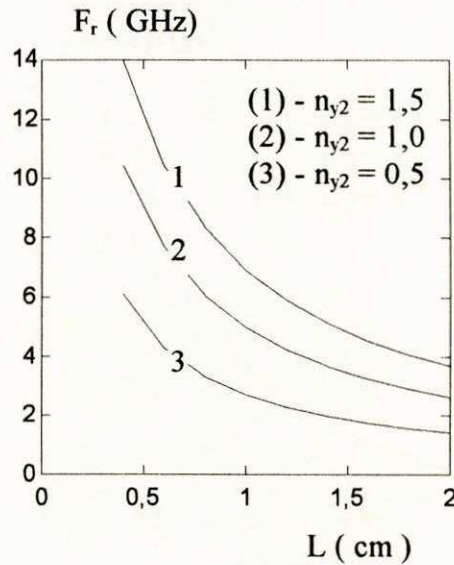


Figura 6.28: Frequência de ressonância versus comprimento do *patch*:  $w = 0,4$  cm,  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$ ;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{zz2} = 9,6$ .

modo par e o modo ímpar, como esperado.

A Fig. 6.36 apresenta comparações com o caso isotrópico ( $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = \epsilon_{r2} = 10,2$ ). Observa-se uma boa concordância com os resultados obtidos de [2].

A Fig. 6.37 mostra a comparação entre os valores obtidos para a impedância de entrada neste trabalho e no artigo de Pozar [3], quando se considera uma antena de microfita com uma camada dielétrica isotrópica. Observa-se uma boa concordância entre os resultados.

Outra comparação entre os resultados do presente trabalho e os publicados em [4], estão apresentados na Fig. 6.38. Novamente, observa-se uma boa concordância entre os resultados obtidos.

A Fig. 6.39 mostra o comportamento da impedância de entrada em função da frequência quando varia-se a razão de anisotropia do material. Na curva 2, correspondente à razão de anisotropia  $n_y = 1$ , obtém-se o caso em que o material é isotrópico. Esta curva corresponde aos pontos apresentados na Fig. 6.37.

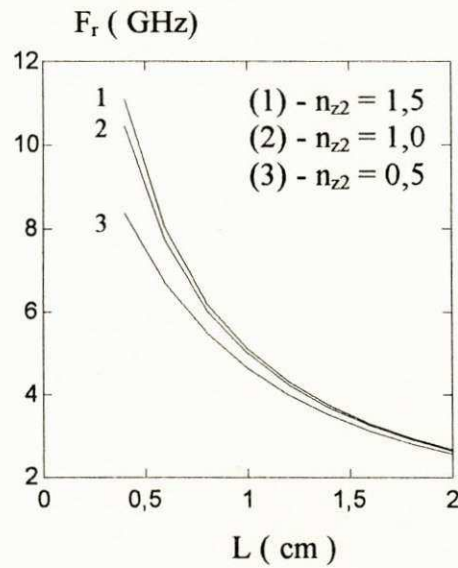


Figura 6.29: Frequência de ressonância versus comprimento do *patch*:  $w = 0,4$  cm,  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ .

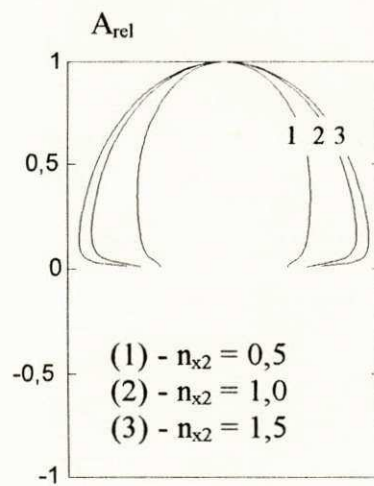


Figura 6.30: Diagrama de radiação ( Plano E );  $w = 3,0$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $L = 4,0$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 10,2$ .

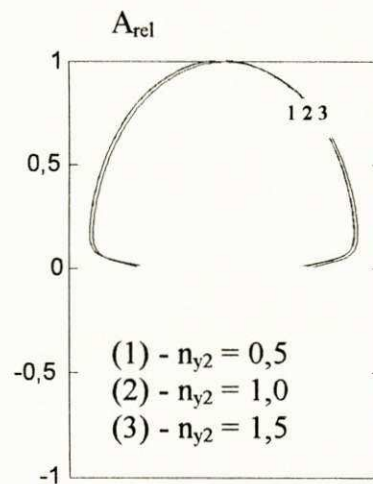


Figura 6.31: Diagrama de radiação;  $w = 3,0$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $L = 4,0$  cm;  $\epsilon_{yy2} = 10,2$ .

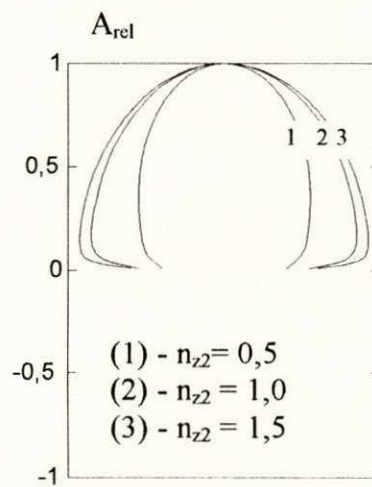


Figura 6.32: Diagrama de radiação;  $w = 3,0$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $L = 4,0$  cm;  $\epsilon_{zz2} = 10,2$ .

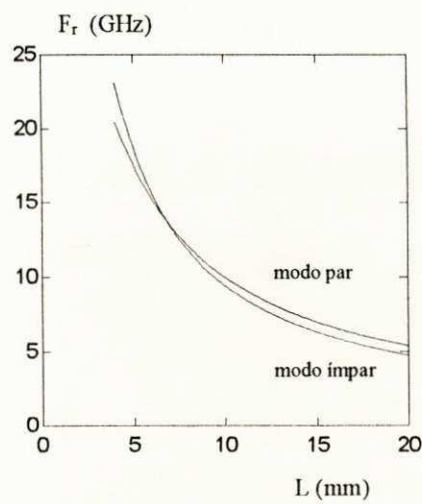


Figura 6.33: Frequência de ressonância versus comprimento dos *patches* acoplados;  $w = 0,01$  cm;  $d_1 = 0,1524$  cm;  $d_2 = 0,0508$  cm;  $s_x = 0,02$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 5,12$ ;  $\epsilon_{yy2} = 3,14$  (nitreto de boro),  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ .

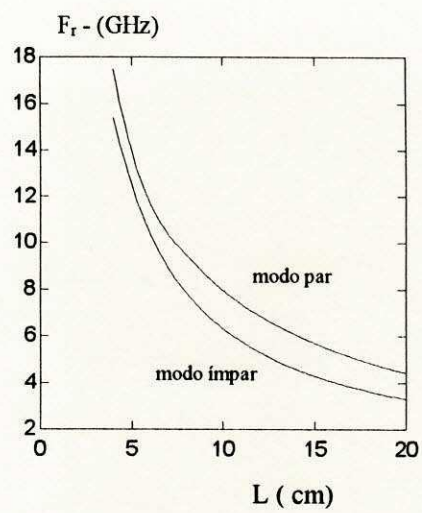


Figura 6.34: Frequência de ressonância versus comprimento dos *patches* acoplados;  $w = 0,01$  cm;  $d_1 = 0,1524$  cm;  $d_2 = 0,0508$  cm;  $s_x = 0,02$  cm;  $\epsilon_{xx2} = 9,4$ ;  $\epsilon_{yy2} = 11,6$  (safira),  $\epsilon_{xx1} = \epsilon_{yy1} = 1,0$ .

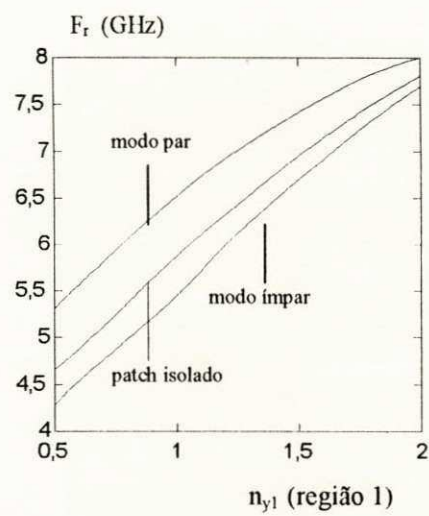


Figura 6.35: Frequência de ressonância versus razão de anisotropia para *patches* acoplados;  $w = 0,4$  cm;  $L = 0,8$  cm;  $d_1 = 0,127$  cm;  $d_2 = 0,0635$  cm;  $s_x = 0,02$  cm;  $\epsilon_{xx1} = 9,6$ ;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 9,6$ .



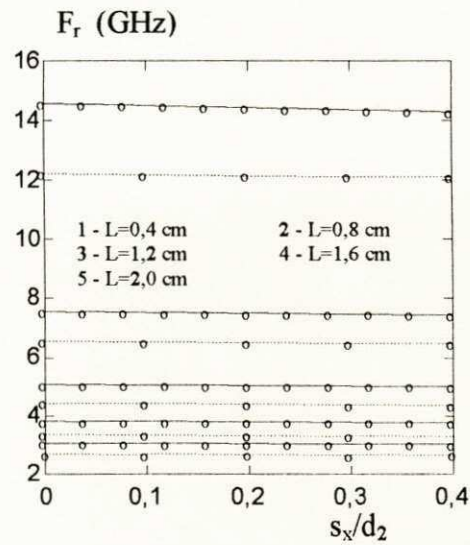


Figura 6.36: Frequência de ressonância versus  $s_x/d_2$  para *patches* acoplados;  $w = 0,0635$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,0635$ ;  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 10, 2$ .

----- ( modo ímpar ) Sharma e Bhat [2]

—— ( modo par ) Sharma e Bhat [2]

ooooo Este trabalho.

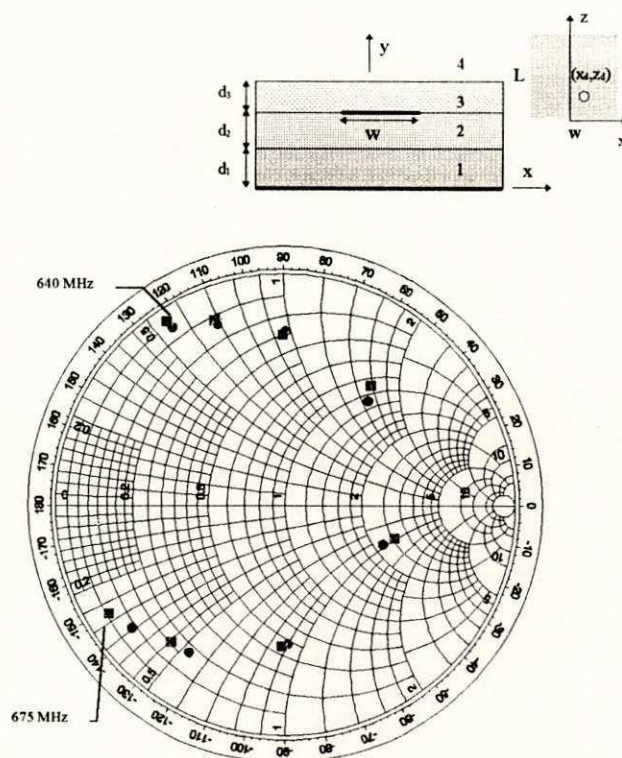


Figura 6.37: Impedância de entrada:  $w = 20,45$  cm;  $L = 13,97$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,1588$  cm;  $x_d = 0,0$ ;  $z_d = 0,635$  cm;  $d_0 = 0,127$  cm,  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,59$ ;  $\tan\delta = 0,003$ ; variação: 640 MHz - 675 MHz; incremento: 5 MHz (sentido horário);

● Este trabalho;

■ Pozar [3].

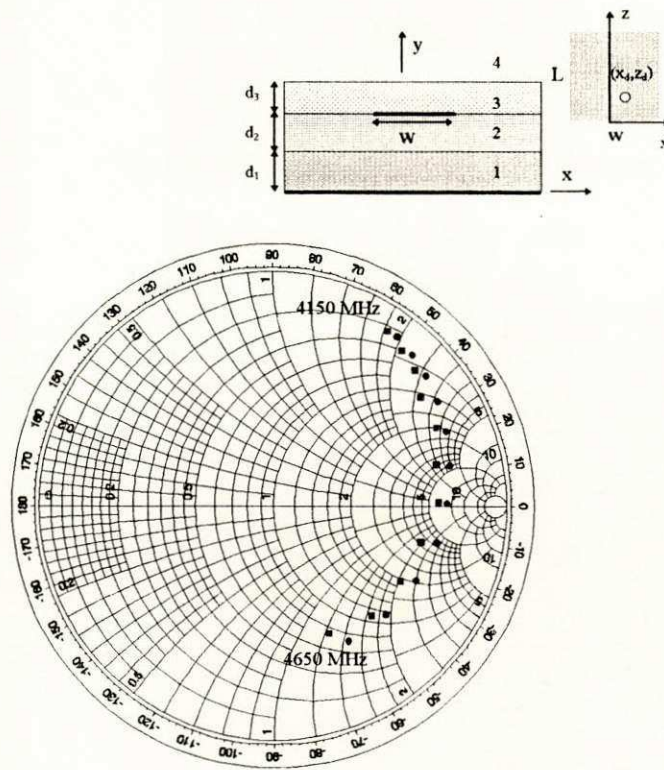


Figura 6.38: Impedância de entrada:  $w = 2,01$  cm;  $L = 2,01$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,159$  cm;  $x_d = 0,0$ ;  $z_d = 0,13$  cm;  $d_0 = 0,127$  cm,  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,55$ ;  $\tan\delta = 0,002$ ; variação: 4150 MHz - 4650 MHz; incremento: 50 MHz (sentido horário);

- Este trabalho;
- Deshpande e Bailey [4].

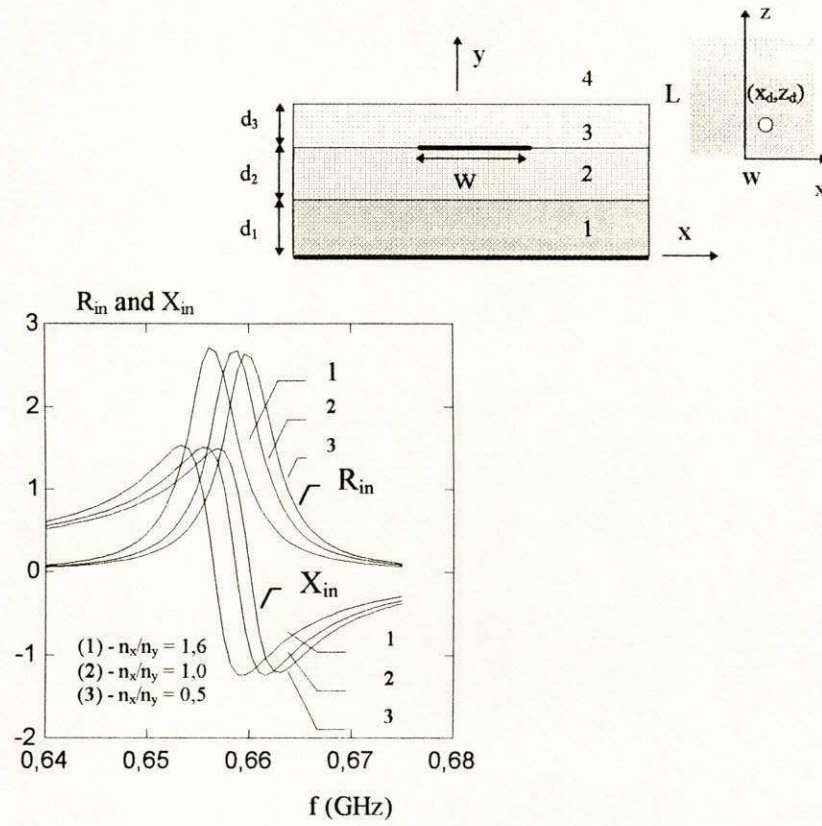


Figura 6.39: Impedância de entrada:  $w = 20,45$  cm;  $L = 13,97$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,1588$  cm;  $x_d = 0,0$ ;  $z_d = 0,635$  cm;  $d_0 = 0,127$  cm,  $\epsilon_{yy2} = 2,59$ ;  $\tan\delta = 0,003$ .

Na Fig. 6.40, observa-se a variação da resistência de entrada para quatro valores da frequência de operação quando varia-se a razão de anisotropia  $n_{y2}$ . Observa-se que  $R_{in}$  aumenta com o aumento de  $n_{y2}$  para um valor da frequência fixo.

