
**Análise do Espalhamento em Superfícies
Seletivas em Frequência com Multicamadas
Dielétricas Anisotrópicas**

Antonio Luiz Pereira de Siqueira Campos

Tese submetida à Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba – Campus II como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências no domínio da Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Microondas e Eletromagnetismo Aplicados

Adaildo Gomes d'Assunção, Dr. Eng., UFRN

Orientador

Marcos Antonio Barbosa de Melo, Dr. Eng., UFPB

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

© Antonio Luiz Pereira de Siqueira Campos



C 186a Campos, Antonio Luiz Pereira de Siqueira

**Análise do espalhamento em superfícies seletivas e
frequência com multicamadas dielétricas anisotrópicas/Antonio Lui
Pereira de Siqueira Campos. - Campina Grande, UFPB - CCT, 2002. -
151 p.: il. -**

Inclui Bibliografia

Tese (Doutorado) - UFPB - CCT - DEE


**1. Telecomunicações 2. Espalhamento eletromagnético 3
Superfícies seletivas em frequência 4 Dielétrico
anisotrópicos.**

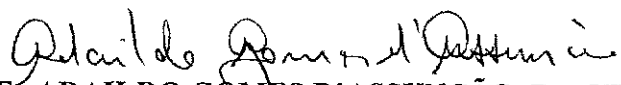
CDU:621.391.84

**ANÁLISE DO ESPALHAMENTO EM SUPERFÍCIES SELETIVAS EM FREQUÊNCIA
COM MULTICAMADAS DIELÉTRICAS ANISOTRÓPICAS**

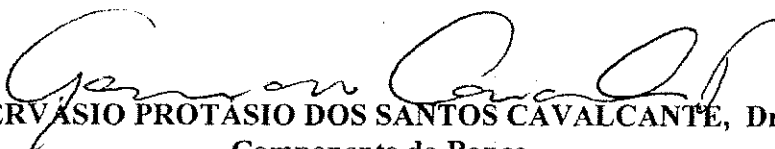
ANTONIO LUIZ PEREIRA DE SIQUEIRA CAMPOS


Tese Aprovada em 21.03.2002


PROF. MARCOS ANTONIO BARBOSA DE MELO, Dr., UFPB
Orientador


PROF. ADAILDO GOMES D'ASSUNÇÃO, Dr., UFRN
Orientador


PROF. RUI FRAGASSI SOUZA, Dr., UNICAMP
Componente da Banca


PROF. GERVASIO PROTASIO DOS SANTOS CAVALCANTE, Dr., UFPA
Componente da Banca


PROF. ALFREDO GOMES NETO, D.Sc., CEFET-PB
Componente da Banca


PROF. MARCELO SAMPAIO DE ALENCAR, Ph.D., UFPB
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE – PB
Março - 2002

A todos aqueles que eu amo, com carinho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela minha saúde e por mais esta vitória.

À minha mãe, Dulce, por tudo o que eu sou hoje.

Ao meu pai, Carlos, ao meu irmão, Carlo, e à minha namorada Jossana pelo carinho, paciência e estímulo.

Ao Prof. Adaildo Gomes d'Assunção, por tudo o que ele representa como Educador, Pesquisador, Professor e Amigo.

Ao Prof. Marcos Antonio Barbosa de Melo, pela amizade, estímulo e incentivo durante a orientação deste trabalho.

Ao Prof. Alfrêdo Gomes Neto, por sua grande ajuda, sem a qual não teria sido possível a obtenção dos resultados experimentais.

Ao Prof. Antonio Marcus Nogueira de Lima, pelo apoio e pelo trabalho desenvolvido à frente da Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Aos meus amigos Madeiro, Waslon e Edmar por toda amizade e apoio dedicado durante a realização do meu doutorado.

Aos funcionários da COPELE Ângela e Pedro por sua ajuda e orientação sempre prestativa.

Aos demais professores, funcionários e amigos da UFPB.

À CAPES pelo suporte financeiro.

RESUMO

Esse trabalho apresenta uma análise teórica e resultados numéricos e experimentais das características de espalhamento de superfícies seletivas em frequência, que usam elementos do tipo *patch* perfeitamente condutor. As estruturas são compostas por substratos dielétricos anisotrópicos. A análise é efetuada utilizando-se o método da linha de transmissão equivalente em combinação com o método de Galerkin, visando determinar as características de transmissão e reflexão das estruturas analisadas.

Especificamente, a análise usa o método da imitância, que permite modelar a estrutura por meio de um circuito equivalente e, aplicando-se a teoria de linhas de transmissão, determinar a função diádica de Green, para cada estrutura analisada. Esta função relaciona os campos incidentes e as densidades superficiais de corrente. Estes campos são determinados algebricamente por meio dos potenciais incidentes e da imposição da continuidade dos campos nas interfaces dielétricas.

O método de Galerkin é aplicado na determinação numérica dos coeficientes pesos desconhecidos e, conseqüentemente, das densidades superficiais de correntes desconhecidas, que são expandidas em termos de funções de base conhecidas multiplicadas por esses coeficientes peso. A partir da determinação destas funções, torna-se possível a obtenção numérica dos campos espalhados no topo e na base das estruturas e, conseqüentemente, a obtenção das características de transmissão e de reflexão destas estruturas.

Na análise, são consideradas três geometrias diferentes de *patches*. São analisados materiais dielétricos anisotrópicos que possuem anisotropia uniaxial, tomando-se o eixo óptico na direção perpendicular ao plano dos *patches*.

No trabalho, são apresentados resultados numéricos e experimentais para as características de transmissão e de reflexão. Foram efetuadas comparações com outros resultados apresentados na literatura, tendo-se observado uma boa concordância nos casos analisados para estruturas com substratos isotrópicos. Sugestões de continuidade do trabalho são apresentadas.

ABSTRACT

This work presents a theoretical analysis and experimental/numerical results for the scattering characteristics of frequency selective surfaces using perfect conducting patches. The structures are composed by anisotropic dielectric substrates. The analysis is developed using the equivalent transmission line approach in combination with the Galerkin method to determine the transmission and reflection characteristics.

Furthermore, the analysis uses the equivalent transmission line approach which allows to model the structure as an equivalent circuit and, applying the transmission line theory, to determine the dyadic Green's function. This function relates the incident fields with the surface current densities. These fields are determined by the incident potentials by imposing the field continuity at the dielectric interfaces.

The Galerkin method is used, allowing the numerical determination of the unknown weighting coefficients and, as a consequence, the current surface densities that are expanded in terms of the known basis functions multiplied by the weighting coefficients. The determination of these functions allows the determination of the scattered fields on the top and bottom of the structure and, consequently, the determination of the transmission and reflection characteristics of these structures.

In the analysis, three different types of patch geometries are assumed. In addition, anisotropic dielectric substrates are considered. The anisotropic substrates are assumed to be uniaxial ones, and the optical axis is considered to be along the direction perpendicular to the dielectric interfaces.

In this work, numerical and experimental results are presented for the reflection and transmission characteristics. Comparisons were made with other results presented in the literature. A good agreement was observed between these results for frequency selective surfaces using isotropic substrates. Some suggestions are presented for future works on this subject.

ÍNDICE

Capítulo 1 – Introdução	1
Capítulo 2 – Generalidades	4
2.1 – Histórico	4
2.2 – Evolução	4
2.3 – Definições de FSS	5
2.4 – Formas dos elementos	6
2.5 – Técnicas de análise	8
2.6 – Técnicas de medições	9
2.7 – Aplicações	11
Capítulo 3 – Espalhamento Eletromagnético	14
3.1 – Introdução	14
3.2 – Dedução da equação integral do campo elétrico	14
3.3 – Dedução da equação do campo magnético	19
3.4 – Solução das equações características	23
3.5 – Conclusão	26
Capítulo 4 – Função Diádica de Green	27
4.1 – Introdução	27
4.2 – Anisotropia dielétrica	27
4.3 – Método da linha de transmissão equivalente	28
4.4 – Determinação das impedâncias equivalentes ($\tilde{\mathbf{Z}}^{TM,TE}$)	31
4.5 – Conclusão	40
Capítulo 5 – Dedução dos Campos Incidentes	41
5.1 – Introdução	41
5.2 – Dedução dos campos incidentes para a primeira estrutura	42
5.3 – Dedução dos campos incidentes para a segunda estrutura	48
5.4 – Dedução dos campos incidentes para a terceira estrutura	56
5.5 – Conclusão	65
Capítulo 6 – Determinação das características de transmissão e reflexão	66
6.1 – Introdução	66

6.2 – Determinação dos coeficientes de reflexão e de transmissão	66
6.3 – Determinação dos campos refletidos e transmitidos	70
6.4 – Determinação dos campos espalhados no topo ($\tilde{\mathbf{E}}_t^s$) e na base ($\tilde{\mathbf{E}}_b^s$)	73
6.5 – Conclusão	75
Capítulo 7 – Resultados	76
7.1 – Introdução	76
7.2 – Resultados comparativos	77
7.3 – Resultados experimentais	93
7.4 – Resultados numéricos para FSS sobre uma camada dielétrica	98
7.5 – Resultados numéricos para FSS com sobrecamada dielétrica	111
7.6 – Resultados numéricos para FSS sobre duas camadas dielétricas	121
7.7 – Convergência numérica	125
Capítulo 8 – Conclusões e Perspectivas	130
Apêndice A – Dedução das equações dos campos incidentes	133
Apêndice B – Dedução das equações dos coeficientes de reflexão	136
Apêndice C – Medições em FSS	139
Referências Bibliográficas	148

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Tipos de elementos de FSS.	5
Figura 2.2 – Grupo 1: N – pólos conectados pelo centro.	6
Figura 2.3 – Grupo 2: Espiras.	7
Figura 2.4 – Grupo 3: Interior sólido.	7
Figura 2.5 – Grupo 4: Combinações.	7
Figura 2.6 – Sistema para medições em uma FSS.	9
Figura 2.7 – Medidor de precisão de FSS.	10
Figura 2.8 – Medição em câmara anecóica.	10
Figura 2.9 – Antena refletora do tipo <i>dual band</i> .	11
Figura 2.10 – Sistema de antena refletora do tipo <i>tri band</i> .	12
Figura 2.11 – Escaneador de frequência.	13
Figura 2.12 – FSS ativa.	13
Figura 3.1 – Representação dos campos espalhados por um anteparo periódico planar.	15
Figura 3.2 – Arranjo periódico de <i>patches</i> metálicos alinhados no plano $z = 0$.	17
Figura 3.3 – Arranjo periódico de <i>patches</i> metálicos defasados no plano $z = 0$.	18
Figura 3.4 – Diagrama para determinação da equação do campo magnético.	20
Figura 3.5 – Equivalência espacial do lado esquerdo:	
(a) Problema original do LE com correntes magnéticas nas aberturas do anteparo;	
(b) Extensão do problema sobre todo o plano $z = 0$;	
(c) Correntes magnéticas e campos através do condutor no plano $z = 0$.	22
Figura 3.6 – Geometria do dipolo fino.	25
Figura 3.7 – Geometria do dipolo cruzado.	25
Figura 3.8 – Geometria do <i>patch</i> retangular.	26
Figura 4.1 – Mudança do sistema de coordenadas (x,y,z) para o sistema (u,v,z) .	29
Figura 4.2 – Relação entre a corrente e o campo espalhado para posições diferentes em z .	32
Figura 4.3 – Estruturas consideradas na análise:	
(a) FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica;	
(b) FSS entre duas camadas dielétricas anisotrópicas;	
(c) FSS sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas.	32
Figura 5.1 – Potenciais incidentes.	41

Figura 5.2 – Potenciais incidentes no <i>patch</i> condutor sobre uma camada dielétrica anisotrópica.	42
Figura 5.3 – Potenciais incidentes no <i>patch</i> condutor colocado entre duas camadas dielétricas anisotrópicas.	48
Figura 5.4 – Potenciais incidentes no <i>patch</i> condutor sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas.	57
Figura 6.1 – Primeira estrutura analisada.	68
Figura 6.2 – Segunda estrutura analisada.	69
Figura 6.3 – Terceira estrutura analisada.	70
Figura 7.2.1 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> . Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [33].	81
Figura 7.2.2 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> . Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [33].	82
Figura 7.2.3 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> . Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [33].	83
Figura 7.2.4 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> . Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [1].	84
Figura 7.2.5 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo abertura. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [1].	85
Figura 7.2.6 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica isotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> . Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [34].	86
Figura 7.2.7 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica isotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> . Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [34].	87
Figura 7.2.8 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica isotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> . Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [1].	88

Figura 7.2.9 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [23].	89
Figura 7.2.10 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [33].	90
Figura 7.2.11 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [33].	91
Figura 7.2.12 – Potência refletida de uma FSS tipo <i>freestanding</i> , composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares, embebida entre duas camadas dielétricas isotrópicas. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho, e apresentados em [35], com aqueles apresentados em [36].	92
Figura 7.3.1 – Potência transmitida (dB) através de uma FSS sobre uma camada isotrópica composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais obtidos neste trabalho.	94
Figura 7.3.2 – Potência transmitida (dB) através de uma FSS sobre uma camada isotrópica composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais, obtidos neste trabalho, e apresentados em [46].	95
Figura 7.3.3 – Potência transmitida (dB) através de uma FSS, sobre uma camada isotrópica, composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais, obtidos neste trabalho.	96
Figura 7.3.4 – Potência transmitida (dB) através de uma FSS, sobre duas camadas isotrópicas, composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais, obtidos neste trabalho.	97
Figura 7.4.1 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> .	101
Figura 7.4.2 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> , para dipolos de diferentes comprimentos.	102
Figura 7.4.3 – Potência transmitida através de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> , em função da razão de anisotropia.	103
Figura 7.4.4 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> , em função da frequência.	104

Figura 7.4.5 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> , para diferentes valores de Ω .	105
Figura 7.4.6 – Frequência de ressonância de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> , em função da espessura do substrato.	106
Figura 7.4.7 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares, em função da frequência, para incidências TE e TM.	107
Figura 7.4.8 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares, em função da frequência, para incidências TE e diferentes valores de w/L .	108
Figura 7.4.9 – Frequência de ressonância em função da defasagem Ω .	109
Figura 7.4.9 – Potência transmitida através de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares, em função da frequência, para diferentes tipos de elementos.	110
Figura 7.5.1 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> , embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas.	113
Figura 7.5.2 – Comparação da potência transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> , com sobrecamada e sem sobrecamada.	114
Figura 7.5.3 – Potência refletida de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo <i>patch</i> , embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas, para diferentes materiais usados na sobrecamada.	115
Figura 7.5.4 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> , embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas.	116
Figura 7.5.5 – Frequência de ressonância de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo <i>patch</i> , embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas, em função da espessura do substrato.	117
Figura 7.5.6 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares, embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas.	118
Figura 7.5.7 – Potência refletida, transmitida e dissipada de uma FSS composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares, embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas.	119

Figura 7.5.8 – Potência dissipada de uma FSS composta de um arranjo periódico de <i>patches</i> retangulares, embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas, em função da condutividade.	120
Figura 7.6.1 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS, composta de um arranjo periódico de dipolos finos condutores, sobre duas camadas dielétricas.	122
Figura 7.6.2 – Potência refletida de uma FSS, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados condutores, sobre duas camadas dielétricas, para diferentes valores de h_3 .	123
Figura 7.6.3 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS do tipo <i>freestanding</i> colocada acima de uma camada dielétrica anisotrópica.	124
Figura 7.7.1 – Frequência de ressonância em função do número de termos usados.	126
Figura 7.7.2 – Potência refletida em função da frequência, para diferentes números de termos:	127
Figura 7.7.3 – Largura de banda em função do número de termos usados.	128
Figura 7.7.3 – Fator de qualidade em função do número de termos usados.	129
Figura C.1 – Montagem utilizada nas medições.	139
Figura C.2 – Dimensões das antenas cornetas usadas nas medições.	141
Figura C.3 – FSS construída: Estrutura 1.	141
Figura C.4 – FSS construída: Estrutura 2.	142
Figura C.5 – FSS construída: Estrutura 3.	142
Figura C.6 – FSS construída: Estrutura 5.	143
Figura C.7 – FSS construída: Estrutura 6.	143
Figura C.8 – Curva da potência transmitida (dB) em função da frequência sem FSS entre as cornetas.	144
Figura C.9 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura	144
Figura C.10 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 2.	145
Figura C.11 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 3.	145
Figura C.12 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 4.	146
Figura C.13 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 5.	146
Figura C.14 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 6.	147

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Materiais dielétricos comerciais e suas características.	76
Tabela 2 – Resultados obtidos para f_r , ΔB e Q , em função do comprimento do dipolo L .	98
Tabela 3 – Resultados obtidos para f_r , ΔB e Q , em função da razão w/L .	100
Tabela 4 – Resultados obtidos para f_r , ΔB e Q , considerando-se três geometrias diferentes.	100
Tabela 5 – Resultados obtidos para f_r , ΔB e Q , para diferentes espessuras de h_3 .	121
Tabela 6 – Largura de banda em função do número de termos.	125
Tabela C.1 – Placas dielétricas utilizadas.	139
Tabela C.2 – Dados sobre as estruturas construídas.	140

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Y_{0i}	Admitância característica do meio i
Y_{in}	Admitância de entrada
$Y_{Transf.}$	Admitância de transferência
Ω	Ângulo de defasagem entre as células periódicas
ϕ^{inc}	Ângulo de incidência em relação ao eixo x
θ^{inc}	Ângulo de incidência em relação ao eixo z
E^s	Campo elétrico espalhado
E_x^s	Campo elétrico espalhado na direção x
E_y^s	Campo elétrico espalhado na direção y
E_t^s	Campo elétrico espalhado tangencial
E_t^{inc}	Campo elétrico incidente tangencial
E_t	Campo elétrico tangencial
H^s	Campo magnético espalhado
R_{mn}^{TE}	Coefficiente de reflexão para os modos TE
R_{mn}^{TM}	Coefficiente de reflexão para os modos TM
T_{mn}^{TE}	Coefficiente de transmissão para os modos TE
T_{mn}^{TM}	Coefficiente de transmissão para os modos TM
E_x^{inc}	Componente de campo elétrico incidente na direção x
E_y^{inc}	Componente de campo elétrico incidente na direção y
H_x^{inc}	Componente de campo magnético incidente na direção x
H_y^{inc}	Componente de campo magnético incidente na direção y
ϵ_{xx}	Componente do tensor permissividade relativa na direção x
ϵ_{yy}	Componente do tensor permissividade relativa na direção y
ϵ_{zz}	Componente do tensor permissividade relativa na direção z
λ_0	Comprimento de onda no espaço livre

L	Comprimento do <i>patch</i> perfeitamente condutor
a^*	Conjugado complexo de a
γ_e	Constante de propagação na direção z para o modo TE
γ_h	Constante de propagação na direção z para o modo TM
γ_0	Constante de propagação no espaço livre
δ_{mn}	Delta de Kronecker
\vec{M}	Densidade de corrente magnética fictícia
∂	Derivada parcial
ω	Frequência angular
FSS	<i>Frequency selective surface</i>
$\vec{\bar{Z}}$	Função diádica de Green para FSS <i>freestanding</i>
$\text{sgn}(x)$	Função sinal de x
T_i	i -ésima função de Chebyshev de primeira ordem
j	Imaginário igual a $\sqrt{-1}$
$\vec{\bar{Z}}^{\text{TM,TE}}$	Impedâncias equivalentes dos modos TE e TM
W	Largura do <i>patch</i> perfeitamente condutor
PBN	Nitrito de boro pirolítico
k_0	Número de onda no espaço livre
m,n	Números de termos espectrais
∇	Operador nabra
t_x	Período da célula na direção x
t_y	Período da célula na direção y
μ_0	Permeabilidade magnética no vácuo
ϵ_0	Permissividade elétrica no vácuo
ψ	Potencial incidente
$\langle a, b \rangle$	Produto escalar entre a e b
$\nabla_x \vec{A}$	Rotacional do vetor \vec{A}
$\vec{\bar{\epsilon}}$	Tensor permissividade elétrica
$\tilde{f}(\alpha, \beta)$	Transformada de Fourier da função $f(x, y)$
$\tilde{Z}_{xx}, \tilde{Z}_{xy}, \tilde{Z}_{yx}, \tilde{Z}_{yy}$	Transformada de Fourier das componentes da função diádica de Green

\tilde{E}_x^r	Transformada de Fourier do campo refletido na direção x
\tilde{E}_y^r	Transformada de Fourier do campo refletido na direção y
\tilde{E}_x^t	Transformada de Fourier do campo transmitido na direção x
\tilde{E}_y^t	Transformada de Fourier do campo transmitido na direção y
α_0	Variável espectral na direção x no espaço livre
β_0	Variável espectral na direção y no espaço livre
α_m	Variável espectral na direção x para células alinhadas
β_n	Variável espectral na direção y para células alinhadas
α_{mn}	Variável espectral na direção x para células defasadas
β_{mn}	Variável espectral na direção y para células defasadas
\vec{J}	Vetor densidade superficial de corrente elétrica
\vec{A}	Vetor potencial elétrico
\hat{x}	Vetor unitário na direção x
\hat{y}	Vetor unitário na direção y
\hat{z}	Vetor unitário na direção z

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico ocorrido nos últimos anos na construção de dispositivos com tecnologia planar decorreu da necessidade crescente de implementação de dispositivos, com dimensões e peso cada vez menores, para aplicações diversas, tais como nas atividades aeroespaciais. Observa-se que uma atenção especial tem sido dedicada ao estudo de superfícies seletivas em frequência (*Frequency selective surfaces* – FSS).

As estruturas de FSS são formadas por elementos do tipo *patch* condutor ou por elementos do tipo abertura, ou ainda, uma combinação do dois tipos de elementos. Estruturas de FSS com elementos do tipo abertura podem ser usadas para fornecer características passa-faixa. Em outras palavras, para a frequência de operação da antena, o sinal passa através da estrutura com um mínimo de perdas de inserção. Conseqüentemente, para frequências fora da banda de operação, o sinal é refletido. As estruturas periódicas têm um grande número de aplicações e têm contribuído significativamente para melhorar o desempenho dos circuitos de comunicações.

Arranjos periódicos têm sido investigados por vários autores [1]-[6]. Investigações teóricas com os mais variados tipos de elementos podem ser encontradas na literatura [7]-[12], sendo que em nenhum destes trabalhos foi realizada uma análise de onda completa de estruturas FSS com camadas dielétricas anisotrópicas.

O efeito das características anisotrópicas do substrato dielétrico pode ter influência significativa nas características de espalhamento de estruturas FSS. A utilização de materiais anisotrópicos, na área de Telecomunicações, tem merecido uma atenção cada vez maior. Substratos anisotrópicos são ideais para aplicações em microondas e ondas milimétricas por apresentarem valores baixos para a tangente de perdas em altas frequências. Este efeito pode, em algumas aplicações, alterar as características de funcionamento do circuito e daí a importância do seu estudo.

Desta forma, o objetivo principal deste trabalho é investigar o efeito da anisotropia dielétrica nas características de espalhamento de superfícies seletivas em frequência devido às ondas planas incidentes.

Neste trabalho, é efetuada uma análise de onda completa de superfícies seletivas em frequência usando elementos do tipo *patch* condutor. Na análise, são considerados diferentes tipos de estruturas. Diversos tipos de geometria são considerados para os elementos utilizados nos arranjos periódicos.

Na análise dinâmica, o problema do espalhamento eletromagnético é formulado e utiliza-se o método da linha de transmissão equivalente para determinar as componentes da função diádica de Green. O conhecimento dessa função permite, com a utilização do método de Galerkin, no domínio da transformada de Fourier, obter as características de transmissão e de reflexão das estruturas.

A escolha do método de Galerkin para a obtenção dos resultados numéricos deve-se ao fato de ser um método que produz resultados precisos, facilita a análise matemática e é de fácil implementação computacional.

A principal contribuição desse trabalho é a análise de FSS usando substratos dielétricos anisotrópicos. Resultados originais, sem similares na literatura, são apresentados para três diferentes geometrias de elementos *patch*; e ainda, resultados experimentais para algumas estruturas.

No Capítulo 2, é apresentada uma descrição geral das superfícies seletivas em frequência, mostrando-se um breve histórico de como surgiram as primeiras estruturas, os tipos e as principais formas de elementos encontradas na literatura, as principais técnicas de análise, algumas técnicas de medições e aplicações, dentre outros aspectos.

O Capítulo 3 apresenta a formulação do problema de espalhamento para uma célula unitária, onde são deduzidas as equações integrais do campo elétrico e magnético e demonstrado como estas equações podem ser aplicadas em arranjos periódicos de extensão infinita. É demonstrado, sucintamente, como estender a análise para uma superfície seletiva em frequência sobre camadas dielétricas e como obter a solução numérica para os coeficientes peso das funções de base. São introduzidas as geometrias dos elementos considerados nesse trabalho e as respectivas funções de base que representam as densidades de corrente superficiais nos mesmos.

As estruturas analisadas nesse trabalho são apresentadas no Capítulo 4. Nesse Capítulo, são determinadas as componentes da função diádica de Green para as diferentes estruturas analisadas, todas usando elementos do tipo *patches* condutores. Na análise, foram considerados materiais dielétricos anisotrópicos uniaxiais.

No Capítulo 5 são obtidos os campos incidentes para as estruturas apresentadas no Capítulo 4. A dedução desses campos é um passo fundamental na análise efetuada.

No Capítulo 6 são obtidos os campos refletidos e transmitidos para as estruturas analisadas nesse trabalho e mostra-se como estes campos, juntos com os campos espalhados, são usados para se determinar os coeficientes de transmissão e reflexão.

No Capítulo 7 são apresentados resultados numéricos e experimentais para as características de transmissão e de reflexão de uma FSS, usando-se elementos do tipo *patch* perfeitamente condutor. São efetuadas comparações com alguns resultados encontrados na literatura para o caso isotrópico e para a FSS do tipo *freestanding*.

Por fim, no Capítulo 8 são apresentadas as conclusões dos principais aspectos abordados neste trabalho e propostas sugestões para a sua continuidade.

CAPÍTULO 2

GENERALIDADES

2.1 – Histórico

Historicamente, o entendimento dos princípios físicos das FSS esteve, diretamente envolvido com a investigação de grades de difração em óptica, cujo fenômeno era usado para decompor um feixe de luz. Este processo de filtragem foi descoberto pelo físico americano David Rittenhouse, como documentado em uma correspondência de relatos científicos, ocorrida entre Francis Hopkinson e Rittenhouse, publicada em 1786 [1].

Construindo um aparato de fios igualmente espaçados, Rittenhouse posicionou o arranjo em direção à luz e observou a filtragem da luz branca dentro de uma faixa de comprimentos de onda distintos (linhas coloridas) os quais eram igualmente espaçados da linha central da luz branca e este espaçamento dependia do espaçamento usado entre os fios. Por causa da simplicidade deste processo, a difração óptica e a estrutura mencionada, têm sido estendidas a muitas áreas da Engenharia e da Ciência [2].

O fenômeno descrito por Rittenhouse, dependência da resposta em frequência com as dimensões físicas, é também fundamental para qualquer anteparo consistindo de *patches* ou aberturas periodicamente espaçadas.

2.2 – Evolução

O estudo de estruturas periódicas planares bidimensionais, para aplicações em altas frequências, tem recebido a atenção de pesquisadores da área por causa da propriedade de filtragem de frequência. Um arranjo periódico consistindo de elementos do tipo *patch*, ou de elementos do tipo abertura, é conhecido como uma superfície seletiva de frequência (FSS). Esses arranjos periódicos se comportam de maneira similar aos filtros de circuitos tradicionais de RF. As FSS podem ter características espectrais passa-faixa ou rejeita-faixa, dependendo do tipo de elemento usado no arranjo, *patch* ou abertura, respectivamente [2].

As dimensões físicas das FSS representam importantes parâmetros de projeto, pois elas exercem grande influência nas características de transmissão e de reflexão da mesma, bem como os tipos de materiais dielétricos empregados [2].

Mais recentemente, o número de aplicações das FSS cresceu bastante através da adição de dispositivos ativos encaixados na célula unitária das estruturas periódicas [2] – [5]; e da construção de FSS sobre substratos ferromagnéticos [6] e sobre substratos líquidos [7]. A incorporação de dispositivos que fornecem ganho ou não linearidade em uma FSS permite o desenvolvimento de arranjos com aplicações adicionais, incluindo-se as funções de amplificação, oscilação e multiplexação [2].

2.3 – Definições de FSS

Uma FSS é um arranjo periódico de aberturas ou de elementos do tipo *patch* condutor. Como ilustrado na Figura 2.1, a FSS com elementos do tipo abertura trabalha como um filtro passa-faixa. À medida em que os elementos vão entrando em ressonância, a estrutura vai se tornando “transparente” para a onda incidente, até que na frequência de ressonância da estrutura, ocorre a transmissão total da onda. Por outro lado, a FSS com elementos do tipo *patch* condutor, funciona como um filtro rejeita-faixa. Os elementos vão entrando em ressonância e, com isso, eles radiam a potência incidente na direção de reflexão, até que na frequência de ressonância da estrutura, ela se comporta como um condutor perfeito refletindo totalmente a onda incidente [2].

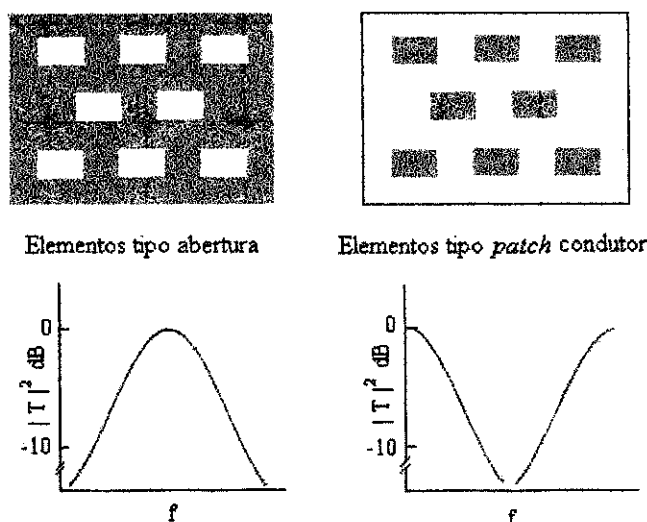


Figura 2.1 – Tipos de elementos de FSS.

As FSS podem ainda ser definidas como anteparo-fino ou anteparo-espesso, dependendo da espessura do elemento. A FSS anteparo-fino, usualmente, refere-se a um anteparo com elementos do tipo circuito impresso, que tem espessura menor que $0,001\lambda_0$, em que λ_0 é o comprimento de onda para a frequência de ressonância do anteparo. Em geral, a FSS anteparo-fino é leve, de pequeno volume e pode ser fabricada com baixo custo, empregando tecnologia convencional de fabricação de circuito impresso. Por outro lado, a FSS anteparo-espesso é pesada e sua fabricação requer o manuseio preciso de um bloco de metal espesso. Guias de ondas empilhados têm sido uma forma popular de FSS anteparo-espesso. A vantagem das FSS anteparo-espesso é que a razão da frequência transmitida para a frequência refletida (f_t/f_r), ou banda de separação, pode ser reduzida para 1,15 o que é adequado para antenas de satélites de comunicações multifrequenciais [2].

2.4 - Formas dos elementos

Existe na literatura uma grande variedade de pesquisas que utilizam as mais diversas formas de elementos. O pesquisador americano Bem A. Munk [8] divide os elementos em quatro grupos:

- Grupo 1: N – pólos conectados pelo centro;
- Grupo 2: as espiras;
- Grupo 3: os elementos de interior sólido;
- Grupo 4: combinações.

Elementos do grupo 1 podem ser vistos na Figura 2.2, as formas mais comuns são: dipolo fino [2], cruz de Jerusalém, dipolo cruzado [9] e o tripolo [8].

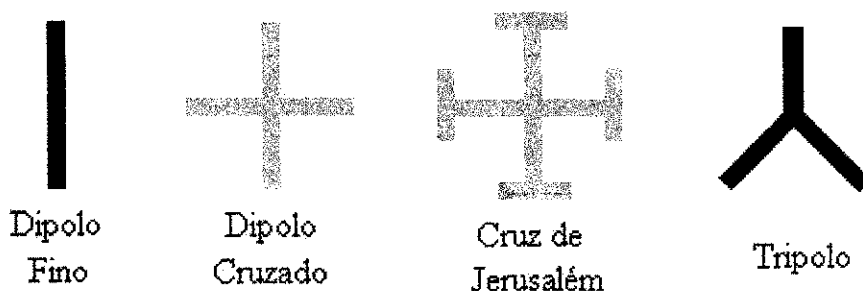


Figura 2.2 –Grupo 1: N – pólos conectados pelo centro.

O grupo 2 é formado pelos elementos do tipo espira. Os tipos mais comuns são: as espiras quadradas [10], quadradas duplas [11], quadradas com grades [12] e anéis circulares concêntricos [13]. A Figura 2.3 mostra esses elementos.

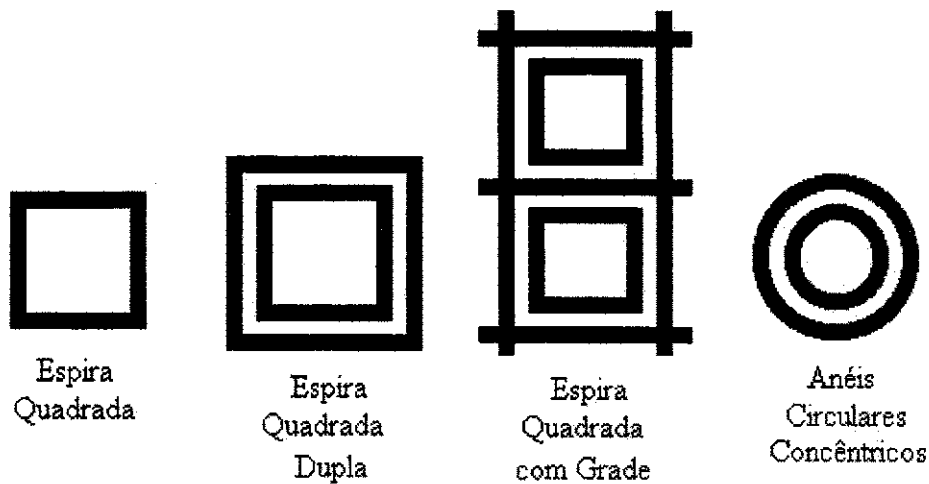


Figura 2.3 –Grupo 2: Espiras.

O grupo 3 é formado pelos elementos do tipo sólido. Os tipos mais comuns são: os *patches* retangulares [2] hexagonais [8] e circulares [14]. Elementos desse grupo podem ser vistos na Figura 2.4.

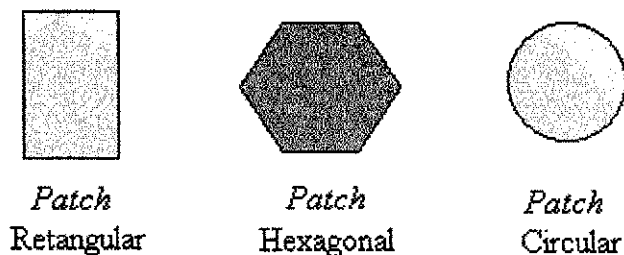


Figura 2.4 –Grupo 3: Interior sólido.

O grupo 4 é o dos elementos formados a partir de uma combinação dos elementos típicos. Um exemplo de combinação pode ser visto na Figura 2.5.

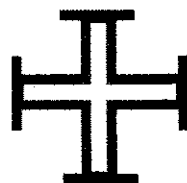


Figura 2.5 –Grupo 4: Combinações.

2.5 – Técnicas de análise

Várias técnicas numéricas têm sido usadas em análises de FSS. Há na literatura diversas técnicas de análise, efetuadas em anteparos periódicos.

Fórmulas aproximadas e simples foram desenvolvidas por alguns autores, para se determinar características de transmissão e de reflexão para uma FSS com *patches* condutores ou aberturas retangulares. Este tipo de análise diminui o tempo computacional e produz resultados satisfatórios para determinadas estruturas [15], [16]. Entretanto, essas fórmulas têm suas limitações e, para determinadas aplicações, podem produzir resultados imprecisos.

Um método simples e que produz resultados satisfatórios é o modelo do circuito equivalente. Nesta análise os vários segmentos de fita que formam o elemento *patch* em um arranjo periódico são modelados como componentes indutivos ou capacitivos em uma linha de transmissão. Da solução deste circuito, são encontradas as características de transmissão e reflexão da FSS. Esta técnica usa uma aproximação quase-estática para calcular as componentes do circuito e permite uma análise computacional muito rápida [10] – [12].

Outro método empregado é o da expansão modal [17], que permite uma análise capaz de fornecer detalhes das repostas da frequência e da polarização, junto com o entendimento físico da sua operação.

Uma técnica bastante difundida, atualmente, é a técnica das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). Esta técnica possibilita a análise de qualquer tipo de elemento, bem como a análise de perdas dielétricas e/ou magnéticas e a análise de estruturas não homogêneas [18]. A desvantagem desta técnica é o grande esforço computacional despendido.

Métodos híbridos estão sendo empregados na atualidade. Técnicas como interpolação racional de Krylov [19], [20], Método dos Momentos com o Método BI – RME [21] e Método dos Momentos em conjunto com elementos finitos [22], estão sendo muito usados na modelagem de elementos de forma complexa.

Técnicas de inteligência artificial também têm sido usadas. Algoritmos genéticos [23], [24] podem ser empregados na análise e/ou síntese de superfícies seletivas de frequência.

Nesse trabalho, é empregado o método da linha de transmissão equivalente [25] em conjunto com o método de Galerkin [26]. Esta é uma análise de onda completa, que produz resultados precisos, além de facilitar, relativamente, a manipulação matemática [27], [28].

2.6 - Técnicas de medições

Vários métodos têm sido usados para medir as propriedades de transmissão e reflexão de FSS. Um dos métodos empregados está ilustrado na Figura 2.6, que mostra um medidor que usa cornetas de ganhos padrões como antenas transmissora e receptora. Alternando-se a polarização das antenas de vertical para horizontal, pode-se medir as características de transmissão TE e TM do painel de teste colocado entre as duas cornetas. Em princípio, este medidor pode ser usado para medir as características de reflexão da FSS. Entretanto, poderão ser obtidos dados errados devido às difrações ocasionadas nas bordas do painel de teste [2].

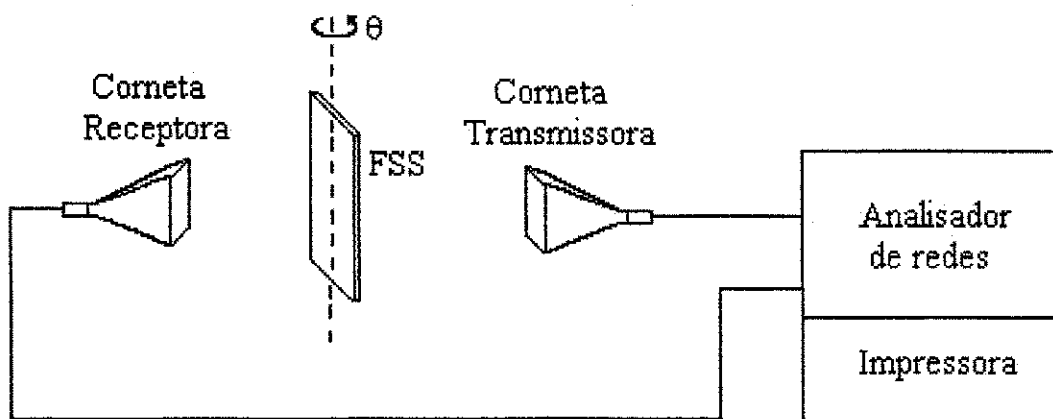


Figura 2.6 – Sistema para medições em uma FSS.

A técnica de simulação do guia de ondas fornece uma alternativa para medições do desempenho de transmissão/reflexão. Entretanto, é uma técnica que produz erros e é limitada para polarização TE, dentre outros aspectos [2].

Uma técnica precisa é a que usa um medidor com antenas cornetas e lentes, como mostrado na Figura 2.7. As lentes transformam a onda esférica das cornetas em um feixe colimado de ondas planas. Por isso, este medidor pode ser usado em medições que exijam uma maior precisão das características de espalhamento, com polarizações TE e TM [2].

Outra técnica precisa de medição pode ser vista na Figura 2.8. A medição é feita usando-se um medidor de campo e um gerador de varredura. As antenas são separadas por uma distância relativamente grande, garantindo-se a existência de ondas planas. Os absorvedores da câmara anecóica eliminam as reflexões no solo e nas paredes da câmara, enquanto os absorvedores na estrutura eliminam as difrações nas bordas da mesma [29].

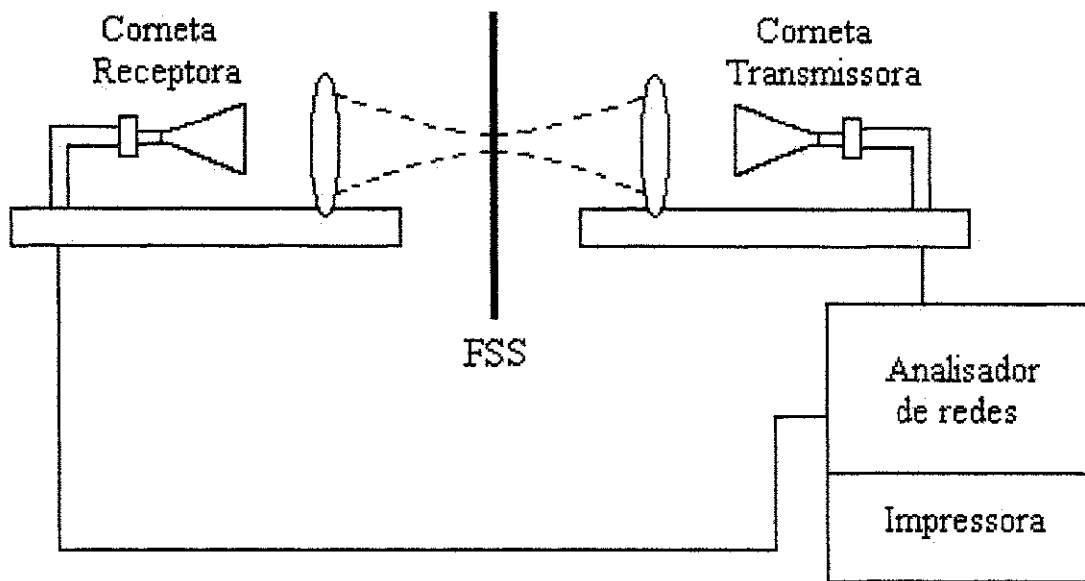


Figura 2.7 – Medidor de precisão de FSS.

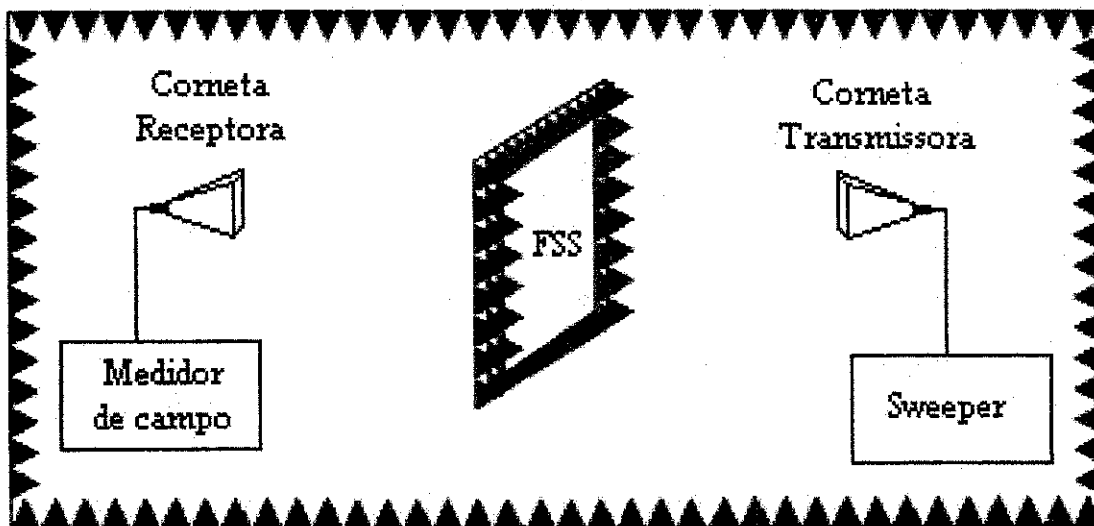


Figura 2.8 – Medição em câmara anecóica.

2.7 – Aplicações

As aplicações de superfícies seletivas de frequência são muitas e variadas. Estas aplicações ocorrem em diversas frequências do espectro eletromagnético. A aplicação mais conhecida das FSS talvez seja o anteparo da porta do forno de microondas. Este anteparo funciona como um filtro passa-faixa que deixa passar a faixa de frequência da luz visível e rejeita a faixa de microondas, mas as aplicações não param por aí [2].

Na região de microondas, as propriedades seletivas de frequência dos arranjos periódicos são bastante empregadas, para se conseguir um uso mais eficiente de antenas refletoras. Como exemplo, podem ser citados, antenas do tipo banda dupla (*dual band*) e banda tripla (*tri band*) [2],[17].

Um sistema de antena do tipo banda dupla (*dual band*) é mostrado na Figura 2.9. O alimentador 2 é colocado no ponto focal do refletor principal, enquanto que o alimentador 1 é colocado no ponto focal do subrefletor, que é formado por uma FSS. Esse anteparo é projetado para refletir a faixa de frequência do alimentador 1, mas é totalmente transparente para a faixa de frequência do alimentador 2 [30].

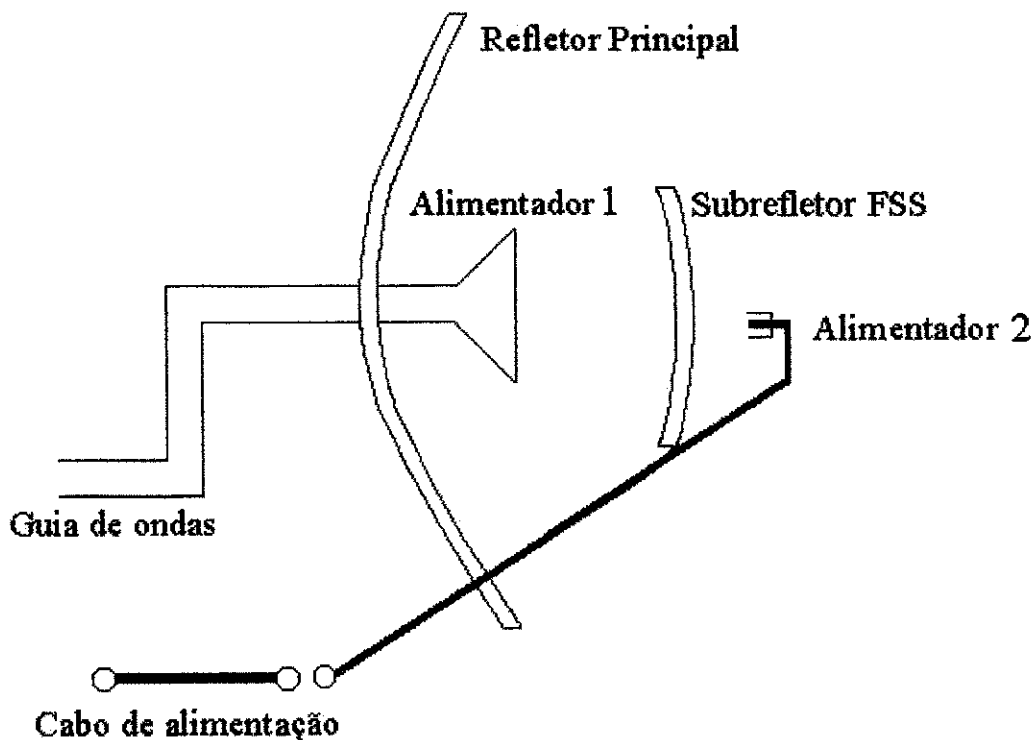


Figura 2.9 – Antena refletora do tipo banda dupla (*dual band*).

A Figura 2.10 mostra um exemplo de um sistema de antena banda tripla (*tri band*). As superfícies são usadas para construir os subrefletores FSS₁ e FSS₂, os quais são instalados dentro dos limites da antena. Os alimentadores são colocados em diferentes pontos focais para as três bandas f_1 , f_2 e f_3 . Desta forma, são conseguidas reduções consideráveis na massa, no volume e no custo da antena com subrefletores FSS [31].

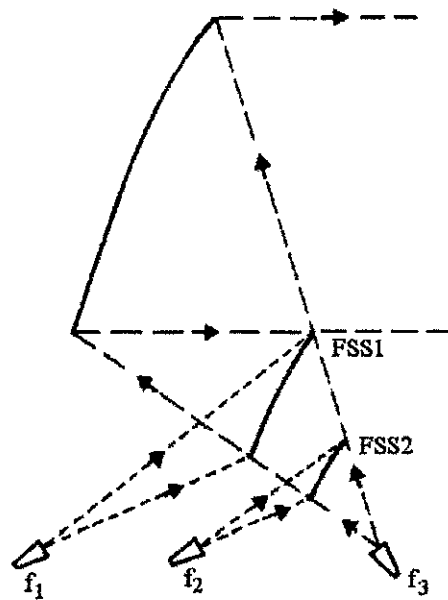


Figura 2.10 – Sistema de antena refletora do tipo banda tripla (*tri band*).

As superfícies seletivas em frequência podem ser usadas para permitir a varredura espacial de frequência. Nesta aplicação, as FSS são projetadas de maneira tal que a onda difratada de primeira ordem se propague e sirva como um feixe varredor de frequência, enquanto o feixe refletido é anulado. A Figura 2.11 mostra este tipo de aplicação [2].

Os radomes FSS com elementos do tipo abertura podem ser projetados para produzir características passa-faixa. Em outras palavras, o sinal passa através do radome com um mínimo de perda de inserção. O radome pode ser projetado para combinar com a superfície do veículo tal que um espalhamento mínimo seja conseguido [2].

Outra aplicação bastante interessante é uma FSS projetada para trabalhar acoplada com células coletoras de energia solar. Este tipo de FSS é um anteparo passa-faixa que é essencialmente transparente na faixa de frequência na qual as células solares são mais eficientes e reflete as frequências fora desta faixa [2].

Estudos de FSS ativas têm sido desenvolvidos. Nestes arranjos periódicos, as propriedades da frequência podem ser variadas no tempo por meio do controle de dispositivos semicondutores incorporados aos elementos impressos ou depositando esses elementos em substratos no quais suas propriedades possam ser ajustadas, como por exemplo, substratos de ferrita. Uma FSS ativa é mostrada na Figura 2.12 [4].

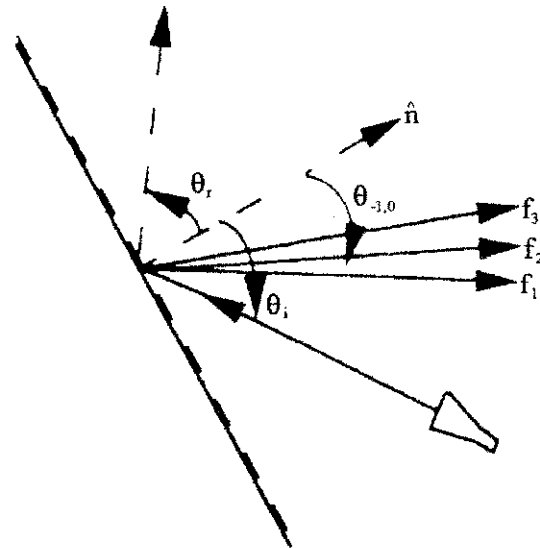


Figura 2.11 – Escaneador espacial de frequência.

