
Modelo de Histerese para Transição Semicondutor-Metal em Filmes Finos de VO₂

Luiz Alberto Luz de Almeida

Tese de doutorado submetida à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Doutor em Ciências no domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Informação

Gurdip Singh Deep, Ph.D.

Orientador

Antonio Marcus Nogueira Lima, Dr.

Orientador

Helmut Neff, Ph.D.

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Luiz Alberto Luz de Almeida, Janeiro de 2003



A447m

Almeida, Luiz Alberto Luz de
Modelo de histerese para transição semicondutor-metal em
filmes finos de voz/. Luiz Alberto Luz Almeida de -
Campina Grande - PB: UFCC, 2003.
131 p.: il.

Tese (Doutorado) - UFPB/CCT- Engenharia Elétrica
Inclui Bibliografia

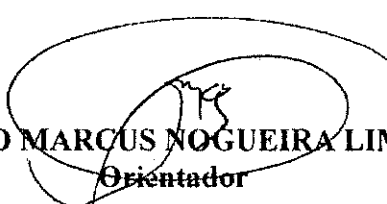
1. Histerese Térmis 2. Bolametro
3. Sensor Termoresistivo 4. Instrumentação Eletrônica
I. Título

CDU: 621.3:530.150.1

**MODELO DE HISTERESE PARA TRANSIÇÃO SEMICONDUTOR-METAL
EM FILMES FINOS DE VO₂**

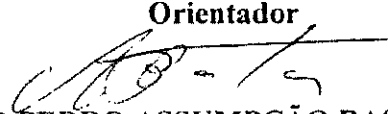
LUIZ ALBERTO LUZ DE ALMEIDA

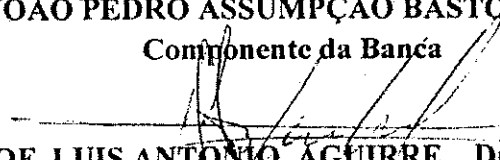
Tese Aprovada em 11.03.2003

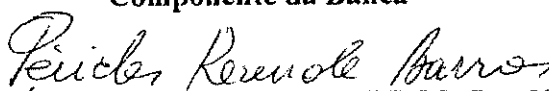

PROF. ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFCG
Orientador


PROF. GURDIP SINGH DEEP, Ph.D., UFCG (Ausência Justificada)
Orientador

Helmut Franz Neff, Ph.D., VIR-TECH A/S (Ausência Justificada)
Orientador


PROF. JOÃO PEDRO ASSUMPCÃO BASTOS, Dr., UFSC
Componente da Banca


PROF. LUIS ANTONIO AGUIRRE, Dr., UFMG
Componente da Banca


PROF. PÉRICLES REZENDE BARROS, Dr., UFCG
Componente da Banca


PROF. SREERAMULU RAGHURAM NAIDU, Dr.Ing., UFCG
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE – PB
MARÇO - 2003

Dedicatória

A Selma, Vitor e Ingrid.

Agradecimentos

A Deus por manter-me firme apesar dos meus erros, fazendo-me reconhecer os mesmos e fazendo-me sempre tentar dar o melhor de mim.

À esposa Selma e aos filhos Vitor e Ingrid, pelo incentivo, apoio e compreensão nas muitas horas que os privei da minha companhia e dedicação. Aos meus pais Milton e Mary (*in memoriam*) e antepassados da família Almeida, em especial vovó Isabel e tia Teresa, pelo que me trouxeram à vida e pela formação moral e religiosa. Aos meus irmãos Rita, Sérgio, Paulo e Gubio, pelo muito tempo distante. A seu Medval (*in memoriam*) e família pelos tantos anos de acolhida e apoio. A tio Carlão e família pelo apoio em um momento muito difícil.

Ao prof. Gurdip Singh Deep pela incansável orientação e dedicação na tarefa de tornar as minhas idéias mais claras e melhorar os meus manuscritos. Ao prof. Helmut Neff pelo entusiasmo contagiante, apoio e orientação constantes durante seu tempo aqui no Brasil. Ao prof. Antonio Marcus Nogueira Lima pela orientação nesta investigação e pelas sugestões edificadoras. Ao prof. Igor Khrebtov pela colaboração na validação do modelo L²P em um bolômetro experimental. Aos professores David Jiles e Giorgio Bertotti pelas sugestões na ocasião da primeira apresentação do modelo L²P. Aos membros da banca, os professores João Pedro Assumpção Bastos, Luis Antonio Aguirre, Sreeramulu Ragluram Naidu e Pericles Rezende Barros pelas críticas construtivas sobre esta investigação e pelo tempo dedicado na revisão deste manuscrito.

Aos muitos colegas pela colaboração e discussões técnicas, em especial: a Glaucio Brandão por discussões sobre deriva térmica; a Adolfo Sena pelas discussões sobre funções de mapeamento para o modelo de Preisach; a Márcio Fontana pelas discussões no teste da capacidade do modelo L²P de descrever a histerese nas propriedades óticas do dióxido de vanádio; à Marony Nascimento pelas discussões no teste da capacidade do modelo L²P de descrever a histerese em ligas SMA; a Arlindo Neto pela colaboração na realização de experimentos adicionais com o módulo termoelétrico.

Aos amigos que fiz em Campina Grande pela acolhida calorosa. Aos colegas estudantes da UFCG pelo companheirismo e convivência agradável. Aos professores da UFCG pelo apoio e convivência. Aos funcionários da UFCG, em especial os da COPELE, pela dedicação e presteza. À Eleonôra Coutinho pelos tantos livros, teses e revistas que ela pacientemente me auxiliou a encontrar na MINIBLIO.

À UFBA pela oportunidade para realização deste curso. À CAPES pela concessão da bolsa de estudos através do PICDT/UFBA. Ao CNPq/PRONEX pelos recursos utilizados nos laboratórios da UFCG. Aos professores e colegas da UFBA pelo apoio e incentivo para que este curso fosse realizado, em especial à Núbia Batista pelo zelo nos muitos momentos em que precisei de apoio administrativo.

Resumo

O dióxido de vanádio (VO_2) é utilizado na fabricação de sensores e transdutores com aplicações em detecção, modulação e chaveamento ótico. Quando depositado na forma de um filme fino, apresenta transição de fase de estado sólido, que resulta em mudanças significativas nas propriedades elétricas e óticas do filme, que se transforma de semicondutor para metal, a depender da temperatura do filme.

O filme fino de VO_2 vem sendo utilizado na fabricação de sensores termoresistivos para detecção de radiação infravermelho. Estes sensores combinados com o circuito eletrônico de polarização são chamados bolômetros. O dióxido de vanádio surgiu como alternativa atraente na construção de bolômetros, pois possuem uma sensibilidade elevada, em comparação com demais materiais. Os bolômetros baseados no VO_2 são usualmente operados na região semicondutora, cujo coeficiente de variação da resistência R com a temperatura T é da ordem de $3\% \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Na região de transição este coeficiente é tipicamente $60\% \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, podendo alcançar valores ainda maiores. Entretanto, esta região exibe a não-linearidade de histerese, o que dificulta o projeto e a análise de bolômetros que operem na região de transição.

Recentemente, foi proposta uma técnica experimental indicando a possibilidade de utilizar os filmes de VO_2 como bolômetro na região de transição e aproveitar o valor elevado de sensibilidade. Entretanto, o estudo teórico do desempenho de um bolômetro baseado no VO_2 requer um modelo que descreva a característica histerética $R \times T$.

A compreensão das não-linearidades na relação histerética $R \times T$ se apresenta como sendo fundamental na análise de qualquer aplicação utilizando filmes finos de VO_2 , especialmente em microbolômetros. Esta tese é orientada para o desenvolvimento de um modelo de histerese que possa ser utilizado como ferramenta de análise e projeto de microbolômetros de VO_2 e de outras aplicações correlatas. Nesse sentido, foi inicialmente proposto um novo modelo algébrico de para histerese magnética, cunhado de modelo de Proximidade ao Laço Principal (Limiting Loop Proximity (L^2P) model). Com apenas quatro parâmetros, o modelo L^2P demanda baixa carga computacional e possui complexidade matemática reduzida. Isto permite uma rápida implementação numérica e procedimento simples de estimação de parâmetros.

Considerando o filme de VO_2 como um meio misto, contendo microcristais no estado semicondutor e metálico, foi proposta a utilização da teoria do meio efetivo para relacionar a fração volumétrica dos microcristais com a resistência efetiva do filme. O modelo L^2P foi então proposto para descrever a dependência histerética da resistência com a temperatura do filme e é capaz de reproduzir as principais características da histerese, tais como laços maiores, menores e aninhados em boa concordância com as características experimentais.

Abstract

Microbolometers, operating at room temperature and employing vanadium-dioxide (VO_2) thin film as the heat sensing material, have emerged as a promising solution for far infrared imaging, providing a wide range of military, industrial and commercial applications. The VO_2 thin film is characterized by a solid-state phase transformation from semiconducting type at low temperatures into metallic type at higher temperatures. Recent fabrication techniques permit the deposition of vanadium dioxide films, having a temperature coefficient of resistance (TCR = $\frac{1}{R} \frac{dR}{dT}$) of $3\% \text{C}^{-1}$ in the semiconducting region that increases to values as large as $60\% \text{C}^{-1}$ in the hysteretic transition region. Despite this pronounced increase of the TCR, VO_2 -thin film microbolometers are commonly operated outside the hysteretic region, in the semiconducting part of its resistance-temperature ($R \times T$) curve.

Experimental results, indicating a considerable increase in the sensitivity, have been recently reported for a VO_2 -thin film microbolometer operating in the hysteretic region. The theoretical prediction of bolometric performance in the transition region is quite complex, due to the hysteresis in the $R \times T$ characteristics. Thus, the analysis, design, and optimization of a VO_2 microbolometer, operating in the hysteretic region, is critically dependent on the availability of a hysteresis model that can mathematically describe both the major and minor loops.

This thesis is focused on the development of a hysteresis model which can be employed as an analysis tool in the design of VO_2 microbolometer and other related applications of this material. For this purpose, it is first proposed a new algebraic model to describe magnetic hysteresis, which I call Limiting Loop Proximity (L^2P) model. With only four parameters, it has low computational cost and reduced mathematical complexity, thus permitting a fast numerical implementation and simple parameter estimation procedure.

Considering the VO_2 thin film as a composite medium, containing semiconducting and metallic microcrystals, the wellknown effective-medium approximation theory is employed to relate the volume fraction of the semiconducting microcrystals to the effective film resistance. The L^2P model is first proposed for describing the hysteretic dependence of volume fraction on temperature. From this, a model for hysteresis in the resistance-temperature characteristic is then derived, and a procedure for estimating the model parameters is outlined. The model reproduces the more important hysteretic characteristics such as the major, minor, and nested loops, in good agreement with the experimental characteristics.

Conteúdo

1	Introdução	6
1.1	Motivação	7
1.2	Histórico da Investigação	9
1.3	Objetivos da Investigação	11
1.4	Organização do Texto	11
2	Plataforma Experimental	13
2.1	Introdução	13
2.2	Câmara Térmica para Caracterização do Filme de VO ₂	14
2.3	Modelo Dinâmico da Câmara Térmica	15
2.3.1	Caracterização do Termistor de Medição	19
2.4	Estimação de Parâmetros do Modelo Não-linear	20
2.4.1	Considerações sobre a Estimação dos Parâmetros	21
2.4.2	Estimação de Parâmetros Utilizando Computação Evolucionária	22
2.5	Modelo Orientado por Blocos	24
2.6	Redução de Ordem do Modelo do TEM/Dissipador	29
2.7	Projeto do Controlador	32
2.7.1	Controlador de Corrente	35
2.7.2	Controlador Proporcional-Integral	36
2.7.3	Avaliação do Erro de Controle	37
2.7.4	Controlador em Malha Aberta	39
2.8	Conclusão	40
3	Estudo Qualitativo da Origem da Histerese em Filmes Policristalinos de VO₂	41
3.1	Definições Termodinâmicas	41
3.2	Transição de Fase e Energia Livre	42
3.3	Microcristal de VO ₂ como um Sistema Biestável	43
3.4	Histerese no Filme de VO ₂ : Interação entre Microcristais	50
3.5	Conclusões	51

4 Um Arcabouço Diferencial Comum para Modelos de Histerese	53
4.1 Introdução	53
4.2 Terminologia do Fenômeno de Histerese	54
4.3 Operador de Histerese	55
4.4 Modelo de Duhem	56
4.4.1 Modelo de Dahl para Atrito Mecânico	57
4.4.2 Modelo de Jiles-Atherton para Materiais Ferromagnéticos	58
4.5 Memória Local e Não-local	59
4.6 Modelo de Preisach	62
4.6.1 Micromagnetismo	62
4.6.2 Operador Elementar	63
4.6.3 Descrição do Modelo	64
4.6.4 Interpretação Geométrica	65
4.6.5 Representação com o Modelo de Preisach	69
4.6.6 Sequências de Memória	69
4.6.7 Forma Diferencial do Modelo de Preisach	72
4.7 Comparação entre os Modelos de Duhem e Preisach	73
4.8 Conclusão	74
5 Adaptação do Modelo de Preisach para o VO₂	75
5.1 Introdução	75
5.2 Modelo de Preisach para Materiais Magnéticos	75
5.3 Modelo de Preisach para o VO ₂	76
5.4 Representação com o Modelo de Preisach	79
5.5 Determinação da Função de Distribuição	81
5.6 Superfície Candidata	82
5.7 Resultados Experimentais	85
5.8 Conclusões	86
6 Modelo de Proximidade ao Laço Principal	88
6.1 Introdução	88
6.2 Propriedades da Histerese Magnética	90
6.3 Modelo L ² P	92
6.3.1 Procedimento de Estimação de Parâmetros	94
6.4 Comparação entre os Modelos: L ² P, Jiles e Preisach	95
6.5 Discussão e Resultados	98
6.5.1 Aplicação do Modelo Proposto para Ferrite tipo MnZn	100
6.6 Conclusão	101

7	Modelo L²P para Transição Semicondutor-Metal no VO₂	104
7.1	Resistência Elétrica nos Filmes Finos de VO ₂	104
7.2	Filme Fino de VO ₂ como um Meio Composto	106
7.3	Histerese no Filme fino de VO ₂	107
7.3.1	Evolução na Fração Volumétrica	108
7.4	Modelagem da Histerese na Característica $g \times T$	109
7.5	Resultados e Discussões	112
7.6	Conclusão	115
8	Análise da Responsividade de um Bolômetro Fabricado com Filme Fino de VO₂	116
8.1	Introdução	116
8.2	Responsividade do Bolômetro	117
8.3	Resultados	120
8.4	Conclusão	122
9	Conclusões	123

Lista de Figuras

1.1	Curva de histerese $R \times T$ em um filme fino de dióxido de vanádio, obtida no LIEC.	8
2.1	Dispositivos empregados e detalhes de montagem da câmara térmica: (a) módulo termoeletrico; (b) dimensões dos filmes utilizados nos experimentos; (c) montagem do filme e termistor sobre o módulo termoeletrico; e d) conjunto da câmara térmica.	15
2.2	Descrição das grandezas térmicas da planta, situadas em relação aos diversos componentes da câmara térmica: 1) Filme de VO ₂ ; 2) Substrato do filme; 3) Placa superior do TEM; 4) Camada central do TEM; 5) Placa inferior do TEM; 6) Dissipador de calor; 7) Resistor de aquecimento do dissipador de calor; 8) Termistor para medição de temperatura.	17
2.3	Potência ativa de calor P_x em função da corrente de controle I_c no TEM.	18
2.4	Temperatura da face superior do TEM, obtida experimentalmente, e a correspondente temperatura calculada a partir do modelo contínuo não-linear da câmara térmica, utilizando parâmetros obtidos por GA.	24
2.5	Modelo equivalente elétrico da câmara térmica.	25
2.6	a) Modelo do TEM orientado por blocos; b) Modelo do conjunto TEM/dissipador orientado por blocos.	28
2.7	a) Temperatura da face superior do TEM, obtida experimentalmente, e as correspondentes temperaturas calculadas a partir dos seguintes modelos do conjunto TEM/dissipador: modelo contínuo linear de 3 ^a ordem, utilizando parâmetros obtidos por GA, e modelo discreto linear de 3 ^a ordem, utilizando parâmetros obtidos por OLS.	29
2.8	Temperatura da face superior do TEM, obtida experimentalmente, em resposta a um degrau de corrente de 0,1 A, e a correspondente temperatura calculada a partir do modelo contínuo linear de primeira ordem, utilizando parâmetros obtidos por OLS.	32
2.9	a) Controlador de temperatura da câmara térmica; b) Sistema equivalente anostrado do controlador de temperatura, incluindo não-linearidades do processo de quantização; c) Controlador de temperatura no ponto de operação como um sistema realimentado a relé.	33
2.10	Controlador de corrente e interação com a fonte de alimentação.	36

2.11	Resposta do controlador para uma excitação senoidal. No início da excitação há um degrau de temperatura, o que causa um rebatimento na temperatura do filme com relação à temperatura de referência. Isto pode ser observado no detalhe esquerdo da figura. No detalhe direito é apresentada a resposta da temperatura do filme após a estabilização inicial. O erro de regime obtido neste caso foi menor do que $0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$.	38
2.12	Diagrama de Bode do sistema linear do RFS.	40
3.1	a) Trajetórias do sistema biestável para várias condições iniciais e b) as respectivas órbitas.	43
3.2	a) Órbitas da equação diferencial cúbica do microcristal, considerando $T = 0$ e várias faixas de valores de h : a) $h < 0$, b) $h = 0$ e c) $h > 0$. Em d) o correspondente diagrama de bifurcação do tipo forquilha.	45
3.3	No centro, diagrama de bifurcação, ou diagrama dos estados de equilíbrio, ou diagrama de histerese da equação que descreve o comportamento do volume de um microcristal de VO_2 . Nas partes superior e inferior, o comportamento qualitativo de $F(h = 1, T, x)$ para T como variável independente cujo valor cresce e decresce monotonicamente.	46
3.4	Plano $T - h$ e o lugar dos pontos críticos não-hiperbólicos do modelo do microcristal de VO_2 .	48
3.5	Superfície que descreve o lugar dos pontos críticos do modelo do microcristal de VO_2 .	50
3.6	Diagrama de blocos do modelo qualitativo da fração volumétrica no filme policristalino de VO_2 .	52
4.1	Descrição das regras de Madelung, em termos de trajetórias no plano de fase $x - y$.	60
4.2	Descrição das diferenças entre memória local e não-local, em termos de trajetórias no plano de fase $x - y$.	61
4.3	a) Hysteron e suas componentes b) irreversível e c) reversível.	62
4.4	a) Relé ideal com limiar de transição α , b) relé ideal com limiar de transição β , e c) operador elementar $\gamma_{\alpha,\beta}[x]$.	63
4.5	Operador tipo relé elementar.	64
4.6	Diagrama em blocos do modelo de Preisach.	66
4.7	Triângulo de Preisach para sistemas de coordenadas a) α e β , e b) r e s .	67
4.8	Interpretação geométrica do modelo de Preisach.	68
4.9	Descrição da propriedade de congruência no modelo de Preisach, em termos de trajetórias no plano de fase $x - y$.	70
4.10	Descrição da criação e remoção de um par máximo-mínimo, em termos a) da entrada x em função do tempo e b) das trajetórias no plano de fase $x - y$.	72
4.11	Representação geométrica nas coordenadas (α, β) da evolução de área incremental dy no triângulo de Preisach (a) $\delta > 0$ e b) $\delta < 0$).	74

5.1	(a) Curva característica típica da histerese de materiais ferromagnéticos. (b) Operador de elemento de Preisach para materiais magnéticos e (c) o correspondente triângulo de Preisach.	76
5.2	Operador elemento de Preisach para o dióxido de vanádio.	77
5.3	Triângulo de Preisach para o dióxido de vanádio.	78
5.4	Verificação experimental se o filme exibe a propriedade de remoção e no quadro interior a correspondente variação temporal de temperatura.	79
5.5	Verificação experimental se o filme exibe a propriedade de congruência.	80
5.6	Verificação experimental da propriedade de congruência para característica $R \times T$	82
5.7	(a) Curva decrescente de primeira ordem D_i . Esta curva inicia-se no ponto (T_r^i, R_r^i) , e, com a temperatura sendo aumentada monotonicamente, passa por um ponto intermediário qualquer (T^i, R^i) até atingir $T^i = 80^\circ\text{C}$. (b) Triângulo de Preisach correspondente a D_i	83
5.8	Estimação dos parâmetros p_1, \dots, p_9 , para o ajuste das funções (a) $f(T_r^i)$, (b) $g(T_r^i)$ e (c) $h(T_r^i)$, utilizando os pontos $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$, $\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ e $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$, respectivamente.	84
5.9	Validação do modelo identificado utilizando laços menores.	85
5.10	Validação do modelo identificado utilizando o laço principal.	86
6.1	Diagrama de blocos do conjunto filme/substrato.	89
6.2	Ilustração das propriedades de memória relativas ao fechamento de laços menores, remoção de extremos de reversão e memória não-local.	90
6.3	Susceptibilidade Incremental.	91
6.4	Representação esquemática da histerese na característica $M \times H$. Esta construção geométrica de uma trajetória após a reversão ilustra o conceito de proximidade da mesma ao laço principal, que é formado pela combinação das curvas limite $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$	93
6.5	Simulação de histerese para dois conjuntos distintos de parâmetros utilizando o modelo proposto.	96
6.6	Ilustração das propriedades de memória relativas ao fechamento de laços menores e remoção de extremos para o modelo proposto.	97
6.7	a) Efeito de acomodação para um laço de histerese de certa largura e b) para um outro laço de histerese de largura menor.	99
6.8	Comportamento do modelo proposto, excitado com um campo de desmagnetização alternado e um campo contínuo superposto $H_{dc} = 0.5$. O estado final de desmagnetização recai sobre um ponto da curva sem histerese $M_L(H_{dc}, \delta = 0)$	100

6.9	Susceptibilidade incremental calculada utilizando o modelo proposto, para valores diferentes de largura do laço menor ΔH , em função do campo de polarização H_{pol}	101
6.10	Simulação com o modelo proposto (linha sólida) ajustado para dados experimentais (disponível em www.ferroxcube.com) do ferrite MnZn 3c15 (linha tracejada).	102
6.11	Processo de desmagnetização do ferrite MnZn 3c15 simulado com o modelo proposto.	103
7.1	Características experimentais resistência-temperatura do filme fino de dióxido de vanádio, incluindo laços menores.	105
7.2	Características experimentais da evolução da fração volumétrica com a temperatura (círculos sólidos).	107
7.3	Representação esquemática da histerese na evolução da fração volumétrica com a temperatura. Esta construção geométrica de uma curva reversa ilustra o conceito de proximidade de um ponto nesta curva ao laço principal.	108
7.4	Curvas experimentais decrescentes de primeira ordem resistência-temperatura (círculos sólidos) as curvas correspondentes obtidas através do modelo $R(T)$ (linhas contínuas).	110
7.5	Curvas crescentes de primeira ordem resistência-temperatura (círculos sólidos), bem como as correspondentes curvas obtidas através do modelo (linhas contínuas).	112
7.6	As curvas experimentais de ordem elevada (círculos sólidos), bem como as calculadas a partir do modelo (linhas contínuas). Período de excitação de temperatura de 25 minutos.	113
7.7	Três pares experimentais de laços menores para três regiões distintas (círculos sólidos) e os correspondentes laços menores obtidos através do modelo (linha contínua).	114
8.1	Diagrama de blocos de um bolômetro que opera em modo de corrente constante.	117
8.2	Resposta do bolômetro na região de histerese a uma radiação pulsada.	118
8.3	Responsividade do bolômetro em função da temperatura do filme.	120

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Símbolos

A_s	área efetiva do sensor térmico
A_ρ	semiplano definido como a região na qual $\rho^- < \rho^+$
A_ρ^T	triângulo de Preisach
A_ρ^{T-}	região no triângulo de Preisach para qual $\gamma_\rho[\cdot] = -1$
A_ρ^{T+}	região no triângulo de Preisach para qual $\gamma_\rho[\cdot] = +1$
c	calor específico de um material
c_1, c_2 e c_3	parâmetros do estimador de temperatura
C	capacitância térmica de um corpo
C_f	capacitância térmica do filme
C_s	capacitância térmica do substrato
C_x	capacitância térmica da placa superior do TEM
C_y	capacitância térmica da placa inferior do TEM
C_d	capacitância térmica do dissipador de calor
C_m	capacitância térmica do termistor
$\mathcal{D}[\cdot]$	operador de Duhem
$\mathcal{D}_J[\cdot]$	operador de Jiles
D_i	curva experimental decrescente de primeira ordem
\bar{D}_i	curva experimental decrescente de primeira ordem modificada
e	erro médio quadrático normalizado
E_a	energia de ativação
f	uma função qualquer
$F_L(T)$	descreve as curvas ascendentes e descendentes principais de g
$F(h, T)$	energia livre de um sistema termodinâmico
g_i	fração volumétrica de cada fase i no filme de VO_2
g	fração volumétrica de microcristais na fase semicondutora do filme de VO_2
\tilde{g}	fração volumétrica experimental
G	condutância térmica de um corpo

G_{da}	condutância térmica entre o dissipador de calor e o meio ambiente
G_{fs}	condutância térmica entre o filme e o substrato
G_{sx}	condutância térmica entre o substrato e a placa superior do TEM
G_{xm}	condutância térmica entre a placa superior do TEM e o elemento sensor do medidor
G_{xy}	condutância térmica entre as placas superior e inferior do TEM
G_{yd}	condutância térmica entre a placa inferior do TEM e o dissipador de calor
G_{zd}	condutância térmica entre a resistência de aquecimento e o dissipador de calor
h	parâmetro de ordem da energia livre
H	campo magnético
$\mathcal{H}[\cdot]$	modelo ou operador de histerese
I_c	corrente que passa pelo TEM
I_p	corrente de polarização
I_z	corrente na resistência de aquecimento do dissipador
J_i	o i -ésimo resíduo correspondente ao pólo λ_i de uma função de transferência qualquer
$J_{LS}(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda})$	função custo para OLS no estimador de temperatura
$J_{NM}(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda})$	função custo para Nelder-Mead no estimador de temperatura
$J_{MQN}(\boldsymbol{\theta})$	erro médio quadrático normalizado
K_I e K_P	ganhos integral e proporcional do controlador PID
\mathbf{k}_p	vetor de ganhos do módulo termoeétrico
κ_s	coeficiente Seebeck do módulo termoeétrico
$L(t)$	interface que divide as regiões A_ρ^{T-} e A_ρ^{T+}
\vec{L}_i	tensor de despolarização
(L_i^1, L_i^2, L_i^3)	autovalores do tensor de despolarização
m	massa do corpo
M	magnetização
M_{irr}	componente irreversível de magnetização
M_{rev}	componente reversível magnetização
M_s	magnetização de saturação
N_s	número de soluções potenciais em uma determinada geração GA
N_p	número de parâmetros de cada solução GA
N_b	número de bits de cada parâmetro da solução GA
$P(\cdot)$	função de proximidade
$\mathcal{P}[\cdot]$	operador de Preisach
P	fluxo de calor gerado por efeito Joule no filme
P_a	fluxo de calor absorvido dentro de um corpo
P_e	fluxo de calor transportado para dentro de um corpo
P_g	fluxo de calor gerado dentro de um corpo

P_r	potência de radiação incidente no filme
P_s	fluxo de calor transportado para fora de um corpo
P_x	potências ativas de calor da placa superior do TEM
P_y	potências ativas de calor da placa inferior do TEM
P_z	fluxo de calor gerado no dissipador
Q	quantidade de calor armazenada em um corpo
\bar{R}	resistência modificada por $f : R \mapsto \bar{R}$
R	resistência elétrica
R_m	resistência da região metálica no VO ₂
R_t	resistência do termistor
R_z	resistência de aquecimento do dissipador
R_0	resistência para $T \rightarrow \infty$ em R_s
R_s	resistência da região semicondutora no VO ₂
R_{sat}^-	resistência de saturação para $T = 80^\circ\text{C}$
$R - T$	plano de fase resistência-temperatura
$R \times T$	característica resistência-temperatura no VO ₂
s	seqüência discreta de memória
s_i	variável que exhibe sempre o extremo mais recente da seqüência s
t	tempo
T	temperatura
T_c	temperatura crítica ou limiar de percolação
T_d	temperatura do dissipador de calor
T_m	temperatura do termistor
T_s	temperatura do substrato
T_x	temperatura da placa superior do TEM
T_y	temperatura da placa inferior do TEM
T_p	temperatura de proximidade
(T_0, g_0)	ponto de interesse no plano $R - T$
(T_r, R_r)	ponto de reversão qualquer no plano $R - T$
(T_r, g_r)	ponto de reversão qualquer no plano $g - T$
(T_r^i, R_r^i)	ponto inicial da curva D_i
V_n	tensão de ruído total do bolômetro
V_p	tensão de polarização
x_i^{\min}	elemento de mínimo na posição i da seqüência s
x_j^{\max}	elemento de máximo na posição j da seqüência s
x, y, z	variáveis quaisquer
i, j, k	índices quaisquer

w	parâmetro de $F_L(T)$ - largura da histerese
δ	sinal de $\frac{d(\cdot)}{dt}$
$\gamma_p[\cdot]$	operador elementar de Preisach
$\rho = (\alpha, \beta)$	sistema de coordenadas do modelo de Preisach
$\rho = (r, s)$	sistema de coordenadas do modelo de Preisach
ρ^-	limiar inferior de transição do operador elementar de Preisach
ρ^+	limiar superior de transição do operador elementar de Preisach
ρ_{sat}^-	valor de saturação inferior do operador elementar de Preisach
ρ_{sat}^+	valor de saturação superior do operador elementar de Preisach
R_{xy}	resistência elétrica entre as placas superior e inferior do TEM
$\mu(\rho)$	função de distribuição de Preisach
β	parâmetro de $F_L(T)$ - inclinação da histerese
σ_e	condutividade efetiva do filme de VO ₂
$\vec{\sigma}_i$	tensor de condutividade
$(\sigma_i^1, \sigma_i^2, \sigma_i^3)$	autovalores do tensor de condutividade
ρ_s	resistividade da fase semicondutora no filme de VO ₂
ρ_m	resistividade da fase metálica no filme de VO ₂
τ	constante de tempo intrínseca do sensor térmico
η	constante de absorção de potência incidente no sensor térmico
Δf	largura de banda do amplificador do bolômetro
ΔR	diferença de resistência elétrica
ΔT	diferença de temperatura
Ω	região de integração em A_p^T
θ_{opt}	vetor solução de parâmetros do módulo termoeletrico
Θ_i	vetor geração GA
λ_1, λ_2 e λ_3	parâmetros do estimador de temperatura
γ_i	o i -ésimo IDM correspondente ao pólo λ_i de uma função de transferência qualquer
ϖ_{ij}	grau de interação entre os microcristais
ϱ_j	coeficiente de interação de cada microcristal.

Abreviaturas

No caso de abreviaturas internacionalmente conhecidas, optou-se por manter as mesmas em inglês.

EMA	Effective Medium Approximation
FPA	Focal Plane Array
TCR	Temperature Coefficient of Resistance
TEM	Thermoelectric Module.

Capítulo 1

Introdução

O dióxido de vanádio (VO_2) é utilizado na fabricação de sensores e transdutores com aplicações em detecção, modulação e chaveamento ótico (Jerominek et al., 1993). Quando depositado na forma de um filme fino ¹, apresenta transição de fase de estado sólido, na qual o mesmo muda de característica semicondutora para metálica. Esta transformação é induzida por temperatura, e resulta em mudanças significativas nas propriedades elétricas do filme (Choi et al., 1996). Durante a transição de semicondutor para metal, a estrutura cristalográfica do VO_2 se transforma de tetragonal para monoclinica, respectivamente. Este tipo de transformação termodinâmica é chamada de *transformação de fase de primeira ordem*, e sempre resulta na liberação ou absorção de energia na forma de calor latente (Brokate & Sprekels, 1996).

O filme fino de VO_2 vem sendo utilizado na fabricação de sensores térmicos para detecção de radiação infravermelho (Jerominek et al., 1996). Quando estes elementos sensores são arranjados na forma matricial de linhas e colunas, tem-se um *arranjo plano focado* (Focal Plane Array - FPA), que é o elemento principal dos sistemas de imagem em infravermelho (Scribner et al., 1991). O detector de radiação infravermelho, formado pela combinação do sensor térmico de VO_2 e circuito eletrônico de polarização, é chamado de *bolômetro*. As técnicas recentes de microfabricação permitem a construção de *microbolômetros* com área de 10^{-5} cm^2 (Cole et al., 1998).

Os bolômetros podem operar refrigerados ou não-refrigerados, dependendo do tipo de material utilizado como sensor. Dentre os materiais normalmente utilizados nos bolômetros refrigerados, os óxidos supercondutores possuem um coeficiente de variação da resistência R com a temperatura² T (Temperature Coefficient of Resistance - $\text{TCR} = R^{-1}dR/dT$) em torno de $40\% \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, mas têm que operar em temperaturas muito baixas, tais como as temperaturas do

¹Filmes finos de dióxido de vanádio são policristalinos, com espessura em torno de $1 \mu\text{m}$, nos quais os microcristais têm diâmetro médio de $0,3 \mu\text{m}$.

²O coeficiente de variação da resistência com a temperatura é a figura de mérito mais significativa na indicação da sensibilidade de um bolômetro.

hélio e nitrogênio líquidos. O dióxido de vanádio surgiu como alternativa atraente na construção de bolômetros não-refrigerados³, pois possuem um TCR de $3\% \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ na região semicondutora⁴, mas não necessitam do aparato de criogenia inerente aos óxidos supercondutores. Como consequência, os microbolômetros empregando o VO_2 como material sensor demonstram ser uma solução promissora para sistemas de imagem infravermelho em aplicações militares, industriais e comerciais.

1.1 Motivação

O principal critério quando se projeta um bolômetro é avaliar seu desempenho baseando-se em algumas figuras de mérito. O desempenho de um bolômetro é calculado em dois passos. No primeiro passo, deve-se determinar como a temperatura do sensor se eleva quando o mesmo é sujeito a uma radiação incidente. No segundo passo, este aumento de temperatura ΔT é utilizado para determinar a variação de resistência elétrica ΔR do sensor e, por conseguinte, o correspondente sinal elétrico proporcional a esta variação. O efeito da radiação incidente sobre a temperatura do filme pode ser descrito utilizando a equação de equilíbrio termodinâmico (Brandão et al., 2001b)

$$C \frac{dT}{dt} = P_e + P_r - G(T - T_s), \quad (1.1)$$

na qual P_e é a potência elétrica gerada por efeito Joule devido à polarização do sensor, P_r a potência absorvida pela área do filme submetida à radiação eletromagnética, T_s a temperatura do substrato, C a capacidade térmica do sensor e G a condutância térmica entre sensor e substrato. O termo $G(T - T_s)$ representa a perda de calor para o substrato. O termo P_e está relacionado com o modo de operação do bolômetro: modo de corrente constante, no qual $P_e = I^2 R$, sendo I a corrente de polarização; e modo de tensão constante, no qual $P_e = V^2/R$, sendo V a tensão de polarização. Para analisar o funcionamento do bolômetro, utilizando (1.1), é necessário conhecer a dependência da resistência do sensor com a temperatura.

Uma curva característica $R \times T$ no filme de VO_2 , obtida no LIEC (Laboratório de Instrumentação e Controle - UFCG) durante o desenvolvimento da presente investigação, é exibida na Figura 1.1. Nessa curva, observa-se o efeito da transição de fase semicondutor-metal na resistência do filme, que sempre exhibe o fenômeno de histerese. Em temperaturas abaixo de 30°C o filme apresenta características de um semicondutor, e em temperaturas acima de 60°C o mesmo comporta-se como um metal. Nas regiões semicondutora e metálica, a variação na

³Usualmente um módulo termoeletrico é utilizado para possibilitar a polarização do detector em uma temperatura fixa.

⁴Os bolômetros baseados em VO_2 são usualmente polarizados na região semicondutora, em torno de 25°C , fora da região de transição.

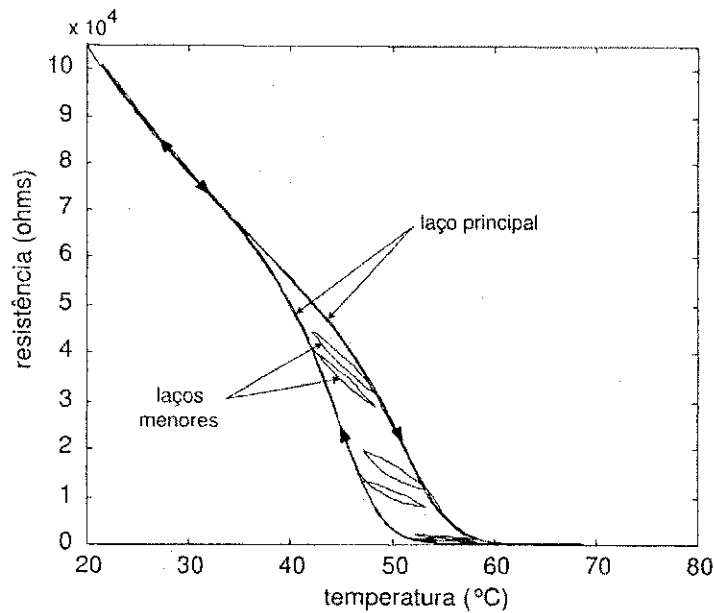


Figura 1.1: Curva de histerese $R \times T$ em um filme fino de dióxido de vanádio, obtida no LIEC.

resistência do filme é completamente reversível. Durante a transição de fase, mais acentuada-mente na região entre 35°C e 65°C , os microcristais de VO_2 exibem transformação cristalográfica e a resistividade do filme muda em três ordens de grandeza. Isto resulta em valores elevados de TCR, que em nosso caso foi medido um valor máximo de $60\% \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Este valor é significati-mente maior do que o valor de $3\% \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ obtido na região semicondutora. Mesmo possuindo um elevado valor de TCR na região de transição, os bolômetros baseados no VO_2 vêm sendo operados na região semicondutora, em torno de 25°C (Chen et al., 2000). Isto se deve, em grande parte, à carência de resultados de pesquisa sobre modelagem e operação de bolômetros na região de histerese.

A primeira evidência experimental da possibilidade de utilizar os filmes de VO_2 como bolômetro na região de transição foi proposta recentemente (Reintsema et al., 1999). Nesse trabalho, Reintsema *et. al* propõem uma técnica que possibilita o aproveitamento do valor ele-vado do TCR nesta região. Em (Almeida, Deep, Lima & Fontana, 2001) a proposição de uma formulação matemática para a técnica desenvolvida em (Reintsema et al., 1999) permitiu que fossem obtidos, por simulação, resultados similares aos obtidos experimentalmente, indicando que a operação de bolômetros na região de histerese é uma alternativa a ser investigada com um nível maior de detalhamento.

O estudo teórico do desempenho de um bolômetro, baseado no VO_2 , requer um modelo $R = \mathcal{H}[T]$, independente da taxa⁵, que descreva a relação histerética na característica $R \times T$.

⁵Quando a escala de tempo da excitação de um sistema muda sem produzir mudanças na resposta do mesmo, diz-se que este sistema tem comportamento independente da taxa. Isto é, seja a excitação uma função do tempo

Este modelo deve ser capaz de descrever as regiões nas quais o filme comporta-se apenas como semicondutor e apenas como metal, bem como deve ser capaz também de descrever a região de transição. Por exemplo, para o caso de um bolômetro polarizado em tensão constante na região de transição, a equação (1.1) pode ser escrita na forma

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{V_p^2}{\mathcal{H}[T]} + P_r - G(T - T_s). \quad (1.2)$$

O acoplamento de um modelo de histerese $\mathcal{H}[T]$ com um sistema dinâmico descrito por uma equação diferencial constitui um problema muito interessante e ainda em aberto do ponto de vista matemático (Brokate & Sprekels, 1996). A análise da dinâmica de um microbolômetro, com comportamento descrito por (1.2) para $\mathcal{H}[T]$ sem histerese, demonstra a existência de uma diversidade considerável no comportamento do mesmo (Brandão et al., 2001a). Isto sugere que a utilização de um sensor com histerese na equação (1.2) pode resultar em comportamentos complexos no plano de fase $R-T$. Esta complexidade, conforme observado experimentalmente em (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2000b), está associada à possibilidade de comportamentos caóticos exibidos pelo filme fino de VO_2 .

1.2 Histórico da Investigação

Os principais modelos de histerese existentes foram originalmente desenvolvidos para magnetismo (Bertotti, 1999). Portanto, foi natural a decisão de buscar suporte teórico nesta área de estudos. O modelo de histerese proposto em (Jiles & Atherton, 1983) é o modelo físico mais difundido para representação da histerese em materiais ferromagnéticos. Durante a presente investigação, o modelo de Jiles foi estudado para aplicação em materiais com magneto-contracção, o que resultou na obtenção de método numérico, baseado em algoritmo genético, para determinação dos parâmetros do modelo (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2001). O modelo de Jiles foi então cogitado e investigado para descrever a histerese no dióxido de vanádio, mas um erro elevado no ajuste aos dados experimentais do VO_2 conduziu em direção ao modelo de Preisach, este último também originalmente utilizado para representação matemática da histerese magnética. O modelo clássico de Preisach é descrito detalhadamente por (Mayergoyz, 1991), e implementações numéricas alternativas são apresentada em (Naidu, 1990; Vajda & Torre, 1993). Este modelo foi estudado nesta investigação e isto resultou na adaptação do mesmo para descrever a histerese em filmes finos de VO_2 (Almeida, Deep, Lima, Neff & Freire, 2001; Almeida, Deep & Lima, 2002d). Devido à forte assimetria na característica $R \times T$ do VO_2 , o modelo de Preisach, concebido originalmente para histerese simétricas, apresenta algumas discrepâncias em relação aos resultados experimentais. Isto causa algumas dificuldades na obtenção dos t , escalonado por a , definida como $T = f(\frac{t}{a})$. A resposta $R = \Gamma[f(\frac{t}{a})]$ é invariante qualquer que seja o valor de a .

parâmetros do modelo de Preisach, o que suscitou investigações adicionais, nas quais o método numérico obtido em (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2000a) foi adaptado em (Sena et al., 2000) para estimação de parâmetros do modelo de Preisach.

Para superar a existência de discrepâncias observadas entre as características $R \times T$ experimentais e as obtidas através da adaptação do modelo de Preisach, buscou-se a elaboração de uma nova estrutura de modelo de histerese, inicialmente desenvolvida para histerese em materiais ferromagnéticos (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2000c; Almeida, Deep, Lima & Neff, 2003). Este novo modelo baseia-se na utilização do laço principal de histerese como um conjunto invariante, que é definido como sendo a referência para descrição da histerese. Outra característica invariante utilizada pelo modelo proposto é que todas as trajetórias da curva de histerese estão confinadas ao laço principal, e sempre tendem a se aproximar do mesmo com o aumento do campo magnético. Utilizando basicamente as mesmas formulações apresentadas em (Almeida, Deep, Lima, Neff & Freire, 2001) e em (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2003), a histerese nas características óticas de transmitância e refletância do filme de VO_2 foram descritas em (Fontana et al., 2001) e (Fontana, 2001), respectivamente, com erros pequenos de ajuste. Esta nova proposta de modelo foi estendida e modificada para descrever as características $R \times T$ do filme de VO_2 (Almeida, Deep & Lima, 2002a; Almeida, Deep, Lima & Neff, 2002). Entretanto, esta extensão não foi direta, e requereu a interpretação da transição no filme em termos da teoria da percolação (Stauffer & Aharony, 1994), e respectiva descrição matemática em termos da teoria eletromagnética do meio efetivo (Effective Medium Approximation - EMA⁶) (Noh & Song, 1991). Este novo modelo de histerese vem sendo estudado atualmente quanto à generalidade do mesmo em descrever outros fenômenos de histerese (Almeida, Lima & Deep, 2003; Nascimento et al., 2003). Não obstante as dificuldades associadas à utilização do modelo de Preisach e os resultados satisfatórios obtidos em (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2002), estão sendo realizados, recentemente, estudos para o desenvolvimento de novos operadores elementares de histerese (Almeida, Deep & Lima, 2002c; Almeida, Deep & Lima, 2002d).

Para realização do estudo da histerese térmica no dióxido de vanádio, foram necessários a construção de uma plataforma experimental e o desenvolvimento de modelos e técnicas de controle de temperatura para a mesma (Lima et al., 2001). Em alguns casos especiais, foi necessária a utilização de filtragem inversa ou deconvolução para correção da curva experimental de histerese (Almeida, Deep & Lima, 2002b). Atualmente, o módulo termoelétrico, elemento ativo da plataforma experimental, vem sendo estudado em maiores detalhes para permitir o desenvolvimento de técnicas mais precisas de controle de temperatura (Neto et al., 2003).

⁶EMA trata os comportamentos ótico e elétrico do filme em relação à fração volumétrica dos microcristais em cada uma das fases semicondutora ou metálica.

1.3 Objetivos da Investigação

A compreensão das não-linearidades na relação histerética $R \times T$ se apresenta como sendo fundamental na análise de qualquer aplicação utilizando filmes finos de VO_2 na região de transição, especialmente em microbolômetros. O principal objetivo desta investigação é prover um modelo, ou classe matemática de modelos, que descreva esta relação histerética. O modelo obtido deve possuir características que permitam o emprego do mesmo em ferramentas de análise e projeto.

O objetivo secundário desta investigação é estudar teoricamente o desempenho de um bolômetro de VO_2 , polarizado no modo convencional de corrente constante, e comparar as previsões teóricas com os resultados experimentais obtidos em (Zerov et al., 1999).

1.4 Organização do Texto

O conhecimento das condições experimentais sob as quais esta investigação foi realizada é importante para a compreensão da complexidade da dinâmica envolvida na investigação, e das premissas utilizadas para separar a dinâmica térmica do fenômeno puramente estático da característica $R \times T$. No **Capítulo 2** são descritos, em detalhes, a plataforma experimental, juntamente com a modelagem da mesma e as técnicas de controle utilizadas.

O filme fino policristalino de VO_2 é um sistema macroscópico composto de muitas partes microscópicas. A histerese na característica $R \times T$ pode ser modelada como resultado de um grande número de sistemas dinâmicos biestáveis com histerese, representando os microcristais. Assim, no **Capítulo 3**, propõe-se decer, qualitativamente, a origem da histerese no filme de VO_2 , como resultado do somatório de um grande número de equações diferenciais não-lineares acopladas.

Existem duas abordagens para tratar da modelagem da histerese magnética: tratamento pela física do processo, no qual a estrutura matemática e os parâmetros do modelo estão relacionados com o material e os princípios físicos envolvidos; e tratamento em nível fenomenológico, cujas fórmulas matemáticas são desenvolvidas para representarem o comportamento observado experimentalmente, sem relação com os princípios físicos envolvidos. No **Capítulo 4** propõe-se um arcabouço unificado para apresentação dos principais modelos macroscópicos de histerese, classificando-os em dois tipos distintos: modelos tipo Preisach e modelos tipo Duhem. Os modelos macroscópicos de histerese são apresentados à luz de problemas de valor inicial.

No **Capítulo 5**, é apresentada a adaptação do modelo clássico de Preisach, originado da área de histerese magnética, para descrever a histerese na característica resistência-temperatura em filmes finos de dióxido de vanádio. Devido à assimetria na histerese do VO_2 , uma transformação logarítmica foi aplicada aos dados experimentais de forma que as condições de representação da

histerese com o modelo de Preisach fossem atendidas. Resultados de simulação correspondentes aos dados experimentais são apresentados.

A característica fortemente assimétrica da histerese no VO_2 limita a adaptação do modelo clássico de Preisach a representar apenas parcialmente a histerese experimental no VO_2 . Além disso, o modelo de Preisach exibe certas características matemáticas que dificultam a análise teórica de equações similares à equação 1.2. No **Capítulo 6**, um modelo novo e geral para o fenômeno de histerese é inicialmente proposto para representar a histerese em materiais magnéticos. Esta abordagem permite situar o modelo proposto em relação às características matemáticas dos principais modelos existentes para descrição da histerese magnética.

No **Capítulo 7**, o modelo proposto é adaptado para descrição da característica resistência-temperatura em filmes finos de dióxido de vanádio. Além disso, é apresentada uma metodologia para extração de parâmetros, e o desempenho do modelo é verificado comparando os resultados de simulação com os respectivos dados experimentais. No **Capítulo 8**, este modelo é então validado em uma aplicação experimental, na qual a responsividade de um bolômetro é calculada utilizando o modelo e comparada com os respectivos resultados obtidos experimentalmente.

No **Capítulo 9** são apresentadas as principais conclusões e contribuições decorrentes dos resultados alcançados nesta investigação. São apresentadas também propostas para pesquisas futuras.