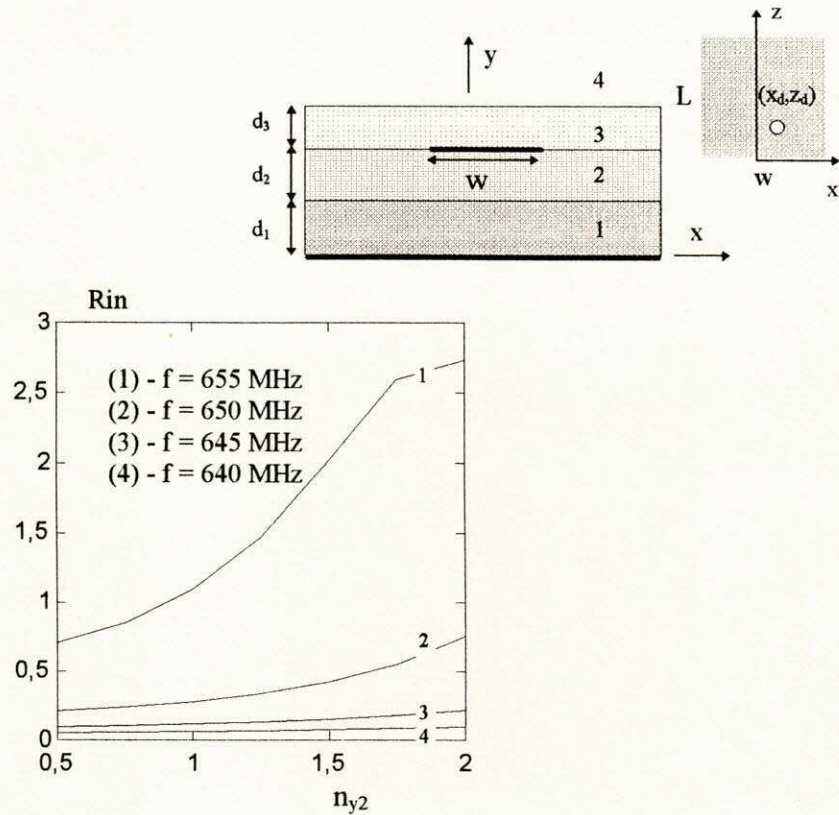


Figura 6.40: Impedância de entrada:  $w = 20,45$  cm;  $L = 13,97$  cm;  $d_1 = d_3 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,1588$  cm;  $x_d = 0,0$ ;  $z_d = 0,635$  cm;  $d_0 = 0,127$  cm,  $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{yy2} = 2,59$ ;  $\tan\delta = 0,003$ .

## 6.5 Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados o desenvolvimento teórico e os resultados numéricos para a frequência de ressonância, o fator de qualidade e o diagrama de radiação para uma antena tipo *patch* de microfita com dois substratos dielétricos e uma sobrecamada. Na análise, foram considerados materiais dielétricos anisotrópicos uniaxiais com o eixo óptico nas três direções principais do sistema de coordenadas. Na determinação das expressões dos campos elétrico e magnético, foi usado o método das funções potenciais vetoriais de Hertz no domínio espectral que, em conjunto com o método dos momentos, permitiu a caracterização da estrutura.

Foram apresentadas curvas para os resultados obtidos neste trabalho e feitas comparações com outros resultados publicados na literatura especializada, obtendo-se uma boa concordância.

Observa-se que a característica de anisotropia dos materiais influenciam bastante o comportamento dos parâmetros de uma antena de microfita. Este efeito, caso possa ser controlado, como no caso de dispositivos piezoelétricos e ópticos, poderá ser utilizado na sintonia de antenas, através da mudança da frequência de ressonância em função da razão de anisotropia.

## Capítulo 7

# Antenas de Microfita com Camadas Ferrimagnéticas Magnetizadas

### 7.1 Introdução

A utilização de material ferrimagnético magnetizado na construção de elementos que utilizam a tecnologia planar, com aplicação em microondas, vem merecendo, nos últimos anos, uma grande atenção por parte de alguns pesquisadores [17], [18], [82], [19], [20], [6], [83].

Este interesse se deve, dentre outros fatores, à possibilidade de se poder provocar alterações nas características elétricas do material sem que suas dimensões sejam alteradas. Isto é importante nos projetos de dispositivos que necessitam de uma sintonia externa para melhor adequá-los à sua utilização. Este processo é feito, em geral, submetendo o dispositivo a um campo magnetostático externo que, dependendo de sua intensidade e direção, afeta diretamente alguns parâmetros do material e, como consequência, as propriedades da estrutura em que ele é utilizado.

Alguns artigos têm sido publicados considerando a utilização da ferrita como substrato de antenas do tipo *patch* de microfita. Em 1980, Das e Chowdhury [20] realizaram um trabalho experimental que consistiu em determinar o comprimento ressonante do

*patch*, através da definição de uma permissividade elétrica ( $\epsilon_{ef}$ ) e uma permeabilidade magnética ( $\mu_{ef}$ ) efetivas. Alexópoulos[35] tratou, em 1985, de uma forma geral, do comportamento dos substratos anisotrópicos e de suas aplicações em circuitos integrados. Em 1988, Pozar [19] apresentou os resultados de uma pesquisa experimental, que corresponde à determinação da frequência de ressonância e do diagrama de radiação de um *patch* retangular de microfita. Em 1992, Pozar [18] considerou o método dos momentos para caracterizar uma antena de microfita sobre um substrato de ferrita com polarização perpendicular ao plano de terra.

Em 1993, Dantas [5] usou o método dos potenciais vetoriais de Hertz para obter a frequência de ressonância de um *patch* de microfita com substrato de ferrita e considerando as três principais direções de polarização. Neste trabalho, foi considerada apenas uma camada ferrimagnética.

Outros resultados são devidos a Yang et al. [6], que usaram o método da equação integral em combinação com o método dos momentos para caracterizar uma antena de microfita sobre ferrita.

A Fig. 7.1 mostra um *patch* retangular de microfita cujo substrato é composto de ferrita.

Conforme foi dito anteriormente, a expressão para a permeabilidade tensorial  $\bar{\bar{\mu}}$  depende da direção e da intensidade do campo  $\mathbf{H}_0$  aplicado externamente. Neste trabalho, serão consideradas as três direções principais do sistema de coordenadas (x, y e z), mostrado na Fig. 7.1. Desta forma,  $\bar{\bar{\mu}}$  é dado por:

- 1) Polarização transversal paralela ao plano de terra ( direção x, na Fig. 7.1)

$$\bar{\bar{\mu}} = \mu_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_r & -jk_r \\ 0 & jk_r & \mu_r \end{bmatrix}; \quad (7.1)$$

- 2) Polarização perpendicular ao plano de terra ( direção y, na Fig. 7.1)



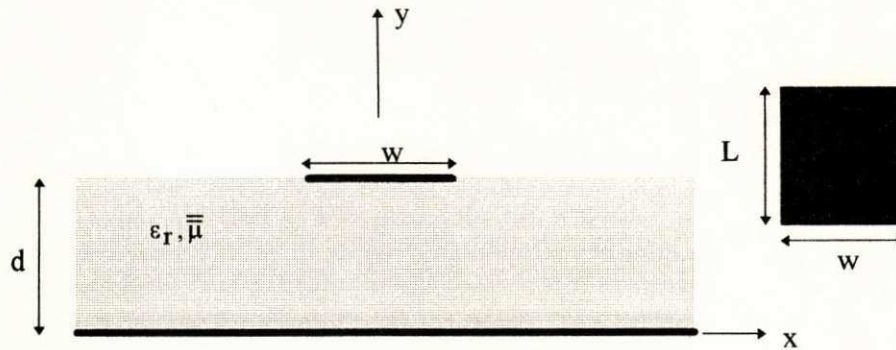


Figura 7.1: *Patch* retangular de microfita com uma camada anisotrópica ferrimagnética magnetizada.

$$\bar{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_r & 0 & -jk_r \\ 0 & 1 & 0 \\ jk_r & 0 & \mu_r \end{bmatrix}; \quad (7.2)$$

3) Polarização ao longo do *patch* ( direção z, na Fig. 7.1)

$$\bar{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_r & -jk_r & 0 \\ jk_r & \mu_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7.3)$$

Para as três situações, tem-se:

$$\mu_r = 1 - \frac{(\gamma H_0)(\gamma 4\pi M_s)}{f^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (7.4)$$

e

$$k_r = \frac{\gamma 4\pi M_s f}{f^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (7.5)$$

onde  $\gamma$  é a razão giromagnética da ferrita, em GHz/Oe,  $4\pi M_s$  é a magnetização de saturação do material, em gauss,  $H_0$  é a intensidade do campo magnetostático aplicado, em Oe, e  $f$  é a frequência de operação, em GHz.

Neste trabalho, será considerado um *patch* de microfita suspenso conforme mostrado na Fig. 7.2.

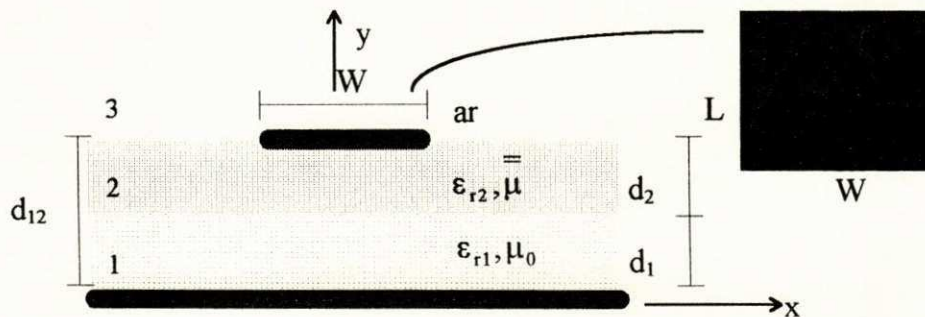


Figura 7.2: *Patch* retangular de microfita suspenso com duas camadas, sendo uma anisotrópica ferrimagnética magnetizada e outra dielétrica isotrópica.

A região 1 é um material isotrópico, a região 2 é a ferrita e a região 3 é o ar. Na análise, será utilizado o método dos potenciais de Hertz no domínio espectral [17], [5], [83], conforme descrito no Capítulo 3.

## 7.2 Polarização transversal paralela ao plano de terra

A antena denominada *patch* de microfita suspenso está mostrada na Fig. 7.2. Neste caso, o campo magnetostático é aplicado externamente e direcionado segundo o eixo  $x$ . Nestas condições, o tensor permeabilidade se apresenta na seguinte forma [17], [35]:

$$\bar{\bar{\mu}} = \mu_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_r & -jk_r \\ 0 & jk_r & \mu_r \end{bmatrix}, \quad (7.6)$$

onde

$$\mu_r = 1 - \frac{(\gamma H_0)(\gamma 4\pi M_s)}{f^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (7.7)$$

e

$$k_r = \frac{\gamma 4\pi M_s f}{f^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (7.8)$$

$\gamma$  é a razão giromagnética da ferrita,  $4\pi M_s$  é a magnetização de saturação do material,  $H_0$  é a intensidade do campo magnetostático aplicado e  $f$  é a frequência de operação.

Na Fig. 7.2, a camada 1 é constituída de um dielétrico com permeabilidade magnética  $\mu_1 = \mu_0$ , permissividade relativa  $\epsilon_{r1}$  e condutividade  $\sigma_1 = 0$ .

A segunda camada ( Fig. 7.2 ) é constituída de um material ferrimagnético (ferrita), com permissividade elétrica  $\epsilon_{r2}$ , condutividade  $\sigma_2 = 0$  e permeabilidade tensorial cujo tensor está mostrado em (7.6). Será considerado, na análise, que o material que compõe o *patch* e o plano de terra são condutores perfeitos. A região 3 é o ar.

Na análise da estrutura pelos potenciais de Hertz, considerar-se-á que os mesmos estão orientados segundo a direção de magnetização ( direção  $x$  ), ou seja [17], [5]:

$$\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \hat{a}_x, \quad (7.9)$$

$$\mathbf{\Pi}_h = \Pi_h \hat{a}_x. \quad (7.10)$$

Pode-se fazer a análise, para cada região, separadamente. No entanto, as regiões 1 e 3 podem ser consideradas como casos particulares da região 2.

Usando-se as equações de Maxwell e seguindo um procedimento semelhante ao adotado na análise de *patches* de microfita com substrato dieletricamente anisotrópico, tem-se que os campos elétrico e magnético, para a região 2, são dados por [17]:

$$\mathbf{E}_2 = -j\omega\mu_0\mu_r\nabla \times \mathbf{\Pi}_{h2} + \omega^2\varepsilon_{r2}\varepsilon_0\mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r^2} \right) \mathbf{\Pi}_{e2} + \frac{1}{\mu_r} \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{e2}, \quad (7.11)$$

$$\mathbf{H}_2 = j\omega\varepsilon_{r2}\mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r^2} \right) (\bar{\mu})^{-1} \cdot \nabla \times \mathbf{\Pi}_{e2} + \omega^2\varepsilon_{r2}\varepsilon_0\mu_0\mu_r\mathbf{\Pi}_{h2} + \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{h2}, \quad (7.12)$$

onde  $\mathbf{\Pi}_{e2}$  e  $\mathbf{\Pi}_{h2}$  devem satisfazer às equações de onda:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_{e2} + \omega^2\varepsilon_{r2}\varepsilon_0\mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right) \mathbf{\Pi}_{e2} = 0, \quad (7.13)$$

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_{h2} + \omega^2\varepsilon_{r2}\varepsilon_0\mu_0\mathbf{\Pi}_{h2} - \left( \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{\Pi}_{h2} = 0. \quad (7.14)$$

Para a região 1, os campos elétrico e magnético são obtidos de modo semelhante, bastando fazer  $\mu_r = 1$ ,  $k_r = 0$  e  $\varepsilon_{r2} = \varepsilon_{r1}$ . Assim, obtém-se:

$$\mathbf{E}_1 = -j\omega\mu_0\nabla \times \mathbf{\Pi}_{h1} + \omega^2\varepsilon_{r1}\varepsilon_0\mu_0\mathbf{\Pi}_{e1} - \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{e1}, \quad (7.15)$$

$$\mathbf{H}_1 = j\omega\varepsilon_{r1}\nabla \times \mathbf{\Pi}_{e1} + \omega^2\varepsilon_{r1}\varepsilon_0\mu_0\mathbf{\Pi}_{h1} + \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{h1}, \quad (7.16)$$

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_{e1} + \omega^2\varepsilon_{r1}\varepsilon_0\mu_0\mathbf{\Pi}_{e1} = 0, \quad (7.17)$$

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_{h1} + \omega^2\varepsilon_{r1}\varepsilon_0\mu_0\mathbf{\Pi}_{h1} = 0. \quad (7.18)$$

Desenvolvendo-se as equações (7.11), (7.12), (7.15) e (7.16), as componentes de campo  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  são obtidas para cada região, sendo dadas por:

1) para a região 1:

$$E_{x1} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \Pi_{e1}, \quad (7.19)$$

$$E_{y1} = -j\omega\mu_0 \frac{\partial \Pi_{h1}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Pi_{e1}}{\partial x \partial y}, \quad (7.20)$$

$$E_{z1} = j\omega\mu_0 \frac{\partial \Pi_{h1}}{\partial y} + \frac{\partial^2 \Pi_{e1}}{\partial x \partial z}, \quad (7.21)$$

$$H_{x1} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \Pi_{h1}, \quad (7.22)$$

$$H_{y1} = j\omega\varepsilon_{r1}\varepsilon_0 \frac{\partial \Pi_{e1}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Pi_{h1}}{\partial x \partial y}, \quad (7.23)$$

$$H_{z1} = -j\omega\varepsilon_{r1}\varepsilon_0 \frac{\partial \Pi_{e1}}{\partial y} + \frac{\partial^2 \Pi_{h1}}{\partial x \partial z}. \quad (7.24)$$

2) para a região 2:

$$E_{x2} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \frac{1}{\mu_r} \Pi_{e2}, \quad (7.25)$$

$$E_{y2} = -j\omega\mu_0\mu_r \frac{\partial \Pi_{h2}}{\partial z} + \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial^2 \Pi_{e2}}{\partial x \partial y}, \quad (7.26)$$

$$E_{z2} = j\omega\mu_0\mu_r \frac{\partial \Pi_{h2}}{\partial y} + \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial^2 \Pi_{e2}}{\partial x \partial z}, \quad (7.27)$$

$$H_{x2} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mu_r + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \Pi_{h2}, \quad (7.28)$$

$$H_{y2} = j\omega\varepsilon_{r2}\varepsilon_0 \frac{1}{\mu_r} \left[ \frac{\partial}{\partial z} - \frac{jk_r}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial y} \right] \Pi_{e2} + \frac{\partial^2 \Pi_{h2}}{\partial x \partial y}, \quad (7.29)$$

$$H_{z2} = -j\omega\varepsilon_{r2}\varepsilon_0 \frac{1}{\mu_r} \left[ \frac{\partial}{\partial y} + \frac{jk_r}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial z} \right] \Pi_{e2} + \frac{\partial^2 \Pi_{h2}}{\partial x \partial z}; \quad (7.30)$$

3) para a região 3:

As componentes de campo para a região 3 são dadas por (7.19) a (7.20), com  $\varepsilon_{r1} = 1$ .

$$E_{x3} = \left[ \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \Pi_{e3}, \quad (7.31)$$

$$E_{y3} = -j\omega\mu_0 \frac{\partial \Pi_{h3}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Pi_{e3}}{\partial x \partial y}, \quad (7.32)$$

$$E_{z3} = j\omega\mu_0 \frac{\partial \Pi_{h3}}{\partial y} + \frac{\partial^2 \Pi_{e3}}{\partial x \partial z}, \quad (7.33)$$

$$H_{x3} = \left[ \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \Pi_{h3}, \quad (7.34)$$

$$H_{y3} = j\omega\varepsilon_0 \frac{\partial \Pi_{e3}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Pi_{h3}}{\partial x \partial y}, \quad (7.35)$$

$$H_{z3} = -j\omega\varepsilon_0 \frac{\partial \Pi_{e3}}{\partial y} + \frac{\partial^2 \Pi_{h3}}{\partial x \partial z}. \quad (7.36)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier em (7.13), (7.14), (7.17) e (7.18), obtém-se as expressões para as equações de onda, no domínio espectral, como sendo:

1) para a região 1:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{e1} - \gamma_{e1}^2 \tilde{\Pi}_{e1} = 0, \quad (7.37)$$

com

$$\gamma_{e1}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.38)$$

e

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{h1} - \gamma_{h1}^2 \tilde{\Pi}_{h1} = 0, \quad (7.39)$$

com

$$\gamma_{h1}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0; \quad (7.40)$$

Observa-se que  $\gamma_{e1}^2 = \gamma_{h1}^2$ , para a região 1. Daqui por diante, considerar-se-á  $\gamma_{e1}^2 = \gamma_{h1}^2 = \gamma_1^2$ .

