

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO
ENGENHARIA ELÉTRICA

***MODELO ELETROTÉRMICO DE UM PÁRA-RAIOS DE
ÓXIDO DE ZINCO: SIMULAÇÃO E EXPERIMENTOS***

RODRIGO SANTOS DA NÓBREGA

Campina Grande – PB

2006



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCC

N754m Nóbrega, Rodrigo Santos da
2006 Modelo eletrotermico de um pára-raios de oxido de zinco : simulação e experimentos / , Rodrigo Santos da Nóbrega. — Campina Grande, 2006. 77f. il.

Referências.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática.

Orientador: Edson Guedes da Costa.

1— Pára-Raios – Modelo Eletrotérmico 2— Pára-Raios - Óxido de Zinco 1—
Título

CDU 616.316.933

MODELO ELETROTÉRMICO DE UM PÁRA-RAIOS DE ÓXIDO DE ZINCO

RODRIGO SANTOS NÓBREGA

Dissertação Aprovada em 15.03.2006


EDSON GUEDES DA COSTA, D.Sc., UFCG
Orientador


BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG
Componente da Banca


WELLINGTON SANTOS MOTA, Ph.D., UFCG
Componente da Banca


ANTONIO GILSON BARBOSA DE LIMA, Dr., UFCG
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
MARÇO - 2006

À minha família, e a todos os meus amigos,
pela ajuda, confiança, paciência, compreensão,
incentivo e amor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ter me dado as oportunidades na vida e a força necessária nos momentos difíceis.

Ao meu orientador, Edson Guedes, pela confiança e suporte.

A Ronimack, Max, Tarso e Estácio pela ajuda nos experimentos.

A Edmilson, por ter dado uma grande ajuda em um momento inesperado.

A Antonio Gilson pela sua ajuda no método numérico.

Aos meus amigos, Helon, Márcio, Andrey, Paulo Coutinho, Luciano, Paulo Henrique, Alexandre, Vitor, Daniel, Marlison e Valkley por sempre estarem presentes.

A todos os funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica, da Copele e do LAT, em especial a Ângela.

A todos que direta ou indiretamente ajudaram a realização do trabalho, através de uma crítica, de uma sugestão ou de apenas uma palavra de apoio.

SUMÁRIO

RESUMO	VII
ABSTRACT	VIII
PRIMEIRO CAPÍTULO	1
INTRODUÇÃO	1
SEGUNDO CAPÍTULO	3
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1 -PÁRA-RAIOS DE ÓXIDO DE ZINCO	3
2.1.1 – ASPECTOS OPERACIONAIS	5
2.1.2 - ASPECTOS CONSTRUTIVOS	7
2.1.3 – O VARISTOR DE ZNO	11
2.2 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR	13
2.2.1 – CONDUÇÃO	13
2.2.2 – CONVECÇÃO	14
2.2.3 – RADIAÇÃO	16
2.3 – MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	20
2.3.1 – HISTÓRICO	20
2.3.2 – INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	21
2.3.3 – CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL TRANSITÓRIA	23

2.3.4 – GERAÇÃO DE MALHAS COINCIDENTE COM A FRONTEIRA	28
2.3.5 - TRANSFORMAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO	38
2.3.6 - OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES APROXIMADAS	40
TERCEIRO CAPÍTULO	45
METODOLOGIA	45
3.1 – INTRODUÇÃO	45
3.2 – OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES COM SIMETRIA CILÍNDRICA	46
3.3 – A TÉCNICA DE “MULTIBLOCOS”	49
3.3.1 – VOLUMES SOBREPOSTOS	49
3.3.2 – VOLUMES COINCIDENTES	50
3.3.3 – VOLUMES NÃO-COINCIDENTES	51
3.4 – REPRESENTAÇÃO DO PÁRA-RAIOS	52
3.4.1 – REPRESENTAÇÃO DAS SAIAS	53
3.5 – FUNCIONAMENTO DA ROTINA	56
QUARTO CAPÍTULO	59
EXPERIMENTOS E RESULTADOS	59
4.1 – EXPERIMENTOS	59
4.1.1 – O CIRCUITO UTILIZADO	59
4.1.2 – MONTAGEM DO EXPERIMENTO	61
4.1.3 – O ENSAIO	62
4.2 – RESULTADOS OBTIDOS	63

Sumário

4.2.1 – PRIMEIRO EXPERIMENTO (ENSAIO DE CONSISTÊNCIA)	65
4.2.2 – SEGUNDO EXPERIMENTO	65
4.2.3 – TERCEIRO EXPERIMENTO	68
4.2.4 – QUARTO EXPERIMENTO	71
QUINTO CAPÍTULO	73
CONCLUSÕES	73
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	76

RESUMO

Os pára-raios de óxido de zinco são equipamentos de proteção largamente utilizados em sistemas de distribuição e transmissão de energia elétrica. Os pára-raios degradam quando são submetidos a esforços elétricos e térmicos. Atualmente ainda não há uma técnica de avaliação da degradação dos pára-raios que seja totalmente conclusiva. Uma das técnicas amplamente utilizadas é a medição da temperatura externa dos pára-raios através da termovisão. Este trabalho tem por objetivo implementar uma ferramenta computacional que seja auxiliar nas medições de temperatura por termovisão de modo a se obter a temperatura da parte ativa do pára-raios. A rotina computacional usa como entrada a corrente de fuga e a temperatura ambiente e tem como saída o comportamento térmico do pára-raios. Ela foi implementada utilizando linguagem C++, volumes finitos, a técnica "multiblocos" e coordenadas generalizadas.

ABSTRACT

Zinc oxide surge arresters are protection equipments widely used in transmission and distribution systems. When submitted to thermal or electrical stress the surge arrester characteristics degenerates. Up to today there is no really conclusive surge arrester evaluation method. One of the most used techniques is the infrared thermography. The goal of this work is to implement a computational tool to help the measurements made by infrared thermography, in a way to obtain the temperature of the surge arrester active part. The computational tool uses as input data the electrical current through the surge arrester and the room temperature and outputs the thermal behavior of the surge arrester. It was implemented using C++ programming language, finite volumes, the "multiblock" technique and generalized coordinates.

Primeiro Capítulo

Introdução

Em um modelo econômico globalizado e extremamente competitivo é necessário que as empresas de transmissão e distribuição de energia elétrica tenham seus sistemas cada vez mais confiáveis de modo a maximizar o lucro e permitir uma transmissão de energia para seus clientes com melhor qualidade de serviço e de produto. Essa confiabilidade é alcançada levando-se em consideração diversos fatores como uma rede bem estruturada, equipamentos de boa qualidade e um sistema de proteção confiável e bem dimensionado.

A proteção dos sistemas de transmissão de energia é muito importante para garantir a sua confiabilidade. Dentre os dispositivos de proteção podemos destacar o pára-raios de óxido de zinco. Os pára-raios são dispositivos responsáveis pela proteção dos equipamentos de sobretensões tanto atmosféricas como de manobra.

Quando instalados, os pára-raios ficam com seus terminais expostos a níveis de tensão iguais as tensões nominais do sistema. Essa exposição faz com que haja uma circulação contínua de corrente de fuga. Os mesmos, também ficam sujeitos a sobretensões atmosféricas, de manobra e a sobretensões sustentadas. Essa contínua exposição a esforços elétricos pode fazer com que o pára-raios sofra uma degradação ou envelhecimento, reduzindo assim a sua capacidade de absorção de energia e, conseqüentemente, a sua capacidade de proteger o sistema.

As empresas de transmissão e distribuição usam diversas técnicas para monitorar a degradação do pára-raios, algumas dessas técnicas de monitoração de pára-raios são

descritas por Zahedi, [1994]; Dias Pinto et al, [1998]; Richter, [2003], Kil et al [2003], Zhu e Raghuvver, [1999], mas nenhuma delas chega a ser completamente conclusiva. Uma das técnicas que é amplamente utilizada na CHESF (Companhia Hidrelétrica do São Francisco) é o uso da medição da temperatura externa do pára-raios através de termovisão. Apesar da medição da temperatura externa ser um método que apresenta resultados satisfatórios, as diferentes configurações de pára-raios faz com que a simples medição da temperatura externa seja um tanto falha. Essas diferenças de configuração podem fazer com que pára-raios de diferentes fabricantes apresentem temperaturas externas idênticas apesar de seus varistores estarem com temperaturas diferentes. Como a parte ativa do pára-raios é o varistor, o ideal seria que a temperatura obtida fosse a dos varistores. A medição da temperatura interna, atualmente, só pode ser feita através de métodos invasivos, fazendo com que o pára-raios perca a garantia dada pelo fabricante.

Neste trabalho foi implementada uma rotina computacional com a finalidade de ajudar na avaliação dos pára-raios. A rotina foi feita baseada no método dos volumes finitos, apresenta uma entrada de dados pela técnica “multibloco” e representa as saias do pára-raios com coordenadas coincidentes com a fronteira. A rotina é capaz de determinar a temperatura dos varistores utilizando como dados de entrada a temperatura ambiente, a corrente de fuga resistiva e a geometria do pára-raios.

Segundo Capítulo

Revisão Bibliográfica

2.1-Pára-raios de Óxido de Zinco

Os pára-raios são dispositivos de proteção do sistema contra sobretensões. Em sistemas de potência podem ocorrer sobretensões de níveis de intensidade muito superiores à tensão nominal do sistema. As sobretensões variam não só de intensidade como também em tempo de duração. Caso os sistemas elétricos não apresentassem dispositivos de proteção contra sobretensões seria necessário que a classe de isolamento dos equipamentos fosse elevada o suficiente para suportar estes níveis de tensão. Na Figura 1 pode ser visto os diversos níveis de tensão e o tempo médio de duração de cada surto.

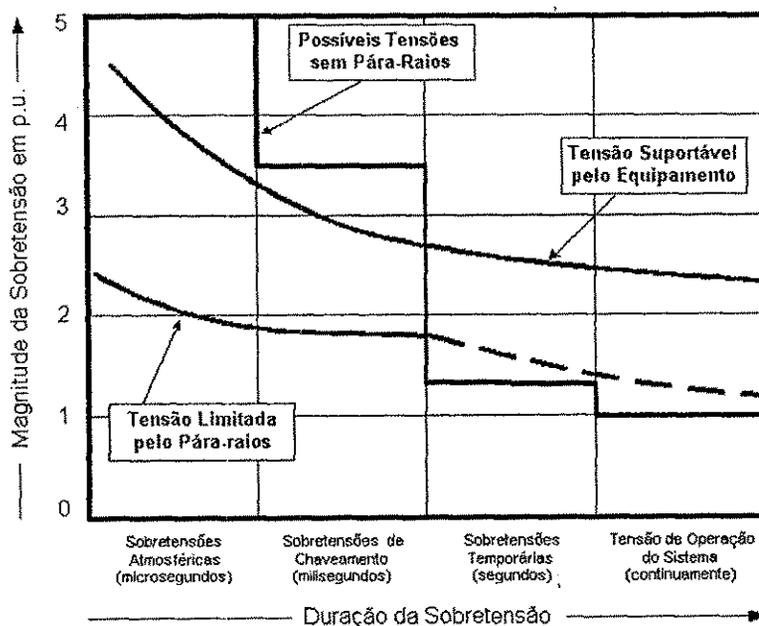


Figura 1-Representação esquemática da magnitude das sobretensões versus a faixa de tempo de sua duração média. [Hinrichsen, 2001]

A evolução das características construtivas dos dispositivos de proteção origina-se na simples instalação de centelhadores em paralelo aos equipamentos, passando pelos pára-raios convencionais de carboneto de silício (SiC) e, mais recentemente, pelos pára-raios sem centelhadores¹, à base de óxido de zinco, também conhecido como pára-raios de óxido metálico. Os pára-raios de carboneto de silício apresentam inúmeras deficiências [Costa, 1999]. Mesmo com a apresentação de um desempenho inferior, ainda assim existe um elevado número de pára-raios em carboneto de silício instalados no Brasil. Entretanto, os pára-raios novos instalados hoje em dia são construídos à base de óxido de zinco.

O funcionamento ideal de um pára-raios ocorreria da seguinte maneira: para um nível de tensão menor que a sua tensão nominal o pára-raios funciona como uma chave aberta; para um nível de tensão superior a sua tensão nominal o pára-raios funciona como uma chave fechada, fazendo com que o surto flua na direção da terra. Na Figura 2 pode ser visto a curva característica tensão x corrente de um pára-raios real e de um pára-raios ideal. A curva V-I não linear se deve as características extremamente não lineares das pastilhas de óxido de zinco.

¹ A pastilha de óxido de zinco apresenta uma característica V-I extremamente não-linear, de modo que os centelhadores série se tornaram dispensáveis.

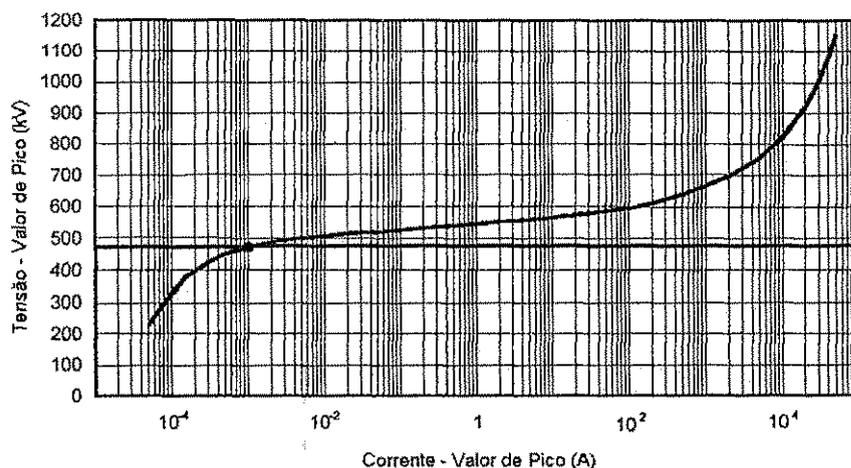


Figura 2- Curva V-I de um pára-raios real e de um pára-raios ideal.

2.1.1 – Aspectos operacionais

Na Figura 3 pode ser vista a curva característica V-I de um pára-raios conectado em um sistema de 420 kV. Na curva estão indicados alguns pontos característicos definidos por norma para os pára-raios que são listados a seguir:

- **Corrente de fuga:** É a corrente que flui pelo pára-raios quando o mesmo está sujeito à tensão de pico fase-terra do sistema.
- **Tensão de operação contínua:** É a tensão em frequência industrial na qual o pára-raios pode funcionar sem nenhum tipo de restrição. Geralmente a tensão de operação contínua é superior a maior tensão fase-terra existente no sistema.
- **Tensão nominal:** Não representa a tensão na qual o pára-raios pode ficar exposto continuamente. A tensão nominal representa a capacidade do pára-raios de suportar sobre-tensões temporárias no sistema. O pára-raios só deve ficar exposto a este nível de tensão por 10 segundos, alguns fabricantes permitem um tempo de até 100 segundos.

- **Corrente de descarga nominal:** É o valor de pico do pulso de corrente que é usado para classificar o pára-raios. Existem cinco valores distintos para essa corrente: 1,5 kA, 2,5 kA, 5 kA, 10 kA e 20 kA. Na curva característica mostrada ela é igual a 10 kA.
- **Tensão residual:** É a tensão encontrada no pára-raios quando a corrente de descarga nominal flui pelo mesmo.

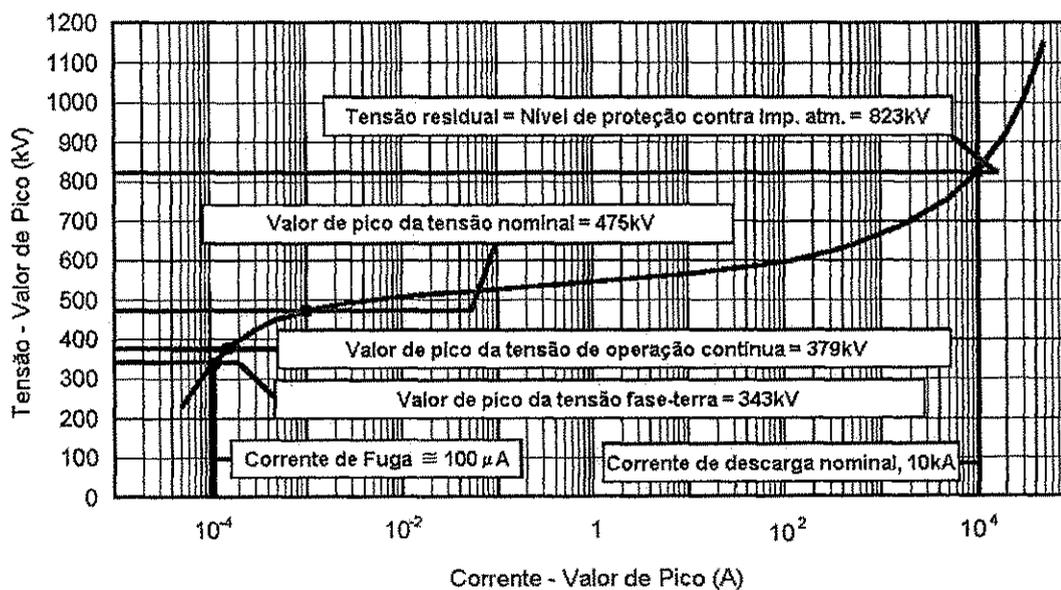


Figura 3-Curva característica do pára-raios [Hinrichsen, 2001].

Durante um surto as pastilhas de óxido de zinco do pára-raios sofrem um grande esforço, tanto térmico quanto mecânico. Em um surto de alguns micra ou mesmo milisegundos pode ocorrer um aumento considerável da temperatura, além da ação de grandes forças de tração e compressão agindo internamente nas pastilhas.

A heterogeneidade da estrutura granular da pastilha pode contribuir para uma condução não uniforme no material, criando regiões (locais) quentes, causando degradação do material [Perrot, 1999]. Esta não uniformidade pode acarretar em pequenas rachaduras

nas pastilhas ou, até mesmo, a perfuração da mesma. Para evitar que isso ocorra é necessário que a pastilha se apresente bastante homogênea e livre de impurezas. Esta propriedade pode ser verificada através do ensaio de absorção de impulso.

Outra característica importante é a capacidade de absorção térmica, definida como a quantidade de energia que pode ser injetada no pára-raios de modo que ele ainda possa voltar a sua temperatura normal de operação. Quando ocorre um surto, há um aumento da temperatura interna do pára-raios. Devido ao fato da porcelana não ser um bom condutor térmicos, torna-se difícil para o pára-raios dissipar essa energia para o meio externo. Como a resistência das pastilhas é dependente da temperatura, quando ocorre um aquecimento das mesmas, há um aumento da corrente, que por conseguinte, acaba gerando mais calor. Se as pastilhas chegarem ao ponto onde o calor gerado é maior do que a capacidade do pára-raios de dissipá-lo pode ocorrer o que se chama de avalanche térmica, e o pára-raios passa a aquecer até se destruir. Isso pode durar horas ou apenas alguns minutos [St-Jean, 1990].

2.1.2 - Aspectos construtivos

Existem muitas maneiras diferentes de se construir um pára-raios. Na Figura 4 pode ser visto uma das configurações mais comuns.

O conjunto retratado na Figura 4 é um pára-raios padrão de uma coluna. Através do corte pode ser visto a coluna central do pára-raios onde se localizam as pastilhas de óxido de zinco.