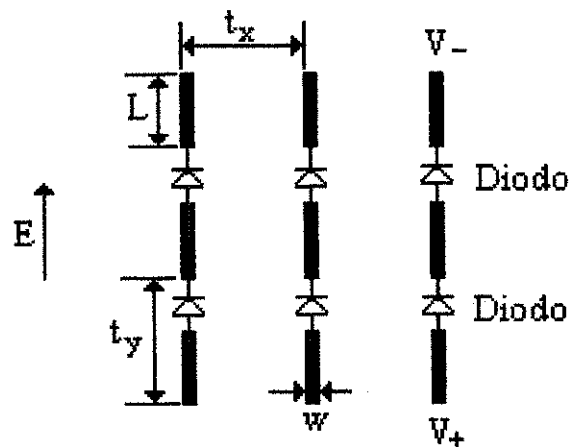


Figura 2.12 – FSS ativa.

CAPÍTULO 3

ESPALHAMENTO ELETROMAGNÉTICO

3.1 – Introdução

Para se formular o problema de espalhamento eletromagnético, deve-se relacionar os campos espalhados e incidentes nas estruturas. A formulação é baseada na obtenção de uma equação integral para uma única célula. A equação integral é modificada para células periódicas por meio da aplicação do Teorema de Floquet, de forma que a integral convolucional contínua é convertida em um somatório duplo infinito. Por fim, a análise será estendida para estruturas sobre camadas dielétricas.

3.2 – Dedução da equação integral do campo elétrico

Para analisar as propriedades de transmissão e de reflexão de estruturas periódicas (FSS), certas considerações devem ser feitas. Primeiro, considera-se que a estrutura é infinita em extensão. Segundo, considera-se que a onda incidente é plana e monocromática. Por fim, considera-se que o anteparo possui espessura infinitesimal [32].

Para iniciar a análise, considera-se uma onda plana eletromagnética de polarização arbitrária incidente em um anteparo, no plano $z = 0$,

$$\begin{bmatrix} E_x^{inc}(x, y) \\ E_y^{inc}(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^{inc}(\alpha_0, \beta_0) \\ E_y^{inc}(\alpha_0, \beta_0) \end{bmatrix} \cdot e^{j(\alpha_0 x + \beta_0 y)}, \quad (3.1)$$

em que

$$\alpha_0 = k_0 \text{sen } \theta_{inc} \cos \phi_{inc}, \quad (3.2)$$

$$\beta_0 = k_0 \text{sen } \theta_{inc} \text{sen } \phi_{inc}, \quad (3.3)$$

$$k_0 = 2\pi / \lambda_0, \quad (3.4)$$

com θ_{inc} e ϕ_{inc} sendo os ângulos de incidência. Estes campos incidentes induzem correntes no anteparo, as quais emitem campos espalhados, conforme mostrado na Figura 3.1. Pela

simetria física do problema, as correntes geram campos espalhados que serão simétricos em relação ao plano $z = 0$ [2].

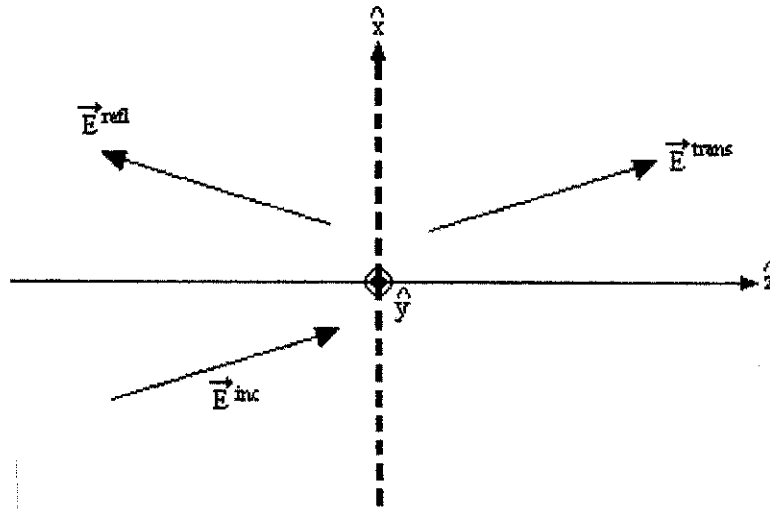


Figura 3.1 – Representação dos campos espalhados por um anteparo periódico planar.

Os campos espalhados são dados por [2],[32]

$$\vec{E}^s = -j\omega\mu_0\vec{A} + \frac{1}{j\omega\epsilon_0}\nabla(\nabla\cdot\vec{A}), \quad (3.5)$$

em que, μ_0 e ϵ_0 são, respectivamente, a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica do espaço livre. Por sua vez, \vec{A} é o vetor potencial magnético, dado por

$$\vec{A} = \vec{\bar{Z}} * \vec{J}. \quad (3.6)$$

O asterisco representa a operação de convolução, \vec{J} é a corrente superficial induzida no condutor e $\vec{\bar{Z}}$ é a função diádica de Green no espaço livre. Considerando o *patch* um condutor elétrico perfeito, tem-se que o campo elétrico tangencial, denotado pelo subscrito t, é dado por

$$\vec{E}_t = \vec{E}^s + \vec{E}^{inc} = 0. \quad (3.7)$$

Os sobrescritos *s* e *inc* correspondem aos campos espalhado e incidente, respectivamente. Conseqüentemente, da Equação (3.5), aplicada ao campo incidente, obtém-se

$$\vec{E}^{inc} = j\omega\mu_0\vec{A} - \frac{1}{j\omega\epsilon_0}\nabla(\nabla\cdot\vec{A}). \quad (3.8)$$

A Equação (3.8) é a equação característica do campo elétrico para *patches* condutores elétricos perfeitos. Para a superfície planar de espessura infinitesimal considerada, apenas as componentes de corrente superficial J_x e J_y existem e, assim, apenas A_x e A_y são diferentes de zero. Desta forma, pode-se escrever a equação (3.8) na forma matricial como

$$-\begin{bmatrix} E_x^{inc} \\ E_y^{inc} \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 & \frac{\partial^2}{\partial x\partial y} \\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

em que $A_x = Z^*J_x$ e $A_y = Z^*J_y$.

A transformada e a anti-transformada de Fourier são definidas como [2]:

$$\tilde{f}(\alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j(\alpha x + \beta y)} dx dy, \quad (3.10)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\alpha, \beta) e^{j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (3.11)$$

Pode-se substituir a convolução e as derivadas parciais que estão, embutidas, em (3.9) por $Z^*\vec{J} \leftrightarrow \tilde{Z}\tilde{\vec{J}}$, $\partial\vec{A}/\partial x \leftrightarrow j\alpha\vec{A}$ e $\partial\vec{A}/\partial y \leftrightarrow j\beta\vec{A}$ quando trabalhando-se no domínio espectral [2].

Aplicando-se a transformada de Fourier na Equação (3.9), tem-se

$$-\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^{inc} \\ \tilde{E}_y^{inc} \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \begin{bmatrix} k_0^2 - \alpha^2 & -\alpha\beta \\ -\alpha\beta & k_0^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \cdot [\tilde{Z}] \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Aplicando-se a transformada inversa de Fourier na Equação (3.12), tem-se

$$-\begin{bmatrix} E_x^{inc} \\ E_y^{inc} \end{bmatrix} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \begin{bmatrix} k_0^2 - \alpha^2 & -\alpha\beta \\ -\alpha\beta & k_0^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \cdot [\tilde{Z}] \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} e^{j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta . \quad (3.13)$$

A periodicidade será agora considerada para se reduzir a Equação (3.13) a uma soma de modos discretos. Considera-se que o anteparo tem a forma periódica mostrada na Figura 3.2. As correntes e quantidades de campos para qualquer célula no arranjo, são relacionadas às de qualquer outra célula, por meio de uma mudança linear de fase correspondente à fase relativa do campo incidente sobre as duas células. Deste modo, se o anteparo tem periodicidades t_x e t_y , nas direções x e y , respectivamente, as correntes são relacionadas como

$$\tilde{J}(x + t_x, y + t_y) = \tilde{J}(x, y) e^{j(\alpha_0 t_x + \beta_0 t_y)} e^{j2m\pi} e^{j2n\pi} . \quad (3.14)$$

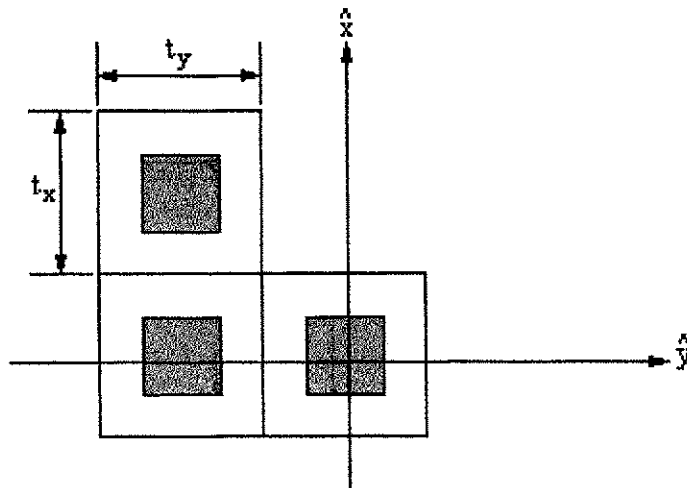


Figura 3.2 – Arranjo periódico de *patches* metálicos no plano $z = 0$.

Considerando-se a periodicidade nas direções x e y , a Equação (3.13) torna-se

$$-\begin{bmatrix} E_x^{inc} \\ E_y^{inc} \end{bmatrix} = \frac{2\pi}{j\omega\epsilon_0 t_x t_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} k_0^2 - \alpha_m^2 & -\alpha_m \beta_n \\ -\alpha_m \beta_n & k_0^2 - \beta_n^2 \end{bmatrix} \cdot [\tilde{Z}] \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} e^{j\alpha_m x} e^{j\beta_n y} , \quad (3.15)$$

em que

$$\alpha_m = \alpha_0 + \frac{2\pi m}{t_x} , \quad (3.16)$$

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{t_y} . \quad (3.17)$$

A Equação (3.15) é a equação do campo elétrico no domínio espectral. A equação é válida nas partes metálicas do anteparo e, devido à periodicidade da estrutura, precisa ser garantida apenas sobre uma única célula do anteparo.

Para o caso generalizado, no qual as células podem ser defasadas entre si, conforme a Figura 3.3, tem-se as seguintes equações para as variáveis espectrais:

$$\alpha_{mn} = \frac{2\pi m}{t_x} + \alpha_0 , \quad (3.18)$$

$$\beta_{mn} = \frac{2\pi n}{t_y \sin \Omega} - \frac{2\pi m}{t_x} \cot \Omega + \beta_0 . \quad (3.19)$$

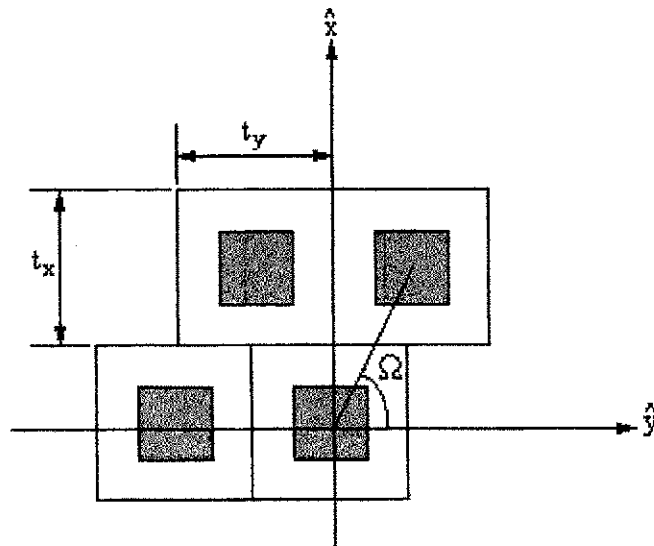


Figura 3.3 – Arranjo periódico de *patches* metálicos defasados entre si, no plano $z = 0$.

3.3 – Dedução da equação do campo magnético

Os campos elétrico e magnético espalhados podem ser deduzidos de um vetor potencial magnético, \vec{A} , sendo dados por:

$$\vec{E}^s = -j\omega\mu_0\vec{A} + \frac{1}{j\omega\epsilon_0}\nabla(\nabla\cdot\vec{A}), \quad (3.20)$$

$$\vec{H}^s = \nabla\times\vec{A}, \quad (3.21)$$

em que o sobrescrito *s* denota os campos espalhados.

No presente caso, \vec{A} tem apenas as componentes *x* e *y*, tanto que as Equações (3.20) e (3.21) podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 & \frac{\partial^2}{\partial x\partial y} \\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} H_x^s \\ H_y^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{\partial}{\partial z} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier em (3.22) e (3.23), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^s \\ \tilde{E}_y^s \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \begin{bmatrix} k_0^2 - \alpha^2 & -\alpha\beta \\ -\alpha\beta & k_0^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_x^s \\ \tilde{H}_y^s \end{bmatrix} = \pm\sqrt{k_0^2 - \alpha^2 - \beta^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

O vetor potencial magnético, \vec{A} , pode, facilmente, ser eliminado da Equação (3.24) e (3.25) para produzir o resultado intermediário, que é uma expressão para o campo magnético, em $z = 0$, em termos do campo elétrico sobre as porções das aberturas do anteparo em $z = 0$

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_x^s \\ \tilde{H}_y^s \end{bmatrix} = \frac{\mp 1}{2\omega\mu_0} \begin{bmatrix} \frac{k_0^2 - \alpha^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha^2 - \beta^2}} & \frac{-\alpha\beta}{\sqrt{k_0^2 - \alpha^2 - \beta^2}} \\ \frac{-\alpha\beta}{\sqrt{k_0^2 - \alpha^2 - \beta^2}} & \frac{k_0^2 - \beta^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha^2 - \beta^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\tilde{E}_y \\ -2\tilde{E}_x \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Então, define-se uma corrente magnética fictícia como

$$2 \begin{bmatrix} \tilde{M}_x \\ \tilde{M}_y \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} 2\tilde{E}_y \\ -2\tilde{E}_x \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Agora, será deduzida a equação do campo magnético para anteparos periódicos. Considere o diagrama mostrado na Figura 3.4.

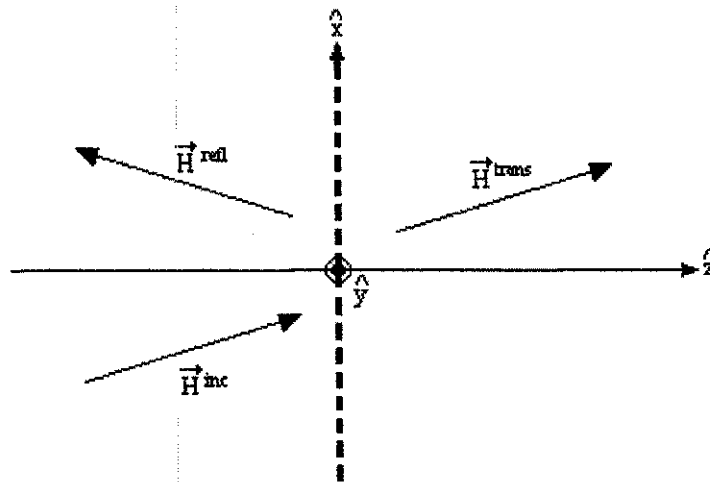


Figura 3.4 – Diagrama para dedução da equação do campo magnético.

Na seqüência, para se determinar a equação do campo magnético, deve-se considerar o problema equivalente espacial pelo lado direito e pelo lado esquerdo. O propósito disto, é incluir os efeitos das partes metálicas do anteparo nos campos magnéticos radiados devido às “correntes magnéticas” (campos-E nas aberturas). Isto não foi necessário no caso da equação do campo elétrico porque as correntes elétricas são induzidas no condutor. Neste caso, as

“correntes magnéticas” são induzidas nas aberturas entre os condutores. Deste modo, as partes metálicas do anteparo influenciam diretamente na radiação causada pelas “correntes magnéticas”. Considerando-se a equivalência espacial pelo lado esquerdo, mostrada na Figura 3.4, encontra-se o campo magnético total para $z = 0^-$ como sendo

$$\vec{H}_t = 2\vec{H}^{inc} - \frac{1}{2\omega\mu_0} \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \frac{k_0^2 - \alpha_m^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{-\alpha_m\beta_n}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \\ -\alpha_m\beta_n & \frac{k_0^2 - \beta_n^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \end{bmatrix} \cdot [2\vec{M}(\alpha_m, \beta_n)]_{z=0^-} e^{j(\alpha_mx + \beta_ny)} . \quad (3.28)$$

Uma equivalência similar pode ser desenvolvida para se obter o campo magnético total equivalente em $z = 0^+$

$$\vec{H}_t = -\frac{1}{2\omega\mu_0} \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \frac{k_0^2 - \alpha_m^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{-\alpha_m\beta_n}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \\ -\alpha_m\beta_n & \frac{k_0^2 - \beta_n^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \end{bmatrix} \cdot [2\vec{M}(\alpha_m, \beta_n)]_{z=0^+} e^{j(\alpha_mx + \beta_ny)} . \quad (3.29)$$

As Equações (3.28) e (3.29) podem ser igualadas, garantindo-se, desta forma, a continuidade dos campos magnéticos tangenciais através das aberturas. Considerando que, pela continuidade dos campos elétricos tangenciais, tem-se

$$\vec{M}(\alpha_m, \beta_n)_{z=0^-} = -\vec{M}(\alpha_m, \beta_n)_{z=0^+} , \quad (3.30)$$

isto produz a seguinte equação do campo magnético no domínio espectral

$$\vec{H}^{inc}(x, y) = -\frac{1}{2\omega\mu_0} \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \frac{k_0^2 - \alpha_m^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{-\alpha_m\beta_n}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \\ -\alpha_m\beta_n & \frac{k_0^2 - \beta_n^2}{\sqrt{k_0^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \end{bmatrix} \cdot [2\vec{M}(\alpha_m, \beta_n)] e^{j(\alpha_mx + \beta_ny)} . \quad (3.31)$$

Esta equação é válida sobre as regiões das aberturas do anteparo e precisa ser garantida apenas para uma célula unitária do arranjo. As quantidades desconhecidas aqui são os campos elétricos nas aberturas ou as correntes magnéticas.

A equação do campo elétrico é aplicada para as partes metálicas do anteparo e a equação do campo magnético, para as regiões das aberturas. Apenas uma equação é necessária para uma geometria particular do anteparo.

A escolha de qual equação usar é definida pela conveniência das funções de expansão das correntes e pelo número relativo de tais funções, necessário para uma caracterização precisa das correntes.

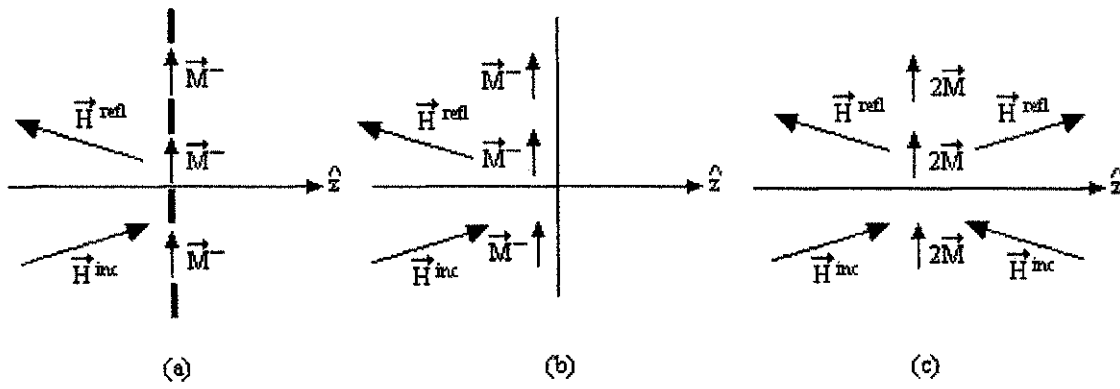


Figura 3.5 – Equivalência espacial do lado esquerdo (LE):

- (a) Problema original do LE com correntes magnéticas nas aberturas do anteparo;
- (b) Problema original transformado para um anteparo condutor no plano $z = 0$;
- (c) Correntes magnéticas e campos através do condutor no plano $z = 0$.

Para estender esta formulação para um arranjo periódico sobre substratos dielétricos, deve-se modificar as equações características, dadas em (3.15) e (3.25), substituindo-se a função diádica de Green, por uma nova função dada para a estrutura considerada. Desta forma, as Equações (3.15) e (3.31) podem ser reescritas como:

$$-\begin{bmatrix} E_x^{inc} \\ E_y^{inc} \end{bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xx} & \tilde{Z}_{xy} \\ \tilde{Z}_{yx} & \tilde{Z}_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) \\ \tilde{J}_y(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) \end{bmatrix} e^{j(\alpha_{mn}x + \beta_{mn}y)}, \quad (3.32)$$

$$-\begin{bmatrix} H_x^{inc} \\ H_y^{inc} \end{bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{xx} & \tilde{Y}_{xy} \\ \tilde{Y}_{yx} & \tilde{Y}_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{M}_x(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) \\ \tilde{M}_y(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) \end{bmatrix} e^{j(\alpha_{mn}x + \beta_{mn}y)}. \quad (3.33)$$

3.4 – Solução das equações características

Nesta seção, serão discutidas as soluções das equações que determinam as características das FSS apresentadas na seção anterior, usando-se o método dos momentos [20].

Como um primeiro passo, reescreve-se a Equação (3.32) em uma forma simbólica

$$\vec{L} * \vec{u} = \vec{g} , \quad (3.34)$$

em que \vec{u} representa as correntes induzidas desconhecidas (\vec{J}); \vec{g} corresponde aos campos incidentes conhecidos (\vec{E}^{inc}), \vec{L} é o operador que relaciona o termo desconhecido \vec{u} e os campos incidentes e $*$ representa uma operação de convolução. Através do método dos momentos, expressa-se o termo desconhecido \vec{u} em função de um conjunto de funções de base, \vec{f}_i , como

$$\vec{u} = \sum_i \vec{c}_i \vec{f}_i , \quad (3.35)$$

em que \vec{c}_i são os coeficientes peso desconhecidos a serem determinados. Substituindo-se (3.35) em (3.34) e escolhendo-se as funções teste iguais às funções de base [26], a Equação (3.34) pode ser reescrita na forma matricial como

$$\left\langle \vec{f}_j, \sum_i \vec{c}_i \vec{L} * \vec{f}_i \right\rangle = \langle \vec{f}_j, \vec{g} \rangle \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.36)$$

O produto escalar $\langle a, b \rangle$ é definido como

$$\langle a, b \rangle = \int_{\text{superfície}} a * b dS . \quad (3.37)$$

A eficiência com a qual a solução da Equação (3.36) pode ser obtida, com uma precisão desejada, depende criticamente da escolha adequada das funções de base.

As funções de base devem representar o comportamento físico das densidades de corrente no anteparo. Em geral, há dois grupos de funções de base para representar as funções

desconhecidas, no método dos momentos, que são as funções de base de domínio inteiro [2] e as de subdomínio [33].

Usando-se um grupo de funções de base e de teste adequadas na Equação (3.32), obtém-se para os coeficientes desconhecidos, \tilde{c}_i , a seguinte equação matricial

$$-\begin{bmatrix} \int J_{xj}^* E_x^{inc} dS \\ \int J_{yj}^* E_y^{inc} dS \end{bmatrix} = \sum_j \sum_m \sum_n \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xj}^* & 0 \\ 0 & \tilde{J}_{yj}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xx} & \tilde{Z}_{xy} \\ \tilde{Z}_{yx} & \tilde{Z}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xj} & 0 \\ 0 & \tilde{J}_{yj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{xj} \\ c_{yj} \end{bmatrix}, \quad (3.38)$$

em que $j = 1, 2, \dots$

Para determinação precisa dos coeficientes c_{xj} e c_{yj} , é necessário escolher um grupo de funções de base adequado. Neste trabalho são consideradas três geometrias diferentes de *patches*: o dipolo fino, o *patch* retangular e o dipolo cruzado. As funções de base para o dipolo fino e o *patch* retangular foram listadas por Mittra em [2]. As funções de base utilizadas para o dipolo cruzado foram listadas por Tsao em [9]. As geometrias consideradas e os grupos de funções de base são mostrados abaixo:

Dipolo fino

Funções de base:

$$J_y = \text{sen} \left[\frac{p\pi}{L} \left(y + \frac{L}{2} \right) \right] P_x(0, w) P_y(0, L), \quad (3.39)$$

$$J_x = 0. \quad (3.40)$$

em que $p = 1, 2, \dots$ e

$$P_x(x_0, w) = \begin{cases} 1, & |x - x_0| \leq \frac{w}{2} \\ 0, & \text{de outro modo} \end{cases}, \quad (3.41)$$

$$P_y(y_0, L) = \begin{cases} 1, & |y - y_0| \leq \frac{L}{2} \\ 0, & \text{de outro modo} \end{cases}. \quad (3.42)$$

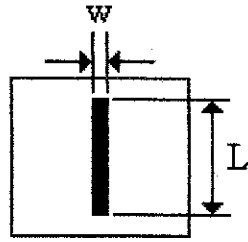


Figura 3.6 – Geometria do dipolo fino.

Dipolo cruzado

Funções de base:

$$J_x = \left\{ \text{sen} \left[\frac{p\pi}{L} \left(x + \frac{L}{2} \right) \right] + \text{sgn}(x) \cos \left(\frac{\pi}{L} x \right) \right\} P_x(0, L) P_y(0, w), \quad (3.43)$$

$$J_y = \left\{ \text{sen} \left[\frac{p\pi}{L} \left(y + \frac{L}{2} \right) \right] - \text{sgn}(y) \cos \left(\frac{\pi}{L} y \right) \right\} P_x(0, w) P_y(0, L), \quad (3.44)$$

em que

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \geq 0 \\ -1, & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (3.45)$$

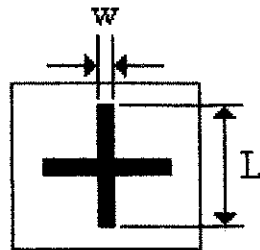


Figura 3.7 – Geometria do dipolo cruzado.

Patch retangular

Funções de base:

$$J_{x_{pq}}(x, y) = \text{sen} \left[\frac{q\pi}{W} \left(x + \frac{W}{2} \right) \right] \frac{T_q(2y/L)}{[1 - (2y/L)^2]^{1/2}}, \quad (3.46)$$

$$J_{y_{rs}}(x, y) = \text{sen} \left[\frac{s\pi}{L} \left(y + \frac{L}{2} \right) \right] \frac{T_r(2x/W)}{[1 - (2x/W)^2]^{1/2}}, \quad (3.47)$$

em que $p, s = 0, 1, 2, \dots, q, r = 1, 2, \dots$; T_i é a i -ésima função de Chebyshev de primeira ordem.

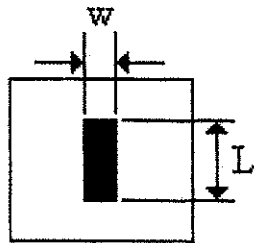


Figura 3.8 – Geometria do *patch* retangular.

3.5 – Conclusão

Neste Capítulo, foi apresentada a formulação do problema do espalhamento eletromagnético. Foram desenvolvidas as equações dos campos elétrico e magnético e foi demonstrado como estas equações podem ser aplicadas em arranjos periódicos sobre camadas dielétricas. Foi demonstrado, sucintamente, como solucionar as equações características. Por fim, foram definidos os tipos de elementos que serão considerados nesse trabalho e as respectivas funções de base que representam as densidades de corrente superficiais neles.

CAPÍTULO 4

FUNÇÃO DIÁDICA DE GREEN

4.1 – Introdução

Para se determinar os coeficientes peso da Equação (3.32) é necessário conhecer as componentes da função diádica de Green, que relacionam os campos incidentes com as densidades de corrente superficiais. Isto será feito, por intermédio do Método da Linha de Transmissão Equivalente, que foi desenvolvido por Mittra e Itoh [25]. Este método transforma a estrutura em uma linha de transmissão equivalente e soluciona o problema usando a teoria de linhas de transmissão. O método permite, ainda, o desacoplamento dos modos TE e TM em relação à direção z , simplificando a obtenção da função diádica de Green.

4.2 – Anisotropia dielétrica

Até então, o estudo da anisotropia em superfícies seletivas de frequência, havia sido considerado em apenas um trabalho anterior [34]. A consideração de materiais anisotrópicos na análise de FSS é de grande importância, pois os substratos anisotrópicos podem afetar o desempenho das FSS e, desta forma, a caracterização e o projeto devem levar em conta este efeito. Além disso, os materiais anisotrópicos podem ter valores da tangente de perdas menores do que os dos materiais isotrópicos [35] – [39].

A anisotropia dielétrica se caracteriza pelo fato do material apresentar uma permissividade elétrica na forma tensorial. Quando o material é considerado sem perdas, e com os eixos ópticos orientados ao longo dos eixos principais do sistema de coordenadas, x , y e z , tem-se [35], [39]

$$\varepsilon_{ij} = 0 \quad \text{para } i \neq j, \quad (4.1)$$

e, conseqüentemente

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Se ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{zz} forem diferentes entre si, o cristal é denominado de anisotrópico biaxial. Se dois desses elementos forem iguais, o cristal é denominado de anisotrópico uniaxial.

No caso de anisotropia uniaxial, o eixo de simetria, ou eixo óptico, é aquele para o qual o elemento da matriz é diferente dos outros dois.

Para o caso do eixo óptico ser orientado na direção perpendicular ao plano do *patches* (i.e. direção z , na Figura 4.1), tem-se

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

4.3 – Método da linha de transmissão equivalente

Como citado anteriormente, para se determinar os coeficientes peso e , conseqüentemente, os campos espalhados, deve-se, como um primeiro passo, deduzir as componentes da função diádica de Green.

Usando-se o método da imitância no domínio espectral [25], tem-se

$$\bar{H}^s = \nabla_x \bar{A}. \quad (4.4)$$

Das Equações (4.4) e (3.1) tem-se que:

$$H_z^s = \frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x, \quad (4.5)$$

$$E_z^s = \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial x} A_x + \frac{\partial}{\partial y} A_y \right). \quad (4.6)$$

No domínio da transformada de Fourier, (4.5) e (4.6) aproximam-se por:

$$\tilde{H}_z^s \propto \frac{-\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tilde{J}_y + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tilde{J}_x, \quad (4.7)$$

$$\tilde{E}_z^s \propto \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tilde{J}_x + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tilde{J}_y, \quad (4.8)$$

em que os subscritos em α e β foram omitidos por conveniência.

Tem-se que a onda plana se propaga numa direção θ , em relação ao eixo x . Transformando o sistema de coordenadas (x,y) em um novo sistema de coordenadas (u,v) , obtém-se um novo sistema, tal que o eixo v é definido ao longo da direção de propagação da onda plana e o eixo u é transverso aos eixos v e z , como mostra a Figura 4.1 [2]. Desta forma, tem-se

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen } \theta & -\text{cos } \theta \\ \text{cos } \theta & \text{sen } \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

em que

$$\text{cos } \theta = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \quad (4.10)$$

$$\text{sen } \theta = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}. \quad (4.11)$$

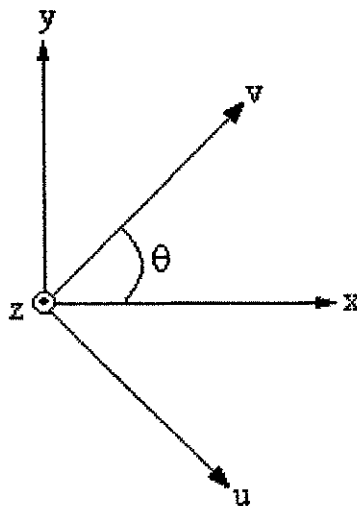


Figura 4.1 – Mudança do sistema de coordenadas (x,y,z) para o sistema (u,v,z) .

A transformada de Fourier da densidade superficial de corrente induzida é dada por

$$\tilde{\mathbf{J}} = \hat{x} \tilde{J}_x + \hat{y} \tilde{J}_y = \hat{u} \tilde{J}_u + \hat{v} \tilde{J}_v. \quad (4.12)$$

Das Equações (4.7) e (4.12), a componente v da corrente espectral produz

$$\tilde{H}_z^s \propto \frac{-\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tilde{J}_v \sin \theta + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tilde{J}_v \cos \theta = 0 . \quad (4.13)$$

Similarmente, das Equações (4.8) e (4.12), a componente, u da corrente espectral produz

$$\tilde{E}_z^s \propto \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tilde{J}_u \sin \theta - \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tilde{J}_u \cos \theta = 0 . \quad (4.14)$$

Das Aproximações (4.13) e (4.14), pode-se notar que a componente u da corrente gera os campos TE e a componente v , gera os campos TM. Após a decomposição dos campos TE e TM, no domínio espectral, usa-se o modelo da linha de transmissão equivalente para determinar a função diádica de Green que relaciona os campos espalhados e as correntes superficiais induzidas [2], para as componentes, u e v , separadamente.

Para os modos TE, os campos espalhados são dados por

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_u^s \\ \tilde{E}_v^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}^{\text{TE}} & 0 \\ 0 & \tilde{Z}^{\text{TM}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_u \\ \tilde{J}_v \end{bmatrix} . \quad (4.15)$$

Retornando-se ao sistema de coordenadas (x,y,z) , a Equação (4.15) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^s \\ \tilde{E}_y^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}^{\text{TE}} \sin^2 \theta + \tilde{Z}^{\text{TM}} \cos^2 \theta & (\tilde{Z}^{\text{TM}} - \tilde{Z}^{\text{TE}}) \cos \theta \sin \theta \\ (\tilde{Z}^{\text{TM}} - \tilde{Z}^{\text{TE}}) \cos \theta \sin \theta & \tilde{Z}^{\text{TM}} \sin^2 \theta + \tilde{Z}^{\text{TE}} \cos^2 \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} , \quad (4.16)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^s \\ \tilde{E}_y^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xx} & \tilde{Z}_{xy} \\ \tilde{Z}_{yx} & \tilde{Z}_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} , \quad (4.17)$$

em que

$$\tilde{Z}_{xx} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} [\alpha^2 \tilde{Z}^{\text{TM}} + \beta^2 \tilde{Z}^{\text{TE}}] , \quad (4.18)$$

$$\tilde{Z}_{xy} = \tilde{Z}_{yx} = \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \left[\tilde{Z}^{\text{TM}} - \tilde{Z}^{\text{TE}} \right], \quad (4.19)$$

$$\tilde{Z}_{yy} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[\beta^2 \tilde{Z}^{\text{TM}} + \alpha^2 \tilde{Z}^{\text{TE}} \right]. \quad (4.20)$$

4.4 – Determinação das impedâncias equivalentes ($\tilde{Z}^{\text{TM,TE}}$)

Como se pode observar da Equação (4.17), os campos espalhados podem ser calculados por meio da função diádica de Green. Estes campos são calculados no topo e na base da estrutura. As componentes da função diádica de Green são determinadas a partir das impedâncias equivalentes ($\tilde{Z}^{\text{TM,TE}}$) obtidas do circuito equivalente para os modos TM e TE, respectivamente. A admitância de entrada do circuito pode ser obtida por meio do uso da equação da linha de transmissão, dada por

$$Y_{\text{in}} = Y_0 \frac{Y_0 + Y_L \coth(\gamma t)}{Y_L + Y_0 \coth(\gamma t)}, \quad (4.21)$$

em que Y_0 é a admitância característica do meio.

As impedâncias equivalentes para os modos TM e TE são dadas por

$$\tilde{Z}^{\text{TM,TE}} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}}, \quad (4.22)$$

em que Y_+ e Y_- , representam as admitâncias de entrada olhando para cima e para baixo a partir da fonte de corrente, respectivamente. O sobrescrito e corresponde aos modos TM, enquanto o sobrescrito h corresponde aos modos TE. Por outro lado, quando os campos espalhados são calculados a uma distância h , da fonte de corrente, como mostra a Figura 4.2, faz-se necessária uma modificação na Equação (4.22). Na Figura 4.2, Y_L é a admitância de entrada olhando para baixo a partir da base da estrutura. Para transferir a impedância para a distância t , é necessário multiplicar a equação (4.22) por uma admitância de transferência dada por:

$$Y_{\text{Transf.}} = \frac{Y_0}{Y_0 \cos(\gamma t) + Y_L \sin(\gamma t)}. \quad (4.23)$$

Desta forma, a Equação (4.22) torna-se

$$\tilde{Z}^{TM,TE} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}} Y_{Transf}^{e,h} \quad (4.24)$$

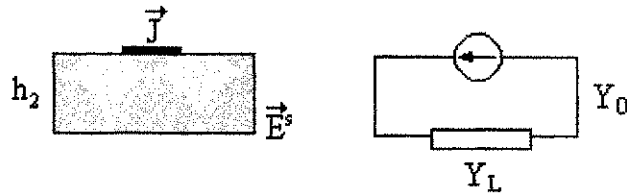


Figura 4.2 – Relação entre a corrente e o campo espalhado para posições diferentes em z .

A partir de agora, serão deduzidas as funções diádicas de Green para três tipos de estruturas diferentes, todas utilizando elementos do tipo *patch* condutor. Como mostrado no capítulo anterior, nesse trabalho serão consideradas três geometrias para os elementos *patches*. As estruturas estão mostradas logo abaixo, na Figura 4.3.

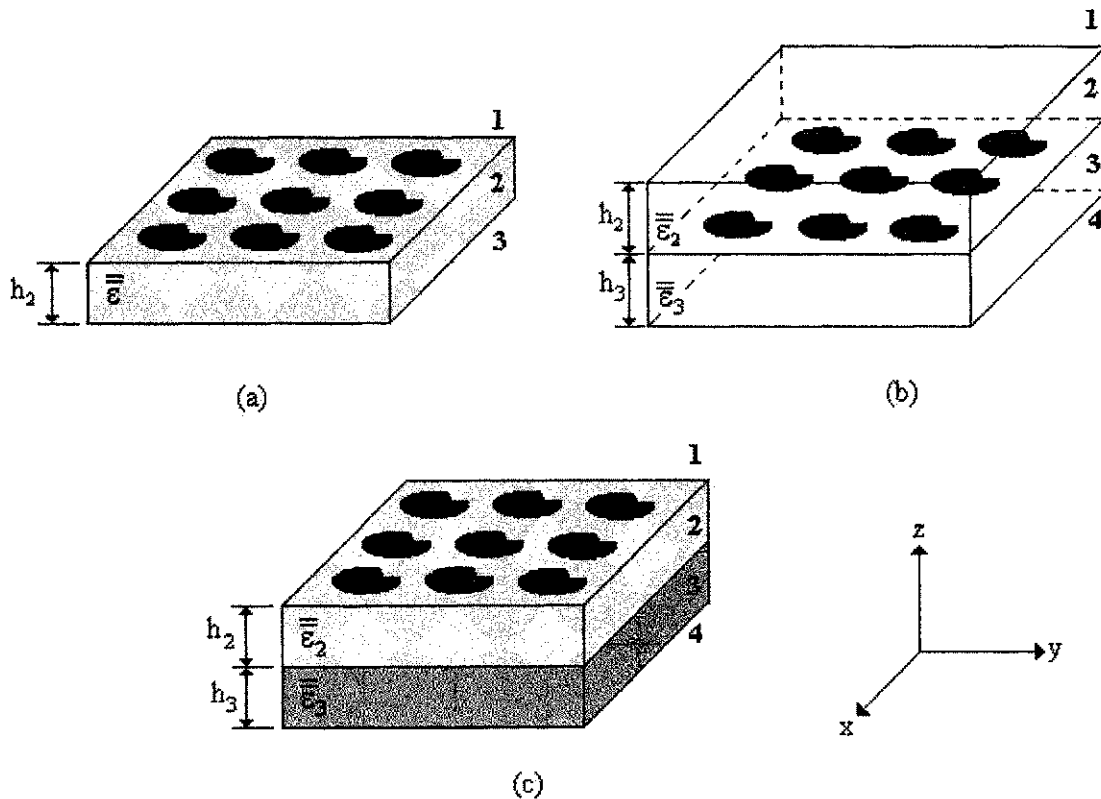


Figura 4.3 – Estruturas consideradas na análise: (a) – FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica; (b) – FSS entre duas camadas dielétricas anisotrópicas e (a) – FSS sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas.

A primeira estrutura analisada será a da Figura 4.3(a). Para esta estrutura e considerando o caso anisotrópico uniaxial (com eixo óptico na direção z), as admitâncias características no i -ésimo meio são dadas por:

$$Y_{0i}^{TE} = \frac{\gamma_{hi}}{j\omega\mu_0} , \quad (4.25)$$

$$Y_{0i}^{TM} = \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_{xxi}}{\gamma_{ei}} . \quad (4.26)$$

Considerando a estrutura da Figura 4.3(a), tem-se:

$$\gamma_{e,h1} = \gamma_{e,h3} = \gamma_0 , \quad (4.27)$$

$$\gamma_{e,h2} = \gamma_{e,h} , \quad (4.28)$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon_0 , \quad (4.29)$$

$$\epsilon_2 = \bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \cdot \epsilon_0 , \quad (4.30)$$

$$\gamma_e = \sqrt{\frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}} (\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{zz})} , \quad (4.31)$$

$$\gamma_h = \sqrt{\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{xx}} . \quad (4.32)$$

Considerando a estrutura analisada, mostrada na Figura 4.4(a) e resolvendo o circuito equivalente para os modos TM e TE, mostrado na Figura 4.4(b), tem-se que os campos espalhados no topo da estrutura são dados por

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{x1}^s \\ \tilde{E}_{y1}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xx1} & \tilde{Z}_{xy1} \\ \tilde{Z}_{yx1} & \tilde{Z}_{yy1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} , \quad (4.33)$$

em que,

$$\tilde{Z}_{xx1} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[\alpha^2 \tilde{Z}_1^{TM} + \beta^2 \tilde{Z}_1^{TE} \right] , \quad (4.34)$$

$$\tilde{Z}_{xy1} = \tilde{Z}_{yx1} = \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} [\tilde{Z}_1^{TM} - \tilde{Z}_1^{TE}], \quad (4.35)$$

$$\tilde{Z}_{yy1} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} [\beta^2 \tilde{Z}_1^{TM} + \alpha^2 \tilde{Z}_1^{TE}], \quad (4.36)$$

e

$$\tilde{Z}_1^{TM,TE} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}}, \quad (4.37)$$

$$Y_+^e = Y_{01}^{TM}, \quad (4.38)$$

$$Y_+^h = Y_{01}^{TE}. \quad (4.39)$$

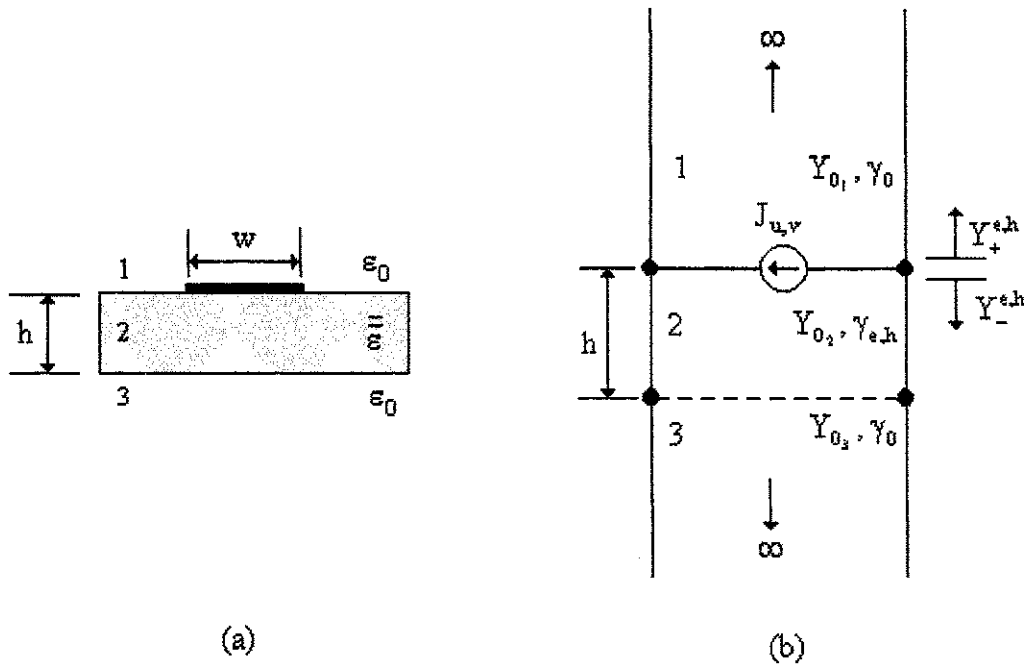


Figura 4.4 – Estudo de uma FSS (*patches* condutores sobre uma camada dielétrica anisotrópica): (a) – Seção transversal e (b) – Circuito equivalente para os modos TM e TE.

Da equação da linha de transmissão equivalente, dada em (4.21), obtém-se

$$Y_-^e = Y_{02}^{TM} \frac{Y_{02}^{TM} + Y_{03}^{TM} \coth(\gamma_e h_2)}{Y_{03}^{TM} + Y_{02}^{TM} \coth(\gamma_e h_2)}. \quad (4.40)$$

Substituindo-se (4.38) e (4.40) em (4.37), obtém-se

$$\tilde{Z}_1^{TM} = \frac{\gamma_0 \gamma_e [\gamma_e + \epsilon_{xx} \gamma_0 \coth(\gamma_e h_2)]}{j\omega \epsilon_0 [\epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + \gamma_e^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)]} \quad (4.41)$$

Para os modos TE, tem-se

$$Y_-^h = Y_{02}^{TE} \frac{Y_{02}^{TE} + Y_{03}^{TE} \coth(\gamma_h h_2)}{Y_{03}^{TE} + Y_{02}^{TE} \coth(\gamma_h h_2)} \quad (4.42)$$

Substituindo-se (4.39) e (4.42) em (4.37), obtém-se

$$\tilde{Z}_1^{TE} = \frac{j\omega \mu_0 [\gamma_0 + \gamma_h \coth(\gamma_h h_2)]}{\gamma_h^2 + 2\gamma_0 \gamma_h \coth(\gamma_h h_2) + \gamma_0^2} \quad (4.43)$$

Os campos espalhados na base da estrutura são dados por

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{x2}^s \\ \tilde{E}_{y2}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xx2} & \tilde{Z}_{xy2} \\ \tilde{Z}_{yx2} & \tilde{Z}_{yy2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

em que

$$\tilde{Z}_{xx2} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} [\alpha^2 \tilde{Z}_2^{TM} + \beta^2 \tilde{Z}_2^{TE}], \quad (4.45)$$

$$\tilde{Z}_{xy2} = \tilde{Z}_{yx2} = \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} [\tilde{Z}_2^{TM} - \tilde{Z}_2^{TE}], \quad (4.46)$$

$$\tilde{Z}_{yy2} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} [\beta^2 \tilde{Z}_2^{TM} + \alpha^2 \tilde{Z}_2^{TE}], \quad (4.47)$$

$$\tilde{Z}_2^{TM,TE} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}} Y_{Transf}^{e,h} \quad (4.48)$$

Observa-se que a admitância de transferência é dada pela Equação (4.23) e, para a estrutura da Figura 4.4(a), as admitâncias de transferência para os modos TE e TM são

$$Y_{Transf.}^{e,h} = \frac{Y_{02}}{Y_{02} \cos(\gamma_{e,h} h_2) + Y_{03} \sin(\gamma_{e,h} h_2)} \quad (4.49)$$

As admitâncias Y_+^e, Y_+^h, Y_-^e e Y_-^h são dadas pelas Equações (4.38) a (4.40) e (4.42) respectivamente. As admitâncias dos meio 2 e 3 são dadas pelas Equações (4.25) e (4.36) respectivamente.

A segunda estrutura a ser analisada é a FSS mostrada na Figura 4.3(b). Ela é uma FSS do tipo *freestanding* colocada entre duas camadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais.

Para a referida estrutura, e considerando o caso anisotrópico uniaxial com o eixo ótico orientado na direção z , definem-se:

$$Y_{0i}^{TE} = \frac{\gamma_{hi}}{j\omega\mu_0}, \quad (4.50)$$

$$Y_{0i}^{TM} = \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_{xxi}}{\gamma_{ei}}, \quad (4.51)$$

$$\gamma_{hi} = \sqrt{\alpha_m^2 + \beta_n^2 - \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_{xxi}}, \quad (4.52)$$

$$\gamma_{ei} = \sqrt{\frac{\epsilon_{xxi}}{\epsilon_{zz_i}} (\alpha_m^2 + \beta_n^2 - \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_{xxi})}. \quad (4.53)$$

Considerando a estrutura analisada, mostrada na Figura 4.5(a), e resolvendo o circuito equivalente para os modos TM, mostrado na Figura 4.5(b), tem-se que as admitâncias de entrada são dadas por

$$Y_+^e = Y_{02}^{TM} \frac{Y_{02}^{TM} + Y_{01}^{TM} \coth(\gamma_{e2}h_2)}{Y_{01}^{TM} + Y_{02}^{TM} \coth(\gamma_{e2}h_2)}. \quad (4.54)$$

Aplicando (4.51) em (4.54), obtém-se

$$Y_+^e = \frac{j\omega\epsilon_0[\gamma_0\epsilon_{xx2}^2 + \epsilon_{xx2}\gamma_{e2} \coth(\gamma_{e2}h_2)]}{\gamma_{e2}^2 + \epsilon_{xx2}\gamma_0\gamma_{e2} \coth(\gamma_{e2}h_2)}. \quad (4.55)$$

Olhando para baixo, no circuito dado na Figura 4.5(b), tem-se

$$Y_-^e = Y_{03}^{TM} \frac{Y_{03}^{TM} + Y_{04}^{TM} \coth(\gamma_{e3}h_3)}{Y_{04}^{TM} + Y_{03}^{TM} \coth(\gamma_{e3}h_3)}. \quad (4.56)$$

Aplicando (4.51) em (4.56), tem-se

$$Y_-^e = \frac{j\omega\epsilon_0[\gamma_0\epsilon_{xx3}^2 + \epsilon_{xx3}\gamma_{e3}\coth(\gamma_{e3}h_3)]}{\gamma_{e3}^2 + \epsilon_{xx3}\gamma_0\gamma_{e3}\coth(\gamma_{e3}h_3)} \quad (4.57)$$

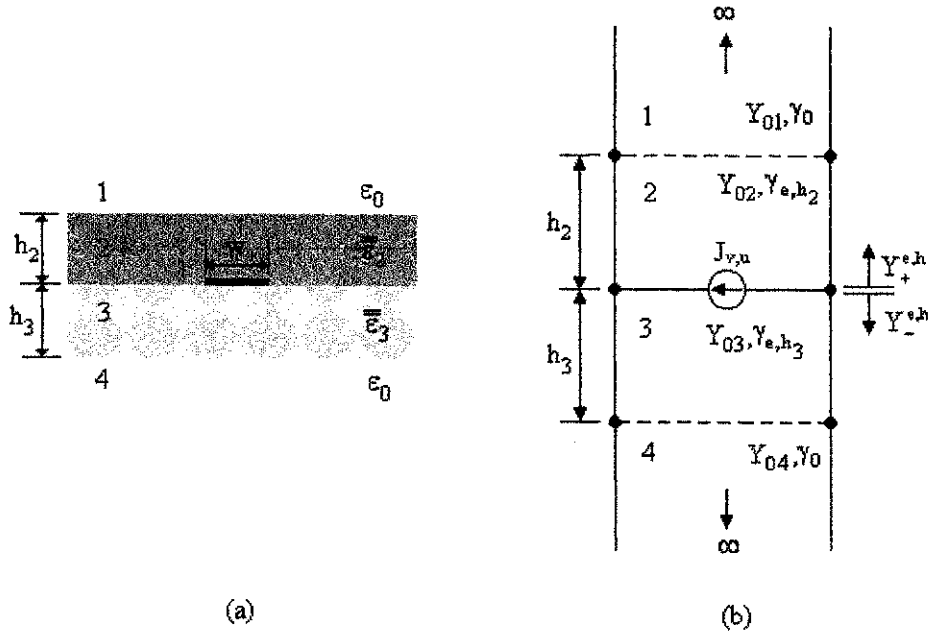


Figura 4.5 – Estudo de uma FSS (*patches* condutores entre camadas dielétricas anisotrópicas): (a) – Seção transversal e (b) – Circuito equivalente para os modos TM e TE.

