

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**AVALIAÇÃO DE FONTES DE PERTURBAÇÕES SÍNCRONAS E
ASSÍNCRONAS NA OBTENÇÃO DAS RESPOSTAS EM
FREQUÊNCIA DE SISTEMAS DINÂMICOS ROTATIVOS**

DARLEY FIÁCRIO DE ARRUDA SANTIAGO

CAMPINA GRANDE – PB

1999

**AVALIAÇÃO DE FONTES DE PERTURBAÇÕES SÍNCRONAS E
ASSÍNCRONAS NA OBTENÇÃO DAS RESPOSTAS EM
FREQUÊNCIA DE SISTEMAS DINÂMICOS ROTATIVOS**

DARLEY FIÁCRIO DE ARRUDA SANTIAGO

**AVALIAÇÃO DE FONTES DE PERTURBAÇÕES SÍNCRONAS E
ASSÍNCRONAS NA OBTENÇÃO DAS RESPOSTAS EM
FREQUÊNCIA DE SISTEMAS DINÂMICOS ROTATIVOS**

Dissertação apresentada ao Curso de
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
da Universidade Federal da Paraíba, em
cumprimento às exigências para obtenção
do Grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira

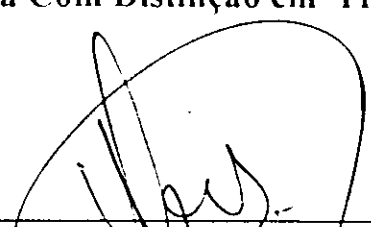
Campina Grande – PB

1999

DARLEY FIÁCRIO DE ARRUDA SANTIAGO

AVALIAÇÃO DE FONTES DE PERTURBAÇÕES SÍNCRONAS E
ASSÍNCRONAS NA OBTENÇÃO DAS RESPOSTAS EM
FREQUÊNCIA DE SISTEMAS DINÂMICOS ROTATIVOS

Aprovada Com Distinção em 11 de Junho de 1999



Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira – Orientador
Universidade Federal da Paraíba – Campus II



Prof. Dr. Seyyed Said Dana
Universidade Federal da Paraíba – Campus I



Prof. Dr. Luiz de Paula Nascimento
Universidade Estadual de São Paulo – UNESP/FEIS



Prof. Dr. Antonio Almeida Silva
Universidade Federal da Paraíba – Campus II

Campina Grande, Junho de 1999.

A meus pais Dioclécio Ratis Santiago
e Zélia de Arruda Santiago, OFEREÇO.

Com muito amor, a todos os meus irmãos,

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

A Deus, a fortaleza da minha vida.

Ao Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira, pela orientação e apoio recebidos e sobretudo, pelo estímulo às minhas atividades profissionais.

À Universidade Federal da Paraíba / CCT / DEM / Campus II por ter me dado a oportunidade de realizar este trabalho.

Ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, que possibilitou e viabilizou a execução deste trabalho. Como também, a sua eficiente secretária Lúcia Márcia Donato Quirino.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica – Campus II, pela atenção e confiança em mim depositada.

À Escola Técnica Federal do Piauí – Uned / Floriano, pela compreensão durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Santílio Alves da Costa Filho, pelo apoio recebido e aos demais professores da Uned/Floriano pelos incentivos que me foram dados.

À Maria Edileide Alencar Oliveira, em especial, pelo carinho, estímulos e atenção que me foram dados.

Aos colegas Máx César de Araújo e João Carlos Barbosa da Silva, pela amizade sincera e pela permuta de experiências profissionais e de vida.

À Equipe de Mecanografia da UFPB / ATECEL - Campu II, nas pessoas de Toinho, Crisóstomo, Joab e Daniel, pelos serviços de boa qualidade prestados durante minha vida acadêmica.

Ao Professor Sebastião Vieira do Nascimento “ Sebá ”, pelas correções e sugestões concernentes à parte redacional.

A todos que, de alguma forma, contribuíram na elaboração desta dissertação.

SUMÁRIO

	Pág.
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xiii
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	xv
RESUMO	xvi
ABSTRACT	xvii

CAPÍTULO I INTRODUÇÃO

1.1 Introdução Geral	01
1.2 Objetivo do Trabalho	04
1.2.1 Objetivos Específicos	04
1.3 Descrição do Trabalho	05
1.4 Conclusão	07

CAPÍTULO II REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução	08
2.2 Revisão de Literatura	09
2.3 Conclusão	13

CAPÍTULO III EMBASAMENTO TEÓRICO, FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E MODELO FÍSICO DE UM SISTEMA EIXO-ROTOR-MANCAIS HIDRODINÂMICOS

3.1 Introdução	14
3.2 Mancais Hidrodinâmicos	15
3.3 Fontes de Perturbações Síncronas e Assíncronas	18
3.4 Formulação Matemática e Modelo Físico de um Sistema Eixo-Rotor-Mancais	

Hidrodinâmicos Excitado por Fontes de Perturbações	
Síncronas e Assíncronas	23
3.4.1 Formulação Matemática de um Sistema Excitado por uma Fonte	
de Perturbação Síncrona	24
3.4.1.1 Análise Para o Sistema Conservativo	26
3.4.1.2 Análise Para o Sistema Não-Conservativo	30
3.4.2 Formulação Matemática de um Sistema Excitado por uma Fonte	
de Perturbação Assíncrona	33
3.4.2.1 Análise Para o Sistema Conservativo	34
3.4.2.2 Análise Para o Sistema Não-Conservativo	37
3.4.3 Formulação Matemática de um Sistema Excitado por uma Fonte	
de Perturbação Síncrona e Assíncrona	39
3.4.3.1 Análise Para o Sistema Conservativo	40
3.4.3.2 Análise Para o Sistema Não-Conservativo	42
3.5 Conclusão	44

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DIGITAL DAS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E DISCUSSÕES

4.1 Introdução	46
4.2 Resultados e Discussões Para um Sistema Excitado Por Uma Fonte	
de Perturbação Síncrona	48
4.3 Resultados e Discussões Para um Sistema Excitado Por Uma Fonte	
de Perturbação Assíncrona	64
4.4 Resultados e Discussões Para um Sistema Excitado Por Uma Fonte	
de Perturbação Síncrona Superposta a Assíncrona	73
4.5 Conclusão	94

CAPÍTULO V
CONCLUSÃO GERAL

5.1 Conclusão	98
5.2 Sugestões	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102

APÊNDICES

APÊNDICE A – Trabalhos Publicados em Simpósios e Congressos

APÊNDICE B – Listagem dos Programas Computacionais

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 3.3.1 – Modelo Físico do Sistema Eixo-Rotor-Mancais	
Hidrodinâmicos.....	18
Figura 3.3.2 – Sinal de Excitação Sintetizado no Tempo.....	22
Figura 3.3.3 – Sinal de Excitação Sintetizado em Freqüência.....	22
Figura 4.2.1 – Resposta síncrona em regime Permanente das vibrações do rotor na direção z para o sistema conservativo	50
Figura 4.2.2 – Resposta síncrona em regime Permanente das vibrações do rotor na direção z para o sistema não-conservativo	51
Figura 4.2.3 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção z para $K=1,387 \cdot 10^7$ N/m	52
Figura 4.2.4 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção y para $K=1,387 \cdot 10^7$ N/m	53
Figura 4.2.5 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção z para o 1º CASO	54
Figura 4.2.6 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção y para o 1º CASO	54
Figura 4.2.7 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção z para $fb = 0,8$	56

Figura 4.2.8 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção y para $fb = 0,8$	56
Figura 4.2.9 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção z para $fb = 1,0$	57
Figura 4.2.10 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção y para $fb = 1,0$	57
Figura 4.2.11 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção z – conservativo para o 2° CASO	59
Figura 4.2.12 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção y – conservativo para o 2° CASO	60
Figura 4.2.13 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção z – não-conservativo para o 2° CASO	60
Figura 4.2.14 – Curva de Resposta em Freqüência Síncrona das vibrações do rotor na direção y – não-conservativo para o 2° CASO	61
Figura 4.3.1 – Curva de Resposta em Freqüência Assíncrona das vibrações do rotor na direção z para $Fo = 10,0$ N	66
Figura 4.3.2 – Curva de Resposta em Freqüência Assíncrona das vibrações do rotor na direção y para $Fo = 10,0$ N	67
Figura 4.3.3 – Curva de Resposta em Freqüência Assíncrona das vibrações do rotor na direção z para $Fo = 20,0$ N	68
Figura 4.3.4 – Curva de Resposta em Freqüência Assíncrona das vibrações do rotor na direção y para $Fo = 20,0$ N	69

Figura 4.3.5 – Curva de Resposta em Frequência Assíncrona das vibrações do rotor na direção z para $C_{yz} = C_{zy} = 0$	71
Figura 4.3.6 – Curva de Resposta em Frequência Assíncrona das vibrações do rotor na direção y para $C_{yz} = C_{zy} = 0$	71
Figura 4.4.1 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor na direção z – conservativo	74
Figura 4.4.2 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor na direção y – conservativo	75
Figura 4.4.3 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor na direção z – não-conservativo	75
Figura 4.4.4 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor na direção y – não-conservativo.....	76
Figura 4.4.5 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor na direção z para $C_{yz} = C_{zy} = 0$	78
Figura 4.4.6 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor na direção y para $C_{yz} = C_{zy} = 0$	79
Figura 4.4.7 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção z para $\Omega_1 = 567 \text{ rad/s}$	82
Figura 4.4.8 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção y para $\Omega_1 = 567 \text{ rad/s}$	82
Figura 4.4.9 – Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção z para $\Omega_2 = 971 \text{ rad/s}$	83

Figura 4.4.10– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção y para $\Omega_2 = 971rad/s$	84
Figura 4.4.11– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção z para $\Omega_3 = 2267rad/s$	85
Figura 4.4.12– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção y para $\Omega_3 = 2267rad/s$	86
Figura 4.4.13– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção z para $\Omega_{n1} = 808,6rad/s$	87
Figura 4.4.14– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção y para $\Omega_{n1} = 808,6rad/s$	88
Figura 4.4.15– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção z para $\Omega_{n1} = 808,6rad/s$	89
Figura 4.4.16– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção y para $\Omega_{n1} = 808,6rad/s$	89
Figura 4.4.17– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção z para $C_{yz} = C_{zy} = 0$	91
Figura 4.4.18– Curva de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Assíncrona das vibrações do rotor – direção y para $C_{yz} = C_{zy} = 0$	91

LISTA DE TABELAS

Pág.

Tabela 4.2.1 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona do Sistema Dinâmico Rotativo para $K=1,387 \cdot 10^7$ N/m	49
Tabela 4.2.2 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona do Sistema Dinâmico Rotativo para $K=1,387 \cdot 10^9$ N/m (1° CASO)	53
Tabela 4.2.3 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona do Sistema Dinâmico Rotativo para $C_{yz} = C_{zy} = 0$ (2° CASO)	59
Tabela 4.3.1 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Assíncrona do Sistema Dinâmico Rotativo para $K=1,387 \cdot 10^7$ N/m	65
Tabela 4.3.2 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Assíncrona do Sistema Dinâmico Rotativo para $F_0 = 20,0$ N	68
Tabela 4.3.3 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Assíncrona do Sistema Dinâmico Rotativo para $F_0 = 10,0$ N	70

Tabela 4.4.1 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Excitação Assíncrona para $K=1,387 \cdot 10^7$ N/m	74
Tabela 4.4.2 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Excitação Assíncrona para $C_{yz} = C_{zy} = 0$	78
Tabela 4.4.3 – Parâmetros Adotados Para Obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Excitação Assíncrona	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ω_{nmix}	Frequência natural máxima do sistema
ω_{n1}	Primeira velocidade crítica
ω_{n2}	Segunda velocidade crítica
Ω_1	Primeira rotação para simulação do sistema
Ω_2	Segunda rotação para simulação do sistema
Ω_3	Terceira rotação para simulação do sistema
Ω_{n1}	Rotação fixa do eixo igual a primeira velocidade crítica
M	Massa do rotor
G	Centro de gravidade do rotor
a	Excentricidade da massa do rotor
β_n	Comprimento finito das séries temporais
α_k	Coefficientes de auto-correlação
ϕ_n	Ângulos de fase
$F(t)$	Força de excitação assíncrona
F_0	Amplitude do vetor força de excitação assíncrona
Ω	Rotação do sistema
ω	Frequência de excitação assíncrona
K	Coefficiente de rigidez do eixo
C	Coefficiente de amortecimento estrutural do eixo
K_{yy}, K_{zz}	Coefficientes diretos de rigidez do filme de óleo
K_{yz}, K_{zy}	Coefficientes cruzados de rigidez do filme de óleo
C_{yy}, C_{zz}	Coefficientes diretos de amortecimento do filme de óleo
C_{yz}, C_{zy}	Coefficientes cruzados de amortecimento do filme de óleo
Dt	Intervalo de tempo de discretização
fb	Fator de busca

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se um estudo sobre os efeitos do desbalanceamento residual de rotores flexíveis no comportamento dinâmico de máquinas rotativas. Um dos problemas mais importante e discutido pela Engenharia Mecânica no projeto e manutenção de máquinas rotativas, são as amplitudes de vibração do rotor, devido a algum desbalanceamento residual durante a passagem pelas velocidades críticas. As investigações das velocidades críticas dos sistemas dinâmicos rotativos são de grande interesse, posto que o efeito da ressonância pode causar ruídos; tensões dinâmicas, que podem levar à fadiga e conseqüentemente, falha da estrutura e diminuição de sua vida útil. A utilização de sistemas computacionais altamente potentes permite determinar as curvas de resposta em freqüência das amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pelas velocidades críticas. O modelo matemático do sistema dinâmico rotativo eixo-rotor-mancal hidrodinâmico utilizado, possui dois graus de liberdade, considerando fontes de perturbações síncronas e assíncronas. A possibilidade de aplicação deste trabalho é patente, já que, qualquer sistema mecânico existente (máquinas operatrizes, motores em geral, sistemas geradores de energia – hidroelétricas, etc.) está sujeito a essas fontes de perturbações (forças). A determinação e avaliação dos efeitos dessas fontes de perturbações (através de sensores de carga e deslocamento) que atuam no sistema, servem como técnicas não destrutivas de auxílio à manutenção preditiva do equipamento, permitindo assim o monitoramento das suas condições de operação e ao diagnóstico de falhas não desejáveis. Por outro lado, avalia-se neste trabalho o efeito de uma fonte de perturbação assíncrona atuando no sistema, quando o rotor desbalanceado está girando a uma rotação fixa, e investigar que parâmetros podem ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibração do rotor, durante a passagem pela ressonância, e melhorar a eficiência dos sistemas dinâmicos rotativos.

ABSTRACT

In this work has been presented a study on the effects of the residual unbalance of flexible rotors in the dynamic behavior of rotating machines. One of the most important problems and discussed by the Mechanical Engineering in the design and maintenance of rotating machines, they are the amplitudes of vibration of the due rotor some residual unbalance during the passage for the critical speeds. The investigations of the critical speeds of the rotating dynamic systems are of great interest, otherwise the effect of the resonance can cause noises; dynamic stresses, that take the fatigue and consequently premature failure of the structure and decrease of its useful life. The use of computational systems highly potent it allows to determine the response curves in frequency of the amplitudes of vibration of the rotor during the passage for the critical speeds. The mathematical model of the dynamic system rotating shaft-rotor-fluid film bearings have two degrees of freedom, considering sources of synchronous excitation and non-synchronous. The possibility of application of this work is patent, since, any existent mechanical system (machines tools, motors in general, generating systems of energy - hydroelectric, etc.) they are subject to those sources of excitation (forces). The determination and evaluation of the effects of those sources of excitation (through sensor of load and displacement) that act in the system they serve as non destructive techniques of the predictive maintenance of the equipment, allowing like this the control of its operation conditions and to the diagnosis of failure you didn't want. On the other hand, it is evaluated in this work the effect of a source of excitation non-synchronous acting in the system when the unbalanced rotor is rotating to a fixed rotation and that parameters can be monitored to reduce the amplitudes of vibration of the rotor, during the passage for the resonance and to improve the performance of the rotating dynamic systems.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 Introdução Geral

A simulação teórica do comportamento dinâmico de sistemas rotativos é uma importante ferramenta no campo da engenharia (Gasch & Ptutzner, 1975), devido o comportamento dinâmico de um rotor poder ser afetado pelas características dinâmicas do sistema rotor-mancais-fundação e por fatores externos. Os eixos dos rotores, geralmente, são apoiados em mancais de deslizamento, cujas propriedades são de difícil determinação. Nos modelos linearizados clássicos de rotores, utilizam-se oito coeficientes de rigidez e amortecimento nas matrizes dos elementos do mancal (Adams & Padovan, 1981). Valores teóricos para os coeficientes de rigidez e amortecimento associados com o filme de óleo são dados em (Burrows & Sahinkay, 1982) e (Santos & Russo, 1998). Em geral, estes coeficientes, calculados teoricamente, são validados usando-se dados obtidos para

modelos físicos construídos em escala reduzida. Diferentes métodos de identificação têm sido desenvolvidos no domínio do tempo e no domínio da frequência para estimar estes coeficientes linearizados (Burrows & Stanay, 1980), (Hashimoto & Wada, 1982), (Oliveira & Arruda, 1985), (Arruda & Oliveira, 1986), (Uemura et al., 1996) e (Steffen Jr. & Assis, 1998).

Um dos problemas mais importante que tem sido alvo de grande interesse pela engenharia mecânica no projeto de máquinas, do ponto de vista teórico e prático, são as amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pelas velocidades críticas (Cavalca & Weber, 1989), (Santiago & Oliveira, 1997, 1998). Por outro lado, o estudo do comportamento dinâmico de sistemas rotativos, torna-se mais complexo quando se aborda o problema devido às fontes de perturbações síncronas (desbalanceamento residual, desalinhamento, etc.) e assíncronas (fontes de perturbações externas). As investigações das velocidades críticas dos sistemas dinâmicos rotativos são de grande interesse, tendo em vista que, o efeito da ressonância (quando a velocidade de rotação do eixo se iguala com a frequência natural do sistema) pode causar ruídos; tensões dinâmicas, que podem levar à fadiga e, conseqüentemente, falha da estrutura e diminuição da sua vida útil. A utilização de sistemas computacionais altamente potentes permite determinar as curvas de resposta em frequência das amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pelas velocidades críticas.

Neste trabalho, utiliza-se um modelo matemático de um sistema dinâmico rotativo eixo-rotor-mancal hidrodinâmico com dois graus de liberdade, considerando as fontes de perturbações síncronas e assíncronas, onde os termos da

matriz de rigidez complexa do modelo, são funções dos coeficientes de rigidez dos suportes e do eixo, bem como, dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e amortecimento estrutural do eixo (Rao, 1982, 1983).

A possibilidade de aplicação deste trabalho é patente, já que qualquer sistema mecânico existente (máquinas operatrizes, motores em geral, sistemas geradores de energia – hidroelétricas, etc.) está, em geral, sempre sujeito a estas fontes de excitações (forças). Por outro lado, a determinação e avaliação dos efeitos dessas fontes de perturbações (através de sensores de carga e deslocamento) que atuam no sistema servem como técnicas não destrutivas de auxílio à manutenção preditiva do equipamento, permitindo assim o monitoramento das suas condições de operação e ao diagnóstico de falhas não desejáveis.

Portanto, procura-se neste trabalho, através da obtenção das curvas de resposta em frequência de um sistema dinâmico rotativo excitado por fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas, avaliar e determinar que parâmetros podem ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibração do rotor, durante a passagem pela ressonância, e melhorar a eficiência dos sistemas dinâmicos rotativos, seja qual for a fonte de perturbação.

Para que a amostragem dos sinais de resposta em frequência obtidos a partir da simulação dinâmica do sistema sejam amostrados de forma eficiente, faz-se necessário a utilização de um critério de busca bem definido para simulação em geral (Oliveira, 1997).

1.2 Objetivo do Trabalho

Neste trabalho pretende-se fazer uma avaliação das fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas no comportamento dinâmico de sistemas rotativos (eixo-rotor-mancal hidrodinâmico) com dois graus de liberdade a partir da obtenção das curvas de resposta em frequência, e analisar que parâmetros podem ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pela ressonância e melhorar a eficiência das máquinas rotativas.

1.2.1 Objetivos Específicos

- a) Através da simulação de um sistema dinâmico rotativo com dois graus de liberdade obter as curvas de resposta em frequência, devido a fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas. Para isso, é necessário determinar inicialmente os autovalores do sistema e observar se o sistema é estável ou instável, em função dos parâmetros previamente estabelecidos como: massa do rotor, coeficientes de rigidez do mancal e do eixo, bem como, dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e amortecimento estrutural do eixo;
- b) Simular o sistema em três rotações ; $\Omega_1 = \omega_{nm\acute{a}x} / 2$, $\Omega_2 = (\omega_{n1} + \omega_{n2})/2$ e $\Omega_3 = 2\omega_{nm\acute{a}x}$, e levantar as curvas de resposta em frequência quando o sistema for perturbado por uma fonte de excitação síncrona e assíncrona e ambas agindo simultaneamente – estado físico real dos equipamentos;

- c) Observar e interpretar a influência de uma fonte de perturbação assíncrona (sinal sintetizado) num sistema dinâmico quando o rotor desbalanceado gira a uma rotação fixa;
- d) Mostrar a possibilidade de aplicações práticas deste trabalho no auxílio, por exemplo, à manutenção preditiva de equipamentos, e através do monitoramento de suas condições de operação prever possíveis falhas não desejáveis;
- e) Através das curvas de resposta em frequência, investigar que parâmetros podem ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pela ressonância, e monitorar em que rotação o sistema eixo-rotor deve girar com segurança.

1.3 Descrição do Trabalho

Neste trabalho investiga-se que parâmetros podem ser monitorados para melhorar a eficiência das máquinas rotativas e aumentar a sua vida útil, a partir das curvas de resposta em frequência obtidas para um modelo físico eixo-rotor-mancais hidrodinâmicos, devido às fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas.

No primeiro capítulo, apresenta-se a importância e os objetivos do trabalho e como a simulação teórica do comportamento dinâmico de sistemas rotativos é uma ferramenta importante no campo da engenharia.

No segundo capítulo, aborda-se uma revisão bibliográfica abrangendo diversas áreas afins a esta pesquisa, tais como: vibrações nos rotores; estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos devido às cargas transientes, ou seja, durante a partida, a parada e a passagem pelas velocidades críticas; variações nos parâmetros de sistemas rotativos, como, rigidez dos mancais e massa do sistema; importância dos mancais hidrodinâmicos e natureza das fontes de perturbações síncronas e assíncronas em máquinas rotativas.

No terceiro capítulo, procura-se resgatar alguns conceitos e aspectos teóricos sobre mancais hidrodinâmicos e fontes de perturbações síncronas e assíncronas. Mostra-se também, através de uma seqüência clara e individual, a formulação matemática para um sistema rotativo excitado por uma fonte de perturbação síncrona; em seguida, para o sistema excitado por uma fonte de perturbação assíncrona, e, finalmente, a formulação matemática para o sistema excitado por ambas as fontes de perturbações.

No capítulo quatro, apresenta-se os resultados e discussões obtidos a partir das curvas de resposta em frequência de um sistema rotativo eixo-rotor-mancais hidrodinâmicos, excitado por fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas. Investiga-se, também, quais parâmetros devem ser analisados para melhorar a eficiência das máquinas rotativas e aumentar a sua vida útil.

No capítulo cinco, tem-se a conclusão geral do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Finalmente, adiciona-se os apêndices que se constituem de trabalhos publicados em congressos e listagem dos programas computacionais.

1.4 Conclusão

Neste capítulo observou-se como os modelos físico e matemático de sistemas mecânicos, aliado a utilização de sistemas computacionais altamente potentes, permitem a implementação e avaliação dos resultados satisfatoriamente, ou seja, como a simulação teórica do comportamento dinâmico de sistemas rotativos é uma ferramenta imprescindível no campo da engenharia.

Mostrou-se também, a seqüência de objetivos com vistas à avaliação de fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas na obtenção das respostas em freqüência de sistemas dinâmicos rotativos.

Finalmente, faz-se uma descrição sucinta do conteúdo do trabalho, distribuídos nos capítulos.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

O suporte bibliográfico necessário ao amadurecimento em torno da área de interesse desta pesquisa, objetivando o seu futuro desenvolvimento, envolveu referências importantes e recentes de autoria de pesquisadores nacionais e estrangeiros colhidas em fontes especializadas, abrangendo diversas áreas afins a este estudo, tais como: fenômeno de vibrações torcionais e velocidades críticas de eixos rotativos; desbalanceamento residual de rotores; estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos devido a efeitos transientes; variações nos parâmetros de sistemas mecânicos, como, rigidez dos mancais e massa do sistema; redução das amplitudes de vibrações de rotores, mancais hidrodinâmicos e fontes de perturbações síncronas e assíncronas.

2.2 Revisão de Literatura

O fenômeno de vibrações torcionais e velocidades críticas de eixos rotativos é sem dúvida o problema mais comum que é discutido atualmente pela engenharia mecânica, porque eles têm causado diariamente problemas no projeto e manutenção das máquinas.

Em geral, os rotores de sistemas dinâmicos rotativos possui um certo desbalanceamento residual mesmo se forem bem balanceados (Allaire et al., 1980), (Rao, 1983).

O efeito da ressonância (quando a velocidade de rotação do eixo se iguala com a frequência natural do sistema), conhecido como velocidade crítica, foi assim chamado primeiro por (Rankine, 1869).

Existem vários métodos descritos na literatura para determinação das velocidades críticas de sistemas dinâmicos rotativos, dentre eles podemos citar o método de (Dunkerley, 1894) e de (Rayleigh, 1945). Segundo (Mabie & Ocvirk, 1980) o método de Rayleigh, em geral, apresenta uma margem de erro em torno de dois por cento superior à rotação crítica verdadeira. Outros métodos que podem ser usados para determinação das velocidades críticas, tais como o Método de Stodola e o Método de Ritz, são descritos em (Jacobsen & Ayre, 1958). O Método de Micklestad e o Método de Holzer descritos em (Jacobsen & Ayre, 1958), na forma de matriz de transferência, são bem acessíveis para determinação das velocidades críticas de sistemas mecânicos. O Método de Matrizes de Transferência utilizando

sistemas altamente potentes descritos em (Pestel & Leckie, 1963), (Pavanello et al, 1985) e (Pacheco & Steffen Jr., 1995) permitem determinar as velocidades críticas e a resposta ao desbalanceamento de rotores. O Método dos Elementos Finitos, usado como ferramenta para a obter as matrizes de massa e rigidez de sistemas com configurações geométricas irregulares, é um procedimento numérico bastante difundido atualmente para o desenvolvimento de modelos matemáticos aplicados na determinação das velocidades críticas e na resposta ao desbalanceamento de rotores flexíveis.

Outro fator importante no projeto de máquinas rotativas é a possibilidade de ocorrerem cargas transientes no rotor. Exemplos de transientes em unidades de máquinas em geral, principalmente em sistemas com eixos rotativos, são: as partidas e paradas súbitas.

O estudo do comportamento transiente de máquinas rotativas durante a partida, a parada e a passagem por velocidades críticas é abordado por (Pacheco & Steffen Jr., 1995). Neste trabalho analisa-se o efeito da variação de parâmetros, como rigidez dos mancais e massa no rotor, no comportamento do sistema e apresenta-se algumas técnicas para reduzir o nível de vibração no regime transiente.

Variações nos parâmetros do sistema, como rigidez dos mancais e perda abrupta de massa, também caracterizam fenômenos transientes. Segundo (Lallane & Ferraris, 1990) a resposta no domínio do tempo devido a um efeito transiente no sistema pode ser determinada modelando-o pelo Método dos Elementos Finitos.

Para diminuir as amplitudes das vibrações nos rotores, empregam-se amortecedores de diversos tipos, pode-se apreciar os trabalhos (Cardinali, 1987) e (Cavalca & Weber, 1989).

Entre os componentes principais de grande parte das máquinas, encontram-se os mancais hidrodinâmicos (deslizamento), que exigiram aperfeiçoamentos e adequada manutenção à medida que as velocidades de rotação e as cargas dinâmicas foram aumentando.

Os mancais hidrodinâmicos, normalmente usados em máquinas rotativas pesadas, desempenham um significativo papel no comportamento dinâmico de rotores, pois as propriedades de rigidez e amortecimento do filme de óleo modificam significativamente a velocidade crítica e a resposta devido ao desbalanceamento de rotores. Estudos satisfatoriamente detalhados de mancais hidrodinâmicos são encontrados em (Pinkus & Sternlicht, 1961), (Uemura et al., 1996) e (Santos & Russo, 1998).

O projeto correto de mancais hidrodinâmicos descrito por (Sahinkaya & Burrows, 1985) e (Uemura et al., 1996) normalmente fornece amortecimento suficiente para controlar as amplitudes de vibrações síncronas de um rotor operando próximo à velocidade crítica. Por outro lado, quando se utiliza rotor rígido, e os mancais estão sob determinadas condições (frequência de Oil-Whirl for menor do que a metade da frequência de rotação do eixo) descritos em (Oliveira, 1998), o filme de óleo pode causar instabilidade no rotor e conseqüentemente no sistema dinâmico rotativo.

A caracterização dos mancais hidrodinâmicos e concomitantemente do filme de óleo visam, desta maneira, fornecer suporte numérico e computacional para a quantificação das forças transmitidas do eixo à fundação, causadas por eventuais desbalanceamentos deste, ou por forças de excitação externas (Uemura et al., 1996).

As fontes de perturbações mais comuns encontradas em sistemas dinâmicos rotativos em geral, tais como: turbinas a vapor, hidrogeradores, turbogeradores, compressores, bombas centrífugas, motores de automóveis, etc. são dos tipos síncronas e ou assíncronas. As síncronas, intrínsecas ao próprio sistema são de origem mecânica, hidráulica, elétrica e magnética; e as assíncronas, oriundas de fontes de excitações externas. Dependendo da sua natureza, estas se apresentam na forma de excitações harmônicas, transientes ou perturbações aleatórias, e são transmitidas para os mancais, estruturas e fundações.

As fontes de perturbações síncronas são originadas, principalmente, devido ao desbalanceamento das massas rotativas, defeitos de alinhamento ou centragem nas uniões entre as partes, atrito interno no material do eixo e atrito seco nos mancais ou interferência entre as partes rotativas e estacionárias.

Dentre os sinais de excitação que normalmente são utilizados podem ser citados: excitação harmônica, excitação impulsional e excitação aleatória.

Uma característica indispensável num sinal de excitação, no processo de identificação de sistemas, é a manutenção das condições de excitação persistente (Eykhoff, 1974). Esta, dentre outras vantagens, pode ser conseguida com a aplicação do sinal de excitação sintetizado do tipo periódico com as mesmas

propriedades de um ruído branco (Schroeder, 1970). Este sinal foi utilizado por (Sahinkaya et al., 1984), (Dias Jr., 1987), (Oliveira, 1997) e (Mariano & Oliveira, 1997) em trabalhos de pesquisa que o validaram como uma eficiente fonte de perturbação assíncrona em sistemas dinâmicos.

2.3 Conclusão

Procurou-se apresentar neste capítulo, aspectos comuns relacionados às vibrações torcionais e velocidades críticas de eixos rotativos, os quais têm causado diariamente problemas no projeto e manutenção das máquinas. Dentre estes problemas destacou-se: o desbalanceamento residual, o fenômeno de ressonância, as cargas transientes que aparecem nas máquinas durante a partida, parada, e passagem por velocidades críticas, as vibrações nos rotores, etc.

Observou-se também, que a maioria dos trabalhos publicados na literatura não deram ênfase ao estudo do comportamento dinâmico de sistemas rotativos devido às fontes de perturbações síncronas (rotor desbalanceado girando a uma rotação fixa) e assíncronas (fontes de excitações externas).

Foi este fato, que motivou e viabilizou este trabalho de pesquisa com o objetivo de se investigar o efeito dessas fontes de perturbações na obtenção das curvas de resposta em frequência aplicadas aos sistemas dinâmicos rotativos.

CAPÍTULO III

EMBASAMENTO TEÓRICO, FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E MODELO FÍSICO DE UM SISTEMA EIXO-ROTOR-MANCAIS HIDRODINÂMICOS

3.1 Introdução

Este capítulo procura resgatar alguns conceitos e aspectos teóricos sobre: mancais hidrodinâmicos, fontes de perturbações síncronas e assíncronas, e formulação matemática do modelo físico de um sistema dinâmico rotativo eixo-rotor-mancais hidrodinâmicos excitado por fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas.

Com o objetivo de tornar mais claro o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, apresenta-se a seguir de forma cuidadosa, uma seqüência de conceitos e considerações gerais relacionados com o tema em questão. Os quais são necessários ao entendimento e avaliação deste trabalho a partir da simulação dinâmica de um sistema rotativo.

3.2 Mancais Hidrodinâmicos

Os mancais podem ser suportes ou guias das partes móveis de máquinas, motores, transmissões, etc., sendo geralmente do tipo hidrodinâmico (deslizamento) ou de rolamento.

Segundo (Cattaruzzi & Cavalca, 1998) no caso do mancal de deslizamento, duas superfícies deslizam uma sobre a outra separadas por um filme de óleo e suporta as forças que tendem a trazer as duas superfícies em contato. O filme lubrificante deve suportar uma determinada carga com perdas de energia por atrito aceitáveis, e sem introduzir instabilidades indesejáveis.

Em qualquer indústria, por menor que seja, é possível encontrar um elevado número de mancais, de cujo bom funcionamento depende em grande parte a qualidade e a capacidade de produção, e conseqüentemente, o rendimento econômico.

Mancal hidrodinâmico é, em resumo, um suporte destinado ao emprego em máquinas rotativas, cuja seção cilíndrica é separada do eixo que gira por uma fina película de óleo.

Na grande maioria das aplicações, o mancal é estacionário, ou seja, permanece parado, enquanto o eixo gira. Como as velocidades das máquinas rotativas usando mancal hidrodinâmico vêm aumentando, e dadas as maiores exigências quanto ao seu desempenho, o interesse no desenvolvimento da teoria dos mancais hidrodinâmicos tem aumentado nos últimos anos.

Cooper (1963) demonstra, teórica e experimentalmente, as vantagens de se usar mancais hidrodinâmicos como suportes de sistemas dinâmicos rotativos. Em tais mancais registram-se freqüentemente altas amplitudes de vibração sob certas condições de carregamento e velocidades. Forças de grandes amplitudes são transmitidas às fundações do sistema, ou parte dos seus componentes.

Newkirk (1925) foi quem primeiro registrou, em meados de 1924, um fenômeno de instabilidade em mancal hidrodinâmico. Ele demonstrou que sob certas combinações de velocidade e carregamento, o centro do eixo não permanecia fixo, como estabelecia a equação de Reynolds para o caso de carga estacionária, mas assumia um movimento de precessão, ou seja, orbitava em torno de uma posição de equilíbrio numa velocidade angular igual a cerca da metade da velocidade de rotação do eixo. Este fenômeno foi chamado de “ Oil-Whip”. No fenômeno de “ Oil-Whip” as amplitudes de precessão “ Oil-Whril” aumentam com o tempo, caracterizando a instabilidade.

Segundo (Robertson, 1933), se a freqüência de precessão for maior do que a metade da freqüência de rotação do eixo, a vazão do fluxo de óleo é sensivelmente aumentada, e em consequência é gerada uma maior pressão naquela região e nestas condições diz-se que o sistema eixo-mancal trabalha sob condições estáveis. Se ao contrário, a freqüência de “ Oil-Whril” for menor do que a metade da freqüência de rotação do eixo, a quantidade do fluxo de óleo é sensivelmente diminuída, reduzindo-se em duas vezes a pressão no filme de óleo, e como consequência, surge um maior espaço entre a superfície do eixo e do mancal. Deste

modo, há uma considerável perda na capacidade de carga do mancal, e o movimento do eixo torna-se instável (Oliveira, 1998).

Dentre os vários tipos de mancais hidrodinâmicos, os mancais cilíndricos, elípticos e segmentados de patins oscilantes (tilting pad) são largamente utilizados como suportes de máquinas rotativas (Pinkus & Wilcock, 1985).

Allaire (1979) usou vários tipos de mancais em suas pesquisas, e a partir de avaliações feitas por outros pesquisadores e usuários de máquinas rotativas, concluiu que os mancais cilíndricos possuíam grande aplicação devido ao fato de serem de baixo custo e fáceis de fabricar; enquanto que os mancais segmentados de patins oscilantes possuíam muitos componentes e exigiam projetos cuidadosos.

Um novo tipo de mancal hidrodinâmico, com lubrificação mista, vem sendo desenvolvido junto ao Departamento de Projeto Mecânico da Unicamp. Este tem como objetivo fundamental aumentar a reserva de estabilidade de sistemas rotativos que operam em condições desfavoráveis. Resultados teóricos provenientes de um modelo matemático desenvolvido para o mesmo, permitem prever o comportamento dos seus coeficientes de rigidez e amortecimento (Santos & Russo, 1998).

3.3 Fontes de Perturbações Síncronas e Assíncronas

As fontes de perturbações síncronas são em geral originadas, principalmente, devido ao desbalanceamento das massas rotativas, defeitos de alinhamento ou centragem nas uniões entre as partes, atrito interno no material do eixo e atrito seco nos mancais ou interferência entre as partes rotativas e estacionárias.