Capítulo 2

Plataforma Experimental

2.1 Introdução

A histerese na característica $R \times T$ do VO_2 é bem conhecida e reportada na literatura (Choi et al., 1996) quanto ao laço principal. Entretanto, quase nenhuma informação está disponível no que se refere a laços menores e sobre a influência da história térmica na trajetória de histerese. Para elaborar um modelo matemático que descreva a relação histerética $R \times T$ no dióxido de vanádio, é importante a escolha das condições experimentais adequadas para coleta de dados. É também importante o conhecimento mais detalhado destas condições experimentais de forma que seja possível distinguir entre fenômeno de interesse e possíveis perturbações introduzidas pela plataforma experimental.

Desde o início desta investigação, foi necessário entender melhor a origem das dinâmicas térmicas envolvidas no sistema de ciclagem da temperatura do filme, e seus efeitos na resistência do mesmo. Nos primeiros experimentos, desconhecia-se a forte dependência do comportamento do filme com a história térmica a qual o mesmo fora submetido. Como consequência, o primeiro sistema de ciclagem térmica desenvolvido nesta investigação não possuía a precisão adequada. Era difícil compreender os efeitos aparentemente inconsistentes observados no decorrer dos experimentos. Havia dúvidas se os laços menores de histerese eram consequência de uma memória estática do filme ou do efeito da dinâmica térmica. Foi observado também que pequenas divergências entre a temperatura medida e a temperatura real na superfície do filme, causadas por taxas elevadas de variação da temperatura com o tempo, provocam distorções na forma da histerese, o que exigiu investigações adicionais (Almeida, Deep & Lima, 2002c). As pequenas oscilações produzidas por um sistema preliminar de ciclagem térmica, da ordem de $\pm 0,5^\circ\text{C}$, foram consideradas inicialmente incapazes de perturbar o experimento, hipótese que não se mostrou verdadeira com o decorrer dos estudos. A forte dependência térmica do filme na região de transição resulta no acúmulo do efeito destas oscilações, o que causa o surgimento de anomalias na característica $R \times T$. Através da redução da amplitude destas oscilações, as referidas ano-

malias foram observadas somente em situações especiais (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2000b). Portanto, fica clara a necessidade de construção de um sistema de ciclagem térmica preciso, no qual as características dinâmicas sejam bem conhecidas.

Neste capítulo, é descrita a planta experimental construída para caracterização do filme fino de dióxido de vanádio. É proposto um modelo dinâmico não-linear para a mesma, e obtido um modelo simplificado, este último utilizado no projeto de um controlador de temperatura. A origem do erro de controle é também investigada.

2.2 Câmara Térmica para Caracterização do Filme de VO_2

Para estudar as características $R \times T$ no VO_2 foi necessário construir um sistema capaz de variar a temperatura do filme para formas de onda arbitrárias, com os seguintes requisitos:

- Variação de temperatura do filme entre 20 e 80°C, faixa esta assumida como satisfatória para permitir modelar a transição de fase;
- Capacidade de variar a taxa $\frac{dT}{dt}$ entre 10 e 0,01°Cmin⁻¹ para referências arbitrárias de temperatura;
- Temperatura ambiente variando entre 10 a 40°C;
- Medição de resistência do filme na faixa de 100,0 a 120.000,0 ohms, faixa esta satisfatória para os filmes disponíveis no laboratório;
- Erro de regime de $\pm 0,02^\circ\text{C}$, necessário para evitar influência de oscilações na história térmica do filme.

Considerando que a temperatura do ambiente T_a pode ser superior à temperatura desejada do filme, foi necessária a utilização de um módulo termoelétrico¹ (Thermoelectric Module - TEM) para permitir o resfriamento do sensor. Este dispositivo consiste de vários semicondutores conectados eletricamente em série e prensados entre duas placas de cerâmica (vide Figura 2.1a). Quando conectados a uma fonte de alimentação contínua, a corrente passa pelos elementos produzindo o bombeamento de calor de um lado para o outro. Como consequência, isto cria um lado quente e um lado frio. Se a corrente é revertida, o sentido do bombeamento é revertido.

As amostras de filmes finos de VO_2 utilizados nos experimentos foram fornecidas pelo professor Igor A. Khrebtov do S. I. Vavilov State Optical Institute, St. Petersburg, Rússia. Estas

¹Uma descrição detalhada sobre módulos termoelétricos pode ser encontrada em www.ferrotec-america.com.

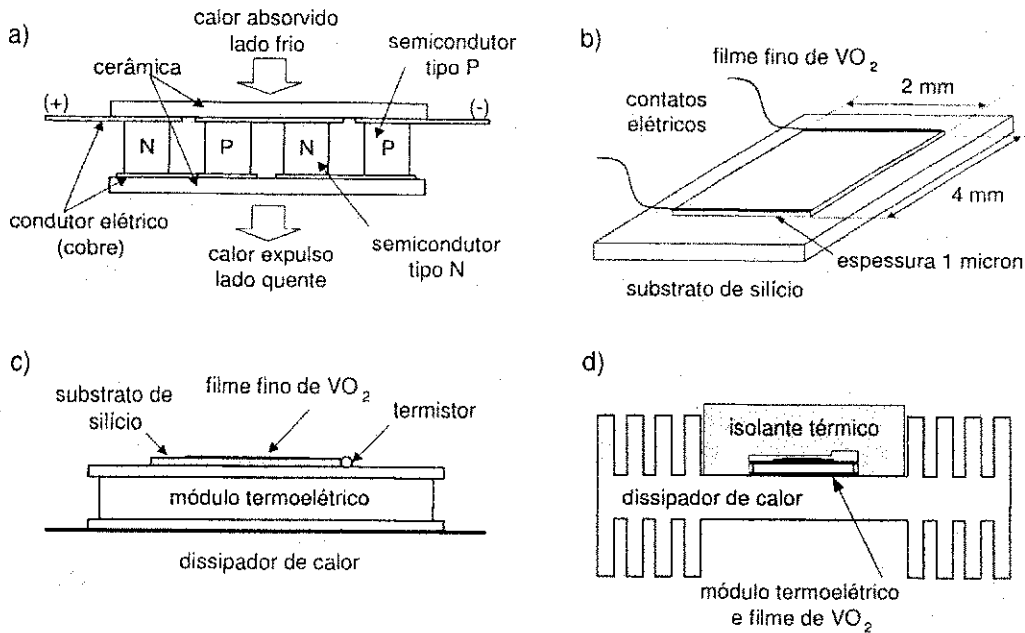


Figura 2.1: Dispositivos empregados e detalhes de montagem da câmara térmica: (a) módulo termoeletrico; (b) dimensões dos filmes utilizados nos experimentos; (c) montagem do filme e termistor sobre o módulo termoeletrico; e d) conjunto da câmara térmica.

amostras têm uma espessura de 1000\AA e são depositadas em substratos quase isolantes de silício, cujas dimensões são apresentadas na Figura 2.1(b). A amostra foi montada sobre o TEM dentro de uma estrutura termicamente isolada, conforme figuras 2.1(c) e (d). A temperatura do filme foi medida utilizando um termistor com cerca de 0.5 mm de diâmetro, disposto em contato com o substrato do filme e a superfície do dispositivo termoeletrico, através de pasta térmica.

O TEM utilizado é de fabricação da Melcor Corporation, modelo CP 1.0-31-06L, com corrente máxima de $3,0\text{ A}$, tensão máxima de $3,75\text{ V}$ e capacidade máxima de bombeamento de calor de $6,3\text{ watts}$. Este modelo pode alcançar, no vácuo, uma diferença de temperatura máxima de 63°C entre a face fria e a face quente. Em condições experimentais de campo esta diferença é reduzida e, na presente montagem, foi conseguida uma diferença máxima de 40°C entre as faces do dispositivo.

2.3 Modelo Dinâmico da Câmara Térmica

O comportamento térmico de um dispositivo pode ser estudado através da equação de balanço de calor (Meijer & Herwaarden, 1994). A quantidade de calor Q [em J] armazenada em um corpo pode ser calculada através da seguinte equação

$$\frac{dQ}{dt} = (P_e - P_s) + (P_g - P_a), \quad (2.1)$$

sendo P_e e P_s o fluxo de calor [em $\text{J s}^{-1} = \text{W}$] transportado para dentro e para fora do corpo, respectivamente. Além do fluxo que passa através do corpo, os fluxos de calor P_g e P_a podem ser gerado ou absorvido, respectivamente, dentro deste corpo.

Quando há fluxo de calor em um corpo, há alteração na temperatura do mesmo. Para expressar esta mudança na temperatura do corpo, a equação (2.1) pode ser também escrita na forma

$$C \frac{dT}{dt} = (P_e - P_s) + (P_g - P_a), \quad (2.2)$$

sendo $C = mc$ a capacitância térmica do corpo [em J K^{-1}], m massa do corpo [em kg] e c seu calor específico [em $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$].

O fluxo de calor transportado para dentro e para fora de um corpo se dá através de três formas distintas: condução; convecção e radiação. Um fluxo de calor P entre dois corpos produz uma diferença de temperatura ΔT , que pode ser representada pela condutância térmica G entre eles, definida por

$$G = \frac{P}{\Delta T}, \quad [\text{W K}^{-1}]. \quad (2.3)$$

Na Figura 2.2 são apresentados detalhes de construção da câmara térmica e as respectivas grandezas térmicas associadas, dadas por:

- G_{af} a condutância térmica entre o filme e o meio ambiente, considerada desprezível devido ao isolamento térmico;
- T e C_f a temperatura e a capacitância térmica do filme;
- G_{fs} a condutância térmica entre o filme e o substrato;
- T_s e C_s a temperatura e a capacitância térmica do substrato;
- G_{sx} a condutância térmica entre o substrato e a placa superior do TEM;
- T_x e C_x a temperatura e a capacitância térmica da placa superior do TEM;
- G_{xy} a condutância térmica entre as placas superior e inferior do TEM;
- T_y e C_y a temperatura e a capacitância térmica da placa inferior do TEM;
- G_{yd} a condutância térmica entre a placa inferior do TEM e o dissipador de calor;
- T_d e C_d a temperatura e a capacitância térmica do dissipador de calor;
- G_{da} a condutância térmica entre o dissipador de calor e o meio ambiente;
- G_{zd} a condutância térmica entre a resistência de aquecimento e o dissipador de calor;

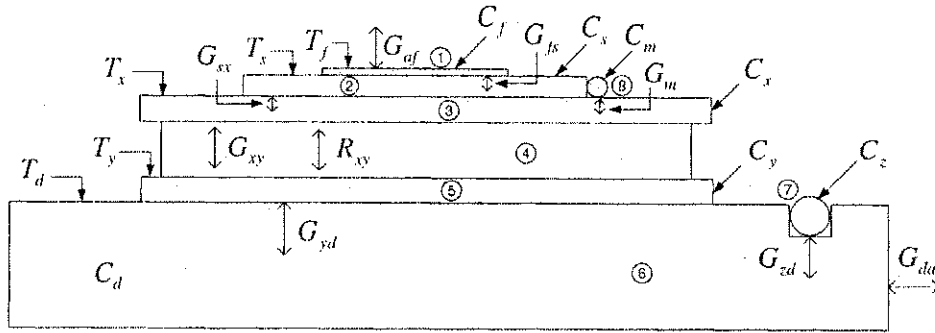


Figura 2.2: Descrição das grandezas térmicas da planta, situadas em relação aos diversos componentes da câmara térmica: 1) Filme de VO_2 ; 2) Substrato do filme; 3) Placa superior do TEM; 4) Camada central do TEM; 5) Placa inferior do TEM; 6) Dissipador de calor; 7) Resistor de aquecimento do dissipador de calor; 8) Termistor para medição de temperatura.

- T_m e C_m a temperatura e a capacitância térmica do termistor (medidor de temperatura);
- G_{xm} a condutância térmica entre a placa superior do TEM e o elemento sensor do medidor de temperatura.

Quando uma corrente I_c passa pelo TEM, o fluxo de calor nas placas superior e inferior são respectivamente dados por (Rowe, 1995; Huang & Duang, 2000; Chávez et al., 2000)

$$\begin{aligned} \frac{dQ_x}{dt} &= P_x - G_{xy}(T_x - T_y) \\ \frac{dQ_y}{dt} &= P_y + G_{xy}(T_x - T_y) \end{aligned}, \quad [\text{J s}^{-1}], \quad (2.4)$$

sendo $G_{xy}(T_x - T_y)$ o fluxo de calor por condução entre as placas superior e inferior do TEM, e P_x e P_y as potências ativas de calor, dadas por

$$\begin{aligned} P_x &= I_c^2 \frac{R_{xy}}{2} + \kappa_s T_x I_c \\ P_y &= I_c^2 \frac{R_{xy}}{2} - \kappa_s T_y I_c \end{aligned}, \quad [\text{W}], \quad (2.5)$$

para as quais R_{xy} é a resistência elétrica entre as placas superior e inferior do TEM [em Ω] e κ_s é o coeficiente Seebeck [em V K^{-1}]. O termo $I_c^2 R_{xy}$ em (2.5) está relacionado com o aquecimento do TEM por efeito Joule. Metade desta potência Joule, $I_c^2 R_{xy}/2$, é atribuída a cada uma das placas. Os termos $+\kappa_s T_x I_c$ e $-\kappa_s T_y I_c$ estão relacionados com o efeito Peltier. Se a corrente flui numa determinada direção tal que $I_c > 0$, a placa superior gera o fluxo de calor $+\kappa_s T_x |I_c|$ em adição à potência Joule $I_c^2 R_{xy}/2$, e causa um aumento na temperatura T_x . Simultaneamente, mantendo $I_c > 0$, a placa inferior absorve um fluxo de calor $-\kappa_s T_y |I_c|$, somado à potência Joule $I_c^2 R_{xy}/2$.

A placa inferior do TEM foi colocada em contato térmico com um dissipador de calor de massa muito maior do que a massa do TEM. Dessa forma, o fluxo de calor absorvido ou

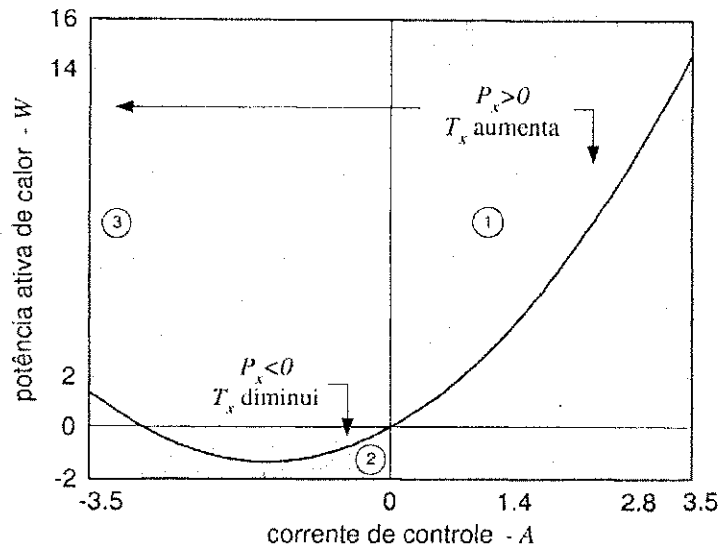


Figura 2.3: Potência ativa de calor P_x em função da corrente de controle I_c no TEM.

gerado na placa inferior escoa para o dissipador, mantendo assim a temperatura T_y num valor aproximadamente constante, igual à temperatura do dissipador T_d . Como a temperatura T_y é mantida constante, a temperatura T_x sofre um aumento quando $I_c > 0$. Este é o efeito de aquecimento da placa superior do TEM, sobre a qual é colocado o conjunto substrato/filme. Caso o sentido da corrente seja invertido ($I_c < 0$), a placa superior do TEM passa a absorver um fluxo de calor $-\kappa_s T_x |I_c|$, somado à potência Joule $I_c^2 R_{xy}/2$, o que causa uma redução na temperatura T_x em relação a T_d . De acordo com a equação (2.5)₁, esta redução de temperatura só ocorre para valores de corrente nos quais $P_x < 0$, ou $-\frac{2\kappa_s T_x}{R_{xy}} < I_c < 0$. Na Figura 2.3 é mostrado o comportamento da potência ativa de calor P_x em função da corrente I_c no TEM. Nas regiões 1 e 3, o fluxo de calor P_x gerado na placa superior é positivo, o que causa um aumento na temperatura T_x . Nota-se que, na região 3, mesmo para correntes $I_c < 0$, o fluxo de calor P_x pode se tornar positivo, produzindo assim um aumento em T_x . Na região 2, o fluxo de calor P_x é negativo, o que causa uma redução na temperatura T_x .

Considerando os elementos apresentados na Figura 2.2, em conjunto com (2.2) e (2.4), propõe-se o seguinte modelo - a parâmetros concentrados - para câmara técnica

$$\begin{aligned}
 C_f \dot{T}_f &= P + P_r - G_{fs}(T_f - T_s) \\
 C_s \dot{T}_s &= G_{fs}(T_f - T_s) - G_{sx}(T_s - T_x) \\
 C_x \dot{T}_x &= P_x + G_{sx}(T_s - T_x) - G_{xy}(T_x - T_y) \\
 C_y \dot{T}_y &= P_y + G_{xy}(T_x - T_y) - G_{yd}(T_y - T_d) \\
 C_d \dot{T}_d &= P_z + G_{yd}(T_y - T_d) - G_{da}(T_d - T_a) \\
 C_m \dot{T}_m &= G_{xm}(T_x - T_m)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

sendo P_r a potência de radiação absorvida pelo filme, $P = RI^2$ o fluxo de calor gerado por efeito

Joule no filme de resistência elétrica R sujeito a uma corrente de polarização I , e $P_z = I_z^2 R_z$ representa o fluxo de calor no dissipador, produzido pela corrente de aquecimento I_z sobre a resistência de aquecimento R_z . A potência P_z é necessária para exercer uma ação de controle de temperatura em malha aberta (vide seção 2.7).

2.3.1 Caracterização do Termistor de Medição

A medição da temperatura do filme na câmara térmica é realizada empregando-se um termistor. Este tipo de sensor apresenta uma relação não-linear entre a variação de temperatura e a variação de resistência elétrica. Portanto, é necessário que esta relação seja determinada em termos de um modelo estático.

Para converter o valor da resistência do termistor R_t na temperatura T_m propõe-se representar a característica $R_t \times T_m$ através da soma de exponenciais

$$T_m = \sum_{k=1}^M c_k \exp(\lambda_k R_t), \quad (2.7)$$

sendo c_k e λ_k constantes arbitrárias e M o número de termos exponenciais. Para $M = 3$ expande-se (2.7) como

$$T_m = c_1 e^{\lambda_1 R_t} + c_2 e^{\lambda_2 R_t} + c_3 e^{\lambda_3 R_t}. \quad (2.8)$$

Embora a equação (2.8) seja linear nos parâmetros c_i , a mesma é não linear nos parâmetros λ_i , o que dificulta a estimação simultânea de todos os parâmetros. Entretanto, se λ_1 , λ_2 e λ_3 são conhecidos a priori, utilizando uma estimativa inicial, os parâmetros c_1 , c_2 e c_3 são obtidos por mínimos quadrados (Ordinary Least Squares - OLS), através das equações normais (Norton, 1986)

$$\mathbf{c} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T \mathbf{T}_m, \quad (2.9)$$

sendo $\mathbf{c} = [c_1 \ c_2 \ c_3]^T$, $\mathbf{T}_m = [T_1 \ T_2 \ \dots \ T_N]^T$ o conjunto de N valores de temperatura utilizadas para caracterizar o termistor, e $[\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T$ a pseudo-inversa da matriz Φ , definida como

$$\Phi = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \tilde{R}_1} & e^{\lambda_2 \tilde{R}_1} & e^{\lambda_3 \tilde{R}_1} \\ e^{\lambda_1 \tilde{R}_2} & e^{\lambda_2 \tilde{R}_2} & e^{\lambda_3 \tilde{R}_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{\lambda_1 \tilde{R}_N} & e^{\lambda_2 \tilde{R}_N} & e^{\lambda_3 \tilde{R}_N} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

para a qual $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \dots, \tilde{R}_N$ são os valores experimentais da resistência do termistor R_t obtidos para as correspondentes temperaturas T_1, T_2, \dots, T_N .

A solução (2.9) é equivalente a minimizar a seguinte função custo

$$J_{LS}(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda}=\text{constante}) = \sum_{k=1}^N e_k^2, \quad (2.11)$$

sendo $e_k = T_k - (c_1 e^{\lambda_1 R_k} + c_2 e^{\lambda_2 R_k} + c_3 e^{\lambda_3 R_k})$. Depois de calcular os valores de c_1 , c_2 e c_3 , os valores de λ_1 , λ_2 e λ_3 são estimados utilizando o algoritmo de Nelder-Mead (Nelder, 1979) para a função custo

$$J_{NM}(\mathbf{c}=\text{constante}, \boldsymbol{\lambda}) = \sum_{k=1}^N e_k^2. \quad (2.12)$$

Após a primeira estimação dos valores de λ_1 , λ_2 e λ_3 , calcula-se novamente os valores de c_1 , c_2 e c_3 utilizando (2.9), o que permite uma nova estimação dos valores de λ_1 , λ_2 e λ_3 . Este processo se repete até que J_{NM} seja menor do que um determinado valor. Para o termistor utilizado na implementação da câmara térmica, os valores estimados para os parâmetros são $c_1=52,0$, $c_2=-0,0029$, $c_3=68,6$, $\lambda_1=-0,001$, $\lambda_2=0,00053$ and $\lambda_3=-0,00018$.

2.4 Estimação de Parâmetros do Modelo Não-linear

O modelo dinâmico contínuo não-linear (2.6)_{1..5} descreve o comportamento do conjunto TEM e dissipador, para o qual a temperatura T_x é a variável controlada pela ação da corrente I_c . Os fabricantes de TEM fornecem os valores típicos do coeficiente Seebeck κ_s e da resistência elétrica R_{xy} entre as placas superior e inferior do TEM. Entretanto, estes valores variam, dentro de uma certa faixa, de componente para componente, num mesmo lote de fabricação. Portanto, é necessário estimar os parâmetros estáticos κ_s e R_{xy} em conjunto com os parâmetros térmicos dinâmicos, considerando certas restrições.

Para quantificar a discrepância entre resultados experimentais e modelo, é empregado o *erro médio quadrático normalizado*, dado por

$$J_{MQN}(\boldsymbol{\theta}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \tilde{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^N \tilde{x}_i^2}} \times 100\%, \quad (2.13)$$

sendo que x_i representa os dados do modelo, \tilde{x}_i representa os dados experimentais, N é o número de pontos de dados e $\boldsymbol{\theta} = \left[C_x \ C_y \ C_d \ G_{xy} \ G_{yd} \ G_{da} \ \kappa_s \ R_{xy} \right]^T$ é o vetor de parâmetros a ser estimado.

Para que os parâmetros estimados sejam fisicamente possíveis, propõe-se as seguintes res-

trições no problema de otimização

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize } J_{MQN}(\boldsymbol{\theta}) \\
 &\text{sujeito a:} \\
 &\kappa_s^{\min} < \kappa_s < \kappa_s^{\max} \\
 &R_{xy}^{\min} < R_{xy} < R_{xy}^{\max} \\
 &C_d \gg C_y \\
 &C_d \gg C_x \\
 &C_y > C_x \\
 &G_{yd} \gg G_{xy} \\
 &P_z = 0,
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

sendo κ_s^{\min} , R_{xy}^{\min} , κ_s^{\max} e R_{xy}^{\max} os limites de valores mínimo e máximo permitidos para o coeficiente Seebeck e a resistência elétrica. O valor de P_z deve ser mantido nulo para evitar que efeitos decorrentes de variações no mesmo sejam superpostos aos efeitos decorrentes de variações na corrente do TEM.

2.4.1 Considerações sobre a Estimação dos Parâmetros

Quando é utilizada uma métrica quadrática para o erro de modelagem, a estimação de parâmetros sem restrição, de um modelo discreto linear nos parâmetros, se resume ao cálculo da pseudo-inversa de uma matriz. No caso de estimação de parâmetros de um modelo contínuo, há certas dificuldades práticas. A principal destas dificuldades seria a necessidade de discretização do modelo contínuo para possibilitar a montagem de um problema numérico de estimação paramétrica. A discretização é sempre uma aproximação e, para um modelo contínuo linear, são comumente utilizados dois métodos de discretização: o método da invariância da resposta ao impulso e o método da transformada bilinear (Ifeachor & Jervis, 1993). No método da invariância da resposta ao impulso, é necessária uma frequência de amostragem muito maior do que a frequência de corte da resposta do sistema linear sob estudo. Caso contrário, a aproximação discreta é uma versão distorcida do sistema contínuo, devido à superposição espectral. No método da transformada bilinear, um sistema linear representado por uma função de transferência $H(s)$ pode ser aproximado para um sistema discreto $H(z)$ fazendo

$$s = \frac{z - 1}{z + 1}. \tag{2.15}$$

Utilizando esta aproximação, o eixo $j\omega$ no plano s é mapeado sobre o círculo unitário no plano z , sendo o semi-plano esquerdo s mapeado dentro do círculo unitário e o semi-plano direito mapeado fora do círculo unitário. A aproximação (2.15) produz uma relação não-linear entre a frequência em tempo contínuo ω_u e a frequência em tempo discreto ω_d , na forma

$$\omega_u = \tan\left(\frac{\omega_d \Delta t}{2}\right), \tag{2.16}$$

sendo Δt o intervalo entre amostras. Esta relação não-linear pode resultar em um sistema discreto com resposta diferente do seu equivalente contínuo (warping).

No caso do modelo não-linear contínuo (2.6) há outras dificuldades práticas na estimação de parâmetros do mesmo. Não há aproximações gerais semelhantes ao método da transformada bilinear (2.15) que permitam o mapeamento do domínio contínuo para o domínio discreto. Uma das razões básicas é que a função de transferência é um conceito linear. Como alternativa, as derivadas do sinal experimental de entrada e de saída da planta podem ser estimadas e utilizadas na elaboração de um estimador paramétrico, uma vez que (2.6) pode ser representado por um modelo linear nos parâmetros e prontamente estimado por OLS. A utilização de aproximações de simples diferença para derivadas nem sempre é adequada, um vez que os dados reais contêm ruído (Aguirre, 2000). Aproximações polinomiais podem ser utilizadas nos dados experimentais para obtenção de estimativas menos sujeitas a ruído (Aguirre, 2000), mas nem sempre todos os parâmetros podem ser diretamente extraídos do procedimento paramétrico resultante, e soluções específicas para extração de parâmetros devem ser adotadas (de Oliveira, 1998).

2.4.2 Estimação de Parâmetros Utilizando Computação Evolucionária

A obtenção de uma solução satisfatória do problema (2.14), utilizando técnicas tradicionais de estimação (Norton, 1986; Aguirre, 2000) ou de otimização (Gill et al., 1981; Luenberger, 1989), se mostrou uma tarefa complexa e, para algumas técnicas disponíveis, impraticável. Portanto, como alternativa mais simples e robusta, propõe-se a utilização de algoritmo genético (Genetic Algorithm - GA) (Goldberg, 1989) para solução de (2.14).

A utilização do GA elimina a possibilidade do algoritmo de otimização ficar preso em um mínimo local. Além disso, soluções não permitidas pelas restrições podem ser destruídas durante o processo de seleção natural neste algoritmo. A desvantagem do GA é a carga computacional, que impede seu uso em tempo-real, que no caso específico da presente aplicação não representa uma desvantagem. Para solução de (2.14), o GA busca uma solução ótima θ_{opt} através da manipulação de N_s soluções potenciais em uma determinada geração

$$\Theta_i = \left[\theta_{i,1} \quad \theta_{i,2} \quad \cdots \quad \theta_{i,N_s} \right], \quad (2.17)$$

sendo que cada solução

$$\theta_{i,j} = \left[C_x^{i,j} \quad C_y^{i,j} \quad C_d^{i,j} \quad G_{xy}^{i,j} \quad G_{yd}^{i,j} \quad G_{da}^{i,j} \quad \kappa_s^{i,j} \quad R_{xy}^{i,j} \right]^T \quad (2.18)$$

é um indivíduo que corresponde a um ponto no espaço de busca. De maneira similar a estrutura de um cromossomo, um indivíduo ou solução $\theta_{i,j}$ é usualmente representado na forma binária, utilizando o alfabeto $\{0, 1\}$. Cada solução $\theta_{i,j}$ é formada por $N_p = 8$ parâmetros, sendo que cada parâmetro pertencente ao conjunto dos números reais é representado por $N_b = 8, 16, 32$

ou 64 bits, na forma

$$\theta_{i,j} = \left[\text{bit}_1^{i,j} \quad \dots \quad \text{bit}_{N_b}^{i,j} \quad \text{bit}_{N_b+1}^{i,j} \quad \dots \quad \text{bit}_{2N_b}^{i,j} \quad \dots \quad \text{bit}_{N_p N_b}^{i,j} \right]^T. \quad (2.19)$$

O GA clássico utiliza três operadores: reprodução, cruzamento e mutação. O algoritmo inicia com uma população Θ_1 , na qual cada $\text{bit}^{i,j}$ é escolhido de forma aleatória. Calcula-se então o valor de $J_{MQN}(\theta_{i,j})$ para cada indivíduo $\theta_{i,j}$. O operador de reprodução atribui a cada indivíduo $\theta_{i,j}$ uma probabilidade de reprodução $p_{i,j}$ diretamente proporcional a $J_{MQN}(\theta_{i,j})$. Um conjunto de indivíduos candidatos Θ_1^{cr} a uma nova população $i = 2$ é escolhido da população Θ_1 com base na probabilidade de reprodução $p_{i,j}$. Indivíduos mais aptos, segundo a métrica $J_{MQN}(\theta_{i,j})$, terão maior probabilidade de reprodução, pois têm a possibilidade de gerar um número maior de indivíduos na população candidata Θ_1^{cr} . Após a população candidata Θ_1^{cr} ter sido selecionada pelo operador de reprodução (primeiro estágio da reprodução), o operador de cruzamento seleciona uma população candidata Θ_1^{cc} , na qual cada indivíduo $\theta_{i,j}^{cc}$ é gerado através do cruzamento de dois outros indivíduos $\theta_{i,j}^{cr}$ e $\theta_{i',j'}^{cr}$, estes últimos escolhidos e retirados aleatoriamente da população candidata Θ_1^{cr} . Dependendo da probabilidade de cruzamento p_c , o par $\theta_{i,j}^{cr}$ e $\theta_{i',j'}^{cr}$ pode ter ou não misturados parte do código binário. Caso tenha sido determinado que o código deva ser misturado, um certo número entre 1 e $N_p N_b$ é escolhido de forma aleatória e, neste ponto, os indivíduos $\theta_{i,j}^{cr}$ e $\theta_{i',j'}^{cr}$ são partidos em duas partes e combinados para formar dois novos indivíduos $\check{\theta}_{i,j}^{cr}$ e $\check{\theta}_{i',j'}^{cr}$. Então, o par original $\theta_{i,j}^{cr}$ e $\theta_{i',j'}^{cr}$ ou cruzado $\check{\theta}_{i,j}^{cr}$ e $\check{\theta}_{i',j'}^{cr}$ passa a fazer parte da população candidata Θ_1^{cc} , se transformando em um par $\theta_{i,1}^{cc}$ e $\theta_{i,2}^{cc}$. Este processo de cruzamento se repete $N_s/2$ vezes até que o número de indivíduos da população candidata Θ_1^{cr} se reduza a zero e o número de indivíduos da população candidata Θ_1^{cc} se torne N_s . Finalmente, para introduzir informação nova no processo de evolução, o operador de mutação escolhe, dependendo da probabilidade de mutação p_m , um bit dentro da população candidata Θ_1^{cc} e altera o seu estado. Após esta mutação, a população candidata Θ_1^{cc} se torna a nova população Θ_2 . Este processo representa a obtenção de uma geração, no qual a população Θ_1 se transforma na população Θ_2 . Para obter a solução ótima θ_{opt} , o processo de transformação $\Theta_k \rightarrow \Theta_{k+1}$ continua até que o número de gerações atinja um máximo $k = N_g$ ou a métrica $J_{MQN}(\theta_{i,j})$ atinja um valor mínimo J_{MQN}^{\min} . As propriedades da busca são controladas pelo tamanho da população, pelas probabilidades de cruzamento e mutação e pela forma matemática da métrica $J_{MQN}(\theta_{i,j})$.

Foram utilizadas rotinas de GA em script MATLAB desenvolvidas na North Carolina State University (EUA) por Houck, Joines e Kay. Um sinal experimental de corrente I_c , formado por uma função degrau somada a um sinal pseudo-aleatório binário (Pseudo Random Binary Signal - PRBS), foi utilizado para excitar o TEM. O modelo (2.6) foi simulado para uma população $N_s = 50$ em cada geração, utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem. O problema (2.14) foi resolvido 10 vezes utilizando GA com critério de parada $J_{MQN}(\theta) < 1,0\%$

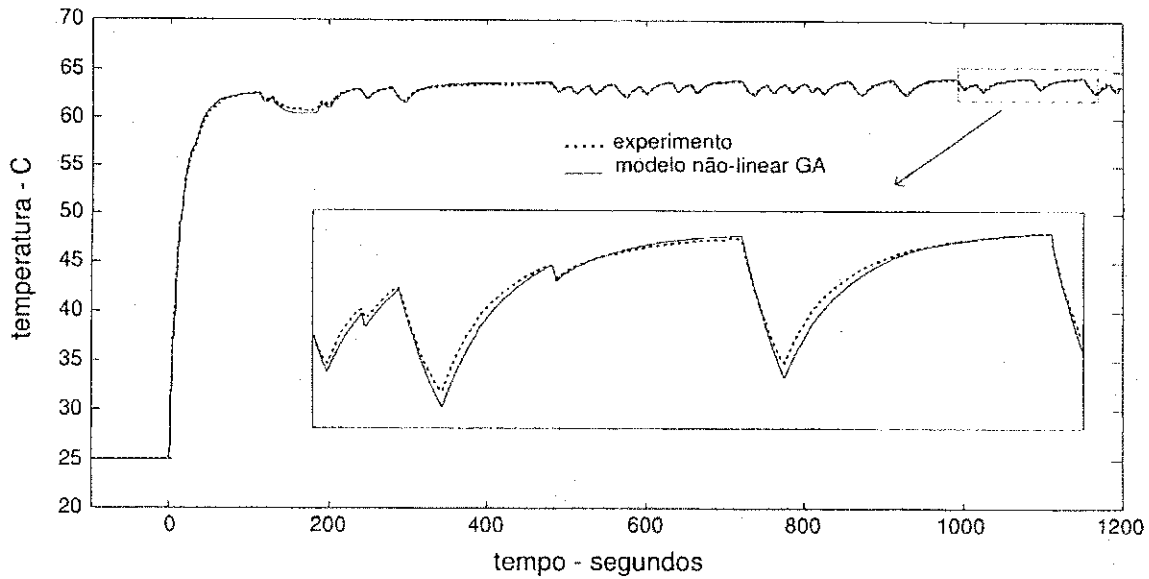


Figura 2.4: Temperatura da face superior do TEM, obtida experimentalmente, e a correspondente temperatura calculada a partir do modelo contínuo não-linear da câmara térmica, utilizando parâmetros obtidos por GA.

(usualmente obtido para $N_g \simeq 200$). Considerando todas as 10 soluções obtidas, os valores de C_x e G_{xy} permaneceram praticamente inalterados, enquanto que os valores finais de κ_s e R_{xy} permaneceram dentro de uma variação menor do que 5,0%. Os valores dos demais parâmetros sofreram variações maiores do que 5,0% e, em alguns casos, maiores do que 50,0%. Isto sugere a existência de diversos vetores solução θ_{opt} para o mesmo conjunto de dados, sendo C_x , G_{xy} , κ_s e R_{xy} invariantes. Os valores médios obtidos para os parâmetros são: $C_x = 3,2 \text{ J K}^{-1}$, $C_y = 108,0 \text{ J K}^{-1}$, $C_d = 3.500,0 \text{ J K}^{-1}$, $G_{xy} = 0,234 \text{ W K}^{-1}$, $G_{yd} = 24,0 \text{ W K}^{-1}$, $G_{da} = 10,0 \text{ W K}^{-1}$, $\kappa_s = 0,0056 \text{ V K}^{-1}$ e $R_{xy} = 1,32 \Omega$. Na Figura 2.4 são apresentados a temperatura da face superior do TEM, obtida experimentalmente, e a correspondente temperatura calculada a partir do modelo (2.6), para os parâmetros obtidos por GA.

A invariância nos valores obtidos para os parâmetros C_x , G_{xy} , κ_s e R_{xy} , nas diversas soluções θ_{opt} estimadas, sugere que estes valores estão consistentes com o significado físico proposto para o processo. Por outro lado, a obtenção de diversas soluções θ_{opt} , devido a variações nos demais parâmetros, sugere que há margem para simplificação e redução da ordem do modelo. Esta simplificação pode tornar o projeto do controlador uma tarefa mais simples.

2.5 Modelo Orientado por Blocos

Para permitir uma melhor compreensão do modelo (2.6) e facilitar o projeto do controlador, propõe-se uma representação na forma orientada por blocos.

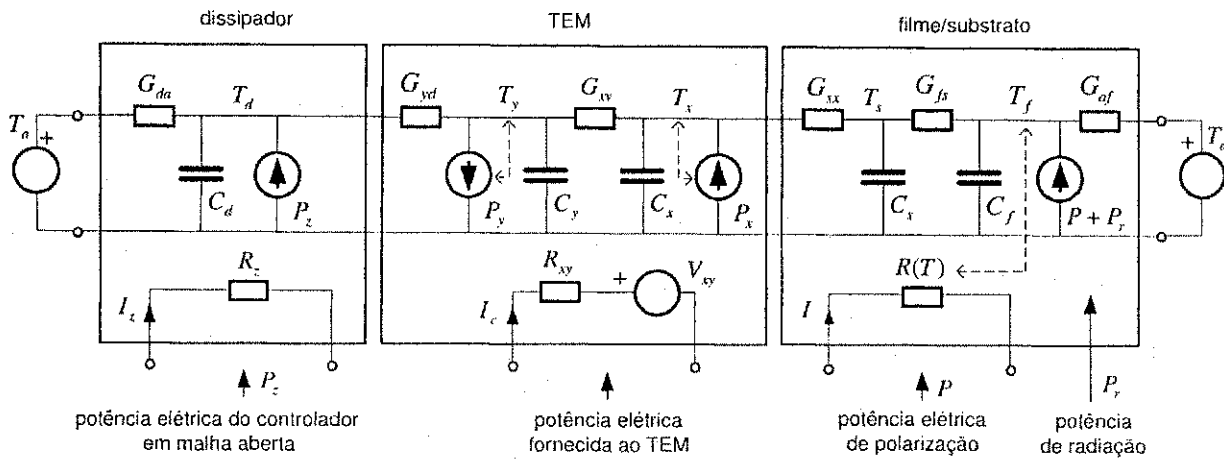


Figura 2.5: Modelo equivalente elétrico da câmara térmica.

A câmara térmica construída para esta investigação possui certas características que permitem a divisão do modelo (2.6) em três modelos distintos: filme/substrato; TEM; e dissipador de calor. Esta abordagem permite a proposição de um modelo equivalente elétrico, o que facilita a decomposição por blocos e torna mais familiar ao engenheiro eletricitista a análise e compreensão do circuito equivalente.

Neste modelo equivalente elétrico, o fluxo de calor é representado por uma corrente elétrica. A temperatura é representada pelo potencial elétrico. De maneira similar à lei de Ohm, considerando a definição (2.3), a condutância térmica é representada por uma condutância elétrica. Nos mesmos termos da equação (2.2), é possível representar a capacitância térmica pela capacitância elétrica, uma vez que, em termos elétricos $i = C \frac{dv}{dt}$, sendo i e v corrente e potencial elétricos, respectivamente.

Considerando as equações (2.6)_{1...5} e as leis de Kirchhoff para circuitos elétricos, propõe-se o modelo equivalente elétrico para câmara térmica, representado na Figura 2.5. A tensão V_{xy} surge internamente em função do fluxo de calor que passa pelo TEM. As linhas tracejadas representam a realimentação cletrotérmica para: P_x , que depende de T_x ; P_y , que depende de T_y ; e P , que depende da temperatura do filme T_f .

A massa da porção superior do TEM é muito maior do que a massa do filme e substrato juntos. Como conseqüência, o fluxo de calor no filme, devido a P e P_r , representado na equação (2.6)₁, produz uma variação desprezível na temperatura T_x da placa superior do TEM. Isto permite desprezar o termo $G_{sx}(T_s - T_x)$ na equação (2.6)₃ e desacoplar as equações (2.6)_{1,2} das demais equações do modelo. Em decorrência destas considerações, o comportamento da temperatura a ser controlada T_x pode ser representado pelas equações (2.6)_{3...5}, colocadas na

forma

$$\begin{aligned}
 \dot{T}_x &= \frac{1}{C_x} \left(\frac{I_c^2 R_{xy}}{2} - \kappa_s T_x I_c \right) - \frac{G_{xy}}{C_x} T_x + \frac{G_{xy}}{C_x} T_y \\
 \dot{T}_y &= \frac{1}{C_y} \left(\frac{I_c^2 R_{xy}}{2} + \kappa_s T_y I_c \right) + \frac{G_{xy}}{C_y} T_x - \frac{(G_{xy} + G_{yd})}{C_y} T_y + \frac{G_{yd}}{C_y} T_d \\
 \dot{T}_d &= \frac{P_z}{C_d} + \frac{G_{yd}}{C_d} T_y - \frac{(G_{yd} + G_{da})}{C_d} T_d + \frac{G_{da}}{C_d} T_a.
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

O comportamento do TEM como um módulo isolado pode ser representado pelas equações (2.20)_{1,2}, excluindo-se o termo $\frac{G_{yd}}{C_y} T_d$. Uma vez que as componentes não-lineares destas equações não possuem memória, o modelo do TEM pode ser representado através de dois blocos em cascata: um bloco não-linear estático e um bloco linear e dinâmico. Este modelo possui uma realimentação bilinear envolvendo a corrente I_c e os estados T_x e T_y . O bloco linear do modelo do TEM pode ser colocado numa notação mais compacta na forma matricial de um sistema linear

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\
 \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

sendo

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} T_x & T_y \end{bmatrix}^T \\
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{G_{xy}}{C_x} & \frac{G_{xy}}{C_x} \\ \frac{G_{xy}}{C_y} & -\frac{(G_{xy} + G_{yd})}{C_y} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{C_x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_y} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} P_x & P_y \end{bmatrix}^T \\
 \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

O modelo equivalente elétrico do TEM, mostrado na Figura 2.5, está representado em termos de um diagrama de blocos na Figura 2.6a. As funções de transferência $H_x(s)$ e $H_y(s)$ são os ramos diretos do modelo e descrevem o efeito nos estados T_x e T_y , resultante de uma excitação nas entradas P_x e P_y , respectivamente. As funções de transferência $H_{xy}(s)$ e $H_{yx}(s)$ são os ramos cruzados do modelo, descrevem o resultado do acoplamento entre os estados T_x e T_y como resultado de uma excitação nas entradas P_x e P_y , respectivamente. Estas funções de transferência podem ser calculadas prontamente, utilizando o diagrama de fluxo de sinal e a fórmula de Mason aplicados no modelo equivalente elétrico descrito na Figura 2.5. De maneira alternativa, estas funções de transferência podem ser calculadas utilizando a relação

$$H(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}. \tag{2.23}$$

É usual, em modelos orientados por blocos, utilizar a propriedade de separabilidade (Norton, 1986) para facilitar a estimação dos parâmetros do modelo. Esta divisão em blocos não-linear e linear pode permitir que os parâmetros dinâmicos **A** e **B** do modelo linear do TEM sejam estimados de maneira independente dos parâmetros estáticos R_{xy} e κ_s . Para o modelo proposto nesta investigação, no entanto, há realimentação eletrotérmica dupla e os valores de P_x e P_y (entradas do sistema linear) não podem ser calculados de maneira independente de T_x e T_y .

O modelo equivalente elétrico do dissipador pode ser combinado com o modelo equivalente do TEM. A representação em circuito elétrico destes dois modelos, apresentada na Figura 2.5 e descrita pelas equações (2.20), é mostrada na forma de diagrama de blocos na Figura 2.6b. As funções de transferência $H_{zx}(s)$ e $H_{zy}(s)$ descrevem o efeito nos estados T_x e T_y , respectivamente, resultante de uma excitação na entrada P_z . As funções de transferência $H_{ax}(s)$ e $H_{ay}(s)$ descrevem o efeito no estados T_x e T_y , respectivamente, como resultado de variações na temperatura ambiente T_a .

O bloco linear do modelo que representa o conjunto dissipador/TEM pode também ser colocado numa notação mais compacta na forma matricial de um sistema linear tipo (2.21). Para este modelo, utilizando as equações (2.20) e excluindo-se o termo $\frac{G_{da}}{C_d}T_a$, tem-se

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} T_x & T_y & T_d \end{bmatrix}^T \\
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{G_{xy}}{C_x} & \frac{G_{xy}}{C_x} & 0 \\ \frac{G_{xy}}{C_y} & -\frac{(G_{xy} + G_{yd})}{C_y} & \frac{G_{yd}}{C_y} \\ 0 & \frac{G_{yd}}{C_d} & -\frac{(G_{yd} + G_{da})}{C_d} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{C_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_d} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} P_x & P_y & P_z \end{bmatrix}^T \\
 \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Para o modelo orientado por blocos descrito na Figura 2.6b, cujo bloco linear é dados por (2.24), é possível utilizar a propriedade de separabilidade fazendo I_c constante no cálculo de P_x e P_y . Na prática, a utilização de uma corrente constante nos impede de estimar os parâmetros do modelo. Para isto, utilizou-se uma forma de onda para variação temporal de I_c formada por uma função degrau somada a um sinal PRBS de baixa amplitude. Procedendo desta maneira, e calculando os valores experimentais das derivadas \dot{T}_x , \dot{T}_y e \dot{T}_d para $P_z = 0$, estimou-se θ utilizando OLS, obtendo-se um erro $J_{MQN}(\theta) \sim 10\%$. De maneira alternativa, sem calcular a

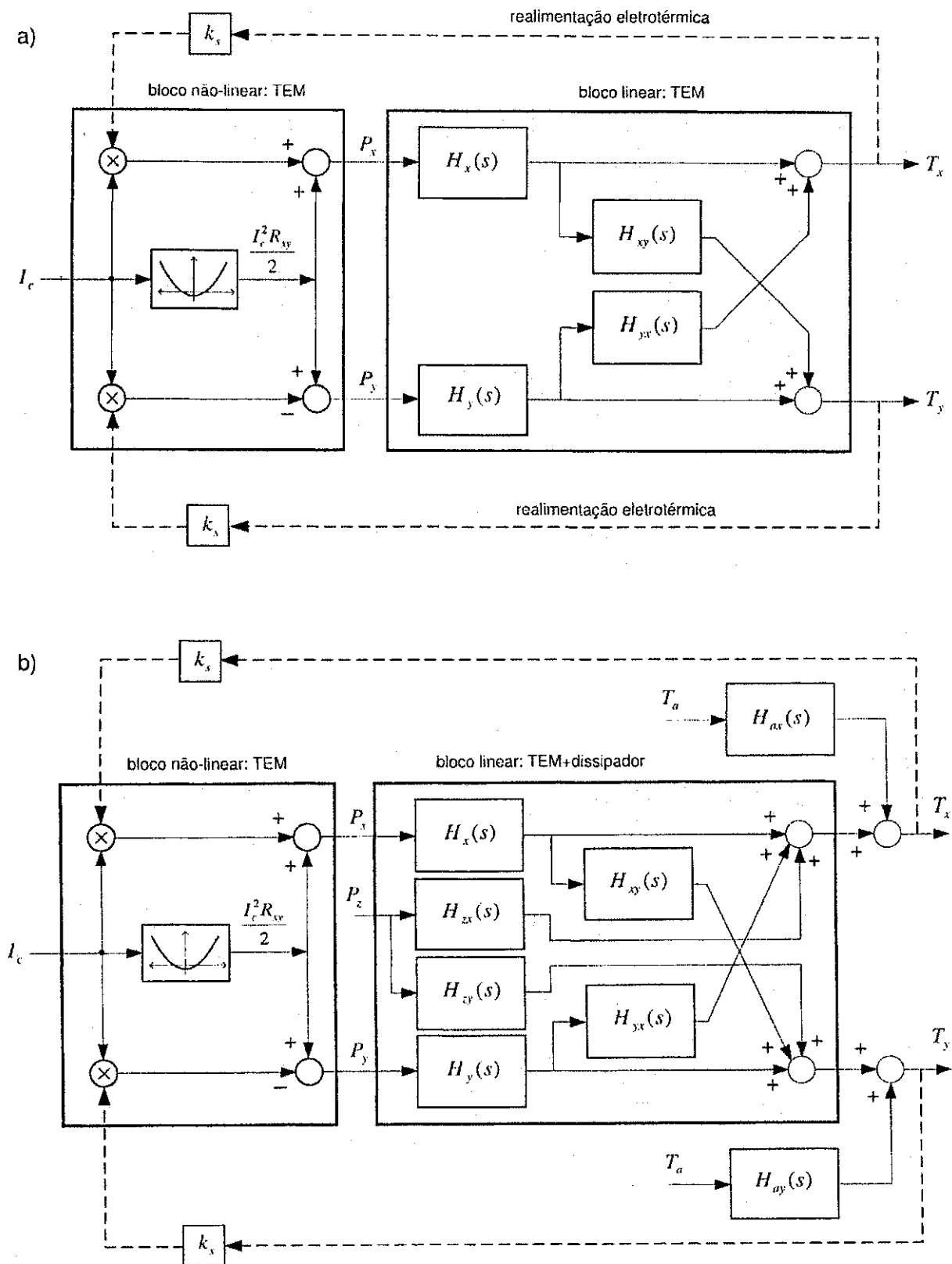


Figura 2.6: a) Modelo do TEM orientado por blocos; b) Modelo do conjunto TEM/dissipador orientado por blocos.

