RICARDO JORGE AGUIAR LOUREIRO

PROJETO DE ELETRODOS DE BLINDAGEM PARA DIVISORES DE POTENCIAL RESISTIVOS

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento parcial às exigências para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO : Processamento da Energia

ORIENTADOR : KLAUS NOWACKI

CAMPINA GRANDE

AGOSTO - 1983

L892p Loureiro, Ricardo Jorge Aguiar.
Projeto de eletrodos de blindagem para divisores de potencial resistivos / Ricardo Jorge Aguiar Loureiro. - Campina Grande, 1983.
86 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1983.
"Orientação : Prof. Dr. Klaus Nowacki".
Referências.

1. Linguagem de Programação - Engenharia Elétrica. 2. Eletrodos de Blindagem - Projeto. 3. Dissertação - Engenharia Elétrica. I. Nowacki, Klaus. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621:004.43(043)

PROJETO DE ELETRODOS DE BLINDAGEM DE
DIVISORES DE POTENCIAL RESISTIVO

RICARDO JORGE AGUIAR LOUREIRO

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 12/08/83

Klaus Nowacki

KLAUS NOWACKI
Orientador

TELMO SILVA DE ARAÚJO
Componente da Banca

FRANCISCO DE ASSIS FERREIRA TEJO
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE
AGOSTO - 1983

Aos meus **Pais** (In Memorian) de
dico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Quero expressar os meus agradecimentos a todos que, direta ou indiretamente, contribuiram para a efetivação desse trabalho.

Em especial ao Prof. Dr. KLAUS NOWACKI, pelo incentivo e orientação.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo desenvolver um método para projetar eletrodos de blindagem para divisores de potencial resistivos.

A técnica de simulação de cargas foi usada na simulação do perfil do eletrodo e um programa em linguagem Fortran foi elaborado visando calcular perfis de eletrodos para divisores de potencial resistivos de dimensões dadas.

ABSTRACT

The objective of the present work is the development of a method to design a high-voltage electrode for resistance voltage dividers.

A charge simulation method was used to simulate the electrode's profile and a Fortran program was developed to the calculate electrode's profiles for resistance voltage dividers of a given size.

ÍNDICE

PÁGINA

PÁGINA

PÁGINA

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA PÁGINA

FIGURA | PÁGINA

LISTA DE SÍMBOLOS

$[A_{ji}]$ - matriz dos coeficientes de potencial

$[a_t]$ - matriz transposta de $[A_{ji}]$

BB - raio maior do toróide circular

$[b_{ij}]$ - matriz dos coeficientes de potencial

$[b_t]$ - matriz transposta de $[b_{ij}]$

C_b - capacitor de carga

C_p - capacitância paralela

C_s - capacitor de impulso

D_p - raio menor do toróide circular

$[E_i]$ - vetor da distribuição de potenciais axial

$[\hat{E}]$ - vetor da distribuição linear de potenciais

E_r - função desempenho

$[g_{ij}]$ - gradiente da função de desempenho aumentada

$[g^n_{ij}]$ - gradiente normalizado de $[g_{ij}]$

G(s) - resposta ao degrau unitário

g(t) - função tempo-tensão da resposta ao degrau

HH - altura do divisor

hj - coordenadas sobre o eixo do divisor

HP - altura do toróide

H(s) - função transferência

$i_{carreg.}$ - corrente de carregamento de capacitância

i_{c_i} - corrente de carregamento de capacitância

i_m - corrente de medição

$K(K_1)$ - integrais elípticas de primeira ordem

$K(K_2)$ - integrais elípticas de primeira ordem

L - indutância

Q_i - cargas fictícias

R_1 - resistência de alta tensão

R_2 - resistência de baixa tensão

R_3 - resistor de acoplamento de impedâncias

R_4 - resistor de acoplamento de impedâncias

R_a - resistor de amortecimento

R_d - resistor de amortecimento

R_e - resistor de descarregamento

(r_i, z_i) - coordenadas dos pontos de carga

(r_j, z_j) - coordenadas dos pontos sobre o contorno

T_c - tempo de corte

T_{cr} - tempo de crista

T_d - tempo de 90% para impulso de manobra

T_h - tempo de 50% para impulso de manobra

T_n - tempo de resposta

T_r - tempo de 50% para impulso atmosférico

T_s - tempo de frente

$\hat{U}$ - pico da tensão de impulso

$U_1(s)$ - tensão de entrada

$U_2(s)$ - tensão de saída (resposta)

$U(t)$ - onda de tensão de impulso

V - potencial

V' - potencial calculado

V_m - tensão de saída do divisor

Z - impedância característica

Z_o - impedância de surto

ε - permissividade do meio

ϕ_C - potencial no condutor

λ_i - funções multiplicadores de Langrange

μ - tamanho do degrau

ε - função de desempenho aumentada

C.C. - cabo coaxial

C.E. - centelhador de esferas

I.E.C. - International Electrotechnical Comission

O.E. - objeto de ensaio

O.R.C. - osciloscópio de raios catódicos

UFPb. - Universidade Federal da Paraíba

1. INTRODUÇÃO

A constante elevação dos níveis de transmissão de energia elétrica, motivada pela necessidade cada vez maior de se deslocar grandes blocos de potência das usinas de geração aos centros de carga, tem levado os pesquisadores e estudiosos deste ramo da engenharia a se aprofundarem no estudo e desenvolvimento da tecnologia das altas tensões.

A medição destas altas tensões não se apresenta de forma tão simples, principalmente quando se deseja registrar e medir, com certa precisão, tensões elevadas com tempo de duração muito curto. Neste trabalho, o Capítulo 2 mostra o aparecimento de tais tensões, apresenta um sistema de medição e faz uma análise sobre a precisão deste sistema.

No Capítulo 3, o método de simulação de cargas para o cálculo do potencial e campo elétrico em sistemas com simetria axial é apresentado e um exemplo da sua aplicação no cálculo de potenciais em pontos nas vizinhanças de um sistema de eletrodos esférico-toroidal é mostrado.

Dentre os equipamentos utilizados na medição de altas tensões, o divisor de potencial resistivo surge com um dos mais adequados equipamentos para o registro de tensões rápidas. Nesta aplicação, devido a suas grandes dimensões, estes divisores sofrem a influência indesejável de capacitâncias parasíticas para terra e para o eletrodo de alta tensão. Estas capacitâncias provocam o fluxo de correntes de carregamento capacitivas que circularão através da resistência de alta tensão do divisor, passando a fazer parte do sinal a ser medido. Uma solução para minorar este problema é colocar eletrodos de blindagem nestes divisores, diminuindo, assim, o fluxo de correntes de carregamento através da resistência de alta tensão e melhorando o tempo de resposta do divisor, |02| .

Este trabalho tem como finalidade o projeto de eletrodos de blindagem para divisores de potencial resistivos de dimensões dadas, de tal forma que se obtenha uma distribuição de potenciais, o mais linear possível, na coluna do divisor.

O Capítulo 4 descreve o método iterativo que foi desenvolvido para este projeto e o fluxograma detalhado do programa em linguagem Fortran que fornece os perfis dos eletrodos.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos para dois divisores de diferentes dimensões.

2 MEDIÇÃO DE TENSÕES DE IMPULSO

2.1 SOBRETENSÕES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

2.1.1 Tipos de Sobretensões

Quando uma tensão variável no tempo, fase-terra ou entre fases, é aplicada a um sistema de potência e sua intensidade supera o valor especificado correspondente à mais alta tensão de operação do equipamento, este sistema está sujeito a uma sobretensão. Comumente, as sobretensões são divididas em dois grupos: Sobretensões internas e Sobretensões externas.

Sobretensões internas são aquelas geradas no próprio sistema e subdividem-se em :

a) Sobretensões de manobras - de curta duração e resultantes de variações bruscas de correntes e tensão.

b) Sobretensões temporárias - de longa duração e provenientes de faltas, rejeição de cargas, ferroressonân cia, etc.

Sobretensões externas são geradas fora do sistema, incidindo sobre ele através das linhas de transmissão aéreas, sendo altamente atenuadas pela resistência e perdas por corona destas, antes de atingir a subestação. Resultam das descargas atmosféricas nas proximidades ou diretamente nos sistemas de transmissão e são comumente chamadas de sobretensões atmosféricas.

A melhor maneira de distinguir os vários tipos de sobretensões encontradas é através das suas durações, ou seja:

Sobretensões atmosféricas - alguns microsegundos até 100 microsegundos.

Sobretensões de manobras - de 100 microsegundos até alguns ciclos.

Sobretensões temporárias - alguns ciclos até alguns segundos ou mais.

No caso das sobretensões atmosféricas e de manobras, estas se apresentam através de tensões unipolares , que crescem rapidamente a um valor de pico e decrescem mais lentamente a zero. Tensões geradas em laboratórios para simular tais sobretensões são chamadas de tensão de impulso atmosférico e tensão de impulso de manobra, respectivamente.

2.1.2 Parâmetros Característicos de Tensões de Impulso

Na tecnologia de alta tensão, um surto de tensão unipolar é chamado um impulso de tensão. A variação com o tempo e sua duração dependem de como o mesmo é gerado. Em laboratório ele é obtido, carregando-se capacitores de alta tensão em paralelo e em seguida descarregando-se em série, através de centelhadores de esferas, dentro de uma rede de resistores e capacitores, na qual circuitos multiplicadores de tensão são muitas vezes colocados.

Um impulso pode ser formado pela superposição de duas exponenciais. Sem maiores oscilações, estas ondas de tensão atingem rapidamente um máximo, o valor de pico $\hat{U}$, e caem mais lentamente a zero, conforme mostra a fig. 2.1. Caso ocorra uma rutura intencional ou não-intencional no circuito de alta tensão durante o impulso, levando a um súbito colapso da tensão, esta passa a ser chamada de tensão de impulso cortada. O corte pode ocorrer na frente, no pico ou na cauda da onda, |08| .

No caso de tensões de impulso para testes em alta tensão, a forma de onda da tensão é determinada por certos parâmetros de tempo para a frente e cauda da onda, sendo possível se obter uma padronização em termos de impulso at mosférico e impulso de manobras, conforme mostra a fig. 2.2, |09| .

Em geral, tensões de impulso atmosférico na forma 1.2/50μs são tomadas como padrão, significando um impulso de tensão com Ts = 1.2μs ± 30% e Tr = 50μs ± 20%, onde Ts é o tempo de frente e Tr é o tempo para atingir o meio valor, ou 50% do valor de pico.

Para testes com tensões de impulsos de manobra podem ser usados na padronização da onda a forma 250/2500μs , correspondendo a Tcr = 250μs ± 20% e Th = 2500μs ± 60% (Tcr = tempo de crista; Th = tempo para o meio valor). Para caracterizar a duração da tensão de impulso de manobra, o tempo Td, durante o qual o valor instantâneo da tensão atinge $0,9\hat{U}$ é frequentemente usado, ao invés de Th.

No caso de tensões de impulso cortadas, estas ficam perfeitamente caracterizadas pelo tempo de corte Tc, tomado da origem ao instante em que ocorreu o corte, fig. 2.3.

Para impulsos atmosféricos, a forma real da frente de onda é bastante difícil de medir e a linha reta 0_1S_1 através dos pontos A e B é introduzida para caracterizá-la , servindo como uma construção auxiliar da frente de onda . Daí, o tempo Ts para frente, assim como o tempo Tr para o meio valor ficam determinados pelos tempos de 0_1 a S_1 e de 0_1 a C, respectivamente. O ponto 0_1 na fig. 2.2, é chamado a origem virtual, |09, 10| .

2.2 O SISTEMA DE MEDIÇÃO DE TENSÃO DE IMPULSO

2.2.1 Considerações Gerais

A operação satisfatória de equipamentos de transmissão de potência é assegurada pela capacidade dos mesmos de resistir não somente a tensões de trabalho, mas também a sobretensões que possam aparecer, como resultado de operações de manobra ou descargas atmosféricas atingindo o sistema.

Neste sentido, especificações são estabelecidas a partir de um conjunto de normas de ensaios de equipamentos, onde é exigido que para tensões acima de 3 ou 4 vezes a tensão nominal do sistema, testes de impulso devem ser realizados em algumas partes destes equipamentos.

Estes testes ocupam uma importante posição dentre os vários testes de isolamento e os seus resultados são adotados em projetos de isolamento para linhas de transmissão de alta tensão e coordenação de isolamento de subestações de potência, como dados básicos. A execução e o desenvolvimento destes testes em equipamentos de distribuição e transmissão de potência são responsáveis por uma grande parte do trabalho realizado em um laboratório de alta tensão.

A confiança nos resultados de testes de impulso depende das técnicas utilizadas, especialmente no que se refere ao sistema de medição empregado, |07| .

2.2.2 Descrição do Sistema

Para a medição de tensões impulsivas, vários métodos são empregados, incluindo aqueles por espinterômetro , voltímetros de crista ou um osciloscópio de raios catódicos acoplado a um divisor de potencial. De todos estes, o último método é o mais usado pois permite a medição simultânea de ambos: o valor da crista e a forma da onda, |06| .

O sistema de medição de tensões de impulso com divisor de potencial e osciloscópio consiste basicamente de cinco componentes: um divisor de potencial, um osciloscópio , um cabo coaxial interconectando o divisor e o osciloscópio, um cabo para conectar o topo do divisor ao terminal de alta tensão do objeto sob ensaio e um cabo ou plano de terra para conectar a base do divisor ao lado aterrado do objeto sob teste. A fig. 2.4 mostra um sistema com estas características.

O sistema tem a finalidade de produzir um gráfico, como uma função do tempo, de um sinal de tensão que seja proporcional à tensão que se deseja aplicar sobre o equipamento a ser ensaiado, |13| .

Com a ajuda de um divisor de potencial é possível se obter um sinal reduzido Vm que é aproximadamente proporcional à quantidade a ser medida e transmiti-lo, via cabo, para um registrador sobre um osciloscópio. Este processo de transformar a quantidade que se deseja medir em um sinal Vm, bem como sua transmissão e registro estão sujeitos a erros inerentes ao sistema.

2.2.3 Os Fatores que Contribuem para os Erros na Medição

Vários são os fatores que contribuem para os erros na medição do valor de pico e da forma de onda de altas tensões que variam rapidamente. Por várias razões, a reprodução sobre a tela do osciloscópio é uma réplica distorcida da variação de tensão através do objeto sob ensaio. Cada um dos elementos que compõem o sistema, pode contribuir para esta distorção e uma análise do comportamento destes elementos individualmente é feita a seguir.

2.2.3.1 O Cabo de Alta Tensão

O divisor e o objeto sob teste devem, em geral, ser separados por uma distância ao menos igual a sua altura, para evitar interferência entre os campos elétricos em suas vizinhanças. O cabo conectando o objeto sob teste ao divisor atua como uma linha de transmissão com uma impedância de surto que é normalmente diferente da impedância do divisor e do objeto a ser ensaiado. Desde que a impedância de surto do gerador de impulso e do divisor diferem da impedância característica do cabo, oscilações de ondas viajantes ocorrerão e causarão distorções na tensão de teste.

2.2.3.2 O Cabo Coaxial

Em geral, a resistência de baixa tensão e o osciloscópio de raios catódicos são localizados a uma certa distância um do outro. Um cabo coaxial de baixa atenuação é usado para interconectá-los.

As distorções que aparecem na tensão transmitida pelo cabo coaxial surgem do fato de a impedância característica do cabo diferir da impedância encontrada no terminal de saída do cabo. Este fato provoca a reflexão de parte do sinal, que viaja de volta até encontrar o terminal de entrada do cabo. Neste ponto, se a impedância encontrada diferir de Z_o, haverá uma nova reflexão. Este processo resultará em uma distorção do sinal registrado no osciloscópio, que não concordará com o sinal original.

2.2.3.3 O Divisor de Potencial

O divisor de potencial é geralmente o mais trabalho so elo do sistema de medição, atuando como um fator limitante da precisão do sistema.

Em um divisor de potencial resistivo, a existência inevitável de capacitâncias parasíticas distribuídas para terra é responsável pelas maiores dificuldades encontradas no uso de tais divisores. Estas capacitâncias causam uma distribuição não linear de potencial ao longo da coluna do divisor e uma relação de dependência com a frequência. Daí, componentes de alta frequência sofrem uma atenuação relativamente alta. Devido a isto, a resposta ao degrau se aproxima de seu valor final gradualmente, ou seja, com grandes tempo de subida e tempo de resposta.

2.2.4 Avaliação da Precisão

2.2.4.1 A Resposta a um Degrau

A resposta ao degrau unitário é encontrada como a reprodução, em um sistema de medição, de um degrau unitário aplicado. Em notação de Laplace, a seguinte equação é válida:

$$G(S) = \frac{1}{S} H(S)$$

onde:

$G(S)$ = a resposta ao degrau unitário

$\frac{1}{S}$ = o degrau unitário

$H(S)$ = a função transferência do sistema

Para uma tensão de entrada arbitrária $U_1(S)$, a resposta $U_2(S)$, é encontrada através de

$$U_2(S) = U_1(S) \, . \, H(S) = U_1(S) \, . \, S.G(S)$$

Assim, a resposta ao degrau unitário contém implicitamente a função transferência.

A forma de onda da resposta ao degrau unitário dá diretamente alguma informação a respeito do sistema de medição. A inclinação da frente de onda é uma medida para a frequência limite. Oscilações mostram as frequências de ressonância, e a magnitude determina o fator de normalização do sistema de medição.

2.2.4.2 O Tempo de Resposta

A área entre o degrau unitário e a resposta ao degrau unitário normalizada é chamada o tempo de resposta do sistema de medição, Tn, que é definido pela equação :

$$T_n = \int_0^\infty (1 - g(t)) \, dt$$

onde g(t) é a função tempo-tensão da resposta ao degrau, |12| .

O tempo de resposta representa o atraso entre a saída e a entrada do sistema, quando esta é uma tensão com crescimento linear.

2.2.4.3 A Resposta de um Divisor

Um divisor de potencial usado para uma medição precisa de tensões de impulso de curta duração, deve atender a duas exigências básicas:

1) O divisor deve ter um tempo de resposta muito pequeno , da ordem de alguns nanosegundos (10^{-9} segundos).

2) A resposta do divisor a um degrau unitário deve atingir seu valor de estado permanente rapidamente, |02|.

2.3 A PRECISÃO DA MEDIÇÃO

2.3.1 Como Melhorar a Precisão

Já foi dito em parágrafos anteriores que vários são os fatores que podem contribuir para o surgimento de erros na medição de tensões de impulso. Cada um destes fatores foi analisado individualmente, junto com os elementos que compõem o sistema de medição. Agora serão mostrados os mecanismos que podem ser usados para minimizar estes erros, melhorando a precisão da medição, tomando cada componente do sistema em particular.

2.3.1.1 O Cabo de Alta Tensão

A minimização das distorções na tensão de teste provocadas pelo cabo de alta tensão pode ser conseguida, colocando-se resistores de amortecimento distribuídos uniformemente ao longo do cabo ou procurando-se fazer uma combinação de impedâncias entre o gerador de surto, o divisor de potencial e o objeto sob ensaio com a impedância da linha . Esta combinação pode ser efetuada conectando-se resistores concentrados em série com os diferentes elementos do arranjo. Estas, junto com a impedância de surto existente, podem ser ajustadas para que nas conexões entre elementos tenham o mesmo valor.

Os valores corretos de resistências podem ser encontrados aplicando-se técnicas de reflectometria no domínio do tempo na frequência do meio. Um tratamento compreensível deste problema, incluindo exemplos numéricos, é encontrado em Creed e outros |13, 14| .

2.3.1.2 O Cabo Coaxial

As distorções que aparecem no sinal a ser transmitido pelo cabo coaxial podem ser reduzidas se o circuito de medição for construído conforme mostram as figuras 2.5-a e 2.5-b.