Jeffcot (1919) considerou um disco pesado de massa M montado no ponto médio de um eixo elástico de massa desprezível apoiado sobre mancais hidrodinâmicos, como mostra a figura (3.3.1). O centro geométrico do disco é E e seu centro de gravidade G está a uma distância a do ponto E . K é a rigidez do eixo e C é o amortecimento estrutural do sistema. Considera-se o rotor do modelo físico dado abaixo como sendo de Laval, e ainda, se despreza seus eventuais efeitos giroscópicos.

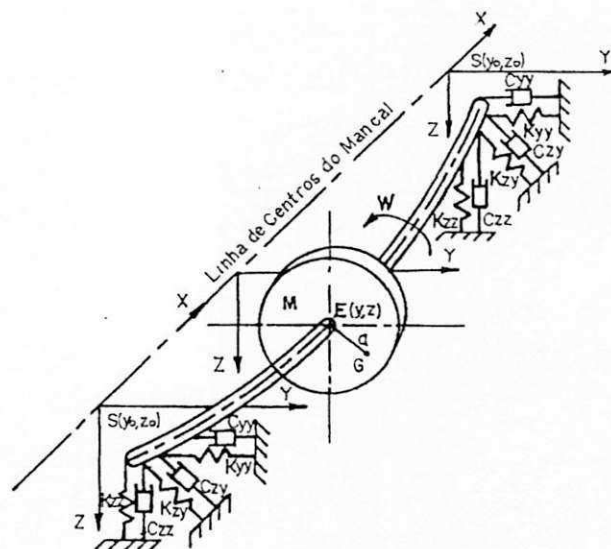


Figura 3.3.1- Modelo Físico do Sistema Eixo-Rotor-Mancais Hidrodinâmicos

O desbalanceamento residual de rotores é uma das fontes de perturbação síncrona mais discutida pela dinâmica de rotores, porque seu efeito tem causado vibrações indesejáveis que podem alcançar amplitudes perigosas. Ainda que não sejam perigosas, essas vibrações aumentam as tensões no material e submetem os mancais às cargas repetidas, causando a falha prematura por fadiga das peças.

Assim, não é suficiente, no projeto das máquinas, meramente evitar a operação próxima das velocidades críticas, mas também se deve eliminar, ou pelo menos reduzir, as forças de inércia que produzem essas vibrações. Usando um equipamento de balanceamento estático ou dinâmico, o desbalanceamento residual α pode ser reduzido, mas é impossível eliminá-lo totalmente. Assim, independente de quão pequeno seja o desbalanceamento α , sempre se pode esperar problema na ressonância.

Quando a frequência de operação é maior que a frequência natural, à máquina deve ser projetada para passar pela ressonância tão rápido quanto possível para evitar o aparecimento de vibrações perigosas (Shigley, 1961).

Cavalca & Weber (1989) desenvolveram um dispositivo de redução de amplitude na passagem de um rotor pela velocidade crítica, isso para mostrar que a passagem pela ressonância pode ocorrer com amplitude reduzida, quando se dispõe de aceleração suficientemente elevada para que o sistema não tenha tempo de aumentar sua amplitude.

As fontes de perturbações assíncronas são originadas, principalmente, por excitações externas. O sinal sintetizado de Schroeder, utilizado neste trabalho,

simula uma fonte de excitação externa (força) num sistema mecânico, por exemplo, vibrações oriundas de um automóvel quando passa por um sonorizador ou lombada, bem como, vibrações provenientes de máquinas e que atingem outras máquinas pela base, distribuídas umas próximas das outras nas instalações de uma fábrica.

Um requisito mínimo, exigido de um sinal de excitação, é que a dinâmica do processo seja persistentemente excitada durante todo o período de medição. Noutras palavras, significa que o sinal de excitação deve ser suficientemente rico em componentes de frequência, de forma a excitar todos os modos de interesse do sistema (Pederiva, 1983). As exigências necessárias para assegurar-se a condição de excitação persistente dos sinais de entrada, podem ser encontrados em (Burrows & Stanay, 1980).

É possível, através do ajuste dos ângulos de fase das harmônicas que compõem um sinal, gerar um sinal com baixo fator de pico. Alguns casos de como gerar sinais no domínio de tempo a partir dos ângulos de fase para um dado espectro de potência são analisados por (Schroeder, 1970).

Deste modo, o sinal de excitação que será empregado como fonte de excitação assíncrona, no sistema dinâmico rotativo em estudo, é obtido por síntese de sinais de baixa auto-correlação com baixo fator de pico, sintetizado a partir dos ângulos de fase das harmônicas que o compõe, com ângulos de fase no intervalo de 0 a π .

Gerar esse sinal em computador digital significa buscar séries temporais de comprimento finito $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, cujos coeficientes de auto-correlação são definidos por:

$$\alpha_k = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\beta_n \beta_{n+k}) \quad (3.3.1)$$

tal que estes coeficientes assumam valores pequenos para $k > 1$.

Deste modo, considera-se um sinal periódico de período T , contendo N harmônicas dado por,

$$F(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N \beta_n e^{i\omega t} \right] \quad (3.3.2)$$

onde: $\omega = n\omega_0$, $n = 1(1)N$.

Restringindo a variação do ângulo de fase entre 0 e π , as séries temporais podem ser obtidas por,

$$\beta_n = 1 - 2 \left(\frac{\phi_n}{\pi} \right) \quad (3.3.3)$$

onde, ϕ_n são os ângulos de fase dados por,

$$\phi_n = 1 - \pi(n^2 / 2N) \quad (3.3.4)$$

O sinal de excitação gerado desta forma, constitui-se num sinal de banda larga em frequência com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco, porém com as vantagens de ser periódico. As figuras (3.3.2) e (3.3.3)

apresenta o sinal gerado no domínio do tempo e o seu respectivo espectro no domínio da frequência.

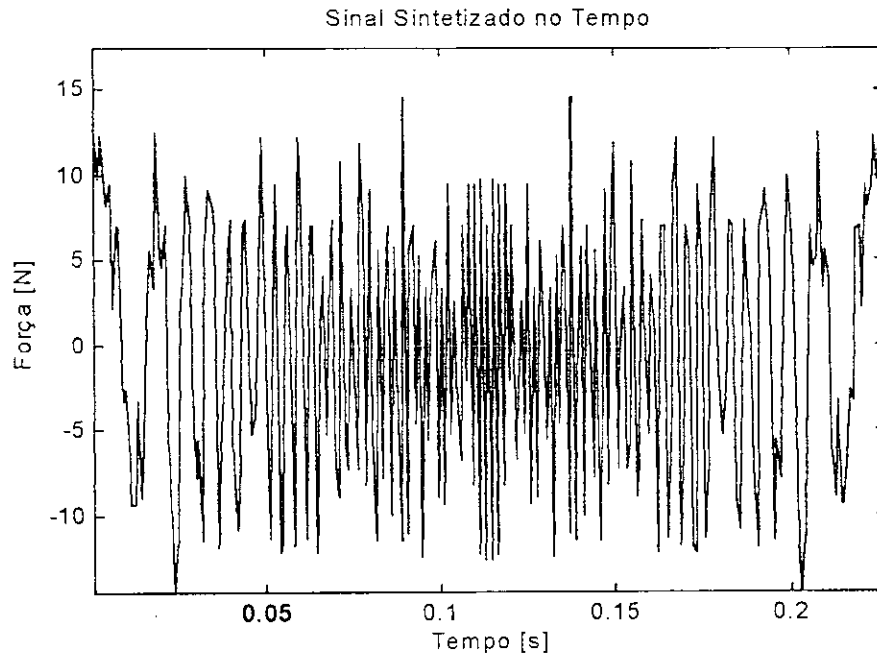


Figura 3.3.2 - Sinal de Excitação Sintetizado no Tempo

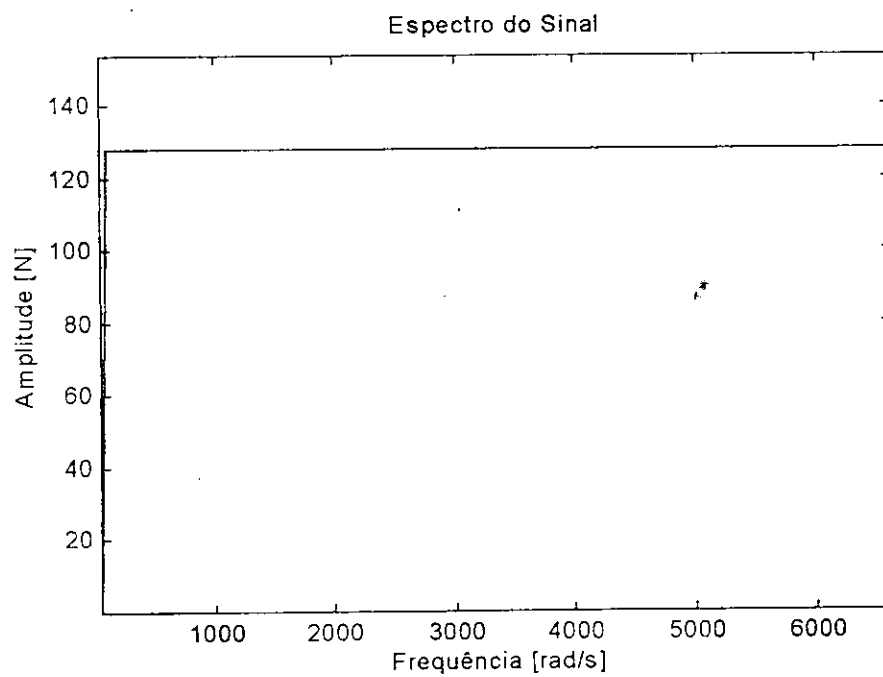


Figura 3.3.3 - Sinal de Excitação Sintetizado em Frequência

Algumas vantagens de se utilizar este tipo de sinal como fonte de excitação assíncrona podem ser resumidas a seguir:

1. É um sinal com alto conteúdo frequencial do tipo ruído branco, onde a faixa de frequência pode ser preestabelecida;
2. Possui a vantagem de ser periódico;
3. Pode-se garantir a excitação persistente no sistema mecânico;
4. Pode ser facilmente implementado em computador digital, bem como através de um conversor digital-analógico, permitindo assim excitar um sistema físico real;
5. Por se constituir num sinal de espectro plano, pode-se garantir que os modos de vibração do sistema em consideração é excitado com um nível de energia uniforme, além do fato de se garantir as hipóteses de linearidade.

3.4 Formulação Matemática e Modelo Físico de um Sistema Eixo-Rotor-Mancais Hidrodinâmicos Excitado por Fontes de Perturbações Síncronas e Assíncronas

Neste trabalho apresenta-se a Formulação Matemática do Sistema Eixo-Rotor-Mancais Hidrodinâmicos representado pela configuração da figura (3.3.1), considerando fontes de perturbações síncronas e assíncronas, dividida em três partes. Assim sendo, o estudo do comportamento dinâmico do sistema pode ser

melhor interpretado e avaliado a partir da obtenção das curvas de resposta em frequência.

Na primeira parte considera-se o sistema dado excitado por uma fonte de perturbação síncrona, isto é, supondo um desbalanceamento residual; na segunda, o sistema é excitado por uma fonte de perturbação assíncrona e na terceira, o sistema é excitado por uma fonte de perturbação síncrona e assíncrona simultaneamente – estado físico real das máquinas rotativas.

3.4.1 Formulação Matemática de um Sistema Excitado por Uma Fonte de Perturbação Síncrona

O modelo matemático utilizado para o sistema representado na figura (3.3.1), considerando uma excitação síncrona é dado por,

$$M \ddot{z}(t) + C1 \dot{z}(t) + C12 \dot{y}(t) + K1 z(t) + K12 y(t) = M a \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^n e^{i\Omega t} \right] \quad (3.4.1.1)$$

$$M \ddot{y}(t) + C21 \dot{z}(t) + C2 \dot{y}(t) + K21 z(t) + K2 y(t) = M a \operatorname{Im} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^n e^{i\Omega t} \right]$$

onde, $\Omega = n\Omega_0$ para o modo contínuo de rotação. A frequência de rotação

fundamental está sincronizada com as características intrínsecas do sistema, ou seja, $\Omega_0 = f(Dt, \omega_{nm\acute{a}x}, fb, etc.)$, (Oliveira, 1998).

As equações (3.4.1.1) na forma matricial são dadas por:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C1 & C12 \\ C21 & C2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K1 & K12 \\ K21 & K2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} = M \alpha \sum_{n=1}^N \Omega^2 \begin{Bmatrix} \cos \Omega t \\ \sin \Omega t \end{Bmatrix} \quad (3.4.1.2)$$

onde, os termos $K1, K2, K12$ e $K21$ da matriz de rigidez são funções dos coeficientes de rigidez do mancal e do eixo, e os termos $C1, C2, C12$ e $C21$ da matriz de amortecimento são funções dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e do amortecimento estrutural do eixo (Rao, 1983), são dados por:

$$K1 = \frac{K[2Kzz(2Kyy+K) - 4KzyKyz]}{(2Kzz+K)(2Kyy+K) - 4KzyKyz}; \quad C1 = \frac{C[2Czz(2Cyy+C) - 4CzyCyz]}{(2Czz+C)(2Cyy+C) - 4CzyCyz};$$

$$K2 = \frac{K[2Kyy(2Kzz+K) - 4KzyKyz]}{(2Kzz+K)(2Kyy+K) - 4KzyKyz}; \quad C2 = \frac{C[2Cyy(2Czz+C) - 4CzyCyz]}{(2Czz+C)(2Cyy+C) - 4CzyCyz};$$

$$K12 = \frac{2KzyK^2}{(2Kzz+K)(2Kyy+K) - 4KzyKyz}; \quad C12 = \frac{2CzyC^2}{(2Czz+C)(2Cyy+C) - 4CzyCyz};$$

$$K21 = \frac{2KyzK^2}{(2Kzz+K)(2Kyy+K) - 4KzyKyz}; \quad C21 = \frac{2CyzC^2}{(2Czz+C)(2Cyy+C) - 4CzyCyz}.$$

3.4.1.1 Análise Para o Sistema Conservativo Utilizando a Excitação Síncrona

Nesta análise vamos considerar somente os coeficientes de rigidez do mancal, e as propriedades de amortecimento serão incluídas na próxima seção.

Para o sistema conservativo representado pela figura (3.3.1) as equações (3.4.1.1) são reduzidas a:

$$M \ddot{z}(t) + K1 z(t) + K12 y(t) = M a \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^2 e^{i\Omega t} \right] \quad (3.4.1.3)$$

$$M \ddot{y}(t) + K21 z(t) + K2 y(t) = M a \operatorname{Im} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^2 e^{i\Omega t} \right]$$

A solução das equações (3.4.1.3) são da forma:

$$z(t) = z_1 \sum_{n=1}^N \cos \Omega t + z_2 \sum_{n=1}^N \operatorname{sen} \Omega t \quad e \quad y(t) = y_1 \sum_{n=1}^N \cos \Omega t + y_2 \sum_{n=1}^N \operatorname{sen} \Omega t$$

Substituindo as relações $z(t)$, $\ddot{z}(t)$, $y(t)$ e $\ddot{y}(t)$ em (3.4.1.3), obtemos:

$$\begin{aligned}
& -M z_1 \sum_{n=1}^N \Omega^2 \cos \Omega t - M z_2 \sum_{n=1}^N \Omega^2 \sin \Omega t + K1 z_1 \sum_{n=1}^N \cos \Omega t + K1 z_2 \sum_{n=1}^N \sin \Omega t \\
& + K12 y_1 \sum_{n=1}^N \cos \Omega t + K12 y_2 \sum_{n=1}^N \sin \Omega t = M a \sum_{n=1}^N \Omega^2 \cos \Omega t
\end{aligned}
\tag{3.4.1.4}$$

$$\begin{aligned}
& -M y_1 \sum_{n=1}^N \Omega^2 \cos \Omega t - M y_2 \sum_{n=1}^N \Omega^2 \sin \Omega t + K21 z_1 \sum_{n=1}^N \cos \Omega t + K21 z_2 \sum_{n=1}^N \sin \Omega t \\
& + K2 y_1 \sum_{n=1}^N \cos \Omega t + K2 y_2 \sum_{n=1}^N \sin \Omega t = M a \sum_{n=1}^N \Omega^2 \sin \Omega t
\end{aligned}$$

Separando os termos de seno e cosseno das equações (3.4.1.4),

obtemos:

$$-M z_1 \sum_{n=1}^N \Omega^2 + K1 z_1 + K12 y_1 = M a \sum_{n=1}^N \Omega^2 \tag{3.4.1.5}$$

$$-M z_2 \sum_{n=1}^N \Omega^2 + K1 z_2 + K12 y_2 = 0 \tag{3.4.1.6}$$

$$-M y_1 \sum_{n=1}^N \Omega^2 + K21 z_1 + K2 y_1 = 0 \tag{3.4.1.7}$$

$$-M y_2 \sum_{n=1}^N \Omega^2 + K21 z_2 + K2 y_2 = M a \sum_{n=1}^N \Omega^2 \tag{3.4.1.8}$$

Da equação (3.4.1.6) tira-se o valor de z_2 , o qual é dado por:

$$z_2 = \frac{-K12 \cdot y_2}{[K1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2]} \tag{3.4.1.9}$$

Da equação (3.4.1.7) tira-se o valor de y_1 , o qual é dado por:

$$y_1 = \frac{-K_{21}.z_1}{[K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2]} \quad (3.4.1.10)$$

Substituindo y_1 na equação (3.4.1.5), obtemos o valor de z_1 , vejamos:

$$z_1 = \frac{Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 [K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2]}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}K_{21}} \quad (3.4.1.11)$$

Substituindo z_2 na equação (3.4.1.8), obtemos o valor de y_2 , vejamos:

$$y_2 = \frac{Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 [K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2]}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}K_{21}} \quad (3.4.1.12)$$

Substituindo y_2 na equação (3.4.1.9), obtemos o valor de z_2 ,

vejamos:

$$z_2 = \frac{-K_{12}Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}K_{21}} \quad (3.4.1.13)$$

Substituindo z_1 na equação (3.4.1.10), obtemos o valor de y_1 ,

vejamos:

$$y_1 = \frac{-K_{21}Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}K_{21}} \quad (3.4.1.14)$$

Portanto, a resposta síncrona permanente na direção z é dada por:

$$z(t) = \frac{Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 [K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2]}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}K_{21}} \sum_{n=1}^N \cos \Omega t \quad (3.4.1.15)$$

$$- \frac{K_{12}Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}K_{21}} \sum_{n=1}^N \sin \Omega t$$

E a resposta síncrona permanente na direção y é dada por:

$$y(t) = \frac{-K_{21}Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}K_{21}} \sum_{n=1}^N \cos \Omega t \quad (3.4.1.16)$$

$$+ \frac{Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 [K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2]}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}K_{21}} \sum_{n=1}^N \sin \Omega t$$

3.4.1.2 Análise Para o Sistema Não-Conservativo Utilizando a Excitação

Síncrona

O modelo matemático considerado para o sistema não-conservativo dado pelas equações (3.4.1.1) pode ser simplificado na seguinte forma:

$$M \ddot{z}(t) + K1^* z(t) + K12^* y(t) = Ma \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^2 e^{i\Omega t} \right] \quad (3.4.1.17)$$

$$M \ddot{y}(t) + K21^* z(t) + K2^* y(t) = Ma \operatorname{Im} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^2 e^{i\Omega t} \right]$$

onde os termos $K1^*$, $K2^*$, $K12^*$ e $K21^*$ de rigidez complexa são funções dos coeficientes de rigidez do mancal e do eixo, bem como, dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e do amortecimento estrutural do eixo, e são dados por:

$$K1^* = \frac{K^* [2Kzz^* (2Kyy^* + K^*) - 4Kzy^* Kyz^*]}{(2Kzz^* + K^*)(2Kyy^* + K^*) - 4Kzy^* Kyz^*};$$

$$K2^* = \frac{K^* [2Kyy^* (2Kzz^* + K^*) - 4Kzy^* Kyz^*]}{(2Kzz^* + K^*)(2Kyy^* + K^*) - 4Kzy^* Kyz^*};$$

$$K_{12}^* = \frac{2K_{zy}^* K^{*2}}{(2K_{zz}^* + K^*)(2K_{yy}^* + K^*) - 4K_{zy}^* K_{yz}^*};$$

$$K_{21}^* = \frac{2K_{yz}^* K^{*2}}{(2K_{zz}^* + K^*)(2K_{yy}^* + K^*) - 4K_{zy}^* K_{yz}^*}.$$

onde,

$$K^* = K + i\omega C, \quad K_{zz}^* = K_{zz} + i\omega C_{zz}, \quad K_{yy}^* = K_{yy} + i\omega C_{yy}, \quad K_{zy}^* = K_{zy} + i\omega C_{zy} \quad e$$

$$K_{yz}^* = K_{yz} + i\omega C_{yz}$$

Utilizando o mesmo raciocínio da análise do sistema conservativo, obtemos para análise do sistema não-conservativo as seguintes expressões de resposta síncrona em regime permanente.

A resposta síncrona permanente na direção z é:

$$z(t) = \frac{Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 [K_{21}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2]}{[K_{11}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_{22}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}^* K_{21}^*} \sum_{n=1}^N \cos \Omega t$$

$$- \frac{K_{12}^* Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2}{[K_{11}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_{22}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}^* K_{21}^*} \sum_{n=1}^N \sin \Omega t$$

(3.4.1.18)

A resposta síncrona permanente na direção y é:

$$y(t) = \frac{-K_{21}^* M a \sum_{n=1}^N \Omega^2}{[K_{11}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_{22}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}^* K_{21}^*} \sum_{n=1}^N \cos \Omega t$$

(3.4.1.19)

$$+ \frac{M a \sum_{n=1}^N \Omega^2 [K_{11}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2]}{[K_{11}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2][K_{22}^* - M \sum_{n=1}^N \Omega^2] - K_{12}^* K_{21}^*} \sum_{n=1}^N \sin \Omega t$$

Observa-se nas expressões de resposta síncrona em regime permanente do sistema conservativo e não-conservativo, que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y são diretamente proporcionais ao seu desbalanceamento.

No capítulo IV será mostrado, a partir da obtenção das curvas de resposta em frequência síncrona, como as propriedades de amortecimento do filme de óleo são determinantes na redução das amplitudes de vibração do rotor.

3.4.2 Formulação Matemática de um Sistema Excitado por Uma Fonte de Perturbação Assíncrona

O modelo matemático utilizado para o sistema representado pela figura (3.3.1), considerando uma excitação assíncrona é dado por:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C1 & C12 \\ C21 & C2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K1 & K12 \\ K21 & K2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \beta_n e^{j\omega t} \right] \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4.2.1)$$

onde, $\omega = n\omega_0$ para o modo contínuo, ω_0 é a frequência fundamental da fonte de excitação assíncrona e está sincronizada com as características intrínsecas do sistema, ou seja, $\omega_0 = f(Dt, \omega_{nm\dot{a}x}, fb, etc.)$ (Oliveira, 1998).

A fonte de excitação assíncrona é um sinal do tipo cossenoidal obtido a partir da síntese de sinais periódicos que simula o efeito de uma fonte de perturbação externa excitando o sistema dinâmico rotativo, onde β_n é uma série temporal ajustada de acordo com os ângulos de fase que compõe o sinal entre 0 e π (Schroeder, 1970).

3.4.2.1 Análise Para o Sistema Conservativo Utilizando a Excitação Assíncrona

Nesta análise vamos considerar somente os coeficientes de rigidez do mancal; e as propriedades de amortecimento serão incluídas na próxima seção.

Para o sistema conservativo as equações (3.4.2.1) são reduzidas à seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K1 & K12 \\ K21 & K2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N \beta_n e^{i\omega t} \right] \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4.2.2)$$

A solução das equações (3.4.2.2) são da forma:

$$z(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N z_a e^{i\omega t} \right] \quad e \quad y(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N y_a e^{i\omega t} \right]$$

Substituindo $z(t)$, $\ddot{z}(t)$, $y(t)$ e $\ddot{y}(t)$ na equação (3.4.2.2), obtemos:

$$-M z_a \sum_{n=1}^N \omega^2 \cos \omega t + K1 z_a \sum_{n=1}^N \cos \omega t + K12 y_a \sum_{n=1}^N \cos \omega t = \sum_{n=1}^N \beta_n \cos \omega t \quad (3.4.2.3)$$

$$-M y_a \sum_{n=1}^N \omega^2 \cos \omega t + K21 z_a \sum_{n=1}^N \cos \omega t + K2 y_a \sum_{n=1}^N \cos \omega t = 0 \quad (3.4.2.4)$$

Isolando-se os termos de cosseno, das equações (3.4.2.3) e (3.4.2.4), obtemos:

$$-Mz_a\omega^2 + K1z_a + K12y_a = \beta_n \quad (3.4.2.5)$$

$$-My_a\omega^2 + K21z_a + K2y_a = 0 \quad (3.4.2.6)$$

Da equação (3.4.2.5) tira-se o valor de z_a , vejamos:

$$z_a = \frac{-\sum_{n=1}^N \beta_n K12}{[K1 - M\sum_{n=1}^N \omega^2]} y_a \quad (3.4.2.7)$$

Da equação (3.4.2.6) tira-se o valor de y_a , vejamos:

$$y_a = \frac{-K21}{[K2 - M\sum_{n=1}^N \omega^2]} z_a \quad (3.4.2.8)$$

Substituindo a equação (3.4.2.8) em (3.4.2.7), obtemos o valor de z_a :

$$z_a = \frac{\sum_{n=1}^N \beta_n}{[K1 - M\sum_{n=1}^N \omega^2]} \left[1 - \frac{K12K21}{[K1 - M\sum_{n=1}^N \omega^2][K2 - M\sum_{n=1}^N \omega^2]} \right] \quad (3.4.2.9)$$

Substituindo a equação (3.4.2.7) em (3.4.2.8), obtemos o valor de y_a :

$$y_a = \left[\frac{-K_{21} \sum_{n=1}^N \beta_n}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2]} \right. \\ \left. 1 - \frac{K_{12}K_{21}}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2]} \right] \quad (3.4.2.10)$$

Portanto, a resposta assíncrona permanente na direção z é dada por:

$$z(t) = \left[\frac{\sum_{n=1}^N \beta_n}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2]} \right. \\ \left. 1 - \frac{K_{12}K_{21}}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2]} \right] \sum_{n=1}^N \cos \omega t \quad (3.4.2.11)$$

e a resposta assíncrona permanente na direção y é dada por:

$$y(t) = \left[\frac{-K_{21} \sum_{n=1}^N \beta_n}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2]} \right. \\ \left. 1 - \frac{K_{12}K_{21}}{[K_1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2][K_2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2]} \right] \sum_{n=1}^N \cos \omega t \quad (3.4.2.12)$$

3.4.2.2 Análise Para o Sistema Não-Conservativo Utilizando a Excitação

Assíncrona

O modelo matemático considerado para o sistema não-conservativo dado pelas equações (3.4.2.1) pode ser simplificado na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K1^* & K12^* \\ K21^* & K2^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \beta_n e^{i\omega t} \right] \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4.2.13)$$

Utilizando o mesmo raciocínio da análise do sistema conservativo, obtemos para análise do sistema não-conservativo as seguintes expressões de resposta assíncrona em regime permanente:

A resposta assíncrona permanente na direção z é :

$$z(t) = \frac{\left[\sum_{n=1}^N \beta_n \right]}{\left[K1^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right]} \sum_{n=1}^N \cos \omega t \quad (3.4.2.14)$$

$$\left[1 - \frac{K12^* \cdot K21^*}{\left[K1^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right]} \right]$$

E a resposta assíncrona permanente na direção y é :

$$y(t) = \frac{-K_{21}^* \left[\sum_{n=1}^N \beta_n \right]}{[K_{11}^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2][K_{22}^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2]} \sum_{n=1}^N \cos \omega t \quad (3.4.2.15)$$

$$\left[1 - \frac{K_{12}^* \cdot K_{21}^*}{[K_{11}^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2][K_{22}^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2]} \right]$$

Observa-se nas expressões de resposta assíncrona, em regime permanente do sistema conservativo e não-conservativo, que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y são diretamente proporcionais à amplitude da força de excitação externa, ou seja, $F(t) = F_0 \cdot \sum_{n=1}^N \beta_n \cos \omega t$, onde F_0 é a amplitude do vetor força de excitação (Oliveira, 1997).

No capítulo IV será mostrado, a partir da obtenção das curvas de resposta em frequência assíncrona, como as propriedades de amortecimento do filme de óleo são determinantes na redução das amplitudes de vibração do rotor.

3.4.3 Formulação Matemática de um Sistema Excitado por Uma Fonte de Perturbação Síncrona e Assíncrona

O modelo matemático utilizado para o sistema representado pela figura (3.3.1), considerando uma fonte de perturbação síncrona e assíncrona é dado em forma matricial por :

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C1 & C12 \\ C21 & C2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K1 & K12 \\ K21 & K2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} =$$

$$Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 \begin{Bmatrix} \cos \Omega t \\ \sin \Omega t \end{Bmatrix} + \sum_{n=1}^N \beta n \begin{Bmatrix} \cos \omega t \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4.3.1)$$

Observa-se nas equações (3.4.3.1) a superposição das fontes de perturbações síncrona e assíncrona excitando o sistema simultaneamente, ou seja, o primeiro termo do segundo membro da equação representa a fonte de excitação síncrona e o segundo termo a fonte de excitação assíncrona.

3.4.3.1 Análise Para o Sistema Conservativo Utilizando uma Fonte de Perturbação Síncrona e Assíncrona

Assumindo que o rotor gira a rotações sincronizadas com a frequência de excitação assíncrona, isto é, $\Omega = \omega$, onde $\Omega = n\Omega_0$, $\omega = n\omega_0$, Ω_0 é a frequência fundamental de rotação do rotor devido à excitação síncrona e ω_0 é a frequência fundamental devido à excitação assíncrona. A equação (3.4.3.1) considerando o sistema conservativo fica da seguinte forma :

$$M \ddot{z}(t) + K1 z(t) + K12 y(t) = Ma \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \left(\Omega^2 + \frac{\beta n}{Ma} \right) e^{i\omega t} \right] \quad (3.4.3.2)$$

$$M \ddot{y}(t) + K21 z(t) + K2 y(t) = Ma \operatorname{Im} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^2 e^{i\omega t} \right]$$

Utilizando-se o mesmo raciocínio matemático aplicado na resolução das equações diferenciais anteriores para as fontes de perturbações síncrona e assíncrona; as equações (3.4.3.2) têm como solução as seguintes expressões de resposta em regime permanente.

A resposta em regime permanente da excitação síncrona superposta à excitação assíncrona na direção z para o sistema conservativo é :

$$z(t) = \frac{Ma \left(\sum_{n=1}^N \Omega^2 + \frac{\sum_{n=1}^N \beta_n}{Ma} \right) \left[K2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right]}{\left[K1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] - K12 \cdot K21} \sum_{n=1}^N \cos \omega t$$

$$- \frac{K12 \cdot Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2}{\left[K1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] - K12 \cdot K21} \sum_{n=1}^N \text{sen } \omega t \quad (3.4.3.3)$$

E a resposta em regime permanente da excitação síncrona superposta à excitação assíncrona na direção y para o sistema conservativo é :

$$y(t) = \frac{-K21 Ma \left(\sum_{n=1}^N \Omega^2 + \frac{\sum_{n=1}^N \beta_n}{Ma} \right)}{\left[K1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] - K12 \cdot K21} \sum_{n=1}^N \cos \omega t$$

$$+ \frac{Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 \left[K1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right]}{\left[K1 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2 - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] - K12 \cdot K21} \sum_{n=1}^N \text{sen } \omega t \quad (3.4.3.4)$$

3.4.3.2 Análise Para o Sistema Não-Conservativo Utilizando Uma Fonte de Perturbação Síncrona e Assíncrona

O modelo matemático considerado para o sistema não-conservativo dado pelas equações (3.4.3.1) pode ser simplificado da seguinte forma:

$$M \ddot{z}(t) + K1^* z(t) + K12^* y(t) = Ma \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \left(\Omega^2 + \frac{\beta n}{Ma} \right) e^{i\alpha x} \right] \quad (3.4.3.5)$$

$$M \ddot{y}(t) + K21^* z(t) + K2^* y(t) = Ma \operatorname{Im} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^2 e^{i\alpha x} \right]$$

onde, os termos $K1^*$, $K2^*$, $K12^*$ e $K21^*$ de rigidez complexa são funções dos coeficientes de rigidez do mancal e do eixo, bem como dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e do amortecimento estrutural do eixo.

Utilizando o mesmo raciocínio da análise do sistema conservativo, obtemos para análise do sistema não-conservativo as seguintes expressões de resposta em regime permanente:

A resposta em regime permanente da excitação síncrona superposta à excitação assíncrona na direção z para o sistema não-conservativo é :

$$z(t) = \frac{Ma \left(\sum_{n=1}^N \Omega^2 + \frac{\sum_{n=1}^N \beta_n}{Ma} \right) \left[K2^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right]}{\left[K1^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] - K12^* \cdot K21^*} \sum_{n=1}^N \cos \omega t$$

$$- \frac{K12^* \cdot Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2}{\left[K1^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] - K12^* \cdot K21^*} \sum_{n=1}^N \sin \omega t \quad (3.4.3.6)$$

E a resposta em regime permanente da excitação síncrona superposta à excitação assíncrona na direção y para o sistema não-conservativo é :

$$y(t) = \frac{-K21^* Ma \left(\sum_{n=1}^N \Omega^2 + \frac{\sum_{n=1}^N \beta_n}{Ma} \right)}{\left[K1^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] - K12^* \cdot K21^*} \sum_{n=1}^N \cos \omega t$$

$$+ \frac{Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 \left[K1^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right]}{\left[K1^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] \left[K2^* - M \sum_{n=1}^N \omega^2 \right] - K12^* \cdot K21^*} \sum_{n=1}^N \sin \omega t \quad (3.4.3.7)$$

Como podemos observar, a diferença básica do modelo proposto em relação ao modelo do (Rao, 1983) é o fato de aparecer o termo $\sum_{n=1}^N \beta_n / M a$ nas equações (3.4.3.3) e (3.4.3.4) para o sistema conservativo, e nas equações (3.4.3.6) e (3.4.3.7) para o sistema não-conservativo, ou seja, nestas expressões verifica-se o efeito da fonte de excitação assíncrona superposto ao da excitação síncrona.

Nas expressões de resposta em regime permanente para o sistema conservativo e não-conservativo citadas acima, podemos observar o efeito de uma fonte de perturbação assíncrona excitando o sistema quando o rotor está girando com uma rotação fixa e com um certo desbalanceamento, desde que o termo $\sum_{n=1}^N \Omega^2$ que aparece nas expressões, seja substituído por Ω^2_{fixa} .

3.5 Conclusão

Neste capítulo procurou-se mostrar de forma razoavelmente abrangente alguns conceitos e aspectos gerais sobre: mancais hidrodinâmicos, fontes de perturbações síncronas e assíncronas e formulações matemáticas de um sistema dinâmico rotativo eixo-rotor-mancais hidrodinâmicos, excitado por fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas.

Mostrou-se através de uma seqüência clara e individual, a formulação matemática para o sistema excitado por uma fonte de perturbação síncrona, a

formulação matemática para o sistema excitado por uma fonte de perturbação assíncrona, e, finalmente, a formulação matemática para o sistema sendo excitado por ambas as fontes de perturbações.

Adicionalmente, apresentou-se as expressões de resposta em regime permanente para o sistema conservativo e não-conservativo, submetido às fontes de perturbações síncronas e assíncronas, com o objetivo de simplificar o tratamento matemático e tornar claro o entendimento deste trabalho.

Finalmente, apresentou-se uma nova formulação matemática para o modelo do (Rao, 1983), e ainda, se deu ênfase ao efeito de uma fonte de perturbação assíncrona excitando o sistema girando com uma rotação fixa e com um certo desbalanceamento.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS E DISCUSSÕES DE SIMULAÇÃO DIGITAL PARA AS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS DO MODELO FÍSICO

4.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se os resultados e discussões obtidos a partir das curvas de resposta em frequência do Modelo Físico Eixo-Rotor-Mancais Hidrodinâmicos representado na figura (3.3.1) e excitado por fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas.

Para que os sinais de resposta em frequência obtidos a partir da simulação dinâmica do sistema sejam amostrados de forma eficiente, faz-se necessário a utilização de um critério de busca bem definido para simulação, em geral, de sistemas mecânicos descrito em (Oliveira, 1997).

Utilizando este critério, pode-se fixar o número de amostras N , para amostragem eficiente do sinal. O intervalo de tempo de discretização é determinado a partir da relação dada por,

$$Dt = \frac{2\pi.NPI}{N.\omega_{nm\acute{a}x}.fb} \quad (4.1.1)$$

onde, $NPI = N/2$, por exemplo, e fb é um número fixo para o fator de busca, que para um sistema com qualquer número de graus de liberdade é dado por, $fb \geq 2.0$. $\omega_{nm\acute{a}x}$ é a maior freqüência natural identificada no sistema.