As pastilhas de óxido de zinco, na maioria das vezes, possuem um formato cilíndrico. O diâmetro varia geralmente de 30 mm até cerca de 100 mm, quanto maior o diâmetro maior a capacidade de absorção de energia. A altura varia de 20 mm a 45 mm,

sendo dependente do sistema de fabricação. Quanto maior a altura e o diâmetro mais difícil é para se produzir uma pastilha homogênea. As pastilhas podem ser vistas na Figura 5.

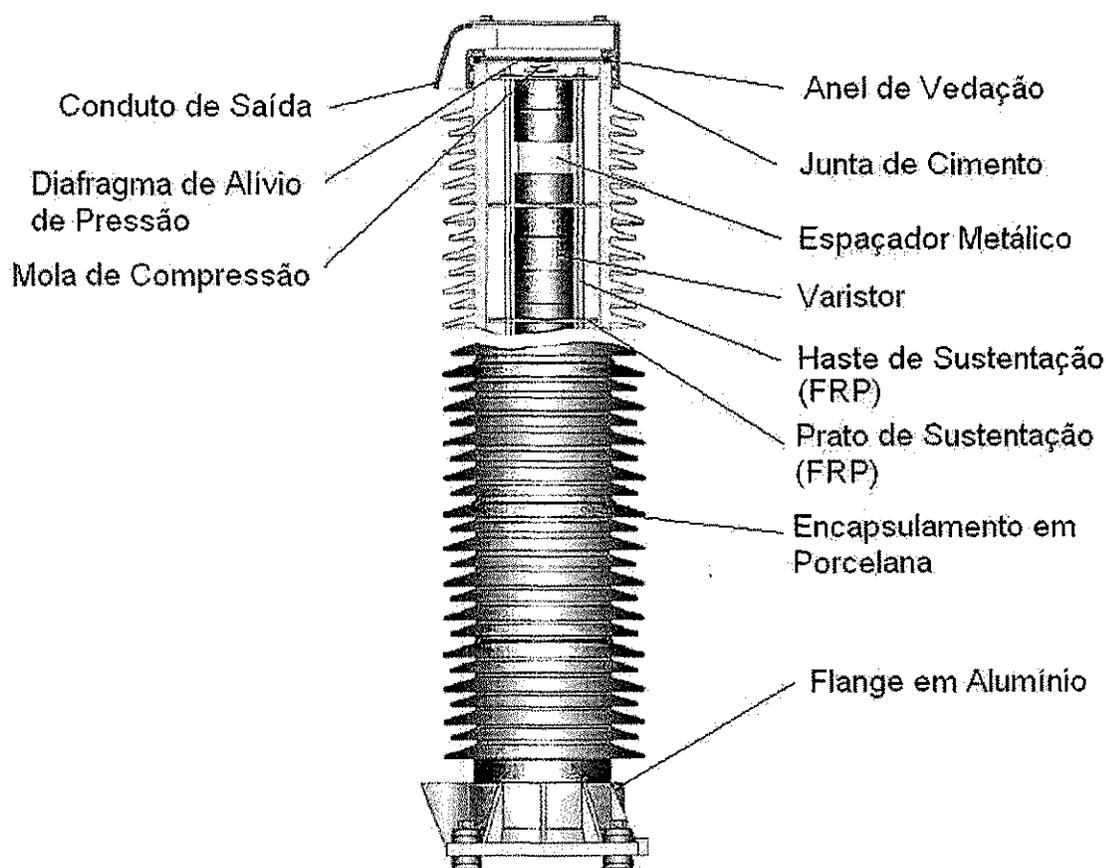


Figura 4 – Corte mostrando a parte ativa de um pára-raios [Hinrichsen, 2001].

Na coluna central ainda existem alguns espaçadores metálicos. Geralmente são tubos de alumínio com um disco nas terminações para que haja um contato homogêneo com as pastilhas, mas também podem ser empregados cilindros sólidos. Os cilindros sólidos têm como função principal, ajudar a dissipar o calor dos varistores. Já os tubos de alumínio têm como função fazer com que o pára-raios tenha a altura necessária que garanta a distância de escoamento da parte externa do invólucro. Se fossem utilizadas apenas pastilhas varistoras, o pára-raios teria a resistência necessária para funcionar em regime permanente, mas se isso fosse feito o pára-raios teria uma altura menor, e

conseqüentemente não teria a distância de escoamento necessária, podendo ocorrer arcos voltaicos na superfície externa do invólucro.

A sustentação da coluna de pára-raios é feita com o uso de uma mola e de alguns apoios feitos em FRP (da sigla em inglês para plástico reforçado com fibra de vidro). Essa sustentação se faz necessária para que a coluna não saia da posição durante o transporte, ou quando o pára-raios for instalado em posições diferentes da vertical. A mola, além de ajudar na sustentação, também é responsável por melhorar o contato elétrico entre os diversos componentes da coluna do pára-raios.

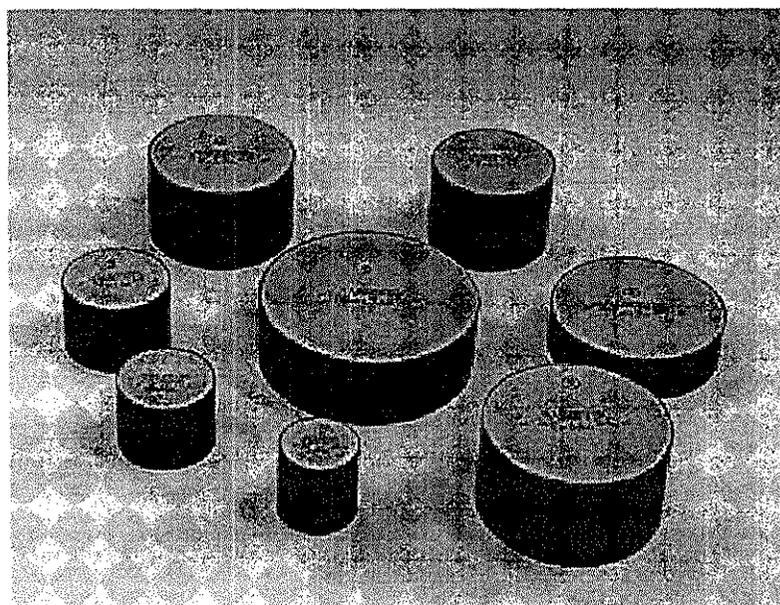


Figura 5 – Fotografia de varistores de diferentes tamanhos [Hinrichsen, 2001].

O encapsulamento do pára-raios normalmente é feito de porcelana. Atualmente, já são usados pára-raios com encapsulamento polimérico, mas para níveis de tensão mais elevados ainda é usada a porcelana.

Os flanges podem ser presos ao pára-raios de duas maneiras. Pode-se prender os flanges através do uso de braçadeiras parafusadas ou cimentá-los na porcelana. No caso da cimentação, essa pode ser feita de duas maneiras: pode-se utilizar cimento Portland ou

cimento a base de enxofre. A cimentação a base de enxofre é preferível devido a sua secagem mais rápida e por não apresentar problemas de corrosão com o alumínio.

Na parte superior e inferior do pára-raios existe um sistema de alívio de pressão, conforme pode ser visto na Figura 6. Em casos de surtos de alta intensidade pode ocorrer uma descarga através do vão interno, entre as pastilhas e a porcelana, do pára-raios. Com o aumento da temperatura e da pressão interna do gás pode ocorrer uma explosão, o que viria a danificar equipamentos vizinhos e até colocar em risco a vida de alguma pessoa que estivesse por perto do equipamento. Devido a esse risco existe um diafragma feito de uma pequena película geralmente de zinco ou aço de alta qualidade. Em caso de aumento de pressão acima do esperado esse diafragma rompe, expelindo os gases sob pressão do interior do pára-raios. Como os gases saem ionizados e sobre pressão, o surto passa então a fluir pelo lado externo do pára-raios.

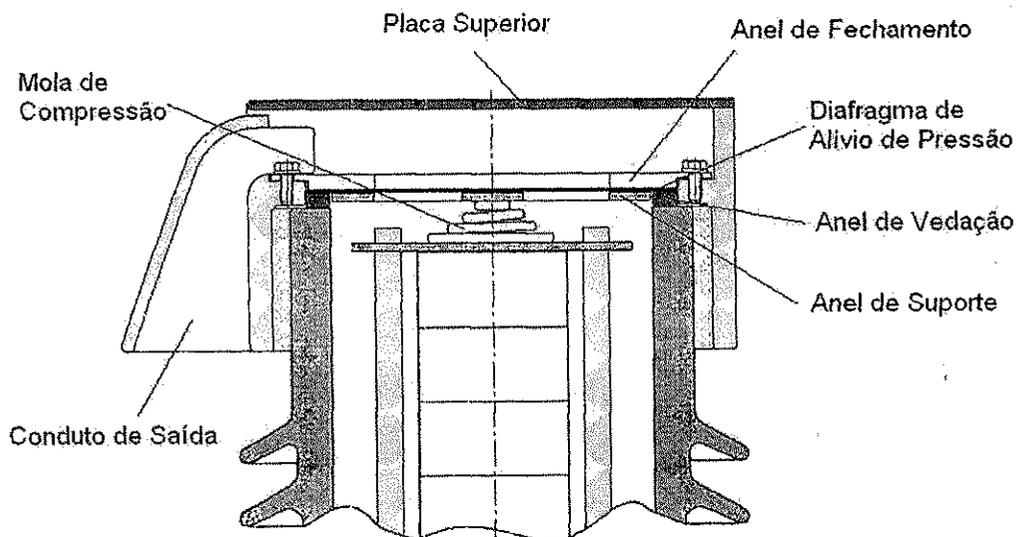


Figura 6 – Vista do sistema de vedação do pára-raios [Hinrichsen, 2001].

2.1.3 – O varistor de ZnO

Segundo Costa [1999], as cerâmicas à base de óxido de zinco apresentam inúmeras vantagens sobre o carboneto de silício:

a) confiabilidade - A eliminação dos centelhadores-série simplificou a montagem de pára-raios, eliminando muitas peças, algumas das quais poderiam causar o seu mau funcionamento;

b) poluição - Com a eliminação dos centelhadores-série, a instalação em ambientes poluídos ou mesmo a lavagem dos pára-raios de óxido de zinco não provoca centelhamentos indevidos.

c) proteção - A eliminação dos centelhadores erradicou a dependência probabilística de uma descarga interna. Devido a sua concepção de fabricação, os pára-raios de óxido de zinco apresentam características extremamente estáveis, rápida atuação e melhores níveis de proteção em grandes taxas de corrente de descarga (menor relação da tensão residual sobre a tensão de operação);

d) capacidade de descarga - Os varistores de óxido de zinco possuem densidade bastante elevada, 5258 kg/m^3 e um elevado calor específico $456,3 \text{ W/(kg K)}$, na temperatura de 25°C . Estas características térmicas proporcionam aos pára-raios de óxido de zinco o dobro da capacidade de absorção de energia de um pára-raios de SiC. A capacidade de absorção de energia é a característica decisiva na seleção dos pára-raios aplicados aos sistemas de extra alta tensão, à proteção de bancos de capacitores em série, à proteção de válvulas tiristorizadas e de filtros nas estações conversores de alta tensão contínua, [Gupta, 1990].

A pastilha varistora do pára-raios de óxido de zinco é composta por uma combinação de óxidos. O óxido de zinco é responsável por, aproximadamente 90% da massa da pastilha, o restante é composto por outros óxidos, tais como: alumínio, antimônio, bário, bismuto, cobalto, manganês, níquel, silício, titânio, etc. [W. E. Corporation, 1983; CEA 077, 1988; Cesi, 1989; Gupta, 1990]. Sendo o bismuto e o antimônio os mais importantes componentes da mistura. Eles são responsáveis pela formação das barreiras físicas e elétricas adjacentes aos grãos de óxido de zinco que proporcionam ao material as suas características exclusivas [Costa, 1999].

A mistura é processada com partículas de diâmetro em torno de 10^{-6} cm, até que cada grão de ZnO contenha as corretas proporções de todos os dopantes. Os grãos são prensados em forma de discos e depois são sinterizados em fornos com tempo-temperatura precisamente programados. Durante o processo de sinterização uma camada intergranular apropriada é formada ao redor dos grãos de óxido de zinco. Após serem resfriados de maneira natural, os discos são submetidos à metalização para garantir uma distribuição de corrente mais uniforme. Um colar isolante é fixado na superfície lateral do disco varistor para evitar descargas superficiais, sob condições de impulsos de alta corrente. O disco varistor completo é recozido para proporcionar maior estabilidade das suas características no tempo. Finalmente, cada varistor é testado nas regiões de baixa e alta corrente, definindo assim as suas características.

Deste modo, os varistores de óxido metálico tornam-se materiais policristalinos compostos de grãos de ZnO, semicondutores, com contornos de grãos bem definidos. A microestrutura do varistor é considerada como um veículo através da qual todas as propriedades são manifestadas [Costa, 1999]. Na Figura 7 pode ser vista a micrografia de um varistor à base de ZnO.

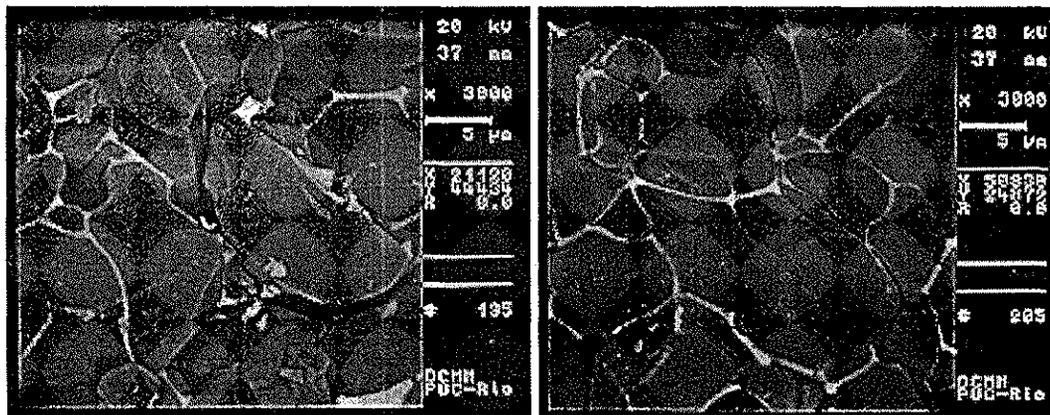


Figura 7 – Micrografia de um varistor à base de ZnO [Costa,1999].

2.2– Transferência de calor

A ciência da transferência de calor se refere à análise da taxa de transferência de calor em um sistema. A energia transferida pelo fluxo de calor não pode ser medida diretamente, mas o conceito tem significado físico porque é relacionada à grandeza mensurável chamada temperatura. Quando há uma diferença de temperatura em um sistema, o calor flui da região de alta temperatura para a de baixa temperatura [Özişik,1990].

Nos estudos de transferência de calor, é usual considerar três modos distintos de transferência de calor: *condução*, *convecção* e *radiação*.

2.2.1 – Condução

Segundo Özişik [1990] a condução é o modo de transferência de calor em que a troca de energia tem lugar da região de alta temperatura para a de baixa temperatura pelo movimento cinético ou pelo impacto direto de moléculas, no caso de fluidos em repouso, e pelo movimento de elétrons, no caso de metais.

A lei empírica de condução de calor baseada em observações experimentais, Equação (2.1) estabelece que a taxa do fluxo de calor por condução, em uma dada direção é proporcional à área normal à direção do fluxo e ao gradiente de temperatura naquela direção.

$$Q_x = -kA \frac{dT}{dx}, \quad (2.1)$$

ou

$$q_x = \frac{Q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx}, \quad (2.2)$$

sendo,

T a temperatura;

Q_x a taxa de fluxo de calor através da área A no sentido positivo dos x;

q_x o fluxo de calor no sentido positivo do eixo dos x, e;

k a constante de proporcionalidade chamada condutividade térmica do material.

O sinal negativo das equações serve para assegurar que o fluxo de calor na direção dos x positivos seja positivo. Isso se deve pelo fato de o fluxo ser na direção da maior temperatura para a menor de modo que a derivada de T na direção x é negativa.

2.2.2 – Convecção

Se um fluido escoar sobre um corpo sólido ou dentro de um canal, e se as temperaturas do fluido e da superfície sólida forem diferentes, haverá transferência de calor entre o fluido e a superfície sólida em consequência do movimento do fluido em relação à superfície. A este mecanismo de transferência de calor chama-se *convecção* [Özişik,1990]. Se o movimento do fluido for induzido artificialmente, dá-se o nome de *convecção forçada*.

Se o movimento do fluido resultar dos efeitos da ascensão provocada pela diferença de densidade causada pela diferença de temperatura do fluido, a transferência do calor se dá por *convecção natural*.

Na Figura 8 está representado o comportamento de velocidade do escoamento, que se reduz a zero na superfície da placa como resultado de ação viscosa. Como a velocidade da camada de fluido junto à parede é nula, o calor deve ser transferido somente por condução neste ponto. Entretanto, fora da superfície da placa, o gradiente de temperatura depende da razão de remoção do calor, isto é, da velocidade de transferência da matéria [Holman, 1983].

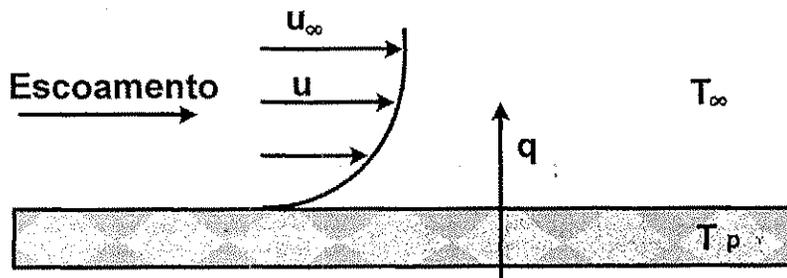


Figura 8 – Transferência de calor por convecção em uma placa.

Como o campo de temperatura no fluido é influenciado pelo seu movimento, a determinação da distribuição de temperatura e a transferência de calor na convecção, na maioria dos casos, não é trivial. Nas aplicações de engenharia, para simplificar os cálculos da transferência de calor entre uma superfície quente (T_p) e um fluido que está fluindo sobre ela a uma temperatura (T_∞) define-se o coeficiente de transferência de calor como pode ser visto na Equação (2.3).

$$q = h(T_p - T_\infty), \quad (2.3)$$

sendo,

q o fluxo de calor da superfície para o fluido, e;

h o coeficiente de transferência de calor.

O coeficiente de transferência de calor varia de acordo com o tipo de fluxo (laminar ou turbulento), com a geometria do corpo e a área de escoamento, com as propriedades físicas do fluido, com a temperatura média e com a posição ao longo da superfície do corpo. Quando o coeficiente de transferência de calor varia juntamente com a posição ao longo da superfície do corpo, é conveniente considerar, nas aplicações de engenharia, o seu valor médio sobre a superfície, em vez de seu valor local.

O coeficiente de transferência de calor pode ser determinado analiticamente nos corpos que têm uma geometria simples, no entanto para geometrias mais complexas utiliza-se o método experimental.

2.2.3 – Radiação

Todos os corpos emitem continuamente energia em virtude da sua temperatura; a energia assim emitida é a *radiação térmica*. A energia da radiação emitida por um corpo é transmitida no espaço em forma de ondas eletromagnéticas. A emissão ou absorção de energia radiante por um corpo é um processo de massa; isto é, a radiação, que se origina no interior do corpo, é emitida através da superfície. Inversamente, a radiação incidente na superfície de um corpo penetra até as profundezas do meio, onde é atenuada. Quando uma grande proporção da radiação incidente é atenuada a uma distância muito pequena da superfície, pode-se falar da radiação como absorvida ou emitida pela superfície.