Para os modos TE, tem-se

$$Y_+^h = Y_{02}^{TE} \frac{Y_{02}^{TE} + Y_{01}^{TE} \coth(\gamma_{h2}h_2)}{Y_{01}^{TE} + Y_{02}^{TE} \coth(\gamma_{h2}h_2)} \quad (4.58)$$

Aplicando (4.50) em (4.58), obtém-se

$$Y_+^h = \frac{\gamma_{h2}^2 + \gamma_0\gamma_{h2}\coth(\gamma_{h2}h_2)}{\gamma_0 + \gamma_{h2}\coth(\gamma_{h2}h_2)} \quad (4.59)$$

Olhando para baixo no circuito dado na Figura 4.5(b), tem-se

$$Y_-^h = Y_{03}^{TE} \frac{Y_{03}^{TE} + Y_{04}^{TE} \coth(\gamma_{h3}h_3)}{Y_{04}^{TE} + Y_{03}^{TE} \coth(\gamma_{h3}h_3)} \quad (4.60)$$

Aplicando (4.50) em (4.60), obtém-se

$$Y_-^h = \frac{\gamma_{h3}^2 + \gamma_0 \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3)}{\gamma_0 + \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3)} . \quad (4.61)$$

A terceira estrutura a ser analisada é a FSS mostrada na Figura 4.3(c). Ela é uma FSS do tipo *freestanding* sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais.

Para esta estrutura e considerando o caso anisotrópico uniaxial com o eixo ótico orientado na direção z , as admitâncias características TE e TM para o meio i e as constantes de propagação $\gamma_{e,h}$ foram dadas pelas Equações (4.50) a (4.53).

Considerando a estrutura analisada, mostrada na Figura 4.6(a), e resolvendo o circuito equivalente para os modos TM e TE, mostrado na Figura 4.6(b), tem-se que as admitâncias de entrada são dadas por

$$Y_+^e = Y_{01}^{TM} = \frac{\gamma_0}{j\omega\mu_0} . \quad (4.62)$$

Olhando para baixo, no circuito dado na Figura 4.6(b), tem-se

$$Y_-^e = Y_{02}^{TM} \frac{Y_{02}^{TM} + Y_{in3}^{TM} \coth(\gamma_{e2} h_2)}{Y_{in3}^{TM} + Y_{02}^{TM} \coth(\gamma_{e2} h_2)} , \quad (4.63)$$

em que

$$Y_{in3} = Y_{03}^{TM} \frac{Y_{03}^{TM} + Y_{in4}^{TM} \coth(\gamma_{e3} h_3)}{Y_{in4}^{TM} + Y_{03}^{TM} \coth(\gamma_{e3} h_3)} , \quad (4.64)$$

e

$$Y_{in4} = Y_{04}^{TM} = \frac{\gamma_0}{j\omega\mu_0} . \quad (4.65)$$

Para os modos TE, tem-se

$$Y_+^h = Y_{01}^{TE} = \frac{\gamma_0}{j\omega\mu_0} . \quad (4.66)$$

Olhando-se para baixo, no circuito dado na Figura 4.6(b), tem-se

$$Y_-^h = Y_{02}^{TE} \frac{Y_{02}^{TE} + Y_{in3}^{TE} \coth(\gamma_{h2} h_2)}{Y_{in3}^{TE} + Y_{02}^{TE} \coth(\gamma_{h2} h_2)}, \quad (4.67)$$

em que

$$Y_{in3}^{TE} = Y_{03}^{TE} \frac{Y_{03}^{TE} + Y_{in4}^{TE} \coth(\gamma_{h3} h_3)}{Y_{in4}^{TE} + Y_{03}^{TE} \coth(\gamma_{h3} h_3)}, \quad (4.68)$$

e

$$Y_{in4}^{TE} = Y_{04}^{TE} = \frac{\gamma_0}{j\omega\mu_0}. \quad (4.69)$$

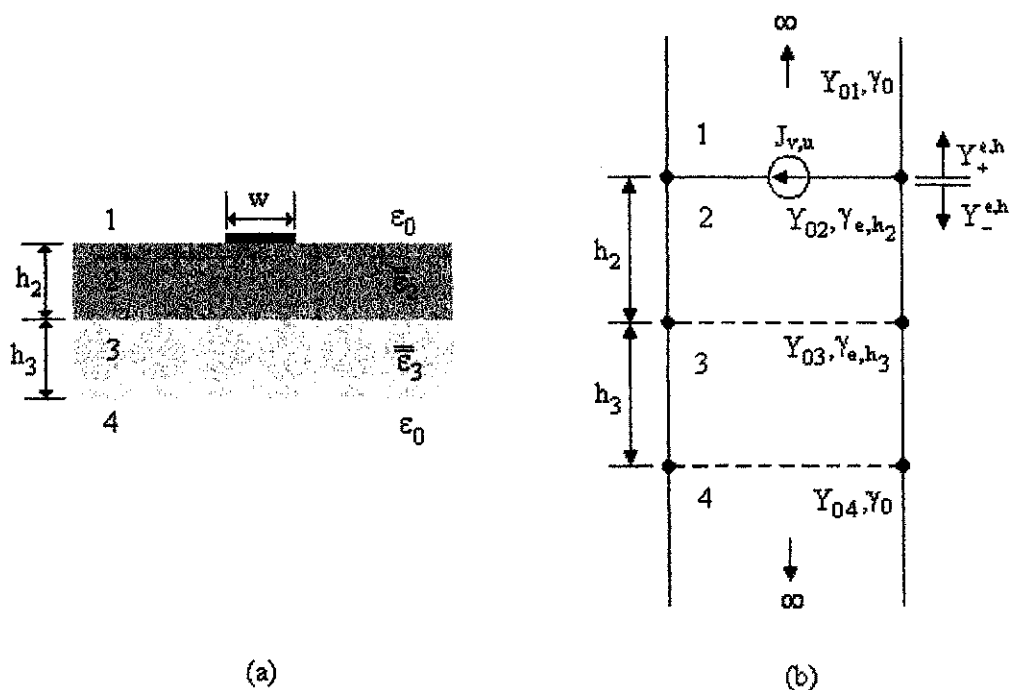


Figura 4.6 – Estudo de uma FSS (*patches* condutores sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas): (a) – Seção transversal e (b) – Circuito equivalente para os modos TM e TE.

4.5 – Conclusão

Neste capítulo, foram determinadas as componentes da função diádica de Green para três estruturas FSS diferentes, com elementos do tipo *patches* condutores. Na análise, foram considerados materiais dielétricos anisotrópicos uniaxiais, com o eixo óptico orientado na direção z (perpendicular ao plano do *patch*). Na determinação das componentes da função diádica de Green, foi usado o método da linha de transmissão equivalente, no domínio espectral.

No Capítulo 5 são apresentadas as deduções das equações dos campos incidentes para as três estruturas consideradas neste capítulo. As equações dos campos incidentes, em conjunto com as funções diádicas de Green das estruturas analisadas, serão usadas na determinação dos coeficientes peso das funções de base das densidades de corrente induzidas nos condutores.

CAPÍTULO 5

DEDUÇÃO DOS CAMPOS INCIDENTES

5.1 – Introdução

Neste Capítulo, serão deduzidos os campos incidentes para os dois tipos de superfícies seletivas de frequência, mostradas na Figura 4.3. A dedução dos campos incidentes é o próximo passo necessário para se determinar os coeficientes peso da Equação (3.32). A partir da determinação dos coeficientes peso, os campos espalhados poderão ser determinados.

Uma configuração geral é apresentada na Figura 5.1. O potencial em cada região é definido como [2]:

$$\Psi_0^{\text{TE, TM}} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{\gamma_0 z} + R e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 z}, \quad (5.1)$$

$$\Psi_1^{\text{TE, TM}} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} [C_{11} \cosh(\gamma_1 z) + C_{12} \sinh(\gamma_1 z)], \quad (5.2)$$

⋮

$$\Psi_M^{\text{TE, TM}} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} [C_{M1} \cosh(\gamma_M z) + C_{M2} \sinh(\gamma_M z)], \quad (5.3)$$

$$\Psi_{M+1}^{\text{TE, TM}} = T e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{\gamma_0 z}, \quad (5.4)$$

em que α_0 e β_0 estão definidos nas Equações (3.2) e (3.3); e R , C_{11} , C_{12} , ... C_{M1} , C_{M2} e T são os coeficientes a serem determinados.

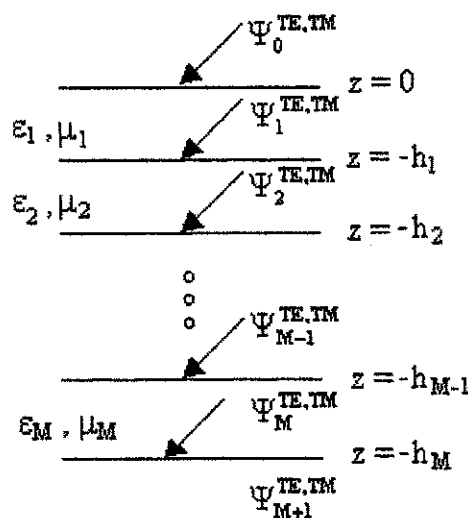


Figura 5.1 – Potenciais incidentes.

Determinação dos Campos Incidentes

Para garantir as condições de continuidade dos campos tangenciais incidentes elétricos e magnéticos nas interfaces dielétricas, serão usadas as seguintes equações (deduzidas no Apêndice A):

Modos TE:

$$E_x^i = -\frac{\partial \Psi_{i-1}^{TE}}{\partial y} \quad (a) \quad E_y^i = \frac{\partial \Psi_{i-1}^{TE}}{\partial x} \quad (b) \quad (5.5)$$

$$H_x^i = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_{i-1}^{TE}}{\partial x \partial z} \quad (a) \quad H_y^i = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_{i-1}^{TE}}{\partial y \partial z} \quad (b) \quad (5.6)$$

Modos TM:

$$E_x^i = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xxi}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_{i-1}^{TM}}{\partial x \partial z} \quad (a) \quad E_y^i = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xxi}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_{i-1}^{TM}}{\partial y \partial z} \quad (b) \quad (5.7)$$

$$H_x^i = \frac{\partial \Psi_{i-1}^{TE}}{\partial y} \quad (a) \quad H_y^i = -\frac{\partial \Psi_{i-1}^{TE}}{\partial x} \quad (b) \quad (5.8)$$

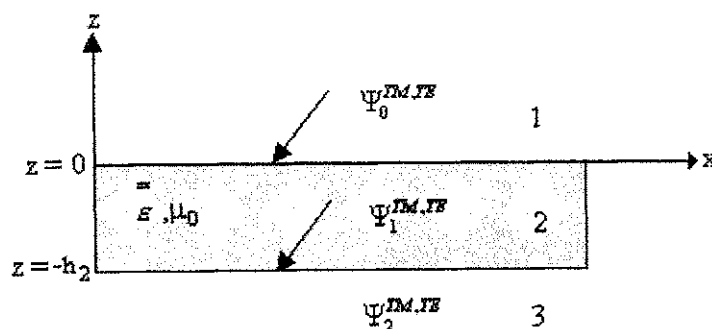
5.2 – Dedução dos campos incidentes para a primeira estrutura

Para a estrutura da Figura 5.2, os potenciais incidentes são dados por:

$$\Psi_0^{TE, TM} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{\gamma_0 z} + \text{Re} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 z}, \quad (5.9)$$

$$\Psi_1^{TE, TM} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} (C_{11} \cosh(\gamma_h, e z) + C_{12} \sinh(\gamma_h, e z)), \quad (5.10)$$

$$\Psi_2^{TE, TM} = T e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{\gamma_0 z}. \quad (5.11)$$



Para se determinar os campos incidentes é necessário que se obtenha os coeficientes desconhecidos R , C_{11} , C_{12} e T . A partir das Equações (5.5) a (5.8), em conjunto com os potenciais incidentes, dados pelas Equações (5.9) a (5.11), e impondo-se as condições de continuidade dos campos, estes coeficientes desconhecidos são determinados e, com isso, os campos incidentes.

Referindo-se à Figura 5.2, tem-se para os modos TE:

Para $z = 0$:

$$E_x^1 = -\frac{\partial \Psi_0^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0(1+R)e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.12)$$

$$E_x^2 = -\frac{\partial \Psi_1^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 C_{11} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.13)$$

Para $z = -h_2$:

$$E_x^2 = -j\beta_0 [C_{11} \cosh(\gamma_h h_2) - C_{12} \sinh(\gamma_h h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.14)$$

$$E_x^3 = -\frac{\partial \Psi_2^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 T e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 h_2}. \quad (5.15)$$

Em relação ao campo magnético, tem-se:

Para $z = 0$:

$$H_x^1 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_0^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\mu_0} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} (1-R), \quad (5.16)$$

$$H_x^2 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_h}{\omega\mu_0} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} C_{12}. \quad (5.17)$$

Para $z = -h_2$:

$$H_x^2 = \frac{\alpha_0 \gamma_h}{\omega\mu_0} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} [-C_{11} \sinh(\gamma_h h_2) + C_{12} \cosh(\gamma_h h_2)], \quad (5.18)$$

$$H_x^3 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\mu_0} T e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 h_2}. \quad (5.19)$$

Aplicando as condições de continuidade dos campos incidentes, obtém-se:

Para $z = 0$:

$$E_x^1 = E_x^2 \Rightarrow C_{11} = 1 + R, \quad (5.20)$$

$$H_x^1 = H_x^2 \Rightarrow C_{12} = (1 - R) \frac{\gamma_0}{\gamma_h}. \quad (5.21)$$

Para $z = -h_2$:

$$E_x^2 = E_x^3 \Rightarrow T = [C_{11} \cosh(\gamma_h h_2) - C_{12} \sinh(\gamma_h h_2)] e^{\gamma_0 h_2}, \quad (5.22)$$

$$H_x^2 = H_x^3 \Rightarrow T = \frac{\gamma_h}{\gamma_0} [C_{12} \cosh(\gamma_h h_2) - C_{11} \sinh(\gamma_h h_2)] e^{\gamma_0 h_2}. \quad (5.23)$$

Substituindo (5.22) em (5.23), obtém-se

$$C_{11} \left[\cosh(\gamma_h h_2) + \frac{\gamma_h}{\gamma_0} \sinh(\gamma_h h_2) \right] = C_{12} \left[\sinh(\gamma_h h_2) + \frac{\gamma_h}{\gamma_0} \cosh(\gamma_h h_2) \right]. \quad (5.24)$$

Substituindo (5.20) e (5.21) em (5.24), obtém-se

$$(1 + R) \left[\cosh(\gamma_h h_2) + \frac{\gamma_h}{\gamma_0} \sinh(\gamma_h h_2) \right] = \frac{\gamma_0}{\gamma_h} (1 - R) \left[\sinh(\gamma_h h_2) + \frac{\gamma_h}{\gamma_0} \cosh(\gamma_h h_2) \right]. \quad (5.25)$$

A solução da Equação (5.25) resulta em

$$R = \frac{\gamma_0^2 - \gamma_h^2}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}. \quad (5.26)$$

A substituição da Equação (5.26) nas Equações (5.20) e (5.21), resulta nas seguintes equações para os coeficientes C_{11} e C_{12} :

$$C_{11} = 2\gamma_0 \frac{\gamma_0 + \gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}, \quad (5.27)$$

$$C_{12} = 2\gamma_0 \frac{\gamma_h + \gamma_0 \coth(\gamma_h h_2)}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}. \quad (5.28)$$

Substituindo as Equações (5.27) e (5.28) em (5.22), obtém-se

$$T = \frac{2\gamma_0\gamma_h / \sinh(\gamma_h h_2)}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)} e^{\gamma_0 h_2}. \quad (5.29)$$

Conhecendo as expressões dos coeficientes R , C_{11} , C_{12} e T , os campos incidentes podem ser facilmente determinados no topo ($z = 0$) da estrutura. Substituindo os potenciais incidentes nas Equações (5.5) a (5.6), os seguintes campos incidentes, para os modos TE, são obtidos:

Para $z = 0$:

$$E_x^{inc} = -j2\beta_0\gamma_0 \frac{\gamma_0 + \gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.30)$$

$$E_y^{inc} = j2\alpha_0\gamma_0 \frac{\gamma_0 + \gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.31)$$

De maneira análoga, serão deduzidas as equações para os campos incidentes dos modos TM. A partir das Equações (5.8) e (5.9) e garantindo-se as condições de continuidade dos campos incidentes, serão determinados os coeficientes R , C_{11} , C_{12} e T para os modos TM e, conseqüentemente, os campos incidentes para estes modos.

Referindo-se à Figura 5.2, tem-se:

Para $z = 0$:

$$E_x^1 = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_0^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\epsilon_0} (1 - R) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.32)$$

$$E_x^2 = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_{xx}} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_e}{\omega\epsilon_0\epsilon_{xx}} C_{12} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.33)$$

Para $z = -h_2$:

$$E_x^2 = \frac{\alpha_0 \gamma_e}{\omega\epsilon_0\epsilon_{xx}} [C_{12} \cosh(\gamma_e h_2) - C_{11} \sinh(\gamma_e h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.34)$$

$$E_x^3 = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\epsilon_0} T e^{-\gamma_0 h_2} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.35)$$

Em relação ao campo magnético, tem-se:

Para $z = 0$:

$$H_x^1 = \frac{\partial \Psi_0^{TM}}{\partial y} = j\beta_0(1+R)e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.36)$$

$$H_x^2 = \frac{\partial \Psi_1^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 C_{11} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.37)$$

Para $z = -h_2$:

$$H_x^2 = j\beta_0 [C_{11} \cosh(\gamma_e h_2) - C_{12} \sinh(\gamma_e h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.38)$$

$$H_x^3 = \frac{\partial \Psi_2^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 T e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 h_2}. \quad (5.39)$$

Aplicando as condições de contorno, obtém-se:

Para $z = 0$:

$$E_x^1 = E_x^2 \Rightarrow C_{12} = \frac{\epsilon_{xx} \gamma_0}{\gamma_e} (1-R), \quad (5.40)$$

$$H_x^1 = H_x^2 \Rightarrow C_{11} = 1+R. \quad (5.41)$$

Para $z = -h_2$:

$$E_x^2 = E_x^3 \Rightarrow T = \frac{\gamma_e}{\epsilon_{xx} \gamma_0} [C_{12} \cosh(\gamma_e h_2) - C_{11} \sinh(\gamma_e h_2)] e^{\gamma_0 h_2}, \quad (5.42)$$

$$H_x^2 = H_x^3 \Rightarrow T = [C_{11} \cosh(\gamma_e h_2) - C_{12} \sinh(\gamma_e h_2)] e^{\gamma_0 h_2}. \quad (5.43)$$

Igualando (5.42) a (5.43), obtém-se

$$C_{11} \left[\cosh(\gamma_e h_2) + \frac{\gamma_e}{\epsilon_{xx} \gamma_0} \sinh(\gamma_e h_2) \right] = C_{12} \left[\sinh(\gamma_e h_2) + \frac{\gamma_e}{\epsilon_{xx} \gamma_0} \cosh(\gamma_e h_2) \right]. \quad (5.44)$$

A substituição das Equações (5.40) e (5.41) em (5.44) resulta no seguinte valor para o coeficiente R

$$R = \frac{\epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 - \gamma_e^2}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)} \quad (5.45)$$

A substituição da Equação (5.45) nas Equações (5.40) e (5.41) resulta nas seguintes expressões para C_{11} e C_{12} :

$$C_{11} = 2\gamma_0 \epsilon_{xx} \frac{\epsilon_{xx} \gamma_0 + \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)}, \quad (5.46)$$

$$C_{12} = 2\gamma_0 \epsilon_{xx} \frac{\gamma_e + \epsilon_{xx} \gamma_0 \coth(\gamma_e h_2)}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)}. \quad (5.47)$$

Substituindo (5.46) e (5.47) em (5.43), obtém-se

$$T = 2\gamma_0 \epsilon_{xx} \frac{\gamma_e / \sinh(\gamma_e h_2)}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)} e^{\gamma_0 h_2}. \quad (5.48)$$

Os campos incidentes no topo da estrutura ($z = 0$), podem ser facilmente determinados a partir dos coeficientes R , C_{11} , C_{12} e T . Substituindo os potenciais incidentes nas Equações (5.7) e (5.8), os seguintes campos incidentes, para os modos TM, são obtidos:

Para $z = 0$:

$$E_x^{inc} = 2\gamma_0 \frac{\alpha_0 \gamma_e}{\omega \epsilon_0} \frac{\gamma_e + \epsilon_{xx} \gamma_0 \coth(\gamma_e h_2)}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.49)$$

$$E_y^{inc} = 2\gamma_0 \frac{\beta_0 \gamma_e}{\omega \epsilon_0} \frac{\gamma_e + \epsilon_{xx} \gamma_0 \coth(\gamma_e h_2)}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.50)$$

5.3 – Dedução dos campos incidentes para a segunda estrutura

Agora serão deduzidos os campos incidentes da estrutura mostrada na Figura 5.3. Considerando esta estrutura, os potenciais incidentes são dados por [2]:

$$\Psi_0^{\text{TE, TM}} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{\gamma_0 z} + R e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 z}, \quad (5.51)$$

$$\Psi_1^{\text{TE, TM}} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} (C_{11} \cosh(\gamma_{h,e2} z) + C_{12} \sinh(\gamma_{h,e2} z)), \quad (5.52)$$

$$\Psi_2^{\text{TE, TM}} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} (C_{21} \cosh(\gamma_{h,e3} z) + C_{22} \sinh(\gamma_{h,e3} z)), \quad (5.53)$$

$$\Psi_3^{\text{TE, TM}} = T e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{\gamma_0 z}. \quad (5.54)$$

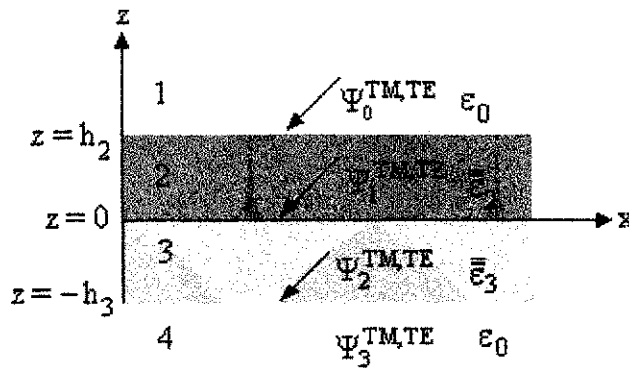


Figura 5.3 – Potenciais incidentes no *patch* condutor colocado entre duas camadas dielétricas anisotrópicas.

A partir das Equações (5.5) a (5.8), em conjunto com os potenciais dados pelas equações (5.51) a (5.54), as equações de continuidade dos campos são obtidas nos planos: $z = h_2$, $z = 0$ e $z = -h_3$. As expressões são funções das constantes R , C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} e T . Relacionando-as convenientemente nas interfaces, essas constantes podem ser determinadas e, conseqüentemente, os campos incidentes no plano dos *patches* ($z = 0$).

Referindo-se à Figura 5.3, tem-se para os modos TE:

Em $z = h_2$:

$$E_x^1 = -\frac{\partial \Psi_0^{\text{TE}}}{\partial y} = -j\beta_0 (e^{\gamma_0 h_2} + R e^{-\gamma_0 h_2}) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.55)$$

$$E_x^2 = -\frac{\partial \Psi_1^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 [C_{11} \cosh(\gamma_{h_2} h_2) + C_{12} \sinh(\gamma_{h_2} h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.56)$$

Para $z = 0$:

$$E_x^2 = -\frac{\partial \Psi_1^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 C_{11} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.57)$$

$$E_x^3 = -\frac{\partial \Psi_2^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 C_{21} e^{\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.58)$$

Para $z = -h_3$:

$$E_x^3 = -\frac{\partial \Psi_2^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 [C_{21} \cosh(\gamma_{h_3} h_3) - C_{22} \sinh(\gamma_{h_3} h_3)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.59)$$

$$E_x^4 = -\frac{\partial \Psi_3^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 T e^{-\gamma_0 h_3} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.60)$$

Em relação ao campo magnético, tem-se:

Para $z = h_2$:

$$H_x^1 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_0^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\mu_0} (e^{\gamma_0 h_2} - \text{Re}^{-\gamma_0 h_2}) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.61)$$

$$H_x^2 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{h_2}}{\omega\mu_0} [C_{11} \sinh(\gamma_{h_2} h_2) + C_{12} \cosh(\gamma_{h_2} h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.62)$$

Para $z = 0$:

$$H_x^2 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{h_2}}{\omega\mu_0} C_{12} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.63)$$

$$H_x^3 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{h_3}}{\omega\mu_0} C_{22} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.64)$$

Para $z = -h_3$:

$$H_x^3 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{h3}}{\omega\mu_0} [C_{22} \cosh(\gamma_{h3} h_3) - C_{21} \sinh(\gamma_{h3} h_3)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.65)$$

$$H_x^4 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_3^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\mu_0} T e^{-\gamma_0 h_3} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.66)$$

Aplicando as condições de continuidade dos campos incidentes, obtém-se:

Para $z = h_2$:

$$E_x^1 = E_x^2 \Rightarrow e^{\gamma_0 h_2} + R e^{-\gamma_0 h_2} = C_{11} \cosh(\gamma_{h2} h_2) + C_{12} \sinh(\gamma_{h2} h_2), \quad (5.67)$$

$$H_x^1 = H_x^2 \Rightarrow e^{\gamma_0 h_2} - R e^{-\gamma_0 h_2} = \frac{\gamma_{h2}}{\gamma_0} [C_{11} \sinh(\gamma_{h2} h_2) + C_{12} \cosh(\gamma_{h2} h_2)]. \quad (5.68)$$

Para $z = 0$:

$$E_x^2 = E_x^3 \Rightarrow C_{11} = C_{21}, \quad (5.69)$$

$$H_x^2 = H_x^3 \Rightarrow C_{12} = \frac{\gamma_{h3}}{\gamma_{h2}} C_{22}. \quad (5.70)$$

Para $z = -h_3$:

$$E_x^3 = E_x^4 \Rightarrow T = [C_{21} \cosh(\gamma_{h3} h_3) - C_{22} \sinh(\gamma_{h3} h_3)] e^{\gamma_0 h_3}, \quad (5.71)$$

$$H_x^3 = H_x^4 \Rightarrow T = \frac{\gamma_{h3}}{\gamma_0} [C_{22} \cosh(\gamma_{h3} h_3) - C_{21} \sinh(\gamma_{h3} h_3)] e^{\gamma_0 h_3}. \quad (5.72)$$

Igualando (5.71) a (5.72), tem-se

$$C_{21} \left[\cosh(\gamma_{h3} h_3) + \frac{\gamma_{h3}}{\gamma_0} \sinh(\gamma_{h3} h_3) \right] = C_{22} \left[\sinh(\gamma_{h3} h_3) + \frac{\gamma_{h3}}{\gamma_0} \cosh(\gamma_{h3} h_3) \right]. \quad (5.73)$$

Dai,

$$C_{21} = C_{22} \frac{\gamma_0 + \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3)}{\gamma_{h3} + \gamma_0 \coth(\gamma_{h3} h_3)}. \quad (5.74)$$

Fazendo a subtração das Equações (5.67) e (5.68), obtém-se

$$R = \frac{1}{4} \left[e^{\gamma_{h2} h_2} (C_{11} + C_{12}) \left(1 - \frac{\gamma_{h2}}{\gamma_0} \right) + e^{-\gamma_{h2} h_2} (C_{11} - C_{12}) \left(1 + \frac{\gamma_{h2}}{\gamma_0} \right) \right] e^{\gamma_0 h_2}. \quad (5.75)$$

A soma das Equações (5.67) e (5.68), resulta em

$$2e^{\gamma_0 h_2} = C_{11} \left[\cosh(\gamma_{h2} h_2) + \frac{\gamma_{h2}}{\gamma_0} \sinh(\gamma_{h2} h_2) \right] + C_{12} \left[\sinh(\gamma_{h2} h_2) + \frac{\gamma_{h2}}{\gamma_0} \cosh(\gamma_{h2} h_2) \right]. \quad (5.76)$$

Da Equação (5.69), tem-se que

$$C_{11} = C_{21} = C_{22} \frac{\gamma_0 + \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3)}{\gamma_{h3} + \gamma_0 \coth(\gamma_{h3} h_3)}. \quad (5.77)$$

A substituição das Equações (5.70) e (5.77) na Equação (5.76), resulta em

$$C_{22} = \frac{\gamma_{h2} \gamma_0 [e^{\gamma_0 h_2} / \sinh(\gamma_{h2} h_2)] [2\gamma_{h3}^2 + 2\gamma_0 \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3)]}{\gamma_{h3} \text{den1}}. \quad (5.78)$$

Reescrevendo a Equação (5.78), tem-se

$$C_{22} = \frac{\gamma_{h2}}{\gamma_{h3}} (F_1 - F_2). \quad (5.79)$$

Substituindo (5.79) em (5.77) e em (5.70), obtém-se:

$$C_{11} = C_{21} = F_1 + F_2, \quad (5.80)$$

$$C_{12} = F_1 - F_2, \quad (5.81)$$

em que

$$\begin{aligned} \text{den1} = & (\gamma_0^2 + \gamma_{h2}^2) \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3) + (\gamma_0^2 + \gamma_{h3}^2) \gamma_{h2} \coth(\gamma_{h2} h_2) + (\gamma_{h2}^2 + \gamma_{h3}^2) \gamma_0 \\ & + 2\gamma_0 \gamma_{h2} \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h2} h_2) \coth(\gamma_{h3} h_3), \end{aligned} \quad (5.84)$$

$$F_1 = \frac{\gamma_0 [e^{\gamma_0 h_2} / \sinh(\gamma_{h2} h_2)] [\gamma_{h3}^2 + \gamma_0 \gamma_{h2} + (\gamma_0 + \gamma_{h2}) \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3)]}{\text{den1}}, \quad (5.82)$$

$$F_2 = \frac{-\gamma_0 [e^{\gamma_0 h_2} / \sinh(\gamma_{h_2} h_2)] [\gamma_{h_3}^2 - \gamma_0 \gamma_{h_2} + (\gamma_0 - \gamma_{h_2}) \gamma_{h_3} \coth(\gamma_{h_3} h_3)]}{\text{den1}} \quad (5.83)$$

Substituindo (5.80) e (5.81) em (5.75), obtém-se

$$R = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{\gamma_{h_2}}{\gamma_0} \right) e^{\gamma_{h_2} h_2} F_1 + \left(1 + \frac{\gamma_{h_2}}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_{h_2} h_2} F_2 \right] e^{\gamma_0 h_2} \quad (5.85)$$

Substituindo (5.79) e (5.80) em (5.71), obtém-se

$$T = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\gamma_{h_2}}{\gamma_{h_3}} \right) (F_1 e^{-\gamma_{h_3} h_3} + F_2 e^{\gamma_{h_3} h_3}) + \left(1 - \frac{\gamma_{h_2}}{\gamma_{h_3}} \right) (F_2 e^{-\gamma_{h_3} h_3} + F_1 e^{\gamma_{h_3} h_3}) \right] e^{\gamma_0 h_3} \quad (5.86)$$

Conhecendo as expressões dos coeficientes R , C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} e T , os campos incidentes podem ser facilmente determinados no *patch* ($z = 0$). Substituindo os potenciais incidentes nas Equações 5.5(a) e 5.5(b), obtém-se os seguintes campos incidentes, para os modos TE:

Para $z = 0$:

$$E_x^{\text{inc}} = -j\beta_0 (F_1 + F_2) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} \quad (5.87)$$

$$E_y^{\text{inc}} = j\alpha_0 (F_1 + F_2) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} \quad (5.88)$$

De maneira análoga, serão deduzidas as equações para os campos incidentes dos modos TM. A partir das Equações (5.7) e (5.8) e garantindo as condições de continuidade dos campos incidentes, que são tangenciais, serão determinados os coeficientes desconhecidos R , C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} e T para os modos TM. Em conseqüência, os campos incidentes para estes modos também serão determinados.

Referindo-se à Figura 5.3, a partir da Equação (5.7), tem-se:

Para $z = h_2$:

$$E_x^1 = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_0^{\text{TM}}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\epsilon_0} (e^{\gamma_0 h_2} - R e^{-\gamma_0 h_2}) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} \quad (5.89)$$

$$E_x^2 = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx2}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{\text{TM}}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{e2}}{\omega\epsilon_{xx2}\epsilon_0} [C_{11} \sinh(\gamma_{e2} h_2) + C_{12} \cosh(\gamma_{e2} h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} \quad (5.90)$$

Para $z = 0$:

$$E_x^2 = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx2}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{e2}}{\omega\epsilon_{xx2}\epsilon_0} C_{12} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.91)$$

$$E_x^3 = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx3}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{e3}}{\omega\epsilon_{xx3}\epsilon_0} [C_{21} \sinh(\gamma_{e3} h_3) + C_{22} \cosh(\gamma_{e3} h_3)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.92)$$

Para $z = -h_3$:

$$E_x^3 = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx3}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{e3}}{\omega\epsilon_{xx3}\epsilon_0} [C_{22} \cosh(\gamma_{e3} h_3) - C_{21} \sinh(\gamma_{e3} h_3)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.93)$$

$$E_x^4 = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_3^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\epsilon_0} T e^{-\gamma_0 h_3} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.94)$$

Em relação aos campos magnéticos tem-se:

Para $z = h_2$:

$$H_x^1 = \frac{\partial \Psi_0^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 (e^{\gamma_0 h_2} + R e^{-\gamma_0 h_2}) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.95)$$

$$H_x^2 = \frac{\partial \Psi_1^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 [C_{11} \cosh(\gamma_{e2} h_2) + C_{12} \sinh(\gamma_{e2} h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.96)$$

Para $z = 0$:

$$H_x^2 = \frac{\partial \Psi_1^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 C_{11} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.97)$$

$$H_x^3 = \frac{\partial \Psi_2^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 C_{21} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.98)$$

Para $z = -h_3$:

$$H_x^3 = \frac{\partial \Psi_2^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 [C_{21} \cosh(\gamma_{e3} h_3) - C_{22} \sinh(\gamma_{e3} h_3)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.99)$$

$$H_x^4 = \frac{\partial \Psi_3^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 T e^{-\gamma_0 h_3} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.100)$$

Aplicando as condições de continuidade dos campos incidentes, obtém-se:

Para $z = h_2$:

$$E_x^1 = E_x^2 \Rightarrow e^{\gamma_0 h_2} - R e^{-\gamma_0 h_2} = \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\gamma_0} [C_{11} \sinh(\gamma_{e2} h_2) + C_{12} \cosh(\gamma_{e2} h_2)] , \quad (5.101)$$

$$H_x^1 = H_x^2 \Rightarrow e^{\gamma_0 h_2} + R e^{-\gamma_0 h_2} = C_{11} \cosh(\gamma_{e2} h_2) + C_{12} \sinh(\gamma_{e2} h_2) . \quad (5.102)$$

em que $\bar{\gamma}_{ei} = \gamma_{ei} / \epsilon_{xxi}$.

Para $z = 0$:

$$E_x^2 = E_x^3 \Rightarrow C_{12} = \frac{\bar{\gamma}_{e3}}{\bar{\gamma}_{e2}} C_{22} , \quad (5.103)$$

$$H_x^2 = H_x^3 \Rightarrow C_{11} = C_{21} . \quad (5.104)$$

Para $z = -h_3$:

$$E_x^3 = E_x^4 \Rightarrow T = \frac{\bar{\gamma}_{e3}}{\gamma_0} [C_{22} \cosh(\gamma_{e3} h_3) - C_{21} \sinh(\gamma_{e3} h_3)] e^{\gamma_0 h_3} , \quad (5.105)$$

$$H_x^3 = H_x^4 \Rightarrow T = [C_{21} \cosh(\gamma_{e3} h_3) - C_{22} \sinh(\gamma_{e3} h_3)] e^{\gamma_0 h_3} . \quad (5.106)$$

Igualando (5.106) a (5.105), tem-se

$$C_{21} \left[\cosh(\gamma_{e3} h_3) + \frac{\bar{\gamma}_{e3}}{\gamma_0} \sinh(\gamma_{e3} h_3) \right] = C_{22} \left[\sinh(\gamma_{e3} h_3) + \frac{\bar{\gamma}_{e3}}{\gamma_0} \cosh(\gamma_{e3} h_3) \right] . \quad (5.107)$$

Resolvendo a Equação (5.107), obtém-se

$$C_{21} = C_{22} \frac{\gamma_0 + \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3)}{\bar{\gamma}_{e3} + \gamma_0 \coth(\gamma_{e3} h_3)} . \quad (5.108)$$

A subtração das Equações (5.102) e (5.101) resulta na seguinte expressão

$$R = \frac{1}{4} \left[e^{\gamma_{e2} h_2} (C_{11} + C_{12}) \left(1 - \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\gamma_0} \right) + e^{-\gamma_{e2} h_2} (C_{11} - C_{12}) \left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\gamma_0} \right) \right] e^{\gamma_0 h_2} . \quad (5.109)$$

A soma das Equações (5.102) e (5.101) resulta na seguinte expressão:

$$2e^{\gamma_0 h_2} = C_{11} \left[\cosh(\gamma_{e2} h_2) + \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\gamma_0} \sinh(\gamma_{e2} h_2) \right] + C_{12} \left[\sinh(\gamma_{e2} h_2) + \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\gamma_0} \cosh(\gamma_{e2} h_2) \right]. \quad (5.110)$$

Usando-se a identidade (5.104), tem-se que

$$C_{11} = C_{21} = C_{22} \frac{\gamma_0 + \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3)}{\bar{\gamma}_{e3} + \gamma_0 \coth(\gamma_{e3} h_3)}. \quad (5.111)$$

A substituição das Equações (5.111) e (5.103) na Equação (5.110) resulta na seguinte expressão

$$C_{22} = \frac{\bar{\gamma}_{e2} \gamma_0 [e^{\gamma_0 h_2} / \sinh(\gamma_{e2} h_2)] [2\bar{\gamma}_{e3}^2 + 2\gamma_0 \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3)]}{\bar{\gamma}_{e3} \text{den2}}. \quad (5.112)$$

A Equação (5.11) pode ser reescrita como

$$C_{22} = \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\bar{\gamma}_{e3}} (R_1 - R_2). \quad (5.113)$$

Substituindo (5.113) nas Equações (5.111) e (5.103), obtém-se:

$$C_{11} = C_{21} = R_1 + R_2, \quad (5.114)$$

$$C_{12} = R_1 - R_2, \quad (5.115)$$

em que

$$R_1 = \frac{\gamma_0 [e^{\gamma_0 h_2} / \sinh(\gamma_{e2} h_2)] [\bar{\gamma}_{e3}^2 + \gamma_0 \bar{\gamma}_{e2} + (\gamma_0 + \bar{\gamma}_{e2}) \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3)]}{\text{den2}}, \quad (5.116)$$

$$R_2 = \frac{-\gamma_0 [e^{\gamma_0 h_2} / \sinh(\gamma_{e2} h_2)] [\bar{\gamma}_{e3}^2 - \gamma_0 \bar{\gamma}_{e2} + (\gamma_0 - \bar{\gamma}_{e2}) \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3)]}{\text{den2}}, \quad (5.117)$$

$$\begin{aligned} \text{den2} = & (\gamma_0^2 + \bar{\gamma}_{e2}^2) \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3) + (\gamma_0^2 + \bar{\gamma}_{e3}^2) \bar{\gamma}_{e2} \coth(\gamma_{e2} h_2) + (\bar{\gamma}_{e2}^2 + \bar{\gamma}_{e3}^2) \gamma_0 \\ & + 2\gamma_0 \bar{\gamma}_{e2} \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e2} h_2) \coth(\gamma_{e3} h_3), \end{aligned} \quad (5.118)$$

$$\bar{\gamma}_{ei} = \frac{\gamma_{ei}}{\epsilon_{xxi}}. \quad (5.119)$$

Substituindo as expressões de C_{11} e C_{12} na Equação (5.109), obtém-se a seguinte expressão para o coeficiente R

$$R = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\gamma_0} \right) e^{\gamma_{e2} h_2} R_1 + \left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_{e2} h_2} R_2 \right] e^{\gamma_0 h_2}. \quad (5.120)$$

Substituindo as expressões de C_{21} e C_{22} na Equação (5.106), obtém-se a seguinte expressão para o coeficiente T

$$T = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\bar{\gamma}_{e3}} \right) \left(R_1 e^{-\gamma_{e3} h_3} + R_2 e^{\gamma_{e3} h_3} \right) + \left(1 - \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\bar{\gamma}_{e3}} \right) \left(R_2 e^{-\gamma_{e3} h_3} + R_1 e^{\gamma_{e3} h_3} \right) \right] e^{\gamma_0 h_3}. \quad (5.121)$$

Conhecendo as expressões dos coeficientes R , C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} e T , os campos incidentes podem ser facilmente determinados no *patch* ($z = 0$). Substituindo os potenciais incidentes nas Equações 5.7(a) e 5.7(b), obtém-se os seguintes campos incidentes, para os modos TM:

Para $z = 0$:

$$E_x^{inc} = j \frac{\alpha_0 \bar{\gamma}_{e2}}{\omega \epsilon_0} (R_1 - R_2) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.122)$$

$$E_y^{inc} = j \frac{\beta_0 \bar{\gamma}_{e2}}{\omega \epsilon_0} (R_1 - R_2) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.123)$$

5.4 – Dedução dos campos incidentes para a terceira estrutura

Agora serão deduzidos os campos incidentes da estrutura mostrada na Figura 5.4. Considerando essa estrutura, os potenciais incidentes são dados por:

$$\Psi_0^{TE, TM} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{\gamma_0 z} + R e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 z}, \quad (5.124)$$

$$\Psi_1^{TE, TM} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} (C_{11} \cosh(\gamma_{h,e2} z) + C_{12} \sinh(\gamma_{h,e2} z)), \quad (5.125)$$

$$\Psi_2^{TE, TM} = e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} (C_{21} \cosh(\gamma_{h,e3} z) + C_{22} \sinh(\gamma_{h,e3} z)), \quad (5.126)$$

$$\Psi_3^{TE, TM} = T e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{\gamma_0 z}. \quad (5.127)$$

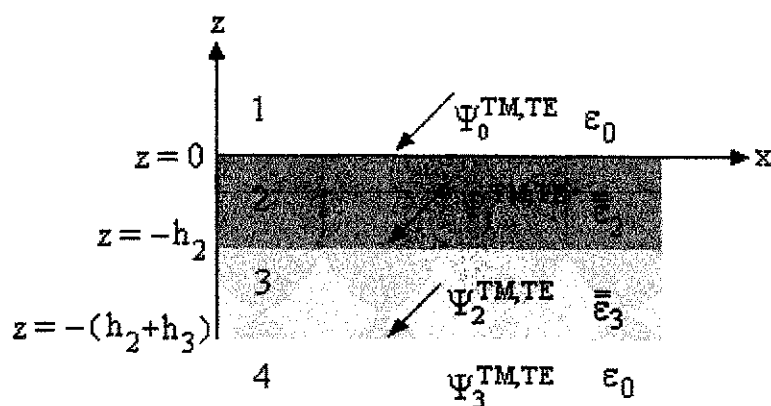


Figura 5.4 – Potenciais incidentes no *patch* condutor sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas.

A partir das Equações (5.5) a (5.8), em conjunto com os potenciais dados pelas Equações (5.128) a (5.131), as equações de continuidade dos campos são obtidas nos planos: $z = 0$, $z = -h_2$ e $z = -(h_2+h_3)$. As expressões são funções das constantes R , C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} e T . Relacionando-as convenientemente nas interfaces, essas constantes podem ser determinadas e, conseqüentemente, os campos incidentes no plano dos *patches* ($z = 0$).

Referindo-se à Figura 5.4, tem-se para os modos TE:

Em $z = 0$:

$$E_x^1 = -\frac{\partial \Psi_0^{\text{TE}}}{\partial y} = -j\beta_0(1+R)e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.128)$$

$$E_x^2 = -\frac{\partial \Psi_1^{\text{TE}}}{\partial y} = -j\beta_0 C_{11} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.129)$$

Para $z = -h_2$:

$$E_x^2 = -\frac{\partial \Psi_2^{\text{TE}}}{\partial y} = -j\beta_0 [C_{11} \cosh(\gamma_{h_2} h_2) - C_{12} \sinh(\gamma_{h_2} h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.130)$$

$$E_x^3 = -\frac{\partial \Psi_3^{\text{TE}}}{\partial y} = -j\beta_0 [C_{21} \cosh(\gamma_{h_3} h_2) - C_{22} \sinh(\gamma_{h_3} h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.131)$$

Para $z = -(h_2+h_3)$:

$$E_x^3 = -\frac{\partial \Psi_3^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 \left\{ C_{21} \cosh[\gamma_{h3}(h_2 + h_3)] - C_{22} \sinh[\gamma_{h3}(h_2 + h_3)] \right\} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.132)$$

$$E_x^4 = -\frac{\partial \Psi_3^{TE}}{\partial y} = -j\beta_0 T e^{-\gamma_0(h_2+h_3)} e^{j\alpha_0 y} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.133)$$

Em relação ao campo magnético, tem-se:

Para $z = 0$:

$$H_x^1 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_0^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\mu_0} (1-R) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.134)$$

$$H_x^2 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{h2}}{\omega\mu_0} C_{12} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.135)$$

Para $z = -h_2$:

$$H_x^2 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{h2}}{\omega\mu_0} [C_{12} \cosh(\gamma_{h2} h_2) - C_{11} \sinh(\gamma_{h2} h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.136)$$

$$H_x^3 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{h3}}{\omega\mu_0} [C_{22} \cosh(\gamma_{h3} h_2) - C_{21} \sinh(\gamma_{h3} h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.137)$$

Para $z = -(h_2+h_3)$:

$$H_x^3 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_{h3}}{\omega\mu_0} \left\{ C_{22} \cosh[\gamma_{h3}(h_2 + h_3)] - C_{21} \sinh[\gamma_{h3}(h_2 + h_3)] \right\} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.138)$$

$$H_x^4 = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Psi_3^{TE}}{\partial x \partial z} = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega\mu_0} T e^{-\gamma_0(h_2+h_3)} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.139)$$

Aplicando as condições de continuidade dos campos incidentes, obtém-se:

Para $z = 0$:

$$E_x^1 = E_x^2 \Rightarrow 1 + R = C_{11}, \quad (5.140)$$

$$H_x^1 = H_x^2 \Rightarrow 1 - R = \frac{\gamma_{h2}}{\gamma_0} C_{12}, \quad (5.141)$$

ou

$$C_{12} = \frac{\gamma_0}{\gamma_{h2}} (1 - R). \quad (5.142)$$

Para $z = -h_2$:

$$E_x^2 = E_x^3 \Rightarrow C_{11} \cosh(\gamma_{h2} h_2) - C_{12} \sinh(\gamma_{h2} h_2) = C_{21} \cosh(\gamma_{h3} h_2) - C_{22} \sinh(\gamma_{h3} h_2), \quad (5.143)$$

$$H_x^2 = H_x^3 \Rightarrow \gamma_{h2} [C_{12} \cosh(\gamma_{h2} h_2) - C_{11} \sinh(\gamma_{h2} h_2)] = \gamma_{h3} [C_{22} \cosh(\gamma_{h3} h_2) - C_{21} \sinh(\gamma_{h3} h_2)]. \quad (5.144)$$

Para $z = -(h_2 + h_3)$:

$$E_x^3 = E_x^4 \Rightarrow C_{21} \cosh[\gamma_{h3} (h_2 + h_3)] - C_{22} \sinh[\gamma_{h3} (h_2 + h_3)] = T e^{-\gamma_0 (h_2 + h_3)}, \quad (5.145)$$

$$H_x^3 = H_x^4 \Rightarrow \gamma_{h3} \{C_{22} \cosh[\gamma_{h3} (h_2 + h_3)] - C_{21} \sinh[\gamma_{h3} (h_2 + h_3)]\} = \gamma_0 T e^{-\gamma_0 (h_2 + h_3)}. \quad (5.146)$$

Substituindo (5.145) em (5.146), tem-se

$$\begin{aligned} & \gamma_0 C_{21} \cosh[\gamma_{h3} (h_2 + h_3)] - \gamma_0 C_{22} \sinh[\gamma_{h3} (h_2 + h_3)] = \\ & = \gamma_{h3} C_{22} \cosh[\gamma_{h3} (h_2 + h_3)] - \gamma_{h3} C_{21} \sinh[\gamma_{h3} (h_2 + h_3)]. \end{aligned} \quad (5.147)$$

Isolando C_{21} em função de C_{22} , obtém-se

$$C_{21} = \left[\frac{\sinh(\gamma_{h3} h_2) A_1 + \cosh(\gamma_{h3} h_2) A_2}{\sinh(\gamma_{h3} h_2) A_2 + \cosh(\gamma_{h3} h_2) A_1} \right] C_{22}, \quad (5.148)$$

em que

$$A_1 = \gamma_{h3} \sinh(\gamma_{h3} h_3) + \gamma_0 \cosh(\gamma_{h3} h_3), \quad (5.149)$$

$$A_2 = \gamma_{h3} \cosh(\gamma_{h3} h_3) + \gamma_0 \sinh(\gamma_{h3} h_3). \quad (5.150)$$

Substituindo (5.148), (5.149) e (5.150) em (5.143) e (5.144), obtém-se:

$$[C_{11} \coth(\gamma_{h_2} h_2) - C_{12}] \left[\frac{A_2 \sinh(\gamma_{h_3} h_2) + A_1 \cosh(\gamma_{h_3} h_2)}{A_2} \right] = \frac{C_{22}}{\sinh(\gamma_{h_2} h_2)}, \quad (5.151)$$

$$\frac{\gamma_{h_2}}{\gamma_{h_3}} [C_{12} \coth(\gamma_{h_2} h_2) - C_{11}] \left[\frac{A_2 \sinh(\gamma_{h_3} h_2) + A_1 \cosh(\gamma_{h_3} h_2)}{A_1} \right] = \frac{C_{22}}{\sinh(\gamma_{h_2} h_2)}. \quad (5.152)$$

Igualando (5.151) e (5.152), tem-se

$$\frac{C_{11} \coth(\gamma_{h_2} h_2) - C_{12}}{A_2} = \frac{\gamma_{h_2}}{\gamma_{h_3}} \left[\frac{C_{12} \coth(\gamma_{h_2} h_2) - C_{11}}{A_1} \right]. \quad (5.153)$$

Substituindo (5.140) e (5.142) em (5.153), obtém-se

$$R = \frac{(\gamma_0^2 - \gamma_{h_3}^2) \gamma_{h_2} \coth(\gamma_{h_2} h_2) + (\gamma_0^2 - \gamma_{h_2}^2) \gamma_{h_3} \coth(\gamma_{h_3} h_3) + (\gamma_{h_3}^2 - \gamma_{h_2}^2) \gamma_0}{\text{den3}}, \quad (5.154)$$

em que

$$\begin{aligned} \text{den3} = & (\gamma_0^2 + \gamma_{h_3}^2) \gamma_{h_2} \coth(\gamma_{h_2} h_2) + (\gamma_0^2 + \gamma_{h_2}^2) \gamma_{h_3} \coth(\gamma_{h_3} h_3) + (\gamma_{h_2}^2 + \gamma_{h_3}^2) \gamma_0 \\ & + 2\gamma_0 \gamma_{h_2} \gamma_{h_3} \coth(\gamma_{h_2} h_2) \coth(\gamma_{h_3} h_3). \end{aligned} \quad (5.155)$$

A partir de (5.155) as equações para os coeficientes C_{11} , C_{12} , C_{21} e C_{22} , podem ser obtidas. Essas equações são dadas por:

$$C_{11} = \frac{2\gamma_0 \{ \gamma_{h_2} \coth(\gamma_{h_2} h_2) [\gamma_0 + \gamma_{h_3} \coth(\gamma_{h_3} h_3)] + \gamma_{h_3} [\gamma_{h_3} + \gamma_0 \coth(\gamma_{h_3} h_3)] \}}{\text{den3}}, \quad (5.156)$$

$$C_{12} = \frac{2\gamma_0 \{ \gamma_{h_3} \coth(\gamma_{h_2} h_2) [\gamma_{h_3} + \gamma_{h_2} \coth(\gamma_{h_3} h_3)] + \gamma_{h_2} [\gamma_0 + \gamma_{h_3} \coth(\gamma_{h_3} h_3)] \}}{\text{den3}}, \quad (5.157)$$

$$C_{21} = \frac{2\gamma_0 \gamma_{h_2}}{\sinh(\gamma_{h_2} h_2) \sinh(\gamma_{h_3} h_3)} \left\{ \frac{\gamma_{h_3} \cosh[\gamma_{h_3} (h_2 + h_3)] + \gamma_0 \sinh[\gamma_{h_3} (h_2 + h_3)]}{\text{den3}} \right\}, \quad (5.158)$$

$$C_{22} = \frac{2\gamma_0 \gamma_{h_2}}{\sinh(\gamma_{h_2} h_2) \sinh(\gamma_{h_3} h_3)} \left\{ \frac{\gamma_0 \cosh[\gamma_{h_3} (h_2 + h_3)] + \gamma_{h_3} \sinh[\gamma_{h_3} (h_2 + h_3)]}{\text{den3}} \right\}. \quad (5.159)$$

Substituindo (5.158) e (5.159) em (5.145), obtém-se

$$T = \frac{2\gamma_0\gamma_{h_2}\gamma_{h_3}}{\sinh(\gamma_{h_2}h_2) \sinh(\gamma_{h_3}h_3)} \cdot \frac{e^{\gamma_0(h_2+h_3)}}{\text{den3}} \quad (5.160)$$

Conhecendo as expressões dos coeficientes R , C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} e T , os campos incidentes podem ser facilmente determinados no *patch* ($z = 0$). Substituindo os potenciais incidentes nas Equações 5.7(a) e 5.7(b), obtém-se as seguintes expressões para os campos incidentes, para os modos TE:

No plano $z = 0$:

$$E_x^{inc} = -j\beta_0 C_{11} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.161)$$

$$E_y^{inc} = j\alpha_0 C_{11} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.162)$$

De maneira análoga, serão deduzidas as equações para os campos incidentes dos modos TM. A partir das Equações (5.7) e (5.8) e garantindo as condições de continuidade dos campos incidentes, que são tangenciais, serão determinados os coeficientes desconhecidos R , C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} e T para os modos TM. Em consequência, os campos incidentes para estes modos também serão determinados.