A determinação da freqüência de rotação fundamental para a fonte de excitação síncrona é obtida a partir da relação dada por,

$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{N.Dt} \quad (4.1.2)$$

O sinal da excitação externa (fonte de perturbação assíncrona) é gerado utilizando-se a freqüência fundamental ω_0 calculada a partir da relação dada por,

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N.Dt} \quad (4.1.3)$$

4.2 Resultados e Discussões Para Um Sistema Excitado Por Uma Fonte de Perturbação Síncrona.

Para obtenção e avaliação das curvas de resposta em frequência a partir da simulação dinâmica do sistema representado na figura (3.3.1), considera-se uma fonte de perturbação síncrona. Os parâmetros adotados para simulação do sistema dinâmico com dois graus de liberdade com massa do rotor em [Kg], excentricidade da massa do rotor em [m], rigidez do eixo e dos mancais em [N/m] e amortecimento estrutural do eixo e amortecimento dos mancais em [Ns/m], são dados na tabela (4.2.1).

Os parâmetros adotados para o mancal hidrodinâmico foram identificados experimentalmente para uma dada condição de velocidade angular de rotação do eixo e carregamento. Os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo são obtidos experimentalmente na forma adimensional. Para conversão na forma dimensional, o procedimento é direto, onde se utiliza uma folga radial de 0.000125 m, uma carga estática aplicada ao eixo de 37.32 N e uma rotação para o eixo em torno de 1980 rpm (Oliveira, 1998).

Mais detalhes sobre esta conversão são encontrados em (Oliveira, 1988). Segundo o autor, é conveniente trabalhar na forma adimensional, pois isto permite identificar as características de rigidez e amortecimento do mancal hidrodinâmico numa abordagem mais geral, ou seja, pode-se estabelecer parâmetros diferentes para a folga radial, comprimento, diâmetro do mancal, etc.

Tabela 4.2.1 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona do Sistema Dinâmico Rotativo.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,62 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$a = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 2,14 \cdot 10^5 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = -1,69 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

Para a obtenção das curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor para o sistema rotativo da figura (3.3.1), considerando uma fonte de perturbação síncrona, foram adotados em linhas gerais a seqüência dada abaixo, (Oliveira, 1997). As frequências naturais $\omega_{n1} = 808,6 \text{ rad/s}$ e $\omega_{n2} = 1.133,5 \text{ rad/s}$ foram determinadas inicialmente com os parâmetros da tabela 4.2.1, onde a frequência natural máxima é $\omega_{nm\acute{a}x} = 1.133,5 \text{ rad/s}$.

- 1) Cálculo dos autovalores do sistema.
- 2) Identificação da maior frequência natural, $\omega_{nm\acute{a}x}$.
- 3) Definição de um número fixo para o fator de busca, ou seja, $fb \geq 2.0$.
- 4) Definição do número de amostras ,por exemplo, $N=256$ para amostragem eficiente do sinal.
- 5) Determinação do intervalo de tempo de discretização a partir da relação dada por $Dt = [2\pi / N \omega_{nm\acute{a}x} \cdot fb] \cdot NPI$, onde $NPI = N/2$.
- 6) Determinação da frequência de rotação fundamental dada por $\Omega_0 = (2\pi / NDt)$.
- 7) O sinal da excitação síncrona é gerado utilizando a frequência de rotação fundamental calculada no item 6.

Para a obtenção das curvas de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor, foi desenvolvido e elaborado um software no ambiente Matlab for Windows – Versão 4.2b para analisar as vibrações do rotor em regime permanente a partir das expressões (3.4.1.15), (3.4.1.16), (3.4.1.18) e (3.4.1.19).

Antes de mostrar as curvas de resposta em frequência para o sistema da figura (3.3.1), mostra-se a seguir nas figuras (4.2.1) e (4.2.2), as respostas síncrona em regime permanente das vibrações do rotor na direção z, para o sistema conservativo e não-conservativo. Os parâmetros de amostragem adotados foram: $N = 256$, $fb = 3,0$, $Dt = 9,242 \cdot 10^{-4} s$, $\omega_{n_{max}} = 1.133,5 rad / s$ e os parâmetros da tabela (4.2.1).

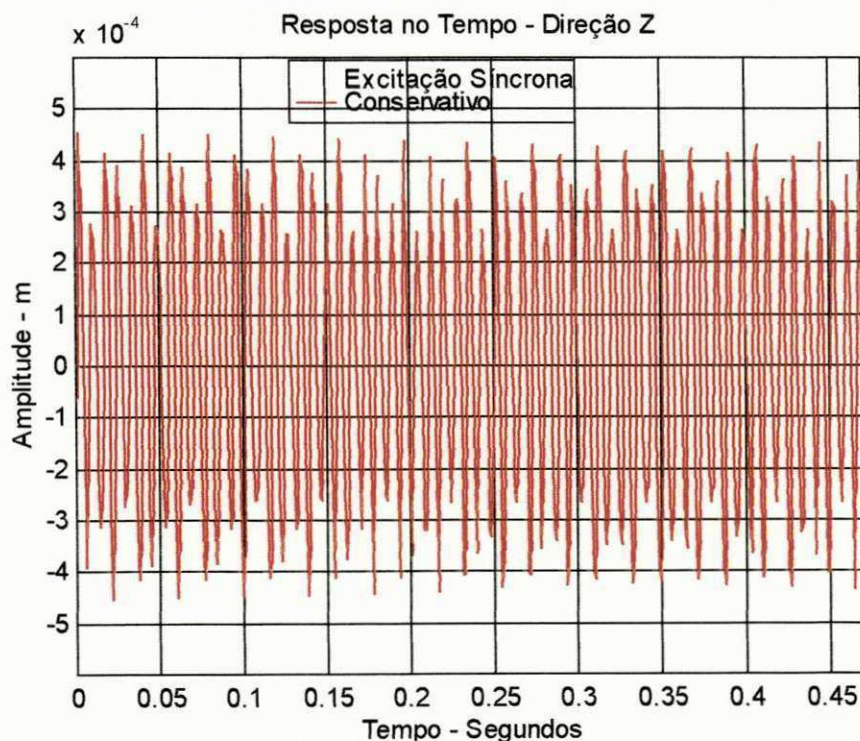


Figura 4.2.1 – Resposta síncrona em regime permanente das vibrações do rotor na direção z para o sistema conservativo.

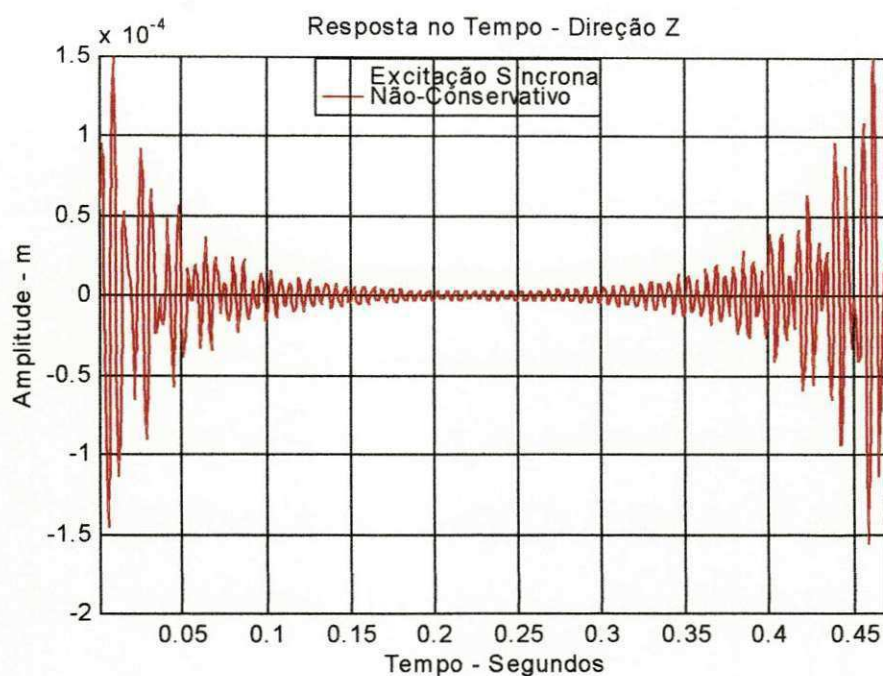


Figura 4.2.2 – Resposta síncrona em regime permanente das vibrações do rotor na direção z para o sistema não-conservativo.

Neste trabalho, vale lembrar que, a análise está restrita somente a fazer uma avaliação das fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas na obtenção das curvas de resposta em frequência de sistemas dinâmicos rotativos.

Assim sendo, utilizando-se o software desenvolvido para obtenção das respostas síncrona permanente, e aplicando-se a transformada de Fourier nas respostas obtidas no tempo, mostra-se, a seguir, o comportamento dinâmico do sistema rotativo em frequência.

Para que os sinais de resposta em frequência fossem amostrados de forma eficiente, utilizou-se um critério de busca bem definido para simulação em geral descrito em (Oliveira, 1997).

A seguir, mostra-se as curvas de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor para o sistema representado na figura (3.3.1), considerando uma fonte de perturbação síncrona.

Na tabela (4.2.1) mostra-se os parâmetros adotados para simulação e avaliação do comportamento dinâmico do sistema em frequência. Os parâmetros adotados para amostragem das curvas de resposta em frequência foram: $N = 256$, $fb = 3,0$, $Dt = 9,242 \cdot 10^{-4} s$, $\omega_{n \max} = 1.133,5 rad / s$.

Nas figuras (4.2.3) e (4.2.4), mostra-se, as curvas de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor, nas direções z e y, para o sistema conservativo e não-conservativo.

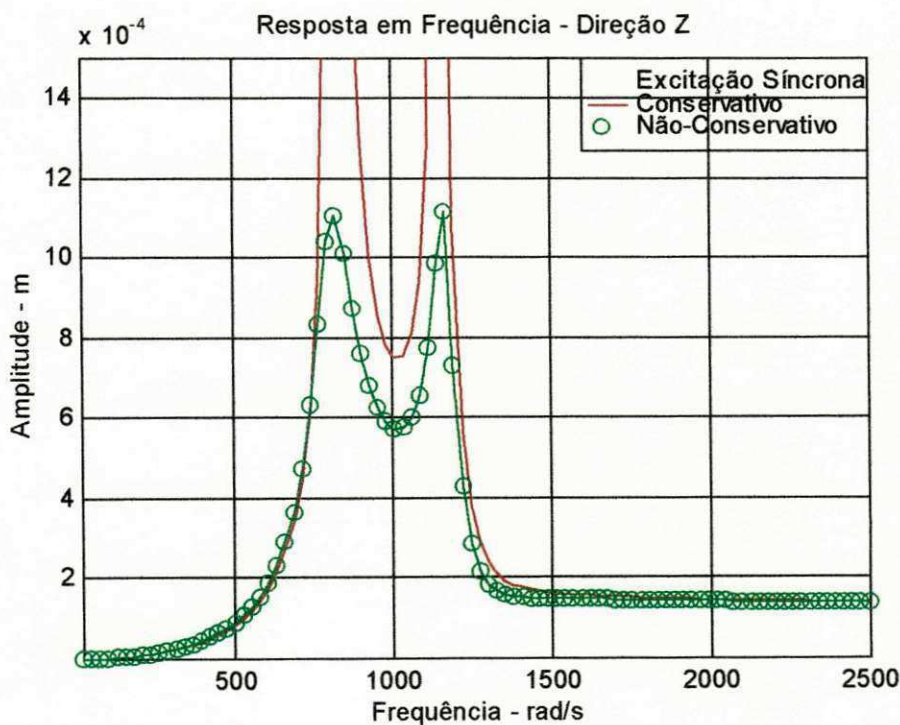


Figura 4.2.3 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção z para $K = 1,387 \cdot 10^7 N / m$.

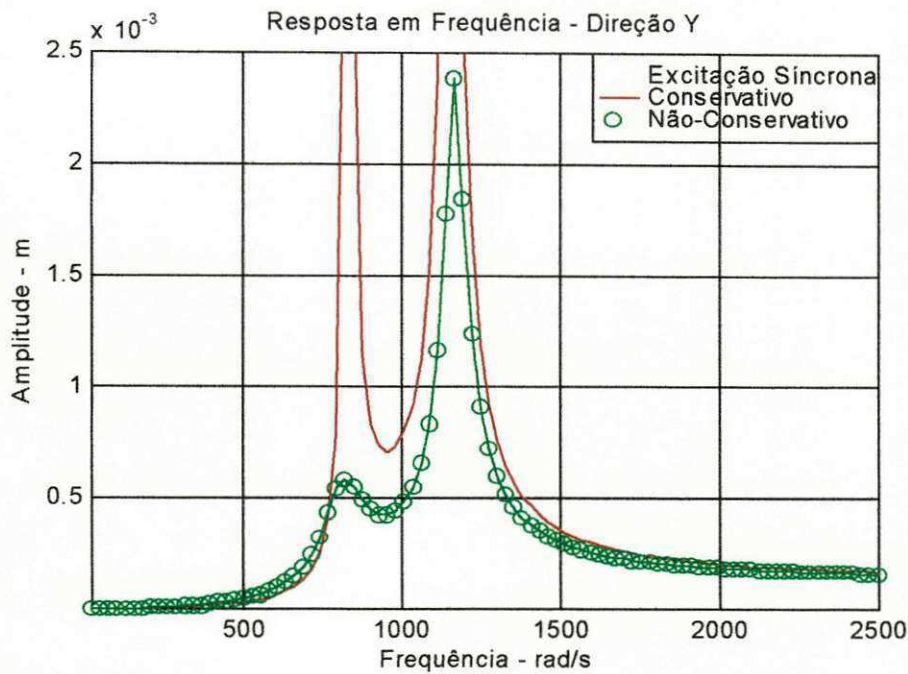


Figura 4.2.4 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção y para $K = 1,387 \cdot 10^7 \text{ N/m}$.

A seguir, mostra-se as curvas de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor, considerando os parâmetros da tabela 4.2.2. As frequências naturais são: $\omega_{n1} = 1007 \text{ rad/s}$ e $\omega_{n2} = 2064 \text{ rad/s}$, e a frequência natural máxima é $\omega_{n\text{máx}} = 2064 \text{ rad/s}$. Os parâmetros adotados para amostragem das curvas de resposta em frequência foram: $N = 256$, $fb = 3,0$, $Dt = 5,073 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, $\omega_{n\text{max}} = 2064 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.2.2 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona do Sistema Dinâmico Rotativo (1º CASO).

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,62 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^9 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$a = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 2,14 \cdot 10^5 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = -1,69 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

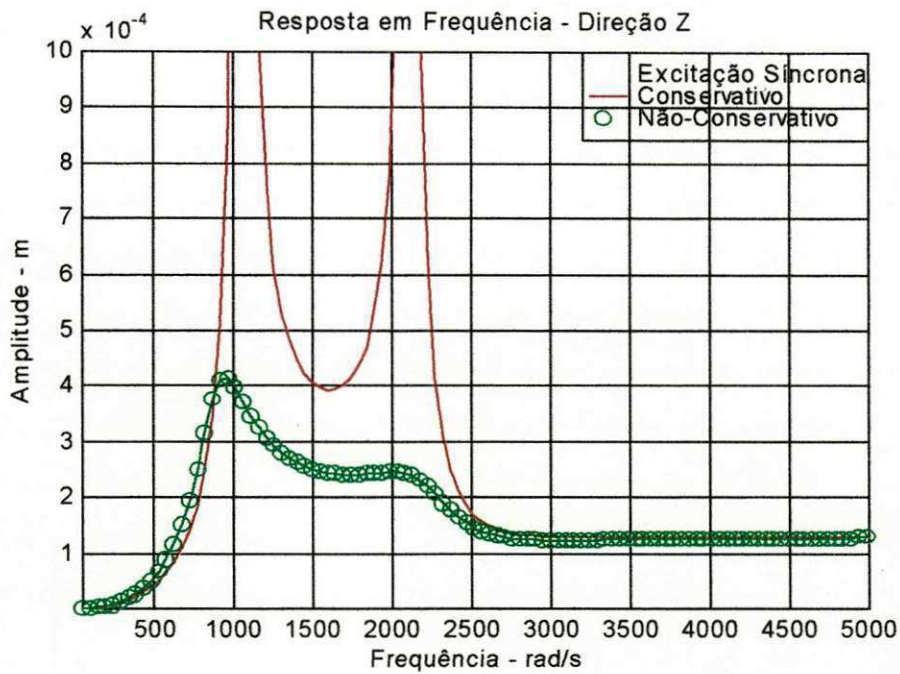


Figura 4.2.5 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção z para $K = 1,387 \cdot 10^9 \text{ N/m}$ (1° CASO).

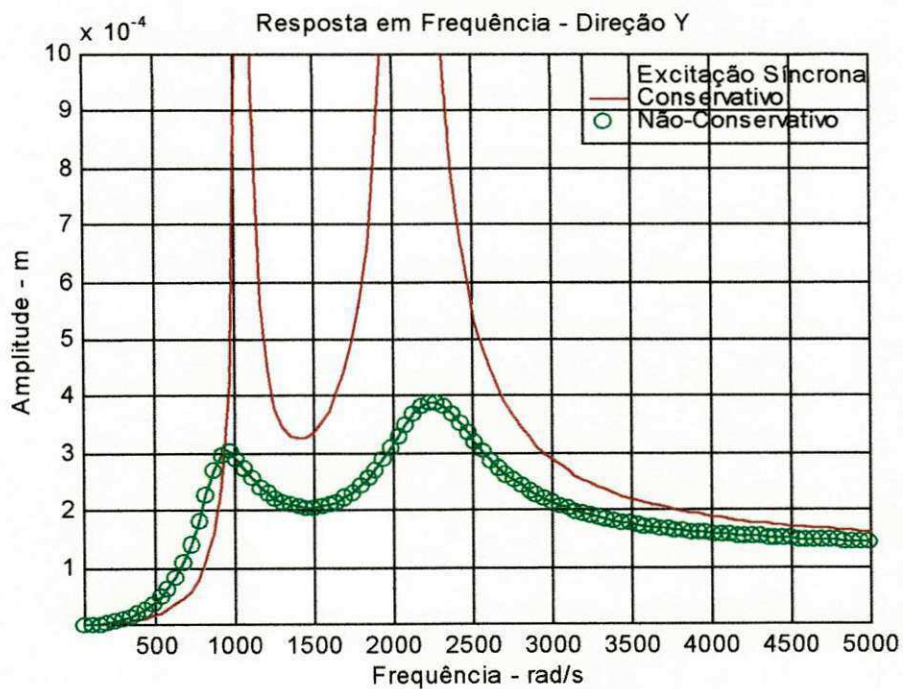


Figura 4.2.6 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção y para $K = 1,387 \cdot 10^9 \text{ N/m}$ (1° CASO).

Observa-se na tabela (4.2.1) que o valor do coeficiente de rigidez do eixo está na mesma ordem de potência de um dos coeficientes de rigidez do filme de óleo; e que na tabela (4.2.2) o valor do coeficiente de rigidez do eixo está com uma ordem de potência maior que todos os coeficientes de rigidez do mancal. Então, conclui-se pela comparação das figuras (4.2.3) e (4.2.4) com as figuras (4.2.5) e (4.2.6) que as amplitudes de vibrações do rotor devido ao seu desbalanceamento são reduzidas com o aumento da rigidez do eixo; para o sistema conservativo (curva de cor vermelha) e para o não-conservativo nas direções z e y.

Por exemplo, para o sistema não-conservativo (curva de cor verde), como mostra as figuras (4.2.3) e (4.2.5), observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor na direção z foram reduzidas em torno de 60% na primeira velocidade crítica; e em torno de 78% na segunda velocidade crítica. Ainda, comparando-se as figuras (4.2.4) e (4.2.6) para o sistema não-conservativo, verificou-se uma redução nas amplitudes de vibrações do rotor na direção y em torno de 50% na primeira velocidade crítica e de 80% na segunda velocidade crítica.

A seguir, mostra-se as curvas de resposta em frequência devido ao desbalanceamento do rotor, e avalia-se como a escolha não adequada para o fator de busca compromete a amostragem do sinal. Nas figuras (4.2.7) e (4.2.8) adotou-se um $fb = 0.8$ e nas figuras (4.2.9) e (4.2.10) um $fb = 1.0$.

Portanto, as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor para o sistema rotativo representado na figura (3.3.1), considerando uma fonte de perturbação síncrona, os parâmetros da tabela (4.2.2) e os fatores de busca dados acima, são mostradas nas figuras (4.2.5), (4.2.6), (4.2.7) e (4.2.8).

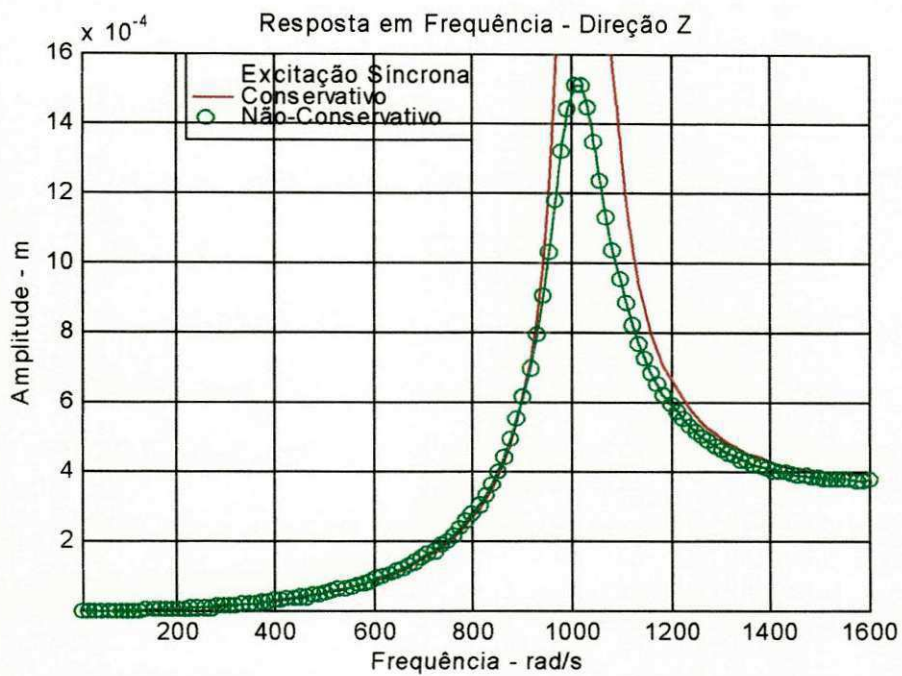


Figura 4.2.7 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção z para $fb = 0.8$.

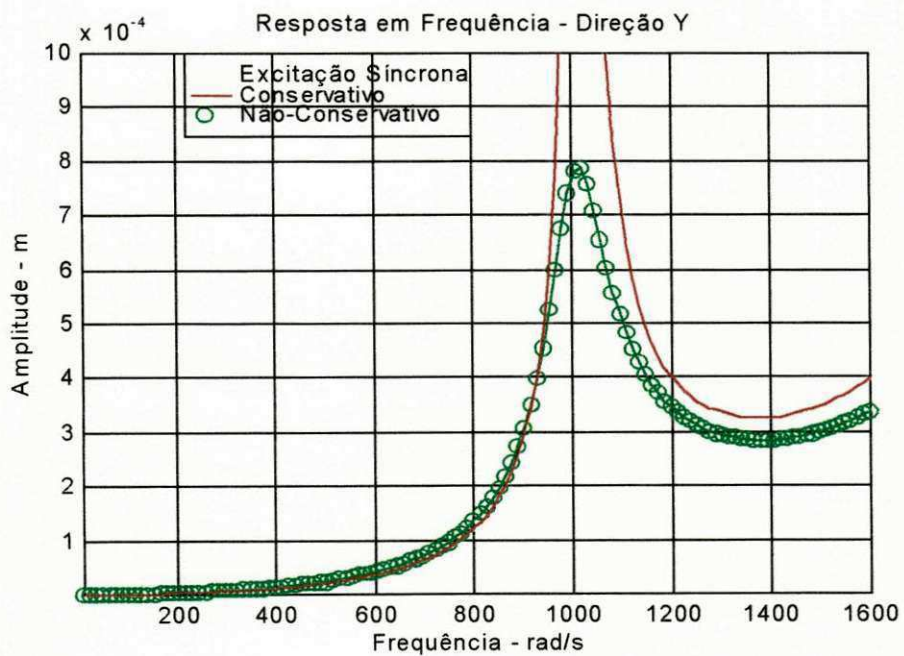


Figura 4.2.8 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção y para $fb = 0.8$.

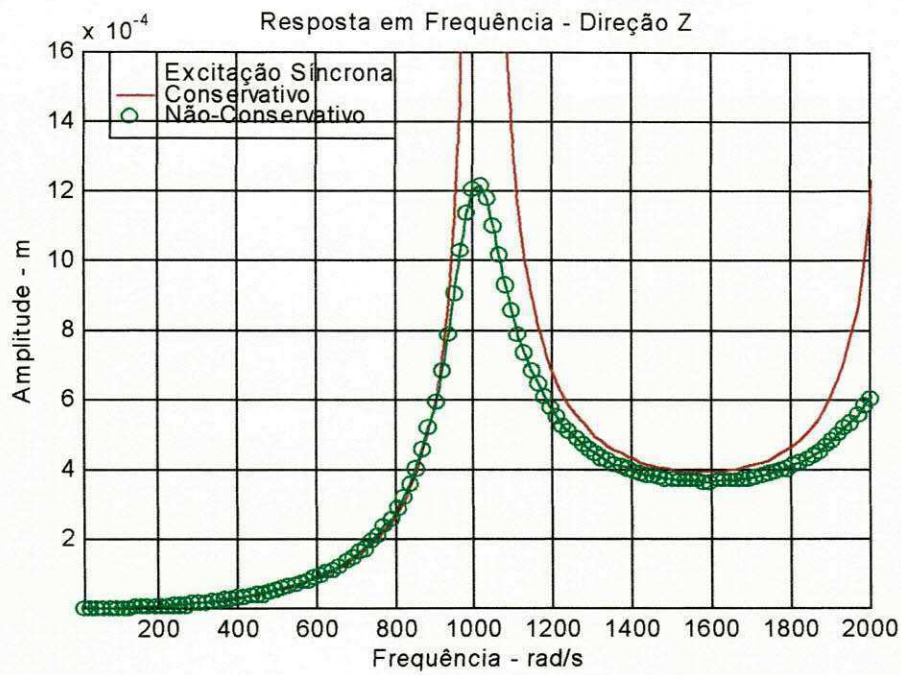


Figura 4.2.9 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção z para $fb = 1.0$.

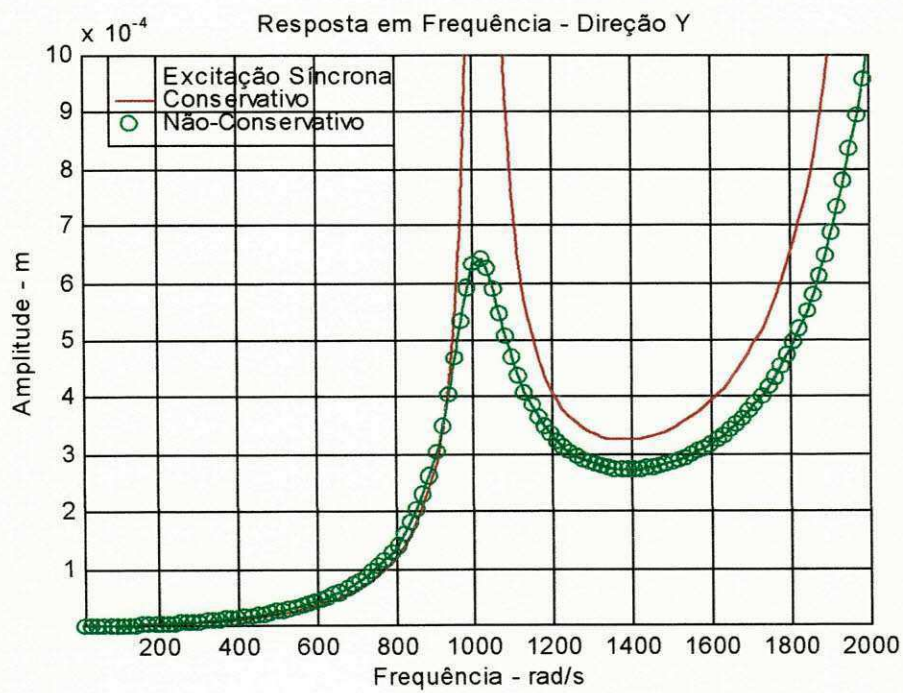


Figura 4.2.10 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção y para $fb = 1.0$.

Considerando o rotor da figura (3.3.1) como sendo de Laval, e sem o efeito giroscópico, assume-se que as frequências naturais do sistema são iguais as suas velocidades críticas. Observando-se as figuras (4.2.3) a (4.2.6) obtidas com um fator de busca igual a três, verifica-se uma amostragem eficiente do sinal, mostrando claramente os picos máximos de amplitude centrados em torno da primeira e da segunda velocidades críticas. Por outro lado, verifica-se nas figuras (4.2.7) a (4.2.10) que a amostragem dos sinais de resposta em frequência não são eficientes para fatores de busca menores do que dois, devido aos picos máximos de amplitude e a segunda velocidade crítica do sistema não estarem amostrados de forma definida. Portanto, dependendo do valor assumido por f_b e, em consequência, do valor para o intervalo de tempo de discretização, há um deslocamento relativo do sinal no tempo e em frequência. Daí, a importância de se utilizar um critério de busca para simulação em geral, segundo (Oliveira, 1997).

Outros parâmetros que influenciam diretamente no comportamento dinâmico do sistema, são os coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal. Nas figuras (4.2.5) e (4.2.6) mostrou-se as curvas de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor obtidas com os parâmetros dados na tabela (4.2.2), e com todos os coeficientes (diretos e cruzados) de rigidez e amortecimento do filme de óleo.

A seguir, mostra-se nas figuras (4.2.11) a (4.2.14) as curvas de resposta em frequência síncrona das amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y para o sistema conservativo e não-conservativo. Estas figuras foram obtidas a partir dos parâmetros dados na tabela (4.2.3), desprezando-se os termos cruzados de

amortecimento do filme de óleo. Na tabela (4.2.3), verifica-se que os coeficientes diretos e cruzados de rigidez do filme de óleo são diferentes de zero, bem como os coeficientes diretos de amortecimento do filme de óleo. Os parâmetros adotados para amostragem das curvas de resposta em frequência foram: $N = 256$, $fb = 3,0$, $Dt = 5,073 \cdot 10^{-4} s$, $\omega_{n \max} = 2064 rad / s$.

Tabela 4.2.3 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona do Sistema Dinâmico Rotativo (2° CASO).

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,62 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^9 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$a = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 0,0 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = 0,0 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

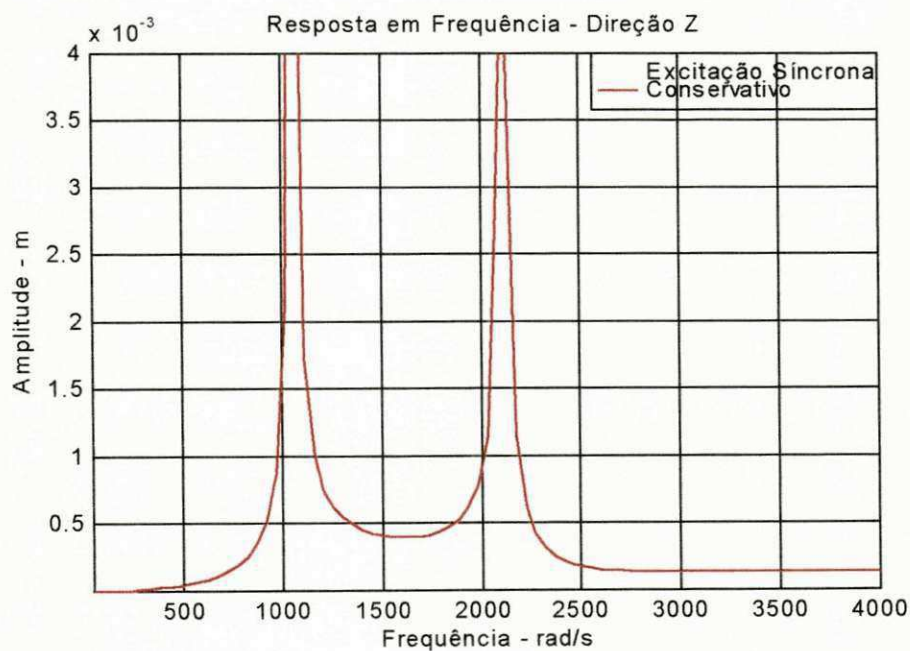


Figura 4.2.11 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção z para o 2° CASO.

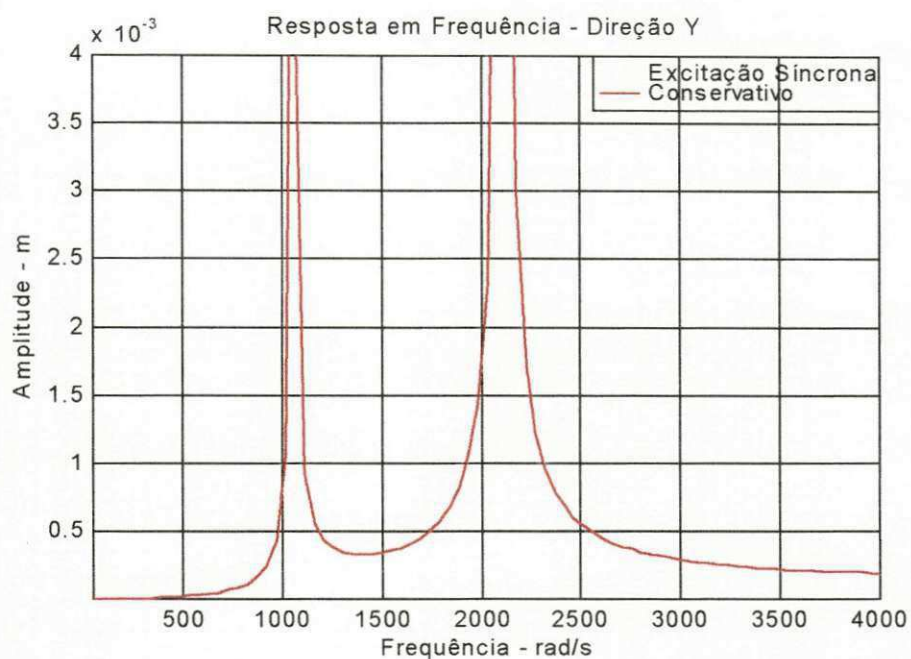


Figura 4.2.12– Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção y para o 2º CASO.

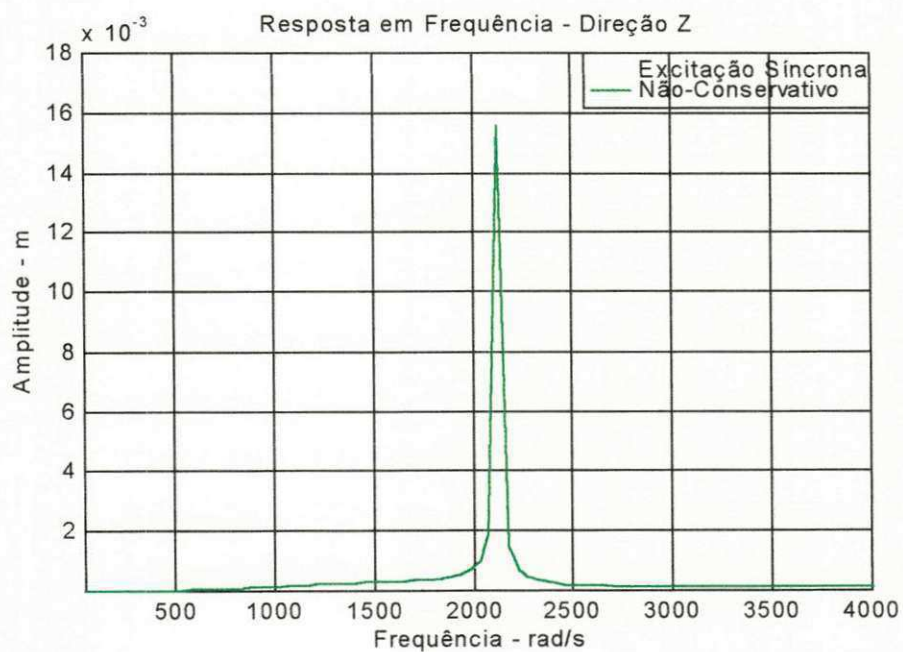


Figura 4.2.13 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção z para o 2º CASO.