As expressões (7.37) a (7.40) assumem a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{e1} - \gamma_1^2 \tilde{\Pi}_{e1} = 0, \quad (7.41)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{h1} - \gamma_1^2 \tilde{\Pi}_{h1} = 0, \quad (7.42)$$

com

$$\gamma_1^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0. \quad (7.43)$$

2) para a região 2:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{e2} - \gamma_{e2}^2 \tilde{\Pi}_{e2} = 0, \quad (7.44)$$

com

$$\gamma_{e2}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right), \quad (7.45)$$

e

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{h2} - \gamma_{h2}^2 \tilde{\Pi}_{h2} = 0, \quad (7.46)$$

com

$$\gamma_{h2}^2 = \frac{1}{\mu_r} \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0; \quad (7.47)$$

3) para a região 3:

Para a região 3, as equações (7.41) a (7.43) são usadas impondo-se  $\varepsilon_{r1} = 1$ . Essas equações se tornam:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{e3} - \gamma_0^2 \tilde{\Pi}_{e3} = 0, \quad (7.48)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{h3} - \gamma_0^2 \tilde{\Pi}_{h3} = 0, \quad (7.49)$$

com

$$\gamma_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0. \quad (7.50)$$

No domínio espectral, as componentes de campo descritas em (7.19) - (7.36) são dadas por:

1) para a região 1.

$$\tilde{E}_{x1} = [\omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 - \alpha^2] \tilde{\Pi}_{e1}, \quad (7.51)$$

$$\tilde{E}_{y1} = -\omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_{h1} - j\alpha \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e1}, \quad (7.52)$$

$$\tilde{E}_{z1} = j\omega \mu_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h1}}{\partial y} - \alpha \beta \tilde{\Pi}_{e1}, \quad (7.53)$$



$$\tilde{H}_{x1} = [\omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 - \alpha^2] \tilde{\Pi}_{h1}, \quad (7.54)$$

$$\tilde{H}_{y1} = \omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \beta \tilde{\Pi}_{e1} - j\alpha \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h1}}{\partial y}, \quad (7.55)$$

$$\tilde{H}_{z1} = -j\omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{e1}}{\partial y} - \alpha \beta \tilde{\Pi}_{h1}; \quad (7.56)$$

2) para a região 2.

$$\tilde{E}_{x2} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right) - \alpha^2 \right] \frac{1}{\mu_r} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.57)$$

$$\tilde{E}_{y2} = -\omega \mu_0 \mu_r \beta \tilde{\Pi}_{h2} - j\alpha \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.58)$$

$$\tilde{E}_{z2} = j\omega \mu_0 \mu_r \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h2}}{\partial y} - \alpha \beta \frac{1}{\mu_r} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.59)$$

$$\tilde{H}_{x2} = [\omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mu_r - \alpha^2] \tilde{\Pi}_{h2}, \quad (7.60)$$

$$\tilde{H}_{y2} = \omega \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \frac{1}{\mu_r} \left[ \frac{k_r}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial y} + \beta \right] \tilde{\Pi}_{e2} - j\alpha \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h2}}{\partial y}, \quad (7.61)$$

$$\tilde{H}_{z2} = -j\omega \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \frac{1}{\mu_r} \left[ \frac{k_r}{\mu_r} \beta + \frac{\partial}{\partial y} \right] \tilde{\Pi}_{e2} - \alpha \beta \tilde{\Pi}_{h2}; \quad (7.62)$$

3) para a região 3.

$$\tilde{E}_{x3} = [\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \alpha^2] \tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.63)$$

$$\tilde{E}_{y3} = -\omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_{h3} - j\alpha \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.64)$$

$$\tilde{E}_{z3} = j\omega\mu_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h3}}{\partial y} - \alpha\beta\tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.65)$$

$$\tilde{H}_{x3} = [\omega^2\varepsilon_0\mu_0 - \alpha^2] \tilde{\Pi}_{h3}, \quad (7.66)$$

$$\tilde{H}_{y3} = \omega\varepsilon_0\beta\tilde{\Pi}_{e3} - j\alpha \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h3}}{\partial y}, \quad (7.67)$$

$$\tilde{H}_{z3} = -j\omega\varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{e3}}{\partial y} - \alpha\beta\tilde{\Pi}_{h3}. \quad (7.68)$$

A solução para a equação de onda em cada região é dada por:

1) para a região 1:

$$\tilde{\Pi}_{e1} = A_1(\alpha, \beta)\sinh(\gamma_1 y) + A'_1(\alpha, \beta)\cosh(\gamma_1 y), \quad (7.69)$$

$$\tilde{\Pi}_{h1} = B_1(\alpha, \beta)\sinh(\gamma_1 y) + B'_1(\alpha, \beta)\cosh(\gamma_1 y); \quad (7.70)$$

2) para a região 2:

$$\tilde{\Pi}_{e2} = A_2(\alpha, \beta)\sinh(\gamma_{e2} y) + A'_2(\alpha, \beta)\cosh(\gamma_{e2} y), \quad (7.71)$$

$$\tilde{\Pi}_{h2} = B_2(\alpha, \beta)\sinh(\gamma_{h2} y) + B'_2(\alpha, \beta)\cosh(\gamma_{h2} y); \quad (7.72)$$

3) para a região 3:

$$\tilde{\Pi}_{e3} = A_3 e^{-\gamma_0(y-d_{12})}, \quad (7.73)$$

$$\tilde{\Pi}_{h3} = B_3 e^{-\gamma_0(y-d_{12})}. \quad (7.74)$$

Para determinar as constantes  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $A'_j$  e  $B'_j$  ( $j = 1,2,3$ ), aplicam-se as condições de contorno da estrutura.

$$\tilde{E}_{\tan 1} = 0 \quad \text{em } y = 0, \quad (7.75)$$

$$\tilde{E}_{\tan 1} = \tilde{E}_{\tan 2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (7.76)$$

$$\tilde{H}_{\tan 1} = \tilde{H}_{\tan 2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (7.77)$$

$$\tilde{E}_{\tan 2} = \tilde{E}_{\tan 3} \quad \text{em } y = d_{12}, \quad (7.78)$$

$$\tilde{H}_{x3} - \tilde{H}_{x2} = -\tilde{J}_z \quad \text{em } y = d_{12}, \quad (7.79)$$

$$\tilde{H}_{z3} - \tilde{H}_{z2} = \tilde{J}_x \quad \text{em } y = d_{12}. \quad (7.80)$$

As constantes são, então, determinadas como sendo:

$$A'_1 = 0, \quad (7.81)$$

$$B'_1 = 0, \quad (7.82)$$

$$A_1 = A_{1x}\tilde{J}_x + A_{1z}\tilde{J}_z, \quad (7.83)$$

onde

$$A_{1x} = \frac{q_2^2 - \alpha^2}{\mu_r(k_1^2 - \alpha^2)\sinh(\gamma_1 d_1)} [A_{2x}\sinh(\gamma_{e2} d_1) + A'_{2x}\cosh(\gamma_{e2} d_1)], \quad (7.84)$$

$$A_{1z} = \frac{q_2^2 - \alpha^2}{\mu_r(k_1^2 - \alpha^2)\sinh(\gamma_1 d_1)} [A_{2z}\sinh(\gamma_{e2}d_1) + A'_{2z}\cosh(\gamma_{e2}d_1)], \quad (7.85)$$

$$B_1 = B_{1x}\tilde{J}_x + B_{1z}\tilde{J}_z, \quad (7.86)$$

com

$$B_{1x} = \frac{p_2^2 - \alpha^2}{(k_1^2 - \alpha^2)\cosh(\gamma_1 d_1)} [B_{2x}\sinh(\gamma_{h2}d_1) + B'_{2x}\cosh(\gamma_{h2}d_1)], \quad (7.87)$$

$$B_{1z} = \frac{p_2^2 - \alpha^2}{(k_1^2 - \alpha^2)\cos(\gamma_1 d_1)} [B_{2z}\sinh(\gamma_{h2}d_1) + B'_{2z}\cosh(\gamma_{h2}d_1)], \quad (7.88)$$

$$B_3 = B_{3x}\tilde{J}_x + B_{3z}\tilde{J}_z, \quad (7.89)$$

e

$$B_{3x} = \frac{p_2^2 - \alpha^2}{(k_0^2 - \alpha^2)} [B_{2x}\sinh(\gamma_{h2}d_{12}) + B'_{2x}\cosh(\gamma_{h2}d_{12})], \quad (7.90)$$

$$B_{3z} = \frac{p_2^2 - \alpha^2}{(k_0^2 - \alpha^2)} [B_{2z}\sinh(\gamma_{h2}d_{12}) + B'_{2z}\cosh(\gamma_{h2}d_{12})] - \frac{1}{k_0^2 - \alpha^2}, \quad (7.91)$$

$$A_3 = A_{3x}\tilde{J}_x + A_{3z}\tilde{J}_z, \quad (7.92)$$

onde

$$A_{3x} = \frac{q_2^2 - \alpha^2}{\mu_r(k_0^2 - \alpha^2)} [A_{2x}\sinh(\gamma_{e2}d_{12}) + A'_{2x}\cosh(\gamma_{e2}d_{12})], \quad (7.93)$$

$$A_{3z} = \frac{q_2^2 - \alpha^2}{\mu_r(k_0^2 - \alpha^2)} [A_{2z}\sinh(\gamma_{e2}d_{12}) + A'_{2z}\cosh(\gamma_{e2}d_{12})], \quad (7.94)$$

$$B_2 = B_{2x} \tilde{J}_x + B_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.95)$$

com

$$B_{2x} = -\frac{f_2 B'_{2x} + f_3 A_{2x} + f_4 A'_{2x}}{f_1}, \quad (7.96)$$

$$B_{2z} = -\frac{f_2 B'_{2z} + f_3 A_{2z} + f_4 A'_{2z}}{f_1}, \quad (7.97)$$

$$B'_2 = B'_{2x} \tilde{J}_x + B'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.98)$$

e

$$B'_{2x} = \frac{f_1}{\Delta(g_2 f_1 - g_1 f_2)} [(g_3 f_1 - g_1 f_3) s_2 - (g_4 f_1 - g_1 f_4) s_1], \quad (7.99)$$

$$B'_{2z} = \frac{f_1}{\Delta(k_0^2 - \alpha^2)(g_2 f_1 - g_1 f_2)} [-(g_3 f_1 - g_1 f_3)(j\omega\mu_0\gamma_0 s_4 + \alpha\beta s_2) + (g_4 f_1 - g_1 f_4)(j\omega\mu_0\gamma_0 s_3 + \alpha\beta s_1)], \quad (7.100)$$

$$A'_2 = A'_{2x} \tilde{J}_x + A'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.101)$$

com

$$A'_{2x} = \frac{s_1 f_1}{\Delta}, \quad (7.102)$$

$$A'_{2z} = -\frac{f_1}{\Delta(k_0^2 - \alpha^2)} [j\omega\mu_0\gamma_0 s_3 + \alpha\beta s_1], \quad (7.103)$$

$$A_2 = A_{2x} \tilde{J}_x + A_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.104)$$

onde

$$A_{2x} = -\frac{s_2 f_1}{\Delta}, \quad (7.105)$$

$$A_{2z} = \frac{f_1}{\Delta(k_0^2 - \alpha^2)} [j\omega\mu_0\gamma_0 s_4 + \alpha\beta s_2], \quad (7.106)$$

$$\Delta = s_1 s_4 - s_2 s_3, \quad (7.107)$$

$$s_1 = (h_3 f_1 - h_1 f_3) - \frac{(h_2 f_1 - h_1 f_2)(g_3 f_1 - g_1 f_3)}{(g_2 f_1 - g_1 f_2)}, \quad (7.108)$$

$$s_2 = (h_4 f_1 - h_1 f_4) - \frac{(h_2 f_1 - h_1 f_2)(g_4 f_1 - g_1 f_4)}{(g_2 f_1 - g_1 f_2)}, \quad (7.109)$$

$$s_3 = (m_3 f_1 - m_1 f_3) - \frac{(m_2 f_1 - m_1 f_2)(g_3 f_1 - g_1 f_3)}{(g_2 f_1 - g_1 f_2)}, \quad (7.110)$$

$$s_4 = (m_4 f_1 - m_1 f_4) - \frac{(m_2 f_1 - m_1 f_2)(g_4 f_1 - g_1 f_4)}{(g_2 f_1 - g_1 f_2)}, \quad (7.111)$$

$$m_1 = \alpha\beta \operatorname{senh}(\gamma_{h2} d_{12}) \frac{k_0^2 - p_2^2}{k_0^2 - \alpha^2}, \quad (7.112)$$

$$m_2 = \alpha\beta \operatorname{cosh}(\gamma_{h2} d_{12}) \frac{k_0^2 - p_2^2}{k_0^2 - \alpha^2}, \quad (7.113)$$

$$m_3 = \frac{j\omega\epsilon_0}{\mu_r} \left[ \gamma_0 \frac{q_2^2 - \alpha^2}{k_0^2 - \alpha^2} \operatorname{senh}(\gamma_{e2} d_{12}) + \frac{\epsilon_{r2} k_r \beta}{\mu_r} \operatorname{senh}(\gamma_{e2} d_{12}) + \epsilon_{r2} \gamma_{e2} \operatorname{cosh}(\gamma_{e2} d_{12}) \right], \quad (7.114)$$

$$m_4 = \frac{j\omega\epsilon_0}{\mu_r} \left[ \gamma_0 \frac{q_2^2 - \alpha^2}{k_0^2 - \alpha^2} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) + \frac{\epsilon_{r2}k_r\beta}{\mu_r} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) + \epsilon_{r2}\gamma_{e2}\sinh(\gamma_{e2}d_{12}) \right], \quad (7.115)$$

$$h_1 = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_0 \frac{p_2^2 - \alpha^2}{k_0^2 - \alpha^2} \sinh(\gamma_{h2}d_{12}) + \mu_r\gamma_{h2} \cosh(\gamma_{h2}d_{12}) \right], \quad (7.116)$$

$$h_2 = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_0 \frac{p_2^2 - \alpha^2}{k_0^2 - \alpha^2} \cosh(\gamma_{h2}d_{12}) + \mu_r\gamma_{h2}\sinh(\gamma_{h2}d_{12}) \right], \quad (7.117)$$

$$h_3 = -\frac{\alpha\beta}{\mu_r} \sinh(\gamma_{e2}d_{12}) \frac{k_0^2 - q_2^2}{k_0^2 - \alpha^2}, \quad (7.118)$$

$$h_4 = -\frac{\alpha\beta}{\mu_r} \cosh(\gamma_{e2}d_{12}) \frac{k_0^2 - q_2^2}{k_0^2 - \alpha^2}, \quad (7.119)$$

$$g_1 = \alpha\beta \sinh(\gamma_{h2}d_1) \frac{k_1^2 - p_2^2}{k_1^2 - \alpha^2}, \quad (7.120)$$

$$g_2 = \alpha\beta \cosh(\gamma_{h2}d_1) \frac{k_1^2 - p_2^2}{k_1^2 - \alpha^2}, \quad (7.121)$$

$$g_3 = \frac{j\omega\epsilon_0}{\mu_r} \left[ -\epsilon_{r1}\gamma_1 \frac{q_2^2 - \alpha^2}{k_1^2 - \alpha^2} \coth(\gamma_1d_1)\sinh(\gamma_{e2}d_1) + \epsilon_{r2} \left( \frac{k_r\beta}{\mu_r} \sinh(\gamma_{e2}d_1) + \gamma_{e2} \cosh(\gamma_{e2}d_1) \right) \right], \quad (7.122)$$

$$g_4 = \frac{j\omega\epsilon_0}{\mu_r} \left[ -\epsilon_{r1}\gamma_1 \frac{q_2^2 - \alpha^2}{k_1^2 - \alpha^2} \coth(\gamma_1d_1) \cosh(\gamma_{e2}d_1) + \epsilon_{r2} \left( \frac{k_r\beta}{\mu_r} \cosh(\gamma_{e2}d_1) + \gamma_{e2}\sinh(\gamma_{e2}d_1) \right) \right], \quad (7.123)$$

$$f_1 = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_1 \frac{p_2^2 - \alpha^2}{k_1^2 - \alpha^2} \tanh(\gamma_1 d_1) \sinh(\gamma_{h2} d_1) - \mu_r \gamma_{h2} \cosh(\gamma_{h2} d_1) \right], \quad (7.124)$$

$$f_2 = j\omega\mu_0 \left[ \gamma_1 \frac{p_2^2 - \alpha^2}{k_1^2 - \alpha^2} \tanh(\gamma_1 d_1) \cosh(\gamma_{h2} d_1) - \mu_r \gamma_{h2} \sinh(\gamma_{h2} d_1) \right], \quad (7.125)$$

$$f_3 = \frac{\alpha\beta}{\mu_r} \sinh(\gamma_{e2} d_1) \frac{k_1^2 - q_2^2}{k_1^2 - \alpha^2}, \quad (7.126)$$

$$f_4 = \frac{\alpha\beta}{\mu_r} \cosh(\gamma_{e2} d_1) \frac{k_1^2 - q_2^2}{k_1^2 - \alpha^2}, \quad (7.127)$$

$$p_2^2 = \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mu_r, \quad (7.128)$$

$$q_2^2 = \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right), \quad (7.129)$$

$$k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.130)$$

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0. \quad (7.131)$$

No plano do condutor, correspondente a  $y = d_{12}$  na Fig. 7.2, as transformadas das componentes de campo elétrico,  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$ , são expressas como função das transformadas das densidades de corrente no *patch*, representadas por  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$ . Assim, obtém-se:

$$\tilde{E}_x = \tilde{Z}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{xz} \tilde{J}_z, \quad (7.132)$$

$$\tilde{E}_z = \tilde{Z}_{zx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{zz} \tilde{J}_z. \quad (7.133)$$