Referindo-se à Figura 5.4, a partir da Equação (5.7), tem-se:

Em $z = 0$:

$$E_x^1 = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_0^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\gamma_0 \alpha_0}{\omega\epsilon_0} (1 - R) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.163)$$

$$E_x^2 = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx2}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\bar{\gamma}_{e2} \alpha_0}{\omega\epsilon_0} C_{12} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.164)$$

Para $z = -h_2$:

$$E_x^2 = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx2}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_1^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\bar{\gamma}_{e2} \alpha_0}{\omega\epsilon_0} [C_{12} \cosh(\gamma_{e2}h_2) - C_{11} \sinh(\gamma_{e2}h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.165)$$

$$E_x^3 = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx3}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\bar{\gamma}_{e3} \alpha_0}{\omega\epsilon_0} [C_{22} \cosh(\gamma_{e3}h_2) - C_{21} \sinh(\gamma_{e3}h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.166)$$

Para $z = -(h_2+h_3)$:

$$E_x^3 = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx3}\epsilon_0} \frac{\partial^2 \Psi_2^{TM}}{\partial x \partial z} = \frac{\bar{\gamma}_{e3}\alpha_0}{\omega\epsilon_0} \{C_{22} \cosh[\gamma_{e3}(h_2+h_3)] - C_{21} \sinh[\gamma_{e3}(h_2+h_3)]\} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.167)$$

$$E_x^4 = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\partial \Psi_3^{TM}}{\partial y} = \frac{\gamma_0\alpha_0}{\omega\epsilon_0} T e^{-\gamma_0(h_2+h_3)} e^{j\alpha_0 y} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.168)$$

em que

$$\bar{\gamma}_{ei} = \frac{\gamma_{ei}}{\epsilon_{xxi}}. \quad (5.169)$$

Em relação ao campo magnético, tem-se:

Para $z=0$:

$$H_x^1 = \frac{\partial \Psi_0^{TM}}{\partial y} = j\beta_0(1+R) e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.170)$$

$$H_x^2 = \frac{\partial \Psi_1^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 C_{11} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.171)$$

Para $z = -h_2$:

$$H_x^2 = \frac{\partial \Psi_1^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 [C_{11} \cosh(\gamma_{e2}h_2) - C_{12} \sinh(\gamma_{e2}h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.172)$$

$$H_x^3 = \frac{\partial \Psi_2^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 [C_{21} \cosh(\gamma_{e3}h_2) - C_{22} \sinh(\gamma_{e3}h_2)] e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.173)$$

Para $z = -(h_2+h_3)$:

$$H_x^3 = \frac{\partial \Psi_2^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 \{ C_{21} \cosh[\gamma_{e3}(h_2+h_3)] - C_{22} \sinh[\gamma_{e3}(h_2+h_3)] \} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.174)$$

$$H_x^4 = \frac{\partial \Psi_3^{TM}}{\partial y} = j\beta_0 T e^{-\gamma_0(h_2+h_3)} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.175)$$

Aplicando as condições de continuidade dos campos incidentes, obtém-se:

Para $z = 0$:

$$E_x^1 = E_x^2 \Rightarrow 1 - R = \frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\gamma_0} C_{12}, \quad (5.176)$$

ou

$$C_{12} = \frac{\gamma_0}{\bar{\gamma}_{e2}} (1 - R), \quad (5.177)$$

$$H_x^1 = H_x^2 \Rightarrow 1 + R = C_{11}. \quad (5.178)$$

Para $z = -h_2$:

$$E_x^2 = E_x^3 \Rightarrow \bar{\gamma}_{e2} [C_{12} \cosh(\gamma_{e2} h_2) - C_{11} \sinh(\gamma_{e2} h_2)] = \bar{\gamma}_{e3} [C_{22} \cosh(\gamma_{e3} h_2) - C_{21} \sinh(\gamma_{e3} h_2)], \quad (5.179)$$

$$H_x^2 = H_x^3 \Rightarrow C_{11} \cosh(\gamma_{e2} h_2) - C_{12} \sinh(\gamma_{e2} h_2) = C_{21} \cosh(\gamma_{e3} h_2) - C_{22} \sinh(\gamma_{e3} h_2). \quad (5.180)$$

Para $z = -(h_2 + h_3)$:

$$E_x^3 = E_x^4 \Rightarrow \bar{\gamma}_{e3} \{C_{22} \cosh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)] - C_{21} \sinh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)]\} = \gamma_0 T e^{-\gamma_0(h_2 + h_3)}, \quad (5.181)$$

$$H_x^3 = H_x^4 \Rightarrow C_{21} \cosh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)] - C_{22} \sinh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)] = T e^{-\gamma_0(h_2 + h_3)}. \quad (5.182)$$

Substituindo (5.181) em (5.182), tem-se

$$\begin{aligned} & \bar{\gamma}_{e3} C_{22} \cosh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)] - \bar{\gamma}_{e3} C_{21} \sinh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)] = \\ & = \gamma_0 C_{21} \cosh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)] - \gamma_0 C_{22} \sinh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)]. \end{aligned} \quad (5.183)$$

Isolando C_{21} em função de C_{22} , obtém-se

$$C_{21} = \left[\frac{\sinh(\gamma_{e3} h_2) B_1 + \cosh(\gamma_{e3} h_2) B_2}{\sinh(\gamma_{e3} h_2) B_2 + \cosh(\gamma_{e3} h_2) B_1} \right] C_{22}, \quad (5.184)$$

em que

$$B_1 = \bar{\gamma}_{e3} \sinh(\gamma_{e3} h_3) + \gamma_0 \cosh(\gamma_{e3} h_3) , \quad (5.185)$$

$$B_2 = \bar{\gamma}_{e3} \cosh(\gamma_{e3} h_3) + \gamma_0 \sinh(\gamma_{e3} h_3) . \quad (5.186)$$

Substituindo (5.184), (5.185) e (5.186) em (5.179) e (5.180), obtém-se:

$$\frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\bar{\gamma}_{e3}} [C_{12} \coth(\gamma_{e2} h_2) - C_{11}] \left[\frac{B_2 \sinh(\gamma_{e3} h_2) + B_1 \cosh(\gamma_{e3} h_2)}{B_1} \right] = \frac{C_{22}}{\sinh(\gamma_{e2} h_2)} , \quad (5.187)$$

$$[C_{11} \coth(\gamma_{e2} h_2) - C_{12}] \left[\frac{B_2 \sinh(\gamma_{e3} h_2) + B_1 \cosh(\gamma_{e3} h_2)}{B_2} \right] = \frac{C_{22}}{\sinh(\gamma_{e2} h_2)} . \quad (5.188)$$

Igualando (5.187) a (5.188), tem-se

$$\frac{\bar{\gamma}_{e2}}{\bar{\gamma}_{e3}} \left[\frac{C_{12} \coth(\gamma_{e2} h_2) - C_{11}}{B_1} \right] = \frac{C_{11} \coth(\gamma_{e2} h_2) - C_{12}}{B_2} . \quad (5.189)$$

Substituindo (5.177) e (5.178) em (5.189), obtém-se

$$R = \frac{(\gamma_0^2 - \bar{\gamma}_{e3}^2) \bar{\gamma}_{e2} \coth(\gamma_{e2} h_2) + (\gamma_0^2 - \bar{\gamma}_{e2}^2) \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3) + (\bar{\gamma}_{e3}^2 - \bar{\gamma}_{e2}^2) \gamma_0}{\text{den4}} , \quad (5.190)$$

em que

$$\begin{aligned} \text{den4} = & (\gamma_0^2 + \bar{\gamma}_{e3}^2) \bar{\gamma}_{e2} \coth(\gamma_{e2} h_2) + (\gamma_0^2 + \bar{\gamma}_{e2}^2) \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3) + (\bar{\gamma}_{e2}^2 + \bar{\gamma}_{e3}^2) \gamma_0 \\ & + 2\gamma_0 \bar{\gamma}_{e2} \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e2} h_2) \coth(\gamma_{e3} h_3) . \end{aligned} \quad (5.191)$$

A partir de (5.190), as equações para os coeficientes C_{11} , C_{12} , C_{21} e C_{22} podem ser obtidas. Essas equações são dadas por:

$$C_{11} = \frac{2\gamma_0 \bar{\gamma}_{e2} \coth(\gamma_{e2} h_2) [\gamma_0 + \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3)] + \bar{\gamma}_{e3} [\bar{\gamma}_{e3} + \gamma_0 \coth(\gamma_{e3} h_3)]}{\text{den4}} , \quad (5.192)$$

$$C_{12} = \frac{2\gamma_0 \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e2} h_2) [\bar{\gamma}_{e3} + \bar{\gamma}_{e2} \coth(\gamma_{e3} h_3)] + \bar{\gamma}_{e2} [\gamma_0 + \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3)]}{\text{den4}} , \quad (5.193)$$

$$C_{21} = \frac{2\gamma_0\bar{\gamma}_{e2}}{\sinh(\gamma_{e2}h_2) \sinh(\gamma_{e3}h_3)} \left\{ \frac{\bar{\gamma}_{e3} \cosh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)] + \gamma_0 \sinh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)]}{\text{den4}} \right\}, \quad (5.194)$$

$$C_{22} = \frac{2\gamma_0\bar{\gamma}_{e2}}{\sinh(\gamma_{e2}h_2) \sinh(\gamma_{e3}h_3)} \left\{ \frac{\gamma_0 \cosh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)] + \bar{\gamma}_{e3} \sinh[\gamma_{e3}(h_2 + h_3)]}{\text{den4}} \right\}, \quad (5.195)$$

Substituindo (5.194) e (5.195) em (5.182), obtém-se

$$T = \frac{2\gamma_0\bar{\gamma}_{e2}\bar{\gamma}_{e3}}{\sinh(\gamma_{e2}h_2) \sinh(\gamma_{e3}h_3)} \cdot \frac{e^{\gamma_0(h_2+h_3)}}{\text{den4}}. \quad (5.196)$$

Conhecendo as expressões dos coeficientes R , C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} e T , os campos incidentes podem ser facilmente determinados no plano $z = 0$. Substituindo os potenciais incidentes nas Equações 5.7(a) e 5.7(b), obtém-se as seguintes expressões para os campos incidentes, para os modos TM:

No plano $z = 0$:

$$E_x^{\text{inc}} = \frac{\bar{\gamma}_{e2}\alpha_0}{\omega\epsilon_0} C_{12} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}, \quad (5.197)$$

$$E_y^{\text{inc}} = \frac{\bar{\gamma}_{e2}\beta_0}{\omega\epsilon_0} C_{12} e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y}. \quad (5.198)$$

5.5 – Conclusão

Neste capítulo, foram deduzidas as equações dos campos incidentes para três tipos diferentes de superfícies seletivas de frequência. A primeira foi uma FSS tipo *freestanding* sobre uma camada dielétrica anisotrópica. A segunda foi uma FSS tipo *freestanding* colocada entre duas camadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais, enquanto que a terceira foi uma FSS *freestanding* sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas. A dedução destes campos é o penúltimo passo necessário para a determinação dos campos espalhados.

CAPÍTULO 6

DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE TRANSMISSÃO E REFLEXÃO

6.1 – Introdução

Nos Capítulos 4 e 5, foram determinadas as funções diádicas de Green e as expressões para os campos incidentes para as três estruturas analisadas. A partir disso, determinam-se as correntes superficiais induzidas e, conseqüentemente, os campos espalhados. Os campos elétricos espalhados permitem calcular as características de transmissão e de reflexão na base e no topo, respectivamente, para as estruturas analisadas, obtidas no domínio espectral.

6.2 – Determinação dos coeficientes de reflexão e de transmissão

As equações dos coeficientes de reflexão e de transmissão foram deduzidas no Apêndice B e são dadas por [2]:

$$R_{mn}^{TE} = \frac{j(\beta_{mn}(\tilde{E}_x^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) + \tilde{E}_x^r \delta_{mn}) - \alpha_{mn}(\tilde{E}_y^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) + \tilde{E}_y^r \delta_{mn}))}{\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2}, \quad (6.1)$$

$$R_{mn}^{TM} = \frac{-(\alpha_{mn}(\tilde{E}_x^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) + \tilde{E}_x^r \delta_{mn}) + \beta_{mn}(\tilde{E}_y^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) + \tilde{E}_y^r \delta_{mn}))}{(\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2)\gamma_{mn} / \omega \epsilon_0}, \quad (6.2)$$

$$T_{mn}^{TE} = \frac{j(\beta_{mn}(\tilde{E}_x^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) + \tilde{E}_x^t \delta_{mn}) - \alpha_{mn}(\tilde{E}_y^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) + \tilde{E}_y^t \delta_{mn}))}{\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2}, \quad (6.3)$$

$$T_{mn}^{TM} = \frac{-(\alpha_{mn}(\tilde{E}_x^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) + \tilde{E}_x^t \delta_{mn}) + \beta_{mn}(\tilde{E}_y^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) + \tilde{E}_y^t \delta_{mn}))}{(\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2)\gamma_{mn} / \omega \epsilon_0}, \quad (6.4)$$

em que

$$\gamma_{mn} = \sqrt{\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2 - k_0^2} \quad \text{e} \quad \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{se } m = n = 0 \\ 0 & \text{de outro modo} \end{cases} \quad (6.5)$$

Nos coeficientes de transmissão e de reflexão, os termos dos campos refletidos e transmitidos são incluídos quando $m = n = 0$ [1].

Para determinar os coeficientes de reflexão e de transmissão deve-se obter as equações dos campos refletidos e transmitidos.

Para a estrutura mostrada na Figura 6.1, os campos refletidos e transmitidos são dados em função dos coeficientes R e T , determinados no Capítulo 5. Esses campos são obtidos por meio das seguintes equações [2]:

Modos TE:

$$\tilde{E}_x^r = -j\beta_0 R, \quad (6.6)$$

$$\tilde{E}_y^r = j\alpha_0 R, \quad (6.7)$$

$$\tilde{E}_x^t = -j\beta_0 T e^{-\gamma_0 h_2}, \quad (6.8)$$

$$\tilde{E}_y^t = j\alpha_0 T e^{-\gamma_0 h_2}. \quad (6.9)$$

Modos TM:

$$\tilde{E}_x^r = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} R, \quad (6.10)$$

$$\tilde{E}_y^r = \frac{\beta_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} R, \quad (6.11)$$

$$\tilde{E}_x^t = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} T e^{-\gamma_0 h_2}, \quad (6.12)$$

$$\tilde{E}_y^t = \frac{\beta_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} T e^{-\gamma_0 h_2}. \quad (6.13)$$

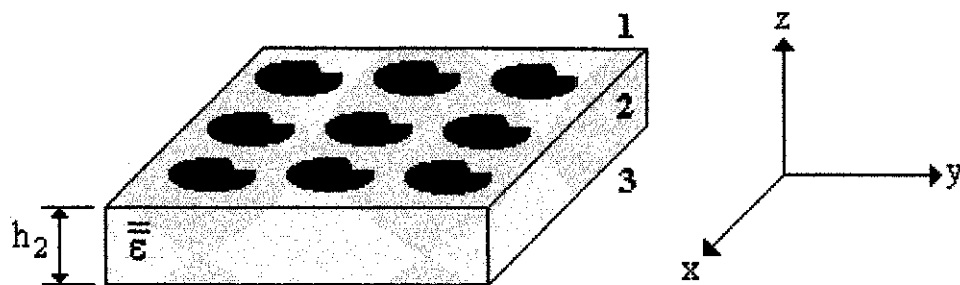


Figura 6.1 – Primeira estrutura analisada.

Para a estrutura mostrada na Figura 6.2, os campos refletidos e transmitidos são dados em função dos coeficientes R e T , determinados no Capítulo 5. Os campos são obtidos pelas seguintes equações [2]:

Modos TE:

$$\tilde{E}_x^r = -j\beta_0 R e^{-\gamma_0 h_2}, \quad (6.14)$$

$$\tilde{E}_y^r = j\alpha_0 R e^{-\gamma_0 h_2}, \quad (6.15)$$

$$\tilde{E}_x^t = -j\beta_0 T e^{-\gamma_0 h_3}, \quad (6.16)$$

$$\tilde{E}_y^t = j\alpha_0 T e^{-\gamma_0 h_3}. \quad (6.17)$$

Modos TM:

$$\tilde{E}_x^r = -\frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} R e^{-\gamma_0 h_2}, \quad (6.18)$$

$$\tilde{E}_y^r = -\frac{\beta_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} R e^{-\gamma_0 h_2}, \quad (6.19)$$

$$\tilde{E}_x^t = -\frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} T e^{-\gamma_0 h_3}, \quad (6.20)$$

$$\tilde{E}_y^t = -\frac{\beta_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} T e^{-\gamma_0 h_3}. \quad (6.21)$$

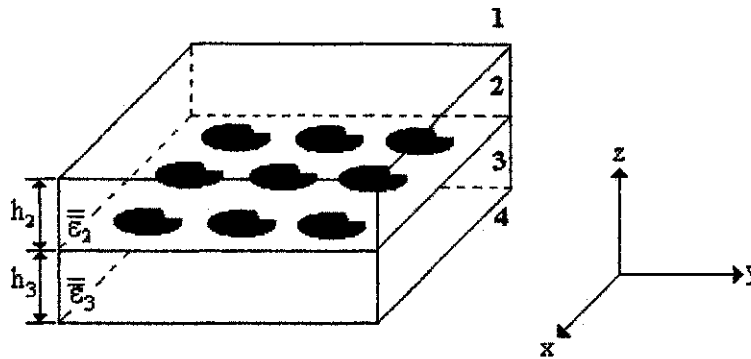


Figura 6.2 – Segunda estrutura analisada.

Para a estrutura mostrada na Figura 6.3, os campos refletidos e transmitidos são dados em função dos coeficientes R e T , determinados no Capítulo 5. Os campos são obtidos por intermédio das seguintes equações:

Modos TE:

$$\tilde{E}_x^r = -j\beta_0 R, \quad (6.22)$$

$$\tilde{E}_y^r = j\alpha_0 R, \quad (6.23)$$

$$\tilde{E}_x^t = -j\beta_0 T e^{-\gamma_0(h_2+h_3)}, \quad (6.24)$$

$$\tilde{E}_y^t = j\alpha_0 T e^{-\gamma_0(h_2+h_3)}. \quad (6.25)$$

Modos TM:

$$\tilde{E}_x^r = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} R, \quad (6.26)$$

$$\tilde{E}_y^r = \frac{\beta_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} R, \quad (6.27)$$

$$\tilde{E}_x^t = \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} T e^{-\gamma_0(h_2+h_3)}, \quad (6.28)$$

$$\tilde{E}_y^t = \frac{\beta_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} T e^{-\gamma_0(h_2+h_3)}. \quad (6.29)$$

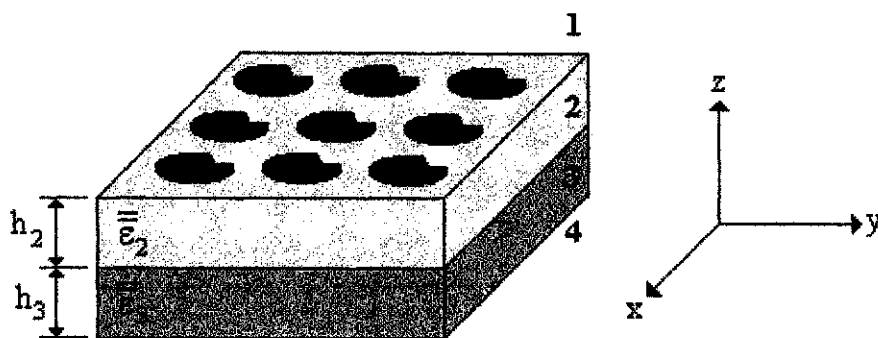


Figura 6.3 – Terceira estrutura analisada.

6.3 – Determinação dos campos refletidos e transmitidos

A partir dos coeficientes R e T , determinados no Capítulo 5, é possível escrever as equações dos campos refletidos e transmitidos, para as três estruturas consideradas na análise.

Para a FSS, com elementos do tipo *patch* condutor sobre uma camada dielétrica anisotrópica, tem-se as seguintes expressões para os campos refletidos e transmitidos:

Modos TE:

$$\tilde{E}_x^r = -j\beta_0 \frac{\gamma_0^2 - \gamma_h^2}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}, \quad (6.30)$$

$$\tilde{E}_y^r = j\alpha_0 \frac{\gamma_0^2 - \gamma_h^2}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}, \quad (6.31)$$

$$\tilde{E}_x^t = -j\beta_0 \frac{2\gamma_0\gamma_h / \sinh(\gamma_h h_2)}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}, \quad (6.32)$$

$$\tilde{E}_y^t = j\alpha_0 \frac{2\gamma_0\gamma_h / \sinh(\gamma_h h_2)}{\gamma_0^2 + \gamma_h^2 + 2\gamma_0\gamma_h \coth(\gamma_h h_2)}. \quad (6.33)$$

Modos TM:

$$\tilde{E}_x^r = \frac{\alpha_0\gamma_0}{\omega\epsilon_0} \frac{\epsilon_{xx}^2\gamma_0^2 - \gamma_e^2}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2\gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx}\gamma_0\gamma_e \coth(\gamma_e h_2)}, \quad (6.34)$$

$$\tilde{E}_y^r = \frac{\beta_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} \frac{\epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 - \gamma_e^2}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)}, \quad (6.35)$$

$$\tilde{E}_x^t = 2\gamma_0 \epsilon_{xx} \frac{\alpha_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} \frac{\gamma_e / \sinh(\gamma_e h_2)}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)}, \quad (6.36)$$

$$\tilde{E}_y^t = 2\gamma_0 \epsilon_{xx} \frac{\beta_0 \gamma_0}{\omega \epsilon_0} \frac{\gamma_e / \sinh(\gamma_e h_2)}{\gamma_e^2 + \epsilon_{xx}^2 \gamma_0^2 + 2\epsilon_{xx} \gamma_0 \gamma_e \coth(\gamma_e h_2)}. \quad (6.37)$$

Para a FSS com sobrecamada dielétrica anisotrópica uniaxial com elementos do tipo *patch* condutor, tem-se as seguintes expressões para os campos refletidos e transmitidos:

Modos TE:

$$\tilde{E}_x^r = -\frac{j}{2} \beta_0 \left[\left(1 - \frac{\gamma_{h1}}{\gamma_0} \right) e^{\gamma_{h1} h_1} F_1 + \left(1 + \frac{\gamma_{h1}}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_{h1} h_1} F_2 \right], \quad (6.38)$$

$$\tilde{E}_y^r = \frac{j}{2} \alpha_0 \left[\left(1 - \frac{\gamma_{h1}}{\gamma_0} \right) e^{\gamma_{h1} h_1} F_1 + \left(1 + \frac{\gamma_{h1}}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_{h1} h_1} F_2 \right], \quad (6.39)$$

$$\tilde{E}_x^t = -\frac{j}{2} \beta_0 \left[\left(1 + \frac{\gamma_{h1}}{\gamma_{h2}} \right) \left(F_1 e^{-\gamma_{h2} h_2} + F_2 e^{\gamma_{h2} h_2} \right) + \left(1 - \frac{\gamma_{h1}}{\gamma_{h2}} \right) \left(F_2 e^{-\gamma_{h2} h_2} + F_1 e^{\gamma_{h2} h_2} \right) \right], \quad (6.40)$$

$$\tilde{E}_y^t = \frac{j}{2} \alpha_0 \left[\left(1 + \frac{\gamma_{h1}}{\gamma_{h2}} \right) \left(F_1 e^{-\gamma_{h2} h_2} + F_2 e^{\gamma_{h2} h_2} \right) + \left(1 - \frac{\gamma_{h1}}{\gamma_{h2}} \right) \left(F_2 e^{-\gamma_{h2} h_2} + F_1 e^{\gamma_{h2} h_2} \right) \right], \quad (6.41)$$

em que F_1 e F_2 foram definidos no Capítulo 5.

Modos TM:

$$\tilde{E}_x^r = -\frac{\alpha_0 \gamma_0}{2\omega \epsilon_0} \left[\left(1 - \frac{\bar{\gamma}_{e1}}{\gamma_0} \right) e^{\gamma_{e1} h_1} F_1 + \left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{e1}}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_{e1} h_1} F_2 \right], \quad (6.42)$$

$$\tilde{E}_y^r = -\frac{\beta_0 \gamma_0}{2\omega \epsilon_0} \left[\left(1 - \frac{\bar{\gamma}_{e1}}{\gamma_0} \right) e^{\gamma_{e1} h_1} F_1 + \left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{e1}}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_{e1} h_1} F_2 \right], \quad (6.43)$$

$$\tilde{E}_x^t = -\frac{\alpha_0 \gamma_0}{2\omega \epsilon_0} \left[\left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{e1}}{\bar{\gamma}_{e2}} \right) \left(F_1 e^{-\gamma_{e2} h_2} + F_2 e^{\gamma_{e2} h_2} \right) + \left(1 - \frac{\bar{\gamma}_{e1}}{\bar{\gamma}_{e2}} \right) \left(F_2 e^{-\gamma_{e2} h_2} + F_1 e^{\gamma_{e2} h_2} \right) \right], \quad (6.44)$$

$$\tilde{E}_y^t = -\frac{\beta_0 \gamma_0}{2\omega \epsilon_0} \left[\left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{e1}}{\bar{\gamma}_{e2}} \right) \left(F_1 e^{-\gamma_{e2} h_2} + F_2 e^{\gamma_{e2} h_2} \right) + \left(1 - \frac{\bar{\gamma}_{e1}}{\bar{\gamma}_{e2}} \right) \left(F_2 e^{-\gamma_{e2} h_2} + F_1 e^{\gamma_{e2} h_2} \right) \right]. \quad (6.45)$$

Para a FSS sobre duas camadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais, com elementos do tipo *patch* condutor, tem-se as seguintes expressões para os campos refletidos e transmitidos:

Modos TE:

$$\tilde{E}_x^r = -j\beta_0 \left[\frac{(\gamma_0^2 - \gamma_{h3}^2) \gamma_{h2} \coth(\gamma_{h2} h_2) + (\gamma_0^2 - \gamma_{h2}^2) \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3) + (\gamma_{h3}^2 - \gamma_{h2}^2) \gamma_0}{den4} \right], \quad (6.46)$$

$$\tilde{E}_y^r = j\alpha_0 \left[\frac{(\gamma_0^2 - \gamma_{h3}^2) \gamma_{h2} \coth(\gamma_{h2} h_2) + (\gamma_0^2 - \gamma_{h2}^2) \gamma_{h3} \coth(\gamma_{h3} h_3) + (\gamma_{h3}^2 - \gamma_{h2}^2) \gamma_0}{den4} \right], \quad (6.47)$$

$$\tilde{E}_x^t = -j\beta_0 \frac{2\gamma_0 \gamma_{h2} \gamma_{h3}}{\sinh(\gamma_{h2} h_2) \sinh(\gamma_{h3} h_3)} \cdot \frac{1}{den4}, \quad (6.48)$$

$$\tilde{E}_y^t = j\alpha_0 \frac{2\gamma_0 \gamma_{h2} \gamma_{h3}}{\sinh(\gamma_{h2} h_2) \sinh(\gamma_{h3} h_3)} \cdot \frac{1}{den4}. \quad (6.49)$$

Modos TM:

$$\tilde{E}_x^r = \frac{\gamma_0 \alpha_0}{\omega \epsilon_0} \left[\frac{(\gamma_0^2 - \bar{\gamma}_{e3}^2) \bar{\gamma}_{e2} \coth(\gamma_{e2} h_2) + (\gamma_0^2 - \bar{\gamma}_{e2}^2) \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3) + (\bar{\gamma}_{e3}^2 - \bar{\gamma}_{e2}^2) \gamma_0}{den4} \right], \quad (6.51)$$

$$\tilde{E}_y^r = \frac{\gamma_0 \beta_0}{\omega \epsilon_0} \left[\frac{(\gamma_0^2 - \bar{\gamma}_{e3}^2) \bar{\gamma}_{e2} \coth(\gamma_{e2} h_2) + (\gamma_0^2 - \bar{\gamma}_{e2}^2) \bar{\gamma}_{e3} \coth(\gamma_{e3} h_3) + (\bar{\gamma}_{e3}^2 - \bar{\gamma}_{e2}^2) \gamma_0}{den4} \right], \quad (6.52)$$

$$\tilde{E}_x^t = \frac{\gamma_0 \alpha_0}{\omega \epsilon_0} \frac{2\gamma_0 \bar{\gamma}_{e2} \bar{\gamma}_{e3}}{\sinh(\gamma_{e2} h_2) \sinh(\gamma_{e3} h_3)} \cdot \frac{1}{den4}, \quad (6.53)$$

$$\tilde{E}_y^t = \frac{\gamma_0 \beta_0}{\omega \epsilon_0} \frac{2\gamma_0 \bar{\gamma}_{e2} \bar{\gamma}_{e3}}{\sinh(\gamma_{e2} h_2) \sinh(\gamma_{e3} h_3)} \cdot \frac{1}{den4}, \quad (6.54)$$

em que o fator *den4* foi definido no Capítulo 5.

6.4 – Determinação dos campos espalhados no topo ($\tilde{\mathbf{E}}_t^s$) e na base ($\tilde{\mathbf{E}}_b^s$)

Os campos espalhados no topo (t) e na base (b) das estruturas mostradas anteriormente, devido aos campos incidentes, são dados por

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{E}}_{xt,b}^s \\ \tilde{\mathbf{E}}_{yt,b}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xxt,b} & \tilde{Z}_{xyt,b} \\ \tilde{Z}_{yxt,b} & \tilde{Z}_{yyt,b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_x \\ \tilde{\mathbf{J}}_y \end{bmatrix}, \quad (6.55)$$

em que

$$\tilde{Z}_{xxt,b} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[\alpha^2 \tilde{Z}_{t,b}^{TM} + \beta^2 \tilde{Z}_{t,b}^{TE} \right], \quad (6.56)$$

$$\tilde{Z}_{xyt,b} = \tilde{Z}_{yxt,b} = \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \left[\tilde{Z}_{t,b}^{TM} - \tilde{Z}_{t,b}^{TE} \right], \quad (6.57)$$

$$\tilde{Z}_{yyt,b} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[\beta^2 \tilde{Z}_{t,b}^{TM} + \alpha^2 \tilde{Z}_{t,b}^{TE} \right]. \quad (6.58)$$

Para a estrutura da Figura 6.1, as impedâncias equivalentes são dadas por

$$\tilde{Z}_t^{TM,TE} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}}, \quad (6.59)$$

$$\tilde{Z}_b^{TM,TE} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}} Y_{Transf}^{e,h}, \quad (6.60)$$

em que

$$Y_{Transf}^{e,h} = \frac{Y_{02}}{Y_{02} \cos(\gamma_{e,h} h_2) + Y_{03} \text{sen}(\gamma_{e,h} h_2)} \quad (6.61)$$

Para a estrutura da Figura 6.2, as impedâncias equivalentes são dadas por

$$\tilde{Z}_{t,b}^{TM,TE} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}} Y_{transf-t,b}^{e,h}. \quad (6.62)$$

As admitâncias de transferência são dadas por:

$$Y_{\text{Transf}t,b}^{\text{TE}} = \frac{\gamma_{h2,3}}{\gamma_{h2,3} \cos(\gamma_{h2,3}h_{2,3}) + \gamma_0 \sin(\gamma_{h2,3}h_{2,3})}, \quad (6.63)$$

$$Y_{\text{Transf}t,b}^{\text{TM}} = \frac{\gamma_0 \epsilon_{xx2,3}}{\gamma_0 \epsilon_{xx2,3} \cos(\gamma_{e2,3}h_{2,3}) + \gamma_{e2,3} \sin(\gamma_{e2,3}h_{2,3})}. \quad (6.64)$$

Para a estrutura da Figura 6.3, as impedâncias equivalentes são dadas por:

$$\tilde{Z}_t^{\text{TM,TE}} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}}, \quad (6.65)$$

$$\tilde{Z}_b^{\text{TM,TE}} = \frac{1}{Y_+^{e,h} + Y_-^{e,h}} Y_{\text{Transf}2}^{e,h} \cdot Y_{\text{Transf}3}^{e,h}, \quad (6.66)$$

em que

$$Y_{\text{Transf}2}^{e,h} = \frac{Y_{02}^{\text{TM,TE}}}{Y_{02}^{\text{TM,TE}} \cos(\gamma_{e,h2}h_2) + Y_{L2}^{\text{TM,TE}} \sin(\gamma_{e,h2}h_2)}, \quad (6.67)$$

$$Y_{L2}^{\text{TM,TE}} = Y_{\text{in}3}^{\text{TM,TE}} = Y_{03}^{\text{TM,TE}} \left[\frac{Y_{03}^{\text{TM,TE}} + Y_{04}^{\text{TM,TE}} \coth(\gamma_{e,h3}h_3)}{Y_{04}^{\text{TM,TE}} + Y_{03}^{\text{TM,TE}} \coth(\gamma_{e,h3}h_3)} \right], \quad (6.68)$$

$$Y_{\text{Transf}3}^{e,h} = \frac{Y_{03}^{\text{TM,TE}}}{Y_{03}^{\text{TM,TE}} \cos(\gamma_{e,h3}h_3) + Y_{L3}^{\text{TM,TE}} \sin(\gamma_{e,h3}h_3)}, \quad (6.69)$$

$$Y_{L3}^{\text{TM,TE}} = Y_{04}^{\text{TM,TE}}, \quad (6.70)$$

e

$$Y_{0i}^{\text{TE}} = \frac{\gamma_{hi}}{j\omega\mu_0}, \quad (6.71)$$

$$Y_{0i}^{\text{TM}} = \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_{xxi}}{\gamma_{ei}}, \quad (6.72)$$

$$\gamma_{hi} = \sqrt{\alpha_m^2 + \beta_n^2 - \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_{xxi}}, \quad (6.73)$$

$$\gamma_{ei} = \sqrt{\frac{\epsilon_{xxi}}{\epsilon_{zzi}} (\alpha_m^2 + \beta_n^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{xxi})}. \quad (6.74)$$

6.5 – Conclusão

Neste capítulo, foram deduzidas as equações dos campos refletidos e transmitidos e dos campos espalhados para as estruturas consideradas. A determinação desses campos é a última etapa necessária para a determinação das características de transmissão e de reflexão das estruturas FSS consideradas neste trabalho.

No Capítulo 7 são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir das equações deduzidas neste e em capítulos anteriores. Esses resultados são comparados com os de outros autores, para vários casos particulares, assim como com os obtidos a partir de medições efetuadas em alguns protótipos construídos no desenvolvimento deste trabalho.

CAPÍTULO 7

RESULTADOS

7.1 – Introdução

A partir das expressões desenvolvidas nos capítulos anteriores, foi elaborado um programa utilizando o *software* MATLAB [40], com o objetivo de obter os valores numéricos dos parâmetros desejados.

Este capítulo está dividido em três seções:

- Resultados comparativos: na qual são comparados resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por outros autores;
- Resultados experimentais: nesta seção são apresentados resultados experimentais obtidos a partir de medições realizadas no CEFET – PB;
- Resultados numéricos: nesta seção são apresentados vários resultados numéricos para substratos anisotrópicos, para as diversas estruturas analisadas.

A Tabela 1 apresenta alguns materiais dielétricos e algumas das suas características [41].

Tabela 1 – Materiais dielétricos comerciais e suas características.

Material	ϵ_r	$\tan(\delta) \times 10^4$ (p/ 10 GHz)
RT-duroid 5880	2,16 – 2,24	5 – 15
RT-duroid 6010	10,2 – 10,7	10-60
Epsilam-10	$\epsilon_{xx} = 13$ $\epsilon_{zz} = 10,2$	20
Alumina	$\epsilon_{xx} = 9,6$ $\epsilon_{zz} = 10,4$	0,5-3,0
Quartzo	3,78	1
Safira	$\epsilon_{xx} = 9,4$ $\epsilon_{zz} = 11,6$	0,4-0,7
PBN	$\epsilon_{xx} = 3,4$ $\epsilon_{zz} = 5,12$	—
Fibra de vidro	4,4	—

7.2 – Resultados comparativos

Para validação da análise efetuada neste trabalho, são efetuadas comparações com resultados existentes na literatura, para diversas estruturas. As comparações são realizadas para elementos do tipo *patch* e do tipo abertura. Para isso, é usado o Princípio de Babinet [14], que diz que:

$$T_{\text{patches}} = -R_{\text{abertura}}, \quad (7.1)$$

$$R_{\text{patches}} = -T_{\text{abertura}}, \quad (7.2)$$

em que R e T são os coeficientes de reflexão e transmissão, respectivamente.

No caso da potência, pode-se afirmar que a potência transmitida na FSS, usando elementos do tipo *patch* condutor, é igual à potência refletida na FSS usando elementos do tipo abertura. Assim, pode-se obter resultados para o elemento do tipo abertura a partir dos resultados obtidos para o *patch* condutor correspondente.

Ainda em relação a potência, os resultados obtidos neste trabalho, para as potências refletida e transmitida, são obtidos tomando o valor absoluto quadrático dos coeficientes de transmissão e reflexão dados pelas equações (6.1) – (6.4). Pode-se notar que a soma destes coeficientes de potência é igual a um, pois os mesmos são normalizados para a potência incidente e considerando que não há perdas condutoras nem dielétricas.

A Figura 7.2.1 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados por Gross [42] (Figura 3). Esta figura mostra a curva da potência refletida normalizada de uma FSS *freestanding* usando elementos do tipo dipolo fino. As curvas foram traçadas para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A simulação da FSS tipo *freestanding* foi feita considerando a estrutura mostrada na Figura 4.3 (a). Considerou-se uma espessura qualquer para o substrato e $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 1$. A frequência de ressonância ocorreu em $f = 9,8$ GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas oito funções de base e 200 termos espectrais.

Na Figura 7.2.2 tem-se a comparação entre resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados em [42] (Figura 4). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS *freestanding* usando elementos do tipo dipolo fino. As curvas foram traçadas para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência

normal. A frequência de ressonância ocorreu em $f = 11,2$ GHz, aproximadamente. Para a obtenção destes resultados foram usadas oito funções de base e 100 termos espectrais.

A Figura 7.2.3 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados em [42] (Figura 3, para $w/L = 0,1$). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS *freestanding* usando elementos do tipo dipolo fino. As curvas foram traçadas para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A frequência de ressonância ocorreu em $f = 18$ GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas oito funções de base e 100 termos espectrais.

Frank Gross, em [42], usou densidades de corrente clássicas do tipo *edge-mode*, enquanto que, neste trabalho, foram usadas densidades de corrente do domínio inteiro. Pode-se observar, nas figuras 7.2.1 a 7.2.3, uma boa concordância entre os resultados.

A Figura 7.2.4 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados por Mittra em [1] (Figura 21). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS *freestanding* usando dipolos cruzados do tipo *patch* condutor. As curvas foram traçadas para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A frequência de ressonância ocorreu em, aproximadamente, $f = 20,5$ GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas 10 funções de base e 100 termos espectrais. Como mostrado na Figura 7.2.4, pode-se observar uma boa concordância entre os resultados.

A Figura 7.2.5 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados em [1] (Figura 22 (a)). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS *freestanding* usando dipolos cruzados do tipo abertura. As curvas foram traçadas para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A frequência de ressonância ocorreu em, aproximadamente, $f = 22$ GHz, enquanto que, em [1], a frequência de ressonância ocorre em 22,5 GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas 10 funções de base e 10 termos espectrais. Pode-se observar uma boa concordância entre os resultados apresentados.

Raj Mittra usou, em [1], o método dos momentos em combinação com o método da linha equivalente. Usou, ainda, funções de base do domínio inteiro. Em outras palavras, Mittra usou o mesmo método de análise usado neste trabalho. Esta comparação foi realizada com o intuito de validar os resultados aqui obtidos.

A Figura 7.2.6 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados por Wan, em [43] (Figura 3 (b)). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS usando dipolos cruzados do tipo *patch* sobre uma camada dielétrica isotrópica. A espessura do

substrato é de 0,30 cm e $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 2$. As curvas foram traçadas para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A frequência de ressonância ocorreu em, aproximadamente, $f = 16,8$ GHz. Para a obtenção desses resultados foram usadas 16 funções de base e 65 termos espectrais.

A Figura 7.2.7 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados por Wan, em [43] (Figura 3 (c), para 5 harmônicas). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS usando dipolos cruzados do tipo *patch* sobre uma camada dielétrica isotrópica. A espessura do substrato é de 0,05 cm e $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 2$. As curvas foram traçadas para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. Observa-se houve um aumento na frequência de ressonância que, agora, ocorre em, aproximadamente, $f = 17,2$ GHz. Para a obtenção destes resultados, foram usadas 16 funções de base e 65 termos espectrais.

Para frequências próximas da ressonância os resultados convergem. Entretanto, para valores de frequência mais afastados da frequência de ressonância, os valores diferem um pouco. De fato, em [43] Wan usou uma técnica alternativa para a computação da matriz de espalhamento de estruturas com múltiplas camadas. Isto, possivelmente, explica a divergência observada entre os resultados.

A Figura 7.2.8 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados em [1] (Figura 21). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS usando dipolos cruzados do tipo *patch* sobre uma camada dielétrica isotrópica. A espessura do substrato é de 0,30 cm e $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 4$. Os resultados foram obtidos para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. Como mostrado na Figura 7.2.8, observa-se uma boa concordância entre os resultados. A frequência de ressonância ocorreu em, aproximadamente, $f = 16,3$ GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas 16 funções de base e 65 termos espectrais.

A Figura 7.2.9 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados por Scott, em [32] (Figura 2.5). Esta figura mostra a curva do coeficiente de reflexão de uma FSS *freestanding*, usando elementos do tipo *patch* retangular. Foi considerada uma espessura qualquer e assumiu-se $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 1$. Os resultados foram obtidos para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A frequência de ressonância ocorreu em, aproximadamente, $f = 14$ GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas 08 funções de base e 100 termos espectrais. Como mostrado na Figura 7.2.9, observa-se uma boa concordância entre os resultados obtidos até 18 GHz. Após essa

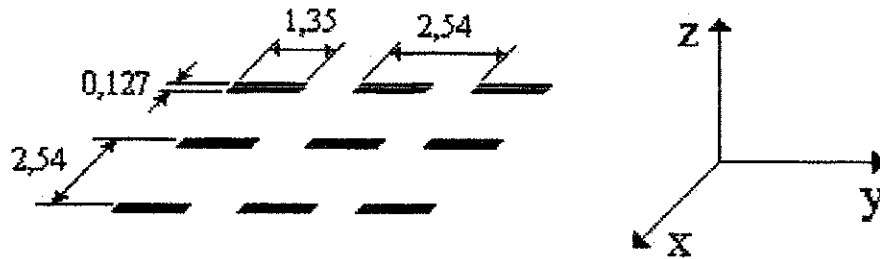
freqüência, nota-se uma pequena diferença entre os mesmos. Na verdade, Scott usou um grupo de funções de base diferente do usado neste trabalho. Por isso, aconteceram algumas divergências entre os resultados.

A Figura 7.2.10 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados por Frank Gross, em [42] (Figura 3, para $w/L = 0,5$). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS *freestanding* usando elementos do tipo *patch* retangular. A curva foi traçada para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A freqüência de ressonância ocorreu em $f = 21$ GHz. Para a obtenção destes resultados, foram usadas oito funções de base e 100 termos espectrais.

A Figura 7.2.11 compara os resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados por Gross, em [42] (Figura 3, para $w/L = 0,7$). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS *freestanding* usando elementos do tipo *patches* retangulares. A curva foi traçada para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A freqüência de ressonância ocorreu em, aproximadamente, 24 GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas oito funções de base e 100 termos espectrais.

Como citado anteriormente, Frank Gross, em [42], usou densidades de corrente clássicas do tipo *edge-mode*, enquanto que, neste trabalho, foram usadas densidades de corrente do domínio inteiro. Entretanto, observou-se uma boa concordância entre os resultados.

A Figura 7.2.12 compara os resultados obtidos neste trabalho, e apresentados em [44], com aqueles apresentados por Eibert, em [45] (Figura 5). Esta figura mostra a curva da potência refletida de uma FSS usando elementos do tipo *patch* retangular, embebido entre duas camadas dielétricas isotrópicas. A espessura das camadas é de 0,10 cm e $\epsilon_{xx2} = \epsilon_{zz2} = \epsilon_{xx3} = \epsilon_{zz3} = 2$. Os resultados foram obtidos para incidência TE e foi considerado um ângulo de incidência bem próximo ao da incidência normal. A freqüência de ressonância ocorreu em, aproximadamente, 20 GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas 12 funções de base e 100 termos espectrais. Eibert usou métodos híbridos e uma aceleração de Ewald [45] para diminuir o esforço computacional. Entretanto, como mostrado na Figura 7.2.12, observou-se uma excelente concordância entre os resultados.



Todas as dimensões em cm.

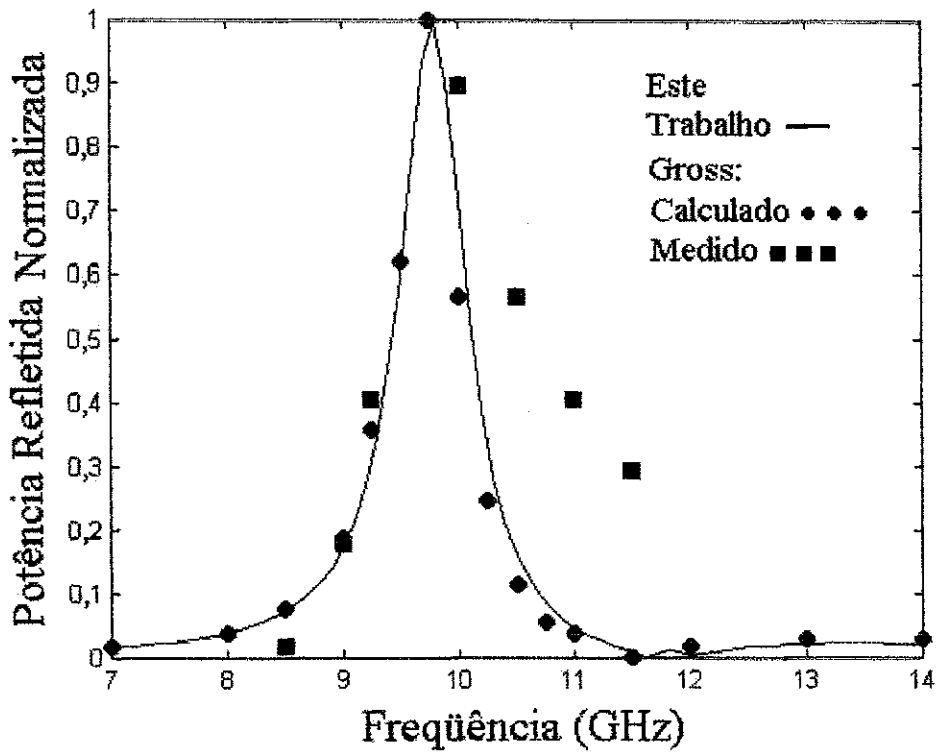
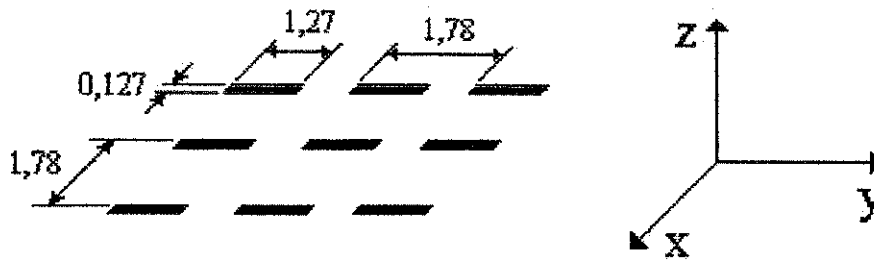


Figura 7.2.1 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding* composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo *patches*. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Gross, em [42].



Todas as dimensões em cm.