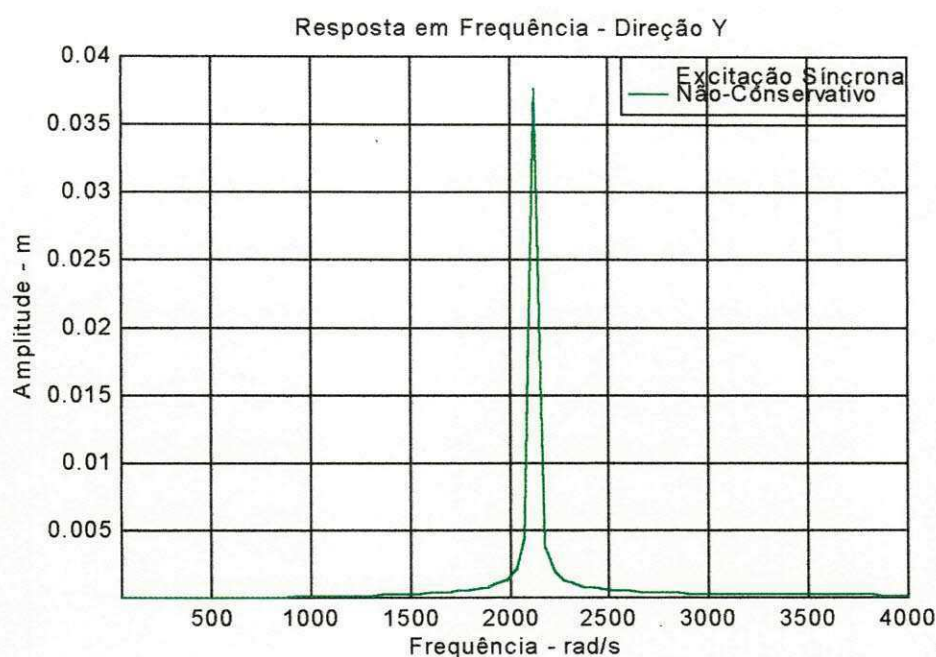


Figura 4.2.14 – Curva de resposta em frequência síncrona das vibrações do rotor na direção y para o 2º CASO.

Comparando-se as figuras (4.2.5) com (4.2.11) e as figuras (4.2.6) com (4.2.12), para o sistema conservativo (curva de cor vermelha), observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y aumentaram em torno de 300%, quando se desprezou os coeficientes cruzados de amortecimento do filme de óleo. E, comparando-se as figuras (4.2.5) com (4.2.13) e as figuras (4.2.6) com (4.2.14), para o sistema não-conservativo (curva de cor verde), observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor, nas direções z e y, aumentaram bruscamente na segunda velocidade crítica, quando se desprezou os coeficientes cruzados de amortecimento do filme de óleo. Verifica-se nesses resultados, que as propriedades de amortecimento do filme de óleo são determinantes na redução das amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela ressonância.

Esses resultados podem ser melhor interpretados e avaliados, a partir da observação dos valores de rigidez complexa do sistema, considerando todos os coeficientes (diretos e cruzados) de rigidez e amortecimento do filme de óleo – **1º CASO**, e com os valores de rigidez complexa do sistema, desprezando-se os coeficientes cruzados de amortecimento do filme de óleo – **2º CASO**. Os valores de rigidez complexa para os dois casos são dados abaixo:

1º CASO – Valores de Rigidez Complexa Para os Parâmetros da Tabela (4.2.2)

$$K1^* = 7,85.10^5 + 7,12.10^6 i; \quad K2^* = 3,93.10^7 + 1,30.10^6 i;$$

$$K12^* = 1,36.10^7 - 1,67.10^6 i; \quad K21^* = -1,62.10^7 + 2,02.10^7 i.$$

2º CASO – Valores de Rigidez Complexa Para os Parâmetros da Tabela (4.2.3)

$$K1^* = 8,11.10^5 + 7,33.10^6 i; \quad K2^* = 3,93.10^7 + 1,52.10^6 i;$$

$$K12^* = 1,36.10^7 - 8,70.10^4 i; \quad K21^* = -1,62.10^7 + 1,04.10^5 i.$$

Observando-se os valores de rigidez complexa dos dois casos, verificam-se valores, aproximadamente, iguais para as rigidez complexas $K1^*$ e $K2^*$, e valores diferentes para as rigidez complexas $K12^*$ e $K21^*$. Diante destes valores, conclui-se que, no sistema do **1º CASO**, a introdução de energia ($- 1,67.10^6 i$) é menor do que a introdução de energia no sistema do **2º CASO** ($- 8,70.10^4 i$); e que a dissipação de energia é maior no sistema do **1º CASO** ($2,02.10^7 i$) do que a dissipação de energia no sistema do **2º CASO** ($1,04.10^5 i$).

Portanto, verifica-se no sistema do 1° CASO, uma menor introdução de energia, a partir do valor da rigidez complexa K_{12}^* ; e uma maior dissipação de energia, a partir do valor da rigidez complexa K_{21}^* . Por isso, observa-se reduções bruscas nas amplitudes de vibrações do rotor, como mostra as figuras (4.2.5) e (4.2.6) para o sistema não-conservativo (curva de cor verde), quando comparadas com as figuras (4.2.13) e (4.2.14).

Assim sendo, conclui-se que o sistema do 1° CASO apresenta um comportamento dinâmico muito melhor do que o sistema do 2° CASO, devido à maior dissipação de energia do primeiro, a qual está associada às propriedades de amortecimento do filme de óleo.

Verificou-se nesses resultados, que as propriedades de amortecimento do filme de óleo foram determinantes na redução das amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela ressonância.

4.3 Resultados e Discussões Para um Sistema Excitado Por Uma Fonte De Perturbação Assíncrona.

Antes de apresentar os resultados e discussões, bem como as curvas de resposta em frequência obtidas para o sistema representado na figura (3.3.1), considerando uma fonte de perturbação assíncrona, é conveniente lembrar que o sinal sintetizado (força de excitação) utilizado para excitar o sistema, atende a um dos principais requisitos que é o de excitá-lo persistentemente. Noutras palavras, significa que o sinal de excitação deve ser suficientemente rico em componentes de frequência, de forma a excitar todos os modos de interesse do sistema. As figuras, (3.3.2) e (3.3.3) mostradas anteriormente, permitem visualizar este sinal de excitação gerado no tempo e em frequência pela soma de 256 funções cossenoidais ($N = 256$) de iguais amplitude; isto equivale a excitar o sistema injetando simultaneamente 256 sinais cossenoidais. A justificativa de utilização deste sinal como fonte de excitação, deve-se, entre outras vantagens, a sua característica de manutenção das condições de excitação persistente (Eykhoff, 1974).

Para a obtenção e avaliação das curvas de resposta em frequência, a partir da simulação dinâmica do sistema com dois graus de liberdade representado na figura (3.3.1), considera-se uma fonte de perturbação assíncrona e os parâmetros como massa do rotor em [Kg], amplitude do vetor força de excitação em [N], rigidez do eixo e dos mancais em [N/m] e amortecimento estrutural do eixo e amortecimento dos mancais em [Ns/m], são dados na tabela (4.3.1).

Tabela 4.3.1 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Assíncrona do Sistema Dinâmico Rotativo.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,62 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$F_0 = 10,0 \text{ N}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 2,14 \cdot 10^5 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = -1,69 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

Para obtenção das curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor para o sistema rotativo representado na figura (3.3.1), considerando uma fonte de perturbação assíncrona, adotou-se a seguinte seqüência durante a simulação dinâmica do sistema conforme (Oliveira, 1997). As frequências naturais $\omega_{n1} = 808,6 \text{ rad/s}$ e $\omega_{n2} = 1.133,5 \text{ rad/s}$ foram determinadas inicialmente com os parâmetros da tabela 4.3.1, onde a frequência natural máxima é $\omega_{n\text{máx}} = 1.133,5 \text{ rad/s}$. Os parâmetros de amostragem adotados foram: $N = 256$, $fb = 2.5$, $Dt = 11,091^{-4} \text{ s}$ e $\omega_{n\text{máx}} = 1.133,5 \text{ rad/s}$.

- 1) Cálculo dos autovalores do sistema.
- 2) Identificação da maior frequência natural, $\omega_{n\text{máx}}$.
- 3) Definição de um número fixo para o fator de busca, ou seja, $fb \geq 2.0$.
- 4) Definição do número de amostras ,por exemplo, $N=256$ para amostragem eficiente do sinal.
- 5) Determinação do intervalo de tempo de discretização a partir da relação dada por $Dt = [2\pi / N \omega_{n\text{máx}} \cdot fb] \cdot NPI$, onde $NPI = N/2$.

- 6) Determinação da frequência de excitação fundamental a partir da relação dada por $\omega_0 = (2\pi / NDt)$.
- 7) O sinal da excitação assíncrona é gerado utilizando a frequência de rotação fundamental calculada no item 6.

A força de excitação externa é dada por, $F(t) = Fo \cdot \sum_{n=1}^N \beta_n \cos \omega t$, onde

Fo é a amplitude do vetor força de excitação. Adotou-se para simulação do sistema o valor dado na tabela (4.3.1).

As curvas de resposta em frequência assíncrona das vibrações do rotor, para o sistema representado na figura (3.3.1), são mostradas a seguir.

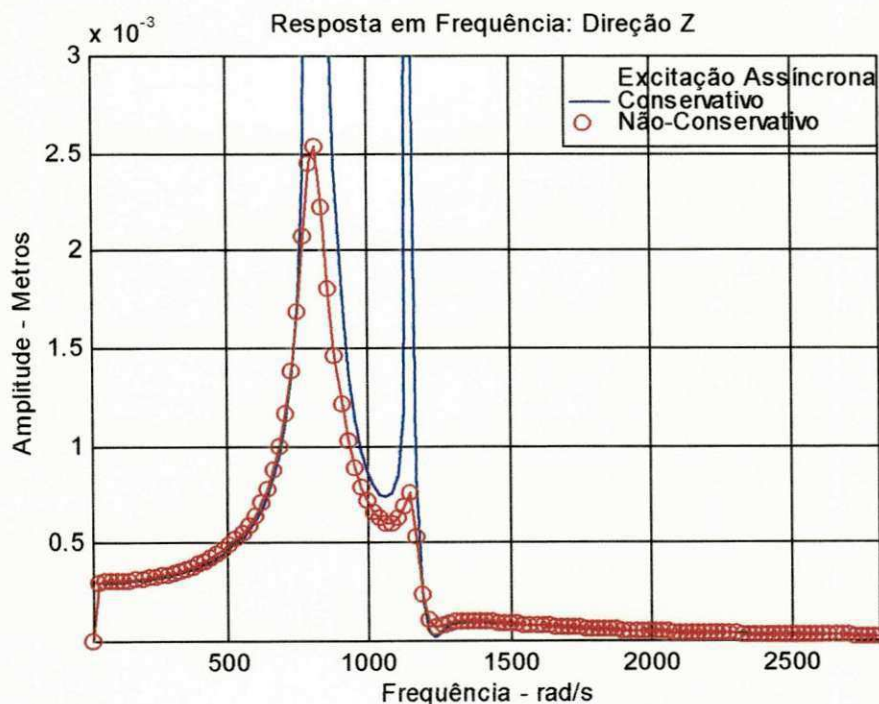


Figura 4.3.1 – Curva de resposta em frequência assíncrona das vibrações do rotor na direção z para $Fo = 10,0 N$.

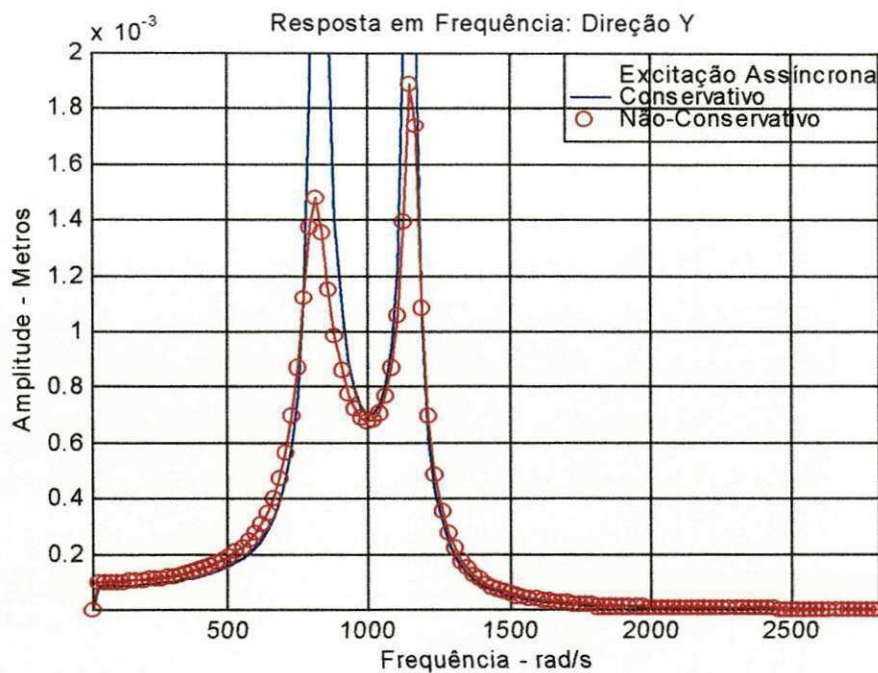


Figura 4.3.2 – Curva de resposta em frequência assíncrona das vibrações do rotor na direção y para $F_0 = 10,0 N$.

Observando-se as expressões (3.4.2.11), (3.4.2.12), (3.4.2.14) e (3.4.2.15) de resposta assíncrona em regime permanente, verifica-se que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y são diretamente proporcionais a amplitude do vetor força de excitação externa.

As curvas de resposta em frequência para o sistema excitado por uma fonte de perturbação assíncrona foram obtidas simulando o sistema parado, isto é, $\Omega = 0$.

A seguir, mostra-se as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor para o sistema representado na figura (3.3.1), considerando uma fonte de perturbação assíncrona e uma amplitude do vetor força de excitação de 20,0 N.

Na tabela (4.3.2) mostra-se os parâmetros adotados para simulação e avaliação do comportamento dinâmico do sistema rotativo quando, se aumenta a amplitude do vetor força de excitação externa. Os parâmetros de amostragem adotados foram: $N = 256$, $fb = 2.5$, $Dt = 11,091^{-4} s$ e $\omega_{n\max} = 1.133,5 rad / s$.

Tabela 4.3.2 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Assíncrona do Sistema Dinâmico Rotativo.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,616 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$F_0 = 20,0 \text{ N}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 2,14 \cdot 10^2 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = -1,69 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

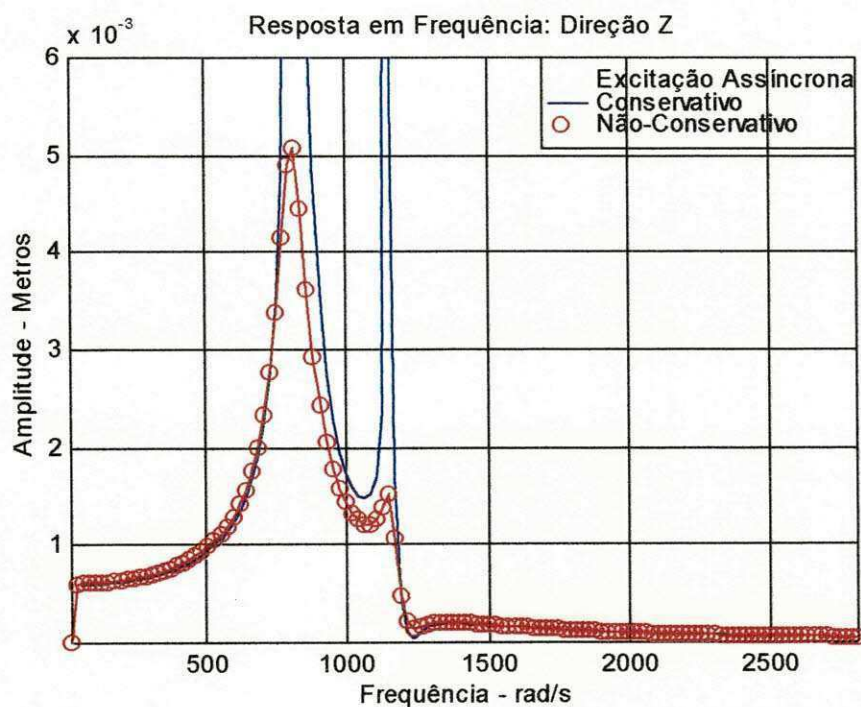


Figura 4.3.3 – Curva de resposta em frequência assíncrona das vibrações do rotor na direção z para $F_0 = 20,0 \text{ N}$.

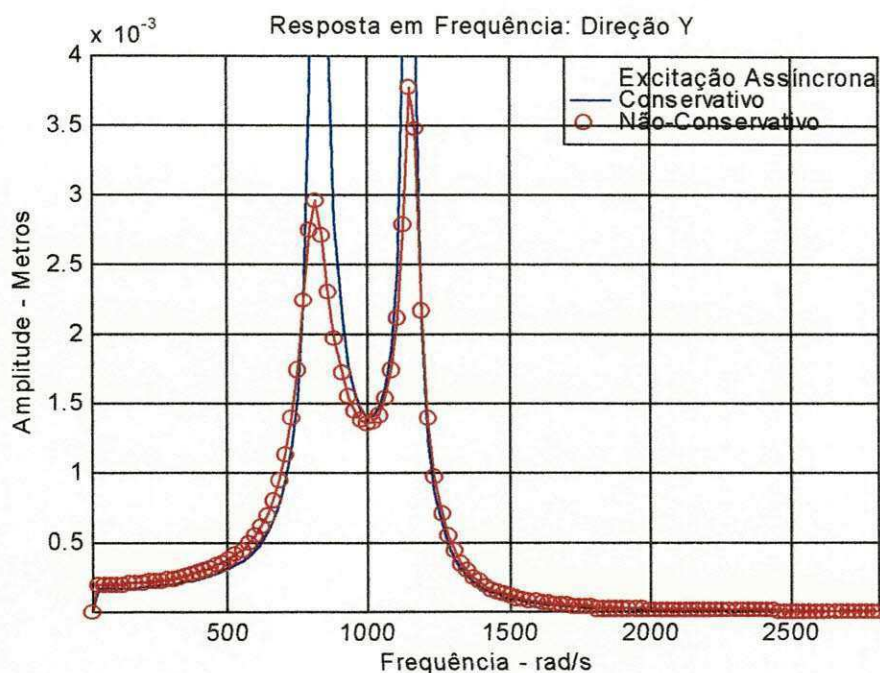


Figura 4.3.4 – Curva de resposta em frequência assíncrona das vibrações do rotor na direção y para $F_o = 20,0 \text{ N}$.

Comparando-se as figuras (4.3.1) e (4.3.2) com as figuras (4.3.3) e (4.3.4), respectivamente, verificou-se que as amplitudes de vibrações do rotor aumentaram em torno de 100% na primeira e segunda velocidades críticas, quando se aumentou a amplitude do vetor força de excitação externa de 10,0 N para 20,0 N, tanto para o sistema conservativo (curva de cor azul) como para o sistema não-conservativo (curva de cor vermelha).

Portanto, os efeitos de uma fonte de perturbação assíncrona num sistema dinâmico rotativo, quando se aumenta as amplitudes do vetor força de excitação externa, são os altos níveis de vibrações verificados no rotor. Uma técnica bastante utilizada para reduzir essas amplitudes de vibração no rotor, é fazer um bom isolamento para as vibrações externas entre a fundação e a estrutura.

Outros parâmetros que influenciam diretamente no comportamento dinâmico do sistema, são os coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal. Nas figuras (4.3.1) e (4.3.2) mostrou-se as curvas de resposta em frequência assíncrona das vibrações do rotor obtidas com os parâmetros dados na tabela (4.3.1), considerando todos os coeficientes (diretos e cruzados) de rigidez e amortecimento do filme de óleo.

A seguir, mostra-se nas figuras (4.3.5) e (4.3.6) as curvas de resposta em frequência assíncrona das amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y para o sistema não-conservativo (curva de cor vermelha). Estas figuras foram obtidas a partir dos parâmetros dados na tabela (4.3.3), desprezando-se os termos cruzados de amortecimento do filme de óleo.

Na tabela (4.3.3), verifica-se que os coeficientes diretos e cruzados de rigidez do filme de óleo são diferentes de zero, bem como os coeficientes diretos de amortecimento do filme de óleo. Os parâmetros de amostragem adotados foram:

$$N = 256, f_b = 2.5, Dt = 11,091^{-4} s \text{ e } \omega_{n_{\max}} = 1.133,5 \text{ rad} / s.$$

Tabela 4.3.3 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Assíncrona do Sistema Dinâmico Rotativo.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,616 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$F_0 = 10,0 \text{ N}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 0,0 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = 0,0 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

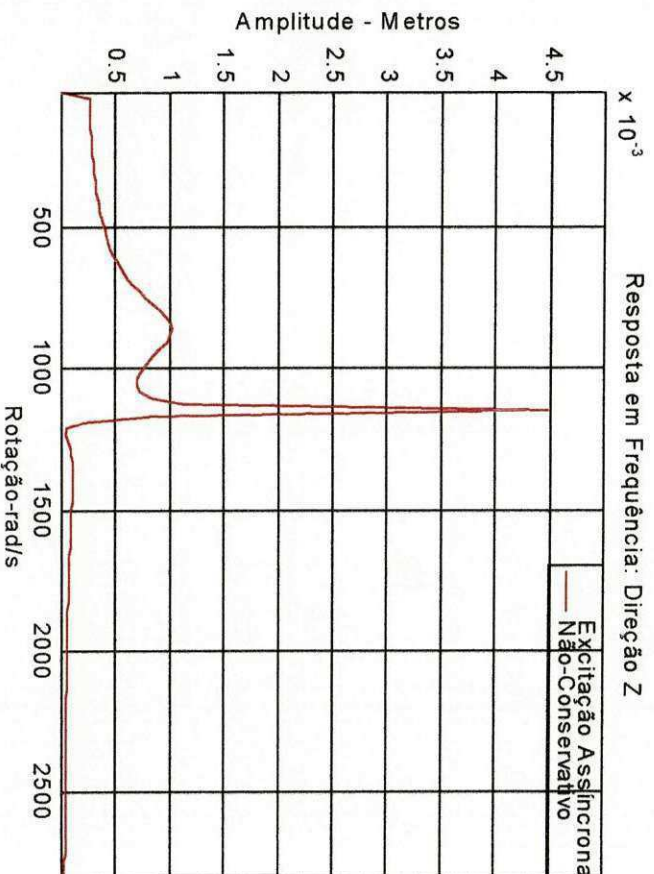


Figura 4.3.5 – Curva de resposta em frequência assíncrona das vibrações do rotor na direção z para $C_{yz} = C_{zy} = 0$.

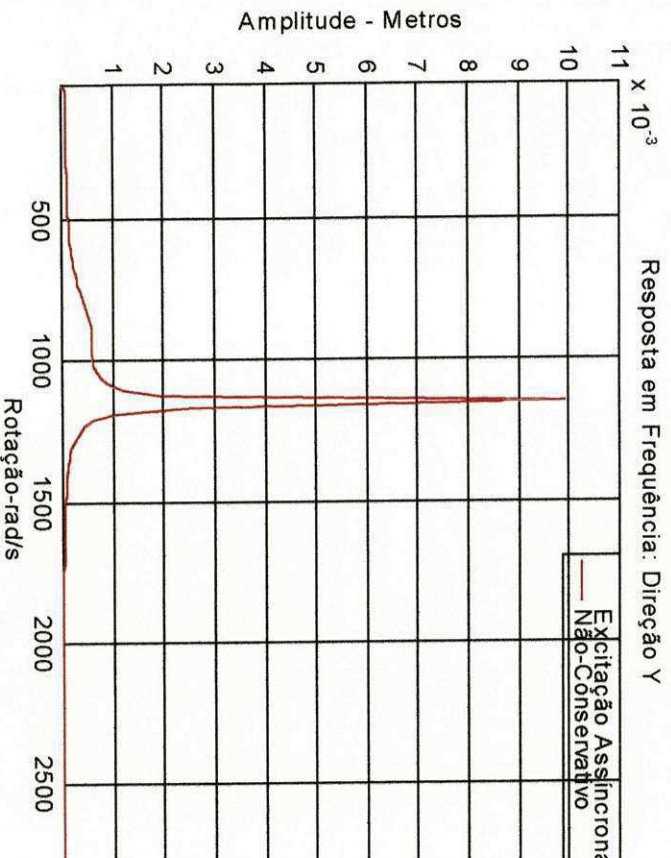


Figura 4.3.6 – Curva de resposta em frequência assíncrona das vibrações do rotor na direção y para $C_{yz} = C_{zy} = 0$.

Comparando-se a figura (4.3.5) com a figura (4.3.1), para o sistema não-conservativo, observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor na direção z, diminuiu em torno de 60% durante a passagem pela primeira velocidade crítica; e aumentou em torno de 500% durante a passagem pela segunda velocidade crítica. E comparando-se a figura (4.3.6) com a figura (4.3.2), para o sistema não-conservativo, observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor na direção y, diminuiu em torno de 60% durante a passagem pela primeira velocidade crítica; e aumentou em torno de 420% durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

Verificou-se nesses resultados, que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y diminuíram durante a passagem pela primeira velocidade crítica, e aumentaram durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

Entretanto, em geral, os resultados do sistema (considerando todos os coeficientes diretos e cruzados de rigidez e amortecimento do mancal) cujo comportamento dinâmico é mostrado nas figuras (4.3.1) e (4.3.2) foram melhores do que os resultados do sistema (desprezando-se os coeficientes cruzados de amortecimento do filme de óleo) mostrado nas figuras (4.3.5) e (4.3.6), devido o que o primeiro apresenta uma maior dissipação de energia durante a passagem pela segunda velocidade crítica, a qual está associada às propriedades de amortecimento do filme de óleo.

Verificou-se nesses resultados, que as propriedades de amortecimento do filme de óleo foram determinantes na redução das amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

4.4 Resultados e Discussões Para Um Sistema Excitado Por Uma Fonte De Perturbação Síncrona Superposta a Assíncrona.

Do ponto de vista prático, sabe-se que os sistemas mecânicos, em geral, estão sujeitos a fontes de perturbações síncronas e assíncronas, atuando simultaneamente.

Nesta seção, vamos investigar o comportamento dinâmico dos sistemas rotativos, devido às fontes de perturbações síncronas e assíncronas, divididos em duas partes. Na primeira parte, assume-se que o rotor gira a rotações sincronizadas com a frequência de excitação externa, isto é, $\Omega = \omega$, onde $\Omega = n\Omega_0$, $\omega = n\omega_0$, Ω_0 é a frequência de rotação fundamental devido à excitação síncrona; e ω_0 é a frequência fundamental devido à excitação assíncrona. Na segunda, assume-se que o rotor desbalanceado gira com uma rotação fixa e está sendo excitado por uma fonte de perturbação assíncrona.

Os resultados da primeira parte serão mostrados a seguir através das curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor obtidas para o sistema representado na figura (3.3.1), considerando o efeito de uma fonte de excitação síncrona superposta à excitação assíncrona. Nestas figuras, mostra-se o efeito de uma fonte de perturbação síncrona e assíncrona, separadamente, e o efeito de ambas excitando o sistema simultaneamente. Para a obtenção das curvas de resposta em frequência, utilizou-se a seqüência dada na seção 4.3 durante a simulação, os parâmetros dados na tabela (4.4.1) e excentricidade $a = 1,0 \cdot 10^{-6} m$.

Tabela 4.4.1 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em
Frequência Síncrona Superposta a Excitação Assíncrona.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,62 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$F_0 = 10,0 \text{ N}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 2,14 \cdot 10^5 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = -1,69 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

Mostra-se a seguir, nas curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor, o efeito da excitação síncrona e assíncrona, separadamente, e o efeito da excitação síncrona superposta à excitação assíncrona. Considerou-se o rotor girando a rotações sincronizadas com a frequência de excitação externa. Simulou-se com $N = 256$, $fb = 2,5$, $Dt = 11,091 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ e $\omega_{n \max} = 1133,5 \text{ rad / s}$.

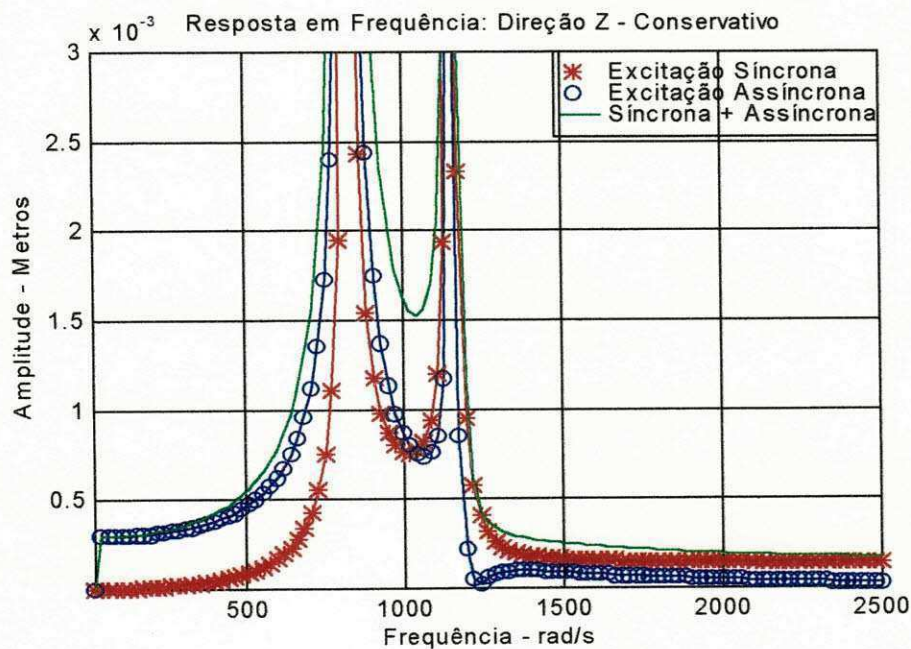


Figura 4.4.1 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta à
assíncrona das vibrações do rotor na direção z.

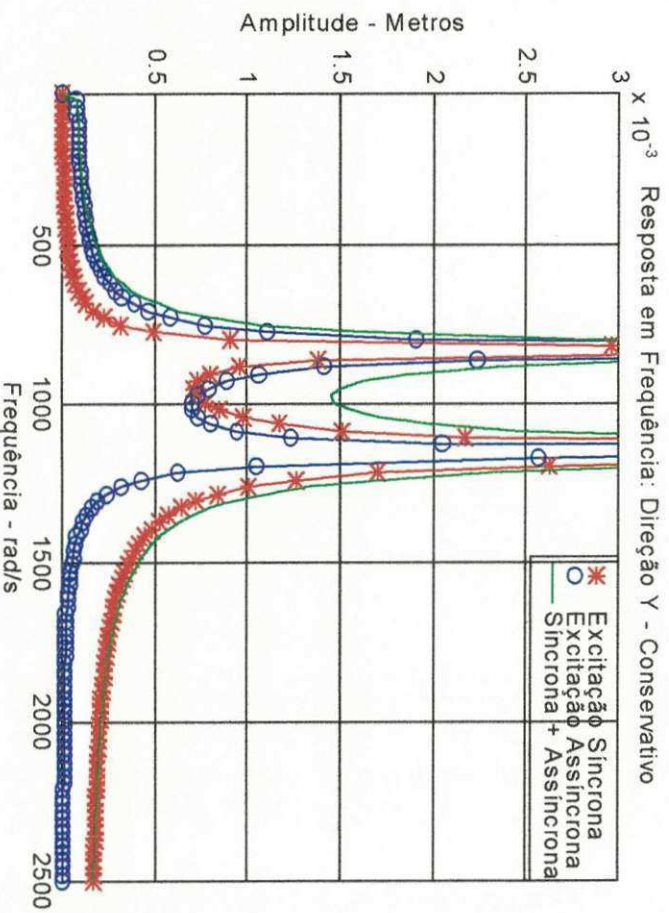


Figura 4.4.2 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor na direção Y.

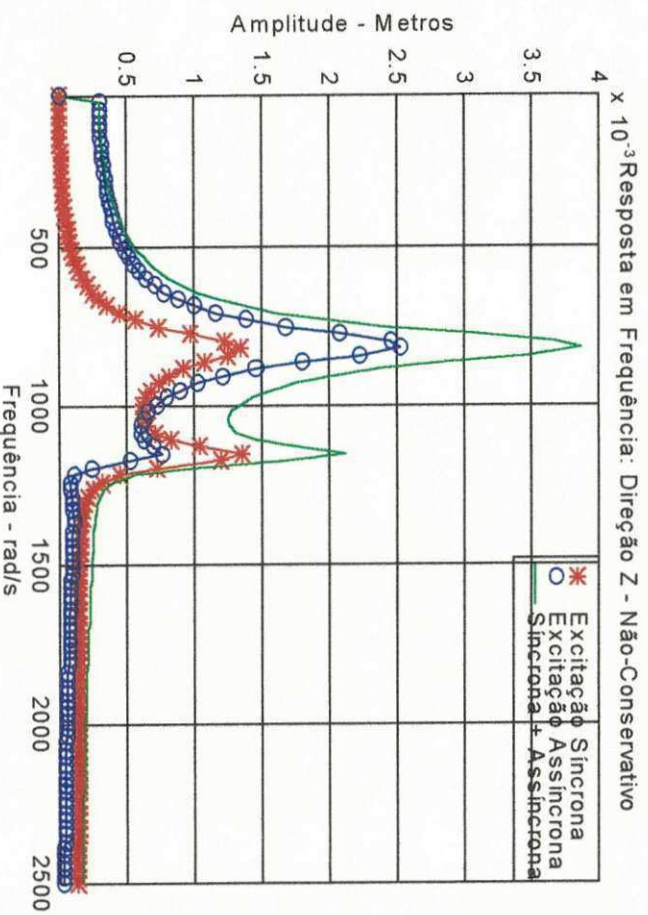


Figura 4.4.3 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor na direção Z.

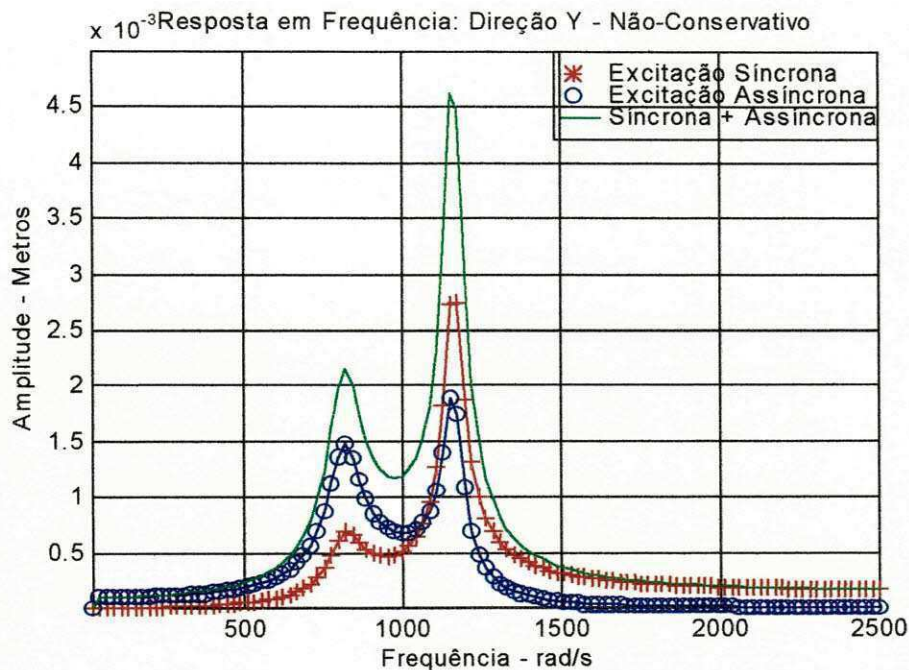


Figura 4.4.4 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor na direção y.

Observando-se as figuras (4.4.1), (4.4.2), (4.4.3) e (4.4.4), chega-se as seguintes conclusões:

- a) As amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y, para o sistema conservativo e não-conservativo, são maiores quando as duas fontes de perturbações síncrona e assíncrona excitam o sistema simultaneamente, do que quando cada fonte excita o sistema separadamente, o que já era esperado;
- b) As amplitudes de vibrações do rotor aumentam com o desbalanceamento da massa do rotor e/ou com a amplitude do vetor força de excitação externa. Este efeito foi verificado através de exemplos de simulação dinâmica, utilizando as

expressões de resposta em regime permanente dadas pelas equações (3.4.3.3), (3.4.3.4), (3.4.3.6) e (3.4.3.7).

- c) As amplitudes de vibrações do rotor são reduzidas durante a passagem pela ressonância, se for feito um bom isolamento entre a fundação e a estrutura, bem como um balanceamento do rotor em relação ao eixo. O isolamento das vibrações e o balanceamento do sistema postos em prática, constituem fatores determinantes para a melhoria da eficiência das máquinas rotativas e o aumento de sua vida útil.

Outros parâmetros que influenciam diretamente no comportamento dinâmico do sistema, são os coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal. Nas figuras (4.4.3) e (4.4.4) mostrou-se as curvas de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das vibrações do rotor obtidas com os parâmetros dados na tabela (4.4.1), considerando todos os coeficientes (diretos e cruzados) de rigidez e amortecimento do filme de óleo.

A seguir, mostra-se nas figuras (4.4.5) e (4.4.6) as curvas de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y para o sistema não-conservativo. Estas figuras foram obtidas a partir dos parâmetros dados na tabela (4.4.2), desprezando-se os termos cruzados de amortecimento do filme de óleo.