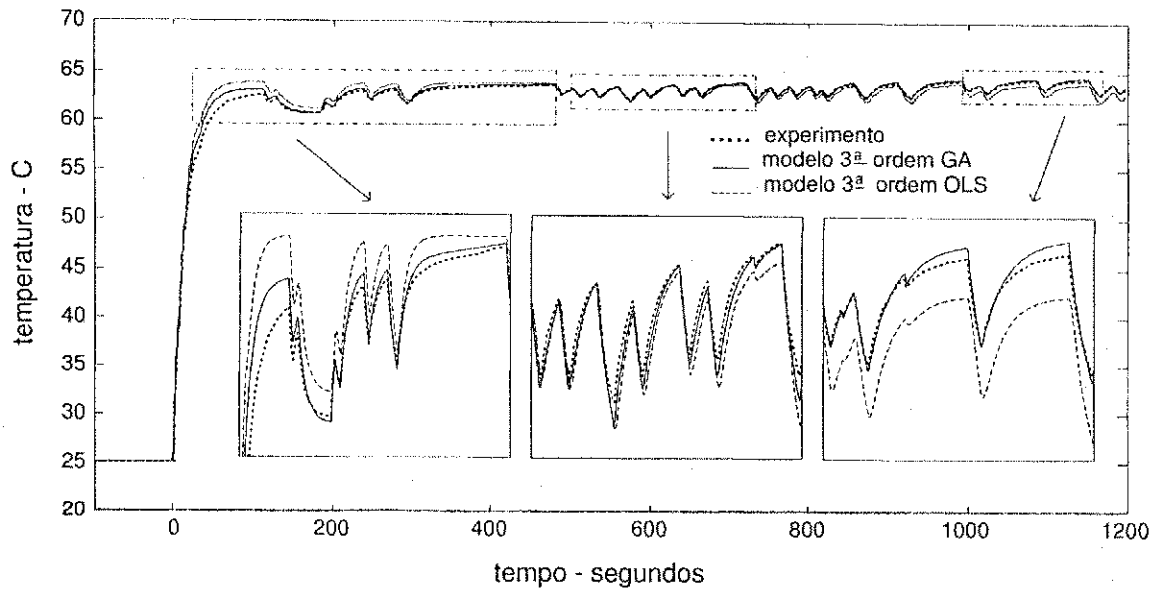


Figura 2.7: a) Temperatura da face superior do TEM, obtida experimentalmente, e as correspondentes temperaturas calculadas a partir dos seguintes modelos do conjunto TEM/dissipador: modelo contínuo linear de 3ª ordem, utilizando parâmetros obtidos por GA, e modelo discreto linear de 3ª ordem, utilizando parâmetros obtidos por OLS.

derivadas experimentais, estimou-se θ utilizando GA, obtendo-se com um erro $J_{MQN}(\theta) \sim 3\%$. Estes resultados são apresentados na Figura 2.7. Optou-se então pela utilização dos parâmetros θ obtidos pela estimação direta sobre o modelo não-linear (seção 2.4), cujo erro $J_{MQN}(\theta) \sim 1\%$.

2.6 Redução de Ordem do Modelo do TEM/Dissipador

Para o projeto do controlador empregado nesta investigação, analisou-se os modos dominantes do modelo linear (2.24). Isto permitiu a redução de ordem do modelo, através da retenção dos modos dominantes, para uma conseqüente simplificação do projeto do controlador.

É possível analisar os modos dominantes através da posição dos pólos no plano s . Todavia, este critério não é preciso e usualmente são utilizados os índices de dominância modal (IDM) (Aguirre, 2000).

Uma função de transferência do tipo

$$H(s) = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_r s^r}{(s + \lambda_1) \dots (s + \lambda_i) \dots (s + \lambda_n)}, \quad (2.25)$$

com $n > r$, $\lambda_i \neq \lambda_j$ para $i \neq j$ e $(\lambda_i > 0) \in \mathfrak{R}$, pode ser colocada na forma

$$H(s) = \frac{J_1}{(s + \lambda_1)} + \dots + \frac{J_i}{(s + \lambda_i)} + \dots + \frac{J_n}{(s + \lambda_n)}, \quad (2.26)$$

sendo J_i o i -ésimo resíduo correspondente ao pólo λ_i . Para a função de transferência (2.25), o i -ésimo IDM é definido como

$$\gamma_i \triangleq \frac{J_i}{\lambda_i}. \quad (2.27)$$

Considerando o modelo (2.24), relativo ao conjunto TEM/dissipador, e os valores dos parâmetros apresentados na seção 2.4, obtém-se a função de transferência

$$\frac{T_x(s)}{P_x(s)} = 0,31 \times \frac{s^2 + 0,23s + 6,56 \times 10^{-4}}{s^3 + 0,3s^2 + 1,76 \times 10^{-2}s + 4,64 \times 10^{-5}}, \quad (2.28)$$

que, para pode ser colocada na mesma forma da equação (2.26)

$$\frac{T_x(s)}{P_x(s)} = \frac{1,9 \times 10^{-3}}{s + 0,23} + \frac{0,31}{s + 7,2 \times 10^{-2}} + \frac{3,0 \times 10^{-4}}{s + 2,7 \times 10^{-3}}, \quad (2.29)$$

o que resulta em $\gamma_1 = 8,2 \times 10^{-3}$, $\gamma_2 = 4,3$ e $\gamma_3 = 0,11$, respectivamente da esquerda para direita em (2.28). O pólo correspondente a λ_2 é dominante em relação aos pólos correspondentes a λ_1 e a λ_3 ($\gamma_2 \gg \gamma_3$ e $\gamma_2 \gg \gamma_1$), o que sugere um modelo equivalente de primeira ordem para representar o modelo (2.24). Para obter um modelo reduzido, o método de aproximação de Padé (Aguirre, 2000) pode ser empregado neste caso. Não obstante, optou-se por reduzir a ordem do modelo através de considerações obtidas a partir da física do processo, como forma de confirmar a dominância modal.

Considerando as restrições definidas no problema de otimização (2.14), propõe-se escrever o modelo (2.20) como

$$\begin{aligned} C_x \frac{dT_x}{dt} &= P_x - G_{xd}(T_x - T_d) \\ C_d \frac{dT_d}{dt} &= P_z + P_y + G_{xd}(T_x - T_d) - G_{da}(T_d - T_a), \end{aligned} \quad (2.30)$$

sendo G_{xd} a condutância térmica entre a placa superior do TEM e o dissipador de calor. Considerando que $G_{yd} \gg G_{xy}$, implica que $G_{xd} \simeq G_{xy}$. Colocando (2.30) na forma linear (2.21), obtém-se

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} T_x & T_d \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{G_{xy}}{C_x} & \frac{G_{xy}}{C_x} \\ \frac{G_{xy}}{C_d} & -\frac{(G_{xy} + G_{da})}{C_d} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{C_x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_d} \end{bmatrix} \\ \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} P_x & P_z + P_y \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.31)$$

A função de transferência para o modelo (2.21), considerando (2.31), pode ser obtida através de (2.23), resultando em

$$\frac{T_x(s)}{P_x(s)} = \frac{1}{C_x} \frac{(s + \frac{G_{xy} + G_{da}}{C_d})}{s^2 + s \frac{(C_x(G_{xy} + G_{da}) + C_d G_{xy})}{C_x C_d} + \frac{G_{xy} G_{da}}{C_x C_d}} \quad (2.32)$$

Para calcular os índices de dominância modal em (2.32), utiliza-se os valores dos parâmetros físicos estimados para o modelo não-linear e obtém-se uma função de transferência

$$\frac{T_x(s)}{P_x(s)} = \frac{0,31}{s + 7,3 \times 10^{-2}} + \frac{3,0 \times 10^{-4}}{s + 2,9 \times 10^{-3}} \quad (2.33)$$

com IDMs $\gamma_1 = 4,3$ e $\gamma_2 = 0,1$, respectivamente da esquerda para direita em (2.33). Desde que $\gamma_1 \gg \gamma_2$, o pólo correspondente a λ_1 é dominante em relação ao pólo correspondente a λ_2 .

Fazendo-se a mesma análise através de considerações sobre os parâmetros do modelo, considerando que $C_d G_{xy} \gg C_x (G_{xy} + G_{da})$, a função de transferência (2.32) pode ser simplificada para

$$\frac{T_x(s)}{P_x(s)} = \frac{1}{C_x} \frac{(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)}, \quad (2.34)$$

sendo

$$z_1 = \frac{G_{xy} + G_{da}}{C_d}, \quad (2.35)$$

$$p_1 = \frac{G_{xy}}{2C_x} \left(1 - \sqrt{\left(1 - \frac{4G_{da}C_x}{C_d G_{xy}} \right)} \right), \quad (2.36)$$

$$p_2 = \frac{G_{xy}}{2C_x} \left(1 + \sqrt{\left(1 - \frac{4G_{da}C_x}{C_d G_{xy}} \right)} \right). \quad (2.37)$$

Considerando que $C_d G_{xy} \gg 4G_{da}C_x$ e $C_d \gg G_{xy} + G_{da}$, implica que $z_1 \rightarrow 0$, $p_1 \rightarrow 0$ e $p_2 \rightarrow -\frac{G_{xy}}{C_x}$, confirmando a hipótese de que um modelo de primeira ordem

$$H_x(s) = \frac{T_x(s)}{P_x(s)} = \frac{1}{C_x} \frac{1}{(s + \frac{G_{xy}}{C_x})} = \frac{0,31}{s + 7,3 \times 10^{-2}} \quad (2.38)$$

pode ser utilizado, como uma aproximação, para representar o modelo linear (2.24) e, conseqüentemente, o modelo não-linear (2.20). Nota-se que o pólo p_2 representa a constante de tempo $\tau_x = 13,7$ s relativa à resposta da placa superior do TEM a uma excitação de corrente. Na Figura 2.8 é apresentada a resposta experimental da temperatura T_x da placa superior do TEM a um degrau de corrente $I_c = 0,1$ A e o correspondente resultado obtido utilizando (2.38).

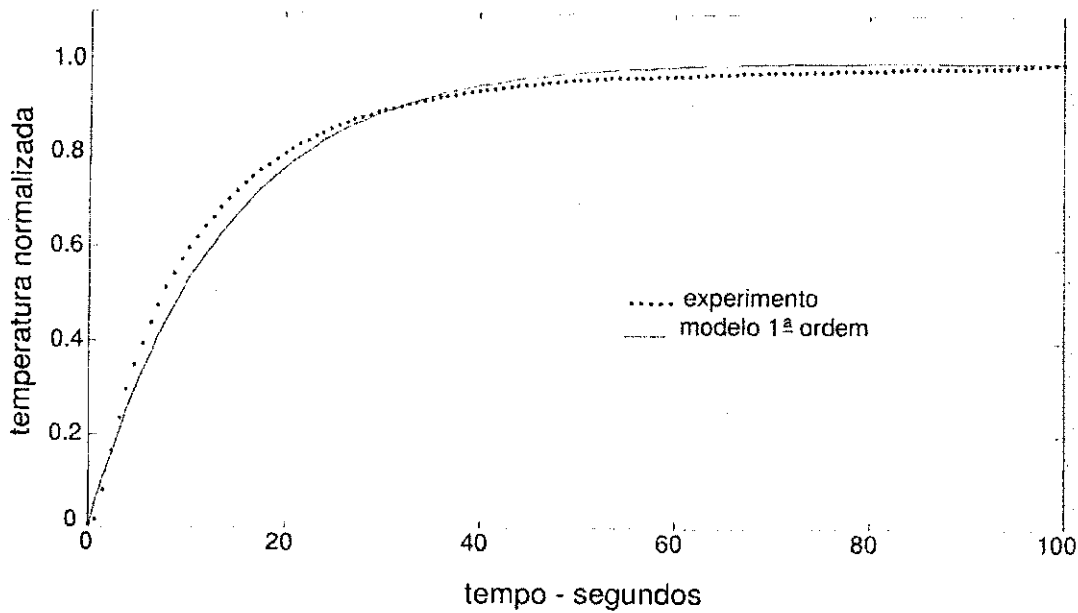


Figura 2.8: Temperatura da face superior do TEM, obtida experimentalmente, em resposta a um degrau de corrente de 0,1 A, e a correspondente temperatura calculada a partir do modelo contínuo linear de primeira ordem, utilizando parâmetros obtidos por OLS.

2.7 Projeto do Controlador

Nas equações do modelo (2.20) há o produto estado-entrada nos termos $-\kappa_s T_x I_c$ e $+\kappa_s T_y I_c$, o que implica uma dinâmica bilinear para a planta (Figura 2.6b). A presença de dinâmica bilinear dificulta o projeto do controlador de temperatura. Assim, propõe-se uma simplificação do modelo (2.20), de maneira a permitir um projeto simples, porém preciso, do controlador.

As potências ativas de calor P_x e P_y dependem tanto da temperatura das placas do TEM quanto da corrente I_c . Isto não permite expressar a relação entre entrada I_c e saída T_x em termos de um sistema linear. Portanto, para colocar o modelo (2.20) na forma de um sistema linear, é necessário avaliar a possibilidade de desacoplar a corrente I_c das variáveis de estado T_x e T_y .

Para caracterizar o filme de VO_2 , a temperatura de operação T_0 varia entre 20 e 80°C (290 a 350K), e a corrente de controle I_c pode variar entre $-3,0$ a $+3,0$ A. Em termos percentuais, a temperatura de operação varia $\pm 10\%$ em torno de 320K. Então, propõe-se fazer P_x e P_y independentes da temperatura, mantendo as temperaturas T_x e T_y fixas em um valor médio 320K na faixa de interesse, resultando em

$$\begin{aligned} P_x &= I_c^2 \frac{R_{xy}}{2} + 320\kappa_s I_c \\ P_y &= I_c^2 \frac{R_{xy}}{2} - 320\kappa_s I_c. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Com as potências ativas (2.39) desacopladas da temperatura, a propriedade de separabili-

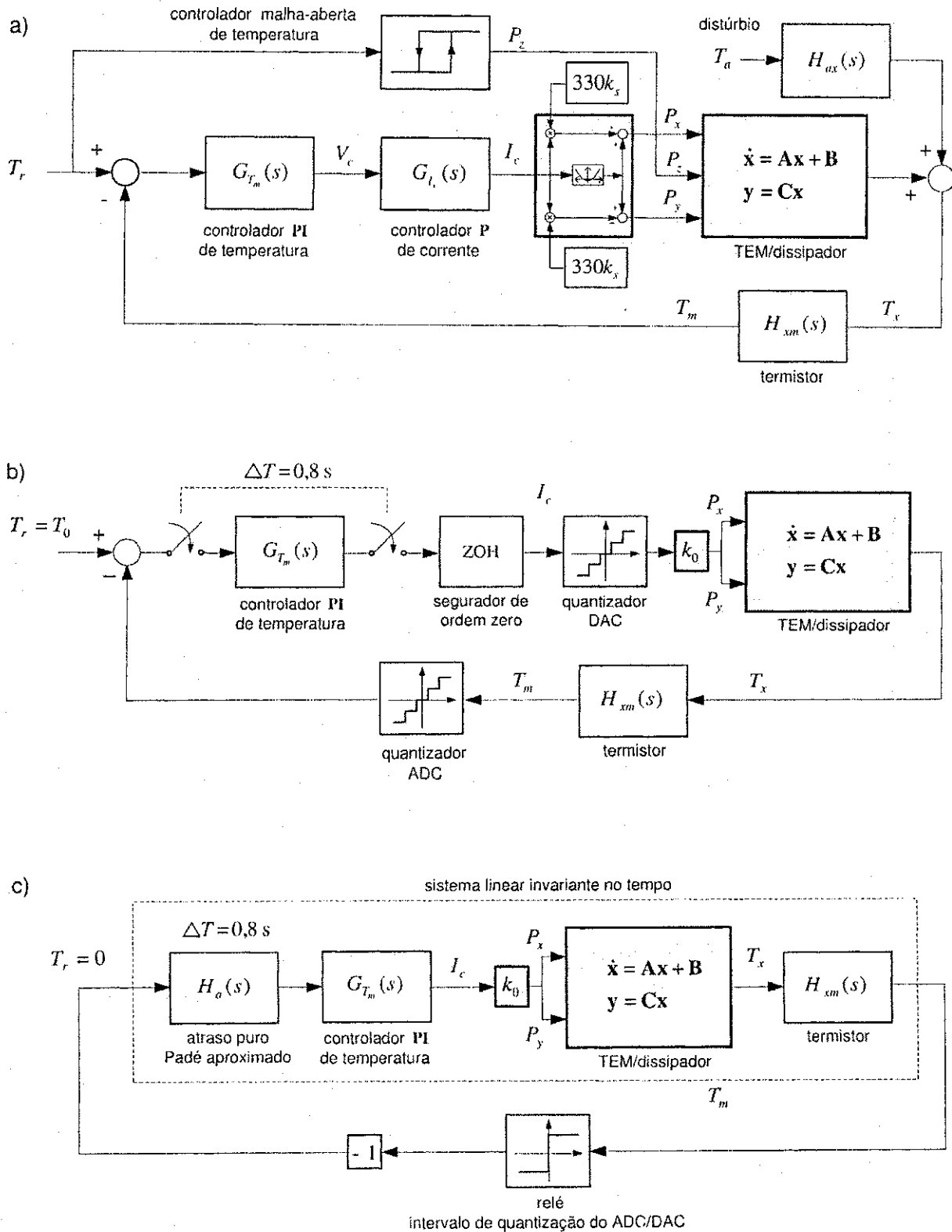


Figura 2.9: a) Controlador de temperatura da câmara térmica; b) Sistema equivalente amostrado do controlador de temperatura, incluindo não-linearidades do processo de quantização; c) Controlador de temperatura no ponto de operação como um sistema realimentado a relé.

realiza os cálculos necessários utilizando uma temperatura de referência T_r , obtida de arquivo e atualiza o valor da tensão de saída V_c . Este valor de tensão é então convertido em corrente I_c para excitação do TEM. Enquanto a temperatura é variada, tendo como referência alguma função matemática genérica $T_r = f(T)$ ou um arquivo de dados, a resistência medida R do VO_2 é armazenada no computador para análise posterior.

2.7.1 Controlador de Corrente

A ação de controle de $G_{T_m}(s)$, na forma da tensão V_c , poderia ser utilizada para excitar diretamente o TEM. Todavia, no modelo proposto, a excitação do TEM está na forma da corrente I_c . Isto requer a utilização de um controlador de corrente $G_{I_c}(s)$ em cascata com o controlador $G_{T_m}(s)$. Como o tempo de resposta do fenômeno elétrico no TEM é muito menor do que a máxima taxa possível de processamento digital, foi necessário implementar $G_{I_c}(s)$ utilizando componentes analógicos. Conforme mostrado na Figura 2.10, o controlador de corrente $G_{I_c}(s)$ foi implementado utilizando um amplificador operacional de uso geral e um amplificador de potência em classe AB, especialmente desenvolvido para esta aplicação. A função de transferência direta de um amplificador operacional compensado internamente é dada por

$$G_{V_m}(s) = \frac{2\pi f_c}{s + 2\pi f_c}, \quad (2.43)$$

sendo f_c a frequência de corte, usualmente em torno de 10 – 100 Hz. O ganho k_A é elevado, da ordem de 10^5 . O amplificador operacional não é imune a variações na tensão de alimentação V_{cc} , e é afetado aditivamente através do ganho k_{r1} . Além disto, no comportamento do amplificador operacional, há duas não-linearidades interessantes: a limitação da taxa de variação de tensão na saída do amplificador (slew-rate) e a saturação. O amplificador de potência também não é imune a variações na tensão de alimentação V_{cc} , e é afetado aditivamente através do ganho k_{r2} . Para alimentar este controlador analógico, é utilizada um fonte de alimentação construída espacialmente para esta finalidade. Como em qualquer fonte de alimentação, há um controlador de tensão $G_{V_{cc}}(s)$, cujo objetivo é manter V_{cc} contante, a partir de uma tensão de referência V_{ref} , mesmo que ocorram distúrbios na tensão de entrada e na carga. O efeito de uma variação na corrente de carga I_c sobre a tensão V_{cc} é representado pela função de transferência $D_{V_{cc}}(s)$. Devido a estas realimentações, há a possibilidade de instabilidade em V_{cc} , como, de fato, surgiu durante esta investigação e foi solucionada durante o projeto do conjunto controlador/fonte. A instabilidade mais interessante, aparentemente sem explicação, ocorreu devido à interação do controlador da fonte $G_{V_{cc}}(s)$ com o amplificador de potência. Esta oscilação estava sincronizada com o sinal I_c . Para solucionar isto foi incorporado um filtro $F_{V_{cc}}(s)$ na saída da fonte, o que evitou a ocorrência desta condição de instabilidade.

Assim, considerando inicialmente $H_{xm}(s) = 1$, com o controlador de corrente estabilizado e convertendo V_c em I_c , a função de transferência de malha fechada do controlador de temperatura

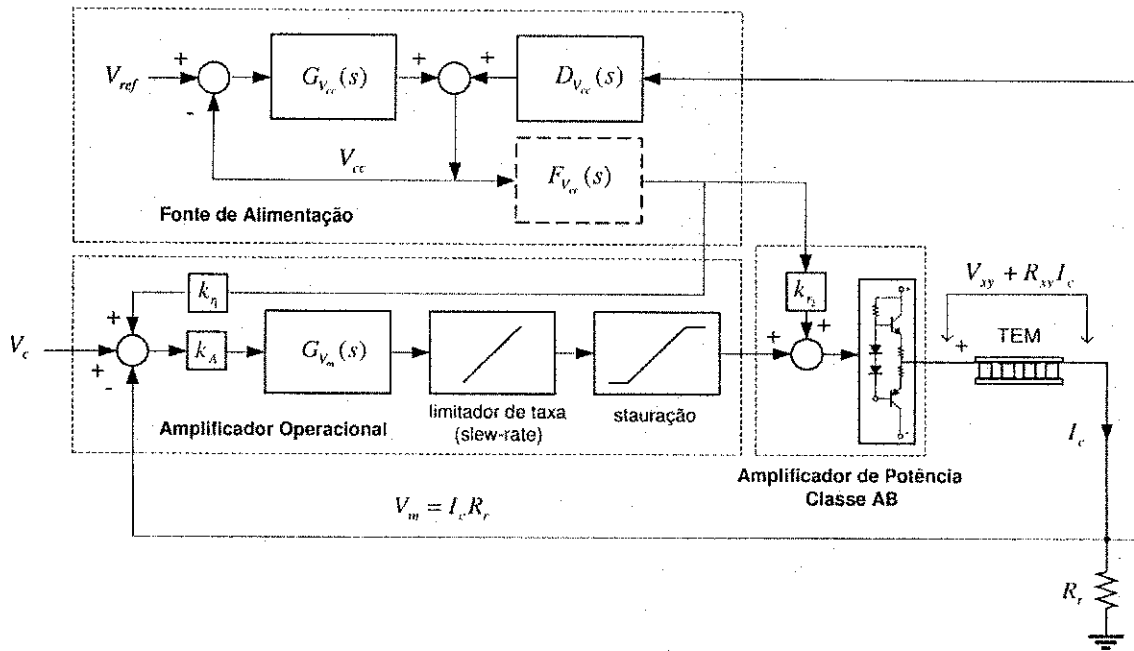


Figura 2.10: Controlador de corrente e interação com a fonte de alimentação.

é obtida na forma

$$M_f(s) = \frac{T_x(s)}{T_r(s)} = \frac{G_{T_m}(s)H_x(s)}{1 + G_{T_m}(s)H_x(s)} \quad (2.44)$$

sendo T_r a temperatura de referência.

2.7.2 Controlador Proporcional-Integral

Nesta investigação, a forma de onda da variação temporal da temperatura de referência $T_r(t)$ está limitada aos tipos triangular ou senoidal com período $\tau_r = \frac{2\pi}{\omega_r}$, sendo ω_r a frequência fundamental da forma de onda. O que se deseja como objetivo de controle é que o sinal de saída $T_x(j\omega)$ deva ser uma cópia aproximada do sinal de referência $T_r(j\omega)$. Portanto, optou-se inicialmente pelo projeto no domínio de frequência para definir a estrutura e sintonia do controlador. Dessa forma, desde que $T_x(s) = T_r(s)M_f(s)$, é necessário projetar um controlador que faça o módulo de $M_f(j\omega)$ igual a unidade para uma faixa de frequência aproximadamente igual a do espectro de $T_r(j\omega)$. Além disso, é necessário que o atraso de grupo de $M_f(j\omega)$ seja aproximadamente constante na faixa de frequência de interesse para evitar distorções na forma de onda do sinal $T_x(t)$.

Propõe-se uma função de transferência de malha fechada $M_f(s)$ como sendo um filtro passa-baixa com frequência de corte ω_c maior do que ω_r , representado por

$$M_f(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \quad (2.45)$$

Substituindo (2.38) em (2.44) e igualando o resultado a (2.45), obtém-se a função de transferência do controlador

$$G_{T_m}(s) = \omega_c C_x + \frac{\omega_c G_{xy}}{s}, \quad (2.46)$$

que é equivalente a um controlador PI

$$G_{T_m}(s) = K_P + \frac{K_I}{s}, \quad (2.47)$$

sendo o ganho proporcional $K_P = \omega_c C_x$ e o ganho integral $K_I = \omega_c G_{xy}$. Para o TEM utilizado nesta investigação, $K_P = 3, 2\omega_c$ e $K_I = 0, 234\omega_c$. Logo, o parâmetro determinante no controlador PI em série $G_{T_m}(s)$ é a frequência de corte ω_c da banda de passagem desejada em malha fechada.

2.7.3 Avaliação do Erro de Controle

Ao considerar (2.41) na malha de controle, a resposta em malha fechada do controlador é obtida na forma

$$M_f(s) = \frac{G_{T_m}(s)H_x(s)}{1 + G_{T_m}(s)H_x(s)H_{xm}(s)} \quad (2.48)$$

que resulta em

$$M_f(s) = \frac{(s + \omega_m)\omega_c}{s^2 + s\omega_m + \omega_c\omega_m} \quad (2.49)$$

cuja resposta ao impulso é obtida na forma

$$m_f(t) = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_m\omega_c}} \sqrt{\frac{\omega_m^2 + \omega_m\omega_c - 1}{1 - \frac{\omega_m^2}{4\omega_m\omega_c}}} \exp\left(-\frac{\omega_m}{2}t\right) \text{sen}\left(\sqrt{\omega_m\omega_c - \frac{\omega_m^2}{4}}t + \theta\right) \quad (2.50)$$

sendo θ não relevante para presente análise.

Considerando que, para o modelo do TEM e para as formas de onda utilizados nesta investigação, $\omega_c \gg \omega_m$, $\omega_c \gg 1$ e $\omega_m > 1$, a equação (2.50) pode ser simplificada para

$$m_f(t) = \omega_c \exp\left(-\frac{\omega_m}{2}t\right) \text{sen}\left(\sqrt{\omega_m\omega_c}t + \theta\right) \quad (2.51)$$

indicando que a amplitude inicial do transitório é diretamente proporcional a ω_c e sua duração inversamente proporcional a ω_m . Isto significa que, quanto maior a frequência do sinal de referência, maior deve ser ω_c e maior será a amplitude inicial do transitório. Além disso, quanto maior for o tempo de resposta do sensor de temperatura, menor deve ser ω_m , causando uma taxa mais lenta de redução da amplitude inicial do transitório. Este comportamento se verificou durante os testes com a plataforma experimental para sintonia do controlador. Esta análise motivou a troca do sensor de temperatura previamente utilizado, o circuito integrado LM35, com tempo de resposta de 16 segundos, para um micro-termistor com tempo de resposta de imerso em pasta térmica de 1 segundo. Isto permitiu a redução significativa do erro devido a oscilação dada pela equação (2.51), uma vez que o fator de atenuação do transitório aumentou.

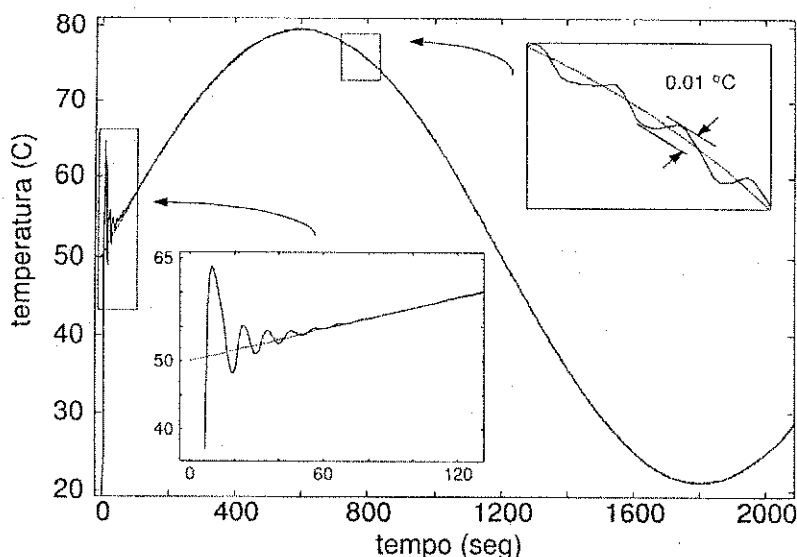


Figura 2.11: Resposta do controlador para uma excitação senoidal. No início da excitação há um degrau de temperatura, o que causa um rebatimento na temperatura do filme com relação à temperatura de referência. Isto pode ser observado no detalhe esquerdo da figura. No detalhe direito é apresentada a resposta da temperatura do filme após a estabilização inicial. O erro de regime obtido neste caso foi menor do que $0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Na Figura 2.11 é apresentada uma forma de onda senoidal utilizada como referência para o controlador e a correspondente temperatura no filme de VO_2 . A parte oscilatória do transitório inicial, descrita pela equação (2.50), é atribuída à resposta de (2.49) à componente impulsiva do degrau de corrente que o módulo termoeletrônico é submetido. Isto é necessário para elevar a temperatura do filme do valor inicial de temperatura de $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ (temperatura ambiente) para $50\text{ }^{\circ}\text{C}$, que é o valor inicial da forma de onda senoidal de referência.

Após o transitório inicial, a temperatura do filme deveria acompanhar a temperatura de referência com um erro nulo ou aproximadamente constante, desde que $\lim_{t \rightarrow \infty} m_f(t) = 0$. Todavia, esta previsão não se confirmou na prática. Observou-se experimentalmente uma oscilação de amplitude menor que $0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$. O valor desta amplitude depende do ajuste dos ganhos K_I e K_P do controlador $G_{T_m}(s)$ e também da temperatura de operação. Quanto maior a temperatura, maior a amplitude desta oscilação. O período desta oscilação, medida experimentalmente, depende dos ganhos K_I e K_P .

A ocorrência do sinal oscilatório, superposto ao sinal de temperatura medida T_m , se dá devido ao surgimento de um sistema realimentado a relé (Relay Feedback System - RFS) (Gonçalves et al., 2001). Considerando que há um equilíbrio entre a temperatura de referência T_r e a temperatura medida T_m , por simplicidade, transforma-se os quantizadores do conversor digital para analógico (Digital to Analog Converter - DAC) e do conversor analógico para digital (Analog to Digital Converter - ADC) em um único relé (vide Figura 2.9c), para o qual o valor de T_m

quantizada é dado por

$$T_m^q = \text{sign } T_m = \begin{cases} +1, & \text{se } T_m \geq 0 \\ -1 & \text{se } T_m < 0 \end{cases} \quad (2.52)$$

O sinal de subtração na realimentação negativa é equivalente a aplicar um ganho de valor -1 em T_m^q . Portanto, o sistema RFS pode ser representado na forma

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x} \\ u &= -\text{sign } y. \end{aligned} \quad (2.53)$$

O período de amostragem provoca um atraso puro $H_a(s) = \exp(-0,8s)$ que pode ser aproximado por Padé em segunda ordem, produzindo

$$H_a(s) \simeq \frac{s^2 - 7,5s + 18,75}{s^2 + 7,5s + 18,75} \quad (2.54)$$

O atraso $H_a(s)$ em cascata com o controlador $G_{T_m}(s)$, com $H_x(s)$ e com $H_{xm}(s)$, resulta em um sistema linear invariante no tempo cuja função de transferência

$$\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = k_p H_a(s) G_{T_m}(s) H_x(s) H_{xm}(s) \quad (2.55)$$

possui um diagrama típico de Bode que é mostrado na Figura 2.12. Nota-se que as margens de ganho de 11dB e de fase de 110° do sistema em questão indicam que o sistema de malha fechada é relativamente estável no ponto de operação. Para que haja oscilação, o atraso de malha aberta deve ser de 180° e o ganho de malha aberta deve ser maior que a unidade na frequência em que ocorre este atraso, o que só ocorre devido a presença do quantizador. A frequência para atraso de malha aberta de 180° é 2 rad/s, ligeiramente superior ao resultado obtido medindo-se o período da oscilação de baixa amplitude observada experimentalmente.

2.7.4 Controlador em Malha Aberta

À medida em que a temperatura T_x se eleva, considerando uma temperatura constante $T_d = 30^\circ\text{C}$, é necessário um fluxo de calor P_x maior e proporcional à diferença de temperatura $T_x - T_d$. Para se obter este fluxo P_x de maior valor, a corrente I_c deve crescer, conforme é mostrado na Figura 2.3. Todavia, o ganho do TEM k_{px} cresce linearmente com a corrente I_c . Esta mudança de ganho altera a amplitude da oscilação devido ao RFS, fazendo com que o erro de temperatura exceda o desejado nas especificações da câmara térmica. Para contornar este aumento no erro, propõe-se um controlador em malha aberta para temperatura T_d , no sentido de reduzir $T_x - T_d$ através de ação de controle em P_x . Este controlador é definido na forma de um relé com histerese

$$P_z(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } T_r(t) \leq T_{desl} \\ 1, & \text{se } T_r(t) \geq T_{liga} \end{cases} \quad (2.56)$$

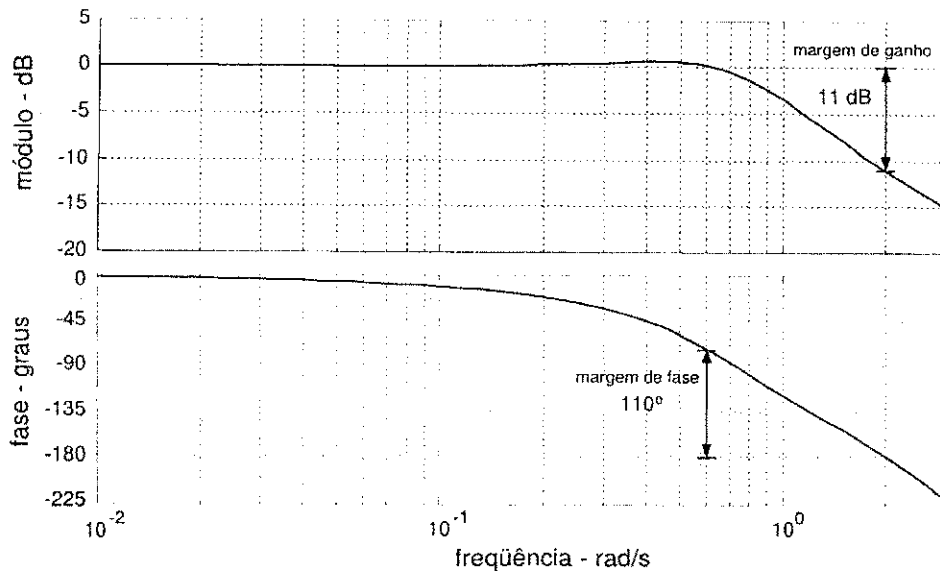


Figura 2.12: Diagrama de Bode do sistema linear do RFS.

sendo $T_{liga} = 50^\circ\text{C}$ e $T_{desl} = 48^\circ\text{C}$ as temperaturas em que P_z deve ser ativado e desativado, respectivamente. O controlador (2.56) permite que a corrente I_c seja mantida abaixo de certos limites e, por conseguinte, a amplitude da oscilação seja reduzida a valores aceitáveis.

2.8 Conclusão

Neste capítulo foi apresentada a descrição da plataforma experimental empregada nesta investigação. Foi proposto um modelo não-linear para dinâmica térmica do conjunto filme/substrato e conjunto TEM e dissipador de calor. Foi proposto um modelo simplificado do conjunto TEM e dissipador, utilizado para projetar um controlador proporcional-integral de temperatura da câmara térmica. As fontes de erro de controle foram analisadas, o que levou à proposição e implementação de um controlador auxiliar em malha aberta para obter-se a redução do erro de controle. O controlador implementado permite a ciclagem térmica do filme com um erro dentro das especificações desejadas para câmara térmica.

Capítulo 3

Estudo Qualitativo da Origem da Histerese em Filmes Policristalinos de VO₂

Os mecanismos físicos que regem o fenômeno de histerese são variados. Como consequência, a histerese pode ser interpretada de diversas maneiras para contextos diferentes. Esta interpretação depende do fenômeno físico e das correspondentes aproximações empregadas para descrever este fenômeno. Dessa forma, parece apropriado esclarecer quais aproximações matemáticas foram utilizadas na descrição da histerese ao longo desta tese.

Neste capítulo é introduzido um modelo qualitativo para descrever o comportamento de um microcristal. Este modelo é analisado em termos da relação entre as características matemáticas e o comportamento físico do microcristal isolado. O filme policristalino de VO₂ é então interpretado como uma coleção de modelos elementares, ou modelo reológico (Visintin, 1994), de microcristais que interagem entre si. A complexidade de lidar com este tipo de coleção de modelo elementares é destacada. Verifica-se então a necessidade de simplificações nos modelos microscópicos para representação do comportamento macroscópico do filme de VO₂.

3.1 Definições Termodinâmicas

O filme fino de VO₂ é do tipo policristalino, formado por uma quantidade muito grande de microcristais com dimensões inferiores a 1 μm . No sentido estrutural, o filme é um sistema macroscópico composto de muitas partes microscópicas. Do ponto de vista termodinâmico, tanto o filme fino de VO₂ quanto cada microcristal do filme são sistemas termodinâmicos macroscópicos.

A descrição macroscópica de um sistema envolve a especificação de algumas propriedades

fundamentais que podem ser medidas¹. Estas quantidades macroscópicas definem o estado do sistema, estão inter-relacionadas e são chamadas de *variáveis de estado*. Como consequência, não é necessário especificar todas as variáveis para determinar o estado do sistema. As variáveis de estado fundamentais são a pressão, a temperatura e o volume. A magnetização é um exemplo de variável de estado não fundamental.

As transformações termodinâmicas ocorrem sob várias restrições, tais como temperatura constante, entropia constante, e assim por diante. Dada uma restrição, é possível definir o que se chama de *função característica*, isto é, uma função do estado que controla como a transformação evolui. Existem quatro escolhas possíveis para as funções características ou *potenciais termodinâmicos*: energia interna; entalpia; entropia; e a energia livre de Helmholtz. Qualquer um destes potenciais tem a propriedade de nunca crescer em uma transformação na qual os argumentos destas funções são mantidos fixos. O equilíbrio termodinâmico é alcançado quando o potencial apropriado atinge o seu mínimo global.

3.2 Transição de Fase e Energia Livre

O termo *fase* refere-se à totalidade das partes de um sistema termodinâmico que são fisicamente uniformes. As fases típicas são os estados físicos da matéria, isto é, sólido, líquido e gasoso. A distinção destas fases em uma substância é clara devido às grandes variações nas propriedades físicas macroscópicas da mesma. Existem determinadas transições de fase nas quais não é tão fácil detectar a mudança de uma fase para outra.

As transições de fase podem ser classificadas em transição de fase de primeira e de segunda ordem. Numa transição de fase de primeira ordem, existe sempre a liberação ou absorção de energia na forma de calor latente, e tanto a energia interna quanto a densidade sofrem saltos descontínuos nos seus valores. Exemplos de transição de fase de primeira ordem são: solidificação; liquefação; sublimação; e mudança em sólidos na sua forma cristalina, este último o tipo que ocorre no VO₂. Ao contrário, numa transição de fase de segunda ordem, a energia interna e a densidade mudam de maneira suave e não há liberação ou absorção de energia na forma de calor latente. Neste caso, a descontinuidade ocorre no coeficiente de expansão térmica e no calor específico. Um exemplo de transição de fase de segunda ordem é a mudança de uma substância ferromagnética para o estado de paramagnética na temperatura de Curie.

No estudo fenomenológico das transições de fase, duas grandezas são empregadas para caracterizar o estado desta transição: um campo externo e a temperatura. O campo externo é chamado de *parâmetro de ordem*, denotado por h e a temperatura absoluta T como um parâmetro

¹As grandezas macroscópicas que descrevem um sistema têm, em geral, as seguintes características: não estão relacionadas com nenhuma hipótese relativa à estrutura da matéria; são definidas com base no nosso sentido de percepção; e podem em geral ser diretamente medidas.

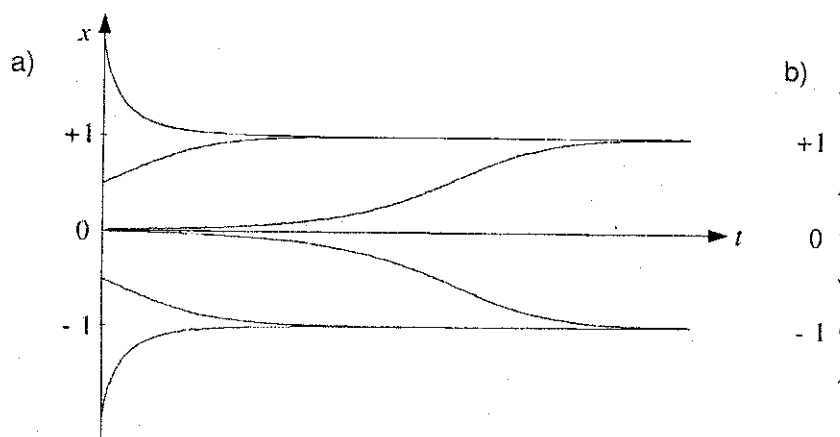


Figura 3.1: a) Trajetórias do sistema biestável para várias condições iniciais e b) as respectivas órbitas.

adicional. Baseando-se nestas duas grandezas, as equações de estado termodinâmico podem ser determinadas através da energia livre de Helmholtz $F(h, T)$. Além da escolha adequada do parâmetro de ordem, é importante definir também a forma matemática da energia livre. Na teoria de Landau para transição de fase (Brokate & Sprekels, 1996), a energia livre F admite uma expansão em série de potências

$$F(h, T) = \sum_{i=0}^{\infty} F_i(T)h^i \quad (3.1)$$

na qual as funções coeficientes F_i são funções analíticas de T .

A ocorrência de transformações espontâneas implica a existência de um certo grau interno de liberdade, que pode mudar mesmo se h e T forem mantidos constantes. Por conveniência, supõe-se que este grau interno de liberdade é representado por x . Supõe-se também que o tempo que o sistema leva para alcançar o equilíbrio é muito menor do que o tempo no qual x varia de forma significativa. Isto significa que o sistema vai relaxar, passando por uma seqüência de estados termodinâmicos, cada um deles caracterizado por um valor bem definido de x , e que a energia do microcrystal depende também do estado deste grau de liberdade x .

3.3 Microcrystal de VO₂ como um Sistema Biestável

A histerese pode ser modelada como resultado de um grande número de partículas elementares combinadas. Assim, é conceitualmente interessante estudar o caso de um sistema biestável², uma vez que comportamentos macroscópicos mais complexos podem ser obtidos como o resultado da soma e interação de diversos destes elementos. Para descrever uma partícula elementar, o conceito de energia livre é utilizado.

²Aqui considerado com sinônimo de microcrystal, domínio ou relé elementar.

O estado de um microcristal pode ser descrito por uma equação diferencial do tipo

$$\dot{x} = f(x) = -\frac{\partial}{\partial x}F(h, T, x), \quad (3.2)$$

sendo

$$F(h, T, x) \triangleq -\int_0^x f(z) dz. \quad (3.3)$$

Se $x(t)$ é solução de (3.2), então

$$\frac{dF(h, T, x(t))}{dt} = \frac{dF(x(t))}{dx} \frac{dx(t)}{dt} = -[f(x(t))]^2 \leq 0. \quad (3.4)$$

Portanto, a equação (3.2) está na forma do gradiente de $F(h, T, x)$. Assim, $F(h, T, x)$ é sempre uma função decrescente ao longo das curvas de solução de (3.2), e pode ser interpretada como uma *função potencial* (Khalil, 1996) desta equação. Os pontos críticos \bar{x} de (3.2) são os pontos extremos da função $F(h, T, x)$, dados por

$$f(x) = -\frac{\partial}{\partial x}F(h, T, x) = 0. \quad (3.5)$$

Se o ponto crítico \bar{x} é um ponto hiperbólico, isto é $f'(\bar{x}) \neq 0$, então \bar{x} é assintoticamente estável se $f'(\bar{x}) < 0$, e instável se $f'(\bar{x}) > 0$.

Para representar qualitativamente o comportamento biestável do volume (ou da condutividade) de um microcristal de VO₂, a energia livre do mesmo é assumida como sendo

$$F(h, T, x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}hx^2 - Tx, \quad (3.6)$$

o que resulta em uma equação diferencial cúbica

$$\dot{x} = -x^3 + hx + T. \quad (3.7)$$

Por simplicidade, considerando $h = 1$ em (3.7), resulta em

$$\dot{x} = -x^3 + x + T. \quad (3.8)$$

Fazendo inicialmente o parâmetro de controle $T = 0$, os pontos críticos de (3.8) são $\bar{x} = 0$ e $\bar{x} = \pm 1$. Para estudar estes pontos de equilíbrio obtém-se

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2}F(h, T, x) = -3x^2 + 1, \quad (3.9)$$

que é claramente diferente de zero para $\bar{x} = 0$ e $\bar{x} = \pm 1$. Portanto, os pontos críticos de (3.8) são pontos hiperbólicos, o que permite determinar a estabilidade dos mesmo apenas através do estudo do sinal de $f'(\bar{x})$. Assim, para $h > 0$, o ponto crítico $\bar{x} = 0$ é instável e os pontos

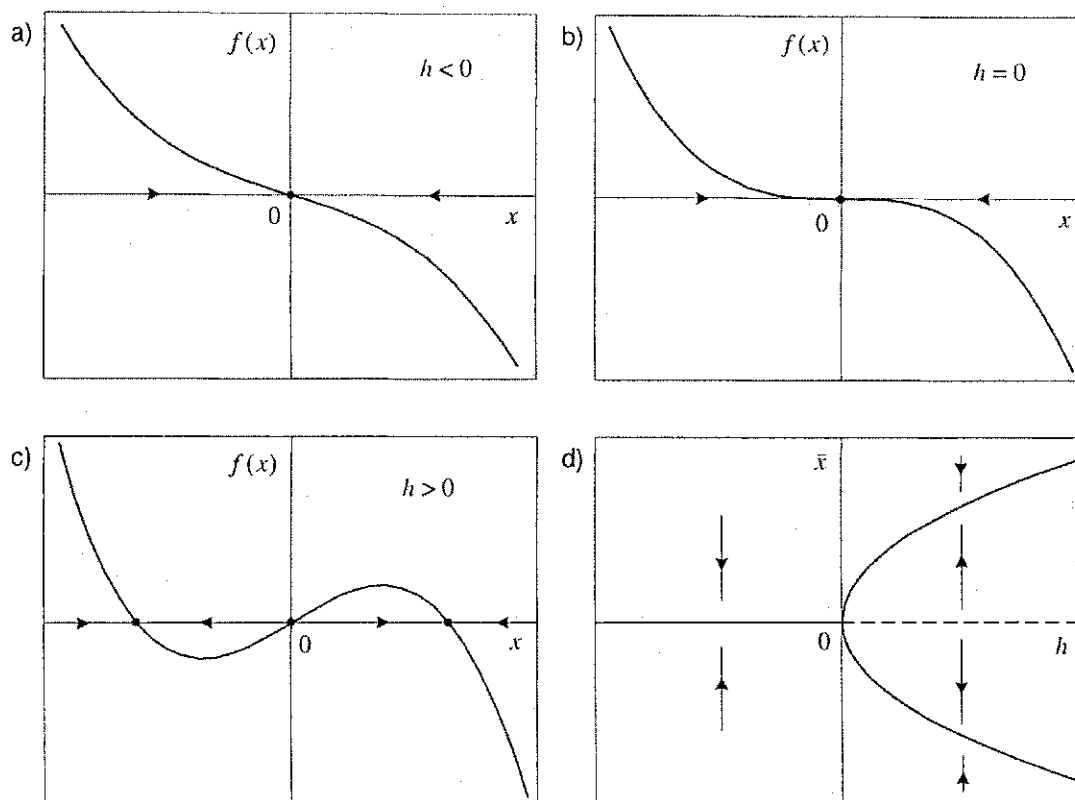


Figura 3.2: a) Órbitas da equação diferencial cúbica do microcristal, considerando $T = 0$ e várias faixas de valores de h : a) $h < 0$, b) $h = 0$ e c) $h > 0$. Em d) o correspondente diagrama de bifurcação do tipo forquilha.

