



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA AGRÍCOLA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**MODELOS EMPÍRICOS E DIFUSIVOS PARA A  
DESCRIÇÃO DA SECAGEM DE BANANAS**

**AUTOR:** Emmanuel Fabiano Marques da Silva

**ORIENTADORES:** Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva  
Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Josivanda Palmeira Gomes

**Campina Grande  
Agosto de 2013**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA**

**MODELOS EMPÍRICOS E DIFUSIVOS PARA A**  
**DESCRIÇÃO DA SECAGEM DE BANANAS**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Agrícola.

**AUTOR:** Emmanuel Fabiano Marques da Silva

**ORIENTADORES:** Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup>. Josivanda Palmeira Gomes

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:** Processamento e Armazenamento de  
Produtos Agrícolas

Campina Grande – Paraíba

Agosto, 2013



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

- S586m Silva, Emmanuel Fabiano Marques da.  
Modelos empíricos e difusivos para a descrição da secagem de bananas /  
Emmanuel Fabiano Marques da Silva. – Campina Grande, 2013.  
117 f. : il. color.
- Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal  
de Campina Grande, Centro de Tecnologia e Recursos Naturais, 2013.
- "Orientação: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva, Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Josivanda  
Palmeira Gomes".  
Referências.
1. Cinética de Secagem. 2. Banana Nanica (*Musa paradisiaca*). 3. Teor  
de Água. 4. Modelos Matemáticos. I. Silva, Wilton Pereira da. II. Gomes,  
Josivanda Palmeira. III. Título.
- CDU 631.563.2(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA



PARECER FINAL DO JULGAMENTO DA DISSERTAÇÃO

EMMANUEL FABIANO MARQUES DA SILVA

MODELOS EMPÍRICOS E DIFUSIVOS PARA A DESCRIÇÃO DA  
SECAGEM DE BANANAS

BANCA EXAMINADORA

PARECER

Dr. Wilton Pereira da Silva  
Orientador (UAF/CCT/UFCC)

APROVADO

Dr. Josivanda Palmeira Gomes  
Orientadora (UAEA/CTRN/UFCC)

APROVADO

Dr. Hofsky Vieira Alexandre  
Examinadora - UNIT/NDTR

APROVADO

Dr. Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva  
Examinadora (UAF/CCT/UFCC)

Aprovado

Dr. Laerson Duarte da Silva  
Examinador (UAF/CCT/UFCC)

APROVADO

JULHO - 2012



## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho a minha amada esposa que esteve sempre ao meu lado apoiando e acreditando no meu esforço em prol da minha família, sem ela eu não teria conseguido.

Aos meus filhos, motivo de alegria em minha vida, razão pelo qual batalho todos os dias para oferecer uma vida confortável e digna para eles.

"Se não puder se destacar pelo talento,  
vença pelo esforço."

Dave Weinbaum

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por guiar meus caminhos, força suprema, razão de tudo. Toda honra e glória ao Seu nome.

A minha esposa Érika Moraes Marques, por compartilhar de noites acordadas, e principalmente acreditar que seria possível à conclusão desta pós-graduação.

Aos meus filhos que me alegraram nos momentos em que eu me via mais preocupado com o trabalho, o estudo e a família. A inocência deles me revigora.

Aos meus pais, Carlos José Lopes da Silva e Regina Célia Bandeira de Mello Marques.

Aos meus irmãos e cunhados que sempre estiveram disponíveis para me ajudar em todos os momentos.

Ao meu sogro e minha sogra, Antonio Isidro de Oliveira e Aldaiza de Moraes Oliveira, por sempre estarem prontos a servir, principalmente ficando com minha esposa e filhos nas noites em que tive que dormir no laboratório de secagem.

A minha tia Aldaniza de Moraes, que sempre me ajudou neste mestrado, sua ajuda foi imprescindível para que eu não tivesse desistido.

Aos membros da banca examinadora, Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Hofsky Vieira Alexandre, Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Cleide M. D. P. S. e Silva e Prof. Dr. Laerson Duarte da Silva, por se dispor a participar desta banca de avaliação e principalmente pelas sugestões.

Aos Professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola.

Aos meus colegas de estudo nesse mestrado em especial a Dyego, Manoel, Rayanne, Mateus, Nilcemely e Clivisson.

Aos funcionários da secretária da pós, Gilson e Dona Aparecida.

Aos funcionários do Laboratório de Processamento e Armazenamento de produtos Agrícolas (LAPPA), em especial, ao Renato, pela sua valiosa ajuda.

A CAPES, pela concessão da bolsa de estudo.

Aos autores referenciados que, com seus trabalhos, possibilitaram a realização desta pesquisa.

À Universidade Federal de Campina Grande, pela oportunidade da realização deste trabalho.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente, na realização deste trabalho, meu muito obrigado.

## AGRADECIMENTO ESPECIAL

Dedico esta página em agradecimento aos três pesquisadores sem os quais este trabalho não teria acontecido. **Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Josivanda Palmeira Gomes, Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva e Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cleide M. D. P. S. e Silva**, pela a compreensão nas horas de falta, a dedicação dispensada nas horas em que poderiam estar repousando, a paciência com as minhas limitações e a sensibilidade em explorar o potencial do orientando, meu muito obrigado.

A **Prof<sup>a</sup> Josivanda**, meu agradecimento por ter aceitado o desafio deste trabalho com a limitação de tempo de desenvolvimento que tínhamos, pelo apoio incondicional e principalmente por acreditar que juntos faríamos um bom trabalho.

Ao **Prof. Wilton**, meu agradecimento por me permitir fazer parte da sua equipe de estudo, estando sempre disposto e pronto a ajudar e pelas cobranças necessárias. Sem sua ajuda, incentivo e conhecimento este agradecimento não seria possível.

A **Prof<sup>a</sup> Cleide**, agradeço por todos os momentos em que dedicou seu tempo a me ensinar, tornando os momentos das secagens oportunidades únicas de aprendizado.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>xiii</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>xv</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xvii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>xviii</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 – Objetivo geral.....	3
1.2 – Objetivo específico.....	3
<b>CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>4</b>
2.1 – Origem da banana.....	4
2.2 – A banana.....	4
2.3 – Morfologia.....	5
2.4 – Variedades.....	6
2.5 – Maturação.....	6
2.6 – Importância Econômica.....	7
2.7 – Secagem.....	10
2.8 – Cinética de secagem.....	12
2.9 – Efeito da temperatura.....	14
2.10 – Tipos de secagem e Secadores.....	15
2.11 – Teorias de secagem.....	16
2.12 – Modelos empíricos.....	18
2.12.1– Newton.....	19
2.12.2 – Page.....	19
2.12.3 – Henderson e Pabis .....	20
2.12.4 – Dois Termos.....	20
2.12.5 – Modelo da Aproximação da Difusão.....	20



<b>CAPÍTULO 3 – MATERIAL E MÉTODOS.....</b>	<b>22</b>
3.1 – Metodologia experimental.....	22
3.1.1 – Matéria-Prima.....	22
3.1.2 – Material experimental utilizado.....	23
3.1.3 – Procedimentos experimentais.....	24
3.1.4 – Medidas efetuadas.....	28
3.2 – Modelos empíricos para a descrição da cinética de secagem.....	28
3.2.1 – Newton.....	29
3.2.2 – Page.....	29
3.2.3 – Henderson e Pabis.....	29
3.2.4 – Modelo da Aproximação da Difusão.....	30
3.2.5 – Dois Termos.....	30
3.3 – Modelos de difusão .....	31
3.3.1 – A equação de difusão.....	31
3.3.2 – Soluções analíticas da equação de difusão.....	31
3.3.3 – Cilindro infinito.....	32
3.3.4 – Solução analítica para a condição de contorno de equilíbrio.....	33
3.3.5 – Otimizador para a solução analítica com condição de contorno de equilíbrio.....	35
3.3.6 – Solução analítica para a condição de contorno convectiva.....	36
3.3.7 – Otimizador para a solução analítica com condição de contorno convectiva.....	38
 <b>CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	 <b>41</b>
4.1 – Condições ambientais e temperatura de secagem.....	41
4.2 – Razões de Umidade .....	42
4.3 – Cinéticas de secagem utilizando modelos empíricos.....	43
4.3.1 – Equação de Newton .....	43
4.3.2 – Equação de Page.....	45
4.3.3 – Equação de Henderson e Pabis.....	46
4.3.4 – Equação de aproximação da difusão.....	48
4.3.5 – Equação com duas exponenciais.....	50
4.4 – Cinética de secagem utilizando modelos de difusão .....	51

4.4.1 – Cinéticas de secagem para condição de contorno do primeiro tipo.....	52
4.4.2 – Cinéticas de secagem para condição de contorno do terceiro tipo.....	55
4.4.2.1 – Temperatura do ar de secagem em 40 °C.....	56
4.4.2.2 – Temperatura do ar de secagem em 50 °C.....	60
4.4.2.3 – Temperatura do ar de secagem em 60 °C.....	62
4.4.2.4 – Temperatura do ar de secagem em 70 °C.....	63
4.4.3 – Difusividade efetiva de massa.....	65
4.4.4 – Coeficiente de transferência convectiva de massa.....	66
4.5 – Discussão sobre os modelos empíricos.....	67
4.6 – Discussão sobre os modelos de difusão.....	68
<b>CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>70</b>
<b>CAPÍTULO 6 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>72</b>
<b>CAPÍTULO 7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>73</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>79</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>86</b>

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 –	Banana - Área colhida - Mundo e principais países produtores – Safras 2005/09.....	07
TABELA 2.2 –	Banana – Área colhida, produção e rendimento – Brasil e principais estados produtores – Safras 2007/11.....	09
TABELA 2.3 –	Equações empíricas para a cinética de secagem de produtos agrícolas.....	19
TABELA 3.1 –	Modelos empíricos utilizados no presente trabalho.....	29
TABELA 3.2 –	Primeiras 20 raízes da função de Bessel de primeiro tipo e de ordem zero.....	34
TABELA 4.1 –	Dados das condições do ar de secagem (Temperatura, Umidade Relativa do Ar e Velocidade do ar de secagem) e do ar ambiente (Temperatura e Umidade Relativa).....	41
TABELA 4.2 –	Dados sobre a banana, incluindo o tempo de secagem.....	42
TABELA 4.3 –	Resultados da equação de Newton.....	44
TABELA 4.4 –	Resultados da equação de Page.....	45
TABELA 4.5 –	Resultados da equação de Henderson e Pabis.....	47
TABELA 4.6 –	Valores iniciais dos parâmetros.....	48
TABELA 4.7 –	Resultado dos ajustes da equação da aproximação da difusão aos dados experimentais.....	49
TABELA 4.8 –	Valores iniciais dos parâmetros.....	50
TABELA 4.9 –	Resultados da equação com duas exponenciais.....	50
TABELA 4.10 –	Resultados para as simulações das quatro temperaturas de secagem usando o modelo de difusão com condição de contorno de primeiro tipo.....	53
TABELA 4.11 –	Resultados do processo de otimização para bananas inteiras, secas em 40 °C.....	58
TABELA 4.12 –	Resultados do processo de otimização para bananas inteiras, secas em 50 °C.....	61
TABELA 4.13 –	Resultados do processo de otimização para bananas inteiras secas em 60 °C.....	62
TABELA 4.14 –	Resultados do processo de otimização para bananas inteiras secas	



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 –	Detalhes morfológicos da banana.....	5
FIGURA 2.2 –	Morfologia da banana.....	5
FIGURA 2.3 –	Variedade de bananas.....	6
FIGURA 2.4 –	Curvas Características de Secagem.....	14
FIGURA 3.1 –	Cacho de banana.....	22
FIGURA 3.2 –	Secador de sementes de leite fixo.....	23
FIGURA 3.3 -	Estufa utilizada.....	24
FIGURA 3.4 –	Escala de maturação da banana de Handler (1964).....	25
FIGURA 3.5 –	Grau de maturação das bananas utilizadas neste trabalho.....	26
FIGURA 3.6 –	Padrão da banana descascada.....	26
FIGURA 3.7 –	Banana disposta no cesto .....	27
FIGURA 3.8 –	Cilindro infinito: raio R muito menor que o comprimento L.....	32
FIGURA 4.1 –	Dados da secagem de bananas inteiras para as temperaturas do ar de secagem de: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C.....	43
FIGURA 4.2 –	Cinéticas de secagem descritas pela equação de Newton para as temperaturas do ar em: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C.....	44
FIGURA 4.3 –	Cinéticas de secagem descritas equação de Page para as temperaturas em: (a) 40,0 °C; (b) 50,0 °C; (c) 60,0 °C; (d) 70,0°C.....	46
FIGURA 4.4 –	Cinética de secagem equação de Henderson e Pabis para as temperaturas em: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C e (d) 70°C.....	47
FIGURA 4.5 –	Gráfico da cinética de secagem equação aproximação da difusão para as temperaturas do ar de secagem de: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C .....	49
FIGURA 4.6 –	Cinéticas de secagem usando a equação com duas exponenciais para as temperaturas em: (a) 40 °C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C.....	51
FIGURA 4.7 –	Gráfico da simulação da cinética de secagem de banana inteira, usando a solução analítica da equação de difusão para condição de contorno do primeiro tipo para a temperatura do ar de secagem de 40°C.....	53
FIGURA 4.8 –	Gráfico da simulação da cinética de secagem de banana inteira, usando a solução analítica da equação de difusão para condição de contorno do primeiro tipo para a temperatura do ar de secagem de 50°C.....	54

FIGURA 4.9 –	Gráfico da simulação da cinética de secagem de banana inteira, usando a solução analítica da equação de difusão para condição de contorno do primeiro tipo para a temperatura do ar de secagem de 60°C.....	54
FIGURA 4.10 –	Gráfico da simulação da cinética de secagem de banana inteira, usando a solução analítica da equação de difusão para condição de contorno do primeiro tipo para a temperatura do ar de secagem de 70°C.....	55
FIGURA 4.11–	Cilindro infinito de raio R destacando a seção circular onde a distribuição de umidade para cada temperatura será investigada.....	56
FIGURA 4.12–	Qui-quadrado versus o número de Biot, para os valores especificados entre 0 e 200.....	57
FIGURA 4.13–	Destaque para o qui-quadrado versus o número de Biot nas vizinhanças do ponto ótimo.....	57
FIGURA 4.14 –	Cinética de secagem de bananas inteiras para $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	58
FIGURA 4.15 –	Distribuição de umidade no interior da banana inteira, em $t = 362\text{ min}$ , para $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	59
FIGURA 4.16 –	Razão de umidade local versus a posição radial no interior da banana inteira, em $t = 362\text{ min}$ , para $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	59
FIGURA 4.17 –	Razão de umidade na superfície da banana versus o tempo de secagem para $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	60
FIGURA 4.18 –	Cinética de secagem de bananas inteiras para $T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	61
FIGURA 4.19 –	Distribuição de umidade no interior da banana inteira, em $t = 362\text{ min}$ , para $T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	62
FIGURA 4.20 –	Cinética de secagem de bananas inteiras para $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	63
FIGURA 4.21 –	Distribuição de umidade no interior da banana inteira, em $t = 362\text{ min}$ , para $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	63
FIGURA 4.22 –	Cinética de secagem de bananas inteiras para $T = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	64
FIGURA 4.23 –	Distribuição de umidade no interior da banana inteira, em $t = 362\text{ min}$ , para $T = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	65
FIGURA 4.24 –	Representação de uma equação tipo Arrhenius para a difusividade em função da temperatura do ar de secagem.....	66
FIGURA 4.25 –	Representação de uma equação tipo Arrhenius para o coeficiente de transferência convectiva de massa em função da temperatura do ar de secagem.....	67



## RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido com objetivo de determinar a cinética de secagem da banana nanica (*Musa paradisiaca*) nas temperaturas de 40, 50, 60 e 70 °C e velocidade do ar 1,5 m s<sup>-1</sup> ajustando com os modelos matemáticos empíricos (Page, Newton, Henderson & Pabis, Dois termos e Aproximação da difusão) e modelos matemáticos difusivos (Convective e Prescribed). A análise dos resíduos, do coeficiente de determinação e do erro médio relativo, calculada para cada modelo ajustado foi utilizado para se avaliar qual o modelo que melhor se ajustará aos dados experimentais da secagem. Durante o processo de secagem a perda de água foi determinada através da utilização do método gravimétrico. Inicialmente, o produto foi pesado a cada 5 min por aproximadamente 2 h. Seguido de pesagens a cada 10, 15, 20, 25, 30 min, depois realizadas em espaços de tempo de 1, 2, 4, 6, 12 e 24 h até o final do processo, ou seja, até que o produto atingisse seu teor de água de equilíbrio, este obtido por meio de três pesagens consecutivas, de forma a possibilitar o cálculo da razão de umidade da banana. Observou-se que os melhores ajustes foram os da equação de Page e das equações de Dois termos e Aproximação da difusão, para o modelo difusivo a equação que melhor se ajustou foi a convectiva.

**Palavras-chaves:** teor de água, modelos matemáticos, cinética de secagem.

## ABSTRACT

In search of a method for preserving food, researchers continue to conduct research with certain types of food by the method of drying or dehydration method used since antiquity, which aims to reduce the water content of the product, enabling storage for longer periods. Therefore this study aimed to conduct study to determine the drying kinetics of banana - Nanica (*musa paradisiacal*) at temperatures of 40, 50, 60 and 70 ° C and air velocity 1.5 m s<sup>-1</sup> agreed with the models empirical mathematical (Page, Newton, Henderson and Pabis, two terms and the Diffusion Approximation) and diffusive. The waste analysis, determination coefficient and the mean relative error, calculated for each fitted model will be used to assess which model best fit the experimental data of drying. It was observed that the best fits were the Page equation and the equation of two terms and the diffusion approximation for the diffusive model equation best fit was convective.

Keywords: air drying, settings, content of water.

## 1 – INTRODUÇÃO

O cultivo da banana é desenvolvido em aproximadamente 115 países, a atividade está presente em todos os continentes. Entre as frutíferas, a banana ocupa a segunda posição na produção mundial, sendo superada apenas pela melancia (FAO, 2011).

A banana constitui-se de fonte importante pelo seu valor calorífico, energético e principalmente, pelo seu conteúdo mineral e de vitaminas que apresenta, sendo um alimento importante para vida do ser humano. A cada ano seu consumo e sua demanda são cada vez mais crescentes, além de ser uma das frutas mais produzidas e consumidas no Brasil (FAO, 2011).

No mundo a banana é a segunda fruta mais consumida, com 10,38 Kg/hab/ano, sendo a primeira posição ocupada pela laranja, com 12,83 Kg/hab/ano (FAO, 2011). No Brasil a laranja é a mais cultivada e a banana vem logo em seguida. Aqui o consumo per capita tem aumentado gradativamente nos últimos anos, atingindo aproximadamente 31 kg/ha/ano, consumo que já é maior do que a nível mundial (FAO, 2011).

Apesar de colhida em quantidades e qualidade praticamente iguais ao longo do ano, a fruta deve ser consumida em até 25 dias após a colheita. Do total de bananas colhidas, somente cerca de 40 a 50% chegam efetivamente às mãos dos consumidores. Segundo TAGLIARI & FRANCO (1994), isso ocorre devido às perdas causadas por danos ocorridos do plantio, devido à falta de planejamento do manejo da lavoura. Este desperdício ocorre também na colheita e durante a comercialização.

Do ponto de vista biológico, é uma das frutas que apresenta as maiores perdas por decomposição pós-colheita, uma vez que é altamente perecível e, além disso, não permite o uso de frio para o armazenamento (SOUSA, 2002; BORDIN, 1998).

Com base nos problemas citados, pesquisadores estudam cada vez mais métodos para conservação de alimentos e continuam a realizar pesquisas através do método da secagem ou desidratação, utilizado desde a antiguidade, que tem como finalidade diminuir o teor de água do produto, permitindo a armazenagem por períodos mais longos.

A secagem seria uma forma de minimizar as perdas decorrentes da deterioração desse produto, durante a secagem, é necessário o fornecimento de calor para evaporar a água do material e também deve haver um sorvedor para remover o vapor d'água da superfície do material a ser seco (BROD et al., 1999).

A conservação de frutas através da desidratação ou secagem é um dos processos comerciais mais usados na conservação de produtos agropecuários, sem que eles percam suas propriedades biológicas e nutritivas. A redução do teor de umidade do produto, e consequentemente, de sua atividade de água, tem por objetivo evitar o desenvolvimento de microrganismos e de reações químicas indesejáveis que podem deteriorar o produto tornando-o impróprio para o consumo (MADAMBA, 2007).

Entre as principais vantagens oferecidas pela secagem de frutas está a concentração dos nutrientes e o maior tempo de vida de prateleira. Além disso, o sabor permanece quase inalterado por longo tempo, uma vez que é minimizada a proliferação de microorganismos devido à redução da atividade de água do produto (FIOREZE, 2004).

Por tudo que foi exposto em relação à banana, quanto a sua importância alimentar para a humanidade, suas perdas em função da rápida deterioração. Justifica-se realizar este trabalho, visando à secagem de bananas como forma de melhorar o tempo de utilização do produto, bem como agregar valor a matéria prima.

## **1.1 – Objetivo geral**

Estudar a cinética de secagem da banana nanica utilizando um secador de leito fixo, submetendo-as a quatro temperaturas diferentes (40, 50, 60 e 70 °C) e a uma velocidade do ar de secagem de 1,5 m/s.

## **1.2 – Objetivos específicos**

Aplicar os modelos matemáticos (empíricos e difusivos) desenvolvidos para o estudo da secagem de bananas;

Estudar a cinética de secagem, através de cinco modelos empíricos;

Verificar, entre os modelos matemáticos de Page, Henderson & Pabis, Newton, Aproximação da difusão e Equação de dois termos, aquele que melhor se ajusta aos dados;

Descrever o processo de secagem de bananas inteiras através de modelos de difusão, pressupondo as condições de contorno de primeiro e terceiro tipos;

Usar os modelos de difusão para predizer a distribuição de umidade no interior das bananas em instantes de tempo previamente estipulados.

## 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 – Origem da banana

A banana é originária do Sul da Ásia, Índia e Indonésia, é um símbolo dos países tropicais e é muito conhecida no mundo todo. A banana, fruto da bananeira, é a fruta mais popular do Brasil. Embora não seja nativa do continente americano, adaptou-se muito bem ao nosso solo e clima e transformou-se num dos principais produtos de exportação do país. Considerada como a fruta mais antiga de que se tem notícia, é citada em textos budistas de até 500 anos Antes de Cristo.

A palavra banana (*Musa acuminata*) é originária das línguas serra-leonesa e liberiana (costa ocidental da África), a qual foi simplesmente incorporada pelos portugueses à sua língua (NASCENTE et al., 2005).

### 2.2 – A banana

Originada pela bananeira (*Musa acuminata*) pertence à família botânica Musaceae. A planta se caracteriza por apresentar caule suculento e subterrâneo (rizoma), cujo "falso" tronco é formado pelas bases superpostas das folhas, folhas grandes e flores em cachos que surgem em série a partir do chamado "coração" da bananeira (NASCENTE et al., 2005).

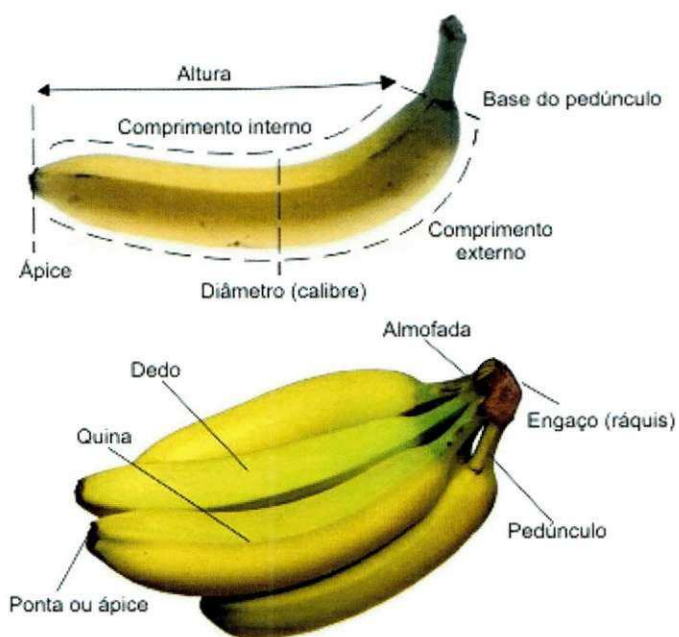
Apenas uma vez na sua vida, cada caule falso dá um ramo de flores, que, aos poucos vai, se transformando num cacho de bananas, formado por pencas que, ao todo, podem chegar a somar até duzentas bananas.

A banana (*Musa acuminata*) é uma das frutas mais consumida no mundo, sendo explorada na maioria dos países tropicais (NASCENTE et al., 2005). Segundo KATEKAWA (2006) é a “fruta predileta do mundo”. O Brasil é um dos líderes mundiais na produção e consumo de banana (NOGUEIRA & PARK, 1992; BAINI & LANGRISH, 2007). Principalmente devido às suas características sensoriais. É um alimento energético, rico em carboidratos e sais minerais, como sódio, magnésio, fósforo e potássio, médio teor em açúcares e vitaminas A, C, B1, B2 e B6, contendo pouca gordura e proteína (GOUVEIA et al., 2004; NASCENTE et al., 2005).