Na tabela (4.4.2), verifica-se que os coeficientes diretos e cruzados, de rigidez do filme de óleo, são diferentes de zero, bem como os coeficientes diretos de

amortecimento do filme de óleo. Os parâmetros adotados para simulação foram: $N = 256$, $fb = 2,5$, $Dt = 11,091 \cdot 10^{-4} s$ e $\omega_{n \max} = 1133,5 rad / s$.

Tabela 4.4.2 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Excitação Assíncrona.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,62 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$Fo = 10,0 \text{ N}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 0,0 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = 0,0 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

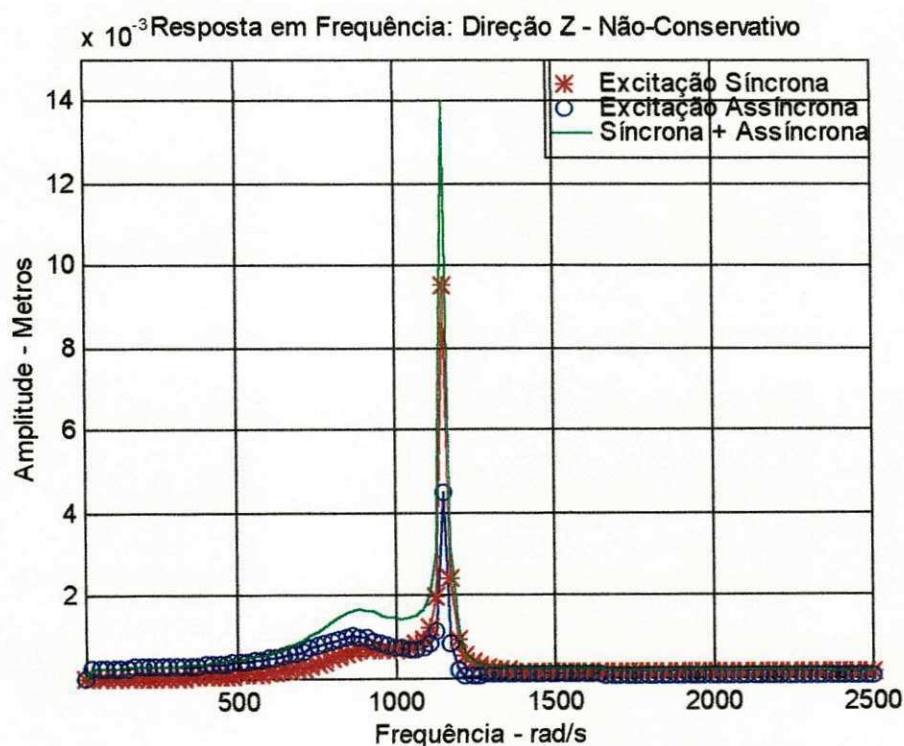


Figura 4.4.5 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor na direção z para $C_{yz} = C_{zy} = 0$.

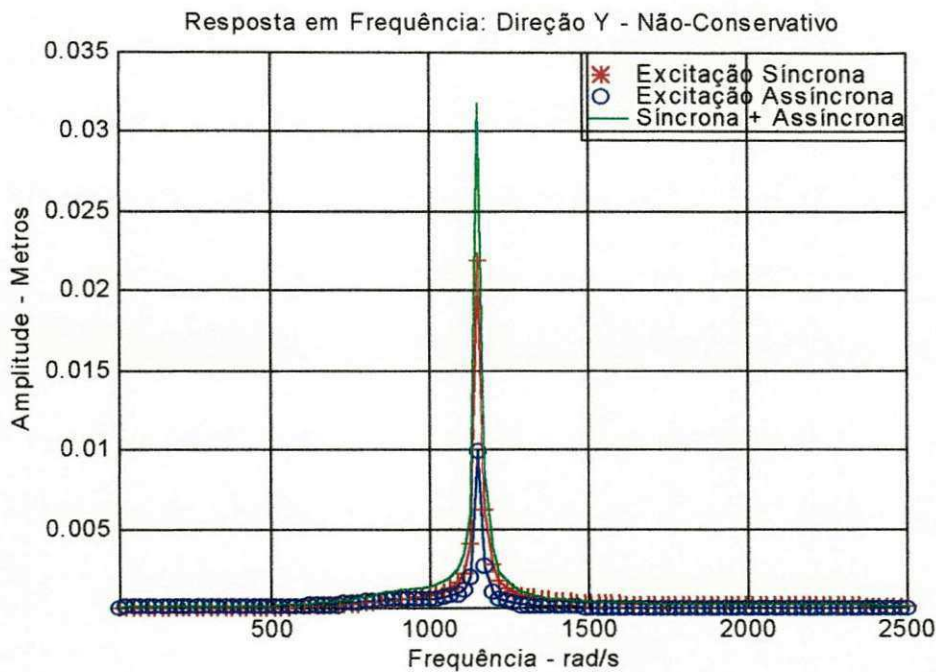


Figura 4.4.6 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor na direção y para $C_{yz} = C_{zy} = 0$.

Comparando-se a figura (4.4.5) com a figura (4.4.3), para o sistema não-conservativo, observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor na direção z, diminuíram em torno de 60% durante a passagem pela primeira velocidade crítica; e aumentaram em torno de 570% durante a passagem pela segunda velocidade crítica. E comparando-se a figura (4.4.6) com a figura (4.4.4), para o sistema não-conservativo, observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor na direção y, e aumentaram em torno de 600% durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

Verificou-se nesses resultados que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y diminuíram durante a passagem pela primeira velocidade crítica e aumentaram durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

Entretanto, em geral, os resultados do sistema (considerando todos os coeficientes diretos e cruzados de rigidez e amortecimento do mancal) cujo comportamento dinâmico é mostrado nas figuras (4.4.3) e (4.4.4) foram melhores do que os do sistema (desprezando-se os coeficientes cruzados de amortecimento do filme de óleo) mostrado nas figuras (4.4.5) e (4.4.6), devido a que o primeiro apresenta uma maior dissipação de energia durante a passagem pela segunda velocidade crítica, a qual está associada às propriedades de amortecimento do filme de óleo.

Verificou-se nesses resultados, que os parâmetros de amortecimento do filme de óleo foram determinantes na redução das amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

Assim sendo, como o uso de mancais hidrodinâmicos após sua vida útil significa perda de suas características de rigidez e amortecimento, então poderão ocorrer, por consequência, maiores amplitudes de vibração do rotor. A obtenção desses níveis de vibrações através de sensores de deslocamento pode ser utilizada pela manutenção preditiva como uma técnica eficiente de monitoramento das condições de operação do sistema, bem como no diagnóstico de possíveis falhas não desejáveis.

Outra situação prática muito comum nos sistemas rotativos, são aqueles casos em que o sistema desbalanceado está girando a uma rotação fixa e é excitado por uma fonte de perturbação assíncrona.

Qual a influência de uma fonte de perturbação assíncrona num sistema dinâmico rotativo desbalanceado, quando o rotor gira a uma rotação fixa? Esta

pergunta será respondida, observando-se as curvas de resposta em frequência síncrona superposta à excitação assíncrona das vibrações do rotor, quando a frequência de excitação assíncrona coincide com a rotação fixa do rotor.

Mostra-se a seguir, nas curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor, o efeito da excitação síncrona superposta à excitação assíncrona. As curvas de resposta em frequência foram obtidas, simulando o sistema dinâmico com o rotor girando em três rotações fixas diferentes, ou seja, para $\Omega_1 = \omega_{nm\acute{a}x}/2$, $\Omega_2 = (\omega_{n1} + \omega_{n2})/2$ e $\Omega_3 = 2 \cdot \omega_{nm\acute{a}x}$. Para a obtenção das curvas de resposta em frequência, utilizou-se a seqüência dada na seção 4.3 durante a simulação, e os parâmetros dados na tabela (4.4.3). Considerou-se a excentricidade da massa do rotor de $a = 2 \cdot 10^{-6} m$. As frequências naturais determinadas inicialmente são: $\omega_{n1} = 808,6 \text{ rad/s}$ e $\omega_{n2} = 1.133,5 \text{ rad/s}$, onde a frequência natural máxima é $\omega_{nm\acute{a}x} = 1.133,5 \text{ rad/s}$. Os parâmetros adotados para simulação foram: $N = 256$, $fb = 2.5$, $Dt = 11,091^{-4} s$ e $\omega_{n\text{max}} = 1.133,5 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.4.3 – Parâmetros adotados para obtenção das Curvas de Resposta em Frequência Síncrona Superposta a Excitação Assíncrona.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS
$M = 7,62 \text{ Kg}$	$K = 1,387 \cdot 10^7 \text{ N/m}$	$K_{yy} = 2,02 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ $K_{yz} = -8,36 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zy} = 6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ $K_{zz} = 3,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
$F_0 = 20,0 \text{ N}$	$C = 0,0 \text{ Ns/m}$	$C_{yy} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{yz} = 2,14 \cdot 10^5 \text{ Ns/m}$ $C_{zy} = -1,69 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$ $C_{zz} = 7,59 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

A seguir mostra-se as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor desbalanceado, obtidas com uma rotação fixa do eixo igual a $\Omega_1 = 567 \text{ rad/s} = 5400 \text{ rpm}$.

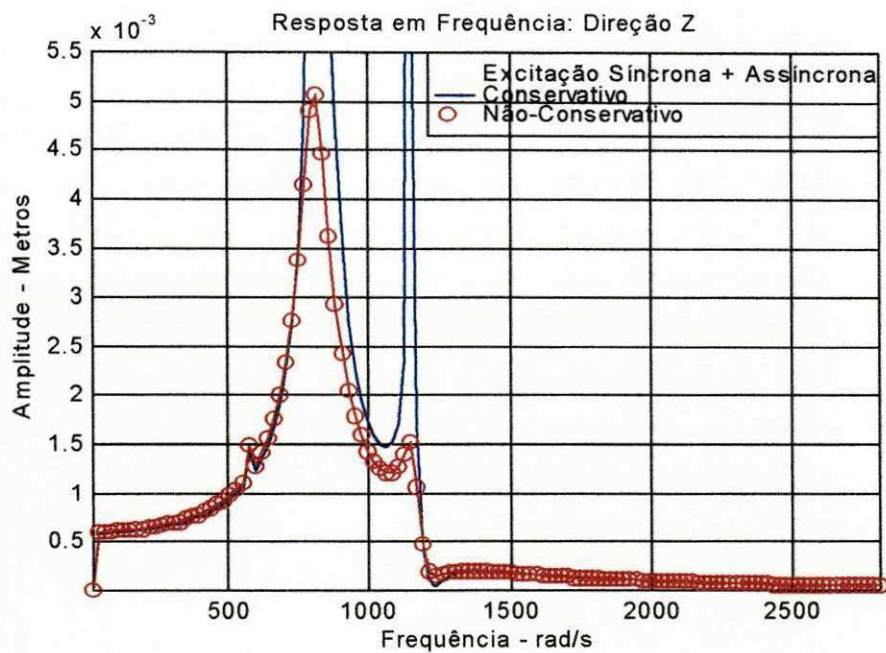


Figura 4.4.7 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_1 = 567 \text{ rad/s}$.

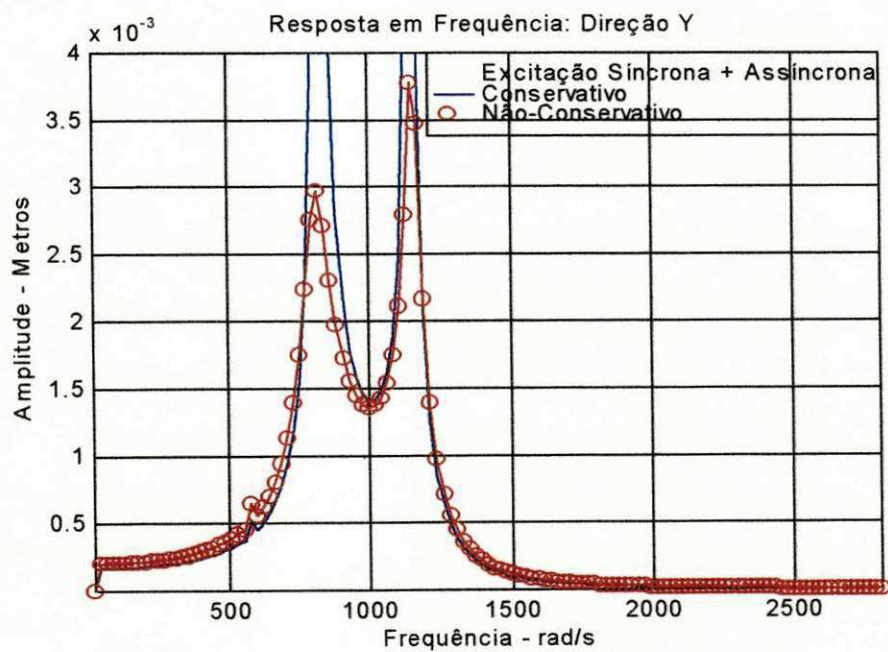


Figura 4.4.8 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_1 = 567 \text{ rad/s}$.

Observando-se as figuras (4.4.7) e (4.4.8), verifica-se que as amplitudes de vibrações, máxima e mínima, do rotor , para o eixo girando em torno de $567 \text{ rad/s} = 5400 \text{ rpm}$, são de $1,5 \text{ mm}$ e $0,5 \text{ mm}$, para o sistema não-conservativo e conservativo, respectivamente. Por outro lado, observa-se na figura (4.4.7) que as amplitudes de vibrações do rotor, na primeira e segunda velocidades críticas são de $5,0 \text{ mm}$ e $1,5 \text{ mm}$, respectivamente, para o sistema não-conservativo.

Portanto, observando-se as figuras (4.4.7) e (4.4.8), conclui-se que o sistema gira com segurança, à 5400 rpm , ou seja, com o eixo girando fora da região de ressonância.

A seguir mostra-se as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor desbalanceado, obtidas para a rotação fixa do eixo igual a $\Omega_2 = 971 \text{ rad/s} = 9270 \text{ rpm}$.

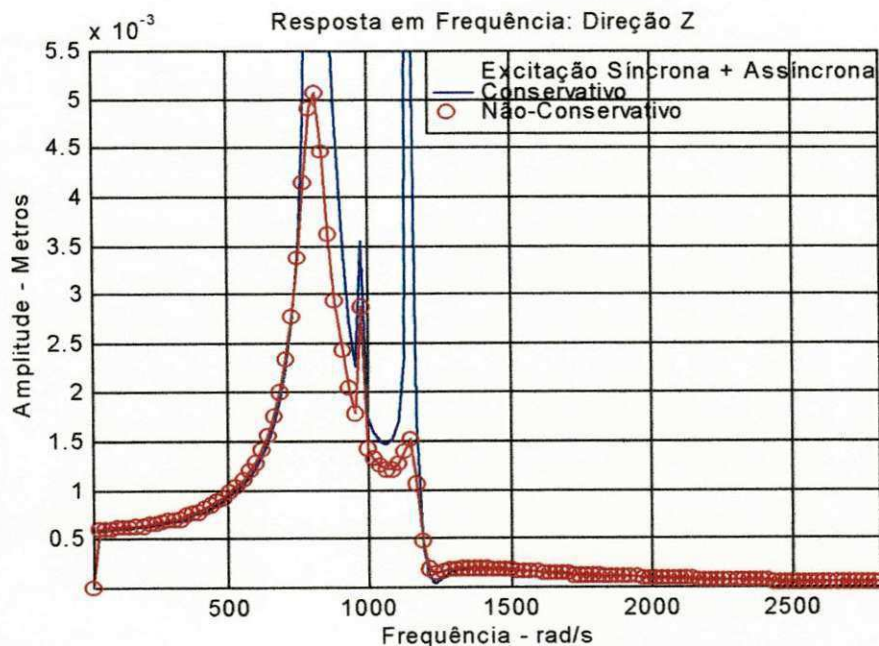


Figura 4.4.9 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_2 = 971 \text{ rad/s}$.

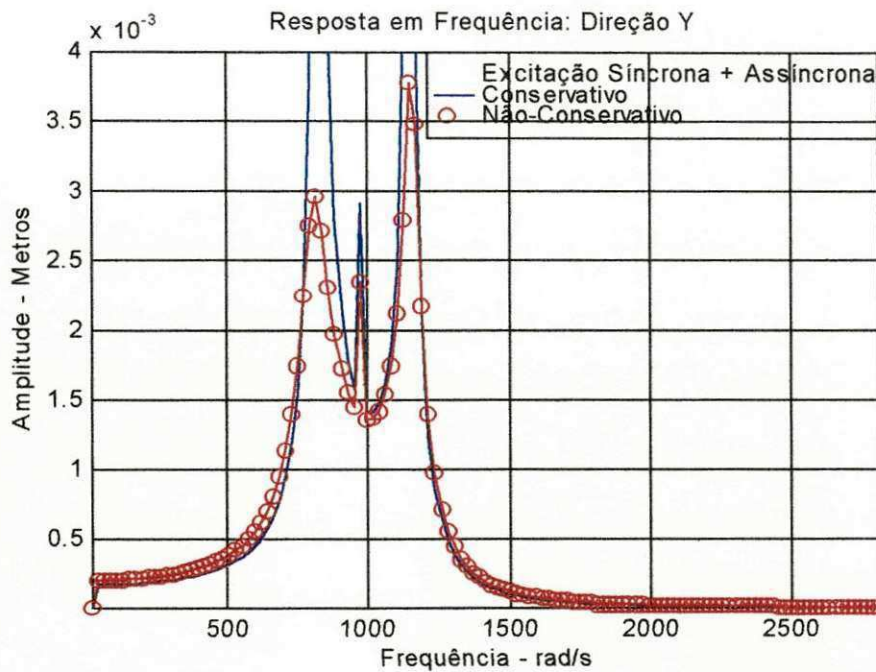


Figura 4.4.10 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_2 = 971 \text{ rad/s}$.

Observando-se as figuras (4.4.9) e (4.4.10), verifica-se que as amplitudes de vibrações, máxima e mínima, do rotor, para o eixo girando em torno de $971 \text{ rad/s} = 9270 \text{ rpm}$, são de $3,5 \text{ mm}$ e $2,3 \text{ mm}$, para o sistema conservativo e não-conservativo, respectivamente. Por outro lado, comparando-se a figura (4.4.7) com a figura (4.4.9) e a figura (4.4.8) com a figura (4.4.10), verifica-se maiores amplitudes de vibrações do rotor girando na rotação de 9270 rpm do que girando na rotação de 5400 rpm .

Esse comportamento dinâmico do sistema, mostra que as amplitudes de vibrações do rotor aumentaram à medida que a frequência de excitação externa se aproximou das velocidades críticas do sistema ou da região de ressonância. Portanto, conclui-se que o eixo não deve girar na rotação de 9270 rpm .

Como foi visto no Capítulo III, a diferença básica do modelo proposto em relação ao modelo do (Rao, 1983) é o fato de aparecer o termo $\sum_{n=1}^N \beta_n / Ma$ nas equações (3.4.3.3) e (3.4.3.4) para o sistema conservativo; e nas equações (3.4.3.6) e (3.4.3.7) para o não-conservativo, ou seja, nestas expressões verifica-se o efeito da fonte de excitação assíncrona superposto ao da excitação síncrona. Uma das vantagens deste modelo físico e matemático é a facilidade de analisar a melhor rotação que o sistema deve girar com segurança fora da região de ressonância.

A seguir mostra-se as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor desbalanceado, obtidas para a rotação fixa do eixo igual a $\Omega_3 = 2267 \text{ rad/s} = 21650 \text{ rpm}$.

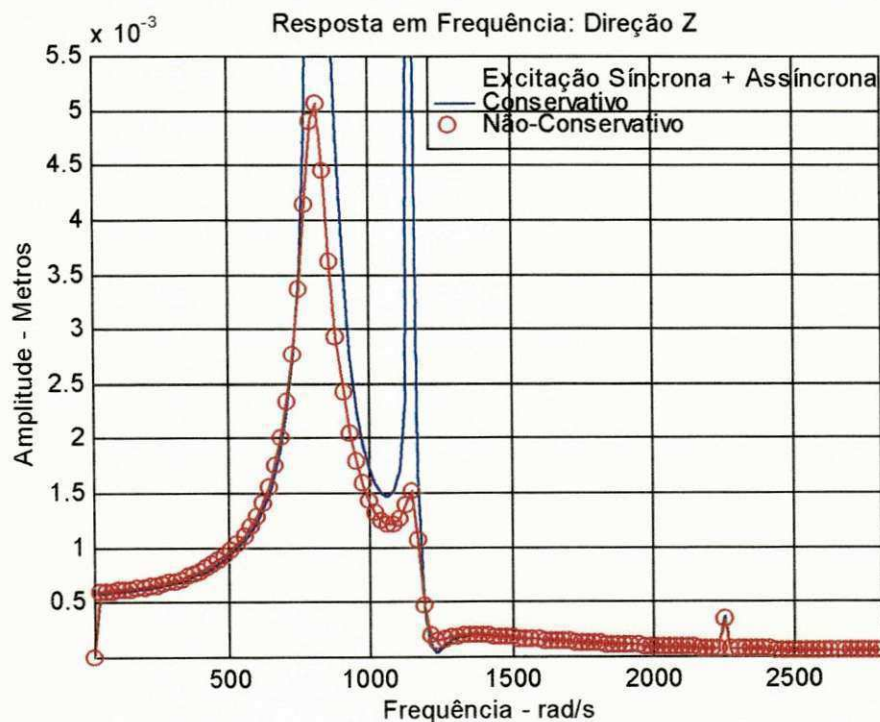


Figura 4.4.11 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_3 = 2267 \text{ rad/s}$.

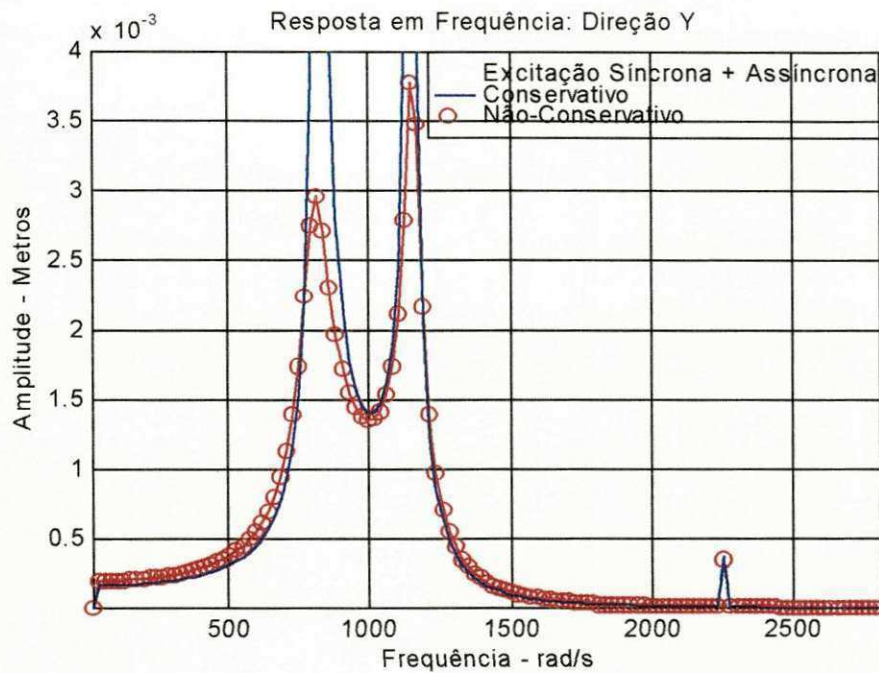


Figura 4.4.12 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta a assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_3 = 2267 \text{ rad/s}$.

Observando-se as figuras (4.4.11) e (4.4.12), verifica-se que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y, para o eixo girando em torno de $2267 \text{ rad/s} = 21650 \text{ rpm}$, são em torno de $0,4 \text{ mm}$, para o sistema conservativo e não-conservativo.

Comparando-se as curvas de resposta em frequência das amplitudes de vibrações do rotor, obtidas através da simulação dinâmica do sistema para as três rotações fixas do eixo, observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor girando em torno de 21650 rpm , foram menores do que as amplitudes para o eixo girando nas rotações de 9270 rpm e 5400 rpm .

Portanto, conclui-se que a melhor rotação para o eixo girar com segurança é a de 21650 rpm , a qual está fora da região de ressonância.

Vamos analisar agora, outra situação prática que pode acontecer no sistema rotativo, com o eixo girando em uma rotação fixa exatamente igual à primeira velocidade crítica que é de $\Omega_{n1} = 808,6 \text{ rad/s} = 7720 \text{ rpm}$.

Para a obtenção das curvas de resposta em frequência, utilizou-se a seqüência dada na seção 4.3 durante a simulação, e os parâmetros dados na tabela (4.4.3). Considerou-se uma excentricidade da massa do rotor de $a = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ e $Fo = 20,0 \text{ N}$. Adotou-se $N = 256$, $fb = 2.5$ e $Dt = 11,091^{-4} \text{ s}$.

A seguir mostra-se as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor, quando o sistema é excitado por uma fonte de perturbação externa com frequência igual à primeira velocidade crítica, cujo valor é exatamente igual à rotação fixa do eixo em torno de $\Omega_{n1} = 808,6 \text{ rad/s} = 7720 \text{ rpm}$.

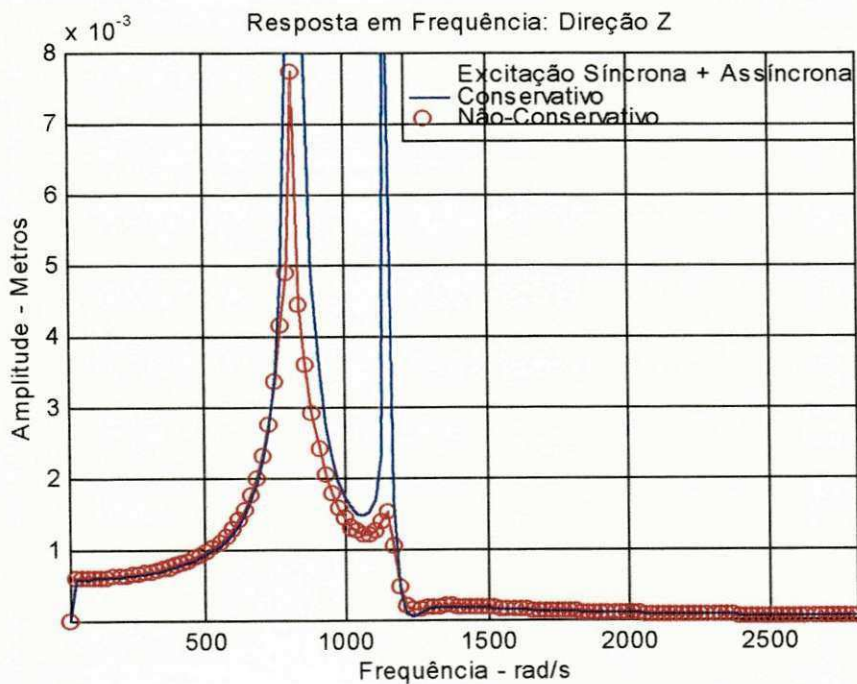


Figura 4.4.13 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_{n1} = 808,6 \text{ rad/s}$.

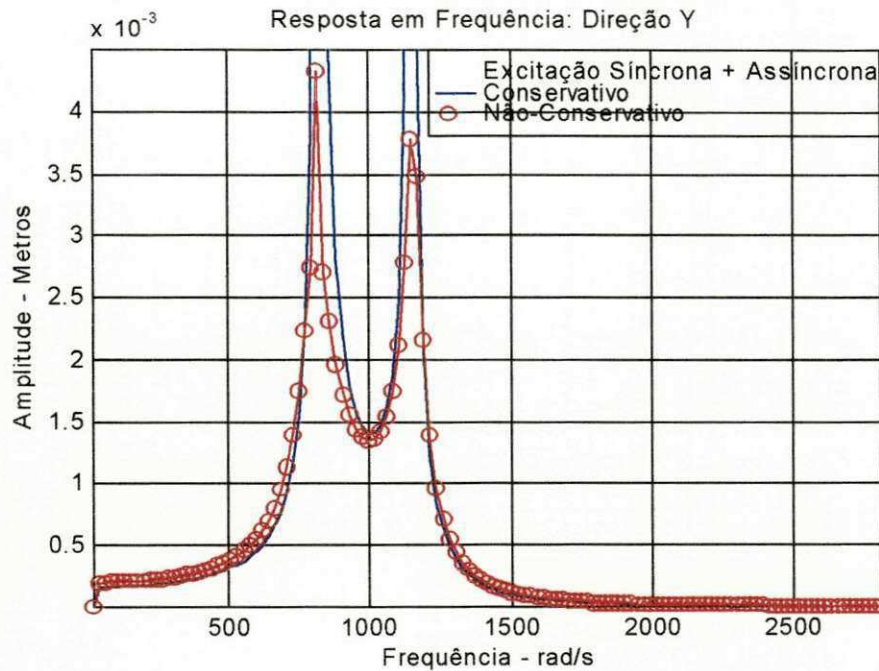


Figura 4.4.14 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_{nl} = 808,6 \text{ rad/s}$.

Comparando-se as figuras (4.4.13) e (4.4.14) obtidas para a rotação fixa do eixo igual a 808,6 rad/s com as figuras (4.4.7) a (4.4.12) obtidas para as rotações do eixo de 567 rad/s, 971 rad/s e 2267 rad/s; verificou-se que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z (7,6 mm) e y (4,3 mm) para o sistema não-conservativo, aumentaram em torno de 50%, quando a rotação fixa do eixo foi igual à primeira velocidade crítica do sistema, o que já era esperado.

A seguir mostra-se as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor excitado por uma fonte de perturbação externa com frequência igual à primeira velocidade crítica, cujo valor é exatamente igual à rotação fixa do eixo em torno de 808,6 rad/s. Neste exemplo, considerou-se a excentricidade $a = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ e $Fo = 10,0 \text{ N}$.

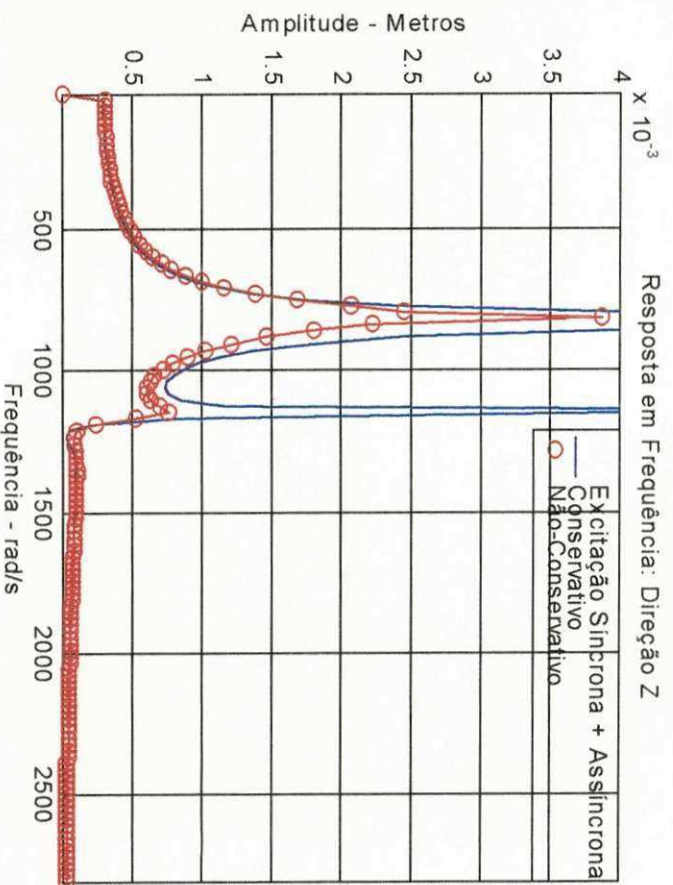


Figura 4.4.15 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_{rt} = 808,6 \text{ rad/s}$.

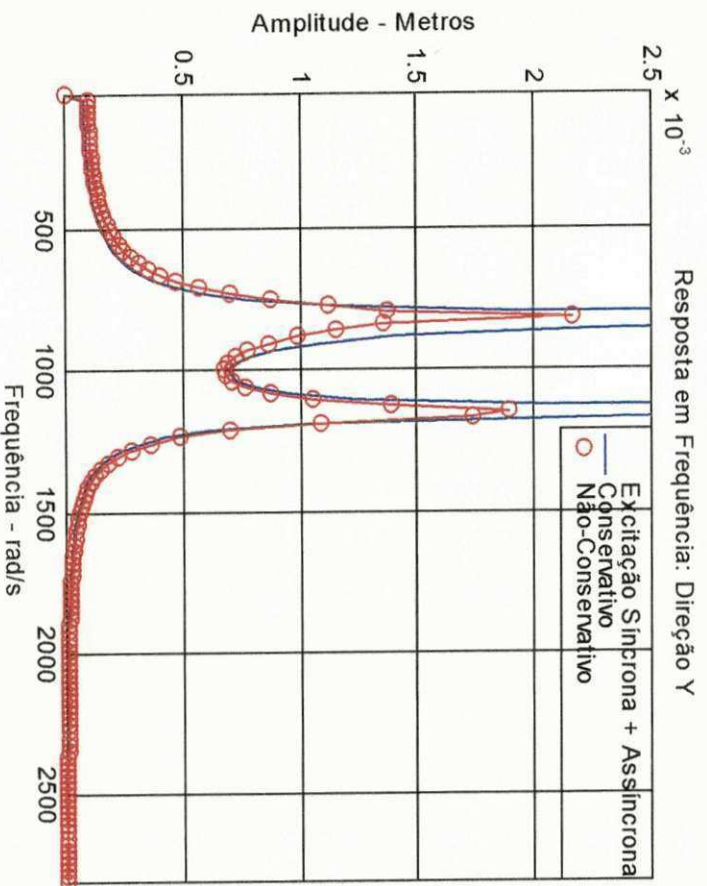


Figura 4.4.16 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das vibrações do rotor para $\Omega_{rt} = 808,6 \text{ rad/s}$.

Comparando-se as figuras (4.4.13) e (4.4.14) com as figuras (4.4.15) e (4.4.16), respectivamente, conclui-se que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y diminuíram com a excentricidade a e com o Fo em torno de 50% para o sistema não-conservativo (curva de cor vermelha) com rotação igual à primeira velocidade crítica. Este aspecto mostra que as amplitudes de vibrações do rotor são reduzidas durante a passagem pela ressonância se for feito um bom isolamento entre a fundação e a estrutura, bem como um balanceamento do rotor em relação ao eixo. Portanto, o isolamento das vibrações e o balanceamento do sistema postos em prática constituem fatores determinantes para a melhoria da eficiência das máquinas rotativas e o aumento de sua vida útil.

Outros parâmetros que influenciam diretamente no comportamento dinâmico do sistema, são os coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal. Nas figuras (4.4.15) e (4.4.16) mostrou-se as curvas de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das vibrações do rotor obtidas com os parâmetros dados na tabela (4.4.1) e excentricidade $a = 1.10^{-6} m$, considerando todos os coeficientes (diretos e cruzados) de rigidez e amortecimento do filme de óleo.

A seguir mostra-se as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor, para o sistema não-conservativo, quando o sistema é excitado por uma fonte de perturbação externa com frequência igual à primeira velocidade crítica, cujo valor é exatamente igual à rotação fixa do eixo em torno de 808,6 rad/s, e desprezando-se os termos cruzados de amortecimento do filme de óleo.

Os parâmetros adotados para simulação foram: $N = 256$, $fb = 2.5$,

$$Dt = 11,091^{-4} s \text{ e } \omega_{n_{\max}} = 1.133,5 \text{ rad} / s.$$

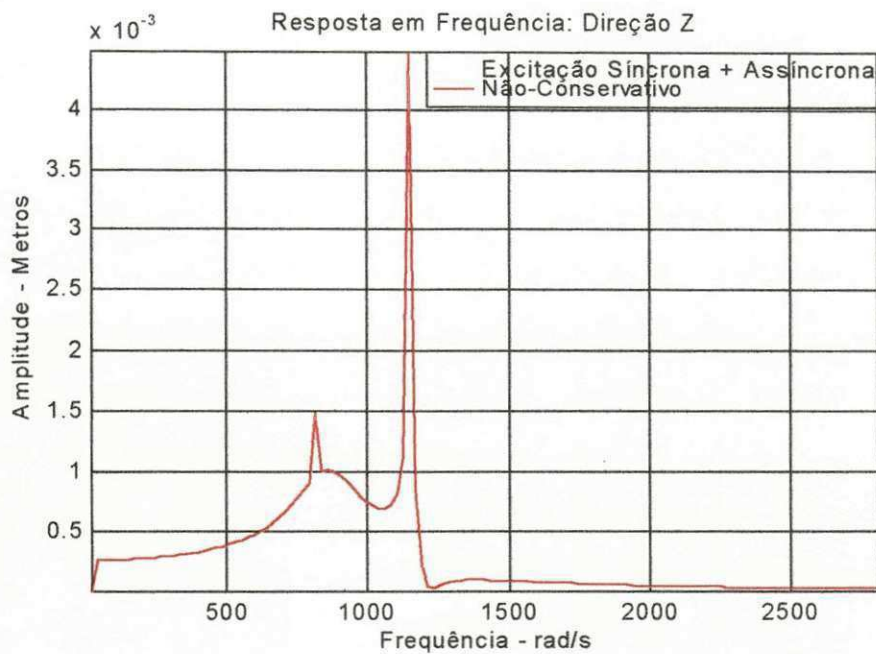


Figura 4.4.17 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das vibrações do rotor para $C_{yz} = C_{zy} = 0$.