Somente no vácuo a radiação se propaga absolutamente sem nenhuma atenuação. A atenuação da radiação pelo ar é insignificante, a não ser numa camada com vários quilômetros de espessura [Özişik,1990].

2.2.3.1 – Emissão de radiação

Segundo Özişik [1990], o fluxo máximo de radiação emitido por um corpo à temperatura T é dado pela lei de Stefan-Boltzmann:

$$E_b = \sigma T^4, \quad (2.4)$$

sendo,

T a temperatura absoluta em kelvins;

σ a constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma=5,6697 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$), e;

E_b é a emitância do corpo negro.

Somente um *radiador ideal*, também chamado de *corpo negro*, pode emitir radiação de acordo com a Equação (2.4). O fluxo de radiação emitido por um corpo real a uma temperatura absoluta T é sempre menor do que a emitância do corpo negro, conforme pode ser visto na Equação (2.5).

$$q = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4, \quad (2.5)$$

sendo,

ε a emissividade; que possui valor entre zero e a unidade.

2.2.3.2 – Absorção de radiação

Todo o fluxo de radiação que incide sobre um corpo negro é absorvido por ele. Entretanto, o fluxo de radiação absorvido por um corpo real é apenas uma fração do fluxo incidente, conforme pode ser visto na Equação (2.6).

$$q_{\text{abs}} = \alpha q_{\text{inc}}, \quad (2.6)$$

sendo,

q_{abs} o fluxo absorvido pelo corpo;

q_{inc} o fluxo incidente no corpo, e;

α o *poder de absorção*, que está compreendido entre zero e a unidade.

O poder de absorção, geralmente, é diferente de sua emissividade. Entretanto, em muitas aplicações práticas, admite-se, para simplificar a análise, que os dois possuem o mesmo valor. [Özişik,1990].

2.2.3.3 – Troca de radiação

Um radiador ideal ou corpo negro emite energia numa taxa proporcional à quarta potência de temperatura absoluta do corpo. Quando dois corpos negros trocam calor por radiação, a transferência líquida de calor é proporcional à diferença das temperaturas elevadas à quarta potência.

$$q_r = \sigma A (T_1^4 - T_2^4), \quad (2.7)$$

A Equação (2.7) corresponde à troca líquida de energia radiada por dois corpos negros, quando um corpo envolve o outro ou se trata de duas placas planas e paralelas de grandes dimensões. Para os outros tipos de corpos, deve-se considerar a natureza conjunta das superfícies, a emissividade ϵ . A emissividade relaciona a radiação da superfície de um material com a radiação de uma superfície negra ideal.

A radiação eletromagnética se propaga segundo linhas retas, desse modo, a radiação emitida por uma superfície nem sempre atinge a outra [Holman, 1983]. Para um objeto

quente no interior de um ambiente grande e as duas considerações acima, a Equação (2.7) torna-se:

$$q_r = F_e \cdot F_G \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4), \text{ ou} \quad (2.8)$$

$$q = \sigma \cdot A_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4), \quad (2.9)$$

sendo,

F_e o fator de emissividade e

F_G a função fator de forma geométrica.

Stockum [1994] referencia Brown e Marco, os quais fornecem o fator F_e que aglutina F_e e F_G para um espaço anelar, pela relação:

$$F_e = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}, \quad (2.10)$$

sendo,

ε_1 e ε_2 as emissividades do varistor e do invólucro e,

A_1 e A_2 as áreas laterais do varistor e do invólucro, em cm^2 .

Özişik [1990] também fornece a equação de transferência de calor por radiação de forma linearizada quando, o módulo de $(T_1 - T_2)$ é muito menor do que T_1 . Desse modo, a Equação (2.7) pode ser escrita como:

$$q_r = hr \cdot A \cdot (T_1 - T_2), \quad (2.11)$$

sendo,

hr o fator de transferência de calor por radiação, dado pela Equação (2.12).

$$hr = 4 \cdot T_1^3 \cdot F_e \cdot \sigma, \quad (2.12)$$

2.3– Método dos volumes finitos

2.3.1 – Histórico

Equações diferenciais ordinárias e parciais aparecem em inúmeros problemas da física e da matemática. Como poucas tem solução analítica possível ou viável, os métodos numéricos aparecem como uma ferramenta extremamente eficiente para sua solução.

Segundo Maliska [1995], o método das diferenças finitas (MDF) sempre foi empregado pelos analistas da área de escoamento de fluidos, enquanto o método dos elementos finitos (MEF) o foi para a área estrutural, na solução de problemas de elasticidade. Os problemas, do ponto de vista físico, são completamente diferentes. Os de escoamento são altamente não-lineares, enquanto os da elasticidade não possuem os termos convectivos, não-lineares, e se assemelham a problemas puramente difusivos de transferência de calor. Foi natural o fato de os pesquisadores do MDF terem se concentrado na tentativa de dominar as não-linearidades dos termos convectivos e no problema do difícil acoplamento entre as equações. Já o MEF sempre teve a vantagem de usar malhas não estruturadas, o que permite que problemas em geometrias complexas possam ser resolvidos.

Até o início da década de 70, tinha-se, portanto o MDF com grande experiência na área de fluidos, mas sem habilidade para tratar geometrias complexas; e o MEF, hábil no tratamento da geometria, mas sem ferramentas para tratar os termos convectivos presentes nas equações do movimento.

Este e outros problemas motivaram pesquisas para o aprimoramento do método dos volumes finitos (MVF), no qual as equações aproximadas são obtidas através de balanços

de conservação da propriedade envolvida (massa, quantidade de movimento, entalpia, etc.) no volume elementar. A possibilidade de associar a interpretação física com a matemática influíu de modo considerável para que praticamente todos os analistas envolvidos com MDF passassem a usar o MVF.

2.3.2 – Introdução ao método dos volumes finitos

No método dos volumes finitos, o volume é dividido em vários volumes de controle não sobrepostos, de modo que haja um nó da malha em cada volume de controle.

Para um pequeno volume de controle num meio homogêneo, como o mostrado na Figura 9, o balanço de energia pode ser escrito como:

Entrada + geração – saída = acumulação

A taxa de condução que entra em cada face é dada por:

$$q_n = -k dA \frac{\partial T}{\partial n}; \quad n = x, y, z, \quad (2.13)$$

sendo,

k a condutividade térmica;

T a temperatura, e;

dA a área da face do volume elementar.

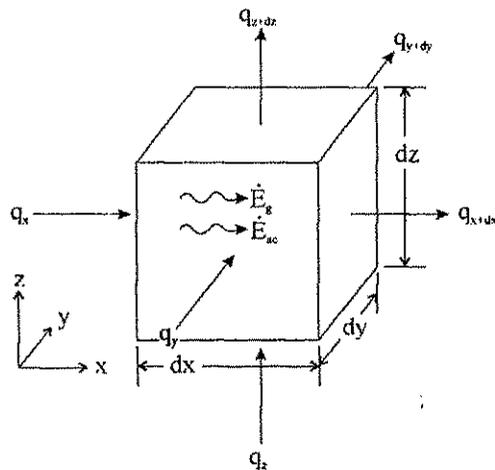


Figura 9 - Balanço de energia por condução num volume de controle infinitesimal.

A taxa de condução saindo de cada face pode ser escrita como:

$$q_{n+dn} = q_n + \frac{\partial q_n}{\partial n} dn; \quad n = x, y, z. \quad (2.14)$$

Quando existe uma fonte de energia dentro do meio, este termo é representado por:

$$\dot{E}_g = \dot{q} dx dy dz, \quad (2.15)$$

sendo,

\dot{q} a taxa de geração por unidade de volume.

A alteração na quantidade de energia térmica acumulada pelo material do volume de controle (variação da energia interna do material) pode ser expressa numa taxa como:

$$\dot{E}_g = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz, \quad (2.16)$$

sendo,

c_p o calor específico, e;

ρ a densidade do material.

Reunindo os termos na equação do balanço e reorganizando, chega-se a Equação (2.17).

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \dot{q}, \quad (2.17)$$

que é a equação geral de conservação de energia escrita em coordenadas cartesianas. A solução da equação fornece o campo de temperatura no interior de um sólido.

A equação pode ser escrita na forma vetorial como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho T) - \nabla \cdot (k \nabla T) = \dot{q}. \quad (2.18)$$

2.3.3– Condução unidimensional transitória

Uma boa forma de visualizar o método é através de um caso de condução unidimensional transitória. Considerando a equação de condução unidimensional com termo fonte dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho T) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + S. \quad (2.19)$$

A malha utilizada é mostrada na Figura 10. A seguir será mostrado o cálculo para um único volume central². Integrando a Equação (2.19) no espaço e no tempo tem-se:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^w \frac{\partial}{\partial t} (\rho T) dx dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^w \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^w S dx dt. \quad (2.20)$$

Expandindo o termo fonte em uma função linear da temperatura:

² As condições de fronteira serão analisadas na próxima parte do trabalho.

$$\int_w^e (\rho T - \rho^0 T^0) dx = \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e - \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} (S_p T_p + S_c) \Delta x dt. \quad (2.21)$$

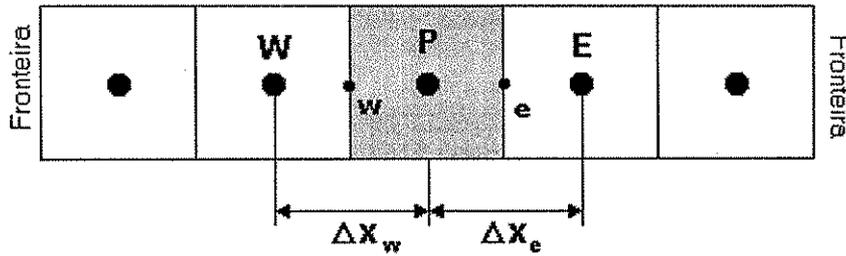


Figura 10 - Malha para o problema unidimensional de condução [Maliska, 1995].

Usando-se o sobrescrito “o” para a função do tempo anterior, e considerando o integrando como a média representativa dentro do volume, tem-se.

$$M_p T_p - M_p^0 T_p^0 = \int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e - \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} (S_p T_p + S_c) \Delta x dt. \quad (2.22)$$

Avaliando a equação no tempo de forma totalmente implícita³ tem-se

$$M_p T_p - M_p^0 T_p^0 = \left[\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e - \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \right] \Delta t + (S_p T_p + S_c) \Delta x \Delta t. \quad (2.23)$$

Devido ao fato de o problema ser apenas de condução, as derivadas da temperatura nas interfaces do volume podem ser avaliadas por uma função linear.

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e = \frac{T_E - T_P}{\Delta x_e}, \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w = \frac{T_P - T_W}{\Delta x_w},$$

³ Neste ponto e no restante do trabalho será utilizada, apenas, a formulação totalmente implícita.

Desse modo, a Equação (2.22) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{M_p T_p}{\Delta t} = \frac{k}{c_p} \left| \frac{T_E}{\Delta x_e} + \frac{k}{c_p} \left| \frac{T_w}{\Delta x_w} + \left[-\frac{k}{c_p \Delta x} \right]_e - \frac{k}{c_p \Delta x} \right|_w \right] T_p + \\ + \frac{M_p^0 T_p^0}{\Delta t} + S_p T_p \Delta x + S_c \Delta x. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Pode-se então escrever a função como:

$$A_p T_p = A_e T_E + A_w T_w + A_p^0 T_p^0 + S_c \Delta x, \quad (2.26)$$

sendo,

$$A_p^0 = \frac{M_p^0}{\Delta t}$$

$$A_e = \frac{k}{c_p \Delta x} \Big|_e$$

$$A_w = \frac{k}{c_p \Delta x} \Big|_w$$

$$A_p = \frac{M_p}{\Delta t} + A_e + A_w - S_p \Delta x.$$

Como os dois últimos termos da Equação (2.26) são conhecidos, ela pode ser agrupada resultando no sistema que deve ser resolvido para se obter a distribuição de temperatura para aquele nível de tempo.

$$A_p T_p = A_e T_E + A_w T_w + B. \quad (2.27)$$

2.3.3.1 – Condições de contorno

A Equação (2.27) representa a condução de calor para um volume genérico, na parte interna do volume. Para se obter o sistema de equações completo é necessário obter as equações dos volumes que estão na fronteira. Para isso o procedimento adotado, é realizar a integração das equações também para os volumes da fronteira, da mesma forma que foi realizada para os volumes internos.

Na Figura 11 pode ser visto um volume de controle da fronteira. O procedimento de obtenção da equação aproximada do ponto P é idêntica a que foi adotada anteriormente. Desconsiderando o termo fonte a equação de condução de calor pode ser vista a seguir.

$$\frac{M_p T_p - M_p^o T_p^o}{\Delta t} = \frac{q_f''}{cp} - \frac{k}{cp \Delta x} \Big|_e (T_p - T_E). \quad (2.28)$$

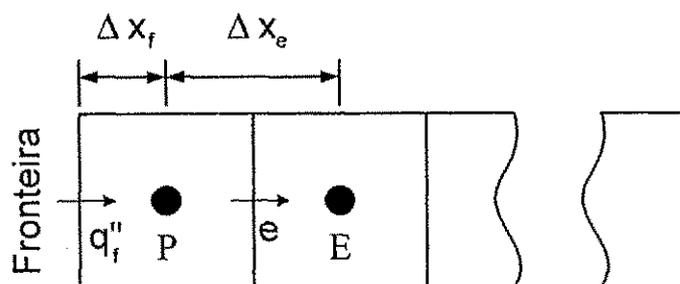


Figura 11 – Representação dos volumes da fronteira [Maliska, 1995].

Na Equação (2.28) o termo q_f'' representa o fluxo de calor existente na respectiva face e deve ser equacionado de acordo com a condição de contorno existente.

- **Temperatura prescrita** – Para este caso o valor do fluxo q_f'' pode ser dado

por:

$$q_f'' = k \frac{T_f - T_p}{\Delta x_f}, \quad (2.29)$$

sendo,

T_f a temperatura especificada na fronteira.

- **Fluxo prescrito** – Nesta condição de contorno o valor do fluxo q_f'' deve ser substituído pelo valor prescrito do fluxo.

$$q_f'' = \text{valor conhecido.} \quad (2.30)$$

- **Convecção** – Na convecção é necessário igualar o calor que chega por convecção com o calor por condução para dentro do volume de fronteira. Conforme pode ser visto na Equação (2.31).

$$q_f'' = h(T_\infty - T_f) = k \frac{T_f - T_p}{\Delta x_f}, \quad (2.31)$$

sendo,

h o coeficiente de transferência de calor por convecção, e;

T_∞ a temperatura do fluido.

Isolando-se T_f na Equação (2.31) e substituindo em um dos termos da mesma equação, obtêm-se a Equação (2.32).

$$q_f'' = \frac{h}{1 + \frac{h \Delta x_f}{k}} (T_\infty - T_p). \quad (2.32)$$

O sistema de condução de calor e as condições de contorno podem ser facilmente extrapolados para o caso bidimensional e tridimensional.

2.3.4– Geração de malhas coincidente com a fronteira

A discretização de malha através de coordenadas cartesianas é muito simples de ser implementada, mas apresenta algumas limitações. A principal delas é que os domínios geralmente encontrados na engenharia apresentam geometria irregular e não podem ser representados de forma adequada. Esta irregularidade pode ser vista com clareza na Figura 12, onde é mostrado o perfil da saia de um pára-raios. Devido a seu perfil não regular é necessário que se faça uma malha que possa se adequar a essa geometria irregular.

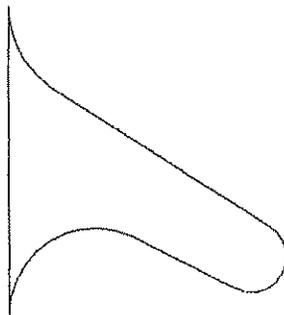


Figura 12 – Perfil da saia de um pára-raios.

Uma geometria física bidimensional complexa qualquer, definida num sistema coordenado cartesiano (x,y) , pode ser mapeada numa geometria regular no sistema (ξ,η) conforme se vê na Figura 13.

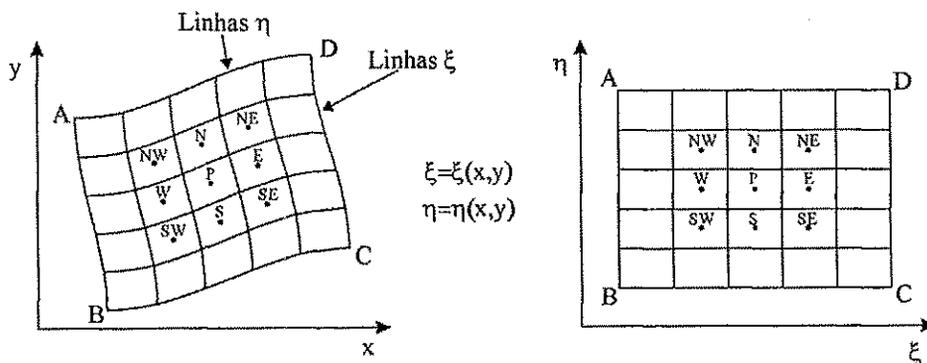


Figura 13 - Planos físico e transformado.

A geometria irregular, definida no plano físico, pode mudar de forma sem que seja alterada sua representação no plano transformado. Assim, escrevendo-se as equações de conservação no sistema transformado, o programa computacional poderá ser desenvolvido para uma geometria fixa no plano computacional. A alteração da geometria do plano físico não acarreta mudanças no programa computacional. As informações sobre a geometria real do problema são fornecidas ao programa através das métricas da transformação $\xi=\xi(x,y)$ e $\eta=\eta(x,y)$ que aparecem nas equações de conservação transformadas.

2.3.4.1 - Sistemas de coordenadas curvilíneas

Na Figura 14 pode ser visto um sistema de coordenadas curvilíneas (ξ,η) referidas ao sistema cartesiano (x,y) . As coordenadas curvilíneas de um ponto são relacionadas ao sistema cartesiano por duas equações de transformação:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi(x, y) \\ \eta &= \eta(x, y). \end{aligned} \tag{2.33}$$

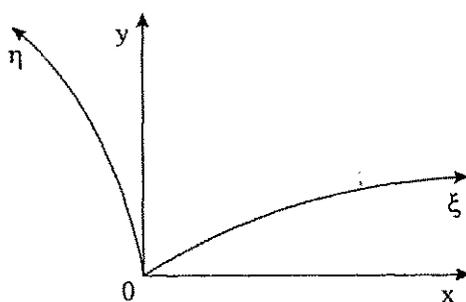


Figura 14 - Sistema de coordenadas curvilíneas [Coutinho, 2002].

As métricas da transformação podem ser obtidas através da função inversa. Os diferenciais em cada eixo coordenado no domínio transformado são dados por

$$d\xi = \xi_x dx + \xi_y dy \tag{2.34}$$

$$d\eta = \eta_x dx + \eta_y dy .$$

Pode-se escrever também na forma matricial como

$$\begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

ou ainda como

$$[d^T] = A[d^F], \quad (2.36)$$

sendo d^T e d^F os diferenciais no domínio transformado e no domínio físico respectivamente.

Através dos diferenciais no plano físico, são encontrados:

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

ou

$$[d^F] = B[d^T]. \quad (2.38)$$

Usando-se as Equações (2.36) e (2.38), pode-se chegar a

$$A = B^{-1} = J \begin{pmatrix} y_\eta & -x_\eta \\ -y_\xi & x_\xi \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

Logo, comparando $[A]$ com $[B]^{-1}$, elemento por elemento, as métricas são dadas

por

$$\begin{aligned} \xi_x &= Jy_\eta \\ \xi_y &= -Jx_\eta \\ \eta_x &= -Jy_\xi \\ \eta_y &= Jx_\xi \end{aligned} \quad (2.40)$$

Sendo

$$J = \det A = \frac{1}{\det B}. \quad (2.41)$$

ou

$$J = (x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi})^{-1}. \quad (2.42)$$

Sendo J o jacobiano da transformação.