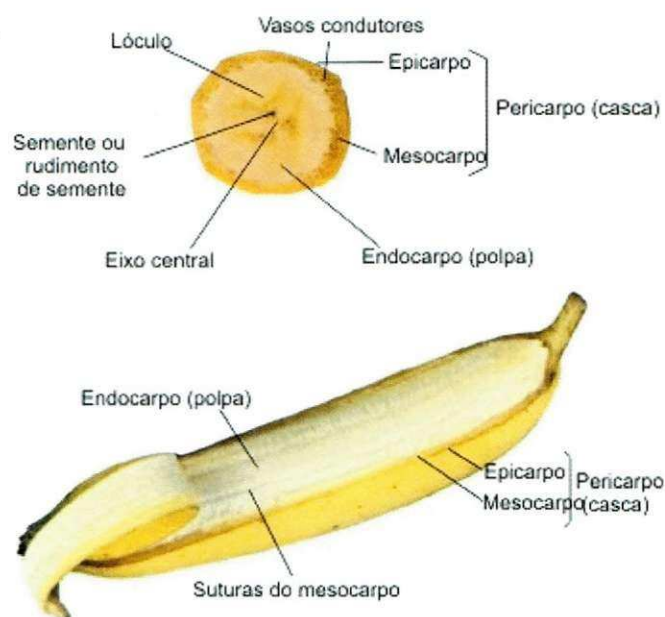


### 2.3 – Morfologia

A banana é um fruto simples, carnoso, do tipo baga alongada e trilocular, possuindo apenas sementes que se apresentam como pequenos pontos escuros localizados no eixo central da fruta (PEARCE, 2003). Figuras 2.2 e 2.3.



**Figura 2.2** – Detalhes morfológicos da banana



**Figura 2.3** – Morfologia da banana

## 2.4 – Variedades

A banana possui variedades através da espécie *Musa acuminata* (genoma A) ou do seu cruzamento com a espécie *Musa balbisiana* (genoma B) (ITAL, 1995). Os grupos varietais agrupam em variedades de características semelhantes: Cavendish – grupo genômico AAA (Nanica, Nanicão, Grand Naine e Caipira); Ouro – grupo genômico AA (Ouro); Maçã – grupo genômico AAB (Maçã, Mysore, Thap Maeo e Figo) e Prata – grupo genômico AAB (Prata, Prata Anã, Pacovan, Branca e FHIA 01).

As frutas de variedade do tipo AA e AAA são mais doces, enquanto as do tipo AAB, são mais ácidas. Existem também bananas do tipo AAB que possuem maior teor de amido, e são consumidas tipicamente após cozimento ou fritura. Na Figura 2.4 são apresentados algumas variedades de bananas mais conhecidas no Brasil.



Banana - nanica



Banana - da - terra



Banana - ouro



Banana - maçã



Banana - figo



Banana - prata

**Figura 2.4** – Variedade de bananas

## 2.5. Maturação

A maturação da banana como qualquer outro fruto, é composta por estágios, que, vai desde a cor esverdeada até a cor amarelada com pintas pretas.

A banana é uma fruta climatérica (fruta que pode ser colhida com a casca verde e com o desenvolvimento completo, pois amadurecerá depois de colhida), seu amadurecimento é caracterizado principalmente pela coloração da casca, firmeza e a intensificação do sabor e aroma.

## 2.6 – Importância econômica

A banana é uma fruta de grande importância mundial e o quarto alimento vegetal mais consumido no mundo, superada apenas pelo arroz, trigo e o milho (EMBRAPA, 2009). É uma das principais frutas do comércio internacional e a mais popular no mundo, em termos de volume exportado são os primeiros frutos, porém ocupa o segundo lugar depois das frutas cítricas em termos de valor agregado. Ainda de acordo com a (FAO, 2011), dentre as frutíferas, a banana ocupa a segunda posição na produção mundial, sendo superada apenas pela melancia.

Nas últimas três décadas, essa cultura tem apresentado um aumento significativo (122%) no volume produzido. De uma produção de 36,7 milhões de toneladas na safra 1979/80 passa para 81,3 milhões de toneladas na safra 2006/07. Sua produção é superada apenas pela melancia, com 93,2 milhões de toneladas; a uva vem na terceira posição, com 66,3 milhões de toneladas, seguida pela maçã, com 64,2 milhões de toneladas e laranja, com 63,9 milhões de toneladas (FAO, 2011).

A Índia é o principal produtor dessa fruta, seguida pelas Filipinas, pela China, pelo Brasil, Equador, e por fim a Indonésia. (Tabela 2.1).

**Tabela 2.1** - Banana - Área colhida - Mundo e principais países produtores – Safras 2005/09.

País	2005	2006	2007	2008	2009
Área colhida (1000 ha)					
Mundo	4.664	4.909	5.012	4.835	4.844
Índia	<b>570</b>	<b>604</b>	658	709	-
Filipinas	418	429	437	439	446
China	285	296	318	311	311
Brasil	491	505	515	513	512

Equador	221	209	197	216	216
Indonésia	352	321	338	106	105

Fonte: FAO (2011)

Alguns aspectos contribuem para que a banana continue sendo a fruta mais comercializada no mundo: a facilidade de propagação, o bom rendimento por hectare, o fato de ser uma cultura de ciclo curto, de produção contínua, de fácil manipulação quando verde, além de fácil armazenamento e maturação acelerada. Por isso o seu consumo é relativamente alto em diversos países e tem aumentado com a expansão do conhecimento do seu valor nutritivo, além de seu excelente sabor (FAO, 2011).

Em alguns estados produtores, a baixa performance da produtividade dos bananais consequente diminuição do volume produzido devem-se à ocorrência de fatores climáticos adversos, tais como: excesso de chuvas, frio fora de época e vendavais localizados, além dos baixos investimentos destinados à atividade que têm influenciado os segmentos de produção e de comercialização. O produtor, descapitalizado, deixa de realizar de forma regular os tratamentos culturais, a prática de manejo, dentre outros, bem como se preocupa menos com a estrutura de embalagem, de classificação e de transportes, gerando um produto de qualidade inferior, menos competitivo no mercado consumidor e de baixo preço.

Dentre os estados produtores, na safra, o maior rendimento médio entre as lavouras pertence ao Rio Grande do Norte, com 25.643 quilos por hectare. Posição essa liderada até a safra 2002/03, pelo Estado do Paraná. Entretanto, considerando-se a média obtida durante as safras de 2003/04 a 2008/09, os bananicultores potiguares ainda continuam obtendo os mais expressivos rendimentos, com 25.643 quilos por hectare, superando em 94,3% a média nacional, que é de 14.370 quilos por hectare. A terceira posição é do Paraná, com 23.000 quilos por hectare (Tabela 2.2).

**Tabela 2.2** – Banana – Área colhida, produção e rendimento – Brasil e principais estados produtores – Safras 2007/11.

Discriminação	2007	2008	2009	2010	2011
Área Colhida (ha)					
Brasil	515.346	513.097	479.614	480.087	488.194
São Paulo	52.379	56.224	53.078	52.710	56.846
Bahia	89.466	91.259	65.487	66.623	66.768
Santa Catarina	31.090	30.931	30.922	30.409	30.613
Minas Gerais	36.745	36.372	39.194	40.472	41.058
Pará	44.552	43.213	38.925	38.706	39.961
Pernambuco	38.919	42.530	42.910	45.538	40.992
Ceará	42.910	43.511	44.742	46.220	46.928
Quantidade produzida (t)					
Brasil	7.098.353	6.998.150	6.783.490	6.978.312	7.015.386
São Paulo	1.386.016	1.414.537	1.257.539	1.271.500	1.240.001
Bahia	1.121.261	1.225.083	1.015.505	1.079.050	1.087.409
Santa Catarina	655.973	575.798	624.204	672.882	675.704
Minas Gerais	536.576	535.824	620.931	654.444	657.473
Pará	570.951	555.814	501.344	514.922	532.495
Pernambuco	382.417	395.209	437.155	517.285	468.602
Ceará	385.455	423.016	429.506	445.169	476.958
Os cinco maiores rendimentos médios (kg/ha)					
Brasil	13.774	13.639	14.144	14.536	14.370
Rio Grande do Norte	27.916	22.265	26.077	26.002	25.643
São Paulo	26.461	25.212	23.692	24.123	21.813
Paraná	23.300	25.025	23.200	23.077	23.000
Santa Catarina	21.099	18.616	20.186	22.128	22.072
Bahia	12.533	13.424	15.507	16.196	16.286

Fonte: FAO (2011)

## 2.7 – Secagem

Desde a antiguidade a humanidade tem se preocupado em racionalizar as fontes de alimentos, desenvolvendo, empiricamente, métodos artesanais de conservação e de transformação de alimentos. A remoção de água para inibir o crescimento microbiano, evitando assim a deterioração dos mesmos. Esta remoção passou a ter grande importância na redução dos custos com energia, de transporte, embalagem e armazenagem desses alimentos (PARK et al, 2006).

A técnica de desidratação mais empregada na produção de frutas secas é a secagem por ar quente, que consiste em expor o produto a uma corrente de ar quente. Durante processo ocorre a transferência simultâneos de calor e massa. Os fatores que governam a velocidade desses fenômenos de transferência determinam a taxa de secagem, tais como pressões de vapor d'água do ar e no material, espessura e superfície exposta (ARGANDOÑA, 2005).

O processo de secagem consiste na remoção de grande parte da água contida no produto a determinado nível, originando condições desfavoráveis à continuidade de suas atividades metabólicas e ao desenvolvimento de microorganismo (MARTINAZZO et al., 2007).

A secagem é o processo comercial mais utilizado para preservar o alimento porque, comparado com outros métodos preservativos para períodos longos, como a centrifugação, o enlatamento, os tratamentos químicos, a irradiação, entre outros, é de custo mais baixo e de operação mais simples. O principal objetivo da secagem consiste na remoção de grande parte de líquido de um produto por evaporação mediante a ação do calor, podendo realizar-se por meio natural expondo o produto ao sol e artificial por meio de secadores mecânicos (GARCIA et al. 2004).

Útil em diversas situações. O processo de secagem muitas vezes é utilizado visando o fator econômico do frete e do manuseio; outras vezes o material é seco para depois sofrer um processo de reidratação a níveis desejáveis: para os produtos agrícolas e alimentícios a secagem é utilizada para preservação, permitindo também o transporte sem necessidade de refrigeração. Existem vários métodos de secagem (DAUDIN, 1983).

Segundo GARCIA et al. (2004) a operação de secagem é fundamental no sistema de produção, pois além de reduzir a umidade, para permitir a conservação de



sua qualidade fisiológica no armazenamento, possibilita a antecipação da colheita evitando perdas de natureza diversa. Porém o processo de secagem deve ocorrer de forma controlada, para que aconteça de maneira uniforme, evitando elevados gradientes de umidade e temperatura no interior do material, passíveis de provocar a perda da qualidade do produto. Sabendo-se que os efeitos da secagem alteram as propriedades físicas e químicas do produto e que, por sua vez, afetam o processo de transferência de calor e massa, é fundamental se conhecer seus efeitos e o controle (FARIAS et al., 2002).

Durante a remoção da água na secagem ocorrem dois processos simultâneos: a transferência de calor, que é a energia necessária para vaporizar os fluidos do produto a ser secado, e a transferência de massa, que é o vapor retirado na superfície do produto (MORAES, 2000). Tanto para a secagem natural quanto para a artificial, o produto é colocado em contato com o ar e secagem, ocorrendo transferência do calor do ar ao produto sob o efeito da diferença de temperatura existente entre eles (AKPINAR e BICER, 2006). Simultaneamente, as diferenças de pressão parcial de vapor de água existente entre o ar e a superfície do produto determinam a transferência de vapor para o ar (ALMEIDA et al., 2005; OLIVEIRA et al., 2006).

Para condições de transferência de calor por condução a relação tempo/temperatura de um produto agrícola pode ser calculada se as condições de contorno de transferência de calor e a geometria do produto agrícola forem matematicamente tratáveis e se a difusividade térmica aparente do produto agrícola for fornecida. O maior obstáculo para a aproximação matemática é a falta de dados das propriedades térmicas dos produtos agrícola (CAMMARATA et al., 2001). Outro aspecto levantado por BROCK et al. (2008), é que geralmente, as determinações experimentais das propriedades térmicas de produtos agrícolas a maior dificuldade é atribuída, comumente, à sua grande dependência em relação à temperatura e composição. A maioria dos estudos envolvendo o desenvolvimento de modelos matemáticos e medidas experimentais de propriedades térmicas de produtos agrícolas ainda é realizada utilizando-se sistemas modelo e os resultados são aplicados para os produtos agrícolas de composição similar.

Vários mecanismos físicos foram propostos para descrever a transferência de umidade nos produtos capilares porosos (ARAGÃO, 2007):

- Movimento de líquido devido a forças superficiais (difusão capilar);
- Movimento de líquido devido a diferenças na concentração de umidade (difusão líquida);
- Movimento de líquido devido à difusão da umidade na superfície dos poros (difusão de superfície);
- Movimento de vapor devido a diferenças de concentração de vapor (difusão de vapor);
- Movimento de vapor devido a diferenças de temperatura (difusão térmica);
- Movimento de água e de vapor devido a diferenças de pressão total (fluxo hidrodinâmico).

Para a determinação das variáveis que caracterizam o processo de secagem, assim como a obtenção de um maior domínio e conhecimento nos fundamentos dos mecanismos envolvidos, muitos pesquisadores tem estudado a secagem de alimentos em camada fina (PINTO & TOBINAGA, 1996).

## **2.8 – Cinética de secagem**

De acordo com CANO-CHUCA et al. (2004), as curvas de secagem permitem prever o momento do processo em que se atinge o teor de umidade desejado e desta forma se obtém um produto de boa qualidade. VILELA & ARTUR (2008), ainda completam que as informações contidas nas curvas de secagem são de fundamental importância para o desenvolvimento de processos e para o dimensionamento de equipamentos; com elas, pode-se estimar o tempo de secagem de certa quantidade de produtos e, com o tempo necessário para a produção, estima-se o gasto energético que refletirá no custo de processamento e, por sua vez, influenciará no preço final do produto. No dimensionamento de equipamento podem-se determinar as condições de operação para a secagem e com isto, a seleção de trocadores de calor, ventiladores e outros.

As curvas de secagem em camada delgada variam com a espécie, variedade, condições ambientais, métodos de preparo pós-colheita, entre outros fatores. Nesse sentido, diversos modelos matemáticos têm sido utilizados para descrever o processo de secagem de produtos agrícolas, embora, na maioria das vezes, as relações semi-empíricas e empíricas têm-se mostrado como melhores opções para prever a secagem

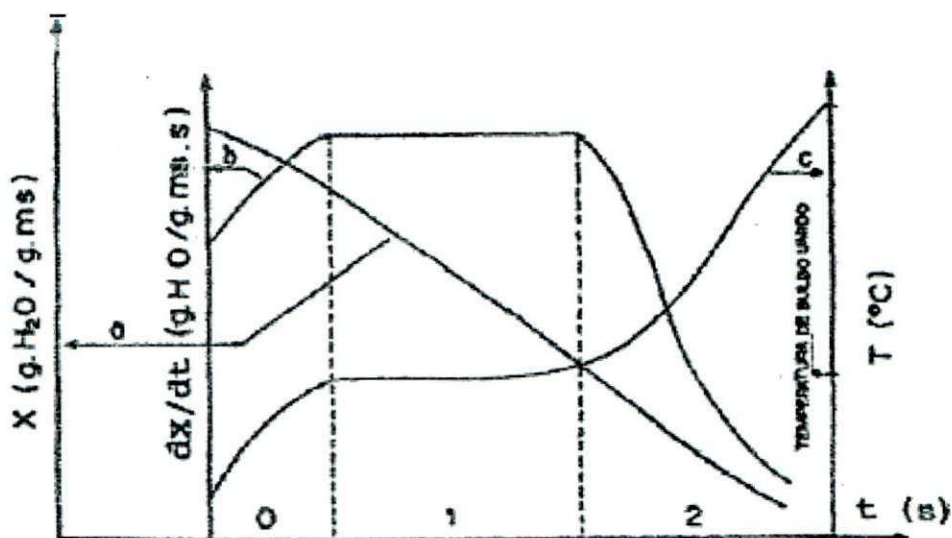
de grãos e sementes, apesar de sua validade estar restrita às condições sob as quais os dados experimentais foram obtidos (BROOKER et al., 1992).

Segundo VILLAR (1999) as curvas de secagem à taxa decrescente podem ser côncavas, convexas ou aproximar-se de uma linha reta; podem apresentar um ponto de inflexão quando ocorre uma mudança na forma física do material, como por exemplo, quando se produz contração e ruptura, e quando se forma uma película na superfície do material parcialmente seco.

O processo de secagem é analisado através da obtenção das curvas de secagem, apresentadas na forma de umidade adimensional ( $X/X_0$ ) em função do tempo, a taxa de secagem ( $N$ ) em função da umidade absoluta ( $X$ ) e o adimensional de água livre,  $(X-X_e)/(X_0-X_e)$  em função do tempo, em que  $X_e$  são valores de umidade de equilíbrio.

Normalmente a equação de transferência de calor nos dá uma estimativa mais segura da taxa de secagem do que a equação de transferência de massa. Embora correlações para calcular o coeficiente de transferência de calor e de massa tenham sido propostas na literatura (TREYBAL, 1963), poucos dados são disponíveis para permitir que as constantes nestas relações sejam fixadas com segurança. Estes coeficientes são função da espessura do filme de ar que envolve o produto na secagem e desta forma são afetados pela velocidade do ar e o seu ângulo de colisão sobre a superfície seca.

Conforme PRADO et al. (2000) a evolução das transferências simultâneas de calor e de massa, no curso da operação de secagem, faz com que esta seja dividida, esquematicamente, em três períodos de secagem: período 0 ou período de se entrar em regime operacional; período 1 ou período de secagem à taxa constante; e período 2 ou de secagem, à taxa decrescente. Quando um produto sólido é submetido á secagem ocorrerá simultaneamente transferência de calor e massa. Na Figura 2.5 temos a evolução do tempo ( $t$ ), o teor de água do produto ( $X$ ), a temperatura do produto ( $T$ ), a velocidade de secagem ( $dX/dt$ ), para o ar propriedades constantes.



**Figura 2.5** – Curvas características de cinética de secagem (Fonte: CORNEJO, 1987)

O período de secagem é comumente dividido em um período de velocidade constante e um período de velocidade decrescente. Estes são importantes para se conhecer o teor de umidade crítica, quando se considera o mecanismo de secagem (PERRY, 1963).

De acordo com ALMEIDA et al. (2005) o período de secagem a taxa decrescente pode ser dividido em duas fases: na primeira fase a água livre presente no interior do produto é contínua, sem a presença de ar, e ocupa todos os poros do produto. O movimento de água do interior para a superfície ocorre por capilaridade e este mecanismo controla a velocidade de secagem. Na segunda fase a remoção de água da superfície de evaporação provoca a entrada de ar no interior do produto, o que dá origem a bolsas de ar que ficam dispersas na fase líquida dentro dos poros. Nesta fase ocorre o escoamento capilar em alguns pontos localizados.

## 2.9 – Efeito da temperatura

A velocidade de secagem durante o período de razão constante depende de três fatores: a) dos coeficientes de transferência de energia e massa; b) da área da superfície onde ocorre a troca de energia de massa; c) da diferença entre as temperaturas (ou as pressões de vapor) do ar que envolve o produto e da superfície desse produto. O

mecanismo interno de migração de água não influencia a velocidade de secagem durante esse período (FORTES & OKOS, 1981).

De acordo com ALMEIDA et al. (2005) os produtos são muito diferenciados entre si, devido a sua forma, estrutura e suas dimensões, além das condições de secagem serem muito diversas, conforme as propriedades do ar de secagem e a forma como se faz o contato ar–produto. Uma vez que o produto é colocado em contato com o ar quente ocorre uma transferência de calor do ar ao produto sob o efeito da diferença de temperatura existente entre eles. Simultaneamente, a diferença de pressão parcial de vapor existente entre o ar e a superfície do produto determina uma transferência de massa para o ar. Esta última se faz na forma de vapor de água, uma parte do calor que chega ao produto é utilizada para vaporizar a água.

A taxa de secagem pode ser acelerada com o aumento da temperatura do ar de secagem e, ou, com o aumento do fluxo de ar que passa pelo produto por unidade de tempo. A quantidade de ar utilizada para a secagem depende de vários fatores, entre eles: a umidade inicial do produto e a espessura da camada.

Diversos autores analisando a cinética de secagem de frutas consideram a temperatura do ar como o parâmetro de maior influência na taxa de secagem (ALSINA et al. 1997; PARK et al., 2006). Os mesmos autores concluíram que a velocidade do ar de secagem tem um pequeno efeito sobre as curvas de secagem.

## **2.10 – Tipos de secagem e secadores**

Dentre os diferentes sistemas de secagem, podem ser citados o método natural e o método artificial, em relação a tipos de secadores, eles podem ser de dois tipos, secador mecânico e o secador solar. Nos secadores mecânicos a energia usada, para o aquecimento do gás de secagem, é oriunda da queima de lenha; da queima de combustíveis fósseis ou ainda pelo uso da eletricidade. Já no secador solar, o gás de secagem é aquecido pela energia do sol e ainda hoje esta energia é a mais utilizada na secagem, principalmente quando se trata de grãos e sementes. A secagem solar tradicional é aquela realizada com o produto exposto a céu aberto sob condições ambientais normais (PARK, 2007). Este método de secagem tem baixo custo para sua implantação, e não necessita de mão de obra especializada.

De acordo com FERREIRA et al. (2008), este método que utiliza a energia solar apresenta-se como alternativa de grande interesse pelas suas qualidades e características de ser limpa, gratuita e de grande potencial, largamente disponível em todo território nacional e principalmente no Nordeste. Porém apresenta uma grande desvantagem, a sua utilização está condicionada às condições climáticas, não sendo adequado ao processamento de grandes volumes de grãos devido ao baixo rendimento e a vinculação do controle do processo a fatores climáticos (SILVA, 1995).

A secagem artificial tem a interferência do homem no sentido de melhorar e acelerar o processo através de recursos não-naturais controlados, apesar de ter um custo mais elevado do que o custo da secagem natural, este recurso é amplamente usado em grandes produções devido ao controle e a rapidez proporcionada por este processo.

Em se tratando de secagem artificial, FIOREZE (2004), apresenta quatro grandes grupos:

Secagem com ar quente: o ambiente é aquecido, direta ou indiretamente, e então passa pelo produto; o ar quente cede energia ao produto, o que acarreta a vaporização da água, que é retida pelo fluxo de ar.

Secador em contato com uma superfície quente: neste caso, a energia passa da superfície quente ao produto por condução, secando-o, e o vapor de água sai do secador em virtude da diferença de densidade.

Secagem a vácuo: alguns produtos não podem ter a temperatura muito elevada, principalmente para evitar a degradação das vitaminas, estes produtos necessitam secar em baixas temperaturas, o que se consegue em ambientes de baixa pressão, obtidos em estufas a vácuo.

Secagem a frio (liofilizador): nesse processo a água no interior do produto é congelada e então a pressão do sistema é reduzida. A água passa diretamente do estado sólido para vapor (sublimação), surgindo pequenos “túneis”, ou capilares vazios, mantendo o formato do produto *in natura*.

## **2.11 – Teorias de secagem**

MARTINAZZO et al. (2007) afirmam que varias teorias e formulas empíricas foram desenvolvidas para predizer a taxa de secagem. Dependendo do material que se está secando, a água pode movimentar-se no seu interior, por mecanismos diferentes.



Em produtos capilares porosos, como a maioria dos produtos de origem agrícola, os possíveis mecanismos de transporte de água se dão pelas seguintes teorias:

- Teoria difusional;
- Teoria capilar;
- Teoria de Luikov;
- Teoria de Philip e de Vries;
- Teoria de Krisher – Berger e Pei
- Teoria da condensação – evaporação.



De acordo com BROD (2003), os mecanismos mais importantes do movimento de água do interior do material até a superfície, são:

- Difusão líquida: ocorre devido à existência do gradiente de concentração;
- Difusão de vapor: ocorre devido ao gradiente de pressão de vapor, causado pelo gradiente de temperatura;
- Escoamento de Líquido e de vapor: ocorrem em razão da diferença de pressão externa, de concentração, capilaridade e alta temperatura.

O coeficiente de difusão ( $D_{ef}$ ) é uma difusividade efetiva que engloba os efeitos de todos os fenômenos que podem intervir sobre a migração da água e seu valor é sempre obtido pelo ajuste de valores experimentais. Pode-se entender a difusividade como a facilidade com que a água é removida do material. Como a difusividade varia conforme mudam as condições de secagem (Temperatura e velocidade do ar), ela não é intrínseca ao material; convencionou-se então, chamá-la de difusividade efetiva (OLIVEIRA et al., 2006).