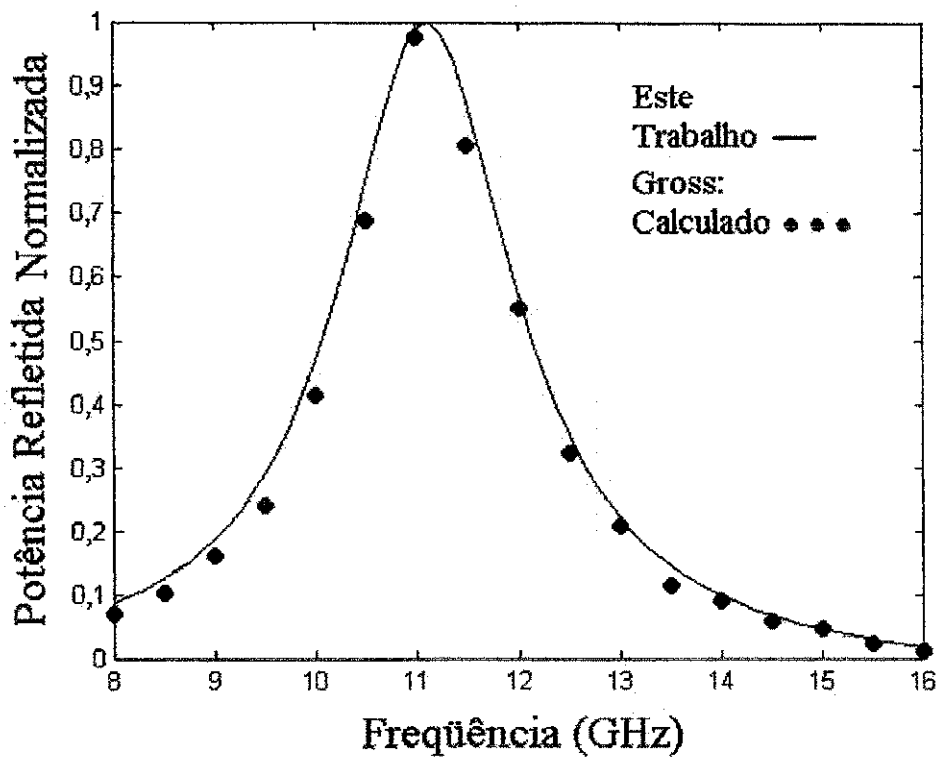
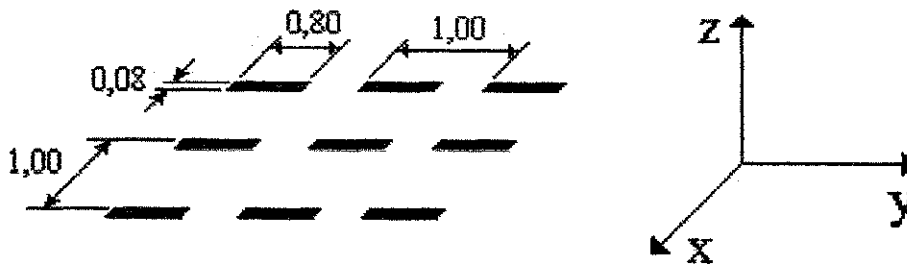


Figura 7.2.2 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding* composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo *patches*. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Gross, em [42].



Todas as dimensões em cm.

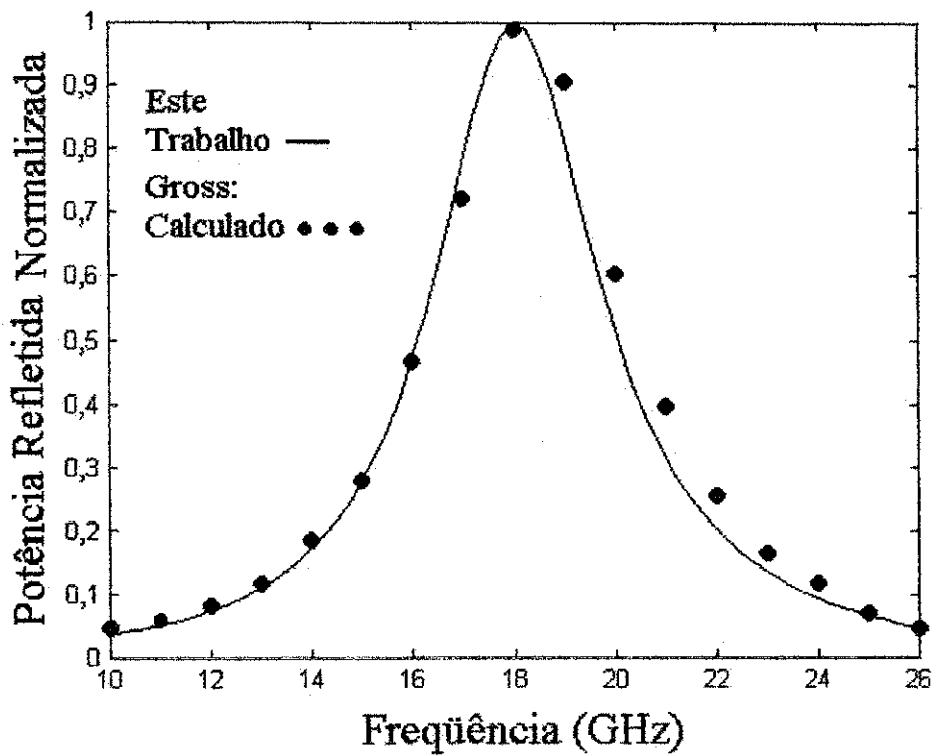
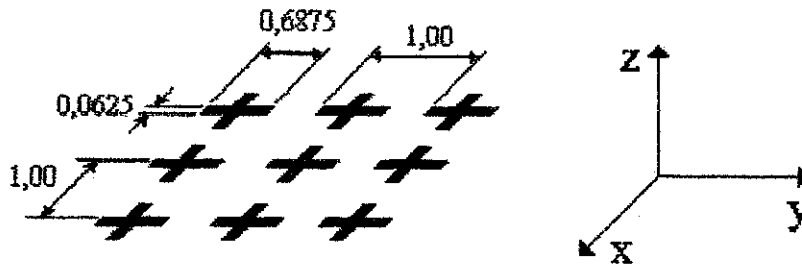


Figura 7.2.3 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding* composta de um arranjo periódico de *patches* dipolos finos. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Gross em [42].



Todas as dimensões em cm.

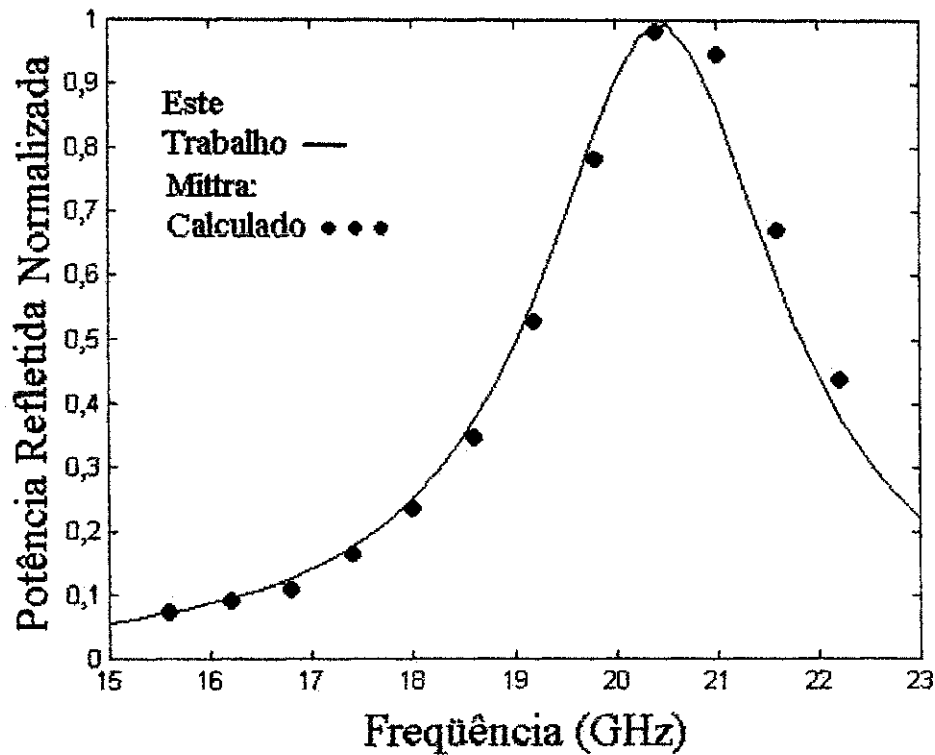
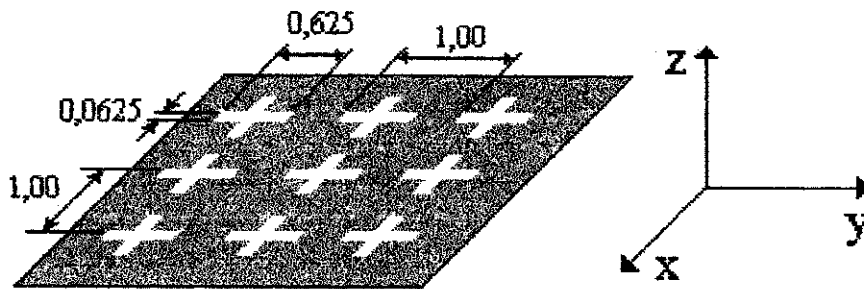


Figura 7.2.4 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding* composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patch*. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Mitra, em [1].



Todas as dimensões em cm.

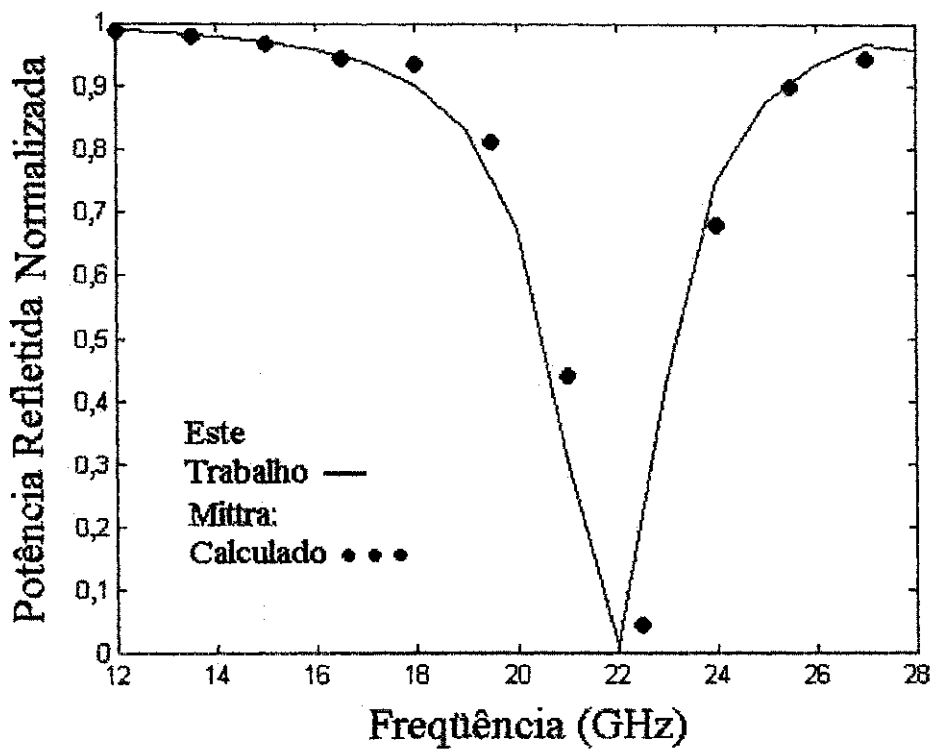
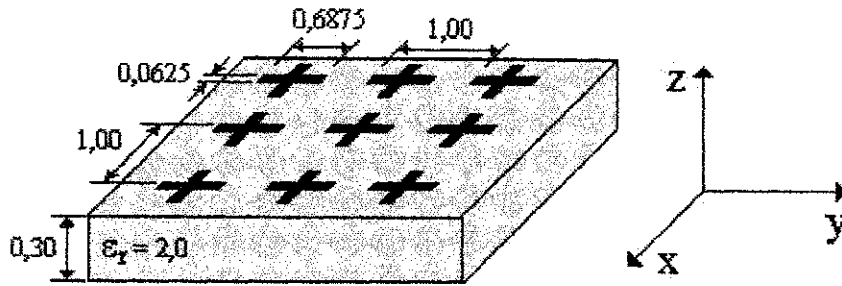


Figura 7.2.5 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding* composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo abertura. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Mittra, em [1].



Todas as dimensões em cm.

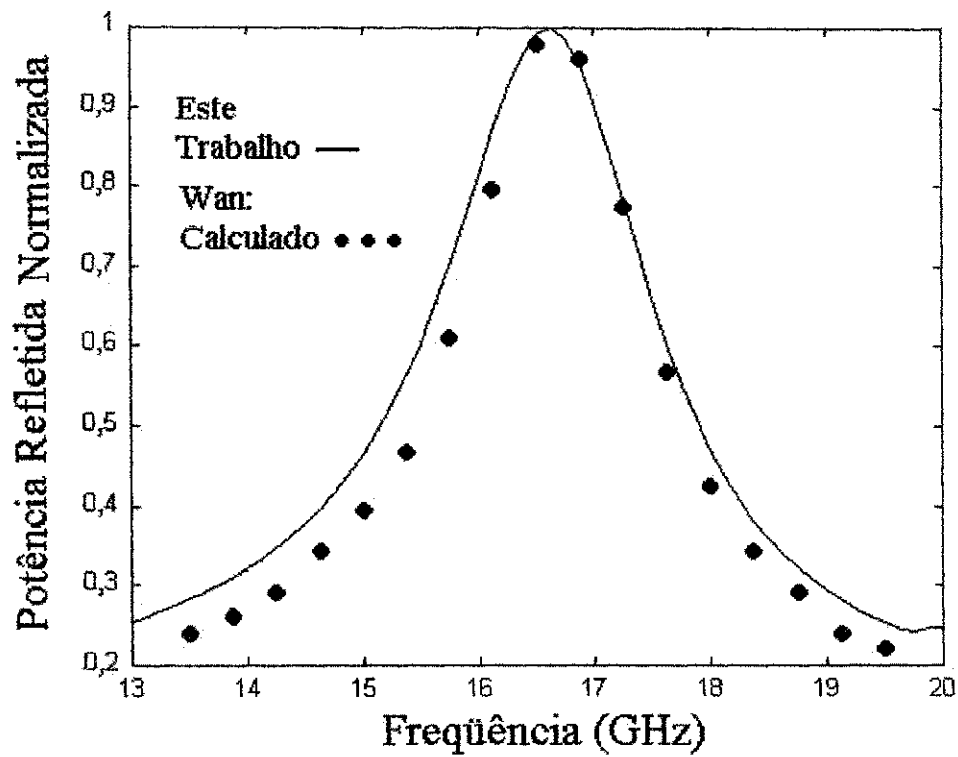
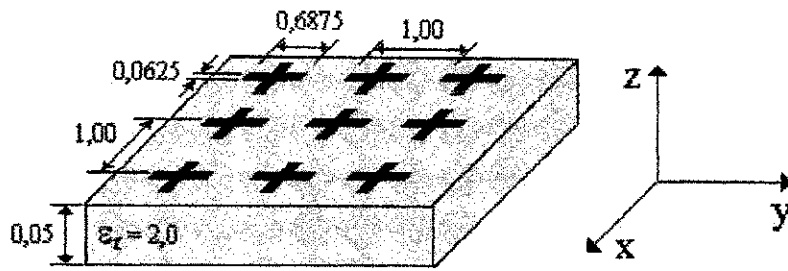


Figura 7.2.6 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica isotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patches*. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Wan, em [43].



Todas as dimensões em cm.

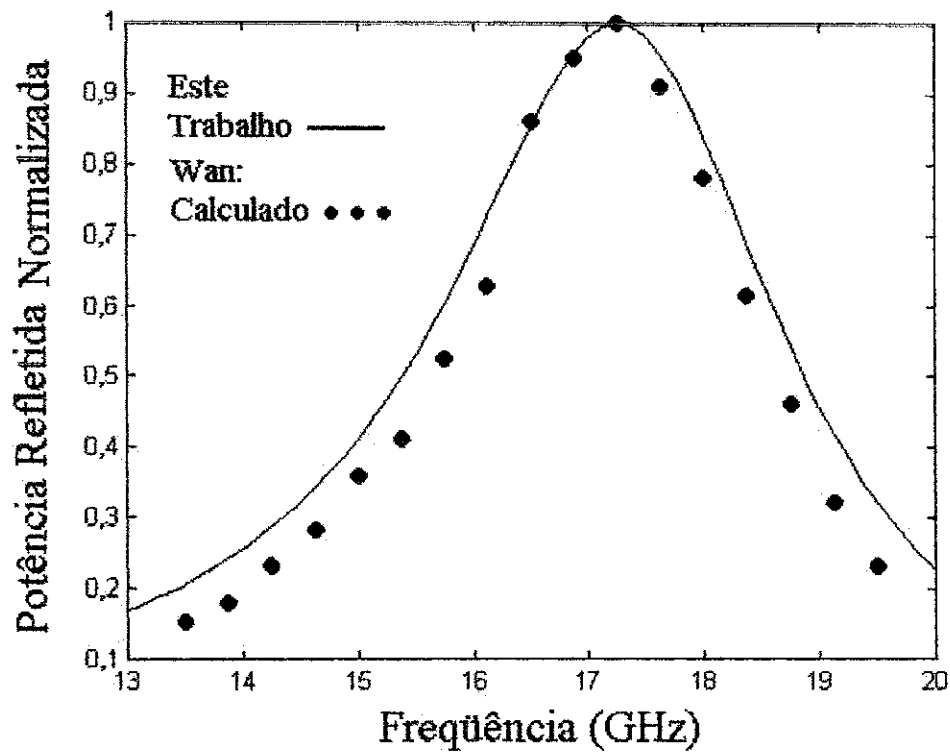
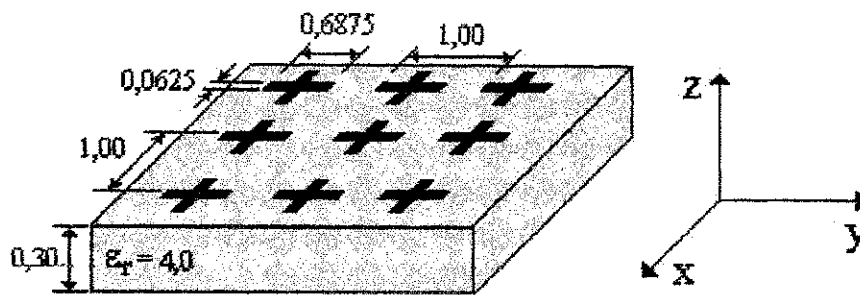


Figura 7.2.7 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica isotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patches*. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Wan, em [43].



Todas as dimensões em cm.

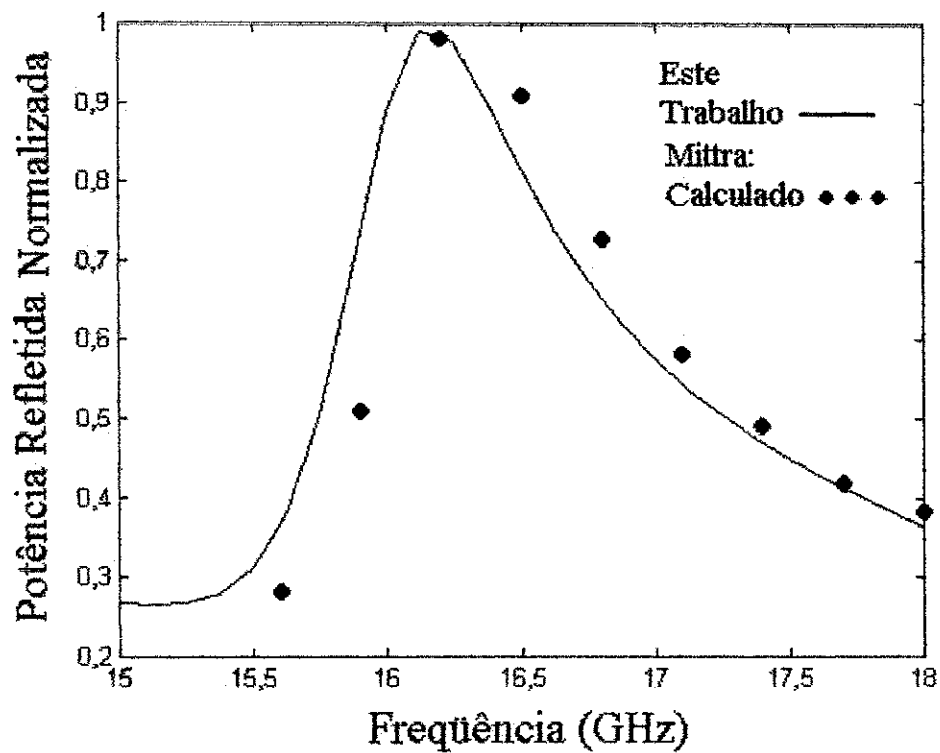
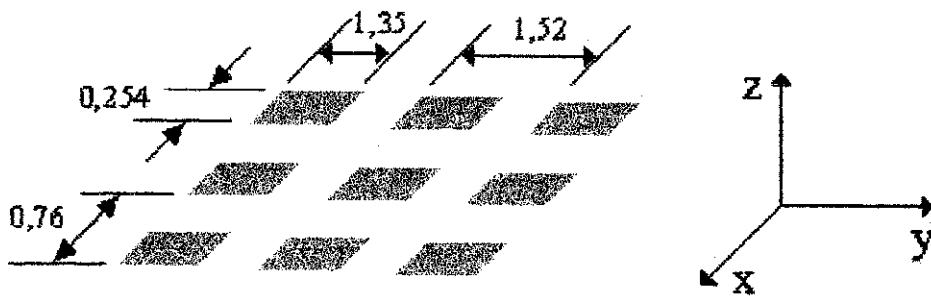


Figura 7.2.8 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica isotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patches*. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Mittra, em [1].



Todas as dimensões em cm.

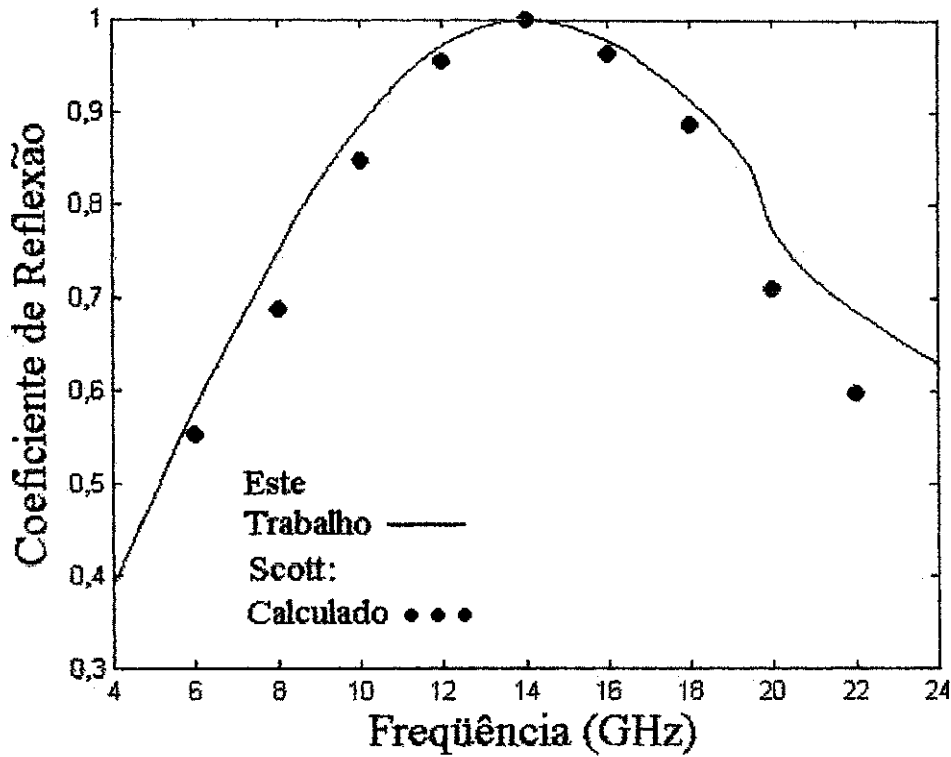
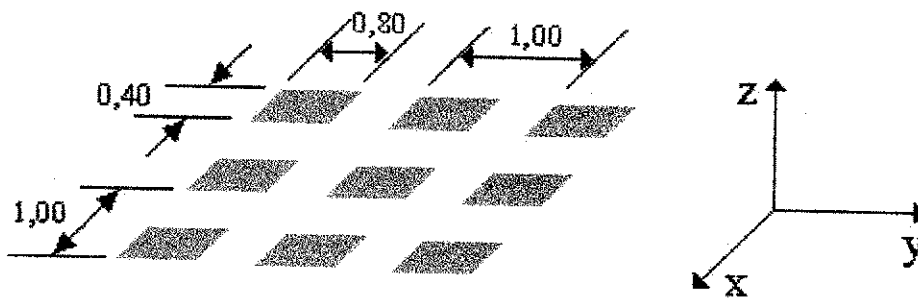


Figura 7.2.9 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding* composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados Scott, em [32].



Todas as dimensões em cm.

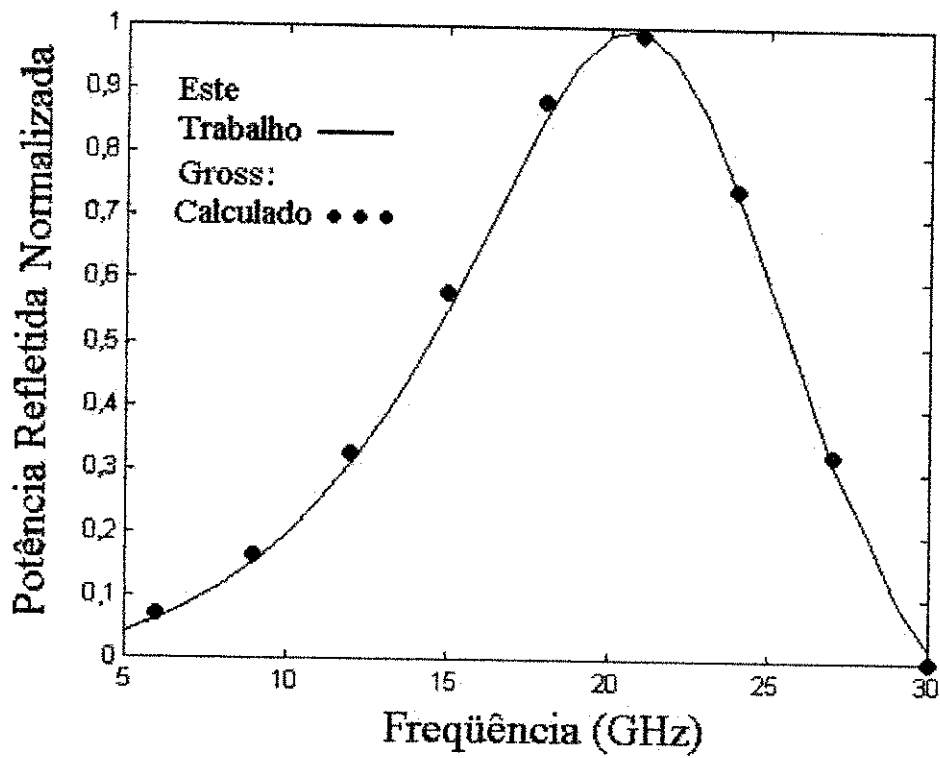
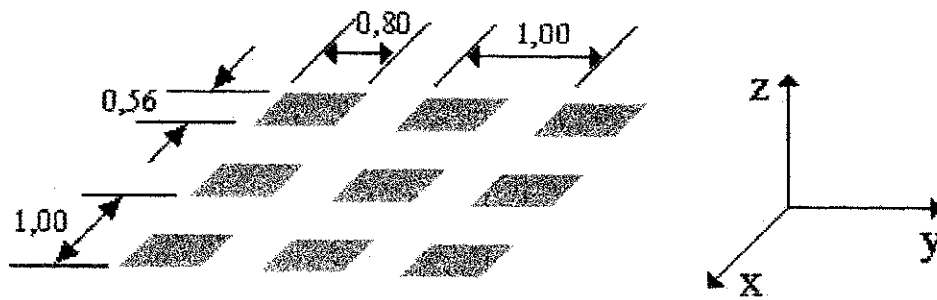


Figura 7.2.10 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding* composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados Gross, em [42].



Todas as dimensões em cm.

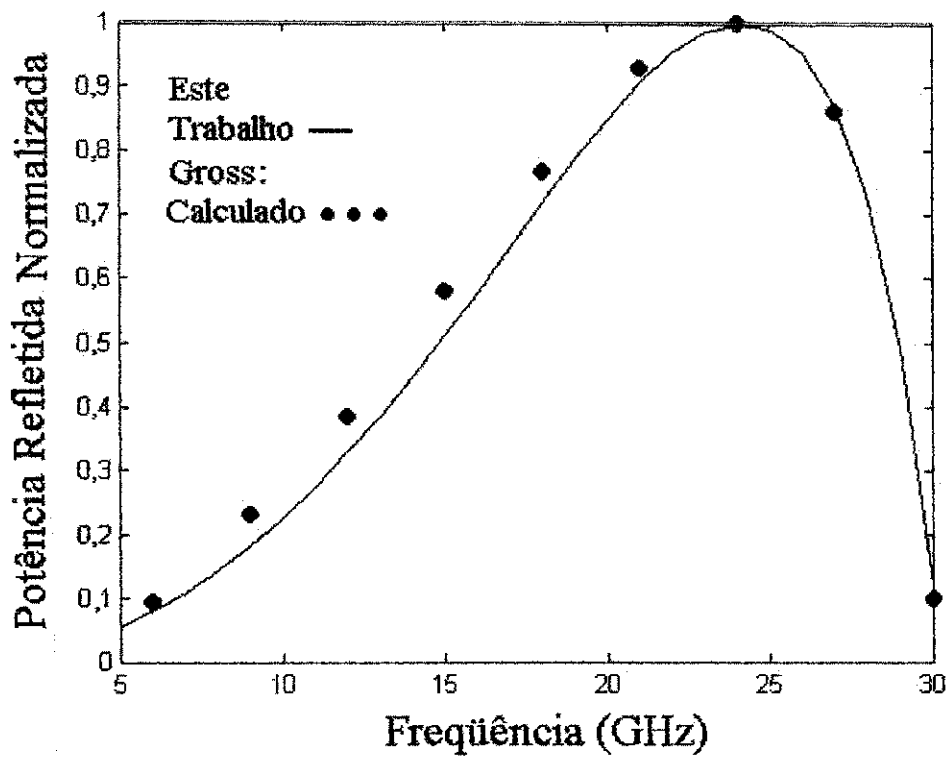
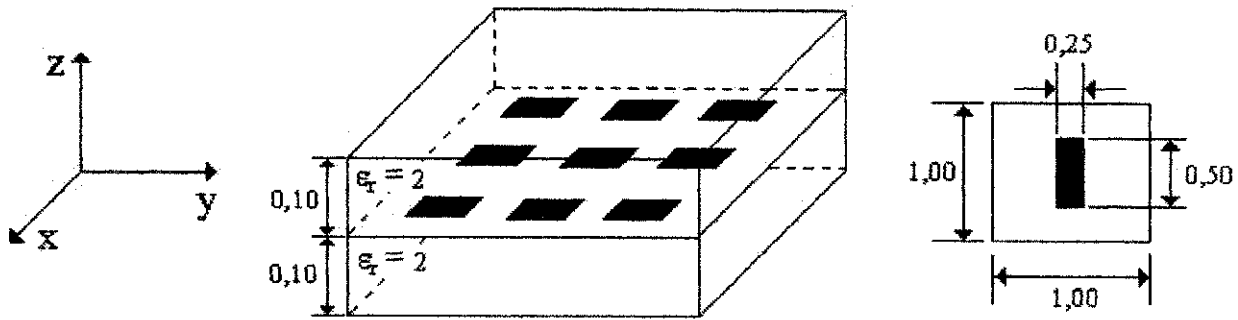
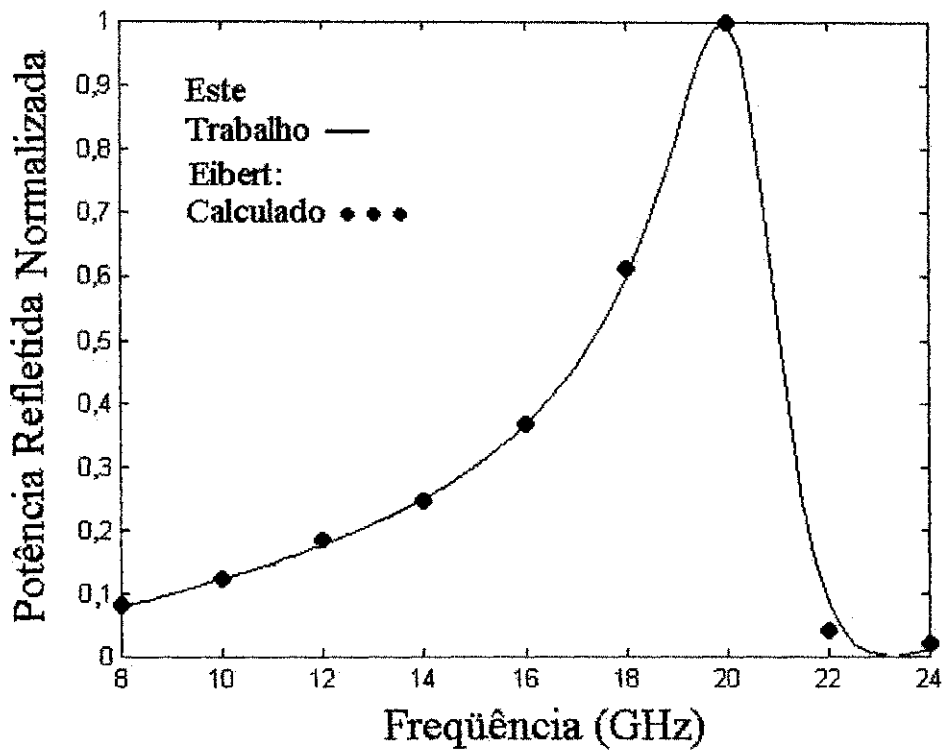


Figura 7.2.11 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding* composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados por Gross, em [42].



Todas as dimensões em cm.



7.2.12 – Potência refletida de uma FSS tipo *freestanding*, composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, embebida entre duas camadas dielétricas isotrópicas. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho, e apresentados em [44], com aqueles apresentados por Eibert, em [45].

7.3 – Resultados experimentais

Com o propósito de verificar experimentalmente a análise desenvolvida neste trabalho, foram construídas algumas superfícies seletivas de frequência e efetuadas medições do coeficiente de transmissão destas estruturas. O propósito das medições foi o de comprovar a seletividade das estruturas fabricadas. Para a obtenção de resultados mais precisos, recomenda-se usar o esquema de medições mostrado na Figura 2.6. O sistema montado para a medição neste trabalho, assim como, as curvas medidas, estão no Apêndice C. As estruturas foram construídas sobre camadas de fibra de vidro ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 4,4$). Todos os resultados foram obtidos para incidência TE e foi considerada uma incidência normal

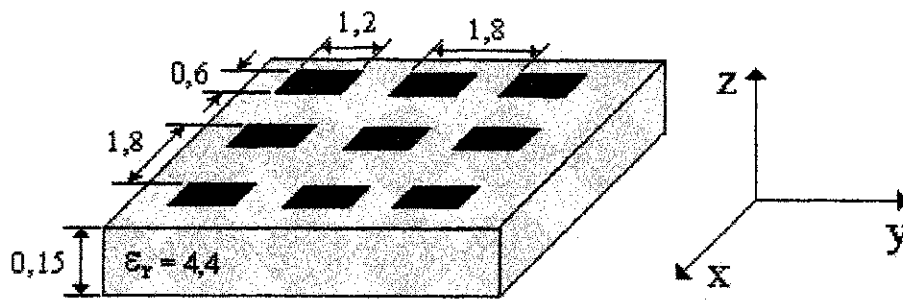
A Figura 7.3.1 compara os resultados numéricos com os experimentais correspondentes. Esta figura mostra a curva da potência transmitida (dB) através de uma FSS usando elementos do tipo *patch* retangular. A frequência de ressonância ocorreu em 8,8 GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas oito funções de base e 20 termos espectrais.

A Figura 7.3.2 compara os resultados numéricos obtidos neste trabalho, e apresentados em [46], com os experimentais. A figura mostra a curva da potência transmitida (dB) por uma FSS usando elementos do tipo *patch* retangular. Uma estrutura de dimensões diferentes daquela da Figura 7.3.1 foi utilizada nas medições. A frequência de ressonância ocorreu em 7,8 GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas oito funções de base e 10 termos espectrais.

A Figura 7.3.3 também compara resultados numéricos com experimentais. Esta figura mostra a curva da potência transmitida (dB) de uma FSS usando elementos do tipo *patch* retangular. A frequência de ressonância ocorreu em 7,8 GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas oito funções de base e 100 termos espectrais.

A Figura 7.3.4 compara os resultados numéricos obtidos neste trabalho, e apresentados em [46], com os experimentais. Esta figura mostra a curva da potência transmitida (dB) de uma FSS usando elementos do tipo *patch* retangular. Os resultados foram obtidos para uma estrutura de dimensões diferentes. A frequência de ressonância ocorreu em 7,2 GHz. Para a obtenção destes resultados foram usadas oito funções de base e 100 termos espectrais.

Como mostrado, observa-se uma boa concordância entre os resultados numéricos, obtidos neste trabalho, e os experimentais, medidos no CEFET, em João Pessoa – PB.



Todas as dimensões em cm.

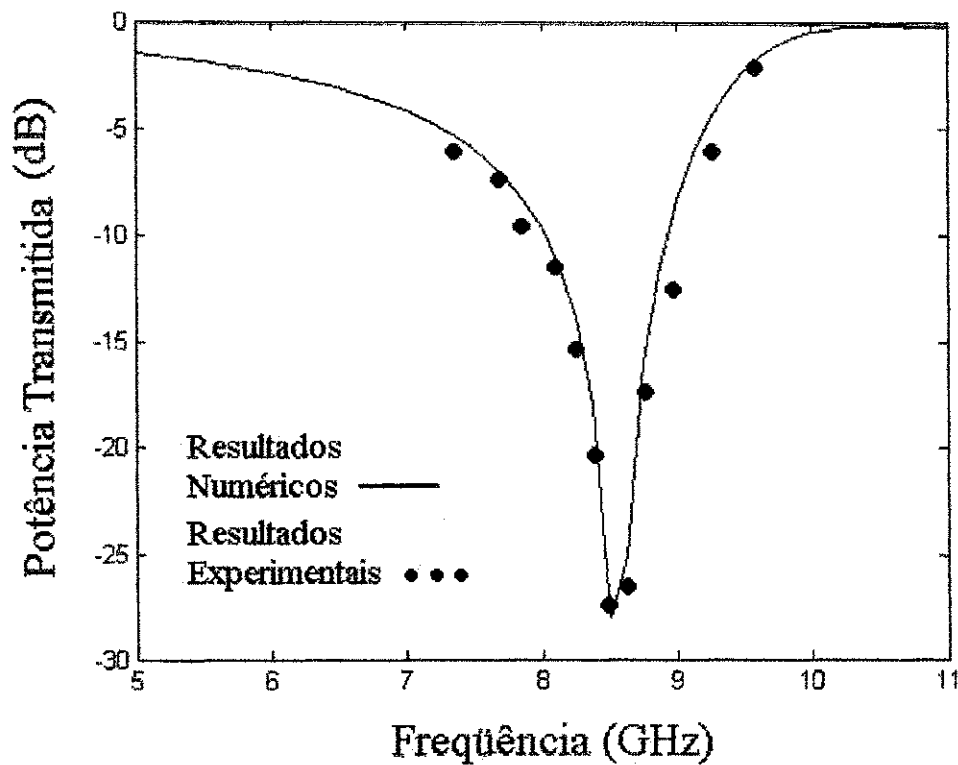
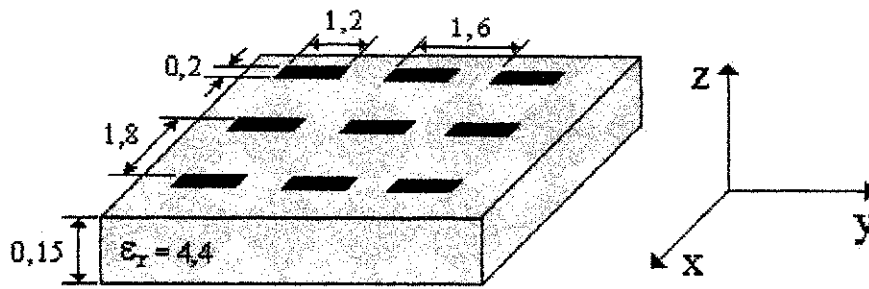


Figura 7.3.1 – Potência transmitida (dB) através de uma FSS sobre uma camada isotrópica composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais obtidos neste trabalho.



Todas as dimensões em cm.

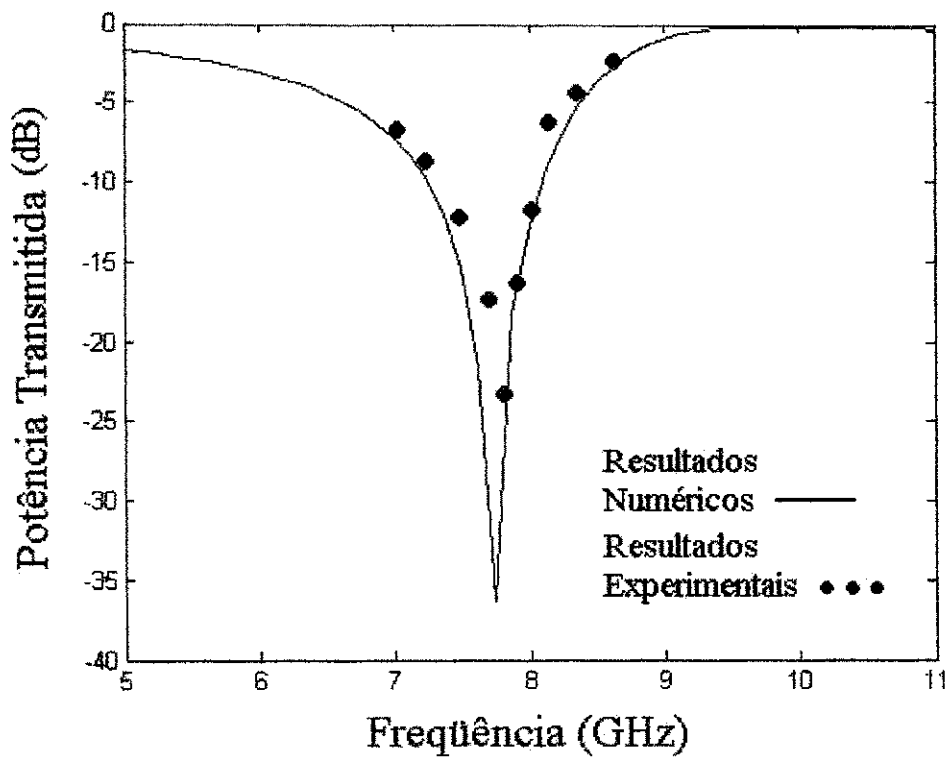
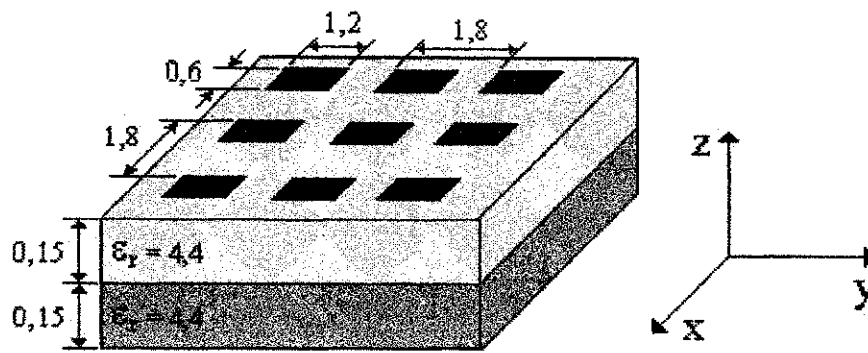


Figura 7.3.2 – Potência transmitida (dB) através de uma FSS sobre uma camada isotrópica composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais, obtidos neste trabalho, e apresentados em [46].



Todas as dimensões em cm.

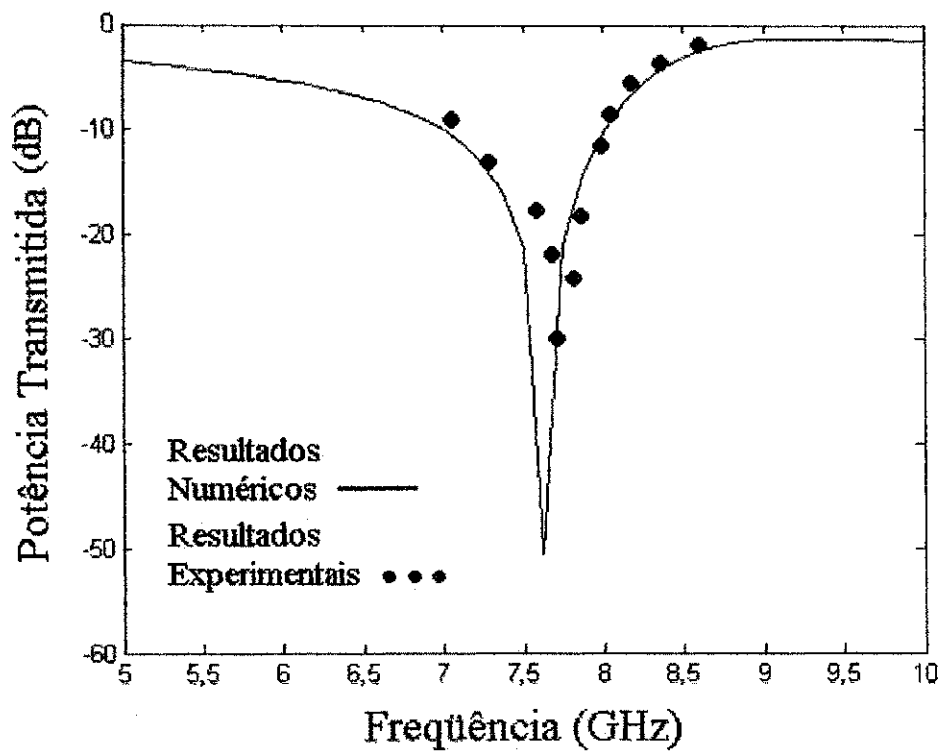
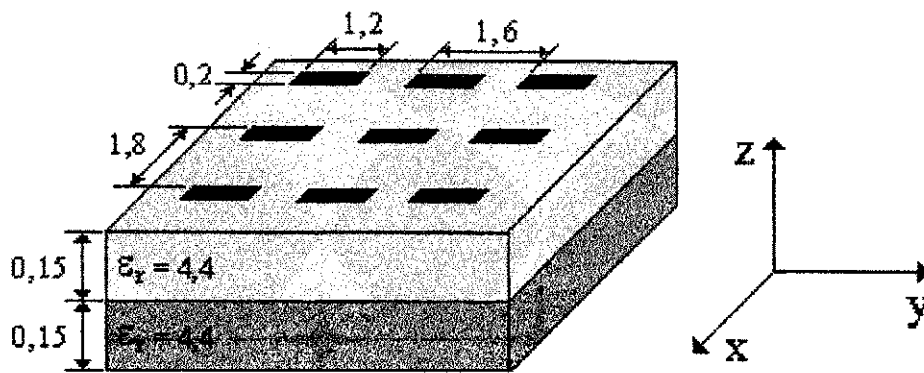


Figura 7.3.3 – Potência transmitida (dB) através de uma FSS, sobre uma camada isotrópica, composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais, obtidos neste trabalho.



Todas as dimensões em cm.

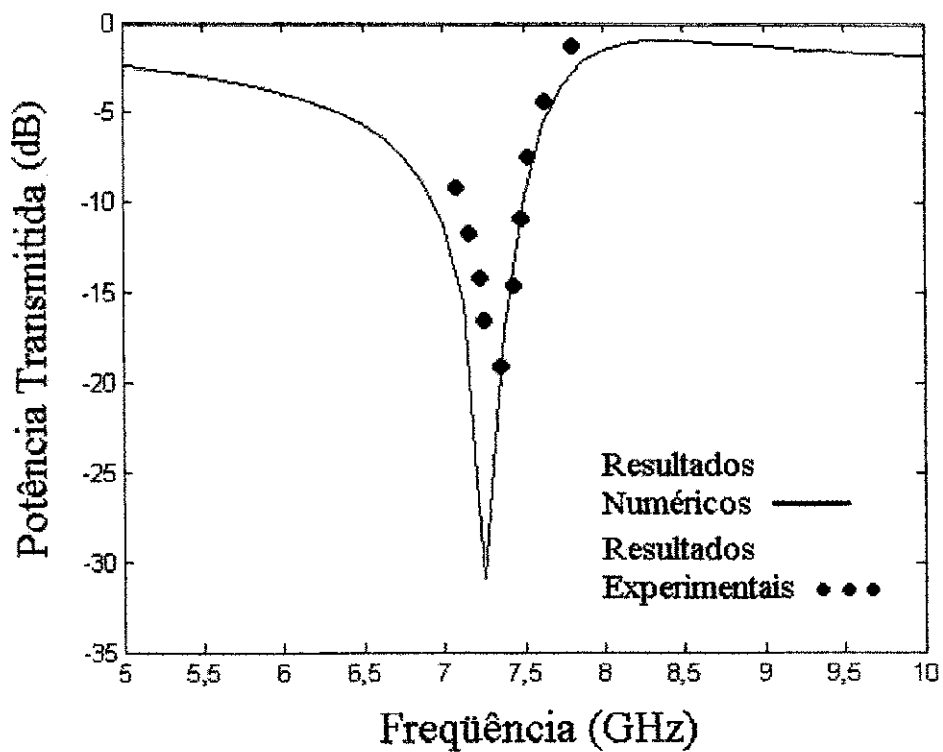


Figura 7.3.4 – Potência transmitida (dB) através de uma FSS, sobre duas camadas isotrópicas, composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares. Comparação entre os resultados numéricos e experimentais, obtidos neste trabalho.

7.4 – Resultados numéricos para FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica

Neste tópico, serão apresentados resultados inéditos para superfícies seletivas de frequência sobre uma camada dielétrica anisotrópica. Não há resultados na literatura para que seja efetuada uma comparação com os resultados obtidos nesta seção. Entretanto, nos tópicos anteriores, foram apresentadas diversas curvas de comparação, levando-se em conta, inclusive, resultados experimentais, para estruturas com materiais isotrópicos. São apresentadas curvas para as três geometrias consideradas neste trabalho.

Para comprovar a seletividade de estruturas periódicas sobre substratos anisotrópicos, foi efetuada uma análise que conduziu à obtenção de resultados como os apresentados na Figura 7.4.1. A estrutura considerada é composta de um arranjo periódico de dipolos finos. Foram considerados ângulos de incidência próximos da normal. Modos de incidência TE foram considerados. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.4.1. O material considerado na análise foi o PBN (*pyrolytic boron nitride*). A ressonância ocorreu em $f = 10,75$ GHz e a estrutura apresenta uma largura de banda igual a 1,7 GHz. Como esperado, a estrutura se comporta como um filtro rejeita-faixa.

A Figura 7.4.2 mostra o efeito do comprimento do dipolo nas características de espalhamento da estrutura. Foram considerados os mesmos parâmetros de incidência, físicos e o mesmo material da Figura 7.4.1. Foram traçadas curvas para três valores do comprimento, L ; observa-se que, tanto a frequência de ressonância, quanto a largura de banda, são afetadas com a mudança do comprimento do dipolo. Os dados obtidos estão mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Resultados obtidos para f_r , ΔB e Q em função do comprimento do dipolo L .