Na figura 2.5-a, uma tensão de impulso Vm aparecendo no lado de baixa tensão do divisor resistivo é dividida ao meio pelo divisor formado pelo resistor $R_3 = Z_o$ e a impedância Z_o do cabo. No terminal de saída do cabo, a onda viajante Vm/2 é refletida com o dobro da amplitude, de tal forma que o sinal original Vm surgirá através das placas de deflexão do osciloscópio. A onda refletida viaja de volta ao terminal de entrada do cabo, onde, encontrando o resistor R_3 de valor ohmico igual a Z_o, é absorvida.

Na figura 2.5-b, se uma tensão de impulso Vm viaja através do cabo coaxial, ao atingir o terminal de saída do mesmo cabo encontrará o resistor R_4 de valor ohmico igual ao da impedância Z_o do cabo e assim não haverá reflexões e a tensão Vm será aplicada diretamente ao osciloscópio, |08, 14|.

2.3.1.3 O Divisor de Potencial

Devido às grandes dimensões dos divisores de poten cial resistivos usados em alta tensão é inevitável o surgimento de capacitâncias parasíticas para terra.

Quando uma tensão é aplicada ao divisor, um fluxo de correntes de carregamento destas capacitâncias aparece através da resistência de alta tensão e fluirá, inevitavelmente, em adição ao sinal que se deseja medir, provocando uma medição incorreta da tensão aplicada ao divisor, como mostra a figura 2.6-a.

Para minimizar a influência indesejável das capacitâncias parasíticas, eletrodos de blindagem são colocados no topo e/ou a várias alturas da coluna de resistências. Assim, o fluxo de correntes capacitivas se fará, agora, através da capacitância paralela para terra, formada pela colocação dos eletrodos. Com isto, pela coluna de resistências do divisor fluirá apenas a corrente de medição, figura 2.6-b.

A capacitância paralela resultante do eletrodo de blindagem e a indutância do cabo de alta tensão causam oscilações à resposta ao degrau. Para superar este problema um resistor de amortecimento R_a deve ser conectado em série com o cabo de alta tensão ou, preferencialmente, entre o divisor e o eletrodo de blindagem, fig. 2.7, |02| .

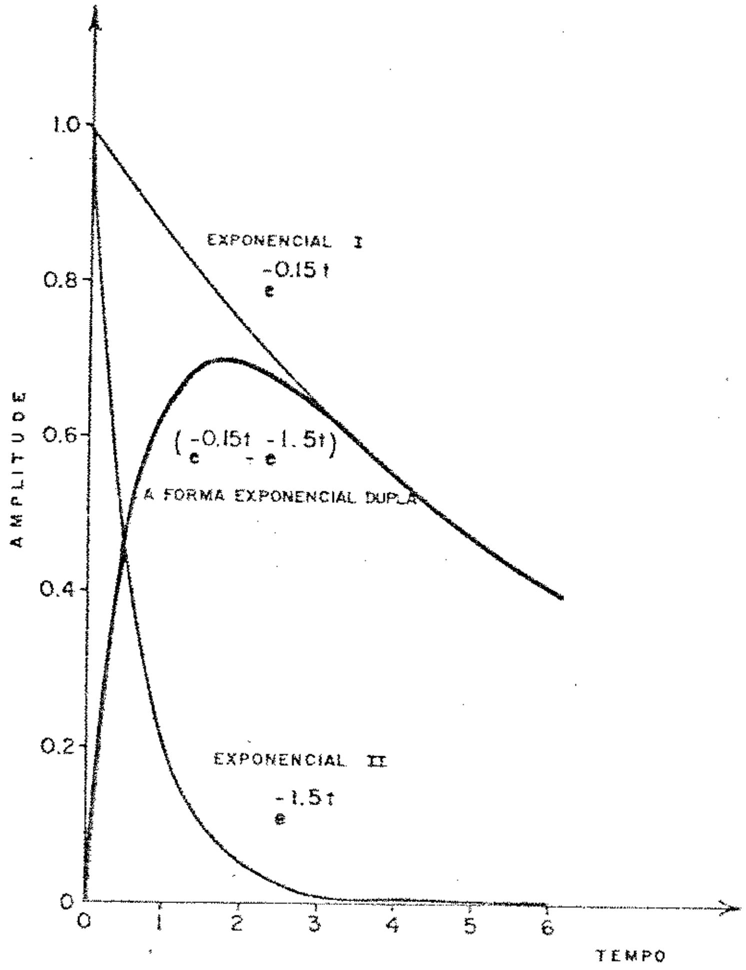


Fig. 2.1 - A forma de onda exponencial dupla .

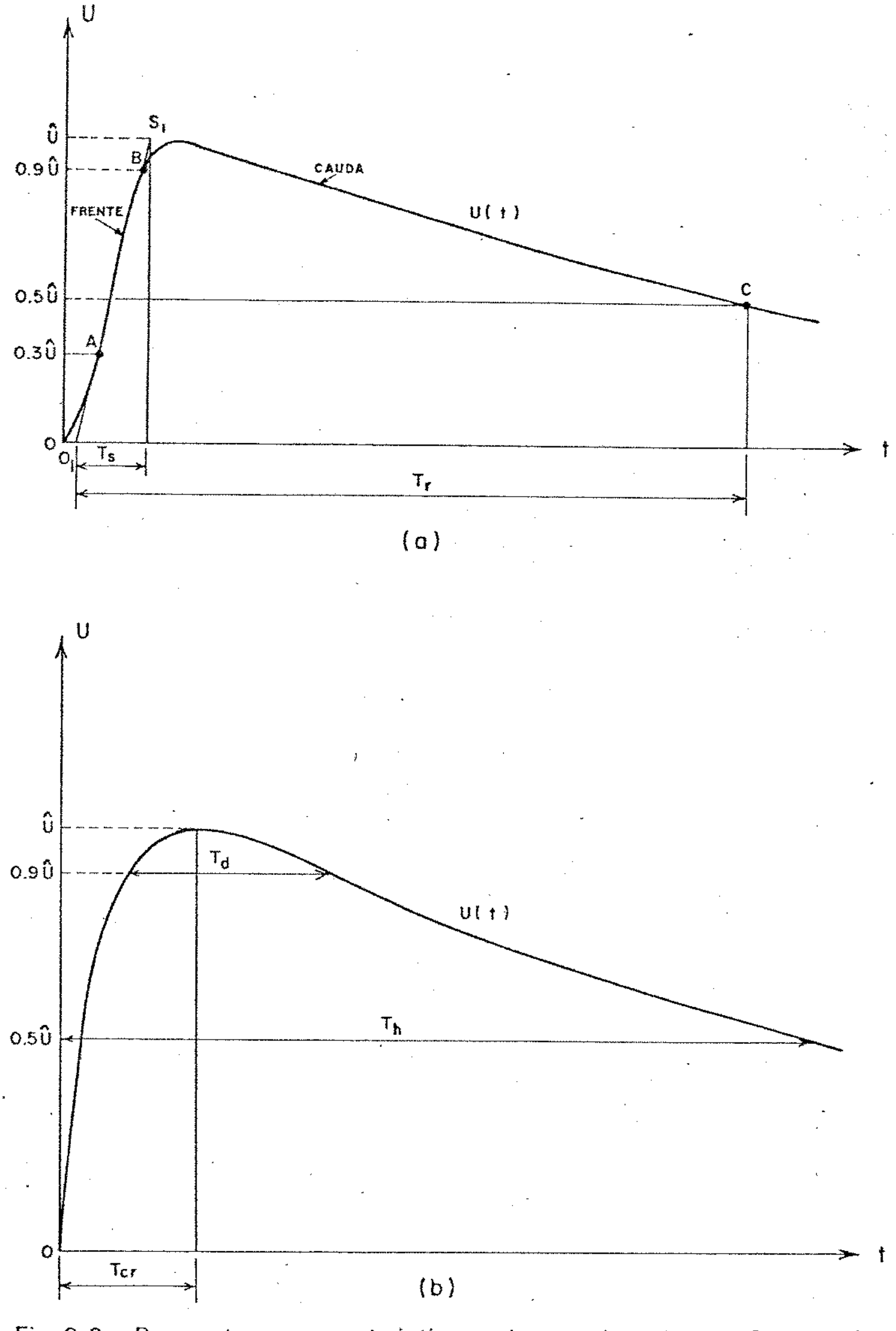


Fig. 2.2 - Parametros caracteristicos das ondas de tensão de impulso padrão
(a) tensão de impulso atmosférico
(b) tensão de impulso de manobra.

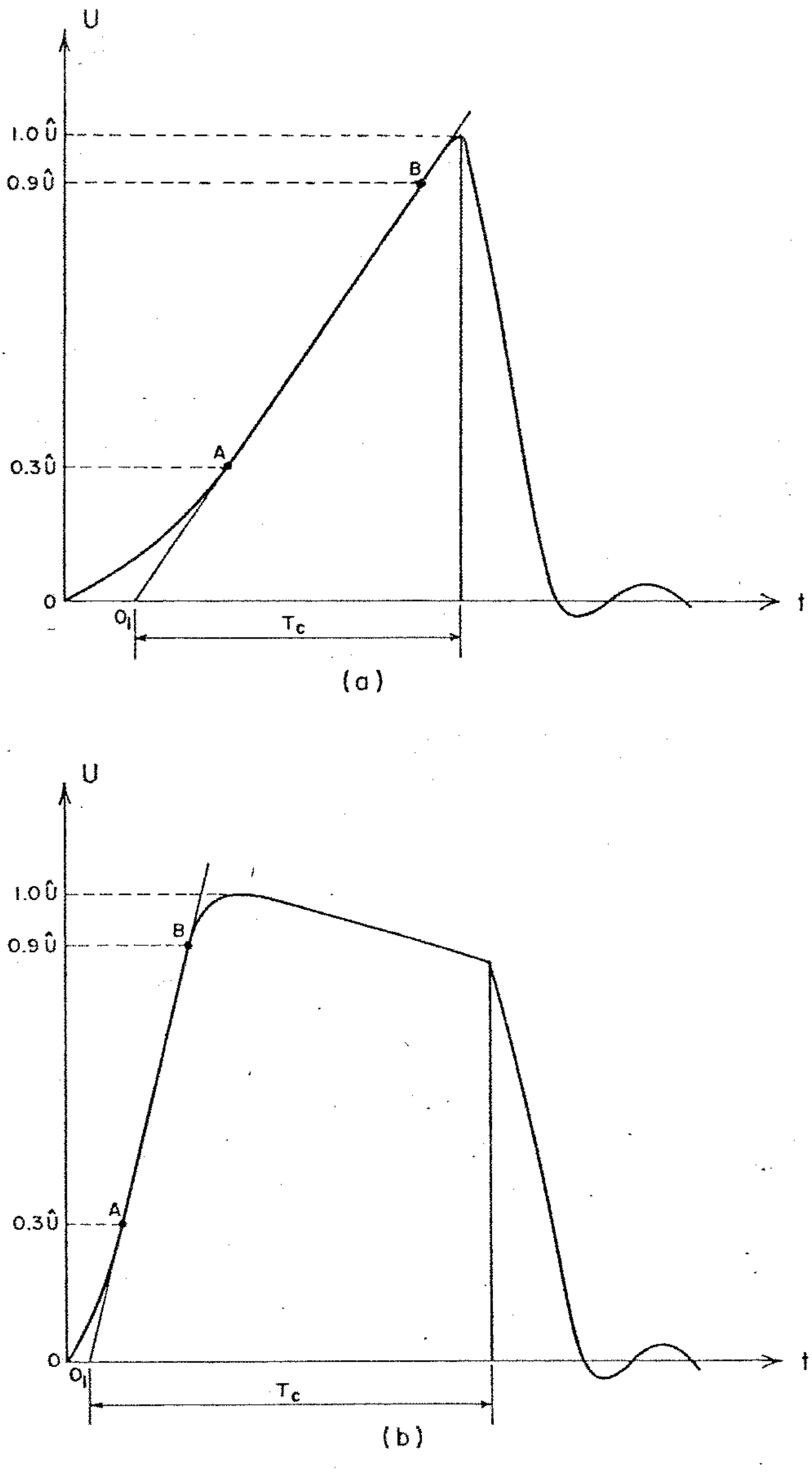
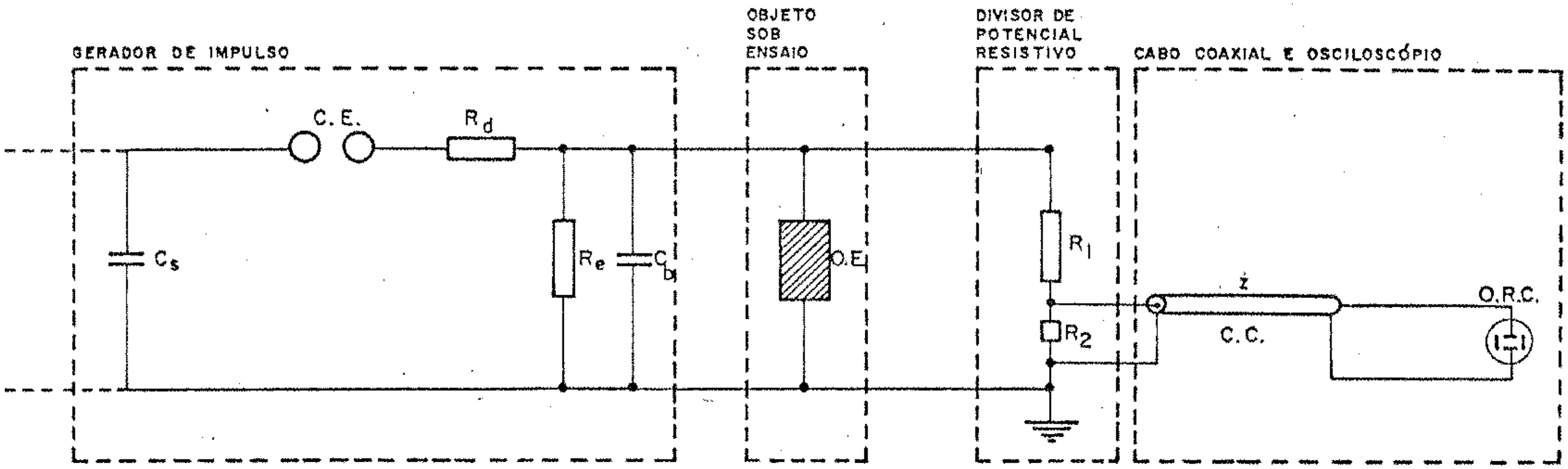


Fig. 2.3 - Forma de onda de tensão de impulso atmosférico
(a) cortada na frente da onda
(b) cortada na cauda da onda.



C_b = CAPACITOR DE CARGA
R_e = RESISTOR DE DESCARREGAMENTO
R_d = RESISTOR DE AMORTECIMENTO
C_s = CAPACITOR DE IMPULSO
C.E. = CENTELHADOR DE ESFERAS
O.E. = OBJETO SOB ENSAIO
R_1 = RESISTOR DE ALTA TENSÃO
R_2 = RESISTOR DE BAIXA TENSÃO
C.C. = CABO COAXIAL
O.R.C. = OSCILOSCÓPIO DE RAIOS CATÓDICOS
z = IMPEDÂNCIA CARACTERISTICA DO CABO COAXIAL

Fig. 2.4 - Sistema de medição de tensão de impulso com divisor resistivo.

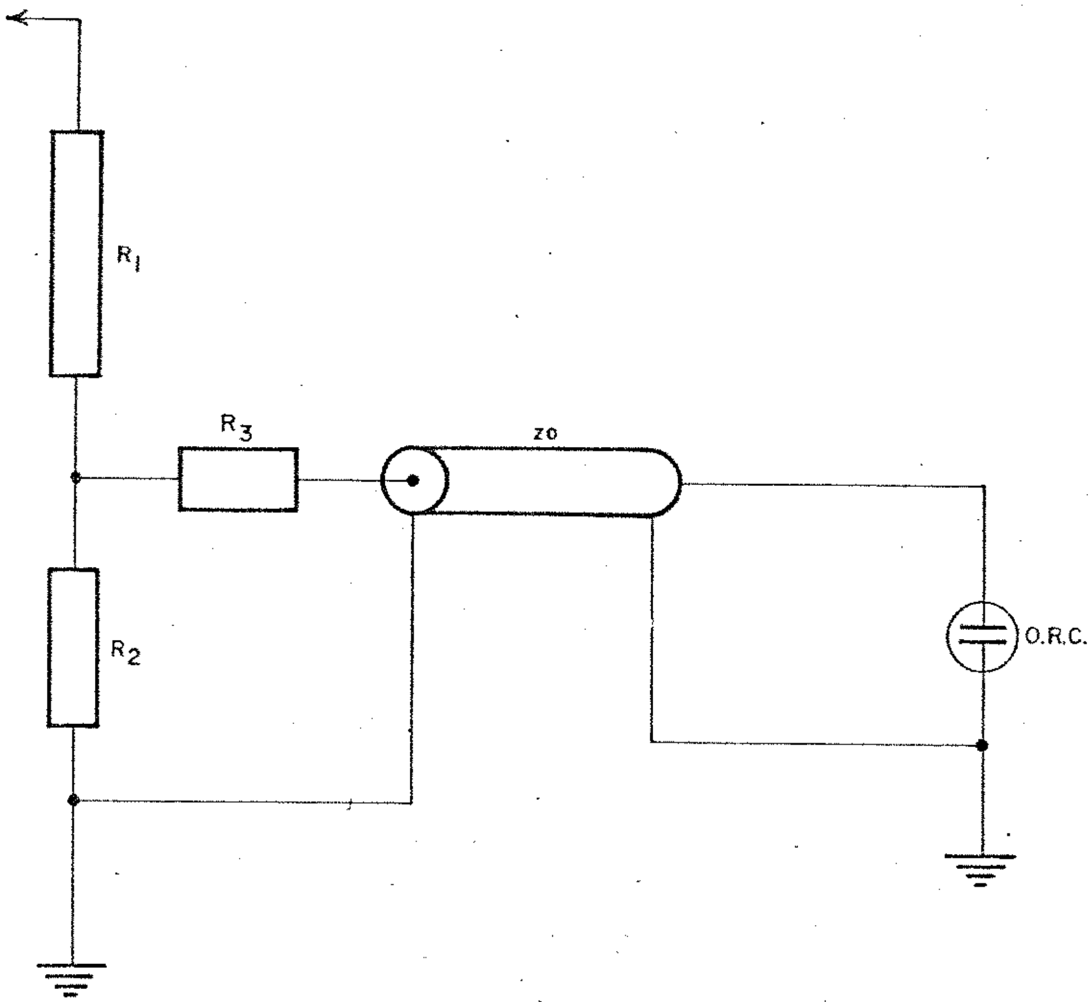


Fig. 2.5 (a) - Divisor de potencial resistivo com osciloscópio de raios catódicos, via cabo coaxial, com resistor série.