As Equações (2.33) representam a transformação do sistema (x,y) para o sistema (ξ,η) . O teorema da função inversa, que permitiu a obtenção das relações dadas pelas Equações (2.40), admite a existência da inversa da transformação dada por:

$$\begin{aligned} x &= x(\xi, \eta) \\ y &= y(\xi, \eta), \end{aligned} \quad (2.43)$$

sendo as métricas da função inversa dadas por:

$$\begin{aligned} x_{\xi} &= \frac{1}{J}(\eta_y) \\ x_{\eta} &= -\frac{1}{J}(\xi_y) \\ y_{\xi} &= -\frac{1}{J}(\eta_x) \\ y_{\eta} &= \frac{1}{J}(\xi_x). \end{aligned} \quad (2.44)$$

2.3.4.2- Geração do sistema de coordenadas curvilíneas

Existem métodos algébricos e diferenciais para obtenção das malhas. Neste trabalho será empregado o método de geração que usa equações diferenciais parciais elípticas de Laplace, Equações (2.45). Estas são usadas devido a suas propriedades de suavização, ou seja, a solução obtida da equação elíptica não propaga as descontinuidades da fronteira no

condução de calor, etc., são governados por equações diferenciais parciais elípticas e, portanto, possuem como soluções iso-superfícies que podem ser empregadas como superfícies coordenadas, garantindo que duas linhas coordenadas não se interceptem, o que é obrigatório em malhas estruturadas.

$$\begin{aligned}\nabla^2 \xi &= 0 \\ \nabla^2 \eta &= 0.\end{aligned}\tag{2.45}$$

Uma região bidimensional irregular no plano físico (x,y) pode ser mapeada em uma região regular no plano computacional, em coordenadas generalizadas (ξ,η) , através da especificação dos valores das coordenadas ξ e η em todos os segmentos da fronteira da geometria física. Como resultado, a correspondência entre as coordenadas (x,y) e (ξ,η) são conhecidas em todos os segmentos da fronteira da região nos domínios físico e computacional. Esses valores de fronteira já definidos no início do problema é que serão usados como condições de contorno para a geração da malha.

O problema matemático da transformação de coordenadas consiste na determinação da correspondência entre as coordenadas (x,y) e (ξ,η) nos pontos internos das regiões física e computacional.

Quando se gera uma malha próxima a fronteiras irregulares côncavas ou convexas como as mostradas na Figura 15, o resultado obtido poderá não ser satisfatório devido a possibilidade de um indesejável afastamento de linhas nas fronteiras côncavas, como na Figura 15(a), e sua concentração em fronteiras convexas, como na Figura 15(b). Para resolver este problema torna-se necessária a introdução das chamadas funções de controle nas equações de geração da malha, assumindo a seguinte forma:

$$\nabla^2 \xi = P(\xi, \eta) \quad (2.46)$$

$$\nabla^2 \eta = Q(\xi, \eta).$$

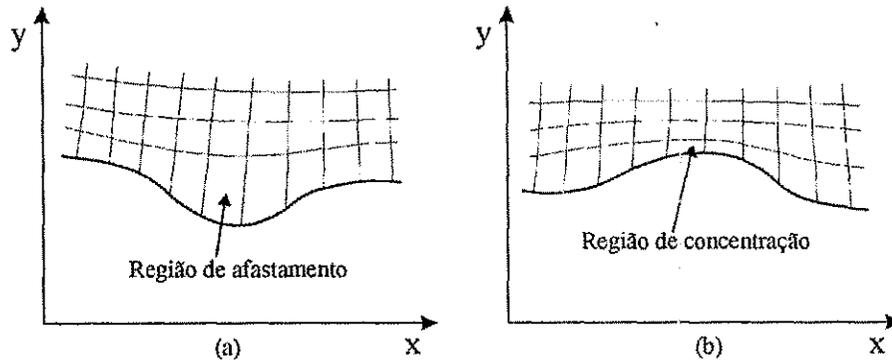


Figura 15 - Comportamento da equação de Laplace junto a superfícies convexas e côncavas.

As funções de controle usadas neste trabalho para P e Q foram propostas por Thompson [1974], sendo mostradas a seguir:

$$P(\xi, \eta) = - \sum_{j=1}^N a_j \text{sign}(\xi - \xi_j) \exp^{-c_j |\xi - \xi_j|} - \sum_{i=1}^M b_i \text{sign}(\xi - \xi_i) \exp^{-d_i \left[(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.47)$$

$$Q(\xi, \eta) = - \sum_{j=1}^{N^*} a_j^* \text{sign}(\eta - \eta_j) \exp^{-c_j^* |\eta - \eta_j|} - \sum_{i=1}^{M^*} b_i^* \text{sign}(\eta - \eta_i) \exp^{-d_i^* \left[(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.48)$$

Sendo (ξ_j, η_j) as linhas para as quais todas as outras linhas serão atraídas e (ξ_i, η_i) os pontos para os quais as linhas serão atraídas. O primeiro termo das equações de P e Q é responsável pela atração entre linhas coordenadas e o segundo termo, por sua vez, atrai as

linhas para os pontos escolhidos. Os coeficientes a_j , c_j , b_i e d_i (a_j^* , c_j^* , b_i^* e d_i^*) podem ser ajustados de forma a se obter a melhor malha possível.

2.3.4.3 - Transformação das equações de geração

A metodologia mais utilizada é a solução das equações geradoras do sistema coordenado, Equação (2.46), também no sistema de coordenadas curvilíneas. Assim, tanto as equações geradoras como aquelas do problema físico, são resolvidas no plano transformado. Torna-se necessário transformar as equações geradoras para o sistema (ξ, η) .

Partindo-se delas,

$$\nabla^2 \xi = P(\xi, \eta) \tag{2.49}$$

$$\nabla^2 \eta = Q(\xi, \eta),$$

As Equações (2.49) pode ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \tag{2.50}$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta).$$

Desenvolvendo-se matematicamente conforme descrito em Maliska [1995], chega-se a seguinte equação:

$$\alpha x_{\xi\xi} + \gamma x_{\eta\eta} - 2\beta x_{\xi\eta} + \left(\frac{1}{J^2}\right)(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) = 0 \tag{2.51}$$

$$\alpha y_{\xi\xi} + \gamma y_{\eta\eta} - 2\beta y_{\xi\eta} + \left(\frac{1}{J^2}\right)(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) = 0,$$

sendo,

$$\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2 \tag{2.52}$$

$$\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2$$

$$\beta = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta}$$

α , β e γ são responsáveis pelas relações geométricas entre os domínios computacional e físico, (métricas de transformação).

As métricas da transformação α , β e γ , bem como o jacobiano, têm significados físicos bastante importantes. O valor de α está relacionado com um comprimento ao longo do eixo coordenado η , enquanto que γ está relacionado com um comprimento ao longo do eixo coordenado ξ . O coeficiente β indica o grau de não-ortogonalidade entre as linhas ξ e η , ou seja, quando ξ e η são ortogonais em um determinado ponto, tem-se β nulo. O inverso do Jacobiano representa a área do elemento no plano físico.

As Equações (2.51) possuem como variáveis dependentes as coordenadas (x,y) e independentes (ξ,η) . A solução da equação fornecerá os pontos (x,y) do novo sistema de coordenadas. As Equações (2.51) e (2.52) podem ser resolvidas numericamente partindo-se de condições de contorno pré estabelecidas.

2.3.4.4 - Condições de contorno

Como x e y são as variáveis dependentes nas equações transformadas, são para elas que deverão ser especificadas as condições de contorno que definem a geometria do problema. Na Figura 16 pode-se ver um exemplo de como alguns pontos (x,y) podem definir as fronteiras num plano. No plano transformado mostrado na Figura 17 estes pontos aparecem sobre os segmentos \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} e \overline{DA} . No plano transformado, todos os valores de x e y são conhecidos sobre a fronteira e serão usados como condições de

contorno para as equações de geração. A solução do problema estabelece os valores das coordenadas (x,y) em cada ponto da malha (ξ,η) no plano computacional.

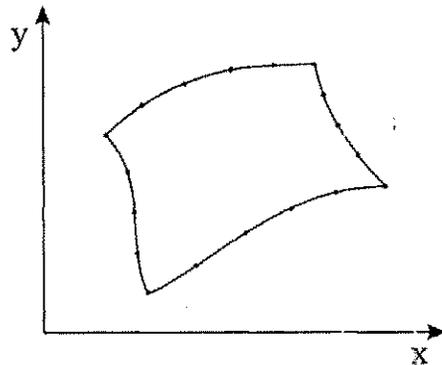


Figura 16 - Condições de contorno para x e y .

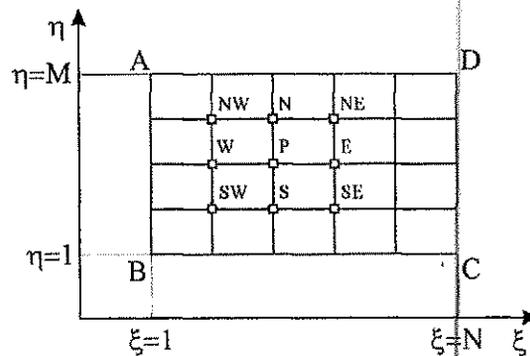


Figura 17 - Condições de contorno para x e y no plano transformado.

Neste procedimento, ξ e η são as variáveis independentes e podem receber quaisquer valores. Pode-se atribuir a ξ valores de 1 a N , sendo N o número de linhas ξ do domínio conforme mostrado na Figura 17. Assim, o valor de $\Delta\xi$ poderá ser igual à unidade, o que simplifica bastante os cálculos. Da mesma maneira, pode-se admitir que o valor de $\Delta\eta$ seja igual à unidade.

2.3.4.5 - Solução numérica das equações de geração transformadas

O passo seguinte é a resolução das Equações (2.51) para se determinar x e y dos pontos internos simbolizados pelo ponto P na Figura 17. Escrevendo as equações para uma variável genérica ϕ , onde ϕ representa x e y, temos:

$$\alpha\phi_{\xi\xi} + \gamma\phi_{\eta\eta} - 2\beta\phi_{\xi\eta} + \frac{1}{J}(P\phi_{\xi} + Q\phi_{\eta}) = 0. \quad (2.53)$$

Para resolver esta equação deve-se buscar uma aproximação numérica para seus termos. Empregando diferenças finitas tem-se:

$$\begin{aligned} \phi_{\eta\eta} &= \frac{\phi_N + \phi_S - 2\phi_P}{\Delta\eta^2}, \\ \phi_{\xi\xi} &= \frac{\phi_E + \phi_W - 2\phi_P}{\Delta\xi^2}, \\ \phi_{\xi} &= \frac{\phi_E - \phi_W}{2\Delta\xi}, \\ \phi_{\eta} &= \frac{\phi_N - \phi_S}{2\Delta\eta}, \\ \phi_{\xi\eta} &= \frac{\phi_{NE} + \phi_{SW} - \phi_{SE} - \phi_{NW}}{4\Delta\xi\Delta\eta}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Com estas equações substituídas na Equação (2.53) encontra-se a equação aproximada para o termo ϕ , dada por

$$\begin{aligned} A_P\phi_P &= A_E\phi_E + A_W\phi_W + A_N\phi_N + A_S\phi_S + \\ &A_{NE}\phi_{NE} + A_{SE}\phi_{SE} + A_{NW}\phi_{NW} + A_{SW}\phi_{SW}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Onde os coeficientes são dados por

$$A_P = 2(\alpha + \gamma) \quad (2.56)$$

$$A_E = \alpha + \frac{P}{2J^2}$$

$$A_W = \alpha - \frac{P}{2J^2}$$

$$A_N = \gamma + \frac{Q}{2J^2}$$

$$A_S = \gamma - \frac{Q}{2J^2}$$

$$A_{NE} = -\frac{\beta}{2}$$

$$A_{SE} = \frac{\beta}{2}$$

$$A_{NW} = \frac{\beta}{2}$$

$$A_{SW} = -\frac{\beta}{2}$$

O sistema linear $[A][\phi] = [B]$ deverá ser então resolvido utilizando-se um método iterativo. Computados os valores de x e y para todas as interseções das linhas ξ e η , a malha estará determinada.

2.3.5- Transformação das equações de conservação

Após a obtenção do sistema coordenado é necessário realizar a transformação das equações de conservação do sistema cartesiano de coordenadas para o sistema generalizado.

Seja a seguinte equação de conservação escrita na forma vetorial:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F} = S, \tag{2.57}$$

ou na forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = S, \quad (2.58)$$

Sendo que para uma geometria bidimensional:

$$\vec{F} = E\vec{i} + F\vec{j}; \quad (2.59)$$

$$Q = \rho T; \quad (2.60)$$

$$E = -\frac{k}{cp} \frac{\partial T}{\partial x}; \quad (2.61)$$

$$F = -\frac{k}{cp} \frac{\partial T}{\partial y}; \quad (2.62)$$

A transformação necessária é dada pelas seguintes relações $\xi = \xi(x, y)$, $\eta = \eta(x, y)$ e

$\tau = t$. Usando a regra da cadeia, as derivadas das componentes do fluxo resultam em:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial \xi} \xi_x + \frac{\partial E}{\partial \eta} \eta_x. \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial \xi} \xi_y + \frac{\partial F}{\partial \eta} \eta_y. \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial \tau} \tau_t. \quad (2.65)$$

Introduzindo estes termos na Eq. (2.58) e dividindo pelo J, aparecerão termos do tipo:

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_x}{J} \right), \frac{\partial F}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_y}{J} \right), \frac{\partial Q}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \right), \text{ etc.} \quad (2.66)$$

Para que as métricas e o jacobiano fiquem dentro do sinal da derivada somam-se e subtraem-se termos do tipo:

$$E \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_x}{J} \right), F \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_y}{J} \right), Q \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{J} \right), \text{ etc.} \quad (2.67)$$

A equação resulta em

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{Q}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_x E + \xi_y F}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\eta_x E + \eta_y F}{J} \right) = \frac{S}{J}. \quad (2.68)$$

Substituindo na Eq. (2.68) os valores de E e F, é obtida a equação a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\rho T}{J} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \left(\xi_x \frac{\partial T}{\partial x} + \xi_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) \frac{K}{cpJ} \right\} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \left(\eta_x \frac{\partial T}{\partial x} + \eta_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) \frac{k}{cpJ} \right\} + \frac{S}{J}. \quad (2.69)$$

Usando a regra da cadeia para expandir os termos da função ϕ em função das coordenadas x, y e z encontra-se:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\rho T}{J} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{k}{cp} J \alpha \frac{\partial T}{\partial \xi} - \frac{k}{cp} J \beta \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{k}{cp} J \gamma \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{k}{cp} J \beta \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \hat{S}, \quad (2.70)$$

sendo os termos α , β e γ as métricas da transformação. A Equação (2.70) é a equação geral que determina o transporte de energia por condução.

O termo do lado esquerdo da equação mostra a variação de T com o tempo no volume de controle enquanto que os termos do lado direito representam os fluxos difusivos de T através das linhas ξ e η , respectivamente.

2.3.6 - Obtenção das equações aproximadas

Depois de se obter a equação de conservação transformada do domínio físico (x,y) para o domínio transformado (ξ,η), o passo seguinte é a integração.

2.3.6.1 - Integração das equações

A integração realizada com relação ao tempo (τ) e ao espaço (ξ e η), para o volume elementar P mostrado na Figura 18 resulta em:

$$\begin{aligned} \iiint_{\xi \eta \tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\rho \frac{T}{J} \right) d\tau d\eta d\xi &= \iiint_{\xi \eta \tau} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{k}{cp} J \alpha \frac{\partial T}{\partial \xi} - \frac{k}{cp} J \beta \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) d\tau d\eta d\xi \\ &+ \iiint_{\xi \eta \tau} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{k}{cp} J \gamma \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{k}{cp} J \beta \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) d\tau d\eta d\xi + \iiint_{\xi \eta \tau} \hat{S} d\tau d\eta d\xi. \end{aligned} \quad (2.71)$$

A Equação (2.72) pode ser reescrito conforma pode ser visto na Equação (2.72)

$$\begin{aligned} \frac{\rho_P T_P - \rho_P^o T_P^o}{J_P} \frac{\Delta \eta \Delta \xi}{\Delta t} &= \alpha_e J_e \frac{k}{cp} \Delta \eta \left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_e - \beta_e J_e \frac{k}{cp} \Delta \eta \left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_e \\ - \alpha_w J_w \frac{k}{cp} \Delta \eta \left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_w &+ \beta_w J_w \frac{k}{cp} \Delta \eta \left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_w + \gamma_n J_n \frac{k}{cp} \Delta \xi \left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_n - \\ - \beta_n J_n \frac{k}{cp} \Delta \xi \left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_n &- \gamma_s J_s \frac{k}{cp} \Delta \xi \left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_s + \beta_s J_s \frac{k}{cp} \Delta \xi \left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_s + L[\hat{S}]_P \Delta \eta \Delta \xi. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Sendo que o sobrescrito “o” significa que as propriedades do ponto P são tomadas no instante anterior, $L[\hat{S}]_P$ é uma aproximação numérica para o termo fonte e o subscrito nas variáveis J, α , β e γ indica a região onde estes devem ser calculados.

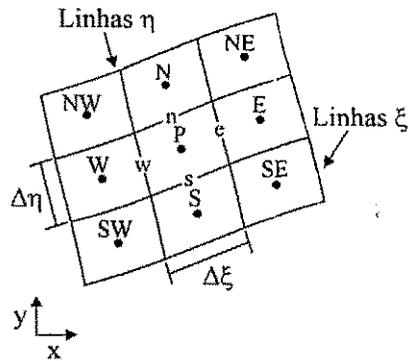


Figura 18 - Volume elementar para realização da integração.