De (7.63) e (7.73), tem-se:

$$\tilde{E}_{x3} = (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \alpha^2) A_3, \quad (7.134)$$

donde, usando-se (7.92), obtém-se:

$$\tilde{E}_{x3} = (k_0^2 - \alpha^2) A_{3x} \tilde{J}_x + (k_0^2 - \alpha^2) A_{3z} \tilde{J}_z, \quad (7.135)$$

Logo, de (7.132) e (7.135):

$$\tilde{Z}_{xx} = (k_0^2 - \alpha^2) A_{3x}, \quad (7.136)$$

$$\tilde{Z}_{xz} = (k_0^2 - \alpha^2) A_{3z}. \quad (7.137)$$

De (7.65), tem-se:

$$\tilde{E}_{z3} = -j\omega\mu_0\gamma_0 B_3 - \alpha\beta A_3, \quad (7.138)$$

ou

$$\tilde{E}_{z3} = (-j\omega\mu_0\gamma_0 B_{3x} - \alpha\beta A_{3x}) \tilde{J}_x + (-j\omega\mu_0\gamma_0 B_{3z} - \alpha\beta A_{3z}) \tilde{J}_z, \quad (7.139)$$

logo, de (7.133) e (7.139):

$$\tilde{Z}_{zx} = -j\omega\mu_0\gamma_0 B_{3x} + \alpha\beta A_{3x}, \quad (7.140)$$

$$\tilde{Z}_{zz} = -j\omega\mu_0\gamma_0 B_{3z} + \alpha\beta A_{3z}. \quad (7.141)$$

Uma vez determinadas as expressões para os elementos da matriz impedância  $[\tilde{Z}]$ , usa-se o método dos momentos para determinar a frequência de ressonância e o fator de qualidade, conforme descrito no Capítulo 6.

### 7.3 Polarização perpendicular ao plano de terra

O *patch* de microfita suspenso está mostrado na Fig. 7.2 e, neste caso, o campo magnetostático aplicado externamente está direcionado segundo o eixo  $y$ . Nestas condições, o tensor permeabilidade se apresenta na seguinte forma [17], [35]:

$$\bar{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_r & 0 & -jk_r \\ 0 & 1 & 0 \\ jk_r & 0 & \mu_r \end{bmatrix}, \quad (7.142)$$

onde

$$\mu_r = 1 - \frac{(\gamma H_0)(\gamma 4\pi M_s)}{f^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (7.143)$$

e

$$k_r = \frac{\gamma 4\pi M_s f}{f^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (7.144)$$

$\gamma$  é a razão giromagnética da ferrita,  $4\pi M_s$  é a magnetização de saturação do material,  $H_0$  é a intensidade do campo magnetostático aplicado e  $f$  é a frequência de operação.

Conforme pode ser observado na Figura 7.2, a camada 1 é constituída de um dielétrico com permeabilidade magnética  $\mu_1 = \mu_0$ , permissividade relativa  $\epsilon_{r1}$  e condutividade  $\sigma_1 = 0$ .

A segunda camada ( Fig. 7.2 ) é constituída de um material ferrimagnético (ferrita), com permissividade elétrica  $\epsilon_{r2}$ , condutividade  $\sigma_2 = 0$  e permeabilidade tensorial, cujo tensor está mostrado em (7.142). Será considerado na análise, que o *patch* e o plano de terra são constituídos de condutores perfeitos. A região 3 é o ar.

Considerar-se-á que os potenciais vetoriais de Hertz elétrico e magnético estão orientados segundo a direção de magnetização ( direção  $y$ , na Fig. 7.2 ) na forma [17], [5]:

$$\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \hat{a}_y, \quad (7.145)$$

$$\mathbf{\Pi}_h = \Pi_h \hat{a}_y. \quad (7.146)$$

Os campos elétrico e magnético na região 2 são dados por [5]:

$$\mathbf{E}_2 = -j\omega\mu_0\mu_r \nabla \times \mathbf{\Pi}_{h2} + \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r^2} \right) \mathbf{\Pi}_{e2} + \frac{1}{\mu_r} \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{e2}, \quad (7.147)$$

$$\mathbf{H}_2 = j\omega \varepsilon_{r2} \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r^2} \right) (\bar{\mu})^{-1} \cdot \nabla \times \mathbf{\Pi}_{e2} + \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mu_r \mathbf{\Pi}_{h2} + \nabla \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_{h2}, \quad (7.148)$$

onde  $\mathbf{\Pi}_{e2}$  e  $\mathbf{\Pi}_{h2}$  devem satisfazer às equações de onda:

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_{e2} + \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right) \mathbf{\Pi}_{e2} = 0, \quad (7.149)$$

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi}_{h2} + \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{\Pi}_{h2} - \left( \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \right) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \mathbf{\Pi}_{h2} = 0. \quad (7.150)$$

Para as regiões 1 e 3, as expressões para os campos elétrico e magnético são obtidos de forma semelhante, bastando fazer  $\mu_r = 1$ ,  $k_r = 0$  e  $\varepsilon_{r2} = \varepsilon_{r1}$  (região 1) ou  $\varepsilon_{r2} = \varepsilon_{r3}$  (região 3).

As equações de onda e as componentes de campo no domínio da transformada de Fourier para cada região são dadas por:

1) para a região 1:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{e1}}{\partial y^2} - \gamma_1^2 \tilde{\Pi}_{e1} = 0, \quad (7.151)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{h1}}{\partial y^2} - \gamma_1^2 \tilde{\Pi}_{h1} = 0, \quad (7.152)$$

$$\gamma_1^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.153)$$

$$\tilde{E}_{x1} = \omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_{h1} - j \alpha \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e1}, \quad (7.154)$$

$$\tilde{E}_{y1} = \left( \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \tilde{\Pi}_{e1}, \quad (7.155)$$

$$\tilde{E}_{z1} = -\omega \mu_0 \alpha \tilde{\Pi}_{h1} - j \beta \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e1}, \quad (7.156)$$

$$\tilde{H}_{x1} = -\omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \beta \tilde{\Pi}_{e1} - j \alpha \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{h1}, \quad (7.157)$$

$$\tilde{H}_{y1} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \tilde{\Pi}_{h1}, \quad (7.158)$$

$$\tilde{H}_{z1} = \omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \alpha \tilde{\Pi}_{e1} - j \beta \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{h1}; \quad (7.159)$$

2) para a região 2:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{e2} - \gamma_{e2}^2 \tilde{\Pi}_{e2} = 0, \quad (7.160)$$

com

$$\gamma_{e2}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right), \quad (7.161)$$

e

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{h2} - \gamma_{h2}^2 \tilde{\Pi}_{h2} = 0, \quad (7.162)$$

com

$$\gamma_{h2}^2 = \mu_r(\alpha^2 + \beta^2) - \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mu_r, \quad (7.163)$$

$$\tilde{E}_{x2} = \omega \mu_0 \mu_r \beta \tilde{\Pi}_{h2} - j\alpha \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.164)$$

$$\tilde{E}_{y2} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \frac{1}{\mu_r} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.165)$$

$$\tilde{E}_{z2} = -\omega \mu_0 \mu_r \alpha \tilde{\Pi}_{h2} - j\beta \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.166)$$

$$\tilde{H}_{x2} = j\omega \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \frac{1}{\mu_r} \left[ \frac{k_r}{\mu_r} \alpha + j\beta \right] \tilde{\Pi}_{e2} - j\alpha \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{h2}, \quad (7.167)$$

$$\tilde{H}_{y2} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mu_r + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \tilde{\Pi}_{h2}, \quad (7.168)$$

$$\tilde{H}_{z2} = j\omega \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \frac{1}{\mu_r} \left[ \frac{k_r}{\mu_r} \beta - j\alpha \right] \tilde{\Pi}_{e2} - j\beta \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{h2}; \quad (7.169)$$

3) para a região 3:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{e3} - \gamma_0^2 \tilde{\Pi}_{e3} = 0, \quad (7.170)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{h3} - \gamma_0^2 \tilde{\Pi}_{h3} = 0, \quad (7.171)$$

$$\gamma_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.172)$$

$$\tilde{E}_{x3} = \omega \mu_0 \beta \tilde{\Pi}_{h3} - j\alpha \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.173)$$

$$\tilde{E}_{y3} = \left[ \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.174)$$

$$\tilde{E}_{z3} = -\omega \mu_0 \alpha \tilde{\Pi}_{h3} - j\beta \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.175)$$

$$\tilde{H}_{x3} = -\omega \varepsilon_0 \beta \tilde{\Pi}_{e3} - j\alpha \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{h3}, \quad (7.176)$$

$$\tilde{H}_{y3} = \left[ \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \tilde{\Pi}_{h3}, \quad (7.177)$$

$$\tilde{H}_{z3} = \omega \varepsilon_0 \alpha \tilde{\Pi}_{e3} - j\beta \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{h3}. \quad (7.178)$$

A solução para a equação de onda em cada região é dada por:

1) para a região 1:

$$\tilde{\Pi}_{e1} = A_1(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_1 y) + A'_1(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_1 y), \quad (7.179)$$

$$\tilde{\Pi}_{h1} = B_1(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_1 y) + B'_1(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_1 y); \quad (7.180)$$

2) para a região 2:

$$\tilde{\Pi}_{e2} = A_2(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{e2} y) + A'_2(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{e2} y), \quad (7.181)$$

$$\tilde{\Pi}_{h2} = B_2(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{h2} y) + B'_2(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{h2} y); \quad (7.182)$$

3) para a região 3:

$$\tilde{\Pi}_{e3} = A_3 e^{-\gamma_0(y-d_{12})}, \quad (7.183)$$

$$\tilde{\Pi}_{h3} = B_3 e^{-\gamma_0(y-d_{12})}. \quad (7.184)$$

Para determinar as constantes  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $A'_j$  e  $B'_j$  ( $j = 1,2,3$ ), aplicam-se as condições de contorno da estrutura.

$$\tilde{E}_{\tan 1} = 0 \quad \text{em } y = 0, \quad (7.185)$$

$$\tilde{E}_{\tan 1} = \tilde{E}_{\tan 2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (7.186)$$

$$\tilde{H}_{\tan 1} = \tilde{H}_{\tan 2} \quad \text{em } y = d_1, \quad (7.187)$$

$$\tilde{E}_{\tan 2} = \tilde{E}_{\tan 3} \quad \text{em } y = d_{12}, \quad (7.188)$$

$$\tilde{H}_{x3} - \tilde{H}_{x2} = -\tilde{J}_z \quad \text{em } y = d_{12}, \quad (7.189)$$

$$\tilde{H}_{z3} - \tilde{H}_{z2} = \tilde{J}_x \quad \text{em } y = d_{12}. \quad (7.190)$$

As constantes são, então, determinadas como:

$$A_1 = 0, \quad (7.191)$$

$$B'_1 = 0, \quad (7.192)$$

$$A'_1 = A'_{1x} \tilde{J}_x + A'_{1z} \tilde{J}_z, \quad (7.193)$$

onde

$$A'_{1x} = \frac{\gamma_{e2}\epsilon_{r2}A'_{2x}}{\mu_r [\epsilon_{r1}\gamma_{e2} \cosh(\gamma_1 d_1) \cosh(\gamma_{e2} d_1) - \epsilon_{r2}\gamma_1 \sinh(\gamma_1 d_1) \sinh(\gamma_{e2} d_1)]}, \quad (7.194)$$

$$A'_{1z} = \frac{\gamma_{e2}\epsilon_{r2}A'_{2z}}{\mu_r [\epsilon_{r1}\gamma_{e2} \cosh(\gamma_1 d_1) \cosh(\gamma_{e2} d_1) - \epsilon_{r2}\gamma_1 \sinh(\gamma_1 d_1) \sinh(\gamma_{e2} d_1)]}, \quad (7.195)$$

$$B_1 = B_{1x}\tilde{J}_x + B_{1z}\tilde{J}_z, \quad (7.196)$$

com

$$B_{1x} = \frac{\mu_r}{\sinh(\gamma_1 d_1)} [B_{2x} \sinh(\gamma_{h2} d_1) + B'_{2x} \cosh(\gamma_{h2} d_1)], \quad (7.197)$$

$$B_{1z} = \frac{\mu_r}{\sinh(\gamma_1 d_1)} [B_{2z} \sinh(\gamma_{h2} d_1) + B'_{2z} \cosh(\gamma_{h2} d_1)], \quad (7.198)$$

$$B_3 = B_{3x}\tilde{J}_x + B_{3z}\tilde{J}_z, \quad (7.199)$$

e

$$B_{3x} = \mu_r [B_{2x} \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) + B'_{2x} \cosh(\gamma_{h2} d_{12})], \quad (7.200)$$

$$B_{3z} = \mu_r [B_{2z} \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) + B'_{2z} \cosh(\gamma_{h2} d_{12})], \quad (7.201)$$

$$A_3 = A_{3x}\tilde{J}_x + A_{3z}\tilde{J}_z, \quad (7.202)$$

onde

$$A_{3x} = \frac{\epsilon_{r2}}{\mu_r} \left[ A_{2x} \sinh(\gamma_{e2} d_{12}) + A'_{2x} \cosh(\gamma_{e2} d_{12}) + \frac{\alpha}{\omega \epsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2)} \right], \quad (7.203)$$



$$A_{3z} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\mu_r} [A_{2z} \sinh(\gamma_{e2} d_{12}) + A'_{2z} \cosh(\gamma_{e2} d_{12})] + \frac{\beta}{\omega \varepsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2)}, \quad (7.204)$$

$$B'_2 = B'_{2x} \tilde{J}_x + B'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.205)$$

com

$$B'_{2x} = \frac{q_{21} h_{11} - q_{11} h_{21}}{\Delta}, \quad (7.206)$$

$$B'_{2z} = \frac{q_{22} h_{11} - q_{12} h_{21}}{\Delta}, \quad (7.207)$$

$$B_2 = B_{2x} \tilde{J}_x + B_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.208)$$

e

$$B_{2x} = \frac{q_{11} h_{22} - q_{21} h_{12}}{\Delta}, \quad (7.209)$$

$$B_{2z} = \frac{q_{12} h_{22} - q_{22} h_{12}}{\Delta}, \quad (7.210)$$

$$A'_2 = A'_{2x} \tilde{J}_x + A'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.211)$$

onde

$$A'_{2x} = \frac{\mu_r \gamma_0 \alpha [\varepsilon_{r1} \gamma_{e2} \coth(\gamma_1 d_1) \cosh(\gamma_{e2} d_1) - \varepsilon_{r2} \gamma_1 \sinh(\gamma_{e2} d_1)]}{\omega \varepsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2) f_1}, \quad (7.212)$$

$$A'_{2z} = \frac{\mu_r \gamma_0 \beta [\varepsilon_{r1} \gamma_{e2} \coth(\gamma_1 d_1) \cosh(\gamma_{e2} d_1) - \varepsilon_{r2} \gamma_1 \sinh(\gamma_{e2} d_1)]}{\omega \varepsilon_0 (\alpha^2 + \beta^2) f_1}, \quad (7.213)$$

$$f_1 = \left[ -\varepsilon_{r1}\gamma_{e2}^2 \coth(\gamma_1 d_1) \tanh(\gamma_{e2} d_2) - \varepsilon_{r2}\gamma_{e2}\gamma_{e1} - \gamma_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}\gamma_{e2} \coth(\gamma_1 d_1) - \right. \\ \left. \gamma_0\varepsilon_{r2}^2\gamma_1 \tanh(\gamma_{e2} d_2) \right] \cosh(\gamma_{e2} d_2), \quad (7.214)$$

$$A_2 = A_{2x}\tilde{J}_x + A_{2z}\tilde{J}_z, \quad (7.215)$$

com

$$A_{2x} = -f_2 A'_{2x}, \quad (7.216)$$

$$A_{2z} = -f_2 A'_{2z}, \quad (7.217)$$

e

$$f_2 = \frac{\varepsilon_{r1}\gamma_{e2} \coth(\gamma_1 d_1) \sinh(\gamma_{e2} d_1) - \varepsilon_{r2}\gamma_1 \cosh(\gamma_{e2} d_1)}{\varepsilon_{r1}\gamma_{e2} \coth(\gamma_1 d_1) \cosh(\gamma_{e2} d_1) - \varepsilon_{r2}\gamma_1 \sinh(\gamma_{e2} d_1)}. \quad (7.218)$$

No plano do condutor, correspondente a  $y = d_{12}$  ( Fig. 7.2), as transformadas das componentes de campo elétrico  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$  são expressas como função das transformadas da densidade de corrente no *patch*, representadas por  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$ . Assim, obtém-se:

$$\tilde{E}_x = \tilde{Z}_{xx}\tilde{J}_x + \tilde{Z}_{xz}\tilde{J}_z, \quad (7.219)$$

$$\tilde{E}_z = \tilde{Z}_{zx}\tilde{J}_x + \tilde{Z}_{zz}\tilde{J}_z. \quad (7.220)$$

De (7.173), tem-se:

$$\tilde{E}_{x3} = \omega\mu_0\beta B_3 + j\alpha\gamma_0 A_3, \quad (7.221)$$

ou

$$\tilde{E}_{x3} = (\omega\mu_0\beta B_{3x} + j\alpha\gamma_0 A_{3x}) \tilde{J}_x + (\omega\mu_0\beta B_{3z} + j\alpha\gamma_0 A_{3z}) \tilde{J}_z, \quad (7.222)$$

donde,

$$\tilde{Z}_{xx} = \omega\mu_0\beta B_{3x} + j\alpha\gamma_0 A_{3x}, \quad (7.223)$$

$$\tilde{Z}_{xz} = \omega\mu_0\beta B_{3z} + j\alpha\gamma_0 A_{3z}. \quad (7.224)$$

De (7.175), tem-se:

$$\tilde{E}_{z3} = -\omega\mu_0\alpha B_{3z} + j\beta\gamma_0 A_{3z}, \quad (7.225)$$

ou

$$\tilde{E}_{z3} = (-\omega\mu_0\alpha B_{3x} + j\beta\gamma_0 A_{3x}) \tilde{J}_x + (-\omega\mu_0\alpha B_{3z} + j\beta\gamma_0 A_{3z}) \tilde{J}_z, \quad (7.226)$$

donde,

$$\tilde{Z}_{zx} = -\omega\mu_0\alpha B_{3x} + j\beta\gamma_0 A_{3x}, \quad (7.227)$$

$$\tilde{Z}_{zz} = -\omega\mu_0\alpha B_{3z} + j\beta\gamma_0 A_{3z}. \quad (7.228)$$

De maneira semelhante à utilizada para a polarização na direção x, usa-se o método dos momentos na determinação da frequência de ressonância e do fator de qualidade da estrutura.