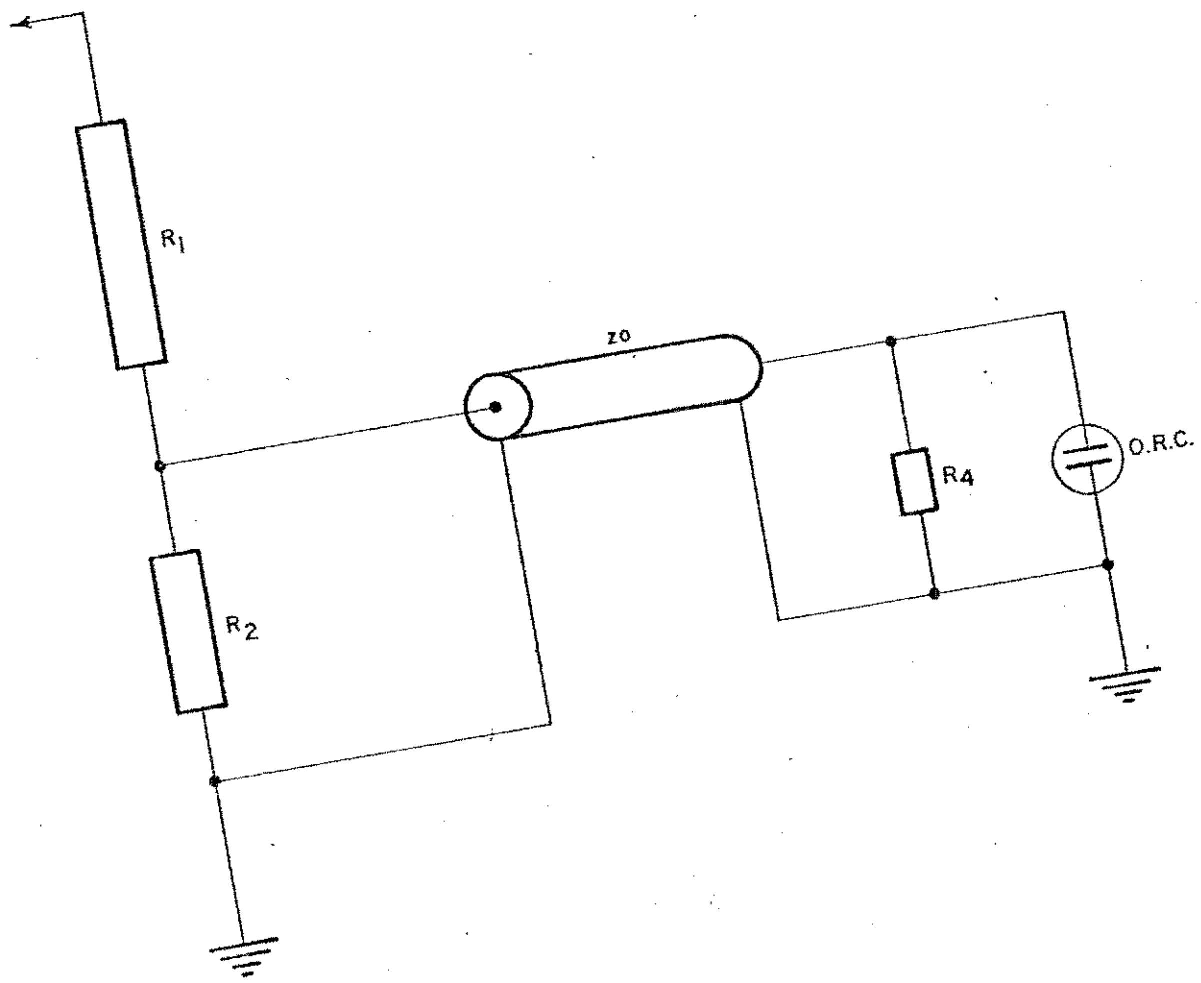


Fig. 2.5 (b)- Divisor de potencial resistivo com osciloscópio de raios catódicos, via cabo coaxial, com resistor paralelo.

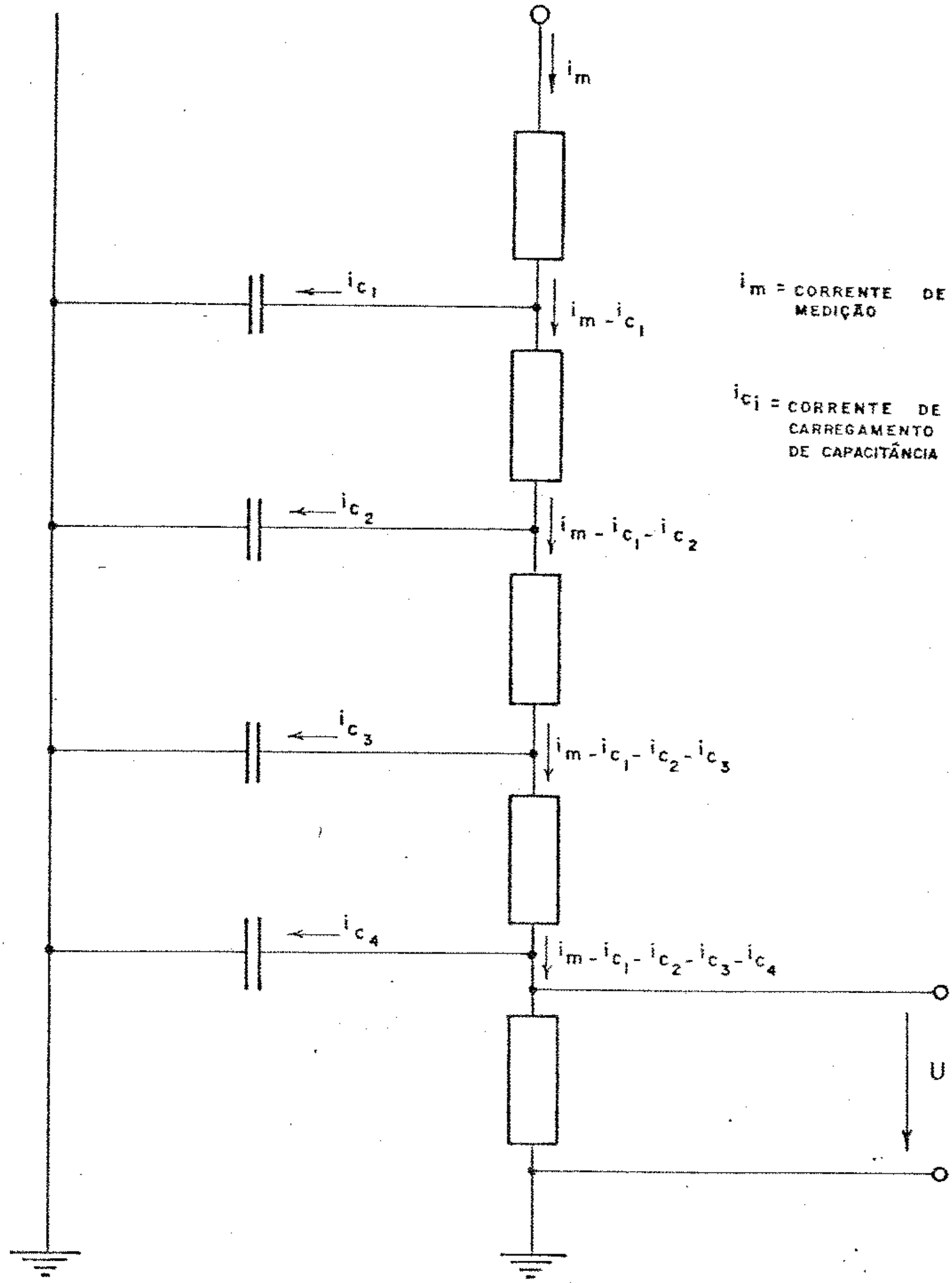


Fig. 2.6 (a) - Divisor resistivo sem eletrodo de blindagem.

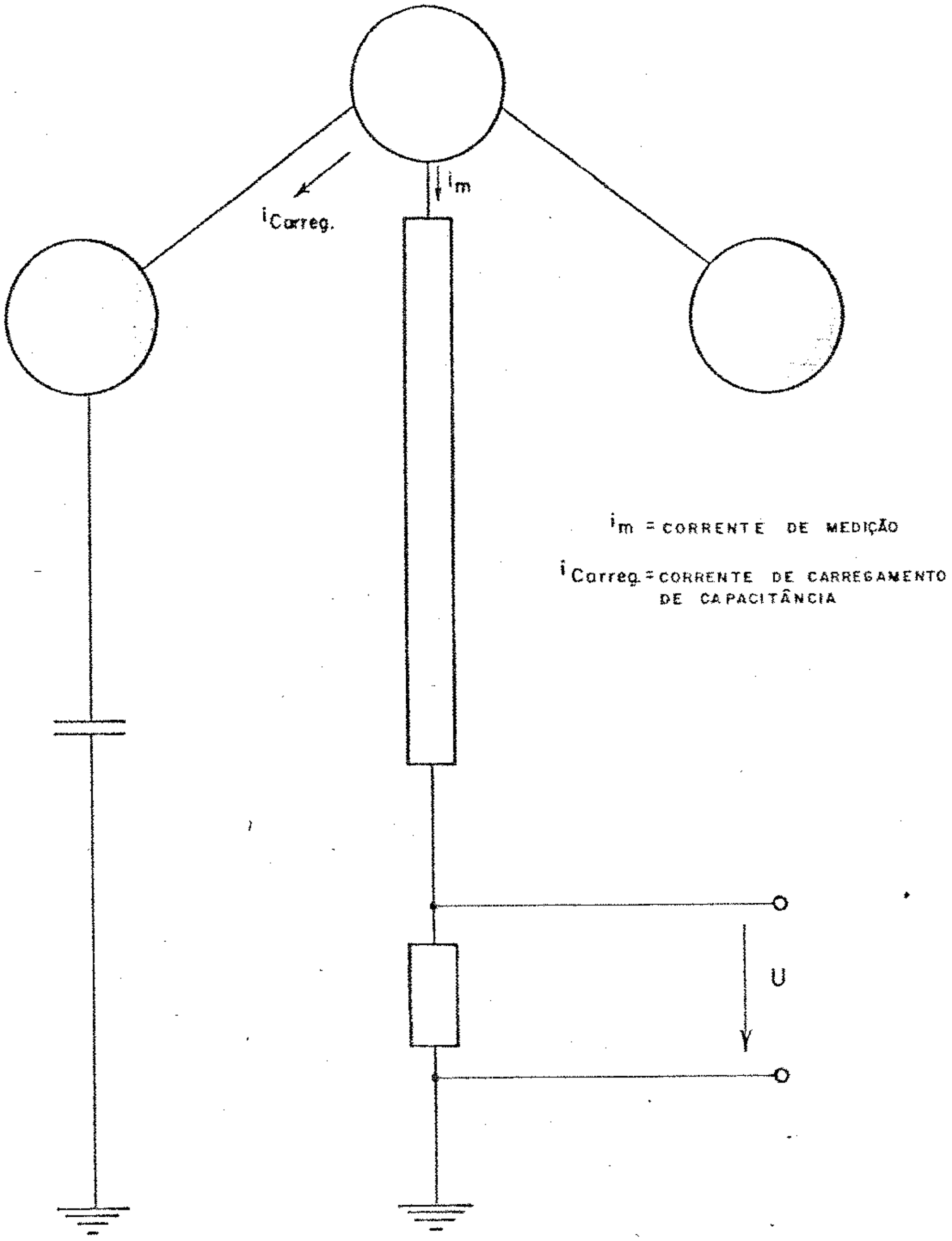


Fig. 2.6 (b) - Divisor resistivo com eletrodo de blindagem.

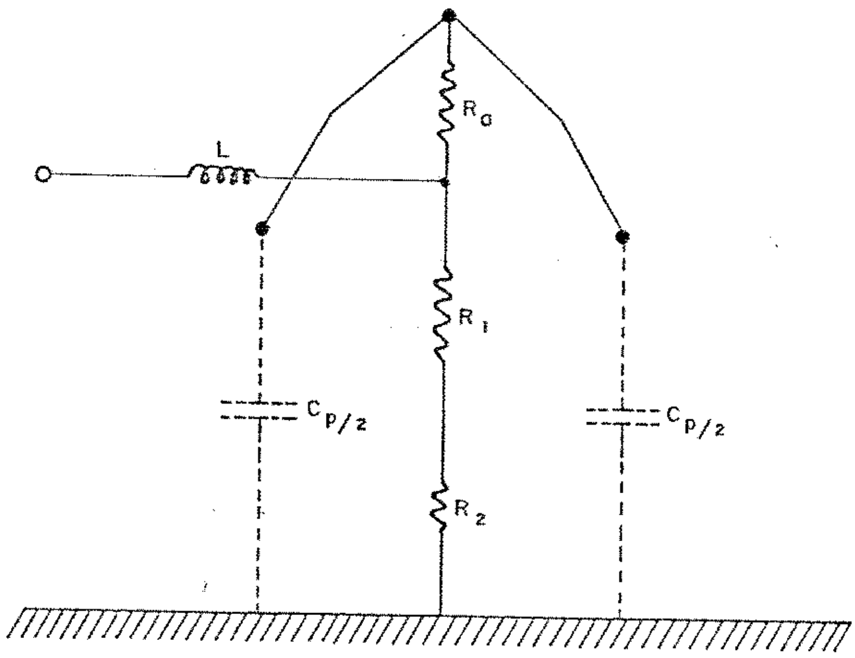


Fig. 2.7 - Divisor de potencial resistivo com eletrodo de blindagem e resistor de amortecimento.

3 CÁLCULO DO POTENCIAL ELÉTRICO USANDO O MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE CARGAS

3.1 DESCRIÇÃO DO MÉTODO

3.1.1 Considerações Gerais

A determinação do potencial e campo elétrico exige a solução das equações de Laplace e Poisson, sujeitas às condições de contorno. Definindo uma condição de contorno e uma geometria simples, é possível se obter uma solução analítica. Em geral, como os sistemas físicos são quase sempre complexos, soluções analíticas tornam-se bastante difíceis e métodos numéricos aproximados são comumente usados nas aplicações da engenharia, |16| .

Um método simples e que tem sido muito empregado em problemas de campo de alta tensão é o método de simulação de cargas, que é baseado no conceito de cargas discretas e se aplica a sistemas que incluam um ou mais meios homogêneos. É chamado "A técnica de simulação de cargas" porque cargas concentradas desconhecidas são determinadas satisfazen do às condições de contorno.

A simulação de cargas consiste em considerar os potenciais de distribuições de cargas fictícias, colocadas fora da região onde se deseja calcular o campo (geralmente, dentro do volume ocupado pelo condutor), como soluções particulares das equações de Laplace e Poisson. Fisicamente, as cargas distribuídas superficialmente são substituídas por distribuições de cargas discretas e imaginárias.

As magnitudes dessas cargas devem ser calculadas de tal forma que seus efeitos integrados satisfaçam às condições de contorno exatamente em pontos selecionados sobre o contorno. Com isto, a solução das equações de Laplace e Poisson será a única para a distribuição de potencial do arranjo escolhido.

3.1.2 Princípio Básico

Para o cálculo do potencial eletrostático, as cargas distribuídas na superfície do condutor são substituídas por N linhas de cargas localizadas convenientemente dentro do condutor, de acordo com as formas geométricas do mesmo.

Três formas de arranjos de carga são normalmente usadas para simular todas as possíveis configurações de sistemas. Os pontos de carga que se empregam em superfícies es féricas, as linhas de carga (finitas ou infinitas) utilizadas em configurações cilíndricas e os anéis de carga para simular, em geral, perfis axialmente simétricos. A combinação dessas três formas de cargas, de modo adequado, permite a simulação de quase todas as configurações de eletrodos encontrados. A fig. 3.1 mostra um exemplo da simulação de um eletrodo toroidal usando anéis de carga, |16, 11|.

A determinação da magnitude dessas cargas é alcançada, escolhendo-se M pontos na superfície do condutor (pontos de contorno) e exigindo-se que para qualquer desses pontos, o potencial resultante da superposição das cargas seja igual ao potencial $\emptyset_c$ do condutor, ou:

$$\emptyset_c = \sum_{i=1}^{N} A_{ji} Q_i \quad , \quad j = 1,M \tag{3.1}$$

onde :

N é o número de cargas do sistema

M é o número de pontos nos quais o potencial é especificado

A_{ji} são os coeficientes de potencial e que podem ser escritos como

$$A_{ji} = A(r_j \ , \ z_j \ , \ r_i \ , \ z_i) \tag{3.2}$$

onde $(r_j \ , \ z_j)$ são as coordenadas do ponto sobre o contor no do eletrodo e (r_i , z_i) são as coordenadas dos pontos de carga Q_i.

Para um conjunto de M pontos selecionados sobre uma superfície a pontencial V, a equação 3.1 escrita em forma de matriz, torna-se :

$$[A_{ji}] \times [Q_i] = [V] \qquad 3.3$$

Geralmente, o número de pontos de contorno M é escolhido igual ao número de cargas N. Dada uma configuração particular, os coeficientes A_{ji} são determinados pela posição das cargas e as condições de contorno. Portanto, a equação 3.3 se apresenta como um sistema de equações lineares que deve ser resolvido para as cargas Q_i, |18| .

Conhecidos os valores das cargas Q_i, é exigido o cálculo dos potenciais em um certo número de pontos sobre o contorno, diferentes daqueles tomados para o cálculo de Q_i. A diferença entre estes potenciais e o potencial dado para o contorno é uma das maneiras de checar se o conjunto de cargas Q_i calculado atende às condições de contorno. Também, esta diferença é uma medida da precisão da simulação.

Por fim, o potencial elétrico para qualquer ponto dentro da região de interesse pode ser calculado analiticamente por superposição, se a precisão desejada tiver sido obtida.

Deve ser lembrado que devido à sua natureza discreta, o método de simulação de cargas requer a seleção e localização de um grande número de cargas, de forma a se obter uma precisão satisfatória, e por isto é necessário o uso de computação digital.

Em muitos casos, a distribuição de potencial entre um sistema de condutores e um plano infinito em potencial da terra é pedida. Nestes casos é introduzido o método das imagens (cargas imagens) juntamente com o método de simulação de cargas, |15| .

3.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO

3.2.1 Simulação de um Sistema de Eletrodos Esférico-Toroidal

Um divisor de potencial resistivo com eletrodos de blindagem é mostrado na fig. 3.2. Neste, deseja-se obter a distribuição de potencial ao longo da coluna de resistências, usando o método de simulação de cargas.

Deve ser observada, inicialmente, a simetria existente em torno do eixo Y onde a coluna do divisor está centrada. Para efeito de cálculos, é suficiente considerar es te sistema como se apresenta na fig. 3.3.

Devido à geometria do problema, N anéis de cargas fictícias de densidade constante com centros sobre o eixo Y são colocados no interior do toróide e da esfera e são empregados para simular o sistema de eletrodos. Também, um conjunto de cargas imagens é incluído para representar o plano infinito aterrado.

Usando a notação da fig. 3.3 os coeficientes de potencial A_{ji} podem ser calculados através da expressão:

$$A_{ji} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \times \frac{2}{\pi} \left[\frac{K(K_1)}{\beta_1} - \frac{K(K_2)}{\beta_2} \right] ; \quad \begin{matrix} i = 1,N \\ j = 1,M \end{matrix} \qquad 3.4$$

onde:

$$\beta_1 = \sqrt{(r_j + r_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad ;$$

$$\beta_2 = \sqrt{(r_j + r_i)^2 + (z_j + z_i)^2} \quad ;$$

$$K_1 = \frac{2\sqrt{r_i \times r_j}}{\beta_1} \quad ;$$

$$K_2 = \frac{2\sqrt{r_i \times r_j}}{\beta_2}$$

e $K(K_1)$ e $K(K_2)$ são integrais elípticas de primeira ordem, |16|.

Para um conjunto de N pontos selecionados sobre a superfície dos eletrodos a potencial V, a equação 3.1, torna-se:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots & a_{2n} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots\cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ . \\ . \\ . \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ V \\ . \\ . \\ . \\ V \end{bmatrix} \qquad 3.5$$

onde o elemento A_{ji} representa o coeficiente de potencial (como dado pela equação 3.4) e relaciona a contribuição da carga Q_i para o potencial V no ponto (r_j, z_j) sobre o contorno. Esta equação deve ser resolvida para as N cargas Q_i.