L (cm)	f_r (GHz)	ΔB (GHz)	Q
1,0	12	1,3	9,23
1,2	10,75	1,7	6,32
1,4	9,5	2,4	3,96

A Figura 7.4.3 mostra o efeito da anisotropia nas características de espalhamento de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos. Foi considerada uma frequência de operação igual a 10,8 GHz. Considerou-se $\epsilon_{xx} = 3,4$ e variou-se o ϵ_{zz} . A razão de anisotropia é definida como $\eta_{zz}/\eta_{xx} = \sqrt{\epsilon_{zz}/\epsilon_{xx}}$ [36]. A máxima reflexão ocorreu para uma razão de anisotropia aproximadamente igual a 1,2. Foram considerados ângulos de incidência

próximos da normal. Modos de incidência TE foram considerados. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.4.3. O material considerado na análise foi o PBN.

A Figura 7.4.4 mostra resultados obtidos para uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados. Foram considerados ângulos de incidência próximos da normal. Modos de incidência TE foram considerados. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.4.4. O material considerado na análise foi a Alumina. A ressonância ocorreu em $f = 9,625$ GHz e a estrutura apresenta uma largura de banda aproximadamente igual a 1,7 GHz.

A Figura 7.4.5 mostra resultados obtidos para a potência refletida considerando-se dois valores para o ângulo de defasagem entre as células. A estrutura considerada é a mesma da Figura 7.4.4. Para células alinhadas ($\Omega = 90^\circ$) a ressonância ocorreu em $f = 9,625$ GHz e a estrutura apresenta uma largura de banda de 1,7 GHz. Para células defasadas de 60° , a ressonância ocorreu em $f = 10,125$ GHz e a estrutura apresenta uma largura de banda de 2,12 GHz. Para células defasadas, observa-se que a reflexão não foi de 100 % e que houve um aumento na largura de banda e na frequência de ressonância.

A Figura 7.4.6 mostra o efeito da espessura de um substrato dielétrico anisotrópico na frequência de ressonância de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados. A estrutura considerada é a mesma da Figura 7.4.4. A frequência de ressonância se comporta de maneira inversamente proporcional com a espessura do substrato, até $h = 0,40$ cm. A partir daí, a frequência de ressonância tende a se estabilizar em $f \cong 7,4$ GHz.

A Figura 7.4.7 mostra resultados obtidos para a potência refletida, para uma FSS composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares. Foram considerados ângulos de incidência próximos da normal. Incidências TE e TM foram consideradas. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.4.7. O material considerado na análise foi o PBN. Para incidência TE, a ressonância ocorreu em $f = 14,5$ GHz e a estrutura apresentou uma largura de banda igual a 5 GHz. Para a incidência TM a estrutura apresentou uma frequência de ressonância menor ($f = 12,75$ GHz) e uma maior largura de banda ($\Delta B = 5,75$ GHz). Observou-se, ainda, que a reflexão não atingiu 100% para a incidência TM.

A Figura 7.4.8 mostra resultados obtidos para a potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, em função da frequência, para diferentes valores da razão w/L . Foram considerados ângulos de incidência próximos da normal. Modos de incidência TE foram considerados. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.4.8. O material considerado na análise foi o PBN. A frequência de ressonância e a largura de banda variaram de maneira

diretamente proporcional à razão w/L de acordo com os dados mostrados na Tabela 3. Pode-se observar que o fator de qualidade praticamente não se altera.

Tabela 3 – Resultados obtidos para f_r , ΔB e Q em função da razão w/L .

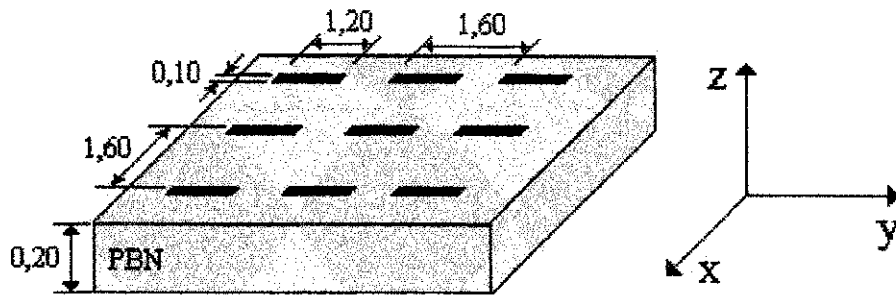
w/L	f_r (GHz)	ΔB (GHz)	Q
0,6	9,6	3,9	2,46
0,8	11,7	5,0	2,34
1,0	14,5	6,0	2,42

A Figura 7.4.9 mostra a potência refletida em função da defasagem entre as células, Ω . Pode-se observar que a máxima frequência de ressonância ocorre em $\Omega = 55^\circ$ ($f = 23,4$ GHz).

A Figura 7.4.10 mostra resultados obtidos para a potência transmitida através de três superfícies seletivas de frequência. Pode-se observar o grau de flexibilidade de projeto das FSS. Foram consideradas três geometrias diferentes de elementos. As dimensões físicas também foram variadas. A periodicidade nas direções x e y foram consideradas iguais ($T_x = T_y = 1,6$ cm) e o material considerado foi igual para as três estruturas analisadas. Foram obtidas frequências de ressonância e larguras de banda diferentes, para cada estrutura, como mostrado na Tabela 4.

Tabela 4 – Resultados obtidos para f_r , ΔB e Q considerando-se três geometrias diferentes.

Elemento utilizado	f_r (GHz)	ΔB (GHz)	Q
Dipolo fino	9,5	2,3	4,13
Dipolo cruzado	10,7	1,8	5,94
Patch retangular	11,5	3,8	3,03



Todas as dimensões em cm.

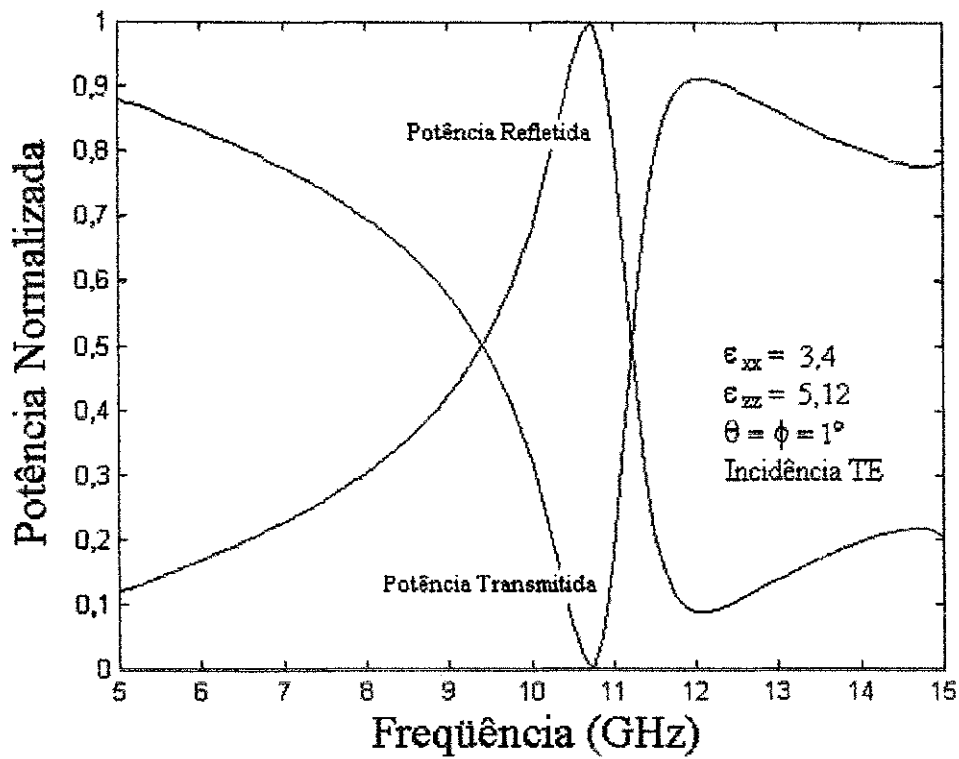
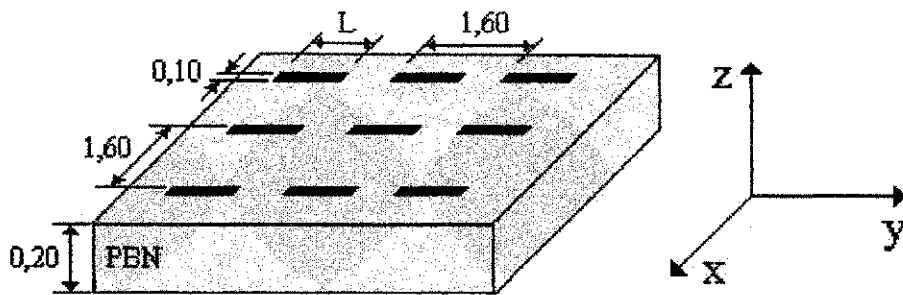


Figura 7.4.1 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, (PBN), composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo *patch*.



Todas as dimensões em cm.

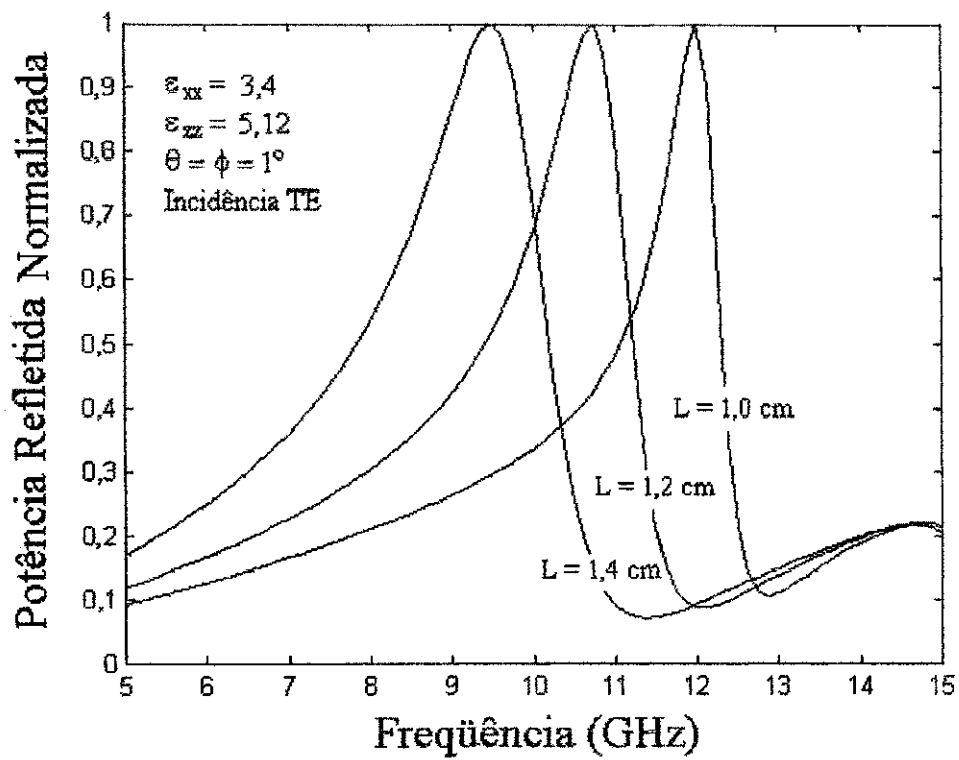
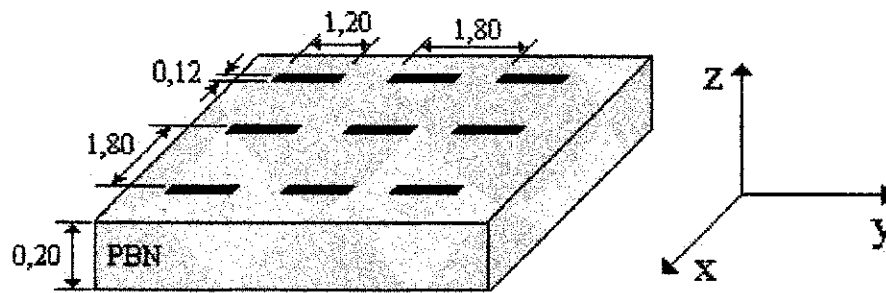


Figura 7.4.2 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, (PBN), composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo *patch*, para dipolos de diferentes comprimentos.



Todas as dimensões em cm.

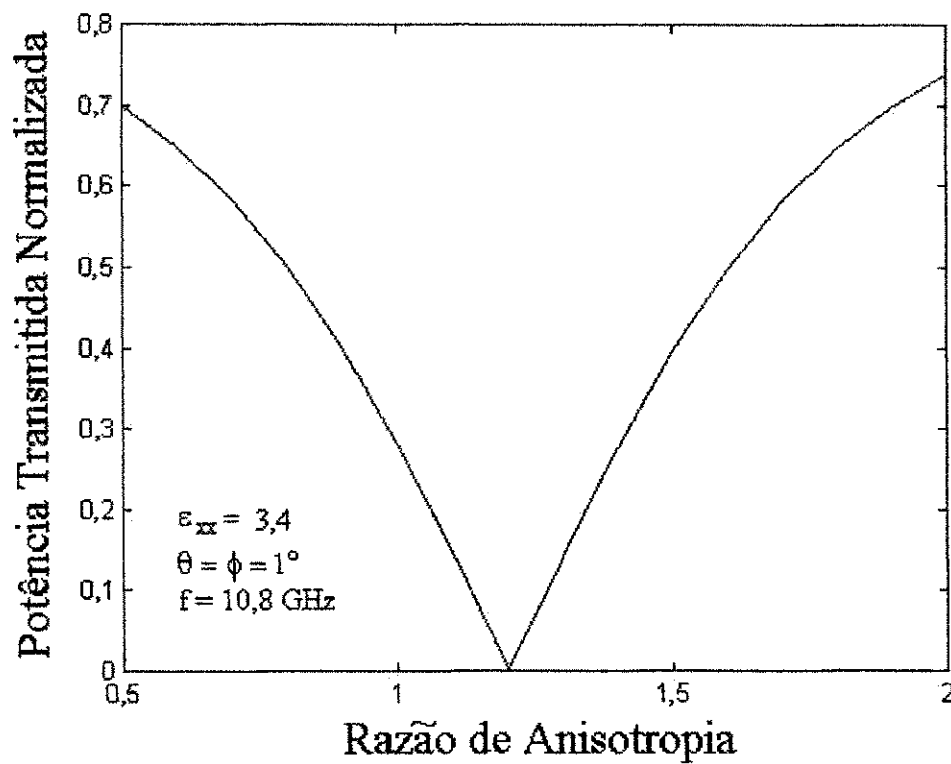
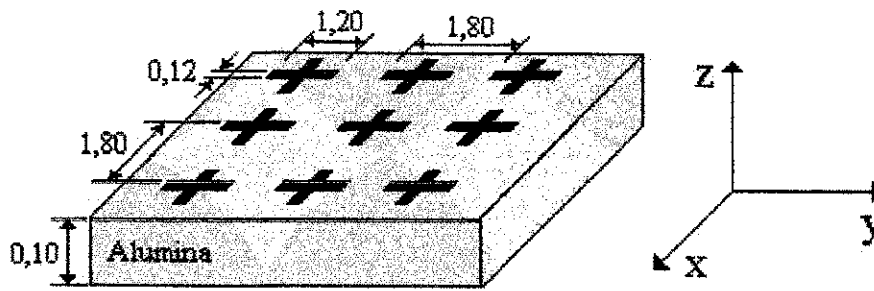


Figura 7.4.3 – Potência transmitida através de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo *patch*, em função da razão de anisotropia.



Todas as dimensões em cm.

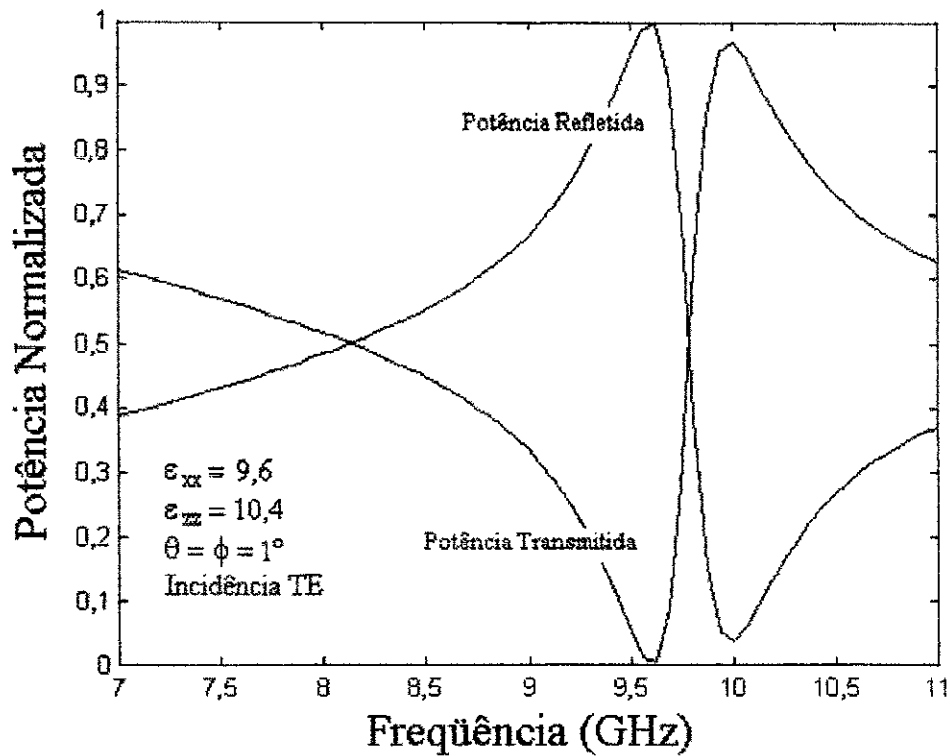
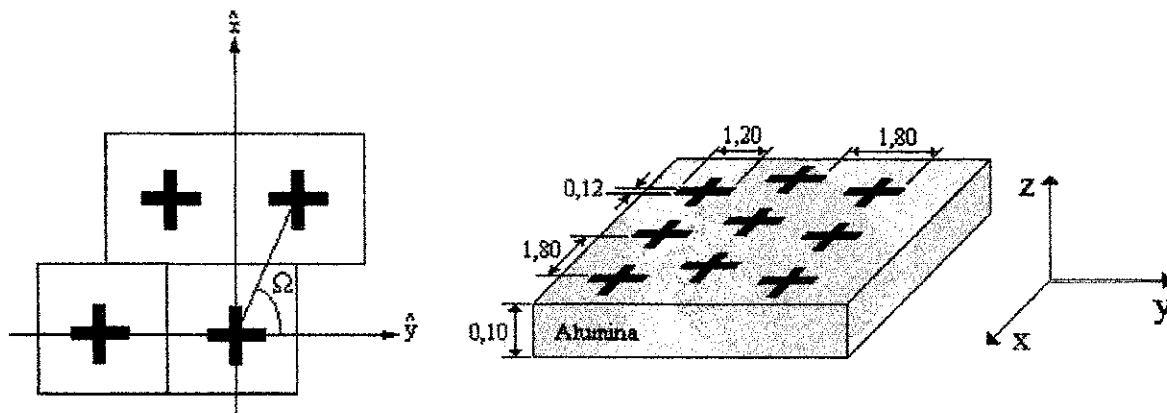


Figura 7.4.4 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, (Alumina), composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patch*, em função da freqüência.



Todas as dimensões em cm.

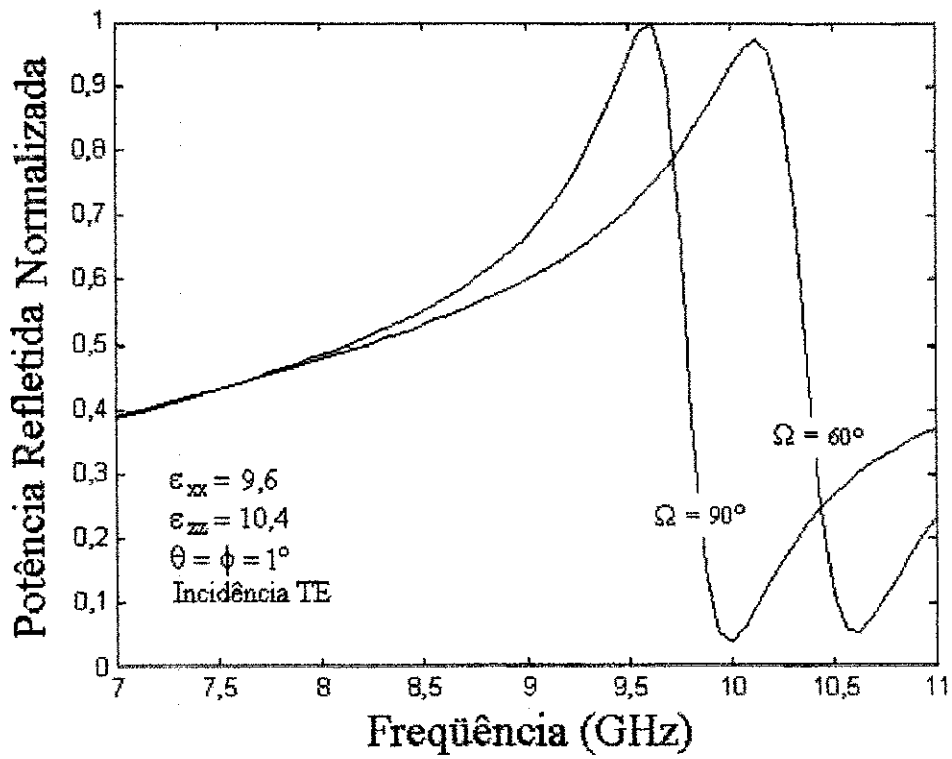
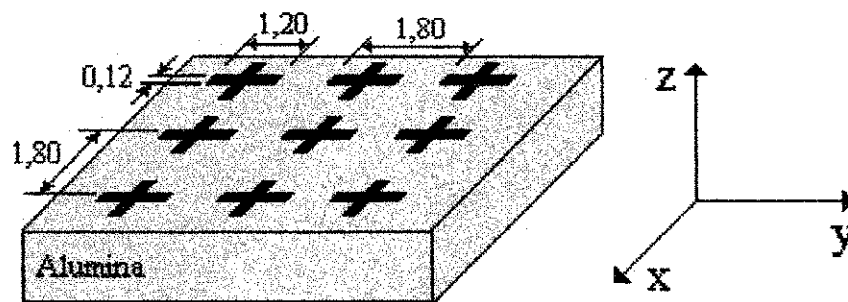


Figura 7.4.5 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, (Alumina), composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patch*, para diferentes valores de Ω .



Todas as dimensões em cm.

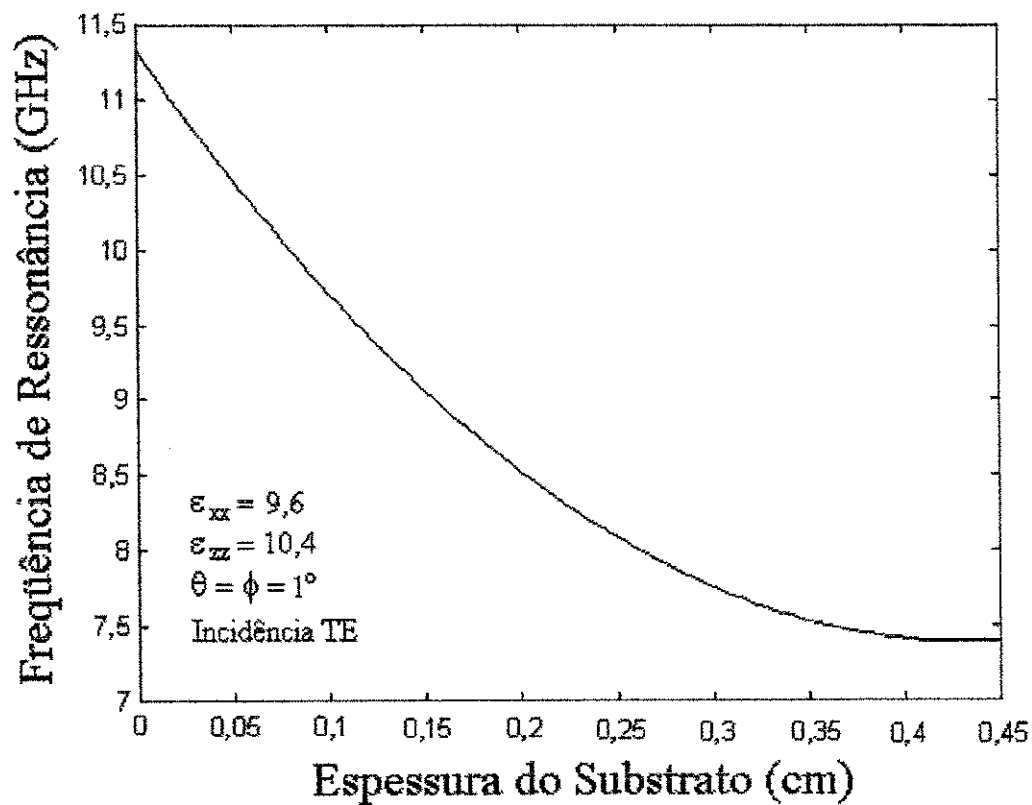
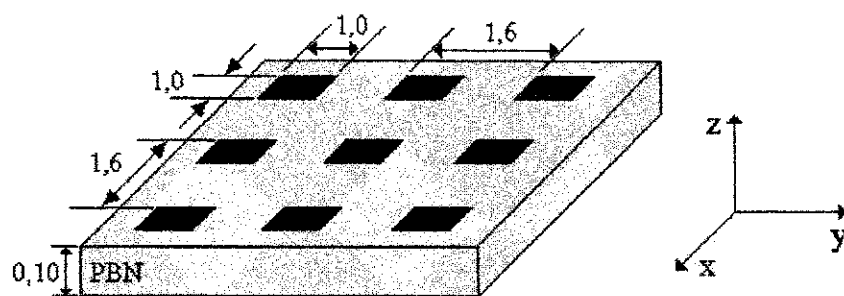


Figura 7.4.6 – Frequência de ressonância de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, (Alumina), composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patch*, em função da espessura do substrato.



Todas as dimensões em cm.

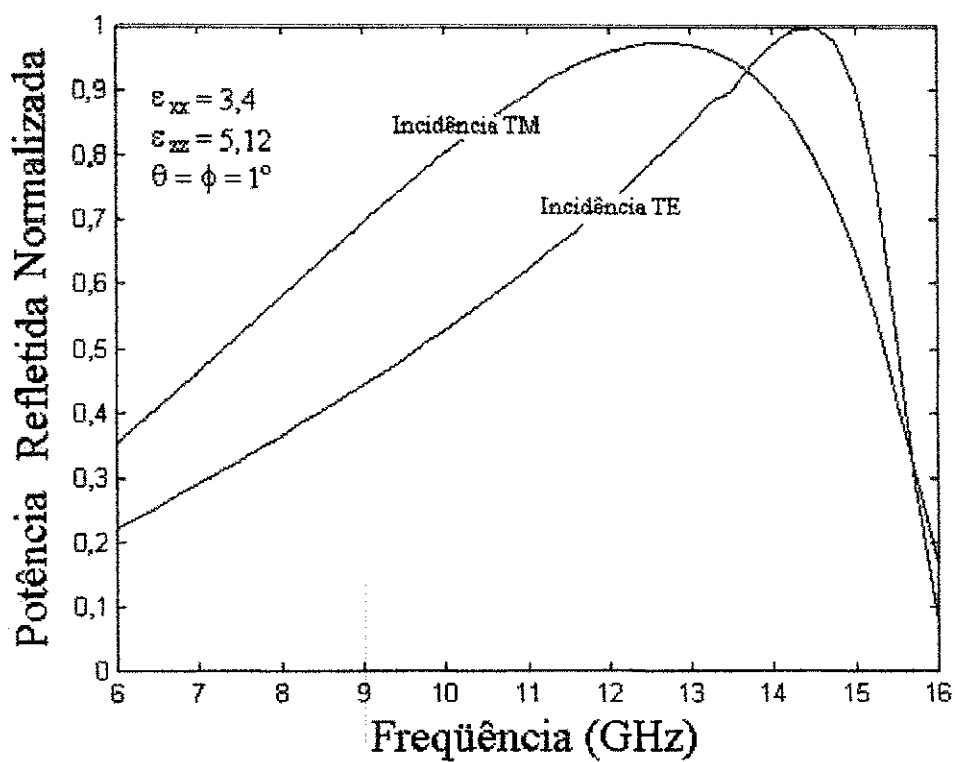
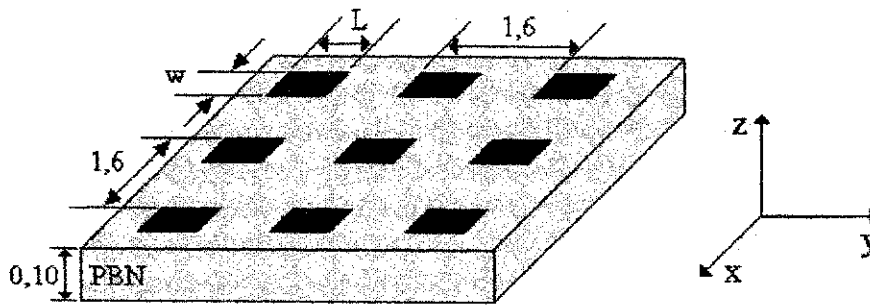


Figura 7.4.7 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, (PBN), composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares condutores, em função da freqüência, para incidências TE e TM.



Todas as dimensões em cm.

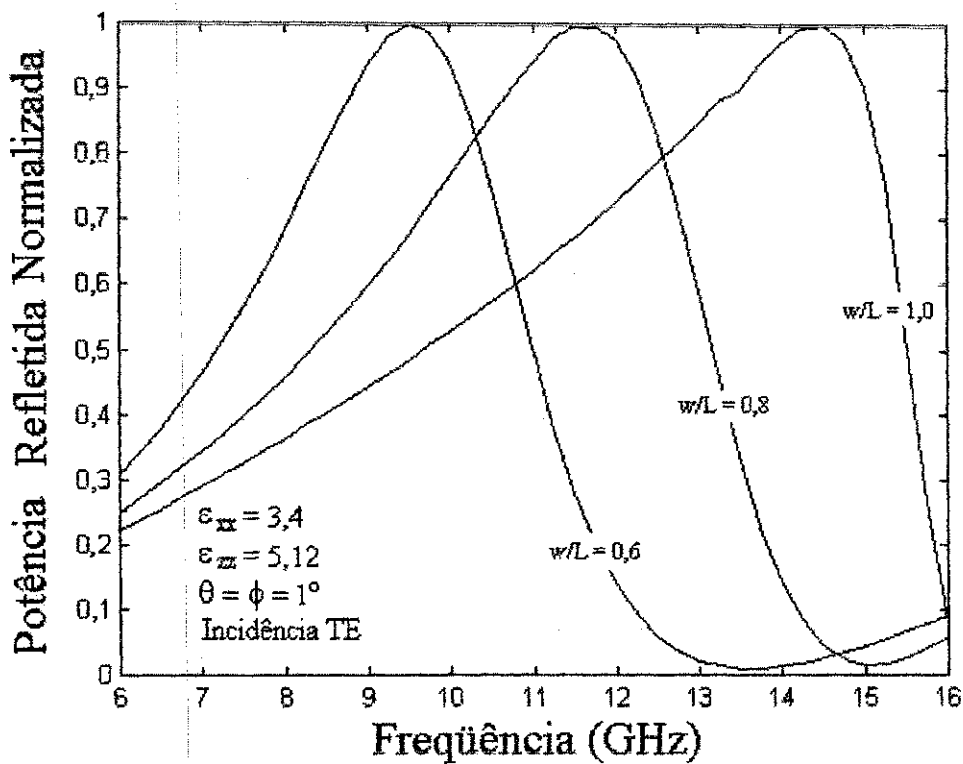
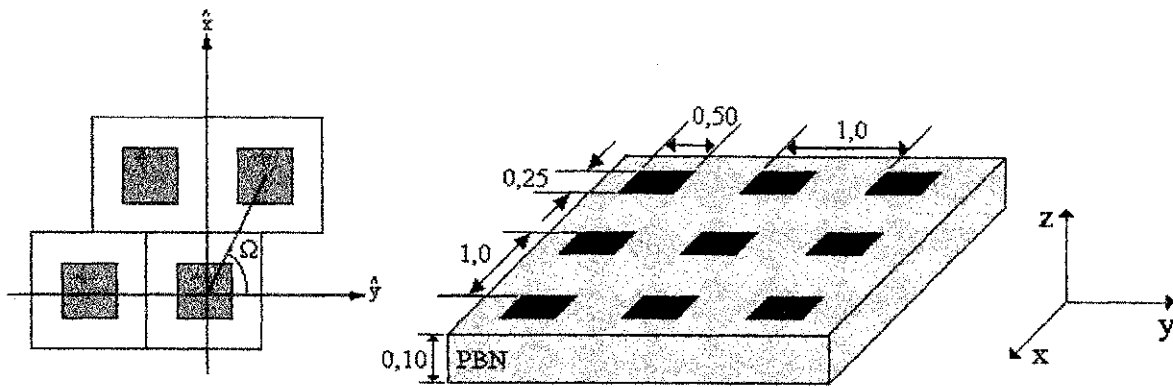


Figura 7.4.8 – Potência refletida de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, (PBN), composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, em função da frequência, para incidências TE e diferentes valores de w/L .



Todas as dimensões em cm.

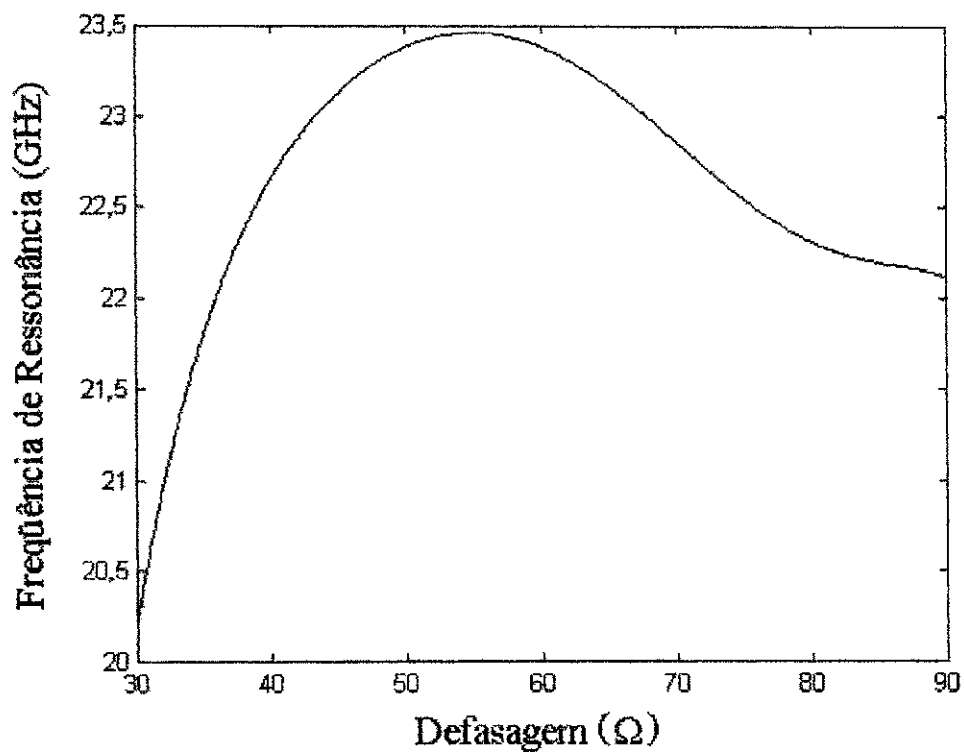
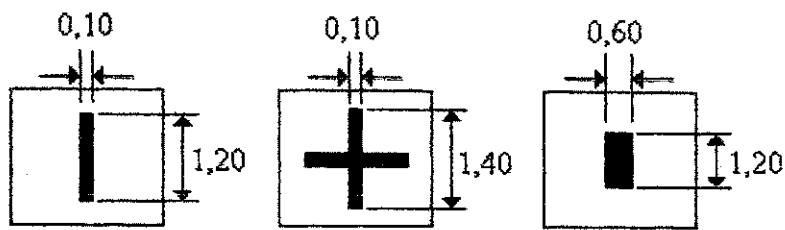


Figura 7.4.9 – Frequência de ressonância em função da defasagem Ω .



Todas as dimensões em cm.

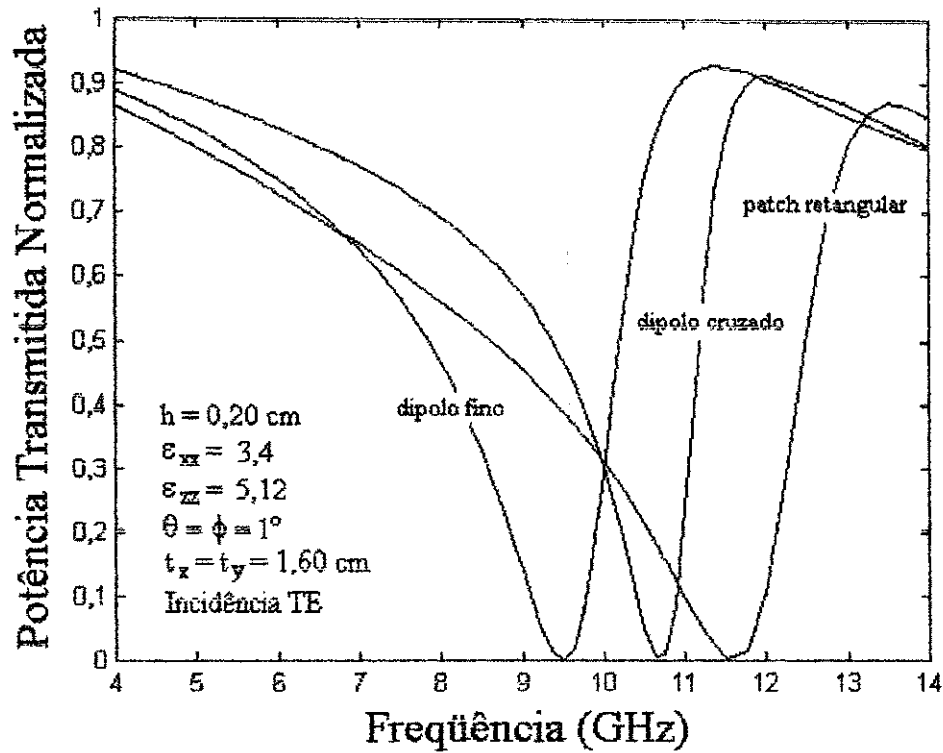


Figura 7.4.10 – Potência transmitida através de uma FSS sobre uma camada dielétrica anisotrópica, (PBN), composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, em função da frequência, para diferentes tipos de elementos.

7.5 – Resultados numéricos para FSS com sobrecamada dielétrica

Neste tópico, serão apresentados resultados inéditos para superfícies seletivas de frequência, com sobrecamada, usando materiais anisotrópicos. São apresentadas curvas para as três geometrias consideradas neste trabalho. São apresentados, ainda, resultados considerando a ocorrência de perdas dielétricas.

Para o caso de dielétricos com perdas, as componentes do tensor permissividade são escritas na forma complexa, de acordo com (7.3) e (7.4) [36].

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_0 \left(\epsilon_{rxx} - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_{rxx} \epsilon_0} \right) \quad (7.3)$$

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_0 \left(\epsilon_{rzz} - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_{rzz} \epsilon_0} \right) \quad (7.4)$$

A Figura 7.5.1 mostra resultados obtidos para uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos. Foram considerados ângulos de incidência próximos da normal ($\theta = \phi = 1^\circ$). Na análise, foi considerada uma onda plana incidente TE. As dimensões físicas estão mostradas na figura. O material considerado na análise foi o PBN. A ressonância ocorreu em $f = 6,375$ GHz e a estrutura apresenta uma largura de banda igual a 2,5 GHz.

A Figura 7.5.2 mostra o efeito da sobrecamada na frequência de ressonância e na largura de banda. A estrutura considerada tem as mesmas dimensões físicas e as mesmas condições de incidência que para a estrutura analisada na Figura 7.5.1. Foram traçadas curvas para a potência transmitida para estruturas com e sem sobrecamada. Pode-se observar uma grande diferença na frequência de ressonância. Para a estrutura sem sobrecamada a reflexão total ocorre em $f = 10,25$ GHz, enquanto que para a estrutura com sobrecamada a ressonância ocorre em $f = 6,375$ GHz.

A Figura 7.5.3 mostra curvas da potência refletida para dois tipos diferentes de materiais usados na sobrecamada. A estrutura considerada tem as mesmas dimensões físicas e as mesmas condições de incidência que a estrutura analisada na Figura 7.5.1. Os materiais considerados foram a Safira ($\epsilon_{xx} = 9,4$; $\epsilon_{zz} = 11,6$) e o PBN ($\epsilon_{xx} = 3,4$; $\epsilon_{zz} = 5,12$). Observa-se uma variação de acordo com o material utilizado na sobrecamada. Para a estrutura com Safira a reflexão total ocorre em $f = 4,875$ GHz. Enquanto que para a estrutura com PBN, a ressonância ocorre em $f = 6,375$ GHz.

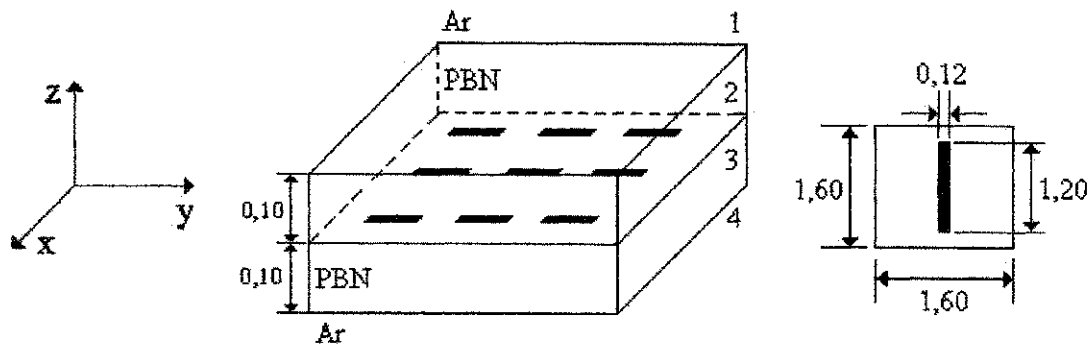
A Figura 7.5.4 mostra curvas para a potência refletida e transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patch*, embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas. Foi considerada uma onda plana TE normalmente incidente. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.5.4. Foi considerado o $\epsilon = 10$ para as duas camadas dielétricas. A frequência de ressonância obtida foi de 4,4 GHz e a largura de banda foi de 3,1 GHz.

Na Figura 7.5.5 considerou-se a mesma estrutura analisada na Figura 7.5.4. Variou-se a espessura da sobrecamada e observou-se o comportamento da frequência de ressonância em função da espessura da sobrecamada. A frequência de ressonância diminuiu até $h = 0,35$ cm. A partir daí, ela se estabiliza em $f \cong 3,8$ GHz.

A Figura 7.5.6 mostra curvas para a potência refletida e transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas. Foi considerada uma onda plana TE normalmente incidente. As dimensões físicas estão mostradas na figura. O material considerado na análise, para as duas camadas dielétricas, foi safira. As perdas dielétricas foram desconsideradas nesta análise. A frequência de ressonância obtida foi 4,5 GHz; e a largura de banda foi de 3,1 GHz.

A Figura 7.5.7 mostra curvas para a potência refletida, transmitida e dissipada, através de uma FSS composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, embebida entre camadas dielétricas anisotrópicas. Foi considerada uma onda plana TE normalmente incidente. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.5.7. O material considerado na análise, para as duas camadas dielétricas, foi a Safira. As perdas dielétricas foram consideradas por meio da condutividade do material ($\sigma = 4,5 \times 10^{-5}$ S/cm) [32]. A potência dissipada máxima ocorreu na frequência de 5,5 GHz.

A Figura 7.5.8 mostra o comportamento da potência dissipada em função da condutividade do material utilizado na análise. A estrutura analisada é a mesma da Figura 7.5.7. Como esperado, observa-se que há um aumento na potência dissipada com o aumento da condutividade.



Todas as dimensões em cm.

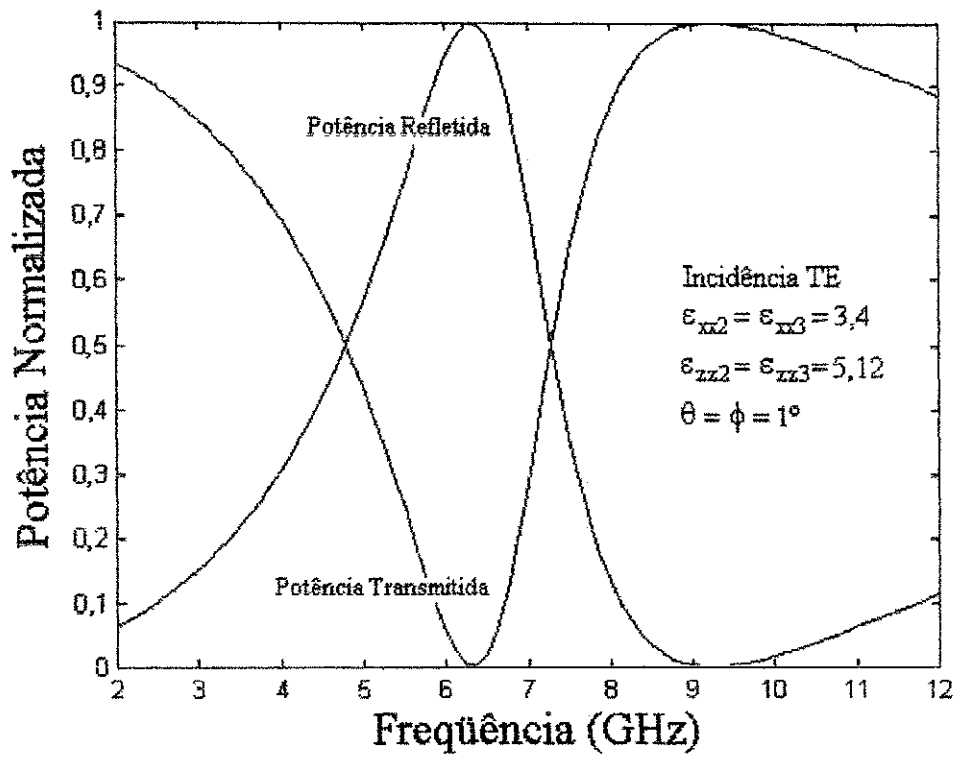
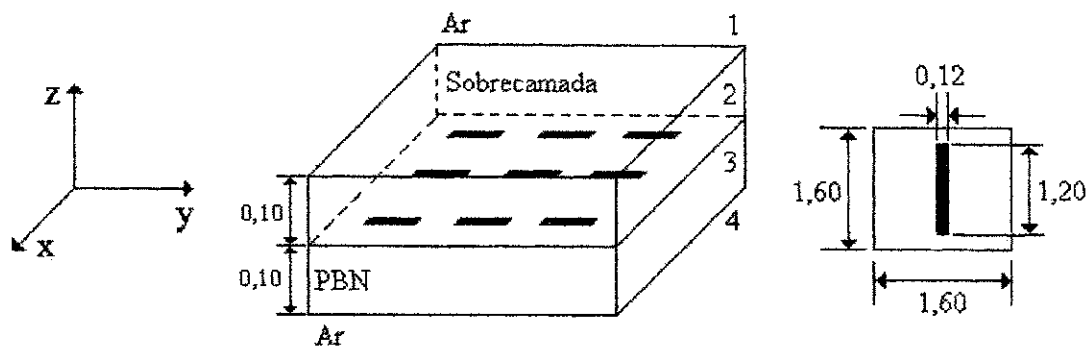


Figura 7.5.1 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo *patch*, embebido entre camadas dielétricas anisotrópicas, (PBN) sem perdas.



Todas as dimensões em cm.

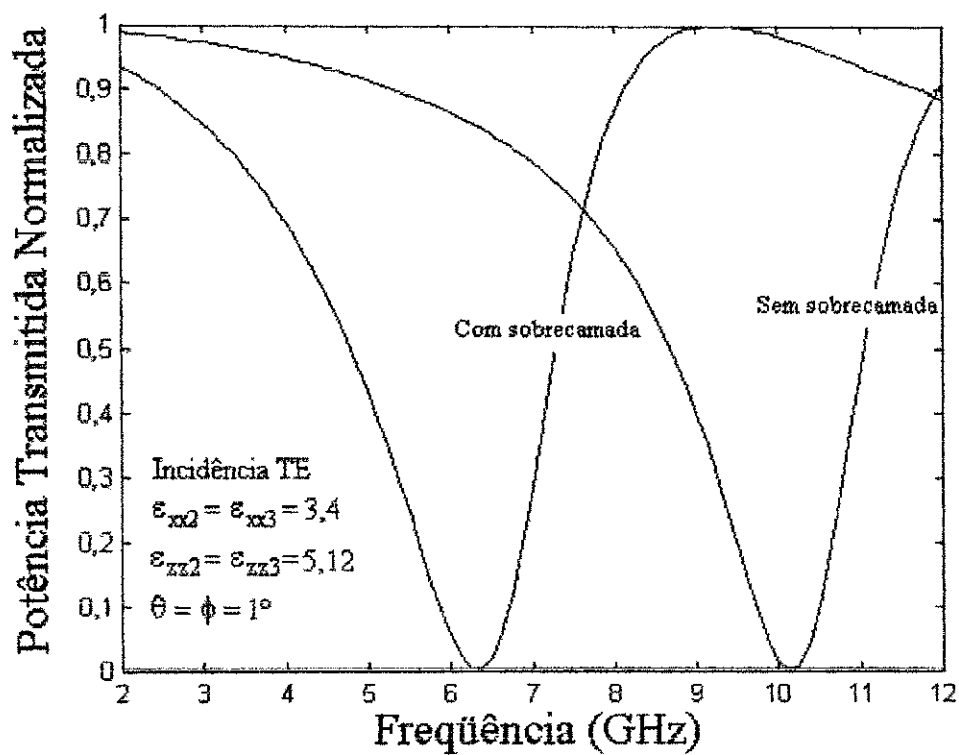
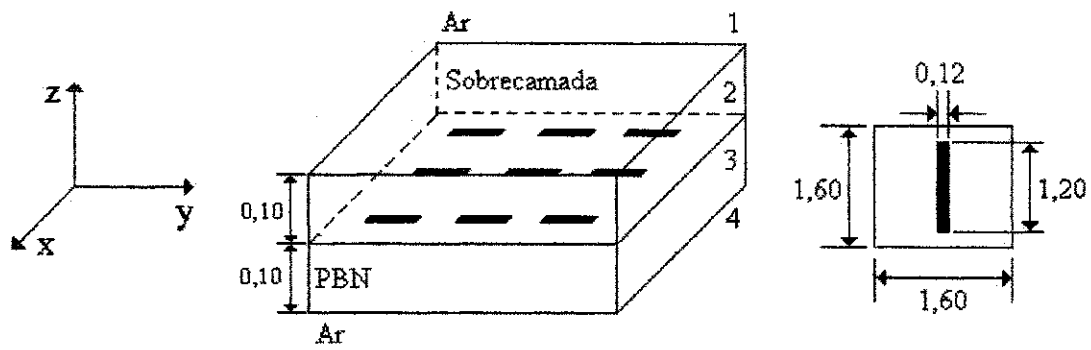


Figura 7.5.2 – Comparação da potência transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo *patch*, com e sem sobrecamada.



Todas as dimensões em cm.

