



CPqEE/CCT-UFPA

COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

PARECER FINAL DO JULGAMENTO DA DISSERTAÇÃO DO MESTRANDO

ANTONIO SÉRGIO CAVALCANTI DE MENEZES

TÍTULO: "Filtro Conformador Gaussiano para Espectrometria Nuclear"

CONCEITO: APROVADO — x — x — x

COMISSÃO EXAMINADORA:

LUIZ PEREIRA CALÔBA - Dr. Ing.
- presidente -

WILSON GUERREIRO PINHEIRO - Ph.D

JOSE IVAN CARNAÚBA ACCIOLY - M.Sc

Campina Grande, 16 de junho de 1980.



M541f Menezes, Antonio Sergio Cavalcanti de
Filtro conformador gaussiano para espectrometria nuclear
/ Antonio Sergio Cavalcanti de Menezes. - Campina Grande,
1980.
74 f. : il.

Dissertacao (Mestrado em Engenharia Eletrica) -
Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e
Tecnologia.

1. Espectometria 2. Espectometria Gama 3. Conformacao
Gaussiana 4. Filtros Amplificadores 5. Espectometria
Nuclear 6. Engenharia Eletrica 7. Dissertacao I. Caloba,
Luis Pereira II. Universidade Federal da Paraiba - Campina
Grande (PB) III. Título

CDU 543.42(043)

**FILTRO CONFORMADOR GAUSSIANO PARA
ESPECTROMETRIA NUCLEAR**

Antônio Sérgio Cavalcanti de Menezes

Tese submetida ao corpo docente da coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: LUÍS PEREIRA CALOBA

CAMPINA GRANDE
Estado da Paraíba - Brasil

1980

AGRADECIMENTOS

Não poderia deixar de aqui registrar meus agradecimentos àqueles que de uma maneira ou de outra, contribuíram para que este trabalho chegasse a um final satisfatório.

- Ao PRONUCLEAR pelo apoio financeiro dado através de bolsa de estudo.

- Ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba por ter me dado a formação básica teórica.

- A todos do Deptº de Pós-Graduação e Engenharia Elétrica da COPPE-UFRJ que, movidos por tão somente espírito de amizade, me ajudaram moral e materialmente.

- Ao Prof. Luís Pereira Caloba, da COPPE-Elétrica, por sua segura orientação de tese sem a qual este trabalho não teria sido possível.

- Ao Deptº de Instrumentação e Controle do Instituto de Engenharia Nuclear (IEN), na pessoa do seu chefe, o Sr. Hilton Andrade de Mello, por ter me facultado gentilmente o acesso às instalações e uso de equipamentos. E, em especial, o engenheiro daquele Departamento, o Sr. Milton Moraes, por suas valiosas ajudas e sugestões.

- À minha esposa, por sua paciência, compreensão e encorajamento nos momentos mais difíceis.

RESUMO

Neste trabalho é feito um estudo teórico-experimental da conformação gaussiana usada em filtros-amplificadores para espectrometria gama. Em contraposição a aproximação gaussiana clássica (integradores RC em cascata), uma aproximação por Padê, que apresentou melhorias relativas na relação sinal/ruído, bem como na simetria de pulso, é proposta. Uma configuração que foi simulada em computador, construída e testada no laboratório, foi projetada com base nos resultados do próprio trabalho.

O trabalho apresenta, também, em capítulos preliminares as bases teóricas necessárias ao bom entendimento do texto.

ABSTRACT

A theoretical study of a gaussian shaping filter, using Padé approximation, for using in gamma spectroscopy is presented. This approximation has proved superior to the classical cascade RC integrators approximation in terms of signal-to-noise ratio and pulse symmetry. An experimental filter was designed, simulated in computer, constructed, and tested in the laboratory.

ÍNDICE

	INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I		
RESOLUÇÃO EM SISTEMAS DE ESPECTROMETRIA GAMA		
1.1 - Resolução		3
1.2 - Superposição de dois Pulsos (efeito de empilhamento) ...		5
1.3 - Fontes de ruído		5
1.4 - O Filtro Ótimo		8
1.5 - O branqueamento		10
1.6 - Sinal após o branqueamento		13
1.7 - Resposta ao filtro ótimo		14
1.8 - Relação sinal/ruído na saída do filtro ótimo		15
CAPÍTULO II		
A CONFORMAÇÃO DO PULSO		
2.1 - Introdução		18
2.2 - Sistemas conformadores		19
2.3 - Relação sinal/ruído de um filtro qualquer		20
2.4 - Fator de demérito para uma constante de tempo não ótima ..		22
2.5 - Algumas aproximações do filtro ótimo		26
2.5.1 - Conformação triangular		26
2.5.2 - Aproximação do triângulo		27
2.5.3 - Conformação trapezoidal		28

CAPÍTULO III

A CONFORMAÇÃO GAUSSIANA

3.1 - Introdução	31
3.2 - Filtro gaussiano perfeito	31
3.3 - Aproximação RC da gaussiana	33
3.4 - Aproximação de Padé	39
3.5 - Considerações acerca da escolha de M e N	44
3.6 - Adição de um zero complexo	47
3.7 - Conclusões finais	53

CAPÍTULO IV

SÍNTESE, CONSTRUÇÃO E TESTES

4.1 - Introdução	56
4.2 - Síntese	60
4.3 - Cancelamento pólo-zero	63
4.4 - Construção	64
4.5 - Testes de laboratório	65

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73

ÍNDICE DAS FIGURAS

1 - Sistema simples de contagem	4
2 - Espectro de altura de pulso	4
3.1 - Efeito de empilhamento por <i>overshoot</i>	6
3.2 - Efeito de empilhamento por <i>undershoot</i>	6
4 - Principais fontes de ruído	7
5 - Representação dos ruídos série e paralelo	7
6.1 - Filtro linear ótimo	11
6.2 - Filtro linear ótimo subdividido em um filtro branqueador e um filtro "casado"	11
7 - Diferenciador CR com os isoladores de entrada e saída.....	13
8 - Sinal do detetor e pré-amplificador	14
9.1 - Saída do branqueador	16
9.2 - Resposta ao impulso do filtro ótimo	16
9.3 - Resposta do filtro ótimo a exponencial	19
10 - Sistema conformador	
11 - Variação do fator de demérito com a constante de tempo do filtro	24
12 - Visão simplificada de um filtro conformador triangular	25
13 - Conformação triangular	26
14 - Aproximação triangular	28
15 - Aproximação trapezoidal	29
16 - Sistema conformador gaussiano clássico	34
17 - Realização prática de um filtro gaussiano clássico	35
18 - Resposta ao impulso de m integradores RC em cascata	36
19 - Sistema conformador gaussiano bipolar clássico	37
20 - Derivada de cada uma das curvas da Fig. 18	38
21 - Aspecto da constelação polo-zero da aproximação de Padé	41
22 - Resposta ao impulso da aproximação de Padé quando $M = 0$ e $N = 3, \dots, 10$	45

23 - Formas bipolares correspondentes às da Fig. 22	46
24 - Resposta em frequência das aproximações de Padê para $M = 0$..	48
25 - Resposta em frequência para aproximação RC	49
26 - Aproximação de Padê de ordem $M = 1$, $N = 4$	50
27 - Aproximação de Padê de ordem $M = 1$, $N = 5$	50
28 - Aproximação de Padê para $M = 1$ e $N = 6, \dots, 9$	51
29 - Derivadas correspondentes às da Fig. 28	52
30 - Filtro LC duplamente terminado	57
31 - Filtro proposto sintetizado	62
32 - Filtro dual	62
33 - Esquema completo do filtro construído e testado	66
34 - Modelo a parâmetros concentrados do $\mu A 715$	67
35 - Resposta da simulação computacional do filtro sintetizado ...	68

INTRODUÇÃO

Em detetores nucleares de estado sólido para espectrometria gama, a resolução em baixa energia é principalmente determinada pelo ruído do detetor e do pré-amplificador. A obtenção de uma boa resolução está condicionada tanto à minimização das fontes de ruído acima mencionadas, quanto ao desenvolvimento de filtros de frequência que otimizam a relação sinal/ruído.

Neste nosso trabalho não nos preocupamos com a primeira alternativa. Voltamos inteiramente nossa atenção para a segunda possibilidade e estudamos determinados tipos de filtros.

Em geral, os filtros usados para minimizar os ruídos do detetor e do pré-amplificador são conhecidos como filtros conformadores porque conformam no tempo o sinal que sai do pré-amplificador. Além disso, esses filtros possuem um estágio amplificador, pois o sinal que sai do pré-ampli ficador não possui um nível adequado para ir ao discriminador ou ao anali sador multicanal.

Em última análise o filtro deve dar uma conformação conveniente ao pulso e a escolha do tipo a usar recai sobre aquele que melhor satisfaça às seguintes exigências principais:

- a) Boa relação sinal/ruído;
- b) bom comportamento em taxa de contagem elevada;
- c) baixa sensibilidade às flutuações no tempo de duração do sinal do detetor.

A ênfase relativa a cada um dos fatores acima depende da aplicação. Por exemplo, na espectrometria de raios-X de baixa energia usando detectores a silício (Si-Li), os itens (a) e (b) são preponderantes. Por outro lado, nos sistemas com grandes detectores a germânio (Ge-Li), usados para medir raios gama de alta energia, o primeiro fator pode ser menos importante e a ênfase deve ser dada à maior imunidade possível à variação no tempo de duração de pulso. A escolha de um filtro ótimo deve ser feita tendo em mente o compromisso que há entre estes fatores a que nenhum filtro pode satisfazer simultaneamente.

No presente trabalho, consideramos que o tempo de duração é suficientemente breve para ser considerado e a grande ênfase foi dada para a relação sinal/ruído e também para o fato de que o pulso conformado na saída do filtro tenha o menor tempo possível de duração, retornando suave e monotonicamente para a linha de base sem flutuações, picos de tensão espúrios ou *undershoot*. Com todas estas idéias em mente, um estudo por computador da resposta ao impulso das funções de transferência de uma família de filtros foi realizado, usando como critério principal de convergência a relação sinal/ruído.

Sintetizamos, construímos e testamos um filtro que realiza a função de transferência julgada ótima.

CAPÍTULO 1

RESOLUÇÃO EM SISTEMAS DE ESPECTROMETRIA GAMA

1.1 - Resolução

Nos detetores usados para espectrometria gama por processos puramente eletrônicos, o sinal aparece na saída do detetor como um pulso de corrente com uma duração típica de 10 a 500ns. Na maioria das aplicações, o maior interesse se prende à carga associada a este pulso que é proporcional à energia depositada no detetor pela radiação incidente. Tipicamente o pulso é preamplificado e a seguir conformado pelo amplificador principal, cuja saída é um pulso de tensão com amplitude máxima proporcional à carga do pulso de corrente do detetor. Estes pulsos de tensão na saída do amplificador são então analisados a partir de sua altura: os analisadores selecionam os pulsos de altura compreendida entre os níveis de tensão V e $V + \Delta V$ que são contados por um contador (Scaler) ou registrador. (Fig. 1).

Realizando contagens para vários valores de v , um espectro de altura ou histograma dos pulsos pode ser obtido. A Fig. 2 mostra um espectro de partículas monoenergéticas γ de 5 MeV obtido por este processo. A largura a meia altura (LMA) do pico é comumente usada como uma medida de resolução do sistema de espectrometria e um sistema é tanto melhor quanto menor

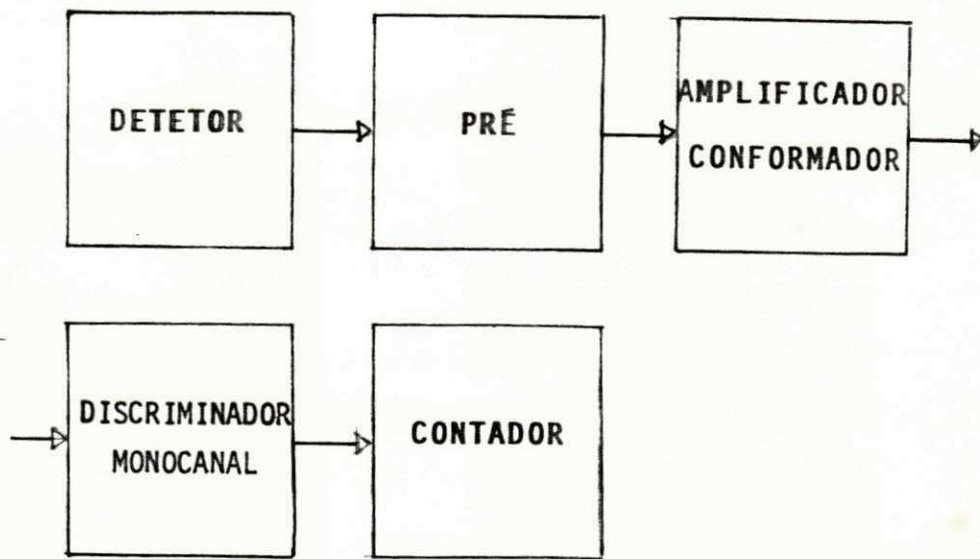


Fig. 1 - Sistema simples de contagem.

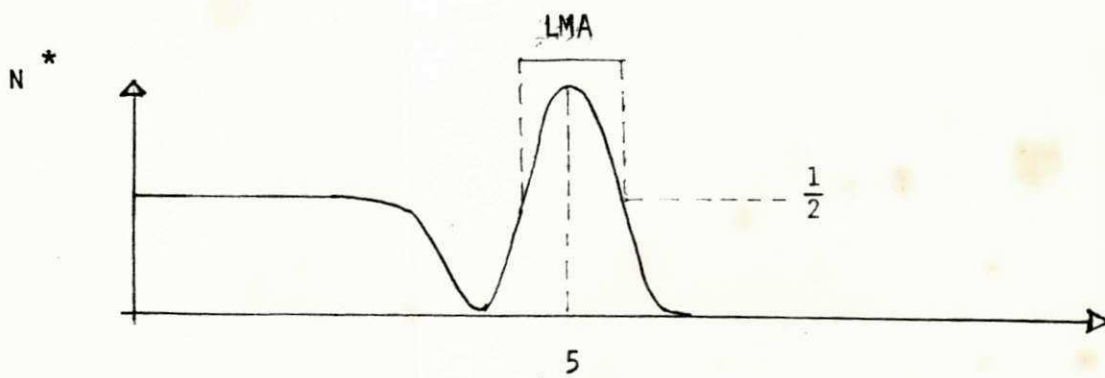


Fig. 2 - Espectro de altura de pulso.

* - Número de pulsos de altura entre V e $V + \Delta V$.

o FWAM. No nosso caso, um valor diferente de zero deve-se a imperfeições (que na prática podem ser diminuídas, mas não eliminadas).

1.2 - Superposição de dois Pulsos (Efeito de empilhamento)

Devido a natureza aleatória dos eventos nucleares, há sempre uma possibilidade de dois eventos ocorrerem em sucessão rápida. Desde que os pulsos de saída do sistema de processamento têm uma duração finita, dois pulsos podem se superpor, de maneira que o discriminador não "veja" a altura verdadeira do pulso. Na Fig. 3, podemos ver as duas possibilidades de superposição: na Fig. 3.1, temos o caso de *overshoot*, que se traduz no aumento da altura do pulso consecutivo, e na Fig. 3.2, temos o caso de *undershoot* que implica em uma diminuição da altura do pulso consecutivo. O efeito de empilhamento se não convenientemente controlado, pode prejudicar a espectrometria. Na prática, deve-se ter pulsos com duração tão pequena quanto possível, com um rápido retorno à linha de base. O *undershoot* pode ser eliminado por meios técnicos especiais, tais como cancelamento de pólo-zero e restauração de linha de base. O empilhamento também pode ser eliminado em grande parte pelos circuitos de detecção e rejeição de pulsos superpostos.

1.3 - Fontes de Ruído

Não cabe aqui uma análise completa das fontes de ruído nos sistemas para espectrometria. A quase totalidade do ruído se origina no detetor e no estágio inicial do pré-amplificador, e seu valor RMS, devido a estas fontes, é determinado pela largura da faixa de passagem do sistema entre o pré-amplificador e a saída do amplificador. Na Fig. 4 temos i_b e i_r como fontes de ruído que provêm do movimento térmico dos portadores de carga

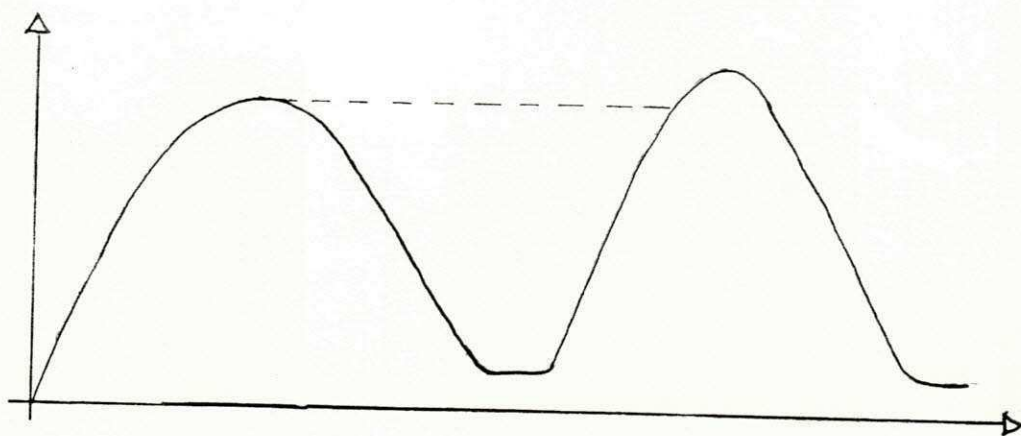


Fig. 3.1 - Efeito de empilhamento por *overshoot*.

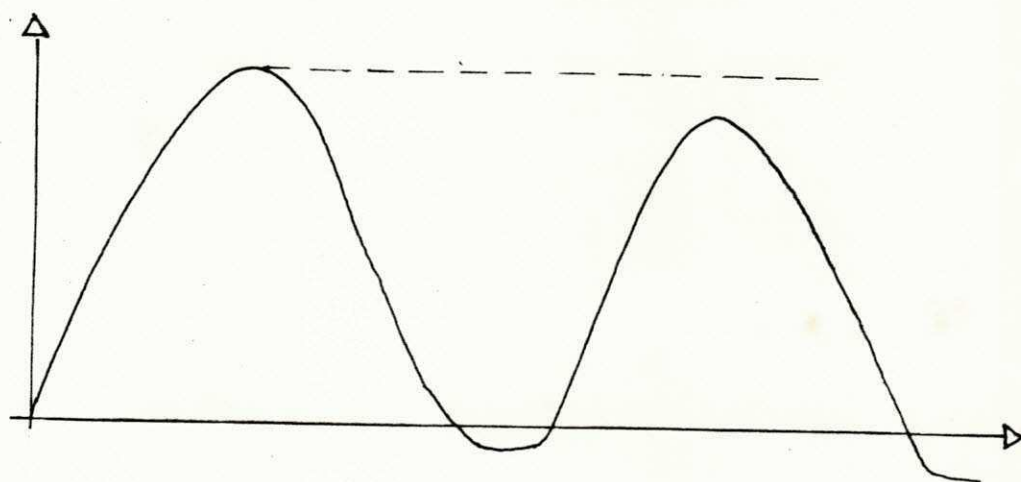


Fig. 3.2 - Efeito de empilhamento por *undershoot*.