A teoria da difusão líquida tem sido amplamente empregada na área de secagem, embora existam algumas suposições a serem consideradas para sua aplicação, como: redução do volume desprezada, não existência do efeito de capilaridade, equilíbrio térmico instantâneo com o ar e os efeitos da transferência de energia e massa de um corpo para outro, admitidos como desprezíveis. Os modelos teóricos que descrevem a taxa decrescente de secagem de um sólido consideram, geralmente, como mecanismo principal, a difusão baseada na segunda Lei de Fick, que expressa que o fluxo de massa

por unidade de área é proporcional ao gradiente de concentração de água (PARK et al., 2002; ROMERO-PEÑA & KIECKBUSCH, 2003).

## 2.12 – Modelos empíricos

O método empírico é um método de abordagem com base em dados experimentais e na análise adimensional. Os modelos empíricos de secagem apresentam uma relação direta entre o conteúdo médio de umidade e o tempo de secagem; omitem os fundamentos do processo de secagem e seus parâmetros não têm significado físico; conseqüentemente, não oferecem uma visão apurada dos processos importantes que ocorrem durante o fenômeno, embora descrevam as curvas de secagem para determinadas condições experimentais (KEEY, 1972); entre esses modelos, tem-se o de THOMPSON et al. (1968) e o de WANG & SINGH (1978), tradicionalmente utilizados nos estudos de secagem de produtos agrícolas e de alimentos.

Muita ênfase se tem dado ao desenvolvimento de modelos semi-teóricos, que concorrem para que haja harmonia entre a teoria e a facilidade de uso. Tais modelos se baseiam, de modo geral, na Lei de Newton para resfriamento aplicado à transferência de massa. Quando se aplica esta Lei, presume-se que as condições sejam isotérmicas e que a resistência à transferência de umidade se restrinja apenas à superfície do produto (BROOKER et al., 1992). Entre os modelos semi-teóricos, o modelo de Dois Termos, o de Henderson e Pabis, o de Lewis, o de Page e o de Page Modificado, têm sido amplamente utilizados (PANCHARIYA et al., 2002).

Em geral, os modelos empíricos descrevem bem a cinética de secagem, entretanto não permite a visualização da distribuição da umidade no interior do produto em um dado instante de tempo definido. Sendo assim não é possível observar as regiões onde ocorrem as maiores tensões hídricas, conseqüentemente não é possível obter controle das condições de secagem como forma de evitar qualquer tipo de dano ao produto durante o processo de secagem.

Existem inúmeros modelos utilizados para se estimar as curvas de secagem de produtos agrícolas, mesmo com limitações os modelos empíricos são muito encontrados na literatura. Na Tabela 2.3, podem ser observadas algumas equações empíricas mais conhecidas.



**Tabela 2.3** – Equações empíricas para a cinética de secagem de produtos agrícolas

Modelo	Equação
Newton	$R_u = \exp(-kt)$
Page	$R_u = \exp(-kt^n)$
Henderson & Pabis	$R_u = a \exp(-kt)$
Dois termos	$R_u = a \exp(-k_0t) + (1 - a) \exp(-Kat)$
Wang & Sing	$R_u = 1 + at + bt^2$
Midilli	$R_u = a \exp(-kt^n) + bt$
Aproximação da difusão	$R_u = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kbt)$
Thompson	$R_u = a \ln(X^*) + b [\ln(X^*)]^2$

Alguns dos modelos empíricos apresentados na Tabela 2.3 serão revisados a seguir.

### 2.12.1 – Newton

Muitos autores têm dado ao desenvolvimento de modelos empíricos, de modo geral, na Lei de Newton para resfriamento aplicado à transferência de massa (BROOKER et al., 1992).

$$R_u = \exp(-kt) \quad (2.1)$$

SILVA *et al.* (2008), usaram com o sucesso o modelo proposto por Newton no estudo da cinética de secagem de sementes de algaroba sem cápsula.

### 2.12.2 – Page

O modelo de PAGE (1949) é uma modificação do modelo exponencial com a introdução de um expoente “n” incorporado ao termo tempo da Eq. (2.1); este modelo vem sendo muito utilizado por vários pesquisadores para estimativa das curvas de

secagem de vários produtos agrícolas entre estes a banana (DIAMANTE & MUNRO, 1993).

$$Ru = \exp(-kt^n) \quad (2.2)$$

GUEDES & FARIAS (2000), utilizaram Page para estimar a curva de secagem de Urucum, Page ainda foi usado SIMAL et al. (2005), para prever as curvas de secagem do Kiwi em cubos desidratado em temperaturas que variaram entre 30 e 90 °C.

### 2.12.3 – Henderson & Pabis

$$Ru = a \exp(-kt) \quad (2.3)$$

O modelo, HENDERSON & PABIS (1961), foram usados por vários autores em seus experimentos para obter a curva da cinética de secagem de diversos produtos agrícolas.

MENGES & ERTEKIN (2006) utilizaram o modelo matemático de Henderson e Pabis, na predição das curvas de secagem de fatias de maçã nas temperaturas de 60, 70 e 80 °C.

### 2.12.4 – Dois termos

$$Ru = a \exp(b x) + c \exp(d x) \quad (2.4)$$

Vários autores utilizam a equação exponencial simples, com dois termos para ajustar aos dados das cinéticas de secagens de produtos agrícolas, a exemplo de CARLESSO et al. (2007).

### 2.12.5 – Modelo da aproximação da difusão

O modelo da aproximação da difusão também é muito utilizado na secagem de diferentes produtos agrícolas, exemplo é o trabalho de (CORRÊA et al., 2007), que

estudou a modelagem matemática para a descrição do processo de secagem de feijão (*Phaseolus vulgaris* L.).

$$R_u = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kbt) \quad (2.5)$$

### 3 – MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 – Metodologia experimental

O presente trabalho foi realizado no Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas da Unidade Acadêmica de Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Campina Grande, no estado da Paraíba.

##### 3.1.1 – Matéria-prima

A banana, matéria-prima para realização deste trabalho foi a *Musa acuminata* subgrupo Cavendish cv nanica, como pode ser vista na Figura 3.1, foi Adquirida na feira da Prata, localizada no bairro de mesmo nome, no município de Campina Grande, advindas do município de Alagoa Nova, Paraíba.



**Figura 3.1** – Cacho de banana nanica



### 3.1.2 – Material experimental utilizado

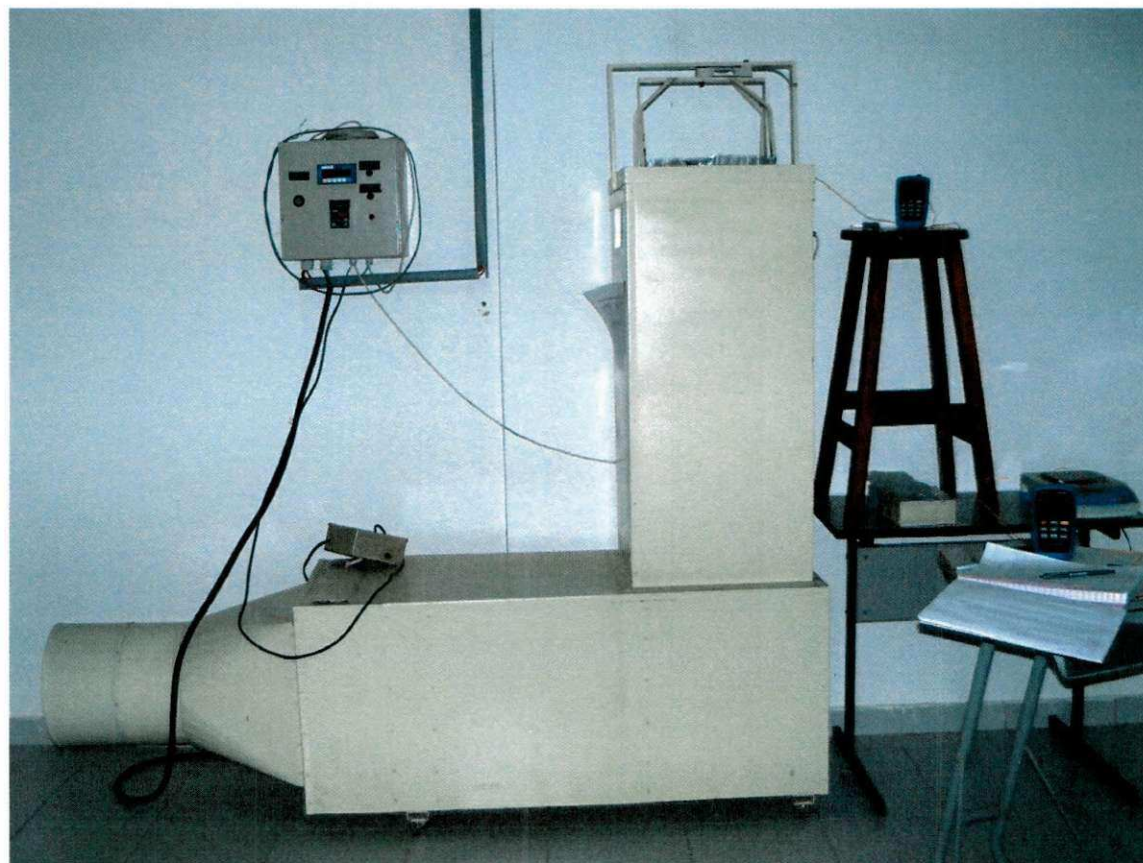
Para realização da medição do diâmetro, foi utilizado um paquímetro digital TDS da marca Digimess, modelo 100.174 L, com resolução de 0,01 mm e fundo de escala de 150 mm.

Para medição do comprimento da banana foi utilizado uma trena de 0,50 m.

A temperatura e a umidade relativa do ar no ambiente foi medida por um termo-higrômetro digital da Minipa modelo MTH 1362W.

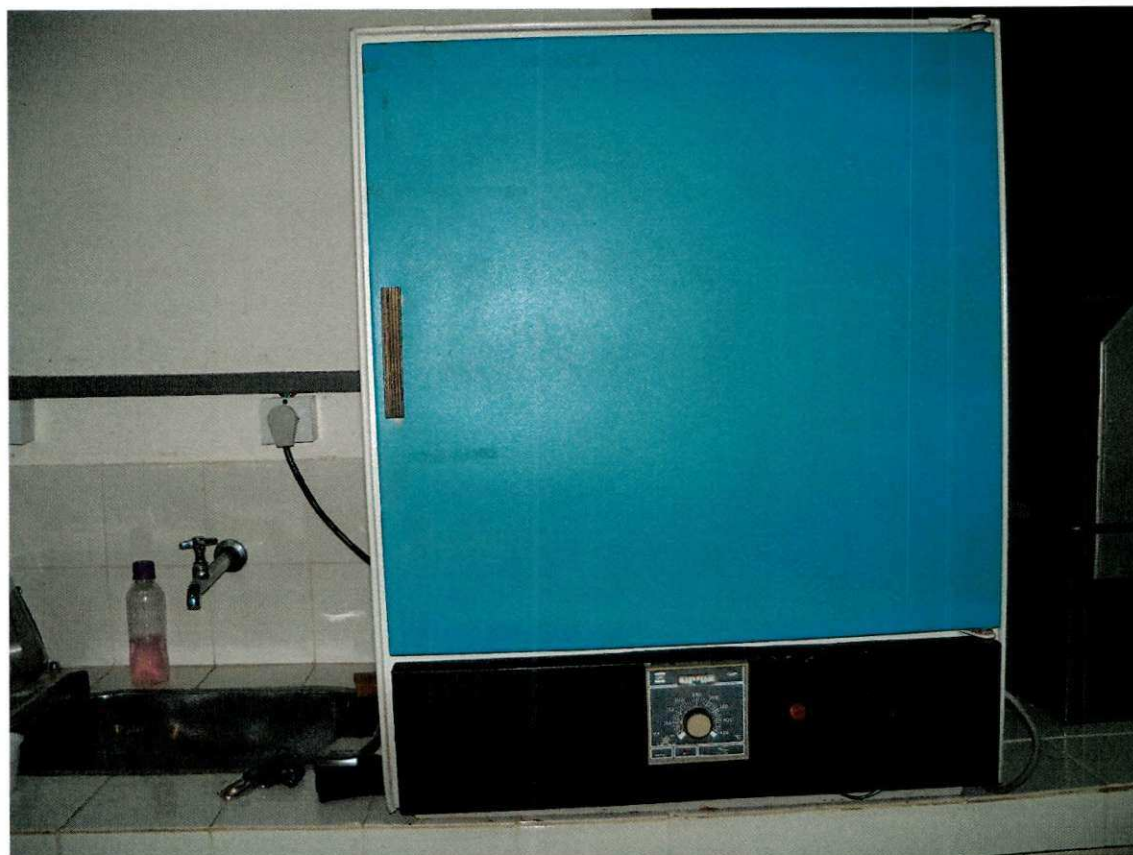
Foi utilizada uma balança digital da marca Diagtech, resolução de 0,001 g com capacidade máxima de 510 g, para realização das pesagens das bananas.

As secagens foram realizadas em um secador convectivo de fluxo vertical, peneiras removíveis, “Secador de sementes de laboratório da SELETC”, modelo S.S.4500 W, figura 3.2.



**Figura 3.2** – Secador de sementes de leito fixo

Foi utilizada ainda uma estufa com circulação de ar para obtenção da massa seca da banana.



**Figura 3.3** – Estufa utilizada

### **3.1.3 – Procedimentos experimentais**

As bananas foram adquiridas quando as cascas ainda estavam totalmente verdes, amadurecendo naturalmente e foram levadas para o LAPPA em cachos, sendo em seguida despencadas e posteriormente selecionadas, os frutos com algum tipo de dano mecânico foram desprezados, os frutos considerados bons foram colocados em cestos, deixados a temperatura ambiente.

O grau de maturação escolhido para realização deste trabalho foi o amarelo com muitas pintas pretas de acordo com a escala sete (7) da classificação de Haendler, como visto na Figura 3.4.



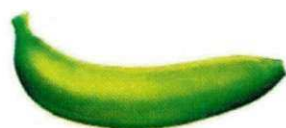
**1 Totalmente verde**

- Esta é a cor da banana, quando ainda está na bananeira, e ocorre a retirada.



**2 Verde claro**

- Após a retirada, o processo de maturação se inicia.



**3 Metade verde ,metade amarela**

- Neste ponto a banana começa a ficar amarelada, quase pronta para comercialização



**4 Mais amarela que verde**

- A banana está pronta para ser comercializada, estágio de atração para o consumidor.



**5 Amarelo com pontas verdes**

- Fase inicial de amadurecimento.



**6 Completamente amarela**

- Boa em sabor e apresentacional.



**7 Amarela com pintas pretas**

- Esta é a coloração com melhor sabor, devido à grande concentração de açúcar e boa consistência, e automaticamente fase final amadurecimento.

**Figura 3.4.** Escala de maturação da banana

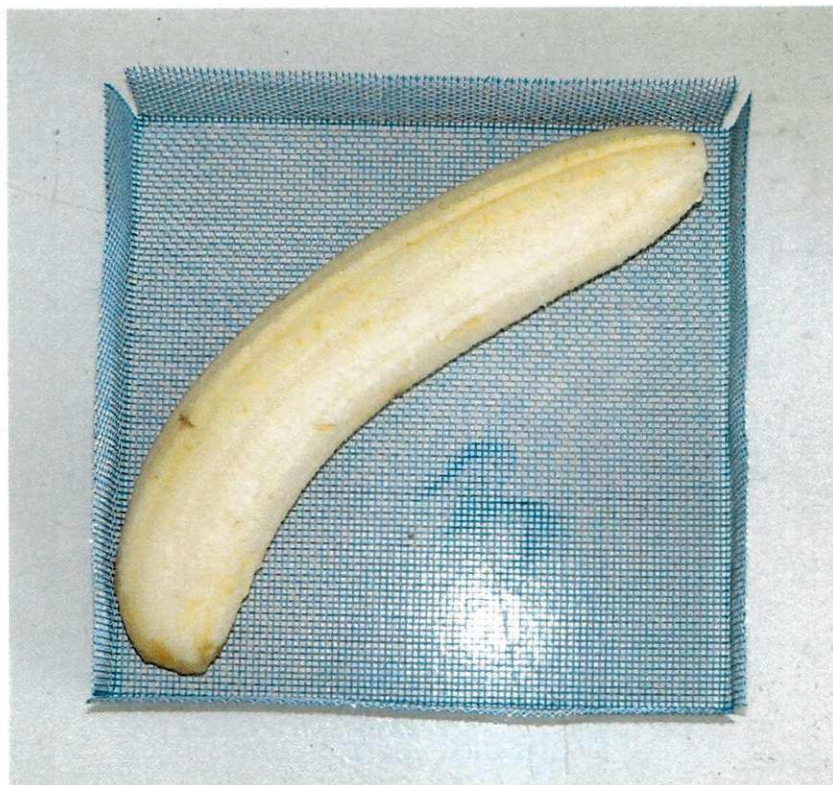
Fonte: HANDLER (1964)

Quando os frutos atingiram o grau de maturação desejado, as bananas foram descascadas e a cascas desprezadas, como ser visto nas Figuras 3.5 e 3.6. Em seguida foi realizada uma nova seleção dos frutos, procurando obter aquelas com diâmetro entre 26 e 34 mm, e comprimento médio de 157 mm.





**Figura 3.5** – Grau de maturação das bananas



**Figura 3.6** – Padrão da banana descascada

Após a seleção as bananas foram colocadas em cestos de tela fina de alumínio, medindo 13 x 13 cm. O cesto foi inicialmente pesado e, em seguida o conjunto (banana + cesto) foi pesado também, para anotação do peso inicial. Observa-se na Figura 3.7.





**Figura 3.7** – Banana disposta no cesto

O cesto foi colocado na bandeja do secador previamente regulado para a temperatura de 40 °C seguindo-se de regulagens para a temperatura do ar de secagem a 50, 60 e 70 °C. e velocidade do ar de secagem de 1,5 m/s, medido através de anemômetro de palheta de leitura digital, marca Instrutemp, modelo MDA-II, em todos os experimentos.

Durante o processo de secagem a perda de água foi determinada através da utilização do método gravimétrico. Inicialmente, o produto foi pesado a cada 5 min por aproximadamente 2 h. Seguido de pesagens a cada 10, 15, 20, 25, 30 min, depois realizadas em espaços de tempo de 1, 2, 4, 6, 12 e 24 h até o final do processo, ou seja, até que o produto atingisse seu teor de água de equilíbrio, este obtido por meio de três pesagens consecutivas, de forma a possibilitar o cálculo da razão de umidade da banana. Em paralelo as pesagens foram ainda realizadas medições do raio e comprimento.

No mesmo espaço de tempo que foram realizadas leituras da perda de água também foram obtidos dados da temperatura e da umidade relativa do ar ambiente. No final de cada experimento foram calculadas as médias para temperatura bem como para umidade relativa do ar ambiente.

### 3.1.4 – Medidas efetuadas

O experimento foi realizado até atingir a massa de equilíbrio. Para determinar a massa das bananas, a massa do cesto foi subtraída da massa total.

Realizado a medida e o cálculo das propriedades psicrométricas do ar, as informações relacionadas a umidade relativa do ar de secagem, temperatura e velocidade do ar de secagem.

Alcançado o teor de umidade de equilíbrio, as amostras foram deixadas por um período de 24 h no secador, para determinar a massa seca, as amostras foram levadas para a estufa a uma temperatura de 105 °C por 6 h. Depois as amostras foram levadas para o dessecador até atingir a temperatura ambiente, sendo obtida então a massa seca, o que possibilitou determinar os teores de umidade.

Com os dados da massa  $m$  e da massa seca  $m_s$ , foram determinados o teor de umidade em base seca  $X$ , calculados pela expressão:

$$X_{(bs)} = \frac{m - m_s}{m_s} \quad (3.1)$$

Nas análises a serem realizadas neste trabalho, a razão de umidade é definida como:

$$RU = \frac{X - X_{eq}}{X_i - X_{eq}} \quad (3.2)$$

Os dados obtidos para as secagens de bananas inteiras com a temperatura do ar de secagem em 40, 50, 60 e 70 °C são apresentados nas Tabelas de A1 até A4, em Apêndice a este trabalho.

### 3.2 – Modelos empíricos para a descrição da cinética de secagem

Para o ajuste matemático das curvas de secagem da banana foram utilizadas as equações, como se observa na tabela 3.3.

**Tabela 3.1** – Modelos empíricos utilizados no presente trabalho

Nº	Modelo	Equação
1	Newton	$Ru = \exp(-kt)$
2	Page	$Ru = \exp(-kt^n)$
3	Henderson & Pabis	$Ru = a \exp(-kt)$
4	Aproximação da Difusão	$Ru = a \exp(-k_0t) + (1 - a) \exp(-Kat)$
5	Dois termos	$Ru = a \exp(b x) + c \exp(d x)$

### 3.2.1 – Newton

$$Ru = \exp(-kt) \quad (3.3)$$

em que:

Ru – Razão de umidade

k – Coeficiente da equação

t – tempo (min)

### 3.2.2 – Page

$$Ru = \exp(-kt^n) \quad (3.4)$$

em que:

Ru – razão de umidade

n – Coeficiente da equação

k – Coeficiente da equação

t – tempo (min)

### 3.2.3 – Henderson & Pabis

$$Ru = a \exp(-kt) \quad (3.5)$$

em que:

Ru – Razão de umidade

a – Coeficiente da equação

k – Coeficiente da equação

t – tempo (min)

### 3.2.4 – Modelo de aproximação da difusão

$$Ru = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kbt) \quad (3.6)$$

em que:

Ru – Razão de Umidade

a – Coeficiente da Equação

b – Coeficiente da Equação

k - Coeficiente da Equação

t – Tempo (min)

### 3.2.5 – Dois termos

$$Ru = a \exp(b x) + c \exp(d x) \quad (3.7)$$

em que:

Ru – razão de umidade

a – Coeficiente da equação

b – Coeficiente da equação

c – Coeficiente da equação

d – Coeficiente da equação

t – tempo

Os cinco modelos empíricos apresentados foram aplicados aos dados experimentais, utilizando o programa computacional Lab Fit Curve Fitting Software disponível na Internet em [www.labfit.net](http://www.labfit.net).

Na avaliação da representatividade dos modelos foram adotados o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e o qui-quadrado ( $\chi^2$ ). Quanto menor for o  $\chi^2$  e mais próximo de 1 for valor de  $R^2$ , melhor será o ajuste da equação aos dados experimentais.

### 3.3 – Modelos de difusão

Dois modelos de difusão líquida serão empregados para descrever o processo de secagem. O primeiro deles pressupõe condição de contorno do primeiro tipo (condição de contorno prescrita) enquanto que o segundo pressupõe condição de contorno do terceiro tipo (condição de contorno convectiva). Os aspectos teóricos que serão apresentados a seguir tem por base o trabalho de Silva et al. (2009) onde a solução analítica da equação de difusão com condição de contorno prescrita é apresentada, e o trabalho de Silva et al. (2010) onde a solução analítica para a condição de contorno convectiva é apresentada e discutida.

#### 3.3.1 – A equação de difusão

A equação de difusão foi usada para descrever o processo de secagem de bananas, e tal equação pode ser escrita como (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992; LIMA, 1999; BIRD et al., 2001; MALISKA, 2004):

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla X), \quad (3.8)$$

onde  $X$  é o teor de umidade em base seca,  $t$  é o tempo, e  $D$  é a difusividade efetiva da água.

#### 3.3.2 – Soluções analíticas da equação de difusão

Para resolver a Equação (3.8), devem ser definidas as condições iniciais e de contorno. Para resolvê-la analiticamente, devem-se estabelecer algumas hipóteses:

- o mecanismo de transporte de água no interior do sólido é somente difusão líquida;
- a distribuição de umidade inicial deve ser uniforme;
- as dimensões do sólido não variam durante a difusão de água;

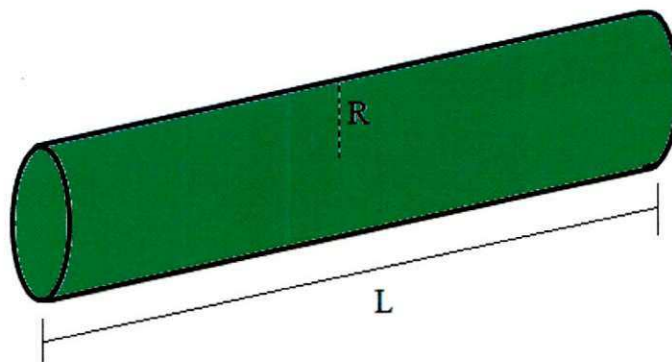


- o coeficiente de transferência convectiva de massa é constante durante a difusão de água;
- a difusividade efetiva da água não varia durante a difusão;
- o sólido é considerado homogêneo e isotrópico.

Várias soluções analíticas, considerando as hipóteses acima, podem ser obtidas para diversas geometrias através de separação de variáveis. As soluções para um cilindro infinito, com condições de contorno do primeiro e do terceiro tipo, serão apresentadas a seguir.

### 3.3.3 – Cilindro infinito

As soluções analíticas a serem apresentadas neste trabalho para a Equação (3.8) são referentes ao cilindro infinito, conforme é mostrado na Figura 3.8.