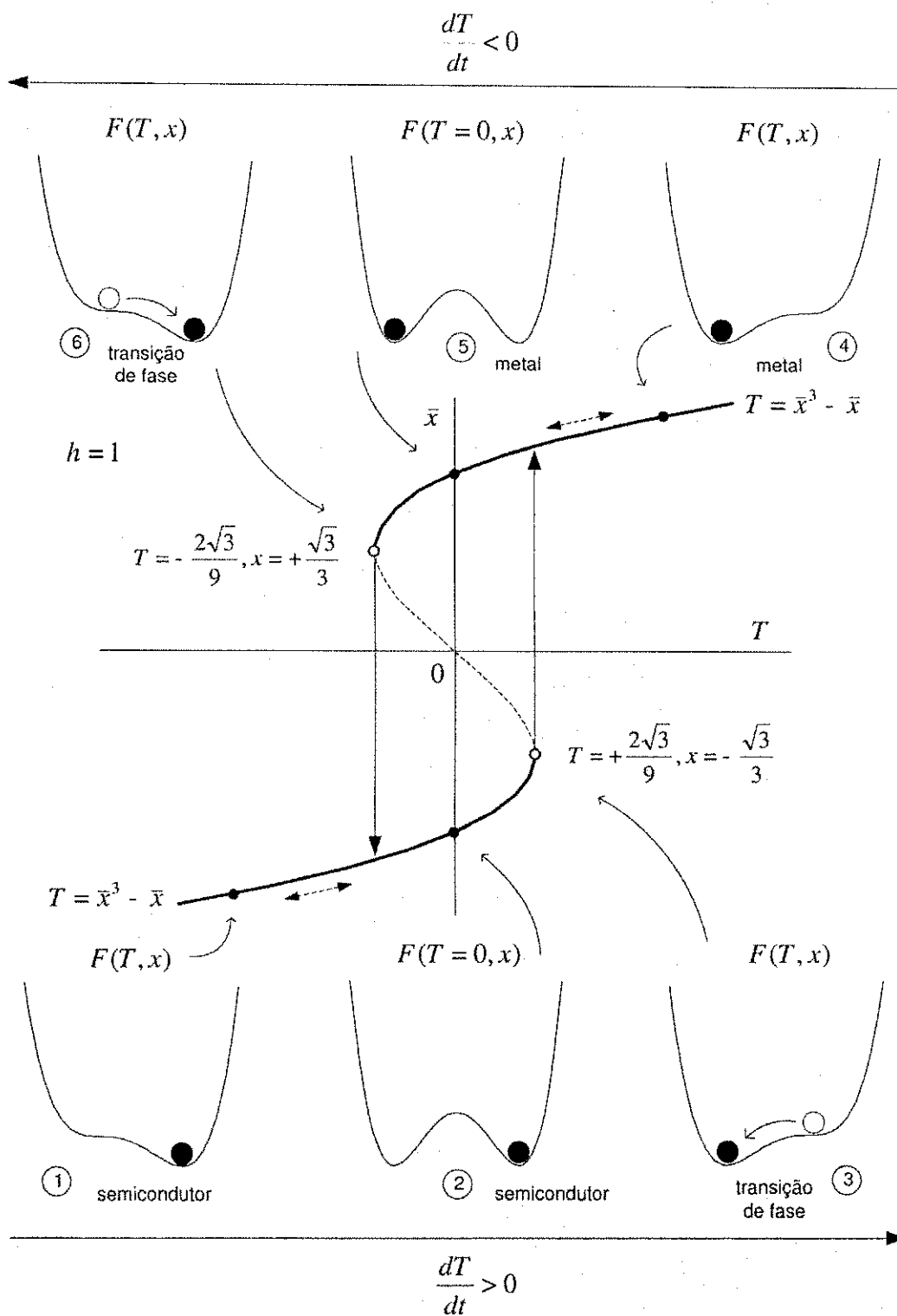


Figura 3.3: No centro, diagrama de bifurcação, ou diagrama dos estados de equilíbrio, ou diagrama de histerese da equação que descreve o comportamento do volume de um microcristal de VO₂. Nas partes superior e inferior, o comportamento qualitativo de $F(h = 1, T, x)$ para T como variável independente cujo valor cresce e decresce monotonicamente.

críticos $\bar{x} = \pm 1$ são estáveis. Isto significa que o microcristal de VO₂ só pode estar ou no estado metálico ou no estado semiconductor, não sendo permitido estar em um estado intermediário.

Para cada valor inicial x_0 , a solução gráfica de uma equação diferencial no plano $t - x$ é denotada de *trajetória* através de x_0 . Na Figura 3.1a são mostradas diferentes trajetórias de (3.8) para diferentes valores de x_0 . Observa-se que as trajetórias através de $x_0 > 0$ tendem assintoticamente a valor $\bar{x} = +1$, ao passo que as trajetórias através de $x_0 < 0$ tendem assintoticamente a valor $\bar{x} = -1$. Este comportamento está de acordo com a natureza instável do ponto crítico $\bar{x} = 0$ e assintoticamente estável de $\bar{x} = \pm 1$. A projeção destas trajetórias sobre o eixo x constitui o que se convencionou chamar de *órbitas* através de x_0 . Sobre cada órbita é colocada uma ou mais setas que indicam a direção em que a trajetória evolui com o tempo (Figura 3.1b).

Os pontos nos quais (3.8) perde a estabilidade estrutural³ são obtidos igualando as equações (3.7) e (3.9) a zero e resolvendo o sistema

$$\begin{aligned} -x^3 + x + T &= 0 \\ -3x^2 + 1 &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

A solução de (3.10) são dois pontos críticos $\left(T = -\frac{2\sqrt{3}}{9}, x = +\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ e $\left(T = +\frac{2\sqrt{3}}{9}, x = -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, representando os pontos onde ocorre a transição de fase do tipo metal para semiconductor e semiconductor para metal, respectivamente (pontos de bifurcação).

O diagrama de bifurcação de (3.8), representando o comportamento do volume ou da condutividade do microcristal e tendo T como parâmetro de controle, é mostrado no centro da Figura 3.3. Os estados de equilíbrio do ramo inferior do diagrama de bifurcação representam o microcristal no estado semiconductor. De maneira simétrica, os estados de equilíbrio do ramo superior representam o estado metálico. No canto inferior esquerdo da Figura 3.3 encontra-se o perfil (1) da energia livre $F(h = 1, T, x)$ resultante do crescimento de T partindo de $-\infty$ até um certo $T < 0$. Em $T = 0$, conforme mostra o perfil (2) de F , dois mínimos possuem o mesmo nível de energia e o sistema ocupa um destes mínimos. Aumentando mais um pouco o valor de T , chega-se ao ponto de instabilidade do ramo inferior do diagrama $\left(T = +\frac{2\sqrt{3}}{9}, x = -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. Para este ponto crítico, o mínimo de energia previamente ocupado pelo sistema é um ponto de inflexão. Assim, o microcristal se torna instável e realiza um salto irreversível, ou transição de fase, para um estado de energia menor, conforme mostrado no perfil (3) de F . Caso o valor de T continue crescendo, o valor de x cresce correspondentemente de forma monotônica, pois apenas um mínimo de energia existe para estados de maior excitação (perfil (4)). Um comportamento similar ocorre se a excitação ou parâmetro de controle T inicia-se decrescendo partindo de $+\infty$. Novamente, em $T = 0$, conforme mostra o perfil (5) de F , dois mínimos possuem o mesmo nível

³Uma equação diferencial é dita estruturalmente estável se para qualquer perturbação suficientemente pequena, o fluxo resultante é equivalente àquele sem perturbação.

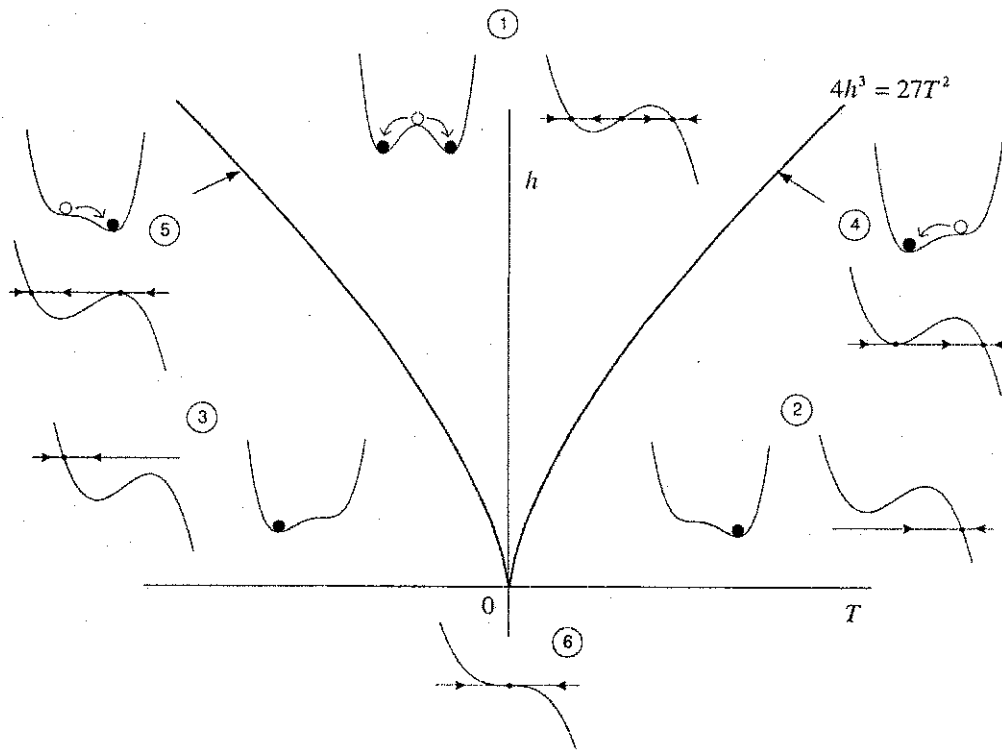


Figura 3.4: Plano $T - h$ e o lugar dos pontos críticos não-hiperbólicos do modelo do microcristal de VO₂.

de energia e o sistema ocupa o outro destes mínimos. Quando o parâmetro de controle decresce até o ponto $T = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$, o sistema se torna novamente instável e realiza um salto irreversível para um estado de menor energia (perfil (6)). Se este comportamento for traçado através do estado de equilíbrio \bar{x} em função do parâmetro de controle T , obtém-se uma curva de histerese biestável, similar ao operador elementar de Preisach proposto para o VO₂ nesta investigação (vide Capítulo 5).

A equação (3.8) representa o caso mais simples, no qual não há mudança no campo externo ou parâmetro de ordem h . Para entender o efeito do campo externo (ex: tensão interfacial entre microcristais) no volume microcristal, considera-se inicialmente $T = 0$ em (3.7), o que resulta em

$$\dot{x} = -x^3 + hx. \quad (3.11)$$

Observa-se nas Figuras 3.2a-c que o efeito causado pela variação do parâmetro de ordem h é equivalente à mudança da inclinação de $f(x)$ em (3.11). Se $h < 0$, a equação (3.11) é estruturalmente estável e não exhibe bifurcação. Para $h = 0$, a equação (3.11) tem o equilíbrio na origem, que é um ponto de bifurcação, conforme mostrado nas Figuras 3.2b e d. Para $h > 0$, há três pontos de equilíbrio, sendo apenas dois estáveis. O diagrama de bifurcação para o parâmetro h é apresentado na Figura 3.2d e é correspondente a uma bifurcação do tipo supercrítica de *forquilha* (Fiedler-Ferrara & do Prado, 1994).

Nos pontos de bifurcação, uma equação diferencial tem pontos críticos não-hiperbólicos, obtidos através da condição

$$f(x) = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial f(x)}{\partial x} = 0. \quad (3.12)$$

Aplicando estas condições à equação completa (3.7) obtém-se

$$-x^3 + hx + T = 0 \quad (3.13)$$

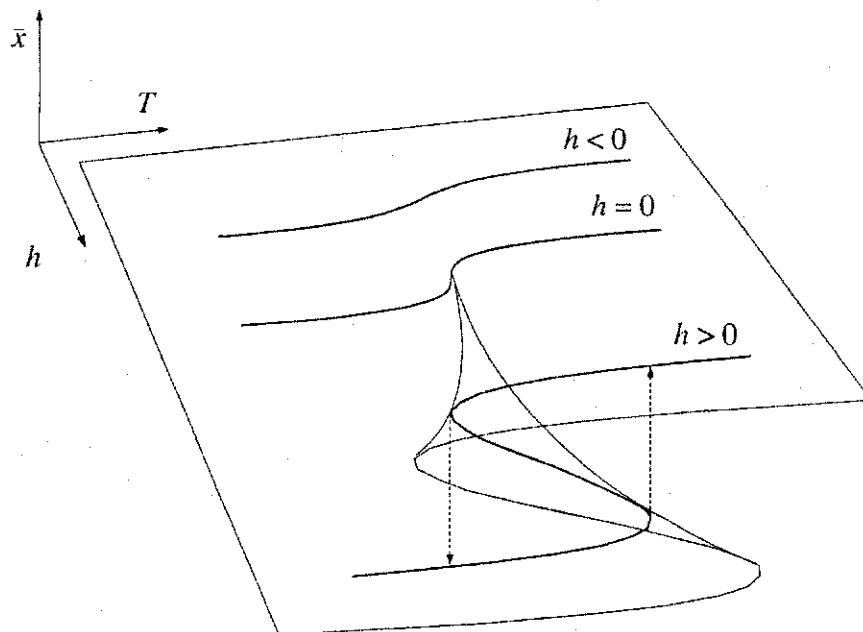
$$h - 3x^2 = 0. \quad (3.14)$$

Para as equações (3.13) e (3.14), é necessário encontrar o conjunto de valores de h e T que resulte nos mesmos pontos críticos. Para isto, h e T são colocados em função de x , que é eliminado, resultando na curva

$$27T^2 = 4h^3 \quad (3.15)$$

Na Figura 3.4 é traçada a curva (3.15) no plano $T - h$. Este plano é dividido em seis subconjuntos: 1) o subconjunto compreendido pelos pontos entre os ramos direito e esquerdo de (3.15). Qualquer ponto deste subconjunto é um ponto de equilíbrio instável, conforme mostram o perfil de energia e o retrato de fase. 2) e 3) os subconjuntos dos pontos à direita e à esquerda de (3.15), respectivamente, para $h > 0$. Qualquer ponto pertencente a estes subconjuntos é um ponto de equilíbrio estável. 4) e 5) os subconjuntos dos pontos sobre os ramos direito e esquerdo de (3.15). Qualquer ponto pertencente a estes subconjuntos é um ponto de salto irreversível de fase. 6) o subconjunto dos pontos pertencentes ao semiplano $h < 0$. Qualquer ponto deste semiplano é um ponto de equilíbrio estável e representa uma transição reversível de fase, sem histerese.

Utilizando os diagramas de bifurcação nos planos $T - \bar{x}$, $h - \bar{x}$, a curva (3.15) no plano $T - h$, e a superfície $\nabla F(h, T, x) = 0$, é possível entender, de maneira mais completa, o comportamento do microcristal descrito por (3.7). Na Figura 3.5 é mostrada a superfície de equilíbrio do microcristal, que é equivalente à superfície de Riemann-Hugoniot (Gilmore, 1993). A projeção desta superfície no plano $T - h$ produz a curva (3.15). Para $h = 0$, o microcristal não sofre ação de campo externo, o que é equivalente a um microcristal isolado. De maneira similar ao que acontece na prática, quando $h = 0$, o microcristal exibe uma transição de fase quase sem histerese. Quando o microcristal sofre a ação dos microcristais vizinhos, surge uma tensão interfacial de fricção entre microcristais, o que torna $h > 0$. Quanto maior o valor deste campo externo, maior a largura da histerese no plano $T - \bar{x}$, maior a área desta histerese e maior a troca de energia, que é proporcional a esta área. Esta energia é necessária para vencer a fricção que surge devido à tensão superficial.


 Figura 3.5: Superfície que descreve o lugar dos pontos críticos do modelo do microcristal de VO₂.

3.4 Histerese no Filme de VO₂: Interação entre Microcristais

A análise apresentada na seção 3.3 considera a histerese do microcristal centrada na origem, para $T = 0$. Na prática, um microcristal isolado exibe uma temperatura de transição T_c em torno de 68 °C. Todavia, as duas possíveis estruturas cristalinas que o VO₂ pode assumir produzem uma variação volumétrica num mesmo grão quando o mesmo muda de uma fase para outra. Num filme policristalino, estas variações volumétricas perturbam as tensões interfaciais entre os grãos vizinhos e também a pressão hidrostática sobre cada microcristal. Esta variação de pressão altera a temperatura de transição (Berglund & Guggenheim, 1969). Portanto, cada grão deve ter seu ponto de transição e a largura de histerese afetados pela transição dos grãos vizinhos. Assim, propõe-se deprever o comportamento da fração volumétrica g de microcristais no estado semiconductor, considerando o somatório de N equações diferenciais na forma

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_j &= -x_j^3 + h_j x_j + T - T_c^j \\
 h_j &= \varphi_1(\varrho_j) \\
 T_c^j &= \varphi_2(\varrho_j) \\
 \varrho_j &= \sum_{i=1, i \neq j}^N \varpi_{ij} x_j \\
 g &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2N} \sum_{j=1}^N x_j
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

sendo que cada estado \dot{x}_j representa um microcristal j através da modificação de (3.7). Assume-se que cada microcristal j pode interagir com os microcristais vizinhos ($i \neq j$) através dos

parâmetros h_j e T_c^j . As constantes ϖ_{ij} representam o grau de interação entre um microcristal i e outro j . O coeficiente de interação de cada microcristal ϱ_j representa, através das dependências funcionais arbitrárias φ_1 e φ_2 , o efeito do conjunto de todas as interações sobre os parâmetros h_j e T_c^j . Na Figura 3.6 é mostrado o diagrama de blocos do modelo (3.16).

É certo que uma equação do tipo (3.7) pode descrever apenas uma única partícula isolada, e não permite descrever estados internos ao laço de histerese. Como consequência, a utilização de (3.7) nos impede de descrever laços menores e outras não-linearidades usuais do fenômeno de histerese. Ao contrário, a interconexão de um grande número de equações acopladas do tipo (3.7), representadas por (3.16), possibilita a descrição de uma riqueza muito maior de estados. Como cada microcristal pode assumir dois estados de equilíbrio, o sistema (3.16) pode assumir 2^N estados de equilíbrio, necessita de $N(N-1)$ parâmetros, e a análise deste sistema cresce em complexidade muito mais rápido do que cresce o número N . O filme utilizado nesta investigação possui cerca de 100 milhões de microcristais. Mesmo que fosse escolhida uma representação de dimensão muito menor, por exemplo $N = 16$, o sistema (3.16) poderia assumir cerca de 65.000 estados de equilíbrio e necessitaria de 240 parâmetros. Mesmo para esta representação reduzida, haveria grande dificuldade na realização da análise matemática e no procedimento de extração dos parâmetros. Portanto, é muito difícil utilizar o modelo (3.16) em aplicações práticas de engenharia e são necessárias representações simplificadas, passíveis de serem utilizadas nestas aplicações.

3.5 Conclusões

Foi proposta a representação matemática de um microcristal de VO₂. Esta representação permitiu a descrição da metaestabilidade do microcristal em termos de mínimos locais e bifurcações. O filme de VO₂, formado por uma grande quantidade de grãos cristalinos, foi interpretado como sendo um sistema de N equações diferenciais acopladas. Cada uma destas equações representa um microcristal biestável, cujo estado depende do estado de todos os outros microcristais. Entretanto, ficou claro que é muito difícil utilizar tais sistemas como modelo em aplicações práticas de engenharia. Para representar, de maneira matematicamente tratável, o comportamento de histerese no filme de VO₂, são necessários modelos macroscópicos de histerese (Liorzou et al., 2000). Estes modelos são aproximações do comportamento de sistemas complexos similares a (3.16).

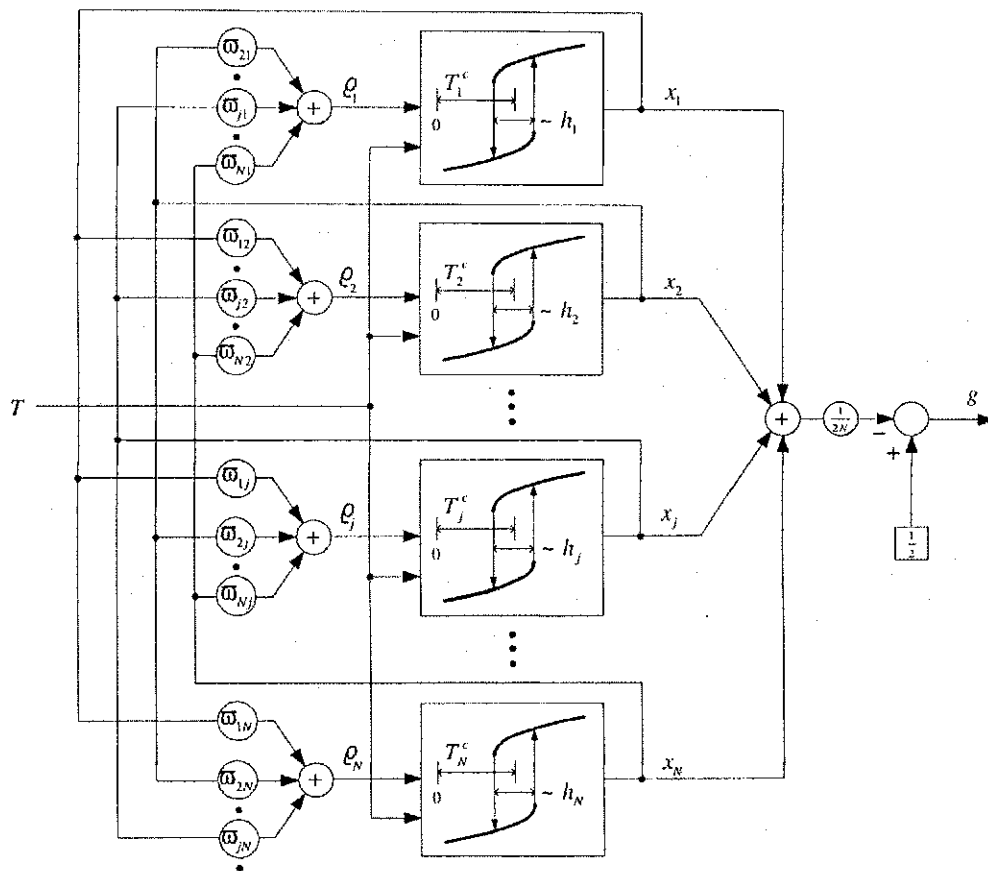


Figura 3.6: Diagrama de blocos do modelo qualitativo da fração volumétrica no filme policristalino de VO₂.

Capítulo 4

Um Arcabouço Diferencial Comum para Modelos de Histerese

4.1 Introdução

O termo histerese está relacionado com a memória em uma propriedade de um sistema ou material, cujo comportamento independe da taxa de variação temporal da excitação (Visintin, 1994). Isto significa que a curva de histerese é estável e sua memória tem persistência temporal. Entretanto, grande parte dos materiais que exibem histerese, a exemplo de plasticidade, ferroelectricidade e ferromagnetismo, não é puramente independente da taxa de excitação. De fato, existe um efeito viscoso ou inercial nos fenômenos de histerese (Ohta et al., 1991). Quando a taxa de variação da grandeza de excitação tende a zero, o efeito de dependência com a taxa se torna muito pequeno e a histerese pode ser considerada independente da taxa.

O fenômeno de histerese inclui a forma e o desenvolvimento de laços principais e parciais, a forma e a existência de laços menores, o processo de acomodação em laços menores (Torre, 1994), congruência e deleção (Mayergoyz, 1991), e outros efeitos derivados de excitação estocástica (Bertotti, 1999).

Diversos modelos têm sido propostos para descrever a histerese, cada um deles com características mais adequadas para descrever uma certa classe de materiais. O modelo de Prandtl-Reuss permite representar diversos fenômenos de atrito e viscosidade, e é um modelo contínuo de histerese dos mais elementares (Visintin, 1994). O modelo de Preisach, originalmente proposto para ferromagnetismo (Torre, 1999; Bertotti, 1999), é capaz de descrever diversos tipos de histerese (Brokate & Sprekels, 1996). O procedimento proposto em (Mayergoyz, 1991) para implementar numericamente o modelo de Preisach, a partir de dados experimentais de materiais ferromagnéticos, foi responsável por tornar este modelo aceito e aplicado em diversos fenômenos. O modelo de Krasnoselskii-Pokrovskii, ou modelo K-P, é uma generalização do modelo de Preisach através da introdução de um operador contínuo, em contraste com o operador

elementar descontínuo deste último (Krasnoselskii et al., 1989). Um modelo diferencial para histerese magnética, baseado em considerações de energia, foi originalmente proposto em (Jiles & Atherton, 1983), o qual tem alguma semelhança matemática com o modelo estudado por Duhem (Brokate & Sprekels, 1996). Uma abordagem tipo “caixa-preta” para modelagem da histerese magnética, utilizando redes neurais, tem recebido considerável atenção nos últimos anos (Saliah & Lowther, 1997). Entretanto, este tipo de modelo caixa-preta ainda necessita de alguma componente que possui memória persistente, a exemplo do operador tipo *play* (Serpico & Visone, 1998).

No contexto dos princípios físicos fundamentais, há vários mecanismos envolvidos no processo de formação da histerese magnética (Bertotti, 1999): magnetização de rotação, movimento das paredes de domínios e nucleação. Estes mecanismos estão presentes simultaneamente na maioria dos materiais magnéticos, em proporções diferentes e não necessariamente independentes uns dos outros. É extremamente difícil isolar os efeitos destes mecanismos e tratá-los de maneira independente. Não obstante esta superposição de causas, a modelagem da histerese magnética pode ser realizada estabelecendo-se certa conexão com alguns destes mecanismos físicos (Jiles & Atherton, 1983). Por outro lado, em um nível fenomenológico, as fórmulas matemáticas propostas são desenvolvidas para representar o comportamento experimental observado, sem qualquer relação com os princípios físicos envolvidos (Hodgdon, 1988; Mayergoyz, 1991). Além disso, algumas modificações podem ser feitas nos modelos fenomenológicos, com base nos princípios físicos, para tornar estes modelos mais precisos (Torre, 1991; Basso & Bertotti, 1996; Basso et al., 1998).

Não obstante a vasta literatura disponível sobre modelagem da histerese magnética, há basicamente dois tipos gerais de modelos matemáticos de histerese: o modelo tipo Duhem (Duhem, 1897) e o modelo tipo Preisach (Preisach, 1935)¹. Neste capítulo é proposta uma abordagem unificada, na qual o modelo de Preisach, usualmente apresentado na forma integral, é reduzido a uma forma estendida do modelo de Duhem, este último um modelo diferencial de histerese. Esta redução não é direta, em virtude da existência de uma estrutura discreta de memória associada ao modelo de Preisach, que não são claramente formalizadas na literatura disponível. Alguns outros modelos de histerese são também reduzidos, neste capítulo, ao modelo de Duhem, demonstrando a existência de uma estrutura matemática comum a estes modelos.

4.2 Terminologia do Fenômeno de Histerese

Num material que exhibe histerese, é necessário que sejam distinguidas duas grandezas experimentais: a excitação x e a resposta y . Frequentemente, os termos *signal de entrada* e *signal de saída* são também utilizados para x e y , respectivamente, ou simplesmente entrada e saída.

¹O autor não teve acesso direto aos artigos publicados por Duhem e Preisach.

A não-linearidade ou característica mais conhecida da histerese é o *laço principal*. Para obtenção do laço principal, o valor de x é inicialmente elevado até a resposta y atinja a parte reversível da curva². Deste ponto, o valor de x é reduzido até a resposta y atinja a outra parte reversível da curva. A parte do laço principal para a qual $\frac{dy}{dt} < 0$ é chamada de *curva decrescente principal*. Inversamente, a parte do laço principal para a qual $\frac{dy}{dt} > 0$ é chamada de *curva crescente principal*. Se em qualquer ponto das curvas decrescente e crescente principais o sinal de $\frac{dx}{dt}$ muda, a trajetória resultante no plano $x - y$ se aproxima respectivamente das curvas crescente e decrescente principais. Este ponto é chamado de *ponto de reversão*, e a trajetória que emana do mesmo é denotada de *curva de reversão de primeira ordem*. Se, em qualquer ponto da curva de reversão de primeira ordem, ocorre uma outra reversão, a trajetória resultante é chamada de *curva de reversão de segunda ordem*, e assim por diante. A trajetória fechada, resultante de duas curvas de reversão consecutivas, é chamada de *laço menor*. A seqüência de trajetórias abertas, formadas por curvas de reversão consecutivas, é chamada de *laços menores aninhados*. Na prática, os laços menores não formam trajetórias completamente fechadas, mesmo quando sujeitos a uma excitação com valores compreendidos entre os mesmos extremos. Isto resulta que, a formação dos laços menores é precedida de um processo de estabilização conhecido como *acomodação* (Torre, 1994).

4.3 Operador de Histerese

O comportamento experimental de um certo material, em termos da relação entre a excitação x e a resposta y , pode ser simbolizado por $x \times y$. Para representar matematicamente $x \times y$, é necessário obter um operador \mathcal{H} que defina a relação entre entrada x e saída y na forma

$$y = \mathcal{H}[x], \quad (4.1)$$

cuja interpretação é apresentada a seguir.

Como um exemplo simples de operador \mathcal{H} , considere que a relação (4.1) pode assumir qualquer uma das seguintes formas lineares

$$\mathcal{H}[x(t)] = \dot{x}(t) \quad (4.2)$$

$$\mathcal{H}[x(t)] = y(t_0) + \int_{t_0}^t x(\tau) d\tau \quad (4.3)$$

nas quais, respectivamente, funções deriváveis ou integráveis são as entradas admissíveis. Em contraste, como exemplo de relação não-linear, o operador

$$\mathcal{H}[x(t)] = f[t, x(t)] \quad (4.4)$$

²A região da histerese considerada como reversível é aquela na qual, para um determinado valor de excitação, só há um único valor de resposta. Para materiais magnéticos, esta região normalmente corresponde à saturação.

definido pela função de duas variáveis $f[t, x]$, não há restrição para entrada $x(t)$. Cabe salientar que os exemplos apresentados nas equações (4.2), (4.3) e (4.4) não exibem histerese.

Se o estado de um operador de histerese \mathcal{H} pode ser unicamente determinado para um instante de tempo arbitrário t_0 no qual $x_0 = x(t_0)$ e $y_0 = y(t_0)$, este operador é denotado de operador com *memória local* (ou memória curta). Assim, o estado de um operador \mathcal{H} com memória local é caracterizado pelo par x_0, y_0 ou, de maneira equivalente, pelo ponto (x_0, y_0) no plano $x - y$.

4.4 Modelo de Duhem

O operador de Duhem é definido na forma (Visintin, 1994)

$$\dot{y} = f_1(x, y) (\dot{x})^+ - f_2(x, y) (\dot{x})^-, \quad (4.5)$$

sendo $f_1(x, y)$ e $f_2(x, y)$ funções arbitrárias, e

$$u^+ = \frac{|u| + u}{2} \quad (4.6)$$

$$u^- = \frac{|u| - u}{2} \quad (4.7)$$

A equação (4.5) é também chamada de *equação independente da taxa*.

A estrutura de modelo (4.5) depende do sinal da derivada temporal \dot{x} , produzindo duas situações possíveis

$$\dot{x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{|\dot{x}| + \dot{x}}{2} = +\dot{x} \\ \frac{|\dot{x}| - \dot{x}}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \dot{y} = f_1(x, y)\dot{x} \quad (4.8)$$

$$\dot{x} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{|\dot{x}| + \dot{x}}{2} = 0 \\ \frac{|\dot{x}| - \dot{x}}{2} = -\dot{x} \end{cases} \Rightarrow \dot{y} = f_2(x, y)\dot{x} \quad (4.9)$$

Uma representação alternativa para (4.5) pode ser obtida fazendo $f_1(x, y) = f(x, y, +1)$ e $f_2(x, y) = f(x, y, -1)$, o que resulta em

$$\dot{y} = f(x, y, \delta)\dot{x}, \quad (4.10)$$

sendo $\delta = \text{sgn}(\dot{x})$.

Multiplicando-se ambos os lados de (4.10) por $\frac{dt}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} \frac{dt}{dx} = f(x, y, \delta) \frac{dx}{dt} \frac{dt}{dx} \quad (4.11)$$

e aplicando a regra da cadeia, obtém-se uma forma mais familiar para (4.10)

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y, \delta). \quad (4.12)$$

O operador de histerese definido por (4.5), e colocado na forma (4.12), é chamado de *operador de Duhem*, denotado por

$$y = \mathcal{D}[x]. \quad (4.13)$$

O modelo de Duhem é apresentado na forma de uma estrutura matemática geral, que define uma classe de modelos. Entretanto, não há metodologia disponível que permita determinar as funções $f_1(x, y)$ e $f_2(x, y)$ para um fenômeno de histerese específico. Isto se deve ao fato de que cada aplicação requer uma estrutura de modelo bastante peculiar, e a proposta original de Duhem não estabelece métodos para o desenvolvimento destas estruturas. Portanto, embora conhecido entre os matemáticos como o precursor dos modelos de histerese, pouca referência tem sido feita ao trabalho de Duhem nos periódicos de engenharia. O modelo de Dahl para histerese provocada por atrito e o modelo de Jiles-Atherton para histerese ferromagnética, são apresentados a seguir como exemplo do modelo de Duhem e reduzidos à forma descrita em (4.5).

4.4.1 Modelo de Dahl para Atrito Mecânico

Em (de Wit et al., 1995) está descrita a evolução dos modelos de atrito mecânico, partindo da lei de atrito de Coulomb, passando pelo modelo de Dahl e propondo uma extensão a este último. São indicadas aplicações de compensação de atrito em controle realimentado. Num artigo posterior (de Wit, 1998), a estabilidade de uma aplicação de compensação de atrito em motor de corrente contínua é analisada aplicando o princípio de invariância de LaSalle (Khalil, 1996). O modelo de Dahl foi detalhadamente estudado por Bliman, quanto a questões de unicidade e existência, bem como efeitos de histerese (de Wit et al., 1995).

Na maioria das referências ao trabalho de Dahl (de Wit et al., 1995; Gafvert, 1997), o modelo é apresentado na seguinte forma

$$\dot{F}_a = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_a}{F_C} \operatorname{sgn}(\dot{z}) \right) \dot{z}, \quad (4.14)$$

sendo F_a a força de atrito, z o deslocamento, \dot{z} a velocidade, σ_0 a rugosidade e F_C o nível de atrito de Coulomb. Partindo (4.14) em dois termos

$$\dot{z} > 0 \Rightarrow \dot{F}_a = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_a}{F_C} \right) \dot{z} \quad (4.15)$$

$$\dot{z} < 0 \Rightarrow \dot{F}_a = \sigma_0 \left(1 + \frac{F_a}{F_C} \right) \dot{z} \quad (4.16)$$

pode-se escrever

$$\dot{F}_a = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_a}{F_C} \right) (\dot{z})^+ - \sigma_0 \left(1 + \frac{F_a}{F_C} \right) (\dot{z})^-, \quad (4.17)$$

A equação (4.17) define uma relação histerética $F_a = \mathcal{D}_D[z]$ e pode ser classificada como um exemplo específico do modelo de Duhem (Operador de Dahl).

4.4.2 Modelo de Jiles-Atherton para Materiais Ferromagnéticos

Em (Jiles & Atherton, 1983) foi proposto um modelo para a histerese ferromagnética baseado em considerações termodinâmicas. Neste trabalho, Jiles postulou que o processo de magnetização, resultante da ação de um campo externo, ocorre através do movimento das paredes entre os domínios.

O movimento das paredes dos domínios magnéticos é impedido pela existência de defeitos nos sólidos, o que faz os limites do domínio ficarem confinados aos defeitos, até que seja fornecida energia suficiente para quebrar o confinamento. Esta energia adicional é fornecida com o aumento do campo magnético aplicado por meio de excitação externa.

O campo externo provoca o crescimento de um certo domínio em detrimento de outros, re-arranjando a estrutura de domínios como um todo e introduzindo um elevado nível de complexidade no sistema. Jiles postulou que o processo de magnetização é o resultado médio destas interações, conectando as irregularidades do movimento de domínios com a perda de energia no processo de magnetização.

O modelo é baseado na hipótese de que a magnetização M é formada de uma componente irreversível M_{irr} e uma componente reversível M_{rev} . A componente reversível está diretamente relacionada com a curva de Langevin

$$M_{an} = M_s \left[\coth \left(\frac{H + \alpha_L M}{a} \right) - \frac{a}{H + \alpha_L M} \right], \quad (4.18)$$

sendo M_s a magnetização de saturação, a e α_L constantes que dependem do material e H o campo magnético aplicado.

Jiles considerou que a proporção entre M_{rev} e M_{irr} é constante para qualquer valor no plano de fase $H - M$, e a magnetização total é dada por

$$M = (1 - c)M_{irr} + cM_{an}, \quad (4.19)$$

sendo a proporção c dependente do material ($0 < c < 1$).

Considerando a perda de energia no processo de magnetização, a equação da susceptibilidade diferencial irreversível é obtida como sendo

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})}, \quad (4.20)$$

na qual k é a energia média requerida para quebrar o confinamento dos domínios. Esta equação é válida somente para $k \neq 0$ e $k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr}) \neq 0$.

O operador de histerese definido por (4.20) é do tipo Duhem, e chamado aqui de *operador de Jiles*, denotado por

$$M_{irr} = \mathcal{D}_J[H] \quad (4.21)$$

Partindo de (4.19), temos que equação final do modelo de Jiles é dada por (Jiles et al., 1992)

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH}. \quad (4.22)$$

A equação (4.20) define uma relação histerética $M_{irr} = \mathcal{D}_J[H]$, que é de fato o núcleo do modelo (4.22). A componente reversível, representada pelo segundo termo do lado direito de (4.22), é uma função e não tem efeito histerético. De fato, para resolver a equação (4.22), calcula-se (4.20) e soma-se o resultado a $c \frac{dM_{an}}{dH}$. Sendo c um valor constante, fazendo $c_0 = (1 - c)$ e $c = c_1$, a solução para o modelo de Jiles pode então ser representada como uma **combinação linear** das componentes reversível e irreversível

$$M = c_0 \mathcal{D}_J[H] + c_1 M_{an}. \quad (4.23)$$

Aplicando a regra da cadeia à equação (4.20), resulta em

$$\dot{M}_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \dot{H}. \quad (4.24)$$

Desdobrando (4.24) em dois termos

$$\dot{H} > 0 \Rightarrow \dot{M}_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{+k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \dot{H} \quad (4.25)$$

$$\dot{H} < 0 \Rightarrow \dot{M}_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{-k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \dot{H} \quad (4.26)$$

é possível escrever a componente reversível na forma

$$\dot{M}_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{+k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} (\dot{H})^+ - \frac{M_{an} - M_{irr}}{-k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} (\dot{H})^-. \quad (4.27)$$

indicando que o modelo de Jiles pode ser classificado também como um exemplo do operador de Duhem.

4.5 Memória Local e Não-local

Num material ou transdutor que exibe histerese, a resposta y à excitação x pode assumir um um ponto de equilíbrio (ou ponto fixo) qualquer (x_0, y_0) em um certo conjunto infinito de pontos fixos, que compreende uma região delimitada pelo laço principal. O estado do transdutor depende de mudanças na excitação x , bem como de outros microestados metaestáveis internos ao transdutor, e normalmente não acessíveis. Portanto, o conhecimento apenas da entrada x , no instante $t \geq t_0$, nem sempre é suficiente para, através de algum operador matemático \mathcal{H} , prever precisamente a saída y em algum instante $t \geq t_0$. É necessário, de alguma forma, incorporar no operador \mathcal{H} o efeito de estados relevantes (x, y) para valores passados de $t < t_0$.

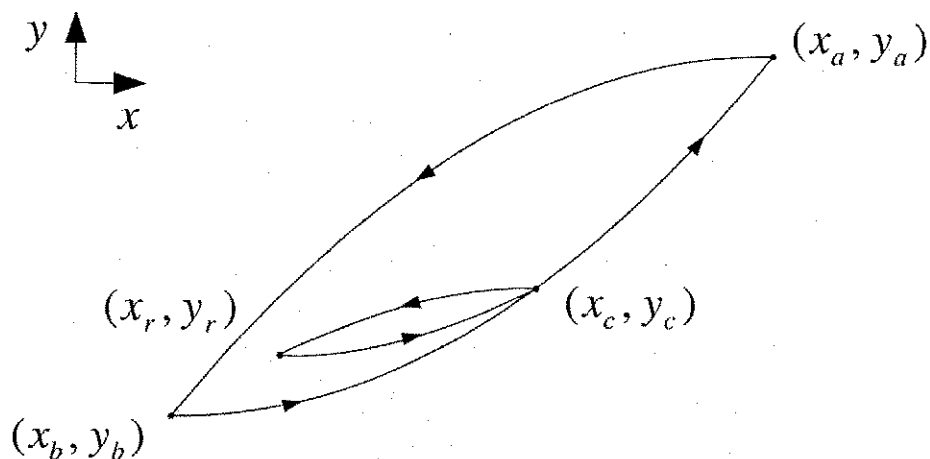


Figura 4.1: Descrição das regras de Madelung, em termos de trajetórias no plano de fase $x - y$.

Madelung postulou (Brokate & Sprekels, 1996) que o fenômeno de histerese tem estreita relação com os valores da entrada x para valores passados de $t \leq t_0$ nos quais $\frac{dx}{dt} = 0$. Em outras palavras, os valores da entrada x_r , nos instantes de reversão t_r passados (para $t < t_0$), exercem influência para $t \geq t_0$ no valor da saída y . Numa tentativa de formalizar esta afirmação, Madelung propôs algumas regras (Brokate & Sprekels, 1996), descritas a seguir e ilustradas com o auxílio da Figura 4.1:

1. A forma da trajetória iniciando-se em um ponto de reversão qualquer (x_r, y_r) do plano de fase $x - y$ é determinada unicamente pelas coordenadas de (x_r, y_r) ;
2. Se a trajetória que se origina em (x_a, y_a) reverte no ponto (x_b, y_b) , a nova trajetória que se origina em (x_b, y_b) retorna ao ponto (x_a, y_a) . Esta regra é válida para qualquer laço menor: se em qualquer ponto da trajetória que se origina em (x_c, y_c) , ocorre um novo ponto de reversão (x_r, y_r) , então a trajetória que se origina em (x_r, y_r) retorna ao ponto (x_c, y_c) . Esta regra é também conhecida como *propriedade de fechamento* ou *propriedade de retorno ao ponto de origem* (return-point memory). Todavia, resultados experimentais indicam que o retorno ao ponto de origem não é perfeito, o que produz o fenômeno de acomodação (Torre, 1994);
3. Se a trajetória que origina em (x_r, y_r) prossegue além do ponto (x_c, y_c) , então ela coincide com a curva principal originada em (x_b, y_b) . Esta regra é também conhecida como *propriedade de remoção* (wiping-out).

O modelo proposto por Duhem está de acordo com a primeira e terceira regras. A discordância com a segunda regra impõe dificuldades para obtenção de laços menores em modelos do tipo Duhem. O modelo de Jiles, que é classificado como tipo Duhem, apresenta dificuldades

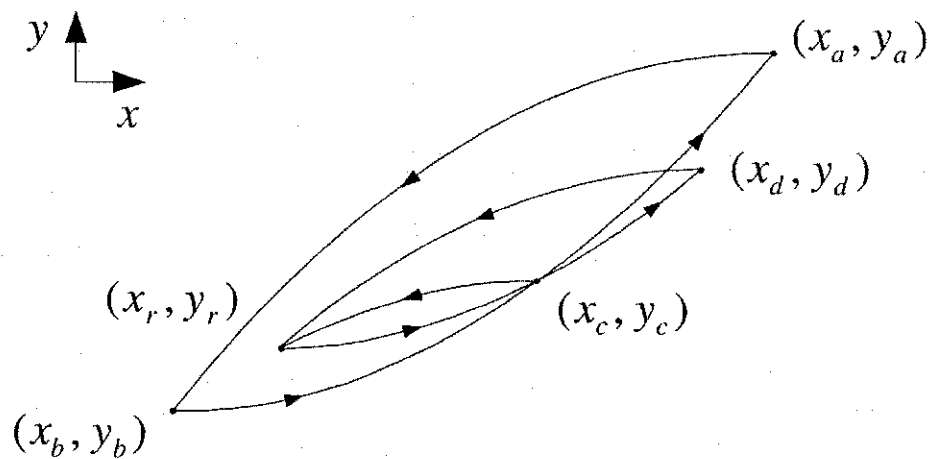


Figura 4.2: Descrição das diferenças entre memória local e não-local, em termos de trajetórias no plano de fase $x - y$.

para gerar laços menores, o que levou Jiles a propor uma alteração matemática no seu modelo (Jiles, 1992).

Principalmente para atender à segunda e terceira regras de Madelung, o modelo de Preisach introduz o conceito de *memória não-local*, em substituição à primeira regra. Quando um material exibe memória não-local, a forma da trajetória iniciando-se em um ponto de reversão qualquer (x_r, y_r) é determinada não apenas pelas coordenadas de (x_r, y_r) , mas também pelos valores passados da excitação x . De fato, a memória não-local é uma consequência da propriedade de fechamento, o que indica uma certa inconsistência na relação entre as três regras de Madelung³.

Na Figura 4.2 é apresentado um diagrama esquemático para ilustrar a distinção entre memória local e não-local. Inicialmente, o ponto de reversão (x_r, y_r) é alcançado originando-se a trajetória de histerese no ponto (x_a, y_a) , decrescendo até (x_b, y_b) , crescendo até (x_c, y_c) e novamente decrescendo até (x_r, y_r) . Após esta seqüência de extremos⁴, a trajetória inicia no ponto de reversão (x_r, y_r) retorna até (x_c, y_c) e, em seguida, até (x_a, y_a) . De maneira alternativa, originando-se a trajetória no ponto (x_d, y_d) , o ponto de reversão (x_r, y_r) é alcançado e, em seguida, a trajetória retorna até o ponto de origem (x_d, y_d) . Considerando duas origens distintas (x_a, y_a) e (x_d, y_d) , a seqüência de extremos para chegar ao ponto (x_r, y_r) é diferente em cada

³Nem sempre a propriedade de fechamento se mantém, o que resulta em acomodação. Além do fenômeno de acomodação, existe o fenômeno de viscosidade (after-effect), que é o resultado da falta de persistência de memória. Dada a complexidade do fenômeno de histerese, qualquer tentativa de estabelecer um conjunto de regras ou um modelo que descreva seu comportamento é sempre uma aproximação. E sendo a representação da histerese uma aproximação, a escolha de um conjunto de regras ou modelo deve atender às necessidades experimentais e analíticas específicas de cada aplicação.

⁴Pontos de reversão.

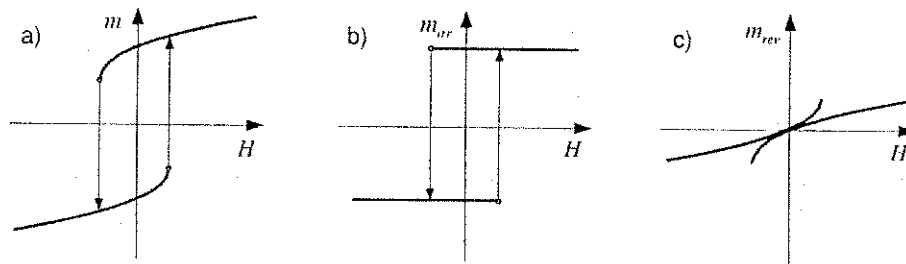


Figura 4.3: a) Hysteron e suas componentes b) irreversível e c) reversível.

caso. As duas seqüências diferentes, representando histórias passadas diferentes, produzem uma bifurcação no ponto (x_c, y_c) , mesmo que o último ponto de reversão (x_r, y_r) seja o mesmo. Este comportamento caracteriza uma memória tipo não-local, no qual a trajetória anterior a (x_c, y_c) determina a trajetória a partir de (x_c, y_c) .