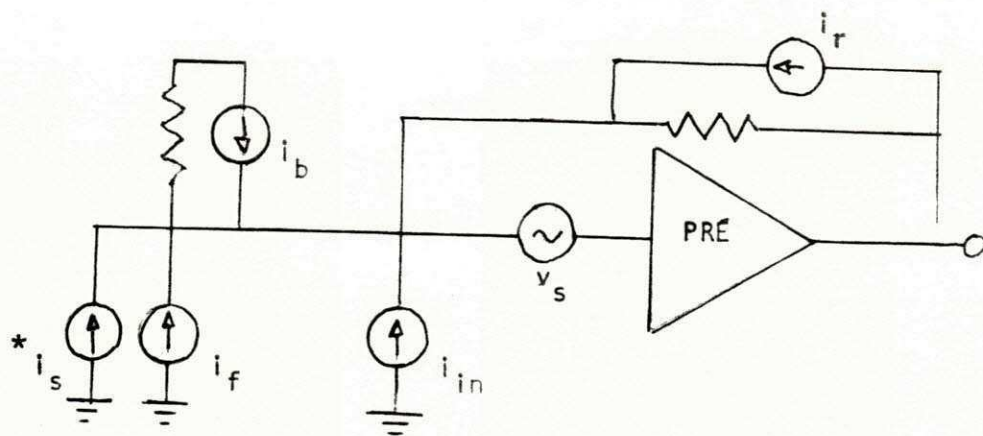


Fig. 4 - Principais fontes de ruído.

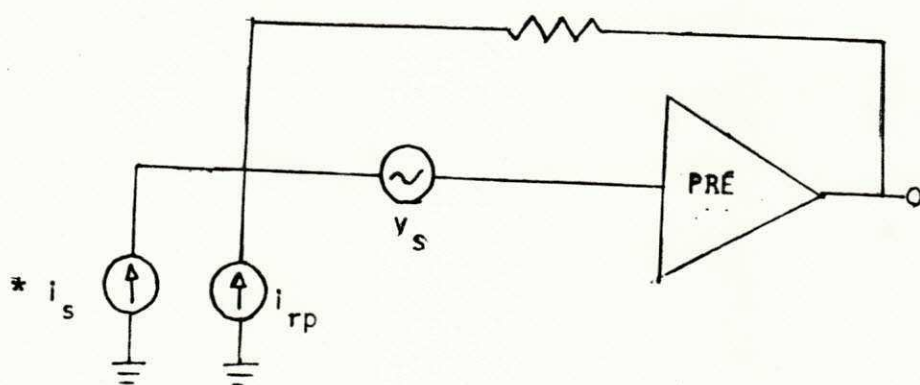


Fig. 5 - Representação dos ruídos série e paralelo.

* - Sinal do detector.

que faz flutuar estatisticamente a diferença de potencial através de uma resistência ôhmica, em paralelo com os resistores de polarização do detetor e da realimentação do prē, respectivamente; i_f corresponde à corrente de fuga do detetor; i_{in} corresponde à corrente de fuga do detetor; i_{in} corresponde à corrente de base ou porta do primeiro estágio do prē-amplificador. Estas fontes de corrente são representadas como uma única fonte de corrente em paralelo, i_{rp} , onde $i_{rp} = i_f + i_r + i_b + i_n$ (V. Fig. 5). A fonte v_s se deve à característica discreta da corrente elétrica caracterizando o que se conhece por ruído *shot*.

1.4 - O Filtro Ótimo

Em baixas energias (menores que 100 KeV), o ruído do sistema detetor-prē-amplificador é a principal fonte de degradação da resolução de um sistema de espectrometria gama. A saída do prē-amplificador consiste em um pulso, cuja altura máxima é proporcional à energia da radiação dissipada no detetor e decresce exponencialmente a zero com constante de tempo padronizada em $50\mu s$. O ruído total vindo do prē-amplificador cobre uma faixa larga de frequência e a relação sinal/ruído, portanto, é baixa.

Neste trabalho não estamos interessados em diminuir o ruído nas suas fontes, mas em desenvolver filtros especiais que tenham resposta ao impulso com a maior relação sinal/ruído possível. E qual seria o filtro ótimo, isto é, o que nos daria a melhor relação sinal/ruído? Para respondermos a esta pergunta, fazemos a otimização baseados no raciocínio desenvolvido por Radeka (ref. 4).

Na Fig. 6.1, temos na entrada do sistema um sinal $A_0.s(t)$ tendo uma transformada de Fourier $A_0.S(\omega)$. O ruído associado a este sinal é estacionário, isto é, independe do tempo, com uma densidade espectral $W_r(\omega)$. A saída do filtro num tempo t_1 devido ao sinal de entrada no filtro é determinada da

transformada de Fourier do espectro de frequência $A_0 \cdot S(\omega) \cdot H(\omega)$, onde $H(\omega)$ é a transformada de Fourier da resposta ao impulso do filtro.

$$g(t_1) = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \cdot S(\omega) e^{j\omega t_1} d\omega \quad (1)$$

A potência de ruído na saída é dada por:

$$p = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 W_r(\omega) d\omega \quad (2)$$

A relação sinal/ruído em t_1 , definida a partir da razão da potência em t_1 e a potência média do ruído, é:

$$\rho^2 = \frac{[g(t_1)]^2}{p^2} \quad (3)$$

Mostra-se que ρ em (3) é máxima quando:

$$H(\omega) = K |S^*(\omega)/W_r(\omega)| e^{-j\omega t_1} \quad (4)$$

onde K é uma constante arbitrária.

(4) dá a expressão para a função de transferência de um filtro ótimo para um dado sinal de entrada $s(t)$ superposto a um ruído com densidade espectral de potência $W_r(\omega)$. Fisicamente podemos interpretar que o filtro dado por (4) permite passar as frequências para as quais a amplitude do sinal é grande quando comparada à do ruído.

É conveniente dividir o filtro em duas partes, uma que converte o ruído dado por $W_r(\omega)$ em ruído branco W_0 e outra que maximiza a relação sinal/ruído, conforme Fig. 6.2. O sinal $S(\omega)$ na entrada do branqueador é convertido em $F(\omega)$ na sua saída. Assim, (4) é modificada para:

$$H(\omega) = \frac{K}{W_0} F^*(\omega) e^{-j\omega t_1} \quad (5)$$

onde K/W_0 é o fator constante (que pode ser arbitrado unitário, por conveniência).

De (5), verifica-se que, para o caso em que o ruído é branco, a transformada do filtro ótimo é o complexo conjugado do espectro de amplitude do sinal de entrada, a menos de um fator de retardo. Também de (5), podemos chegar a resposta do impulso $h_0(t)$;

$$h_0(t) = f(t_1 - t) \quad (6)$$

Assim, a resposta impulsional do filtro ótimo é a imagem espectral em relação a $t = 0$ do sinal de entrada, retardada de um tempo t_1 .

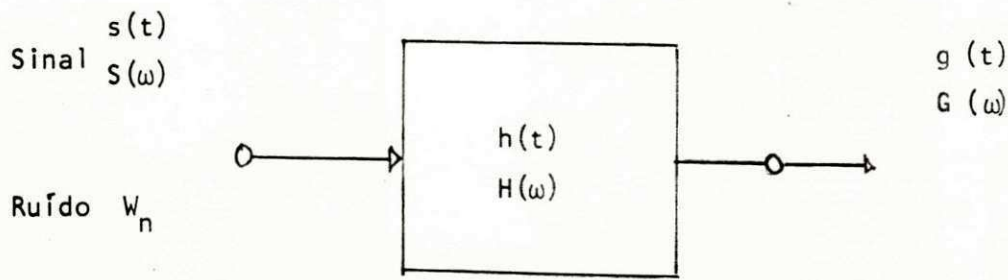
1.5 - O Branqueamento

O ruído se origina em sua quase totalidade no detetor e no pré-amplificador. Este ruído é equivalente a uma fonte de tensão com uma densidade espectral de potência dada por:

$$(d\bar{v})^2 = W_r(\omega) d\omega \quad (7)$$

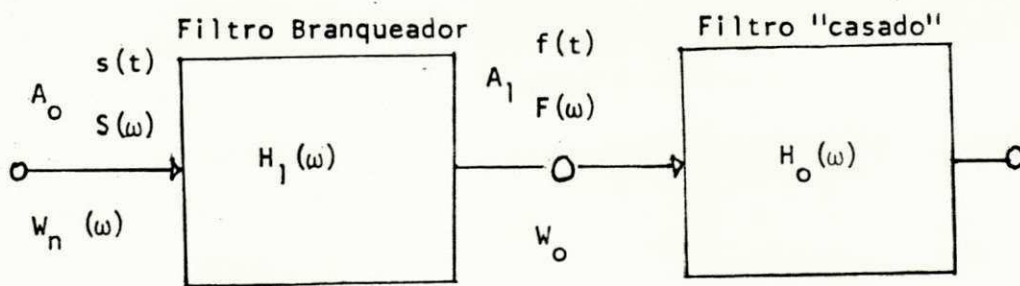
onde

$$W_r(\omega) = a^2 + \frac{b^2}{\omega^2} \quad (8)$$



$$H(\omega) = K \frac{S^*(\omega)}{W_r(\omega)} e^{-j\omega t}$$

Fig. 6.1 - Filtro linear ótimo



$$|H_1(\omega)| = \left(\frac{W_o}{W_r(\omega)} \right)^{1/2} \quad H_0(\omega) = K \frac{F^*(\omega)}{W_o} e^{-j\omega t}$$

Fig. 6.2 - Filtro linear ótimo subdividido em um filtro branqueador e um filtro "casado"

O primeiro termo, a^2 , é chamado ruído série e surge no primeiro transistor (ruído de canal do FET) do pré-amplificador. O segundo termo, $\frac{b^2}{\omega^2}$, provém em grande parte da corrente de fuga do detector e é chamado ruído paralelo. Na verdade, uma terceira componente de ruído (do tipo série) ainda aparece; é o chamado ruído flicker, c/ω , que é inversamente proporcional à frequência. Normalmente, esta componente tem influência desprezível na resolução do sistema (Ref. 2).

Reescrevendo a expressão (8), temos:

$$W_r(\omega) = a^2 \left(1 + \frac{1}{\omega^2 \tau_c^2} \right) \quad (9)$$

onde τ_c é a constante de tempo igual a a/b .

O ruído dado pela expressão (9) pode ser convertido em ruído branco por um filtro branqueador, cuja função de transferência dada por $H_1(s)$ é tal que:

$$W_o = W_r(\omega) |H_1(j\omega)|^2 \quad (10)$$

Assim,

$$|H_1(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + 1/\omega^2 \tau_c^2} = \frac{\omega^2 \tau_c^2}{\omega^2 \tau_c^2 + 1} =$$

$$= H_1(s)H_1(-s) \Big|_{s = j\omega}$$

Logo,

$$H_1(s) = \frac{\tau_c s}{s\tau_c + 1} \quad e \quad \omega_o = a^2 \quad (11)$$

Não é difícil perceber que a função de transferência acima, pode ser realizada por um diferenciador CR com uma constante de tempo T_C .

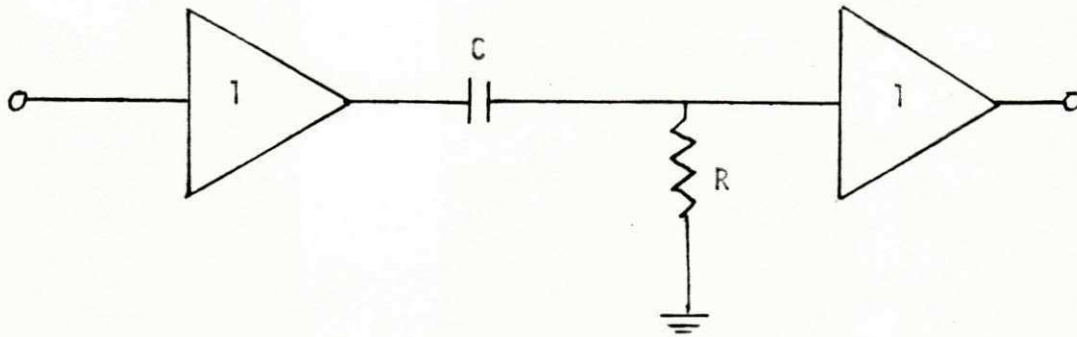


Fig. 7 - Diferenciador CR com os isoladores de entrada e saída.

1.6 - Sinal Após o Branqueamento

Numa primeira análise, vamos supor que o tempo de decaimento da exponencial da saída do pré-amplificador é infinito e, que o tempo de subida é zero, um degrau perfeito, portanto. Seja q_0 a carga fornecida pelo detector e C a capacitância associada ao pré-amplificador. O sinal que sai do pré-resultante do impulso de carga $q_0(t)$ na sua entrada é:

$$v_1(t) = \frac{q_0}{C} u(t)$$

$$v_1(s) = \frac{q_0}{sC}$$

A saída do branqueador é, portanto, dada por :

$$v_2(s) = v_1(s) H_1(s) = \frac{q_0}{C} \frac{\tau_c}{\tau_c s + 1} \quad (12)$$

$$\therefore v_2(t) = \frac{q_0}{C} e^{-t/\tau_c}$$

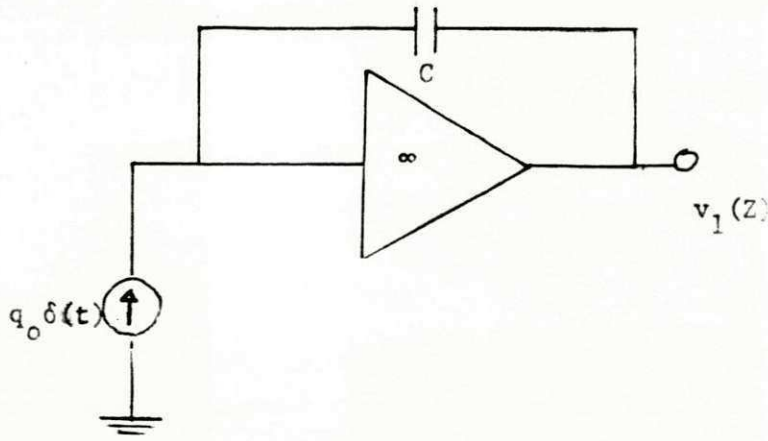


Figura 8.

1.7 - Resposta do Filtro Ótimo

Da expressão (6) temos que a função de transferência $H_o(j\omega)$ do filtro ótimo é complexa conjugada do sinal que o filtro "vê" na entrada.

$$H_o(j\omega) = v_2^*(s) \Big|_{s = j\omega}$$

Assim, das expressões (6) e (12) e das Figs. 9.1 e 9.2, temos:

$$H_o(s) = \frac{\pi_c}{1 - \tau_c s} \quad (13)$$

A saída do filtro $V_o(s)$ será, portanto:

$$v_o(s) = v_2(s) H_o(s) = \frac{q_o}{c} \frac{\tau_c}{\tau_c s + 1} \times \frac{\tau_c}{1 - \tau_c s} \quad (14)$$

A resposta no tempo de $V_o(s)$, dada por $v(t)$, é obtida pela convolução da resposta ao impulso do filtro ótimo com o sinal de entrada.

$$v_o(t) = \frac{q_o \tau_c}{2c} e^{-a|t|} \quad \text{onde } a = \frac{1}{\tau_c} \quad (15)$$

A Fig. 9 apresenta graficamente tudo que foi dito. Na Fig. 9.1 vemos que a resposta do filtro branqueador é uma exponencial decrescente quando temos na entrada um degrau. Na Fig. 9.2, temos a resposta ao impulso do filtro ótimo, que é a imagem especular do sinal que sai do branqueador quando o filtro ótimo está "casado" a este sinal particular. E finalmente na Fig. 9.3, temos a resposta total do filtro. Esta curva, que não tem significado prático, por ser uma resposta antecipada, tem valor teórico grande, pois apresenta o melhor desempenho possível, sob o ponto de vista sinal/ruído. A curva é conhecida como cuspica.

A transformada bilateral de Laplace de (15) (ref. 3) é:

$$V_o(s) = \frac{-2a}{(s+a)(s-a)} \quad (16)$$

Assim, a expressão acima representa a função de transferência de um filtro que tem como resposta ao impulso uma cuspica. Um circuito que gere tal conformação é antecipativo devido ao polo no semiplano direito. É natural que esperemos que este circuito seja irrealizável fisicamente e que tenha, portanto sentido apenas matemático. Na hipótese de realizá-lo, ele nos apresentaria dois inconvenientes. Primeiro, ele seria instável; segundo que, devido ao pulso não manter sua amplitude máxima constante durante um determinado intervalo de tempo, a sensibilidade ao tempo de coleta de cargas no detetor seria elevada.

1.8 - Relação Sinal/Ruído na Saída do Filtro Ótimo

μ_o , o valor RMS do ruído da saída do filtro ótimo é dado pela integral da densidade espectral de potência de ruído na saída do filtro (ref. 2). Considerando a expressão (13) e um ruído branco $W_o = a^2$ na entrada do filtro ótimo, o ruído na saída será dado por

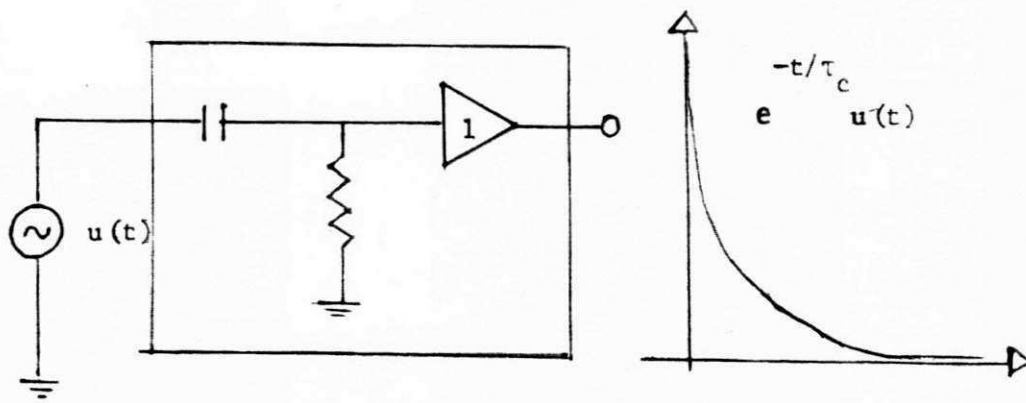


Fig. 9.1 - Saída do branqueador.

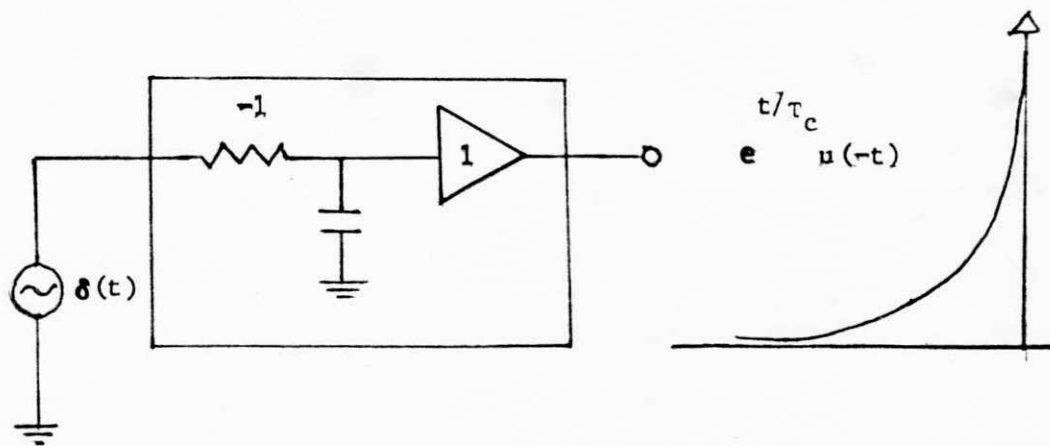


Fig. 9-2 - Resposta ao impulso do filtro ótimo.