As derivadas das temperaturas nas faces da Equação (2.72) podem ser calculadas por aproximação via diferenças centrais, ou seja,

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_e = \frac{T_E - T_P}{\Delta \xi},$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_w = \frac{T_P - T_W}{\Delta \xi},$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_n = \frac{T_N - T_P}{\Delta \eta},$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_s = \frac{T_P - T_S}{\Delta \eta},$$

(2.73)

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_n = \frac{T_E + T_{NE} - T_W - T_{NW}}{4\Delta \xi},$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \xi} \right|_s = \frac{T_E + T_{SE} - T_W - T_{NW}}{4\Delta \xi},$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_e = \frac{T_N + T_{NE} - T_S - T_{SE}}{4\Delta \eta},$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_w = \frac{T_N + T_{NW} - T_S - T_{SW}}{4\Delta \eta}.$$

Substituindo os termos das Equações (2.73) na Equação (2.72) e definindo os termos:

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \alpha J \frac{k}{cp} \\
 D_2 &= \beta J \frac{k}{cp} \\
 D_3 &= \alpha \gamma \frac{k}{cp}.
 \end{aligned}
 \tag{2.74}$$

Pode-se escrever a Equação (2.72) da forma:

$$\begin{aligned}
 \frac{\rho_p T_p - \rho_p^o T_p^o}{J_p} \frac{\Delta \eta \Delta \xi}{\Delta t} &= D_{1e} \Delta \eta \left(\frac{T_E - T_P}{\Delta \xi} \right) - D_{2e} \Delta \eta \left(\frac{T_N + T_{NE} - T_S - T_{SE}}{4 \Delta \eta} \right) - \\
 D_{1w} \Delta \eta \left(\frac{T_P - T_W}{\Delta \xi} \right) &+ D_{2w} \Delta \eta \left(\frac{T_N + T_{NW} - T_S - T_{SW}}{4 \Delta \eta} \right) + \\
 D_{2n} \Delta \xi \left(\frac{T_E + T_{NE} - T_W - T_{NW}}{4 \Delta \xi} \right) &+ D_{3n} \Delta \xi \left(\frac{T_N - T_P}{\Delta \eta} \right) + \\
 D_{2s} \Delta \xi \left(\frac{T_E + T_{SE} - T_W - T_{SW}}{4 \Delta \xi} \right) &- D_{3s} \Delta \xi \left(\frac{T_P - T_S}{\Delta \eta} \right) + L [\hat{S}]_p \Delta \xi.
 \end{aligned}
 \tag{2.75}$$

Reorganizando, pode-se facilmente escrever na forma discretizada:

$$\begin{aligned}
 A_P T_P &= A_W T_W + A_E T_E + A_S T_S + A_N T_N + \\
 A_{SW} T_{SW} &+ A_{SE} T_{SE} + A_{NW} T_{NW} + A_{NE} T_{NE} + B,
 \end{aligned}
 \tag{2.76}$$

sendo os coeficientes dados por:

$$\begin{aligned}
 A_P &= \frac{\rho_p \Delta \eta \Delta \xi}{J_p \Delta t} + \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} (D_{1e} + D_{1w}) + \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} (D_{3n} + D_{3s}) \\
 A_W &= \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} D_{1w} + \frac{1}{4} (D_{2n} - D_{2s}) \\
 A_E &= \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} D_{1e} + \frac{1}{4} (D_{2s} - D_{2n}) \\
 A_N &= \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} D_{3n} + \frac{1}{4} (D_{2w} - D_{2e}) \\
 A_S &= \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} D_{3s} + \frac{1}{4} (D_{2e} - D_{2w}) \\
 A_{SW} &= -\frac{1}{4} (D_{2w} + D_{2s}) \\
 A_{NW} &= \frac{1}{4} (D_{2w} + D_{2n}) \\
 A_{NE} &= -\frac{1}{4} (D_{2e} + D_{2n}) \\
 A_{SE} &= \frac{1}{4} (D_{2e} + D_{2s}) \\
 B &= \frac{\rho_p^\circ \Delta \xi \Delta \eta}{J_p \Delta t} T_p^\circ
 \end{aligned} \tag{2.77}$$

Cada volume interno do domínio terá uma equação como a Equação (2.76). A resolução do problema será obtida através da solução do sistema linear composto pelo conjunto destas equações.

Terceiro Capítulo

Metodologia

3.1 – Introdução

O pára-raios de óxido de zinco apresenta uma configuração muito próxima da apresentada na Figura 19. Apesar da configuração ser relativamente simples, ela apresenta algumas singularidades.

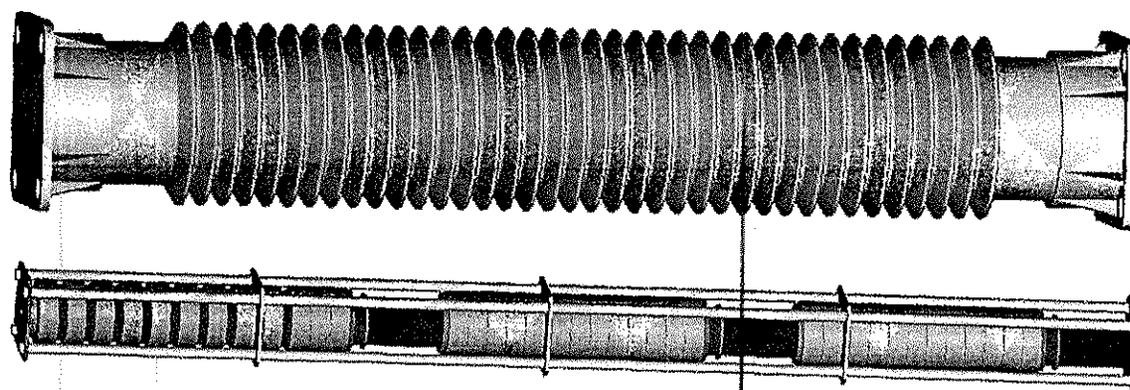


Figura 19 – Configuração real de um pára-raios.

Para que todas as singularidades da configuração real do pára-raios fossem contempladas, seria necessária a formulação do problema levando-se em conta a sua forma tridimensional. Uma abordagem do problema com malha tridimensional aumentaria bastante a complexidade do problema sem um aumento significativo na qualidade das soluções. Por estes motivos foi adotada uma configuração baseada na simetria axial que o pára-raios possui. Devido à simetria axial o pára-raios pode ser representado apenas por sólidos de revolução, facilitando em alto grau a resolução do problema. A abordagem do

problema, por sólidos de revolução também foi usada por Dias Pinto et al [1998] e por Costa [1999]. A representação apenas por sólidos de revolução pode ser visto na Figura 20. Apesar das simplificações as saias ainda apresentam um formato que necessita a sua representação por coordenadas generalizadas.

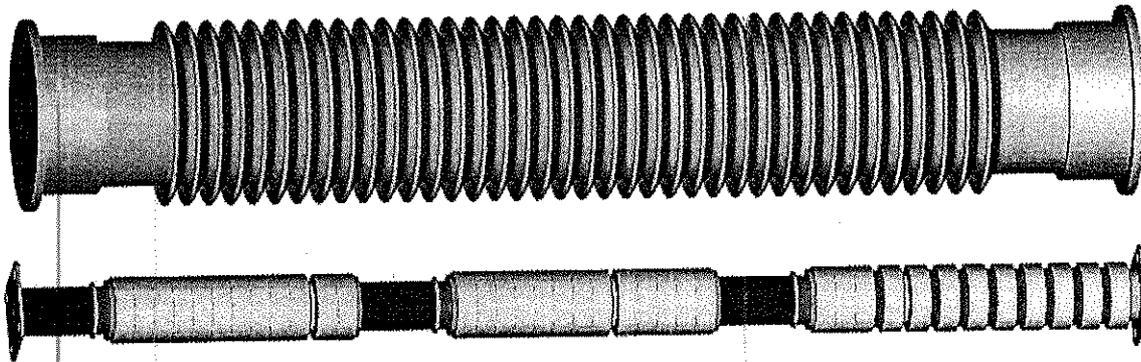


Figura 20 – Configuração simplificada de um pára-raios.

3.2 – Obtenção das equações com simetria cilíndrica

Para realizar o balanço de energia de um sólido de revolução com uma malha bidimensional é necessário reescrever as equações de condução de calor para o caso de se considerar o novo volume de controle, ou seja, o volume de controle em coordenadas cilíndricas, conforme pode ser visto na Figura 21.

Para o cálculo da transferência de calor em coordenadas cilíndricas, parte-se da equação de transferência de calor em coordenadas cilíndricas dada por Özışik [1990]. Para simplificar os cálculos foi considerada a equação sem termo fonte.

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{c_p} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (3.1)$$

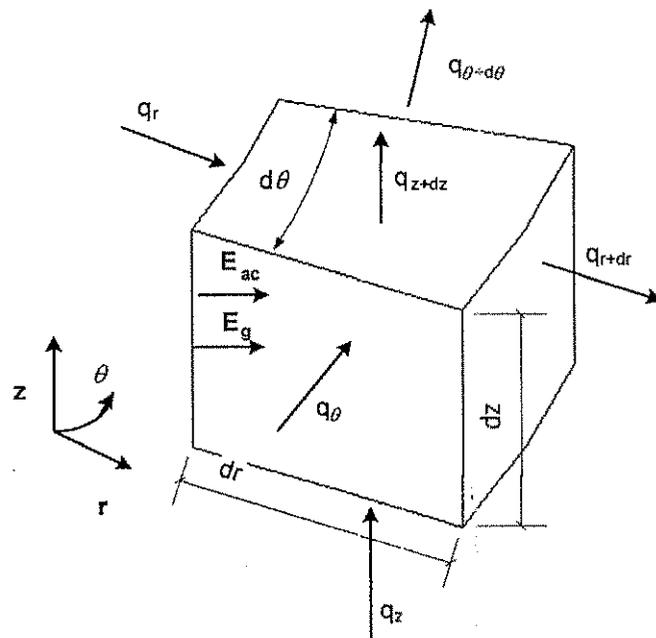


Figura 21 – Volume de controle para coordenadas cilíndricas.

Conforme visto no capítulo anterior é realizada a integração da equação de transferência de calor no volume e no tempo.

$$\int_V \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} dt r dr d\theta dz = \int_V \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{c_p} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) r dr d\theta dz dt \quad (3.2)$$

$$+ \int_V \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) r dr d\theta dz dt + \int_V \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial z} \right) r dr d\theta dz dt.$$

Levando em consideração que não há fluxo de calor na direção de θ e considerando $\Delta\theta$ igual a 1, a integral em (3.2) resulta em:

$$\left(\rho T_p - \rho T_p^o \right) r \Delta r \Delta z = \frac{k}{c_p} \Delta z \Delta t \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_e - \frac{k}{c_p} \Delta z \Delta t \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_w \quad (3.3)$$

$$+ \frac{k}{c_p} \Delta t r_p \Delta r \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_n - \frac{k}{c_p} \Delta t r_p \Delta r \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_s.$$

Aproximando as derivadas por diferenças centrais, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_e &= \frac{T_E - T_P}{\Delta r} \\ \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_w &= \frac{T_P - T_W}{\Delta r} \\ \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_n &= \frac{T_N - T_P}{\Delta z} \\ \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_s &= \frac{T_P - T_S}{\Delta z} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Substituindo a Equação (3.4) na Equação (3.3), obtêm-se.

$$\begin{aligned} (\rho T_P - \rho T_P^o) \frac{r \Delta r \Delta z}{\Delta t} &= \frac{k}{cp} \Delta z \left(r_e \frac{T_E - T_P}{\Delta r} \right) - \frac{k}{cp} \Delta z \left(r_w \frac{T_P - T_W}{\Delta r} \right) \\ &+ \frac{k}{cp} r_p \Delta r \left(\frac{T_N - T_P}{\Delta z} \right) - \frac{k}{cp} r_p \Delta r \left(\frac{T_P - T_S}{\Delta z} \right). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Resultando na equação que pode ser escrita na forma.

$$A_p T_P = A_e T_E + A_w T_W + A_n T_N + A_s T_S + A_p^o T_P^o. \quad (3.6)$$

sendo,

$$\begin{aligned} A_e &= \frac{k r_e \Delta z}{cp \Delta r} & A_s &= \frac{k r_p \Delta r}{cp \Delta z} \\ A_w &= \frac{k r_w \Delta z}{cp \Delta r} & A_p^o &= \frac{r_p \Delta r \Delta z}{\Delta t} \\ A_n &= \frac{k r_p \Delta r}{cp \Delta z} & A_p &= A_p^o + A_e + A_w + A_n + A_s \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.3– A técnica de “multiblocos”

Em muitos problemas é impossível obter um sistema coordenado curvilíneo cujo mapeamento se dê em um único bloco. Geometrias com protuberâncias necessitam de uma discretização formada por dois sistemas coordenados independentes formando dois blocos. O uso de multiblocos evita a técnica de gerar uma malha que englobe toda a geometria, com o posterior bloqueio de volumes que se encontram fora da superfície [Maliska, 1995].

A solução de problemas com o uso de multiblocos consiste em resolver o problema com a técnica de bloco único aplicada diversas vezes para blocos diferentes.

Segundo Maliska [1995], existem três maneiras básicas de se efetuar o uso da técnica, *volumes sobrepostos*, *volumes coincidentes* e *volumes não-coincidentes*.

3.3.1 – Volumes sobrepostos

Um das técnicas usadas na resolução do problema de multiblocos é a sobreposição de volumes. Na Figura 22 pode ser visto um domínio a ser resolvido.

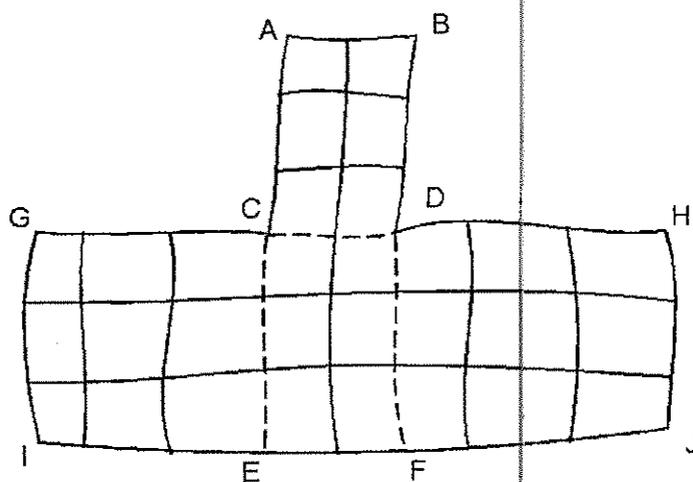


Figura 22 – Discretização em multiblocos [Maliska, 1995].

Para se resolver o problema divide-se o domínio em dois domínios com volumes coincidentes, Figura 23. Onde pode ser visto que a região no domínio \overline{CDEF} é comum aos dois blocos. O problema é resolvido em cada bloco separadamente usando a resposta do outro bloco como condições de contorno. A sobreposição de volumes faz com que a transferência de informação seja mais eficiente tornando o processo mais estável. A desvantagem da sobreposição de volumes é o uso elevado de memória e a dificuldade de gerar uma malha mais geral.

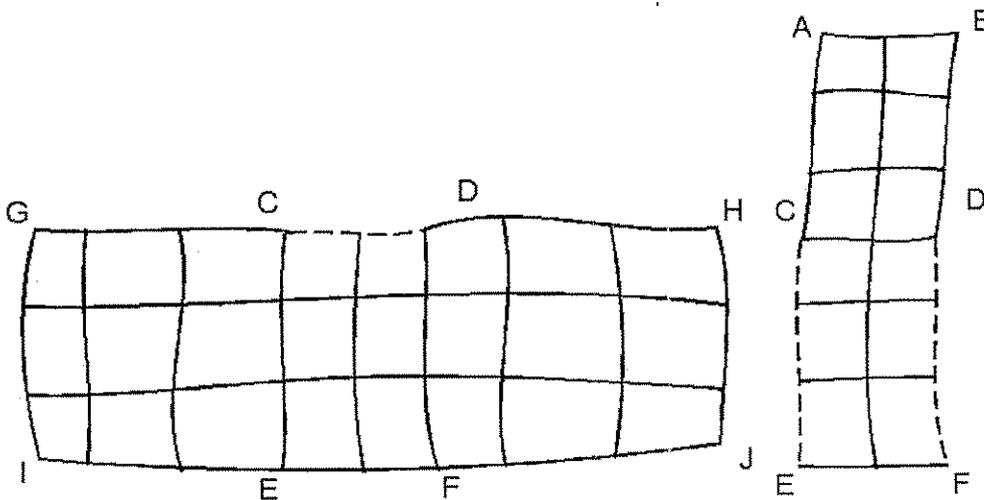


Figura 23 – Domínios usados para solução [Maliska, 1995].

3.3.2 – Volumes coincidentes

A técnica de volumes coincidentes não usa a sobreposição de volumes para representar o domínio. Para solucionar o problema é necessário que os blocos possuam uma malha de tamanhos semelhantes. Na Figura 24 pode ser visto a interface entre dois blocos. Os volumes de controle devem ter tamanhos semelhantes para que as informações possam

passar de um volume para o outro. Devido a semelhança da malha o usuário pode usar as equações usadas para um único bloco, levando em conta apenas a diferença de material.

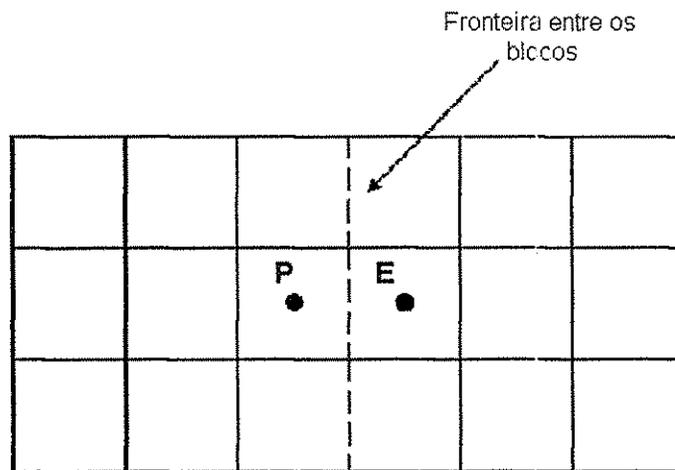


Figura 24 – Interface com volumes coincidentes com a fronteira.

3.3.3 – Volumes não-coincidentes

Outra técnica adotada que não usa a sobreposição de volumes é a técnica dos volumes não coincidentes. Essa técnica se assemelha a de volumes coincidentes, mas com a diferença que as malhas dos blocos podem ser diferentes, conforme pode ser visto na Figura 25. A técnica consiste em criar um volume fictício no outro domínio. A temperatura usada para o valor do volume fictício é uma interpolação dos volumes que ele intercepta. Segundo Maliska [1995] uma simplificação que confere bons resultados é atribuir ao ponto fictício S o valor da temperatura do ponto mais próximo de S . A aproximação vai ficando menos grave a medida que for aumentando o refinamento da malha.

Devido a facilidade de implementação e a possibilidade de representar malhas diferentes para diferentes domínios do problema, a técnica de multiblocos com volumes não coincidentes foi a escolhida para ser implementada na rotina.

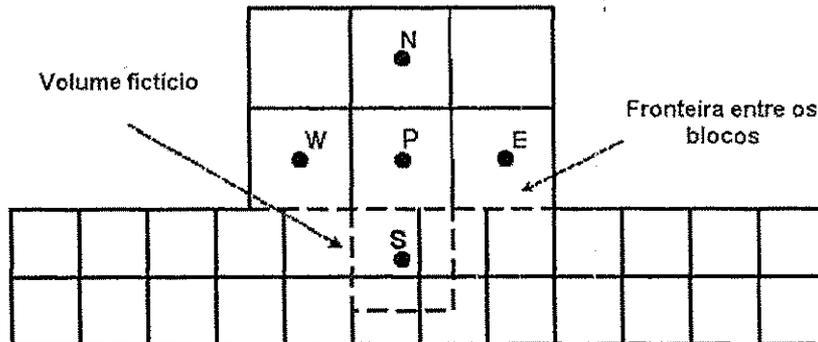


Figura 25 – Interface com volumes não coincidentes.

3.4 – Representação do pára-raios

A representação do pára-raios no domínio computacional é feita usando a técnica de multiblocos. Cada bloco corresponde a uma determinada parte do pára-raios e apresenta características próprias, tais como:

- Tamanho;
- Malha;
- Constantes de material;
- Condições de contorno;
- Presença ou não de geração interna;
- Informações sobre troca de calor com blocos vizinhos;
- Temperatura inicial.

Usando a representação simplificada do pára-raios mostrada na Figura 20 pode ser visto que apenas as saias possuem um perfil que não pode ser representado por coordenadas retangulares. Como todos os blocos pertencentes ao pára-raios, com exceção das saias, podem ser representados por cilindros não é necessário realizar um cálculo da malha por coordenadas generalizadas. A malha dos blocos internos é calculada como uma malha retangular, distribuída uniformemente pelo domínio do bloco. Reduzindo, dessa forma, o esforço computacional.