**Figura 3.8** – Cilindro infinito: raio R muito menor que o comprimento L.

Supondo  $R \ll L$ , a Equação (3.8) pode ser reescrita em coordenadas cilíndricas da seguinte forma:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r D \frac{\partial X}{\partial r} \right). \quad (3.9)$$

### 3.3.4 – Solução analítica para a condição de contorno de equilíbrio

A primeira solução analítica apresentada para a Eq. (3.9) é referente à condição de contorno de equilíbrio, também chamada de condição do contorno do primeiro tipo ou prescrita, ou ainda de condição de contorno de Dirichlet.

Para um cilindro homogêneo de raio  $R$ , com umidade inicial uniformemente distribuída  $X_i$ , com teor de umidade de equilíbrio  $X_{eq}$ , a solução  $X(r,t)$  da Eq. (3.9) é obtida por separação de variáveis, conforme Luikov (1968) e Crank (1992):

$$X(r, t) = X_{eq} - (X_{eq} - X_i) \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\mu_n r/R) \exp(-\mu_n^2 \frac{D_{ef}}{R^2} t), \quad (3.10)$$

onde

$$A_n = \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)} \quad (3.11)$$

em que  $\mu_n$  é obtido através da seguinte equação característica:

$$J_0(\mu_n) = 0, \quad (3.12)$$

sendo  $J_0$  e  $J_1$  as funções de Bessel de primeiro tipo de ordens 0 e 1, respectivamente. Vale salientar que  $\mu_n$  são as raízes da função de Bessel de primeiro tipo com ordem 0; e algumas destas raízes são apresentadas na Tab. 3.4.

**Tabela 3.2** – Primeiras 20 raízes da função de Bessel de primeiro tipo e de ordem zero.

n	$\mu_n$
1	2,4048256
2	5,5200781
3	8,6537279
4	11,7915344
5	14,9309177
6	18,0710640
7	21,2116366
8	24,3524715
9	27,4934791
10	30,6346065
11	33,7758202
12	36,9170984
13	40,0584258
14	43,1997917
15	46,3411884
16	49,4826099
17	52,6240518
18	55,7655108
19	58,9069839
20	62,0484692

Uma observação da Tabela 3.4 possibilita perceber que, para valores suficientemente grandes de n, a diferença entre duas raízes consecutivas é igual a  $\pi$ , isto é:  $\mu_n - \mu_{n-1} = \pi$ . Naturalmente, esta constatação possibilita prosseguir no preenchimento da Tab. 3.4 já que, com a informação anterior, pode-se pressupor que a trigésima primeira raiz vale 96,6053; a trigésima segunda é igual a 99,7469; e assim por diante.

Retornando à Eq. (3.10), deve ser observado que  $X(r,t)$  é o teor de umidade em base seca numa posição r com relação ao eixo central do cilindro, num instante t,  $X_{eq}$  é o teor de umidade para  $t \rightarrow \infty$ ;  $X_i$  é o teor de umidade para  $t = 0$ ; R é o raio do cilindro e  $D_{ef}$  é a difusividade efetiva.

A expressão para o valor médio do teor de umidade, num instante t, é dada da seguinte forma:

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{V} \int X(r,t) dV. \quad (3.13)$$



A solução da equação de difusão para o valor médio  $\bar{X}(t)$  num sólido cilíndrico em um instante  $t$  é obtida pela substituição da Eq. (3.10) na Eq. (3.13), e é dada por:

$$\bar{X}(t) = X_{eq} - (X_{eq} - X_i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\mu_n^2} \exp(-\mu_n^2 \frac{D_{ef}}{R^2} t). \quad (3.14)$$

Para fins de aplicação neste trabalho, os duzentos primeiros termos da série infinita são utilizados.

### 3.3.5 – Otimizador para a solução analítica com condição de contorno de equilíbrio

Silva et al. (2009) propuseram um algoritmo para um otimizador usando a varredura do domínio para a determinação da difusividade de água, para secagens descritas pela equação de difusão com condição de contorno de equilíbrio. A função objetivo definida pelos autores foi o qui-quadrado referente ao ajuste da curva simulada aos dados experimentais (BEVINGTON e ROBINSON, 1992; TAYLOR, 1997; SILVA et al., 2009):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} [\bar{X}_i^{\text{exp}} - \bar{X}_i^{\text{ana}}(D_{ef})]^2 \frac{1}{\sigma_i^2}, \quad (3.15)$$

onde  $\bar{X}_i^{\text{exp}}$  é o teor de umidade médio medido experimentalmente, referente ao ponto  $i$ ;  $\bar{X}_i^{\text{ana}}(D_{ef})$  é o teor de umidade médio correspondente ao ponto  $i$  obtido através da solução analítica da equação de difusão;  $\sigma_i$  é o desvio padrão do teor de umidade médio medido experimentalmente, relativo ao ponto  $i$ ;  $D_{ef}$  é a difusividade efetiva e  $N_p$  é o número de pontos experimentais. Para a condição de contorno do primeiro tipo, o qui-quadrado depende de um único parâmetro de processo, que é a difusividade efetiva. Assim, para cada conjunto de dados experimentais, um “ $D_{ef}$ ” ótimo pode ser determinado através da minimização do qui-quadrado, usado como função objetivo. Se  $\sigma_i$  não for conhecido, ou seja, se não for obtido nos experimentos realizados, este parâmetro deve ser feito igual a 1 para todos os pontos experimentais, isto é, todos os pontos devem ter o mesmo peso estatístico  $1/\sigma_i^2$ .

A Equação (3.15) dá o qui-quadrado em função do valor da difusividade, que é o parâmetro que se deseja determinar. No algoritmo proposto por Silva et al. (2009), não é necessário que o usuário atribua um valor inicial ao parâmetro a ser determinado, e nem que se estipule um intervalo de busca por “ $D_{ef}$ ” ótimo. Essencialmente, Silva et al. (2009) propuseram os seguintes passos:

1) Inicialmente é atribuído um valor próximo de zero ( $1 \times 10^{-20}$ ) para  $D_{ef}$ , que é substituído na Eq. (3.14) com certa quantidade de termos da série. Assim,  $\bar{X}_i^{ana}(D_{ef})$  pode ser calculado nos tempos de interesse, o que possibilita determinar  $\chi^2$  para um conjunto de dados experimentais através da Eq. (3.15). Então, o valor de  $D_{ef}$  é dobrado, e um novo  $\chi^2$  é calculado. O novo qui-quadrado é comparado com o valor anterior. Se o novo valor for menor,  $D_{ef}$  é dobrado novamente, e outro valor para  $\chi^2$  é calculado, seguindo-se a comparação com o valor anterior. Este procedimento é repetido até que o último  $\chi^2$  calculado seja maior que o valor anterior. Dessa forma, o antepenúltimo e o último valores da  $D_{ef}$ , respectivamente denotados por  $D_a$  e  $D_b$ , definem uma região grosseira que contém o valor mínimo de  $\chi^2$ .

2) O intervalo definido pelo antepenúltimo e o último valores de  $D_{ef}$  é dividido por um inteiro  $n$ , estabelecendo-se novos valores para a difusividade efetiva. Tais valores são substituídos na solução da equação de difusão, seguindo-se o cálculo de  $\bar{X}_i^{ana}(D_{ef})$ , o que possibilita determinar  $\chi^2$  através da Eq. (3.15). Cada novo  $\chi^2$  deve, então, ser comparado com o valor calculado anteriormente, até que um novo mínimo seja determinado.

3) O passo 2 é repetido até que um critério de convergência para a difusividade efetiva seja atingido.

### **3.3.6 – Solução analítica para a condição de contorno convectiva**

Nesta nova análise, a condição de contorno suposta para o cilindro infinito é a convectiva, também chamada de condição do contorno do terceiro tipo ou ainda de condição de contorno de Cauchy. Esta condição é expressa através da imposição de igualdade entre o fluxo interno (difusivo) no contorno do cilindro infinito e o fluxo externo (convectivo) nas vizinhanças deste contorno:

$$-D_{ef} \frac{\partial X(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=R} = h \left[ X(r,t) \Big|_{r=R} - X_{eq} \right], \quad (3.16)$$

Para um cilindro homogêneo, de raio  $R$ , com umidade inicial uniformemente distribuída  $X_i$ , com teor de umidade de equilíbrio  $X_{eq}$ , a solução  $X(r,t)$  da Equação (3.9), para a condição de contorno definida pela Eq. (3.16), é obtida por separação de variáveis (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992; SILVA, 2010) e resulta em:

$$X(r,t) = X_{eq} - (X_{eq} - X_i) \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\mu_n r/R) \exp(-\mu_n^2 \frac{D_{ef}}{R^2} t), \quad (3.17)$$

em que

$$A_n = \frac{2Bi}{J_0(\mu_n)[\mu_n^2 + Bi^2]} \quad (3.18)$$

Substituindo a Equação (3.17) na Equação (3.13), a expressão para o teor de umidade médio é obtida para o cilindro infinito:

$$\bar{X}(t) = X_{eq} - (X_{eq} - X_i) \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 \frac{D_{ef}}{R^2} t) \quad (3.19)$$

onde  $\bar{X}(t)$  é o teor de umidade médio no instante  $t$ ;  $X_{eq}$  é o teor de umidade de equilíbrio ( $t \rightarrow \infty$ );  $X_0$  é o teor de umidade inicial ( $t = 0$ );  $R$  é o raio do cilindro;  $D_{ef}$  é a difusividade efetiva e  $t$  é o tempo de secagem. O coeficiente  $B_n$  é dado por

$$B_n = \frac{4Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 + \mu_n^2)} \quad (3.20)$$

em que  $Bi$  é o número de Biot para a transferência de massa, e é definido da seguinte forma:

$$Bi = \frac{hR}{D}, \quad (3.21)$$

onde  $h$  é o coeficiente de transferência convectiva de massa. As raízes  $\mu_n$  são calculadas a partir da equação característica para o cilindro infinito, que é dada por

$$\frac{J_0(\mu_n)}{J_1(\mu_n)} = \frac{\mu_n}{Bi}. \quad (3.22)$$

A Equação (3.22) é uma equação transcendental e pode ser expressa na forma

$$J_0(\mu_n)Bi - \mu_n J_1(\mu_n) = 0 \quad (3.23)$$

onde  $J_0$  e  $J_1$  são as funções de Bessel do primeiro tipo e ordens zero e um, respectivamente.

Então, tal equação pode ser resolvida numericamente para qualquer número de Biot de interesse. No presente trabalho, as primeiras 16 raízes da Equação (3.23) foram determinadas para vários números de Biot distintos, cobrindo a região de 0 (correspondendo a uma resistência infinita ao fluxo interno de água na superfície) até 200 (que em termos práticos corresponde à uma condição de contorno de equilíbrio na superfície).

### 3.3.7 – Otimizador para a solução analítica com condição de contorno convectiva

Quando a condição de contorno for convectiva, a Eq. (3.19) tem que ser utilizada na descrição da cinética de secagem de sólidos cilíndricos. Dessa forma, a função objetivo a ser minimizada passa a ser expressa do seguinte modo (SILVA et al., 2010):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} [\bar{X}_i^{\text{exp}} - \bar{X}_i^{\text{ana}}(D_{\text{ef}}, Bi)]^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (3.24)$$

A função objetivo, dada pela Eq. (3.24), depende da difusividade efetiva e também do número de Biot para transferência de massa ou, equivalentemente, do coeficiente de transferência convectiva de massa. Por outro lado, para um número de Biot especificado, a Eq. (3.24) passa a ser função apenas da difusividade efetiva. Dessa forma, a Eq. (3.24) torna-se equivalente à Eq.(3.15). Então, o otimizador desenvolvido por Silva et al. (2009) pode ser aplicado na minimização da Eq. (3.24), determinando-se um valor ótimo para a difusividade efetiva referente ao número de Biot especificado. Admitindo que a difusividade efetiva  $D_{ef}$  e o coeficiente de transferência convectiva de massa  $h$  sejam parâmetros independentes entre si, o procedimento de minimização apresentado pode ser repetido para todos os 452 números de Biot que foram especificados para cobrir o domínio de 0 até 200. Após a varredura de todos os números de Biot, deve ser feita a identificação do menor qui-quadrado entre os 452 mínimos determinados. Vale salientar que, como todo o domínio do número de Biot para a transferência de massa é varrido, não é necessário que valores iniciais ou faixas de valores sejam estipulados para a busca por valores ótimos para  $D_{ef}$  e  $Bi_e$ , conseqüentemente,  $h$ .

Uma vez que a difusividade efetiva e o número de Biot tenham sido determinados através deste último algoritmo de otimização proposto para um conjunto de dados experimentais, a Eq. (3.17) pode ser usada para determinar a distribuição do teor de umidade no sólido cilíndrico como função do raio  $r$ , entre 0 e  $R$ , para um dado instante de tempo. Já a Eq. (3.19) deve ser usada para descrever a cinética de secagem do produto considerado.

Os softwares “Prescribed” e “Convective”, cujos arquivos de ajuda são apresentados em Anexo, utilizam a teoria apresentada neste trabalho. Nestes softwares, os otimizadores apresentados são acoplados às soluções analíticas referentes ao cilindro infinito. Tais softwares foram desenvolvidos em um computador Intel Pentium IV com 1 GB (RAM), e a compilação do código fonte foi feita no estúdio Compaq Visual Fortran (CVF) 6.6.0 Professional Edition, usando uma opção de programação denominada QuickWin Application, enquanto que a plataforma foi Windows XP. Por outro lado, as soluções analíticas da equação de difusão para o cilindro infinito com condição de contorno convectiva foram dadas pelos 16 primeiros termos das Eqs. (3.17) e (3.19), que relacionam o valor de  $X$  com um dado instante  $t$ . O critério de convergência estipulado para a determinação da difusividade e do número de Biot

especificado foi de  $1 \times 10^{-15}$ . Os dois softwares mencionados foram usados neste trabalho para determinar os parâmetros de processo e simular as cinéticas de secagem de bananas. A distribuição de umidade no interior do produto foi predita através do software “Contour Plot” (SILVA, 2011).

A análise estatística dos resultados obtidos foi feita através do LAB Fit Curve Fitting Software ([www.labfit.net](http://www.labfit.net)). Na análise dos resultados, foram utilizados como indicadores estatísticos o coeficiente de determinação  $R^2$  e o qui-quadrado  $\chi^2$  (BEVINGTON e ROBINSON, 1992; TAYLOR, 1997).

A equação de Arrhenius (SILVA et al., 2008; SILVA et al., 2009) foi usada para determinar a difusividade como função da temperatura do ar de secagem:

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_a}{R(T + 273,15)}\right) \quad (3.25)$$

onde  $E_a$  é a energia de ativação ( $\text{KJ mol}^{-1}$ ); a constante  $R$  é a constante universal dos gases ( $8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ );  $T$  é a temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) e  $D_0$  é o fator pré-exponencial ( $\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$ ).

Para a determinação do coeficiente de transferência convectiva de massa em função da temperatura do ar de secagem, uma equação do tipo Arrhenius pode ser proposta conforme a Equação (3.26), dada a seguir:

$$h = a \exp\left(-\frac{b}{(T + 273,15)}\right) \quad (3.26)$$

Uma vez que os parâmetros de processo  $D$  e  $h$  tenham sido determinados por otimização para cada temperatura do ar de secagem, os parâmetros das Equações (3.25) e (3.26) serão determinados através de regressões não-lineares.

## 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão apresentados os principais resultados obtidos na descrição da cinética de secagem de bananas inteiras, usando modelos empíricos e de difusão. Em adição, será feita uma análise detalhada dos resultados obtidos através do modelo de difusão com a condição de contorno do terceiro tipo.

### 4.1 – Condições ambientais e temperatura de secagem

As informações referentes à secagem convectiva de bananas para as quatro temperaturas estudadas, ar de secagem e ar ambiente, umidade relativa e velocidade do ar de secagem são apresentadas na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1** – Dados das condições do ar de secagem (temperatura, umidade relativa do ar e velocidade do ar de secagem) e do ar ambiente (temperatura e umidade relativa).

Ar de secagem			Ar ambiente	
T (°C)	$\bar{UR}$ %	v (m s <sup>-1</sup> )	$\bar{T}_a$ (°C)	$\bar{UR}$ %
40,0	30,5	1,59	29,5	52,0
50,0	20,3	1,84	30,3	59,3
60,0	10,4	1,70	30,2	48,3
70,0	6,6	1,50	30,1	48,4

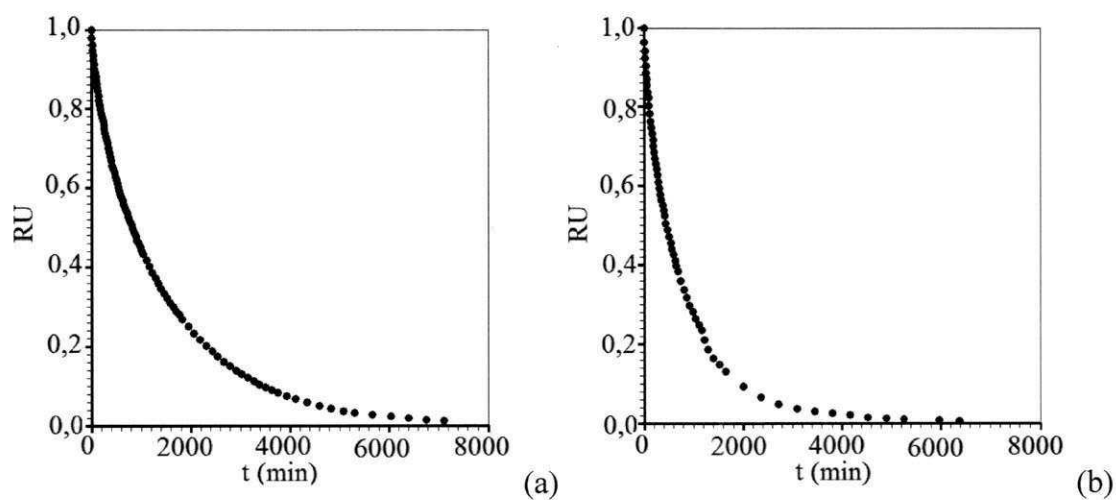
Todas as informações referentes à secagem da banana, tais como, comprimento e diâmetro do produto, teores de umidade de equilíbrio, inicial e final bem como o tempo de secagem para cada temperatura podem ser vistas na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2** – Dados sobre a banana, incluindo o tempo de secagem

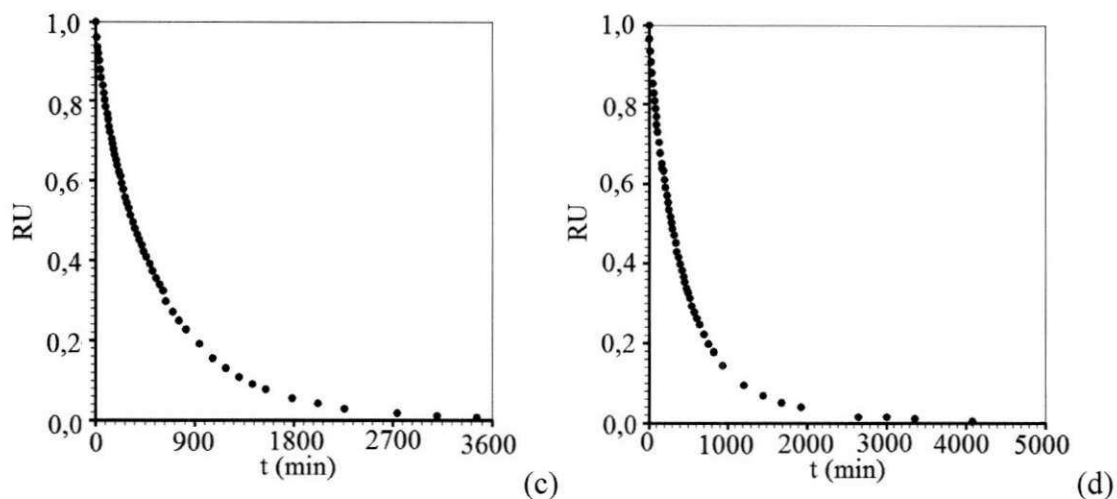
T (°C)	C (mm)	d (mm)	X <sub>eq</sub> (bs)	X <sub>i</sub> (bs)	X <sub>f</sub> (bs)	t (min)
40	179,00	31,48	0,1352	3,2162	0,4156	3625
50	141,00	29,80	0,1213	3,4336	0,4260	2005
60	143,00	29,54	0,1075	3,1420	0,3836	1420
70	165,00	30,60	0.0936	2,8990	0,3545	1200

#### 4.2 – Razões de Umidade

As razões de umidade foram determinadas em cada instante, conforme foi estabelecido nos capítulos anteriores, e os resultados obtidos para as quatro temperaturas do ar de secagem são apresentados nas Tabelas de A1 até A4 em Apêndice deste trabalho, e na Figura 4.1.







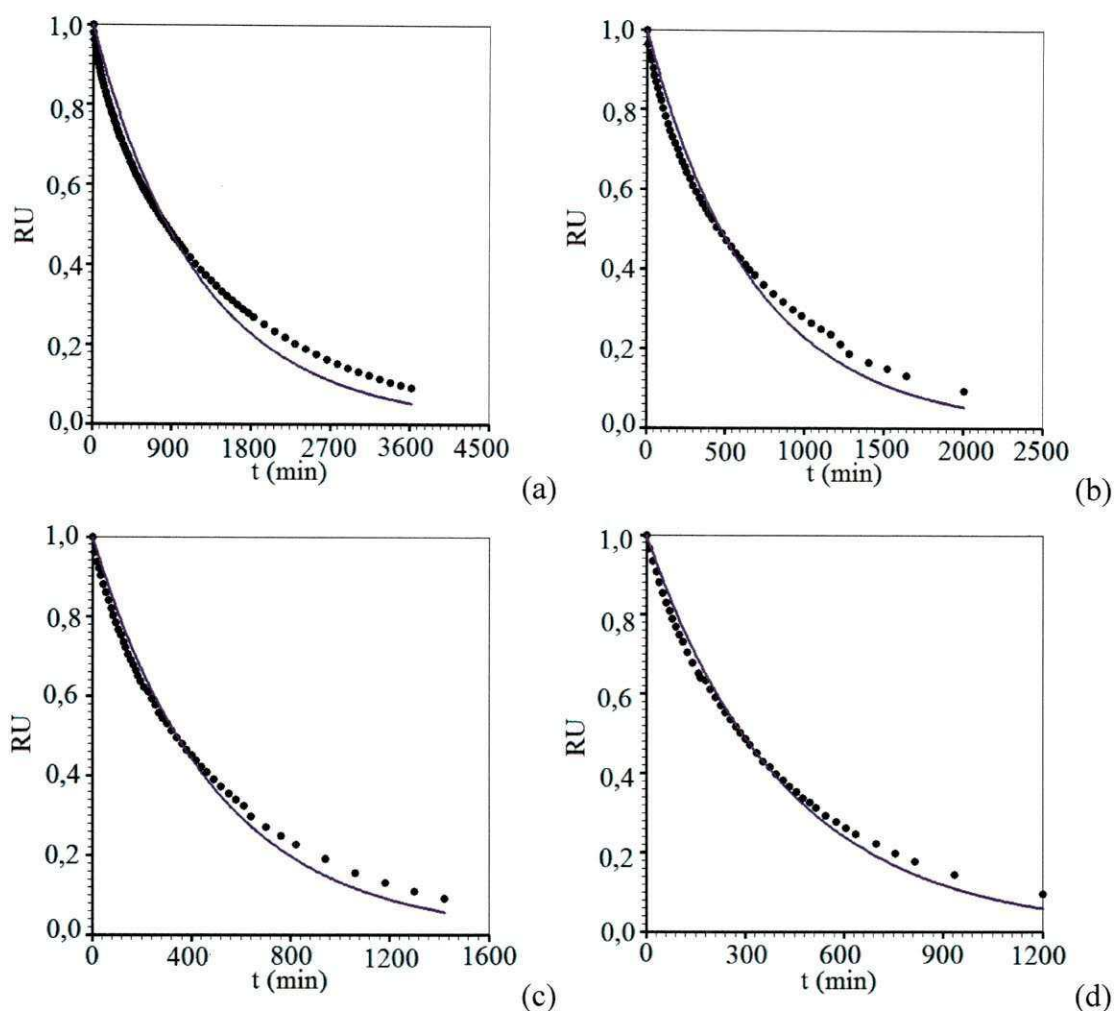
**Figura 4.1** – Dados da secagem de bananas inteiras para as temperaturas do ar de secagem de: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C

Na Figura 4.1 percebe-se que os processos de secagem foram acompanhados até o equilíbrio, apesar das análises de tais processos serem realizadas até cerca de  $RU = 0,1$ , evitando, assim, a região de transição vítrea.

### 4.3 – Cinéticas de secagem utilizando modelos empíricos

#### 4.3.1 – Equação de Newton

Em regressão não linear, os valores iniciais dos parâmetros a serem determinados devem ser informados. No presente caso, o valor inicial do parâmetro de ajuste, para as quatro temperaturas, foi estabelecido como  $a_0 = 1,0 \times 10^{-4}$ . Os resultados dos ajustes para as quatro temperaturas podem ser observados através da Figura 4.2.