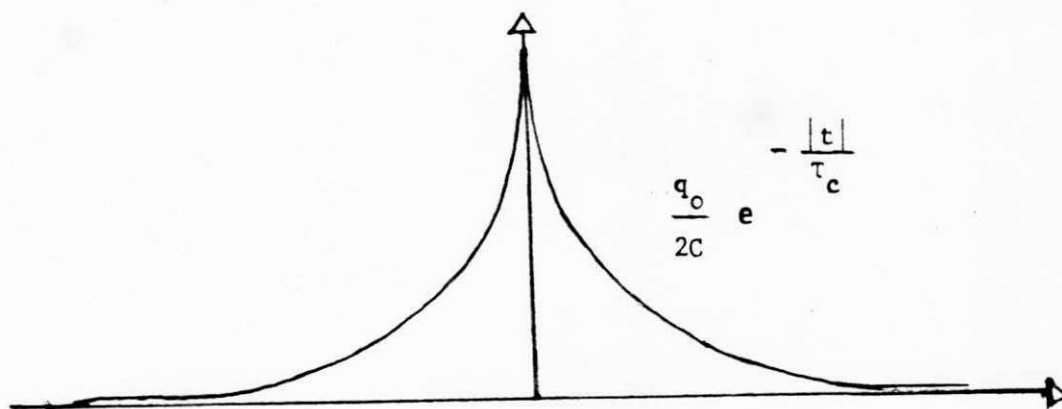


Fig. 9.3 - Resposta do filtro ótimo à exponencial da Fig. 9.1

$$\mu_o^2 = \int_0^\infty a^2 |H(j\omega)|^2 = \int_0^\infty \frac{a^2 \pi_c^2}{1 + \omega^2 \tau_c^2} d\omega = \frac{\pi a \tau_c}{2} \quad (17)$$

A relação sinal/ruído será a razão entre a amplitude máxima do sinal e o valor RMS do ruído. Na expressão (15) vemos que a amplitude máxima do sinal corresponde a q_o/C que pode, por conveniência, ser normalizado em 1. Assim, a relação sinal/ruído ótima é :

$$\eta_o = (2\pi ab)^{-1/2} \quad (18)$$

CAPÍTULO 2

A CONFORMAÇÃO DO PULSO

2.1 - Introdução

No capítulo anterior chegamos a conclusões preliminares importantes acerca da resolução em sistemas de espectrometria gama, entre elas a conformação que apresentaria a melhor relação sinal/ruído. Fica claro então, que o critério de convergência para os diversos filtros que quisermos estudar e implementar deve ser a relação sinal/ruído do filtro ótimo. No entanto, não devemos nos esquecer do fato de que temos que evitar tanto quanto possível outros efeitos que também degeneram a espectrometria gama. O tamanho do detetor é finito e as interações entre a radiação e o detetor ocorrem em diferentes posições do mesmo. Isto faz variar o tempo de coleta dos portadores, que portanto não é zero, a situação ideal. Pulsos de duração muito longa implicam em superposições entre pulsos consecutivos, conforme já foi dito. Em suma, as características de frequência do filtro devem estar correlacionadas com certas características no tempo. Daí os filtros serem chamados de conformadores, porque eles conformam o pulso no tempo para ir ao discriminador, ao mesmo tempo que filtram o ruído proveniente do detetor e do pré-amplificador.

Qual a melhor conformação de pulso para espectrometria gama? A resposta a essa pergunta depende de alguns fatores. Para baixas contagens,

por exemplo, não seria a mesma que para altas contagens, uma vez que em baixas contagens, o efeito de empilhamento não é tão acentuado quanto em altas contagens. No primeiro caso, o ruído predomina; no segundo, o que predomina é o efeito de empilhamento. Para diminuirmos o efeito de empilhamento, devemos fazer com que o pulso seja o mais curto possível e fazendo-o muito curto pioramos a relação sinal/ruído. É um compromisso ao qual não temos como fugir, o que será examinado com mais detalhes adiante.

2.2 - Sistemas Conformadores

Partimos agora para a generalização do filtro conformador. Lembremos que o branqueamento é uma peculiaridade do filtro conformador ótimo e, portanto, não devemos mais nos preocupar com ele, mesmo que queiramos filtros que nos dê como aproximação a cuspida. Continuaremos supondo, ainda por enquanto, que o sinal que o filtro vê na entrada é um degrau (unitário, por conveniência). E como a saída do filtro deve ser um sinal que retorne à linha de base com menor tempo possível, o filtro pode ser pensado como possuindo um estágio diferenciador perfeito, para que tenhamos na entrada do filtro propriamente dito um impulso, o que traz vantagens no tratamento matemático do sistema. Assim, seja $H(s)$, a função de transferência de um filtro conformador qualquer.

$$H(s) = sH_1(s)$$

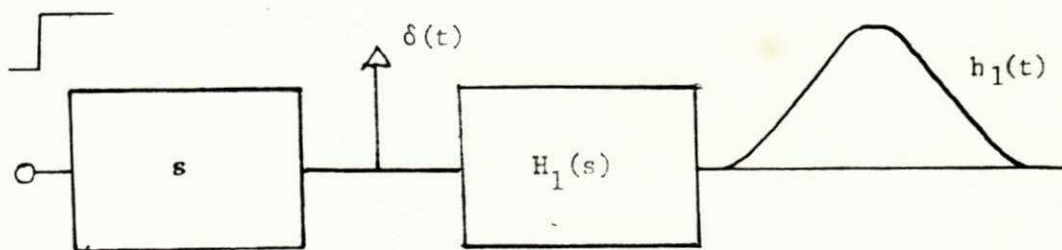


Fig. 10 - Sistema Conformador.

2.3 - Relação Sinal/Ruído de um Filtro Qualquer

Seja $H(s)$ a função de transferência de um filtro qualquer. O valor RMS do ruído na saída do filtro, μ_{no} , é dado por :

$$\mu_{no}^2 = \int_0^{\infty} \left(a^2 + \frac{b^2}{\omega^2} \right) |H(j\omega)|^2 d\omega \quad (19)$$

onde $W_r(\omega) = a^2 + \frac{b^2}{\omega^2}$ é o espectro do ruído na entrada. Como:

$$H(s) = s H_1(s) \quad (20)$$

vem que

$$|H(j\omega)|^2 = \omega^2 |H_1(j\omega)|^2 \quad (21)$$

Logo

$$\mu_{no}^2 = \int_0^{\infty} (a^2 \omega^2 + b^2) |H_1(j\omega)|^2 d\omega \quad (22)$$

ou

$$\mu_{no}^2 = a^2 I_A + b^2 I_B \quad (23)$$

onde :

$$I_A = \int_0^{\infty} \omega^2 |H_1(j\omega)|^2 d\omega \text{ e } I_B = \int_0^{\infty} |H_1(j\omega)|^2 d\omega \quad (24)$$

Se todos os polos e zeros da função de transferência forem multiplicados por σ teremos $H_1(s\sigma)$, ao invés de $H_1(s)$, o que corresponde a um escalonamento de frequência. Logo, a expressão (23) se torna:

$$\mu_{no}^2 = a^2 \frac{I_A}{\sigma} + b^2 I_B \sigma \quad (25)$$

Note que de acôrdo com a expressão (25), μ_{no} é função de σ que está relacionado com o tempo de duração do pulso. Isto fica claro quando fazemos:

$$\mathcal{L}^{-1} \{H_1(\sigma s)\} = \frac{1}{\sigma} h(t/\sigma) \quad (26)$$

Logo, a duração do pulso na saída do filtro é diretamente proporcional a σ , que é a constante de tempo do filtro.

A partir da expressão (25), podemos achar a constante de tempo ótimo para um dado filtro, σ_o . O ótimo ocorrerá quando o valor RMS do ruído na saída for mínimo, isto é, quando:

$$a^2 \frac{I_A}{\sigma_o} = b^2 I_B \sigma_o \implies \sigma_o = \tau_c \left(\frac{I_A}{I_B} \right)^{1/2} \quad (27)$$

A partir da expressão (27), concluímos que se o ruído proveniente do detetor (ruído paralelo) predominar, a duração do pulso deverá ser relativamente menor, fixado o valor de τ_c . Inversamente, se o ruído série, proveniente do pré-amplificador, predominar, o pulso deverá ser relativamente mais longo. Como em geral o ruído do detetor predomina sobre o do pré-amplificador, conclui-se que para um dado filtro a duração do pulso ótima é inversamente proporcional ao valor RMS do ruído na saída do filtro.

Substituindo a expressão (27) na expressão (25), obtemos:

$$\mu_{no}^2 = 2ab(I_A I_B)^{1/2} \quad (28)$$

O fator de demérito, F, definido como a razão entre a relação sinal/ruído do filtro ótimo e a do filtro em estudo é um parâmetro que dá uma indicação de quão pior é o filtro que pretendemos usar em relação ao

ótimo, considerando apenas o ruído.

Assim, da expressão (18) temos:

$$F^2 = \frac{\eta_o^2}{h_m^2 / \mu_{no}^2} = \frac{2ab (I_A I_B)^{1/2}}{2\pi ab h_m^2}$$

$$F^2 = \frac{(I_A I_B)^{1/2}}{\pi h_m^2} = \frac{(I_1 I_2)^{1/2}}{h_m^2} \quad (29)$$

onde h_m é a altura máxima do pulso na saída do filtro e

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(j\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |h_1'(t)|^2 dt \quad (30.1)$$

$$I_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(j\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |h_1(t)|^2 dt \quad (30.2)$$

$h_1(t)$ é a resposta ao impulso do filtro.

As expressões (30.1) e (30.2) nos oferece uma maneira mais simples de se obter o fator de demérito de uma conformação qualquer, pois, em geral, as integrais que dão as contribuições dos ruídos A e B são mais fáceis de serem calculadas no tempo.

2.4 - Fator de Demérito para uma Constante de tempo não Ótima

Chegamos a uma expressão para o fator de demérito de um filtro qualquer baseados na hipótese que a constante de tempo do filtro é ótima. Temos, portanto, na expressão (29) um fator de demérito ótimo. Se durante uma experiência com espectrometria gama usando um dado filtro, o NCTC do ruído variar, teremos pela expressão (27) uma outra constante de tempo ótimo para o filtro. Como a constante de tempo do filtro é fixa, estabelecida no projeto, o fator de demérito na saída piorará. Como se estabelece

esta variação? Veremos a seguir.

Das expressões (18) e (29), podemos obter a expressão para o fator de demérito não ótimo, F_{no} . Assim,

$$F_{no}^2 = \frac{1}{2\pi ab h_m^2} \left(a^2 \frac{I_A}{\sigma} + b^2 I_B \sigma \right) \quad (31)$$

Rearrmando a expressão (31) temos:

$$F_{no}^2 = \frac{(I_A I_B)^{1/2}}{\pi h_m^2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{I_A}{I_B} \right)^{1/2} \frac{1}{\sigma} + \frac{1}{2} \left(\frac{I_B}{I_A} \right)^{1/2} \sigma \right]$$

Das expressões (25) e (29), normalizando t_c (igual a 1 segundo), obtemos:

$$\frac{F_{no}^2}{F^2} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_o}{\sigma} + \frac{\sigma}{\sigma_o} \right) \right]^{1/2} \quad (32)$$

Vale ressaltar que em nenhum momento mencionamos qualquer hipótese de particularização na obtenção das expressões (29) e 32). Elas são absolutamente universais.

Da expressão (32) vemos que:

$$\frac{F_{no}}{F} = 1, \text{ para } \sigma = \sigma_o$$

A partir dela podemos traçar uma curva universal de F_{no}/F contra σ/σ_o , o que é mostrado na Fig. 11. Nela vemos que em torno do valor ótimo ($\sigma/\sigma_o = 1$), a variação F_{no}/F é pequena. Na tabela temos alguns valores a partir da eq. (32).

TABELA - 1

σ/σ_o	F_{no}/F
1,0	1,0
1,5	1,04
1,8	1,09
2,0	1,12
2,5	1,20

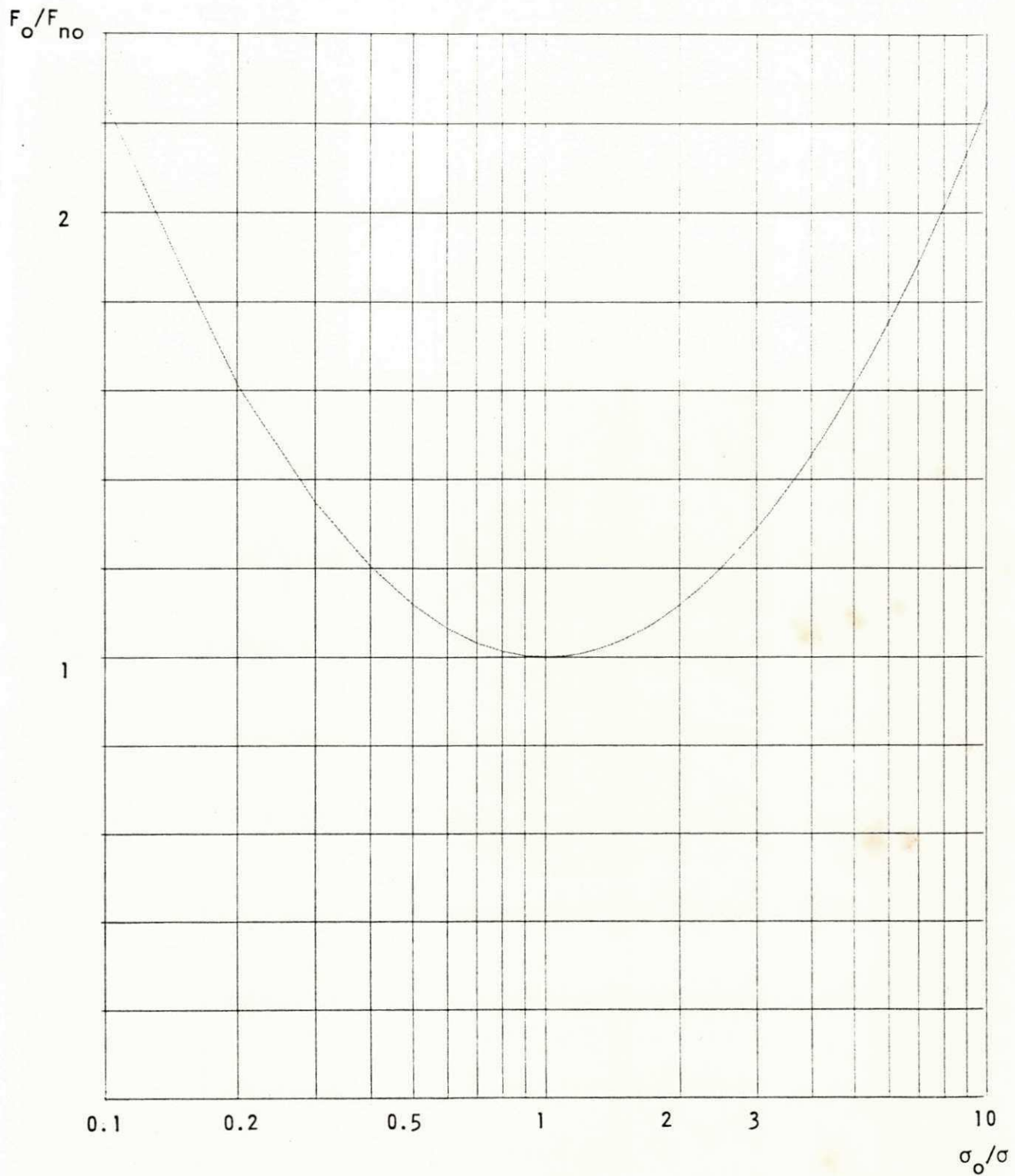


Fig. 11 - Variação do Fator de Demérito com a constante de tempo do filtro.

Assim, se o NCTC do ruído variar em 50% para mais ou para menos a relação sinal/ruído na saída do filtro variará apenas 4%, o que permite realizar o projeto do filtro com constante de tempo fixa.

Abaixo, passamos a discutir algumas das conformações mais comuns.

2.5 - Algumas Aproximações do Filtro Ótimo

2.5.1 - Conformação Triangular

Na Fig. 12, apresentamos uma forma de realizar um pulso triangular. Um degrau perfeito e unitário passa através de um isolador de impedância. A tensão de saída do isolador alimenta o ponto 2 e vai também para uma linha de retardo depois de passar por um inversor de ganho unitário. O ponto 2 se constitui no somador de corrente. A corrente somada é transformada em tensão. No ponto 3, temos um pulso com duração T_D . O processo se repete em cada passo, nos pontos 3 e 4. No ponto 5, temos um pulso triangular com duração $2T_D$.

Para o cálculo do fator de demérito, empregamos as expressões (29), (30.1) e (30.2).

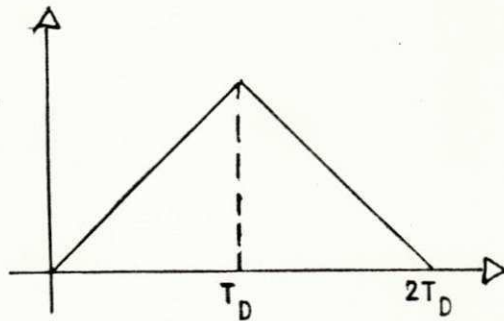


Fig. 13 - Conformação triangular.

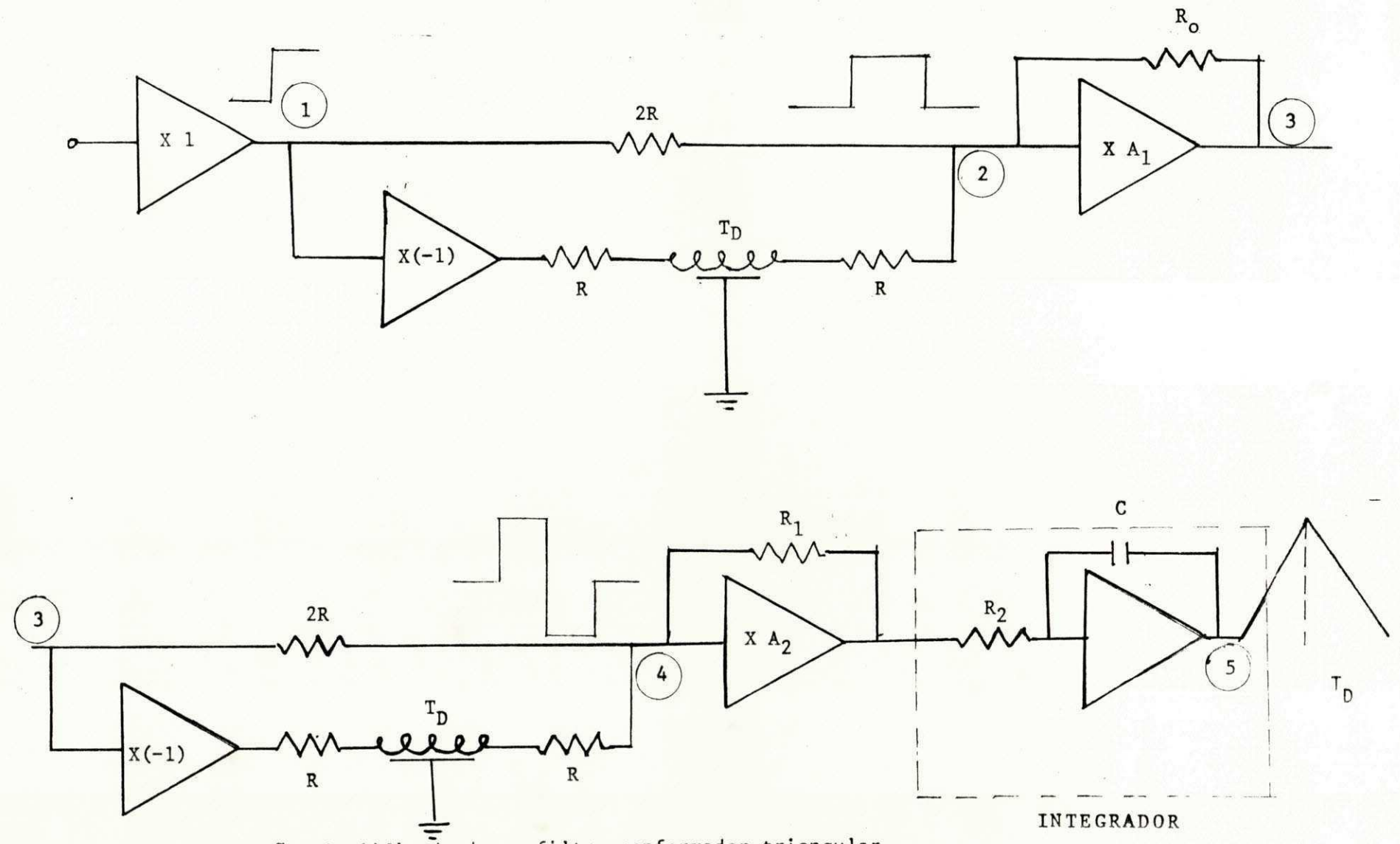


FIG. 12 - Visão simplificada de um filtro conformador triangular.