De posse dos valores das cargas, é feita uma checagem em alguns pontos de contorno diferentes daqueles tomados para o cálculo de Q_i. Isto leva a uma equação da forma:

$$|a_{ji}| \times |q_i| = |V'| \quad , \quad \begin{matrix} j = 1,N \\ i = 1,N \end{matrix} \qquad 3.6$$

Se a diferença $[V'] - [V]$ está dentro dos limites de precisão desejado, as cargas Q_i substituem o sistema de eletrodos e a simulação é alcançada. Com isto, os potenciais em qualquer ponto fora da região onde se encontram os condutores, podem ser calculados pelo princípio da superposição, onde cada carga individual Q_i contribui para o potencial no ponto desejado.

3.2.2 Cálculo de Potenciais em Pontos Sobre a Coluna do Divisor

Para calcular os potenciais sobre o eixo do divisor, tomam-se os coeficientes de potencial, como sendo:

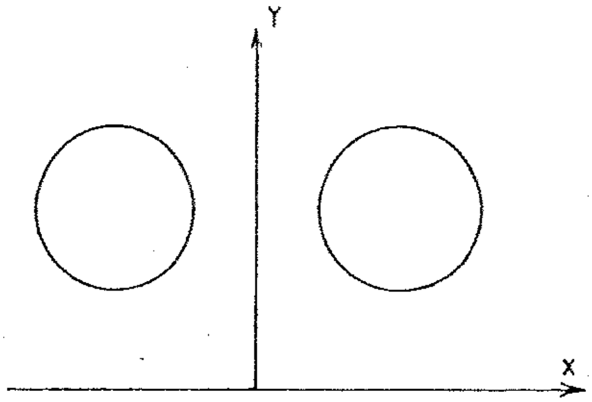
$$[b_{ji}] = \frac{1}{\sqrt{r_i^2 + (z_i - h_j)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_i^2 + (z_i + h_j)^2}} \quad , \quad \begin{array}{l} i = 1,n \\ j = 1,k \end{array} \tag{3.7}$$

onde k é o número de pontos onde se deseja obter os potenciais; $(0;h_j)$ são as coordenadas desses pontos e (r_i, z_i) são as coordenadas dos pontos de carga.

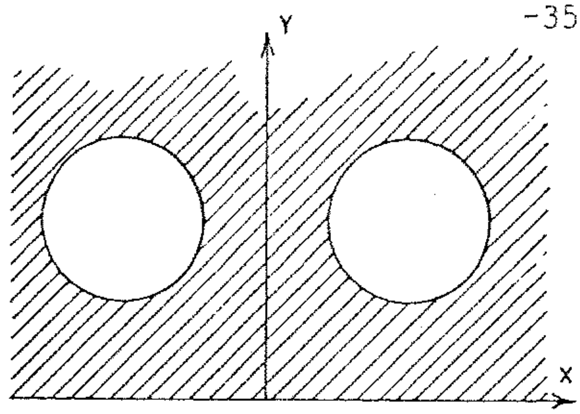
Multiplicando-se estes coeficientes de potencial pelas cargas dos anéis Q_i, obtém-se um vetor que contém os valores dos potenciais em cada um dos k pontos desejados , como mostrado, matricialmente abaixo:

$$[b_{ji}] \times [q_i] = [V_j] \quad , \quad \begin{matrix} i = 1,n \\ j = 1,k \end{matrix} \tag{3.8}$$

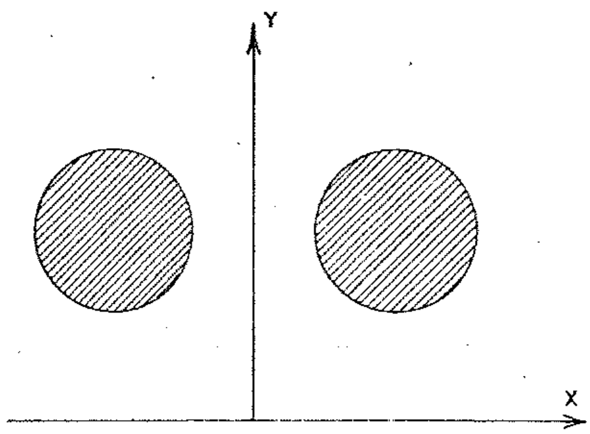
onde $[V_j]$ é este vetor.



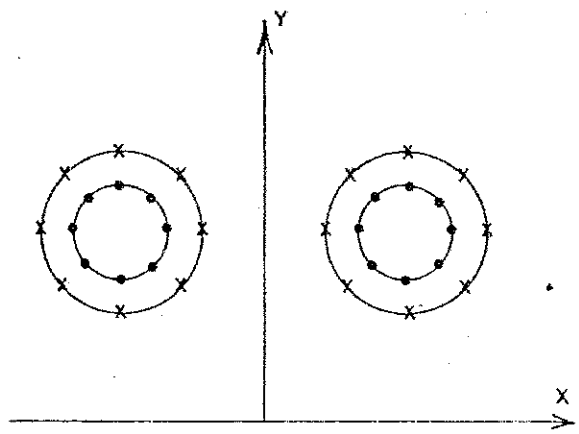
(a) SISTEMA



(b) REGIÃO ONDE SE DESEJA OBTER O POTENCIAL



(c) REGIÃO ONDE SERÃO COLOCADOS OS ANÉIS DE CARGA FICTÍCIOS



(d) SIMULAÇÃO

Fig. 3.1 - Exemplo da simulação de um condutor toroidal.

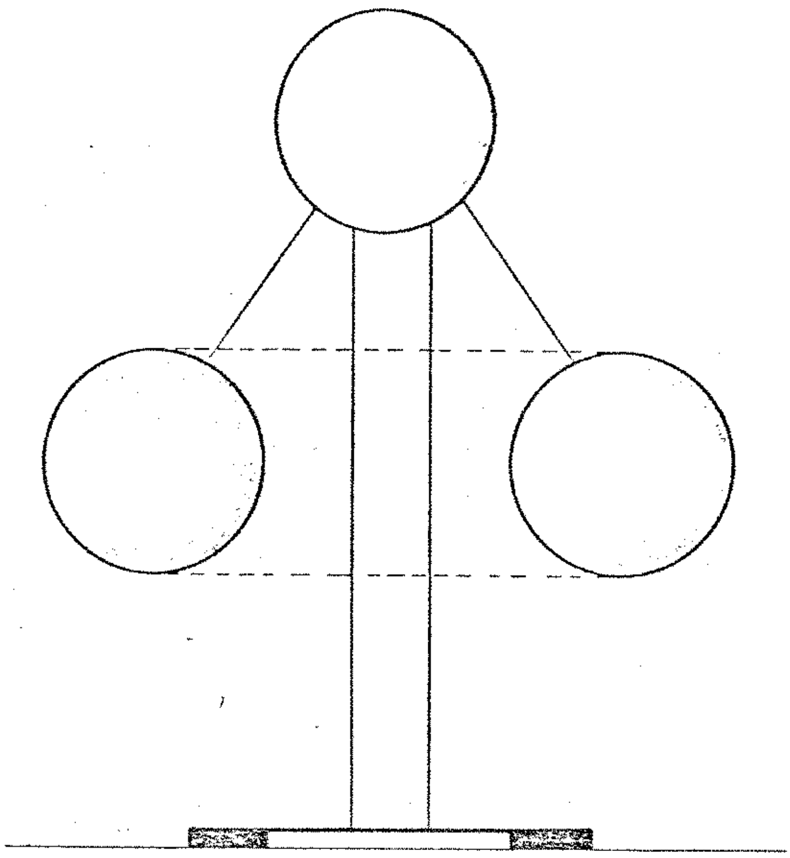


Fig. 3.2 - Divisor de potencial resistivo com eletrodos de blindagem.

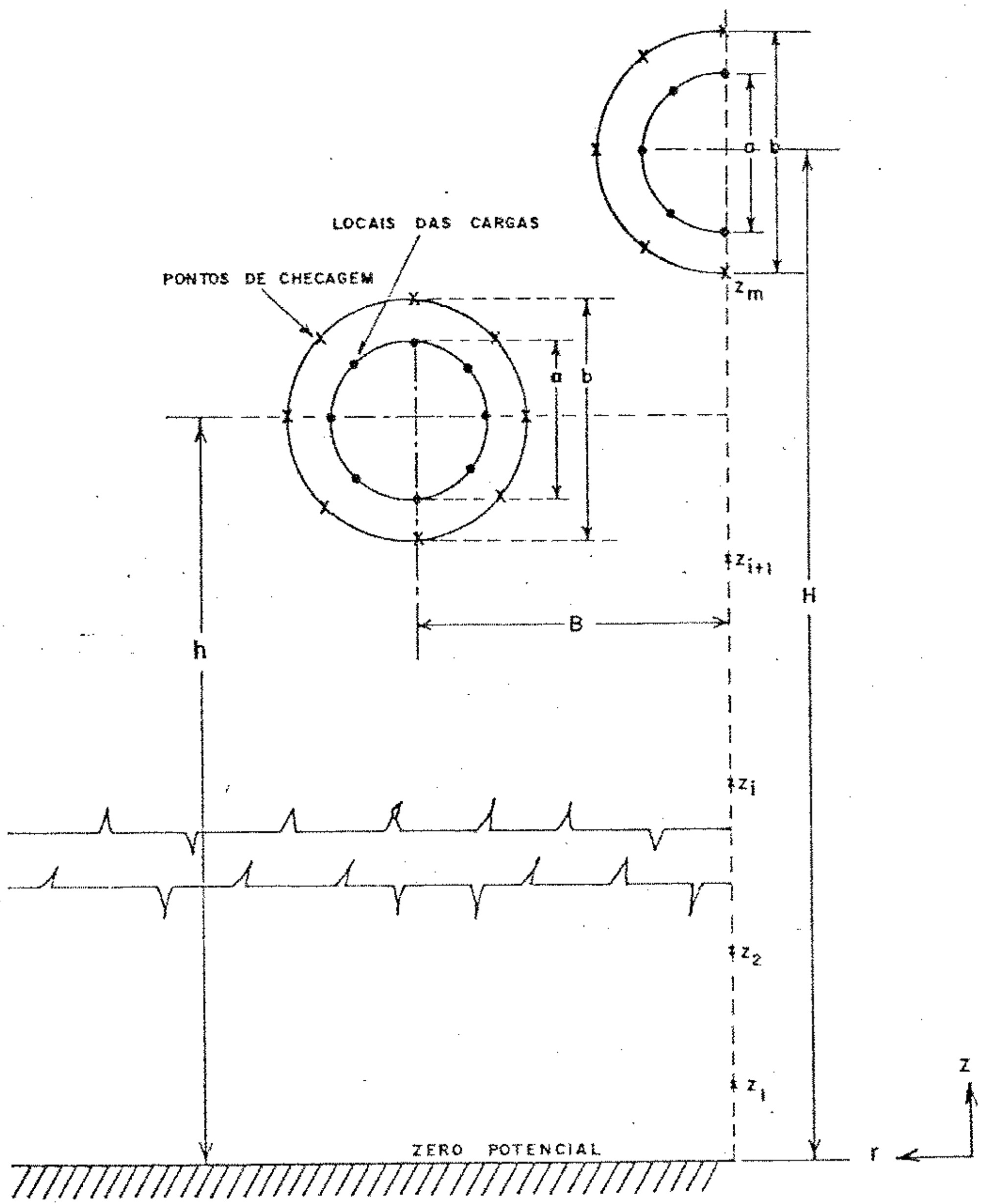


Fig. 3.3 - Divisor de potencial resistivo com eletrodos de blindagem, mostrando a simetria existente em torno do eixo do toróide.

4 PROJETO DE ELETRODOS DE BLINDAGEM PARA DIVISORES DE POTENCIAL RESISTIVOS

4.1 INTRODUÇÃO

A finalidade do divisor de potencial é reduzir a tensão aplicada aos valores apropriados aos instrumentos de medição e registro, de acordo com uma conhecida relação de similaridade, sem introduzir qualquer distorção.

Existem três tipos de divisores de potencial. Os divisores capacitivos, os divisores resistivos e os divisores ohmicos-capacitivos, também conhecidos como divisores mistos.

Em laboratório, os divisores capacitivos apresentam algumas desvantagens no seu uso. Uma delas é a considerável sensibilidade a variações na capacitância de alta tensão em função do local e do meio ambiente, sendo necessárias frequentes calibrações. Uma outra é a dificuldade de construção do divisor capacitivo comparativamente a do divisor resistivo.

Os divisores ohmicos-capacitivos apresentam uma maior versatilidade com relação a faixa de frequências de utilização. Em altas frequências se comportam como divisores ohmicos. Em baixas frequências como divisores capacitivos. Este fato, contudo, não constitui vantagem quando se deseja medir tensão de impulso. Além disso, apresentam dificuldades de construção ainda maior que a dos divisores capacitivos, |08, 10, 13, 14| .

Os divisores de potencial resistivos são, até então, considerados como os mais adequados equipamentos para o registro de tensões de impulso. O divisor resistivo é formado por duas resistências, sendo uma de alta tensão, R_1, e a outra de baixa tensão, R_2. A tensão a ser medida é aplicada através das duas resistências em série. O sinal de tensão derivado da resistência de baixa tensão é registrado e relacionado com a tensão aplicada ao divisor.

Na presença de rápidos transitórios, tais como tensões de impulso, os fenômenos capacitivos adquirem uma importância fundamental, por alterar o comportamento do divisor em relação ao previsível para o estado permanente.

A precisão dos divisores resistivos é extremamente prejudicada pelo surgimento de capacitâncias parasíticas distribuídas. Estas capacitâncias estão associadas com a dimensão linear da resistência de alta tensão que é bastante grande para altas tensões. Quando uma tensão de impulso rá pida é aplicada ao divisor, a distribuição de tensão capacitiva inicial vai diferir da distribuição de tensão resistiva final (que é linear) e erros significativos podem aparecer na medição de tais tensões. Se a distribuição de tensão capacitiva inicial puder ser igualada a distribuição de tensão resistiva final, os erros devido a capacitâncias parasíticas distribuídas serão bastante reduzidos.

Para se obter uma distribuição de tensão capacitiva linear ao longo da coluna de resistências de alta tensão , um método bem eficiente é usar eletrodos de blindagem, localizados no topo e a várias alturas ao longo da coluna do divisor.

Este capítulo descreve os procedimentos para projetar iterativamente os eletrodos de blindagem.

4.2 IDÉIA BÁSICA DO PROJETO

Seja um eletrodo esférico-toroidal (fig. 4.1) mantido a uma tensão V. Deseja-se obter o perfil deste eletrodo de forma a se atingir uma distribuição de tensão linear ao longo do eixo do eletrodo entre os limites $0 \leq Z \leq H$. Este é um caso de síntese. A análise correspondente seria: dado um eletrodo esférico-toroidal mantido a um potencial V em relação à terra, qual a distribuição de tensão axial? Portanto, é necessário refletir sobre o problema da análise , antes de tentar resolver o problema de síntese.

4.3 ANÁLISE DO CAMPO ELÉTRICO

A distribuição de tensão devido a um eletrodo esférico-toroidal pode ser calculada, sem muitas dificuldades, através da técnica de simulação de cargas, mostrada em detalhes no capítulo 3.

Partindo-se de um perfil inicial, deve-se obter a distribuição de tensão ao longo do eixo do toróide para vários pontos específicos (Z_i) sobre este eixo. Tomado intuitivamente, um perfil inicial circular é escolhido (fig. 4.1). Anéis de carga fictícios, tendo densidade de carga linear constante, são fixados dentro do toróide e da esfera para que se obtenha a distribuição de tensão inicial. A técnica de simulação de cargas produz um conjunto de equações

$$[A] \times [Q] = [V] \qquad 4.1$$

A solução destas equações fornece as magnitudes das cargas fictícias $[Q]$.

Neste ponto deve ser observado que se as posições das cargas fictícias são fixadas e o eletrodo é mantido a um dado potencial, uma descrição alternativa do perfil do eletrodo é a matriz $[a_{ij}]$.

A distribuição de tensão axial para os pontos z_i sobre o eixo é dada por

$$E_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \times q_j$$

ou, na forma matricial:

$$[E] = [B] \times [Q] \qquad 4.2$$

Esta distribuição é diferente da distribuição linear desejada, ou:

$$[\hat{E}] = [\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3, \ldots, \hat{e}_n]$$

Se os pontos de teste z_i sobre o eixo são fixos, os coeficientes b_{ij} não mudarão durante o processo de síntese iterativa porque as posições das cargas são também fixadas. Sem perda de generalidade, o número de pontos z_i é escolhido em número igual ao de anéis de carga fictícios.

4.4 SÍNTESE ITERATIVA

O procedimento de síntese iterativa pode ser iniciado da seguinte maneira: deseja-se encontrar os elementos da matriz $[a_{ij}]$ que minimizariam a função desempenho,

$$E_r = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} [e_i - \hat{e}]^2 \qquad 4.3$$

sujeita as condições:

$$\sum_{j=i}^{n} (a_{ij} q_j - V) = 0 \qquad 4.4$$

Existe um teorema no cálculo de variações que estabelece o seguinte: Suponha que (x_o, y_o, z_o) são os valores dos parâmetros para os quais a funcional $E_r(x, y, z)$ tem um mínimo local. Então, existem funções $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ para as quais a funcional ξ também tem um mínimo para os valores dos parâmetros (x_o, y_o, z_o). No caso em questão,

$$\xi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} b_{ij} q_j - \hat{e}_i \right)^2 + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j - V \right)$$

ou:

$$\xi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} b_{ij} q_j - \hat{e}_i \right)^2 + \sum_{j=1}^{n} q_j \left(\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \lambda_i \right) - V \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \qquad 4.5$$

Deste modo, o problema da minimização de (4.3), su jeito às equações (4.4), transforma-se na minimização de (4.5) sem quaisquer condições. A funcional ξ é chamada "funcional de desempenho aumentada" e as funções λ_i são as "funções multiplicadores de Lagrange".

Uma variação infinitesimal na matriz $[a]$ de $[a]$ para $[a+\delta a]$ corresponde a uma variação infinitesimal no perfil. Esta variação é acompanhada por uma mudança da variável de carga de $[q]$ para $[q+\delta q]$. A primeira variação da funcional de desempenho aumentada pode ser mostrada, sendo:

$$\delta\xi = [\delta q_t] \{[a_t] \times [\lambda] + [b_t] \times [e-\hat{e}]\} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i q_j \delta a_{ij} \qquad 4.6$$

Escolhendo os multiplicadores de Lagrange tais que:

$$[a_t] \times [\lambda] = -[b_t] \times [e-\hat{e}]$$

tem-se:

$$[\lambda] = -[a_t]^{-1} \times [b_t] \times [e-\hat{e}] \qquad 4.7$$

Portanto, a primeira variação da funcional de desempenho aumentada torna-se:

$$\delta\xi = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i q_j \delta a_{ij} \qquad 4.8$$

Que mostra imediatamente que o gradiente não normalizado da funcional de desempenho aumentada com relação aos elementos a_{ij} é dado por:

$$\frac{\delta \xi}{\delta a_{ij}} = [\lambda_i] \times [q_j] = [g_{ij}] \qquad 4.9$$

E o gradiente normalizado da funcional de desempenho aumentada com relação aos elementos a_{ij}, será:

$$[g_{ij}]^N = \{ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} [g_{ij}]^2 \}^{1/2} \qquad 4.10$$

Para qualquer escolha inicial do perfil (isto é, a_{ij}), a redução do erro se dá variando os parâmetros na direção do degrau decrescente, ou:

$$[a_{ij}]_{k+1} = [a_{ij}]_k - \mu_k \times [g_{ij}]_k^N \qquad 4.11$$

onde μ_k é um parâmetro não negativo.

O escalar μ é dito o tamanho do degrau e é escolhido através de um grupo de técnicas conhecidas como "pesquisa unidimensional". Uma dessas técnicas é supor uma geometria particular (no caso, um polinômio de segunda ordem) para a função erro $E_r(a_{ij})$ para cada iteração e obter μ, tal que $E_r(a_{ij})$ é minimizada. Uma discussão detalhada sobre as várias técnicas de pesquisa unidimensional é feita em |01|, |05| e |17|.