**Figura 4.2** – Cinéticas de secagem descritas pela equação de Newton para as temperaturas do ar de secagem de: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C.

Na Tabela 4.3 são dados os valores do parâmetro “a” para cada temperatura, bem como a sua incerteza, e também os indicadores estatísticos.

**Tabela 4.3** – Resultados da equação de Newton

T (°C)	$a \times 10^3$	$R^2$	$\chi^2$
40,0	$0,826 \pm 0,014$	0,996107	0,141144
50,0	$1,483 \pm 0,030$	0,995560	0,078969
60,0	$2,036 \pm 0,032$	0,997310	0,043667
70,0	$2,383 \pm 0,031$	0,997888	0,002383

Observa-se através dos gráficos da Figura 4.2, bem como nos indicadores estatísticos da Tabela 4.3, que o modelo de Newton é apenas razoável na descrição das cinéticas de secagem de bananas inteiras.

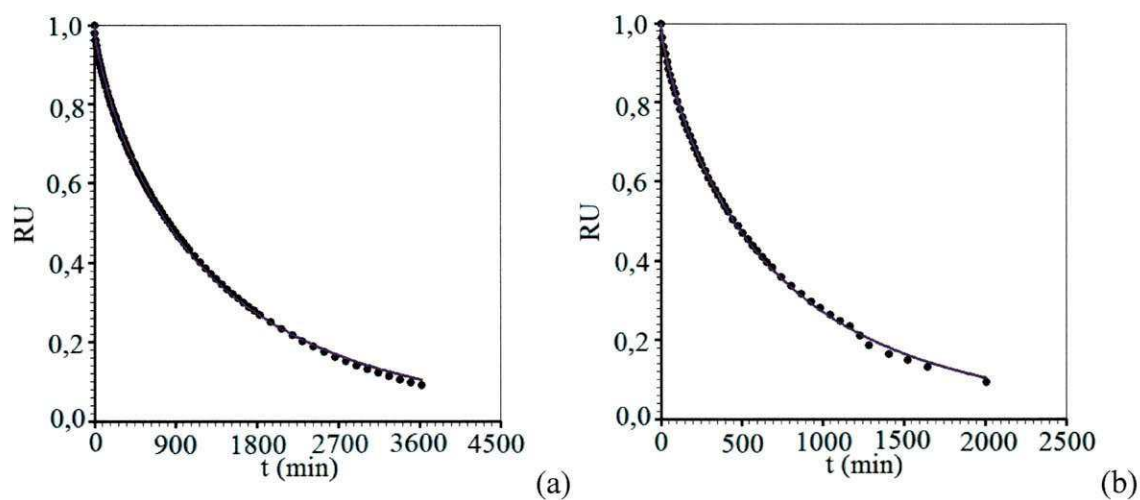
### 4.3.2 – Equação de Page

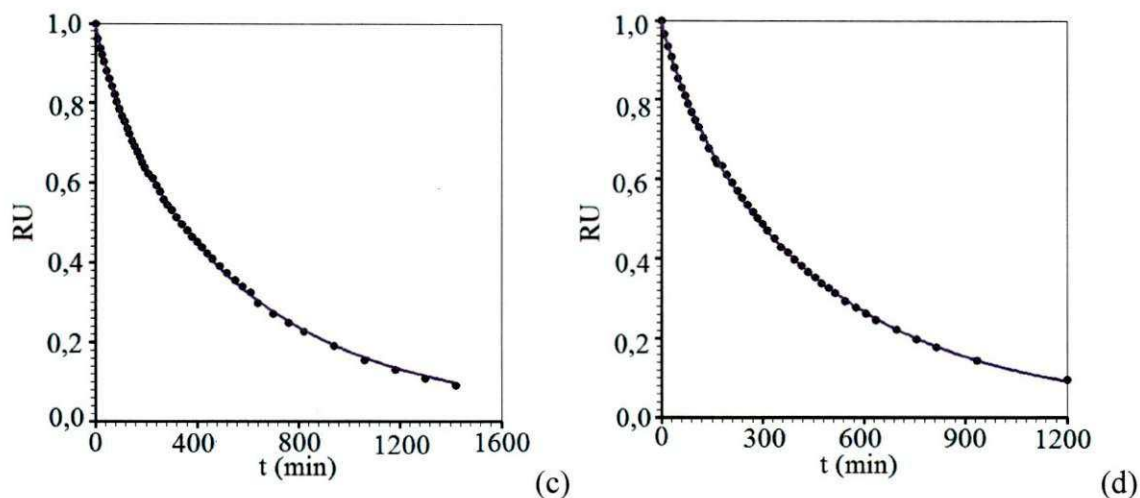
Nos ajustes da equação de Page aos dados de secagem para todas as temperaturas, foram usados os seguintes valores iniciais para os parâmetros de ajuste:  $a_0 = 0,5$  e  $b_0 = 0,1 \times 10^{-3}$ . Uma vez realizadas as regressões não-lineares, os resultados obtidos para os parâmetros de ajuste, bem como os indicadores estatísticos são apresentados na Tabela 4.4.

**Tabela 4.4** – Tabela com os resultados da equação de Page.

T (°)	a x 10 <sup>2</sup>	b	R <sup>2</sup>	$\chi^2 \times 10^{-3}$
40,0	0,345 ± 0,005	0,7920 ± 0,0024	0,999698	1,779070
50,0	0,5282 ± 0,0012	0,7980 ± 0,0036	0,999551	1,466410
60,0	0,526 ± 0,008	0,8399 ± 0,0027	0,999781	0,662714
70,0	0,534 ± 0,009	0,8616 ± 0,0029	0,999790	0,553260

Os gráficos que representam as cinéticas de secagem descritas pela equação de Page são apresentados na Figura 4.3.



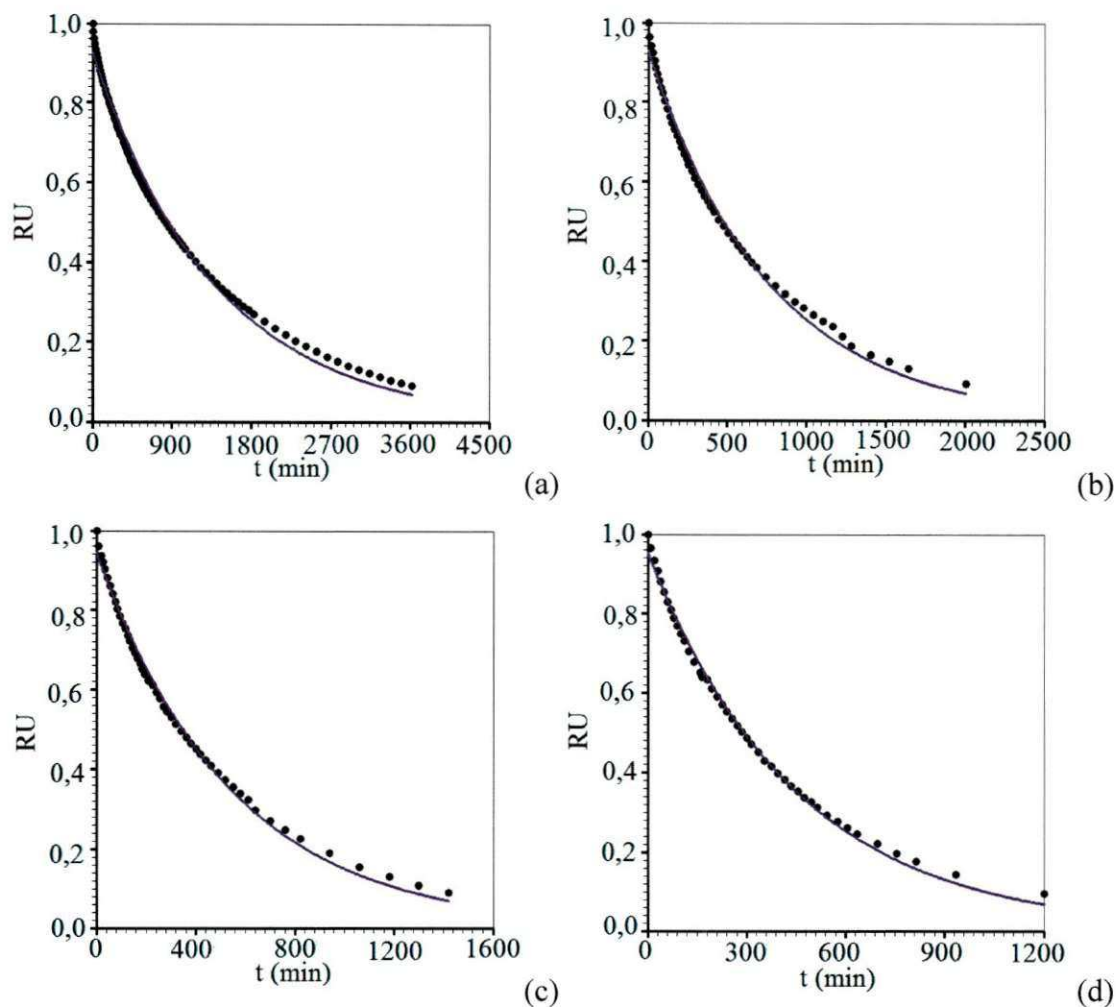


**Figura 4.3** – Cinética de secagem descritas pela equação de Page para as temperaturas do ar de secagem de: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C

O modelo de Page é utilizado, geralmente com sucesso, na descrição da cinética de secagem de vários produtos agrícolas. É interessante observar, através dos indicadores estatísticos da Tabela 4.4 e de uma visualização da Figura 4.3, o completo acordo entre o modelo de Page e os dados experimentais obtidos neste trabalho de pesquisa. CORRÊA et al. (2007), usou Page para descrever a curva da cinética de secagem do feijão.

#### 4.3.3 – Equação de Henderson & Pabis

Em todos os ajustes do modelo de Henderson-Pabis aos dados de secagem, serão usados os seguintes valores iniciais para as regressões não-lineares:  $a_0 = 0,5$  e  $b_0 = 0,1 \times 10^{-3}$ . Os gráficos referentes aos ajustes para as quatro temperaturas de secagem podem ser observados na Figura 4.4, que é dada a seguir.



**Figura 4.4** – Cinética de secagem equação de Henderson e Pabis para as temperaturas do ar de secagem de: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C e (d) 70°C

Os resultados para os parâmetros de ajuste e suas incertezas, bem como os indicadores estatísticos, são apresentados na Tabela 4.5.

**Tabela 4.5** – Resultados da equação de Henderson & Pabis

T (°)	a	b x 10 <sup>3</sup>	R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup> x 10 <sup>2</sup>
40,0	0,926 ± 0,005	0,720 ± 0,010	0,993263	4,124460
50,0	0,930 ± 0,006	1,308 ± 0,022	0,995829	2,43390
60,0	0,945 ± 0,005	1,845 ± 0,025	0,997006	1,442600
70,0	0,9524 ± 0,005	2,212 ± 0,026	0,997537	0,965531

Embora o modelo dado pela equação de Henderson e Pabis seja razoável, de acordo com a Tabela 4.5 tal modelo é inferior à equação de Page na descrição da cinética de secagem de bananas inteiras, conforme pode ser constatado observando-se também a Tabela 4.4.

#### 4.3.4 – Equação de aproximação da difusão

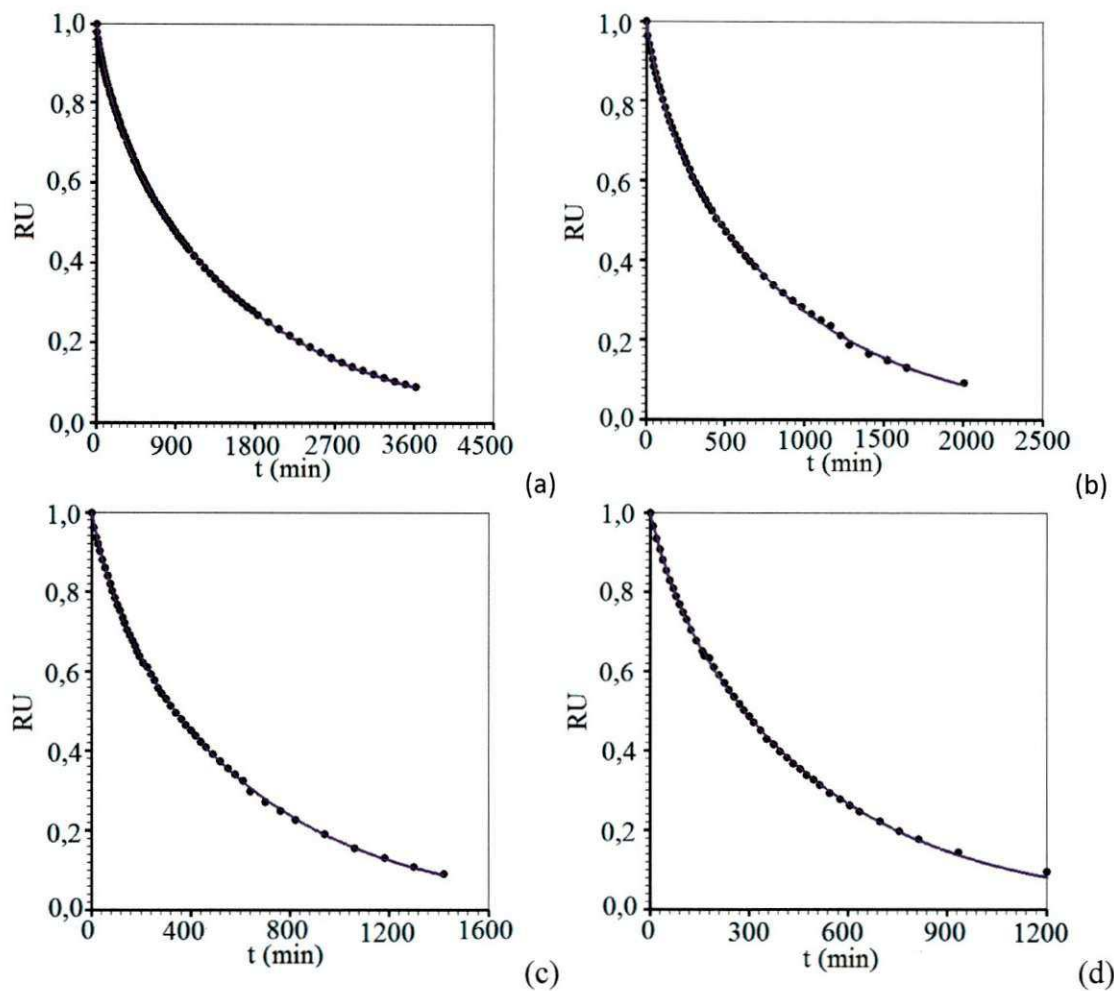
Os valores iniciais para os parâmetros de ajuste usados na equação de aproximação da difusão são dados na Tabela 4.6.

**Tabela 4.6** – Valores iniciais dos parâmetros

$a_0$	$b_0$	$c_0$
0,90	$0,80 \times 10^{-3}$	$0,19 \times 10^{-3}$

Realizadas as regressões não lineares, os resultados podem ser observados através da Figura 4.5.





**Figura 4.5** – Gráfico da cinética de secagem equação aproximação da difusão para as temperaturas do ar de secagem de: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C.

Os indicadores estatísticos dos ajustes, bem como os valores dos parâmetros e suas incertezas, são dados na Tabela 4.7.

**Tabela 4.7** – Resultado dos ajustes da equação da aproximação da difusão aos dados experimentais.

T (°)	a	b x 10 <sup>2</sup>	c x 10 <sup>3</sup>	R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup> x 10 <sup>-2</sup>
40,0	0,1646±0,0032	0,588±0,018	0,6217±0,0032	0,99998	0,1304
50,0	0,163±0,005	1,00±0,05	1,129±0,010	0,99967	0,1127
60,0	0,143±0,005	1,15±0,05	1,6140±0,0012	0,99983	1,5488
70,0	0,119±0,006	1,4270±0,0010	1,999±0,017	0,99975	0,0667



Embora os indicadores estatísticos para o modelo da aproximação da difusão possam ser considerados excelentes, equivalentes aos indicadores do modelo de Page, deve ser observado que tal modelo envolve três parâmetros de ajuste, ao invés de dois.

#### 4.3.5 – Equação com duas exponenciais

Na Tabela 4.8 os valores iniciais dos parâmetros de ajuste para a equação com duas exponenciais são apresentados.

**Tabela 4.8** – Valores iniciais dos parâmetros

$a_0$	$b_0$	$c_0$	$d_0$
0,6823	$-0,1214 \times 10^{-2}$	0,3060	$-0,5985 \times 10^{-3}$

Através dos ajustes da equação com duas exponenciais aos dados experimentais relativos às quatro temperaturas, são obtidos os resultados apresentados na Tabela 4.9.

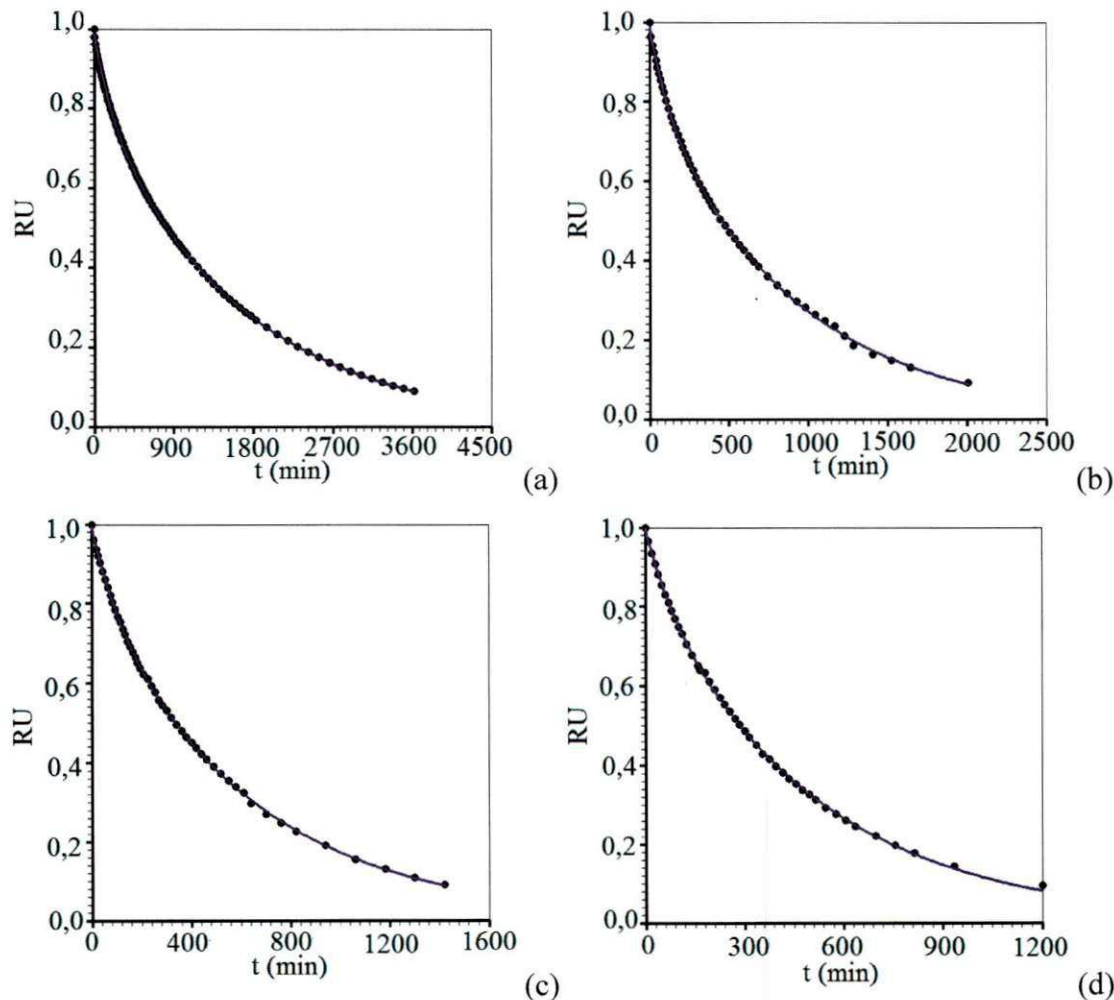
**Tabela 4.9** – Resultados da equação com duas exponenciais

T (°)	a	$b \times 10^2$	c
40,0	$0,1631 \pm 0,0026$	$- 0,474 \pm 0,0013$	$0,8228 \pm 0,0027$
50,0	$0,163 \pm 0,005$	$- 0,83 \pm 0,05$	$0,827 \pm 0,006$
60,0	$0,144 \pm 0,005$	$-0,10 \pm 0,05$	$0,848 \pm 0,006$
70,0	$0,119 \pm 0,007$	$- 0,0136 \pm 0,0012$	$0,879 \pm 0,007$

**Tabela 4.9** – Continuação

D	$R^2$	$\chi^2 \times 10^{-3}$
$- 0,6125 \pm 0,0025$	0,999905	0,539411
$- 0,111 \pm 0,009$	0,999765	0,752969
$- 1,598 \pm 0,012$	0,999867	0,397556
$- 1,993 \pm 0,019$	0,999754	0,658691

Conforme os resultados, embora a equação com duas exponenciais seja ligeiramente superior a todos os modelos anteriores, tal modelo tem como desvantagem o uso de quatro parâmetros. Por outro lado, os gráficos das cinéticas de secagem são apresentados através da Figura 4.6, dada a seguir.



**Figura 4.6** – Cinéticas de secagem usando a equação com duas exponenciais para as temperaturas do ar de secagem: (a) 40°C; (b) 50°C; (c) 60°C; (d) 70°C

#### 4.4 – Cinética de secagem utilizando modelos de difusão

Em geral, modelos de difusão são melhores do que os modelos empíricos porque além de possibilitar a descrição da cinética de secagem possibilita, também, prever a distribuição de umidade no interior do produto estudado, em um instante qualquer, previamente determinado. Neste trabalho, dois modelos de difusão líquida serão usados para descrever a secagem de bananas inteiras.

No primeiro modelo, é pressuposta a condição de contorno de equilíbrio (primeiro tipo). Isto significa que instantaneamente a superfície externa da banana entra em equilíbrio com o ar de secagem, não havendo, portanto, resistência ao fluxo de água em tal superfície. Neste caso, todo o processo é governado apenas pela difusividade efetiva de massa,  $D_{ef}$ .

No segundo modelo de difusão, é pressuposta a condição de contorno convectiva (terceiro tipo). Neste caso, o modelo prevê que possa existir resistência ao fluxo de água na superfície externa da banana. Assim, O processo é governado não só pela difusividade efetiva de massa,  $D_{ef}$ , mas também pelo coeficiente de transferência convectiva de massa,  $h$ .

#### **4.4.1 – Cinéticas de secagem para condição de contorno do primeiro tipo**

Ao invés de regressão não linear para determinação da difusividade efetiva de massa, foram feitas otimizações conforme foi descrito no Capítulo 3, usando o software denominado “Prescribed/Adsorption – Desorption”, disponível na internet em <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Prescribed.htm>. A vantagem deste software para descrever uma cinética de secagem é o fato de não ser necessário a informação de valores iniciais do parâmetro a ser determinado, como no caso de regressão não linear. Além disso, o software usa os duzentos primeiros termos da série que representa a solução analítica da equação de difusão, e em um software de regressão não-linear a informação de uma expressão com esta quantidade de termos é completamente inviável.

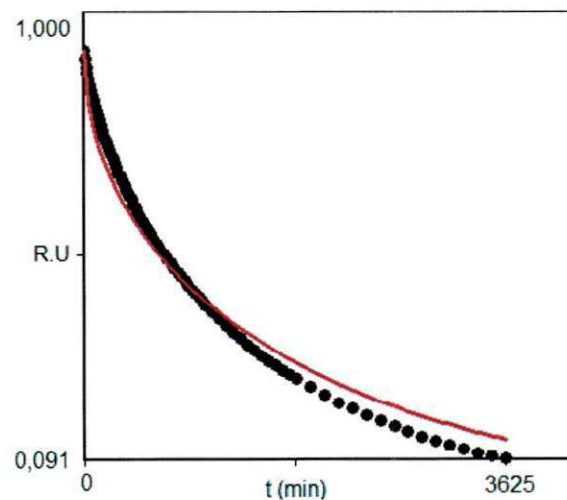
A Tabela 4.10 apresenta um resumo com os valores das difusividades efetivas de massa para todas as temperaturas de secagem, e também os indicadores estatísticos referentes ao modelo.