4.6 Modelo de Preisach

O modelo clássico de Preisach (Preisach, 1935; Mayergoyz, 1991) foi considerado, na época, o primeiro modelo físico para histerese magnética. O modelo permaneceu por muito tempo restrito à área de materiais magnéticos, mas um passo decisivo foi dado nos anos 70, quando um grupo de matemáticos russos (Krasnoselskii et al., 1989), percebeu uma nova idéia matemática, de aplicação genérica, contida no modelo. Krasnoselskii separou o modelo do seu suposto significado físico e o representou de maneira puramente matemática. Em (Mayergoyz, 1986) é apresentada uma maneira simplificada de estimar os parâmetros do modelo de Preisach, e posteriormente detalhado um método igualmente simples, baseado em tabelas, para implementação numérica deste modelo (Mayergoyz, 1991). Como resultado do trabalho de Mayergoyz, o modelo de Preisach se difunde e vem sendo aplicado para fenômenos de histerese que exibem simetria em relação à origem.

4.6.1 Micromagnetismo

Os domínios magnéticos em um material ferromagnético interagem de maneira similar ao modelo microcristalino (3.16) proposto para o VO_2 . Cada domínio pode ser comparado a um microcristal, conforme mostrado na Figura 3.6. A magnetização em cada domínio afeta a magnetização nos domínios adjacentes. A magnetização resultante no material é aquela que minimiza a energia total (Torre, 1999). Esta energia total é definida como a soma de três componentes energéticos: a energia de troca; a energia anisotrópica magnetocristalina; e a energia de Zeeman.

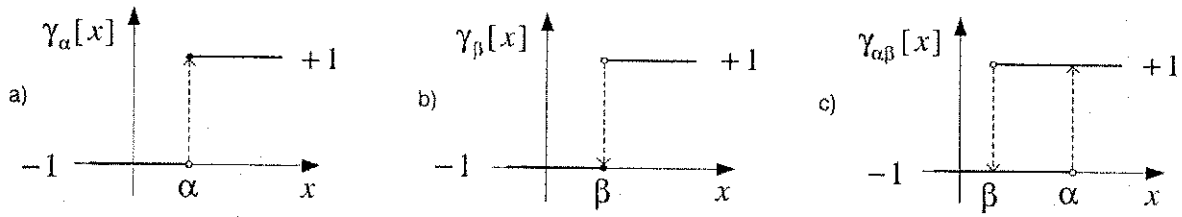


Figura 4.4: a) Relé ideal com limiar de transição α , b) relé ideal com limiar de transição β , e c) operador elementar $\gamma_{\alpha,\beta}[x]$.

O modelo de Preisach assume que um material magnético é composto por domínios que não interagem entre si, eliminando assim a influência da energia total na determinação da magnetização e restringindo-se à soma pura da energia local de cada domínio. Cada domínio é chamado de *hysteron* (Krasnoselskii et al., 1989; Torre, 1999), e possui forma similar à histerese do microcristal de VO_2 (Figura 3.3). Um *hysteron* (Figura 4.3a) pode ser decomposto em uma componente irreversível (Figura 4.3b), com uma magnetização incremental m_{irr} , e outra reversível (Figura 4.3c) com uma magnetização incremental m_{rev} .

4.6.2 Operador Elementar

Embora o modelo clássico de Preisach trate apenas da componente irreversível da magnetização M_{irr} , o mesmo foi estendido para o caso que considera também a componente reversível M_{rev} , somados da mesma forma que em (??). O bloco construtivo fundamental do modelo de Preisach é o *operador elementar* $\gamma[x]$, que representa a componente irreversível do *hysteron* (Figura 4.3b). Para definir precisamente o operador $\gamma[x]$, é interessante definir dois operadores de transição mais simples.

Define-se o operador de transição $\gamma_\alpha[x]$, ou relé ideal com limiar de transição α (Figura 4.4a), através de

$$\gamma_\alpha[x] = \begin{cases} -1, & \text{se } x < \alpha \\ +1 & \text{se } x \geq \alpha \end{cases}, \quad (4.28)$$

e o operador de transição $\gamma_\beta[x]$, ou relé ideal com limiar de transição β (Figura 4.4b), através de

$$\gamma_\beta[x] = \begin{cases} -1, & \text{se } x \leq \beta \\ +1 & \text{se } x > \beta \end{cases}. \quad (4.29)$$

Uma idéia natural seria supor inicialmente que o operador elementar $\gamma_{\alpha,\beta}[x]$ pudesse ser obtido através da soma dos relés $\gamma_\alpha[x]$ e $\gamma_\beta[x]$. Todavia, esta suposição não contempla a biestabilidade de $\gamma_{\alpha,\beta}[x]$ e sua relação com a condição inicial $\gamma_0 = \gamma_{\alpha,\beta}[x_0]$ para $t = t_0$. Assim, o operador

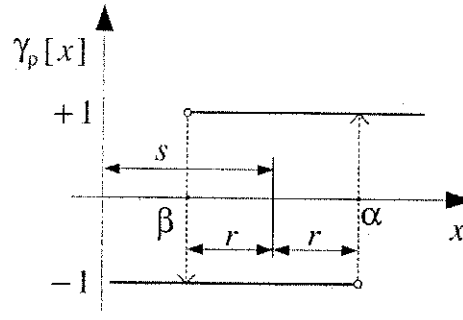


Figura 4.5: Operador tipo relé elementar.

elementar $\gamma_{\alpha,\beta}[x]$ (Figura 4.4c) é descrito de maneira precisa através de

$$\gamma_{\alpha,\beta}[\gamma_0, x(t)] = \begin{cases} -1, & \text{se } x(t) \leq \beta \\ +1, & \text{se } x(t) \geq \alpha \\ \gamma_0, & \text{se } x(\tau) \in (\beta, \alpha) \text{ para todo } \tau \in [t_0, t] \\ -1, & \text{se } x(t) \in (\beta, \alpha) \text{ e existe } t_1 \in [t_0, t] \text{ tal que} \\ & x(t_1) = \beta \text{ e } x(\tau) \in (\beta, \alpha) \text{ para todo } \tau \in [t_1, t] \\ +1, & \text{se } x(t) \in (\beta, \alpha) \text{ e existe } t_1 \in [t_0, t] \text{ tal que} \\ & x(t_1) = \alpha \text{ e } x(\tau) \in (\beta, \alpha) \text{ para todo } \tau \in [t_1, t] \end{cases} \quad (4.30)$$

sendo γ_0 o valor inicial de $\gamma_{\alpha,\beta}[x]$.

O operador (4.30) representa a componente irreversível do hysteron (Figura 4.3b) e possui características de transição similares à histerese do microcristal de VO_2 (Figura 3.5). Este operador pode ser interpretado como uma versão idealizada de uma equação diferencial do tipo (3.16)₁ para a qual o estado x_j , obtido a partir de uma condição inicial x_0 para $t = t_0$, é equivalente a $\gamma_{\alpha,\beta}[y_0, x]$, sendo y_0 a condição inicial para $t = t_0$. Dentro desta interpretação, os valores de α e β têm relação com os valores dos parâmetros h_j e T_c^j .

4.6.3 Descrição do Modelo

Cada operador elementar pode ser representado por um laço de histerese retangular, conforme mostra a Figura 4.5. No sistema de coordenadas $\rho = (\alpha, \beta)$, este operador é caracterizado pelos valores de transição α e β , que correspondem aos valores de x para os quais o estado do operador $\gamma_\rho[x]$ muda para +1 e -1, respectivamente. O operador $\gamma_\rho[x]$ pode ser representado em um sistema alternativo de coordenadas $\rho = (r, s)$, no qual os valores de transição são r e s . Neste sistema, os valores de α e β são representados como

$$\begin{aligned} \alpha &= s + r \\ \beta &= s - r \end{aligned} \quad (4.31)$$

o que resulta em⁵

$$\begin{aligned} r &= \frac{\alpha - \beta}{2} \\ s &= \frac{\alpha + \beta}{2}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Quando o valor de x decresce ($\dot{x} < 0$), a partir do estado inicial $\gamma_\rho[x_0] = +1$, só ocorre transição para o estado $\gamma_\rho[x] = -1$ quando $x \leq \beta$. Inversamente, quando o valor de x cresce ($\dot{x} > 0$) para um estado inicial $\gamma_\rho[x_0] = -1$, só ocorre transição de estado para $\gamma_\rho[x] = +1$ quando $x \geq \alpha$. Os limites inferior e superior de transição ρ^- e ρ^+ são dados por

$$\begin{aligned} \rho^- &= \beta \text{ ou } s - r, \text{ empregados quando } \dot{x} < 0 \\ \rho^+ &= \alpha \text{ ou } s + r, \text{ empregados quando } \dot{x} > 0. \end{aligned} \quad (4.33)$$

O modelo clássico de Preisach é definido como uma superposição linear de operadores elementares, ponderados pelos parâmetros $\mu(\rho_j)$, na forma

$$y(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^N \mu(\rho_j) \gamma_{\rho_j}[\gamma_0, x(t)], \quad (4.34)$$

cujo diagrama de blocos é mostrado na Figura 4.6. De maneira contrária ao modelo (3.16), cujo diagrama de blocos é mostrado na Figura 3.6, nota-se que, no modelo de Preisach, não há interação entre os operadores elementares.

O modelo discreto (4.34) pôde ser colocada na forma contínua

$$y = \iint_{A_\rho} \mu(\rho) \gamma_\rho[x] d\rho, \quad (4.35)$$

sendo $\mu(\rho)$ uma função de ponderação e A_ρ um semiplano definido como a região na qual $\rho^- < \rho^+$.

4.6.4 Interpretação Geométrica

O modelo clássico de Preisach descreve apenas a componente irreversível da histerese. Em fenômenos experimentais, esta componente está restrita a valores de saturação y_{sat}^- e y_{sat}^+ , obtidos para valores de entrada $x = \rho_{sat}^-$ e $x = \rho_{sat}^+$, respectivamente. Isto significa que a integral (4.35) é nula fora do conjunto

$$A_\rho^T \triangleq \{\rho \in A_\rho \mid \rho_{sat}^- \leq \rho^- < \rho^+ \leq \rho_{sat}^+\} \quad (4.36)$$

chamado de *triângulo de Preisach*. O triângulo A_ρ^T é apresentado nas Figuras 4.7(a) e 4.7(b) para os sistemas de coordenadas (α, β) e (r, s) , respectivamente.

⁵Esta mudança de coordenadas é equivalente a uma rotação de 45 graus, obtida utilizando $r = \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}}$ e $s = \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{2}}$.

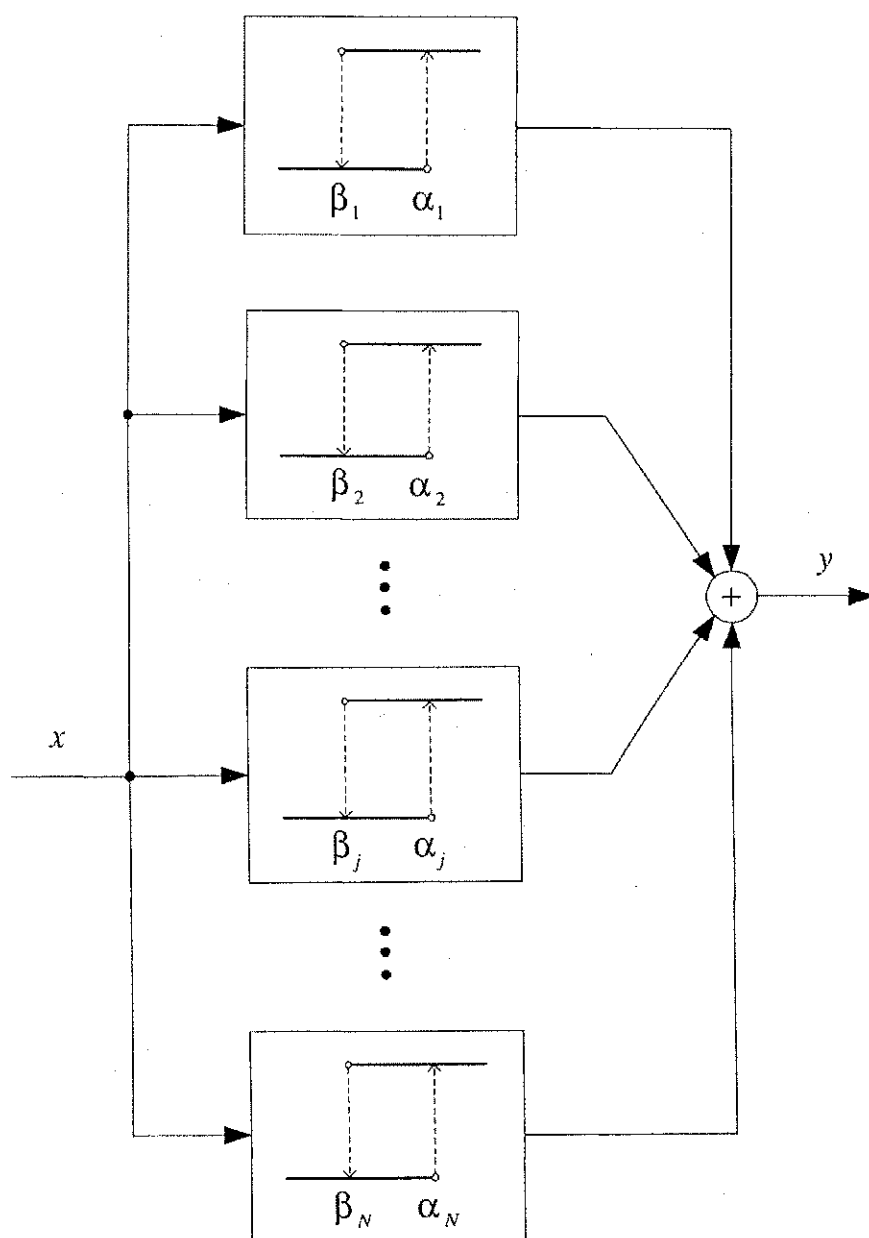
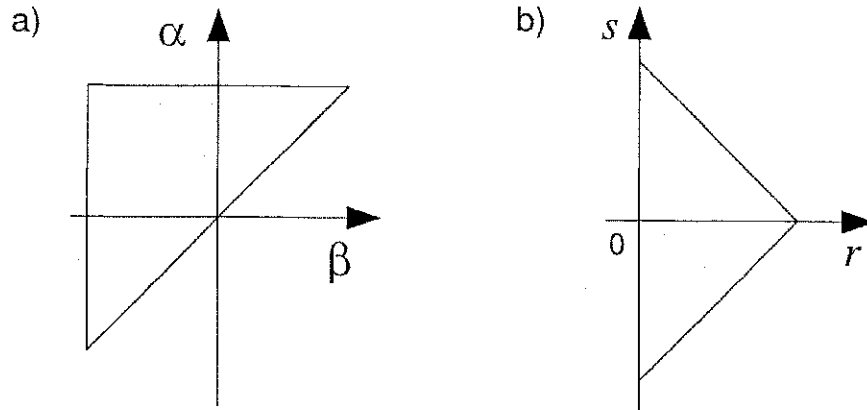


Figura 4.6: Diagrama em blocos do modelo de Preisach.


 Figura 4.7: Triângulo de Preisach para sistemas de coordenadas a) α e β , e b) r e s .

Para que a saída do modelo (4.35) se limite aos valores de saturação y_{sat}^- e y_{sat}^+ , o domínio da função de ponderação $\mu(\rho)$ deve se restringir ao conjunto A_ρ^T . Em outras palavras, $\mu(\rho)$ é nula fora do triângulo de Preisach.

Considerando o sistema de coordenadas (α, β) , o modelo (4.35) assume a forma

$$y = \iint_{A_\rho^{T+}} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha, \beta}[x] d\alpha d\beta + \iint_{A_\rho^{T-}} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha, \beta}[x] d\alpha d\beta \quad (4.37)$$

sendo

$$\begin{aligned} A_\rho^{T+} &\triangleq \{\rho \in A_\rho^T \mid \gamma_\rho[x(t)] = +1\} \\ A_\rho^{T-} &\triangleq \{\rho \in A_\rho^T \mid \gamma_\rho[x(t)] = -1\} \end{aligned} \quad (4.38)$$

definidas como as regiões nas quais os operadores elementares estão nos estados $+1$ e -1 , respectivamente. Estas regiões compõem o triângulo de Preisach como $A_\rho^T = A_\rho^{T+} \cup A_\rho^{T-}$. Assim, utilizando (4.38), o modelo (4.37) se reduz para

$$y(t) = \iint_{A_\rho^{T+(t)}} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{A_\rho^{T-(t)}} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (4.39)$$

Nas Figuras 4.8(a),(b) e (c) é apresentada a interpretação geométrica do modelo de Preisach, utilizando o sistema de coordenadas (α, β) , enquanto que nas Figuras 4.8(d),(e) e (f) é utilizada a mesma excitação, mudando apenas o sistema de coordenadas para (r, s) . Neste exemplo, o estado inicial do modelo no instante t_0 é: entrada $x = \rho_{sat}^-$, $A_\rho^{T-} = A_\rho^T$ e $A_\rho^{T+} = \emptyset$. Se a entrada x é elevada durante o intervalo t_0 até t_1 , o eixo de trabalho é o α , e se formam duas regiões A_ρ^{T-} e A_ρ^{T+} separadas pela interface $L(t)$ (Figura 4.8(a)). No instante t_1 ocorre uma mudança no sinal de \dot{x} , e o valor de x é reduzido durante o intervalo t_1 até t_2 (Figura 4.8(b)). Após o valor de x ter sido elevado durante o intervalo t_2 até t_3 , a interface $L(t)$ subdivide duas novas regiões A_ρ^{T-} e A_ρ^{T+} , que refletem a história passada das variações na entrada x (Figura

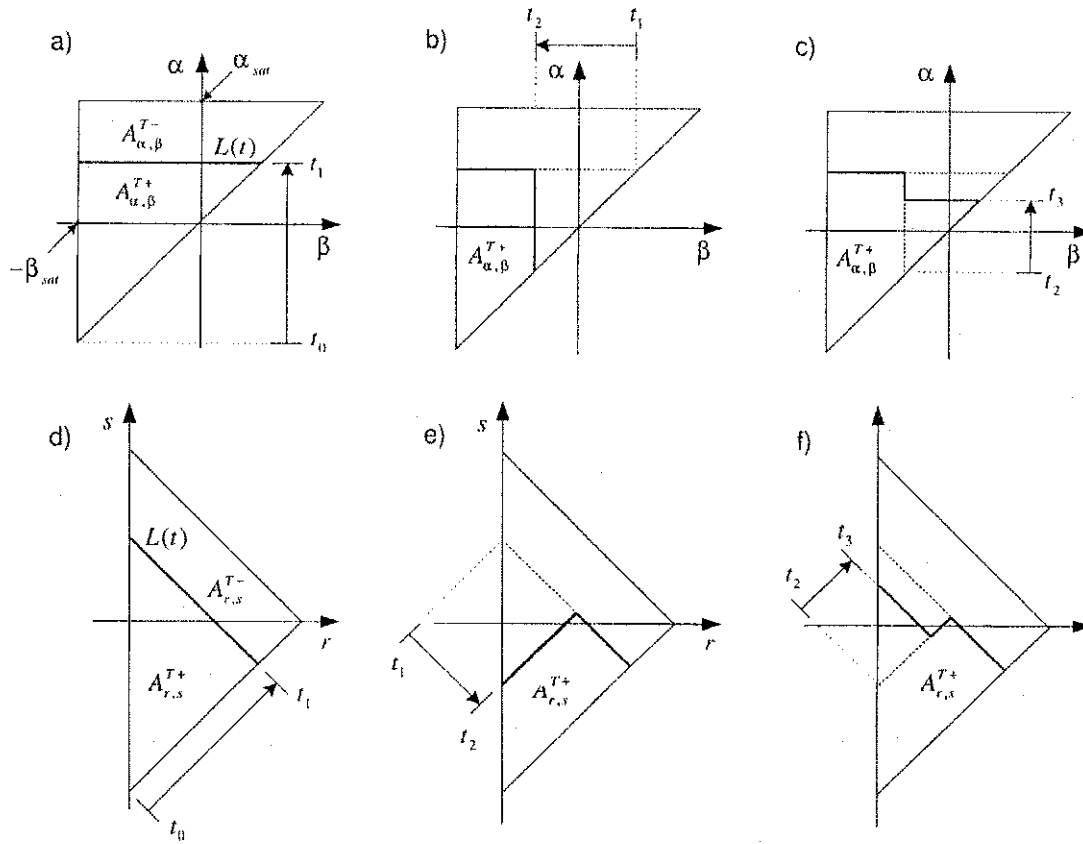


Figura 4.8: Interpretação geométrica do modelo de Preisach.

4.8(c)). Os valores extremos do passado são os vértices que dão a forma de escada de $L(t)$. Este é o mecanismo de formação de memória do modelo e fica claro que A_{ρ}^{T-} e A_{ρ}^{T+} dependem da história da entrada x .

O operador de histerese definido por (4.39) é chamado de *operador de Preisach*, denotado por

$$y = \mathcal{P}[x]. \quad (4.40)$$

O valor da entrada x não aparece explicitamente em (4.39), e a forma resultante da histerese no plano de fase $x - y$ é independente da taxa \dot{x} com a qual a entrada x é variada. O comportamento do modelo é determinado pelos valores extremos⁶ de x , que são armazenados em uma estrutura de memória discreta, externa à equação (4.39). Esta seqüência de valores determina $L(t)$ e altera a forma das regiões A_{ρ}^{T-} e A_{ρ}^{T+} .

⁶Os valores extremos são os pontos nos quais ocorre mudança de sinal de \dot{x} , chamados também de pontos de reversão.

4.6.5 Representação com o Modelo de Preisach

A definição do plano de Preisach A_ρ , limitado por um triângulo reto A_ρ^T , implica que o modelo apresenta certas propriedades, conhecidas como *propriedade de remoção* e *propriedade de congruência*.

Propriedade 4.1 *Cada valor máximo da entrada x remove os vértices da interface $L(t)$ cujas coordenadas em ρ^+ estão abaixo deste máximo e cada valor mínimo de x remove os vértices de $L(t)$ cujas coordenadas em ρ^- estão acima deste mínimo (Propriedade de Remoção).*

Esta propriedade é equivalente à terceira regra de Madelung, e também concorda com a formação do laço principal quando se trata da histerese experimental. O laço principal tem a mesma forma, não importando qual foi a história passada das variações na entrada x .

Propriedade 4.2 *Todos os laços menores, deslocados verticalmente e produzidos por variações da entrada x para os mesmos extremos alternados $x - \epsilon$ e $x + \epsilon$ são congruentes (Propriedade de Congruência).*

Em outras palavras, quer dizer que laços menores, deslocados verticalmente no plano $x - y$, produzidos por uma função de excitação que varia entre dois pontos fixos $x - \epsilon$ e $x + \epsilon$, devem ser iguais (figura 4.9).

Foi mostrado por Mayergoyz (1986) que para representação de um determinado fenômeno de histerese em termos do modelo de Preisach é que este fenômeno satisfaça ao teorema da representação.

Teorema 4.1 *As propriedades de remoção e congruência constituem as condições necessária e suficiente para que uma determinada histerese, sujeita a uma excitação monotônica por partes, possa ser representada pelo modelo de Preisach (Teorema da Representação).*

4.6.6 Seqüências de Memória

A essência do modelo de Preisach, e o que o difere dos modelos tipo Duhem, é a estrutura discreta de memória que define a interface $L(t)$ e, por sua vez, as regiões $A_\rho^{T-}(t)$ e $A_\rho^{T+}(t)$. Enxergar o modelo de Preisach como uma equação integral ou diferencial no seu sentido matemático puro é uma simplificação exagerada. De fato, o modelo de Preisach é um modelo discreto, construído com base nas remoções de Madelung, e tem associadas ao mesmo as dificuldades matemáticas inerentes aos sistemas descontínuos (Brokate & Sprekels, 1996).

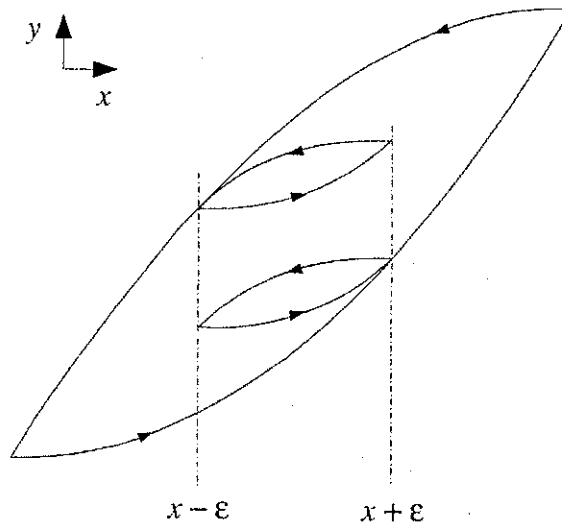


Figura 4.9: Descrição da propriedade de congruência no modelo de Preisach, em termos de trajetórias no plano de fase $x - y$.

Aos que se iniciam nesta teoria, é particularmente difícil entender à primeira vista a natureza híbrida⁷ do modelo de Preisach. Isto se deve, em parte, à ausência, nos periódicos de engenharia, da formalização matemática da seqüência de memória juntamente com sua evolução no tempo, e como isto afeta o modelo (4.39).

Sempre que ocorre uma remoção de vértice da interface $L(t)$ há a remoção de um par constituído de um máximo e um mínimo de x , o que é uma consequência direta da terceira regra de Madelung. Estes máximo e mínimo são extremos do sinal de entrada x , obtidos quando \dot{x} muda de sinal, e formam sempre uma seqüência alternada de máximos e mínimos (Mayergoyz, 1986).

Em (Brokate & Sprekels, 1996) e (Visintin, 1994) são apresentadas formalizações interessantes da seqüência de memória discreta, entretanto perseguem a idéia de *seqüência reduzida de memória*, sem preocupação com a evolução temporal destas seqüências. Propõe-se uma apresentação baseada naquela proposta em (Brokate & Sprekels, 1996), porém modificada e estendida para suportar uma vinculação mais direta com a implementação numérica. Espera-se com esta apresentação, reduzir o hiato conceitual entre a equação (4.39) e o real significado do modelo de Preisach.

Esta seqüência discreta de memória da entrada x é definida como

$$s = (x_0^{\max}, x_1^{\max}, \dots, x_j^{\max}, x_i^{\min}, \dots, x_1^{\min}, x_0^{\min}), \quad (4.41)$$

⁷Embora a parte mais importante do modelo de Preisach seja a construção da seqüência de memória discreta, o mesmo requer, em muitos casos, a solução de uma equação diferencial ou integral. Esta solução é necessária pois a função de ponderação $\mu(\rho)$ usualmente resulta em integrais impróprias. Dessa forma, a mistura de um modelo contínuo com uma seqüência discreta induz ao termo *modelo híbrido*.

sendo x_i^{\min} e x_j^{\max} criados quando $\delta = \text{sgn}(\dot{x})$ muda de sinal, e removidos quando ocorre uma *remoção de Madelung*. Assim, a seqüência s muda conforme vão surgindo extremos na entrada x . Associada à seqüência s , define-se uma variável s_l que exhibe sempre o extremo mais recente da seqüência.

A operação de criação de extremo na seqüência s ocorre em duas situações distintas

$$\begin{aligned} \delta(t) > 0 &\Rightarrow x_{i+1}^{\min} = x(t) \text{ e } s_l = x_{i+1}^{\min} \\ \delta(t) < 0 &\Rightarrow x_{j+1}^{\max} = x(t) \text{ e } s_l = x_{j+1}^{\max} \end{aligned} \quad (4.42)$$

A criação de um novo mínimo faz a seqüência (4.41) crescer de acordo com

$$(\dots, x_j^{\max}, x_i^{\min}, \dots) \mapsto (\dots, x_j^{\max}, x_{i+1}^{\min}, x_i^{\min}, \dots). \quad (4.43)$$

Como resultado da criação de um novo máximo, a seqüência obtida em (4.43) cresce novamente, de acordo com

$$(\dots, x_j^{\max}, x_{i+1}^{\min}, x_i^{\min}, \dots) \mapsto (\dots, x_j^{\max}, x_{j+1}^{\max}, x_{i+1}^{\min}, x_i^{\min}, \dots). \quad (4.44)$$

Considere uma seqüência s cujo sinal de entrada é descrito na Figura 4.10(a)

$$s = (\dots, x_j^{\max}, x_{j+1}^{\max}, x_{j+2}^{\max}, x_{i+1}^{\min}, x_i^{\min}, \dots) \quad (4.45)$$

para a qual as seguintes condições são válidas

$$\begin{aligned} [x_{j+1}^{\max}, x_{i+1}^{\min}] &\subset [x_i^{\min}, x_{j+2}^{\max}] \\ x_{j+1}^{\max} &\notin [x_i^{\min}, x_{i+1}^{\min}] \\ x_{i+1}^{\min} &\notin [x_{j+1}^{\max}, x_{j+2}^{\max}]. \end{aligned}$$

Na Figura 4.10(b) é apresentada a correspondente curva de histerese no plano de fase $x - y$. Quando a entrada x ultrapassa x_{j+1}^{\max} , após ter revertido em x_{i+1}^{\min} , a seqüência s é reduzida através da *redução de Madelung*⁸ na seguinte forma

$$(\dots, x_j^{\max}, x_{j+1}^{\max}, x_{i+1}^{\min}, x_i^{\min}, \dots) \mapsto (\dots, x_j^{\max}, x_i^{\min}, \dots) \quad (4.46)$$

e cresce novamente quando a entrada x reverte em x_{j+2}^{\max} conforme

$$(\dots, x_j^{\max}, x_{j+1}^{\max}, x_{i+1}^{\min}, x_i^{\min}, \dots) \mapsto (\dots, x_j^{\max}, x_{j+1}^{\max}, x_{j+2}^{\max}, x_{i+1}^{\min}, x_i^{\min}, \dots). \quad (4.47)$$

A redução de Madelung ocorre quando as seguintes condições são satisfeitas

$$\begin{aligned} \text{Se } \delta > 0 \text{ e } x > x_j^{\max} &\Rightarrow \text{ o par } x_j^{\max}, x_i^{\min} \text{ é removido e } s_l = x_{i-1}^{\min} \\ \text{Se } \delta < 0 \text{ e } x < x_j^{\min} &\Rightarrow \text{ o par } x_j^{\max}, x_i^{\min} \text{ é removido e } s_l = x_{j-1}^{\max} \end{aligned}$$

É importante resaltar que o modelo de Preisach armazena apenas a seqüência de extremos de x sem qualquer alusão à saída y do modelo. O estado do modelo de Preisach é caracterizado pela seqüência s e pela variável s_l .

⁸Equivalente a terceira regra de Madelung ou propriedade de remoção.

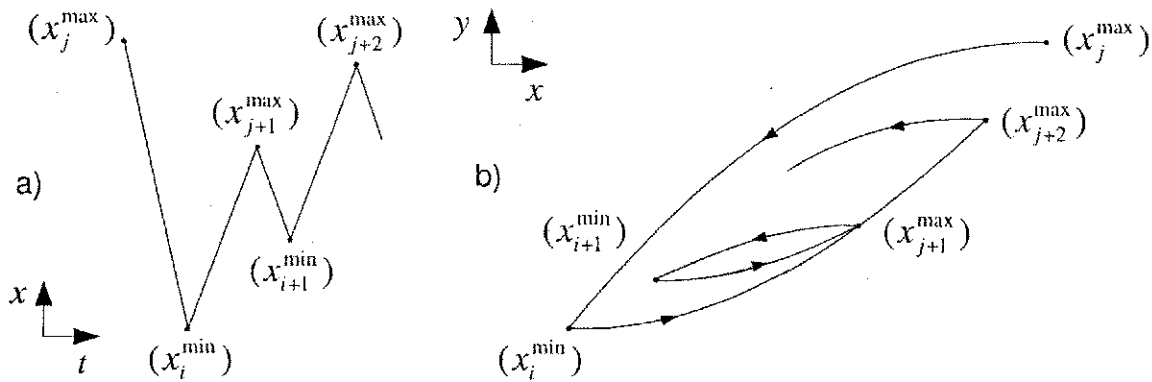


Figura 4.10: Descrição da criação e remoção de um par máximo-mínimo, em termos a) da entrada x em função do tempo e b) das trajetórias no plano de fase $x - y$.

4.6.7 Forma Diferencial do Modelo de Preisach

Normalizando a integral da função de ponderação $\mu(\alpha, \beta)$ na área delimitada pelo triângulo A_p^T

$$\iint_{A_p^T} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = 1 \tag{4.48}$$

é possível escrever (4.39) na forma

$$y = -1 + 2 \iint_{A_p^{T+}} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \tag{4.49}$$

Derivando (4.49), o modelo de Preisach pode ser colocado na seguinte forma diferencial (Vajda & Torre, 1993) (Figura 4.11)

$$dy = \int_x^{x+dx} \left[\int_{x_l}^x \mu(\alpha, \beta) d\alpha \right] d\beta \tag{4.50}$$

$$\frac{dy}{dx} = 2 \int_{x_l}^x \mu(\alpha, \beta) d\alpha \tag{4.51}$$

sendo o limite de integração x_l o último extremo da entrada x . A forma (4.51) é conveniente para o cálculo numérico da equação (4.49) pois reduz o custo computacional em relação à solução da integral dupla. Em (Vajda & Torre, 1993) é proposta a utilização de uma pilha do tipo *último a entrar-primeiro a sair* (LIFO - Last-In-First-Out) para produzir a variável x_l .

Quando o limite superior da integral em (4.51) é igual ao limite inferior, a susceptibilidade se torna nula, o que significa que o modelo clássico de Preisach, descrito pela equação (4.49), só descreve a componente irreversível y_{irr} . Em (Mayergoyz & Friedman, 1988) é apresentada uma generalização do modelo de Preisach para incluir uma componente reversível $y_{rev} = f(x)$ dependente do valor de x através de uma função f , a qual é somada à componente irreversível

como $y = y_{irr} + y_{rev}$. Em (Vajda & Torre, 1992) a componente reversível foi estendida para o caso dependente do estado $y_{rev} = f(x, y)$, e também é somada à componente reversível. Outras modificações foram propostas, inclusive o conhecido *modelo móvel* (Vajda & Torre, 1993), porém nenhuma destas proposições modifica o núcleo do modelo clássico de Preisach que representa a componente irreversível y_{irr} .

4.7 Comparação entre os Modelos de Duhem e Preisach

De fato, o limite de integração x_l na equação (4.51) é equivalente à variável s_l da seqüência s . Assim, a equação (4.51) pode ser representada por

$$\begin{aligned} \left. \frac{dy_{irr}}{dx} \right|_{x=\alpha} &= I_1(x) - I_1(s_l), \quad \text{se } \delta > 0 \\ \left. \frac{dy_{irr}}{dx} \right|_{x=\beta} &= I_2(x) - I_2(s_l), \quad \text{se } \delta < 0 \end{aligned} \quad (4.52)$$

sendo

$$\begin{aligned} I_1(\alpha) &= 2 \int \mu(\alpha, \beta) d\alpha \\ I_2(\beta) &= 2 \int \mu(\alpha, \beta) d\beta \end{aligned} \quad (4.53)$$

Esta última representação sugere que é possível estabelecer uma ligação entre o modelo de Duhem e o modelo de Preisach. A equação (4.52) pode então ser escrita como

$$\dot{y}_{irr} = (I_1(x) - I_1(s_l))(\dot{x})^+ - (I_2(x) - I_2(s_l))(\dot{x})^- \quad (4.54)$$

que é a forma genérica do modelo de Duhem. O modelo de Preisach pode ser interpretado como sendo um modelo tipo Duhem, no qual é introduzida a seqüência de memória s , representada pela variável s_l .

$$\frac{dy_{irr}}{dx} = f(x, \delta, s_l) \quad (4.55)$$

Comparando o modelo de Duhem (4.12) e o modelo de Preisach (4.55) é possível identificar que o estado y não está presente em f . Além disso, é necessário armazenar os pontos de reversão do passado na seqüência de memória s , e realizar a atualização constante em (4.55) através de s_l . Na Figura 4.2, observa-se que a trajetória no ponto (x_c, y_c) pode seguir duas possíveis trajetórias iniciando-se em (x_r, y_r) , para um mesmo trecho monotônico de entrada x . Esta bifurcação é introduzida “artificialmente”⁹ pela seqüência de memória s . O modelo de Preisach é descontínuo enquanto que o modelo de Duhem é contínuo. A descontinuidade do modelo de Preisach dificulta consideravelmente a análise teórica de aplicações nas quais este modelo é utilizado para descrever o fenômeno de histerese.

⁹As bifurcações acontecem normalmente em sistemas dinâmicos contínuos. O termo “artificial” se refere ao fato de que não há uma bifurcação resultante da forma diferencial intrínseca de Preisach, e sim introduzida pela seqüência de memória.

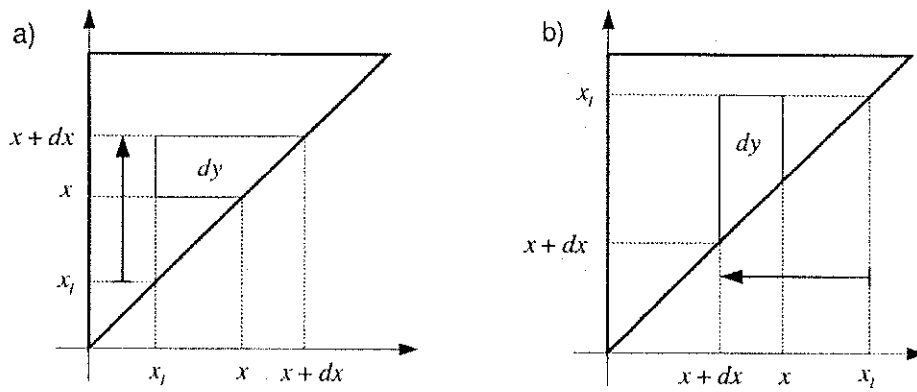


Figura 4.11: Representação geométrica nas coordenadas (α, β) da evolução de área incremental dy no triângulo de Preisach (a) $\delta > 0$ e b) $\delta < 0$).

4.8 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os dois tipos gerais de modelos de histerese. Foi proposta uma abordagem unificadora, na qual alguns modelos de histerese foram reduzidos à forma diferencial do operador de Duhem. Para facilitar a comparação, o modelo de Preisach foi colocado na forma diferencial, e uma apresentação formal da estrutura de memória discreta deste modelo foi proposta. Os dois modelos foram comparados quanto a estrutura matemática dos mesmos.

Capítulo 5

Adaptação do Modelo de Preisach para o VO₂

5.1 Introdução

O aspecto fundamental que orienta o modelo de Preisach é a propriedade de *retorno ao ponto de partida*. Isto está relacionado com o fato de que, para uma mesma região Ω de integração, a função $\mu(\alpha, \beta)$ produz o mesmo resultado

$$\iint_{\Omega}^{\frac{dz}{dt} > 0} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \iint_{\Omega}^{\frac{dz}{dt} < 0} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta, \quad (5.1)$$

tanto para o trecho crescente quanto para o decrescente.

Embora com esta limitação intrínseca, o modelo clássico de Preisach é a ferramenta mais utilizada para elaboração de modelos de histerese em fenômenos que exibem simetria, a exemplo de materiais ferroelétricos, piezoelétricos e em ligas com memória de forma. De maneira diferente, a histerese na característica $R \times T$ do dióxido de vanádio é assimétrica, o que introduz dificuldades na obtenção de um modelo para este material. Neste capítulo, propõe-se adaptar o triângulo e operador do modelo clássico de Preisach para o caso do VO₂. Além disso, propõe-se uma função de mapeamento para reduzir a assimetria na característica $R \times T$ deste material.

5.2 Modelo de Preisach para Materiais Magnéticos

O modelo de Preisach é largamente aceito para descrever o fenômeno de histerese magnética. Na Figura 5.1(a) é descrita a forma de uma histerese ferromagnética, sendo sua principal característica a simetria em relação à origem. Esta simetria se reflete no operador elementar para histerese magnética $\gamma_{\alpha, \beta}[H]$ (vide Figura 5.1(b)). O correspondente triângulo de Preisach para histerese magnética é mostrado na Figura 5.1(c).

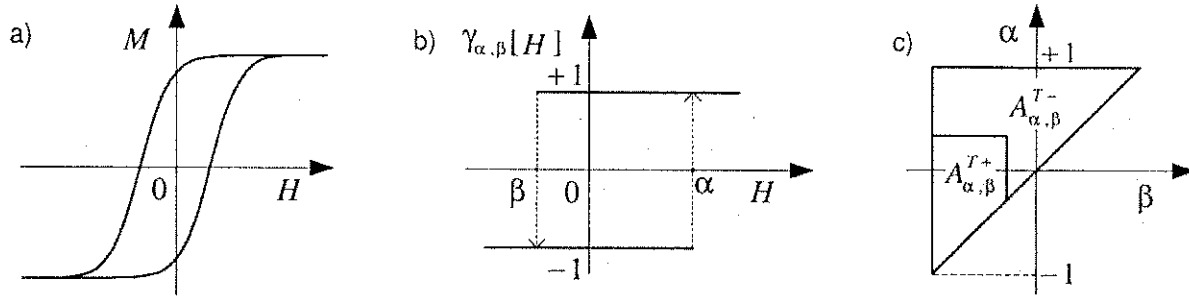


Figura 5.1: (a) Curva característica típica da histerese de materiais ferromagnéticos. (b) Operador de elemento de Preisach para materiais magnéticos e (c) o correspondente triângulo de Preisach.

Considerando o sistema de coordenadas (α, β) , o modelo (4.35) para materiais magnéticos assume a forma

$$M = \iint_{A_{\alpha,\beta}^{T+}} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha,\beta}[H] d\alpha d\beta + \iint_{A_{\alpha,\beta}^{T-}} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha,\beta}[H] d\alpha d\beta, \quad (5.2)$$

sendo

$$\begin{aligned} A_{\alpha,\beta}^{T+} &\triangleq \{(\alpha, \beta) \in A_{\alpha,\beta}^T \mid \gamma_{\alpha,\beta}[H] = +1\} \\ A_{\alpha,\beta}^{T-} &\triangleq \{(\alpha, \beta) \in A_{\alpha,\beta}^T \mid \gamma_{\alpha,\beta}[H] = -1\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

definidas como as regiões nas quais os operadores elementares estão nos estados $+1$ e -1 , respectivamente. Estas regiões compõem o triângulo de Preisach como $A_{\alpha,\beta}^T = A_{\alpha,\beta}^{T+} \cup A_{\alpha,\beta}^{T-}$. Assim, utilizando (5.3), o modelo (5.2) se reduz para

$$M = \iint_{A_{\alpha,\beta}^{T+}} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{A_{\alpha,\beta}^{T-}} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (5.4)$$

A função de distribuição $\mu(\alpha, \beta)$ pode ser determinada utilizando (Mayergoyz, 1991)

$$\mu(\alpha, \beta) = \frac{\partial^2 \tilde{M}}{\partial \alpha \partial \beta}, \quad (5.5)$$

sendo \tilde{M} o conjunto de curvas experimentais decrescentes de primeira ordem.

Embora o modelo de Preisach seja considerado uma ferramenta genérica, o mesmo se restringe à descrição de formas de histerese similares à apresentada na Figura 5.1(a). Não é possível descrever qualquer tipo de histerese assimétrica¹ utilizando diretamente o modelo clássico de Preisach.

5.3 Modelo de Preisach para o VO₂

O filme fino de VO₂ é composto de microcristais que exibem individualmente histerese com uma transição muito abrupta na característica $R \times T$ (Khakhaev et al., 1994). Estes cristais

¹A noção de simetria no modelo de Preisach é sempre com relação ao centro da curva de histerese.

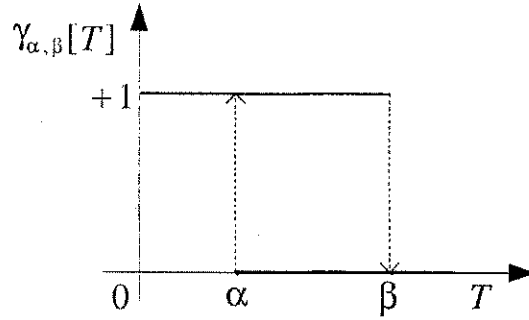


Figura 5.2: Operador elementar de Preisach para o dióxido de vanádio.

interagem entre si através de tensões nas interfaces dos mesmos. A hipótese de não-interação entre os microcristais é adotada aqui, o que permite a utilização do modelo de Preisach para o VO₂. Esta hipótese é também adotada na modelagem de materiais ferromagnéticos, uma vez que os modelos físicos microscópicos levam em consideração a interação entre os domínios magnéticos, mas a utilização prática destes modelos em engenharia é muito difícil.

Para descrever o comportamento de um microcristal de VO₂, é proposto o operador elementar $\gamma_{\alpha,\beta}[T]$, apresentado graficamente na Figura 5.2 e descrito matematicamente através de

$$\gamma_{\alpha,\beta}[\gamma_0, T(t)] = \begin{cases} 0, & \text{se } T(t) \geq \beta \\ 1, & \text{se } T(t) \leq \alpha \\ \gamma_0, & \text{se } T(\tau) \in (\alpha, \beta) \text{ para todo } \tau \in [t_0, t] \\ 0, & \text{se } T(t) \in (\alpha, \beta) \text{ e existe } t_1 \in [t_0, t] \text{ tal que} \\ & T(t_1) = \beta \text{ e } T(\tau) \in (\alpha, \beta) \text{ para todo } \tau \in [t_1, t] \\ 1, & \text{se } T(t) \in (\alpha, \beta) \text{ e existe } t_1 \in [t_0, t] \text{ tal que} \\ & T(t_1) = \alpha \text{ e } T(\tau) \in (\alpha, \beta) \text{ para todo } \tau \in [t_1, t] \end{cases} \quad (5.6)$$

sendo que $\gamma_{\alpha,\beta}[T] = 1$ e $\gamma_{\alpha,\beta}[T] = 0$ representam o estado do microcristal na fase semicondutora e na fase metálica, respectivamente. O estado inicial do operador $\gamma_{\alpha,\beta}[T]$ é representado por γ_0 .

Propõe-se que a característica $R \times T$ do VO₂ pode ser descrita como a soma de operadores elementares $\gamma_{\alpha,\beta}[T]$, representando os estados dos microcristais, ponderados pela função de distribuição $\mu(\alpha, \beta)$, na seguinte forma

$$R = \iint_{A_{\alpha,\beta}^{T+}} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha,\beta}[T] d\alpha d\beta + \iint_{A_{\alpha,\beta}^{T-}} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha,\beta}[T] d\alpha d\beta, \quad (5.7)$$

sendo

$$\begin{aligned} A_{\alpha,\beta}^{T+} &\triangleq \{(\alpha, \beta) \in A_{\alpha,\beta}^T \mid \gamma_{\alpha,\beta}[T] = +1\} \\ A_{\alpha,\beta}^{T-} &\triangleq \{(\alpha, \beta) \in A_{\alpha,\beta}^T \mid \gamma_{\alpha,\beta}[T] = 0\}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

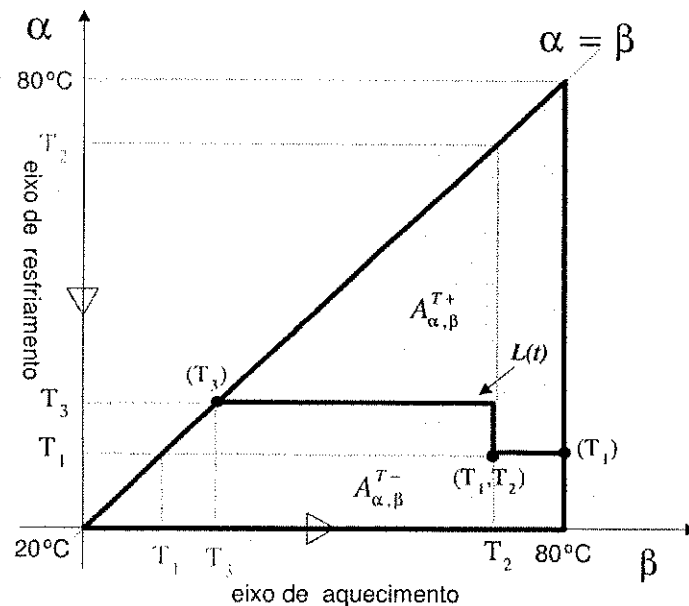


Figura 5.3: Triângulo de Preisach para o dióxido de vanádio.