3.4.1 – Representação das saias

O uso da técnica de multiblocos facilita bastante a representação da configuração do pára-raios. Mas deve ser dada uma atenção especial as saias. Estas apresentam características próprias que devem ser levadas em consideração na execução do problema. Todas as saias são idênticas⁴, mudando apenas a posição vertical das mesmas. Além de que, as saias não possuem geração interna, e possuem como condição de contorno convecção apenas na parte superior, inferior e a direita da saia.

Devido a regularidade da saia só se faz necessário calcular a malha de apenas uma das saias, e deslocar essa malha verticalmente para representar as demais saias. Da mesma forma, só é necessário calcular os termos da Equação (2.76) para uma das saias, já que os mesmos serão idênticos para todas as saias restantes.

Desse modo o processo é realizado seguindo os seguintes passos:

Primeiramente é realizada a entrada de dados de uma saia padrão, isto é, a entrada dos pontos das fronteiras.

⁴ Os pára-raios utilizados nos experimentos deste trabalho apresentam todas as saias idênticas.

Logo após a entrada de dados é gerada uma malha preliminar para ser usada como condição inicial ao algoritmo de geração de malha. Uma malha preliminar de uma saia pode ser vista na Figura 26.

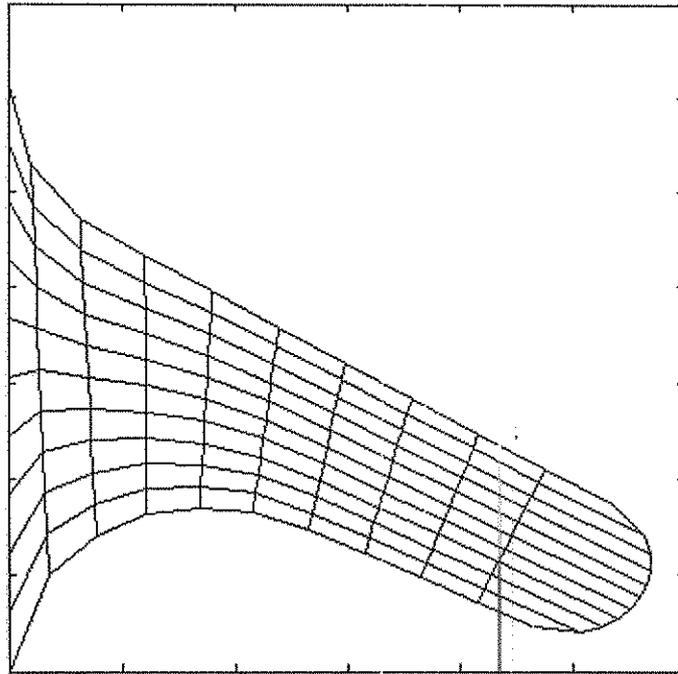


Figura 26 – Condição inicial para a resolução da malha

Para o cálculo da malha foi utilizada a função de atração das Equações (2.47) e (2.48), modificadas. Como é essencial que haja atração apenas para as linhas externas, principalmente a ponta da saia, foi suprimida a última parte das equações. A última parte da equação é responsável pela atração a algum ponto específico, o que não é requerido neste caso. Desse modo as Equações (2.47) e (2.48) podem ser re-escritas da seguinte maneira.

$$P(\xi, \eta) = -\sum_{j=1}^N a_j \text{sign}(\xi - \xi_j) \exp^{-c_j |\xi - \xi_j|} \quad (3.8)$$

$$Q(\xi, \eta) = -\sum_{j=1}^{N^*} a_j^* \text{sign}(\eta - \eta_j) \exp^{-c_j^* |\eta - \eta_j|} \quad (3.9)$$

Na Figura 27 pode ser vista uma malha gerada sem o uso das equações de atração.

Na Figura 28 pode ser visto a mesma malha com o uso das equações de atração.

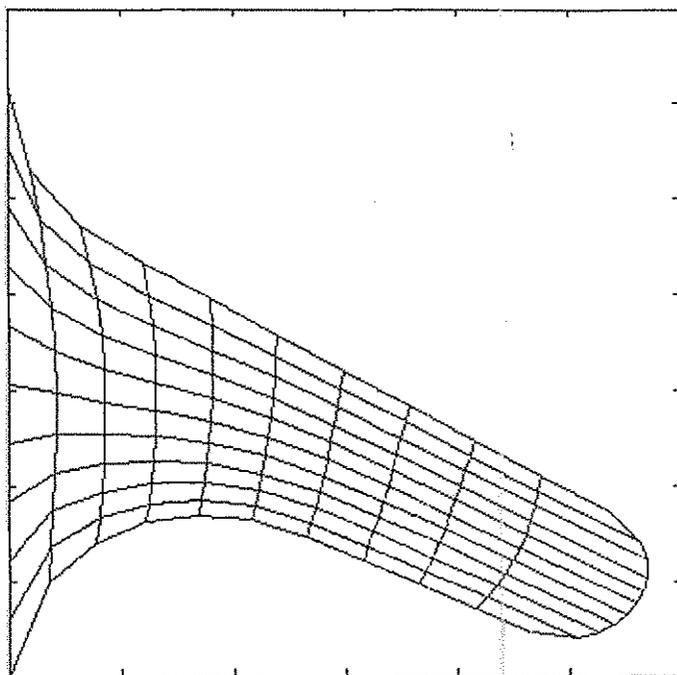


Figura 27 – Malha gerada sem o uso das equações de atração.

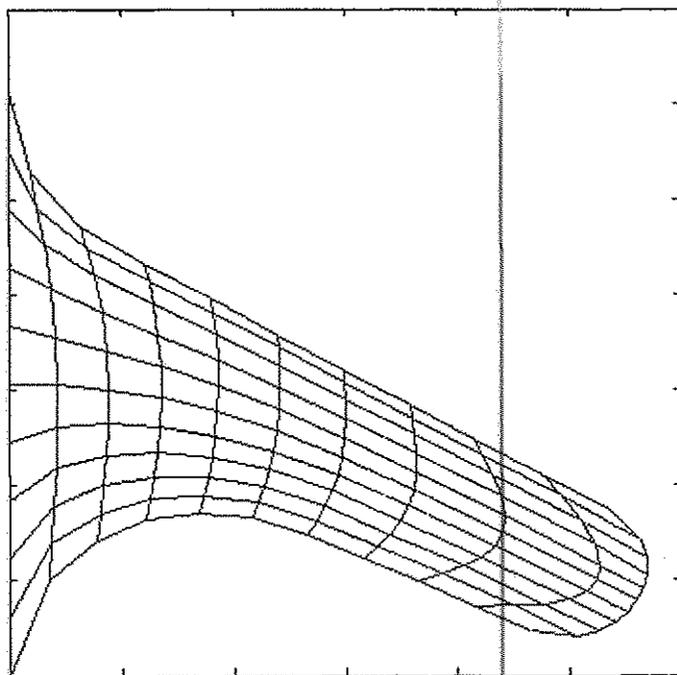


Figura 28 – Malha calculada usando as equações de atração.

Após o cálculo da malha principal, é calculado as métricas da Equação (2.76). Por fim é feito uma cópia da malha de cada saia deslocada a sua devida posição.

Um fluxograma com a descrição da geração das saias pode ser visto na Figura 29.

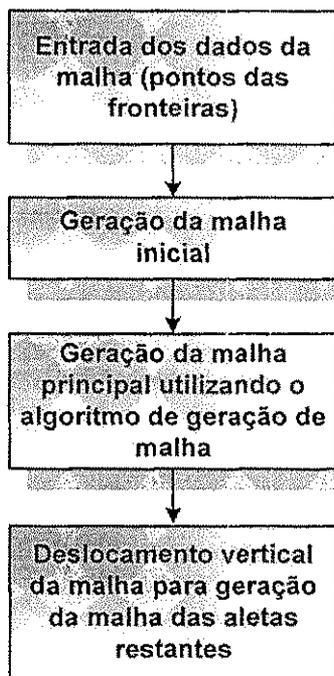


Figura 29 – Fluxograma de geração das saias.

3.5 – Funcionamento da rotina

A rotina computacional funciona seguindo um padrão específico. Primeiramente é realizada a entrada de dados. A entrada de dados é feita por arquivo ou de forma manual. Primeiro são inseridos os dados dos blocos retangulares e depois das saias. É realizada então a execução da rotina para geração das saias. Após a geração das saias é feita uma impressão dos dados de entrada em um arquivo de saída. Essa impressão é feita com o intuito de evitar a digitação os dados de entrada novamente caso ocorra algum problema durante a execução da rotina. Depois da impressão em arquivo dos dados é realizada uma

checagem de integridade dos dados. Devido a grande quantidade de dados de entrada pode ocorrer que blocos sejam inseridos de maneira errada e desse modo pode haver sobreposição de blocos, ou até mesmo sobreposição de blocos com saias. A checagem de integridade interrompe a execução do programa e informa quais são os blocos ou saias que apresentam o problema. Dessa forma é necessário, apenas, corrigir os dados no arquivo impresso gerado anteriormente e usá-lo como novo arquivo de entrada.

O próximo passo é o pré-processamento. O pré-processamento é encarregado por inicializar os apontadores responsáveis pela troca de informação entre os blocos e entre blocos e saias.

Após o pré-processamento o usuário é encarregado de definir o período de duração da simulação, o passo de tempo entra as interações e se é necessário ou não a impressão da saída transitória do sistema. No caso de uma resposta afirmativa deve-se definir de quanto em quanto tempo deve ser gerado um arquivo com as temperaturas. Com o valor do delta de tempo são calculadas as métricas de condução de calor. O programa, então, roda até o limite de tempo imposto pelo usuário ou até que o sistema alcance um regime permanente. Quando então é realizada a impressão em arquivo da resposta final da simulação.

Um fluxograma com os passos básicos do programa pode ser visto na Figura 30.

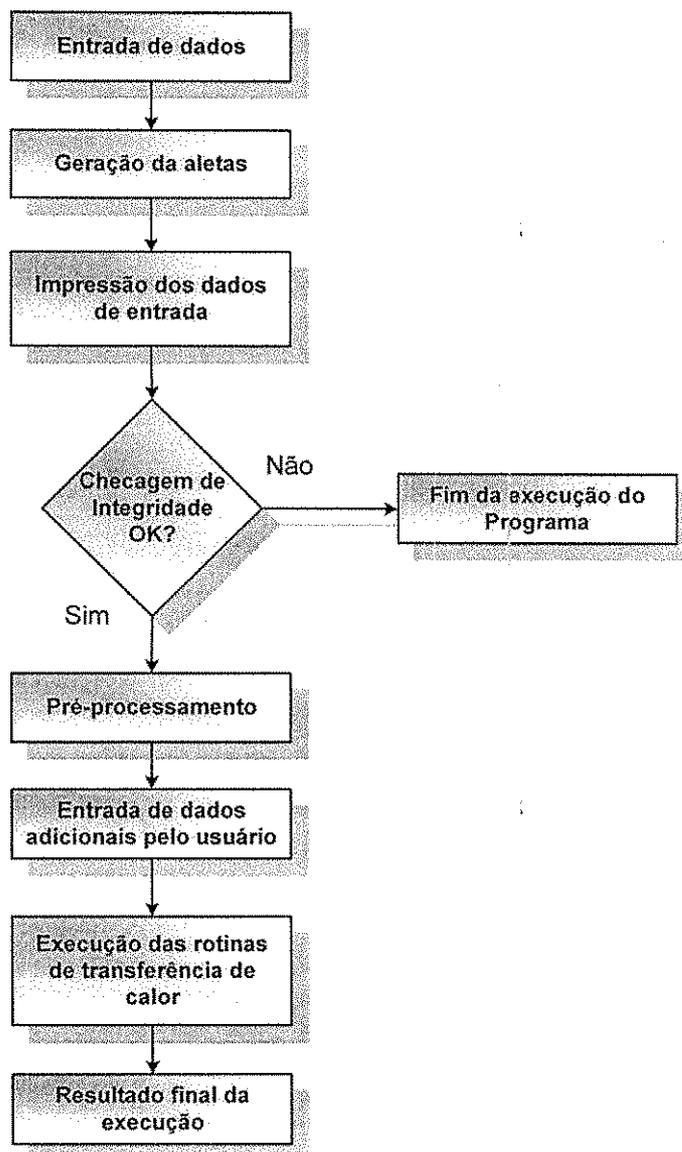


Figura 30 – Fluxograma da execução do programa.

Quarto Capítulo

Experimentos e Resultados

4.1 – Experimentos

Em ordem de validar a rotina desenvolvida foram realizados diversos ensaios. Os ensaios foram feitos utilizando-se um circuito que compensasse a corrente capacitiva do pára-raios, de modo a se obter apenas a corrente resistiva sobre o mesmo.

4.1.1 – O circuito utilizado

Os ensaios foram realizados utilizando-se o circuito mostrado na Figura 31. O uso do circuito se deve ao fato de que a corrente que se quer medir no pára-raios é a corrente responsável pelo aquecimento do pára-raios, ou seja, a corrente resistiva.

O circuito funciona da seguinte maneira: a mesa de controle é responsável pelo comando do nível de tensão aplicado a todo o arranjo. Na coluna de resistores é obtido um sinal puramente resistivo em fase com a tensão aplicada ao arranjo. A coluna com o capacitor é implementada de modo a se obter uma tensão primordialmente capacitiva (I_c). Essa corrente capacitiva será usada para compensar a corrente capacitiva do pára-raios.

A corrente do parar-raios possui uma componente capacitiva e uma resistiva, conforme pode ser vista da Equação (4.1).

$$I_p = I_r + I_c. \quad (4.1)$$

Sendo,

I_p a corrente total do pára-raios;

I_r a componente resistiva e;

I_c a componente capacitiva.

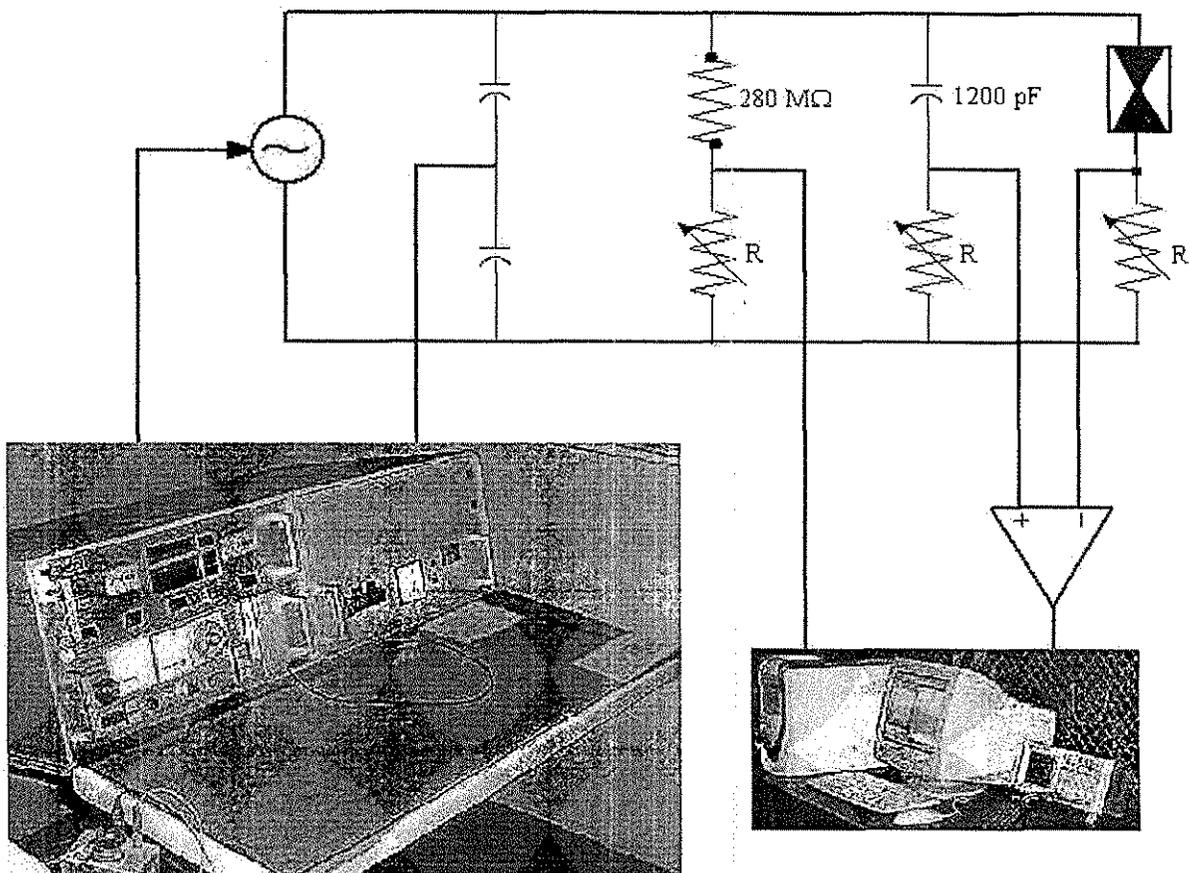


Figura 31 – Circuito utilizado nas medições.

Ajusta-se os níveis dos resistores até que a corrente obtida no diferenciador esteja em fase com a corrente do ramo puramente resistivo. Realizando-se assim uma compensação da corrente capacitiva e obtendo-se apenas a corrente resistiva do pára-raios, como pode ser visto na Equação (4.2).

$$I_r = I_p - I_c = I_r + I_c - I_c = I_r. \quad (4.2)$$

4.1.2 – Montagem do experimento

O experimento foi montado seguindo o modelo do circuito da Figura 31. A montagem pode ser vista na Figura 32. Na figura pode ser visto alguns elementos do circuito, como o pára-raios, o resistor de 280 M Ω e os capacitores de alta tensão.

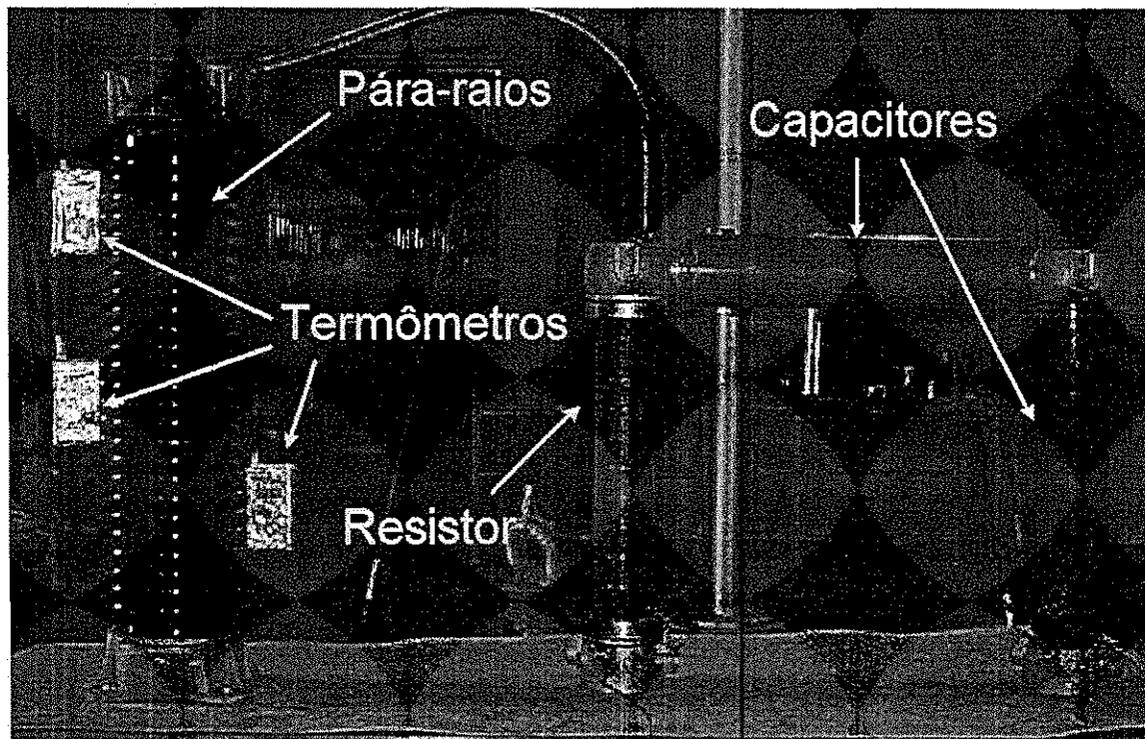


Figura 32 - Foto da montagem utilizada no experimento.