O tamanho do degrau μ para obter cada componente de δa_{ij} pode ser escolhido independentemente; mais precisamente, δa_{ij} pode ser escolhido como:

$$[\delta a_{ij}]_k = - \mu \, [g_{ij}]_k^N \qquad 4.13$$

onde μ_k significa o tamanho do degrau de $[\delta a_{ij}]_k$, e $[g_{ij}]_k^N$ representa a $k^{\underline{ésima}}$ componente do gradiente normalizado da funcional de desempenho aumentada.

Assim, a otimização do perfil do eletrodo é agora reduzida a uma pesquisa unidimensional no parâmetro não-negativo μ_k. A ref. |05| apresenta, sob forma generalizada, todo o processo de otimização acima citado.

A seguir é mostrado o esquema utilizado para o projeto iterativo dos eletrodos:

1. Escolher:

   1.1 - o perfil inicial;

   1.2 - a localização dos anéis de carga dentro do perfil inicial;

   1.3 - os pontos de teste ao longo do eixo de z=0 a z=h;

Calcular os potenciais desejados para os pontos de teste $[\hat{e}_i]$.

2. Construir e armazenar a matriz $[b]$. Esta matriz não muda durante o processo.

3. 3.1 - construir a matriz $[a]$;

   3.2 - resolver as equações $[a] \times [q] = [V]$, onde $[V]$ é o vetor dos potenciais no contorno;

   3.3 - calcular $[e] = [b] \times [q]$ e o erro

$$E_r = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (e_i - \hat{e}_i)^2$$

4. Calcular as variáveis adjuntas de carga

$$[\lambda] = - [a_t]^{-1} \times [b_t] \times [e-\hat{e}]$$

5. 5.1 - calcular o gradiente

$$[g_{ij}] = [\lambda_i] \times [q_j]$$

   5.2 - normalizar o gradiente

$$[g_{ij}]^N = \{ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} [g_{ij}]^2 \}^{1/2}$$

6. Alterar os elementos da matriz a_{ij}, ou

$$[a_{ij}]_{k+1} = [a_{ij}]_k - \mu_k [g_{ij}]_k^N$$

7. Parar quando o erro é mínimo

8. Com a matriz final $[a]$, resolver as equações

$$[a] \times [q] = [V]$$

9. Colocar estas cargas $[q]$ nas posições escolhidas inicialmente, e obter equipotenciais correspondentes a V volts, (ou, de fato, algum outro valor conveniente). Este é o perfil do eletrodo desejado.

4.5 DIAGRAMA DE BLOCOS

No projeto iterativo do perfil foi feito um programa computacional, cujo diagrama de blocos encontra-se na fig. 2.4. Para esclarecer o referido diagrama serão considerados alguns blocos, dando uma explicação sucinta do que é feito em cada um deles.

- **Cálculo das coordenadas (r_i, z_i) e (r_j, z_j):** os pontos de carga (r_i, z_i) e os pontos sobre o contorno (r_j, z_j) são calculados tomando como referência o ponto (0,0) no siste ma de coordenadas da fig. 4.2.

- **Formação do Vetor** [V]: o vetor [V] é um vetor constante, cujo valor é o da tensão que se deseja aplicar ao eletrodo.

- **Cálculo do Vetor** [$\hat{E}$]: o vetor [$\hat{E}$] é calculado de acordo com a distribuição de potenciais que se deseja obter sobre o eixo.

- **Formação da matriz [b]**: a matriz [b] é formada pelos coeficientes de potencial, relacionados com as coordenadas das cargas e dos pontos de teste sobre o eixo. Esta matriz permanece inalterada durante o processo.

- **Formação da matriz [a]**: a matriz [a] é formada pelos coeficientes de potencial, relacionados com as coordenadas das cargas e dos pontos sobre o contorno do perfil inicial, considerado circular.

- **Formação da matriz [BESF]** : a matriz [BESF] é formada pelos coeficientes de potencial, relacionados com as coordenadas das cargas e dos pontos de teste sobre o eixo do divisor, considerando apenas a esfera. Como a matriz [b] contém estes coeficientes, a matriz [BESF] é formada pelos elementos de [b] que representam estes coeficientes.

- Formação da matriz [AESF] : a matriz [AESF] é formada pe ma de coordenadas da fig. 4.2.

- **Formação do Vetor** [V]: o vetor [V] é um vetor constante, cujo valor é o da tensão que se deseja aplicar ao eletrodo.

- **Cálculo do Vetor** [$\hat{E}$]: o vetor [$\hat{E}$] é calculado de acordo com a distribuição de potenciais que se deseja obter sobre o eixo.

- **Formação da matriz** [**b**]: a matriz [b] é formada pelos coeficientes de potencial, relacionados com as coordenadas das cargas e dos pontos de teste sobre o eixo. Esta matriz permanece inalterada durante o processo.

- **Formação da matriz** [**a**]: a matriz [a] é formada pelos coeficientes de potencial, relacionados com as coordenadas das cargas e dos pontos sobre o contorno do perfil inicial, considerado circular.

- **Formação da matriz** [**BESF**] : a matriz [BESF] é formada pelos coeficientes de potencial, relacionados com as coordenadas das cargas e dos pontos de teste sobre o eixo do divisor, considerando apenas a esfera. Como a matriz [b] contém estes coeficientes, a matriz [BESF] é formada pelos elementos de [b] que representam estes coeficientes.

- Formação da matriz [AESF] : a matriz [AESF] é formada pe los coeficientes de potencial, relacionados com as coordenadas das cargas e dos pontos sobre o contorno, considerando apenas a esfera. Como a matriz [a] contém estes coeficientes, a matriz [AESF] é formada pelos elementos de [a] que representam estes coeficientes.

- **Solução do sistema de equações [AESF] x [QESF] = [V] :** o sistema de equações é resolvido para as cargas [QESF] que simulam o condutor esférico.

- **Cálculo do vetor [e] :** o vetor [e] é calculado pela expressão [BESF] [QESF] = [V] e representa a distribuição de potenciais na coluna do divisor sem eletrodos de blindagem.

- **Armazenamento da matriz [a] :** a matriz [a] é armazenada no início de cada iteração.

- **Solução do sistema de equações [a] x [q] = [V]:** o sistema de equações é resolvido para as cargas q, como dado na equação 3.5.

- **Cálculo do vetor [e] :** o vetor [e] é calculado usando a equação 3.8.

- **Cálculo do erro :** o erro é encontrado usando o método dos mínimos quadrados, dado pela equação 4.3.

- **Cálculo das variáveis adjuntas de carga** : este cálculo é feito usando a equação 4.7.

- **Cálculo do gradiente normalizado:** é calculado conforme a equação 4.11.

- **Pesquisa unidimensional no parâmetro μ** : o parâmetro μ é pesquisado em cada iteração e o valor μ ótimo é encontrado em cada iteração.

- **Variação em [a]** : a matriz [a] varia em cada iteração através da equação 4.12, com a redução do erro sendo conseguida com variação dos parâmetros na direção do degrau decrescente.

- **Modificação em [a] usando μ ótimo:** a matriz [a] é modificada após a iteração usando a equação 4.9, onde o valor μ ótimo para aquela iteração foi encontrado.

- **Cálculo do vetor [q] final** : com a matriz [a] final e o vetor de potenciais [V] , calcula-se o vetor [q] final e coloca-se as cargas [q] nas posições escolhidas inicialmente.

- **Cálculo do vetor [e] final** : após as N iterações, o vetor [e] é calculado e tem-se com isso a distribuição final dos potenciais ao longo da coluna do divisor.

- **Cálculo das equipotenciais**: as equipotenciais de V volts (ou outro valor conveniente) para a esfera e o toróide são calculadas, formando assim o perfil do eletrodo de blindagem desejado.

Para a solução dos sistemas de equações encontrados neste trabalho foi usada a subrotina LUSOLV na forma como é encontrada na ref. |04|.

As equações elípticas que fornecem os coeficientes de potenciais A_{ji}, eq. 3.4, foram calculadas usando a subrotina ELINK que é mostrada na ref. |15| .

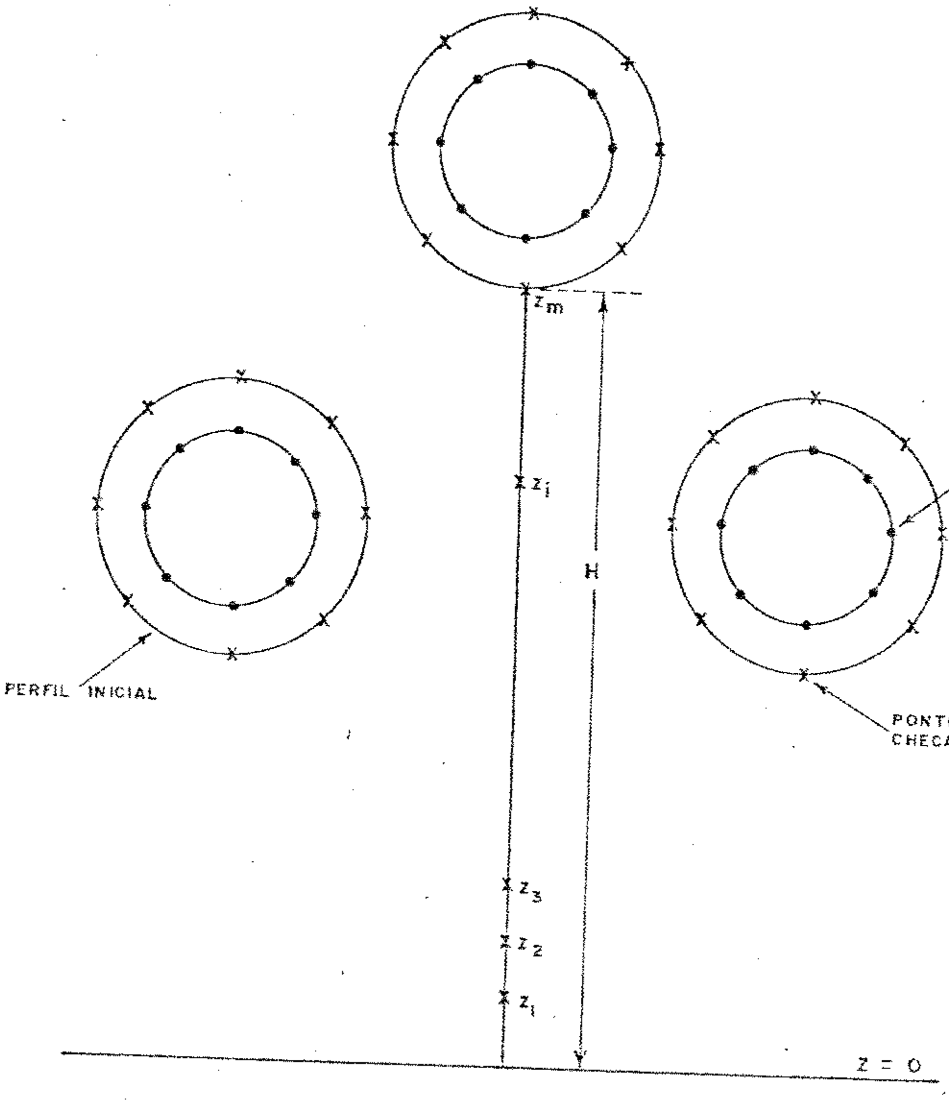


Fig. 4.1 - Eletrodo esférico toroidal (perfil inicial).

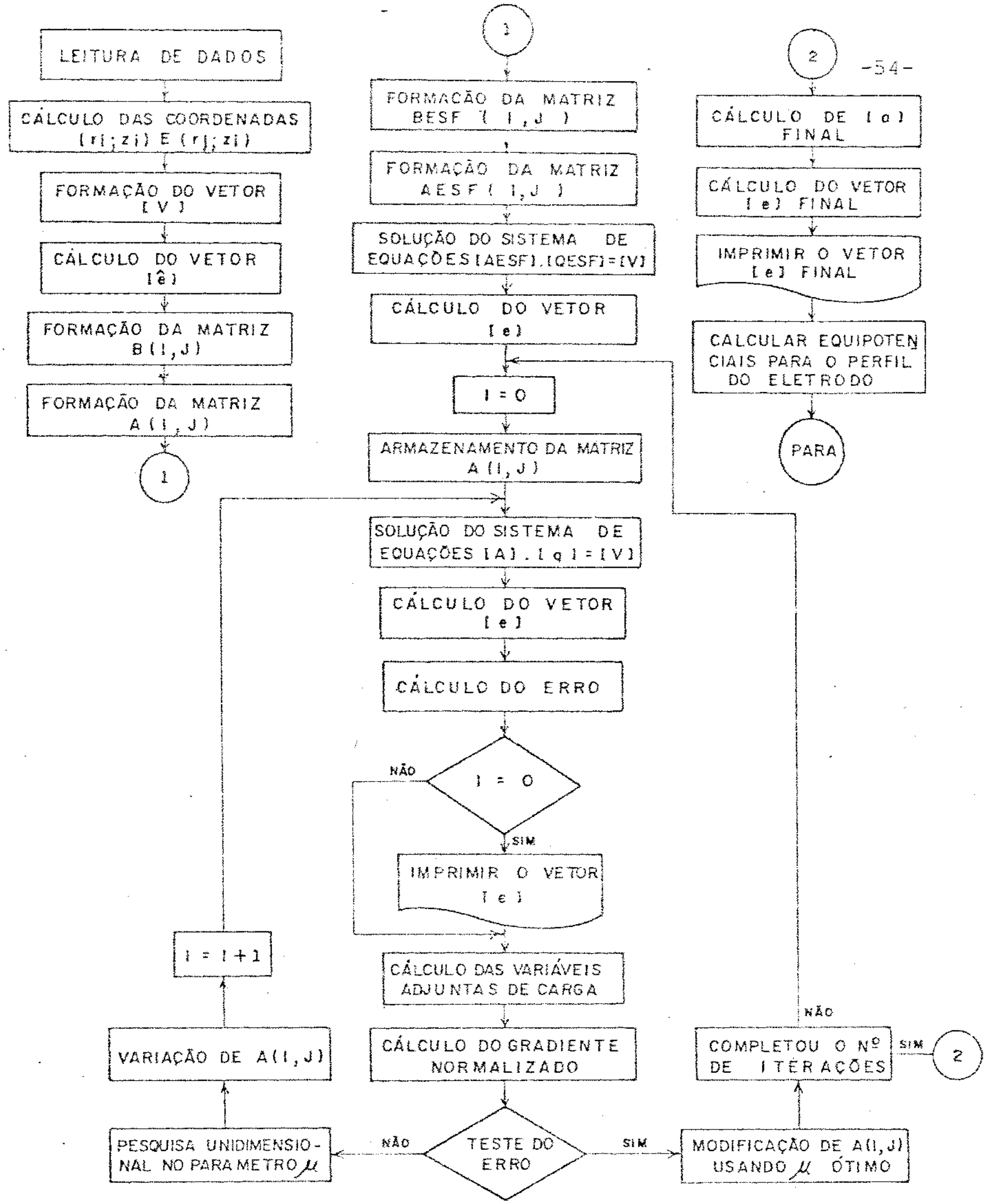


Fig. 4.2 - Diagrama de blocos do programa computacional I.

5 RESULTADOS E CONCLUSÕES

5.1 RESULTADOS

Um programa computacional (Programa I - Apêndice I) foi escrito para armazenar o algorítmo do capítulo anterior, com as computações sendo realizadas no computador IBM 370/145 do Centro de Ciências e Tecnologia da UFPb.

Os anéis de carga para simular o perfil do eletrodo foram localizados no interior do torõide e da esfera em número de 35 (trinta e cinco) e 15 (quinze) respectivamente, para cada configuração. Aumentando o número de anéis da carga para o dobro não foi observada uma variação sensível na simulação, o que leva a pensar que o número de anéis fixados acima é considerado um bom valor. O posicionamento das cargas foi feito, especificando os pontos de teste sobre o contorno, conforme se apresenta descrito na ref. [16].

Foram realizadas 5 iterações, ao final das quais a computação foi parada devido às iterações subsequentes não reduzirem o erro da funcional significantemente. O tempo gasto na computação total, para cada caso analisado, foi de aproximadamente 1500 segundos.

As condições iniciais para os dois exemplos estudados são mostradas na Fig. 5.1. Em ambos, o eletrodo esférico colocado acima da coluna de resistências permanece fixo durante todo o processo, mantendo o perfil inicial.

No primeiro exemplo, o divisor resistivo tem uma altura de 1,5 metros, com o eletrodo de alta tensão sendo formado por uma esfera de 6,0 cm de raio e um toróide circular de raio maior igual a 40,0 cm e raio menor de 6,0 cm , centrado a uma altura de 1,2 metros.

O segundo exemplo é um divisor resistivo tendo uma altura de 2,2 metros. O eletrodo de alta tensão é formado por uma esfera de 12,0 cm de raio e um toróide de raio maior igual a 55,0 cm e raio menor de 12,0 cm, centrado a uma altura de 1,7 metros.

A Fig. 5.2 mostra o perfil final do toróide para o primeiro exemplo. Este perfil tem uma forma geométrica de difícil construção mecânica, sendo economicamente inviável e por isto uma aproximação foi feita usando toróides circulares (em número de três) que substituem o perfil ótimo mostrado e que podem ser facilmente construídos.

Na Fig. 5.4 é apresentado o perfil final para o se gundo exemplo. Alguns poucos pontos deixaram de ser apresentados pelo fato das iterações realizadas para encontrar a equipotencial de 100 volts não mostrar estes pontos claramente. Neste caso é mostrada a equipotencial correspondente a 94,0 volts que deve ter uma forma muito próxima da equipotencial de 100 volts, que acompanha, naqueles pontos, em linha interrompida, a equipotencial de 94,0 volts. Como no primeiro exemplo e pelas mesmas razões, o perfil final foi substituído por toróides circulares (em número de três).

As Figs. 5.3 e 5.5 mostram, para os dois exemplos apresentados, a distribuição de potenciais na coluna dos divisores nas seguintes condições:

a) divisor sem eletrodos de blindagem
b) divisor com eletrodos de blindagem na condição inicial (esfera fixa e toróide circular)
c) divisor com eletrodos de blindagem na condição ótima (esfera fixa e toróide com perfil ótimo)
d) divisor com eletrodos de blindagem na condição real (esfera fixa e três toróides circulares simulando o perfil ótimo)
e) condição real (distribuição linear de potenciais)

A distribuição de potenciais sem eletrodos de blindagem foi encontrada, considerando o divisor apenas com esfera no seu topo, como mostra a Fig. 5.6. Apesar de não representar, realmente, um divisor sem eletrodos de blinda gem, este arranjo mostra, claramente, a importância dos eletrodos de blindagem na linearização dos potenciais em um divisor resistivo.

Para encontrar a distribuição de potenciais na condição real, um programa computacional (Programa 2 - Apêndice II) em linguagem Fortran foi desenvolvido com as computações sendo realizadas no computador IBM 370/145 do Centro de Ciências e Tecnologia da UFPB. A Fig. 5.7 apresenta o diagrama de blocos deste programa computacional.

A simulação dos torõides circulares foi feita usando anéis de carga em número de dez, quinze e dez, respectivamente, para os toróides 2, 3 e 4 nos dois exemplos. A posição e dimensão dos toróides foi escolhida de forma a cobrir a maior área possível dentro do perfil ótimo em ambos os eletrodos.