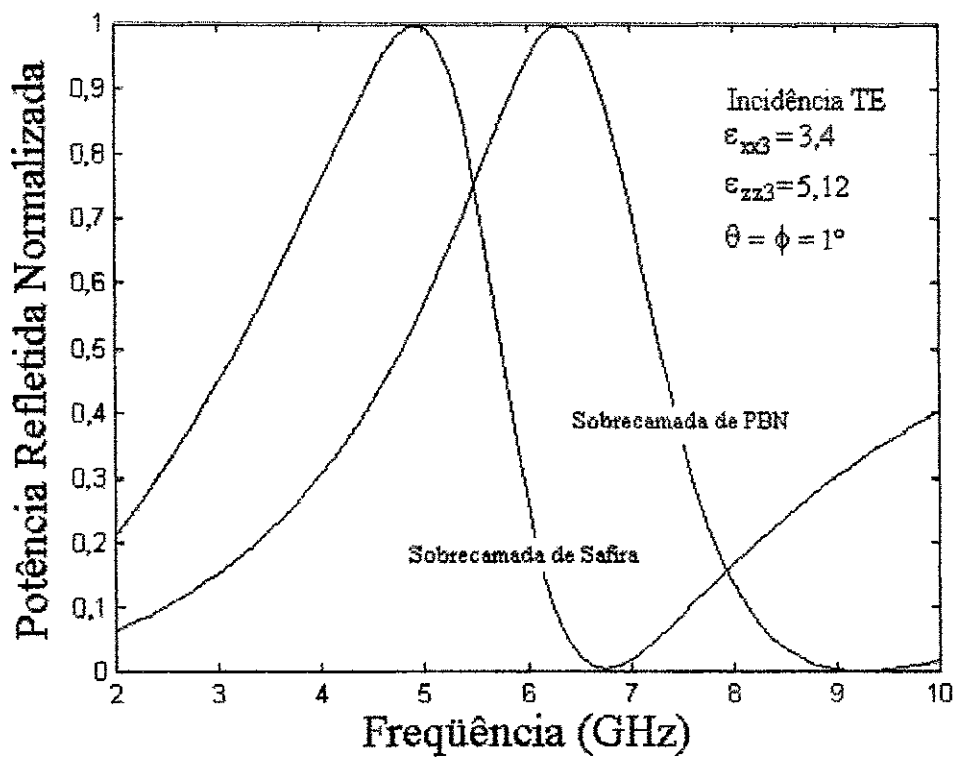
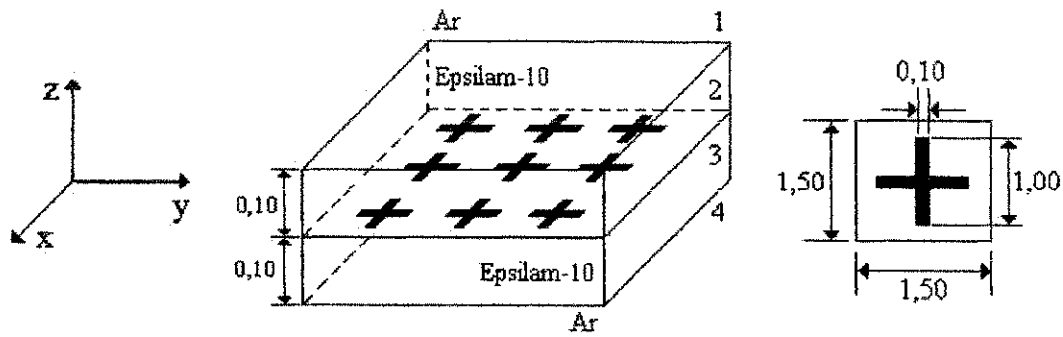


Figura 7.5.3 – Potência refletida de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos do tipo *patch*, embebido entre camadas dielétricas anisotrópicas, para diferentes materiais usados na sobrecamada.



Todas as dimensões em cm.

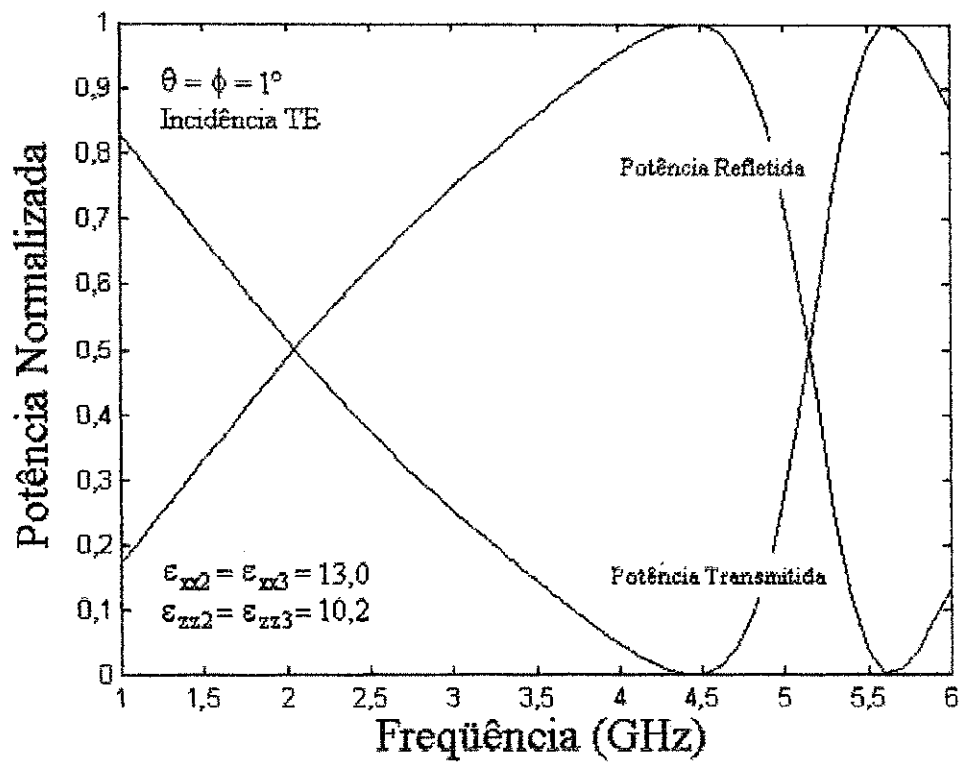
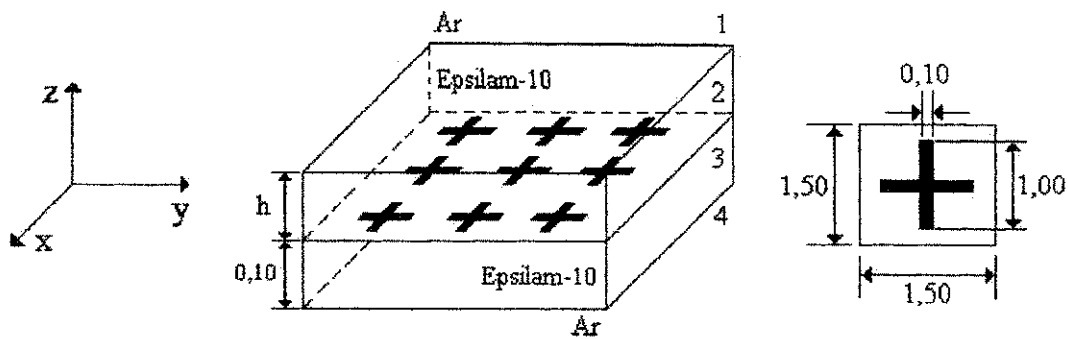


Figura 7.5.4 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patch*, embebido entre camadas dielétricas anisotrópicas.



Todas as dimensões em cm.

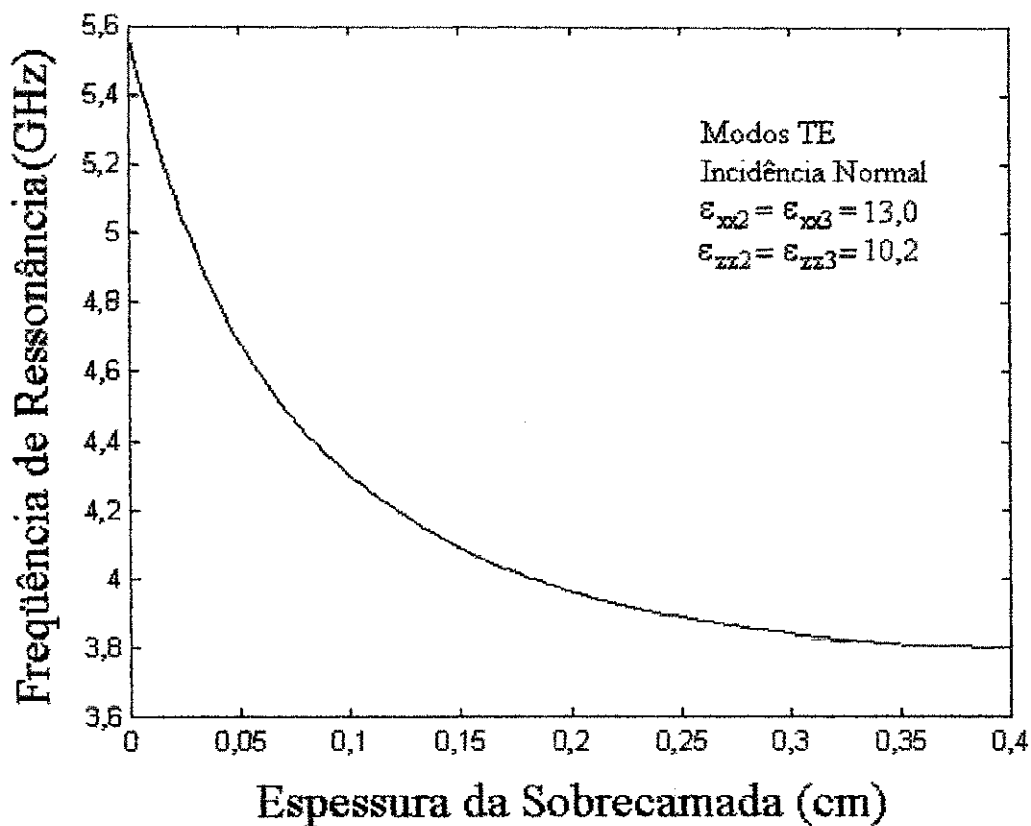
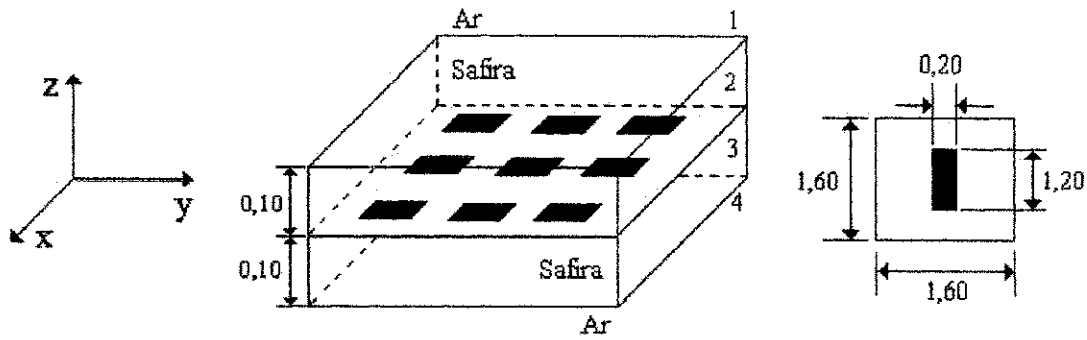


Figura 7.5.5 – Freqüência de ressonância de uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados do tipo *patch*, embebido entre camadas dielétricas anisotrópicas, em função da espessura do substrato.



Todas as dimensões em cm.

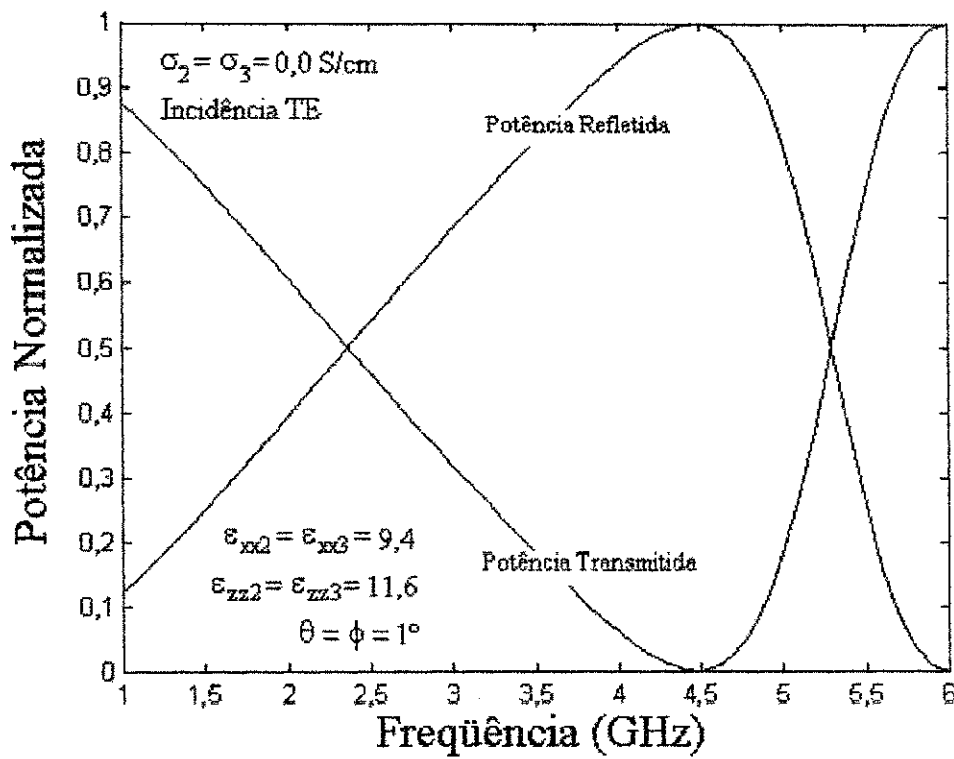
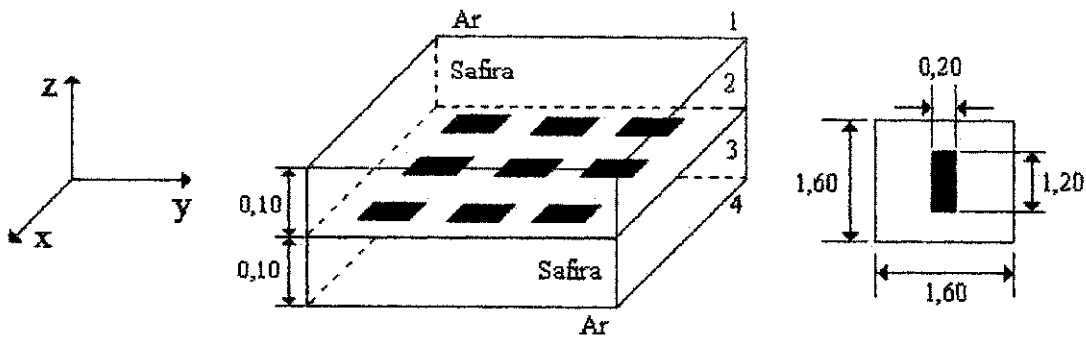


Figura 7.5.6 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, embebido entre camadas dielétricas anisotrópicas.



Todas as dimensões em cm.

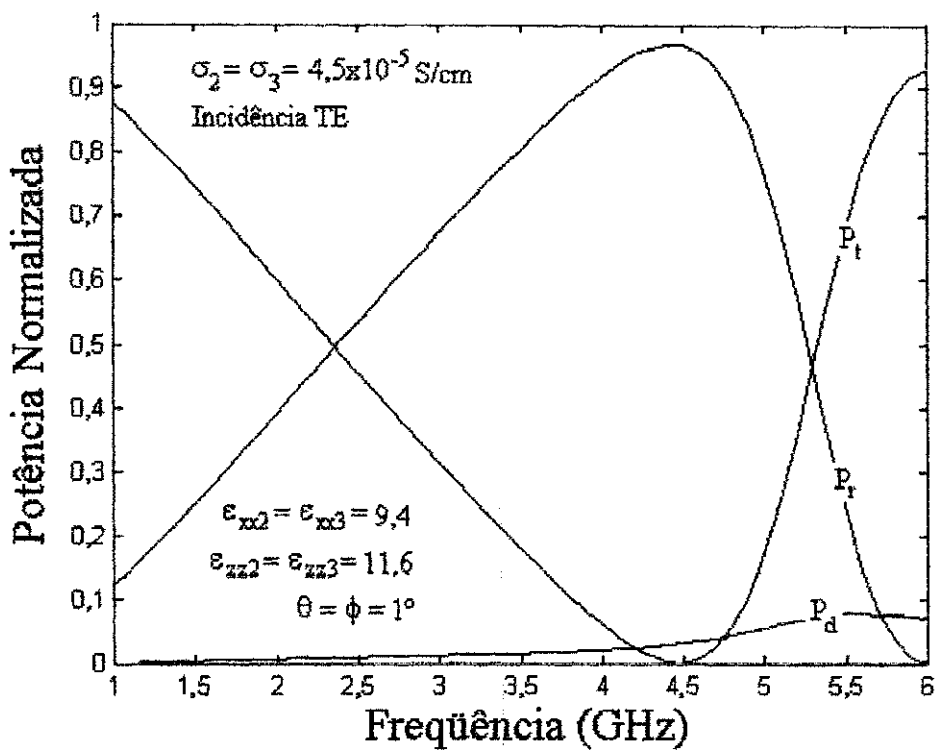
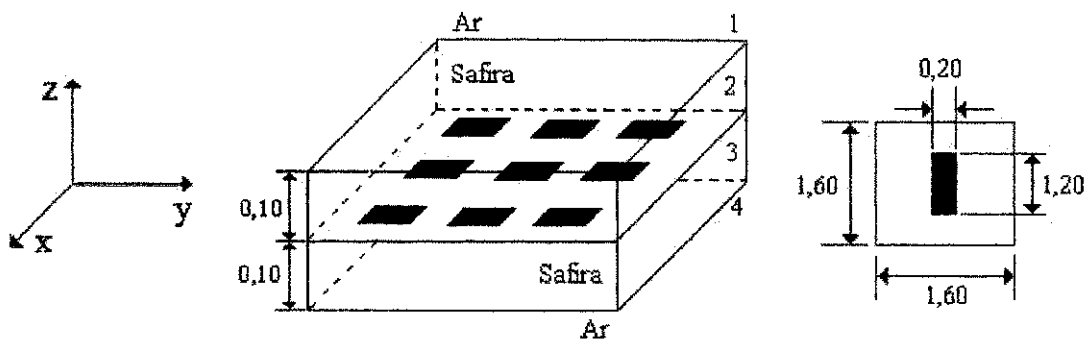


Figura 7.5.7 – Potência refletida, transmitida e dissipada de uma FSS composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, embebido entre camadas dielétricas anisotrópicas.



Todas as dimensões em cm.

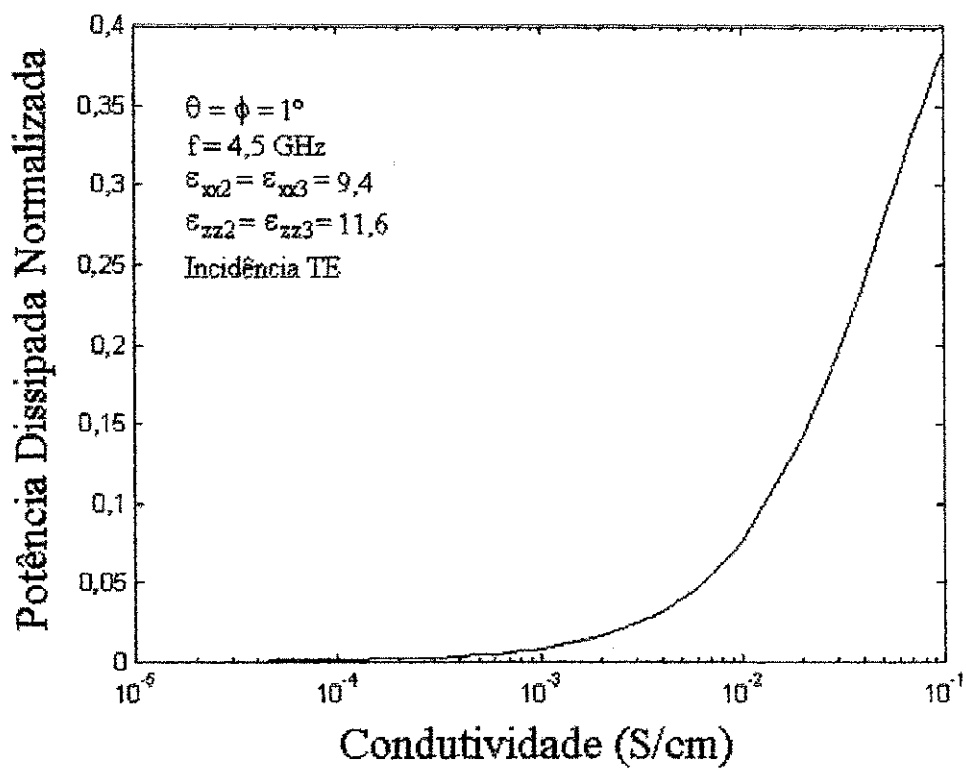


Figura 7.5.8 – Potência dissipada de uma FSS composta de um arranjo periódico de *patches* retangulares, embebido entre camadas dielétricas anisotrópicas, em função da condutividade.

7.6 – Resultados numéricos para FSS sobre duas camadas dielétricas

Nesta seção, são apresentados resultados inéditos para superfícies seletivas em frequência sobre duas camadas dielétricas. São apresentadas curvas para as três geometrias consideradas neste trabalho.

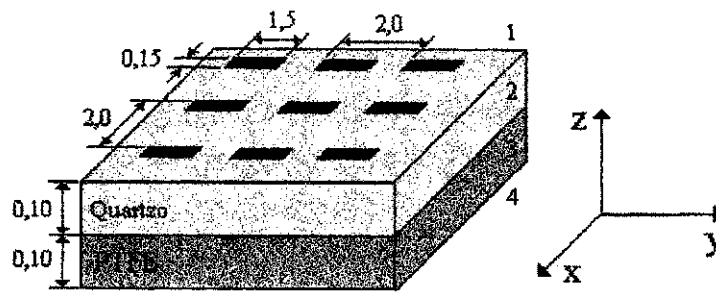
A Figura 7.6.1 mostra resultados obtidos para uma FSS composta de um arranjo periódico de dipolos finos. Foram considerados ângulos de incidência próximos da normal ($\theta = \phi = 1^\circ$). Na análise, foi considerada uma onda plana incidente TE. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.6.1. Os materiais dielétricos considerados na análise foram o Quartzo e o PTFE. A ressonância ocorreu em $f = 6,85$ GHz e a estrutura apresenta uma largura de banda igual a 2,1 GHz.

A Figura 7.6.2 mostra curvas da potência refletida para diferentes espessuras da segunda camada. A estrutura considerada é uma FSS composta por elementos do tipo dipolo cruzado. As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.6.2. Na análise, foi considerada uma onda plana incidente TE. Os materiais dielétricos considerados foram o PTFE e o PBN. Observa-se que a frequência de ressonância e a largura de banda diminuem com o aumento da espessura da segunda camada conforme mostrado em Tabela 5; observa-se, ainda, que não houve 100% de reflexão para ambos os casos.

Tabela 5 – Resultados obtidos para f_r , ΔB e Q para diferentes espessuras de h_3 .

h_3 (cm)	f_r (GHz)	ΔB (GHz)	Q
0,05	11,625	1,4	8,30
0,10	11,375	1,2	9,48
0,15	11,125	0,8	13,91

A Figura 7.6.3 mostra as características de espalhamento de uma FSS *freestanding* situada acima de uma camada dielétrica. O material usado na camada dielétrica foi o PBN ($\epsilon_{xx} = 3,4$; $\epsilon_{zz} = 5,12$). As dimensões físicas estão mostradas na Figura 7.6.3. Na análise, foi considerada uma onda plana incidente TE. A máxima reflexão ocorreu em $f \cong 24$ GHz e a largura de banda foi de 1,9 GHz.



Todas as dimensões em cm.

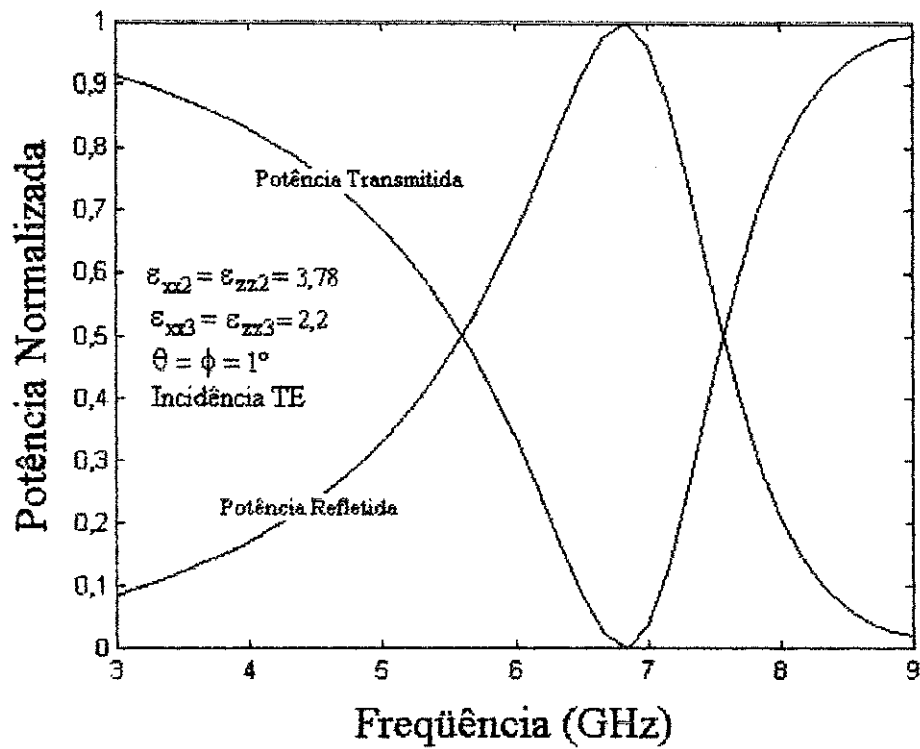
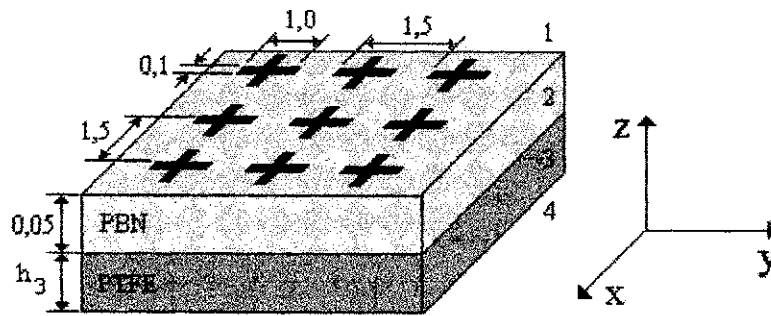


Figura 7.6.1 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS, composta de um arranjo periódico de dipolos finos condutores, sobre duas camadas dielétricas isotrópicas.



Todas as dimensões em cm.

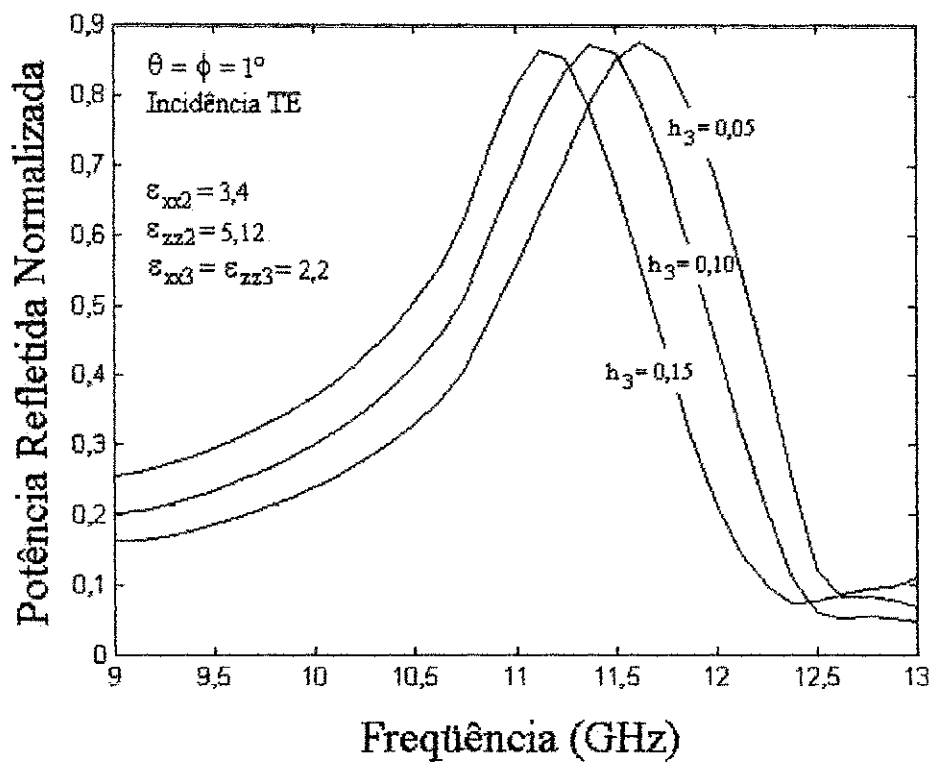
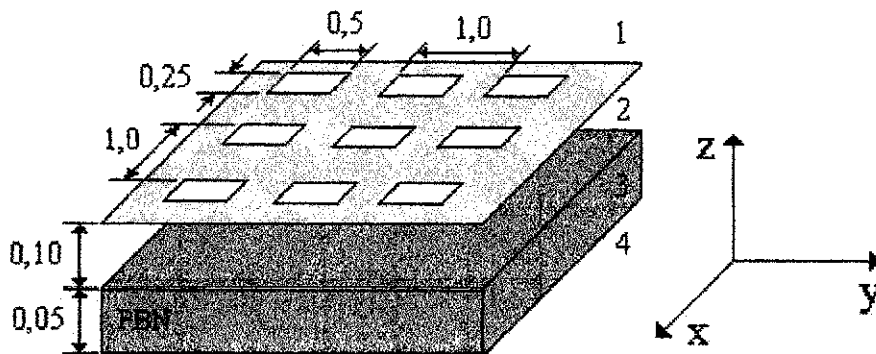


Figura 7.6.2 – Potência refletida de uma FSS, composta de um arranjo periódico de dipolos cruzados condutores, sobre duas camadas dielétricas, para diferentes valores de h_3 .



Todas as dimensões em cm.

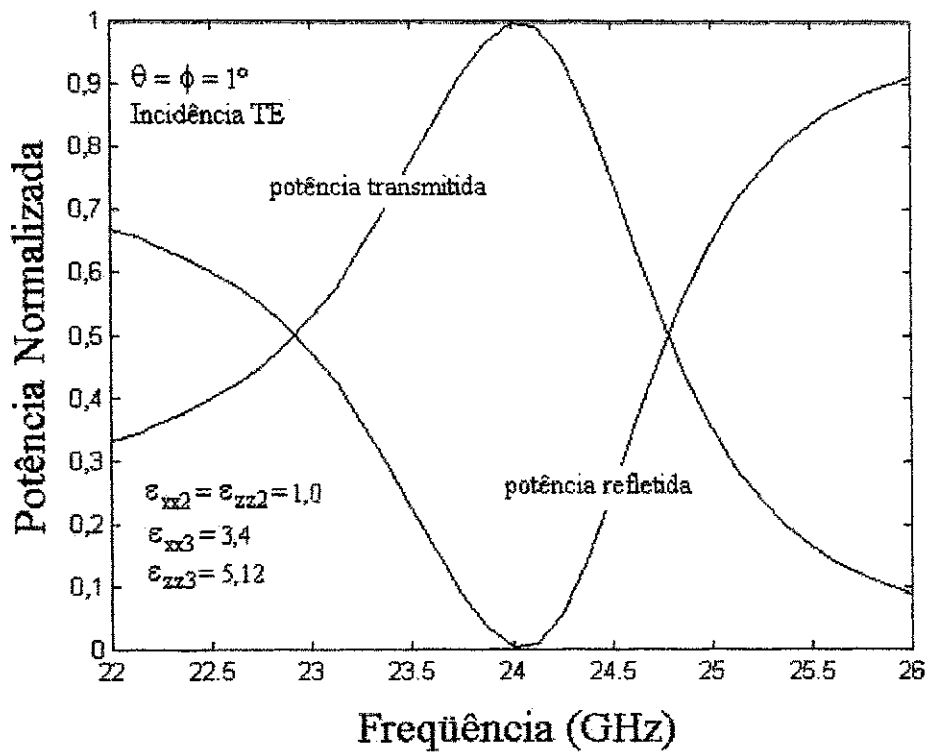


Figura 7.6.3 – Potência refletida e transmitida através de uma FSS do tipo *freestanding* colocada acima de uma camada dielétrica anisotrópica.

7.7 – Convergência numérica

Nesta seção, são apresentados resultados numéricos para o estudo da convergência, em função do número de termos.

A Figura 7.7.1 mostra a convergência da frequência de ressonância em função do número de termos de uma FSS composta de *patches* retangulares sobre uma camada dielétrica anisotrópica (PBN). Para 45 termos, $f_r = 21,8$ GHz. O que se observa é que, a partir desse valor, um grande aumento no número de termos provoca uma pequena diferença na frequência de ressonância. Para 80 termos, $f_r = 21,9$ GHz e, em aproximadamente, 150 termos a frequência converge para 22 GHz. Esse aumento do número de termos provoca um aumento no tempo de computação dos resultados.

A Figura 7.7.2 mostra curvas da potência refletida em função da frequência. A estrutura considerada foi a mesma da Figura 7.7.1. Foram obtidas curvas para diferentes números de termos. Pode-se observar que não apenas a frequência de ressonância depende do número de termos, mas também a largura de banda e, conseqüentemente, o fator de qualidade. Foi considerada uma incidência normal de modos TE.

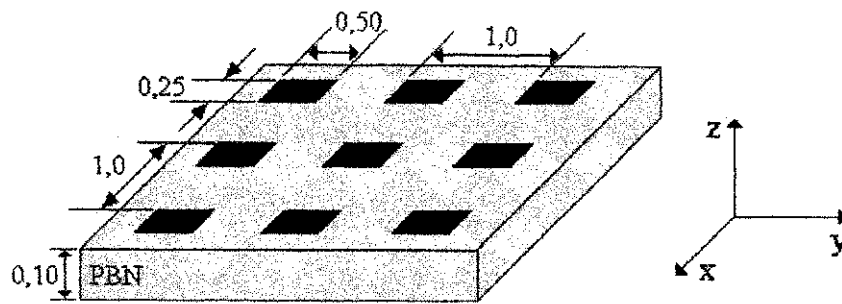
A Figura 7.7.3 mostra a convergência da largura de banda em função do número de termos para a FSS apresentada na Figura 7.7.1. Na Tabela 6, pode-se observar o comportamento da largura de banda em função do número de termos espectrais. Assim como para a frequência de ressonância, a convergência ocorreu em 140 termos espectrais.

Tabela 6 – Largura de banda em função do número de termos.

Termos	9	15	25	35	45	81	146	289	300
ΔB (GHz)	4,00	3,65	3,00	2,25	2,05	1,95	1,90	1,90	1,90

A Figura 7.7.4 mostra a convergência do fator de qualidade em função do número de termos, para a FSS apresentada na Figura 7.7.1. Como se pode observar a convergência ocorre a partir de aproximadamente 80 termos.

Para todos os casos foram consideradas oito funções de base.



Todas as dimensões em cm.

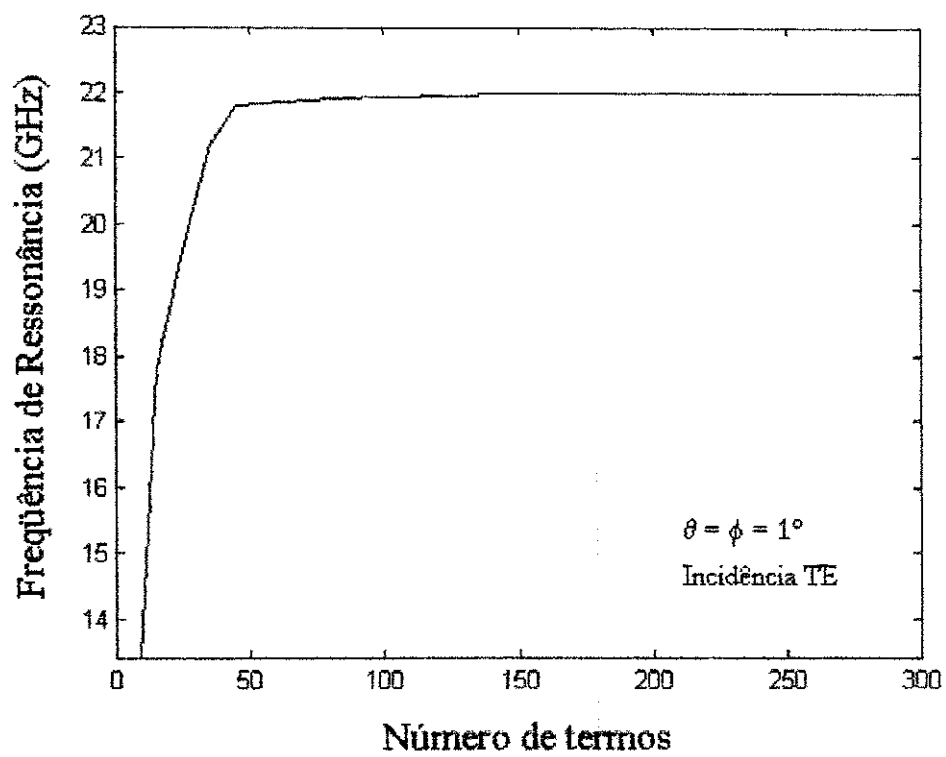
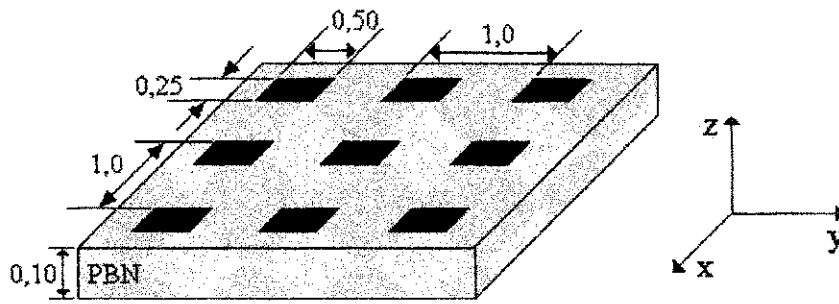


Figura 7.7.1 – Frequência de ressonância em função do número de termos usados.



Todas as dimensões em cm.

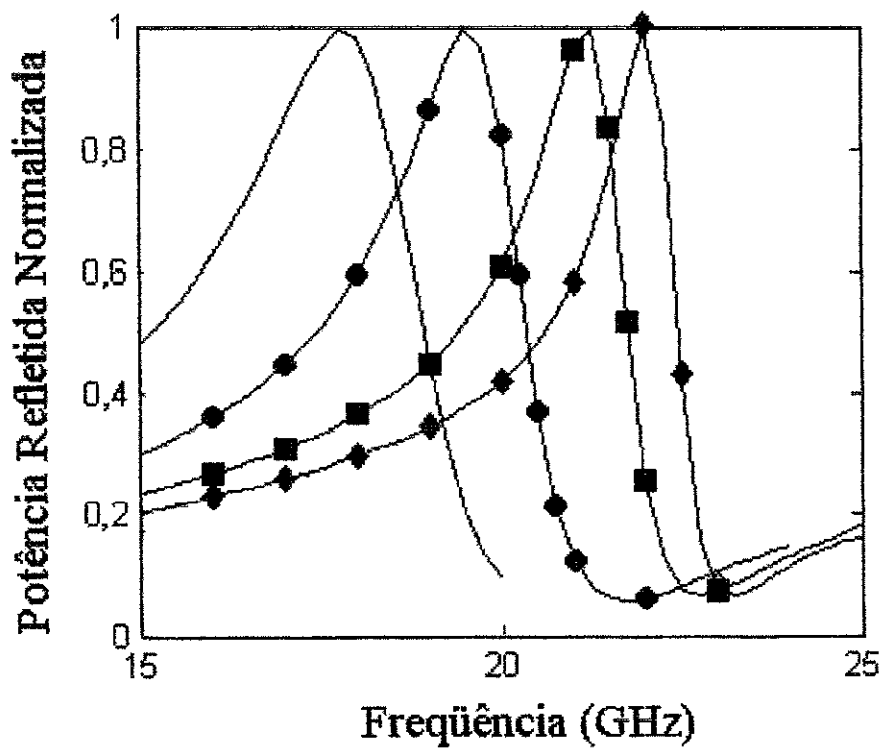
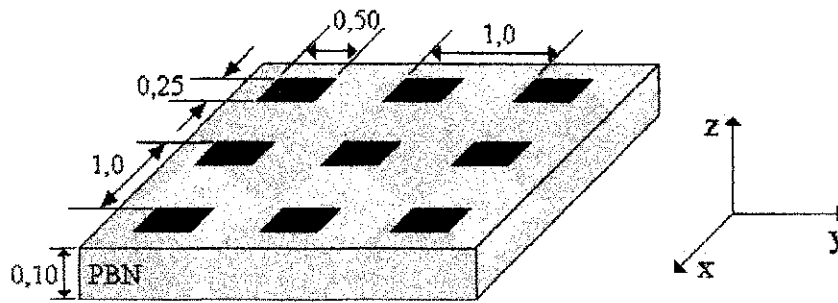


Figura 7.7.2 – Potência refletida em função da frequência, para diferentes números de termos:

- 15 termos
- 25 termos
- ■ ■ 45 termos
- ◆ ◆ ◆ 150 termos



Todas as dimensões em cm.

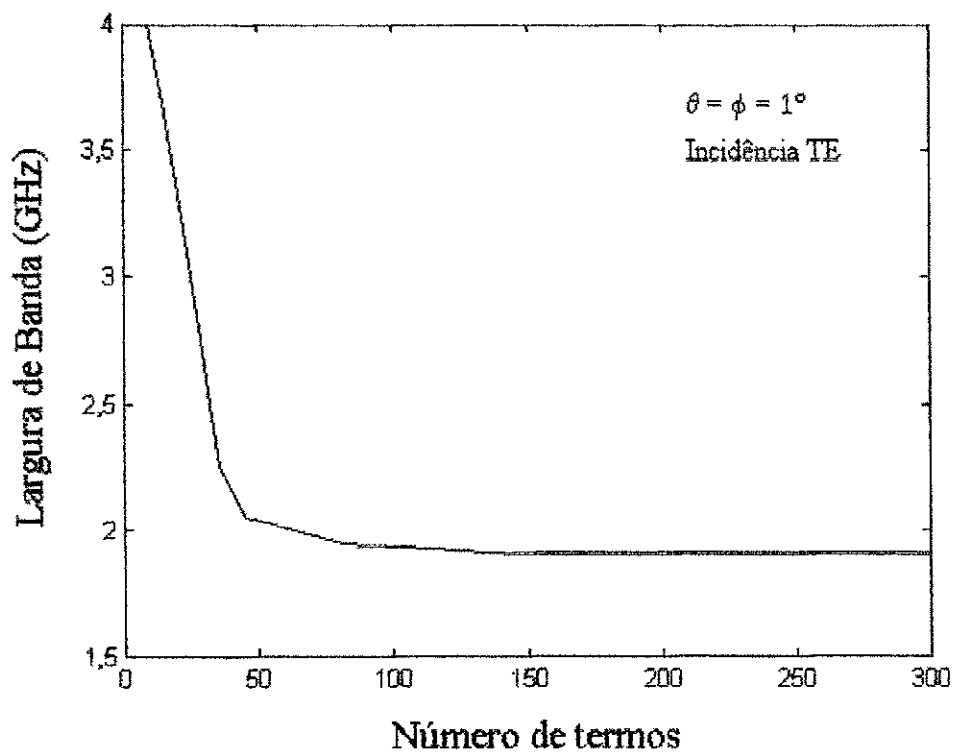
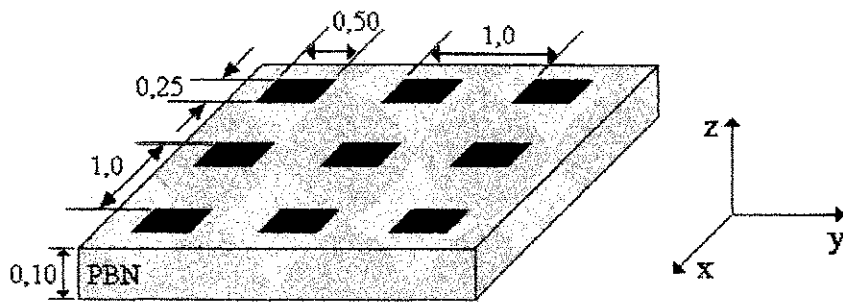


Figura 7.7.3 – Largura de banda em função do número de termos usados.



Todas as dimensões em cm.

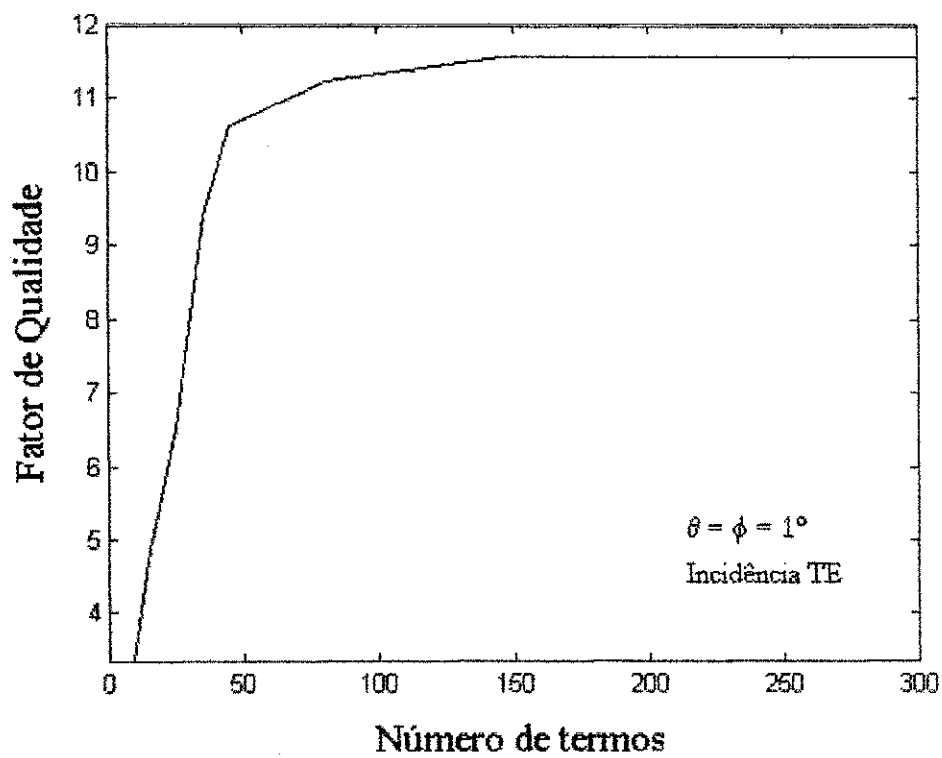


Figura 7.7.3 – Fator de qualidade em função do número de termos usados.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste trabalho, foi apresentada uma formulação teórica do problema de espalhamento eletromagnético de superfícies seletivas de frequência compostas de arranjos periódicos de elementos do tipo *patch* condutor.

Foram obtidos resultados numéricos e experimentais para as características de espalhamento de diversas estruturas montadas sobre substratos dielétricos isotrópicos e anisotrópicos uniaxiais. Para isto, foi usado o método da linha de transmissão equivalente, no domínio espectral, em combinação com o método dos momentos.

Foram consideradas três geometrias diferentes para os elementos dos arranjos periódicos: o dipolo fino, o dipolo cruzado e o *patch* retangular. Estruturas contendo sobrecamadas e com multicamadas também foram analisadas.

As FSS se mostraram estruturas leves e de fácil fabricação, podendo ser usadas tanto em estruturas planares como em estruturas curvas.

Foi observado o fenômeno de seletividade de frequência para as estruturas analisadas, através da ocorrência de ressonância nas curvas de $|R|$ e $|T|$ apresentadas.

Observou-se, na análise, que há uma flexibilidade muito boa no que diz respeito aos parâmetros de projeto das FSS. As dimensões físicas da célula unitária, a espessura das camadas dielétricas, o tipo de material dielétrico empregado, os ângulos de incidência e de defasagem (entre as células) e a geometria dos elementos são parâmetros que podem provocar alterações na frequência de ressonância e na largura de banda da estrutura projetada.

As comparações realizadas com resultados existentes na literatura serviram para validar a análise efetuada. Assim, os resultados obtidos neste trabalho foram comparados com aqueles apresentados por outros autores, tendo-se observado uma boa concordância entre os mesmos. Além disso, foi observada uma boa concordância entre os resultados numéricos e os experimentais obtidos no CEFET-PB. Portanto, conclui-se que o método de análise empregado mostrou-se bastante eficiente e preciso.

Considerando a análise de FSS, o uso de *patches* condutores sobre camadas dielétricas anisotrópicas uniaxiais, aponta para vantagens significativas. Conforme os resultados apresentados ao longo do trabalho, observou-se que o uso de materiais anisotrópicos pode afetar as características de transmissão e de reflexão de uma FSS, introduzindo mais um parâmetro de projeto. Os materiais anisotrópicos podem apresentar uma baixa tangente de perdas, consistindo em uma vantagem a mais em relação aos dielétricos isotrópicos.

Uma breve introdução deste trabalho pôde ser vista no Capítulo 1.

No Capítulo 2, foi apresentada uma descrição geral das superfícies seletivas em frequência, mostrando-se um breve histórico de como surgiram as primeiras estruturas, os tipos e as principais formas de elementos encontradas na literatura, as principais técnicas de análise, algumas técnicas de medições e aplicações, dentre outros aspectos.

A formulação do problema de espalhamento para uma célula unitária, a dedução das equações integrais do campo elétrico e magnético e como estas equações podem ser aplicadas em arranjos periódicos de extensão infinita, foi detalhada no Capítulo 3. Foi demonstrado, ainda, como estender a análise para uma superfície seletiva em frequência sobre camadas dielétricas e como obter a solução numérica para os coeficientes peso das funções de base. As geometrias dos elementos considerados nesse trabalho e as respectivas funções de base que representam as densidades de corrente superficiais nelas foram também introduzidas.

As estruturas analisadas nesse trabalho foram apresentadas no Capítulo 4. Foram determinadas as componentes da função diádica de Green para as diferentes estruturas analisadas, todas usando elementos do tipo *patches* condutores. Na análise, foram considerados materiais dielétricos anisotrópicos uniaxiais.

No Capítulo 5 foram obtidos os campos incidentes para as estruturas apresentadas no Capítulo 4.

No Capítulo 6 foram obtidos os campos refletidos e transmitidos para as estruturas analisadas nesse trabalho e mostrou-se como estes campos, juntos com os campos espalhados, são usados para se determinar os coeficientes de transmissão e reflexão.

No Capítulo 7 foram apresentados resultados numéricos e experimentais para as características de transmissão e de reflexão de uma FSS, usando-se elementos do tipo *patch* perfeitamente condutor. Foram efetuadas comparações com alguns resultados encontrados na literatura, para o caso isotrópico e para a FSS do tipo *freestanding*.

A continuidade deste trabalho é recomendada, em função do grande número de possibilidades, conforme mencionadas a seguir.