Da Fig.13, temos:

$$f(t) = t/T_D, \text{ para } t < T_D$$

$$f(t) = -t/t_D, \text{ para } t > T_D.$$

assim,

$$I_1 = \frac{2}{T_D^2} \int_0^{T_D} dt = \frac{2}{T_D}$$

$$I_2 = \frac{2}{T_D^2} \int_0^{T_D} \frac{T_D^3}{3} dt = \frac{2}{3} T_D$$

O fator de demérito F , será:

$$F = (4/3)^{1/4} = 1.075$$

Logo, sob o ponto de vista de relação sinal/ruído, a conformação triangular s̄o é 7,5% pior do que a cuspica. Sem d̄uvida, uma boa aproximação.

A constante do tempo ōtima, σ_o , é dada de (27) e (30) por:

$$\sigma_o = \tau_c \frac{\sqrt{3}}{T_D}$$

2.5.2. Aproximação do Triângulo

A conformação acima, apesar de ser boa, apresenta dois s̄erios inconvenientes de ordem pr̄tica. Um é o dif̄cil ajuste das linhas de retardo para que haja um perfeito sincronismo nos pontos 2 e 4 da Fig.12. Outra desvantagem é o grande n̄mero de elementos no circuito, acarretando uma sensibilidade apreciável.

Para contornar o problema, usa-se a aproximação do triângulo. Na

Fig. 12, no ponto 3, ao invés de seguir para a segunda linha de retardo, o pulso vai para o integrador RC. A saída do filtro (normalizando sempre a amplitude) \bar{e} :

$$f(t) = (1 - e^{-t/RC})(U(t) - U(t - T_D)) + e^{-t/RC} U(t - T_D)$$

O valor do fator de demérito calculado \bar{e} :

$$F = 1,098, \text{ para } RC = 2T_D.$$

Com economia de elementos e com a conseqüente queda na sensibilidade, temos um filtro que \bar{e} apenas um pouco pior que o triangular.

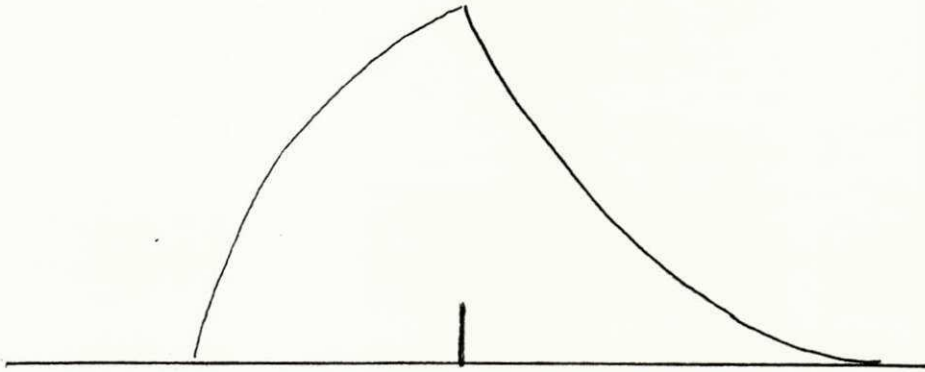


Fig. 14 - Aproximação triangular.

2.5.3. Conformação Trapezoidal

Já afirmamos que a ausência de uma parte do pulso em que a sua altura \bar{e} constante, implica em uma alta sensibilidade ao tempo de coleta de carga no detetor (ref. 5). Isto está relacionado à convolução que se deve fazer entre a resposta do filtro, considerando o pulso de corrente gerado no detetor de duração zero e a resposta do filtro a um pulso de valor finito. Para grandes detetores nucleares que tem tempos de coleta relativamen

te longos, devemos aumentar o intervalo de tempo em que a altura do pulso é constante, "abrindo" o pulso, isto é, tornando-o mais longo. Se isto não é feito, distorções podem ser observadas quando varia a duração do pulso no detetor. Os atuais pré-amplificadores possuem um bom desempenho (baixo ruído) e a grande contribuição do ruído deve-se ao detetor (ruído paralelo), o que implica em pulsos com menor duração. Logo, devemos procurar uma solução intermediária. Esta solução é a conformação trapezoidal, principalmente se o detetor for suficientemente grande. (Ref. 7)

Seja a Fig. 15 abaixo:

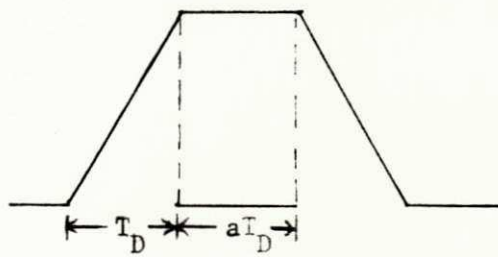


Fig. 15 - Aproximação trapezoidal.

A parte constante do pulso vale aT_D e, T_D é a duração da parte inclinada do pulso. Dispensamos neste caso, considerações acerca de um sistema que possa realizá-lo, bastante similar ao caso anterior. As contribuições dos ruídos A e B, neste caso, são:

$$I_1 = \frac{2}{T_D}$$

$$I_2 = (2/3 + 2)T_D$$

O fator de demérito, F é:

$$F = (I_2 I_2)^{1/4} = \left(\frac{4}{3} + 2a\right)^{1/4}$$

A conformação triangular é, portanto, uma particularidade da conformação trapezoidal quando $a = 0$. A constante de tempo ótima do filtro é:

$$\sigma_o = \left(\frac{6}{2 + a}\right)^{1/2}$$

Logo, na conformação trapezoidal, o fator de demérito é diretamente proporcional e a constante de tempo é inversamente proporcional a a .

CAPÍTULO 3

A CONFORMAÇÃO GAUSSIANA

3.1 - Introdução

Embora oferecendo fatores de demérito próximos de um e uma duração curta de pulso, as conformações apresentadas anteriormente apresentam dificuldades na realização prática devidas aos longos retardos que necessitam. Uma conformação que apresenta as vantagens acima e que tem uma implementação mais fácil é a conformação gaussiana, que vem sendo muito empregada ultimamente (ref. 6). Neste capítulo estudamos em detalhes as conformações gaussianas que constituem o objeto central deste trabalho.

3.2 - Filtro gaussiano perfeito

A curva gaussiana tem sua forma no tempo dado por:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-t^2/2\sigma^2} \quad (33)$$

Um filtro cuja resposta a um degrau seja uma gaussiana tem uma resposta ao impulso dada por $h(t) = f'(t)$. A partir desta resposta ao impulso e das equações (29) e (30) podemos calcular o fator de demérito da gaussiana perfeita.

$$F_g = 1,119 \quad (34)$$

Assim, a gaussiana perfeita tem uma relação sinal/ruído 11,9% pior do que a cuspida. É o limite teórico máximo para a conformação gaussiana.

A transformada de Fourier da gaussiana é dada por

$$F(\omega) = (2\pi\sigma)^{1/2} e^{-\sigma^2\omega^2/2} \quad (35)$$

A função de transferência $H_0(s)$ de um sistema que responda ao de grau com uma gaussiana perfeita pode ser calculada a partir da extensão analítica ao plano s de $F(\omega)$.

$$H_0(s) = s\{F(\omega) | \omega = \frac{s}{j}\} = (2\pi\sigma)^{1/2} s e^{\sigma^2 s^2/2} \quad (36)$$

Este sistema pode ser visto como um diferenciador ideal que antecede um filtro cuja resposta ao impulso é uma gaussiana e cuja transferência é

$$H_g(s) = (2\pi\sigma)^{1/2} e^{\sigma^2 s^2/2} \quad (37)$$

A aproximação de $H_g(s)$ definida pela eq. (37) por uma função $H(s)$ realizável por um circuito a parâmetros concentrados, isto é, por uma função real racional em s , leva normalmente a polos no semi-plano direito (SPD) de s , o que resulta em um sistema instável e não realizável. Uma opção é realizar uma função $H(s)$ cujo módulo aproxime o módulo de $H_g(s)$ para frequências reais, isto é,

$$|H(s)|_{s=j\omega} \approx |H_g(s)|_{s=j\omega} \quad (38)$$

ou seja

$$H(s) H(-s) \Big|_{s = j\omega} \approx |H_g(s)|^2 \Big|_{s = j\omega}$$

ou ainda (fazendo $[2\pi\sigma]^{1/2} = 1$) (39)

$$H(s) H(-s) \approx e^{\sigma^2 s^2} \quad (40)$$

Os polos da aproximação de $H_g(s)$ tem simetria de quadrante e podemos tomar como polos de $H(s)$ os que se situam no semiplano esquerdo (SPE). Ao realizarmos as aproximações normalizamos σ , sendo então a função (40) dada por

$$H(s) H(-s) = e^{s^2} \quad (41)$$

3.3 - Aproximação RC da Gaussiana

Desde que o objetivo é realizar um sistema básico que tenha como resposta ao impulso uma gaussiana aproximada, estamos interessados, a princípio, nas aproximações no domínio da frequência. As funções de transferência que a aproxima tem uma constelação de polos e zeros com simetria de quadrante. A função de transferência $H(s)$ a ser realizada é obtida a partir da aproximação da expressão (41) considerando apenas os polos do SPE.

A primeira idéia de aproximação surge quando levamos em conta que:

$$e^x = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{m}\right)^m \quad (42)$$

Considerando que $e^{s^2} = \frac{1}{e^{-s^2}}$ e tomando um valor m particular, temos:

$$H(s) H(-s) \approx \frac{1}{e^{-s^2}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{s^2}{m}\right)^m} \quad (43)$$

ou

$$H(s) H(-s) = \frac{1}{\left(1 - \frac{s}{\sqrt{m}}\right)^m \left(1 + \frac{s}{\sqrt{m}}\right)^m} \quad (44)$$

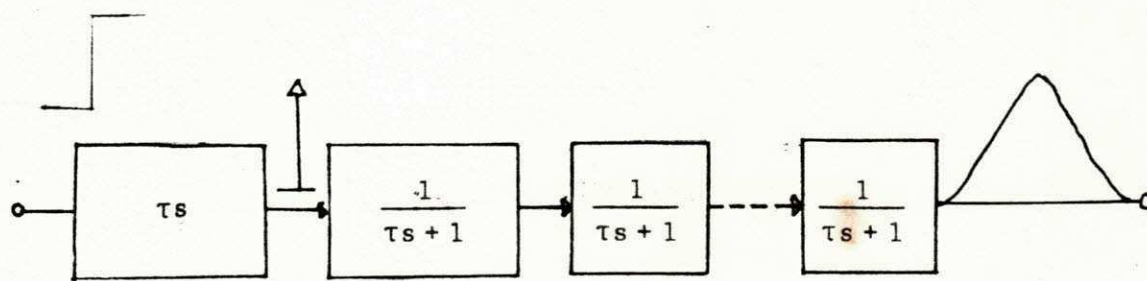
A função realizável $H(s)$ é dada como:

$$H(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\sqrt{m}}\right)^m} \quad (45)$$

A última expressão mostra que o filtro gaussiano poderia ser realizado por m estágios integradores, todos com a mesma constante de tempo RC, se na entrada do mesmo tivéssemos um impulso. Como a função do filtro é um degrau, o primeiro estágio pode ser um diferenciador CR que realiza simultaneamente um diferenciador perfeito e um integrador como constante de tempo RC, seguido de $(m - 1)$ integradores RC. A função de transferência do filtro completo será

$$H_c(s) = \frac{RCs}{(1 + RCs)^m} \quad (46)$$

Em diagrama de blocos temos:



Diferenciador CR

$(m - 1)$ integradores RC

Fig. 16 - Sistema conformador gaussiano clássico.

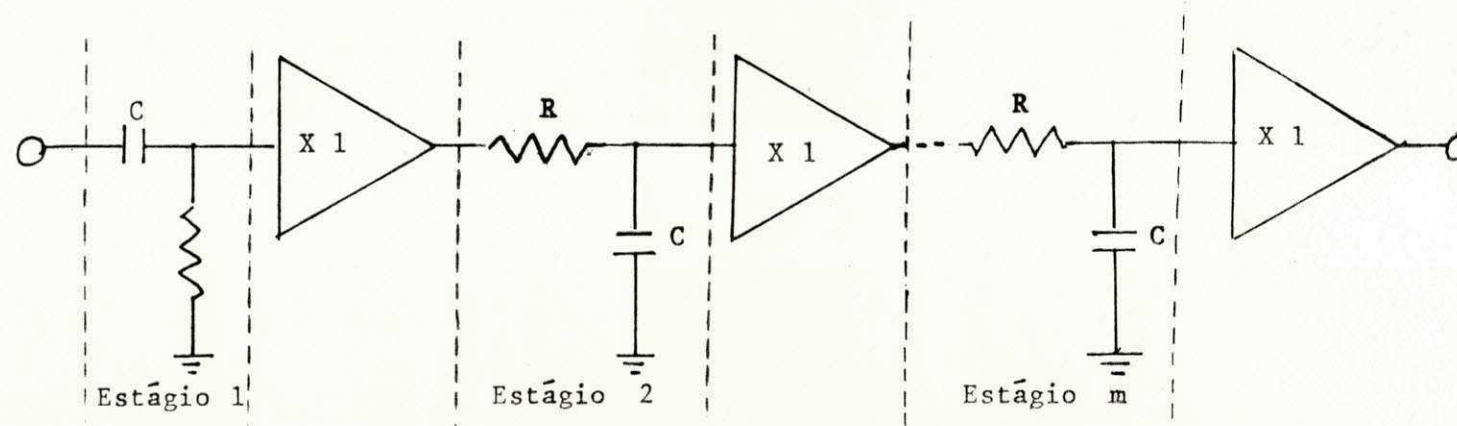


Fig. 17 - Realização Prática de um Filtro Gaussiano clássico. A curva gaussiana se aproxima da perfeita quando $m \rightarrow \infty$.

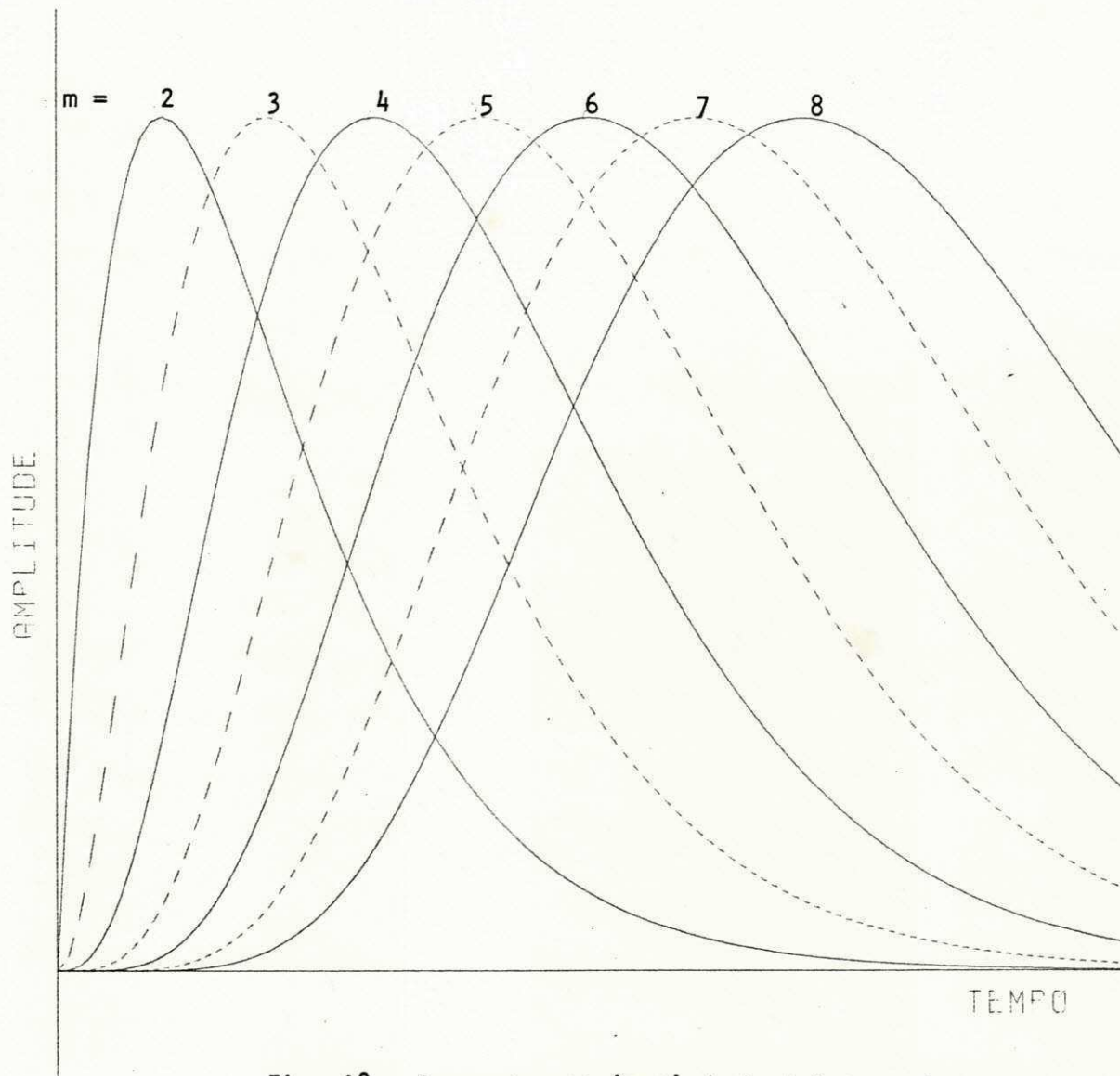


Fig. 18 - Resposta ao impulso de m integradores RC em cascata.

A Fig. 17 mostra o circuito completo, correspondendo ao que na Fig. 16 está apenas em diagrama de blocos. A Fig. 18 mostra a resposta ao impulso de m integradores RC quando m varia de 2 a 8 e considerando RC igual a $(m)^{1/2}$.