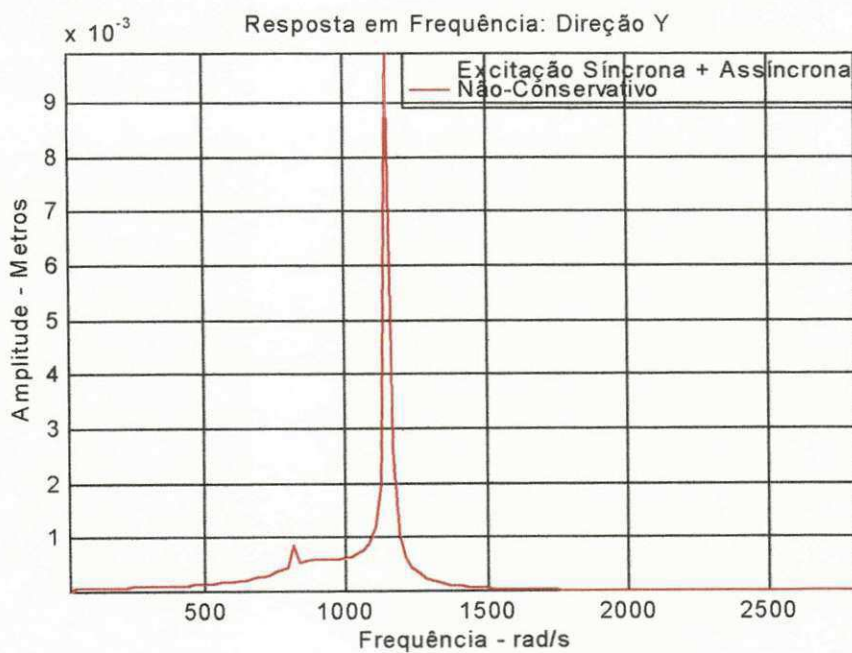


Figura 4.4.18 – Curva de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona das vibrações do rotor para $C_{yz} = C_{zy} = 0$.

Comparando-se a figura (4.4.15) com a figura (4.4.17), para o sistema não-conservativo (curva de cor vermelha), observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor girando com rotação fixa igual à primeira velocidade crítica (808,6 rad/s), diminuiu em torno de 60% durante a passagem pela primeira velocidade crítica; e aumentou em torno de 500% durante a passagem pela segunda velocidade crítica. E comparando-se a figura (4.4.16) com a figura (4.4.18), para o sistema não-conservativo, observa-se que as amplitudes de vibrações do rotor girando com rotação fixa igual a primeira velocidade crítica (808,6 rad/s), diminuiu em torno de 60% durante a passagem pela primeira velocidade crítica; e aumentou em torno de 450% durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

Verificou-se nesses resultados que as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y diminuíram durante a passagem pela primeira velocidade crítica, e aumentaram durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

Os resultados do sistema (considerando todos os coeficientes diretos e cruzados de rigidez e amortecimento do mancal) cujo comportamento dinâmico é mostrado nas figuras (4.4.15) e (4.4.16) foram melhores do que os resultados do sistema (desprezando-se os coeficientes cruzados de amortecimento do filme de óleo) mostrados nas figuras (4.4.17) e (4.4.18), devido a que o primeiro apresenta uma maior dissipação de energia durante a passagem pela segunda velocidade crítica, a qual está associada às propriedades de amortecimento do filme de óleo.

Verificou-se nesses resultados, que as propriedades de amortecimento do filme de óleo foram determinantes na redução das amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela segunda velocidade crítica.

Assim sendo, como o uso de mancais hidrodinâmicos após sua vida útil, significa perda de suas propriedades de rigidez e amortecimento, então aparece, conseqüentemente, maiores amplitudes de vibração do rotor. Um caso típico e presente no dia a dia são os rotores (girabrequins) de estruturas veiculares, em geral.

A obtenção desses níveis de vibrações, através de sensores de deslocamento, pode ser utilizado pela manutenção preditiva como uma técnica eficiente de monitoramento das condições de operação do sistema, bem como no diagnóstico de possíveis falhas não desejáveis.

Portanto, diante dos resultados mostrados nas figuras (4.4.7) a (4.4.18), observa-se que o efeito de uma fonte de perturbação assíncrona num sistema rotativo desbalanceado girando com uma rotação fixa, são os altos níveis de vibrações verificados no rotor. Uma técnica a ser utilizada para reduzir essas amplitudes de vibrações no rotor, é fazer um bom isolamento para as vibrações externas entre a fundação e a estrutura, bem como proceder a um balanceamento do rotor. Caso contrário o funcionamento e a segurança do sistema mecânico serão comprometidos, podendo levar, nos casos extremos, ao colapso da estrutura.

4.5 Conclusão

Neste capítulo procurou-se mostrar que através do monitoramento de alguns parâmetros do sistema representado na figura (3.3.1), pode-se melhorar a eficiência das máquinas rotativas e aumentar a sua vida útil. A apresentação dos resultados e discussões para o sistema rotativo excitado por fontes de perturbações síncronas e/ou assíncronas, foi dividida em três partes (seções 4.2, 4.3 e 4.4) de forma razoavelmente abrangente.

Na primeira parte, mostrou-se os resultados e discussões para o sistema considerando-se uma fonte de perturbação síncrona, e os parâmetros que devem ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela ressonância. Avaliando-se os resultados obtidos a partir das curvas de resposta em frequência síncrona, observou-se que:

- As amplitudes de vibrações do rotor devido ao seu desbalanceamento são reduzidas com o aumento da rigidez do eixo, tanto para o sistema conservativo como para o sistema não-conservativo;
- A escolha não adequada para o valor do fator de busca influencia na amostragem do sinal, daí a importância de se utilizar um critério de busca bem definido para simulação em geral;
- As propriedades de rigidez e amortecimento do filme de óleo influenciam diretamente no comportamento dinâmico do sistema, ou seja, as propriedades

de amortecimento do filme de óleo são determinantes na redução das amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela ressonância.

Na segunda parte, mostrou-se os resultados e discussões para o sistema representado na figura (3.3.1) considerando-se uma fonte de perturbação assíncrona, e os parâmetros que devem ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela ressonância. Avaliando-se os resultados obtidos a partir das curvas de resposta em frequência assíncrona, observou-se que:

- Aumentando-se as amplitudes do vetor força de excitação F_o , verifica-se altos níveis de vibrações no rotor. Assim, uma técnica bastante utilizada para reduzir essas amplitudes de vibrações no rotor é fazer um bom isolamento para as vibrações externas entre a fundação e a estrutura;
- As propriedades de amortecimento do filme de óleo são determinantes na redução das amplitudes de vibrações do rotor devido à uma fonte de perturbação assíncrona, durante a passagem pela ressonância.

Na terceira parte, mostrou-se os resultados e discussões para o sistema representado na figura (3.3.1) considerando-se uma fonte de perturbação síncrona e ou assíncrona, e os parâmetros que devem ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibrações do rotor, durante a passagem pela ressonância. Avaliando-se os resultados obtidos a partir das curvas de resposta em frequência síncrona superposta à assíncrona, observou-se que:

- As amplitudes de vibrações do rotor para o sistema conservativo e não-conservativo são maiores quando as duas fontes de perturbações síncrona e

assíncrona excita o sistema simultaneamente, do que quando cada fonte excita o sistema separadamente, como mostra a figura (4.4.3);

- As amplitudes de vibrações do rotor aumentam com o desbalanceamento da massa do rotor e/ou com a amplitude do vetor força de excitação. As amplitudes de vibrações do rotor são reduzidas durante a passagem pela ressonância se for feito um bom isolamento entre a fundação e a estrutura, bem como um balanceamento do rotor em relação ao eixo;
- As propriedades de amortecimento do filme de óleo são determinantes na redução das amplitudes de vibrações do rotor, devido à uma fonte de perturbação síncrona superposta à uma assíncrona, durante a passagem pela ressonância;
- O efeito de uma fonte de perturbação assíncrona num sistema rotativo desbalanceado, quando o eixo está girando com uma rotação fixa, são altos níveis de vibrações verificados no rotor;
- As amplitudes de vibrações do rotor desbalanceado são menores quando o eixo está girando com uma rotação fixa menor do que a primeira velocidade crítica, e maior do que a segunda velocidade crítica, como mostra as figuras (4.4.7) e (4.4.11), respectivamente. As amplitudes de vibrações do rotor são maiores quando o eixo gira com rotação próxima à região de ressonância, como mostra a figura (4.4.9);
- A escolha da melhor rotação que o eixo deve girar com segurança (fora da região de ressonância) é aquela que apresentar os menores níveis de vibrações no rotor;

- As amplitudes de vibrações do rotor são maiores quando o eixo está girando com uma rotação fixa igual à primeira velocidade crítica;
- E finalmente, as amplitudes de vibrações do rotor nas direções z e y diminuíram com uma menor excentricidade a e com um menor valor de F_0 , como mostra as figuras (4.4.15) e (4.4.16) para o sistema não-conservativo, com o eixo girando com rotação igual à primeira velocidade crítica. Este aspecto mostra que as amplitudes de vibrações do rotor são reduzidas durante a passagem pela ressonância se for feito um bom isolamento entre a fundação e a estrutura, bem como um balanceamento do rotor em relação ao eixo. Portanto, o isolamento das vibrações e o balanceamento do sistema, postos em prática, constituem fatores determinantes para a melhoria da eficiência das máquinas rotativas, e o aumento de sua vida útil.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO GERAL

5.1 Conclusão

Neste trabalho, a partir da obtenção das curvas de resposta em frequência de um sistema dinâmico rotativo excitado por fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas, procurou-se avaliar e determinar que parâmetros podiam ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibração do rotor, durante a passagem pelas velocidades críticas, visando melhorar a eficiência das máquinas rotativas e aumentar a sua vida útil.

Para tanto, após ter sido desenvolvido um resgate bibliográfico de conceitos básicos, foram definidos os modelos físicos e matemáticos para o sistema rotativo, devido às fontes de perturbações síncronas e/ou assíncronas. Em seguida, com base no modelamento matemático desses sistemas, desenvolveu-se e elaborou-se quatro programas computacionais no ambiente Matlab for Windows – Versão

4.2b para a determinação das curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor.

Adicionalmente, apresentou-se uma nova formulação matemática para o modelo proposto por (Rao, 1983), ou seja, a diferença básica é o fato de aparecer o termo $\sum_{n=1}^N \beta_n / Ma$ nas expressões (3.4.3.3), (3.4.3.4), (3.4.3.6) e (3.4.3.7), e ainda, se deu ênfase a outras duas novas formulações matemáticas em forma matricial, com as excitações em notações na forma complexa, para o modo contínuo de rotação. Portanto, essas formulações aliadas a utilização de sistemas computacionais altamente potentes, permitiram a implementação e avaliação dos resultados satisfatoriamente.

Na apresentação dos resultados e discussões deste trabalho de pesquisa, apresentou-se os efeitos de uma excitação síncrona, de uma assíncrona, de uma síncrona e uma assíncrona atuando simultaneamente. Além disso, o efeito de uma assíncrona excitando o sistema desbalanceado girando a uma rotação fixa, bem como os parâmetros que devem ser analisados para minimizar as vibrações no rotor e garantir às máquinas rotativas, as melhores condições de operação.

Para obtenção das curvas de resposta em frequência, foi necessário determinar, a priori, os autovalores do sistema a partir do critério de matriz de estado e verificar se o sistema era estável ou instável, em função dos parâmetros previamente estabelecidos tais como: massa do rotor, coeficientes de rigidez dos mancais e do eixo, bem como dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e amortecimento estrutural do eixo.

Para que os sinais de resposta em frequência obtidos a partir da simulação dinâmica fossem amostrados de forma eficiente, utilizou-se um critério de busca bem definido para simulação em geral (Oliveira, 1997).

De forma geral, a partir da obtenção das curvas de resposta em frequência para um sistema dinâmico rotativo, foi possível comprovar a importância de como o monitoramento de alguns parâmetros de projeto influencia na redução das amplitudes de vibrações do rotor, tais como: rigidez do eixo, coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo, desbalanceamento do rotor e amplitude do vetor força de excitação externa; escolha da melhor rotação que o eixo deve girar com segurança (fora da região de ressonância).

Outros parâmetros determinantes para melhoria da eficiência das máquinas rotativas e aumento de sua vida útil, se postos em prática, são: o isolamento das vibrações entre a fundação e a estrutura, e o balanceamento do rotor em relação ao eixo.

Assim sendo, acredita-se que as contribuições deste trabalho sejam: mostrar a utilidade e importância do Teorema de Nyquist em conjunção com o critério proposto por Oliveira, para simulação e amostragem eficiente das curvas de resposta em frequência do sistema rotativo; mostrar que se pode utilizar um sinal de excitação sintetizado (Schroeder) como fonte de perturbação assíncrona; mostrar a possibilidade de aplicações práticas deste trabalho no auxílio, por exemplo, a manutenção preditiva de equipamentos, e através do monitoramento de suas condições de operação prever e diagnosticar possíveis falhas não desejáveis, bem como auxiliar nas áreas de otimização e controle.

5.2 Sugestões

Uma sugestão importante para este trabalho, seria obter as curvas (sinais) de resposta em frequência para um modelo experimental de um sistema rotativo excitado por fontes de perturbações síncronas e ou assíncronas, a partir de medição de deslocamentos e de forças e, em seguida, compará-las com as curvas teóricas de resposta em frequência obtidas neste trabalho utilizando o processo de simulação digital.

Assim sendo, para efeito de validação dos modelos matemáticos e dos resultados apresentados nesta pesquisa, seria fundamental tentar aplicá-los e reproduzi-los, respectivamente, numa análise experimental em escala real dos sistemas dinâmicos considerados neste estudo, objetivando ajustá-los e consolidá-los em aplicações industriais.

Outra sugestão valiosa seria simular o sistema dinâmico rotativo para vários tipos de mancais hidrodinâmicos (mancais elípticos, mancais segmentados, etc.) e observar a influência dos parâmetros de rigidez e amortecimento do filme de óleo de cada tipo de mancal hidrodinâmico no comportamento dinâmico do sistema rotativo a partir de suas curvas de resposta em frequência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, M. L.; PADOVAN, J, **Insights Into Linearized Rotor Dynamics.**

Journal of Sound and Vibration, v. 76(1), pp.129-142, 1981.

ALLAIRE, P. E., **“Design of Journal Bearings for High Speed Rotating Machinery” In Fundamentals of The Design of Fluid Film Bearings, ASME**

Publication, pp. 45-84, 1979.

ALLAIRE, P. E.; LI, D. F.; CHOY, K. C., **Transient Unbalance Response of**

Four Multilobe Journal Bearings, Trans ASME, 102 : pp. 300-307, 1980.

ARRUDA, J. R. F.; OLIVEIRA, N. V., **Frequency Domain In Methods For**

Structural Parameters. Journal Du Gami, Mecanique Materiaux Eletricite,

n° 146, Mai-Jun, 1986.

BOYCE, W. E. ; DI PRIMA, R. C., **Equações Diferenciais Elementares e**

Problemas de Valores de Contorno, Livros Técnicos e Científicos, Rio de

Janeiro, 1994.

BURROWS, C. R.; SAHINKAY, M. N., **Frequency Domain Estimation Of Linearized Oil-Filme Coefficients**. Trans ASME Lubrif., v.104, pp. 210-215, 1982.

BURROWS, C. R.; STANAY, R. A., **Coherent Strategy For Estimating Linearized Oil-Filme Coefficients**, Proc. R. Soc., A370, pp. 890-105, 1980.

CARDINALI, R., **Controle de Vibração Torcional pelo Acoplamento de Uma Inércia Através de Uma Embreagem Eletromagnética**, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, S.P., 1987.

CATTARUZZI, E. F.; CAVALCA, K. L., **Mancais Hidrodinâmicos Multilobulares : Projeto, Dimensionamento e Aplicações**, Anais do V CEM-NNE, pp. 9-16, Fortaleza-CE, 1998.

CAVALCA, K. L.; WEBER, H. I., **Estudo de Um Dispositivo de Redução de Amplitude na Passagem de um Rotor Pela Velocidade Crítica**, X COBEM, pp. 395-398, Rio de Janeiro, 1989.

CLOUGH, RAY. W., **Dynamic Of Structures**. McGraw-Hill, Inc., Singapore, 1993.

COOPER, S., **Preliminary Investigation of Oil Film for Control of Vibration, Lubrification and Wear Convention**, Pro. Inst. Mech., Paper nº 28, pp. 305-315, 1963.

CREDE, C. E.; HARRIS, C. M., **Shock Vibration Handbook**, McGraw Hill, 1976.

DEN HARTOG, J. P., **Vibrações nos Sistemas Mecânicos**, Editora Edgard Blucher, São Paulo, 1972.

DIAS, Jr. M., **Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos e das Características de uma Perturbação Externa pelo Método das Covariâncias**, Dissertação de Mestrado, UNICAMP- SP, 1987.

DUNKERLEY, S., **On The Whirling of Vibration of Shafts**, Phil. Trans. Roy. Soc., Série A, v.185, p.279, 1894.

EYKHOFF, P., **System Identification Parameter And States Estimation**, John Wiley & Sons, 1974.

GASCH, R.; PFUTZNER, H., **Rotor Dynamic**, Springer-Verlag, Berlin, 1975.

HASHIMOTO, H.; WADA, S., **An Analysis of Dynamic Characteristics of Turbulent Journal Bearings Considering Inertia Forces**, Bulletin of The JSME, v. 25, nº 208, October, 1982.

JACOBSEN, L. S.; AYRE, R. S., **Engineering Vibrations**, McGraw-Hill Book Co., 1958.

JEFFCOT, H. H., **The Lateral Vibration of Loaded shafts in The Neighbourhood of a Whirling Speed – The Effect of Want of Balance**, Phil. Mag., Séries 6, v.37, p. 304, 1919.

LACERDA Jr., J. A., **Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo Utilizando-se o Filtro de Kalman em Conjunção com o Estimador das Variáveis Instrumentais**, Dissertação de Mestrado, UFPB/CPGEM-PB, 1994.

LALLANE, M.; FERRARIS, G., **Rotordynamics Prediction in Engineerring**, John Wiley & Sons, Chichester, 1990.

MABIE, H. H., OCVIRK, **Dinâmica das Máquinas**, Editora Livros Técnicos e Científicos S.A., Rio de Janeiro, 1980.

MARIANO, V.; OLIVEIRA, N. V., **Avaliação de Métodos de Integração Numérica Aplicada a Identificação de Perturbações Externas**, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CD COBEM 97, Bauru, S. P., 1997.

MEIROVITCH, L., **Elements Of Vibration Analysis**, McGraw-Hill Kogakusha, Inc, 1975.

NEWKIRK, B. L., **Shaft Whipping General Eletrical**, v. 27, 1925.

OLIVEIRA, N. V., **Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos Com Aplicação a Mancais**, Tese de Doutorado, UNICAMP-SP, 1988.

OLIVEIRA, N. V., **Análise de um Critério Para Verificação do Efeito do Filme de Óleo de Rotor Rígido em Mancal Hidrodinâmico**, V CEM – NNE , pp. 420 – 427 , Fortaleza – CE, 1998.

OLIVEIRA, N. V., **Conjunção De Um Critério Utilizando o Teorema de Nyquist Para Simulação Dinâmica de Sistemas**, XIV COBEM, COB 963, pp.171, Bauru – SP, 1997.

OLIVEIRA, N. V.; ARRUDA, J. R. F., **Identificação dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento de Mancal Hidrodinâmico**, VI Seminário ADUNESP – Guaratinguetá – SP, 1985.

PACHECO, R. P.; STEFFEN Jr. V., **Comportamento Dinâmico de Rotores no Regime Transiente**, XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CD COBEM 95, Belo Horizonte – MG, 1995.

PAVANELLO, R.; ARRUDA, J. R. F.; IGUTI, F., **Análise do Comportamento Dinâmico de Um Hidrogerador**, Anais do VIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 611-614, São José dos Campos – SP, 1985.

PEDERIVA, R., **“Identificação de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo : Alguns Aspectos Práticos”**, Dissertação de Mestrado, UNICAMP - SP, 1983.

PESTEL, E. C.; LECKIE, F. A., **Matrix Methods in Elastomechanics**, McGraw-Hill Book Co., 1963.

PINKUS, O.; STERNLICHT, B., **Theory of Hydrodynamic Lubrification**, McGraw-Hill Book Co., 1961.

PINKUS, O.; WILCOCK, D., **COJOUR User's Guide : Dynamic Coefficients for Fluid-Film Journal Bearings**, Mechanical Technology Incorporated, Computer Code Manual, August, 1985.

RANKINE, W. J., **On The Centrifugal Force of Rotating Shafts**, Engineer, v.27, pp.249, 1869.

RAO, J. S., **Rotor Dynamics**, John Wiley & Sons, 1983.

RAO, J. S., **Synchronous Whirl Of A Flexible Rotor In Hidrodynamic Bearings**,
Mechanism and Machine Theory, v. 17, n° 2, pp. 143, 1982.

RAYLEIGH, J. W. S., **The Theory of Sound**, Dover Publication, 1945.

ROBERTSON, O., **Oil Wiping of a Journal in Sleeve Bearing**, Philolophical
Magazine, Series 7, v. 15, 1933.

SAHINKAYA, M. N.; BURROWS, C. R., **Control of Stability and the
Synchronous Vibration of a Flexible Rotor Supported on Oil-Film
Bearings**, Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control, v. 107, p.
139, June, 1985.

SAHINKAYA, M. N.; TURKAY, O. S.; BURROWS, C.R., **Minimization of The
Variance in Oil-Film Damping Coefficient Estimates**, Transactions of The
ASME, v. 106, pp. 342-348, December, 1984.

SANTIAGO, D. F. A.; OLIVEIRA, N. V., **Estudo do Comportamento Dinâmico
de Rotores Flexíveis Apoiados Sobre Mancais Hidrodinâmicos**, III Simpósio
de Pesquisa e Extensão – UFRN, pp. 131-132, Natal – RN, 1997.

SANTIAGO, D. F. A.; OLIVEIRA, N. V., **Efeito da Excitação Assíncrona Superposta a Excitação Síncrona no Comportamento Dinâmico de Sistemas Rotativos**, V CEM – NNE , pp. 404 – 411 , Fortaleza – CE, 1998.

SANTOS, I. F.; RUSSO, F. H., **Investigações Teórico-Experimentais Sobre Métodos de Identificação Para Serem Aplicados a Mancais Segmentados Com Lubrificação Mista**, V CEM-NNE, pp. 157-164, Fortaleza – CE, 1998.

SETO, W. W., **Vibrações Mecânicas**, Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda, Rio de Janeiro, 1971.

SCHROEDER, M. R., **Synthesis of Low-Peak Factor Signals and Binary Sequences Low Auto-Correlation**, IEEE, Transactions on Information and Theory, pp. 85-89, 1970.

SHIGLEY, J. E., **Dynamic Analysis of Machines**, McGraw Hill Book Company, 1961.

STEFFEN JR., V.; ASSIS, E. G., **Identificação de Parâmetros de Máquinas Rotativas Usando Técnicas de Otimização**, Anais do V CEM-NNE, pp. 396-403, Fortaleza-CE, 1998.

THE MATHWORKS, INC., **MATLAB High-Performance Numeric Computation and Visualization Software**, Reference Guide, 1992.

THE MATHWORKS, INC., **The Student Edition Of MATLAB – for – MS – DOS Personal Computers**, Prentice-Hall, Inc. A Simon & Schuster Company
Englewood Cliffs, New Jersey, 1992.

UEMURA, R.; CAVALCA, K. L.; DEDINI, F. G., **Mancais Hidrodinâmicos: Modelamento e Representação Como Elementos de Conexão em Sistemas Rotor-Suporte-Fundação**. IV CEM-NNE, pp. 681-686, 1996.

APÊNDICE A

TRABALHOS PUBLICADOS EM SIMPÓSIOS E CONGRESSOS

Título : Estudo do Comportamento Dinâmico de Rotores Flexíveis Apoiados Sobre Mancais Hidrodinâmicos. Publicado e apresentado no III Simpósio de Pesquisa e Extensão – UFRN, pp. 131-132, Natal – RN, 1997.

Anexo: 1-A a 2-A

Título : Efeito da Excitação Assíncrona Superposta a Excitação Síncrona no Comportamento Dinâmico de Sistemas Rotativos. Publicado e apresentado no V CEM – NNE, pp. 404-411, Fortaleza – CE, 1998.

Anexo: 3-A a 10-A

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ROTORES FLEXÍVEIS APOIADOS SOBRE MANCAIS HIDRODINÂMICOS

DARLEY FIÁCRIO DE ARRUDA SANTIAGO

Mestrando em Engenharia Mecânica - CCT/UFPB

NATANAEL VICTOR DE OLIVEIRA

Departamento de Engenharia Mecânica - CCT/UFPB

INTRODUÇÃO

Um dos problemas mais importante e discutido pela Engenharia Mecânica no projeto de máquinas rotativas, são as amplitudes de vibração do rotor devido algum desbalanceamento residual; durante a passagem pelas velocidades críticas. As investigações das velocidades críticas dos sistemas dinâmicos rotativos são de grande interesse, caso contrário, o efeito da ressonância (quando a velocidade de rotação do eixo se iguala com a frequência natural do sistema) pode causar ruídos; tensões dinâmicas, que levam a fadiga e conseqüentemente falha da estrutura e diminuição de sua vida útil. O conhecimento das propriedades intrínsecas do filme de óleo, como, rigidez e amortecimento em mancais hidrodinâmicos é um procedimento inevitável como meio de monitorar as amplitudes de vibração do rotor devido o seu desbalanceamento. A utilização de sistemas computacionais altamente potentes permite determinar as curvas de resposta em frequência das amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pelas velocidades críticas (Ono & Tamuri, 1968). Portanto, variações nos parâmetros de um sistema dinâmico rotativo eixo-rotor-mancais hidrodinâmico, como rigidez do eixo e amortecimento nos mancais são completamente entendidas e avaliadas neste trabalho a partir de um estudo básico de Dinâmica de Rotores (Rao, 1983).

METODOLOGIA

O modelo matemático utilizado para o sistema representado pela configuração da Figura (1), considerando uma excitação síncrona, isto é, desbalanceamento, pode ser dado por:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & K_{12} \\ K_2 & K_{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ y \end{Bmatrix} = Ma\omega^2 \begin{Bmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde os termos K_1 , K_2 , K_{12} e K_{21} da matriz de rigidez complexa, são funções dos coeficientes de rigidez dos suportes e do eixo, bem como, dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e do amortecimento estrutural do eixo (Rao, 1982).

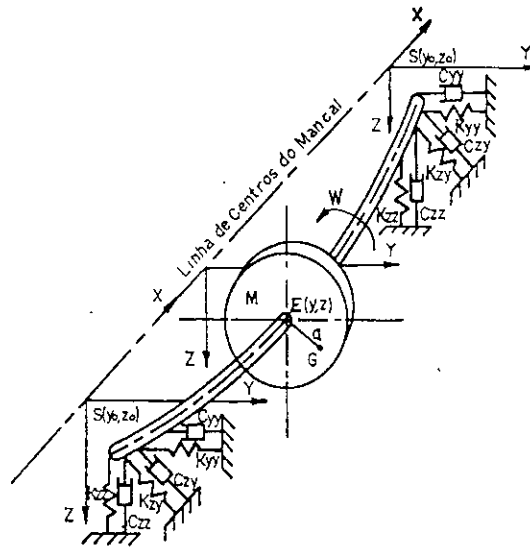


Figura 1 - Modelo Físico do Sistema Eixo-Rotor-Mancais Hidrodinâmico.

RESULTADOS

Para o sistema dinâmico de dois graus de liberdade foram adotados os seguintes dados de massa do rotor em [Kg], excentricidade do rotor em [m], rigidez do eixo e dos mancais em [N/m], amortecimento estrutural do eixo e amortecimento dos mancais em [Ns/m].

Tabela 1 - Parâmetros adotados para obtenção das curvas de resposta em frequência do sistema.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS			
$M = 54,4$	$K = 1,6 \cdot 10^7$	$K_{yy} = 1 \cdot 10^7$	$K_{yz} = 4 \cdot 10^7$	$K_{zy} = 3 \cdot 10^7$	$K_{zz} = 4 \cdot 10^7$
$e = 1 \cdot 10^{-6}$	$C = 10.000$	$C_{yy} = 42.400$	$C_{yz} = 56.000$	$C_{zy} = 48.000$	$C_{zz} = 70.000$

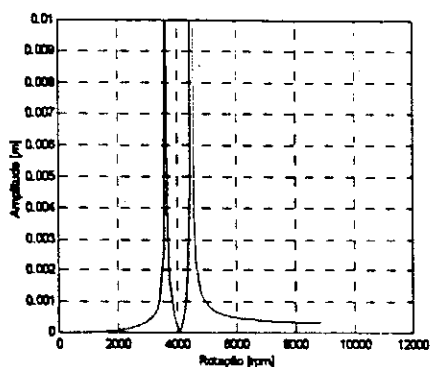


Figura 2: Resposta em frequência Sistema Conservativo

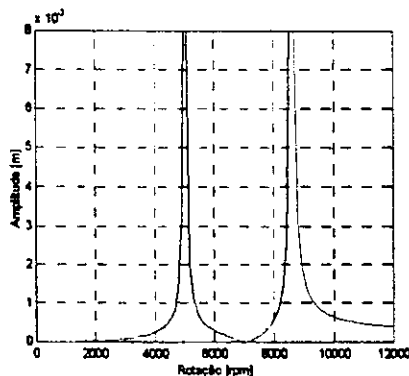


Figura 3: Resposta em frequência Sistema Conservativo

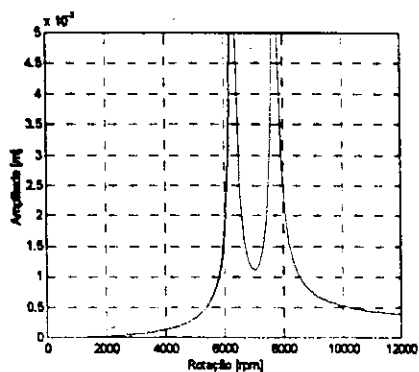


Figura 4: Resposta em frequência Sistema Não Conservativo

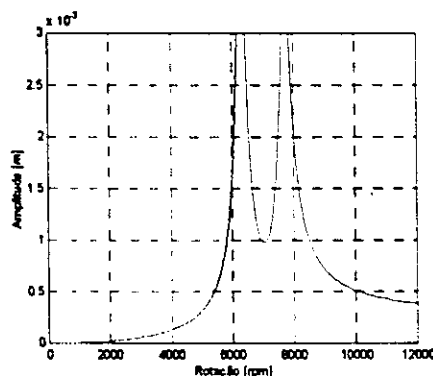


Figura 5: Resposta em frequência Sistema Não Conservativo

CONCLUSÃO

O sistema computacional **MATLAB** é bem adequado para obtenção das curvas de resposta em frequência de sistemas dinâmicos rotativos. Por outro lado, observou-se uma redução nas amplitudes de vibração do rotor, aumentando-se a rigidez do eixo como mostra a Figura (2) ($K = 0,8 \cdot 10^7$ N/m) e a Figura (3) ($K = 1,6 \cdot 10^7$ N/m), ou ainda, aumentando-se o amortecimento estrutural do eixo como mostra a Figura (4) ($C = 10.000$ Ns/m) e a Figura (5) ($C = 20.000$ N.s/m). Finalmente, observou-se também que, quanto menor for a excentricidade da massa do rotor em relação a linha de centros do mancal, menor serão as amplitudes de vibração do rotor.

BIBLIOGRAFIA

- RAO, J. S.**, Synchronous Whirl of a Flexible Rotor in Hydrodynamic Bearings, Mechanism and Machine Theory, vol. 17, nº 2, pág. 143, 1982.
- RAO, J. S.**, Rotor Dinâmico, John Wiley & Sons, 1983.
- ONO, K. & Tamuri, A.**, On the Vibrations of Horizontal Shaft Supported in Oil Lubricated Bearings, Bull. JSME., vol. 14, pág. 813, 1968.

EFEITO DA EXCITAÇÃO ASSÍNCRONA SUPERPOSTA A EXCITAÇÃO SÍNCRONA NO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE SISTEMAS ROTATIVOS

DARLEY FIÁCRIO DE ARRUDA SANTIAGO & NATANAEL VICTOR DE OLIVEIRA
Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, UFPB
CEP 58109-970 Campina Grande-PB. darley@dem.ufpb.br, natanael@dem.ufpb.br

Resumo

Apresenta-se neste trabalho, um estudo sobre os efeitos do desbalanceamento de rotores flexíveis no comportamento dinâmico de máquinas rotativas. Um dos problemas mais importante e discutido pela engenharia mecânica no projeto de máquinas rotativas, são as amplitudes de vibração do rotor devido a algum desbalanceamento residual durante a passagem pelas velocidades críticas. No modelo matemático do sistema dinâmico rotativo eixo-rotor-mancais hidrodinâmicos (deslizamento), considera-se como fonte de perturbação, uma excitação (força) síncrona, superposta ao efeito de uma fonte de excitação assíncrona atuando no sistema, quando o rotor desbalanceado gira a uma rotação fixa. Em seguida, procura-se monitorar que parâmetros podem ser avaliados para reduzir as amplitudes de vibração do rotor, durante a sua a passagem pela ressonância, e que efeitos e conseqüências globais ocorrem no sistema.

Palavras-chave

Sistemas dinâmicos, excitação síncrona e assíncrona, vibrações, rotor.

1. INTRODUÇÃO

A simulação teórica do comportamento dinâmico de sistemas rotativos é uma importante ferramenta no campo da engenharia (Gasch, 1975). O comportamento dinâmico de um rotor é afetado pelas características dinâmicas do sistema rotor-mancais-fundação e por fatores externos. Os eixos dos rotores, geralmente, são apoiados em mancais de deslizamento, cujas propriedades são de difícil determinação. Nos modelos linearizados clássicos de rotores, utilizam-se oito coeficientes de rigidez e amortecimento nas matrizes dos elementos do mancal (Adams et al., 1981). Valores teóricos para os coeficientes de rigidez e amortecimento associados com o filme de óleo são dados em (Burrows et al., 1982). Em geral, estes coeficientes calculados teoricamente são validados, usando-se dados obtidos para modelos físicos construídos em escala reduzida. Diferentes métodos de identificação de parâmetros e parâmetros modais têm sido desenvolvidos no domínio do tempo e no domínio da frequência, para caracterizar o comportamento de sistemas dinâmicos rotativos em dinâmica de rotores em geral, (Burrows et al., 1982), (Oliveira et al., 1985), (Arruda et al., 1986) e (Uemura et al., 1996).

Um dos problemas mais importante que tem sido alvo de grande interesse na engenharia mecânica, e mais especificamente no projeto de máquinas rotativas, do ponto de vista teórico e prático, são as amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pelas velocidades críticas (Cavalca et al., 1989), (Santiago et al., 1997). Por outro lado, o estudo do comportamento dinâmico de sistemas rotativos, torna-se mais complexo quando se aborda o problema devida a fontes de perturbações síncronas (desbalanceamento residual, desalinhamento, etc.) e assíncronas. As investigações das velocidades críticas dos sistemas dinâmicos rotativos são de grande interesse, caso contrário, o efeito da ressonância (quando a velocidade de rotação do eixo se iguala com a frequência natural do sistema) pode causar ruídos; tensões dinâmicas que levam à fadiga e conseqüentemente falha da estrutura e diminuição da sua vida útil. A utilização de sistemas computacionais altamente potentes,

permite determinar as curvas de resposta em frequência das amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pelas velocidades críticas.

Neste trabalho, utiliza-se o modelo matemático de um sistema dinâmico rotativo eixo-rotor-mancal hidrodinâmico com dois graus de liberdade, onde não se considera os eventuais modos cônicos de vibração, isto é, inclinação do rotor desbalanceado, por exemplo. Considera-se como fontes de excitação (força), as perturbações síncronas e assíncronas, onde os termos da matriz de rigidez complexa do modelo são funções dos coeficientes de rigidez dos suportes e do eixo, bem como, dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e amortecimento estrutural do eixo (Rao, 1982, 1983).

A possibilidade de aplicação deste trabalho é patente, já que qualquer sistema mecânico existente (máquinas operatrizes, motores em geral, sistemas geradores de energia-hidroelétricas, etc.) está em geral sempre sujeito a estas fontes de excitações (forças). Por outro lado, a determinação e avaliação dos efeitos dessas fontes de perturbações (através de sensores de carga e deslocamento) que atuam no sistema, servem como técnicas não destrutivas de auxílio a manutenção preditiva do equipamento, permitindo assim o monitoramento das suas condições de operação e ao diagnóstico de falhas não desejáveis.