Na Figura 5.3 é descrito com maiores detalhes o triângulo de Preisach $A_{\alpha,\beta}^T$, proposto para representar a histerese no VO₂. A interpretação da equação (5.7) pode ser feita em termos de $A_{\alpha,\beta}^T$. Este triângulo reto está associado apenas com a parte que exhibe histerese na característica $R \times T$, e se restringe à faixa de 20 a 80 °C. Em outras palavras, a função $\mu(\alpha, \beta)$ é considerada nula fora do triângulo $A_{\alpha,\beta}^T$.

Em termos geométricos, o triângulo de Preisach pode ser dividido em duas partes: $A_{\alpha,\beta}^{T-}$ e $A_{\alpha,\beta}^{T+}$, representando os operadores elementares que estão nos estados 0 e 1, respectivamente. Como um exemplo, se a temperatura do sensor é reduzida de 80 °C para T_1 , elevada para T_2 e novamente reduzida para T_3 , a interface $L(t)$ entre as áreas $A_{\alpha,\beta}^{T-}$ e $A_{\alpha,\beta}^{T+}$ resulta como mostrado na Figura 5.3. A interface $L(t)$ depende dos valores extremos passados da excitação de temperatura. Estes valores extremos são os vértices que dão a forma de escada de $L(t)$. Consequentemente, os valores extremos do passado determinam o futuro. Este é o mecanismo de memória do modelo e assim é evidente que $A_{\alpha,\beta}^{T-}$ e $A_{\alpha,\beta}^{T+}$ dependem da história térmica a que o sensor fora submetido.

Desde que $\gamma_{\alpha,\beta}[T] = 0$ para $A_{\alpha,\beta}^{T-}$ e $\gamma_{\alpha,\beta}[T] = 1$ para $A_{\alpha,\beta}^{T+}$, a equação (5.7) pode ser simplificada para

$$R = \iint_{A_{\alpha,\beta}^{T+}} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (5.9)$$

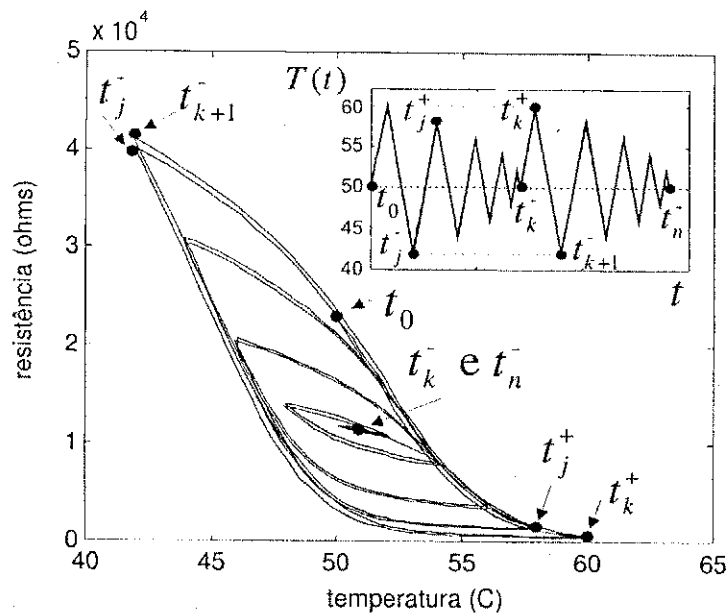


Figura 5.4: Verificação experimental se o filme exibe a propriedade de remoção e no quadro interior a correspondente variação temporal de temperatura.

5.4 Representação com o Modelo de Preisach

O modelo de Preisach apresenta certas propriedades, conhecidas como *propriedade de remoção* (wiping-out property) e *propriedade de congruência* (congruency property). Foi mostrado em (Mayergoyz, 1991) que as propriedades de remoção e congruência constituem as condições necessária e suficiente para que uma determinada histerese, sujeita a uma excitação monotônica por partes, possa ser representada pelo modelo de Preisach. Considerando-se o triângulo de Preisach ilustrado na Figura 5.3, define-se a propriedade de remoção:

Propriedade 5.1 Cada valor mínimo da entrada $T(t)$ remove os vértices da interface $L(t)$ cujas coordenadas em α estão acima deste mínimo e cada valor máximo de $T(t)$ remove os vértices de $L(t)$ cujas coordenadas em β estão abaixo deste máximo.

Considere uma variação monotônica por partes da excitação $T(t)$ no intervalo de tempo $t_0 \leq t \leq t_n^-$, conforme apresentado na Figura 5.4. Este intervalo é composto de vários subintervalos $[t_k^-, t_k^+]$, nos quais a variação de temperatura dentro dos mesmos é monotônica. Cada subintervalo $[t_k^-, t_k^+]$ é formado por extremos de temperatura, ou seja, um máximo em t_k^+ e um mínimo em t_k^- . Considerando estes aspectos, pode-se redefinir a propriedade de remoção em outros termos:

Cada novo máximo de temperatura em t_k^+ elimina qualquer outro máximo de temperatura em

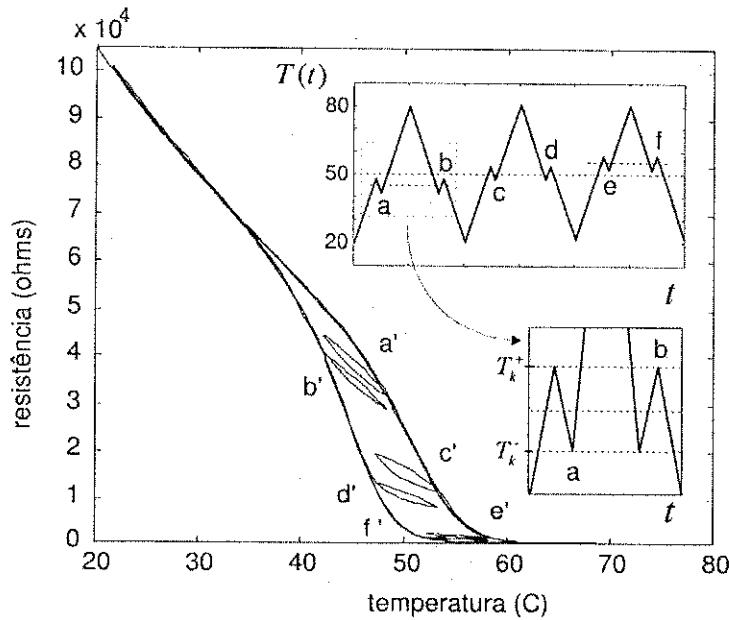


Figura 5.5: Verificação experimental se o filme exibe a propriedade de congruência.

um tempo anterior qualquer $t_j^+ < t_k^+$ sempre que $T(t_k^+) > T(t_j^+)$ e cada novo mínimo de temperatura em t_k^- elimina qualquer outro mínimo de temperatura em um tempo anterior qualquer $t_j^- < t_k^-$ sempre que $T(t_k^-) < T(t_j^-)$.

O sensor de dióxido de vanádio foi testado experimentalmente com relação à propriedade de remoção. Na Figura 5.4 é ilustrada a histerese experimental resultante e a respectiva excitação de temperatura $T(t)$ utilizada no teste. A excitação $T(t)$ foi sintetizada utilizando duas ondas triangulares decrescentes idênticas, uma seguida da outra. Segundo a propriedade de remoção, os pontos t_j^- e t_{k+1}^- deveriam coincidir, assim como os pontos t_k^- e t_n^- , o que ocorre de forma aproximada, sugerindo a validação desta propriedade.

Propriedade 5.2 Todos os laços menores, deslocados verticalmente e produzidos por variações da entrada $T(t)$ para os mesmos extremos alternados $T(t_k^-)$ e $T(t_k^+)$ são congruentes.

A verificação experimental da propriedade de congruência é ilustrada na Figura 5.5, na qual são mostrados três pares de laços menores. Cada par de laço é obtido com a excitação de temperatura mostrada na subfigura 5.5 inferior. Os pares de excitação (a, b) , (c, d) e (e, f) apresentados na subfigura 5.5 superior correspondem aos pares (a', b') , (c', d') e (e', f') no plano $R - T$. Os pares (a', b') , (c', d') e (e', f') estão deslocados em três pontos centrais diferentes no eixo de temperatura, o que faz estes laços deslocados verticalmente em diferentes pontos do plano $R - T$. Partindo destas considerações, a propriedade de congruência do modelo de

Preisach requer que os laços menores, deslocados verticalmente no plano $R - T$ e produzidos por uma excitação que varia entre dois valores $T(t_k^-)$ e $T(t_k^+)$ sejam iguais.

Observando a Figura 5.5, fica claro que os laços menores não são congruentes. Esta não-congruência dificulta a descrição pelo modelo de Preisach da característica $R \times T$ do dióxido de vanádio. Para reduzir o grau de não-congruência propõe-se a utilização de uma função de mapeamento

$$f : R \mapsto \bar{R} \quad (5.10)$$

que transforma o conjunto de valores de R pertencentes à característica $R \times T$, num conjunto de valores \bar{R} pertencentes à característica transformada $\bar{R} \times T$. Este tipo de transformação é proposta em (Basso & Bertotti, 1996) para reduzir discrepâncias entre o modelo de Preisach e resultados experimentais na histerese em materiais magnéticos. No caso do VO₂, a assimetria na característica $R \times T$, juntamente com um grau elevado de não-congruência na mesma, torna a obtenção de uma função adequada de mapeamento $f(\cdot)$ uma tarefa difícil. Não há metodologia analítica ou numérica disponível para obtenção deste tipo de função, o que pode ser observado em (Basso & Bertotti, 1996), que propôs de forma *ad hoc* uma determinada função de mapeamento para o modelo de Preisach.

Para o VO₂ é proposta a função

$$\bar{R} = \log_{10}(R) \quad (5.11)$$

para reduzir o grau de não-congruência. Na Figura 5.6 é mostrada a característica transformada $\bar{R} \times T$. Os laços menores podem ser observados com maior facilidade em toda extensão de variação da resistência e o efeito de não-congruência é amenizado nos pares (a', b') , (c', d') e (e', f') .

5.5 Determinação da Função de Distribuição

Um procedimento proposto em (Mayergoyz, 1991) para determinar a função de distribuição $\mu(\alpha, \beta)$ utiliza um conjunto de N curvas experimentais decrescentes de primeira ordem D_i . Antes de gerar uma curva decrescente de primeira ordem, a temperatura do sensor é elevada para o seu valor de saturação 80 °C, no qual a resistência vale $R_{sat}^- = 120\Omega$. No próximo passo, a temperatura é monotonicamente reduzida até que atinja um certo valor T_r^i com resistência R_r^i (ponto de reversão) conforme mostrado na Figura 5.7(a), com sua correspondente representação no triângulo de Preisach apresentado na Figura 5.7(b). Uma curva decrescente de primeira ordem D_i inicia-se no ponto (T_r^i, R_r^i) , c, com a temperatura sendo aumentada monotonicamente, passa por um ponto intermediário qualquer (T^i, R^i) até atingir $(T^i = 80^\circ\text{C}, R^i = R_{sat}^-)$.

O aumento de temperatura de T_r^i para $\alpha = T^i$ retira a região Ω de $A_{\alpha, \beta}^{T+}$ e adiciona a mesma

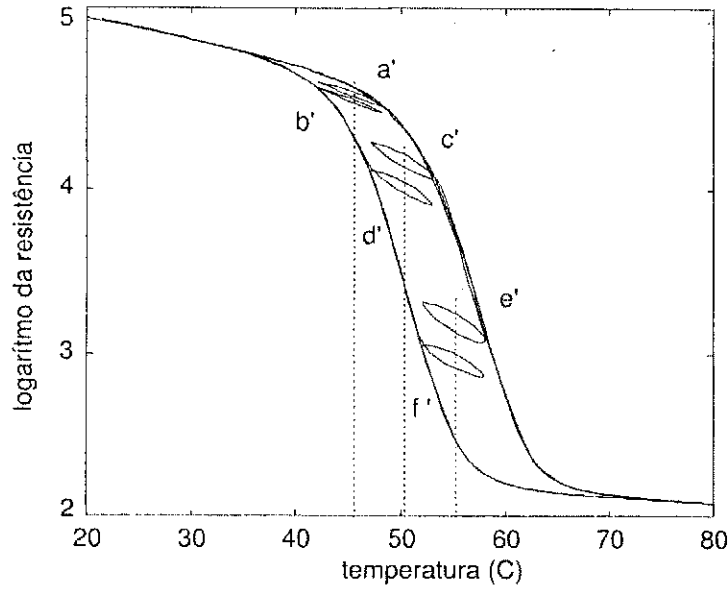


Figura 5.6: Verificação experimental da propriedade de congruência para característica $R \times T$.

à área $A_{\alpha,\beta}^{T-}$. A região Ω corresponde à mudança ocorrida na resistência do sensor dada por

$$D_i = R_r^i - R^i = \iint_{\Omega} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (5.12)$$

É necessário que a integral dupla (5.12) seja avaliada na região Ω . Esta região pode ser descrita pelas seguintes inequações

$$\begin{aligned} T_r^i &\leq \beta \leq T^i \\ T_r^i &\leq \alpha \leq \beta \end{aligned} \quad (5.13)$$

Dessa forma, a integral sobre a região Ω pode ser escrita como

$$D_i = \int_{T_r^i}^{T^i} \left[\int_{T_r^i}^{\beta} \mu(\alpha, \beta) d\alpha \right] d\beta. \quad (5.14)$$

A função de distribuição $\mu(\alpha, \beta)$ em cada ponto (R^i, T^i) pode ser determinada (Mayergoyz, 1991) como

$$\mu(\alpha, \beta) = \frac{\partial^2 D_i}{\partial \alpha \partial \beta} \Big|_{T=T_r^i \dots 80^\circ \text{C}}^{i=1 \dots N}, \quad (5.15)$$

que, através da escolha de uma escala logarítmica, toma a seguinte forma

$$\bar{\mu}(\alpha, \beta) = \frac{\partial^2 \log_{10}(D_i)}{\partial \alpha \partial \beta} \Big|_{T=T_r^i \dots 80^\circ \text{C}}^{i=1 \dots N} \quad (5.16)$$

5.6 Superfície Candidata

Foram realizadas algumas tentativas para ajustar uma superfície polinomial aos dados de cada curva D_i , mas não houve sucesso, principalmente porque as curvas geradas pelo sensor exibem

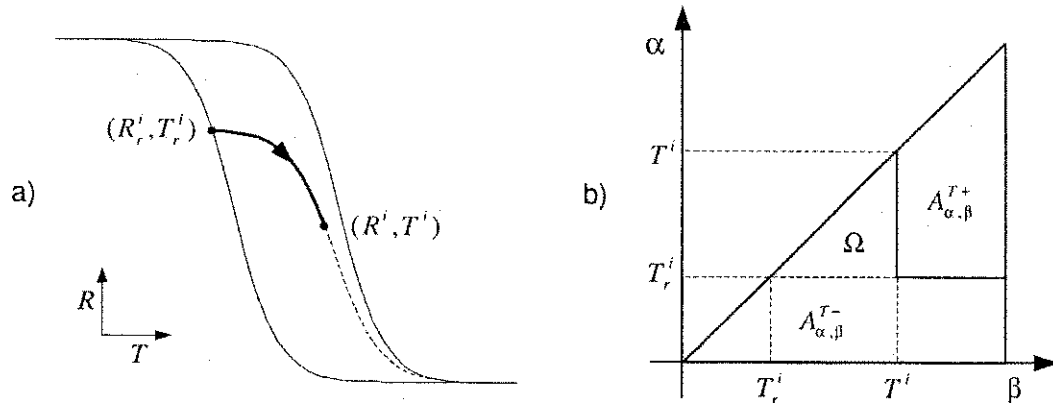


Figura 5.7: (a) Curva decrescente de primeira ordem D_i . Esta curva inicia-se no ponto (T_r^i, R_r^i) , e, com a temperatura sendo aumentada monotonicamente, passa por um ponto intermediário qualquer (T^i, R^i) até atingir $T^i = 80^\circ\text{C}$. (b) Triângulo de Preisach correspondente a D_i .

um comportamento bastante não linear. Polinômios de ordem mais baixa mostraram-se incapazes de se ajustar às curvas experimentais. Superfícies polinomiais de ordem mais elevada se ajustam bem aos dados experimentais mas exibem o efeito de sobreparametrização, com um comportamento oscilatório entre estes mesmos pontos.

Para representar as curvas transformadas experimentais \bar{D}_i , no intervalo $T = T_r^i \dots 80^\circ\text{C}$, propõe-se a seguinte função

$$\bar{D}_i = \log_{10}(D_i) = \log(R_{sat}^-) + \frac{c_i}{1 + \exp[a_i(T - b_i)]}, \quad i = 1, \dots, N \quad (5.17)$$

na qual a_i, b_i e c_i são os parâmetros a serem estimados. O primeiro passo no processo de estimação é a realização de ajuste, no sentido de alguma norma quadrática, da superfície representada pela equação (5.17) aos dados experimentais das N curvas \bar{D}_i disponíveis. Este procedimento gera, para cada curva \bar{D}_i iniciada no ponto de reversão (T_r^i, R_r^i) , valores estimados para os parâmetros a_i, b_i e c_i . Em uma segunda etapa, os parâmetros $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$, $\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ e $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ são encarados como pontos de dados e devem ser utilizados para ajuste das funções $f(\alpha = T_r^i)$, $g(\alpha = T_r^i)$ e $h(\alpha = T_r^i)$, aos mesmos respectivamente. Os experimentos sugerem que estas funções podem assumir a seguinte forma

$$f(T_r^i) = p_4 + p_5 T_r^i \quad (5.18)$$

$$g(T_r^i) = \frac{p_1}{1 + \exp[p_2(T_r^i - p_3)]} \quad (5.19)$$

$$h(T_r^i) = p_6 + \frac{p_7}{1 + \exp[p_8(T_r^i - p_9)]}, \quad (5.20)$$

na qual os parâmetros p_1, \dots, p_9 devem ser também estimados. De posse dos parâmetros p_1, \dots, p_9 , as curvas transformadas \bar{D}_i podem ser representadas pela superfície dada por

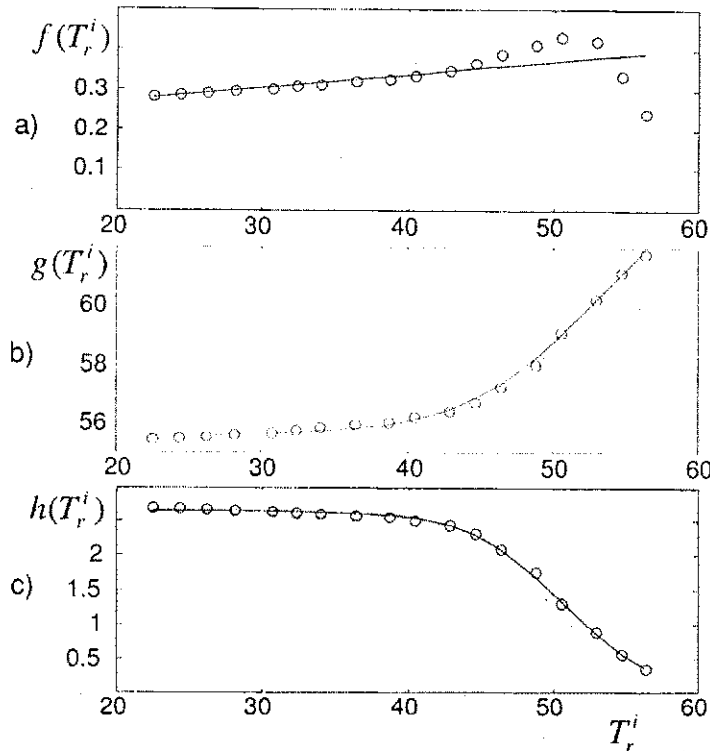


Figura 5.8: Estimação dos parâmetros p_1, \dots, p_9 , para o ajuste das funções (a) $f(T_r^i)$, (b) $g(T_r^i)$ e (c) $h(T_r^i)$, utilizando os pontos $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$, $\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ e $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$, respectivamente.

$$\bar{D}_i = \log_{10}(D_i) = \log(R_{sat}^-) + \frac{h(\alpha)}{1 + \exp\{f(\alpha)[\beta - g(\alpha)]\}}, \quad (5.21)$$

cujas segunda derivada, dada pela equação (5.16), fornece a função de distribuição transformada $\bar{\mu}(\alpha, \beta)$, completando o processo de identificação. Considerando a resistência de saturação inferior $\bar{R}_{sat}^- = \log(R_{sat}^-)$, a equação (5.10) toma a seguinte forma

$$\bar{R}(t) = \bar{R}_{sat}^- + \iint_{A_{\alpha,\beta}^{T+}} \bar{\mu}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (5.22)$$

Método Numérico

Para realizar os ajustes de dados optou-se pela utilização do método simplex Nelder-Mead (Nelder, 1979). Este é um método relativamente simples para minimização multidimensional não-linear, não requer derivadas e utiliza apenas a função de custo. O algoritmo simplex é um minimizador local e requer um vetor solução inicial próximo ao ponto de mínimo. Foi utilizada a implementação simplex do MATLAB através da função 'fmins'. Entretanto, os parâmetros p_1, \dots, p_9 , podem ser alternativamente obtidos utilizando algoritmo genético (Sena et al., 2000).

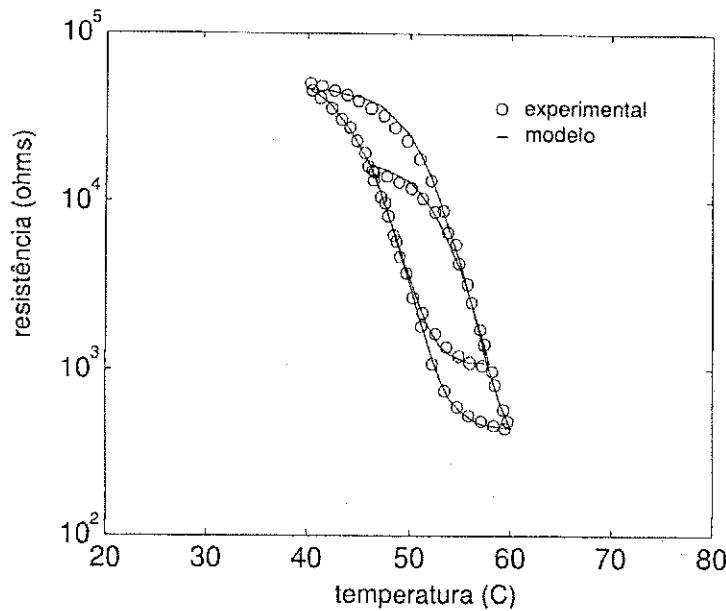


Figura 5.9: Validação do modelo identificado utilizando laços menores.

5.7 Resultados Experimentais

A Figura 5.8(a) mostra o ajuste da função $f(T_r^i)$ aos pontos $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$. Pode-se notar visualmente que o ajuste se deu com uma discordância pequena. Na Figura 5.8(b) é apresentado o ajuste da função $g(T_r^i)$ aos pontos $\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$. Até a temperatura de 45 °C a reta proposta se ajusta muito bem aos pontos b_k . Após este limite começa haver uma discrepância entre a função proposta e os pontos b_k . Dependendo de algumas condições de ajuste da equação (5.17), estes pontos descrevem muito bem uma reta em toda a faixa de 20 a 55 °C, porém resulta em certa dificuldade de ajuste dos outros parâmetros a_k e c_k . Para superar tais dificuldades, foi realizada uma tentativa de ajuste global das curvas \bar{D}_i para encontrar simultaneamente os parâmetros p_1, \dots, p_9 utilizando todos pontos a_k, b_k e c_k . Diversas funções objetivo foram testadas, com diferentes normas, diferentes penalizações e ponderações, mas neste caso o algoritmo simplex, como um minimizador local, não encontrou a solução ótima e houve dificuldades de convergência com tempo muito longo de processamento. Portanto, a solução mostrada na Figura 5.8(b) foi mantida. Finalizando o processo de estimação das curvas \bar{D}_i individuais, é apresentado na Figura 5.8(c) o ajuste da função $h(T_r^i)$ aos pontos $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$. Pode-se notar que a função estimada se ajusta com pequenos desvios em relação aos dados.

Utilizando os parâmetros $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$, $\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ e $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ foi finalizado o processo de ajuste das curvas \bar{D}_i individuais à superfície representada pela equação (5.21), cujos valores obtidos para os parâmetros foram os seguintes: $p_1 = 2,65$, $p_2 = 0,31$, $p_3 = 50,5$, $p_4 = 0,003$, $p_5 = 0,2$, $p_6 = 55,6$, $p_7 = 9,16$, $p_8 = -0,22$, $p_9 = 52,8$.

O modelo identificado pode então ser validado utilizando função de distribuição estimada

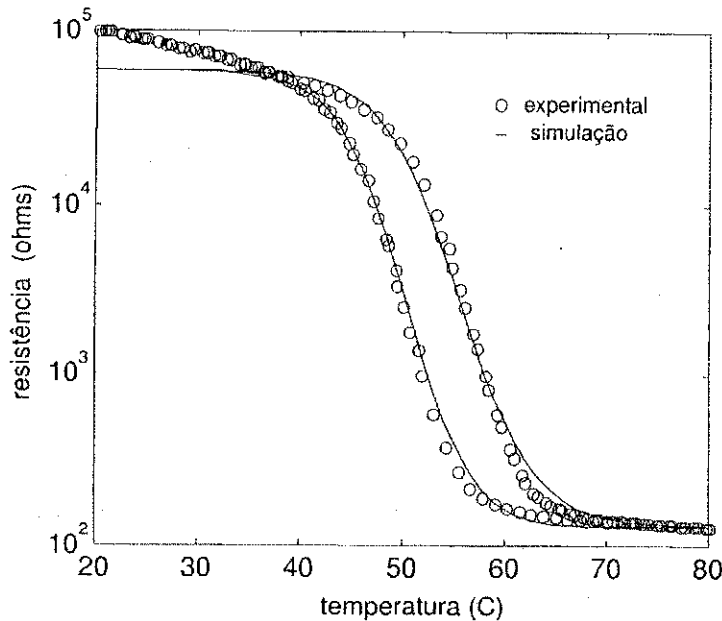


Figura 5.10: Validação do modelo identificado utilizando o laço principal.

$\bar{\mu}(\alpha, \beta)$ a partir da superfície (5.21), utilizando a equação (5.16). A função $\bar{\mu}(\alpha, \beta)$ estimada é omitida aqui por ser muito extensa e de obtenção direta. Um procedimento proposto em (Mayergoyz, 1991) foi empregado para resolver numericamente a equação (5.22). Para excitação e validação foram gerados experimentalmente dois laços menores e o laço principal, que podem ser vistos nas Figuras 5.9 e 5.10, respectivamente. Os laços menores, por estarem no centro da curva de histerese, concordam melhor com os dados experimentais do que o laço principal gerado pelo modelo. Devido ao comportamento exponencial da fase semicondutora nas temperaturas mais baixas, o laço principal da curva de histerese se torna bastante assimétrico. Portanto, optou-se por ajustar as curvas contemplando um melhor desempenho na região de interesse, ou seja, a região de transição de fase.

Para quantificar a discrepância entre resultados experimentais e modelo, emprega-se o erro médio quadrático normalizado, definido pela equação (2.13). O valor obtido do erro para um conjunto de curvas decrescentes de primeira ordem é de 18,5%. Este erro se deve, em grande parte, à discrepância em baixas temperaturas. Quando a região de avaliação do erro se restringe à faixa de 35 a 65°C o erro médio quadrático normalizado cai para 5,3%.

5.8 Conclusões

Neste capítulo foi proposta a adaptação do modelo clássico de Preisach para descrever a característica resistência-temperatura em sensores de radiação térmica baseados no VO₂. A histerese no filme foi testada para verificar as propriedades de remoção e congruência. Devido às ca-

racterísticas assimétricas da histerese no VO_2 , foi introduzida uma transformação logarítmica nos dados de resistência, permitindo a validação aproximada da propriedade de congruência. Satisfazendo então as condições de representação, uma superfície candidata, representada por dez parâmetros, foi proposta para gerar a função de distribuição de Preisach. Esta superfície foi ajustada aos dados utilizando um procedimento em duas etapas utilizando o método simplex de otimização multidimensional. A validade do modelo foi verificada através da comparação entre as curvas experimentais e as simuladas utilizando a função de distribuição identificada para o modelo.

Na região de transição, em torno do centro da histerese, o modelo proposto concorda com os dados de maneira razoavelmente precisa. Entretanto, para temperaturas menores que $35\text{ }^\circ\text{C}$, o modelo não adere aos dados experimentais, devido principalmente à forma assimétrica da histerese no VO_2 . Como resultado, o modelo proposto pode ser utilizado para avaliar teoricamente o desempenho do sensor apenas na região de transição.

Capítulo 6

Modelo de Proximidade ao Laço Principal

6.1 Introdução

No processo de desenvolvimento de um modelo matemático deve-se levar em consideração alguns fatores. A escolha da estrutura do modelo apropriada deve satisfazer a um propósito claramente definido. Nesta investigação, procura-se obter um modelo de histerese que possa ser utilizado na análise de aplicações envolvendo o transdutor histerético em associação a algum circuito eletrônico ou bloco de controle.

Freqüentemente, tentar desenvolver uma descrição completa do sistema físico é impraticável e, na maioria das vezes, desnecessário. Portanto, o objetivo principal é determinar qual tipo de informação se deseja inferir do modelo. Normalmente é vantajoso utilizar o máximo de conhecimento prévio possível sobre o sistema. Isto pode se traduzir na definição da estrutura do modelo, restrições e faixa de valores dos parâmetros, e limite de ruído experimental. O modelo pode ser determinístico ou estocástico, podendo ou não levar em conta incertezas nas medidas e até tratar os coeficientes do modelo como variáveis aleatórias. Todas estas considerações dependem da natureza do sistema físico e também das condições experimentais nas quais os dados são levantados.

O modelo de Preisach foi satisfatoriamente adaptado, no Capítulo 5, para descrever o comportamento do filme de dióxido de vanádio. Entretanto, conforme bem descrito em (Belbas & Mayergoyz, 2002), a análise do modelo de Preisach em associação com sistemas dinâmicos lineares, usual nas aplicações pretendidas, é uma tarefa complexa. Esta complexidade é decorrente da memória global deste modelo.

As aplicações do filme de VO_2 podem ser analisadas, em geral, como uma combinação do modelo estático do filme com um modelo não-linear dinâmico, este último representando o efeito da radiação e corrente elétrica na dinâmica térmica do dispositivo. Na Figura 6.1 é mostrado

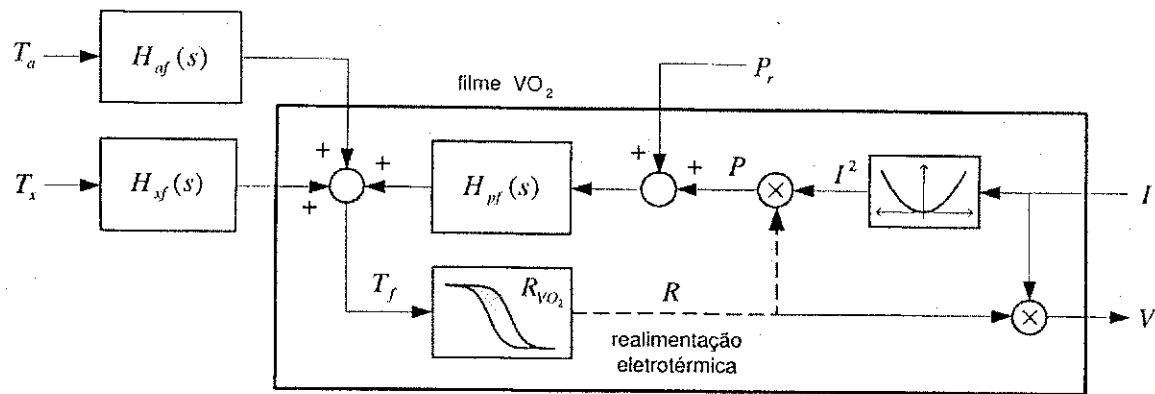


Figura 6.1: Diagrama de blocos do conjunto filme/substrato.

o diagrama de blocos de um dispositivo térmico que utiliza o filme de VO_2 . Este diagrama é baseado nas equações (2.6)_{1,2}, considerando o efeito da temperatura ambiente T_a sobre a temperatura do filme T_f , que é representado pela função de transferência $H_{af}(s)$. O efeito da temperatura do substrato T_x sobre T_f é representado pela função de transferência $H_{xf}(s)$. O efeito da potência de radiação P_r sobre T_f é representado pela função de transferência $H_{pf}(s)$. Uma mudança na resistência do filme interage com a corrente de polarização I e seu efeito sobre o filme é observado através da tensão V . O modelo estático para resistência do filme de VO_2 realimenta, na forma de produto, o efeito térmico sobre T_f no ramo elétrico do modelo do dispositivo. Caso o modelo estático para resistência do filme seja o modelo de Preisach, há várias discontinuidades na relação entre T_f e R , em decorrência do comportamento não-Markoviano deste modelo. Este fato dificulta a análise matemática de sistemas similares ao apresentado na Figura 6.1.

A histerese é um fenômeno que apresenta o chaveamento entre trechos monotônicos com elemento central do seu comportamento. Isto pode ser claramente observado no operador de Duhem, descrito pela equação (4.5), que representa o modelo mais simples de histerese. É portanto natural pensar na teoria de controle de sistemas com estrutura variável (Variable Structure Control - VSC) (DeCarlo et al., 1988) para realizar a análise de aplicações deste tipo, cujo comportamento dinâmico muda em função do sinal de \dot{T}_f . Para realizar este tipo de análise, é interessante que o modelo estático seja Markoviano em relação ao estado de reversão, para cada trecho monotônico da excitação. Para isto, a evolução de estados futuros do modelo, num determinado trecho monotônico, deve depender apenas do último estado de reversão.

Nesta investigação, o fenômeno e os modelos para histerese magnética são utilizados como fundamento para o desenvolvimento de modelos de histerese para o VO_2 . Com o objetivo de elaborar um modelo de histerese de aplicação genérica propõe-se, neste capítulo, um novo modelo de histerese para materiais magnéticos, baseado no conceito de proximidade ao laço principal (Limiting Loop Proximity - L^2P) (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2003). Trata-se

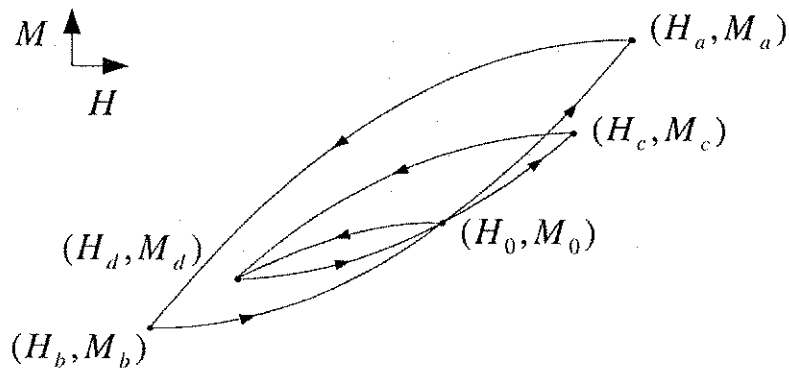


Figura 6.2: Ilustração das propriedades de memória relativas ao fechamento de laços menores, remoção de extremos de reversão e memória não-local.

de um modelo fenomenológico com uma estrutura de memória diferente daquelas presentes nos modelos de Jiles & Atherton (1983) e Preisach (1935). O modelo proposto é apresentado em termos de uma equação algébrica com apenas quatro parâmetros, não sendo necessária a solução de equações integro-diferenciais. As componentes reversíveis e irreversíveis da magnetização estão incluídas de maneira implícita no modelo. As não-linearidades mais comuns do fenômeno de histerese são descritas e, para situar o modelo proposto no arcabouço comum deste tipo de modelagem, o mesmo é comparado aos modelos de Jiles e Preisach. Para este objetivo, os três modelos são apresentados na forma de equação diferencial, permitindo que as principais características destes modelos sejam apontadas e comparadas.

6.2 Propriedades da Histerese Magnética

Em um material magnético, o estado atual (H_0, M_0) em um instante arbitrário $t = t_0$ pode assumir qualquer valor dentro do laço limite principal, dependendo da história da excitação $H(t)$ para $t < t_0$. No caso da histerese independente da taxa, não é necessário o conhecimento de todos os valores passados de $H(t)$ para prever $M(t_0)$, mas apenas alguns valores extremos do passado. Para identificar estes extremos relevantes, são descritas a seguir duas propriedades de memória definidas para o fenômeno de histerese.

A primeira delas é a propriedade de retorno ao ponto de partida (return-point memory), descrita como segue. Se a trajetória originando de (H_a, M_a) é revertida em (H_b, M_b) , o novo trecho retorna a (H_a, M_a) (Figura 6.2). Na prática, se o campo varia entre H_a e H_b , o laço menor desloca-se até um laço de equilíbrio e a propriedade de retorno ao ponto de partida não é perfeitamente válida (Torre, 1994).

A segunda propriedade está relacionada com o aspecto de memória não-local, conforme segue. Para melhor descrever esta propriedade, considera-se duas trajetórias alternativas para

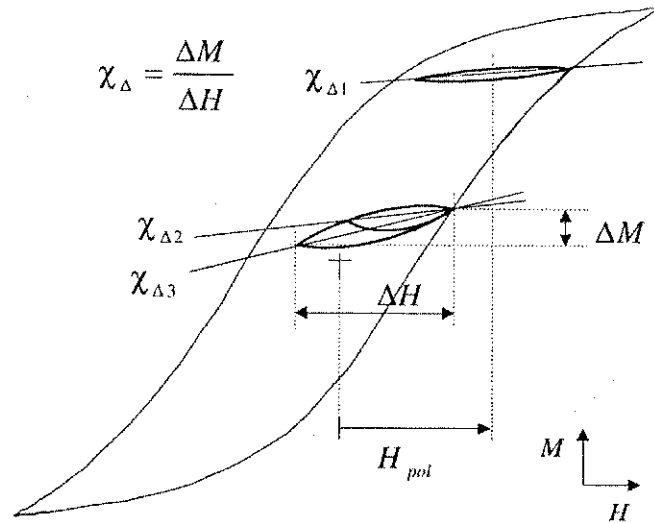


Figura 6.3: Susceptibilidade Incremental.

chegar ao mesmo estado (H_d, M_d) , dadas por

$$(H_a, M_a) \searrow (H_b, M_b) \nearrow (H_0, M_0) \searrow (H_d, M_d) \quad (6.1)$$

ou

$$(H_c, M_c) \searrow (H_d, M_d), \quad (6.2)$$

sendo que \nearrow e \searrow representam campos em crescimento e decrescimento monotônicos, respectivamente. Uma trajetória de histerese originando do ponto de reversão (H_d, M_d) e passando por (H_0, M_0) , pode bifurcar em duas trajetórias diferentes

$$(H_d, M_d) \nearrow (H_0, M_0) \nearrow (H_a, M_a) \quad (6.3)$$

ou

$$(H_d, M_d) \nearrow (H_0, M_0) \nearrow (H_c, M_c), \quad (6.4)$$

dependendo se o estado (H_d, M_d) foi alcançado através de (6.1) ou (6.2), respectivamente.

Outra característica interessante da histerese magnética é o comportamento de desmagnetização do material. Esta desmagnetização é obtida aplicando no material um campo magnético com amplitude alternada decrescente, para produzir um conjunto de laços com larguras progressivamente menores. Uma curva de magnetização iniciando neste estado de desmagnetização ($M = 0, H = 0$) é chamada de *curva virgem de desmagnetização*, na qual a susceptibilidade inicial não é necessariamente nula. Se o processo de desmagnetização é realizado aplicando um campo magnético alternado decrescente com um certo valor médio, o estado final resultante é um ponto na curva sem histerese (anhysteretic curve).

Um campo alternado de baixa amplitude ΔH com valor médio H_{pol} , produz uma mudança correspondente na magnetização com amplitude ΔM (Figura 6.3). A razão $\chi_{\Delta} = \frac{\Delta M}{\Delta H}$ é cha-

mada de susceptibilidade incremental. O valor de χ_{Δ} varia com o campo H_{pol} , decrescendo à medida em que H_{pol} aumenta.

6.3 Modelo L²P

É conhecido que, na característica experimental de histerese $M \times H$, as curvas crescente e decrescente principais são separadas por uma certa largura. A magnetização M satura para valores elevados negativos e positivos de H . Além disso, todas as trajetórias de histerese estão confinadas ao laço limite, que é a combinação das curvas crescente e decrescente principais (curvas limite).

É proposta uma função $F_L(H)$ para descrever a magnetização M nas curvas limite crescente e decrescente, na forma

$$M = F_L(H) \triangleq \frac{2}{\pi} M_s \arctan \left(\frac{H - \delta H_c}{h_0} \right), \quad (6.5)$$

sendo M_s a magnetização de saturação, H_c o campo coercitivo, h_0 uma constante dependente do material e $\delta = \text{sgn}(\dot{H})$.

A combinação das curvas $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$ resulta na descrição matemática do laço principal no plano $M - H$, e representam a região na qual todas as possíveis trajetórias de histerese podem estar (Figura 6.4).

Utilizando a equação (6.5), não é possível descrever laços menores, laços aninhados e curvas crescentes ou decrescentes de primeira ordem. Esta equação deve ser modificada para também representar a dependência de M com H para qualquer trajetória dentro do laço principal. Assim, para introduzir esta modificação, propõe-se levar em consideração a forma com a qual uma determinada trajetória dentro do laço principal se aproxima das curvas limite crescente e decrescente. Este conceito é ilustrado na Figura 6.4, sendo a trajetória $(k - 1)$ revertida no ponto (H_r, M_r) do qual uma nova trajetória k começa.

O *campo de proximidade* H_p é definido para expressar a distancia entre o ponto atual (H_0, M_0) em uma trajetória k ao ponto correspondente (H_L, M_0) na curva limite $F_L(H)$, dado por

$$H_p \triangleq H_L - H_0. \quad (6.6)$$

Utilizando (6.5), o valor de H_L é obtido para o ponto correspondente $M_0 = F_L(H_L)$ como

$$H_L = h_0 \tan \left(\frac{\pi M_0}{2M_s} \right) + \delta H_c. \quad (6.7)$$

Assim, H_p em (H_0, M_0) é obtido a partir de (6.6) como sendo

$$H_p = h_0 \tan \left(\frac{\pi M_0}{2M_s} \right) + \delta H_c - H_0. \quad (6.8)$$

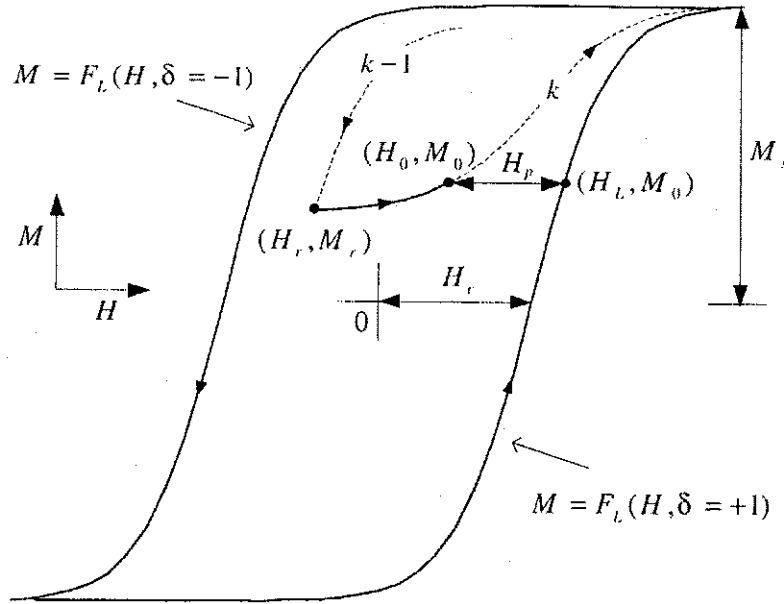


Figura 6.4: Representação esquemática da histerese na característica $M \times H$. Esta construção geométrica de uma trajetória após a reversão ilustra o conceito de proximidade da mesma ao laço principal, que é formado pela combinação das curvas limite $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$.

No começo de uma nova trajetória, no ponto de reversão (H_r, M_r) , o campo de proximidade H_p é denotado de H_{pr} e resulta em

$$H_{pr} = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_r. \quad (6.9)$$

Da observação de dados experimentais, é possível estabelecer que a dependência funcional de H_p para qualquer trajetória dentro do laço principal é quase independente do ponto de reversão (H_r, M_r) . Assim, a seguinte dependência funcional é proposta para descrever H_p

$$H_p \triangleq H_{pr} P(x), \quad (6.10)$$

sendo $x = \frac{H_0 - H_r}{H_{pr}}$ e $P(x)$ uma função arbitrária monotonicamente decrescente, com $P(0) = 1$, denotada de *função de proximidade*.

Substituindo (6.10) em (6.8) resulta em

$$H_{pr} P(x) = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_0, \quad (6.11)$$

e a magnetização correspondente ao ponto atual (H_0, M_0) pode ser obtida de (6.11) e escrita como

$$M_0 = \frac{2M_s}{\pi} \arctan\left(\frac{H_{pr} P(x) + H_0 - \delta H_c}{h_0}\right). \quad (6.12)$$

Da equação (6.12), para qualquer ponto arbitrário (H, M) , a dependência da magnetização M com o campo H é dada por

$$M(H) = \frac{2M_s}{\pi} \arctan \left(\frac{H_{pr} P\left(\frac{H-H_r}{H_{pr}}\right) + H - \delta H_c}{h_0} \right). \quad (6.13)$$

Os valores de δ , H_r e H_{pr} mudam apenas nos pontos de reversão, e permanecem inalterados até que ocorra uma nova reversão em $H(t)$.

A função de proximidade depende do tipo de material magnético, e necessita ser escolhida com critério para que se ajuste adequadamente à dependência de H_p com H . Para um material magnético tipo suave, propõe-se a seguinte função de proximidade

$$P(x) \triangleq \begin{cases} 1 - \sin \zeta x, & \zeta x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \zeta x > \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad (6.14)$$

sendo ζ uma constante arbitrária.

É interessante observar a simplicidade do modelo, que requer apenas os parâmetros M_s , h_0 , H_c e ζ .

6.3.1 Procedimento de Estimação de Parâmetros

A Eq.6.5 pode ser ajustada ao laço principal da histerese experimental, desde que este laço tenha sido obtido excursionando-se o campo H até que a magnetização atinja saturação total. Para identificar corretamente $M_L(H, \delta)$, é necessário que sejam determinados 3 parâmetros: M_s , H_c e h_0 . O valores de H_c e M_s podem ser extraídos diretamente por inspeção dos dados experimentais de um laço principal com saturação plena.

Não é possível extrair o valor de h_0 direto de inspeção dos dados experimentais. Para encontrar h_0 é necessário um procedimento de ajuste de curva, que leva em consideração tanto o trecho ascendente $\tilde{M}_L \Big|_{\delta=+1}^{H=H_{sat}^- \dots H_{sat}^+}$ quanto o trecho descendente $\tilde{M}_L \Big|_{\delta=-1}^{H=H_{sat}^+ \dots H_{sat}^-}$ do laço principal experimental. Estes trechos experimentais devem ser ajustados às curvas $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$, respectivamente. Considerando que os parâmetros H_c e M_s estão já estimados, o valor de h_0 pode ser determinado minimizando a seguinte função objetivo

$$J(h_0) = \sum_{H=H_{sat}^-}^{H_{sat}^+} \left\{ \begin{aligned} & \left[F_L(H, \delta = -1) - \tilde{M}_L \Big|_{\delta=-1} \right]^2 \\ & + \left[F_L(H, \delta = +1) - \tilde{M}_L \Big|_{\delta=+1} \right]^2 \end{aligned} \right\}. \quad (6.15)$$

Uma vez que os parâmetros da função $F_L(H, \delta = \pm 1)$ estejam determinados, é possível determinar o valor de ζ . Entretanto, para obter o valor de ζ , é necessário gerar uma curva experimental decrescente de primeira ordem (first-order descending curve - FOD) $\tilde{M}_{FOD} \Big|_{\delta=-1}^{H=H_1 \dots H_{sat}^-}$

(Almeida, Deep, Lima, Neff & Freire, 2000; Mayergoyz, 1991). Uma curva FOD é gerada primeiro reduzindo o campo H para o seu valor máximo negativo H_{sat}^- , no qual a magnetização atinge a saturação negativa M_{sat}^- . No próximo passo, o campo H é monotonicamente aumentado, até que atinja um certo valor H_i com correspondente magnetização M_i . Neste momento, é possível gerar os valores da FOD, sendo (M_i, H_i) seu ponto inicial, e a magnetização $M_{FOD}(H)$ medida com o campo sendo reduzido monotonicamente até o valor H_{sat}^- . A escolha da FOD deve ser tal que permita um ajuste adequado do parâmetro ζ . A curva experimental $\tilde{M}_{FOD} \Big|_{\delta=-1}^{H=H_c \dots H_{sat}^-}$ é então traçada iniciando-se no ponto $M_i = 0$ e $H_i = H_c$. Esta curva deve então ser ajustada à curva $M(H, \delta = -1)$ gerada pelo modelo (6.13) para a mesma excitação. Isto é equivalente a minimizar a seguinte função objetivo

$$J(\zeta) = \sum_{H=H_c}^{H_{sat}^-} \left[M(H, \delta = -1) - \tilde{M}_{FOD} \Big|_{\delta=-1} \right]^2, \quad (6.16)$$

completando dessa forma o procedimento de identificação dos parâmetros do modelo.