## 7.4 Polarização ao longo do *patch*

O *patch* de microfita suspenso está mostrado na Fig. 7.2. Neste caso, o campo magnetostático aplicado externamente está direcionado segundo o eixo  $z$ . Nestas condições, o tensor permeabilidade se apresenta na seguinte forma:

$$\bar{\bar{\mu}} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_r & -jk_r & 0 \\ jk_r & \mu_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7.229)$$

onde

$$\mu_r = 1 - \frac{(\gamma H_0)(\gamma 4\pi M_s)}{f^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (7.230)$$

e

$$k_r = \frac{\gamma 4\pi M_s f}{f^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (7.231)$$

$\gamma$  é a razão giromagnética da ferrita,  $4\pi M_s$  é a magnetização de saturação do material,  $H_0$  é a intensidade do campo magnetostático aplicado e  $f$  é a frequência de operação.

Conforme pode ser observado na Figura 7.2, a camada 1 é constituída de um dielétrico com permeabilidade magnética  $\mu_1 = \mu_0$ , permissividade relativa  $\epsilon_{r1}$  e condutividade  $\sigma_1 = 0$ .

A segunda camada ( Fig. 7.2 ) é constituída de um material ferrimagnético (ferrita), com permissividade elétrica  $\epsilon_{r2}$ , condutividade nula,  $\sigma_2 = 0$ , e permeabilidade tensorial dada pelo tensor mostrado em (7.229). Será considerado, na análise, que o material que compõe o *patch* e o plano de terra são condutores perfeitos. A região 3 é o ar.

Considerar-se-á que os potenciais vetoriais de Hertz elétrico e magnético estão orientados segundo a direção de magnetização ( direção  $z$  ) na forma:

$$\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \hat{a}_z, \quad (7.232)$$

$$\mathbf{\Pi}_h = \Pi_h \hat{a}_z. \quad (7.233)$$

As equações de onda e as componentes de campo no domínio espectral, para cada região, são dadas por:

1) para a região 1:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{e1}}{\partial y^2} - \gamma_1^2 \tilde{\Pi}_{e1} = 0, \quad (7.234)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Pi}_{h1}}{\partial y^2} - \gamma_1^2 \tilde{\Pi}_{h1} = 0, \quad (7.235)$$

$$\gamma_1^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.236)$$

$$\tilde{E}_{x1} = -j\omega\mu_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h1}}{\partial y} - \alpha\beta \tilde{\Pi}_{e1}, \quad (7.237)$$

$$\tilde{E}_{y1} = \omega\mu_0 \alpha \tilde{\Pi}_{h1} - j\beta \frac{\partial \tilde{\Pi}_{e1}}{\partial y}, \quad (7.238)$$

$$\tilde{E}_{z1} = [\omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2] \tilde{\Pi}_{e1}, \quad (7.239)$$

$$\tilde{H}_{x1} = j\omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{e1}}{\partial y} - \alpha\beta \tilde{\Pi}_{h1}, \quad (7.240)$$

$$\tilde{H}_{y1} = -\omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \alpha \tilde{\Pi}_{e1} - j\beta \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h1}}{\partial y}, \quad (7.241)$$

$$\tilde{H}_{z1} = [\omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2] \tilde{\Pi}_{h1}; \quad (7.242)$$

2) para a região 2:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{e2} - \gamma_{e2}^2 \tilde{\Pi}_{e2} = 0, \quad (7.243)$$

com

$$\gamma_{e2}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right), \quad (7.244)$$

e

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{h2} - \gamma_{h2}^2 \tilde{\Pi}_{h2} = 0, \quad (7.245)$$

com

$$\gamma_{h2}^2 = \alpha^2 + \frac{1}{\mu_r} \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.246)$$

$$\tilde{E}_{x2} = -j\omega \mu_0 \mu_r \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h2}}{\partial y} - \alpha \beta \frac{1}{\mu_r} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.247)$$

$$\tilde{E}_{y2} = \omega \mu_0 \mu_r \alpha \tilde{\Pi}_{h2} - j\beta \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.248)$$

$$\tilde{E}_{z2} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right) - \beta^2 \right] \frac{1}{\mu_r} \tilde{\Pi}_{e2}, \quad (7.249)$$

$$\tilde{H}_{x2} = -j\omega \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \frac{1}{\mu_r} \left[ \frac{k_r}{\mu_r} \alpha - \frac{\partial}{\partial y} \right] \tilde{\Pi}_{e2} - \alpha \beta \tilde{\Pi}_{h2}; \quad (7.250)$$

$$\tilde{H}_{y2} = \omega \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \frac{1}{\mu_r} \left[ \frac{k_r}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial y} - \alpha \right] \tilde{\Pi}_{e2} - j\beta \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h2}}{\partial y}, \quad (7.251)$$

$$\tilde{H}_{z2} = \left[ \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mu_r - \beta^2 \right] \tilde{\Pi}_{h2}, \quad (7.252)$$

3) para a região 3:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{e3} - \gamma_0^2 \tilde{\Pi}_{e3} = 0, \quad (7.253)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tilde{\Pi}_{h3} - \gamma_0^2 \tilde{\Pi}_{h3} = 0, \quad (7.254)$$

$$\gamma_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.255)$$

$$\tilde{E}_{x3} = -j\omega\mu_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h3}}{\partial y} - \alpha\beta \tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.256)$$

$$\tilde{E}_{y3} = \omega\mu_0 \alpha \tilde{\Pi}_{h3} - j\beta \frac{\partial}{\partial y} \tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.257)$$

$$\tilde{E}_{z3} = [\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2] \tilde{\Pi}_{e3}, \quad (7.258)$$

$$\tilde{H}_{x3} = j\omega\varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{\Pi}_{e3}}{\partial y} - \alpha\beta \tilde{\Pi}_{h3}. \quad (7.259)$$

$$\tilde{H}_{y3} = -\omega\varepsilon_0 \alpha \tilde{\Pi}_{e3} - j\beta \frac{\partial \tilde{\Pi}_{h3}}{\partial y}, \quad (7.260)$$

$$\tilde{H}_{z3} = [\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2] \tilde{\Pi}_{h3}, \quad (7.261)$$

A solução para a equação de onda em cada região é dada por:

1) para a região 1:

$$\tilde{\Pi}_{e1} = A_1(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_1 y) + A'_1(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_1 y), \quad (7.262)$$

$$\tilde{\Pi}_{h1} = B_1(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_1 y) + B'_1(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_1 y); \quad (7.263)$$

2) para a região 2:

$$\tilde{\Pi}_{e2} = A_2(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{e2}y) + A'_2(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{e2}y), \quad (7.264)$$

$$\tilde{\Pi}_{h2} = B_2(\alpha, \beta) \sinh(\gamma_{h2}y) + B'_2(\alpha, \beta) \cosh(\gamma_{h2}y); \quad (7.265)$$

3) para a região 3:

$$\tilde{\Pi}_{e3} = A_3 e^{-\gamma_0(y-d_{12})}, \quad (7.266)$$

$$\tilde{\Pi}_{h3} = B_3 e^{-\gamma_0(y-d_{12})}. \quad (7.267)$$

Para determinar as constantes  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $A'_j$  e  $B'_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), aplicam-se as condições de contorno da estrutura.

$$\tilde{E}_{\tan 1} = 0 \quad em \ y = 0, \quad (7.268)$$

$$\tilde{E}_{\tan 1} = \tilde{E}_{\tan 2} \quad em \ y = d_1, \quad (7.269)$$

$$\tilde{H}_{\tan 1} = \tilde{H}_{\tan 2} \quad em \ y = d_1, \quad (7.270)$$

$$\tilde{E}_{\tan 2} = \tilde{E}_{\tan 3} \quad em \ y = d_{12}, \quad (7.271)$$

$$\tilde{H}_{x3} - \tilde{H}_{x2} = -\tilde{J}_z \quad em \ y = d_{12}, \quad (7.272)$$

$$\tilde{H}_{z3} - \tilde{H}_{z2} = \tilde{J}_x \quad em \ y = d_{12}. \quad (7.273)$$



As constantes são, então, determinadas como:

$$A'_1 = 0, \quad (7.274)$$

$$B'_1 = 0, \quad (7.275)$$

$$A_1 = A_{1x} \tilde{J}_x + A_{1z} \tilde{J}_z, \quad (7.276)$$

onde

$$A_{1x} = \frac{q_2^2 - \beta^2}{\mu_r \sinh(\gamma_1 d_1)} [A_{2x} \sinh(\gamma_{e2} d_1) + A'_{2x} \cosh(\gamma_{e2} d_1)], \quad (7.277)$$

$$A_{1z} = \frac{q_2^2 - \beta^2}{\mu_r \sinh(\gamma_1 d_1)} [A_{2z} \sinh(\gamma_{e2} d_1) + A'_{2z} \cosh(\gamma_{e2} d_1)], \quad (7.278)$$

$$B_1 = B_{1x} \tilde{J}_x + B_{1z} \tilde{J}_z, \quad (7.279)$$

com

$$B_{1x} = \frac{p_2^2 - \beta^2}{(k_1^2 - \beta^2) \cosh(\gamma_1 d_1)} [B_{2x} \sinh(\gamma_{h2} d_1) + B'_{2x} \cosh(\gamma_{h2} d_1)], \quad (7.280)$$

$$B_{1z} = \frac{p_2^2 - \beta^2}{(k_1^2 - \beta^2) \cos(\gamma_1 d_1)} [B_{2z} \sinh(\gamma_{h2} d_1) + B'_{2z} \cosh(\gamma_{h2} d_1)], \quad (7.281)$$

$$B_3 = B_{3x} \tilde{J}_x + B_{3z} \tilde{J}_z, \quad (7.282)$$

e

$$B_{3x} = \frac{p_2^2 - \beta^2}{(k_0^2 - \beta^2)} [B_{2x} \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) + B'_{2x} \cosh(\gamma_{h2} d_{12})] + \frac{1}{k_0^2 - \alpha^2}, \quad (7.283)$$

$$B_{3z} = \frac{p_2^2 - \beta^2}{(k_0^2 - \beta^2)} [B_{2z} \sinh(\gamma_{h2} d_{12}) + B'_{2z} \cosh(\gamma_{h2} d_{12})], \quad (7.284)$$

$$A_3 = A_{3x} \tilde{J}_x + A_{3z} \tilde{J}_z, \quad (7.285)$$

onde

$$A_{3x} = \frac{q_2^2 - \beta^2}{\mu_r (k_0^2 - \beta^2)} [A_{2x} \sinh(\gamma_{e2} d_{12}) + A'_{2x} \cosh(\gamma_{e2} d_{12})], \quad (7.286)$$

$$A_{3z} = \frac{q_2^2 - \beta^2}{\mu_r (k_0^2 - \beta^2)} [A_{2z} \sinh(\gamma_{e2} d_{12}) + A'_{2z} \cosh(\gamma_{e2} d_{12})], \quad (7.287)$$

$$B_2 = B_{2x} \tilde{J}_x + B_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.288)$$

com

$$B_{2x} = -\frac{f_2 B'_{2x} + f_3 A_{2x} + f_4 A'_{2x}}{f_1}, \quad (7.289)$$

$$B_{2z} = -\frac{f_2 B'_{2z} + f_3 A_{2z} + f_4 A'_{2z}}{f_1}, \quad (7.290)$$

$$B'_2 = B'_{2x} \tilde{J}_x + B'_{2z} \tilde{J}_z, \quad (7.291)$$

e

$$B'_{2x} = -\frac{1}{(g_2 f_1 - g_1 f_2)} [(g_3 f_1 - g_1 f_3) A_{2x} + (g_4 f_1 - g_1 f_4) A'_{2x}], \quad (7.292)$$

$$B'_{2z} = -\frac{1}{(g_2f_1 - g_1f_2)} [(g_3f_1 - g_1f_3)A_{2z} + (g_4f_1 - g_1f_4)A'_{2z}] \quad (7.293)$$

$$A'_2 = A'_{2x}\tilde{J}_x + A'_{2z}\tilde{J}_z, \quad (7.294)$$

onde

$$A'_{2x} = -\frac{f_1}{\Delta(k_0^2 - \beta^2)} [\alpha\beta s_1 - j\omega\mu_0\gamma_0s_3], \quad (7.295)$$

$$A'_{2z} = -\frac{s_1f_1}{\Delta}, \quad (7.296)$$

$$A_2 = A_{2x}\tilde{J}_x + A_{2z}\tilde{J}_z, \quad (7.297)$$

com

$$A_{2x} = \frac{f_1}{\Delta(k_0^2 - \beta^2)} [j\omega\mu_0\gamma_0s_4 - \alpha\beta s_2], \quad (7.298)$$

$$A_{2z} = -\frac{s_2f_1}{\Delta}, \quad (7.299)$$

$$\Delta = s_1s_4 - s_2s_3, \quad (7.300)$$

$$s_1 = (h_3f_1 - h_1f_3) - \frac{(h_2f_1 - h_1f_2)(g_3f_1 - g_1f_3)}{(g_2f_1 - g_1f_2)}, \quad (7.301)$$

$$s_2 = (h_4f_1 - h_1f_4) - \frac{(h_2f_1 - h_1f_2)(g_4f_1 - g_1f_4)}{(g_2f_1 - g_1f_2)}, \quad (7.302)$$

$$s_3 = (m_3f_1 - m_1f_3) - \frac{(m_2f_1 - m_1f_2)(g_3f_1 - g_1f_3)}{(g_2f_1 - g_1f_2)}, \quad (7.303)$$

$$s_4 = (m_4 f_1 - m_1 f_4) - \frac{(m_2 f_1 - m_1 f_2)(g_4 f_1 - g_1 f_4)}{(g_2 f_1 - g_1 f_2)}, \quad (7.304)$$

e

$$m_1 = \alpha \beta \operatorname{senh}(\gamma_{h2} d_{12}) \frac{k_0^2 - p_2^2}{k_0^2 - \beta^2}, \quad (7.305)$$

$$m_2 = \alpha \beta \operatorname{cosh}(\gamma_{h2} d_{12}) \frac{k_0^2 - p_2^2}{k_0^2 - \beta^2}, \quad (7.306)$$

$$m_3 = \frac{j\omega \varepsilon_0}{\mu_r} \left[ -\gamma_0 \frac{q_2^2 - \beta^2}{k_0^2 - \beta^2} \operatorname{senh}(\gamma_{e2} d_{12}) + \frac{\varepsilon_{r2} k_r \alpha}{\mu_r} \operatorname{senh}(\gamma_{e2} d_{12}) - \varepsilon_{r2} \gamma_{e2} \operatorname{cosh}(\gamma_{e2} d_{12}) \right], \quad (7.307)$$

$$m_4 = \frac{j\omega \varepsilon_0}{\mu_r} \left[ -\gamma_0 \frac{q_2^2 - \beta^2}{k_0^2 - \beta^2} \operatorname{cosh}(\gamma_{e2} d_{12}) + \frac{\varepsilon_{r2} k_r \alpha}{\mu_r} \operatorname{cosh}(\gamma_{e2} d_{12}) + \varepsilon_{r2} \gamma_{e2} \operatorname{senh}(\gamma_{e2} d_{12}) \right], \quad (7.308)$$

$$h_1 = -j\omega \mu_0 \left[ \gamma_0 \frac{p_2^2 - \beta^2}{k_0^2 - \beta^2} \operatorname{senh}(\gamma_{h2} d_{12}) + \mu_r \gamma_{h2} \operatorname{cosh}(\gamma_{h2} d_{12}) \right], \quad (7.309)$$