5.2 CONCLUSÕES

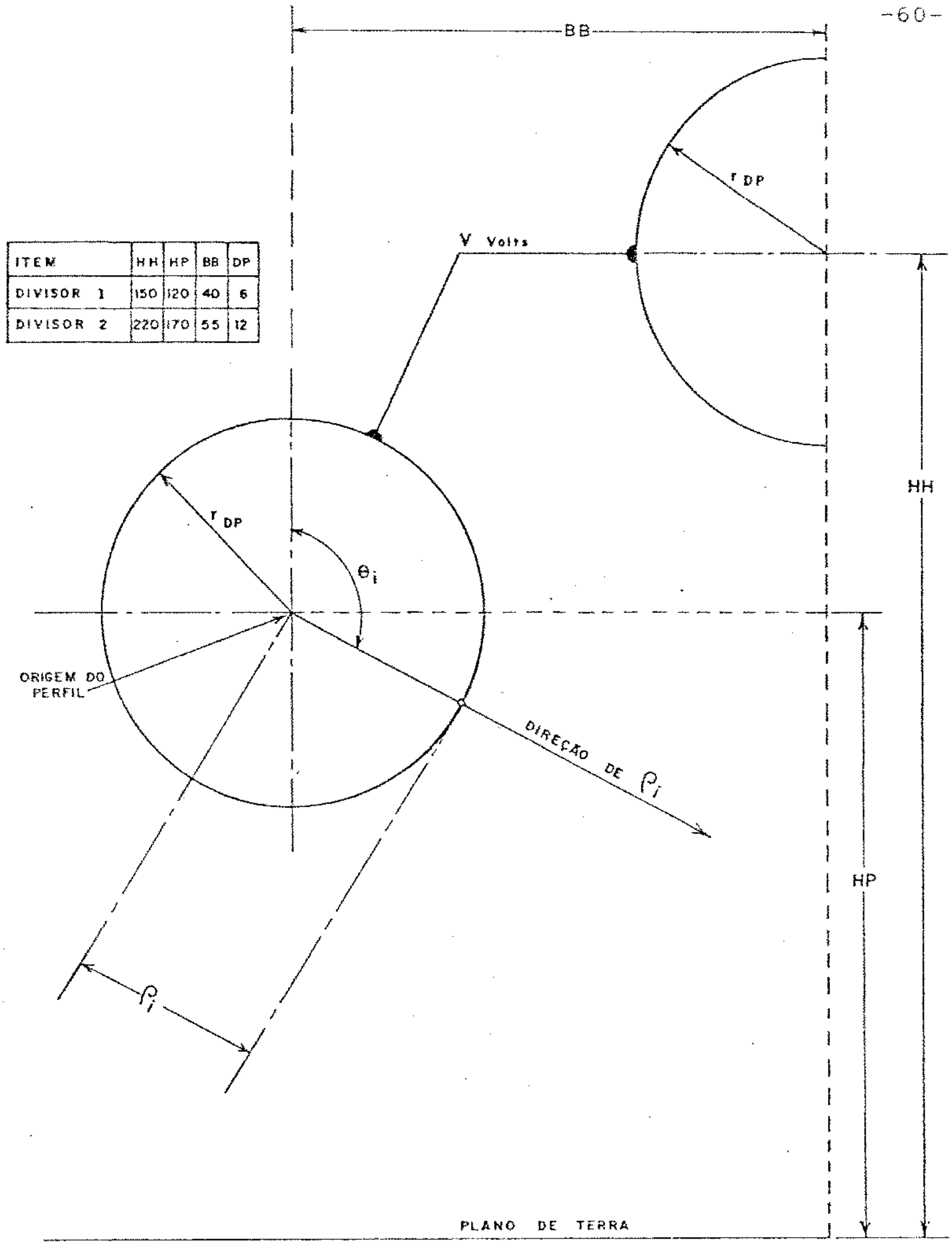
1. Um método para projetar eletrodos de alta tensão para divisores de potencial resistivos é descrito neste trabalho. Um programa computacional foi desenvolvido para obter o perfil ótimo de um eletrodo esférico-toroidal para um divisor de dimensões dadas.

2. Uma pesquisa deve ser feita sobre os vários méto

dos de otimização que poderiam ser empregados neste problema, |01, 05, 17| . Com isto, melhores resultados para a linearização dos potenciais ao longo do divisor poderiam ser obtidos , como também o tempo de computação diminuiria com uma convergência mais rápida para o perfil ótimo.

3. Uma extensão deste método para o projeto de eletrodos de blindagem múltiplo pode ser tentada , o que possibilitaria, também uma melhor linearização da distribuição de potenciais ao longo da coluna do divisor.

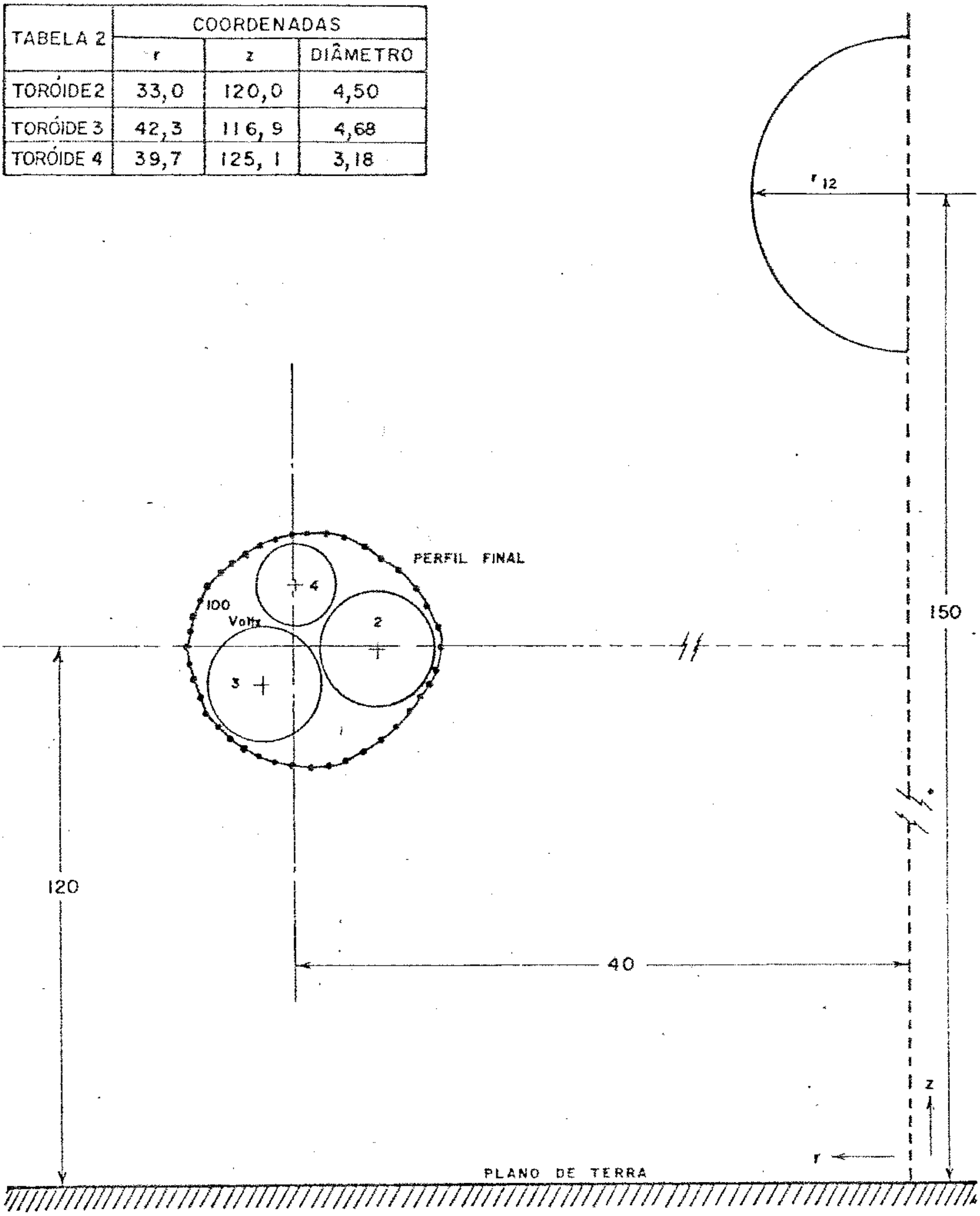
4. A construção de um divisor resistivo com as características do divisor apresentado neste trabalho e a consequente medição da resposta ao degrau e do tempo de resposta do divisor, com e sem eletrodos de alta tensão, pode ser feita e os resultados comparados, verificando-se assim a influência dos eletrodos de blindagem no tempo de resposta e na resposta ao degrau do divisor.



ITEM	HH	HP	BB	DP
DIVISOR 1	150	120	40	6
DIVISOR 2	220	170	55	12

Fig. 5.1 - Perfil inicial do eletrodo

TABELA 2	COORDENADAS		
	r	z	DIÂMETRO
TORÓIDE 2	33,0	120,0	4,50
TORÓIDE 3	42,3	116,9	4,68
TORÓIDE 4	39,7	125,1	3,18



Escala: 1 / 5

Fig. 5.2 - Perfil final do eletrodo do divisor 1

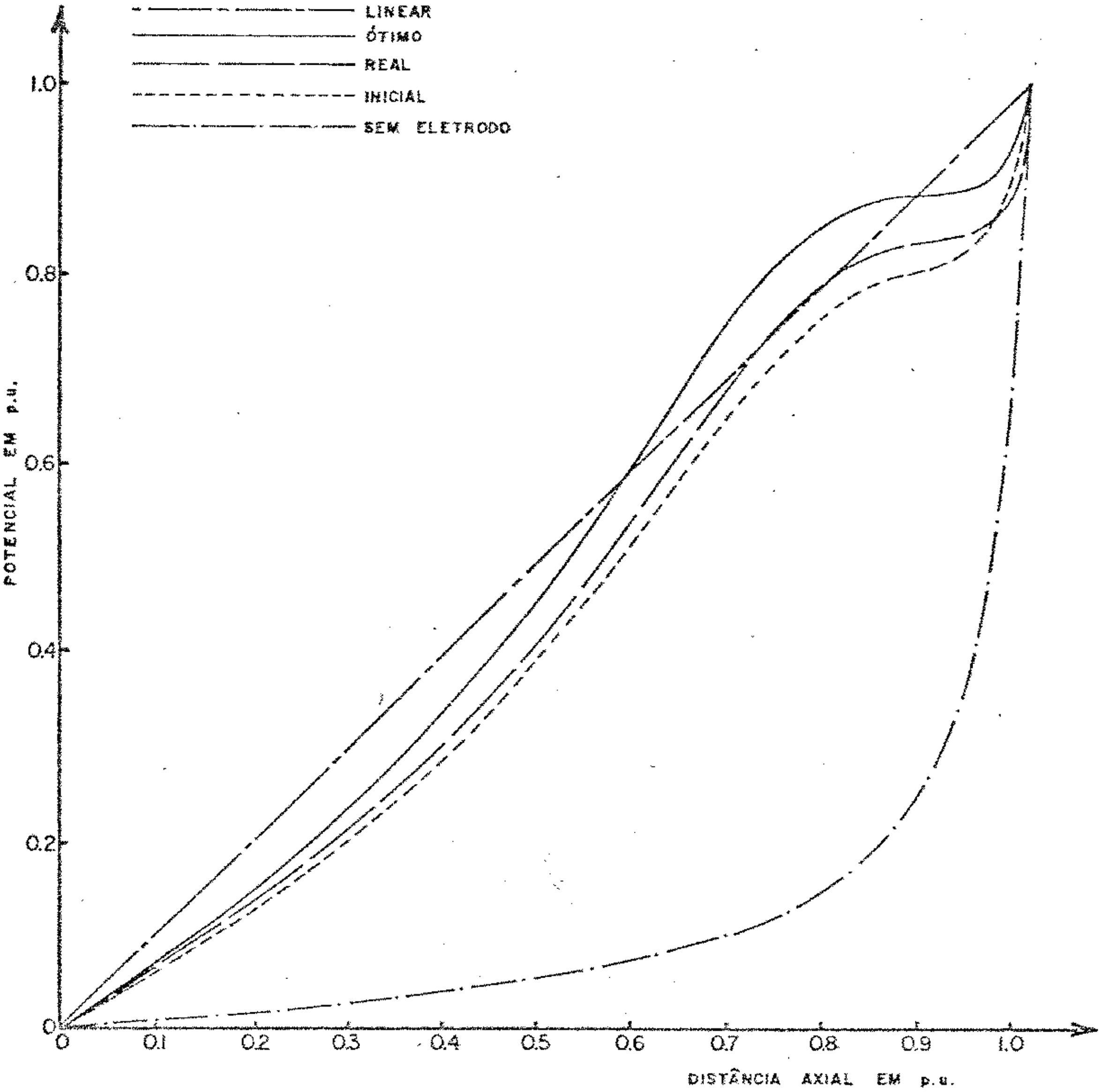
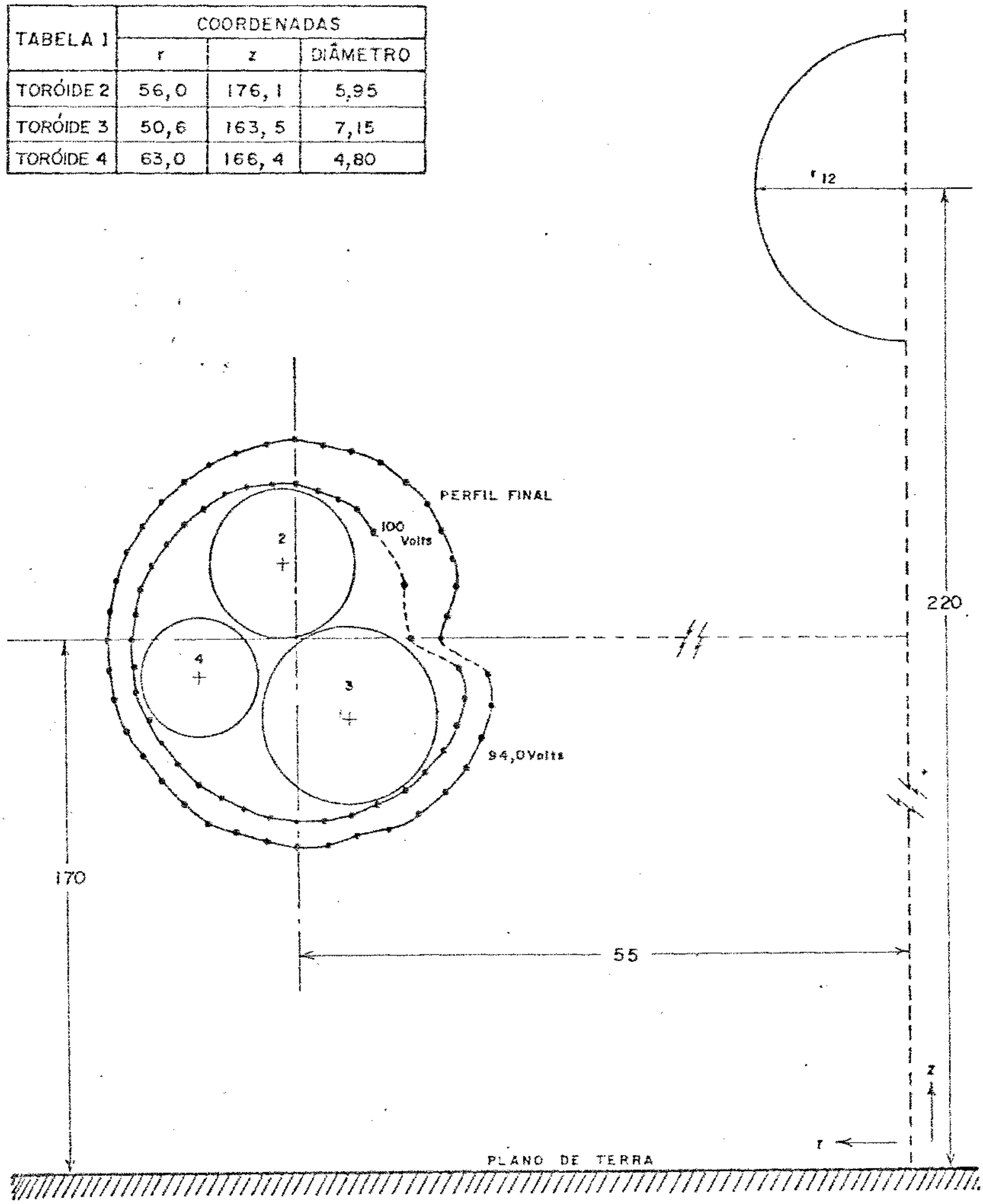


Fig. 5.3 - Distribuição de potenciais do divisor 1.

TABELA I	COORDENADAS		
	r	z	DIÂMETRO
TORÓIDE 2	56,0	176,1	5,95
TORÓIDE 3	50,6	163,5	7,15
TORÓIDE 4	63,0	166,4	4,80



Escala: 1 / 5

Fig. 5.4 - Perfil final do eletrodo do divisor 2

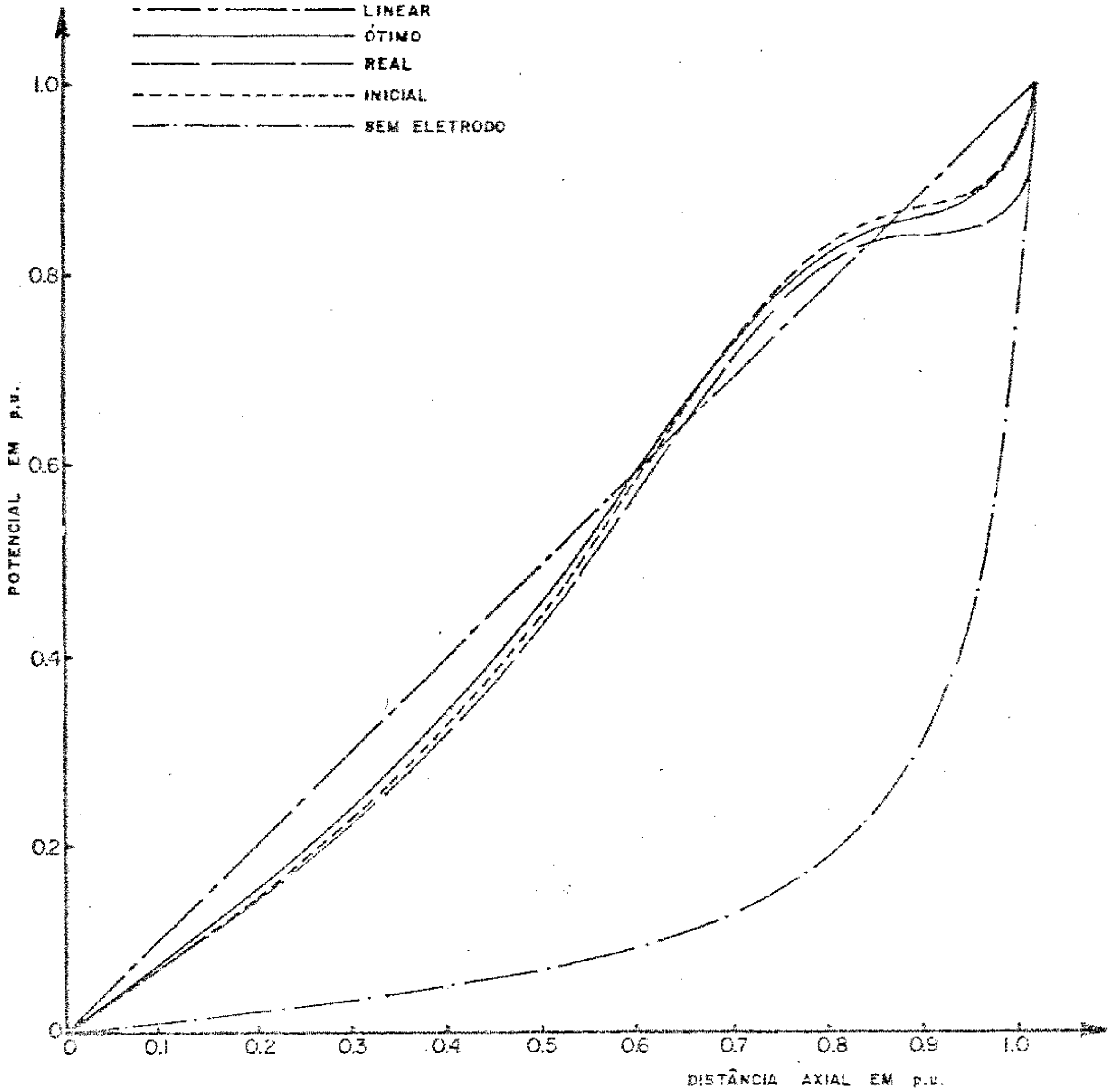


Fig.5.5 - Distribuição de potenciais do divisor 2.