6.4 Comparação entre os Modelos: L²P, Jiles e Preisach

No modelo proposto por Jiles, a magnetização total M é obtida como uma soma das componentes irreversível M_{irr} e reversível M_{rev} de magnetização. A componente reversível uma função descrita por uma função semelhante a $F_L(H, \delta = 0)$ e a componente irreversível é representada por uma equação diferencial não-linear

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = f(H, M, \delta). \quad (6.17)$$

O modelo de Jiles inclui informação sobre a história da excitação H através apenas do estado atual (H_0, M_0) . O modelo que possui esta característica é usualmente denominado de modelo de histerese com *memória local*.

Em contraste com o modelo de Jiles, o modelo clássico de Preisach inclui informação sobre a história da excitação através do armazenamento dos valores extremos passados de H . Estes valores estão associados ao modelo de Preisach através de uma estrutura discreta de memória chamada de *seqüência de memória* (Visintin, 1994), que correspondem aos vértices internos do triangulo de Preisach (Mayergoyz, 1991; Brokate & Sprekels, 1996). Duas regras básicas determinam a evolução da seqüência de memória com o tempo: uma regra que introduz novos pontos de reversão e outra que remove alguns dos pontos existentes. A primeira regra: no instante t_r , correspondente a uma reversão em H , δ sofre uma mudança abrupta, e um novo mínimo local $H_i^{\min} = H(t_r)$ ou máximo local $H_j^{\max} = H(t_r)$ é armazenado na seqüência de memória. A segunda regra: se em qualquer instante t , $\delta = +1$ e $H(t) > H_j^{\max}$ ou $\delta = -1$ e

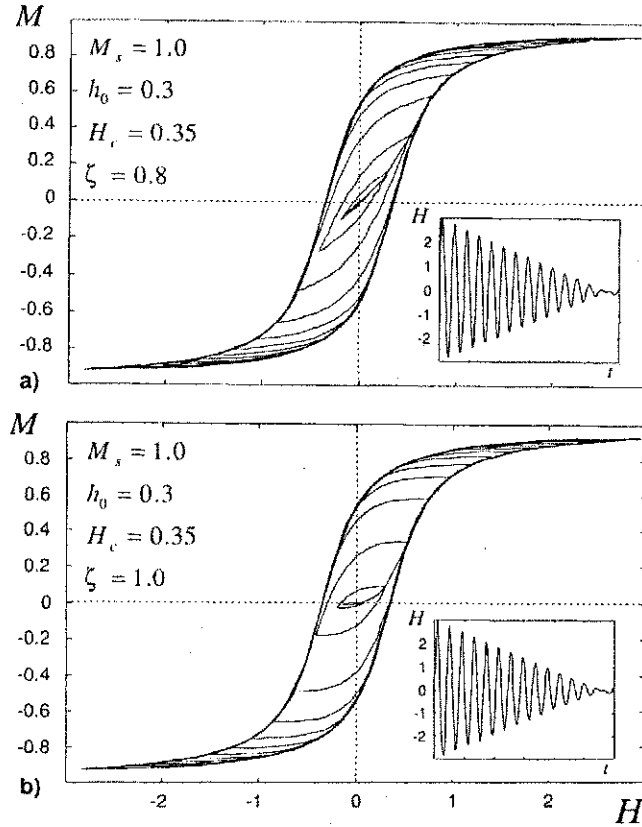


Figura 6.5: Simulação de histerese para dois conjuntos distintos de parâmetros utilizando o modelo proposto.

$H(t) < H_i^{\min}$, o último par de valores extremos (H_i^{\min}, H_j^{\max}), pré-existent na seqüência, é removido (wiped out). A seqüência discreta de memória pode ser representada por

$$s = (H_0^{\min}, H_1^{\min}, \dots, H_i^{\min}, H_j^{\max}, \dots, H_1^{\max}, H_0^{\max}). \quad (6.18)$$

Cada novo mínimo local H_i^{\min} ou máximo H_j^{\max} de s é introduzido individualmente e removidos em pares (H_i^{\min}, H_j^{\max}). As regras mencionadas anteriormente são atribuídas a Madelung (Brokate & Sprekels, 1996) e estão relacionadas à propriedade de retorno ao ponto de partida do modelo de Preisach. A seqüência s permite ao modelo de Preisach “lembrar” recursivamente os valores do campo magnético nos instantes de reversão $H(t_r)$ (return-point memory), e também “esquecer” os mesmos quando apropriado (wiping-out property).

Vajda & Torre (1993) propôs uma representação na forma de equação diferencial para o modelo de Preisach

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \int_{H_l}^H \mu(\alpha, \beta) d\epsilon, \quad (6.19)$$

sendo $d\epsilon = d\alpha$ se $\delta = +1$ ou $d\epsilon = d\beta$ se $\delta = -1$, e o limite inferior da integral H_l é o valor do campo magnético correspondente à última reversão em $H(t)$ e é fornecido a (6.19) através da

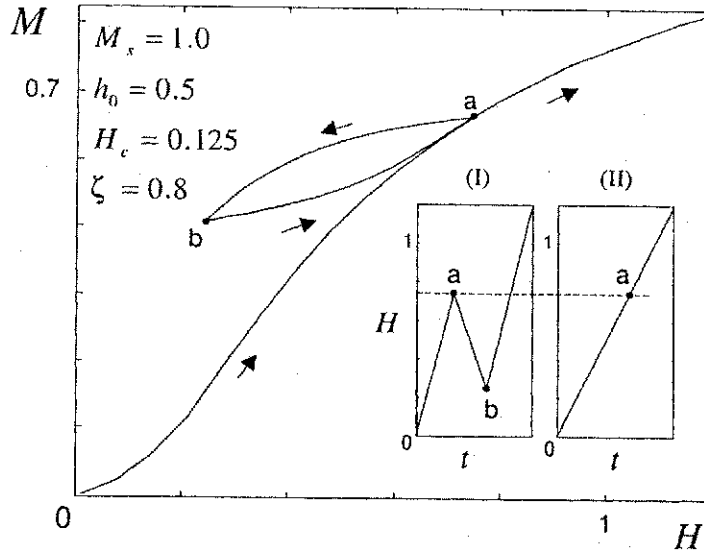


Figura 6.6: Ilustração das propriedades de memória relativas ao fechamento de laços menores e remoção de extremos para o modelo proposto.

seqüência s . Assim, o modelo clássico de Preisach pode ser representado na forma diferencial como

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = F(H, H_i, \delta)|_{s \rightarrow H_i}, \quad (6.20)$$

sendo $F(H, H_i, \delta)$ a função que representa a integral no lado direito de (6.19). Os valores de H , correspondentes aos pontos de reversão passados, aparecem em H_i via s . Assim, o modelo Preisach inclui informação sobre a evolução passada da excitação H através da seqüência s . Esta característica atribui ao modelo de Preisach a denominação de modelo de histerese com *memória não-local*.

A principal diferença entre os modelos de Preisach e Jiles é a estrutura discreta de memória s associada ao modelo de Preisach. Como consequência, o modelo de Preisach assume a característica de persistência de memória não-local. Quando se assume que os domínios (representados pelos operadores elementares) não interagem, é possível haver persistência de memória. Na prática, os domínios interagem entre si e, dependendo do nível de interação e viscosidade (Bertotti, 1999), a seqüência s é parcialmente perdida e a propriedade de retorno ao ponto de partida não se mantém. Este fato resulta no fenômeno de acomodação (Torre, 1994). Na verdade, não há evidência experimental da persistência de memória não-local em materiais reais.

Para o modelo proposto, a equação (6.13) pode também ser representada na forma diferencial

$$\frac{dM}{dH} = 2 \frac{M_s}{\pi} \frac{h_0 \left(1 + P' \left(\frac{H-H_r}{H_{pr}} \right) \right)}{h_0^2 + \left(H_{pr} P' \left(\frac{H-H_r}{H_{pr}} \right) + H - \delta H_c \right)^2}, \quad (6.21)$$

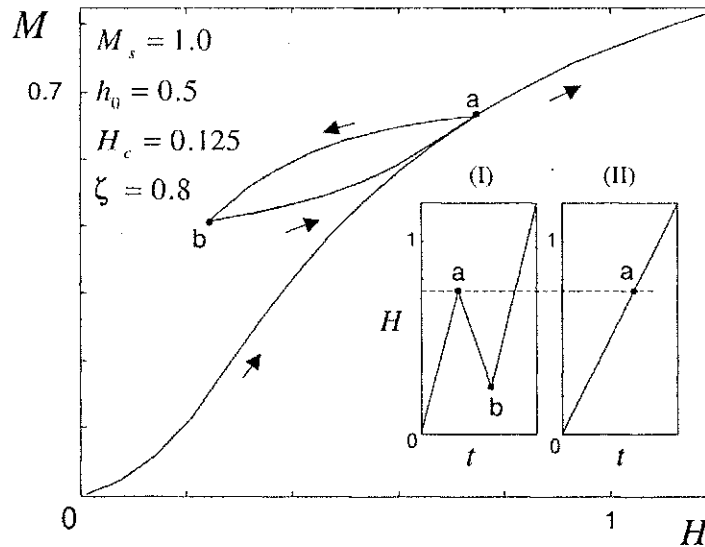


Figura 6.6: Ilustração das propriedades de memória relativas ao fechamento de laços menores e remoção de extremos para o modelo proposto.

seqüência s . Assim, o modelo clássico de Preisach pode ser representado na forma diferencial como

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = F(H, H_l, \delta)|_{s \rightarrow H_l}, \quad (6.20)$$

sendo $F(H, H_l, \delta)$ a função que representa a integral no lado direito de (6.19). Os valores de H , correspondentes aos pontos de reversão passados, aparecem em H_l via s . Assim, o modelo Preisach inclui informação sobre a evolução passada da excitação H através da seqüência s . Esta característica atribui ao modelo de Preisach a denominação de modelo de histerese com *memória não-local*.

A principal diferença entre os modelos de Preisach e Jiles é a estrutura discreta de memória s associada ao modelo de Preisach. Como consequência, o modelo de Preisach assume a característica de persistência de memória não-local. Quando se assume que os domínios (representados pelos operadores elementares) não interagem, é possível haver persistência de memória. Na prática, os domínios interagem entre si e, dependendo do nível de interação e viscosidade (Bertotti, 1999), a seqüência s é parcialmente perdida e a propriedade de retorno ao ponto de partida não se mantém. Este fato resulta no fenômeno de acomodação (Torre, 1994). Na verdade, não há evidência experimental da persistência de memória não-local em materiais reais.

Para o modelo proposto, a equação (6.13) pode também ser representada na forma diferencial

$$\frac{dM}{dH} = 2 \frac{M_s}{\pi} \frac{h_0 \left(1 + P' \left(\frac{H - H_c}{H_{pr}} \right) \right)}{h_0^2 + \left(H_{pr} P \left(\frac{H - H_c}{H_{pr}} \right) + H - \delta H_c \right)^2}, \quad (6.21)$$

sendo

$$P'(x) = \begin{cases} -\zeta \cos \zeta x & , \zeta x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \zeta x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (6.22)$$

Desde que H_{pr} depende de M_r , a equação (6.21) pode ser representada na seguinte forma

$$\frac{dM}{dH} = f(H, H_r, M_r, \delta). \quad (6.23)$$

Assim, a seqüência de memória s associada ao modelo de Preisach, é reduzida no modelo proposto simplesmente ao valor H_r , correspondente ao último ponto de reversão. Os valores da excitação H nos pontos de reversão H_{r-1}, H_{r-2}, \dots são incorporados no modelo através da inclusão da última magnetização de reversão M_r . A informação sobre a evolução passada de H é incluída não apenas através do estado atual (H_0, M_0) , como no modelo de Jiles, mas também através de último estado de reversão (H_r, M_r) . Finalmente, a memória do modelo proposto é mais curta que a do modelo de Preisach e relativamente mais representativa que a do modelo de Jiles.

6.5 Discussão e Resultados

Pode ser verificado na equação (6.21) do modelo proposto, que a magnetização M depende da definição de $F_L(\cdot)$ e $P(\cdot)$, e é determinada pelas coordenadas tanto do ponto atual (H_0, M_0) quanto do último ponto de reversão (H_r, M_r) . A magnetização M_r , correspondente ao campo de reversão H_r , depende de estados prévios de reversão (H_{r-1}, M_{r-1}) , e assim por diante. Isto implica em um tipo de formação de memória que depende não apenas do estado atual (H_0, M_0) mas também de (H_r, M_r) . Assim, é possível passar infinitas trajetórias através do ponto (H_0, M_0) , cada uma delas correspondendo a um ponto particular (H_r, M_r) dentro do laço principal.

Em contraste com a equação diferencial (6.21), o modelo algébrico (6.13) demanda uma carga computacional que depende apenas do número de pontos escolhidos para representar a curva de histerese, e isto não afeta a precisão dos cálculos para determinar o valor de M .

O desempenho do modelo é avaliado em termos da capacidade do mesmo em exibir propriedades das não-linearidades genéricas da histerese magnética. Uma vez que estas propriedades sejam satisfeitas, espera-se que a identificação correta dos parâmetros permita que o modelo proposto represente não-linearidades observadas experimentalmente.

Nas Figuras 6.5 (a) e (b) o efeito do parâmetro ζ na forma da curva de histerese e na capacidade do modelo de gerar laços menores aninhados, são apresentados para uma excitação dada por

$$H(t) = 3 \text{sen}(0.85t)(-0.01t + 1). \quad (6.24)$$

A susceptibilidade incremental para $\zeta = 0.8$ é maior do que para $\zeta = 1.0$.

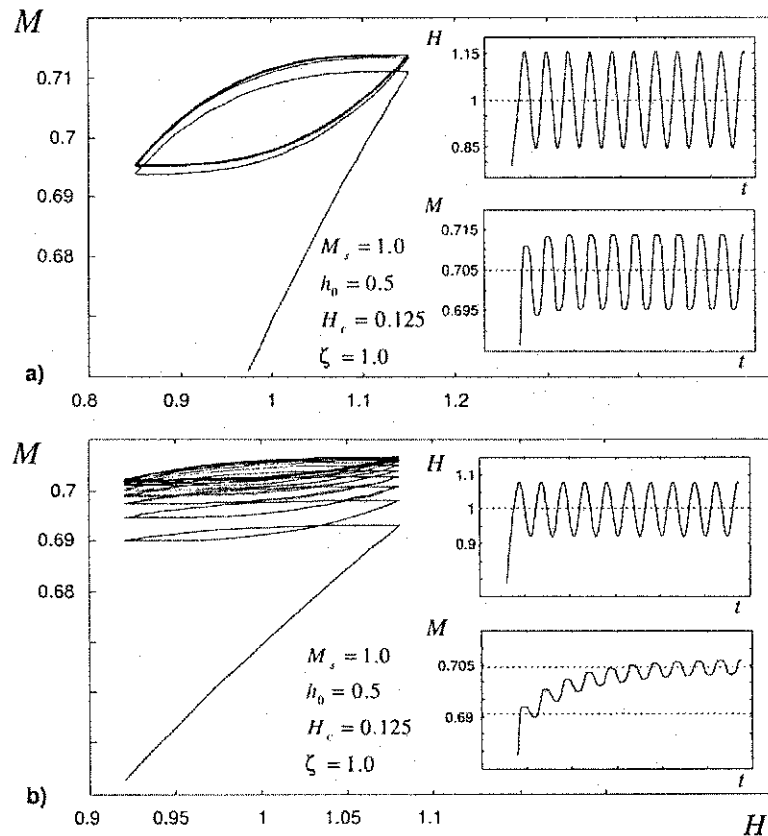


Figura 6.7: a) Efeito de acomodação para um laço de histerese de certa largura e b) para um outro laço de histerese de largura menor.

A propriedade de retorno ao ponto de partida e a propriedade de remoção estão fortemente relacionadas, e para o modelo proposto as mesmas só podem ser avaliadas qualitativamente e aproximadamente por simulação, desde que estas propriedades são na verdade características do modelo de Preisach. Em curvas de histerese observadas experimentalmente, existe o fenômeno de acomodação e estas duas propriedades só são satisfeitas aproximadamente. Na Figura 6.6 é apresentada a resposta do modelo proposto quando submetido a duas formas de onda diferentes do campo H (Figura 6.6, quadros interiores I e II). No quadro interior I é mostrada a forma de onda do campo H utilizada para gerar um laço menor. A trajetória inicia em $(H = 0, M = 0)$, cresce monotonicamente até a , decresce até b e cresce novamente. Para a forma de onda de excitação H apresentada no quadro interior II, a trajetória traçada no plano $M - H$ é aproximadamente a mesma da traçada como resultado da excitação com a forma de onda do quadro interior I, com exceção do laço menor. Nota-se que o laço menor inicia e termina aproximadamente no mesmo ponto (return-point memory property).

Para laços menores com largura muito menor do que a largura do laço principal, o fenômeno de acomodação se torna evidente (Figura 6.7). Quando a amplitude de excitação é 0.3 unidades

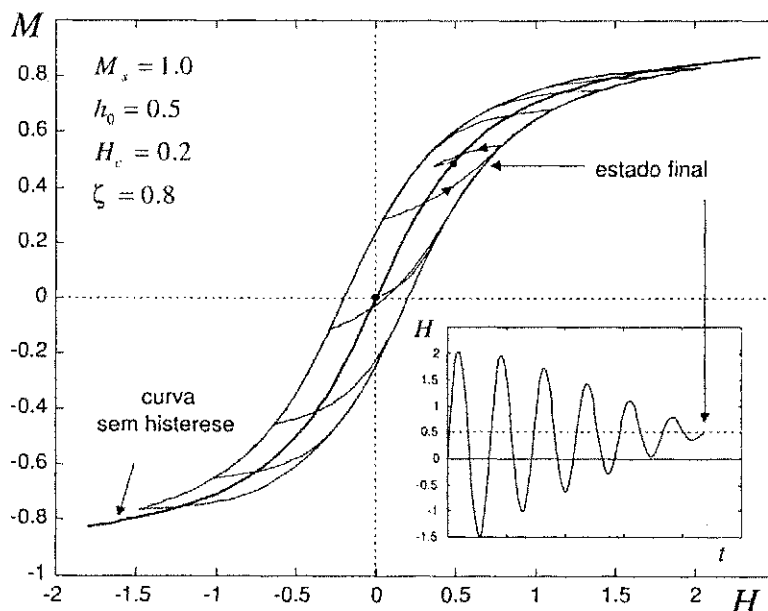


Figura 6.8: Comportamento do modelo proposto, excitado com um campo de desmagnetização alternado e um campo contínuo superposto $H_{dc} = 0.5$. O estado final de desmagnetização recai sobre um ponto da curva sem histerese $M_L(H_{dc}, \delta = 0)$.

(Figura 6.7a), o laço menor se torna estável após o segundo ciclo. Se a amplitude da excitação é 0.15 unidades, o processo de acomodação leva vários ciclos (Figura 6.7 b). Este fenômeno pode ser também observado através da resposta $M(t)$ (quadros interiores das Figuras 6.7a e b).

Na Figura 6.8 observa-se que se a excitação é um campo oscilatório desmagnetizante com um valor médio H_{pol} de 0.5 unidades (quadro interior), o estado final resultante é um ponto na curva sem histerese $F_L(H, \delta = 0)$. Seguindo este mesmo procedimento para valores diferentes de H_{pol} , é possível traçar completamente a curva sem histerese $F_L(H, \delta = 0)$.

Finalmente, é apresentada na Figura 6.9 a susceptibilidade incremental calculada utilizando o modelo proposto, e obtida como resultado de excitações de pequena amplitude para valores diferentes de H_{pol} . A susceptibilidade incremental é determinada somente quando o laço menor se torna estável, após o transitório inicial. O valor de χ_{Δ} decresce com o aumento de H_{pol} . Além disso, o valor de χ_{Δ} também depende da amplitude ΔH . Estas características são muito similares às observadas em transdutores magnéticos reais.

6.5.1 Aplicação do Modelo Proposto para Ferrite tipo MnZn

A aplicação do modelo proposto é ilustrada utilizando a relação entre densidade de fluxo B e campo magnético H . Para materiais tipo MnZn, a densidade de fluxo e a magnetização são

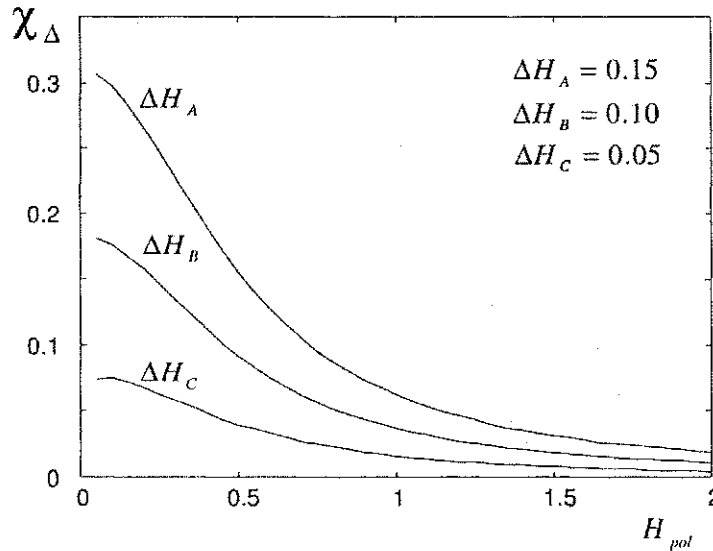


Figura 6.9: Susceptibilidade incremental calculada utilizando o modelo proposto, para valores diferentes de largura do laço menor ΔH , em função do campo de polarização H_{pol} .

equivalentes. Baseando-se na equação (6.5), escreve-se a relação $B \times H$ na forma

$$B(H) = \frac{2B_s}{\pi} \arctan \left(\frac{H_{pr} P\left(\frac{H-H_c}{H_{pr}}\right) + H - \delta H_c}{h_0} \right), \quad (6.25)$$

sendo B_s a densidade de fluxo de saturação. Para ilustrar a generalidade da proposta, foi escolhida uma função de proximidade diferente da apresentada na equação (6.14), dada por

$$P(x) \triangleq \tanh(-\zeta x) + 1, \quad (6.26)$$

sendo que o parâmetro ζ define como as trajetórias internas se aproximam do laço principal.

Para validar experimentalmente o modelo proposto, foi selecionado o ferrite MnZn 3c15 fabricado pela Ferroxcube. Os parâmetros obtidos para este material são $H_c = 18$ A/m, $B_s = 0.47$ T, $h_0 = 23$ and $\zeta = 0.8$. Na Figura 6.10, o primeiro quadrante do laço principal da característica $B \times H$ do ferrite 3c15 é comparado com o correspondente obtido com o modelo proposto. Observa-se uma concordância razoável entre dado experimental e simulação. Este modelo é utilizado para calcular a desmagnetização do ferrite 3c15, obtido através de um campo senoidal decrescente. O resultado deste processo de desmagnetização, com um fluxo residual $B_{H=0} = 0.14$ T, é apresentado na Figura 6.11.

6.6 Conclusão

Um novo modelo para representação da histerese magnética foi proposto. Definiu-se o conceito de proximidade ao laço principal, a partir do qual uma equação algébrica foi derivada para

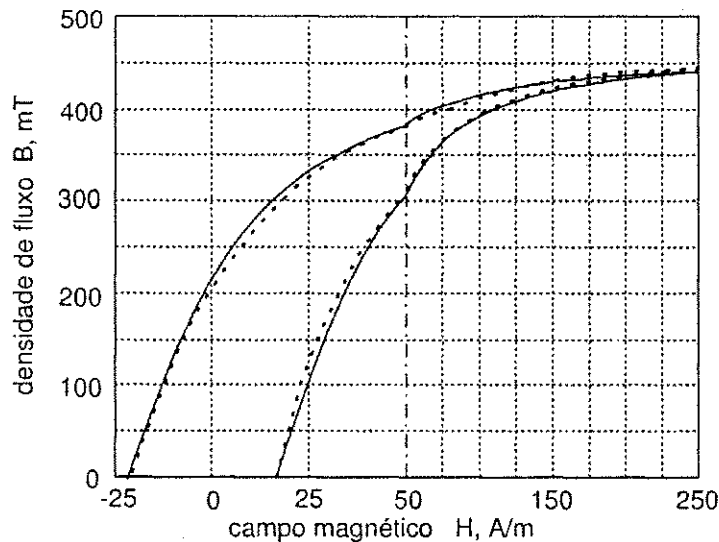


Figura 6.10: Simulação com o modelo proposto (linha sólida) ajustado para dados experimentais (disponível em www.ferroxcube.com) do ferrite MnZn 3c15 (linha tracejada).

representar matematicamente a histerese em materiais magnéticos. Esta representação tem a vantagem de não necessitar da solução de equação diferencial ou de integral dupla. O custo computacional é então consideravelmente reduzido quando comparado ao modelo de Jiles e especialmente ao modelo de Preisach. Além disso, o modelo proposto é Markoviano em relação ao ponto de reversão, o que facilita a análise matemática do mesmo em aplicações envolvendo sistemas dinâmicos.

O modelo proposto é independente da taxa e apenas quatro parâmetros são necessários para para obtenção de $M(H)$. Um procedimento relativamente simples de estimação de parâmetros foi apresentado. As propriedades do modelo foram investigadas em termos de não-linearidades bem conhecidas da histerese magnética. O modelo proposto foi capaz de descrever tais não-linearidades, incluindo: laços maior e menores, acomodação, curva inicial de magnetização e curva sem histerese.

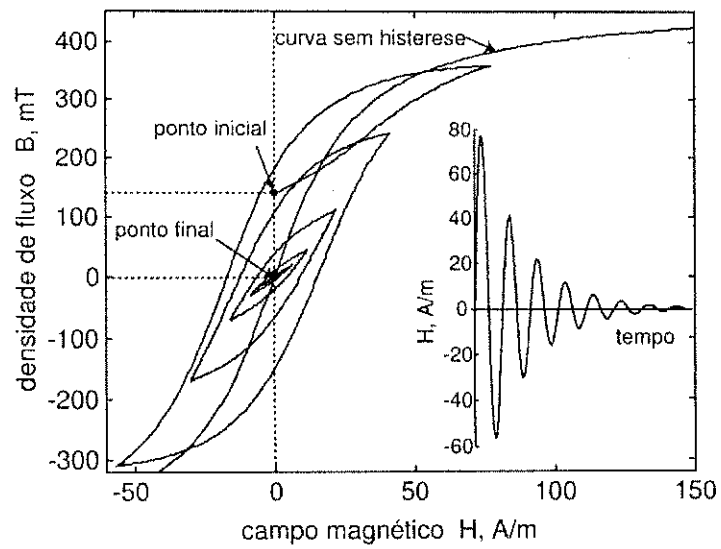


Figura 6.11: Processo de desmagnetização do ferrite MnZn 3c15 simulado com o modelo proposto.

Capítulo 7

Modelo L²P para Transição Semicondutor-Metal no VO₂

A adaptação do modelo de Preisach para descrever a histerese em filmes finos de dióxido de vanádio, proposta no capítulo 5, descreve apenas parcialmente a característica $R \times T$ do filme (Almeida, Deep, Lima, Neff & Freire, 2001). O modelo de Preisach é uma abordagem tipo “caixa-preta”, na qual nenhuma informação sobre a física do sensor é incorporada no modelo. Neste capítulo, propõe-se uma abordagem alternativa, do tipo “caixa-cinza”, na qual parte da estrutura do modelo está relacionada com a física do sensor. A resistência elétrica do filme é descrita em termos da teoria do meio efetivo (Effective-Medium Approximation - EMA) (Stroud, 1998), que utiliza o valor da fração volumétrica para descrever a condutividade efetiva do filme. Utilizando EMA, a fração volumétrica é inferida a partir de dados experimentais da característica $R \times T$ do filme. Um modelo de histerese, baseado no modelo L²P (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2003), é proposto para descrever a evolução da fração volumétrica dos microcristais no filme de VO₂ em função da temperatura (Almeida, Deep, Lima & Neff, 2002).

7.1 Resistência Elétrica nos Filmes Finos de VO₂

Na região semicondutora, todos os microcristais de VO₂ se comportam como um semicondutor intrínseco e a resistência do filme pode ser descrita como (Liddiard, 1986)

$$R_s = R_0 \exp\left(\frac{E_a}{kT}\right), \quad (7.1)$$

sendo T a temperatura do filme em Kelvin, E_a a energia de ativação, $k = 8,62 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$ a constante de Boltzmann e R_0 a resistência para $T \rightarrow \infty$ (Figura 7.1). Utilizando (7.1), o coeficiente de variação da resistência com temperatura (TCR) pode ser escrito na seguinte forma

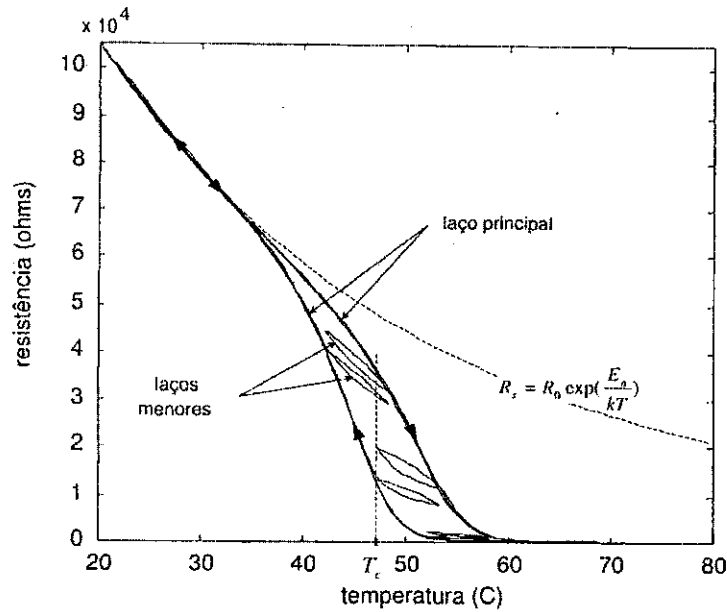


Figura 7.1: Características experimentais resistência-temperatura do filme fino de dióxido de vanádio, incluindo laços menores.

$$\text{TCR} = \frac{1}{R_s} \frac{dR_s}{dT} = -\frac{E_a}{kT^2}. \quad (7.2)$$

A energia de ativação E_a para filmes finos de VO_2 vale 0.22 eV (Jerominek et al., 1993), que é aproximadamente o mesmo valor medido em nosso laboratório para um $\text{TCR} = -3 \times 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ (ou $-3 \text{ \%}^\circ\text{C}^{-1}$). Microcristais individuais de VO_2 transformam-se para característica metálica em temperaturas maiores do que 68°C . Portanto, não é possível medir diretamente o valor de R_0 para $T > 68^\circ\text{C}$. Para as amostras utilizadas nos experimentos $R_0 = 17 \Omega$. Este valor foi calculado, empregando a equação (7.1), a partir do valor da resistência medido em $T = 20^\circ\text{C}$, temperatura esta em que aproximadamente todos os microcristais de VO_2 já estão na fase semicondutora. Dessa forma, a resistência do filme na região semicondutora pode ser escrita como

$$R_s = 17 \exp\left(\frac{2553}{T}\right) \Omega. \quad (7.3)$$

Na região metálica ($T > 80^\circ\text{C}$), todos os microcristais de VO_2 se comportam como um metal e a resistência do filme apresenta um valor aproximadamente constante. Para as amostras utilizadas nos experimentos, a resistência do filme R_m , medida em $T = 80^\circ\text{C}$ é representada por

$$R_m = 140 \Omega. \quad (7.4)$$

7.2 Filme Fino de VO_2 como um Meio Composto

O filme fino de dióxido de vanádio é um meio formado por um grande número de microcristais, parte no estado semicondutor outra parte no estado metálico. A proporção entre a fração volumétrica de microcristais na fase semicondutora e na fase metálica está relacionada com as propriedades óticas e elétricas do filme (Choi et al., 1996). Quando a fração volumétrica de uma das fases atinge um certo valor crítico, ocorre o fenômeno de percolação (Stauffer & Aharony, 1994). Este fenômeno pode ser descrito da seguinte forma: Quando o filme é aquecido, muitos aglomerados microscópicos de cristais no estado metálico aparecem no substrato semicondutor. Com o aumento no número das ilhas metálicas, pontes condutoras entre as mesmas surgem e algumas ilhas conectam-se eletricamente umas nas outras. Quando a fração volumétrica de microcristais na fase metálica atinge um determinado valor, o primeiro caminho de condução por todo o filme surge. Este é o limiar de percolação. Este tipo de transição de fase térmica pode ser descrito utilizando EMA (Noh & Song, 1991; Stroud, 1998).

Em (Choi et al., 1996) o fenômeno de percolação que ocorre no filme de VO_2 , e suas conseqüências na constante dielétrica efetiva, é descrito empregando EMA. Utilizando a mesma abordagem, propõe-se nesta investigação expressar a variação da resistência elétrica no filme de VO_2 com a temperatura. A teoria EMA trata cada partícula num meio aleatório heterogêneo como uma partícula num meio uniforme cuja condutividade efetiva σ_e é o resultado das propriedades médias da mistura¹.

Considerando que o campo elétrico médio no meio é igual ao campo elétrico efetivo, a seguinte equação é válida (Noh & Song, 1991)

$$\sum_i \sum_{k=1}^3 g_i \frac{L_i^k (\sigma_e - \sigma_i^k)}{(1 - L_i^k) \sigma_e + L_i^k \sigma_i^k} = 0, \quad (7.5)$$

sendo g_i a fração volumétrica de cada fase i , $(\sigma_i^1, \sigma_i^2, \sigma_i^3)$ e (L_i^1, L_i^2, L_i^3) os autovalores dos tensores de condutividade e despolarização, respectivamente. O índice k indica a direção espacial dos componentes dos tensores $\vec{\sigma}_i$ e \vec{L}_i . A condição $\sum L_i^k = 1$ é válida para qualquer forma geométrica de partícula.

O filme fino de VO_2 é um meio composto de dois tipos de partículas. Considerando $L_i^1 = 1$ e $L_i^2 = L_i^3 = 0$, a equação (7.5) se reduz a

$$\sum_i g_i \frac{(\sigma_e - \sigma_i)}{\sigma_i} = 0, \quad (7.6)$$

ou alternativamente

$$g \frac{(\sigma_e - \sigma_s)}{\sigma_s} + (1 - g) \frac{(\sigma_e - \sigma_m)}{\sigma_m} = 0, \quad (7.7)$$

¹Esta teoria é utilizada para calcular o valor da resistência em resistores de carvão. As partículas condutoras são misturadas num material isolante de sustentação, e a proporção entre as frações volumétricas dos dois materiais determina o valor da resistência.

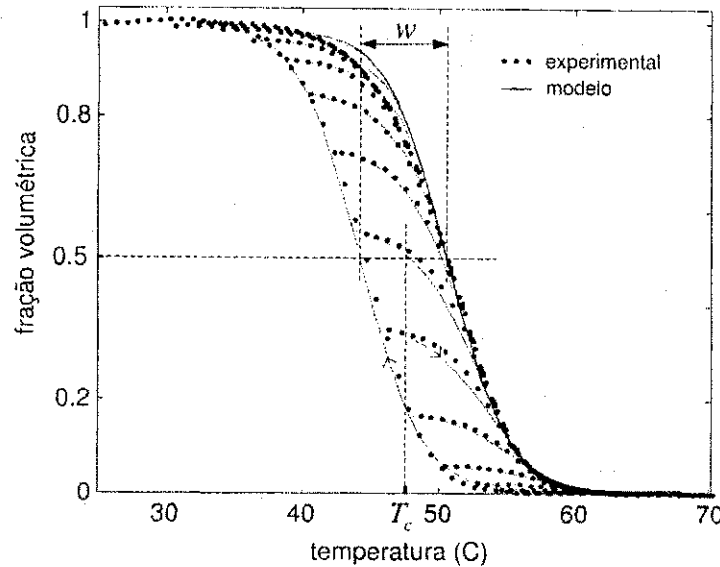


Figura 7.2: Características experimentais da evolução da fração volumétrica com a temperatura (círculos sólidos).

sendo g a fração volumétrica de microcristais na fase semicondutora, σ_s e σ_m as condutividades dos microcristais nas fases semicondutora e metálica, respectivamente. Sabendo-se que as resistividades nas fases semicondutora e metálica valem respectivamente $\rho_s = \frac{1}{\sigma_s}$ e $\rho_m = \frac{1}{\sigma_m}$, a equação (7.7) simplifica para

$$\rho = g\rho_s + (1 - g)\rho_m. \quad (7.8)$$

Assim, a resistência elétrica no filme de dióxido de vanádio pode ser representada como

$$R = gR_s + (1 - g)R_m. \quad (7.9)$$

No caso dos filmes finos de VO_2 , a resistência da fase semicondutora é muito maior do que a da fase metálica e a equação (7.9) pode ser simplificada para

$$R = gR_s + R_m \quad (7.10)$$

$$= 17g \exp\left(\frac{2553}{T + 273}\right) + 140, \quad (7.11)$$

sendo T dado em Celsius.

7.3 Histerese no Filme fino de VO_2

Durante a ciclagem térmica do dióxido de vanádio, a temperatura na qual ocorre a transição de fase de um microcristal é substancialmente afetada pela tensão na interface entre os mi-

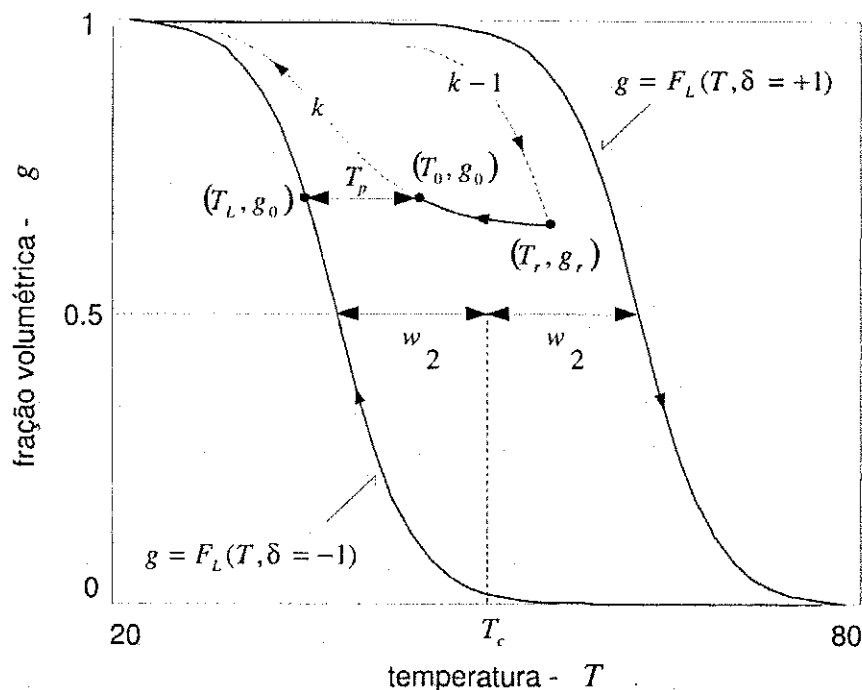


Figura 7.3: Representação esquemática da histerese na evolução da fração volumétrica com a temperatura. Esta construção geométrica de uma curva reversa ilustra o conceito de proximidade de um ponto nesta curva ao laço principal.

crocristais vizinhos (Potapov et al., 1998), que representa a perda de energia ou componente irreversível da transição.

Em transformações martensíticas (Otsuka & Wayman, 1998), similares à observada no filme fino de VO_2 , três componentes de energia podem ser identificados: a contribuição química, relacionada com mudanças cristalográficas ou estruturais, a energia mecânica elástica e a energia de atrito na interface dos grãos. As duas primeiras são consideradas reversíveis enquanto que o atrito é responsável pela componente irreversível de energia. Este termo irreversível é a causa primária da ocorrência de histerese, e causa a resistência do filme possuir múltiplos valores para um único valor de temperatura.

7.3.1 Evolução na Fração Volumétrica

Conforme mencionado anteriormente, cada grão ou microcristal no filme policristalino de VO_2 tem uma temperatura específica na qual a transição de fase individual ocorre. A temperatura de transição do microcristal é determinada pelo seu volume e tamanho, e também afetada pelo atrito com os microcristais vizinhos. As técnicas de fabricação destes filmes permitem a deposição do dióxido de vanádio com distribuição controlada de tamanho de grãos. Conseqüentemente, associada a um certo método de fabricação, existe uma evolução da fração volumétrica

$\tilde{g} \times T$ com a temperatura. De acordo com (7.11), e considerando que R_s e R_m obedecem uma relação de função², a presença de histerese na característica $\tilde{R} \times T$ implica a existência de histerese na característica $\tilde{g} \times T$. Utilizando a equação (7.10), a fração volumétrica experimental \tilde{g} pode ser determinada como

$$\tilde{g} = \frac{1}{17} \frac{\tilde{R} - 140}{\exp\left(\frac{2553}{T + 273}\right)}, \quad (7.12)$$

sendo \tilde{R} o valor experimentalmente medido da resistência do filme para uma certa temperatura T .

Nesta investigação é proposta a obtenção de uma dependência funcional $g = F(T)$ para histerese na característica $\tilde{g} \times T$, e então empregar $F(T)$ na equação (7.11) para obter o modelo de histerese para resistência do filme $R(T)$. Assim, baseando-se na equação (7.11), a resistência elétrica de um filme fino de dióxido de vanádio pode ser escrita como

$$R(T) = R_0 \exp\left(\frac{2553}{T + 273}\right) F(T) + R_m. \quad (7.13)$$

7.4 Modelagem da Histerese na Característica $g \times T$

Podem ser observados na Figura 7.2 que as curvas ascendentes e descendentes do laço principal de $\tilde{g} \times T$ estão separadas por uma largura w . Estas curvas saturam para $\tilde{g} = 1$ em baixas temperaturas e saturam para $\tilde{g} = 0$ em temperaturas elevadas. Além disto, todas as trajetórias de histerese estão confinadas ao laço principal, que é a combinação das curvas ascendentes e descendentes principais. Baseado na observação do comportamento da fração volumétrica com a temperatura, propõe-se a seguinte função $F_L(T)$ para descrever a fração volumétrica g pertencente às curvas ascendentes e descendentes principais

$$g = F_L(T) \triangleq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \beta \left(\delta \frac{w}{2} + T_c - T \right), \quad (7.14)$$

sendo w a largura da histerese, β está relacionado com $\frac{dg}{dT}$ em T_c , e δ é um operador definido por

$$\delta = \begin{cases} +1, & \text{para } \frac{dT}{dt} > 0 \\ -1, & \text{para } \frac{dT}{dt} < 0 \end{cases}. \quad (7.15)$$

O termo T_c é a *temperatura crítica* ou *limiar de percolação*, usualmente definida como a temperatura na qual $g = 0,5$. No caso de uma característica com histerese há dois valores para T_c , um para curva ascendente e outro para curva descendente principal. É assumido aqui que T_c é o valor médio para $g = 0,5$, no centro da curva de histerese. A combinação das curvas

²Nas funções $R_s(T)$ e $R_m(T)$, que descrevem respectivamente a resistência na fase semicondutora e metálica, existe um único valor de resistência para uma determinada temperatura T .

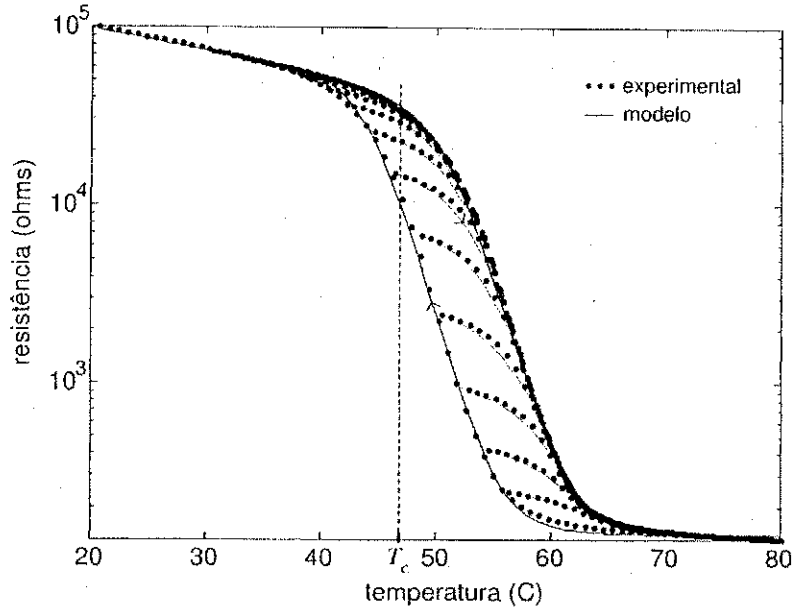


Figura 7.4: Curvas experimentais decrescentes de primeira ordem resistência-temperatura (círculos sólidos) as curvas correspondentes obtidas através do modelo $R(T)$ (linhas contínuas).

$F_L(T, \delta = +1)$ e $F_L(T, \delta = -1)$ descrevem o laço principal no plano $g - T$, conforme descrito na Figura 7.3.

A equação (7.14) não descreve laços menores e laços aninhados. Portanto, esta equação deve ser modificada para representar a dependência de g em T para qualquer trajetória dentro do laço principal. Assim, para introduzir esta modificação, é proposta uma maneira de representar a forma pela qual as trajetórias internas ao laço principal se aproximam do mesmo. Este conceito é ilustrado na Figura 7.3, na qual um ponto de reversão qualquer (T_r, g_r) , que ocorre quando $\frac{dT}{dt}$ muda de sinal, representa a transição de uma trajetória $(k - 1)$ para uma trajetória k .

É introduzida a *temperatura de proximidade* T_p para expressar a distância de um ponto de interesse (T_0, g_0) na trajetória k ao ponto correspondente (T_L, g_0) na curva limite $F_L(T, \delta)$, dado por

$$T_p \triangleq T_L - T_0. \quad (7.16)$$

Utilizando (7.14) é obtido o valor T_L correspondente a $g_0 = F_L(T_L, \delta)$ como

$$T_L = \delta \frac{w}{2} + T_c - \frac{1}{\beta} \operatorname{arctanh}(2g_0 - 1). \quad (7.17)$$

Assim, T_p em (T_0, g_0) é obtido a partir de (7.16) na forma

$$T_p = \delta \frac{w}{2} + T_c - \frac{1}{\beta} \operatorname{arctanh}(2g_0 - 1) - T_0. \quad (7.18)$$

No início de cada trajetória, no ponto de reversão (T_r, g_r) , T_p é denotado por T_{pr} e pode ser escrito como

$$T_{pr} = \delta \frac{w}{2} + T_c - \frac{1}{\beta} \operatorname{arctanh}(2g_r - 1) - T_r. \quad (7.19)$$

Para investigar o comportamento experimental de T_p , o filme de VO_2 teve sua temperatura variada e sua resistência elétrica medida para vários laços aninhados e laços menores. Estes valores de resistência foram utilizados na equação (7.12) para determinar as características $\bar{g} \times T$ experimentais. Os valores de T_p foram calculados empregando (7.18) para os laços previamente calculados no plano $g-T$. Foi observado nestes resultados experimentais que T_p exibe a mesma dependência funcional para todos os laços internos ao laço principal, e é quase independente do ponto de reversão (T_r, g_r). Assim, para descrever T_p , a seguinte dependência funcional é proposta

$$T_p \triangleq T_{pr}P(x), \quad (7.20)$$

na qual $x = \frac{T_0 - T_r}{T_{pr}}$ e $P(x)$ é uma função arbitrária com característica de ser monotonicamente decrescente com $P(0) = 1$, a qual é chamada de *função de proximidade*.

Substituindo (7.20) em (7.18) tem-se

$$T_{pr}P(x) = \delta \frac{w}{2} + T_c - \frac{1}{\beta} \operatorname{arctanh}(2g_0 - 1) - T_0. \quad (7.21)$$

Assim, a fração volumétrica correspondente ao ponto (T_0, g_0) pode ser escrita a partir da equação (7.21) como

$$g_0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \beta \left(\delta \frac{w}{2} + T_c - (T_0 + T_{pr}P(x)) \right) \quad (7.22)$$

e, para qualquer ponto arbitrário (T, g) dentro do laço principal, a fração volumétrica histerética é dada por

$$g = F(T) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \beta \left(\delta \frac{w}{2} + T_c - \left(T + T_{pr}P\left(\frac{T - T_r}{T_{pr}}\right) \right) \right). \quad (7.23)$$

Os valores de δ , T_r e T_{pr} mudam apenas nos pontos de reversão, e permanecem constantes até o próximo ponto de reversão.