A forma bipolar correspondente pode ser obtida quando acrescentamos um segundo estágio diferenciador, substituindo um estágio RC por um CR. Em diagrama de blocos, temos:

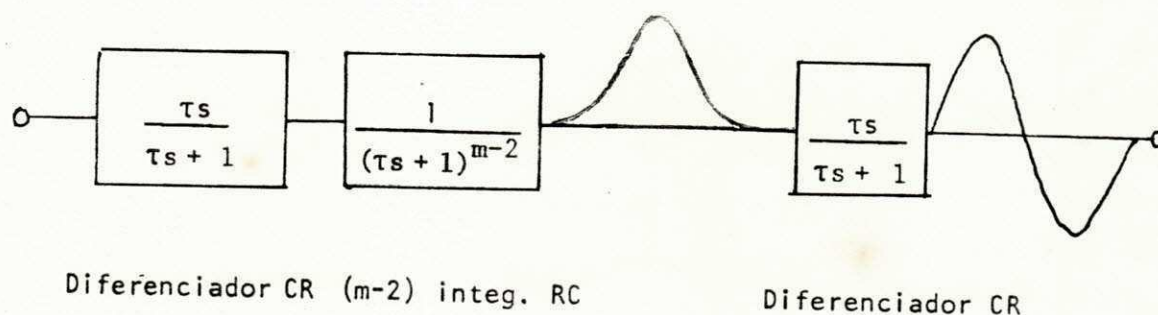


Fig. 19 - Sistema conformador gaussiano bipolar clássico.

Na Fig. 20 são mostradas as derivadas de cada uma das curvas da Fig. 18, isto é, as formas bipolares associadas a elas. Um coeficiente de simetria, R , para as aproximações da gaussiana, pode ser estabelecido a partir delas como sendo a razão entre o valor máximo negativo do lóbulo negativo da bipolar (P_-) e o valor máximo positivo do lóbulo positivo da mesma (P_+). Assim,

$$R = \frac{P_-}{P_+} \quad (47)$$

Uma gaussiana será para nós tanto mais simétrica quanto mais próximo de 1 estiver R . Também a curva bipolar ao atingir a amplitude negativa do sinal deve retornar tão rápido quanto possível à linha de base. Na

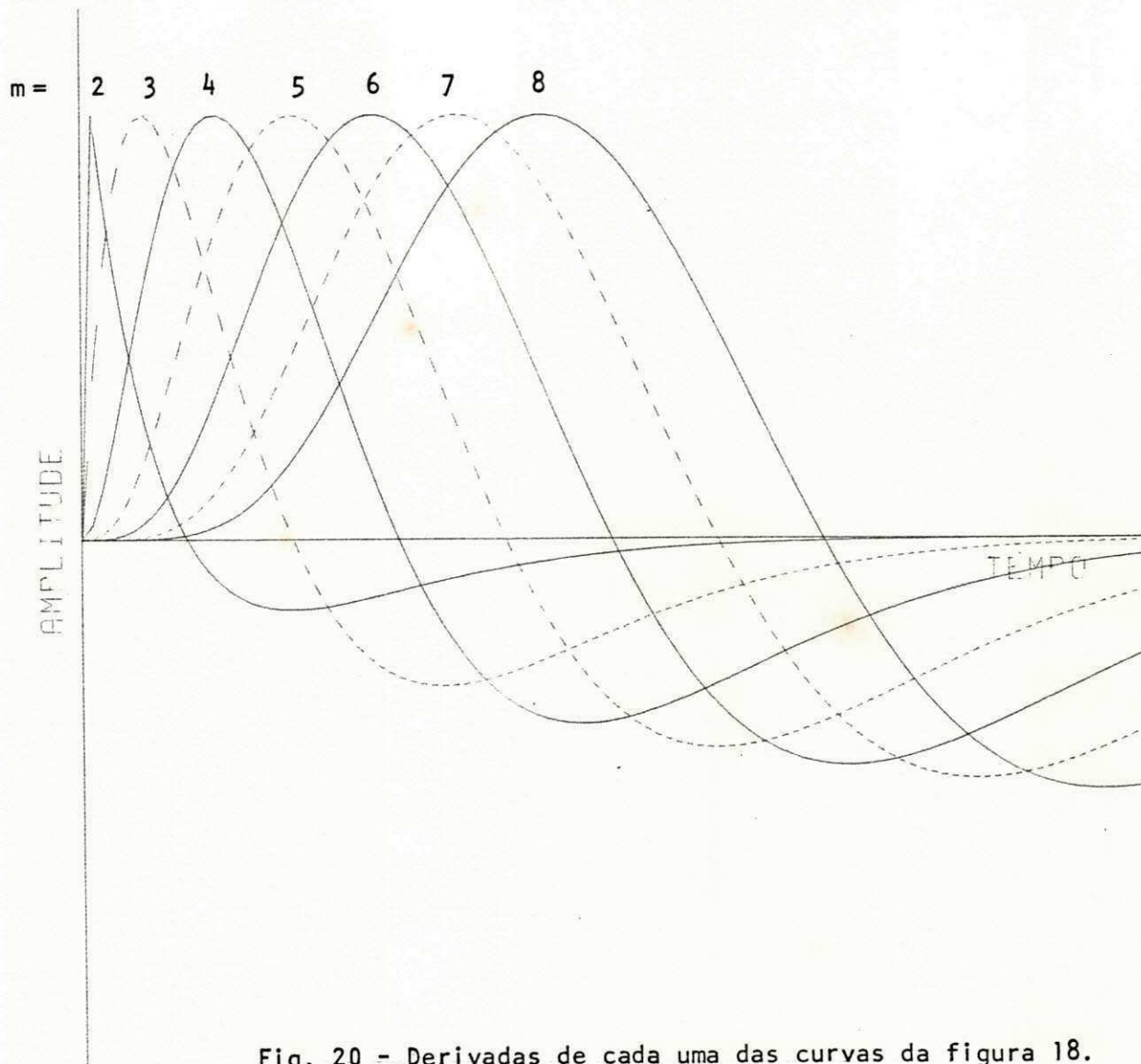


Fig. 20 - Derivadas de cada uma das curvas da figura 18.

tabela 2, temos alguns parâmetros para as aproximações consideradas. Na primeira coluna temos a ordem m de aproximação; na segunda, o fator de demérito F , da forma unipolar; na terceira, a relação de simetria, R , e na quarta, o fator de demérito, F_b , da forma bipolar associada.

A princípio, chegamos a algumas conclusões:

- 1º) A relação sinal/ruído realmente melhora quando a ordem de aproximação cresce;
- 2º) A simetria do pulso também cresce quando cresce a ordem da aproximação;
- 3º) O fator de demérito da Bipolar e, conseqüentemente, a relação sinal/ruído piora quando cresce a relação de simetria.

A aproximação acima poderia, a princípio, satisfazer, mas uma análise mais cuidadosa nos mostra alguns sérios inconvenientes. Primeiro, a curva, qualquer que seja a ordem, retorna sempre lentamente à linha de base. A principal consequência disso é uma probabilidade relativamente alta de superposição de pulsos consecutivos, o indesejável efeito de *pile-up*, já discutido anteriormente, mesmo para baixas contagens. Segundo, a sua simetria é bastante pobre, conforme a tabela 2 e a Fig. 19. Terceiro, os estágios diferenciadores e integradores devem ser isolados por circuitos ativos, os isoladores e os circuitos ativos são sempre fontes adicionais de ruído. E, finalmente, a lenta convergência do fator de demérito, F , para o valor teórico ótimo.

3.4 - A Aproximação de Padê

As mesmas idéias que nos guiaram na forma de aproximação no domínio da frequência da função de transferência exata do filtro gaussiano anteriormente, também nos guiarão no estudo de uma outra forma de aproximação.

Uma função pode ser aproximada por uma função racional, ou seja, por uma razão de polinômios. O método de Padé aproxima um polinômio $\xi(Z)$ por uma função racional $P(Z)/Q(Z)$ (ref. 10). $\xi(Z)$ é, por sua vez, a aproximação polinomial da função que queremos originalmente aproximar onde $P_M(Z)$ e $Q_N(Z)$ são polinômios de ordem M e N , respectivamente.

$$\xi_{M,N}(Z) = \frac{P_M(Z)}{Q_N(Z)} \quad (48)$$

A aproximação de Padé $P_M(Z)/Q_N(Z)$ iguala uma função racional aos primeiros $(M+N+1)$ termos de uma série, desprezando os restantes.

$$\sum_{i=0}^{M+N} c_i Z^i = \frac{\sum_{i=0}^M a_i Z^i}{\sum_{i=0}^N b_i Z^i} \quad (49)$$

No nosso caso c_i são os coeficientes da aproximação de Taylor (quando $i \leq M+N$) de e^Z ,

$$e^z \approx \sum_{i=0}^{M+N} \frac{z^i}{i!}, \quad c_i = \frac{1}{i!} \quad (50)$$

A expressão (50) nos dá expansão de Taylor para o exponencial.

A aproximação de Padé para a exponencial é dada como:

$$e^z \approx \xi_{M,N}(z) = \frac{(M+N)! + (M+N+1)! \binom{M}{1} z + (M+N+2)! \binom{M}{2} z^2 + \dots + N! \binom{M}{M} z^M}{(M+N)! - (M+N-1)! \binom{N}{1} z + (M+N+2)! \binom{N}{2} z^2 + \dots + (-1)^N M! \binom{N}{N} z^N} \quad (51)$$

Como estamos interessados em aproximar (41), teremos:

$$e^{s^2} \approx \frac{\sum_{i=0}^M (M+N-i)! \binom{M}{i} s^{2i}}{\sum_{i=0}^N (M+N-i)! \binom{N}{i} (-1)^i s^{2i}} \quad (52)$$

Com a expressão (52) estamos aptos a estudar os efeitos das diversas aproximações para várias combinações de M e N ($M < N$). A constelação de polos da expressão (52) é subdividida em duas constelações: uma no SPE e outra no SPD. A do SPE é a imagem especular da do SPD, e o mesmo se dá com a constelação de zeros, tomando o eixo imaginário como referência, conforme Fig. 21. Quando M é ímpar aparece um par de zeros complexos conjugados no eixo imaginário do plano complexo s . Para garantir a estabilidade do sistema, devemos escolher os polos de $H(s)$ apenas no SPE e esta escolha garante a realização como um filtro RLC. Quanto a escolha dos zeros, a rigor não há restrições, mas podemos adiantar que um zero sobre o eixo imaginário é mais fácil de ser realizado do que um zero no SPE ou no SPD.

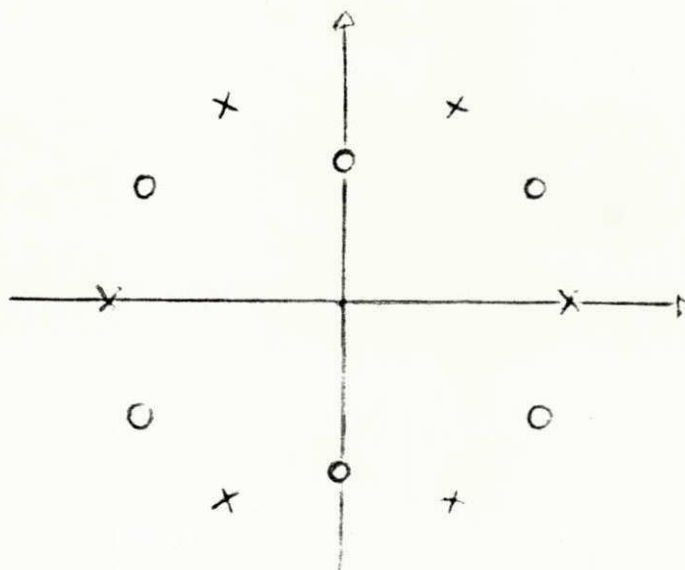


Fig. 21 - Aspecto da constelação polo-zero da aproximação de Padé.

Os polos e zeros são as raízes dos polinômios do denominador e numerador da aproximação racional escolhidos um M e um N particulares. Quando queremos uma aproximação de ordem $M=0$ e $N=3$, por exemplo, devemos fatorar um polinômio de grau 6, conforme a expressão (40). A fatoração de um

polinômio de ordem elevada não é possível de ser feita analiticamente e métodos numéricos devem ser utilizados. No nosso caso, uma rotina baseada no método de Newton-Raphson do SSP (Subroutine Scientific Package) da IBM, foi utilizada para nos dar as partes reais e imaginárias das diversas raízes.

Uma vez obtidos os pólos e zeros da aproximação escolhida, podemos efetuar a antitransformada de Laplace. Com ela, obtemos no tempo um pulso unipolar, que é o que queremos na saída do filtro conformador para espectrometria gama. Também a forma bipolar, ou a derivada exata da forma unipolar, pode ser obtida da função de transferência, adicionando-se um zero na origem. Assim, se $h(t)$ for a antitransformada de $H(s)$, $h'(t)$ será a antitransformada de $sH(s)$.

Com $H(s)$, $h(t)$ e $h'(t)$, temos condições de extrair um máximo de informação acerca de uma dada aproximação de M e N . Para o cálculo do fator de demérito da forma bipolar devemos ter também $h''(t)$. A adição de um segundo zero na origem, permite a obtenção da derivada segunda. Assim,

$$h''(t) = \{s^2H(s)\} \quad (53)$$

e, à semelhança das equações (30.1) e (30.2), temos o cálculo do fator de demérito da bipolar:

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |h''(t)|^2 dt \quad (54.1)$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} |h'(t)|^2 dt \quad (54.2)$$

Assim, estamos em condições de calcular os fatores de demérito da conformação unipolar e da bipolar, as relações de simetria (47) e as respostas em frequência. Basicamente, são estas as características que dão a de

sempenho de uma dada conformação. O grande obstáculo é a obtenção da anti-transformada de Laplace, pois, apesar de conceitualmente simples de ser obtida, pode envolver etapas extremamente trabalhosas, principalmente quando o número de polos é grande. No nosso caso, estas etapas se desdobram em três para $h(t)$, $h'(t)$ e $h''(t)$. Uma vez de posse dos polos, realizamos a expansão residual de Heaviside da forma:

$$H(s) = \sum_{i=1}^N \frac{K_i}{s - p_i} \quad (55)$$

onde

$$K_i = H(s)(s - p_i) \Big|_{s = p_i} \quad (56)$$

As integrais (30.1), (30.2), (54.1) e (54.2) também envolvem soluções analíticas complexas igualmente resolvidas por métodos numéricos. O método de Simpson para integração numérica foi implementado no computador com precisão dupla (22 algarismos depois da vírgula) verificando-se que, embora os limites de integração teóricos sejam $-\infty$ e $+\infty$, as integrais em questão convergem sempre rapidamente quando cresce o intervalo de integração. Para $t = 0$ e $t = 10$, a altura de pulso unipolar é tipicamente menor que 10^{-5} da altura máxima alcançada no intervalo.

Em resumo, as etapas que envolvem o estudo da aproximação da Pa dê são:

- a) Escolha de M e N particulares;
- b) Obtenção dos polos e zeros;
- c) Expansão residual;
- d) Gráfico da resposta ao impulso uni e bipolar;
- e) Cálculo do fator de demérito de ambas.

Para evitar erros cumulativos devido ao enorme número de operações elementares envolvidas nas etapas acima descritas, um programa de computador totalmente automatizado foi desenvolvido, cujos resultados serão apresentados a seguir.

3.5 - Considerações acerca da escolha de M e N

Não há, a princípio, qualquer motivo objetivo e imediato para aceitarmos um par de valores para M e N e rejeitarmos outros. A aproximação de Padé, na prática, aproxima melhor uma função qualquer quando $M=N$. Assim devemos esperar que aconteça para $H(s).H(-s) = e^{s^2}$ e para a gaussiana no tempo. Mas, note que aproximamos apenas o módulo de $Hg(s)$ e não sua fase. Por outro lado, uma boa aproximação do domínio da frequência nem sempre conduz a uma boa aproximação no domínio do tempo. Realizadas as aproximações constatamos experimentalmente que a aproximação é bastante crítica quando o valor de M se aproxima do valor de N. Assim, $M=0$ e $N=6$, conduz a uma boa aproximação. Por outro lado, $M=4$ e $N=5$, nos dá uma péssima aproximação com fator de demérito bastante distante do valor ótimo calculado para a gaussiana (1.119), ao contrário do que seria de esperar a partir da aproximação de Padé.

Na tabela 3, apresentamos os parâmetros para $M=0$ e $N=3, \dots, 10$. A constante de tempo para todas as ordens foi normalizada em 1s. Observe que o fator de demérito para estas aproximações converge mais rapidamente do que para o caso dos integradores RC e também a relação de simetria, R, é maior. Na Fig. 22, temos as curvas que representam as ordens $N=3, \dots, 10$ quando $M=0$. Na Fig. 23, as formas bipolares correspondentes. Comparando com as Figs. 18 e 20, respectivamente, vemos que o pulso resultante de aproximação de Padé retorna mais rapidamente à linha de base, o mesmo acontecendo com a forma derivada, após alcançar a amplitude máxima negativa. A simetria

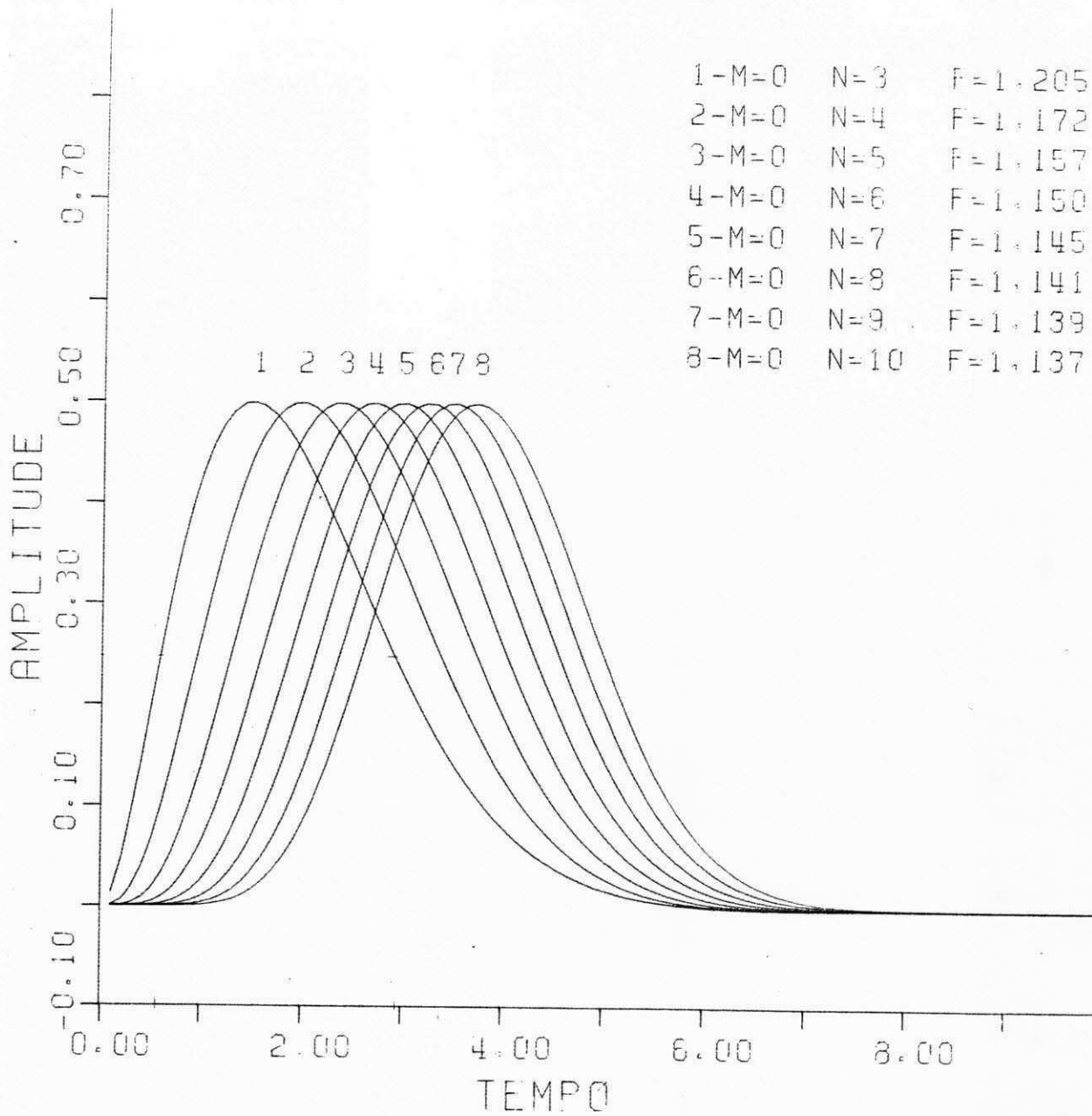


Fig. 22 - Resposta ao impulso da aproximação de Padê quando $M = 0$ e $N = 3, \dots, 10$.