Portanto, procura-se neste trabalho, através da obtenção das curvas de resposta em frequência de um sistema dinâmico rotativo excitado por fontes de perturbações síncronas e assíncronas, avaliar e determinar que parâmetros podem ser monitorados para reduzir as amplitudes de vibração do rotor, durante a passagem pela ressonância, e melhorar a performance dos sistemas dinâmicos rotativos seja qual for a fonte de perturbação.

Para que a amostragem dos sinais de resposta em frequência obtidas a partir da simulação dinâmica do sistema sejam amostrados de forma eficiente, faz-se necessário a utilização de um critério de busca bem definido para simulação em geral (Oliveira, 1997).

2. METODOLOGIA

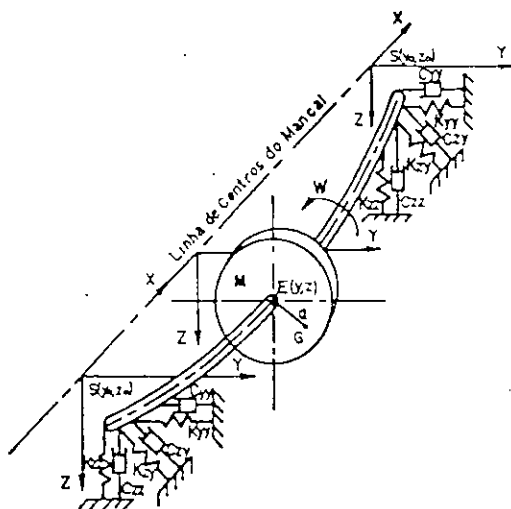


Figura 1 - Modelo físico do sistema

3. MODELO MATEMÁTICO

No modelo matemático utilizado para o sistema representado na figura 1, considera-se uma excitação síncrona e outra assíncrona que pode ser oriunda através de uma excitação a partir da base da estrutura ou de um outro dispositivo qualquer na forma apresentada na equação (1) por,

A partir da simulação de um sistema dinâmico rotativo com dois graus de liberdade, como mostrado na configuração representada na figura 1, considera-se uma excitação (força) síncrona e assíncrona de onde se obtém as curvas de resposta em frequência, e daí, procura-se avaliar e monitorar que parâmetros podem ser investigados para se reduzir as amplitudes de vibração do rotor durante a passagem pela ressonância. Em seguida, procura-se monitorar em que rotação o sistema deverá girar de forma adequada, quando o sistema for excitado por uma fonte de perturbação assíncrona (excitação externa), e a partir daí, procura-se investigar e simular o efeito da superposição destas duas fontes de perturbações agindo simultaneamente, quando o rotor gira a uma rotação fixa estacionária. Daí, a importância de se estudar e monitorar esses efeitos.

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C1 & C12 \\ C21 & C2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K1 & K12 \\ K21 & K2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ y \end{Bmatrix} = Ma \sum_{n=1}^N \Omega^2 \begin{Bmatrix} \cos \Omega t \\ \sin \Omega t \end{Bmatrix} + \sum_{n=1}^N \beta n \begin{Bmatrix} \cos \omega t \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde os termos $K1, K2, K12$ e $K21$ da matriz de rigidez são funções dos coeficientes de rigidez do mancal e do eixo, e os termos $C1, C2, C12$ e $C21$ da matriz de amortecimento são funções dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e do amortecimento estrutural do eixo (Rao, 1983). Onde Ω_0 é a frequência fundamental de rotação do rotor devida a excitação síncrona, e ω_0 é a frequência fundamental devida a excitação assíncrona.

3.1 Análise para o sistema conservativo

Assumindo que o rotor gira de forma contínua e crescente a rotações sincronizadas com a frequência de excitação assíncrona, isto é, $\Omega = \omega$, onde $\Omega = n\Omega_0$ e $\omega = n\omega_0$, a equação (1) fica,

$$M \ddot{z} + K1 z + K12 y = Ma \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \left(\Omega^2 + \beta n / Ma \right) e^{i\omega t} \right] \quad (2)$$

$$M \ddot{y} + K21 z + K2 y = Ma \operatorname{Im} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^2 e^{i\omega t} \right]$$

As respostas em frequência nas direções z e y para a configuração do modelo sistema de equações diferenciais em (2), conduz a:

A resposta em frequência na direção z é:

$$z(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{Ma(\Omega^2 + \beta n / Ma)}{[K1 - M\omega^2]} \left[1 - \frac{K12}{[K2 - M\omega^2]} \right]}{\left[1 - \frac{K12 \cdot K21}{[K1 - M\omega^2][K2 - M\omega^2]} \right]} \quad (3)$$

A resposta em frequência na direção y é:

$$y(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{Ma\Omega^2}{[K2 - M\omega^2]} \left[1 - \frac{K21}{[K1 - M\omega^2]} \right]}{\left[1 - \frac{K12 \cdot K21}{[K1 - M\omega^2][K2 - M\omega^2]} \right]} \quad (4)$$

3.2 Análise para o sistema não-conservativo

O modelo matemático considerado para o sistema não-conservativo dado pelas equações (1) pode ser simplificado na seguinte forma:

$$M \ddot{z} + K1^* z + K12^* y = Ma \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^N \left(\Omega^2 + \beta n / Ma \right) e^{i\omega t} \right] \quad (5)$$

$$M \ddot{y} + K21^* z + K2^* y = Ma \operatorname{Im} \left[\sum_{n=1}^N \Omega^2 e^{i\omega t} \right]$$

onde agora os termos $K1^*$, $K2^*$, $K12^*$ e $K21^*$ de rigidez complexa são funções dos coeficientes de rigidez do filme de óleo mancal e do eixo, bem como, dos coeficientes de amortecimento do filme de óleo e do amortecimento estrutural do eixo (Rao, 1983).

A resposta em frequência na direção z é :

$$z(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{Ma(\Omega^2 + \beta_n/Ma)}{[K1^* - M\omega^2]} \left[1 - \frac{K12^*}{[K2^* - M\omega^2]} \right]}{\left[1 - \frac{K12^* \cdot K21^*}{[K1^* - M\omega^2][K2^* - M\omega^2]} \right]} \quad (6)$$

A resposta em na direção y é :

$$y(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{Ma\Omega^2}{[K2^* - M\omega^2]} \left[1 - \frac{K21^*}{[K1^* - M\omega^2]} \right]}{\left[1 - \frac{K12^* \cdot K21^*}{[K1^* - M\omega^2][K2^* - M\omega^2]} \right]} \quad (7)$$

Como podemos observar, a diferença básica em relação ao modelo proposto por (Rao, 1983) é o fato de aparecer o termo β_n/Ma na equação (6) superpondo as duas fontes de perturbação, isto é, a excitação síncrona e assíncrona.

4. RESULTADOS

Para obtenção e avaliação das curvas de resposta em frequência a partir da simulação dinâmica do sistema representado na Figura 1, considerando uma fonte de perturbação síncrona e assíncrona, foram adotados a seguinte seqüência para a simulação (Oliveira, 1997): 1) Cálculo dos autovalores do sistema. 2) Identificação da maior frequência natural, ω_{nmx} . 3) Definição de um número fixo para o fator de busca, ou seja, $fb \geq 2.0$. 4) Definição do número de amostras N , para amostragem eficiente do sinal. 5) Determinação do intervalo de tempo de discretização a partir da relação dada por $Del = [2\pi/N \cdot \omega_{nmx} \cdot fb] \cdot N_p$, onde $N_p = N/2$. 6) Determinação da frequência fundamental a partir da relação dada por $\omega_o = 2\pi/N \cdot Del$. 7) O sinal de excitação é gerado utilizando a frequência fundamental calculada em 6), bem como a rotação fundamental Ω_o .

Os parâmetros adotados para simulação do sistema dinâmico de dois graus de liberdade com massa do rotor em [Kg], excentricidade do rotor em [m], rigidez do eixo e dos mancais em [N/m] e amortecimento estrutural do eixo e amortecimento dos mancais em [Ns/m], são mostrados na tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros adotados para obtenção das curvas de resposta em frequência do sistema.

ROTOR	EIXO	MANCAIS HIDRODINÂMICOS			
M= 54.4	K=1,6.10 ⁷	Kyy=1.10 ⁷	Kyz=4.10 ⁷	Kzy=3.10 ⁷	Kzz=4.10 ⁷
A= 1.10 ⁻⁶	C=10000	Cyy=42400	Cyz=56000	Czy=48000	Czz=70000

Antes de apresentar as curvas de resposta em frequência obtidas para o sistema representado na Figura 1, considerando uma fonte de perturbação síncrona e assíncrona, é conveniente saber que o sinal sintetizado (força de excitação) utilizado para excitar o sistema, atende a um dos principais requisitos que é o de excitá-lo persistentemente. Noutras palavras, significa que o sinal de excitação deve ser suficientemente rico em componentes de frequência, de forma a excitar todos os modos de vibração do sistema. A justificativa de utilização deste sinal como fonte de excitação externa ($F(t) = \sum_{n=1}^N \beta_n \cos \omega t$) deve-se, entre

outras vantagens, a sua característica de manutenção das condições de excitação persistente. As Figuras 2 e 3 ilustram este tipo de sinal de excitação (Schroeder, 1970) obtido no tempo e o seu respectivo espectro, para 256 componentes harmônicas ($N=256$).

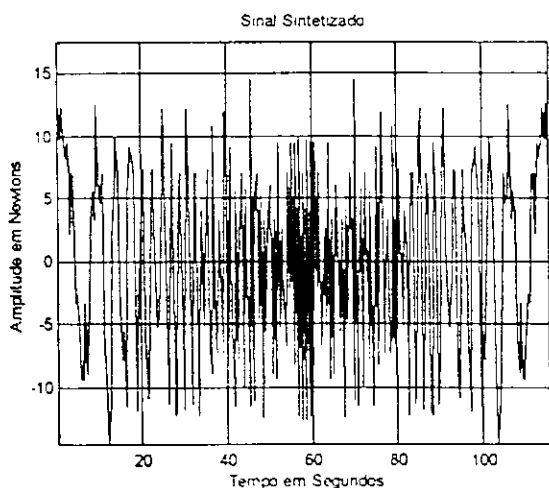


Figura 2: Sinal sintetizado no tempo

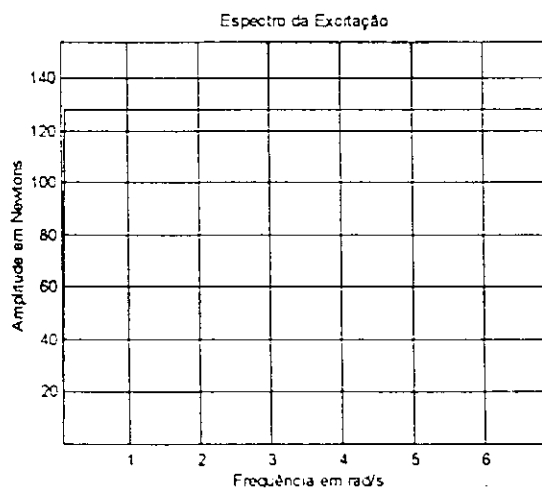


Figura 3: Espectro do sinal sintetizado

Do ponto de vista prático, sabe-se que os sistemas mecânicos em geral estão sujeitos a fontes de perturbações síncronas e assíncronas, agindo simultaneamente.

Qual a influência de uma fonte de perturbação assíncrona num sistema dinâmico rotativo, quando o rotor gira a uma rotação fixa? Esta pergunta será respondida, observando-se as curvas de resposta em frequência das vibrações do rotor quando uma das componentes de frequência da força de excitação assíncrona coincide com a rotação fixa do rotor.

A seguir mostram-se as curvas de resposta em frequência obtidas a partir da simulação dinâmica do sistema para três rotações fixas do rotor, ou seja, para $\Omega_1 = \omega_{nm\acute{a}x} / 2$, $\Omega_2 = (\omega_{n1} + \omega_{n2}) / 2$ e $\Omega_3 = 2\omega_{nm\acute{a}x}$. Considerou-se a excentricidade da massa do rotor para os três casos de $a = 10 \cdot 10^{-6}$ m. As frequências naturais $\omega_{n1} = 510$ rad/s e $\omega_{n2} = 888$ rad/s foram determinadas inicialmente, onde a frequência natural máxima é $\omega_{nm\acute{a}x} = 888$ rad/s.

Mostram-se nas Figuras 4 e 5 as curvas de resposta em frequência – direção z, obtidas para a rotação fixa do rotor de $\Omega_1 = 444$ rad/s = 4240 rpm. Nas Figuras 6 e 7 mostram-se as curvas de resposta em frequência – direção z, obtidas para a rotação fixa do rotor de $\Omega_2 = 699$ rad/s = 6675 rpm. E nas Figuras 8 e 9 mostram-se as curvas de resposta em frequência – direção z, para a rotação fixa do rotor de $\Omega_3 = 1776$ rad/s = 16960 rpm.

Analisa-se também a situação em que o rotor desbalanceado gira com uma rotação fixa exatamente igual a primeira velocidade crítica ($\Omega = \omega_{n1} = 510$ rad/s) e que coincide com a frequência da força de excitação assíncrona. Nas Figuras 10 e 11 mostram-se as curvas para $a = 5 \cdot 10^{-6}$ m e nas Figuras 12 e 13 mostram-se as curvas de resposta em frequência para $a = 1 \cdot 10^{-6}$ m.

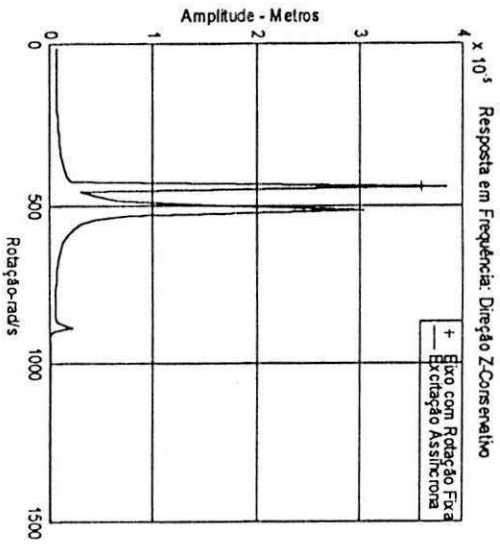


Figura 4: Resposta em frequência

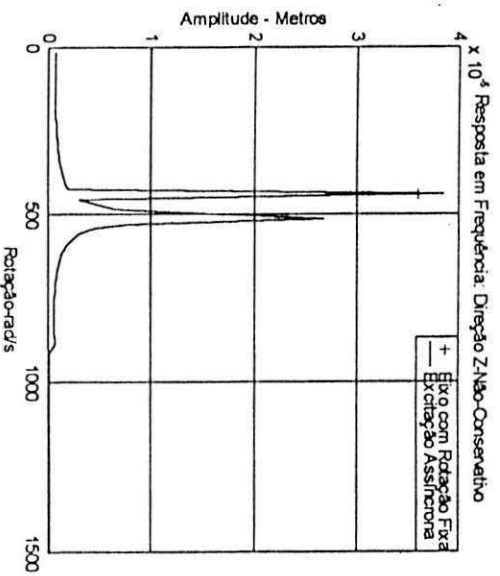


Figura 5: Resposta em frequência

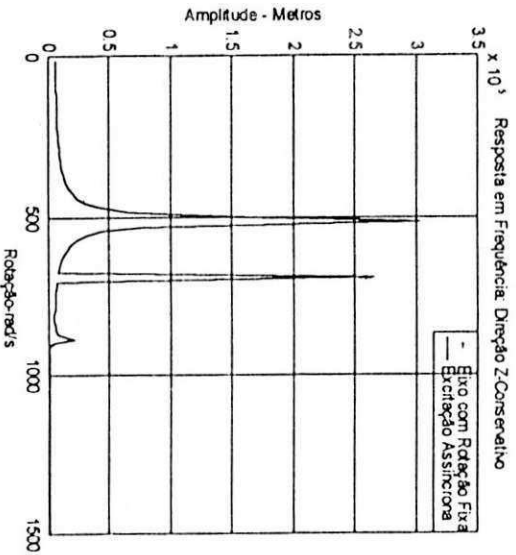


Figura 6: Resposta em frequência

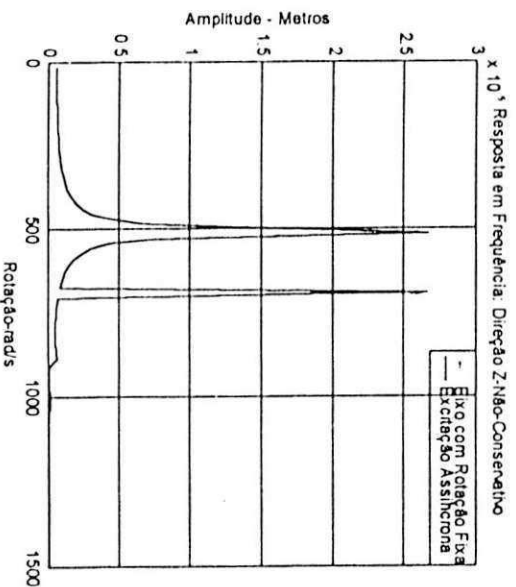


Figura 7: Resposta em frequência

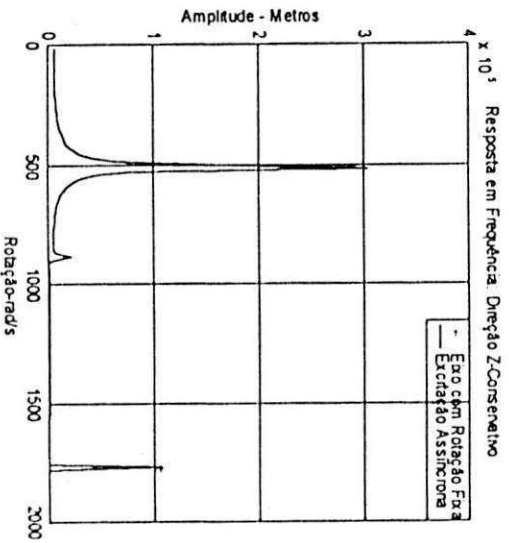


Figura 8: Resposta em frequência

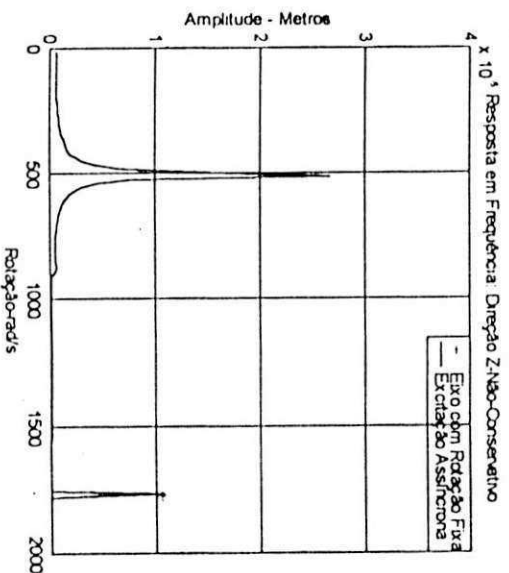


Figura 9: Resposta em frequência

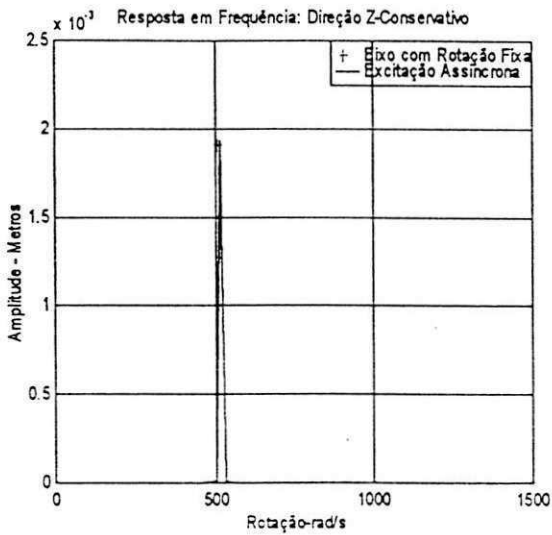


Figura 10: Resposta em frequência

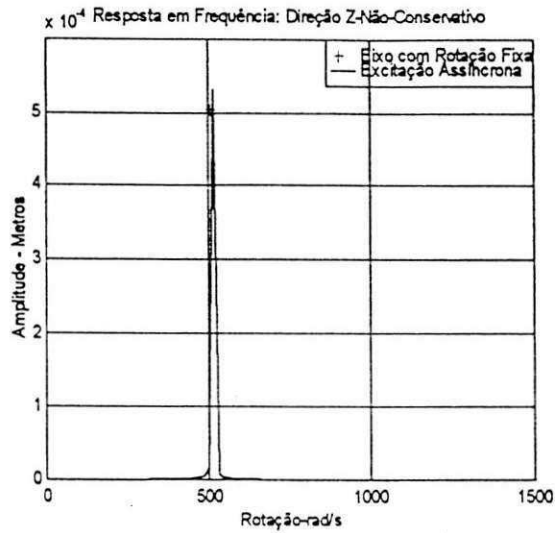


Figura 11: Resposta em frequência

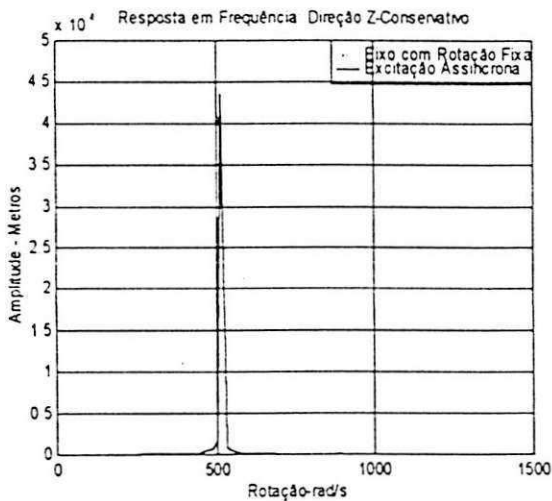


Figura 12: Resposta em frequência

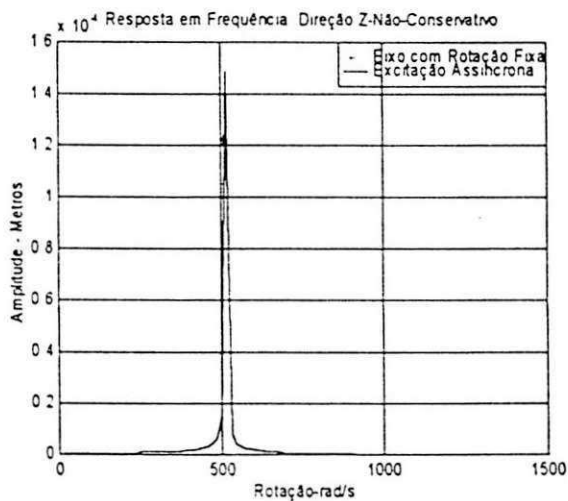


Figura 13: Resposta em frequência

5. DISCUSSÕES

Observando-se as Figuras 10 – 13, verifica-se como as propriedades de amortecimento do filme de óleo e do amortecimento estrutural do eixo são determinantes na redução das amplitudes de vibração do rotor, mesmo quando o rotor gira na ressonância. Em termos percentuais, a redução verificada nas amplitudes de vibração do rotor, com excentricidade de $a = 5 \cdot 10^{-6}$ m, ultrapassou os 350% (Figuras 10 e 11) e aproximadamente 300% (Figuras 12 e 13) de redução nas amplitudes de vibração do rotor para excentricidade de $a = 1 \cdot 10^{-6}$ m.

Por outro lado, observa-se uma grande redução nas amplitudes de vibração do rotor com a diminuição da excentricidade da massa do rotor de $5 \cdot 10^{-6}$ m para $1 \cdot 10^{-6}$ m (acima de 400% para o sistema conservativo – Figuras 10 e 12, e acima de 350% para o sistema não-conservativo – Figuras 11 e 13), o que já era esperado. Observou-se também que as amplitudes de vibração do rotor são maiores quando o rotor está girando com rotação próxima à ressonância (Figuras 4 e 5, 6 e 7), do que quando o rotor está girando com rotação maior que as velocidades críticas do sistema (Figuras 8 e 9), ou seja, fora da região de ressonância.

Assim sendo, observando-se as Figuras 4 -13, conclui-se que a melhor rotação que o sistema eixo-rotor-mancal hidrodinâmico deve girar com segurança é a rotação $\Omega=1776 \text{ rad/s}$, devido as amplitudes de vibração do rotor desbalanceado ser um pouco maior do que 1.10^{-5} m .

Portanto, os efeitos de uma fonte de perturbação assíncrona num sistema dinâmico rotativo desbalanceado quando o rotor está girando a uma rotação fixa são os altos níveis de vibrações verificados no rotor. Uma técnica a ser utilizada para reduzir essas amplitudes de vibração no rotor é fazer um bom isolamento para as vibrações externas entre a fundação e a estrutura, bem como, o balanceamento do rotor, caso contrário, o funcionamento e a segurança do sistema mecânico será comprometido, podendo levar, nos casos extremos, ao colapso da estrutura.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adams, M. L. & Padovan, J., Insights Into Linearized Rotor Dynamics, Journal of Sound and Vibration, Vol 76(1), pp.129-142, 1981.

Arruda, J. R. F. & Oliveira, N. V., Frequency Domain In Methods For Structural Parameters, Journal Du Gami, N° 146, Mecanique Materiaux Eletricite, 1986.

Burrows, C. R. & Sahinkay, M. N., Frequency Domain Estimation Of Linearized Oil-Filme Coefficients, Trans ASME, Lubrif. 210-215, 1982.

Cavalca, K. L. & Weber, H. I., Estudo de Um Dispositivo de Redução de Amplitude na Passagem de um Rotor Pela Velocidade Crítica, X COBEM, pp. 395-398, Rio de Janeiro, 1989.

Gasch, R. & Pfutzner, H., Rotor dynamic, Springer-Verlag, Berlin, 1975.

Oliveira, N. V. & Arruda, J. R. F., Identificação Experimental das Características de Rigidez e Amortecimento de Mancal Hidrodinâmico, X COBEM, pp. 371-374, Rio de Janeiro, 1989.

Oliveira, N. V., Conjunção De Um Critério Utilizando o Teorema de Nyquist Para Simulação Dinâmica de Sistemas, XIV COBEM, COB 963, pp.171, 1997.

Rao, J. S. Rotor Dynamics, John Wiley & Sons, 1983.

Rao, J. S., Synchronous Whirl Of A Flexible Rotor In Hydrodynamic Bearings, Mechanism and Machine Theory, Vol.17, N° 2, pág. 143, 1982.

Santiago, D. F. A. & Oloveira, N. V., Estudo do Comportamento Dinâmico de Rotores Flexíveis Apoiados Sobre Mancais Hidrodinâmicos, III Simpósio de Pesquisa e Extensão - UFRN, pp. 131-132, 1997.

Schroeder, M. R., Synthesis of Low-Peak Factor Signals and Binary Sequences Low Auto-Correlation, IEEE, Transactions on Information and Theory, pp. 85-89, 1970.

Uemura, R. & Cavalca K. L. & Dedini, F. G., Mancais Hidrodinâmicos: Modelamento e Representação Como Elementos de Conexão em Sistemas Rotor-Suporte-Fundação, IV CEM-NNE, pp. 681-686, 1996.

APÊNDICE B

LISTAGEM DOS PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

Programa computacional para obtenção das Curvas de Resposta em Freqüência Síncrona das amplitudes de vibrações do rotor.

Anexo: 1-B a 7-B.

Programa computacional para obtenção das Curvas de Resposta em Freqüência Assíncrona das amplitudes de vibrações do rotor.

Anexo: 8-B a 15-B.

Programa computacional para obtenção das Curvas de Resposta em Freqüência Síncrona Superposta a Assíncrona das amplitudes de vibrações do rotor girando com uma rotação fixa..

Anexo: 16-B a 26-B.

Programa computacional para obtenção das Curvas de Resposta em Freqüência Síncrona Superposta a Assíncrona das amplitudes de vibrações do rotor.

Anexo: 27-B a 37-B.

```

% SISTEMA EIXO-ROTOR-MANCAL HIDRODINAMICO EXCITADO
% POR UMA FONTE DE PERTURBAÇÃO SÍNCRONA
%
% Obtenção da Resposta em Frequência nas direções z e y
% para o Sistema Conservativo e Não-Conservativo
% utilizando a Formulação Matemática Proposta.
%
% Programa elaborado e executado no ambiente
% Matlab for windows versão 4.2b.
%
clear all
tic
%
% *****
% Parâmetros de entrada de dados
% *****
%
N=256; %input('Número de pontos a gerar a funcao,N=');
M=7.616; %input('Massa do rotor em Kg,M=');
K=1.387e07; %input('Rigidez do Eixo em N/m,K=');
a=1.0e-06; %input('Excentricidade da Massa do Rotor em m,a=');
c=0.000125; %input('Folga radial do Mancal em m,c=');
To=37.32; %input('Carga estática aplicada no eixo em N,To=');
rotrpm=1980; %input('Rotação do eixo em rpm,rotrpm=');
rot=2*pi*rotrpm/60;
Kyy=67.624*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao yy em N/m,Kyy=');
Kyz=-27.990*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao yz em N/m,Kyz=');
Kzy=23.399*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao zy em N/n,Kzy=');
Kzz=1.0200*To/c; %input('rigidez do mancal na Direcao zz em N/m,Kzz=');
C=0.0; %input('Coeficiente de Amortecimento Estrutural do Eixo' em N.seg/m,C=');
Cyy=11.479*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao yy em seg/m,Cyy=');
Cyz=148.780*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao yz em seg/m,Cyz=');
Czy=-11.748*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao zy em Nseg/m,Czy=');
Czz=52.733*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao zz em Nseg/m,Czz=');
%
A1=(2*Kyy)+K;
A2=4*Kzy*Kyz;
A3=(2*Kzz)+K;
A4=A3*A1;
A5=2*Kzz*A1;
A6=2*Kyy*A3;
A7=(2*Kzy*K*K);
A8=(2*Kyz*K*K);
A9=(A5-A2);
A10=A4-A2;
A11=(A6-A2);
%
K1=(K*A9)/A10;
K2=(K*A11)/A10;

```

```

K11=K1;
K22=K2;
K12=(A7/A10);
K21=(A8/A10);
%
% Montagem Das Matrizes De Massa E Rigidez Para O
% Cálculo Das Frequências Naturais Do Sistema
% A Partir Da Matriz Dinâmica: [H]=([K]*inv[M])
% *****
% Montagem Da Matriz De Massa
% *****
M11=M; M12=0; M21=0; M22=M;
Mm=[M11 M12;M21 M22];
% *****
% Montagem Da Matriz De Rigidez
% *****
Km=[K11 K12;K21 K22];
%
Mi=inv(Mm);
H=Mi*Km;
d=eig(H);
Wns=sqrt(d);
Wn=max(Wns);
Wnmax=Wn;
%
Npi=N/2; %input('Npi para variar o intervalo de amostragem, Npi=')
fb=3.0; %input('fb>=2,fb=')
Dt=((2*pi)/(N*Wnmax*fb))*Npi;
Omegao=(2*pi)/(N*Dt);
W=Omegao; %Onde, Omegao é a rotação fundamental
%
% *****
% Gerando a Resposta Síncrona em Regime Permanente
% *****
%
% *****
% Análise Para o Sistema Conservativo
% *****
%
for n=1:N;
z(n)=0;
y(n)=0;
for j=1:N/2-1;
A12(j)=M*(j*W).^2;
A13(j)=K1-A12(j);
A14(j)=K2-A12(j);
A15(j)=A12(j)*A14(j);
A16(j)=-K12*A12(j);
A17(j)=-K21*A12(j);

```

```

A18(j)=A12(j)*A13(j);
A19(j)=A13(j)*A14(j);
A20=K12*K21;
A21(j)=A19(j)-A20;
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
z(n)=z(n)+(A15(j)/A21(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(A16(j)/A21(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção y:
% *****
%
y(n)=y(n)+(A17(j)/A21(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(A18(j)/A21(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
end;
end;
%
for n=1:N;
zf(n)=z(n);
yf(n)=y(n);
end;
%
% Transformada de Fourier para as respostas
% síncronas nas direções z e y.
%
zf1=fft(zf);
yf1=fft(yf);
%
for n=1:N/2-1;
zc(n)=real(zf1(n));
zs(n)=imag(zf1(n));
yc(n)=real(yf1(n));
ys(n)=imag(yf1(n));
respz(n)=zc(n)+zs(n);
respz1(n)=sqrt(zc(n).^2+zs(n).^2);
respy(n)=yc(n)+ys(n);
respy1(n)=sqrt(yc(n).^2+ys(n).^2);
Wf1(n)=n*W; % Wf1 é calculado em rad/s
end;
%
% *****
% Análise Para o Sistema Não-Conservativo
% *****
%
```

```

Kc=K+i*W*C;
Kzzc=Kzz+i*W*Czz;
Kyyc=Kyy+i*W*Cyy;
Kzyc=Kzy+i*W*Czy;
Kyzc=Kyz+i*W*Cyz;
B1=2*Kzzc+Kc;
B2=2*Kyyc+Kc;
B3=4*(Kzyc)*Kyzc;
Delta=(B1*B2)-B3;
B4=2*(Kzzc)*B2;
B5=2*(Kyyc)*B1;
B6=Kc/Delta;
B7=(B4-B3);
B8=(B5-B3);
K1c=B6*B7;
K2c=B6*B8;
K12c=2*Kzyc*Kc*B6;
K21c=2*Kyzc*Kc*B6;
%
% *****
% Montagem Da Matriz De Amortecimento
% *****
%
E1=(2*Cyy)+C;
E2=4*Czy*Cyz;
E3=(2*Czz)+C;
E4=E3*E1;
E5=2*Czz*E1;
E6=2*Cyy*E3;
E7=(2*Czy*C*C);
E8=(2*Cyz*C*C);
E9=(E5-E2);
E10=(E3*E1)-E2;
E11=(E6-E2);
%
C1=(C*E9)/E10;
C2=(C*E11)/E10;
C12=(E7/E10);
C21=(E8/E10);
% *****
% Montagem Da Matriz De Estado Para O Cálculo
% Dos Autovalores Do Sistema.
% *****
a11=0; a12=0; a13=1; a14=0;
a21=0; a22=0; a23=0; a24=1;
a31=-K1/M; a32=-K12/M; a33=-C1/M; a34=-C12/M;
a41=-K21/M; a42=-K2/M; a43=-C21/M; a44=-C2/M;
%
ME=[a11 a12 a13 a14;a21 a22 a23 a24;

```



```

a31 a32 a33 a34;a41 a42 a43 a44];
%
ME1=balance(ME);
D=eig(ME1); % Cálculo dos Autovalores do Sistema
%
% *****
% Gerando a Resposta Síncrona - Sistema Não-Conservativo
% *****
%
for n=1:N;
zc(n)=0;
yc(n)=0;
for j=1:N/2-1;
B9(j)=M*(j*W).^2;
B10(j)=K1c-B9(j);
B11(j)=K2c-B9(j);
B12(j)=B9(j)*B11(j);
B13(j)=-K12c*B9(j);
B14(j)=-K21c*B9(j);
B15(j)=B9(j)*B10(j);
B16(j)=B10(j)*B11(j);
B17=K12c*K21c;
B18(j)=B16(j)-B17;
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
%
zc(n)=zc(n)+(B12(j)/B18(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(B13(j)/B18(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção y:
% *****
%
%
yc(n)=yc(n)+(B14(j)/B18(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(B15(j)/B18(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
end;
end;
%
for n=1:N;
zcf(n)=zc(n);
ycf(n)=yc(n);
end;
%
% Transformada de Fourier para as respostas

```

```

% síncronas nas direções z e y.
%
zcf1=fft(zcf);
ycf1=fft(ycf);
%
for n=1:N/2-1;
zcc(n)=real(zcf1(n));
zcs(n)=imag(zcf1(n));
ycc(n)=real(ycf1(n));
ycc(n)=imag(ycf1(n));
respzc(n)=zcc(n)+zcs(n);
respzcl(n)=sqrt(zcc(n).^2+zcs(n).^2);
respyc(n)=ycc(n)+ycc(n);
respycl(n)=sqrt(ycc(n).^2+ycc(n).^2);
Wcf1(n)=n*W; % Wcf1 é calculado em rad/s
end;
%
% *****
% Saídas Gráficas Para O Sistema Conservativo E Não-Conservativo
% *****
%
figure(1)
plot(Wf1,respz1,'r');
grid on
title('Resposta em Frequência - Direção Z')
xlabel('Rotação - rad/s')
ylabel('Amplitude - m')
legend('k','Excitação Síncrona','r','Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1); % Rotação em rad/s
ymin=min(respz1);
ymax=0.0015; %max(respz1);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(2)
plot(Wf1,respy1,'r');
grid on
title('Resposta em Frequência - Direção Y')
xlabel('Rotação - rad/s')
ylabel('Amplitude - m')
legend('k','Excitação Síncrona','r','Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1); % Rotação em rad/s
ymin=min(respy1);
ymax=0.0025; %max(respy1);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(3)
plot(Wcf1,respzcl,'g');
grid on
title('Resposta em Frequência - Direção Z')