$$h_2 = -j\omega \mu_0 \left[ \gamma_0 \frac{p_2^2 - \beta^2}{k_0^2 - \beta^2} \operatorname{cosh}(\gamma_{h2} d_{12}) + \mu_r \gamma_{h2} \operatorname{senh}(\gamma_{h2} d_{12}) \right], \quad (7.310)$$

$$h_3 = -\frac{\alpha \beta}{\mu_r} \frac{k_0^2 - q_2^2}{k_0^2 - \beta^2} \operatorname{senh}(\gamma_{e2} d_{12}), \quad (7.311)$$

$$h_4 = -\frac{\alpha \beta}{\mu_r} \operatorname{cosh}(\gamma_{e2} d_{12}) \frac{k_0^2 - q_2^2}{k_0^2 - \beta^2}, \quad (7.312)$$

$$g_1 = \alpha \beta \operatorname{senh}(\gamma_{h2} d_1) \frac{k_1^2 - p_2^2}{k_1^2 - \beta^2}, \quad (7.313)$$

$$g_2 = \alpha \beta \operatorname{cosh}(\gamma_{h2} d_1) \frac{k_1^2 - p_2^2}{k_1^2 - \beta^2}, \quad (7.314)$$

$$g_3 = \frac{j\omega\varepsilon_0}{\mu_r} \left[ \varepsilon_{r1}\gamma_1 \frac{q_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \coth(\gamma_1 d_1) \sinh(\gamma_{e2} d_1) + \varepsilon_{r2} \left( \frac{k_r \alpha}{\mu_r} \sinh(\gamma_{e2} d_1) - \gamma_{e2} \cosh(\gamma_{e2} d_1) \right) \right], \quad (7.315)$$

$$g_4 = \frac{j\omega\varepsilon_0}{\mu_r} \left[ \varepsilon_{r1}\gamma_1 \frac{q_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \coth(\gamma_1 d_1) \cosh(\gamma_{e2} d_1) + \varepsilon_{r2} \left( \frac{k_r \alpha}{\mu_r} \cosh(\gamma_{e2} d_1) - \gamma_{e2} \sinh(\gamma_{e2} d_1) \right) \right], \quad (7.316)$$

$$f_1 = j\omega\mu_0 \left[ -\gamma_1 \frac{p_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \tanh(\gamma_1 d_1) \sinh(\gamma_{h2} d_1) + \mu_r \gamma_{h2} \cosh(\gamma_{h2} d_1) \right], \quad (7.317)$$

$$f_2 = j\omega\mu_0 \left[ -\gamma_1 \frac{p_2^2 - \beta^2}{k_1^2 - \beta^2} \tanh(\gamma_1 d_1) \cosh(\gamma_{h2} d_1) + \mu_r \gamma_{h2} \sinh(\gamma_{h2} d_1) \right], \quad (7.318)$$

$$f_3 = \frac{\alpha\beta}{\mu_r} \sinh(\gamma_{e2} d_1) \frac{k_1^2 - q_2^2}{k_1^2 - \beta^2}, \quad (7.319)$$

$$f_4 = \frac{\alpha\beta}{\mu_r} \cosh(\gamma_{e2} d_1) \frac{k_1^2 - q_2^2}{k_1^2 - \beta^2}, \quad (7.320)$$

$$p_2^2 = \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \mu_r, \quad (7.321)$$

$$q_2^2 = \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\mu_r^2 - k_r^2}{\mu_r} \right), \quad (7.322)$$

$$k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.323)$$

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0. \quad (7.324)$$

No plano do condutor, correspondente a  $y = d_{12}$  ( Fig. 7.2), as transformadas das componentes de campo elétrico,  $\tilde{E}_x$  e  $\tilde{E}_z$ , são expressas em função das transformadas da densidade de corrente no *patch*, representadas por  $\tilde{J}_x$  e  $\tilde{J}_z$ . Assim, obtém-se:

$$\tilde{E}_x = \tilde{Z}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{xz} \tilde{J}_z, \quad (7.325)$$

$$\tilde{E}_z = \tilde{Z}_{zx} \tilde{J}_x + \tilde{Z}_{zz} \tilde{J}_z. \quad (7.326)$$

De (7.258) e (7.256), tem-se:

$$\tilde{E}_{x3} = j\omega\mu_0\gamma_0 B_3 - \alpha\beta A_3, \quad (7.327)$$

$$\tilde{E}_{z3} = (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2) A_3, \quad (7.328)$$

ou

$$\tilde{E}_{z3} = (k_0^2 - \beta^2) A_{3x} \tilde{J}_x + (k_0^2 - \beta^2) A_{3z} \tilde{J}_z, \quad (7.329)$$

donde,

$$\tilde{Z}_{zx} = (k_0^2 - \beta^2) A_{3x}, \quad (7.330)$$

$$\tilde{Z}_{zz} = (k_0^2 - \beta^2) A_{3z}. \quad (7.331)$$

De (7.256), tem-se:

$$\tilde{E}_{x3} = j\omega\mu_0\gamma_0 B_3 - \alpha\beta A_3, \quad (7.332)$$

ou

$$\tilde{E}_{x3} = (j\omega\mu_0\gamma_0 B_{3x} - \alpha\beta A_{3x}) \tilde{J}_x + (j\omega\mu_0\gamma_0 B_{3z} - \alpha\beta A_{3z}) \tilde{J}_z, \quad (7.333)$$

donde,

$$\tilde{Z}_{xx} = j\omega\mu_0\gamma_0 B_{3x} - \alpha\beta A_{3x}, \quad (7.334)$$

$$\tilde{Z}_{xz} = j\omega\mu_0\gamma_0 B_{3z} - \alpha\beta A_{3z}. \quad (7.335)$$

Analogamente à análise realizada quando da polarização na direção dos eixos x e y, usa-se, aqui, o método dos momentos para determinar a frequência de ressonância e o fator de qualidade do *patch* de microfita.

## 7.5 Resultados

Como exemplo, são apresentados alguns resultados para ressoadores *patch* de microfita sobre ferrita magnetizada. As Figs. 7.3 e 7.4 mostram a frequência de ressonância versus o campo magnético dc externo normalizado e a espessura do substrato dielétrico, respectivamente. Como esperado, a frequência de ressonância tende para o resultado do caso isotrópico ( $\epsilon_r = 15,8$ ) quando a amplitude de  $H_0$  cresce (Fig. 7.3). Os resultados, para o campo  $H_0$  orientado nas direções x e z, estão apresentados na Fig. 7.4, mostrando o efeito das diferentes orientações de magnetização. A Fig. 7.5 mostra os resultados obtidos para o fator Q como função da espessura do dielétrico.

A Fig. 7.6 apresenta o comportamento da frequência de ressonância comparada com os resultados obtidos por Dantas [5]. Observa-se uma boa concordância entre os resultados.

Na Fig. 7.7, tem-se as curvas da frequência de ressonância versus  $H_0$  para as três direções de polarização, apresentando, também, comparação com o trabalho de Yang et al. [6]. Novamente, tem-se uma boa concordância entre os resultados.

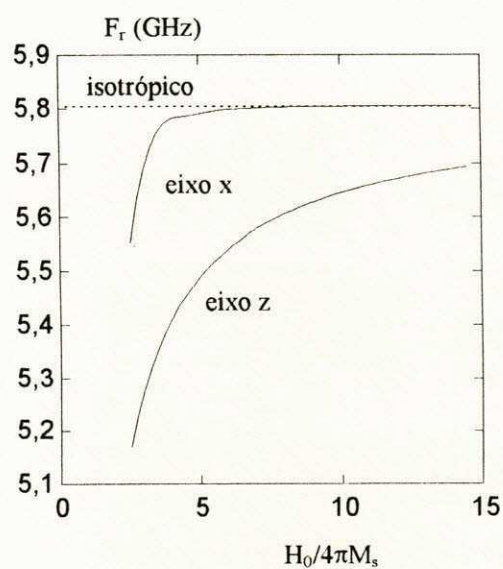


Figura 7.3: Frequência de ressonância versus  $H_0/4\pi M_s$ ;  $w = 0,4$  cm;  $L = 0,1$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $d_1 = d_2/2$ ;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200,0$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ .



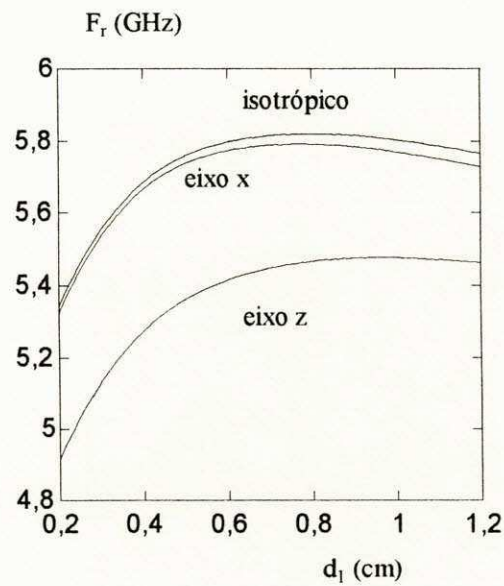


Figura 7.4: Frequência de ressonância versus  $d_1$ ;  $w = 0,4$  cm;  $L = 0,1$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200,0$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe.

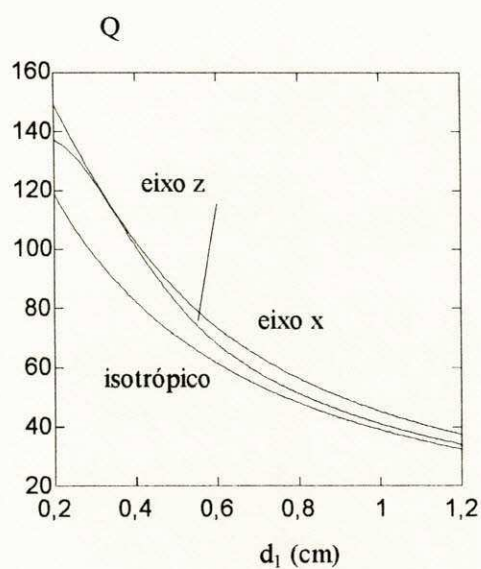


Figura 7.5: Fator de qualidade versus  $d_1$ ;  $w = 0,4$  cm;  $L = 0,1$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200,0$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe.

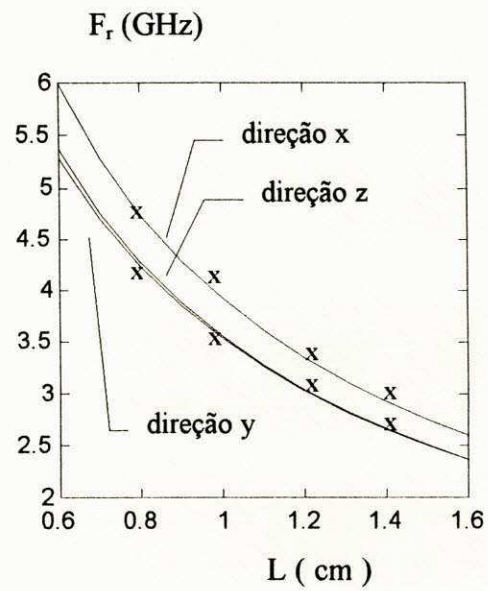


Figura 7.6: Freqüência de ressonância versus o comprimento do *patch*  $L$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 3768$  Oe,  $4\pi M_s = 1200$  G.  
x x x Ref. [5]

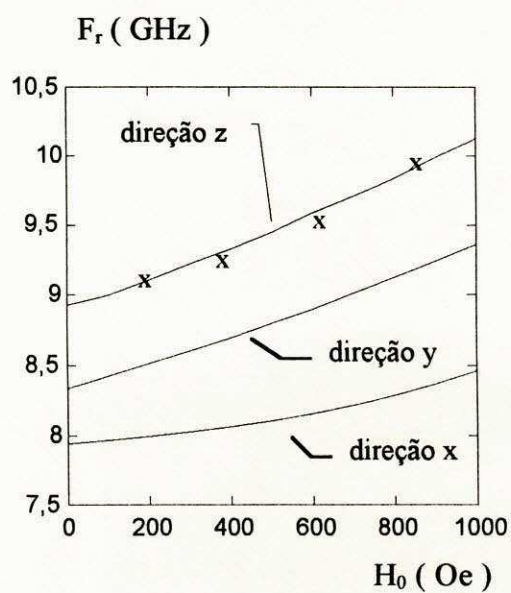


Figura 7.7: Frequência de ressonância versus  $H_0$ ;  $w = 0,4$  cm;  $L = 0,55$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,06$  cm;  $\epsilon_{r2} = 12,8$ ;  $4\pi M_s = 1780$  G.  
x x x Ref. [6]

As Figs. 7.8 e 7.9 mostram o efeito da variação do espaçamento,  $d_1$ , sobre a frequência de ressonância e o fator  $Q$ , respectivamente, versus o comprimento do *patch*  $L$ , para  $H_0 = 5024$  Oe aplicado na direção transversal paralela ao plano de terra (direção  $x$ ). A Fig. 7.8 mostra que a frequência de ressonância,  $F_r$ , do *patch* de microfita suspenso sobre camada ferrimagnética varia com o comprimento,  $L$ , de uma maneira similar àquela obtida para *patch* com apenas uma camadas ( $d_1 = 0$ ). Como pode ser observado, a frequência de ressonância decresce quando o comprimento do *patch* cresce. O efeito do comprimento do *patch* na variação de  $Q$  é oposto àquela obtido para a frequência de ressonância, como mostrado na Fig. 7.9. Para maiores valores do espaçamento,  $d_1$ , menores valores de  $Q$  são obtidos. Isto sugere que o efeito mais pronunciado da radiação pode ser obtido aumentando o espaçamento  $d_1$ .

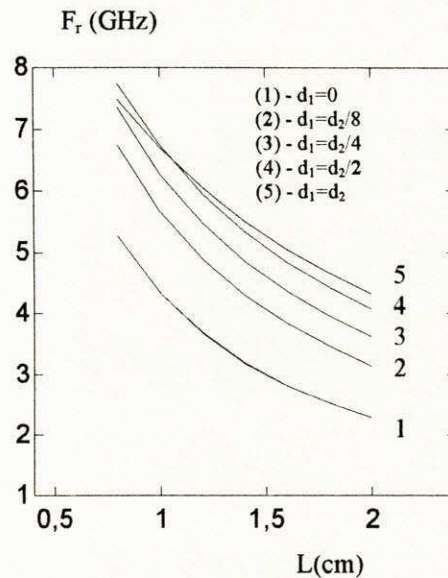


Figura 7.8: Frequência de ressonância versus  $L$ ;  $w = 3,0$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200,0$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 10,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe (direção  $x$ ).

Resultados para a frequência de ressonância e o fator  $Q$  são mostrados nas Figs. 7.10 e 7.11, como função do campo d.c.,  $H_0$ , aplicado externamente e transversal ao plano de terra ( direção  $x$  ) para  $L = 0,9$ ;  $1,0$  e  $1,1$  cm. Os resultados apresentados

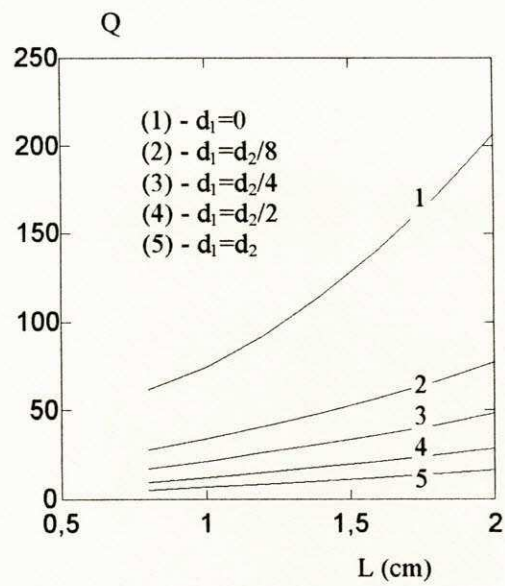


Figura 7.9: Fator de Qualidade versus L;  $w = 3,0$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200,0$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 10,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe (direção x).

mostram a possibilidade de uma sintonia magnética dos *patches* de microfita sobre ferritas.

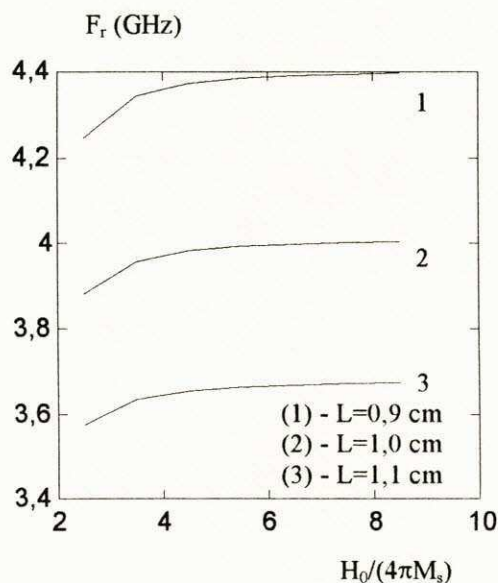


Figura 7.10: Frequência de ressonância versus  $H_0/4\pi M_s$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r2} = 10,2$  (direção x).

Curvas da frequência de ressonância e do fator de qualidade versus  $d_1$  são mostradas nas Figs. 7.12 e 7.13, para os mesmos valores de  $w$  e  $L$  considerados nas Figs. 7.10 e 7.11 e  $H_0 = 3768$  Oe, aplicado na direção x.