A medição de temperatura nos pára-raios foi realizada com termômetros digitais que utilizam como elementos sensores termopares tipo k. Alguns dos termômetros podem ser vistos na Figura 32. Os termopares foram inseridos no interior do pára-raios através de furos de aproximadamente quatro milímetros feitos na porcelana do pára-raios. Com a inserção dos termopares foi possível realizar medições de temperatura em diversos pontos do pára-raios. Figura 32 só podem ser vistos os termômetros que fazem a medição de temperatura nas partes internas do pára-raios.

4.1.3 – O ensaio

Após a montagem do circuito visto na Figura 31 e retratado na Figura 32, é realizado o ensaio em si. O ensaio é feito de modo a haver um aquecimento do pára-raios podendo assim ser obtida a curva de aquecimento e resfriamento do pára-raios em seus diversos pontos.

O pára-raios é submetido a uma sobretensão de modo que a corrente resistiva no mesmo seja ligeiramente mais elevada que a corrente de operação, obtendo-se assim um aquecimento do pára-raios. Simultaneamente são obtidas as correntes resistivas e a tensão a que está exposto o pára-raios. A obtenção é feita de modo automatizado com um computador adquirindo os níveis de tensão e de corrente em um intervalo de tempo de aproximadamente 10 segundos. A leitura da temperatura é obtida de modo manual, ou seja, os operadores ficam obtendo os dados dos termômetros e passando para uma tabela com um intervalo de tempo médio de 1 minuto. No final da curva de resfriamento, devido ao fato do sistema está próximo do regime permanente e a variação de temperatura ser muito pequena, a obtenção das temperaturas é feita em um intervalo de aproximadamente 3 minutos.

Os dados obtidos da corrente e tensão são guardados para serem usados como dados de entrada da rotina computacional e fazer o ensaio de maneira virtual. Os resultados obtidos de maneira virtual são comparados com os valores obtidos com as simulações com o objetivo de validar a rotina computacional. A comparação dos resultados pode ser vista na próxima seção.

Também foi realizado um ensaio preliminar de forma simplificada para avaliação da rotina de condução de calor. O pára-raios foi submetido a tensão nominal até que o mesmo

estivesse em regime permanente. Depois disso foi medida a temperatura em diversos pontos do pára-raios. A diferença é que não foram medidas as temperaturas transitórias, apenas as temperaturas de regime permanente.

4.2 – Resultados obtidos

Foram realizados diversos ensaios com um pára-raios de 22 kV. Foram obtidas temperaturas em função do tempo em diversas regiões do pára-raios e depois foram realizadas simulações adquirindo-se a temperatura nos mesmos pontos onde os termômetros foram instalados. A simulação foi feita com uma malha de 14409 elementos. A malha completa, com detalhes em alguns varistores e em algumas saias, pode ser visto na Figura 33. Para caracterizar termicamente os materiais foram utilizados na simulação, os valores mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 – Características térmicas dos materiais.

Material	Condutividade ($W m^{-1}K^{-1}$)	Calor Específico ($W kg^{-1}K^{-1}$)	Densidade (kg/m^3)
Óxido de Zinco	23,0	456,3	5258,0
Alumínio	204,0	896,0	2707,0
Porcelana	1,6	776,0	2400,0
Ar	0,02624	1,0057	1,177

Por fim, os resultados obtidos podem ser visto nos gráficos a seguir. Os gráficos mostram a temperatura em função do tempo em diversas partes do pára-raios, cada gráfico representa uma parte específica e é mostrado os valores experimentais, de simulação e os erros específicos. O erro foi calculado usando a Equação (4.3). Sendo que os valores de temperatura usados para o cálculo do erro estavam em Graus Celsius.

$$\text{Erro (\%)} = \left| \frac{\text{valor medido} - \text{valor simulado}}{\text{valor medido}} \right| \times 100 \quad (4.3)$$

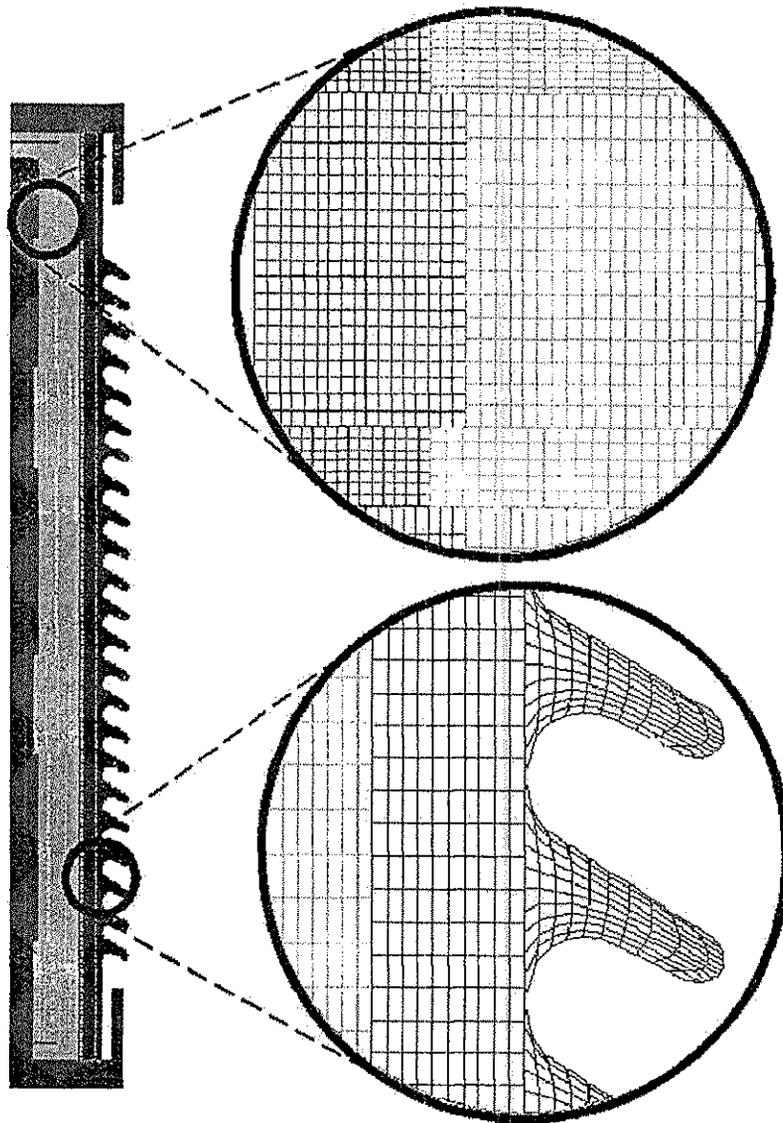


Figura 33 – Malha utilizada nas simulações, com detalhes em parte dos varistores e das saias.

4.2.1 – Primeiro experimento (ensaio de consistência)

Como dito na seção 4.1.3 foi realizado um ensaio preliminar com o objetivo de fazer uma teste da rotina computacional. Neste ensaio como a rotina ainda estava em estágio preliminar as saídas não foram representadas por coordenadas generalizadas, mas sim por retângulos. Os resultados obtidos podem ser vistos na tabela a seguir.

Tabela 2 – Resultados obtidos

	Experimento	Simulação	Erro
Temperatura ambiente	26,1°C	26,1°C	0 %
Varistor na parte superior da coluna	28,5°C	27,178°C	4,63 %
Varistor no meio da coluna	27,0°C	27,646°C	2,39 %
Parte interna da porcelana na parte superior da coluna	24,7°C	26,115°C	5,73 %
Parte interna da porcelana no meio da coluna	27,6°C	26,144°C	5,27 %
Parte interna da porcelana na parte inferior da coluna	25,9°C	26,133°C	0,90 %
Espaçador de alumínio	25,7°C	26,11°C	1,59 %

4.2.2 – Segundo experimento

Os experimentos seguintes foram realizados com medição dos transitórios de temperatura. Nos gráficos a seguir pode ser visto a evolução da temperatura em função do tempo e o erro percentual em diversas partes do pára-raios. É importante observar que os gráficos possuem duas escalas, uma para a temperatura e outra para o erro. De modo a facilitar a visão do erro, em todos os gráficos a escala do erro é a mesma. O Experimento realizado com um pára-raios de 22 kV.

Pastilha varistora

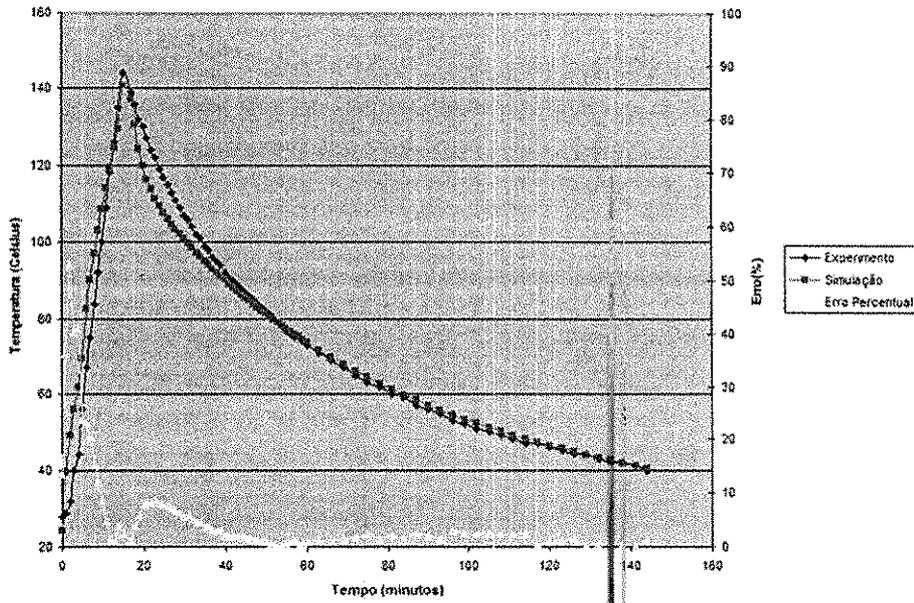


Figura 34 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

Espaçador de alumínio

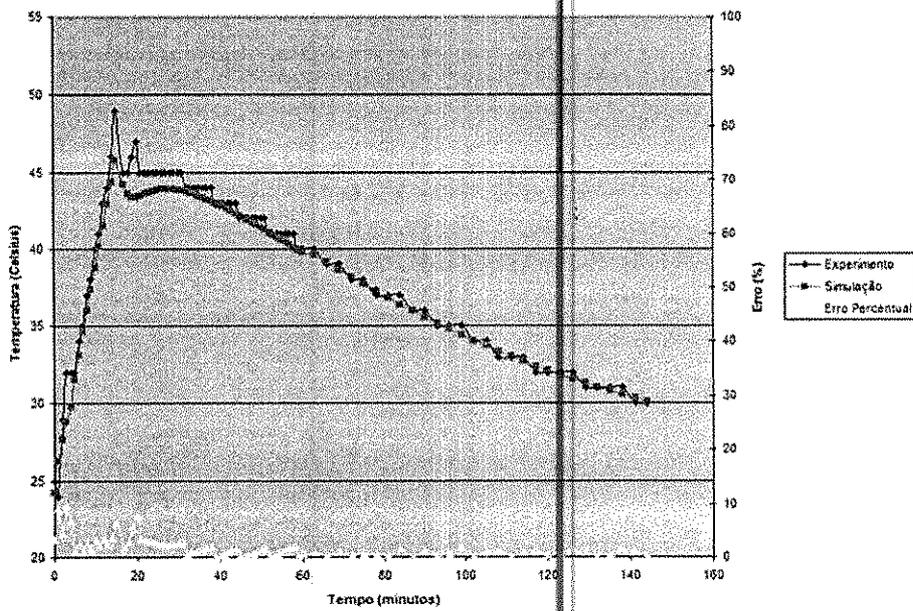


Figura 35 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

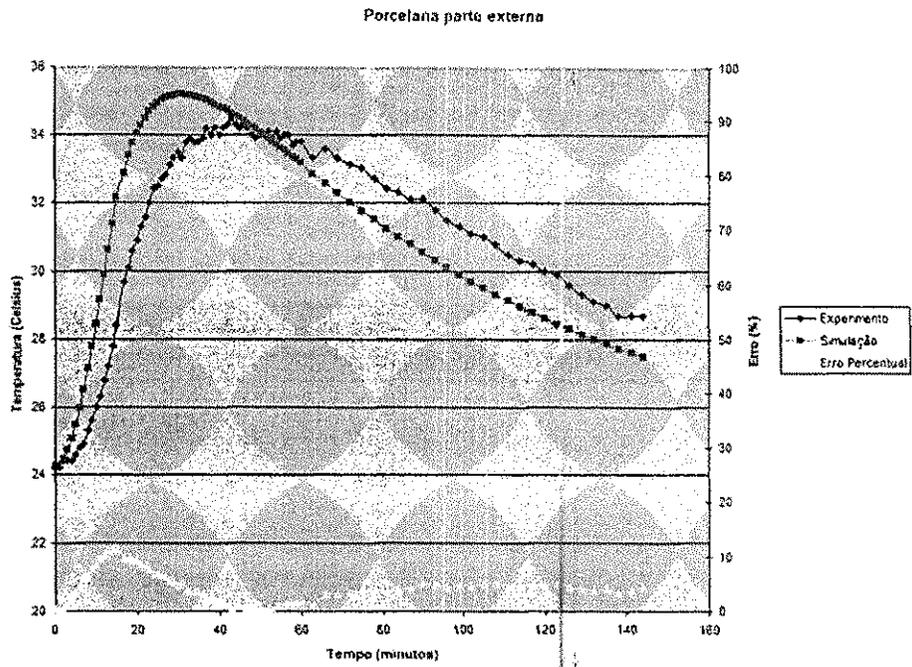


Figura 36 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

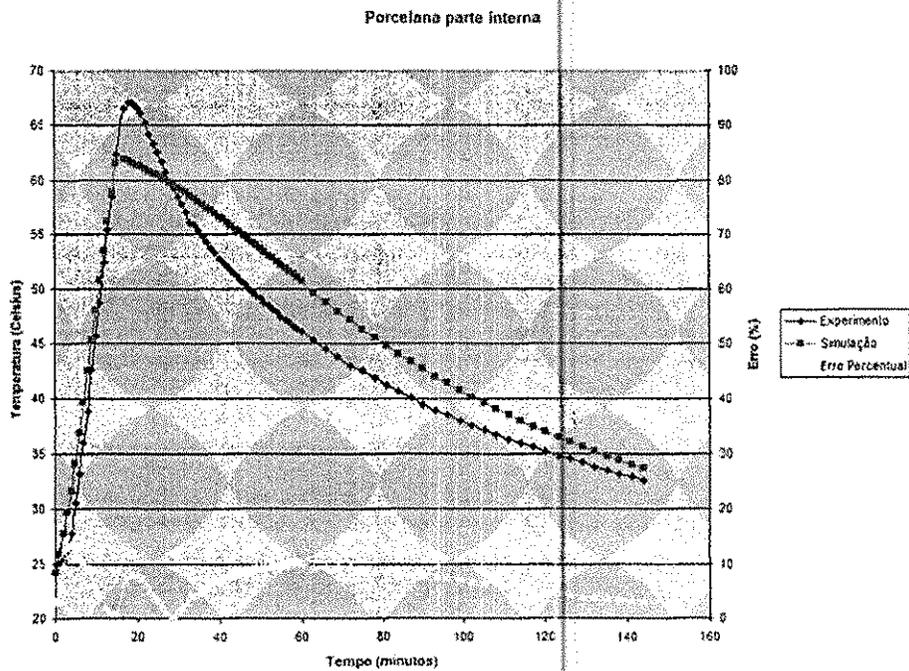


Figura 37 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

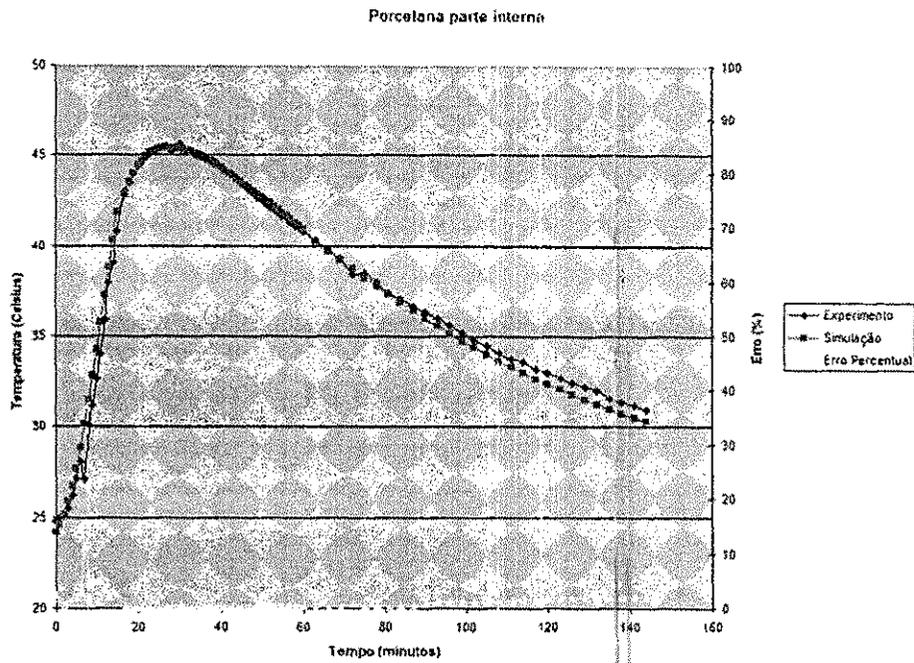


Figura 38 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

4.2.3 – Terceiro experimento

Experimento realizado com um pára-raios de 22 kV.