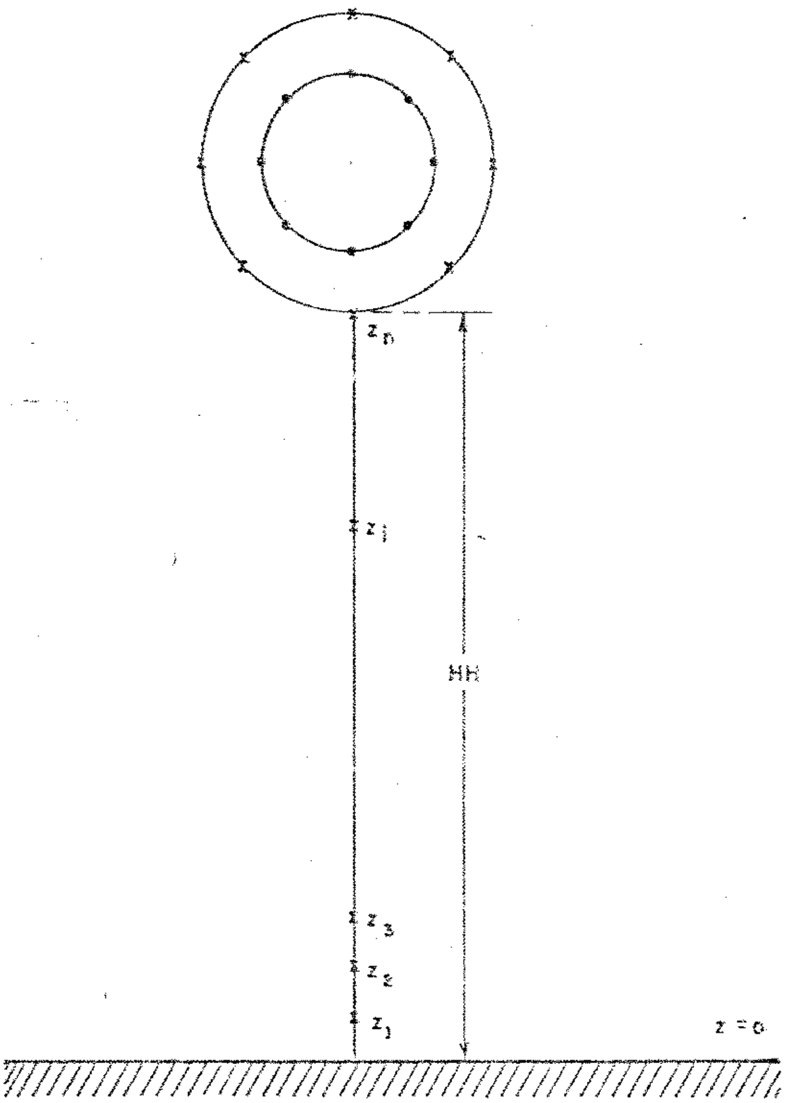


Fig. 5.6 - Divisor com esfera no topo (sem eletrodos)

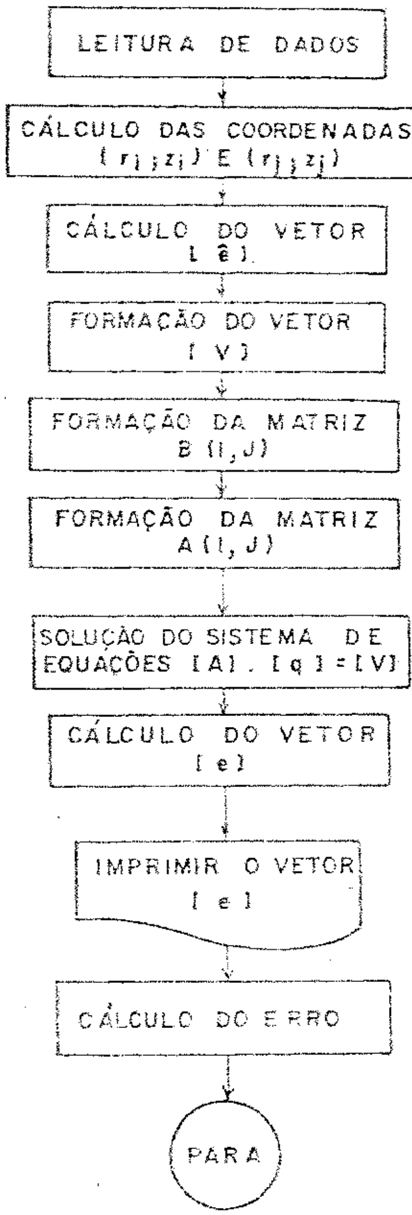


Fig. 5.7 - Diagrama de blocos do programa computacional II.

APÊNDICE I

PROGRAMA COMPUTACIONAL I

```
$JOB            LOURETRO,TIME=30,PAGES=150
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION H(50),EC(50),RS(50),ZS(50),RC(50),ZC(50),
     1B(50,50),AMD(50,50),RO(30),FP(50),FIP(30),JPIV(50),
     1BC(50),A(50,50),VC(50),Q(50),F(50),S(50),ALAM(50),
     1C(50,50),AMDN(50,50),XP(50),AMAXI(35,35),
     1BESF(50,15),AESF(15,15),QESF(15),LSF(50)
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
C     ENTRADA E SAIDA DE DADOS
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
      READ(5,500)BB,HP,HH,DP,V,N,M
  500 FORMAT(5F10.2,2I3)
      WRITE(6,550)BB,HP,HH,DP,V,N,M
  550 FORMAT('1',//,10X,'DADOS INICIAIS',2X,5F10.2,2X,
     12I10,2X,/)
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
C     CALCULO DE VETORES GEOMETRICOS
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
      AH=0.68*DP
      N1=N/2+1
      N2=N1+1
      N4=N/2-1
      DO 400 I=1,N1
      TETA=2.*3.14159265 4*DFLOAT(I-1)/DFLOAT(N1)
      RS(I)=BB-AH*DCOS(TETA)
      ZS(I)=HP+AH*DSIN(TETA)
      RC(I)=BB-DP*DCOS(TETA)
      ZC(I)=HP+DP*DSIN(TETA)
  400 CONTINUE
      DO 401 I=1,N4
      CTETA=3.14159265 4*DFLOAT(I)/DFLOAT(N4+1)
      J=N1+I
      RS(J)=AH*DSIN(CTETA)
      ZS(J)=HH+AH*DCOS(CTETA)
      RC(J)=DP*DSIN(CTETA)
      ZC(J)=HH+DP*DCOS(CTETA)
  401 CONTINUE
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
C     CALCULO DOS VETORES H(I) E EC(I)
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
      ZMIN=HH-DP
      DO 450 I=1,N
      H(I)=ZMIN*DFLOAT(I)/DFLOAT(N+1)
      EC(I)=V*H(I)/ZMIN
  450 CONTINUE
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
C     CALCULO DE VC(I)
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
      DO 750 I=1,N
      VC(I)=V
  750 CONTINUE
C     -----------------------------------------------------------
```

```
      C     ----------------------------------------------------------
      C     CALCULO DE B(I,J)
      C     ----------------------------------------------------------
      C     ----------------------------------------------------------
            DO 650 I=1,N
            DO 650 J=1,N
            RS1=RS(J)**2
            ZS1=(ZS(J)-H(I))**2
            ZS2=(ZS(J)+H(I))**2
            RS2=DSQRT(RS1+ZS1)
            RS3=DSQRT(RS1+ZS2)
            B(I,J)=(1./RS2)-(1./RS3)
        650 CONTINUE
      C     ----------------------------------------------------------
      C     ----------------------------------------------------------
      C     CALCULO DE A(I,J)
      C     ----------------------------------------------------------
      C     ----------------------------------------------------------
            KCOUNT=0
            DO 700 I=1,N
            DO 700 J=1,N
            A1=RS(J)*RC(I)
            AK1=2.*DSQRT(A1)
            A2=(RS(J)+RC(I))**2
            A3=(ZC(I)-ZS(J))**2
            A4=(ZC(I)+ZS(J))**2
            AK2=DSQRT(A2+A3)
            AK3=DSQRT(A2+A4)
            AK=AK1/AK2
            AM=AK1/AK3
            CALL ELINK(AK,AM,VP,W)
            AM1=(VP/AK2)-(W/AK3)
            AM2=AM1*2./3.141592654
            A(I,J)=AM2
        700 CONTINUE
            DO 538 I=1,N1
            DO 538 J=1,N1
            AMAX1(I,J)=A(I,J)
        538 CONTINUE
      C     ----------------------------------------------------------
      C     ----------------------------------------------------------
      C     CALCULO DA DISTRIBUICAO DE POTENCIAIS SEM ELETRODOS
      C     ----------------------------------------------------------
      C     ----------------------------------------------------------
            DO 60 I=1,N
            DO 60 J=1,N4
            K=N1+J
            BESF(I,J)=B(I,K)
         60 CONTINUE
            DO 50 I=1,N4
            DO 50 J=1,N4
            K=N1+I
            L=N1+J
            AESF(I,J)=A(K,L)
         50 CONTINUE
            N=N4
            CALL LUSOLV(AESF,VC,N,JPIV)
            N=50
            DO 70 I=1,N4
            QESF(I)=VC(I)
```

```
   70 CONTINUE
      DO 80 I=1,N
      ESUM=0.
      DO 90 J=1,N4
      EPROD=BCSF(I,J)*QESF(J)
      ESUM=ESUM+EPROD
   90 CONTINUE
      ESF(I)=ESUM
   80 CONTINUE
      WRITE(6,701)
  701 FORMAT(/,35X,'DISTRIBUICAO INICIAL DE POTENCIAIS',
     1///)
      WRITE(6,110)(ESF(I),I=1,N)
  110 FORMAT(6D20.8,/)
      DO 702 I=1,N
      VC(I)=V
  702 CONTINUE
      WRITE(6,714)
  714 FORMAT('1')
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
C     A MATRIZ A(I,J) SERA ARMAZENADA EM C(I,J)
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
 8000 CONTINUE
      MCOUNT=MCOUNT+1
      EP=10.**10
      KCOUNT=0
      ICOUNT=0
      AMUP=0.
      DO 720 I=1,N
      DO 720 J=1,N
      C(I,J)=A(I,J)
  720 CONTINUE
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
C     SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES A*Q=V
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
 5000 CONTINUE
      ICOUNT=ICOUNT+1
 7000 CONTINUE
      CALL LUSOLV(A,VC,N,JPIV)
      DO 800 I=1,N
      Q(I)=VC(I)
  800 CONTINUE
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
C     RESET OPERATION
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
      DO 810 I=1,N
      VC(I)=V
  810 CONTINUE
      IF(ICOUNT-1)122,125,122
  125 CONTINUE
C     -----------------------------------------------------------
C     -----------------------------------------------------------
C     CALCULO DE F(I)
C     -----------------------------------------------------------
```

```
      C     ------------------------------------------------------------
        122 CONTINUE
            DO 850 I=1,N
            SUM=0.
            DO 900 J=1,N
            PROD=B(I,J)*Q(J)
            SUM=SUM+PROD
        900 CONTINUE
            E(I)=SUM
        850 CONTINUE
            IF(ICOUNT-1)121,130,121
        130 CONTINUE
            WRITE(6,120)MCOUNT
        120 FORMAT(////,10X,'INICIO DA ITERACAO',1X,I2,//)
            WRITE(6,131)
        131 FORMAT(/,50X,'VETOR E(I)',//)
            WRITE(6,132)(E(I),I=1,N)
        132 FORMAT(6D20.8,/)
      C     ------------------------------------------------------------
      C     ------------------------------------------------------------
      C     FORMACAO DO VETOR ES(I)=(E(I)-EC(I))
      C     ------------------------------------------------------------
      C     ------------------------------------------------------------
            DO 1000 I=1,N
            ES(I)=E(I)-EC(I)
       1000 CONTINUE
      C     ------------------------------------------------------------
      C     ------------------------------------------------------------
      C     CALCULO DO VETOR LAMIDA
      C     ------------------------------------------------------------
      C     ------------------------------------------------------------
            DO 1050 J=1,N
            SSUM=0.
            DO 1200 I=1,N
            PROP=B(I,J)*ES(I)
            SSUM=SSUM+PROP
       1200 CONTINUE
            ALAM(J)=-SSUM
       1050 CONTINUE
            CALL FWBWCT(A,ALAM,N,JPIV)
      C     ------------------------------------------------------------
      C     ------------------------------------------------------------
      C     MODIFICACAO DE A(I,J)
      C     ------------------------------------------------------------
      C     ------------------------------------------------------------
            YSUM=0.
            DO 1150 I=1,N1
            DO 1150 J=1,N
            AMD(I,J)=ALAM(I)*Q(J)
            YSUM=YSUM+(AMD(I,J))**2
       1150 CONTINUE
            ANOR=YSUM
            BANR=DSQRT(ANOR)
            DO 100 I=1,N1
            DO 100 J=1,N
            AMDN(I,J)=(AMD(I,J))/BANR
        100 CONTINUE
      C     ------------------------------------------------------------
      C     ------------------------------------------------------------
      C     CALCULO DO ERRO
```

```
C      ------------------------------------------------
C      ------------------------------------------------
   121 CONTINUE
       PSUM=0.
       DO 950 I=1,N
       SUB=(E(I)-FC(I))**2
       PSUM=PSUM+SUB
   950 CONTINUE
       ERRO=PSUM/2.
       IF(ICOUNT-1)15,18,19
    15 CONTINUE
       IF(KCOUNT.EQ.1)GO TO 135
       EO=ERRO
       GO TO 17
   135 EP=EO
       EO=ERRO
       GO TO 23
     5 FORMAT(//,10X,'ERRO PRINCIPAL=',2X,D20.8,/)
    18 WRITE(6,5)ERRO
C      ------------------------------------------------
C      ------------------------------------------------
C      TESTE DO ERRO
C      ------------------------------------------------
C      ------------------------------------------------
    19 CONTINUE
       EN=EP
       EP=ERRO
       IF(EP.LT.EN)GO TO 14
       ICOUNT=0
       IF(KCOUNT.EQ.1)EO=EP
       GO TO 16
    14 CONTINUE
       ERM=(EN-EP)/EN
       IF(ERM.LE.0.01)GO TO 301
       L=KCOUNT
       AMU=2.**L
       DO 200 I=1,N1
       DO 200 J=1,N
       A(I,J)=C(I,J)-AMU*AMON(I,J)
   200 CONTINUE
       DO 201 I=N2,N
       DO 201 J=1,N
       A(I,J)=C(I,J)
   201 CONTINUE
       AMUN=AMUP
       AMUP=AMU
       KCOUNT=KCOUNT+1
       GO TO 500)
    16 CONTINUE
       IF(KCOUNT.EQ.1)GO TO 23
       AMU=(AMUP+AMUN)/2.
       DELMU=(AMUP-AMUN)/2.
       DO 20 I=1,N1
       DO 20 J=1,N
       A(I,J)=C(I,J)-AMU*AMON(I,J)
    20 CONTINUE
       DO 21 I=N2,N
       DO 21 J=1,N
       A(I,J)=C(I,J)
    21 CONTINUE
```

```
      GO TO 7000
   23 CONTINUE
      IF(EO.LT.EN)GO TO 17
      ETR=(EO-EN)/EN
      IF(ETR.LE.0.001)GO TO 301
      AMUP=AMU
      AMU=(AMUP+AMUN)/2.
      DELMU=(AMUP-AMUN)/2.
      DO 980 I=1,N1
      DO 980 J=1,N
      A(I,J)=C(I,J)-AMU*AMON(I,J)
  980 CONTINUE
      DO 981 I=N2,N
      DO 981 J=1,N
      A(I,J)=C(I,J)
  981 CONTINUE
      GO TO 7000
   17 CONTINUE
      WRITE(6,42)EP,EN,EO
   42 FORMAT(/,10X,'VALORES DOS ERROS EP,EN,EO',2X,
     13D20.8,/)
      WRITE(6,43)AMU,DELMU
   43 FORMAT(/,10X,'VALORES DE AMU,DELMU',2X,2D20.8,/)
      AMU1=2.*(EP-2.*EO+EN)
      AMU2=DELMU*(EN-EP)
      AMU=AMU+(AMU2/AMU1)
      WRITE(6,317)AMU
  317 FORMAT(/,10X,'VALOR DE AMU',2X,D20.8)
  301 CONTINUE
      DO 25 I=1,N1
      DO 25 J=1,N
      A(I,J)=C(I,J)-AMU*AMON(I,J)
   25 CONTINUE
      DO 26 I=N2,N
      DO 26 J=1,N
      A(I,J)=C(I,J)
   26 CONTINUE
      WRITE(6,530)MCOUNT
  530 FORMAT(/,10X,'FIM DA ITERACAO',1X,I2,///)
      WRITE(6,531)
  531 FORMAT('1')
      DO 539 I=1,N1
      DO 539 J=1,N1
      IF(A(I,J).LE.AMAX1(I,J)) GO TO 539
      A(I,J)=AMAX1(I,J)
  539 CONTINUE
      IF(MCOUNT-M)8000,8000,6000
C     ----------------------------------------------------------------
C     ----------------------------------------------------------------
C     CALCULO DE E(I)
C     ----------------------------------------------------------------
C     ----------------------------------------------------------------
 6000 CONTINUE
      DO 623 I=1,N
      VC(I)=V
  623 CONTINUE
      CALL LUSOLV(A,VC,N,JPIV)
      DO 633 I=1,N
      Q(I)=VC(I)
  633 CONTINUE
```

```
      DO 387 I=1,N
      SUM=0.
      DO 388 J=1,N
      PROD=B(I,J)*Q(J)
      SUM=SUM+PROD
  388 CONTINUE
      E(I)=SUM
  387 CONTINUE
      PSUM=0.
      DO 643 I=1,N
      SUB=(E(I)-EC(I))**2
      PSUM=PSUM+SUB
  643 CONTINUE
      ERRO=PSUM/2.
      WRITE(6,654)ERRO
  654 FORMAT(//,10X,'ERRO FINAL=',2X,D20.8,//)
      WRITE(6,410)
  410 FORMAT(//,50X,'VETOR E(I) FINAL',//)
      WRITE(6,420)(E(I),I=1,N)
  420 FORMAT(6D20.8,/)
      WRITE(6,418)
  418 FORMAT(///,50X,'VETOR Q(I) FINAL',//)
      WRITE(6,419)(Q(I),I=1,N)
  419 FORMAT(6D20.8,/)
      ZSUM=0.
      DO 204 I=1,N
      ZSUM=ZSUM+Q(I)
  204 CONTINUE
      WRITE(6,207)ZSUM
  207 FORMAT(//,10X,'SOMA DAS CARGAS=',2X,D20.8,//)
C     ----------------------------------------------------------------
C     ----------------------------------------------------------------
C     TOROID ELECTRODE PROFILE
C     ----------------------------------------------------------------
C     ----------------------------------------------------------------
      WRITE(6,6001)
 6001 FORMAT('1')
      WRITE(6,2472)
 2472 FORMAT(//,40X,'TOROID ELECTRODE PERFILE',//)
      NN=54
      NN1=30
      N5=40
      N3=N5/2-1
      ROK=(BB-AH)/DFLOAT(NN)
      DO 2250 L=1,N5
      PTETA=DFLOAT(L-1)*2.*3.141592654/DFLOAT(N)
          DO 2300 J=1,NN1
      RO(J)=AH+ROK*DFLOAT(J)
         R1=BB-RO(J)*DCOS(PTETA)
         Z1=HP+RO(J)*DSIN(PTETA)
         XSUM=0.
             DO 2350 I=1,N
             X1=2.*DSQRT(R1*RS(I))
             X2=(RS(I)+R1)**2
             X3=(Z1-ZS(I))**2
             X4=(Z1+ZS(I))**2
             X5=DSQRT(X2+X3)
             X6=DSQRT(X2+X4)
             AKC=X1/X5
             AMC=X1/X6
```

```
          CALL FLINK(AKC,AMC,VPC,WC)
          X7=(VPC/X5)-(WC/X6)
          FP(I)=2.*X7/3.141592654
          XP(I)=FP(I)*Q(I)
          XSUM=XSUM+XP(I)
 2350     CONTINUE
          FIP(J)=XSUM
 2300   CONTINUE
        WRITE(6,2801)
 2801   FORMAT(//,50X,'VETOR RO(J)',//)
        WRITE(6,2802)(RO(J),J=1,NN1)
 2802   FORMAT(6D20.8,/)
        WRITE(6,2800)
 2800   FORMAT(//,50X,'VETOR FIP(J)',//)
        WRITE(6,2850)(FIP(J),J=1,NN1)
 2850   FORMAT(6D20.8,/)
        WRITE(6,2551)
 2551   FORMAT('1')
 2250 CONTINUE
      STOP
      END
C     ------------------------------------------------------------
C     SUBROTINA LUSOLV
C     ------------------------------------------------------------

      SUBROUTINE LUSOLV(A,BC,N,JPIV)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION A(N,N),BC(N),JPIV(N)
      DO 4 I=1,N
      JPIV(I)=I
      I1=I+1
      IF(DABS(A(I,I)).LT.1.D-50) GO TO 1
      GO TO 15
    1 CONTINUE
      IF(I.EQ.N) GO TO 20
      DO 14 J=I1,N
      IF(DABS(A(J,I)).LT.1.D-50) GO TO 14
      JPIV(I)=J
      GO TO 16
   14 CONTINUE
      GO TO 20
   16 DO 2 K=1,N
      IPIV=JPIV(I)
      PIV=A(IPIV,K)
      A(IPIV,K)=A(I,K)
      A(I,K)=PIV
    2 CONTINUE
   15 IF(I.EQ.N) GO TO 3
      DO 8 JI=I1,N
    8 A(I,JI)=A(I,JI)/A(I,I)
      DO 4 J=I1,N
      DO 4 K=I1,N
    4 A(J,K)=A(J,K)-(A(J,I)*A(I,K))
    3 CONTINUE
      ENTRY FWBWC(A,BC,N,JPIV)
      IFB=1
   64 DO 61 I=1,N
      IPIV=JPIV(I)
      IF(IPIV.LE.I) GO TO 61
      J=I
```

```
          PIVA=BC(I)
       62 PIV=BC(IPIV)
          BC(IPIV)=PIVA
          JPIV(J)=-IPIV
          IPIV=JPIV(J)
          J=IPIV
          PIVA=PIV
          IF(IPIV.GT.0) GO TO 62
       61 CONTINUE
          DO 63 I=1,N
       63 JPIV(I)=IABS(JPIV(I))
          GO TO (65,165),IFR
C         FORWARD SUBSTITUTION
       65 DO 31 K=1,N
          SUM=0.0
          IF(K.EQ.1) GO TO 41
          MM=K-1
          DO 51 J=1,MM
       51 SUM=SUM+A(K,J)*BC(J)
       41 BC(K)=(1./A(K,K))*(BC(K)-SUM)
       31 CONTINUE
C         BACKWARD SUBSTITUTION
          DO 91 LL=1,N
          K=(N+1)-LL
          SUM=0.0
          IF(K.EQ.N) GO TO 81
          KK=K+1
          DO 71 J=KK,N
       71 SUM=SUM+A(K,J)*BC(J)
       81 BC(K)=BC(K)-SUM
       91 CONTINUE
          GO TO 30
       20 PRINT 21
       21 FORMAT('EQUATIONS ARE LINEARLY DEPENDENT')
          STOP
       30 CONTINUE
          RETURN
          ENTRY FWBKST(A,BC,N,JPIV)
          IFR=2
          GO TO 64
      165 DO 131 K=2,N
          L=K-1
          SUM=0.
          DO 151 J=1,L
      151 SUM=SUM+A(J,K)*BC(J)
          BC(K)=BC(K)-SUM
      131 CONTINUE
          DO 191 LL=1,N
          K=N-LL+1
          SUM=0.
          IF(K.EQ.N) GO TO 181
          KK=K+1
          DO 171 J=KK,N
      171 SUM=SUM+A(J,K)*BC(J)
      181 BC(K)=(BC(K)-SUM)/A(K,K)
      191 CONTINUE
          RETURN
          END
C         ------------------------------------------------
C         SUBROTINA ELINK
```

```
C     -----------------------------------------------------------
      SUBROUTINE ELINK(XP,YP,ZP,WP)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      PP=1.-XP*XP
      Q=1.-YP*YP
      IF(PP.EQ.0.) GO TO 6
      ZP=1.38629436+PP*(0.09666343443+PP*(0.03590092+PP*
     1(0.03742563 7+0.01451196 2*PP)))-DLOG(PP)*(0.5+PP*
     1(0.12498594+PP*(0.06880248 6+PP*(0.0
     13328355 3+0.00441787 01*PP))))
    5 IF(Q.EQ.1.) GO TO 7
      WP=1.38629436+Q*(0.09666343443+Q*(0.03590092 4+Q*
     1(0.03742563 7+0.01451196 2*Q)))-DLOG(Q)*(0.5+Q*
     1(0.12498594+Q*(0.06880248 6+Q*(0.03328355
     13+0.00441787 01*Q))))
      RETURN
    6 EX1=80.
      ZP=DEXP(EX1)
      GO TO 5
    7 EX2=33.
      WP=DEXP(EX2)
      RETURN
      END

$ENTRY
```