**Tabela 4.10** – Resultados para as simulações das quatro temperaturas de secagem usando o modelo de difusão com condição de contorno de primeiro tipo

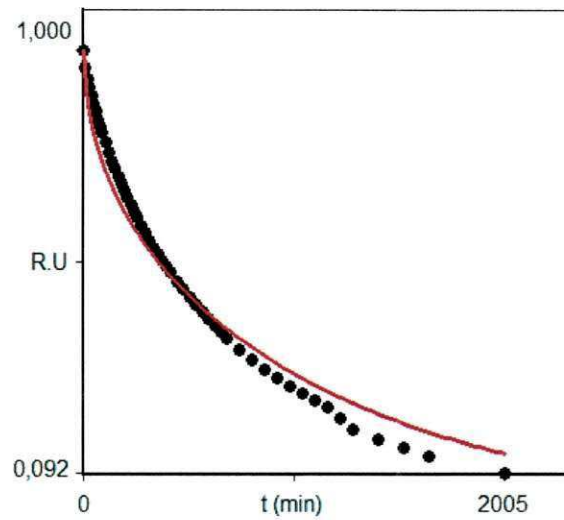
T (°C)	$D_{ef} \times 10^8$	$R^2$	$\chi^2 \times 10^{-2}$
40	1,9423	0,9973	0,1368
50	3,1245	0,9957	0,8995
60	4,1205	0,9933	0,1184
70	5,3923	0,9911	0,1165

Na Tabela 4.10, a unidade para a difusividade efetiva de massa é dada em  $m^2 \text{ min}^{-1}$ .

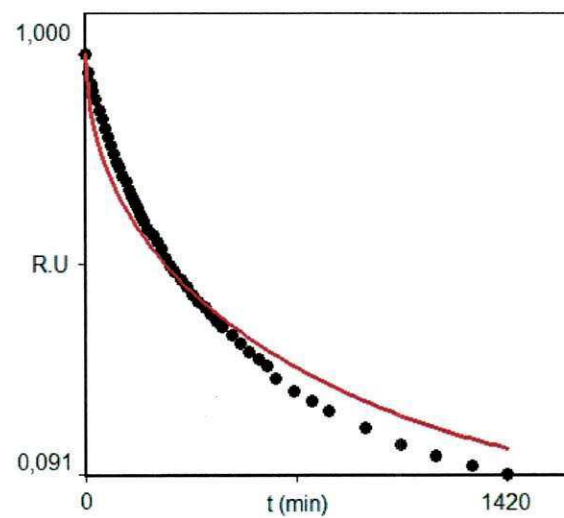
As simulações das cinéticas para bananas inteiras, bem como os dados experimentais referentes às temperaturas de 40, 50, 60 e 70°C, são apresentadas nas Figuras de 4.7 até 4.10.



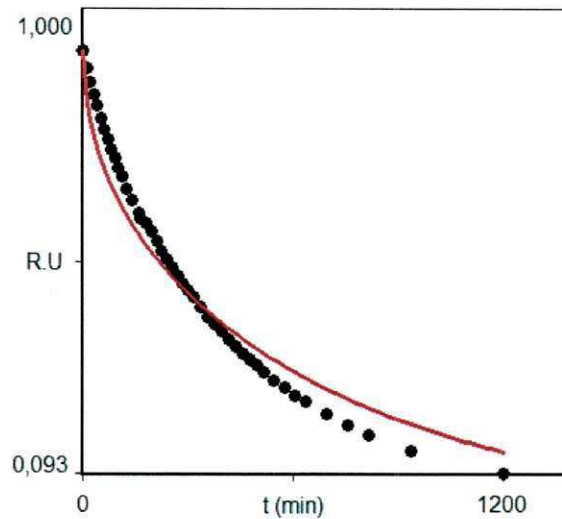
**Figura 4.7** – Gráfico da simulação da cinética de secagem de banana inteira, usando a solução analítica da equação de difusão para condição de contorno do primeiro tipo para a temperatura do ar de secagem de 40°C



**Figura 4.8** – Gráfico da simulação da cinética de secagem de banana inteira, usando a solução analítica da equação de difusão para condição de contorno do primeiro tipo para a temperatura do ar de secagem de 50°C



**Figura 4.9** – Gráfico da simulação da cinética de secagem de banana inteira, usando a solução analítica da equação de difusão para condição de contorno do primeiro tipo para a temperatura do ar de secagem de 60°C



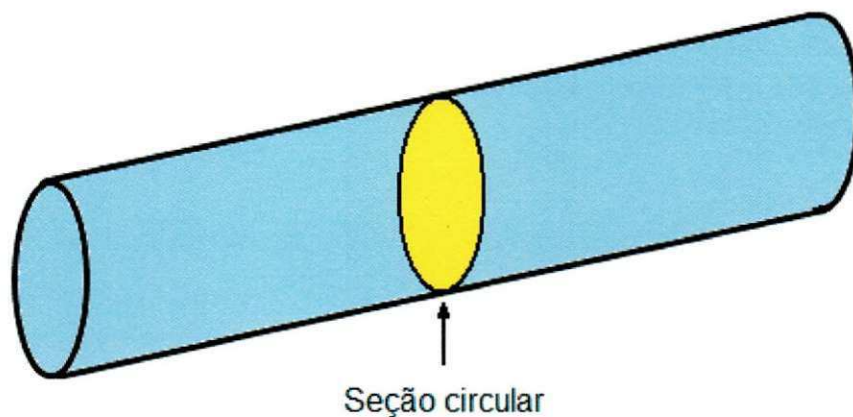
**Figura 4.10** – Gráfico da simulação da cinética de secagem da banana inteira, usando a solução analítica da equação de difusão para condição de contorno do primeiro tipo para a temperatura do ar de secagem de 70 °C

Uma inspeção na Tabela 4.10 e nas Figuras de 4.7 até 4.10 possibilita afirmar que a condição de contorno de primeiro tipo é totalmente inadequada para descrever a secagem de bananas inteiras. Isto sugere que deve existir alguma resistência ao fluxo de água na superfície da banana, e tal resistência não foi considerada pelo modelo com condição de contorno prescrita.

#### **4.4.2 – Cinéticas de secagem para condição de contorno do terceiro tipo**

Para bananas inteiras representadas por um cilindro infinito, a distribuição radial de umidade em um tempo previamente estipulado, para cada temperatura do ar de secagem, é feita numa seção circular do cilindro, como é mostrado na Figura 4.11. Para esta geometria, um gráfico do teor de umidade adimensional em função da posição radial  $r$  será, também, apresentado.



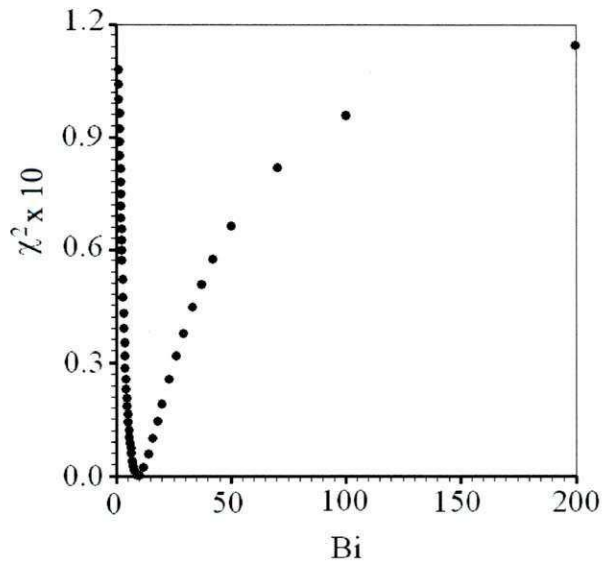


**Figura 4.11** – Cilindro infinito de raio R destacando a seção circular onde a distribuição de umidade para cada temperatura será investigada

O processo de otimização foi realizado pelo acoplamento da Equação (3.19) ao otimizador apresentado no Capítulo 3. Uma vez que os parâmetros de secagem tenham sido calculados, a Equação (3.17) pode ser usada para determinar a distribuição espacial de umidade numa seção circular do cilindro infinito. Os resultados referentes à secagem de bananas inteiras, para todas as temperaturas estipuladas para o ar de secagem, são apresentados a seguir.

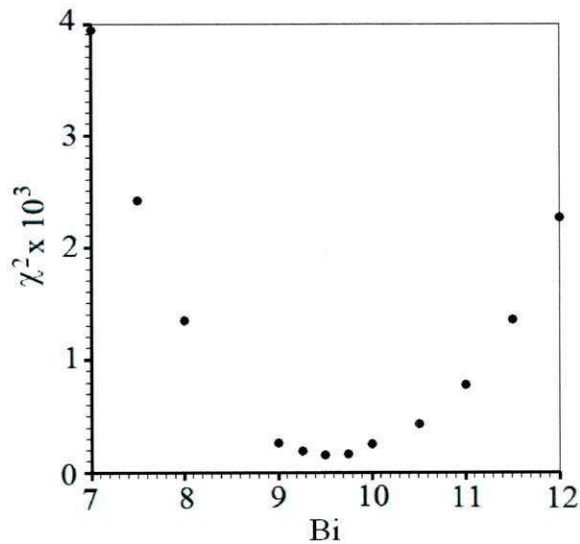
#### **4.4.2.1 – Temperatura do ar de secagem em 40 °C**

Acoplando-se os primeiros dezesseis termos da Eq. (3.19) ao algoritmo de otimização proposto por Silva et al. (2010) para a condição de contorno convectiva, e ajustando esta equação aos dados experimentais, um conjunto de resultados é obtido para os vários números de Biot de transferência de massa estipulados. Assim, pode-se estabelecer uma relação entre o qui-quadrado ( $\chi^2$ ) de cada ajuste e o correspondente número de Biot ( $Bi$ ), especificado de 0 até 200. O gráfico mostrando  $\chi^2$  versus  $Bi$  para os dados experimentais da secagem de banana a 40 °C pode ser observado na Figura 4.12.



**Figura 4.12** – Qui-quadrado versus o número de Biot, para os valores especificados entre 0 e 200

Observando a Figura 4.12 possibilita concluir que o menor qui-quadrado corresponde a um número de Biot entre 5 e 10. Assim, o gráfico da Figura 4.12 pode ser ampliado nesta região, que é a região próxima do valor mínimo para  $\chi^2$ , conforme é mostrado na Figura 4.13.



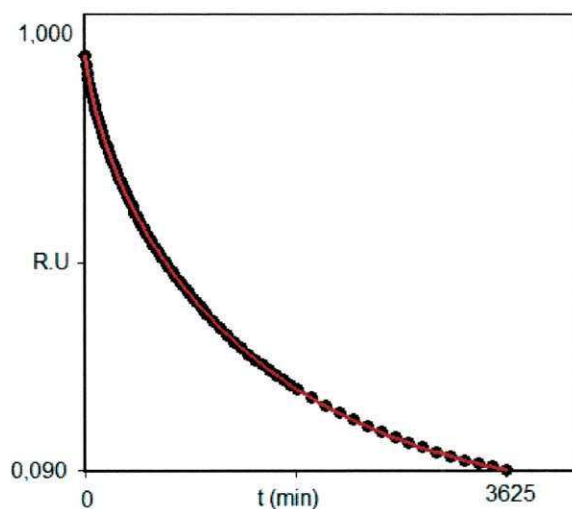
**Figura 4.13** – Destaque para o qui-quadrado versus o número de Biot nas vizinhanças do ponto ótimo

Para os dados experimentais da secagem de banana a 40 °C, o número de Biot referente ao menor qui-quadrado é  $Bi = 9,5$ , correspondente a uma difusividade efetiva  $D_{ef} = 5,317 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  ( $D_{ef} = 3,1902 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$ ), o que possibilita calcular o coeficiente de transferência convectiva de massa:  $h = 3,209 \times 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$  ( $h = 1,9255 \times 10^{-5} \text{ m min}^{-1}$ ). Um resumo do processo de otimização pode ser observado na Tabela 4.11.

**Tabela 4.11** – Resultado do processo de otimização para bananas inteiras, secas à 40 °C.

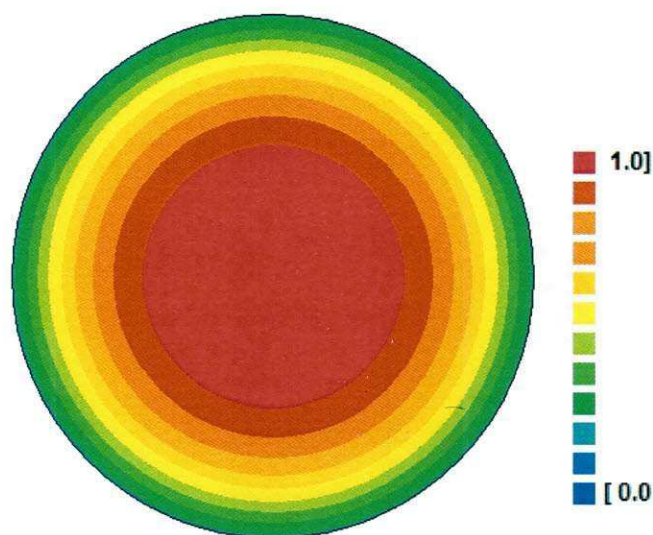
$h \text{ (m min}^{-1}\text{)}$	$1,923 \times 10^{-5}$
$D \text{ (m}^2 \text{ min}^{-1}\text{)}$	$3,181 \times 10^{-8}$
Bi	9,500
$R^2$	0,99997
$\chi^2$	$1,5549 \times 10^{-4}$

Para os parâmetros obtidos na Tabela 4.11, a simulação da cinética de secagem é apresentada através da Figura 4.14.



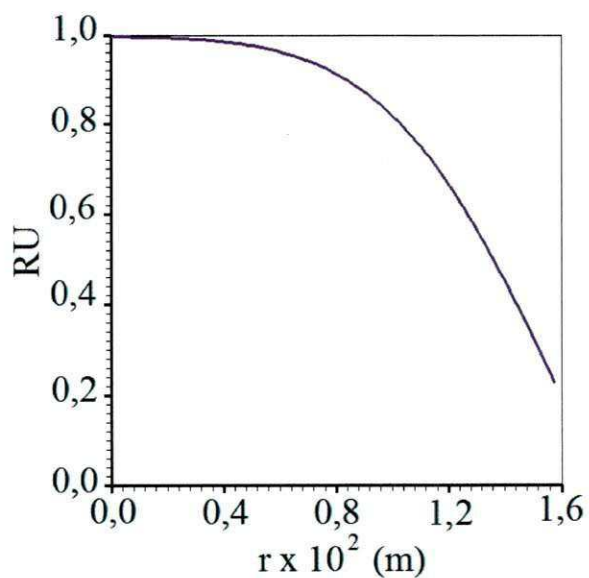
**Figura 4.14** – Cinética de secagem de bananas inteiras para  $T = 40 \text{ °C}$

A distribuição de umidade no interior do cilindro infinito que representa a banana inteira, para  $t = 362 \text{ min}$  (aproximadamente 10% do tempo total de secagem na temperatura de 40 °C) pode ser observada na Figura 4.15.



**Figura 4.15** – Distribuição de umidade no interior da banana inteira, em  $t = 362$  min, para  $T = 40$  °C

O gráfico de contorno apresentado na Figura 4.15 foi criado com o Contour Plot Software (SILVA, 2011), e pode também ser interpretado através do valor da razão de umidade local em função da posição  $r$ , como mostrado através da Figura 4.16.

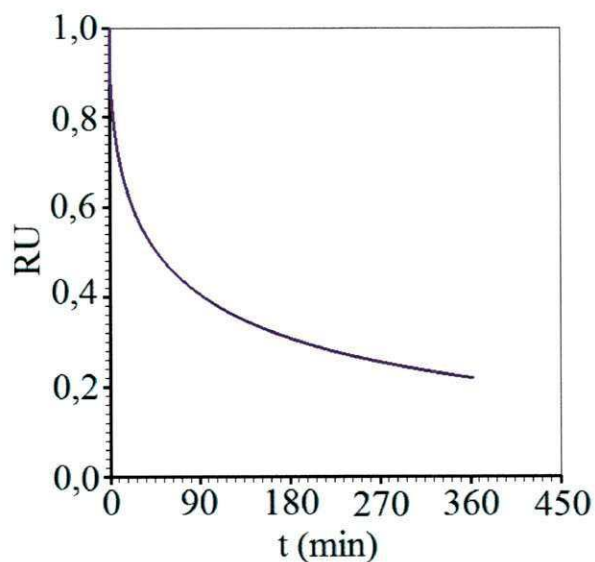


**Figura 4.16** – Razão de umidade local versus a posição radial no interior da banana inteira, em  $t = 362$  min, para  $T = 40$  °C



Observa-se nas Figuras 4.15 e 4.16 possibilita afirmar que, passados 362 minutos da secagem a 40 °C, a parte central da banana ainda tem uma razão de umidade igual a 1.0. A Figura 4.16 ainda revela que, depois de todo este tempo, a superfície externa da banana ainda não entrou em equilíbrio com o ar de secagem, pois a razão de umidade nesta região é ligeiramente maior do 0,2. Isto explica o motivo dos resultados obtidos considerando a condição de contorno do primeiro tipo serem tão inapropriados. Realmente, a condição de contorno adequada para descrever o processo é do terceiro tipo.

A propósito, o comportamento da razão de umidade na superfície da banana ao longo dos primeiros 362 minutos é mostrado através da Figura 4.17. Uma inspeção nesta figura possibilita observar que após uma queda brusca da razão de umidade nos instantes iniciais, a variação se torna mais suave e, conforme já foi observado, mesmo depois de 362 minutos esta razão de umidade ainda é ligeiramente maior que 0,2, bem distante do valor zero.



**Figura 4.17** – Razão de umidade na superfície da banana versus o tempo de secagem para  $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

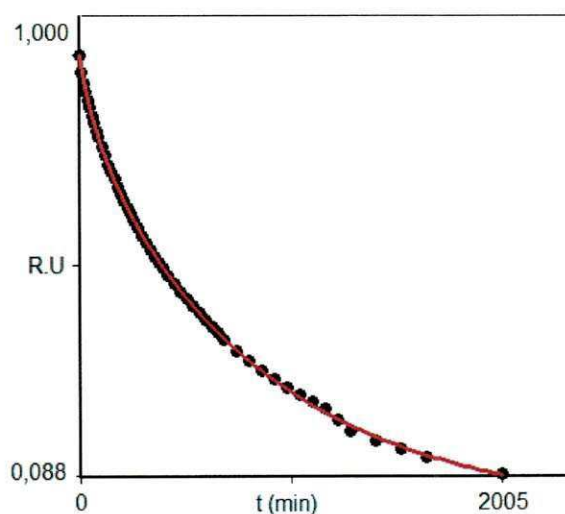
#### 4.4.2.2 – Temperatura do ar de secagem em 50 °C

Para a temperatura de 50 °C foram obtidos, por otimização, os resultados sumarizados na Tabela 4.12.

**Tabela 4.12** – Resultados do processo de otimização para bananas inteiras, secas a 50 °C.

$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$3,119 \times 10^{-5}$
$D$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$5,312 \times 10^{-8}$
Bi	8,750
R <sup>2</sup>	0,99979
$\chi^2$	$6,7341 \times 10^{-4}$

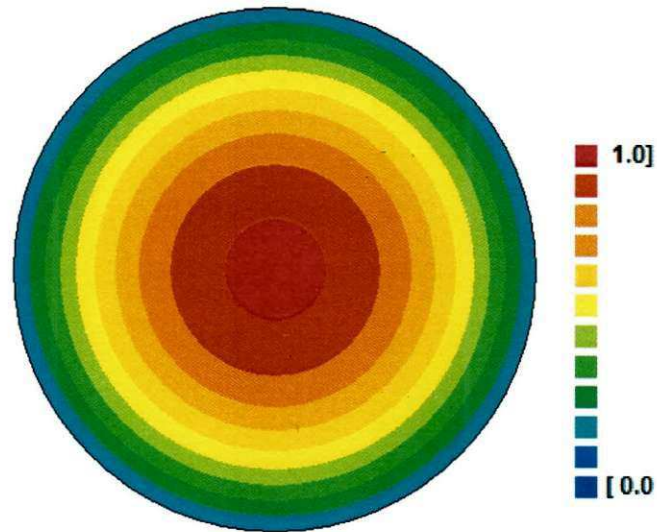
Para os resultados obtidos na Tabela 4.12, a simulação da cinética de secagem para 50 °C é apresentada através da Figura 4.18.



**Figura 4.18** – Cinética de secagem de bananas inteiras para T = 50 °C

A fim de comparar as distribuições de umidade para cada temperatura, o tempo relativo à secagem a 40 °C foi mantido para as demais temperaturas. Assim, a distribuição de umidade no interior do cilindro infinito que representa a banana em t = 362 min pode ser observada através da Figura 4.19.





**Figura 4.19** – Distribuição de umidade no interior da banana inteira, em  $t = 362$  min, para  $T = 50$  °C

Uma inspeção nas Figuras 4.19 e 4.15 possibilita perceber que em  $t = 362$  minutos a banana que está secando a  $50$  °C realmente perdeu mais água que aquela em que o processo ocorre a  $40$  °C.

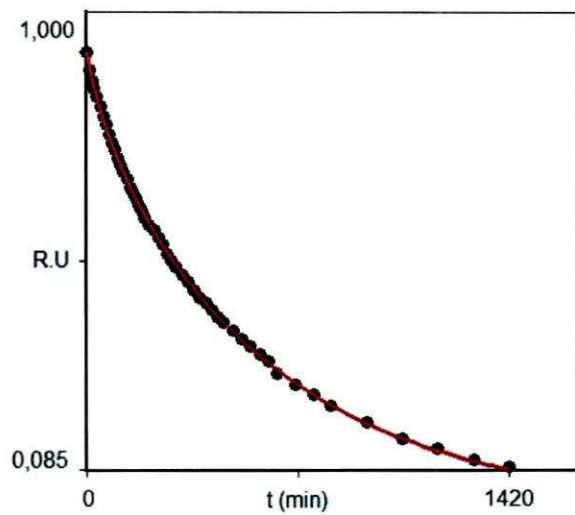
#### 4.4.2.3 – Temperatura do ar de secagem em $60$ °C

Para a temperatura de  $60$  °C, foram obtidos os resultados sumarizados na Tabela 4.13.

**Tabela 4.13** – Resultados do processo de otimização para bananas inteiras secas a  $60$  °C.

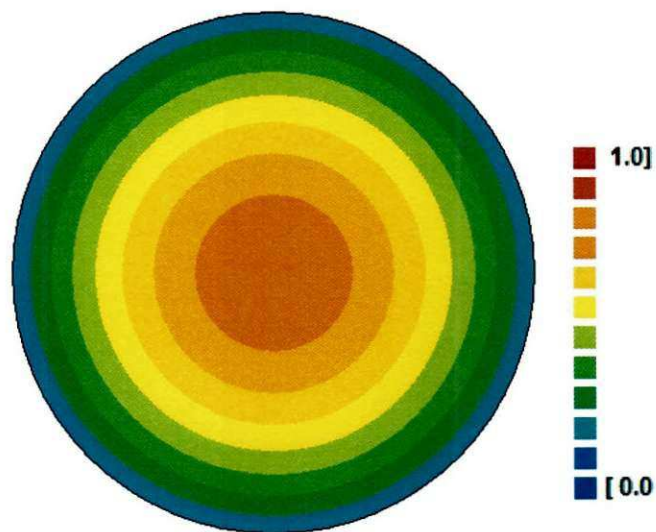
$h$ ( $\text{m min}^{-1}$ )	$3,323 \times 10^{-5}$
$D$ ( $\text{m}^2 \text{min}^{-1}$ )	$8,536 \times 10^{-8}$
Bi	5,750
$R^2$	0,99982
$\chi^2$	$5,3358 \times 10^{-4}$

Com os resultados apresentados na Tabela 4.13, a simulação da cinética de secagem para  $60$  °C é apresentada através da Figura 4.20.



**Figura 4.20** – Cinética de secagem de bananas inteiras para  $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$

Assim, a distribuição de umidade no interior do cilindro infinito em  $t = 362\text{ min}$  pode ser observada através da Figura 4.21.



**Figura 4.21** – Distribuição de umidade no interior da banana inteira, em  $t = 362\text{ min}$ , para  $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$

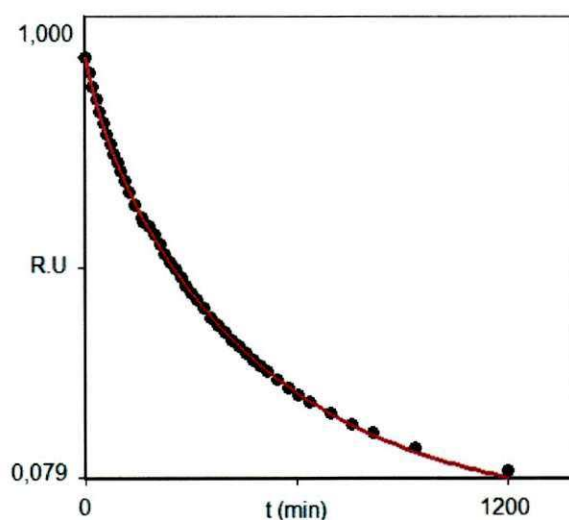
#### 4.4.2.4 – Temperatura do ar de secagem em $70\text{ }^{\circ}\text{C}$

Para a temperatura de 70 °C, após o processo de otimização realizado para os dados experimentais disponíveis nesta temperatura, foram obtidos os resultados sumarizados na Tabela 4.14.