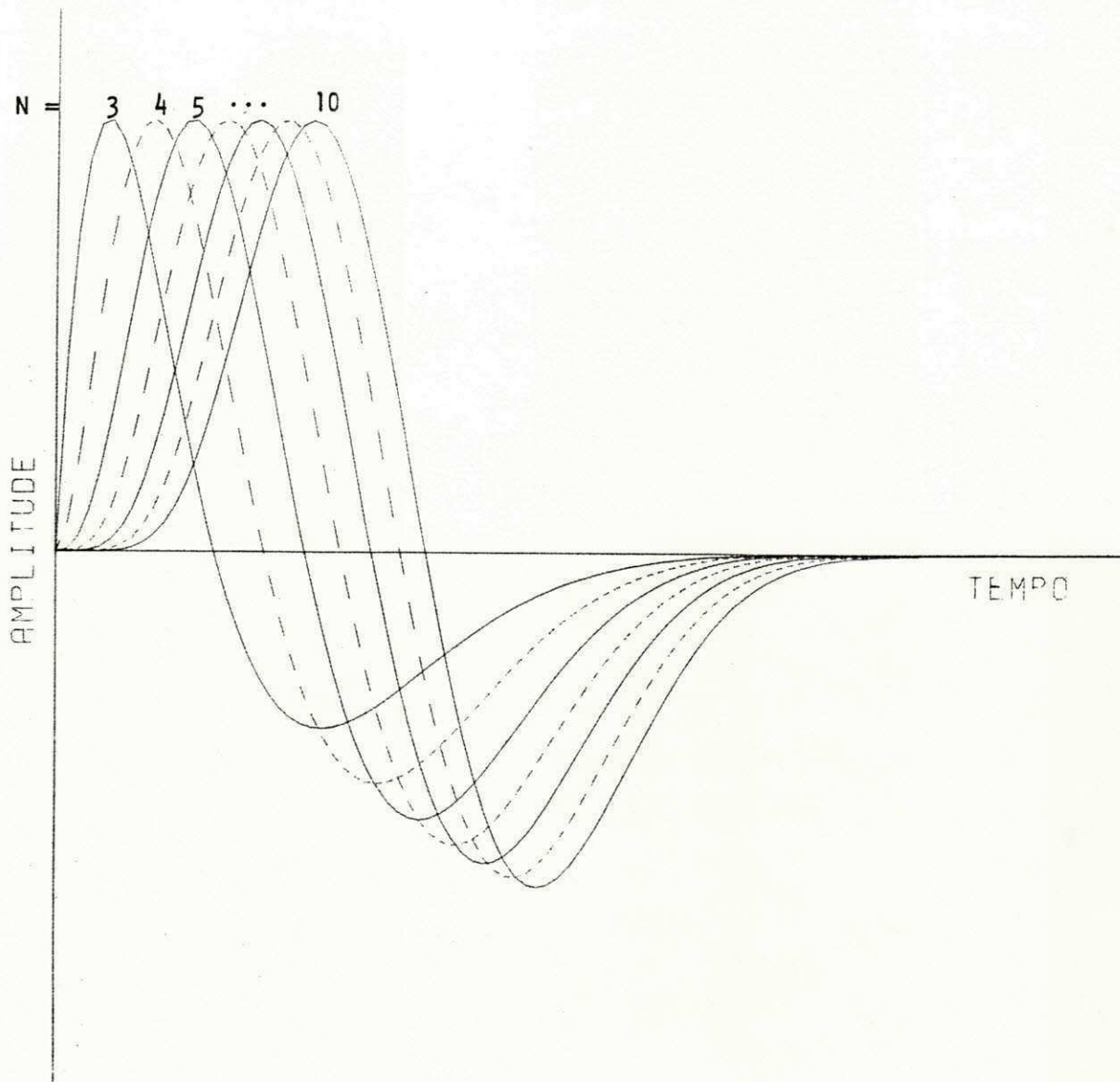


Fig. 23 - Formas bipolares correspondentes às da figura 22.

da curva melhora rapidamente à medida que a ordem de aproximação cresce. Na Fig. 24 vemos a resposta em frequência para cada uma das aproximações. Para compararmos melhor, a Fig. 25 mostra as respostas em frequência para a aproximação RC. Em ambos os gráficos, a linha tracejada representa a resposta em frequência da gaussiana perfeita. Nela vemos com clareza que a vantagem da aproximação de Padé o RC na aproximação do ganho do filtro gaussiano: oito integradores RC dão uma característica pior do que $M = 0$ e $N = 5$.

3.6 - Adição de um Zero Complexo

Quando consideramos $M = 1$, a situação se modifica muito em relação a $M = 0$. Anteriormente não tínhamos zero e tínhamos um número de polos no SPE igual ao do SPD. Fizemos a escolha dos do SPE para $H(s)$.

Para $M = 1$, também temos a mesma situação para os polos. Porém, agora, temos um par de zeros complexos conjugados no eixo imaginário. Como não podemos escolher apenas um deles, pois nos conduziria a uma função irracional, temos que admitir ambos ou nenhum em $H(s)$. Fazer isto é um procedimento arbitrário. Nas Figs. 26 e 27, temos os gráficos para $M=1$, $N=4$ e $N=5$. Nelas fica claro que estas aproximações são imprestáveis. Mas, na Fig. 28 vemos superpostas as curvas unipolares para $N = 6, 7, 8$ e 9 , já se tornam boas aproximações. Na tabela 4, apresentamos os parâmetros para $M = 1$ e $N = 6, \dots, 9$ e na Fig. 29, temos as bipolares correspondentes para $N = 6, \dots, 9$. A omissão para os casos $N = 3, \dots, 5$ é feita porque suas formas no tempo não permitem sua utilização.

As conclusões para adição de um zero são que :

- a) o fator de demérito para a unipolar melhora só um pouco em relação a aproximação sem zeros;

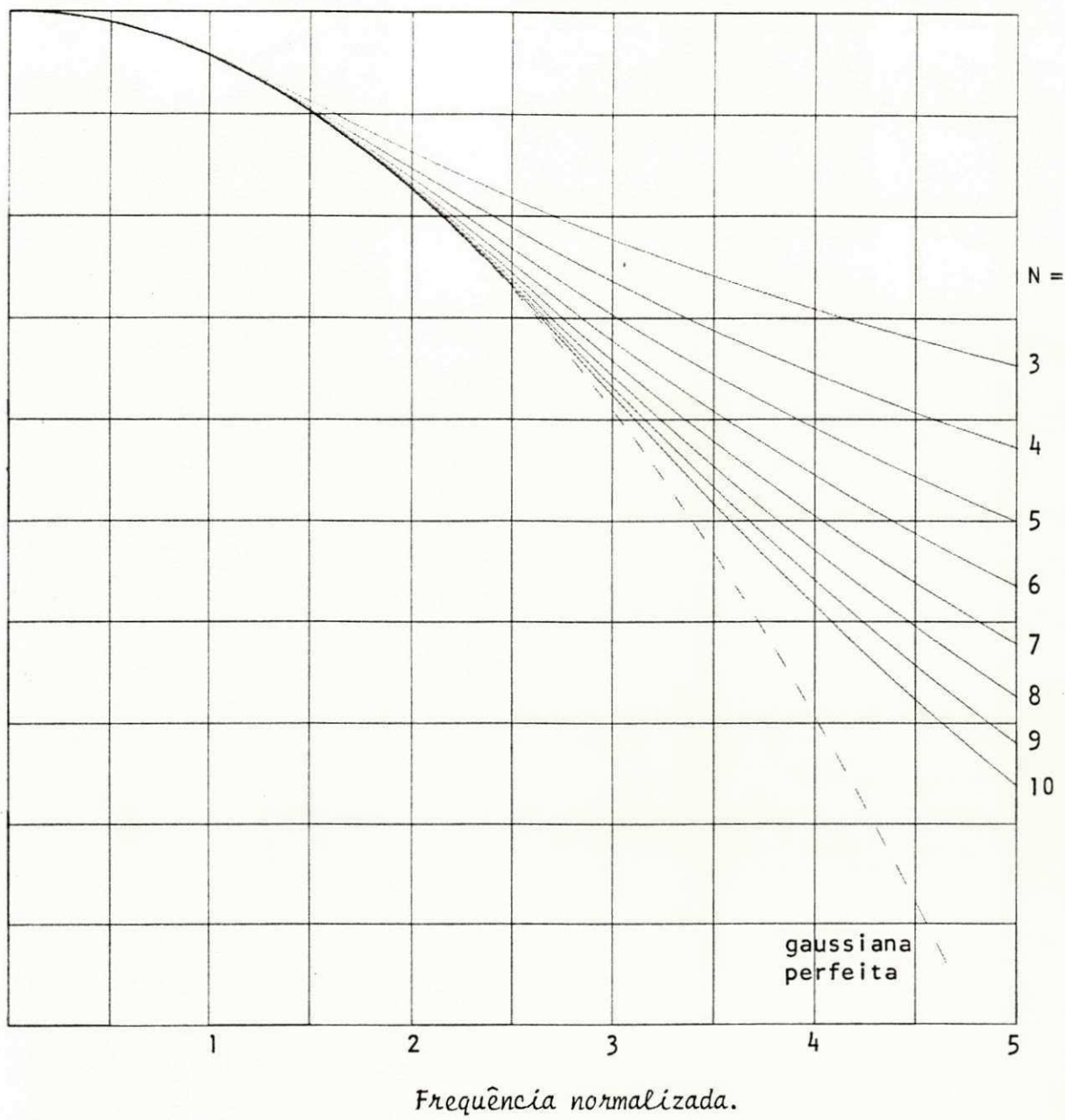


Fig. 24 - Resposta em frequência das aproximações de Padé para $M = 0$.

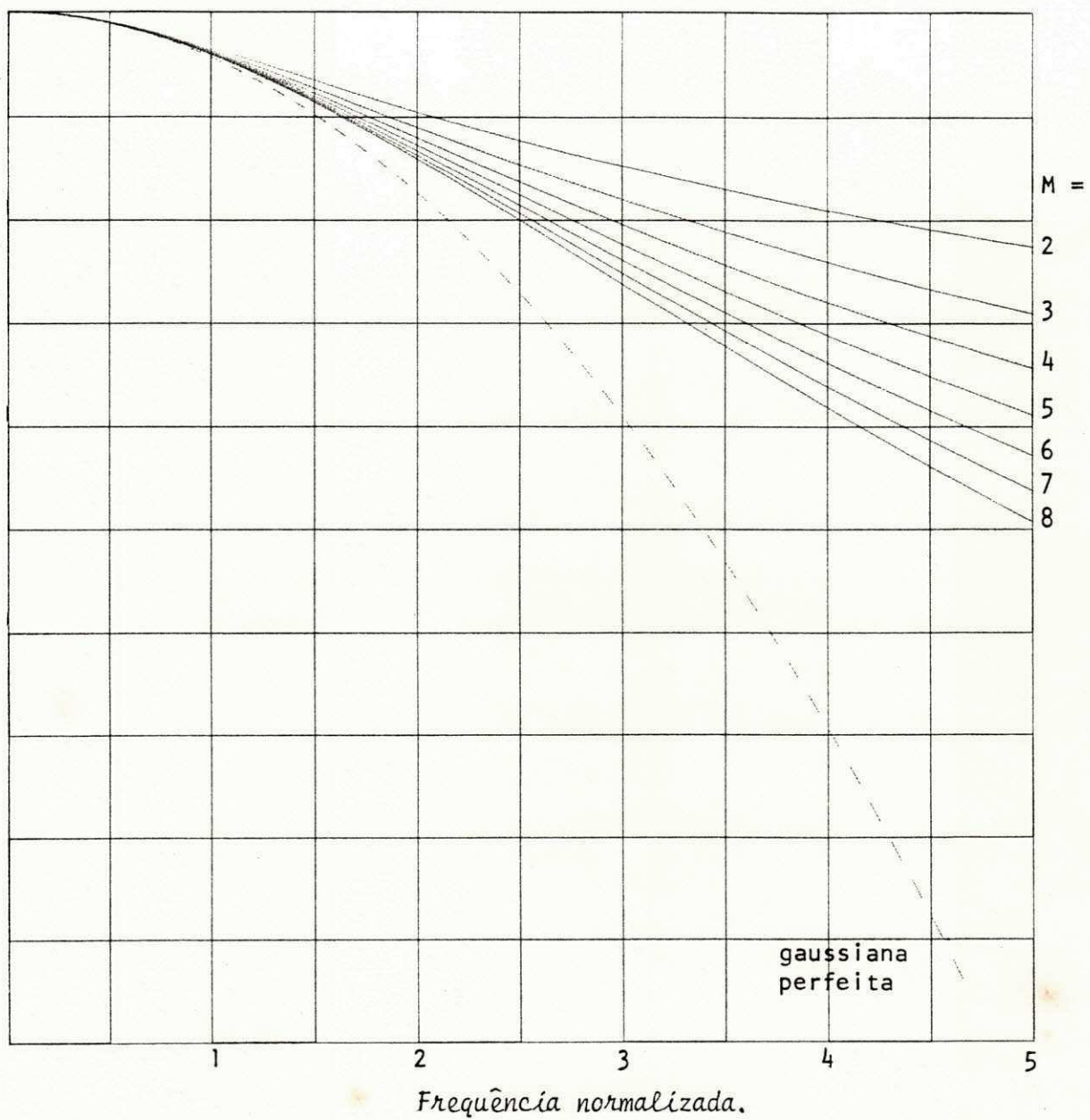


Fig. 25 - Resposta em frequência para aproximação RC.

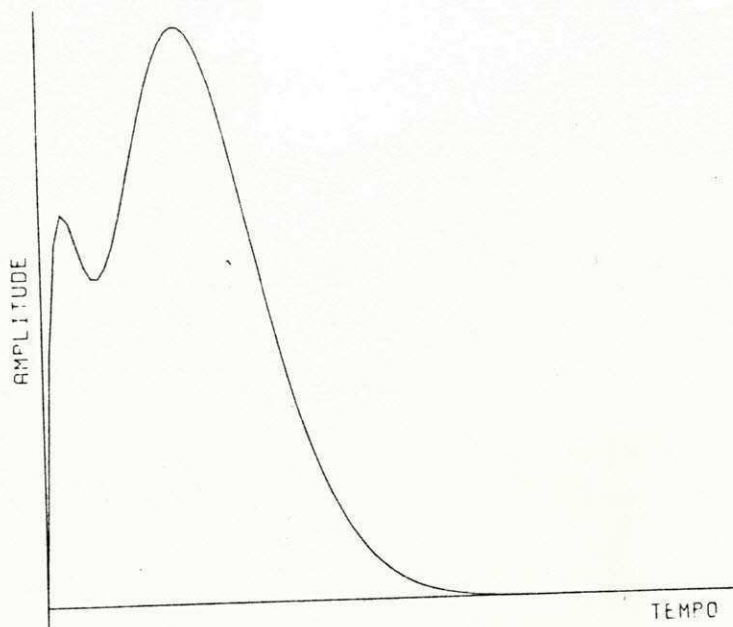


Fig. 26 - Aproximação de Padé de ordem $M=1$, $N=4$.

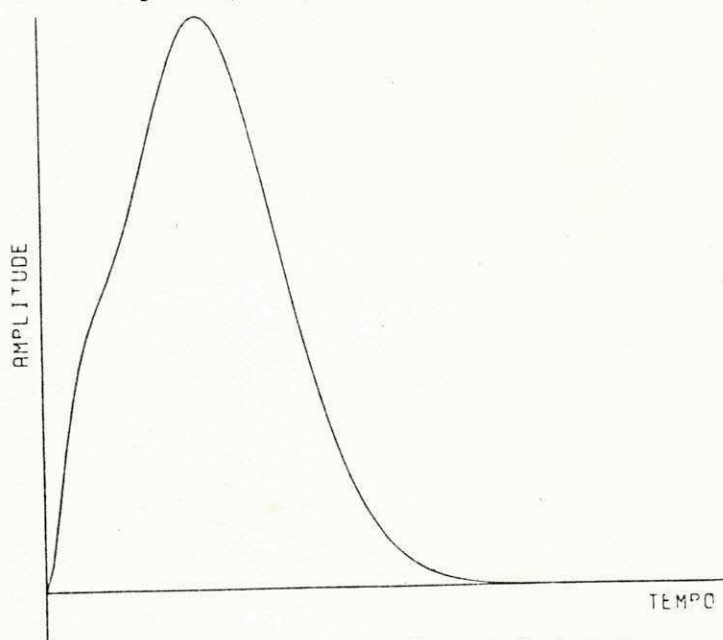


Fig. 27 - Aproximação de Padé de ordem $M=1$, $N=5$.

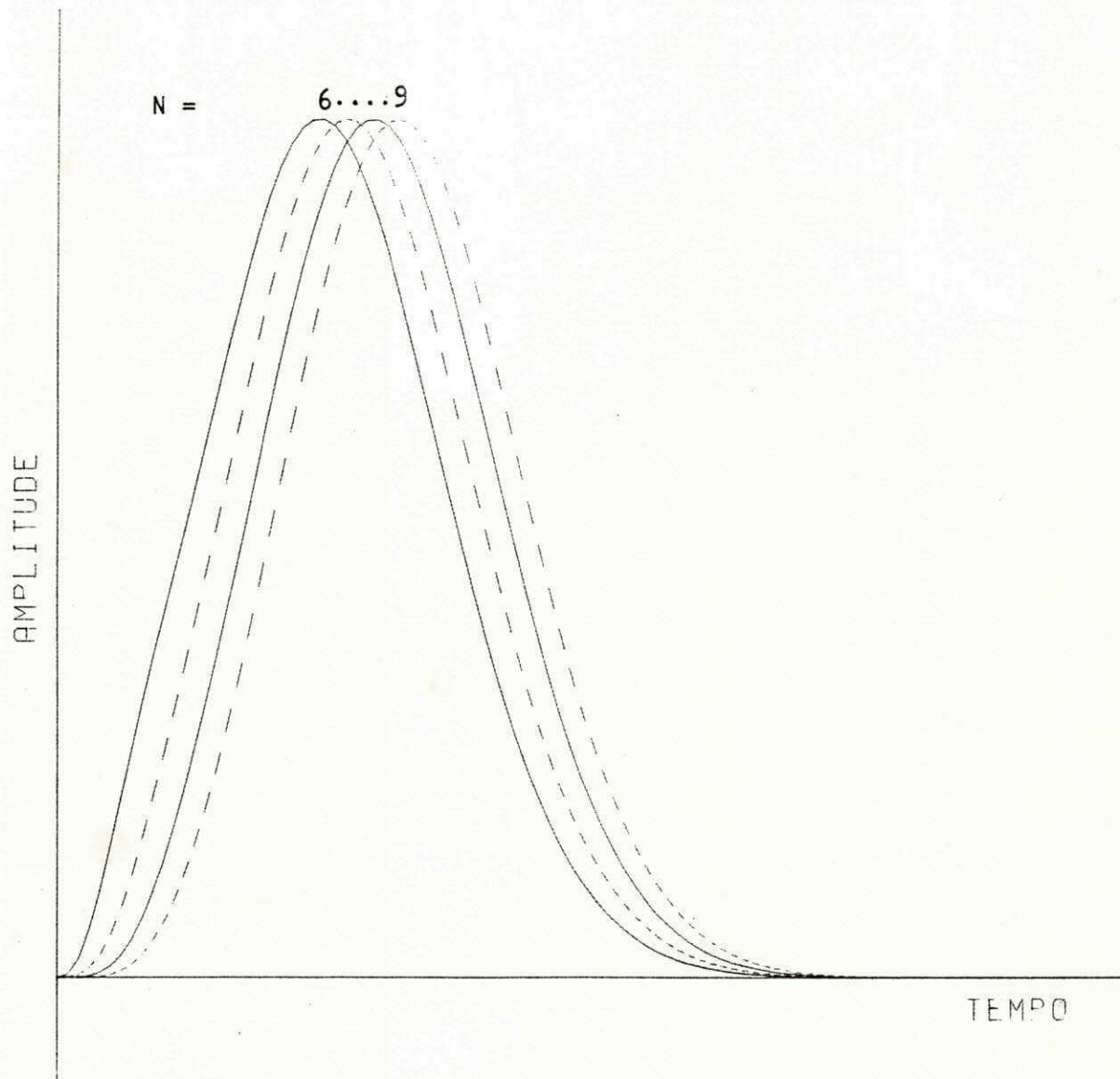


Fig. 28 - Aproximação de Padé para $M = 1$ e $N = 6, \dots, 9$.