APÊNDICE II

PROGRAMA COMPUTACIONAL II

```
$JOB            LOUREAL,TIME=20
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION RS(50),RC(50),ZS(50),ZC(50),H(50),EC(50),VC(50),
     1B(50,50),A(50,50),C(50),L(50),ES(50),BC(50),JPIV(50)
C     ENTRADA E SAIDA DE DADOS-------------------------------------------
      READ(5,500)HH,HP2,HP3,HP4,BB2,BB3,BB4
  500 FORMAT(7F10.4)
      READ(5,510)DP1,DP2,DP3,DP4,V,N
  510 FORMAT(5F10.4,I3)
      WRITE(6,550)HH,HP2,HP3,HP4,BB2,BB3,BB4,DP1,DP2,DP3,DP4,V,N
  550 FORMAT('1',//,5X,'DADOS INICIAIS',2X,12F8.4,2X,I7,2X,/)
C     CALCULO DOS VETORES GEOMETRICOS-----------------------------------
      AH1=0.63*DP1
      AH2=0.63*DP2
      AH3=0.63*DP3
      AH4=0.63*DP4
      N2=N/5
      N1=N2+5
      N3=N1+N2
      N4=2*N1+N2
      DO 600 I=1,N1
      TETA1=3.14159265*DFLOAT(I)/DFLOAT(N1+1)
      RS(I)=AH1*DSIN(TETA1)
      ZS(I)=HH+AH1*DCOS(TETA1)
      RC(I)=DP1*DSIN(TETA1)
      ZC(I)=HH+DP1*DCOS(TETA1)
  600 CONTINUE
      DO 650 I=1,N2
      TETA2=2.*3.14159265*DFLOAT(I-1)/DFLOAT(N2)
      J=N1+I
      RS(J)=BB2-AH2*DCOS(TETA2)
      ZS(J)=HP2+AH2*DSIN(TETA2)
      RC(J)=BB2-DP2*DCOS(TETA2)
      ZC(J)=HP2+DP2*DSIN(TETA2)
  650 CONTINUE
      DO 700 I=1,N1
      TETA3=2.*3.14159265*DFLOAT(I-1)/DFLOAT(N1)
      K=N3+I
      RS(K)=BB3-AH3*DCOS(TETA3)
      ZS(K)=HP3+AH3*DSIN(TETA3)
      RC(K)=BB3-DP3*DCOS(TETA3)
      ZC(K)=HP3+DP3*DSIN(TETA3)
  700 CONTINUE
      DO 710 I=1,N2
      TETA4=2.*3.14159265*DFLOAT(I-1)/DFLOAT(N2)
      L=N4+I
      RS(L)=BB4-AH4*DCOS(TETA4)
      ZS(L)=HP4+AH4*DSIN(TETA4)
      RC(L)=BB4-DP4*DCOS(TETA4)
      ZC(L)=HP4+DP4*DSIN(TETA4)
  710 CONTINUE
C     CALCULO DOS VETORES H(I)E EC(I)-----------------------------------
      ZMIN=HH-DP1
      DO 750 I=1,N
      H(I)=ZMIN*DFLOAT(I)/DFLOAT(N+1)
      EC(I)=V*H(I)/ZMIN
  750 CONTINUE
C     CALCULO DE VC(I)---------------------------------------------------
      DO 800 I=1,N
      VC(I)=V
```

```
  800 CONTINUE
C     CALCULO DE B(I,J)-----------------------------------------------
      DO 850 I=1,N
      DO 850 J=1,N
      RS1=RS(J)**2
      ZS1=(ZS(J)-H(I))**2
      ZS2=(ZS(J)+H(I))**2
      RS2=DSQRT(RS1+ZS1)
      RS3=DSQRT(RS1+ZS2)
      B(I,J)=(1./RS2)-(1./RS3)
  850 CONTINUE
C     CALCULO DE A(I,J)-- --------------------------------------------
      DO 900 I=1,N
      DO 900 J=1,N
      A1=RS(J)*RC(I)
      AK1=2.*DSQRT(A1)
      A2=(RS(J)+RC(I))**2
      A3=(ZS(I)-ZS(J))**2
      A4=(ZC(I)+ZS(J))**2
      AK2=DSQRT(A2+A3)
      AK3=DSQRT(A2+A4)
      AK=AK1/AK2
      AM=AK1/AK3
      CALL ELINK(AK,AM,VP,W)
      AM1=(VP/AK2)-(W/AK3)
      AM2=AM1*2./3.141592654
      A(I,J)=AM2
  900 CONTINUE
C     SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES A.Q.=V -----------------
      CALL LUSOLV(A,VC,N,JPIV)
      DO 950 I=1,N
      Q(I)=VC(I)
  950 CONTINUE
      WRITE(6,1000)
 1000 FORMAT(//,50X,'VETOR Q(I)',//)
      WRITE(6,1050)(Q(I),I=1,N)
 1050 FORMAT(6D20.8,/)
      ZSUM=0.
      DO 1100 I=1,N
      ZSUM=ZSUM+Q(I)
 1100 CONTINUE
      WRITE(6,1150)ZSUM
 1150 FORMAT(//,10X,'SOMA DAS CARGAS=',2X,D20.8,//)
C     CALCULO DE E(I)
      DO 1200 I=1,N
      SUM=0.
      DO 1250 J=1,N
      PROD=B(I,J)*Q(J)
      SUM=SUM+PROD
 1250 CONTINUE
      E(I)=SUM
 1200 CONTINUE
      WRITE(6,1300)
 1300 FORMAT(/,50X,'VETOR E(I)',//)
      WRITE(6,1350)(E(I),I=1,N)
 1350 FORMAT(6D20.8,/)
C     FORMACAO DO VETOR ES(I)=E(I)-EC(I)-------------------------
      DO 1400 I=1,N
      ES(I)=E(I)-EC(I)
 1400 CONTINUE
```

```
C      CALCULE DO ERRO---------------------------------------------------
       PSUM=0.
       DO 1450 I=1,N
       SUB=(E(I)-BC(I))**2
       PSUM=PSUM+SUB
  1450 CONTINUE
       ERRO=PSUM/2.
       WRITE(6,1500)ERRO
  1500 FORMAT(//,10X,'ERRO PRINCIPAL=',2X,D20.8,/)
       STOP
       END
C      ------------------------------------------------------------------

       SUBROUTINE LUSOLV(A,BC,N,JPIV)
       IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
       DIMENSION A(50,50),BC(50),JPIV(50)
       DO 4 I=1,N
       JPIV(I)=I
       I1=I+1
       IF(DABS(A(I,I)).LE.1.D-50) GO TO 1
       GO TO 15
     1 CONTINUE
       IF(I.EQ.N) GO TO 20
       DO 14 J=I1,N
       IF(DABS(A(J,I)).LE.1.D-50) GO TO 14
       JPIV(I)=J
       GO TO 16
    14 CONTINUE
       GO TO 20
    16 DO 2 K=1,N
       IPIV=JPIV(I)
       PIV=A(IPIV,K)
       A(IPIV,K)=A(I,K)
       A(I,K)=PIV
     2 CONTINUE
    15 IF(I.EQ.N) GO TO 3
       DO 8 JI=I1,N
     8 A(I,JI)=A(I,JI)/A(I,I)
       DO 4 J=I1,N
       DO 4 K=I1,N
     4 A(J,K)=A(J,K)-(A(J,I)*A(I,K))
     3 CONTINUE
       ENTRY FWBWC(A,BC,N,JPIV)
       IFB=1
    64 DO 61 I=1,N
       IPIV=JPIV(I)
       IF(IPIV.LE.I) GO TO 61
       J=I
       PIVA=BC(I)
    62 PIV=BC(IPIV)
       BC(IPIV)=PIVA
       JPIV(J)= IPIV
       IPIV=JPIV(J)
       J=IPIV
       PIVA=PIV
       IF(IPIV.GT.I) GO TO 62
    61 CONTINUE
       DO 63 I=1,N
    63 JPIV(I)=IABS(JPIV(I))
       GO TO (65,165),IFB
```

```
      C       FORWARD SUBSTITUTION
           65 DO 31 K=1,N
              SUM=0.0
              IF(K.EQ.1) GO TO 41
              MM=K-1
              DO 51 J=1,MM
           51 SUM=SUM+A(K,J)*BC(J)
           41 BC(K)=(1./A(K,K))*(BC(K)-SUM)
           31 CONTINUE
      C       BACKWARD SUBSTITUTION
              DO 91 LL=1,N
              K=(N+1)-LL
              SUM=0.0
              IF(K.EQ.N) GO TO 81
              KK=K+1
              DO 71 J=KK,N
           71 SUM=SUM+A(K,J)*BC(J)
           81 BC(K)=BC(K)-SUM
           91 CONTINUE
              GO TO 3
           20 PRINT 21
           21 FORMAT('EQUATIONS ARE LINEARLY DEPENDENT')
              STOP
           30 CONTINUE
              RETURN
              ENTRY FABMCT( ,BC,N,JPIV)
              IFR=2
              GO TO 64
          165 DO 131 K=2,N
              L=K-1
              SUM=0.
              DO 151 J=1,L
          151 SUM=SUM+A(J,K)*BC(J)
              BC(K)=BC(K)-SUM
          131 CONTINUE
              DO 191 LL=1,N
              K=N-LL+1
              SUM=0.
              IF(K.EQ.N) GO TO 181
              KK=K+1
              DO 171 J=KK,N
          171 SUM=SUM+A(J,K)*BC(J)
          181 BC(K)=(BC(K)-SUM)/A(K,K)
          191 CONTINUE
              END
      C       ---------------------------------------------------------
      C       SUBROTINA ELINK
      C       ---------------------------------------------------------
**WARNING**   END STATEMENT NOT PRECEDED BY A TRANSFER

              SUBROUTINE ELINK(XP,YP,ZP,WP)
              IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
              PP=1.-XP*XP
              Q=1.-YP*YP
              IF(PP.EQ.0.) GO TO 6
              ZP=1.38629436+PP*(0.09666344+PP*(0.03590092+PP*
             1(0.03742563+0.01451196*PP)))-DLOG(PP)*(0.5+PP*
             1(0.12498594+PP*(0.06880249+PP*(0.0
             133283553+0.00441787*PP))))
            5 IF(Q.EQ.0.) GO TO 7
```

```
      WP=1.38629436+Q*(0.096663443+Q*(0.035900924+Q*
     1(0.037425637+0.014511962*Q)))-DLOG(Q)*(0.5+Q*
     1(0.12498594+Q*(0.068802486+Q*(0.03328355
     1+0.0044178701*Q))))
      RETURN
    6 EX1=83.
      ZP=DEXP(EX1)
      GO TO 5
    7 EX2=83.
      WP=DEXP(EX2)
      RETURN
      END
```

$ENTRY

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. ADBY P. R. and DEMPSTER N. A. H., "Introduction to Optimization Methods". Chapman and Hall (1974).

02. CREED, F. C., COLLINS, M. M. C., "The measurement of short-duration impulse voltages". - IEEE Transactions on Communication and Electronics. Vol. 82, 1963, pp. 621-629.

03. CREED, F. C., KAWAMURA, T., NEWI, G., "Step response of measuring systems for high impulse voltages". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-86, 1967, pp. 1408-1420.

04. DIRECTOR, STEPHEN W., "Circuit Theory: A Computacional Approach". JOHN WILEY & SONS, INC.

05. DIRECTOR, S. W., "Survey of Circuit-Oriented Optimization Techniques", - IEEE Trans. Circuit Theory, CT-18, Nº 1 (1971), pp. 3-10.

06. HARADA, T. et alii, "A high quality voltage divider using optaelectronics for impulse voltage measurements". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1971, pp. 494-500.

07. HARADA, T. et alii, "Development of a high quality resistance divider for impulse voltage measurements". - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-90, 1971, pp. 2247-2250.

08. HAWLEY, W. G., "Impulse-Voltage Testing", Chapman & Hall Ltd. London (1959).

09. I.E.C., Publication 60, "High-voltage test techniques, 1973.

10. KIND, DIETER, "An introduction to high-voltage experimental technique" - Viewg, Braunschweig, 1978.

11. MALEWSKI, R., MARUYADA, P.S., "Computer assisted design of impulse voltage dividers". - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems". Vol. PAS-95, 1976, pp.1267-1274.

12. PEDERSEN, Aa., LAUSEN, P., "Dynamic properties of impulse measuring systems". - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-90, 1971 , pp. 1424-1432.

13. SCHWAB, A. J., PAGEL, J. H. W., "Precision capacitive voltage divider for impulse voltage measurements". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. 1972. pp. 2376-2382.

14. SCHWAB, A. J., "High-voltage measurement techniques" . MIT. PRESS, Cambridge MASS. USA, 1972.

15. SILVESTER, P., "Modern electromagnetic Fields". Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J. USA,1968.

16. SINGER, H., STEINBIGLER, H., WESS, P., "A charge simulation method for the calculation of high voltage fields". IEEE Transactions, pp. 1660-1668.

17. TEMES, G. C. and CALAHAN, Donald A., "Computer - aided network optimation - The state of the art", - Proc. IEEE, 55 (Nov. 1967), pp. 1832-1864.

18. YALISIS, A. KUFFEL, F., ALEXANDER, P. H., "An optimized charge simulation method for the calculation of high voltage fields". - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS97, 1978 , pp. 2434-2438.