**Tabela 4.14** – Resultados do processo de otimização para bananas inteiras secas a 70 °C.

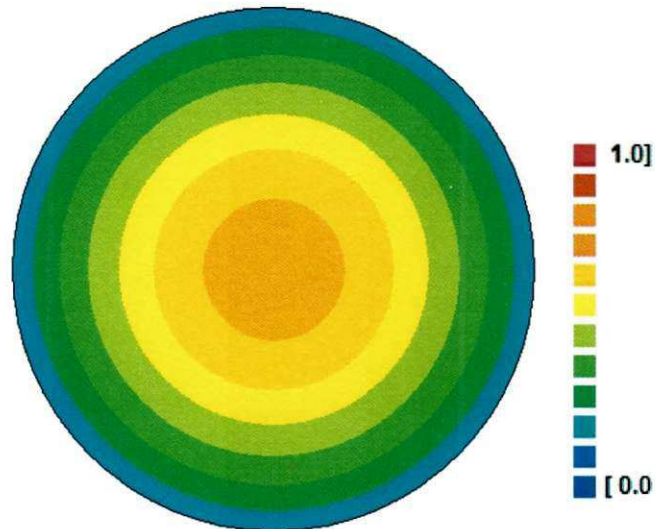
$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$3,686 \times 10^{-5}$
$D$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$12,127 \times 10^{-8}$
Bi	4,650
R <sup>2</sup>	0,99975
$\chi^2$	$6,9670 \times 10^{-4}$

Para os parâmetros obtidos na Tabela 4.14, a simulação da cinética de secagem é apresentada através da Figura 4.22.



**Figura 4.22** – Cinética de secagem de bananas inteiras para T = 70 °C.

Para a temperatura do ar de secagem igual a 70 °C, a distribuição de umidade no interior do cilindro infinito em t = 362 min pode ser observada através da Figura 4.23.



**Figura 4.23** – Distribuição de umidade no interior da banana inteira, em  $t = 362$  min, para  $T = 70$  °C

Nos gráficos apresentados anteriormente, observa-se ter ocorrido o que era esperado. À medida em que a temperatura do ar de secagem aumentou, a secagem foi mais rápida. Então, pode-se afirmar que, quanto maior for a temperatura de secagem, mais rápido ocorrerá o processo. Obviamente, esta conclusão leva em conta o fato de, em todas as secagens, terem sido escolhidas bananas com diâmetros de valores próximos.

Analisando-se os dois modelos de difusão, torna-se bastante óbvio observar que, para todas as temperaturas estudadas, as curvas de secagem obtidas através do software “Convective” (condição de contorno do terceiro tipo) se ajustaram melhor aos dados experimentais do que as curvas obtidas pelo “Prescribed” (condição de contorno do primeiro tipo). Além disso, os indicadores estatísticos obtidos nas otimizações foram os melhores dentre todos os modelos analisados, incluindo os empíricos, apesar de este modelo envolver somente dois parâmetros: “D” e “h”.

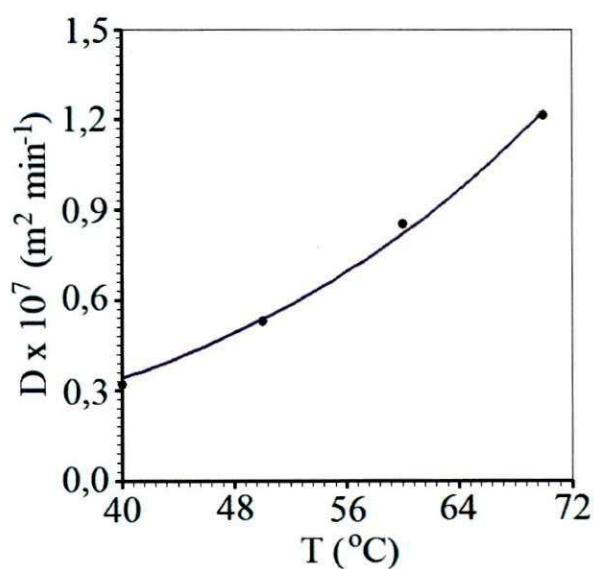
#### 4.4.3 – Difusividade efetiva de massa

Para o modelo de difusão com condição de contorno do terceiro tipo, a equação do tipo Arrhenius, dada pela Equação (3.25), ajustada aos pares de dados (T, D) através de regressão não-linear, resulta na expressão:



$$D = 8,224 \times 10^{-2} \exp\left(-\frac{4604}{(T + 273,15)}\right). \quad (4.1)$$

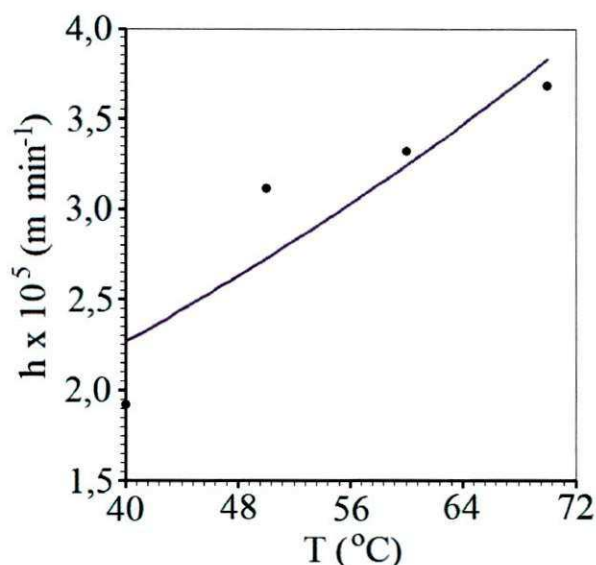
Uma comparação entre as Equações (3.25) e (4.1) resulta em  $D_0 = 8,224 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$  e  $E_a = 38,3 \text{ kJ mol}^{-1}$ . Observe que este valor para a energia de ativação é compatível com os dados da literatura para o tipo de produto estudado. Por outro lado, a dependência da difusividade efetiva de massa com a temperatura de secagem é dada pela Fig. 4.24.



**Figura 4.24** – Representação de uma equação tipo Arrhenius para a difusividade em função da temperatura do ar de secagem

#### 4.4.4 – Coeficiente de transferência convectiva de massa

Ajustando uma equação do tipo Arrhenius, dada pela Equação (3.25), aos pares (T,h), o gráfico da Figura 4.25 é obtido.



**Figura 4.25** – Representação de uma equação tipo Arrhenius para o coeficiente de transferência convectiva de massa em função da temperatura do ar de secagem

Ajustando a Equação (3.26) aos dados obtidos para os pares (T,h), a expressão obtida para o coeficiente de transferência convectiva de massa é dada pela Equação (4.2).

$$h = 9,280 \times 10^{-3} \exp\left(-\frac{1884}{(T + 273,15)}\right). \quad (4.2)$$

#### 4.5 – Discussão sobre os modelos empíricos

Conforme já foi discutido ao longo deste capítulo, os modelos empíricos são muito úteis para descrever a cinética de secagem de um produto, embora não possibilite prever a distribuição de umidade em seu interior, para um instante de tempo previamente estipulado.

No caso específico das secagens de bananas realizadas neste trabalho, baseando-se nos indicadores estatísticos obtidos, as equações de Newton e de Henderson & Pabis poderiam ser descartadas na descrição do processo. Baseando-se, ainda, nos indicadores estatísticos, a equação com dois termos apresenta as melhores descrições das cinéticas de secagem. Entretanto, como um fator negativo, há que se ressaltar a quantidade excessiva de parâmetros de ajuste: quatro. Por outro lado, a equação da aproximação



por difusão tem indicadores estatísticos ligeiramente superiores aos indicadores da equação de Page, mas tem a desvantagem de envolver três parâmetros de ajuste, enquanto que esta última só envolve dois. Assim, a escolha do melhor modelo empírico para representar as cinéticas de secagem de bananas inteiras fica subordinada ao número de parâmetros que for estipulado para a equação referente ao modelo.

#### **4.6 – Discussão sobre os modelos de difusão**

Conforme foi visto neste trabalho, a condição de contorno de primeiro tipo não é apropriada para descrever secagem de bananas via modelo de difusão. Por outro lado, a condição de contorno de terceiro tipo produz excelentes resultados na descrição do processo, mesmo não considerando o forte encolhimento ocorrido, e com a suposição de difusividade efetiva constante. Tais hipóteses não são completamente verossímeis, devido às modificações na estrutura interna do produto, causadas pela secagem.

Em muitos processos de secagens, como é o caso de bananas, o encolhimento é tão significativo que este efeito não poderia ser descartado na descrição de tal processo. Em adição, pode acontecer que os parâmetros termo-físicos sejam variáveis. Nesses casos, a solução analítica não é apropriada para descrever o processo difusivo, que pode ser melhor descrito por soluções numéricas. Mas, mesmo nesses casos, o otimizador proposto e acoplado à solução analítica da equação de difusão para um cilindro infinito é útil uma vez que, através da metodologia apresentada, podem-se extrair resultados que servem como valores iniciais para outros processos de otimização, particularmente quando tal processo envolve a solução numérica da equação de difusão.

Em relação acerca dos resultados obtidos na descrição da cinética de secagem via equação de difusão com condição de contorno convectiva, existe um forte encolhimento durante a secagem, que não foi considerado, porém os resultados obtidos são tão bons. Por que durante a secagem esse encolhimento do produto ocorre, também, uma modificação da difusividade efetiva de massa, devido às modificações ocorridas na estrutura interna do produto, devido ao encolhimento. Como estes dois fenômenos foram simultaneamente desconsiderados nas hipóteses formuladas para a modelagem matemática, é possível que os seus efeitos tenham mutuamente se cancelado.

Segundo SILVA et al. (2010), embora a determinação das raízes da equação característica do cilindro infinito e a sua organização em tabelas acessíveis ao software desenvolvido seja uma tarefa árdua, a implementação computacional do algoritmo é bastante simples e esta é uma característica favorável à metodologia apresentada neste trabalho. Por outro lado, o tempo de execução do software utilizado depende fortemente do número de dados experimentais utilizados na realização do ajuste. Embora esse tempo possa ser considerado elevado, a possível lentidão do processo é compensada pelo fato da implementação computacional do algoritmo ser bastante simples, uma vez que tenham sido determinadas todas as raízes da equação característica relativa ao cilindro infinito. Além disto, no processo de otimização, não há a necessidade, por parte do usuário, de informar valores iniciais ou faixas de valores para os parâmetros a serem determinados, o que é uma característica muito útil, por facilitar tal processo de otimização, cabendo ao usuário do algoritmo apenas informar o conjunto de dados experimentais.

Embora uma inspeção visual na Figura 4.24 indica um bom ajuste da equação de Arrhenius aos dados (T,D), o gráfico da Figura 4.25 mostra que o ajuste da mesma função aos dados (T,h) é apenas razoável. É possível que tal resultado seja explicado pela falta de controle das condições ambientais durante a realização dos experimentos, como pode ser observado na Tabela 4.1.

## 5 – CONCLUSÕES

A secagem de bananas ocorreu exclusivamente em taxas decrescentes e, conforme esperado, quanto maior a temperatura do ar de secagem, menor o tempo relativo ao processo, nas condições estudadas. De acordo com os resultados obtidos é possível concluir que:

- Modelos empíricos:
  - 1) O modelo de Newton é apenas razoável na descrição das cinéticas de secagem de bananas inteiras;
  - 2) O modelo de Page se ajustou bem aos dados experimentais para as quatro temperaturas estudadas;
  - 3) A equação de Henderson e Pabis foi razoável, porém tal modelo é inferior à equação de Page;
  - 4) O modelo da aproximação da difusão foi excelente, equivalente aos indicadores do modelo de Page, porém tal modelo envolve três parâmetros de ajuste, diferente de Page que usa dois;
  - 5) A equação com duas exponenciais foi ligeiramente superior a todos os modelos empíricos anteriores, porém tal modelo tem como desvantagem o uso de quatro parâmetros.
- Modelos de difusão:
  - 1) Os indicadores estatísticos relativos ao modelo de difusão com condição de contorno prescrita possibilitam afirmar que a condição de contorno de primeiro tipo é totalmente inadequada para descrever a secagem de bananas inteiras;
  - 2) O modelo de difusão com condição de contorno convectiva (condição de contorno do terceiro tipo) foi o que se ajustou melhor aos dados experimentais.

Tal modelo foi ainda o melhor dentre todos os modelos analisados, incluindo os empíricos, mesmo levando em consideração que este modelo envolve apenas dois parâmetros: “D” e “h”;

- 3) Para o modelo difusivo com a condição de contorno do terceiro tipo, uma equação do tipo Arrhenius se ajustou bem aos pares (T,D) referentes às quatro temperaturas do ar de secagem. O fator pré-exponencial e a energia de ativação foram, respectivamente,  $D_0 = 8,224 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$  e  $E_a = 38,3 \text{ kJ mol}^{-1}$ .

## 6 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Estudar a secagem de bananas inteiras considerando-as como cilindros finitos;
- Utilizar soluções numéricas para o estudo da difusão de água em sólidos na forma de um cilindro finito;
- Estudar, simultaneamente ao estudo da difusão de água, a cinética da transferência de calor à banana, incluindo o acoplamento entre os dois fenômenos: difusão de água e condução de calor;
- Incluir o encolhimento no estudo dos modelos de difusão.

## CAPÍTULO 7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKPINAR, E. K.; BICER, Y. Mathematical modelling and experimental study on thin layer drying of strawberry. *International Journal of Food Engineering*, Oxford, v.2, n.1, 2006.

ALMEIDA, F. de A. C.; GOUVEIA, J. P. G. de.; J. E.; VILLAMIL, J. M. P.; SILVA, M. M. Secagem natural e artificial de vagens de algaróba. *Revista Brasileira de Armazenamento*, Viçosa, v.27, n.2, p.208-216, 2005.

ALSINA, O. L. S.; SILVA, O. S. e; SANTOS, J. M. Efeitos das condições operacionais na cinética de secagem de fatias de bananas. In: *Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola*, 26, Anais... Campina Grande: Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola, 1997. CD Rom

ARAGÃO, R. F. Secagem de fatias de caju (*Anacardium Occidentale* L.) em secador de bandejas. 2007. 115p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

ARGANDOÑA, E. J. S. Goiabas desidratadas osmoticamente e secas: Avaliação de um sistema osmótico semicontínuo, da secagem e da qualidade. 175p. 2005, Tese (Doutorado em Engenharia de Alimentos). Universidade Estadual de Campinas – SP.

BAINI, R.; LANGRISH, T. A. G. Choosing an drying model for intermittent and continuous drying of bananas. *Journal of Food Engineering*, v. 79, p. 330-343, 2007.

BEVINGTON, P. R.; ROBINSON, D. K. *Data reduction and error analysis for the physical sciences*; 2<sup>nd</sup> ed., WCB/McGraw-Hill, Boston, 1992.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Transport phenomena*. 2<sup>nd</sup> Ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001, 912 p.

BORDIN, M. R. Embalagem para frutas e hortaliças In: *Tecnologia de resfriamento de frutas e hortaliças*. Campinas. 1998. p. 19-27.

BROOKER, D. B., BAKKER-ARKEMA, F. W., HALL, C. W. *Drying and storage of grains and oil seeds*. Westport: The Avi Publishing Company, 1992. 450p.

BROCK, J.; NOGUEIRA, M. R.; ZAKRZEWSKI, C.; CORAZZA, F. C.; CORAZZA, M.L.; OLIVEIRA, J. V. Determinação experimental da viscosidade e condutividade térmica de óleos vegetais. *Ciência e Tecnologia de Alimentos*, v. 28 p. 564-570, 2008.

BROD, F. P. R. Avaliação de um secador vibro-fluidizado. 2003. 336 f. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) – Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas.

BROD, F. P. R.; ALONSO, L. F. T.; PARK, K. J. Secagem de produtos agrícolas. In: *SEMANA DE ENGENHARIA AGRÍCOLA DA UNICAMP (SEMEAGRI0, 11., 1999*.



Campinas. Anais... Campinas: Agrológica – Empresa Junior de Engenharia Agrícola. 1999, 122p.

CAMMARATA, L.; KAZARIN, S.G.; SALTERB, P.A.; WELTONB, T. Molecular states of water in room temperature ionic liquids. *Physical Chemical Physics*, v. 3, p. 5192-5200, 2001.

CANO-CHAUCA, M.; RAMOS, A. M.; STRINGHETA, P. C.; MARQUES, J. A.; SILVA, P.I. Curvas de Secagem e avaliação da atividade de água da banana passa. *Boletim do CEPPA, Curitiba*, v.22, n.1, p.121-132, 2004.

CARLESSO, V. O.; BERBERT, P. A.; SILVA, R. F.; DETMANN, E. Avaliação de modelos de secagem em camada fina de sementes de maracujá amarelo. *Revista Brasileira de Sementes, Viçosa*, v.29, n.2, p.28-37, 2007.

CORREËA, P. C.; RESENDE, O.; MARTINAZZO, A. P.; GONELI, A. L. D.; BOTELHO, F. M. Modelagem matemática para descrição do processo de secagem do feijão (*Phaseolus vulgaris* l.) em camadas delgadas. *Engenharia Agrícola, Jaboticabal*, v.27, n.2, p.501-510, 2007.

CRANK, J. *The mathematics of diffusion*, Clarendon Press, Oxford, UK, 1992, 414 p.

DAUDIN, J. D. Calcul des cinétiques de séchage par l'air chaud des produits biologiques solides. *Sciences des Aliments, Paris*, v. 3, n. 1, p. 1-36, 1983.

DIAMANTE, L. M.; MUNRO, P. A. Mathematical modelling of the thin layer solar drying of sweet potato slices *Solar energy, Oxford*, v. 51, n. 4, p. 271-276, 1993.

EMBRAPA – Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. *Sistema de Produção da Bananeira irrigada*. 2009.

FARIAS, E. S.; NASCIMENTO, J.; ALMEIDA, R. C.; GOUVEIA, J. P.G.; ALMEIDA, F. A. C.; PEREIRA, E. A obtenção das isotermas do cajá. In: *Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola*, 31., 2002, Salvador. Anais... Salvador: SBEA, 2002. CD.

FAO - Food and Agriculture Organization of the United Nations. *Summary of Food and Agriculture Statistics*. Disponível em <http://www.fao.org>, acessado em Junho de 2011.

FERREIRA, A. G. et al. Technical feasibility assesment of a solar chimney for food drying. *Solar Energy*. v.82 p.44-52, 2008.

FIGLIORINI, R. *Princípios de secagem de produtos biológicos*, João Pessoa. Editora Universitária - UFPB, p.229, 2004.

FORTES, M.; OKOS, M. R. Drying theories: their bases and limitations as applied to foods and grains. *Advances in drying*. Ed. Arum S. Mujumdar, Hemisphere Publishing Corporation. Washigton. v.1, p.119-154, 1981

GARCIA, D. M.; BARROS, A. C. S. A.; PESKER, S. T.; MENEZES, N. L. A secagem de sementes. *Ciência Rural*, Santa Maria, v.34, n.2, p.603-608, 2004.

GOUVEIA, J. P. G. de; NASCIMENTO, J.; ALMEIDA, F. de A. C.; SILVA, M. M.da; FARIAS, E. S.; SILVA, F. L. H. da. Modelo matemáticos para ajuste de isotermas de dessecção da banana preta. *Revista Engenharia Agrícola*, v.24, n.3, p.799-806, 2004.

GUEDES, A. M. M.; FARIA, L. J. G. Determinação da constante de secagem de urucum (*Bixa orellana* L.) em secador convectivo de leito fixo. *Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais*, Campina Grande, v.2, n.1, p.73-86, 2000.

HANDLER, L. Productos de transformacion del banana. Instituto Frances de Invescaciones Fruteras de Ultra-Mar. 1º Congresso Internacional de Industrias Agrícolas y Alimenticias de Las Zonas Tropicales y Sub-Tropicales. Abidjan, 14-19 de Diciembre de 1964.

HENDERSON, S. M.; PABIS, S. Grain drying theory: I. Temperature effect on drying coefficient. *Journal of Agriculture Engineers Research*, v.6, n.3, p.169-174, 1961.

ITAL – Instituto de Tecnologia Alimentar. Circular Técnica. 1995.

LIMA, A. G. B. de. Fenômeno de difusão em sólidos esferoidais prolatos. Estudo de caso: secagem de bananas. 1999. 244 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), UNICAMP, São Paulo.

KATEKAWA, M. E. Análise teórico-experimental do encolhimento: estudo da secagem de banana. 2006. 151p. Tese (Doutorado em Engenharia Química), UNICAMP, São Paulo.

KEEY, R. B. Moisture: Solid relationships. Drying principle and practices. Oxford, 1972. p.19-49.

LUIKOV, A. V. Analytical heat diffusion theory, Academic Press, Inc. Ltd, London, 1968, 685 p.

MADAMBA, P. S.; DRISCOLL, R. H.; BUCKLE, K. A. The thin-layer drying characteristics of garlic slices. *Journal of Food Engineering*, v.29, p.75-97, 2007.

MALISKA, C. R. Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional. LTC Editora S.A., Rio de Janeiro, 2004, 453 p.

MARTINAZZO, A. P.; CORRÊA, P. C.; MELO, E. C.; BARBOSA, F. F. Difusividade efetiva em folhas de *Cymbopogon citratus* (DC.) Stapf submetidas à secagem com diferentes comprimentos de corte e temperaturas do ar. *Revista Brasileira de Plantas Mediciniais*, v.9, p.68-72, 2007a.

MENGES, H. O.; ERTEKIN, C. Thin layer drying model for teted and untreated Stanley plums. *Energy Conversion and Management*, Nottingham, v. 47, n. 15-16, p. 2337-2348, 2006.

MORAES, M. L. B. Comportamento da pressão estática e da frente de secagem em uma coluna de sementes de arroz. 2000. 50 f. Tese (Doutorado em Ciência e Tecnologia de Sementes) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.

NASCENTE, A. S.; COSTA, J. N. M.; COSTA, R. S. C. Cultivo de banana em Rondônia. Embrapa Rondônia Sistema de Produção, 2, Versão Eletrônica, 2005.

NOGUEIRA, R. I.; PARK, K. J. Drying parameters to obtain “banana-passa”, *Drying* 92, Part A, p.874-883, 1992.

OLIVEIRA, R. A.; OLIVEIRA, W. P.; PARK, K. J. Determinação da difusividade efetiva de raiz de chicória. *Engenharia Agrícola, Jaboticabal*, v.26, p.181-189, 2006.

PAGE, C. Factors influencing the maximum rates of air drying shelled corn in thin layers. 1949. MS Thesis – Purdue University, West Lafayette, 1949.

PANCHARIYA, P. C.; POPOVIC, D.; SHARMA, A. L. Thin-layer modeling of black tea drying process. *Journal of Food Engineering, Davis*, v.52, n.4, p.349-357, 2002.

PARK, K. J.; ANTONIO, G. C.; OLIVEIRA, R. A.; PARK, K. J. B. Seleção de Processos e Equipamentos de Secagem. Palestra, 01 de agosto de 2006. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola, 35., 2006, João Pessoa: CONBEA, 2006. CD-Rom.

PARK, K. J.; COLATO, A.; OLIVEIRA, R. A. Conceitos de processos e equipamentos de secagem. *Campinas*, v. 1, 2007.

PARK, K. J.; VOHNIKOZA, Z.; BROD, F. P. R. Evaluation of drying parameters and desorption isotherms of garden mint leaves (*Mentha crispa* L.). *Journal of Food Engineering, Davis*, v.51, n.3, p.193-199, 1992.

PEARCE, S. R. Going bananas. *New Scientist*, 2003.

PERRY, J. H. *Chemical Engineer's Handbook*, 6 ed. N.Y. Mc Graw-Hill, 1963. 1v.

PINTO, L. A. A.; TOBINAGA, S. Modelos de secagem em camada fina de alimentos: Uma revisão da literatura. *Vetor* 6: p. 33-49, 1996.

PRADO, M. E. T.; PARK, K. J.; ALONSO, L. F. T. Srinkage of dates (*Phoenix dactylifera*). *Drying Technology. Estados Unidos*, v.18, n.1 e 2, p. 295-310, 2000.

ROMERO-PEÑA, L. M.; KIECKBUSCH, T. G. Influência de condições de secagem na qualidade de fatias de tomate. *Brazilian Journal of Food Technology, Campinas*, v.6, n.1, p.69-76, 2003.

SILVA, J. S. Pré-processamento de produtos agrícolas. 19 ed. Juiz de Fora: Instituto Maria, 1995. 500p.

SILVA, W. P.; MATA, M. E. R. M. C.; SILVA, C. D. P. da S. e; GUEDES, M. A.; LIMA, A. G. B. de; Determinação da difusividade e da energia de ativação para feijão macassar (*vigna unguiculata* (l.) walp.), variedade sempre-verde, com base no

comportamento da secagem. Engenharia Agrícola, Jaboticabal, v.28, n.2, p.325-333, 2008.

SILVA, W. P.; PRECKER, W. J.; SILVA, C. M. D. P. da S. e; SILVA, D. D. P. S.; Determination of the effective via minimization of the objective function by scanning: Application to drying of cowpea. Journal of Food Engineering, v.95, n.2, p.298-304, 2009.