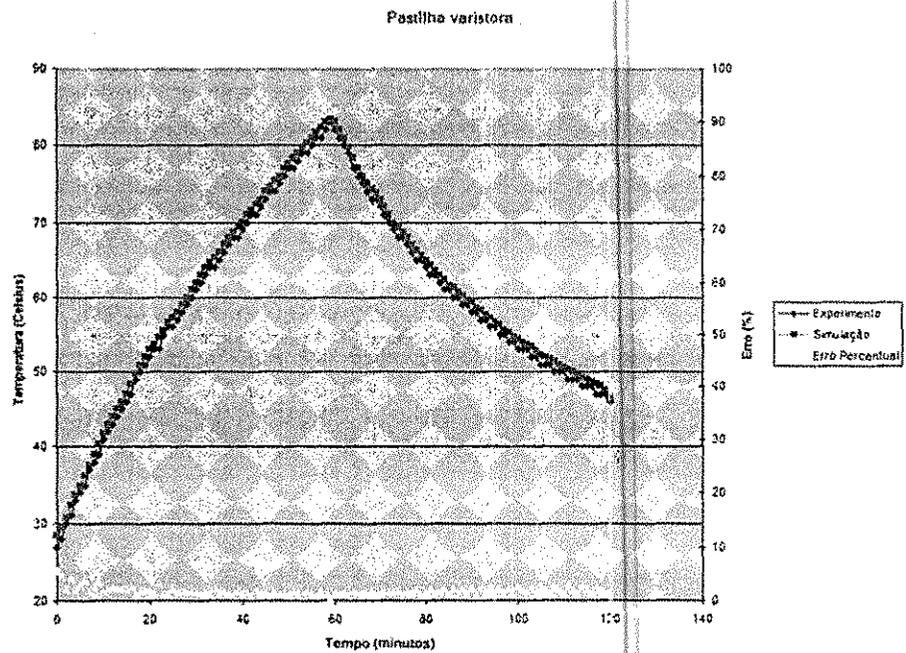


Figura 39 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

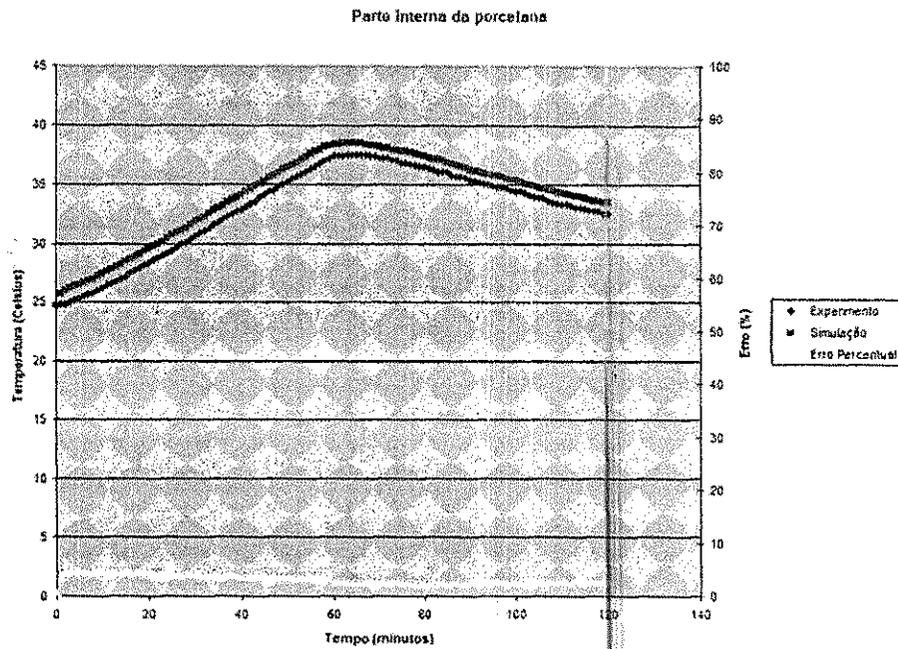


Figura 40 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

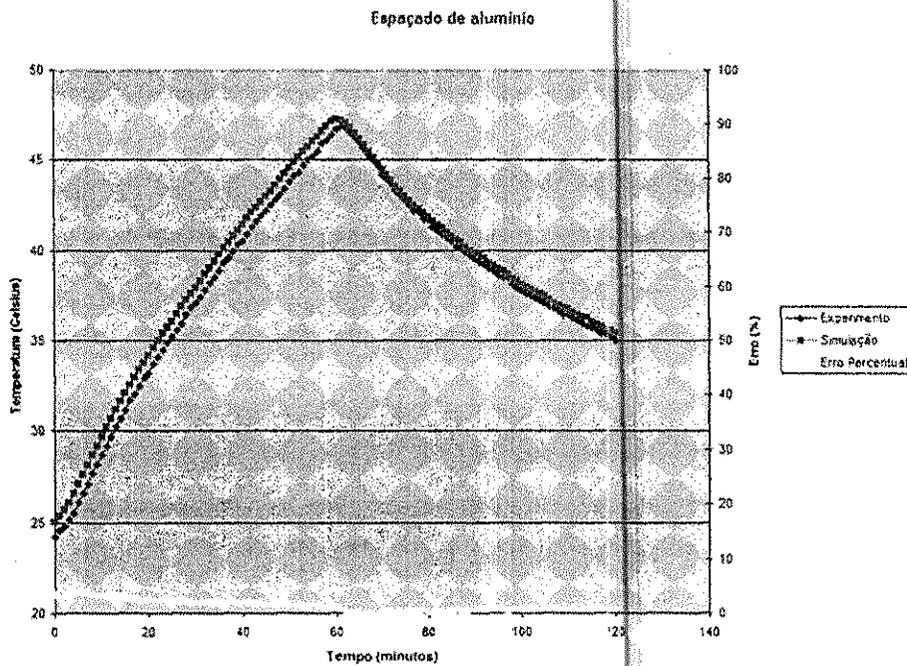


Figura 41 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

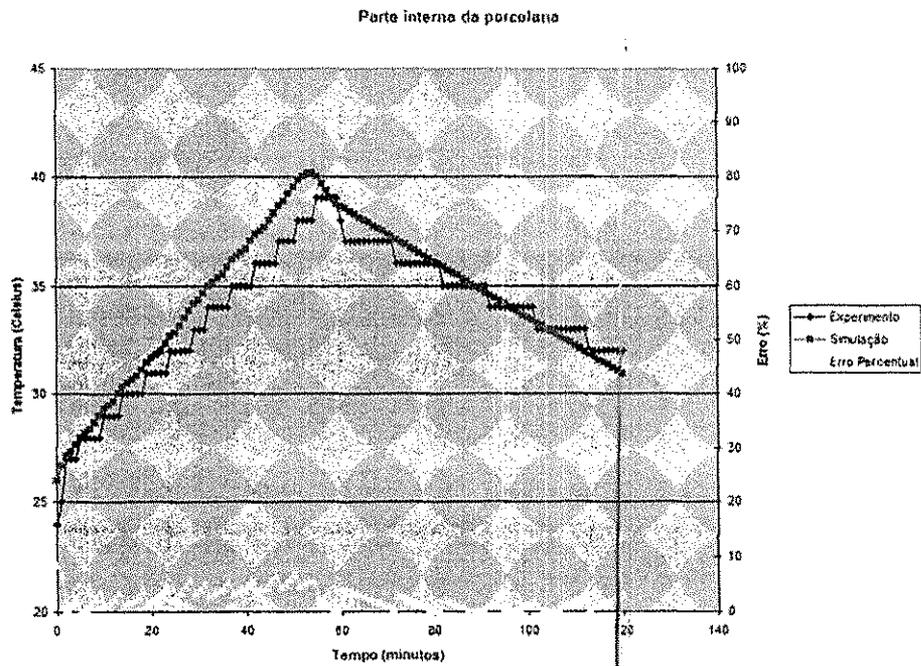


Figura 42 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

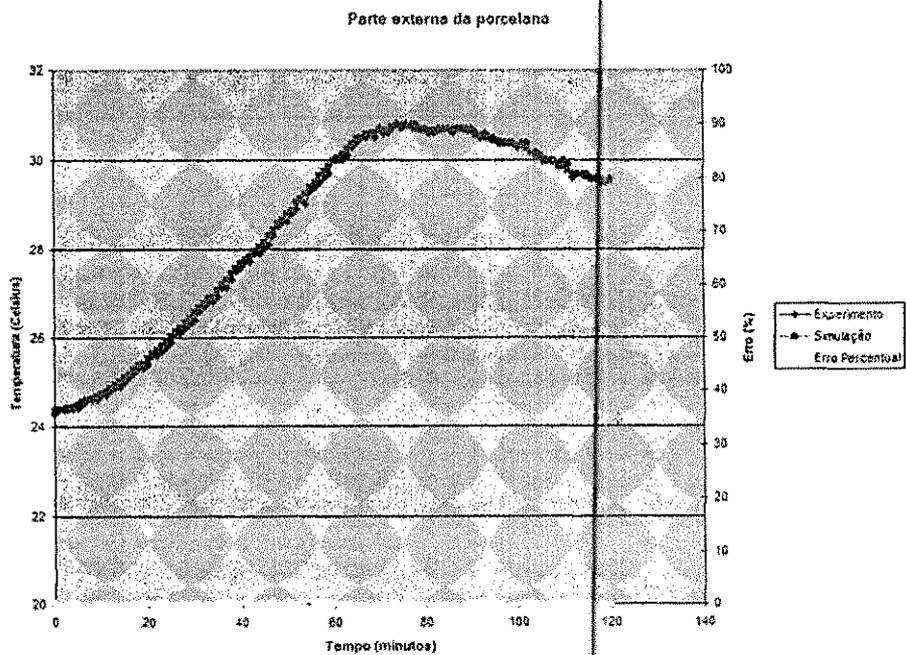


Figura 43 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

4.2.4 – Quarto experimento

Experimento realizado com um pára-raios de 22 kV

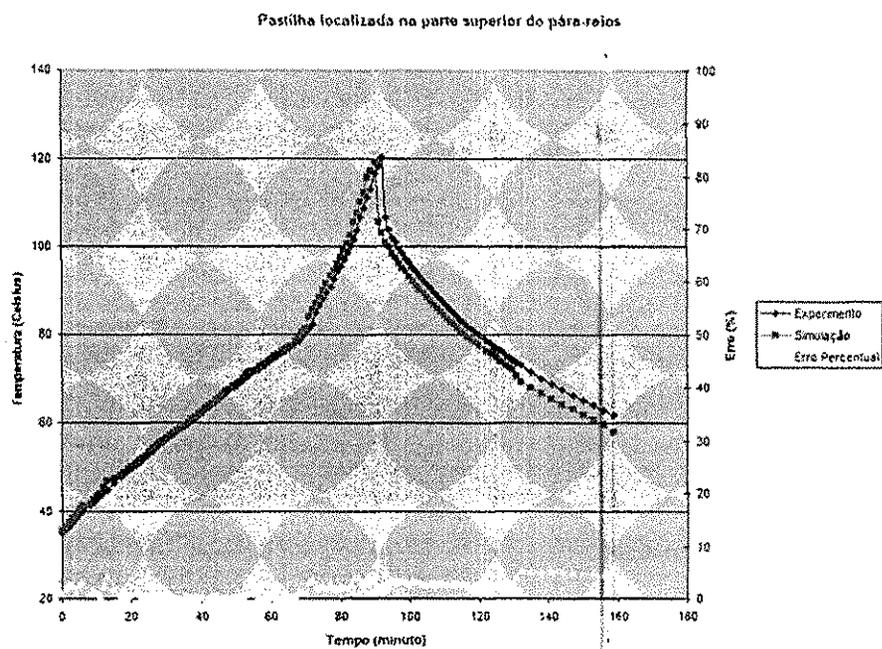


Figura 44–Gráfico da temperatura em função do tempo.

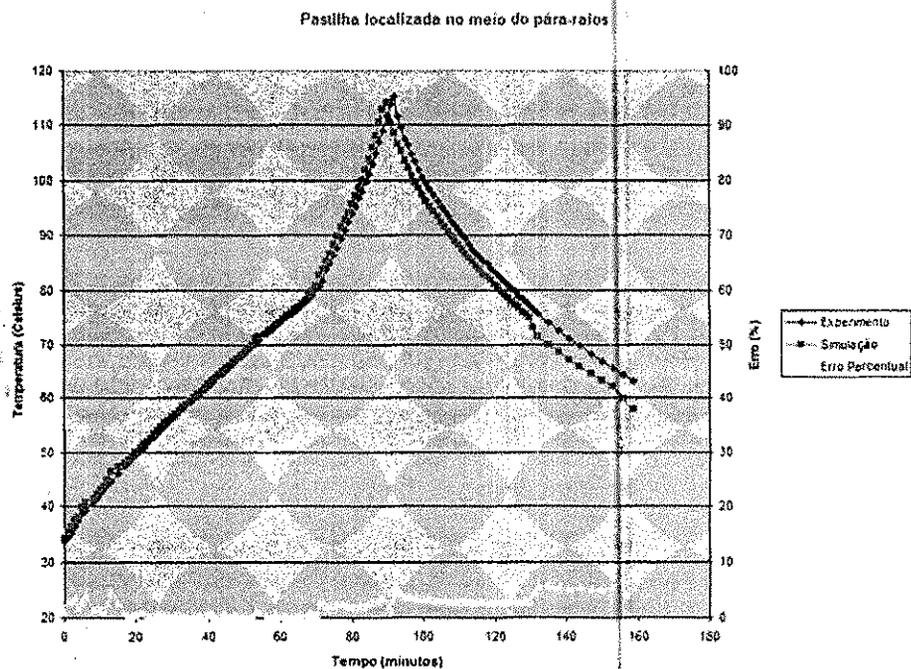


Figura 45 –Gráfico da temperatura em função do tempo.

Os resultados obtidos nos diversos experimentos foram muito promissores. Apesar das simplificações efetuadas os resultados são muito próximos dos valores obtidos nos experimentos. O erro ficou na maioria dos casos abaixo dos 10%. O ponto onde os erros foram maiores foi justamente na pastilha de óxido de zinco. Tais erros se devem em parte a algumas simplificações feitas na simulação. As pastilhas foram implementadas levando em consideração que a distribuição de tensão entre todas as pastilhas são iguais, o que sabemos que não é verdade. Outra simplificação é que o aquecimento da pastilha varistora foi considerado uniforme. Isso se deveu ao fato da densidade de energia nos volumes eram considerados iguais. Apesar das simplificações o comportamento do pára-raios na simulação foi muito próximo do comportamento real do pára-raios. O melhor exemplo desse comparativo pode ser visto na Figura 35, onde um pequeno transitório que ocorreu na temperatura, que despertou uma certa curiosidade, foi retratado também nos resultados da simulação. Por fim os resultados podem ser considerados um grande sucesso.

Quinto Capítulo

Conclusões

Neste trabalho foi implementada uma rotina computacional utilizando-se o método dos volumes finitos para a análise da transferência de calor em pára-raios de óxido de zinco. A rotina tem uma entrada de dados simplificada e facilitada, de modo que é possível efetuar simulações em, praticamente⁵, qualquer tipo de pára-raios. A implementação das saias foi feita utilizando-se coordenadas generalizadas, o que permitiu que as mesmas fossem implementadas de forma quase que idênticas as saias reais.

A utilização da técnica multiblocos permitiu que o pára-raios fosse implementado computacionalmente de maneira simplificada. Essa simplicidade se deve em parte pela possibilidade de representar cada elemento do pára-raios como um único bloco. O que possibilitou a geração da malha de cada bloco independente das malhas dos blocos vizinhos.

Outra vantagem da rotina foi a possibilidade de se usar uma entrada de energia variável nos pára-raios. Essa variação da energia permite realizar experimentos não apenas quando o pára-raios está em regime permanente, mas também em transitórios, quando a energia responsável pelo aquecimento do pára-raios varia com o tempo.

Quanto aos resultados, a rotina se mostrou consistente. O maior ponto positivo não foi necessariamente a semelhança entre os valores experimentais e simulados, mas o fato

⁵ A rotina não contempla o caso de pára-raios com duas colunas internas de varistores.

das curvas de aquecimento e resfriamento serem bastante semelhantes. Analisando os gráficos obtidos pode-se notar que a simulação acompanhou o comportamento térmico real do pára-raios. Os ensaios validaram de forma positiva a rotina.

A rotina tem como principal função o auxílio na medição de temperatura dos pára-raios por termovisão. Quando se realiza a medição de temperatura do pára-raios pode-se ter duas respostas que podem apresentar resultados errôneos. Se as termovisões forem utilizadas em conjunto com as simulações, esses erros podem ser minimizados. No primeiro caso temos as leituras de temperaturas elevadas. Se for detectada uma temperatura elevada na simulação, pode ser realmente um caso de um pára-raios degradado. Mas se na simulação apresentar um resultado de temperatura muito inferior, isso pode denotar que o aquecimento do pára-raios se deve a correntes parasitas em sua superfície, e que provavelmente uma lavagem do mesmo, pode resolver o problema. Um problema pior é se o pára-raios apresentar uma temperatura “normal”, mas na simulação resultar em temperaturas elevadas. Isso pode denotar que o pára-raios não está mais estanque, e que parte desse calor, em vez de ser transmitido para a superfície do pára-raios pode estar sendo levado para o exterior por convecção. O que se conclui é que a rotina não deve ser usada isoladamente, mas como uma forma de ajudar a operação a analisar resultados obtidos com as medições de temperatura por termovisão, de modo que as duas técnicas sejam suplementares na detecção de falhas nos equipamentos.

Por fim, apesar da rotina apresentar resultados satisfatórios sempre há espaço para melhorias e inovações. Uma interface gráfica amigável, de modo a facilitar a entrada de dados e que possibilitasse a geração de perfis de temperatura seria de grande valia. Também seria necessário que fossem implementados outros modos de transferências de calor, em especial a convecção natural e a radiação. Outra melhoria que pode ser desejada

seria uma maneira de se levar em consideração a não linearidade da distribuição da tensão sobre as pastilhas de óxido de zinco.

Apesar dos problemas encontrados durante a realização dos trabalhos, em parte devido a dificuldade de realização dos ensaios com níveis de tensão mais elevado em parte pelas dificuldades inerentes de qualquer trabalho científico, os resultados obtidos podem ser considerados um grande sucesso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CANADIAN ELECTRIC ASSOCIATION. **Application guide for surge arresters on distribution systems**. Contract nº 077 - D-184A, September, 1988.

CESI, Pára-raios de alta tensão. Seminário para Engenheiros da CHESF. Recife: Março, 1989.

COSTA, Edson Guedes da. **Análise do desempenho de pára-raios de óxido de zinco**. (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande: 1999.

DIAS PINTO, J. A. et al. Thermal analysis of a ZnO surge arrester using the finite element approach, IEEE, 1998.

GUPTA, T. K. Application of zinc oxide varistors. J. Am. Ceram. Soc., vol. 73, n. 7, p. 1817-1840, 1990.

HINRICHSEN, Volker. **Metal-Oxide surge arresters fundamentals**. Berlin: 2001.

ÖZIŞIK, M. N. **Transferência de calor, um texto básico**. Rio de Janeiro: Guanabara, 1990.

HOLMAN, J. P. **Transferência de calor**, São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983.

KIL, G. S. et al. Influence of the third harmonic component in power system voltage on arresters diagnostics. In: XIIIth International Symposium on High Voltage Engineering, Holanda: 2003.

MALISKA, Clovis R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

PERROT, F. An efficient method to characterize the performance of metal oxide varistors. In: High Voltage Engineering Symposium. Agosto, 1999.

RICHTER, B. Design and testing of MO-surge arresters with silicon insulation In: XIIIth International Symposium on High Voltage Engineering, Holanda: 2003.

THOMPSON, J. F.; THAMES, F. C.; MASTIN, W. C. Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies. **Journal of Computational Physics**, vol 15, p. 299-319, 1974.

ST-JEAN, G.; PETIT, A. Metal-oxide surge arrester operating limits defined by a temperature- margin concept. **IEEE Trans. on Power Delivery**, vol. 5, n. 2, p. 627-633, April, 1990.

STOCKUM, F. R. Simulation of nonlinear thermal of metal oxide surge arresters using a hybrid finite difference and empirical model. **IEEE Trans. on Power Delivery**, vol. 9, n. 1, p. 306 - 313, January, 1994.

WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION. Gapless surge arresters for power systems applications EPRI-EL-3166, Project 657-1, Final Report, vol 1 e 2, September, 1983.

ZAHEDI, A. Effect of dry band on performance of UHV surge arrester and leakage current monitoring, using new developed model. Proceedings of the 4th International Conference on Properties and Applications of Dielectric Materials, 1994.

ZHU, H.; RAGHUVVEER, M.R. Influence of Harmonics in System Voltage on Metal Oxide Diagnostics. In: Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 1999.