As Figs. 7.14 e 7.15 mostram o comportamento da parte real e imaginária da frequência de ressonância quando considera-se a direção de polarização de  $H_0$  na direção perpendicular ao plano de terra ( direção y ) para diversos valores da espessura do dielétrico,  $d_1$ . Observa-se que tanto  $F_r$  como  $F_i$  decrescem com o aumento de  $L$ .

Nas Figs. 7.16 e 7.17 observa-se o comportamento da frequência de ressonância complexa, quando se varia a espessura do substrato para valores de  $L$  variando de 0,8 a 1,1 cm, considerando-se  $H_0$  aplicado perpendicular ao plano de terra ( direção y ). Conforme está mostrado na Fig. 7.16, o valor de  $F_r$  cresce até um valor máximo para,

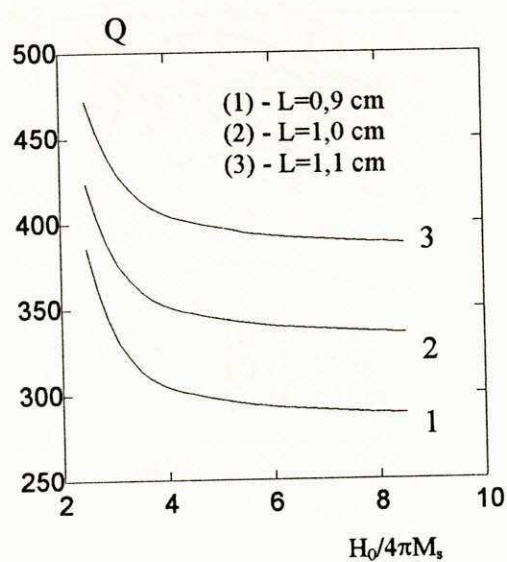


Figura 7.11: Fator de Qualidade versus  $H_0/4\pi M_s$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r2} = 10,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe (direção x).



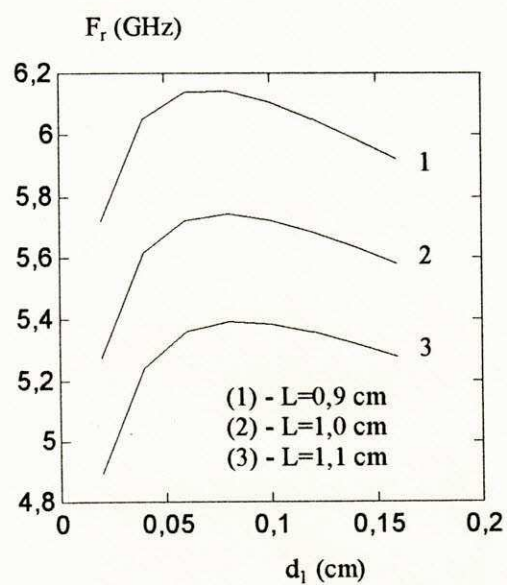


Figura 7.12: Frequência de ressonância versus  $d_1$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_1 = 0,0$ ;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 3768,0$  Oe (direção x).

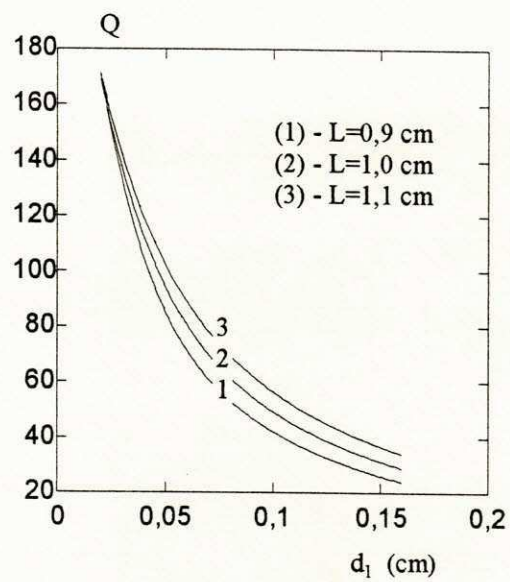


Figura 7.13: Fator de qualidade versus  $d_1$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 3768,0$  Oe (direção x).

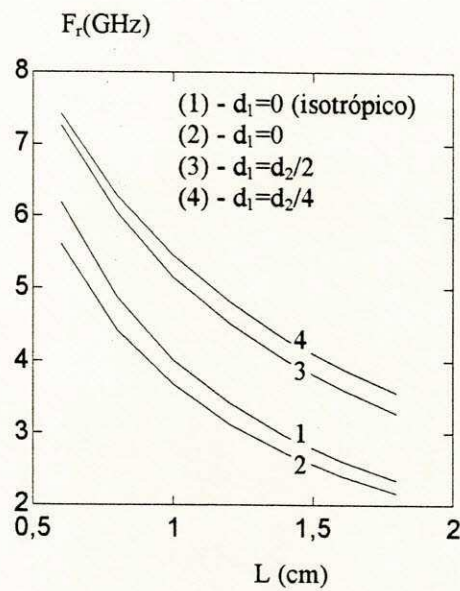


Figura 7.14: Frequência de ressonância ( parte real ) versus  $L$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe (direção  $y$ ).

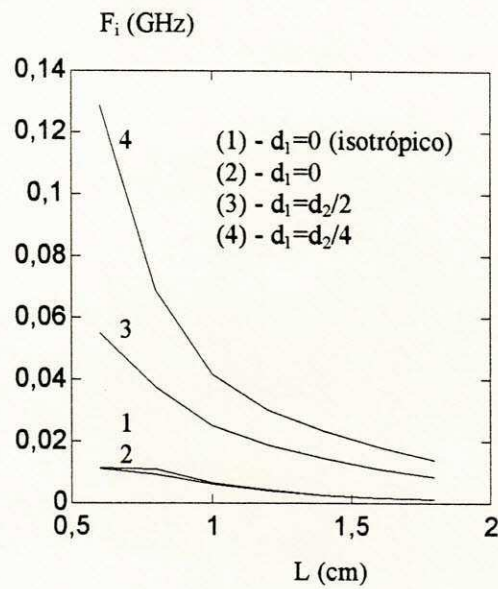


Figura 7.15: Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus  $L$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe (direção  $y$ ).

em seguida, apresentar uma queda em seu valor.

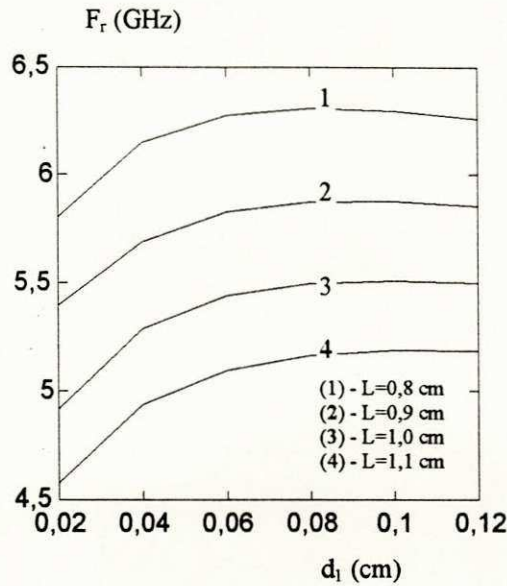


Figura 7.16: Frequência de ressonância ( parte real ) versus  $d_1$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe (direção y).

A variação da frequência de ressonância complexa em função da variação do campo d.c,  $H_0$ , normalizado e aplicado externamente na direção perpendicular ao plano de terra ( direção y ), está apresentada nas Figs. 7.18 e 7.19 para diversos valores de L. O comportamento de  $F_r$  e  $F_i$  são semelhantes, aumentando com o aumento de  $H_0$ .

Quando se considera o campo externo aplicado na direção ao longo do plano de terra ( direção z ), observa-se, nas Figs. 7.20 e 7.21, que tanto  $F_r$  como  $F_i$  decrescem com o aumento de L, para os três valores de  $d_1$  indicados.

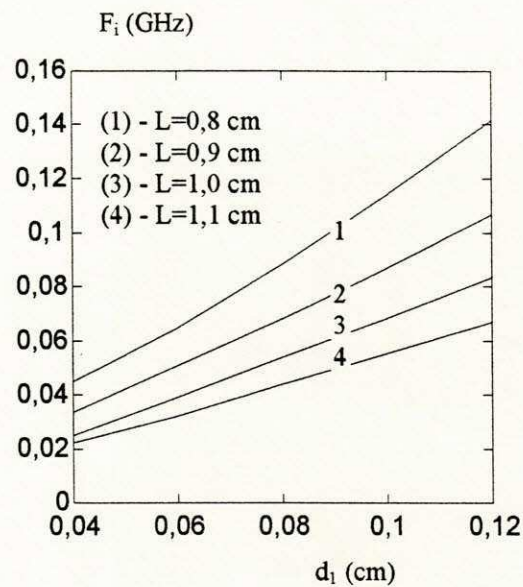


Figura 7.17: Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus  $d_1$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $H_0 = 5024,0$  Oe (direção y).

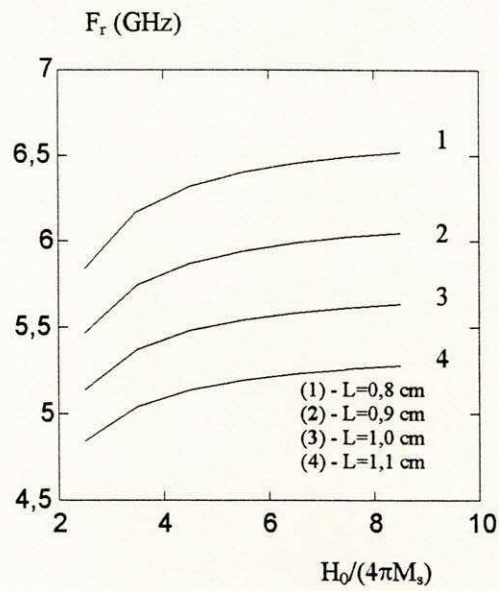


Figura 7.18: Frequência de ressonância ( parte real ) versus  $H_0/4\pi M_s$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $d_1 = d_2/2$  (direção y).

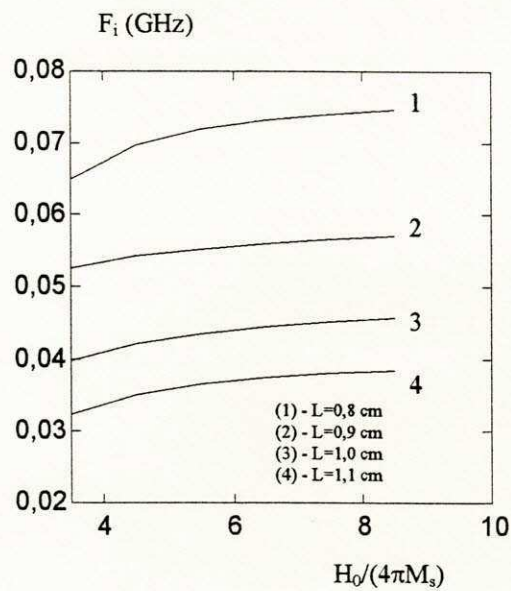


Figura 7.19: Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus  $H_0/4\pi M_s$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$ ;  $d_1 = d_2/2$  (direção y).



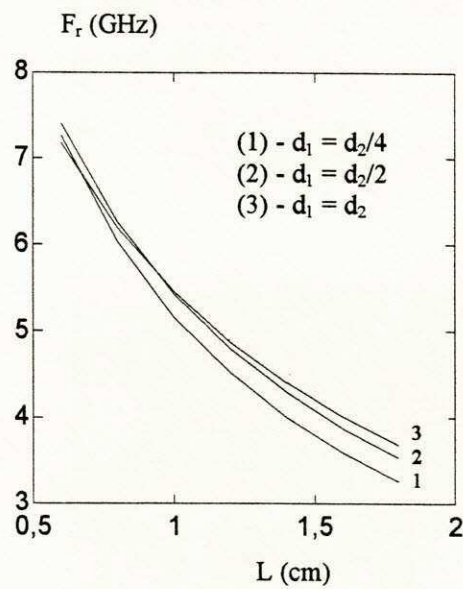


Figura 7.20: Frequência de ressonância ( parte real ) versus  $L$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$  (direção  $z$ ).

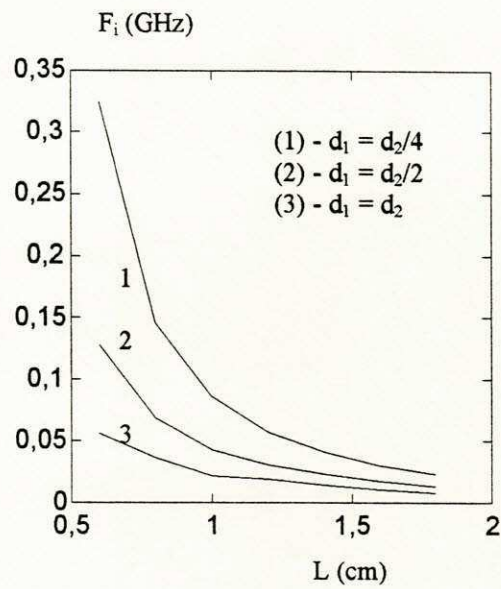


Figura 7.21: Frequência de ressonância ( parte imaginária ) versus  $L$ ;  $w = 0,4$  cm;  $d_2 = 0,127$  cm;  $\gamma = 2,8$  MHz/Oe;  $4\pi M_s = 1200$  G;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 15,2$  (direção  $z$ ).

## 7.6 Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados a teoria e os resultados numéricos para uma antena *patch* retangular de microfita suspensa, considerando-se um substrato ferrimagnético magnetizado ( Fig. 7.2 ).

A razão de se efetuar estudos considerando materiais ferrimagnéticos magnetizados como substrato de *patches* de microfita está apresentada nos resultados obtidos para os parâmetros da estrutura. Observou-se que, quando o campo aplicado externamente é variado, obtém-se também uma variação no comportamento da frequência de ressonância. Com isto, é possível realizar-se uma sintonia externa sem alterar as características físicas da antena.

Na análise, foi usado o método dos potenciais de Hertz no domínio espectral e foram consideradas três situações de polarização da ferrita pelo campo magnetostático  $H_0$ , aplicado externamente.

- 1) Polarização transversal paralela ao plano de terra ( direção x, na Fig. 7.2 ).
- 2) Polarização transversal perpendicular ao plano de terra ( direção y, na Fig. 7.2 ).
- 3) Polarização longitudinal ao longo do *patch* ( direção z, na Fig. 7.2 )

Foram feitas comparações com resultados de outros trabalhos publicados para o caso isotrópico, fazendo-se a região ferrimagnética convergir para o caso isotrópico. Observou-se uma boa concordância com resultados publicados na literatura.

## Capítulo 8

### Conclusão Geral

Neste trabalho, foram apresentados a teoria e os resultados numéricos para o cálculo da frequência de ressonância, diagrama de radiação, fator de qualidade e impedância de entrada de *patches* retangulares de microfita montados sobre substratos dielétricos anisotrópicos uniaxiais e ferrimagnéticos magnetizados, com o objetivo de caracterizá-los como antenas. Para isto, foi usado o método dos potenciais de Hertz, no domínio espectral, em combinação com o método dos momentos.

O efeito da sobrecamada, bastante comum nas aplicações atuais como proteção do dispositivo, revelou-se muito importante, tendo em vista que alguns parâmetros apresentam uma variação significativa com a sua espessura ou com o material que a compõe.

A utilização de múltiplas camadas na fabricação de antenas planares tem merecido uma grande atenção, tendo em vista que esta prática propicia um aumento da largura de faixa de operação da antena. Observou-se, na análise de antenas *patch* de microfita com duas camadas dielétricas, que a variação em suas dimensões provocou alterações no fator de qualidade e, portanto, na largura de faixa de operação da antena.

Observou-se, também, que a razão de anisotropia do material que compõe o substrato, influencia diretamente no comportamento dos parâmetros da antena. Sua análise se faz, portanto, necessária, considerando que vários materiais dielétricos usados atualmente em dispositivos de microondas são, de fato, anisotrópicos.

Tendo em vista a dificuldade na obtenção de resultados para antenas multicamadas com materiais dielétricos anisotrópicos e ferrimagnéticos magnetizados, muitas das comparações foram feitas tomando como base as publicações que consideraram materiais isotrópicos como substrato. São apresentadas tabelas e curvas comparativas com resultados obtidos por outros autores, obtendo-se uma boa concordância entre os mesmos. Para isto, considerou-se a convergência da permissividade elétrica ou da permeabilidade magnética para o caso limite, em que o mesmo possui comportamento semelhante a um material isotrópico.

Considerou-se, também, a análise do acoplamento entre dois *patches* sobre camadas anisotrópicas uniaxiais, obtendo-se a frequência de ressonância do conjunto. Isto é importante como primeiro passo na caracterização de arranjos com várias antenas de microfita.

Considerando a análise de antenas *patches* de microfita sobre substratos ferrimagnéticos magnetizados, as vantagens são também muito significativas. Conforme os resultados apresentados ao longo do trabalho, observou-se a possibilidade de variação da frequência de ressonância a partir da variação de um campo magnetostático aplicado externamente. Isto é muito importante, considerando que não se torna necessário alterações físicas na estrutura. Deste modo, é possível realizar sintonias externas na frequência de ressonância da antena.