SILVA, C. M. D. P. da S. e. Difusão de massa em corpos cilíndricos: modelagem, soluções analíticas e numéricas e aplicação na secagem de bananas. 2010. 129 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Agrícola. Centro de Tecnologia e Recursos Naturais, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

SILVA, W. P.; PRECKER, J. W.; SILVA, C. M. D. P. S.; GOMES, J. P. Determination of effective diffusivity and convective mass transfer coefficient for cylindrical solids via analytical solution and inverse method: application to the drying of rough rice. Journal of Food Engineering, v.98, n.3, p.302-308, 2010.

SILVA, W. P. da. Contour plot software (2011) online, disponível no seguinte endereço eletrônico <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Contour.zip>, data de acesso: março/2012.

SIMAL, S.; GARAU, C.; FEMENIA, A.; ROSSELLÓ, C. Drying of red pepper (*Capsicum Annuum*): water desorption and quality. International Journal of Food Engineering, Oxford, v.1, n.4, p.1-14, 2005.

SOUZA, P, H. M. Desidratação osmótica de banana com e sem vácuo com complemento de secagem em estufa de circulação de ar. 2002. 88p. Dissertação (Mestrado em tecnologia de Alimento), Universidade Federal do Ceará, Ceará, Brasil.

TAGLIARI, P. S.; FRANCO, H. M. Manejo pós-colheita da banana. Agropecuário Catarinense, v.7, n.2, Junho 1994.

TAYLOR, J. R. An introduction to error analysis. Sausalito, California: University Science Books, 2nd Edition, 1997.

THOMPSON, T. L.; PEART, R. M.; FOSTER, G. H. Mathematical simulation of corn drying: A new model. Transactions of ASAE, St. Joseph, v.11, n.4, p.582-586, 1968.

TREYBAL, R. B. Drying. In: Mass transfer operations. New York: Mc Graw-Hill, 1963. P. 569-575.

WANG, C. Y.; SINGH, R. P. Use of variable equilibrium moisture content in modeling rice drying. Transaction of ASAE, St. Joseph, v.11, ASAE Paper n.78-3001, 1978.

VILELA, C. A. A.; ARTUR, P. O. Secagem do açafrão (*Curcuma longa* L.) em diferentes cortes geométricos. Ciência e Tecnologia de Alimentos, v.28, p. 387-394, 2008.

VILLAR, G. C. Estudo do desempenho de secador convectivo de bandejas para a secagem de bananas: análise da influência das variáveis operacionais. Campina Grande: UFPB, 1999. 75p. (Dissertação de Mestrado).

## APÊNDICES



Tabela A1 – Razão de umidade versus tempo para T = 40 °C.

t (min)	RU
0	1,0000
10	0,9785
20	0,9617
30	0,9480
40	0,9349
50	0,9231
60	0,9123
70	0,9001
80	0,8913
90	0,8808
100	0,8722
110	0,8622
120	0,8541
130	0,8453
145	0,8329
160	0,8206
175	0,8096
190	0,7984
205	0,7884
220	0,7784
235	0,7684
250	0,7577
265	0,7484
280	0,7392
295	0,7287
310	0,7216
325	0,7127
345	0,7008
365	0,6897
385	0,6792
405	0,6684
425	0,6553
445	0,6486
465	0,6386
485	0,6265
505	0,6195
525	0,6108
545	0,6017
565	0,5928
585	0,5853
605	0,5771
625	0,5689
655	0,5571
685	0,5472

Tabela A1 – Razão de umidade versus tempo para T = 40 °C (Continuação).

715	0,5369
745	0,5260
775	0,5159
805	0,5066
835	0,4967
865	0,4866
895	0,4773
925	0,4664
955	0,4594
985	0,4504
1015	0,4424
1045	0,4329
1105	0,4181
1165	0,4023
1225	0,3868
1285	0,3723
1345	0,3593
1405	0,3462
1465	0,3337
1525	0,3223
1585	0,3104
1645	0,2996
1705	0,2889
1765	0,2792
1825	0,2691
1945	0,251
2065	0,2324
2185	0,2166
2305	0,2018
2425	0,1873
2545	0,1749
2665	0,1625
2785	0,151
2905	0,1402
3025	0,1303
3145	0,1211
3265	0,1128
3385	0,1047
3505	0,09783
3625	0,09108

Tabela A2 – Razão de umidade versus tempo para T = 50 °C.

t (min)	RU
0	1,0000
10	0,9625
20	0,9404
30	0,9222
40	0,9028
50	0,8863
60	0,8689
70	0,8532
80	0,8374
90	0,8237
105	0,8023
120	0,7838
135	0,7635
150	0,7480
165	0,7313
180	0,7150
195	0,6994
210	0,6844
225	0,6693
240	0,6563
255	0,6426
275	0,6262
295	0,6095
315	0,5933
335	0,5778
355	0,5640
375	0,5503
395	0,5372
415	0,5239
445	0,5048
475	0,4881
505	0,4714
535	0,4557
565	0,4406
595	0,4256
625	0,4115
655	0,3976
685	0,3844
745	0,3593
805	0,3377
865	0,3171
925	0,2983
985	0,2812
1045	0,2644

Tabela A2 – Razão de umidade versus tempo para T = 50 °C (Continuação).

1105	0,2490
1165	0,2351
1225	0,2097
1285	0,1863
1405	0,1647
1525	0,1471
1645	0,1295
2005	0,09298
1105	0,2490
1165	0,2351
1225	0,2097
1285	0,1863
1405	0,1647
1525	0,1471
1645	0,1295
2005	0,09298
1105	0,2490
1165	0,2351
1225	0,2097
1285	0,1863
1405	0,1647
1525	0,1471
1645	0,1295
2005	0,09298
1105	0,2490
1165	0,2351
1225	0,2097
1285	0,1863
1405	0,1647
1525	0,1471
1645	0,1295
2005	0,09298
1105	0,2490
1165	0,2351
1225	0,2097
1285	0,1863
1405	0,1647
1525	0,1471
1645	0,1295
2005	0,09298

Tabela A3 -- Razão de umidade versus tempo para T = 60 °C.

t (min)	RU
0	1,0000
10	0,9615
20	0,9369
25	0,9212
35	0,9027
45	0,8802
55	0,8601
65	0,8403
75	0,8210
85	0,8032
95	0,7854
105	0,7676
115	0,7538
125	0,7369
135	0,7232
145	0,7057
155	0,6923
165	0,6785
175	0,6654
185	0,6519
195	0,6388
210	0,6228
225	0,6106
240	0,5942
255	0,5788
270	0,5578
285	0,5437
300	0,5304
320	0,5127
340	0,4959
360	0,4800
380	0,4650
400	0,4504
420	0,4368
440	0,4224
460	0,4089
490	0,3905
520	0,3724
550	0,3556
580	0,3397
610	0,3241
640	0,2966
700	0,2713
760	0,2494

Tabela A3 – Razão de umidade versus tempo para T = 60 °C (Continuação).

820	0,2268
940	0,1899
1060	0,1539
1180	0,1311
1300	0,1083
1420	0,09129

Tabela A4 – Razão de umidade versus tempo para T = 70 °C.

t (min)	RU
0	1,0000
10	0,9652
20	0,9349
30	0,9066
40	0,8807
50	0,8551
60	0,8302
70	0,8104
80	0,7891
90	0,7696
100	0,7504
110	0,7308
125	0,7045
140	0,6790
158	0,6519
165	0,6411
180	0,6330
195	0,6124
210	0,5912
225	0,5719
240	0,5532
255	0,5356
270	0,5180
285	0,5014
300	0,4856
315	0,4702
335	0,4507
355	0,4296
375	0,4146
395	0,3978
415	0,3818
435	0,3669
455	0,3519
475	0,3383
495	0,3252
515	0,3119
545	0,2937
575	0,2768
605	0,2610
635	0,2464
695	0,2207
755	0,1969
815	0,1769
935	0,1436
1200	0,09385



## **ANEXOS**

## Convectivo – Adsorção e Dessorção

O programa usa soluções analíticas (condição de contorno **convectiva**) para determinar a difusividade e o número de Biot em um processo de difusão de água com dados experimentais conhecidos, para as seguintes geometrias: **parede infinita, cilindro infinito, esfera, cilindro finito e paralelepípedo.**


### Função Objetivo para o processo de otimização

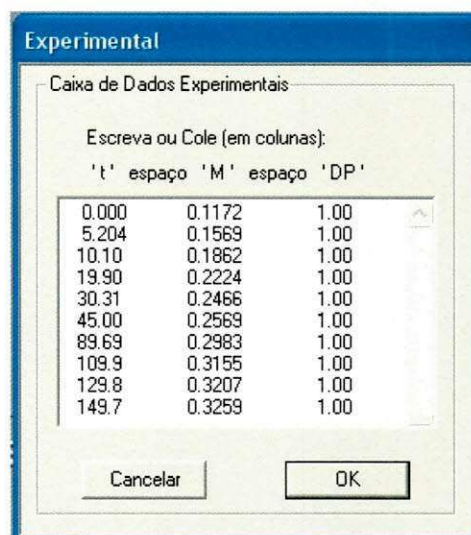
$$\text{Qui-quadrado: } \chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} [M_i^{\text{exp}} - M_i^{\text{ana}}(Bi, D)]^2 \frac{1}{\sigma_i^2}$$

onde  $M_i^{\text{exp}}$  é o teor de umidade experimental;  $M_i^{\text{ana}}(Bi, D)$  é o teor de umidade analítico;  $\sigma_i$  é o desvio padrão do teor de umidade experimental;  $Bi$  é o número de Biot;  $D$  é a difusividade e  $N_p$  é o número de pontos experimentais. O programa testa mais de 450 números de Biot no intervalo entre 0 e 201. Para cada número de Biot, um "D" ótimo é determinado. Então, o par  $(Bi; D)$  correspondente ao mínimo  $\chi^2$  é escolhido.


### O programa





 Informa um novo conjunto de dados experimentais (**em colunas**):





A última coluna é o desvio padrão do teor de umidade. Se você não souber os valores, informe o valor 1.0.


 A Abre um conjunto de dados experimentais.

 Dif Determina a difusividade e o número de Biot através de otimização, minimizando o qui-quadrado. Apresenta os seguintes indicadores estatísticos do ajuste: coeficiente de determinação e qui-quadrado.

 Res Mostra os resultados do processo de otimização.

 C 1 Mostra a tabela (t, M), que é calculada usando os valores determinados para o número de Biot e a difusividade na solução analítica. Os tempos t são os mesmos dos dados experimentais.

 C 2 Mostra a tabela (t, M), que é calculada usando os valores determinados para o número de Biot e a difusividade na solução analítica. A tabela apresenta 101 pontos.

 G Apresenta o gráfico M versus t para a solução analítica obtida e os dados experimentais.

## Soluções Analíticas

As soluções analíticas estão disponíveis, por exemplo, em: Luikov, A. V.; 1968, Analytical heat diffusion theory, New York, Academic Press.

### Parede Infinita

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{16} B_n \exp(-\mu_n^2 \frac{D}{(L/2)^2} t)$$

onde:

M(t) é o teor de umidade no instante t;

M<sub>eq</sub> é o teor de umidade para t → ∞;

M<sub>i</sub> é o teor de umidade para t=0;

L é a espessura;

D é a difusividade;

t é o tempo;

$$B_n = \frac{2Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 + Bi + \mu_n^2)};$$

$$Bi = \frac{h(L/2)}{D};$$

h é o coeficiente de transferência convectiva de massa;

$\cot \mu = \frac{\mu}{Bi}$  é a equação característica para a parede infinita.

### Cilindro Infinito

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{16} B_n \exp(-\mu_n^2 \frac{D}{R^2} t)$$

onde:

M(t) é o teor de umidade no instante t;

M<sub>eq</sub> é o teor de umidade para  $t \rightarrow \infty$ ;

M<sub>i</sub> é o teor de umidade para t=0;

R é o raio;

D é a difusividade;

t é o tempo;

$$B_n = \frac{4Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 + \mu_n^2)};$$

$$Bi = \frac{hR}{D};$$

h é o coeficiente de transferência convectiva de massa;

$\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = \frac{\mu}{Bi}$  é a equação característica para o cilindro infinito.

## Esfera

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{16} B_n \exp\left(-\mu_n^2 \frac{D}{R^2} t\right)$$

onde:

$M(t)$  é o teor de umidade no instante  $t$ ;

$M_{eq}$  é o teor de umidade para  $t \rightarrow \infty$ ;

$M_i$  é o teor de umidade para  $t=0$ ;

$R$  é o raio;

$D$  é a difusividade;

$t$  é o tempo;

$$B_n = \frac{6Bi^2}{\mu_n^2 (\mu_n^2 + Bi^2 - Bi)};$$

$$Bi = \frac{hR}{D};$$

$h$  é o coeficiente de transferência convectiva de massa;

$\tan \mu = -\frac{\mu}{Bi-1}$  é a equação característica para a esfera.

## Cilindro Finito

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{16} \sum_{m=1}^{16} B_{n,1} B_{m,2} \exp\left[-\left(\frac{\mu_{n,1}^2}{R^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{(L/2)^2}\right) Dt\right]$$

onde:

$M(t)$  é o teor de umidade no instante  $t$ ;

$M_{eq}$  é o teor de umidade para  $t \rightarrow \infty$ ;

$M_i$  é o teor de umidade para  $t=0$ ;

$R$  é o raio;

$L$  é o comprimento;

D é a difusividade;

t é o tempo;

$$B_{n,1} = \frac{4Bi_1^2}{\mu_{n,1}^2 (Bi_1^2 + \mu_{n,1}^2)};$$

$$Bi_1 = \frac{hR}{D} \text{ (cilindro infinito);}$$

$$B_{m,2} = \frac{2Bi_2^2}{\mu_{m,2}^2 (Bi_2^2 + Bi_2 + \mu_{m,2}^2)};$$

$$Bi_2 = \frac{h(L/2)}{D} \text{ (parede infinita);}$$

h é o coeficiente de transferência convectiva de massa;

$$\frac{J_0(\mu_{n,1})}{J_1(\mu_{n,1})} = \frac{\mu_{n,1}}{Bi_1} \text{ é a equação característica para o cilindro infinito;}$$

$$\cot \mu_{m,2} = \frac{\mu_{m,2}}{Bi_2} \text{ é a equação característica para a parede infinita.}$$

**Atenção:** É imposto o mesmo h para todas as superfícies.

### Paralelepípedo

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{16} \sum_{m=1}^{16} \sum_{k=1}^{16} B_{n,1} B_{m,2} B_{k,3} \exp \left[ - \left( \frac{\mu_{n,1}^2}{(L_1/2)^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{(L_2/2)^2} + \frac{\mu_{k,3}^2}{(L_3/2)^2} \right) Dt \right]$$

onde:

M(t) é o teor de umidade no instante t;

M<sub>eq</sub> é o teor de umidade para t → ∞;

M<sub>i</sub> é o teor de umidade para t=0;

L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub> and L<sub>3</sub> são comprimento, altura e espessura;

D é a difusividade;

t é o tempo;



$$B = \frac{2Bi^2}{\mu^2(Bi^2 + Bi + \mu^2)};$$

$$Bi = \frac{h(L/2)}{D};$$

$h$  é o coeficiente de transferência convectiva de massa;

$\cot \mu = \frac{\mu}{Bi}$  é a equação característica para a parede infinita.

**Atenção:** É imposto o mesmo  $h$  para todas as superfícies.

## Licença e Retratação

O uso do **Convectivo** constitui uma aceitação de todos os termos declarados aqui. Observe que todo cuidado foi tomado para prevenir erros no cálculo dos ajustes apresentados como resultados por este programa. Entretanto, qualquer consequência do uso destes resultados é de estrita responsabilidade do usuário. Os autores não são responsáveis por consequências do uso deste produto. Os autores negam todas as garantias, explícitas e implícitas. Os autores não assumirão nenhuma obrigação por danos devido ao uso direto ou indireto deste produto.

Será concedida a você uma licença provisória para usar o **Convectivo**, por um período de avaliação de 50 execuções. Depois, você tem que pagar uma taxa de registro (email para os autores) para continuar usando o programa. Durante o período de avaliação os autores garantem a você os mesmos direitos de um usuário registrado, inclusive o direito de publicação de todos os resultados gerados no **Convectivo**.

## Como Citar o “Convectivo”

... e a otimização foi feita usando o programa "Convectivo" [1]. O Convectivo é usado para estudar processos de difusão de água com dados experimentais conhecidos, para as seguintes geometrias: parede infinita, cilindro infinito, esfera, cilindro finito e paralelepípedo.

[1] Silva, Wilton P. e Silva, Cleide M. D. P. S., Convectivo - Adsorção e Dessorção, Versão 2.2 (2008 - 2009), online, disponível no seguinte sítio: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Convective.htm>, data do acesso: Dia-Mês-Ano.

## **Convectivo – Adsorção e Dessorção**

Por Wilton e Cleide Diniz Pereira da Silva e Silva  
DF/CCT/UFCG - Campina Grande, PB, Brazil  
R. Artur Monteiro Viana, 55, Campina Grande,  
Paraíba, Brasil CEP 58109-140  
Fone +55 (0)83 3333 29 62  
[wiltonps@uol.com.br](mailto:wiltonps@uol.com.br)  
<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Convective.htm>

**Este programa é vendido como é.**

## Prescrito – Adsorção e Dessorção

O programa usa soluções analíticas (condição de contorno **prescrita**) para determinar a difusividade em um processo de difusão de água com dados experimentais conhecidos, para as seguintes geometrias: **parede infinita**, **cilindro infinito**, **esfera**, **cilindro finito** e **paralelepípedo**.

### Função Objetivo para o processo de otimização

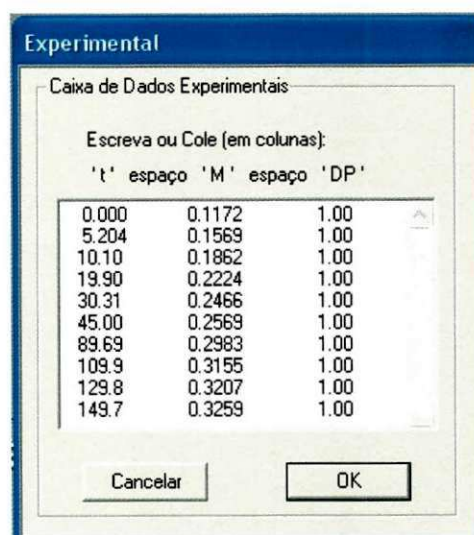
$$\text{Qui-quadrado: } \chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} [M_i^{\text{exp}} - M_i^{\text{ana}}(D)]^2 \frac{1}{\sigma_i^2}$$

onde  $M_i^{\text{exp}}$  é o teor de umidade experimental;  $M_i^{\text{ana}}(D)$  é o teor de umidade analítico;  $\sigma_i$  é o desvio padrão do teor de umidade experimental;  $D$  é a difusividade e  $N_p$  é o número de pontos experimentais. Para cada conjunto de dados experimentais, um "D" ótimo é determinado através da minimização de  $\chi^2$ .


### O programa





 Informa um novo conjunto de dados experimentais (**em colunas**):





A última coluna é o desvio padrão do teor de umidade. Se você não souber os valores, informe o valor 1.0.


 A Abre um conjunto de dados experimentais.

 Dif Determina a difusividade e o número de Biot através de otimização, minimizando o qui-quadrado. Apresenta os seguintes indicadores estatísticos do ajuste: coeficiente de determinação e qui-quadrado.

 Res Mostra os resultados do processo de otimização.

 C 1 Mostra a tabela (t, M), que é calculada usando os valores determinados para o número de Biot e a difusividade na solução analítica. Os tempos t são os mesmos dos dados experimentais.

 C 2 Mostra a tabela (t, M), que é calculada usando os valores determinados para o número de Biot e a difusividade na solução analítica. A tabela apresenta 101 pontos.

 G Apresenta o gráfico M versus t para a solução analítica obtida e os dados experimentais.

## Soluções Analíticas

As soluções analíticas estão disponíveis, por exemplo, em: Luikov, A. V.; 1968, Analytical heat diffusion theory, New York, Academic Press.

### Parede Infinita

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=0}^{200} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} \exp \left[ - (2n+1)^2 \pi^2 \frac{D}{L^2} t \right]$$

onde:

M(t) é o teor de umidade no instante t;

M<sub>eq</sub> é o teor de umidade para t → ∞;

M<sub>i</sub> é o teor de umidade para t=0;

L é a espessura;

D é a difusividade;

t é o tempo.

### Cilindro Infinito

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{200} \frac{4}{\mu_n^2} \exp(-\mu_n^2 \frac{D}{R^2} t)$$

onde:

M(t) é o teor de umidade no instante t;

M<sub>eq</sub> é o teor de umidade para t → ∞;

M<sub>i</sub> é o teor de umidade para t=0;

R é o raio;

D é a difusividade;

t é o tempo;

J<sub>0</sub>(μ) = 0.

### Esfera

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{200} \frac{6}{n^2 \pi^2} \exp(-n^2 \pi^2 \frac{D}{R^2} t)$$

onde:

M(t) é o teor de umidade no instante t;

M<sub>eq</sub> é o teor de umidade para t → ∞;

M<sub>i</sub> é o teor de umidade para t=0;

R é o raio;

D é a difusividade;

t é o tempo.



### Cilindro Finito

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{100} \sum_{m=1}^{40} B_n B_m \exp \left[ - \left( \frac{\mu_n^2}{R^2} + \frac{\mu_m^2}{(L/2)^2} \right) Dt \right]$$

onde:

$M(t)$  é o teor de umidade no instante  $t$ ;

$M_{eq}$  é o teor de umidade para  $t \rightarrow \infty$ ;

$M_i$  é o teor de umidade para  $t=0$ ;

$R$  é o raio;

$L$  é o comprimento;

$D$  é a difusividade;

$t$  é o tempo;

$$B_n = \frac{4}{\mu_n^2};$$

$$B_m = \frac{2}{\mu_m^2};$$

$$J_0(\mu_n) = 0;$$

$$\mu_m = (2m - 1) \frac{\pi}{2}.$$

### Paralelepípedo

$$M(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{25} \sum_{m=1}^{25} \sum_{k=1}^{25} B_n B_m B_k \exp \left[ - \left( \frac{\mu_n^2}{(L_1/2)^2} + \frac{\mu_m^2}{(L_2/2)^2} + \frac{\mu_k^2}{(L_3/2)^2} \right) Dt \right]$$

onde:

$M(t)$  é o teor de umidade no instante  $t$ ;

$M_{eq}$  é o teor de umidade para  $t \rightarrow \infty$ ;

$M_i$  é o teor de umidade para  $t=0$ ;

$L_1$ ,  $L_2$  and  $L_3$  são comprimento, altura e espessura;

D é a difusividade;

t é o tempo;

$$B_n = \frac{2}{\mu_n^2};$$

$$B_m = \frac{2}{\mu_m^2};$$

$$B_k = \frac{2}{\mu_k^2};$$

$$\mu_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2};$$

$$\mu_m = (2m - 1) \frac{\pi}{2};$$

$$\mu_k = (2k - 1) \frac{\pi}{2}.$$

## Licença e Retratção

O uso do **Prescrito** constitui uma aceitação de todos os termos declarados aqui. Observe que todo cuidado foi tomado para prevenir erros no cálculo dos ajustes apresentados como resultados por este programa. Entretanto, qualquer consequência do uso destes resultados é de estrita responsabilidade do usuário. Os autores não são responsáveis por consequências do uso deste produto. Os autores negam todas as garantias, explícitas e implícitas. Os autores não assumirão nenhuma obrigação por danos devido ao uso direto ou indireto deste produto.

Será concedida a você uma licença provisória para usar o **Prescrito**, por um período de avaliação de 50 execuções. Depois, você tem que pagar uma taxa de registro (email para os autores) para continuar usando o programa. Durante o período de avaliação os autores garantem a você os mesmos direitos de um usuário registrado, inclusive o direito de publicação de todos os resultados gerados no **Prescrito**.



## **Como Citar o “Prescrito”**

... e a otimização foi feita usando o programa "Prescrito" [1]. O Prescrito é usado para estudar processos de difusão de água com dados experimentais conhecidos, para as seguintes geometrias: parede infinita, cilindro infinito, esfera, cilindro finito e paralelepípedo.

[1] Silva, Wilton P. e Silva, Cleide M. D. P. S., Prescrito - Adsorção e Dessorção, Versão 2.2 (2008 - 2009), online, disponível no seguinte sítio: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Prescribed.htm>, data do acesso: Dia-Mês-Ano.

### **Prescrito – Adsorção e Dessorção**

Por Wilton e Cleide Diniz Pereira da Silva e Silva  
DF/CCT/UFCEG - Campina Grande, PB, Brazil  
R. Artur Monteiro Viana, 55, Campina Grande,  
Paraíba, Brasil CEP 58109-140  
Fone +55 (0)83 3333 29 62  
[wiltonps@uol.com.br](mailto:wiltonps@uol.com.br)  
<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Prescribed.htm>

**Este programa é vendido como é.**