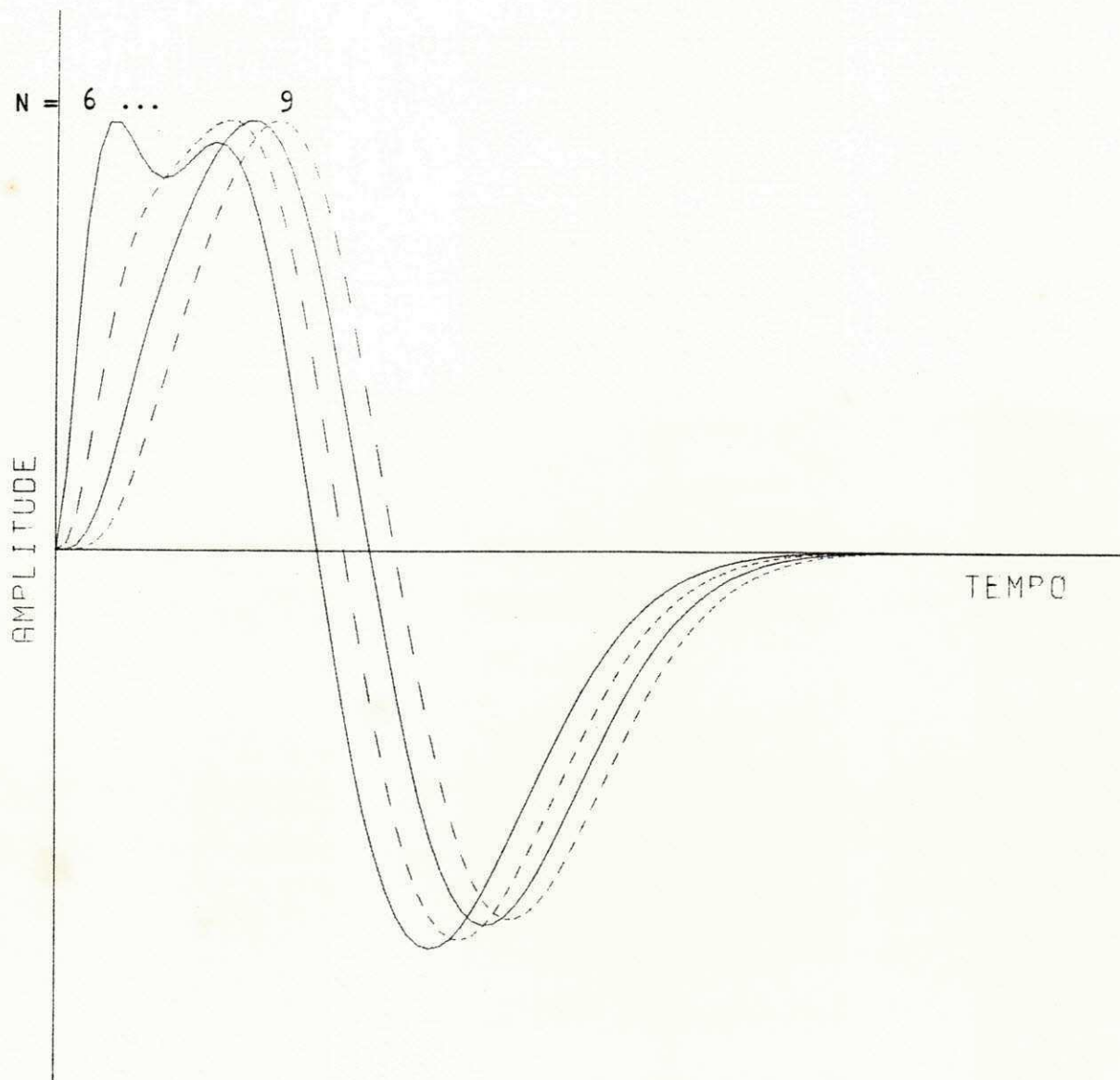


Fig. 29 - Derivadas correspondentes às da figura 28.

b) As simetrias das formas unipolares e bipolares são bem melhores.

3.7 - Conclusões finais

Neste capítulo apresentamos algumas opções de aproximações para a função de transferência que daria uma gaussiana perfeita a partir da aproximação de Padê. Vimos que suas respostas ao impulso e as respostas em frequência se aproximam da ideal. Assim, as aproximações apresentadas se constituem alternativas para a aproximação RC e tornam tanto melhores quanto maior é o número de pólos, desde que o número de zeros seja suficientemente pequeno. Não compensa tentarmos usar ordens muito elevadas com o intuito de obtermos aproximações cada vez melhores. Quando a ordem cresce, a melhoria nas características da aproximação de Padê é pequena. Acima de $N = 6$, para $M = 0$, o fator de demérito cresce muito pouco. Também um aumento na ordem de aproximação leva a um maior esforço de síntese e a um aumento no número de elementos que devemos empregar na implementação do filtro. A inclusão de um zero imaginário melhora a simetria da forma de pulso, mas piora o fator de demérito da forma bipolar correspondente, conforme foi visto. Além do mais, conforme Fig. 29, a adição de um zero sô se torna interessante para ordens mais elevadas (recomendamos ordem 7).

Neste ponto chegamos à conclusão que um filtro sem zeros e ordem 6 satisfaz quase que plenamente nossos objetivos, que é de se obter uma boa espectrometria gama, dentro dos padrões mais exigentes. Ela dá uma relação sinal/ruído aproximadamente 7% pior do que a triangular e 2,7% pior do que a gaussiana perfeita. Sua simetria é 56% melhor do que a aproximação com 4 integradores RC em cascata, com um fator de demérito 2,6% menor e um fator de demérito da bipolar 8,8%. maior.

De qualquer maneira, um filtro ótimo realizável constitui um tópico em aberto, um assunto ainda a ser explorado. Vários autores apresentam soluções de aproximação e realização cada qual ótima sob determinado ponto de vista. Nós aqui, nos propusemos apenas a apresentar uma solução que procura satisfazer simultaneamente aos compromissos de desempenho razoável e simplicidade.

A seguir, passamos a discutir a síntese da aproximação escolhida.

TABELA 2 - Aproximação de M integradores RC em Cascata

M	F	R	F_b *
2	1,359	0,166	
3	1,216	0,345	1,264
4	1,180	0,436	1,359
5	1,164	0,494	1,369
6	1,154	0,537	1,382
7	1,148	0,570	1,392
8	1,144	0,595	1,401

TABELA 3 - Aproximação de Padê com todos os zeros no infinito (M=0)

M	F	R	F_b *
3	1,234	0,41	1,351
4	1,172	0,54	1,411
5	1,157	0,62	1,446
6	1,148	0,68	1,479
7	1,145	0,72	1,508
8	1,141	0,76	1,529
9	1,139	0,78	1,547

TABELA 4 - Aproximação de Padê com um zero finito (M=1)

M	F	R	F_b *
6	1,138	0,93	1,940
7	1,135	0,91	1,749
8	1,134	0,87	1,661
9	1,134	0,86	1,163

* Parâmetros de aproximações da gaussiana. F-fator de demérito da unipolar; R - relação de simetria; Fator de demérito da bipolar correspondente: F_b .

CAPÍTULO 4

SÍNTESE, CONSTRUÇÃO E TESTES

4.1 - Introdução

Para a síntese do circuito nos deparamos com duas opções: conformação ativa ou passiva.

As conformações que estudamos se fundamentam na constelação de polos e eventualmente zeros da função de transferência. É importante que o circuito (incluindo a amplificação) tenha uma função de transferência total tão próxima quanto possível da original que escolhemos. Do contrário, sérias deformações no tempo da gaussiana poderão ocorrer. Na síntese ativa esbarramos em limitações dos operacionais existentes no nosso mercado. Se não forem realmente muito bons, eles darão problemas de velocidade, ruído e adição de polos extras na função de transferência. Além disso, quando cresce a ordem do filtro, crescem também estes problemas.

As redes passivas, por outro lado, são menos sensíveis às variações nos parâmetros do circuito, mais baratas e de construção fácil e compacta. E a mais baixa sensibilidade à variação dos elementos é encontrada nas redes passivas duplamente terminadas (ref. 11). E para estas redes são

precisamos de dois estágios amplificadores, um na entrada e outro na saída, que são também isoladores de impedância.

A síntese da rede passiva vai nos conduzir a uma rede LC duplamente terminada, conforme a figura abaixo. A resistência R_s está associada à fonte de tensão R_L é a carga do circuito.

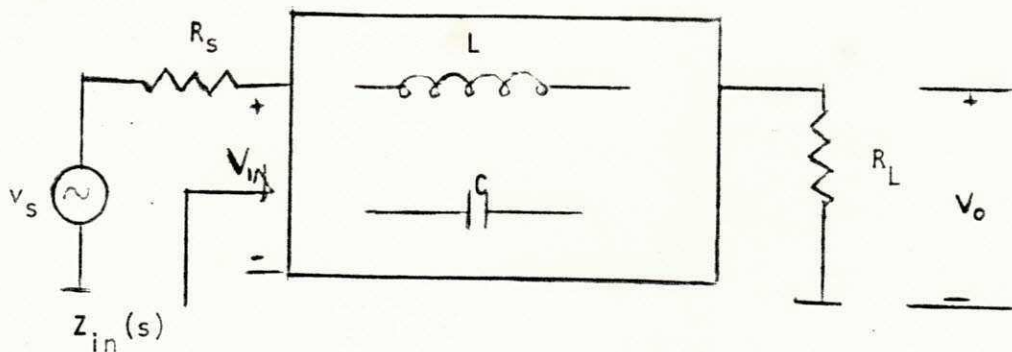


Fig. 30 - Filtro LC duplamente terminado.

Há métodos de síntese que permitem obter uma estrutura passiva que realize os parâmetros $Z(z_{11}, z_{22}, z_{12}, z_{21})$ de um circuito a partir de suas expressões analíticas. E a função de transferência pode ser obtida a partir do conhecimento de z_{11} e z_{22} , por exemplo (ref. nº 11).

A função de transferência no nosso caso é definida como sendo

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_{IN}(s)} \quad (57)$$

A função de transdução $H(s)$ é definida como sendo

$$H(s) = C [T(s)]^{-1} \quad (58)$$

onde C é uma constante real associada a H com um valor tal que $|H(j\omega)|^2 = 1$ para a frequência em que haja a mínima atenuação de sinal no filtro. Isto garante a máxima transferência de potência nesta frequência e uma mínima sensibilidade do circuito (ref. 11). Uma função característica $K(s)$ deve também ser definida:

$$|K(j\omega)|^2 = |H(j\omega)|^2 - 1 \quad (59.1)$$

$$K(s)K(-s) = |K(j\omega)|^2 \Big|_{j\omega = s} \quad (59.2)$$

A impedância $Z_{IN}(s)$ pode ser escrita em termos de $H(s)$ e $K(s)$ como sendo

$$Z_{IN}(s) = R_s \frac{1 - \frac{K(s)}{H(s)}}{1 + \frac{K(s)}{H(s)}} \quad (60)$$

Os pólos de $K(s)/H(s)$ devem estar necessariamente no semiplano esquerdo. Os zeros, no entanto, podem estar no esquerdo e/ou no direito. Note que os zeros de $K(s)/H(s)$ são as raízes do polinômio $K(s)$ e os pólos são as raízes de $H(s)$ que, por sua vez, são os polos da função de transferência $T(s)$.

Por outro lado, $Z_{IN}(s)$ pode ser expressa em termos dos parâmetros Z do circuito

$$Z_{IN}(s) = \frac{\frac{\Delta Z}{R_2} + Z_{11}}{\frac{Z_{22}}{R_2} + 1} \quad (61)$$

onde

$$\Delta Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$$

Escrevendo $H(s)$ e $K(s)$ em termos das suas respectivas partes pares e ímpares, temos

$$\begin{aligned} H(s) &= H_e(s) + H_o(s) \\ K(s) &= K_e(s) + K_o(s). \end{aligned} \quad (62)$$

A partir de (60), (61) e (62), depois de realizar algumas operações algébricas chegamos a

$$Z_{11} = R_1 \frac{H_e - K_e}{H_o + K_o} \quad Z_{22} = R_2 \frac{H_e + K_e}{H_o + K_o} \quad (63.1)$$

Alternativamente, temos

$$Z_{11} = R_1 \frac{H_o - K_o}{H_e + K_e} \quad Z_{22} = R_2 \frac{H_o + K_o}{H_e + K_e} \quad (63.2)$$

As equações (63.1) e (63.2) identificam os parâmetros de impedância Z_{11} e Z_{22} em termos das partes pares e ímpares de K e H . A síntese da função de transferência $T(s)$ é reduzida à realização de Z_{11} (ou Z_{22}), de tal maneira que os zeros de transmissão sejam também realizados. A realização de zeros de transmissão implica no emprêgo da técnica do deslocamento de zero. Um método particularmente recomendável e usado neste trabalho para realizar Z_{11} e Z_{22} é o de CAUER.

Resumidamente, e por etapas, a síntese da função de transferência $T(s)$ é dada por :

- 1) Determinação da função de transdução $H(s)$ e da função característica $K(s)$.
- 2) Determinação de Z_{11} e Z_{22} .
- 3) Síntese de Z_{11} e Z_{22} usando algumas das técnicas conhecidas para síntese de uma *driving point*.

A realização de Z_{22} darã uma topologia reversa a Z_{11} com os mesmos valores a menos de um fator de escala α . Para as realizações de Z_{11} e Z_{22} sejam idênticas, ã preciso que escalonemos as impedâncias encontradas pelo mesmo α . Assim, em vez de R_L , teremos R_L/α .

4.2 - A Síntese

No capítulo anterior chegamos ã conclusão que na aproximação de Padã os resultados que podem ser úteis, a princípio, sã as aproximações sem zeros finitos ou com, no máximo, um par de zeros imaginários. Uma vez escolhida a ordem de aproximação, podemos efetuar a síntese. E a função de transferência $T(s)$ pode ser obtida conhecendo-se os polos e, eventualmente, os zeros que sã dados na tabela 5. Assim,

$$T(s) = \frac{s^2 + a^2}{N \prod_{i=1} (s - p_i)} \quad (64)$$

onde a e j sã os zeros imaginários da função. Caso nã haja zero finito a expressão acima se torna

$$T(s) = \frac{1}{N \prod_{i=1} (s - p_i)} \quad (65)$$

A obtenção de $|H(j\omega)|^2$ ã simples e envolve pouco trabalho. Basta lembrar que

$$|H(j\omega)|^2 = C^2 |T(s) T(-s)|^{-1} \Big|_{s = j\omega} \quad (66)$$

Para o denominador de (64) e (65) o m3dulo de $|H(j\omega)|^2$ vem da express3o (51) ou (52). Assim se

$$P(s) = \prod_{i=1}^N (s - p_i)$$

$$|P(j\omega)|^2 = \sum_{i=0}^N (M + N - i)! \frac{1}{(N-i)! i!} \omega^{2i} \quad (67)$$

onde $M = 1$. Para o numerador (no caso de (64)) temos

$$(s^2 + a^2)^2 \Big|_{s=j\omega} = \omega^4 - 2a^2\omega^2 + a^4 \quad (68)$$

A constante C em (66) será tal que

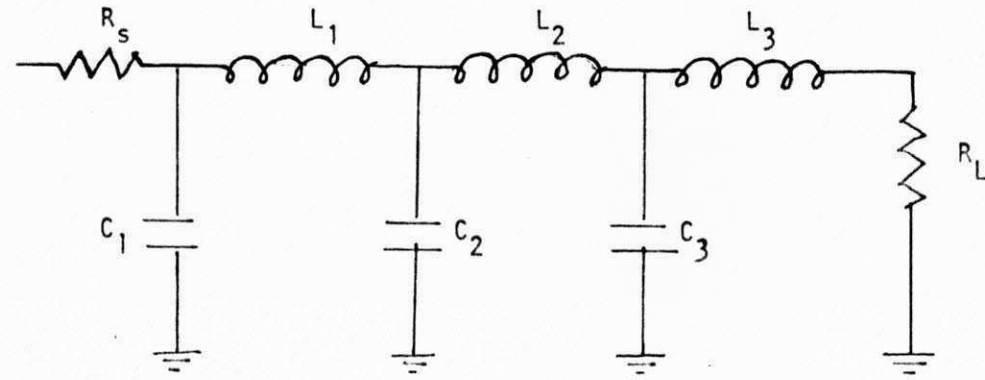
$$20 \log (|H(j\omega)|^2) \Big|_{\omega=0} = 0 \quad (69)$$

desde que para ambos os casos, com zero ou sem zero, $|H(j\omega)|^2$ atinge um mínimo em $\omega = 0$. Assim,

$C = 1$, quando não há zero imaginário

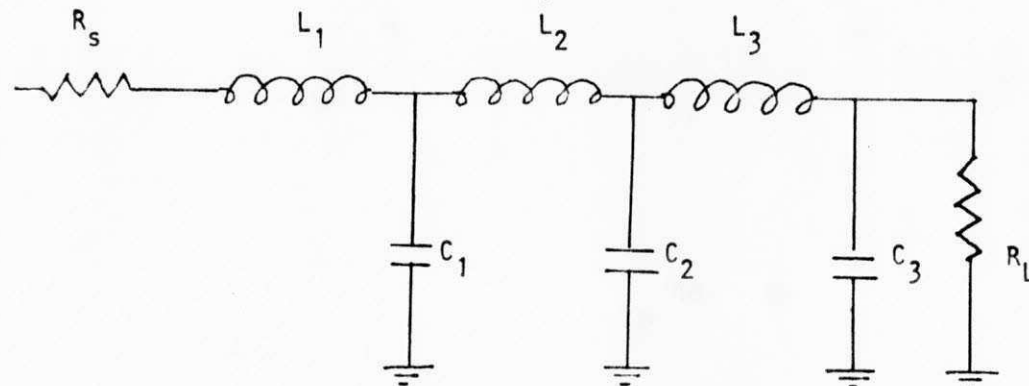
$C = a^2$, quando há zero imaginário.