Observe que tomou-se separadamente o campo de polarização direcionado ao longo dos eixos x, y e z, observando-se o seu efeito no comportamento dos parâmetros da antena, em particular, na frequência de ressonância e no fator de qualidade. Isto aumenta a flexibilidade na alteração das características dos dispositivos considerados.

A utilização de multicamadas para este caso é, a exemplo da situação anterior, bastante interessante, pois, conforme são apresentados nos resultados, a variação da espessura de uma das camadas, possibilita alterações no fator de qualidade e, portanto, na largura de faixa de operação.

Quanto ao método de análise, observa-se que o mesmo mostrou-se eficiente e preciso, podendo ser aplicado para outros tipos de formato de *patches* ( circular, triangular, anelar ), modificando-se as condições de contorno e implementando-se a distribuição

de corrente inerente de cada estrutura. O método também pode ser usado na análise de outros dispositivos, tais como linhas de transmissão sobre substratos diversos e na análise de dispositivos ópticos.

Como continuidade desta pesquisa, sugere-se:

- a) Análise de antenas de microfita com outras formas do *patch*;
- b) Estudo de arranjos utilizando estas estruturas;
- c) Determinação da impedância de entrada para antenas de microfita sobre substratos ferrimagnéticos magnetizados;
- d) Estudo do efeito da alimentação destas estruturas nos parâmetros envolvidos, tais como a frequência de ressonância e a impedância de entrada.

## Referências

- [1] T. ITOH e W. MENZEL. A full-wave analysis method for open microstrip structures. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-29(1):63-67, janeiro 1981.
- [2] A. K. SHARMA e B. BHAT. Spectral domain analysis of interacting microstrip resonant structures. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-31(8):681-687, agosto 1983.
- [3] D. M. POZAR. Input impedance and mutual coupling of a rectangular microstrip antenna. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-30(6):1191-1196, novembro 1982.
- [4] M. D. DESHPANDE e M. C. BAILEY. Input impedance of microstrip antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-30(4):645-650, julho 1982.
- [5] E. J. A. DANTAS. Características do ressoador retangular de microfita sobre substratos ferrimagnéticos magnetizados. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 1993. Dissertação , Mestrado em Engenharia Elétrica - 80 p.
- [6] H.-Y. YANG, J. G. CASTANHEDA e N. G. ALEXÓPOULOS. The rcs of a microstrip patch on an arbitrarily biased ferrite substrate. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-41(12):1610-1614, dezembro 1993.
- [7] D. D. GREIG e H. F. ENGLEMAN. Microstrip - a new transmission technique for the kilomegacycle range. *Proc. IRE*, (40):1644-1650, 1952.
- [8] G. A. DESCHAMPS. Microstrip microwave antennas. In *3rd USAF Symposium on Antennas*, 1953.

- [9] J. Q. HOWELL. Microstrip antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, janeiro 1975.
- [10] R. E. MUNSON. Conformal microstrip antennas and microstrip phased arrays. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-22(1):74-77, janeiro 1974.
- [11] I. J. BAHL e P. BHARTIA. *Microstrip Antennas*. Artech House, 1980.
- [12] J. R. JAMES, P. S. HALL e C. WOOD. *Microstrip Antenna Theory Design*. UK: Peter Peregrinus Ltda., 1981.
- [13] R. M. NELSON, D. A. ROGERS e A. G. D'ASSUNÇÃO . Resonant frequency of a rectangular microstrip patch on a several uniaxial substrates. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-38(7):973-981, julho 1990.
- [14] K.-L. WONG, J.-S. ROW, C.-W. KUO e K.-C. HUANG. Resonance of a rectangular microstrip patch on a uniaxial substrate. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-41(4):698-701, abril 1993.
- [15] D. M. POZAR. Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-35(6):613-621, junho 1987.
- [16] H.-T. CHEN, H.-D. CHEN e K.-L. WONG. Analysis of spherical-circular microstrip antennas on a uniaxial substrate. In *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pags. 186-189, junho 1994.
- [17] A. G. D'ASSUNÇÃO e E. J. A. DANTAS. On the resonant frequency of magnatized rectangular microstrip patch resonators. In *IEEE AP-S Antennas Propagation Symp.*, pags. 1508-1511, Ann Arbor, MI, junho 1993.
- [18] D. M. POZAR. Radiation and scattering characteristics of microstrip antennas on normally biased ferrite substrates. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-40(9):1084-1092, setembro 1992.
- [19] D. M. POZAR e V. SANCHEZ. Magnetic tuning of a microstrip antenna on a ferrite substrate. *Electronics Letters*, 24(12):729-731, junho 1988.



- [20] N. DAS e S. K. CHOWDHURY. Microstrip rectangular resonator on ferrimagnetic substrates. *Electronics Letters*, 16(21):817-818, outubro 1980.
- [21] Z. CAI e J. BORNEMANN. Rigorous analysis of radiation properties of lossy patch resonators on complex anisotropic medium and lossy ground metallization. *IEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-42(10):1443-1446, outubro 1994.
- [22] T. ITOH. Analysis of microstrip resonators. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-22(11), novembro 1974.
- [23] A. G. DERNARYD. Linearly polarized microstrip antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, novembro 1976.
- [24] P. HAMMER, D. V. BOUCHAUTE, D. VERSCHRAEVEN e A. V. D. CAPPELE. A model for calculating the radiation field of microstrip antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-27(2):267-270, março 1979.
- [25] Y. T. LO, D. SOLOMON e W. F. RICHARDS. Theory and experiment on microstrip antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-27(2):137-145, março 1979.
- [26] A. G. DERNERYD. Analysis of the microstrip antenna element. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-27(5):660-664, setembro 1979.
- [27] K. A. CARVER e J. W. MINK. Microstrip antennas technology. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-29(1):02-24, janeiro 1981.
- [28] W. F. RICHARDS, Y. T. LO e D. D. HARRISON. An improved theory for microstrip antennas and applications. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-29(1):38-46, janeiro 1981.
- [29] E. H. NEWMAN e P. TULYATHAN. Analysis of microstrip antennas using moment methods. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-29(1):47-53, janeiro 1981.
- [30] K. ARAKI e T. ITOH. Hankel transform domain analysis of open circular microstrip radiating structures. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-29(1):84-89, janeiro 1981.

- [31] D. M. POZAR. Considerations for millimeter wave printed antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-31(5):740-747, setembro 1983.
- [32] D. M. POZAR e D. H. SCHAUBERT. Analysis of a infinite array of a rectangular microstrip patches with idealized probe feeds. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-32(10):1101-1107, outubro 1984.
- [33] A. DE e B. N. DAS. Input impedance of probe-excited rectangular microstrip patch radiator. *IEE Proceedings*, 131(1):31-34, fevereiro 1984.
- [34] D. M. POZAR. Microstrip antenna aperture-coupled to microstripline. *Electronics Letters*, 21(2):49-50, janeiro 1985.
- [35] N. G. ALEXÓPOULOS. Integrated-circuit structures on anisotropic substrates. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-33(10):847-881, outubro 1985.
- [36] Y. LIN e L. SHAFAI. Moment-method solution of the near-field distribution and far-field patterns of microstrip antennas. *IEE Proceedings*, 132 - pt. H(6):369-374, outubro 1985.
- [37] R. KHANNA, S. K. KOUL e B. BHAT. Characteristics of single and coupled rectangular resonators in suspended substrate stripline. *Electronics Letters*, 22(7):376-378, march 1986.
- [38] E. CHANG, S. T. A. LONG e W. F. RICHARDS. An experimental investigation of electrically thick rectangular microstrip antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-34(6):767-772, junho 1986.
- [39] D. SHIMIN. A new method for measuring dielectric constant using the resonant frequency of a patch antenna. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-34(931):923, setembro 1986.
- [40] R. GARG e S. A. LONG. Resonant frequency of electrically thick rectangular microstrip antennas. *Electronics Letters*, 23(23):1149-1151, outubro 1987.

- [41] E. H. NEWMAN e D. FORRAI. Scattering from a microstrip patch. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-35(3):245-251, março 1987.
- [42] J. P. DAMIANO. Computation of input impedance in microstrip antennas. graphics representation and numerical integration of oscillating functions. *IEE Proceedings*, 134 - pt. H(5):456-466, outubro 1987.
- [43] D. M. POZAR e S. M. VODA. A rigorous analysis of a microstripline fed patch antenna. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-35(12):1343-1350, dezembro 1987.
- [44] F. ABOUD, J. P. DAMIANO e A. PAPIERNIK. Simple model for the input impedance of a coaxial-fed rectangular microstrip patch antenna for cad. *IEE Proc.*, 137 - pt. H(5), outubro 1988.
- [45] A. K. BHATTACHARJEE, S. R. BHADRA CHAUDHURI, A. MUKHERJEE, D. R. PODDAR e S. K. CHOWDRURY. Input impedance of rectangular microstrip antennas. *IEE Proc.*, 135 - pt. H(5):351-352, outubro 1988.
- [46] W. C. CHEW e Q. LIU. Resonant frequency of a rectangular microstrip patch. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-36(8):1045-1056, agosto 1988.
- [47] W. C. CHEW, A. NIE, Q. H. LIU e Y. T. LO. Analysis of probe-fed microstrip disk antenna. *IEE Proceedings - H*, 138(2):185-191, abril 1991.
- [48] J. PRIBETICH, R. LEDEE, P. KENNIS, P. PRIBETICH e M. CHIVE. Modelling of microstrip antenna with dielectric protective layer for lossy medium. *Electronics Letters*, 24(23):1464-1465, novembro 1988.
- [49] D. H. SCHAUBERT, D. M. POZAR e A. ADRIAN. Effect of microstrip antenna substrate thickness and permittivity: comparison of theories with experiment. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP37(6):677-682, junho 1989.
- [50] A. K. BHATTARCHARYYA. Long rectangular patch antenna with a single feed. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-38(7):987-993, julho 1990.

- [51] R. C. HALL e J. R. MOSIG. Rigorous feed mode for coaxially fed microstrip antennas. *Electronics Letters*, 26(1):64-66, janeiro 1990.
- [52] K.-L. WU, J. LITVA, R. FRALICH e C. WU. Full wave analysis of arbitrarily shaped line-fed microstrip antennas using triangular finite-element method. *IEE Proceedings - H*, 138(5):421-428, outubro 1991.
- [53] A. K. VERMA, A. BHUPAL, Z. ROSTAMY e G. P. SRIVASTAVA. Analysis of rectangular patch antenna with dielectric cover. *IEICE Transactions, E* 74(5):1270-1276, maio 1991.
- [54] D. R. JACKSON e N. C. ALEXOPOULOS. Simple approximate formulas for input resistance, bandwidth, and efficiency of a resonant rectangular patch. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-39(6):407-410, março 1991.
- [55] Z. FAN e K.-F. LEE. Input impedance of annular-ring microstrip antennas with a dielectric cover. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 40(8):992-995, agosto 1992.
- [56] T. Q. HO, B. BEKER, Y. C. SHIH e Y. CHEN. Microstrip resonators on anisotropic substrates. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-40(4):762-765, abril 1992.
- [57] C. WU, K.-L. WU, Z.-Q. BI e LITVA. Accurate characterization of planar printed antennas using difference time-domain method. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-40(5):526-534, maio 1992.
- [58] A. K. VERMA e Z. ROSTAMY. Resonant frequency of uncovered and covered rectangular microstrip patch using modified wolff model. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-41(1):109-116, janeiro 1993.
- [59] J.-S. ROW e K. L. WONG. Resonance in a superstrate-loaded rectangular microstrip structure. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-41(8):1349-1355, agosto 1993.

- [60] A. DREHER e R. PREGLA. Full-wave analysis of radiating planar resonators with the method of lines. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-41(8):1363-1368, agosto 1993.
- [61] J. P. DAMIANO e A. PAPIERNIK. Survey of analytical and numerical models for probe-fed microstrip antennas. *IEE Proc. Microw. Antennas Propag.*, 141(1):15-22, fevereiro 1994.
- [62] P. BHARTIA, K. V. S. RAO e R. S. TOMAR. *Millimeter wave microstrip and printed circuit antennas*. Artech House, 1991.
- [63] J. R. JAMES e P. S. HALL. *Handbook of Microstrip Antennas*. Peter Peregrinus Ltda., IEE, Londres, 1989.
- [64] J. R. S. OLIVEIRA, A. G. D'ASSUNÇÃO e C. S. ROCHA. The effect of the dielectric anisotropy on the radiation characteristics of microstrip patch antennas. In *1995 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory*, pags. 754-756, St. Petersburg University, St Petersburg - Rússia, 23-26 de maio 1995.
- [65] J. R. S. OLIVEIRA, A. G. D'ASSUNÇÃO, C. S. ROCHA e H. BAUDRAND. Efeito da anisotropia magnética nas características de antenas de microfitas com várias camadas. In *Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, pags. 314-317, UFSC - Florianópolis - SC, 14 a 17 de maio 1995.
- [66] J. R. S. OLIVEIRA, A. G. D'ASSUNÇÃO e C. S. ROCHA. Characteristics of a suspended rectangular microstrip patch antenna on a uniaxial substrate. In *Ninth IEE International Conference on Antennas and Propagation - ICAP'95*, pags. 37-40, Eindhoven, The Netherlands, 4 a 7 de abril 1995.
- [67] J. R. S. OLIVEIRA, A. G. D'ASSUNÇÃO e C. S. ROCHA. Suspended microstrip patch resonators on magnetized ferrites. In *1995 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, pags. 259-263, Rio de Janeiro - RJ, 27-27 de julho 1995. Sociedade Brasileira de Microondas e Optoeletrônica.

- [68] J. R. S. OLIVEIRA, A. G. D'ASSUNÇÃO e C. S. ROCHA. Análise do acoplamento entre patches retangulares de microfitas com substratos anisotrópicos uniaxiais. In *130. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, pags. 11-15. Águas de Lindóia, SP, setembro 1995.
- [69] J. R. S. OLIVEIRA, A. G. D'ASSUNÇÃO e C. S. ROCHA. Analysis of the coupling between rectangular microstrip patches on uniaxial anisotropic substrates. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações*, 10(1), 1996. (no prelo).
- [70] J. R. S. OLIVEIRA e A. G. D'ASSUNÇÃO. Parallel coupled microstrip patch resonators on magnetized ferrimagnetic layers. In *Applied Computational Electromagnetics Society: The Twelfth Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics*, pags. 1280-1285, 18-22 de março 1996. Monterey, CA, USA.
- [71] J. R. S. OLIVEIRA e A. G. D'ASSUNÇÃO. Effect of the magnetic anisotropy on the characteristics of microstrip antennas with several layers. In *The Applied Computational Electromagnetics Society Journal*. (Submetido a convite).
- [72] J. R. S. OLIVEIRA e A. G. D'ASSUNÇÃO. Input impedance of microstrip patch antennas on anisotropic dielectric substrates. In *1996 IEEE AP-S International Symposium and URSI Radio Science Meeting*, Baltimore, MD, USA, 21-26 de julho 1996. (Aceito para publicação).
- [73] A. G. D'ASSUNÇÃO e J. R. S. OLIVEIRA. Characteristics of single and coupled microstrip patch antennas on anisotropic dielectric substrates. In *Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS97)*, Hong Kong, China, 6-9 de janeiro 1997. (Submetido a convite).
- [74] J. R. S. OLIVEIRA e A. G. D'ASSUNÇÃO. Characteristics of higher order modes in microstrip resonators. In *21st International Conference on Infrared and Millimeter Waves*, Berlim, Alemanha, 14-19 de julho 1996. (Aceito para publicação).

- [75] J. R. S. OLIVEIRA e A. G. D'ASSUNÇÃO . Effect of the optical axis orientation on the properties of microstrip patches on anisotropic layers. In *1996 International Symposium on Antennas and Propagation*, Chiba, Japão, 24-27 de setembro 1996. (Aceito para publicação ).
- [76] J. R. S. OLIVEIRA e A. G. D'ASSUNÇÃO . Properties of coupled microstrip patches on uniaxial anisotropic layers. In *26th European Microwave Conference*, Praga, República Tcheca, 09-12 de setembro 1996. (Aceito para publicação ).
- [77] R. E. COLLIN. *Field Theory of Guided Waves*. McGraw Hill Company, 1960.
- [78] M. R. G. MAIA, A. G. D'ASSUNÇÃO e A. J. GIAROLA. Dynamic analysis of microstrip lines and finlines on uniaxial anisotropic substrates. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-35(10):881-886, 1987.
- [79] R. E. COLLIN e F. J. ZUCKER. *Antenna Theory*. McGraw-Hill Company, 1969.
- [80] K. R. CARVER e E. L. COFFEY. Theoretical investigation of the microstrip antenna. Technical report, New Mexico State Univ., Las Cruces, janeiro 1979. Tech. Rep. PT-00929.
- [81] R. M. NELSON. *Rectangular microstrip patch resonators on several anisotropic substrates*. Tese de Doutorado, North Dakota: North Dakota State University, 1987. Tese, Doutorado em Engenharia Elétrica - 131 p.
- [82] M. R. M. L. ALBUQUERQUE, A. G. D'ASSUNÇÃO e A. J. GIAROLA. Dynamic characteristics of microstrip lines on magnetized substrates. In *European Microwave Conf. Dig.*, pags. 1317-1321, Budapeste - Hungria, 1990.
- [83] M. R. M. L. ALBUQUERQUE. *Análise de linhas de microfita e de linhas de lâminas sobre substratos ferrimagnéticos magnetizados*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 1993. Tese, Doutorado em Engenharia Elétrica - 168 p.