Tentativas iniciais de utilizar um polinômio de baixa ordem para $P(x)$ em (7.20), como o objetivo de descrever a dependência dos valores experimentais de T_p com a temperatura T , não permitiram o ajuste adequado das curvas internas ao laço de histerese. Polinômios de ordem elevada casam com os pontos medidos, mas exibem o efeito de sobre-parametrização. Isto conflita com as características "suaves" observadas experimentalmente. Por outro lado, a função $1 - \tanh(kx)$ tem características suaves e se ajusta muito bem aos dados próximos ao ponto de reversão, mas falha para valores maiores de $T - T_r$. Para o filme empregado nesta investigação, propõe-se a seguinte função de proximidade

$$P(x) \triangleq \frac{1}{2} (1 - \operatorname{sen}(\gamma x)) (1 + \tanh(\pi^2 - 2\pi x)), \quad (7.24)$$

na qual γ é uma constante arbitrária.

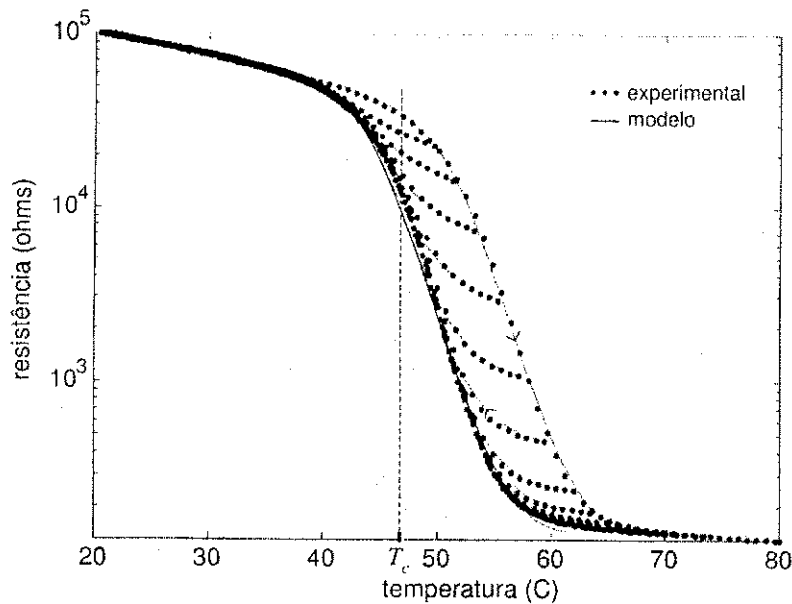


Figura 7.5: Curvas crescentes de primeira ordem resistência-temperatura (círculos sólidos), bem como as correspondentes curvas obtidas através do modelo (linhas contínuas).

7.5 Resultados e Discussões

Para obter os parâmetros do modelo (7.13), o filme de VO_2 foi submetido a uma excitação de temperatura variante no tempo e composta de vários segmentos monotônicos, empregando a plataforma descrita no capítulo 2.

Os valores de w e T_c podem ser prontamente determinados através de inspeção das características $\bar{g} \times T$ (vide Figura 7.2). Não é possível determinar diretamente β e γ através de inspeção de $\bar{g} \times T$.

O valor de β pode ser obtido através do ajuste das funções $F_L(T, +1)$ e $F_L(T, -1)$ às curvas experimentais descendentes e ascendentes principais, respectivamente. Uma vez que os valores de w , T_c e β tenham sido determinados, o valor de γ em $P(x)$ pode ser obtido ajustando-se (7.22) a uma curva decrescente de primeira ordem de $\bar{g} \times T$. Uma curva decrescente de primeira ordem é gerada primeiro incrementando a temperatura até 80°C , e então reduzindo a mesma monotonicamente até que atinja algum valor T_r para o qual a fração volumétrica vale \bar{g}_r sobre a curva ascendente principal, que é o ponto inicial da curva. Após isto, a temperatura é aumentada monotonicamente até 80°C , completando a obtenção da curva decrescente de primeira ordem. A escolha de uma curva decrescente de primeira ordem, iniciando-se na curva ascendente principal, em torno do seu centro ($T \sim 50^\circ\text{C}$), foi a mais adequada para obtenção de γ . Para o filme empregado neste trabalho, os valores obtidos para os seis parâmetros são: $w = 6,5^\circ\text{C}$, $T_c = 47,6^\circ\text{C}$, $\beta = 0,2^\circ\text{C}^{-1}$, $\gamma = 0,85$, $R_0 = 17\ \Omega$ and $R_m = 140\ \Omega$.

Na Figura 7.2 são mostradas a curva experimental da fração volumétrica $\bar{g} \times T$ (círculos

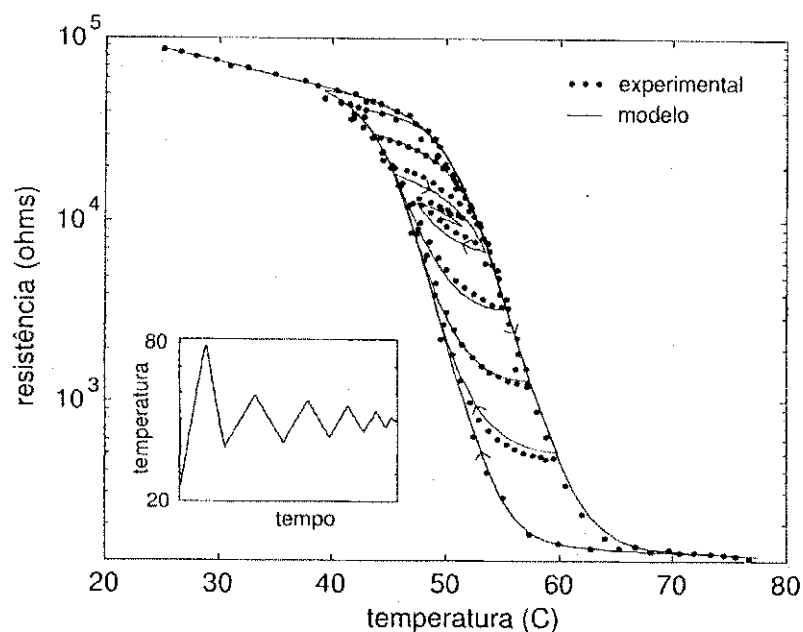


Figura 7.6: As curvas experimentais de ordem elevada (círculos sólidos), bem como as calculadas a partir do modelo (linhas contínuas). Período de excitação de temperatura de 25 minutos.

sólidos) juntamente com a curva $g \times T$ (linha contínua) calculada para $F(T)$ utilizando a equação (7.23). Estes dois conjuntos de curvas foram obtidos para a mesma forma de onda da excitação de temperatura. Pode ser observado na Figura 7.2 que existe uma discrepância comparativamente maior entre as curvas experimentais e as calculadas a partir do modelo, para região delimitada por $T > 42^\circ\text{C}$ e $g > 0,8$, quando se considera a discrepância nas demais regiões. Esta discrepância é devido a uma ligeira assimetria nesta região da histerese na característica experimental $\tilde{g} \times T$. Desde que o modelo proposto para histerese na fração volumétrica $g = F(T)$ é uma função do tipo tangente hiperbólica, que é simétrica em relação ao seu centro ($T = T_c, g = 0,5$), esta discrepância depende do nível de assimetria da curva experimental $\tilde{g} \times T$.

Para quantificar a discrepância entre resultados experimentais e modelo, é empregado o erro médio quadrático normalizado, definido pela equação (2.13). O erro médio para todas as curvas decrescentes de primeira ordem $g \times T$ (Figura 7.2) foi calculado em 2,9%.

Para avaliação do desempenho de microbolômetros, o interesse primário é num modelo que descreva as características $R \times T$ do filme fino de VO_2 , conforme apresentado na equação (7.13). Na Figura 7.4, um conjunto de curvas experimentais decrescentes de primeira ordem $\bar{R} \times T$ (círculos sólidos) é ilustrado. É a partir destas curvas que as curvas $\tilde{g} \times T$ são obtidas. A discrepância observada entre as curvas experimentais $\bar{R} \times T$ (círculos sólidos) e as obtidas através do modelo (7.13) para $R(T)$ (linhas contínuas) é visualmente reduzida quando comparada com a curva apresentada na Figura 7.2. De fato, o erro médio calculado utilizando (2.13) para todas

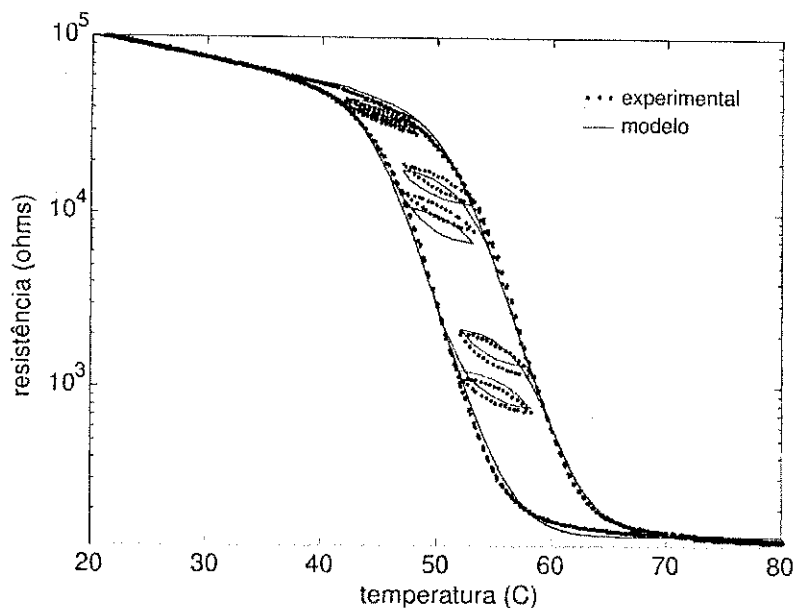


Figura 7.7: Três pares experimentais de laços menores para três regiões distintas (círculos sólidos) e os correspondentes laços menores obtidos através do modelo (linha contínua).

as curvas decrescentes de primeira ordem de $R \times T$ é de 2,5%.

Na Figura 7.5 são apresentadas as curvas crescentes de primeira ordem de $R \times T$ (círculos sólidos), bem como as correspondentes curvas obtidas através do modelo (7.13) (linhas contínuas). É importante recordar que os parâmetros de $F(T)$ na equação (7.13) foram obtidos a partir do laço principal e das curvas decrescentes de primeira ordem de $\tilde{g} \times T$. O erro médio calculado para todas as curvas crescentes de primeira ordem de $R \times T$ é de 3,3%. A relativa boa concordância entre as curvas experimentais $\tilde{R} \times T$ e as correspondentes curvas obtidas através da equação (7.13), valida o modelo.

As curvas experimentais de ordem elevada (círculos sólidos), bem como as calculadas a partir do modelo (linhas contínuas) são apresentadas na Figura 7.6. Uma forma de onda triangular com amplitude decrescente é empregada como excitação. Na Figura 7.6 pode ser observada a capacidade do modelo de representar curvas experimentais de ordem elevada.

A capacidade do modelo de descrever laços menores pode ser observada na Figura 7.7, na qual três pares de laços menores são apresentados para três regiões distintas. Cada par é composto de um laço menor emanando da curva decrescente principal e outro da curva ascendente principal. Todos os laços menores foram gerados utilizando a mesma excursão de temperatura para as diferentes regiões no plano $R - T$. Os laços menores pertencentes a um mesmo par, variam de região para região. É possível observar que os laços menores obtidos através do modelo estão deslocados em relação aos dados experimentais. Isto pode ser atribuído ao valor elevado do TCR na região de transição. A amostra empregada neste trabalho exhibe

um TCR de $60\%^\circ\text{C}^{-1}$ na região de transição, que é equivalente a um $\frac{dR}{dT} = 18\text{ k}\Omega^\circ\text{C}^{-1}$ para $R = 30\text{ k}\Omega$, por exemplo. Com este $\frac{dR}{dT}$, mesmo um pequeno erro de medição de $\pm 0,1^\circ\text{C}$ na temperatura do filme, pode produzir diferenças tão grandes quanto $\pm 1800\ \Omega$ (6%) no valor medido da resistência quando comparado com o valor calculado através do modelo.

7.6 Conclusão

Foi estabelecido que é possível descrever a característica resistência-temperatura $R \times T$ em filmes finos de dióxido de vanádio, utilizando a teoria EMA. Para o cálculo da resistência do filme, EMA requer o conhecimento da resistência e fração volumétrica das fases semicondutoras e metálicas, que por sua vez dependem da temperatura. Utilizando as características experimentais da resistência com temperatura, a relação histerética da dependência da fração volumétrica com a temperatura foi determinada. Foi proposto um modelo para descrever a dependência da fração volumétrica com a temperatura $g \times T$. Este modelo foi apresentado na forma de uma equação algébrica, que é simples de implementar numericamente. Os parâmetros do modelo foram obtidos através de um procedimento simples e robusto. O desempenho do modelo foi testado para as não-linearidades mais comuns do fenômeno de histerese.

O modelo proposto representa apenas as características estáticas $R \times T$ do filme. O efeito da radiação incidente em microbolômetros pode ser então obtido através da inclusão do modelo proposto na equação de equilíbrio termodinâmico.

Capítulo 8

Análise da Responsividade de um Bolômetro Fabricado com Filme Fino de VO₂

8.1 Introdução

Os sensores térmicos de radiação são constituídos de um material que absorve a radiação eletromagnética incidente e a transforma em variação de temperatura. Este material sensor é colocado sobre um suporte que propicia isolamento térmico entre o sensor e o dissipador ou banho térmico. Para realizar a análise do comportamento dinâmico do conjunto sensor/suporte, associa-se a este conjunto uma capacitância térmica C e uma condutância térmica G representando a característica de transferência de calor para o dissipador. Inicialmente, no equilíbrio e sem radiação incidente, a temperatura $T = T_f$ do sensor é igual à temperatura do banho térmico T_x . Quando há incidência de radiação na camada de absorção depositada sobre o material sensor, uma potência P_r é absorvida pelo conjunto e, como conseqüência, há um aumento ΔT na temperatura do mesmo. Este aumento de temperatura se dá a uma taxa

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P_r}{C} \quad (8.1)$$

e se aproxima do valor limite

$$\Delta T = \frac{P_r}{G} \quad (8.2)$$

com uma constante de tempo térmica dada por $\tau = C/G$. Após atingir o valor limite no equilíbrio $T_f = T_x + \Delta T$, se a radiação incidente é retirada, a temperatura do sensor reduz-se para o valor da temperatura do banho térmico T_x , com a mesma constante de tempo τ .

Os sensores térmicos de radiação diferem no mecanismo empregado para relacionar a variação de temperatura ΔT , decorrente da radiação incidente P_r , em leitura útil de radiação.

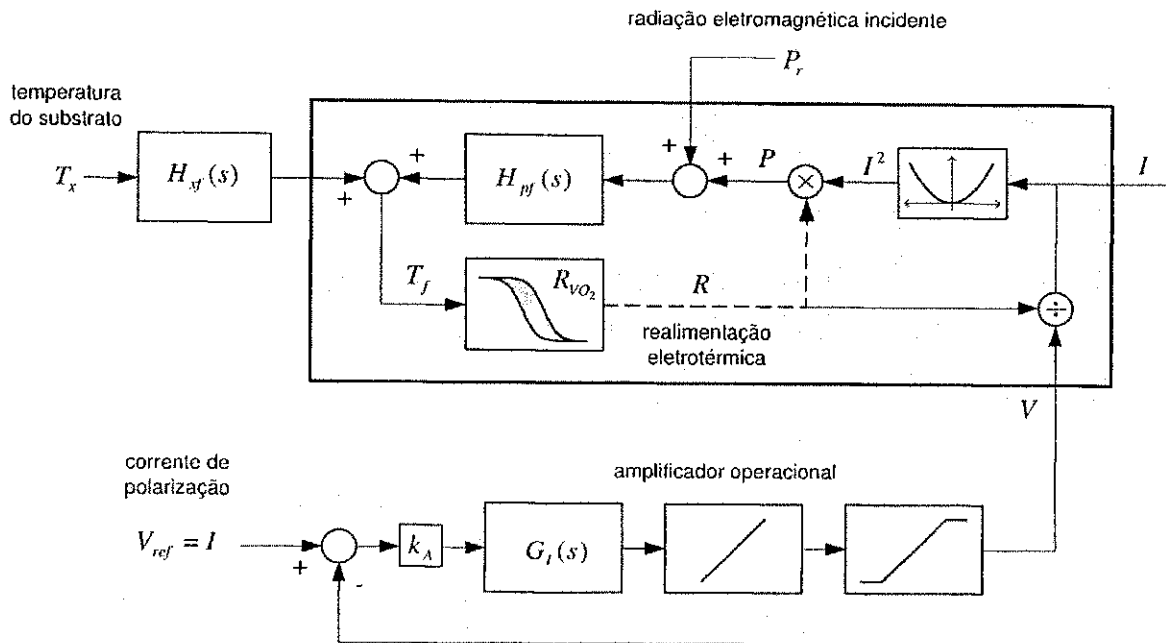


Figura 8.1: Diagrama de blocos de um bolômetro que opera em modo de corrente constante.

Alguns exemplos são apresentados a seguir para ilustrar melhor as possibilidades existentes. Sensores utilizando efeito termoelétrico transformam a variação de temperatura causada pela radiação incidente em tensão nos seus terminais. Sensores pneumáticos transformam a variação de temperatura em expansão de volume num pequeno invólucro flexível contendo gás. Esta expansão de volume modifica a posição angular de um micro-espelho preso ao invólucro, que é lida através da deflexão de um feixe de luz laser. Em sensores piroelétricos, são utilizados materiais cuja constante dielétrica depende da temperatura. Estes materiais são utilizados como dielétrico em capacitores, resultando num valor de capacitância dependente da radiação incidente.

O bolômetro é um sensor térmico de radiação que utiliza um material no qual a variação de temperatura ΔT é transformada em variação de resistência elétrica ΔR . As características de um bolômetro devem ser adequadas para uma operação eficiente na faixa de frequência de interesse. Em geral, o sensor deve ter um valor baixo de capacitância térmica e um valor ótimo de condutância térmica para o banho térmico, cuja temperatura deve ser mantida estável em um valor apropriado.

8.2 Responsividade do Bolômetro

Na Figura 8.1 é mostrado o diagrama de blocos de um bolômetro VO_2 que opera em modo de corrente constante. Para polarização em corrente constante I e elemento sensor com uma

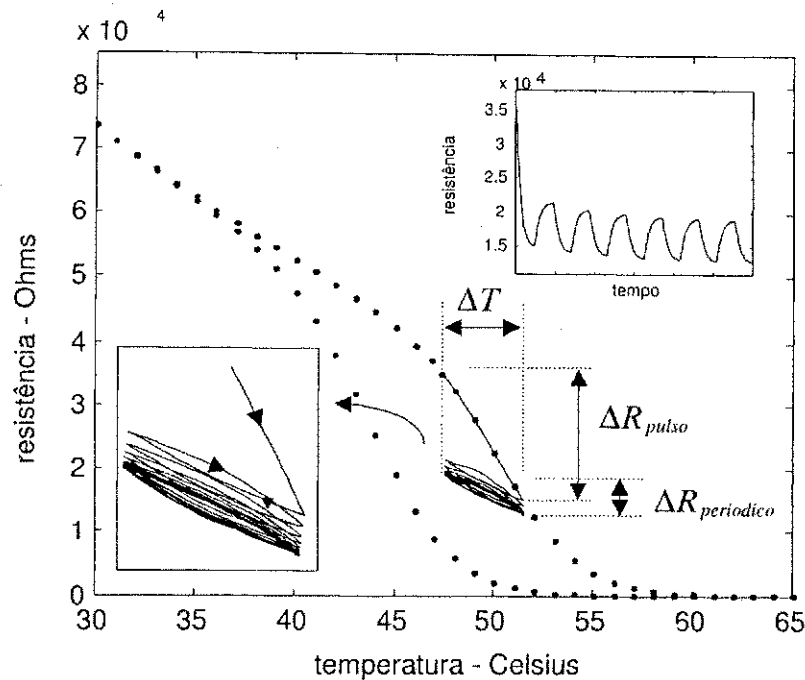


Figura 8.2: Resposta do bolômetro na região de histerese a uma radiação pulsada.

característica resistiva dependente da temperatura $R = \mathcal{H}[T(t)]$, é necessário, para manter a corrente contante, utilizar um amplificador operacional com controlador de corrente ou fonte de corrente. Detalhes sobre o diagrama de blocos do sensor de VO₂ mostrado na Figura 8.1 são apresentados na seção 6.1. Os bolômetros são normalmente operados em invólucros termicamente isolados do meio ambiente, resultando num efeito desprezível da temperatura ambiente sobre os mesmos.

A descrição dinâmica de um bolômetro pode assumir a forma

$$C \frac{dT}{dt} = I^2 R(T) + P_r - G(T - T_x). \quad (8.3)$$

Quando há incidência de radiação num bolômetro, considera-se que o mesmo absorve uma potência

$$P_r = P_0 + \Delta P \exp(j\omega t) \quad (8.4)$$

sendo P_0 a potência em regime permanente superposta a uma potência variante no tempo de amplitude ΔP com frequência de oscilação ω . A temperatura do bolômetro conseqüentemente varia na forma

$$T = T_0 + \Delta T \exp(j\omega t). \quad (8.5)$$

Esta variação de temperatura produz uma potência Joule também variante no tempo. Expandindo $R(T_0 + \Delta T \exp(j\omega t))$ em série e utilizando os termos de primeira ordem, é possível

expressar a potência gerada por efeito Joule como

$$P = I^2 \left[R(T_0) + \frac{dR}{dT} \Delta T \exp(j\omega t) \right]. \quad (8.6)$$

Expandindo a equação (8.3) nos termos

$$\frac{d(T_0 + \Delta T \exp(j\omega t))}{dt} = I^2 \left[R(T_0) + \frac{dR}{dT} \Delta T \exp(j\omega t) \right] + P_0 + \Delta P \exp(j\omega t) \quad (8.7)$$

$$-G (T_0 + \Delta T \exp(j\omega t) - T_d), \quad (8.8)$$

e simplificando para

$$j\omega C \Delta T \exp(j\omega t) = I^2 R(T_0) + I^2 \frac{dR}{dT} \Delta T \exp(j\omega t) + P_0 + \Delta P \exp(j\omega t) - G (T_0 - T_d) - G \Delta T \exp(j\omega t), \quad (8.9)$$

permite que os termos independentes do tempo sejam separados dos termos dependentes do tempo. O fluxo de calor em equilíbrio é obtido então igualando os termos independentes do tempo na equação (8.9)

$$G (T_0 - T_d) = I^2 R(T_0) + P_0. \quad (8.10)$$

Igualando os termos dependentes do tempo em (8.9) e dividindo por ΔT obtém-se

$$\frac{\Delta P}{\Delta T} = j\omega C + G - I^2 \frac{dR}{dT}. \quad (8.11)$$

A *responsividade* de tensão em um bolômetro definida como a variação na amplitude de tensão ΔV obtida devido a uma variação de potência absorvida ΔP ,

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta P} = \frac{I \frac{dR}{dT} \Delta T}{\Delta P}. \quad (8.12)$$

Substituindo ΔP , obtido de (8.11), na equação (8.12), obtém-se a responsividade na forma

$$S = \frac{I \frac{dR}{dT}}{j\omega C + G - I^2 \frac{dR}{dT}}. \quad (8.13)$$

Quando a radiação incidente é absorvida por um bolômetro polarizado em corrente constante, há um aumento na temperatura do mesmo. Este aumento de temperatura produz uma variação na resistência elétrica e, conseqüentemente, na potência gerada por efeito Joule. Esta variação da potência elétrica gerada no bolômetro faz com que a temperatura do mesmo varie e, por sua vez, produza variação na resistência elétrica e assim por diante. Este efeito é chamado de *realimentação eletrotérmica*, e pode ser representado através de condutância térmica efetiva

$$G_e = G - I^2 \frac{dR}{dT}. \quad (8.14)$$

Esta realimentação eletrotérmica influencia o tempo de resposta do bolômetro, que é dado por $\tau_e = C/G_e$. Pode também ocorrer o fenômeno de *corrida térmica* devido à realimentação eletrotérmica (Brandão et al., 2001b).

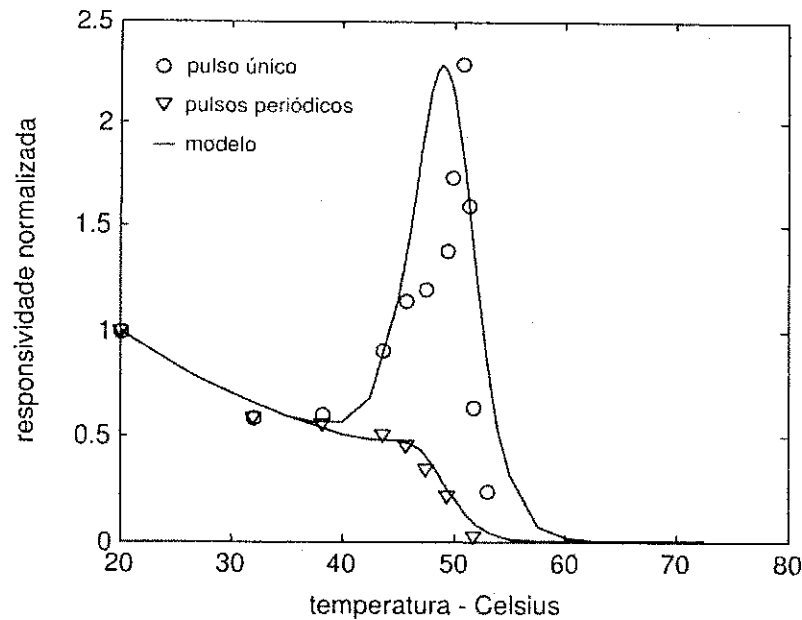


Figura 8.3: Responsividade do bolômetro em função da temperatura do filme.

8.3 Resultados

O filme de VO₂ utilizado no experimento de responsividade possui as mesmas características de fabricação do filme utilizado durante a caracterização. Entretanto, há diferenças quanto ao substrato sobre no qual o filme foi depositado e quanto às dimensões do mesmo. Uma camada de filme fino de VO₂ com 0,6 × 0,5 mm foi depositada em substrato transparente de safira. A corrente de polarização empregada para ler a tensão de saída do bolômetro é $I = 5.0 \mu\text{A}$, a condutância térmica medida foi $G = 1.9 \times 10^{-4} \text{ W / K}$ e a capacitância térmica $C = 2.85 \times 10^{-5} \text{ J / K}$. Sobre o filme de VO₂ foi incidida uma radiação na frequência do infravermelho, modulada por um comutador mecânico com frequência $\omega = 25\pi \text{ rad/s}$, e medida a responsividade para várias temperaturas no intervalo 20 a 80°C. Estes experimentos de medição de responsividade foram feitos no S. I. Vavilov State Optical Institute, St. Petersburg, Rússia, pela equipe do professor Igor A. Khrebtov (Zerov et al., 1999), que colaborou com o LIEC-UFCG durante a realização da investigação desta tese.

Para observar a capacidade de predição da responsividade, utilizando o modelo L²P para histerese em filme finos de VO₂, foram realizados estudos numéricos de simulação e comparados com resultados experimentais obtidos em (Zerov et al., 1999). As equações (7.13), (7.23) e (8.3) são utilizadas para simular o efeito da radiação incidente no filme. As condições iniciais de simulação são ajustadas para permitir que o bolômetro opere no laço de realimentação principal, para vários valores de temperatura no intervalo de 20 a 80°C. A temperatura de operação é estabelecida ajustando-se a temperatura do banho térmico T_2 como parâmetro de controle. A

temperatura inicial do filme é ajustada para $T_0 = 15^\circ\text{C}$, sempre menor do que T_x , o que garante o início da rotina numérica de simulação com $\frac{dT}{dt} > 0$ e trajetória inicial sobre a curva decrescente principal. Do instante $t = 0$ até aproximadamente três vezes a constante de tempo $\tau = C/G$ do bolômetro, não há radiação incidente no filme, isto para permitir que a temperatura T alcance o valor de equilíbrio próximo a T_x . No instante $t = 3\tau$, a radiação na forma de um trem de pulsos com amplitude P_τ é absorvida pelo filme, o que produz uma variação de temperatura ΔT (veja Figura 8.2). No quadro interior direito da Figura 8.2 é mostrada a variação maior de resistência ΔR_{pulso} para o primeiro pulso da radiação incidente absorvida. Este efeito pode ser observado também na característica $R \times T$. Após o primeiro pulso, devido ao fenômeno de histerese, o laço menor desloca-se para baixo e, após alguns ciclos, estabiliza produzindo um valor menor de variação de resistência $\Delta R_{periodico}$.

Na ausência de radiação incidente, uma pequena diferença entre a temperatura T_x e a temperatura do filme T existe devido à corrente de polarização I . Desprezando-se esta pequena diferença, as responsividades normalizadas podem ser calculadas a partir de resultados de simulação para cada temperatura de operação $T \sim T_x$ como

$$S_{pulso}(T) = \frac{\Delta R_{pulso}/\Delta T|_{T_x=T}}{\Delta R_{pulso}/\Delta T|_{T_x=20^\circ\text{C}}} \quad (8.15)$$

$$S_{periodico}(T) = \frac{\Delta R_{periodico}/\Delta T|_{T_x=T}}{\Delta R_{periodico}/\Delta T|_{T_x=20^\circ\text{C}}} \quad (8.16)$$

Na Figura 8.3 são mostradas as responsividades normalizadas obtidas experimentalmente para radiação incidente de um único pulso (círculos) e para pulsos periódicos (triângulos), bem como as correspondentes responsividades calculadas pelo modelo (linhas contínuas), através das equações (8.15) e (8.16), respectivamente. Observa-se que há uma degradação da responsividade para a radiação periódica, quando comparada com a responsividade em 20°C . Ao contrário, observa-se que há uma melhoria da responsividade para um único pulso de radiação. Os resultados obtidos e apresentados na Figura 8.3 indicam uma boa concordância entre modelo e experimento.

Uma figura de mérito também usualmente utilizada na avaliação de bolômetros é a potência equivalente de ruído (Noise Equivalent Power -NEP), que é definida, para uma certa temperatura T , como a razão entre a potência de ruído medida numa banda de 1 Hz e a responsividade $S(T)$. O aumento da responsividade para pulso único, calculada utilizando o modelo L²P, indica uma melhoria de até seis vezes para o NEP (Almeida, Deep, Lima, Khrebtov, Malyarov & Neff, 2002).

8.4 Conclusão

O efeito da histerese em filmes finos de VO₂ causa a degradação da responsividade para radiação incidente periódica e melhora a mesma para radiação incidente de um único pulso. A observação desta melhoria para um único pulso pode explicar a razão para o bolômetro pulsado recentemente proposto em (Reintsema et al., 1999) e melhorado com técnicas de processamento de sinais em (Almeida, Deep, Lima & Fontana, 2001). Os resultados apresentados neste capítulo sugerem que o modelo L²P, dado pela equação (7.13), pode ser utilizado com sucesso no projeto e análise de bolômetros fabricados com filmes finos de VO₂, operando em todas as regiões da característica $R \times T$, inclusive na região de histerese.

Capítulo 9

Conclusões

Nesta investigação, estudou-se a característica de histerese térmica da transição semicondutor-metal em filmes finos de dióxido de vanádio. Com esta finalidade, construiu-se uma plataforma experimental, baseada em módulo termoelétrico, para caracterização térmica do filme. Foi proposto um modelo para a plataforma experimental, incluindo o comportamento dinâmico do dissipador de calor, do TEM e do conjunto filme/substrato. Considerando as especificações desejadas para câmara térmica, este modelo foi utilizado no projeto de um controlador, o que permitiu a ciclagem adequada da temperatura do filme. Todavia, a temperatura ambiental e a temperatura da face superior do TEM afetam as características dinâmicas da plataforma. Estas variações não foram sistematicamente estudadas nesta investigação, e este estudo pode possibilitar novas proposições de controladores com melhor desempenho. Com este objetivo, Neto et al. (2003) já iniciou-se o desenvolvimento de um conjunto de modelos ARMAX (Auto Regressive Moving Average with eXogenous inputs), contemplando os diversos pontos de operação. Utilizando o conhecimento obtido com este conjunto de modelos, é possível investigar a proposição de um modelo NARMAX (Nonlinear Auto Regressive Moving Average model with eXogenous inputs) para plataforma experimental.

Foi proposto um modelo dinâmico qualitativo para descrição do comportamento de um microcristal de VO_2 . As características matemáticas deste modelo foram analisadas em termos da energia livre potencial, a partir da qual foi obtido o diagrama de bifurcação para o microcristal. O comportamento do filme foi então interpretado como o resultado da soma de diversos modelos dinâmicos elementares acoplados. Com esta interpretação, ficou clara a necessidade de representações simplificadas, ou representações através de modelos macroscópicos de histerese, para a transição semicondutor-metal do filme de VO_2 .

Os principais modelos macroscópicos de histerese, originados do estudo da histerese em materiais magnéticos, foram colocados na forma de equações diferenciais. Por estarem, estes modelos, num formato comum, foi possível estabelecer a comparação das principais características matemáticas dos mesmos.

A característica $R \times T$ do filme, representando a transição semicondutor-metal no VO_2 , foi estudada sistematicamente, considerando as não-linearidades usuais do fenômeno de histerese, incluindo: laço principal; laços menores; laços aninhados; e acomodação. O modelo de Preisach foi então adaptado para descrever a histerese característica $R \times T$ do filme. Foram observadas discrepâncias entre experimento e modelo para temperaturas menores do que 35°C , e o erro normalizado médio de ajuste entre experimento e modelo foi de 18%. Para reduzir o erro de ajuste, novos operadores elementares podem ser estudados para o modelo de Preisach, no futuro. Com este objetivo, já foi iniciado o estudo de um novo operador elementar que contempla a componente reversível da histerese (Almeida, Deep & Lima, 2002d).

Além do erro elevado de ajuste para o VO_2 , o modelo de Preisach, quando combinado com um sistema dinâmico, apresenta dificuldades matemáticas de análise. Foi proposto então, nesta investigação, um novo modelo, mais simples, para descrever a histerese em materiais magnéticos, denotado de modelo L^2P . Este modelo foi adaptado, através da teoria EMA, para descrever a histerese na característica $R \times T$ do filme de VO_2 . Os resultados experimentais foram comparados aos correspondentes valores obtidos utilizando o modelo proposto. O erro normalizado médio de ajuste entre experimento e modelo foi de 3%. Este modelo foi validado numa aplicação experimental de bolometria, produzindo previsões teóricas muito próximas dos resultados obtidos experimentalmente. Embora tendo sido validado experimentalmente, com erros de ajuste aceitáveis, é interessante investigar, no futuro, novas funções de proximidade do modelo L^2P para o VO_2 . Nesta investigação, foi utilizado um procedimento *ad hoc* para obter esta função. Seria também interessante o desenvolvimento de um procedimento sistemático para obtenção da função de proximidade.

O modelo L^2P , originalmente proposto nesta investigação, além de descrever a histerese em materiais magnéticos e a histerese na característica $R \times T$ do VO_2 , foi adaptado por Fontana (2001) para descrever a histerese nas características óticas do VO_2 e por Nascimento et al. (2003) para descrever a histerese em ligas com memória de forma. Isto sugere a capacidade do modelo proposto de descrever fenômenos de histerese em geral. Portanto, é possível investigar, no futuro, a proposição de um arcabouço geral para descrição do modelo L^2P .

Bibliografia

- Aguirre, L. A. (2000). *Introdução À Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*, Editora UFMG.
- Almeida, L. A. L., Deep, G., Lima, A., Neff, H. & Freire, R. (2000). A hysteresis model for vanadium oxide thermal radiation sensor, *Proceedings of the 17th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference - IMTC*.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S. & Lima, A. M. N. (2002a). Histerese térmica em filmes finos de dióxido de vanádio: Um modelo alternativo, *XIV Congresso Brasileiro de Automática*.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S. & Lima, A. M. N. (2002b). Nonlinear inverse filtering for measurement of thermal hysteresis, *19th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference* pp. 1419 – 1423.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S. & Lima, A. M. N. (2002c). A novel Preisach operator for modeling of hysteresis in VO₂ microbolometer, *Proceedings of the 19th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference* pp. 281 – 286.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S. & Lima, A. M. N. (2002d). Um novo operador elementar de Preisach para modelagem da transição semicondutor-metal em filmes finos de VO₂, *XIV Congresso Brasileiro de Automática*.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Fontana, M. (2001). An optimum double correlated sampling technique for infrared radiation detection, *Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference* 2: 1117–1122.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N., Khrebtov, I. A., Malyarov, V. G. & Neff, H. (2002). Responsivity analysis of a VO₂ bolometer operating in the hysteretic region, *Journal of Applied Physics*. Submitted for publication.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Neff, H. (2000a). Modeling a magnetostrictive transducer using genetic algorithm, *ICM2000-International Conference on Magnetism*.

- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Neff, H. (2000b). Thermodynamics of thin VO₂ films within the hysteretic transition: Evidence for chaos near the percolation threshold, *Applied Physics Letter* **77**(26): 4365–4367.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Neff, H. (2000c). Um modelo para histerese magnética baseado em sistemas dinâmicos adiabáticos, *XIII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Neff, H. (2001). Modeling a magnetostrictive transducer using genetic algorithm, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **226**: 1262–1264.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Neff, H. (2002). Modeling of the hysteretic Metal-Insulator Transition in a vanadium dioxide infrared detector, *Optical Engineering* **41**(10): 2582–2588.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Neff, H. (2003). Limiting Loop Proximity (L²P) hysteresis model, *IEEE Transactions on Magnetics*. Scheduled for January 2003.
- Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N., Neff, H. & Freire, R. C. S. (2001). A hysteresis model for a vanadium dioxide transition-edge microbolometer, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **50**(4): 1030–1035.
- Almeida, L. A. L., Lima, A. M. N. & Deep, G. S. (2003). A hysteresis model for a VO₂ variable optical attenuator, *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*. Submitted for publication.
- Basso, V. & Bertotti, G. (1996). Hysteresis models for the description of domain wall motion, *IEEE Transactions on Magnetics* **32**(5): 4210–4212.
- Basso, V., Bertotti, G., Serpico, C. & Visone, C. (1998). Application of an exactly invertible hysteresis model to magnetic field computations, *Journal de Physique IV* **8**(2): 639–642.
- Belbas, S. A. & Mayergoyz, I. D. (2002). Optimal control of dynamical systems with Preisach hysteresis, *International Journal of Non-Linear Mechanics* **37**(8): 1351–1361.
- Berglund, C. N. & Guggenheim, H. J. (1969). Electronic properties of VO₂ near the semiconductor-metal transition, *Physical Review* **185**(3): 1022–1033.
- Bertotti, G. (1999). *Hysteresis in Magnetism*, Academic Press.
- Brandão, G. B., Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Neff, H. (2001a). Instability and dynamics of thermal runaway of thermoresistive microsensors, *Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference* **3**: 1467–1472.

- Brandão, G. B., Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N. & Neff, H. (2001b). Stability conditions, nonlinear dynamics, and thermal runaway in microbolometers, *Journal of Applied Physics* **90**(4): 1999-2008.
- Brokate, M. & Sprekels, J. (1996). *Hysteresis and Phase Transitions*, Springer-Verlag.
- Chávez, J. A., Ortega, J. A., Salazar, J., Turó, A. & García, M. J. (2000). Spice model of thermoelectric elements including thermal effects, *Proceedings of the 17th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference - IMTC*.
- Chen, C., Yi, X., Zhao, X. & Xiong, B. (2000). Design and fabrication of linear array IR bolometers using VO₂ thin films, *25th International Conference on Infrared and Millimeter Waves* pp. 211-212.
- Choi, H., Ahm, J., Jung, J., Noh, T. & Kim, D. (1996). Mid-infrared properties of a VO₂ film near the metal-insulator transition, *Physical Review B* **54**(7): 4621-4628.
- Cole, B. E., Higashi, R. E. & Wood, R. A. (1998). Monolithic two-dimensional arrays of micro-machined microstructures for infrared applications, *Proceedings of the IEEE* **86**(8): 1679-1686.
- de Oliveira, P. J. R. (1998). *Estimação de parâmetros do motor de indução utilizando um modelo contínuo no tempo*, Master's thesis, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Escola de Engenharia da UFMG.
- de Wit, C. C. (1998). Comments on "a new model for control of systems with friction", *IEEE Transactions on Automatic Control* **43**(8): 1189-1190.
- de Wit, C. C., Olsson, H., Astrom, K. J. & Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction, *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(3): 419-425.
- DeCarlo, R. A., Zak, S. H. & Matthews, G. P. (1988). Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial, *Proceedings of the IEEE* **76**(3): 212-232.
- Duhem, P. (1897). Die dauernden änderungen und die thermodynamik i, *Z. Phys. Chemie* **22**: 543-589.
- Fiedler-Ferrara, N. & do Prado, C. P. C. (1994). *Caos - Uma Introdução*, Editora Edgard Blücher.
- Fontana, M. (2001). *Caracterização e modelagem das propriedades óticas de sensores de dióxido de vanádio*, Master's thesis, Departamento de Engenharia Elétrica - UFPB, Campina Grande, Paraíba, Brasil.

- Fontana, M., Almeida, L. A. L., Lima, A. M. N. & Deep, G. S. (2001). Caracterização e modelagem das propriedades ópticas de sensores de dióxido de vanádio, *II Seminário Nacional de Controle e Automação - Salvador*.
- Gafvert, M. (1997). Comparisons of two dynamic friction models, *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Control Applications* pp. 386-391.
- Gill, P. E., Murray, W. & Wright, M. H. (1981). *Practical Optimization*, Academic Press.
- Gilmore, R. (1993). *Catastrophe Theory for Scientists and Engineers*, Dover.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley.
- Gonçalves, J. M., Megretski, A. & Dahleh, M. A. (2001). Global stability of relay feedback systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* **46**(4): 550-562.
- Hodgdon, M. L. (1988). Mathematical theory and calculations of magnetic hysteresis curves, *IEEE Transactions on Magnetics* **24**(6): 3120-3122.
- Huang, B. J. & Duang, C. L. (2000). System dynamic model and temperature control of a thermoelectric cooler, *International Journal of Refrigeration* (23): 197-207.
- Ifeachor, E. C. & Jervis, B. W. (1993). *Digital Signal Processing: A Practical Approach*, Addison-Wesley.
- Jerominek, H., Picard, F. & Vincent, D. (1993). Vanadium oxide films for optical switching and detection, *Optical Engineering* **32**(9): 2092-2099.
- Jerominek, H., Renaud, M., Swart, N. R., Picard, F., Pope, T. D., Levesque, M., Lehoux, M., Bilodeau, G., Pelletier, M., Audet, D. & Lambert, P. (1996). Micromachined VO_2 -based uncooled ir bolometric detector arrays with integrated cmos readout electronics, *Proceedings of the SPIE* **2882**: 111-21.
- Jiles, D. (1992). A self consistent generalized model for the calculation of minor loop excursions in the theory of hysteresis, *IEEE Transactions on Magnetics* **28**(5): 2602-2604.
- Jiles, D. & Atherton, D. (1983). Ferromagnetic hysteresis, *IEEE Transactions on Magnetics* **19**(5): 2183-2185.
- Jiles, D., Thoenke, J. B. & Devine, M. K. (1992). Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis, *IEEE Transactions on Magnetics* **28**(1): 27-35.

- Khakhaev, I. A., Chudnovskii, F. A. & Shadrin, E. B. (1994). Martensitic effects in the metal-insulator phase transition in a vanadium dioxide film, *Phys. Solid State* **36**(6): 898–901.
- Khalil, H. K. (1996). *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, New Jersey.
- Krasnoselskii, M. A., Pokrovskii, A. & Niezgodka, M. (1989). *Systems With Hysteresis*, Springer-Verlag.
- Liddiard, K. C. (1986). Thin-film resistance bolometer IR detectors - II, *Infrared Physics* **26**(1): 43–49.
- Lima, A. M. N., Deep, G. S., Almeida, L. A. L., Neff, H. & Fontana, M. (2001). A gain-scheduling PID-like controller for Peltier-based thermal hysteresis characterization platform, *Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference* **2**: 919–924.
- Liorzou, F., Phelps, B. & Atherton, D. L. (2000). Macroscopic models of magnetization, *IEEE Transactions on Magnetics* **36**(2): 418–428.
- Luenberger, D. G. (1989). *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley.
- Mayergoyz, I. (1991). *Mathematical Models of Hysteresis*, Springer-Verlag.
- Mayergoyz, I. D. (1986). Mathematical models of hysteresis, *IEEE Transactions on Magnetics* **MAG-22**(5): 603–608.
- Mayergoyz, I. D. & Friedman, G. (1988). Generalized Preisach model of hysteresis, *IEEE Transactions on Magnetics* **24**(1): 212–217.
- Meijer, G. & Herwaarden, A. (1994). *Thermal Sensors*, IOP Publishing.
- Naidu, S. R. (1990). Simulation of the hysteresis phenomenon using Preisach's theory, *IEE Proceedings* **137**(2): 73–79.
- Nascimento, M. S. F., Almeida, L. A. L., Neto, J. S. R., Lima, A. M. N. & Deep, G. S. (2003). Description of hysteresis in Shape Memory Alloy actuators using the L²P model, *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*. Accepted for publication.
- Nelder, J. (1979). Simplex method for function minimization, *Engineering Technology and Applied Sciences* (15): 12–12.
- Neto, A. G. S., Almeida, L. A. L., Lima, A. M. N. & Deep, G. S. (2003). A recursive ARMA modelling for thermoelectric modules, *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*. Accepted for publication.

- Noh, T. W. & Song, P. H. (1991). Self-consistency conditions for the Effective-Medium Approximation in composite materials, *Physical Review B* **44**(11): 5459–5464.
- Norton, J. P. (1986). *An Introduction to Identification*, Academic Press.
- Ohta, T., Enomoto, Y. & Kato, R. (1991). Domain growth with time-dependent front velocity in one dimension, *Physical Review B* **43**(16): 262–268.
- Otsuka, K. & Wayman, C. M. (1998). *Shape Memory Materials*, Cambridge University Press.
- Potapov, P., Gotthardt, R. & Bataillard, L. (1998). The transient internal friction peak associated with the martensitic transformation in Ni-Mn-Ti, *Physica Status Solidi A-Applied Research* **165**(2): 401–408.
- Preisach, F. (1935). Über die magnetische nachwirkung, *Zeitschrift für Physik* **94**: 277–302.
- Reintsema, C., Grossman, E. & Koch, J. (1999). Improved VO₂ microbolometers for infrared imaging: operation on the semiconducting-metallic phase transition with negative electrothermal feedback, *SPIE Proceedings - Infrared Technology and Applications XXV* **3698**.
- Rowe, D. M. (1995). *CRC Handbook of Thermoelectrics*, CRC Press.
- Saliah, H. & Lowther, D. (1997). The use of neural network in magnetic hysteresis identification, *Physica B* **233**(4): 318–323.
- Scribner, D. A., Kruer, M. R. & Killiany, J. M. (1991). Infrared focal plane array technology, *Proceedings of the IEEE* **79**(1): 66–85.
- Sena, J. A. S., Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Freire, R. C. S. & Lima, A. M. N. (2000). Modelagem da histerese magnética utilizando algoritmo genético, *XIII Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, Natal*.
- Serpico, C. & Visone, C. (1998). Magnetic hysteresis modeling via feed-forward neural networks, *IEEE Transactions on Magnetics* **34**(3): 623–628.
- Stauffer, D. & Aharony, A. (1994). *Introduction to Percolation Theory*, Taylor and Francis.
- Stroud, D. (1998). The effective medium approximations: Some recent developments, *Superlattices and Microstructures* **23**(3-4): 567–573.
- Torre, E. D. (1991). Existence of magnetization-dependent Preisach models, *IEEE Transactions on Magnetics* **27**(4): 3697–3699.

- Torre, E. D. (1994). A Preisach model for accommodation, *IEEE Transactions on Magnetics* **30**(5): 2701-2707.
- Torre, E. D. (1999). *Magnetic Hysteresis*, IEEE Press.
- Vajda, F. & Torre, E. D. (1992). Characteristics of magnetic media models, *IEEE Transactions on Magnetics* **28**(5): 2611-2613.
- Vajda, F. & Torre, E. D. (1993). Efficient numerical implementation of complete-moving-hysteresis models, *IEEE Transactions on Magnetics* **29**(2): 1532-1537.
- Visintin, A. (1994). *Differential Models of Hysteresis*, Springer-Verlag.
- Zerov, V., Kulikov, Y., Leonov, V., Malyarov, V., Khrebtov, I. & Shaganov, I. (1999). Features of the operation of a bolometer based on a vanadium dioxide film in a temperature interval that includes a phase transition, *Journal of Optical Technology* **66**(5): 387-390.