A partir de (59.1) e (59.2) determina-se a função característica $K(s).K(-s)$. Dada a constelação de raízes de $K(s).K(-s)$, selecionamos as raízes (metade delas) para obtermos $K(s)$. A escolha destas raízes é arbitrária, como já dissemos. Podemos tomar todas no semiplano esquerdo ou todas no direito; ou podemos, por outro lado, tomar algumas do esquerdo e algumas do direito. No caso específico de filtro de ordem 6 podemos ter 8 combinações possíveis destas raízes conduzindo a 8 polinômios de $K(s)$. De acordo com (31.1) e (39.2) podemos ter 8 filtros diferentes que realizam a mesma função de transferência. O critério de escolha recai sobre a dispersão dos elementos e o valor do indutor terminal do filtro, que será usado para a compensação do polo do preamplificador, conforme será explicado mais adiante. O circuito escolhido está apresentado na Fig. 31 e o seu dual na Fig. 32. Em vez de terminar indutivamente, o dual termina capacitivamente.



$$\begin{aligned}
 C_1 &= 0,178 \text{ F} \\
 L_1 &= 0,560 \text{ H} \\
 C_2 &= 1,090 \text{ F} \\
 L_2 &= 3,010 \text{ H} \\
 C_3 &= 0,646 \text{ F} \\
 L_3 &= 0,349 \text{ H}
 \end{aligned}$$

Fig. 31 - Filtro sintetizado.



$$\begin{aligned}
 L_1 &= 0,178 \text{ H} \\
 C_1 &= 0,560 \text{ F} \\
 L_2 &= 1,090 \text{ H} \\
 C_2 &= 3,010 \text{ F} \\
 L_3 &= 0,646 \text{ H} \\
 C_3 &= 0,349 \text{ H}
 \end{aligned}$$

Fig. 32 - Filtro dual.

te, permitindo, assim uma implementação mais simples.

Os nossos cálculos foram realizados considerando uma constante de tempo normalizada em 1s. O escalonamento de constante de tempo para 1 μ s implica em dividirmos todos os capacitores e indutores por 10⁶.

Chegamos a síntese do circuito que escolhemos, de ordem $M = 0$ e $N = 6$. Esta escolha apresenta parâmetros levemente inferiores aos de ordem $M = 0$ e $N = 7$. O de ordem $M = 1$ e $N = 7$ é especialmente útil para uma boa simetria da forma do pulso. Mas a complexidade relativa destas aproximações justifica a escolha para a demonstração de viabilidade prática da aproximação. Na referência 12 tem-se um algoritmo relativamente simples de ser implementado em computador para se efetuar a síntese de Z_{11} e Z_{22} . Para evitar que as terminações resistivas e os indutores fiquem muito pequenos escalonamos também as impedâncias multiplicando-as todas por 100. Assim, da Fig. 32 temos:

$$\begin{aligned} R_S &= 100\Omega \\ L_1 &= 17,8\mu\text{H} \\ C_1 &= 5,6\text{nF} \\ L_2 &= 109,0\mu\text{H} \\ C_2 &= 30,1\text{nF} \\ L_3 &= 64,6\mu\text{H} \\ C_3 &= 3,49\text{nF} \\ R_L &= 100\Omega \end{aligned}$$

4.3 - Cancelamento Polo-Zero

Como foi dito anteriormente, temos na entrada do filtro uma exponencial com constante de decaimento padronizada em $\tau = 50\mu\text{s}$, que vem do pré-amplificador. O filtro da Fig. 32 possui um pulso gaussiano como resposta ao impulso.

Na Fig. 33 temos na saída do operacional V_s a mesma gaussiana da Fig. 32. A resistência $R_L = 100 \bar{\Omega}$ é subdividida em duas outras, R_1 e R_2 , de maneira que $R_1/R_2 = R_L$. A tensão que aparece na carga R_L é a mesma que aparece na carga $R_1 (V_o)$. Assim, a tensão na saída do operacional, V_s , será

$$V_s = V_o(s)(G_2 + sC) = V_o R_3 C \frac{1 + R_2 C s}{R_2 C} \quad (70)$$

A transformada da exponencial na entrada do filtro é $\frac{\tau}{1 + \tau s}$, onde τ é a constante de decaimento ($50\mu s$). Tomando $R_2 C = \tau = 50\mu s$ na expressão (70) vamos ter um cancelamento polo-zero e a saída do filtro será a gaussiana desejada.

4.4 - A Construção

A frequência em que o filtro irá trabalhar (1MHz) exige cuidados especiais na construção. Todo ele deve estar assentado sobre um plano de terra e as ligações à solda dos elementos devem ser espaciais e tão curtas quanto possível. Os capacitores de poliéster garantem uma precisão melhor nos valores. Os indutores foram construídos a partir de bobinas encapsuladas em alumínio com núcleo de ferrite que são pequenas, leves, baratas e facilmente ajustáveis. A sensibilidade dos indutores, observada em relação a variação da temperatura é muito pequena, menor que $1\%/^{\circ}C$.

Para o amplificador de entrada, com ganho 10, e para o conversor corrente-tensão de saída do filtro foi escolhido, dentre os operacionais disponíveis, o tipo $\mu A715$, devido ao seu grande ganho x faixa de passagem e elevado *slew rate*. Infelizmente, porém, o ruído deste amplificador é razoavelmente elevado. Como não foi possível encontrar um amplificador que satisfizesse a todos os requisitos simultaneamente, e por se tratar de protótipo, abandonamos o problema do ruído para nos dedicarmos aos problemas ligados a conformação. A compensação usada no 715 da entrada foi a reco

mendada no manual para ganho 10, e a do conversor corrente-tensão na saída foi obtida experimentalmente para estabilizar o circuito e garantir um máximo ganho x faixa de passagem.

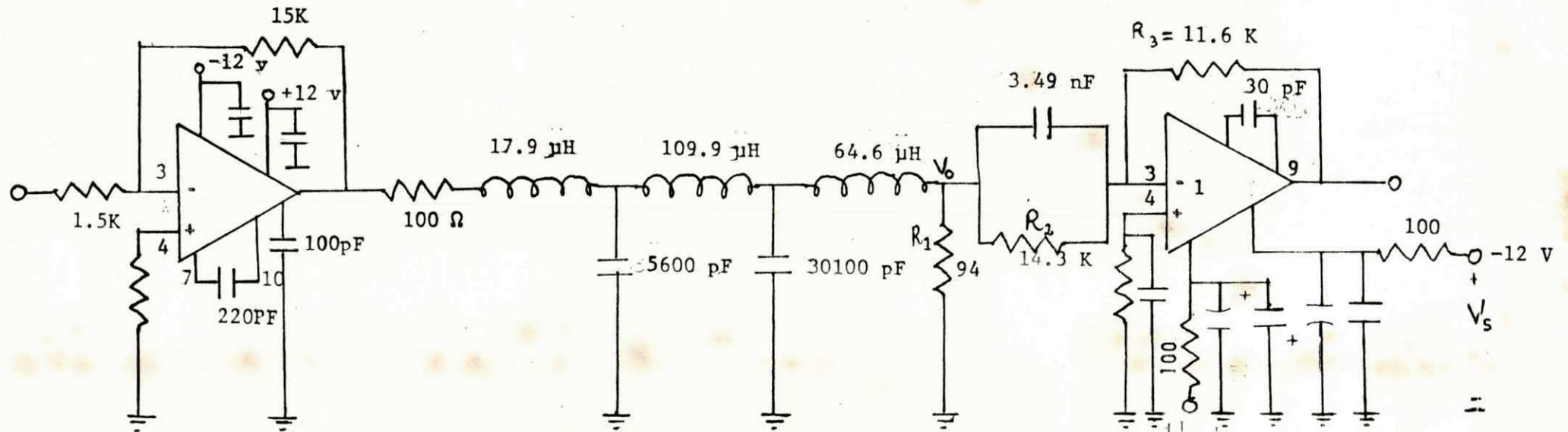
Antes de partirmos para construção do circuito, que está apresentado esquematicamente na Fig. 33, realizamos uma simulação computacional do mesmo para garantir, ou não, a viabilidade teórica, utilizando o NASAP*. Para isso, colocamos na entrada do primeiro operacional uma exponencial com constante de decaimento de $50\mu s$. O modelo a parâmetros concentrados dos amplificadores de entrada e de saída está mostrado na Fig. 34, onde o resistor e o capacitor associados a fonte da corrente controlada pela tensão de entrada simulam o polo dominante dos operacionais. Na Fig. 35 apresentamos a saída em tensão do filtro fornecida pelo computador.

4.5 - Testes de Laboratório

O filtro foi testado com o emprego do Research Pulse Generator da Ortec. Ele permite ajustar o tempo de subida e amplitude de uma exponencial com tempo de decaimento também ajustável. O tempo de subida se relaciona com a duração do pulso de corrente do detetor. Em suma, este instrumento simula o detetor e o pré-amplificador simultaneamente.

Os resultados do teste são mostrados nas fotos que seguem onde comparamos o pulso gerado pelo nosso filtro com o do amplificador modelo 572 da Ortec. O tempo de subida usado em ambos foi 20ns. Nas fotos 1 e 2 temos a oportunidade de comparar as duas conformações. Nas fotos, 1,3 e 4 o

*NASAP - NETWORK ANALYSIS AND SYSTEMS APPLICATION PROGRAM. Versão desenvolvida no Departamento de Engenharia da Universidade de UCLA - EUA.



Capacitores de desacoplamento: 2,5 μF // 1500 pF cerâmica.

Fig. 33 - Esquema Completo do Filtro construído e testado.

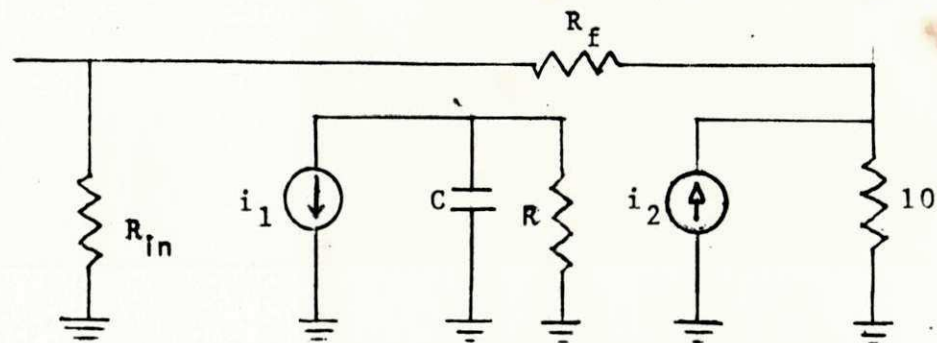


Fig. 34 - Modelo a parâmetros concentrados dos operacionais de entrada e saída usado na simulação em computador.

i_1 - Controlada pela tensão em $R_{in} = 1\text{ M}$

i_2 - Controlada pela tensão em $R = 10$

30 = Valor da dependência

Para o amplificador de entrada: $C = 1.59\ \mu\text{F}$

$R_f = 15\ \text{K}$

Para o de saída: $C = 79600\ \text{pF}$

$R_f = 11.6\ \text{K}$

traço superior é o do nosso sistema, enquanto o inferior é o do amplificador Ortec; na foto 2, o pulso do nosso sistema sobe mais rápido e desce mais lento que o do amplificador Ortec. Na foto 3 podemos comparar o retorno de ambos os pulsos à linha de base e a frequência do ruído na saída, enquanto que, na foto 4 podemos comparar melhor a amplitude do ruído na saída.

Polos para M=0

TABELA 5

N=3

 $-1,149095 \pm j 0,7864188$ $-1,263357$

N=4

 $-1,355358 \pm j 0,3279483$ $-1,181080 \pm j 1,0603750$

N=5

 $-1,416665 \pm j 0,5978597$ $-1,203683 \pm j 1,2994840$ $-1,476688$ PólosZeros para M=1

N=6

 $-1,461375 \pm j 0,8329561$ $-1,560128 \pm j 0,2686800$ $-1,220739 \pm j 1,5145340$ $-1,791148 \pm j 0,8659735$ $-1,871684 \pm j 0,2798419$ $-1,600743 \pm j 1,5638320$

j 2,645751

N=7

 $-1,622327 \pm j 0,5020563$ $-1,495864 \pm j 1,0442260$ $-1,234193 \pm j 1,7116710$ $-1,661025$ $-1,927055 \pm j 0,5219876$ $-1,822739 \pm j 1,0835660$ $-1,613823 \pm j 1,7644700$ $-1,959388$

j 2,828427

N=8

 $-1,671093 \pm j 0,7114239$ $-1,737465 \pm j 0,2327755$ $-1,523516 \pm j 1,2378640$ $-1,245155 \pm j 1,8947910$ $-1,971256 \pm j 0,7384169$ $-2,027340 \pm j 0,2417626$ $-1,848471 \pm j 1,2823210$ $-1,624637 \pm j 1,9504330$

j 3,000000

N=9

 $-1,710691 \pm j 0,9031180$ $-1,798147 \pm j 0,4412322$ $-1,546325 \pm j 1,4177630$ $-1,254305 \pm j 2,0665470$ $-1,825802$ $-2,007648 \pm j 0,9359272$ $-2,082177 \pm j 0,4575811$ $-1,869966 \pm j 1,4664570$ $-1,633775 \pm j 2,1245500$ $-2,105916$

j 3,162278

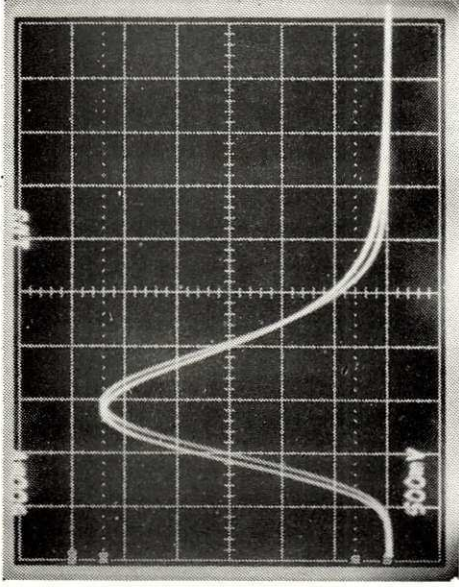


FOTO - 2

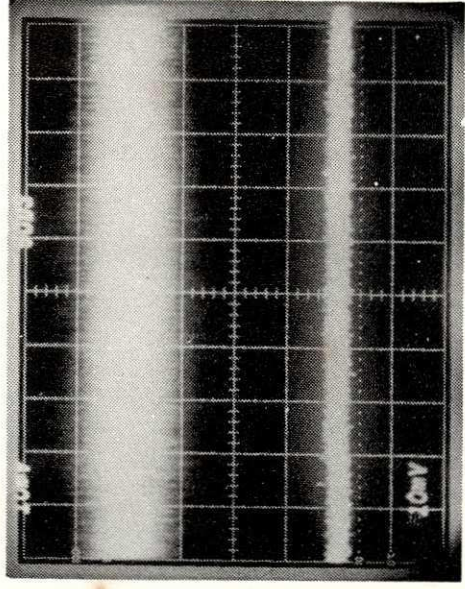


FOTO - 4

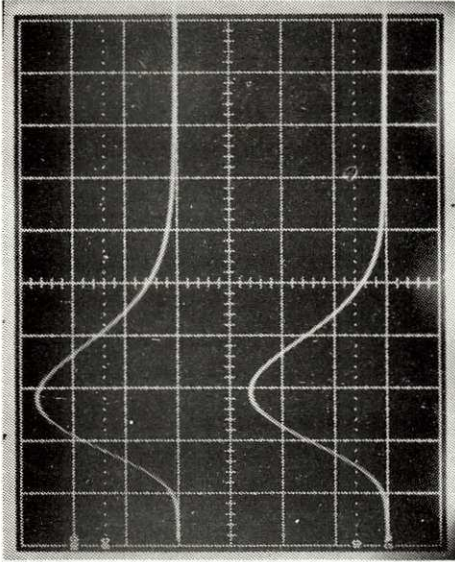


FOTO - 1

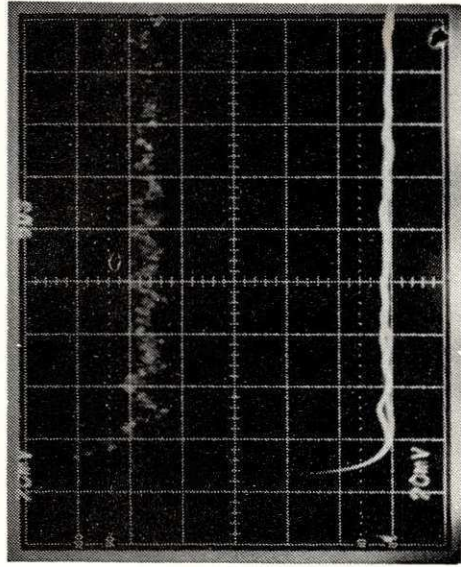


FOTO - 3

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho fizemos um estudo teórico-experimental de um importante tópico da espectrometria gama, que é a filtragem e a conformação de pulso. Sugerimos um modo de aproximação para o filtro conformador gaussiano e construímos um protótipo para estudar experimentalmente a viabilidade prática deste tipo de filtro usando elementos passivos. Deparamo-nos com problemas na eletrônica do sistema que, devido a exiguidade do tempo, não pudemos resolver completamente. O protótipo apresentou ruído excessivo e não conseguiu manipular convenientemente o sinal na saída carregado com um cabo coaxial. Apesar disso, o aspecto promissor da conformação proposta não ficou comprometido, e acreditamos que a simetria, o aspecto mais crítico da conformação, possa ser consideravelmente melhorada se for usada a aproximação $M = 1$ e $N = 7$.

A continuação do trabalho deverá ser o desenvolvimento da eletrônica de baixo ruído e alta velocidade necessária ao bom funcionamento do filtro.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. F. S. GOULDING, Pulse Shaping in Low-Noise Nuclear Amplifiers: A Physical Approach to Noise Analysis (Nuclear Instruments and Methods 100, 1972), p. 493-504.
2. P. W. NICHOLSON (Nuclear Electronics), J. Wiley, New York, 1974). Cap. 3 e 4.
3. C. H. Nowlin, Pulse Shaping For Nuclear Pulse Amplifiers (IEEE Trans. Nuclear Sci. NS - 17, nº 1, 1970) p. 226.
4. V. Radeka and N. Karlovac, Least-Square-Error Amplitude Measurement of Pulse Signals in Presence of Noise (Nuclear Inst. and Meth. 52, 1967) p. 86-92.
5. J. L. Blankershit and C. H. Nowlin, New Concepts in Nuclear Amplifier Design (IEE Trans. Nuclear Sci. NS-13 (3), 1966), p. 495-507.
6. S. Ohkawa, M. Yoshizawa and Husini, Direct Synthesis of Gaussian Filter for Nuclear Pulse Amplifiers (Nuclear Inst. and Methods 138, 1976) p. 85-92.
7. V. Radeka, Trapezoidal Filtering of Signals from Large Germanium Detectors at High Rates (Nuclear Inst. and Methods 99, 1971), p. 525-539.

8. M. Bertolaccini; C. Bussolati and E. Gatti, On the Problem of Optimum Signals to Noise Ratio in Amplitude Measurements (Nuclear Inst. and Methods 41, 1966) p. 173.
9. E. Kowalski, Nuclear Eletronics 1970, p. 364-368.
10. José Abel Royo dos Santos, Mini Calculadoras Eletrônicas, 1977.
11. Gobind Daryanani, Principles of Active Network Synthesis And Design (1976) Cap. 6.
12. G. C. Temes and S. K. Mitra, eds., Modern Filter Theory and Design, (1973), p. 96-103.