Aplicações diretas, como filtros angulares de microondas, radomes dielétricos e subrefletores parabólicos podem ser analisados, tanto numericamente, como experimentalmente.

A análise de FSS com outros tipos de elementos, tais como, cruz de Jerusalém, espira quadrada e *patch* circular, também pode ser efetuada.

Técnicas numéricas, como diferenças finitas no domínio do tempo, podem ser empregadas para analisar substratos biaxiais e perdas condutoras.

Arranjos compostos por elementos supercondutores também podem ser analisados e comparados com os resultados atuais.

Finalizando, redes neurais podem ser empregadas para prover a síntese de superfícies seletivas de frequência.

APÊNDICE A

DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DOS CAMPOS INCIDENTES

Neste apêndice, apresenta-se a dedução das equações dos campos incidentes para o caso com anisotropia dielétrica.

Para o caso TE, escolhe-se o vetor potencial $\vec{F} = \Psi^{TE} \hat{z}$ e as equações, para dedução dos campos elétrico e magnético, são dadas por [2]:

$$\vec{E} = -\nabla \times \vec{F}, \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{H} = -j\omega\epsilon\vec{F} + \frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla(\nabla \cdot \vec{F}). \quad (\text{A.2})$$

Entretanto,

$$\nabla \times \vec{F} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \Psi^{TE} \end{bmatrix} = \frac{\partial \Psi^{TE}}{\partial y} \hat{x} - \frac{\partial \Psi^{TE}}{\partial x} \hat{y}, \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{F}) = \frac{\partial^2 \Psi^{TE}}{\partial_x \partial_z} \hat{x} + \frac{\partial^2 \Psi^{TE}}{\partial_y \partial_z} \hat{y} + \frac{\partial^2 \Psi^{TE}}{\partial_z^2} \hat{z}. \quad (\text{A.4})$$

Substituindo (A.3) em (A.1), obtém-se

$$\vec{E} = -\frac{\partial \Psi^{TE}}{\partial y} \hat{x} + \frac{\partial \Psi^{TE}}{\partial x} \hat{y}. \quad (\text{A.5})$$

A Equação (A.5), produz as seguintes componentes de campo elétrico:

$$E_x = -\frac{\partial \Psi^{TE}}{\partial y}, \quad (\text{A.6})$$

$$E_y = \frac{\partial \Psi^{TE}}{\partial x}. \quad (\text{A.7})$$

Substituindo (A.4) e o vetor potencial, \vec{F} , em (A.2), obtém-se

$$\vec{H} = -j\omega\epsilon\Psi^{TE}\hat{z} + \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{\partial^2\Psi^{TE}}{\partial_x\partial_z}\hat{x} + \frac{\partial^2\Psi^{TE}}{\partial_y\partial_z}\hat{y} + \frac{\partial^2\Psi^{TE}}{\partial_z^2}\hat{z} \right). \quad (A.8)$$

A Equação (A.8) produz as seguintes componentes de campo magnético:

$$H_x = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2\Psi^{TE}}{\partial_x\partial_z}, \quad (A.9)$$

$$H_y = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2\Psi^{TE}}{\partial_y\partial_z}, \quad (A.10)$$

$$H_z = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2\Psi^{TE}}{\partial_z^2} - j\omega\epsilon_{zz}\Psi^{TE}. \quad (A.11)$$

Para o caso TM, escolhe-se o vetor potencial $\vec{A} = \Psi^{TM}\hat{z}$ e as equações para dedução dos campos elétrico e magnético são dadas por [2]:

$$\vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{A} + \frac{1}{j\omega\epsilon}\nabla(\nabla\cdot\vec{A}), \quad (A.12)$$

$$\vec{H} = \nabla\times\vec{A}, \quad (A.13)$$

mas,

$$\nabla(\nabla\cdot\vec{A}) = \frac{\partial^2\Psi^{TM}}{\partial_x\partial_z}\hat{x} + \frac{\partial^2\Psi^{TM}}{\partial_y\partial_z}\hat{y} + \frac{\partial^2\Psi^{TM}}{\partial_z^2}\hat{z}, \quad (A.14)$$

$$\nabla\times\vec{A} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \Psi^{TM} \end{bmatrix} = \frac{\partial\Psi^{TM}}{\partial y}\hat{x} - \frac{\partial\Psi^{TM}}{\partial x}\hat{y}. \quad (A.15)$$

Substituindo (A.14) e o vetor potencial, \vec{A} , em (A.12), tem-se

$$\vec{E} = -j\omega\mu_0\Psi^{TM}\hat{z} + \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{\partial^2\Psi^{TM}}{\partial_x\partial_z}\hat{x} + \frac{\partial^2\Psi^{TM}}{\partial_y\partial_z}\hat{y} + \frac{\partial^2\Psi^{TM}}{\partial_z^2}\hat{z} \right). \quad (A.16)$$

A Equação (A.16) produz as seguintes componentes de campo elétrico:

$$E_x = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx}} \frac{\partial^2 \Psi^{TM}}{\partial x \partial z}, \quad (A.17)$$

$$E_y = \frac{1}{j\omega\epsilon_{xx}} \frac{\partial^2 \Psi^{TM}}{\partial y \partial z}, \quad (A.18)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon_{zz}} \frac{\partial^2 \Psi^{TM}}{\partial z^2} - j\omega\mu_0 \Psi^{TM}. \quad (A.19)$$

Substituindo (A.15) em (A.13), obtém-se

$$\vec{H} = \frac{\partial \Psi^{TM}}{\partial y} \hat{x} - \frac{\partial \Psi^{TM}}{\partial x} \hat{y}. \quad (A.20)$$

A equação (A.20), produz as seguintes componentes de campo magnético:

$$H_x = \frac{\partial \Psi^{TM}}{\partial y}, \quad (A.21)$$

$$H_y = -\frac{\partial \Psi^{TM}}{\partial x}. \quad (A.22)$$

Nesta dedução, foram usadas as seguintes identidades vetoriais [39]:

$$\nabla \times \vec{D} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_x & D_y & D_z \end{bmatrix}, \quad (A.23)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{\partial}{\partial x} D_x + \frac{\partial}{\partial y} D_y + \frac{\partial}{\partial z} D_z, \quad (A.24)$$

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{z}. \quad (A.25)$$

Desta forma, os campos espalhados nas direções x e y são dados por:

$$E_x^s = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left(-j\beta_q R_{pq}^{TE} - \frac{\alpha_p \gamma_{pq}}{\omega \epsilon_0} R_{pq}^{TM} \right) \Psi_{pq}, \quad (B.8)$$

$$E_y^s = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left(j\alpha_q R_{pq}^{TE} - \frac{\beta_p \gamma_{pq}}{\omega \epsilon_0} R_{pq}^{TM} \right) \Psi_{pq}. \quad (B.9)$$

Multiplicando as equações (B.3), (B.8) e (B.9) por Ψ_{mn}^* e integrando sobre a célula unitária, obtém-se:

$$\int E_x^s \Psi_{mn}^* dS = \int E_{x00}^r e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 z} \Psi_{mn}^* dS + \int \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} E_{xpq}^s e^{j\alpha_p x} e^{j\beta_q y} e^{-\gamma_{pq} z} \Psi_{mn}^* dS, \quad (B.10)$$

$$\int E_y^s \Psi_{mn}^* dS = \int E_{y00}^r e^{j\alpha_0 x} e^{j\beta_0 y} e^{-\gamma_0 z} \Psi_{mn}^* dS + \int \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} E_{ypq}^s e^{j\alpha_p x} e^{j\beta_q y} e^{-\gamma_{pq} z} \Psi_{mn}^* dS, \quad (B.11)$$

$$\int E_x^s \Psi_{mn}^* dS = \int \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left(-j\beta_q R_{pq}^{TE} - \frac{\alpha_p \gamma_{pq}}{\omega \epsilon_0} R_{pq}^{TM} \right) \Psi_{pq} \Psi_{mn}^* dS, \quad (B.12)$$

$$\int E_y^s \Psi_{mn}^* dS = \int \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left(j\alpha_q R_{pq}^{TE} - \frac{\beta_p \gamma_{pq}}{\omega \epsilon_0} R_{pq}^{TM} \right) \Psi_{pq} \Psi_{mn}^* dS. \quad (B.13)$$

Note que o lado esquerdo das equações (B.10) a (B.13) são as transformadas de Fourier de E_x^s e E_y^s , respectivamente, calculadas para α_m e β_n . Devido à propriedade de ortogonalidade das harmônicas de Floquet e igualando a Equação (B.10) à (B.12) e a Equação (B.11) à (B.13), obtém-se:

$$\tilde{E}_x^r \delta_{mn} + \tilde{E}_x^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) = -j\beta_{mn} R_{mn}^{TE} - \alpha_{mn} \frac{\gamma_{mn}}{\omega \epsilon_0} R_{mn}^{TM}, \quad (B.14)$$

$$\tilde{E}_y^r \delta_{mn} + \tilde{E}_y^s(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) = j\alpha_{mn} R_{mn}^{TE} - \beta_{mn} \frac{\gamma_{mn}}{\omega \epsilon_0} R_{mn}^{TM}. \quad (B.15)$$

Multiplicando (B.14) por α_{mn} e (B.15) por β_{mn} e somando as duas, obtém-se

$$R_{mn}^{TM} = \frac{-\left(\alpha_m \left(\tilde{E}_x^s(\alpha_m, \beta_n) + \tilde{E}_x^r \delta_{mn}\right) + \beta_n \left(\tilde{E}_y^s(\alpha_m, \beta_n) + \tilde{E}_y^r \delta_{mn}\right)\right)}{(\alpha_m^2 + \beta_n^2) \gamma_{mn} / \omega \epsilon_0}. \quad (B.16)$$

Multiplicando (B.14) por β_{mn} e (B.15) por $-\alpha_{mn}$ e somando as duas, obtém-se

$$R_{mn}^{TE} = \frac{j\left(\beta_n \left(\tilde{E}_x^s(\alpha_m, \beta_n) + \tilde{E}_x^r \delta_{mn}\right) - \alpha_m \left(\tilde{E}_y^s(\alpha_m, \beta_n) + \tilde{E}_y^r \delta_{mn}\right)\right)}{\alpha_m^2 + \beta_n^2}. \quad (B.17)$$

Executando procedimento análogo ao utilizado anteriormente, pode-se obter os coeficientes de transmissão para os modos TE e TM.

As equações dos coeficientes de transmissão para os modos TE e TM são dadas por:

$$T_{mn}^{TE} = \frac{j\left(\beta_n \left(\tilde{E}_x^s(\alpha_m, \beta_n) + \tilde{E}_x^t \delta_{mn}\right) - \alpha_m \left(\tilde{E}_y^s(\alpha_m, \beta_n) + \tilde{E}_y^t \delta_{mn}\right)\right)}{\alpha_m^2 + \beta_n^2}, \quad (B.18)$$

$$T_{mn}^{TM} = \frac{-\left(\alpha_m \left(\tilde{E}_x^s(\alpha_m, \beta_n) + \tilde{E}_x^t \delta_{mn}\right) + \beta_n \left(\tilde{E}_y^s(\alpha_m, \beta_n) + \tilde{E}_y^t \delta_{mn}\right)\right)}{(\alpha_m^2 + \beta_n^2) \gamma_{mn} / \omega \epsilon_0}. \quad (B.19)$$

APÊNDICE C

MEDIÇÕES EM FSS

Para obtenção das curvas experimentais, foram construídas duas superfícies seletivas de frequência. As estruturas são compostas de arranjos periódicos de elementos do tipo *patch* retangular. O processo utilizado foi o de corrosão por perclorato de sódio. Os principais equipamentos usados nas medições foram: um Analisador de redes, modelo HP 8757D e um gerador de varredura, modelo HP 83752B. As medições foram efetuadas no CEFET, em João Pessoa, na Paraíba. A montagem para as medições está mostrada na Fig. C.1.

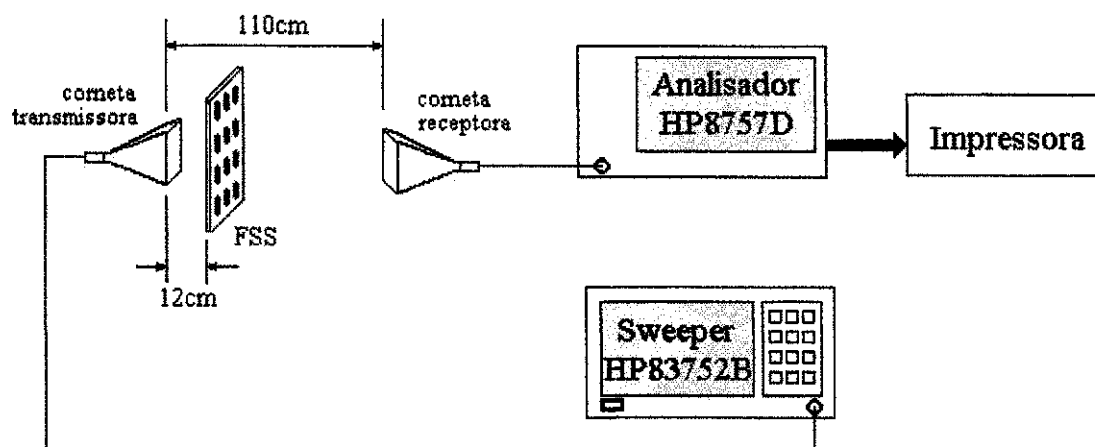


Figura C.1 – Montagem utilizada nas medições.

Dados sobre as placas dielétricas utilizadas estão listados na Tabela C.1.

Tabela C.1 – Placas dielétricas utilizadas.

Espessura (pol)	Permissividade elétrica relativa
0,0093	3,29
0,02	3,05
0,03	3,2
0,06	3,05
0,06	4,4

Este esquema de medições oferece um certo grau de imprecisão, pelo fato de não ser utilizada uma câmara anecóica, podendo haver reflexões em objetos próximos do esquema e no solo. Entretanto, o intuito destas medições é o de comprovar a seletividade das estruturas. Portanto, a obtenção da frequência de ressonância e da largura de banda de cada estrutura medida pode ser feita sem grandes imprecisões.

Detalhes sobre as estruturas utilizadas nas medições estão mostrados na Tabela C.2. Elas são compostas de arranjos periódicos de elementos do tipo *patch* condutor, sobre uma camada dielétrica isotrópica. Para obtenção dos resultados para o caso de duas camadas e sobrecamada, usou-se uma camada dielétrica de fibra de vidro ($\epsilon_r = 4,4$).

Tabela C.2 – Dados sobre as estruturas construídas.

Estrutura						
Dados	1	2	3	4	5	6
W (cm)	0,2	0,6	0,12	0,10	0,10	0,10
L (cm)	1,2	1,2	1,4	1,2	1,0	1,3
Tx (cm)	1,6	1,8	1,5	1,5	1,5	1,5
Ty (cm)	1,8	1,8	1,5	1,5	1,5	1,5
Espessura (pol)	0,06	0,06	0,0093	0,03	0,06	0,02
Dielétrico(ϵ_r)	4,4	4,4	3,29	3,2	3,05	3,05
Dimensões da placa (cm ²)	900	1156	625	625	625	625
Tipo de elemento	<i>Patch</i> retangular	<i>Patch</i> retangular	Dipolo cruzado	Dipolo cruzado	Dipolo cruzado	Dipolo fino
No. de células	16	16	14	14	14	14

As medições foram efetuadas e a potência transmitida normalizada foi obtida em função da frequência.

Para garantir que as medições seriam efetuadas na região de campo distante, as três condições abaixo devem ser satisfeitas [49]:

- 1) $R \geq 1,5 \cdot \lambda$,
- 2) $R \geq 5 \cdot D$,
- 3) $R \geq 2 \cdot D^2 / \lambda$,

em que R é a distância da antena transmissora até a FSS, λ é o comprimento de onda do sinal transmitido e D é a maior dimensão da corneta.

As dimensões da corneta são mostradas na Figura C.2.

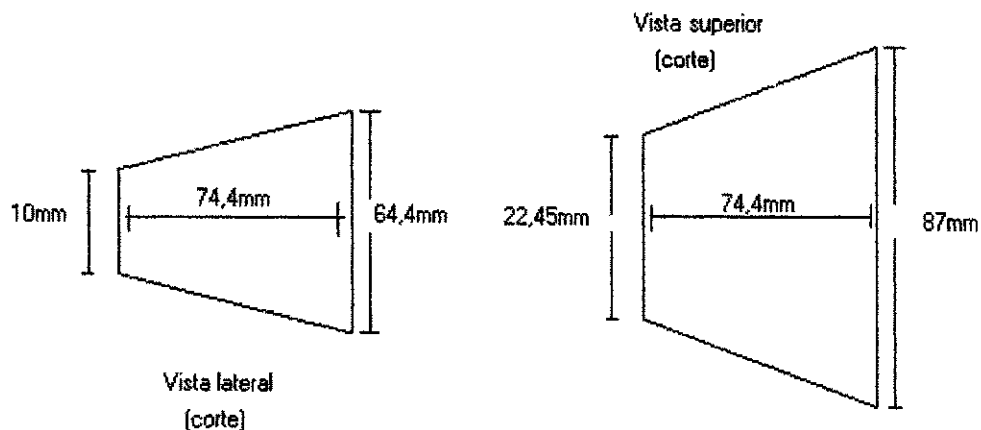


Figura C.2 – Dimensões das antenas cornetas usadas nas medições.

Considerando a largura de faixa de 7 GHz a 11 GHz, tem-se que a distância mínima para garantir uma medição na região de campo distante é $R = 64,5$ cm. Como se pode notar, na Figura C.1, as FSS's foram colocadas a 98 cm da corneta transmissora, satisfazendo a condição de campo distante.

Fotos das estruturas construídas são mostradas a seguir.

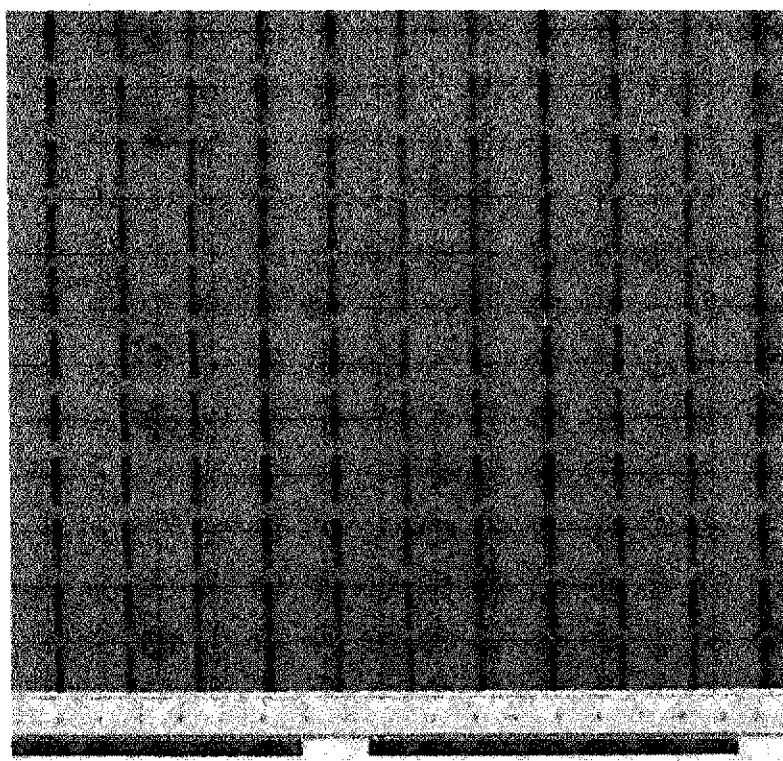


Figura C.3 – FSS construída: Estrutura 1.

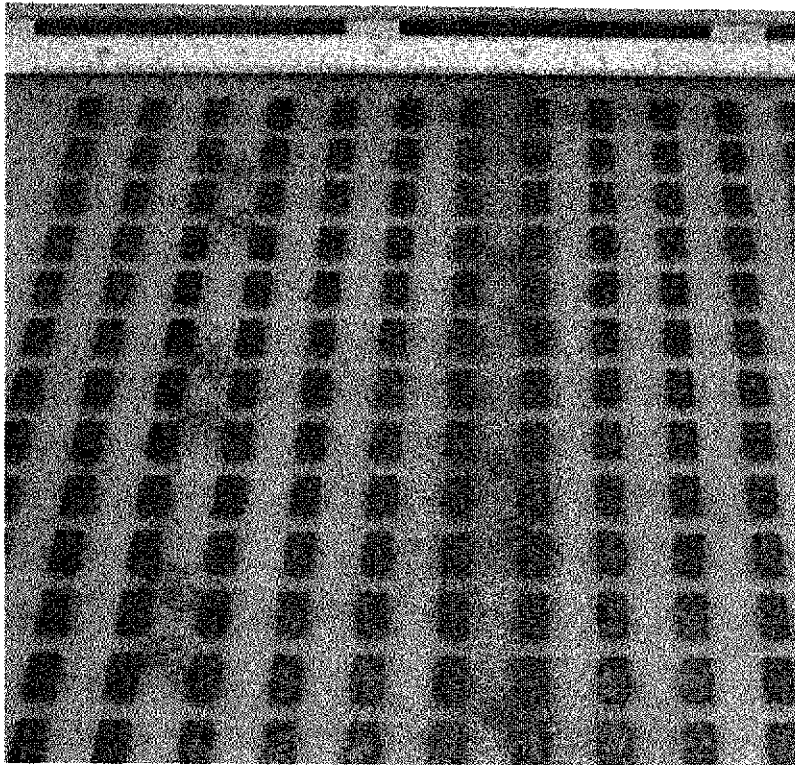


Figura C.4 – FSS construída: Estrutura 2.

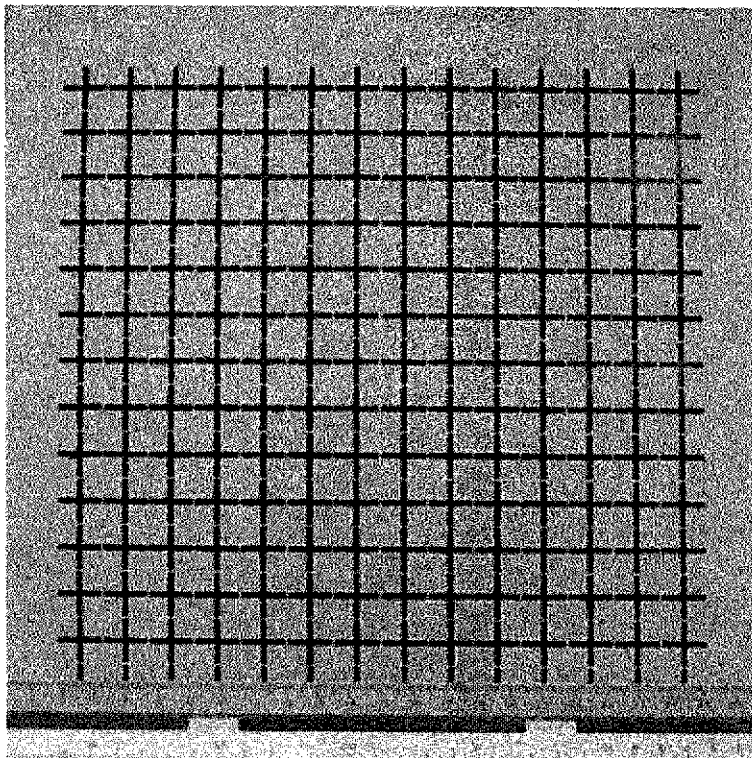


Figura C.5 – FSS construída: Estrutura 3.

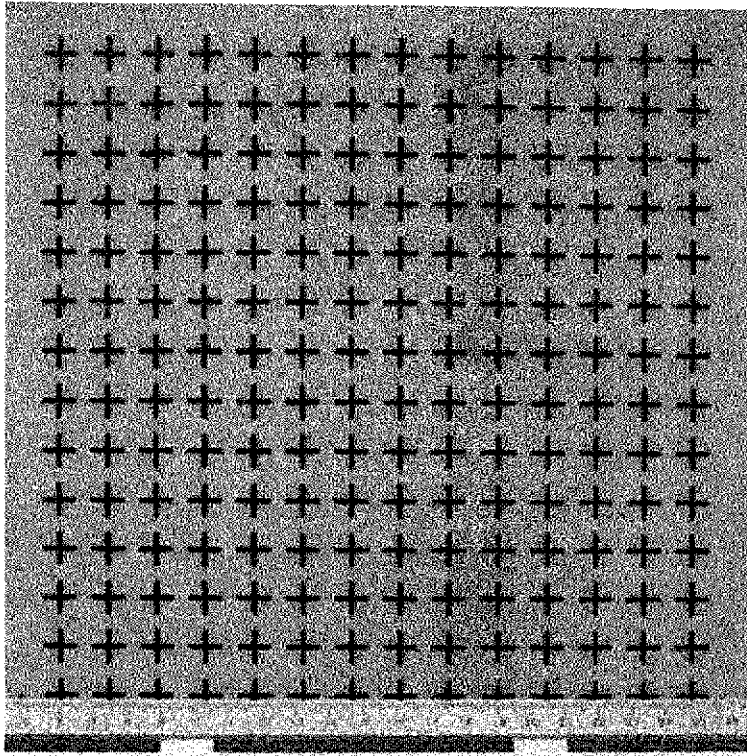


Figura C.6 – FSS construída: Estrutura 5.

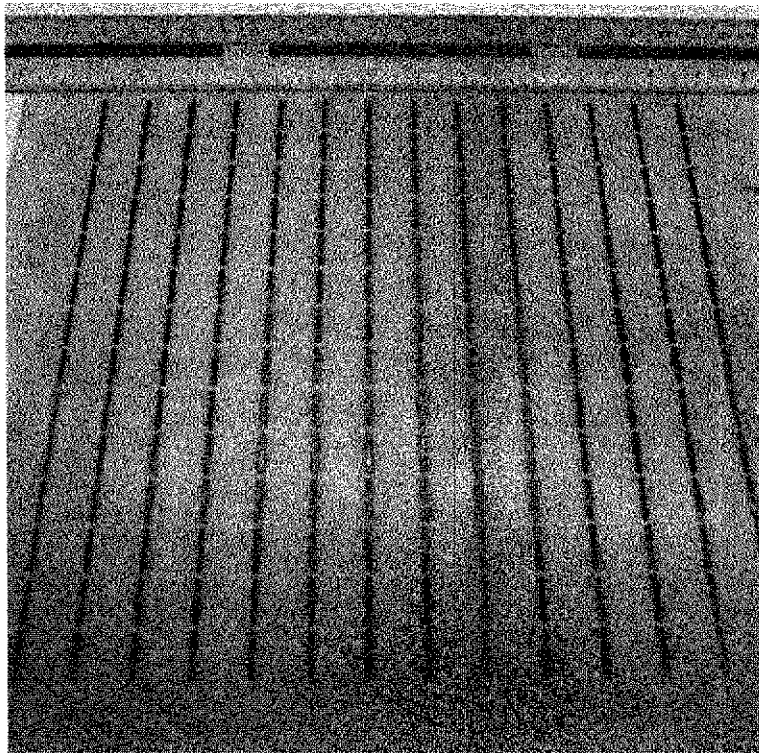


Figura C.7 – FSS construída: Estrutura 6.

A Figura C.8 mostra a potência transmitida normalizada para as antenas sem o anteparo entre elas.

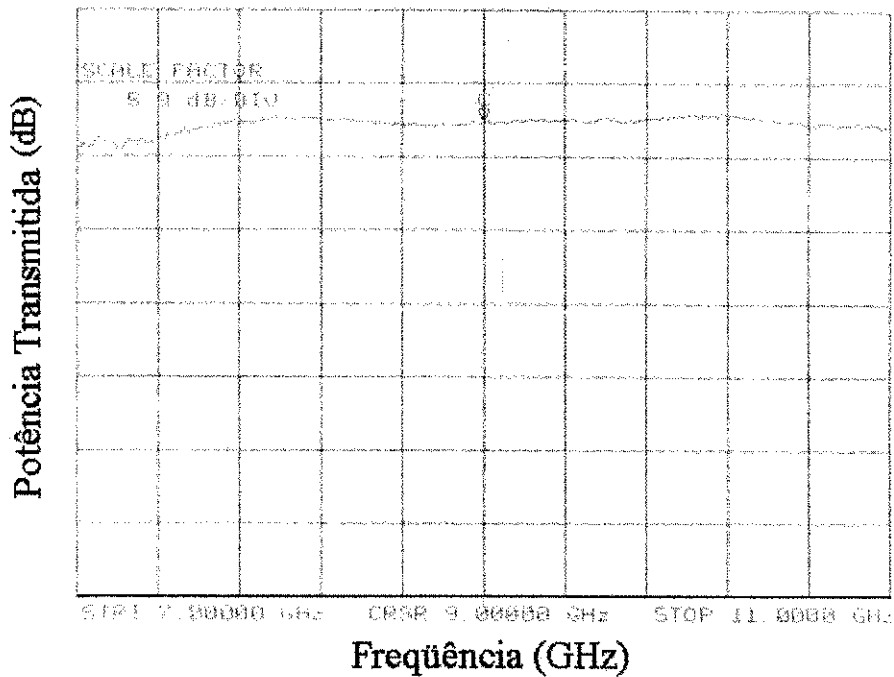


Figura C.8 – Curva da potência transmitida (dB) em função da frequência sem FSS entre as cornetas.

As figuras seguintes mostram curvas da potência transmitida em função da frequência (GHz) para as diversas estruturas mostradas na Tabela 8.

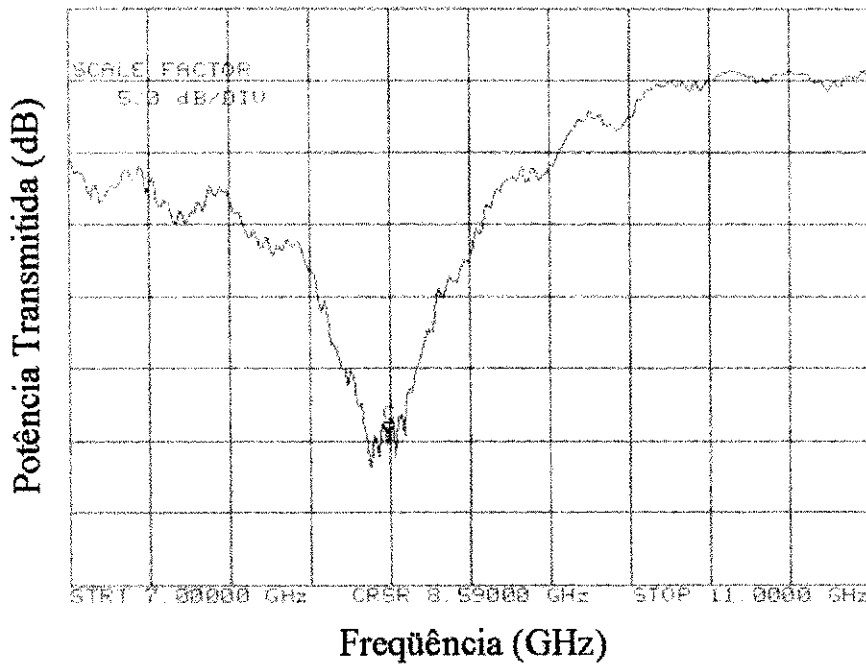


Figura C.9 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 1.

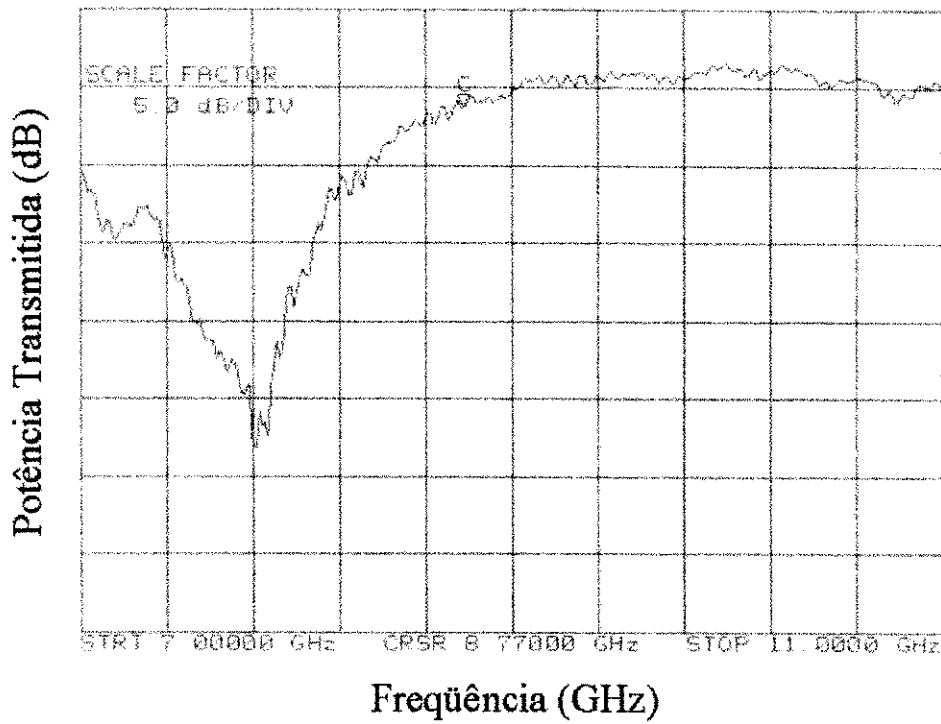


Figura C.10 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 2.

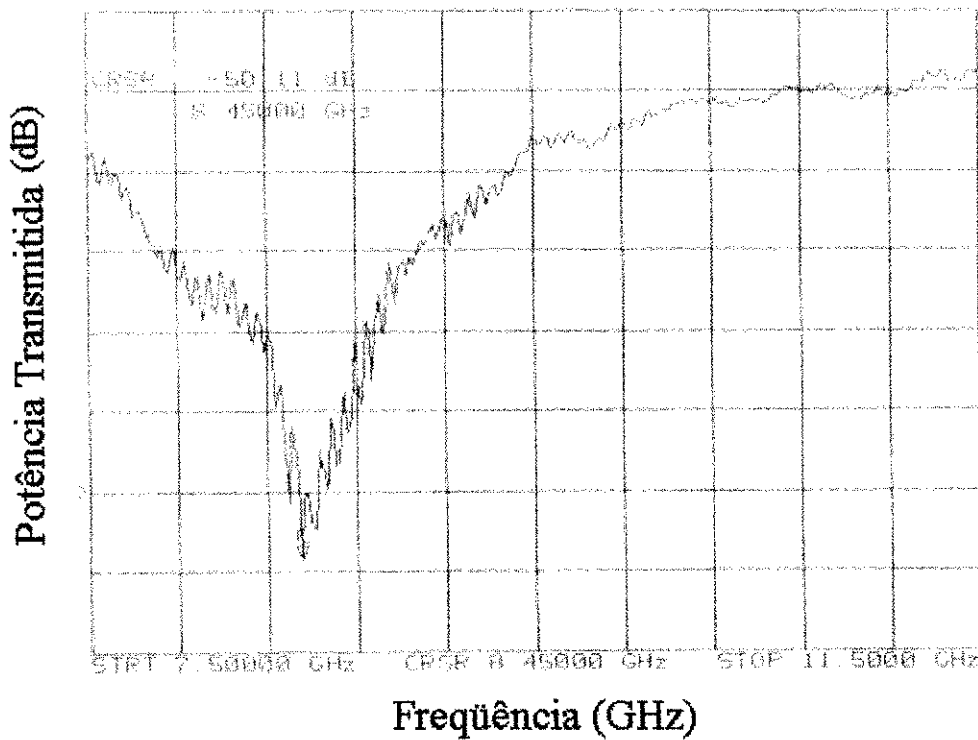


Figura C.11 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 3.

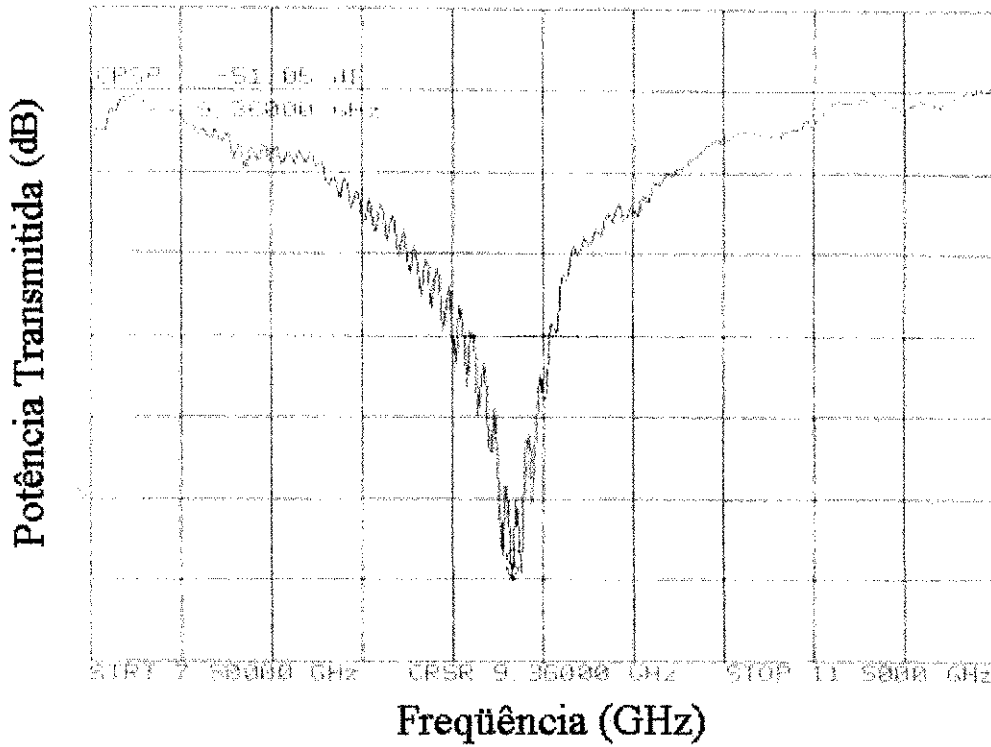


Figura C.12 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 4.

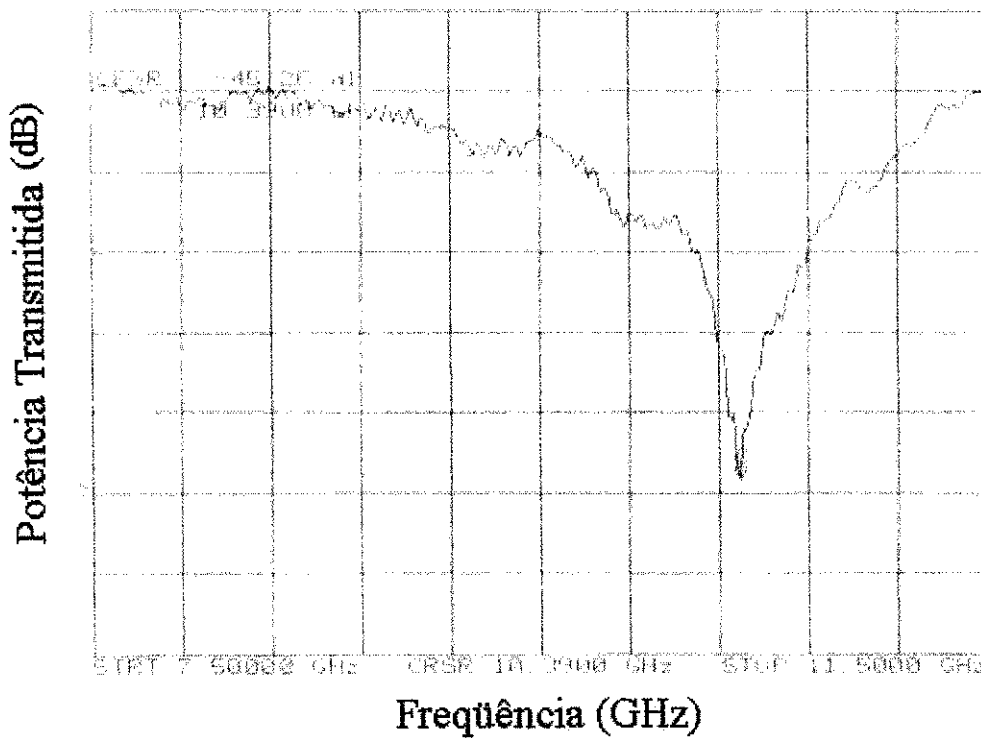


Figura C.13 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 5.

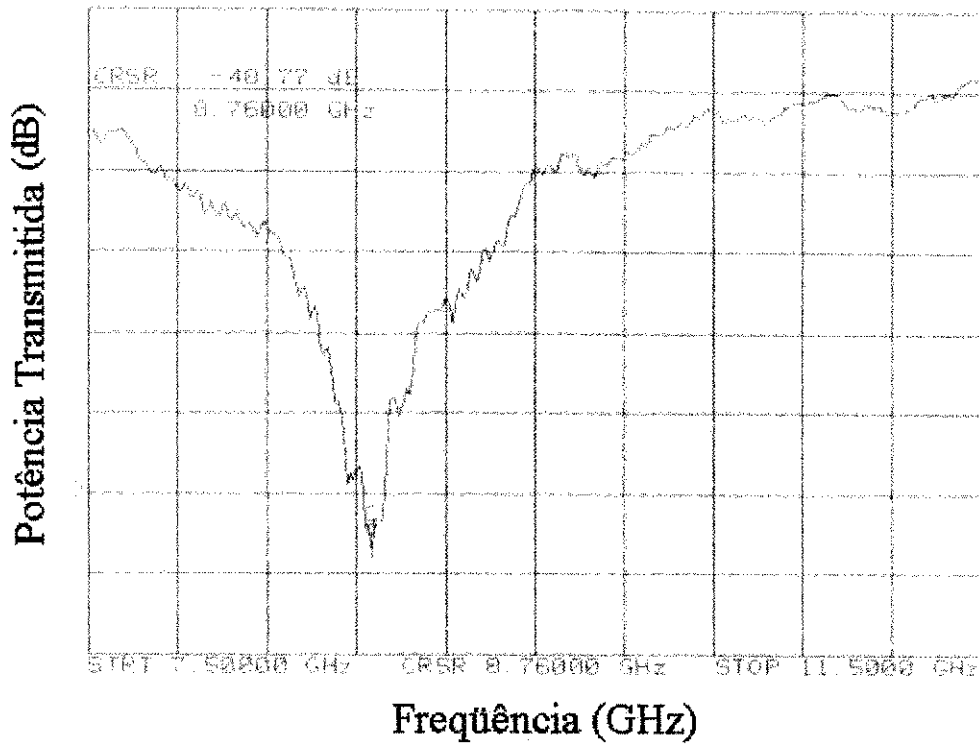


Figura C.14 – Curva experimental obtida para a potência transmitida (dB) em função da frequência, para estrutura 6.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. Mittra, C. H. Chan, and T. Cwik, "Techniques for analyzing frequency selective surfaces – a review", *IEEE Proceedings*, **76** (12), 1593 – 1615 (1988).
- [2] T. K. Wu, "*Frequency selective surface and grid array*", John Wiley & Sons, Nova York, E.U.A., 1995.
- [3] T. K. Chang, R. J. Langley, and E. A. Parker, "Active frequency selective surfaces", *IEE Proceedings on Antennas and Propagation*, **143** (1), 62 – 66 (1996).
- [4] L. B. Sjogren, H. X. Liu, C. W. Dossier, and N. C. Luhmann Jr., "Phased array operation of a diode grid impedance surface", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **42** (4), 565 – 572 (1994).
- [5] B. Philips, E. A. Parker, and R. J. Langley, "Active FSS in an experimental horn antenna switchable between two beamwidths", *Electronics Letters*, **31** (1), 1 – 2 (1995).
- [6] T. K. Chang, R. J. Langley, and E. A. Parker, "Frequency selective surfaces on biased ferrite substrates", *Electronics Letters*, **30** (15), 1193 – 1194 (1994).
- [7] A. C. C. Lima, E. A. Parker, and R. J. Langley, "Tunable frequency selective surfaces using liquid substrates", *Electronics Letters*, **30** (4), 281 – 282 (1994).
- [8] B. A. Munk, "Frequency Selective Surfaces – Theory and Design", John Willey and Sons, Inc., New York, 2000.
- [9] C. H. Tsao and R. Mittra, "Spectral-domain analysis of frequency selective surfaces comprised of periodic arrays cross dipoles and Jerusalem crosses", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **32** (5), 478 – 486 (1984).
- [10] R. J. Langley and E. A. Parker, "Equivalent circuit model for arrays of square loops", *Electronics Letters*, **18** (7), 294-296 (1982).
- [11] R. J. Langley and E. A. Parker, "Double-square frequency selective surfaces and their equivalent circuit", *Electronic Letters*, **19** (17), 675 - 677 (1983).
- [12] C. K. Lee and R. J. Langley, "Equivalent circuit models for frequency selective surfaces at oblique angles of incidence", *IEE Proceedings*, **132** (6), 395 – 399 (1985).
- [13] E. A. Parker and J. C. Vardaxoglou, "Plane-wave illumination of concentric-ring frequency selective surfaces", *IEE Proceedings*, **132** (3), 176 – 180 (1985).

- [14] R. Mittra, R. C. Hall, and C. H. Tsao, "Spectral-domain analysis of circular patch frequency selective surfaces", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **32** (5), 533 – 536 (1984).
- [15] S. W. Lee, G. Zarrillo, and C. L. Law, "Simple formulas for transmission through periodic metal grids or plates", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **30** (5), 904 – 909 (1982).
- [16] G. Zarrillo and K. Aguiar, "Closed-Form low frequency solutions for electromagnetic waves through a frequency selective surface", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **35** (12), 1406 – 1417 (1987).
- [17] J. Huang, T. K. Wu, and S. W. Lee, "Tri-band FSS with circular ring elements", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **42** (2), 166 – 175 (1994).
- [18] P. Harms, R. Mittra, and W. Ko, "Implementation of the periodic boundary condition in the finite-difference time-domain algorithm for FSS structures", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **42** (9), 1317 – 1324 (1994).
- [19] D. S. Weile, E. Michielssen, and K. Gallivan, "Reduced order modeling of multiscreen frequency selective surfaces using Krylov-based rational interpolation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **49** (5), 801 – 813 (2001).
- [20] D. S. Weile and E. Michielssen, "Analysis of frequency selective surfaces through the blazing onset using Krylov model order reduction and Woodbury singularity extraction", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **49** (10), 1470 – 1478 (2001).
- [21] M. Bozzi, L. Perregrini, J. Weinzierl, and C. Winnewisser, "Efficient analysis of quase-optical filters by a hybrid MoM/BI-RME method", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **49** (7), 1054 – 1064 (2001).
- [22] G. Pelosi, A. Cocchi, and S. Sèller, "Electromagnetic scattering from infinite periodic structures with a localized impurity", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **49** (5), 697 – 702 (2001).
- [23] G. Manara, A. Monorchio, and R. Mittra, "Frequency selective surfaces desing based on genetic algorithm", *Electronic Letters*, **35** (17), 1400 – 1401 (1999).
- [24] S. Chakravarty, R. Mittra, and N. R. Williams, "On the application of the microgenetic algorithm to the design of broad band microwave absorbers comprising frequency selective surfaces embedded on multilayered dielectric media", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **49** (6), 1050 – 1059 (2001).

- [25] T. Itoh, "Spectral domain immittance approach for dispersion characteristics of generalized printed transmission lines", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **28**, 733 – 736 (1980).
- [26] T. Itoh e R. Mittra, "Spectral domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstriplines", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **21**, 496-499 (1973).
- [27] A. L. P. S. Campos, A. G. d'Assunção e M. A. B. Melo, "Frequency selective surfaces with anisotropic dielectric substrates", *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, **21** (3), 461 – 475 (2000).
- [28] A. L. P. S. Campos, M. A. B. Melo e A. G. d'Assunção, "Frequency selective surfaces with rectangular apertures on uniaxial anisotropic substrates", *Microwave and Optical Technology Letters*, **25** (2), 126 – 129 (2000).
- [29] J. O. McSpadden, T. Yoo, and K. Chang, "Theoretical and experimental investigation of a rectenna element for microwave power transmission", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **40** (12), 2359 – 2366 (1992).
- [30] Y. Rahmat-Samii e A. N. Tulintseff, "Diffraction analysis of frequency selective reflector antennas", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **41** (4), 476 – 487 (1993).
- [31] British Aerospace web page: <http://eleceng.ukc.ac.uk/~nes1/antennas/antoview.html>.
- [32] C. Scott, *The spectral domain method in electromagnetics*, Artech House, Londres, Inglaterra, 1989.
- [33] C. H. Chan e R. Mittra, "On the analysis of frequency selective surfaces using subdomain basis functions", *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, **38** (1), 40 – 50 (1990).
- [34] A. L. P. S. Campos, "Superfícies seletivas de frequência sobre substratos dielétricos anisotrópicos uniaxiais", Dissertação de Mestrado, DEE – CT – UFRN, Natal, RN, Brasil, 1999.
- [35] D. M. Pozar, "Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate", *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*. **35** (6), 613 – 621 (1987).
- [36] J. R. S. Oliveira, "Antenas de microfita sobre substratos dielétricos anisotrópicos e ferrimagnéticos magnetizados", Tese de Doutorado, DEE – CCT – UFPB, 1996.
- [37] N. G. Alexópoulos, "Integrated-circuit structures on anisotropic substrates", *IEEE Transactions on Microwaves Theory and Technology*, **33** (10), 847 – 856 (1985).

- [38] H. Y. Yang e N. G. Alexópoulos, "Uniaxial and biaxial substrate effects on finline characteristics", *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, **35** (1), 24 – 29 (1987).
- [39] A. L. P. S. Campos, A. G. d'Assunção e L. M. Mendonça, "Analysis of frequency selective surfaces on anisotropic substrates"; Anais do 1999 *SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1999, 173-176.
- [40] D. Hanselman e B. Littlefield, "*Matlab 5 – Guia do usuário*", Makron Books, 1997.
- [41] B. Bhat e S. K. Koul, "*Analysis, design and applications of fin lines*", Artech House inc., Boston, EUA, 1987.
- [42] F. B. Gross, "Reflection from an array of conducting plates using edge-mode current densities", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **43** (5), 1333-1335, (1995),
- [43] C. Wan e J. A. Encinar, "Efficient computation of generalized matrix for analyzing multilayered periodic structures", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **43** (5), 1233-1241, (1995),
- [44] A. L. P. S. Campos e A. G. d'Assunção, "Scattering Parameters of a Frequency Selective Surface between Anisotropic Dielectric Layers for Incident Co-Polarized Plane Waves"; *2001 AP-S Symposium*, Vol. 4, pp. 382 – 385, Boston, Estados Unidos, 2001.
- [45] T. F. Eibert, J. L. Volakis, D. R. Wilton e D. R. Jackson, "Hybrid FE/BI modeling of 3-D doubly periodic structures utilizing triangular prismatic elements and an MPIE formulation accelerated by the Ewald transformation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **47** (5), 843-849, (1999).
- [46] A. L. P. S. Campos, A. G. d'Assunção e L. M. de Mendonça, "Analysis of Frequency Selective Surfaces on Uniaxial Anisotropic Substrates", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **50** (1), 72 – 76, (2002).
- [47] A. L. P. S. Campos, A. G. d'Assunção e M. A. B. de Melo, "Dielectric Losses and Experimental Results for Frequency Selective Surfaces on Iso/Anisotropic Substrates"; *2001 COMPUMAG Conference*, Evian, França, 2001, Anais da Conferência.
- [48] W. H. Hayt Jr. *Eletromagnetismo*, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, Brasil, 1995.
- [49] A. G. Ribeiro, *Apostila de curso de treinamento em sistemas radiantes*, Linear Equipamentos Eletrônicos S/A, São Paulo, 1998.