```

```

xlabel('Rotação - rad/s')
ylabel('Amplitude - m')
legend('k','Excitação Síncrona','g','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wcfl);
xmax=max(Wcfl); % Rotação em rad/s
ymin=min(respzcl);
ymax=max(respzcl);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(4)
plot(Wcfl,respycl,'g');
grid on
title('Resposta em Frequência - Direção Y')
xlabel('Rotação - rad/s')
ylabel('Amplitude - m')
legend('k','Excitação Síncrona','g','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wcfl);
xmax=max(Wcfl); % Rotação em rad/s
ymin=min(respycl);
ymax=max(respycl);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(5)
plot(Wf1,respz1,'r',Wcfl,respzcl,'g');
grid on
title('Resposta em Frequência - Direção Z')
xlabel('Rotação - rad/s')
ylabel('Amplitude - m')
legend('k','Excitação Síncrona','r','Conservativo','g','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wcfl);
xmax=max(Wcfl); % Rotação em rad/s
ymin=min(respzcl);
ymax=0.0015; %max(respzcl);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(6)
plot(Wf1,respy1,'r',Wcfl,respycl,'g');
grid on
title('Resposta em Frequência - Direção Y')
xlabel('Rotação - rad/s')
ylabel('Amplitude - m')
legend('k','Excitação Síncrona','r','Conservativo','g','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wcfl);
xmax=max(Wcfl); % Rotação em rad/s
ymin=min(respycl);
ymax=0.0025; %max(respycl);
axis([xmin xmax ymin ymax])
toc

```

```

% SISTEMA EIXO-ROTOR MANCAL HIDRODINÂMICO EXCITADO
% POR UMA FONTE DE EXCITAÇÃO ASSÍNCRONA (SINAL DE SCHROEDER).
%
% Obtenção da Resposta em Frequência na direção z e y para
% o Sistema Conservativo e Não-Conservativo.
%
% Programa elaborado e executado no ambiente
% Matlab for windows versão 4.2b.
%
clear all
tic
% *****
% Parâmetros de entrada de dados
% *****
%
N=256; %input('Numero de pontos a gerar a funcao,N=');
M=7.616; %input('Massa do rotor em Kg,M=');
FO=10.0; %input('Amplitude da Força de Excitação em N,FO=');
K=1.387e07; %input('Rigidez do Eixo em N/m,K=');
c=0.000125; %input('Folga radial do Mancal em m,c=');
To=37.32; %input('Carga estática aplicada no eixo em N,To=');
rotrpm=1980; %input('Rotação do eixo em rpm,rotrpm=');
rot=2*pi*rotrpm/60;
Kyy=67.624*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao yy em N/m,Kyy=');
Kyz=-27.990*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao yz em N/m,Kyz=');
Kzy=23.399*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao zy em N/n,Kzy=');
Kzz=1.0200*To/c; %input('rigidez do mancal na Direcao zz em N/m,Kzz=');
C=0.0; %input('Coeficiente de Amortecimento Estrutural do Eixo em N.seg/m,C=');
Cyy=11.479*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao yy em Nseg/m,Cyy=');
Cyz=148.780*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao yz em Nseg/m,Cyz=');
Czy=-11.748*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao zy em Nseg/m,Czy=');
Czz=52.733*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao zz em Nseg/m,Czz=');
%
A1=(2*Kyy)+K;
A2=4*Kzy*Kyz;
A3=(2*Kzz)+K;
A4=A3*A1;
A5=2*Kzz*A1;
A6=2*Kyy*A3;
A7=(2*Kzy*K*K);
A8=(2*Kyz*K*K);
A9=(A5-A2);
A10=(A3*A1)-A2;
A11=(A6-A2);
%
K1=(K*A9)/A10;
K2=(K*A11)/A10;
K11=K1;
K22=K2;

```

```

K12=(A7/A10);
K21=(A8/A10);
%
% Montagem Das Matrizes De Massa E Rigidez Para O
% Cálculo Das Frequências Naturais Do Sistema
% A Partir Da Matriz Dinâmica: [H]=(1/[M])*[K].
% *****
% Montagem Da Matriz De Massa
% *****
M11=M; M12=0; M21=0; M22=M;
Mm=[M11 M12;M21 M22];
% *****
% Montagem Da Matriz De Rigidez
% *****
Km=[K11 K12;K21 K22];
%
Mi=inv(Mm);
H=Mi*Km;
d=eig(H);
Wns=sqrt(d);
Wn=max(Wns);
Wnmax=Wn;
%
Npi=N/2; %input('Npi para variar o intervalo de amostragem, Npi=')
fb=2.5; %input('fb>=2,fb=')
Dt=((2*pi)/(N*Wnmax*fb))*Npi;
Wo=(2*pi)/(N*Dt);
W=Wo;
%
% Onde, Wo é a frequência de excitação assíncrona fundamental
%
% *****
% Gerando o Sinal de Excitação
% *****
%
for n=1:N;
    zea(n)=0;
    yea(n)=0;
for j=1:(N/2-1),
    fi=(j.^2/N);
    while fi >= 2,fi=fi-2; end;
    if (fi < 1), fi=0; end;
    if (fi >= 1), fi=1; end;
    Bn=(1-2*fi)*FO;
%
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona em Regime Permanente
% *****
%

```

```

% *****
% Análise Para o Sistema Conservativo
% *****
%
A12(j)=M*(j*W).^2;
A13(j)=K1-A12(j);
A14(j)=K2-A12(j);
A15(j)=A13(j)*A14(j);
A16(j)=(Bn)/A13(j);
A17=K12*K21;
A18(j)=A17/A15(j);
A19(j)=-K21/A15(j);
A20(j)=Bn*A19(j);
A21(j)=1-A18(j);
%
% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
zea(n)=zea(n)+(A16(j)/A21(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção y;
% *****
%
yea(n)=yea(n)+(A20(j)/A21(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
end;
end;
for n=1:N;
zfea(n)=zea(n);
yfea(n)=yea(n);
end;
%
zflea=fft(zfea); % Transformada de Fourier para a
yflea=fft(yfea); % resposta assíncrona nas direções
% % z e y.
for n=1:N/2-1;
zeac(n)=real(zflea(n));
zeas(n)=imag(zflea(n));
yeac(n)=real(yflea(n));
yeas(n)=imag(yflea(n));
respzea(n)=zeac(n)+zeas(n);
respzeal(n)=sqrt(zeac(n).^2+zeas(n).^2);
respyea(n)=yeac(n)+yeas(n);
respyeal(n)=sqrt(yeac(n).^2+yeas(n).^2);
Wfl(n)=n*W;
end;
%
```

```

% *****
% Análise Para O Sistema Não-Conservativo
% *****
%
Kc=K+i*W*C;
Kzzc=Kzz+i*W*Czz;
Kyyc=Kyy+i*W*Cyy;
Kzyc=Kzy+i*W*Czy;
Kyzc=Kyz+i*W*Cyz;
B1=2*Kzzc+Kc;
B2=2*Kyyc+Kc;
B3=4*(Kzyc)*Kyzc;
Delta=(B1*B2)-B3;
B4=2*(Kzzc)*B2;
B5=2*(Kyyc)*B1;
B6=Kc/Delta;
B7=(B4-B3);
B8=(B5-B3);
K1c=B6*B7;
K2c=B6*B8;
K12c=2*Kzyc*Kc*B6;
K21c=2*Kyzc*Kc*B6;
%
% *****
% Montagem Da Matriz De Amortecimento
% *****
%
E1=(2*Cyy)+C;
E2=4*Czy*Cyz;
E3=(2*Czz)+C;
E4=E3*E1;
E5=2*Czz*E1;
E6=2*Cyy*E3;
E7=(2*Czy*C*C);
E8=(2*Cyz*C*C);
E9=(E5-E2);
E10=(E3*E1)-E2;
E11=(E6-E2);
%
C1=(C*E9)/E10;
C2=(C*E11)/E10;
C12=(E7/E10);
C21=(E8/E10);
%
% *****
% Montagem Da Matriz De Estado Para O Cálculo
% Dos Autovalores Do Sistema.
% *****
%

```

```

a11=0; a12=0; a13=1; a14=0;
a21=0; a22=0; a23=0; a24=1;
a31=-K1/M; a32=-K12/M; a33=-C1/M; a34=-C12/M;
a41=-K21/M; a42=-K2/M; a43=-C21/M; a44=-C2/M;
%
ME=[a11 a12 a13 a14;a21 a22 a23 a24;
    a31 a32 a33 a34;a41 a42 a43 a44];
%
ME1=balance(ME);
D=eig(ME1); % Cálculo dos Autovalores do Sistema
%
% *****
% Gerando o Sinal de Excitação
% *****
%
for n=1:N;
    zeanc(n)=0;
    yeanc(n)=0;
    for j=1:(N/2-1),
        fi1=(j.^2/N);
        while fi1 >= 2,fi1=fi1-2; end;
        if (fi1 < 1), fi1=0; end;
        if (fi1 >= 1), fi1=1; end;
        Bn1=(1-2*fi1)*FO;
    %
    % *****
    % Gerando a Resposta Assíncrona em Regime Permanente
    % *****
    %
    % *****
    % Análise Para o Sistema Não-Conservativo
    % *****
    %
    B9(j)=M*(j*W).^2;
    B10(j)=K1c-B9(j);
    B11(j)=K2c-B9(j);
    B12(j)=B10(j)*B11(j);
    B13(j)=(Bn1)/B10(j);
    B14=K12c*K21c;
    B15(j)=(B14)/B12(j);
    B16(j)=-K21c/B12(j);
    B17(j)=(Bn1)*B16(j);
    B18(j)=1-B15(j);
    %
    % *****
    % Resposta Assíncrona Permanente - Direção z:
    % *****
    %
    zeanc(n)=zeanc(n)+(B13(j)/B18(j))*cos(j*W*n*Dt);

```



```

%
% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção y;
% *****
%
    yeanc(n)=yeanc(n)+(B17(j)/B18(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
end;
end;
%
for n=1:N;
zfeanc(n)=zeanc(n);
yfeanc(n)=yeanc(n);
end;
%
zfleanc=fft(zfeanc); % Transformada de Fourier para
yfleanc=fft(yfeanc); % resposta assíncrona nas
%           % direções z e y.
for n=1:N/2-1;
zeancc(n)=real(zfleanc(n));
zeanccs(n)=imag(zfleanc(n));
yeancc(n)=real(yfleanc(n));
yeanccs(n)=imag(yfleanc(n));
respzeanc(n)=zeancc(n)+zeanccs(n);
respzeanc1(n)=sqrt(zeancc(n).^2+zeanccs(n).^2);
respyeanc(n)=yeancc(n)+yeanccs(n);
respyeanc1(n)=sqrt(yeancc(n).^2+yeanccs(n).^2);
Wf1(n)=n*W;
end;
%
% *****
%Saídas Gráficas Para O Sistema Conservativo E Não-Conservativo
% *****
%
figure(1)
plot(Wf1,respzeal,'b')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Assíncrona','b','Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(respzeal);
ymax=0.003; %max(respzeal);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(2)
plot(Wf1,respyeal,'b')
grid on

```

```

title('Resposta em Frequência: Direção Y')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Assíncrona','b','Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(respyea1);
ymax=0.002; %max(respyea1);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(3)
plot(Wf1,respzeanc1,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z')
xlabel('Rotação-rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Assíncrona','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(respzeanc1);
ymax=max(respzeanc1);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(4)
plot(Wf1,respyeanc1,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Y')
xlabel('Rotação-rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Assíncrona','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(respyeanc1);
ymax=max(respyeanc1);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(5)
plot(Wf1,respzea1,'b',Wf1,respzeanc1,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Assíncrona','b','Conservativo','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(respzeanc1);
ymax=0.003; %max(respzeanc1);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(6)
plot(Wf1,respyea1,'b',Wf1,respyeanc1,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Y')

```

```
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Assíncrona','b','Conservativo','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(respyeanc1);
ymax=0.002; %max(respyeanc1);
axis([xmin xmax ymin ymax])
toc
```

```

% SISTEMA EIXO-ROTOR MANCAL HIDRODINÂMICO EXCITADO
% POR UMA FONTE DE EXCITAÇÃO SÍNCRONA E ASSÍNCRONA,
% PARA O EIXO GIRANDO A UMA ROTAÇÃO FIXA.
%
% Obtenção da Resposta em Frequência nas direção z e y
% para o Sistema Conservativo e Não-Conservativo.
%
% Programa elaborado e executado no ambiente
% Matlab for windows versão 4.2b.
%
clear all
tic
% *****
% Parâmetros de entrada de dados
% *****
%
N=256; %input('Numero de pontos a gerar a funcao,N=');
M=7.616; %input('Massa do rotor em Kg,M=');
a=2.0e-06; %input('Excentricidade da Massa do Rotor em m,a=');
We=input('Rotação Fixa do Eixo em rad/s,We=')
Wfixa=We;
FO=20.0; %input('Amplitude da Força de Excitação em N,FO=');
K=1.387e07; %input('Rigidez do Eixo em N/m,K=');
c=0.000125; %input('Folga radial do Mancal em m,c=');
To=37.32; %input('Carga estática aplicada no eixo em N,To=');
rotrpm=1980; %input('Rotação Para Geração dos Coef. de Rigidez e Amort. do Mancal
em rpm,rotrpm=');
rot=2*pi*rotrpm/60;
Kyy=67.624*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao yy em N/m,Kyy=');
Kyz=-27.990*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao yz em N/m,Kyz=');
Kzy=23.399*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao zy em N/n,Kzy=');
Kzz=1.0200*To/c; %input('Rigidez do mancal na Direcao zz em N/m,Kzz=');
C=0.0; %input('Coeficiente de Amortecimento Estrutural do Eixo em N.seg/m,C=');
Cyy=11.479*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao yy em Nseg/m,Cyy=');
Cyz=148.780*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao yz em Nseg/m,Cyz=');
Czy=-11.748*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao zy em Nseg/m,Czy=');
Czz=52.733*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao zz em Nseg/m,Czz=');
%
A1=(2*Kyy)+K;
A2=4*Kzy*Kyz;
A3=(2*Kzz)+K;
A4=A3*A1;
A5=2*Kzz*A1;
A6=2*Kyy*A3;
A7=(2*Kzy*K*K);
A8=(2*Kyz*K*K);
A9=(A5-A2);
A10=(A3*A1)-A2;
A11=(A6-A2);

```

```

%
K1=(K*A9)/A10;
K2=(K*A11)/A10;
K11=K1;
K22=K2;
K12=(A7/A10);
K21=(A8/A10);
%
% Montagem Das Matrizes De Massa E Rigidez Para O
% Cálculo Das Frequências Naturais Do Sistema
% A Partir Da Matriz Dinâmica: [H]=(1/[M])*[K].
% *****
% Montagem Da Matriz De Massa
% *****
M11=M; M12=0; M21=0; M22=M;
Mm=[M11 M12;M21 M22];
% *****
% Montagem Da Matriz De Rigidez
% *****
Km=[K11 K12;K21 K22];
%
Mi=inv(Mm);
H=Mi*Km;
d=eig(H);
Wns=sqrt(d);
Wn=max(Wns);
Wnmax=Wn;
%
Npi=N/2; %input('Npi para variar o intervalo de amostragem, Npi=')
fb=2.5; %input('fb>=2,fb=')
Dt=((2*pi)/(N*Wnmax*fb))*Npi;
Wo=(2*pi)/(N*Dt);
W=Wo;
%
% Onde, Wo é a frequência de excitação fundamental
%
%
% *****
% Análise Para o Sistema Conservativo
% *****
%
% *****
% Gerando a Resposta Síncrona Permanente
% *****
%
for n=1:N;
z(n)=0;
y(n)=0;
for j=1:N/2-1;

```

```

A12(j)=M*(j*W).^2;
A13(j)=K1-A12(j);
A14(j)=K2-A12(j);
A15(j)=A12(j)*A14(j);
A16(j)=-K12*A12(j);
A17(j)=-K21*A12(j);
A18(j)=A12(j)*A13(j);
A19(j)=A13(j)*A14(j);
A20=K12*K21;
A21(j)=A19(j)-A20;
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
z(n)=z(n)+(A15(j)/A21(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(A16(j)/A21(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção y:
% *****
%
y(n)=y(n)+(A17(j)/A21(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(A18(j)/A21(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
end;
end;
%
for n=1:N;
zf(n)=z(n);
yf(n)=y(n);
end;
%
% Transformada de Fourier para as respostas
% síncronas nas direções z e y.
%
zf1=fft(zf);
yf1=fft(yf);
%
for n=1:N/2-1;
zc(n)=real(zf1(n));
zs(n)=imag(zf1(n));
yc(n)=real(yf1(n));
ys(n)=imag(yf1(n));
respz(n)=zc(n)+zs(n);
respz1(n)=sqrt(zc(n).^2+zs(n).^2);
respy(n)=yc(n)+ys(n);
respy1(n)=sqrt(yc(n).^2+ys(n).^2);
Wf1(n)=n*W;

```

```

end;
%
% *****
% Gerando o Sinal de Excitação
% *****
%
  for n=1:N;
    zea(n)=0;
    yea(n)=0;
    for j=1:(N/2-1),
      fi=(j.^2/N);
      while fi >= 2,fi=fi-2; end;
      if (fi < 1), fi=0; end;
      if (fi >= 1), fi=1; end;
      Bn=(1-2*fi)*FO;
%
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona Regime Permanente
% *****
%
% *****
% Análise Para o Sistema Conservativo
% *****
%
A12(j)=M*(j*W).^2;
A13(j)=K1-A12(j);
A14(j)=K2-A12(j);
A15(j)=A13(j)*A14(j);
A16(j)=(Bn)/A13(j);
A17=K12*K21;
A18(j)=A17/A15(j);
A19(j)=-K21/A15(j);
A20(j)=Bn*A19(j);
A21(j)=1-A18(j);
%
% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
  zea(n)=zea(n)+(A16(j)/A21(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção y;
% *****
%
  yea(n)=yea(n)+(A20(j)/A21(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
end;
end;

```

```

for n=1:N;
zfea(n)=zعا(n);
yfea(n)=yعا(n);
end;
% Transformada de Fourier para
zflعا=fft(zfea);
yflعا=fft(yfea);
% resposta assincrona nas direções
% z e y.
for n=1:N/2-1;
zعا(n)=real(zflعا(n));
zعا(n)=imag(zflعا(n));
yعا(n)=real(yflعا(n));
yعا(n)=imag(yflعا(n));
respعا(n)=zعا(n)+zعا(n).√2;
respعا1(n)=sqrt(zعا(n).√2+zعا(n).√2);
respعا(n)=yعا(n)+yعا(n);
respعا1(n)=sqrt(yعا(n).√2+yعا(n).√2);
Wfl(n)=n*W;
end;
% Gerando a Resposta Assincrona Superposta
% a Resposta Sincrona - Direção Z
% *****
u=Wfixa/W;
for n=1:N/2-1;
respzعا(n)=0;
if respz1(n)==respz1(n), respzعا(n)=respz1(n);
else, respzعا(n)=0; end;
respzعا(n)=respzعا1(n)+respzعا1(n);
end;
% Gerando a Resposta Assincrona Superposta
% a Resposta Sincrona - Direção Y
% *****
for n=1:N/2-1;
respyعا(n)=0;
if respy1(n)==respy1(n), respyعا(n)=respy1(n);
else, respyعا(n)=0; end;
respyعا(n)=respyعا1(n)+respyعا1(n);
end;
% Analise Para O Sistema Não-Conservativo
% *****
%

```



```

Kc=K+i*W*C;
Kzzc=Kzz+i*W*Czz;
Kyyc=Kyy+i*W*Cyy;
Kzyc=Kzy+i*W*Czy;
Kyzc=Kyz+i*W*Cyz;
B1=2*Kzzc+Kc;
B2=2*Kyyc+Kc;
B3=4*(Kzyc)*Kyzc;
Delta=(B1*B2)-B3;
B4=2*(Kzzc)*B2;
B5=2*(Kyyc)*B1;
B6=Kc/Delta;
B7=(B4-B3);
B8=(B5-B3);
K1c=B6*B7;
K2c=B6*B8;
K12c=2*Kzyc*Kc*B6;
K21c=2*Kyzc*Kc*B6;
%
% *****
% Montagem Da Matriz De Amortecimento
% *****
%
E1=(2*Cyy)+C;
E2=4*Czy*Cyz;
E3=(2*Czz)+C;
E4=E3*E1;
E5=2*Czz*E1;
E6=2*Cyy*E3;
E7=(2*Czy*C*C);
E8=(2*Cyz*C*C);
E9=(E5-E2);
E10=(E3*E1)-E2;
E11=(E6-E2);
%
C1=(C*E9)/E10;
C2=(C*E11)/E10;
C12=(E7/E10);
C21=(E8/E10);
%
% *****
% Montagen Da Matriz De Estado Para O Cálculo
% Dos Autovalores Do Sistema.
% *****
%
a11=0; a12=0; a13=1; a14=0;
a21=0; a22=0; a23=0; a24=1;
a31=-K1/M; a32=-K12/M; a33=-C1/M; a34=-C12/M;
a41=-K21/M; a42=-K2/M; a43=-C21/M; a44=-C2/M;

```

```

%
ME=[a11 a12 a13 a14;a21 a22 a23 a24;
    a31 a32 a33 a34;a41 a42 a43 a44];
%
ME1=balance(ME);
D=eig(ME1); % Cálculo dos Autovalores do Sistema
%
% *****
% Análise Para o Sistema Não-Conservativo
% *****
%
% *****
% Gerando a Resposta Síncrona Permanente
% *****
%
for n=1:N;
zc(n)=0;
yc(n)=0;
for j=1:N/2-1;
B9(j)=M*(j*W).^2;
B10(j)=K1c-B9(j);
B11(j)=K2c-B9(j);
B12(j)=B9(j)*B11(j);
B13(j)=-K12c*B9(j);
B14(j)=-K21c*B9(j);
B15(j)=B9(j)*B10(j);
B16(j)=B10(j)*B11(j);
B17=K12c*K21c;
B18(j)=B16(j)-B17;
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
%
zc(n)=zc(n)+(B12(j)/B18(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(B13(j)/B18(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção y:
% *****
%
%
yc(n)=yc(n)+(B14(j)/B18(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(B15(j)/B18(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
end;
end;
%
```

```

for n=1:N;
zcf(n)=zc(n);
ycf(n)=yc(n);
end;
%
% Transformada de Fourier para as respostas
% síncronas nas direções z e y.
%
zcf1=fft(zcf);
ycf1=fft(ycf);
%
for n=1:N/2-1;
zcc(n)=real(zcf1(n));
zcs(n)=imag(zcf1(n));
ycc(n)=real(ycf1(n));
ycc(n)=imag(ycf1(n));
respzc(n)=zcc(n)+zcs(n);
respzc1(n)=sqrt(zcc(n).^2+zcs(n).^2);
respyc(n)=ycc(n)+ycc(n);
respyc1(n)=sqrt(ycc(n).^2+ycc(n).^2);
Wf1(n)=n*W;
end;
%
% *****
% Gerando o Sinal de Excitação
% *****
%
for n=1:N;
zeanc(n)=0;
yeanc(n)=0;
for j=1:(N/2-1),
fi1=(j.^2/N);
while fi1 >= 2,fi1=fi1-2; end;
if (fi1 < 1), fi1=0; end;
if (fi1 >= 1), fi1=1; end;
Bn1=(1-2*fi1)*FO;
%
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona em Regime Permanente
% *****
%
% *****
% Análise Para o Sistema Não-Conservativo
% *****
%
B9(j)=M*(j*W).^2;
B10(j)=K1c-B9(j);
B11(j)=K2c-B9(j);
B12(j)=B10(j)*B11(j);

```

```

B13(j)=(Bn1)/B10(j);
B14=K12c*K21c;
B15(j)=(B14)/B12(j);
B16(j)=-K21c/B12(j);
B17(j)=(Bn1)*B16(j);
B18(j)=1-B15(j);
%
% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
zeanc(n)=zeanc(n)+(B13(j)/B18(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção y;
% *****
%
yeanc(n)=yeanc(n)+(B17(j)/B18(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
end;
end;
%
for n=1:N;
zfeanc(n)=zeanc(n);
yfeanc(n)=yeanc(n);
end;
%
zfleanc=fft(zfeanc); % Transformada de Fourier para
yfleanc=fft(yfeanc); % resposta assíncrona nas
%           % direções z e y.
for n=1:N/2-1;
zeancc(n)=real(zfleanc(n));
zeancs(n)=imag(zfleanc(n));
yeancc(n)=real(yfleanc(n));
yeancs(n)=imag(yfleanc(n));
respzeanc(n)=zeancc(n)+zeancs(n);
respzeanc1(n)=sqrt(zeancc(n).^2+zeancs(n).^2);
respyeanc(n)=yeancc(n)+yeancs(n);
respyeanc1(n)=sqrt(yeancc(n).^2+yeancs(n).^2);
Wf1(n)=n*W;
end;
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona Superposta
% a Resposta Síncrona - Direção Z
% *****
%
u=Wfixa/W;
for n=1:N/2-1;
resptzesanc(n)=0;

```

```

if respzc1(n)==respzc1(u), respszesanc(u)=respzc1(u);
else, respszesanc(u)=0; end;
resptzesanc(n)=resptzesanc(n)+respzeanc1(n)+respszesanc(u);
end;
%
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona Superposta
% a Resposta Síncrona - Direção Y
% *****
%
for n=1:N/2-1;
resptyesanc(n)=0;
if respyc1(n)==respyc1(u), respsyesanc(u)=respyc1(u);
else, respsyesanc(u)=0; end;
resptyesanc(n)=resptyesanc(n)+respyeanc1(n)+respsyesanc(u);
end;
% *****
% Saídas Gráficas Para O Sistema Conservativo E Não-Conservativo
% *****
%
figure(1)
plot(Wf1,resptzesa,'b')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Síncrona + Assíncrona','b','Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(resptzesa);
ymax=0.0055; %max(resptzesa);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(2)
plot(Wf1,resptyesa,'b')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Y')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Síncrona + Assíncrona','b','Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(resptyesa);
ymax=0.004; %max(resptyesa);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(3)
plot(Wf1,resptzesanc,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z')
xlabel('Frequência - rad/s')

```

```

ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Síncrona + Assíncrona','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(resptzesanc);
ymax=max(resptzesanc);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(4)
plot(Wf1,resptyesanc,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Y')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Síncrona + Assíncrona','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(resptyesanc);
ymax=max(resptyesanc);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(5)
plot(Wf1,resptzesa,'b',Wf1,resptzesanc,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Síncrona + Assíncrona','b','Conservativo','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(resptzesanc);
ymax=0.0055; %max(resptzesanc);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(6)
plot(Wf1,resptyesa,'b',Wf1,resptyesanc,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Y')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Síncrona + Assíncrona','b','Conservativo','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(resptyesanc);
ymax=0.004; %max(resptyesanc);
axis([xmin xmax ymin ymax])
toc

```

```

% SISTEMA EIXO-ROTOR MANCAL HIDRODINÂMICO EXCITADO
% POR UMA FONTE DE EXCITAÇÃO SÍNCRONA E ASSÍNCRONA.
%
%
% Obtenção da Resposta em Frequência nas direção z e y
% para o Sistema Conservativo e Não-Conservativo.
%
% Programa elaborado e executado no ambiente
% Matlab for windows versão 4.2b.
%
clear all
tic
% *****
% Parâmetros de entrada de dados
% *****
%
N=256; %input('Numero de pontos a gerar a funcao,N=');
M=7.616; %input('Massa do rotor em Kg,M=');
a=1.0e-06; %input('Excentricidade da Massa do Rotor em m,a=');
FO=10.0; %input('Amplitude da Força de Excitação em N,FO=');
K=1.387e07; %input('Rigidez do Eixo em N/m,K=');
c=0.000125; %input('Folga radial do Mancal em m,c=');
To=37.32; %input('Carga estática aplicada no eixo em N,To=');
rotrpm=1980; %input('Rotação Para Geração dos Coef. de Rigidez e Amort. do Mancal
em rpm,rotrpm=');
rot=2*pi*rotrpm/60;
Kyy=67.624*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao yy em N/m,Kyy=');
Kyz=-27.990*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao yz em N/m,Kyz=');
Kzy=23.399*To/c; %input('Rigidez do Mancal na Direcao zy em N/m,Kzy=');
Kzz=1.0200*To/c; %input('Rigidez do mancal na Direcao zz em N/m,Kzz=');
C=0.0; %input('Coeficiente de Amortecimento Estrutural do Eixo em N.seg/m,C=');
Cyy=11.479*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao yy em Nseg/m,Cyy=');
Cyz=148.780*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao yz em Nseg/m,Cyz=');
Czy=-11.748*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao zy em Nseg/m,Czy=');
Czz=52.733*To/(rot*c); %input('Coeficiente de Amort. na Direcao zz em Nseg/m,Czz=');
%
A1=(2*Kyy)+K;
A2=4*Kzy*Kyz;
A3=(2*Kzz)+K;
A4=A3*A1;
A5=2*Kzz*A1;
A6=2*Kyy*A3;
A7=(2*Kzy*K*K);
A8=(2*Kyz*K*K);
A9=(A5-A2);
A10=(A3*A1)-A2;
A11=(A6-A2);
%
K1=(K*A9)/A10;

```

```

K2=(K*A11)/A10;
K11=K1;
K22=K2;
K12=(A7/A10);
K21=(A8/A10);
%
% Montagem Das Matrizes De Massa E Rigidez Para O
% Cálculo Das Frequências Naturais Do Sistema
% A Partir Da Matriz Dinâmica: [H]=(1/[M])*[K].
% *****
% Montagem Da Matriz De Massa
% *****
M11=M; M12=0; M21=0; M22=M;
Mm=[M11 M12;M21 M22];
% *****
% Montagem Da Matriz De Rigidez
% *****
Km=[K11 K12;K21 K22];
%
Mi=inv(Mm);
H=Mi*Km;
d=eig(H);
Wns=sqrt(d);
Wn=max(Wns);
Wnmax=Wn;
%
Npi=N/2; %input('Npi para variar o intervalo de amostragem, Npi=')
fb=2.5; %input('fb>=2,fb=')
Dt=((2*pi)/(N*Wnmax*fb))*Npi;
Wo=(2*pi)/(N*Dt);
W=Wo;
%
% Onde, Wo é a frequência de excitação fundamental
%
%
% *****
% Análise Para o Sistema Conservativo
% *****
%
% *****
% Gerando a Resposta Síncrona Permanente
% *****
%
for n=1:N;
z(n)=0;
y(n)=0;
for j=1:N/2-1;
A12(j)=M*(j*W).^2;
A13(j)=K1-A12(j);

```



```

A14(j)=K2-A12(j);
A15(j)=A12(j)*A14(j);
A16(j)=-K12*A12(j);
A17(j)=-K21*A12(j);
A18(j)=A12(j)*A13(j);
A19(j)=A13(j)*A14(j);
A20=K12*K21;
A21(j)=A19(j)-A20;
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
z(n)=z(n)+(A15(j)/A21(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(A16(j)/A21(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
% *****
% Resposta Síncrona Permanente - Direção y:
% *****
%
y(n)=y(n)+(A17(j)/A21(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(A18(j)/A21(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
%
%
end;
end;
%
for n=1:N;
zf(n)=z(n);
yf(n)=y(n);
end;
%
% Transformada de Fourier para as respostas
% síncronas nas direções z e y.
%
zf1=fft(zf);
yf1=fft(yf);
%
for n=1:N/2-1;
zc(n)=real(zf1(n));
zs(n)=imag(zf1(n));
yc(n)=real(yf1(n));
ys(n)=imag(yf1(n));
respz(n)=zc(n)+zs(n);
respz1(n)=sqrt(zc(n).^2+zs(n).^2);
respy(n)=yc(n)+ys(n);
respy1(n)=sqrt(yc(n).^2+ys(n).^2);
Wf1(n)=n*W;
end;
%
```

```

% *****
% Gerando o Sinal de Excitação
% *****
%
for n=1:N;
    zea(n)=0;
    yea(n)=0;
    for j=1:(N/2-1),
        fi=(j.^2/N);
        while fi >= 2,fi=fi-2; end;
        if (fi < 1), fi=0; end;
        if (fi >= 1), fi=1; end;
        Bn=(1-2*fi)*FO;
    %
    % *****
    % Gerando a Resposta Assíncrona Regime Permanente
    % *****
    %
    % *****
    % Análise Para o Sistema Conservativo
    % *****
    %
    A12(j)=M*(j*W).^2;
    A13(j)=K1-A12(j);
    A14(j)=K2-A12(j);
    A15(j)=A13(j)*A14(j);
    A16(j)=(Bn)/A13(j);
    A17=K12*K21;
    A18(j)=A17/A15(j);
    A19(j)=-K21/A15(j);
    A20(j)=Bn*A19(j);
    A21(j)=1-A18(j);
    %
    % *****
    % Resposta Assíncrona Permanente - Direção z:
    % *****
    %
    zea(n)=zea(n)+(A16(j)/A21(j))*cos(j*W*n*Dt);
    %
    % *****
    % Resposta Assíncrona Permanente - Direção y;
    % *****
    %
    yea(n)=yea(n)+(A20(j)/A21(j))*cos(j*W*n*Dt);
    %
end;
end;
for n=1:N;
zfea(n)=zea(n);

```

```

yfea(n)=yea(n);
end;
%
zflea=fft(zfea); % Transformada de Fourier para a
yflea=fft(yfea); % resposta assíncrona nas direções
% % z e y.
for n=1:N/2-1;
zeac(n)=real(zflea(n));
zeas(n)=imag(zflea(n));
yeac(n)=real(yflea(n));
yeas(n)=imag(yflea(n));
respzea(n)=zeac(n)+zeas(n);
respzeal(n)=sqrt(zeac(n).^2+zeas(n).^2);
respyea(n)=yeac(n)+yeas(n);
respyeal(n)=sqrt(yeac(n).^2+yeas(n).^2);
Wfl(n)=n*W;
end;
%
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona Superposta
% a Resposta Síncrona - Direção Z
% *****
%
for n=1:N/2-1;
resptzesa(n)=0;
resptzesa(n)=resptzesa(n)+respz1(n)+respzeal(n);
end;
%
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona Superposta
% a Resposta Síncrona - Direção Y
% *****
%
for n=1:N/2-1;
resptyesa(n)=0;
resptyesa(n)=resptyesa(n)+respy1(n)+respyeal(n);
end;
%
% *****
% Análise Para O Sistema Não-Conservativo
% *****
%
Kc=K+i*W*C;
Kzzc=Kzz+i*W*Czz;
Kyyc=Kyy+i*W*Cyy;
Kzyc=Kzy+i*W*Czy;
Kyzc=Kyz+i*W*Cyz;
B1=2*Kzzc+Kc;
B2=2*Kyyc+Kc;

```

```

B3=4*(Kzyc)*Kyzc;
Delta=(B1*B2)-B3;
B4=2*(Kzzc)*B2;
B5=2*(Kyyc)*B1;
B6=Kc/Delta;
B7=(B4-B3);
B8=(B5-B3);
K1c=B6*B7;
K2c=B6*B8;
K12c=2*Kzyc*Kc*B6;
K21c=2*Kyzc*Kc*B6;
%
% *****
% Montagem Da Matriz De Amortecimento
% *****
%
E1=(2*Cyy)+C;
E2=4*Czy*Cyz;
E3=(2*Czz)+C;
E4=E3*E1;
E5=2*Czz*E1;
E6=2*Cyy*E3;
E7=(2*Czy*C*C);
E8=(2*Cyz*C*C);
E9=(E5-E2);
E10=(E3*E1)-E2;
E11=(E6-E2);
%
C1=(C*E9)/E10;
C2=(C*E11)/E10;
C12=(E7/E10);
C21=(E8/E10);
%
% *****
% Montagen Da Matriz De Estado Para O Cálculo
% Dos Autovalores Do Sistema.
% *****
%
a11=0; a12=0; a13=1; a14=0;
a21=0; a22=0; a23=0; a24=1;
a31=-K1/M; a32=-K12/M; a33=-C1/M; a34=-C12/M;
a41=-K21/M; a42=-K2/M; a43=-C21/M; a44=-C2/M;
%
ME=[a11 a12 a13 a14;a21 a22 a23 a24;
    a31 a32 a33 a34;a41 a42 a43 a44];
%
ME1=balance(ME);
D=eig(ME1); % Cálculo dos Autovalores do Sistema
%
```

```

% *****
% Analise Para o Sistema Não-Conservativo
% *****
% Gerando a Resposta Sincrona Permanente
% *****
for n=1:N;
zc(n)=0;
yc(n)=0;
for j=1:N/2-1;
B9(j)=M*(j*W).^2;
B10(j)=K1c-B9(j);
B11(j)=K2c-B9(j);
B12(j)=B9(j)*B11(j);
B13(j)=-K12c*B9(j);
B14(j)=-K21c*B9(j);
B15(j)=B9(j)*B10(j);
B16(j)=B10(j)*B11(j);
B17=K12c*K21c;
B18(j)=B16(j)-B17;
% *****
% Resposta Sincrona Permanente - Direção z:
% *****
zc(n)=zc(n)+(B12(j)/B18(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(B13(j)/B18(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
% *****
% Resposta Sincrona Permanente - Direção y:
% *****
yc(n)=yc(n)+(B14(j)/B18(j))*a*cos(j*W*n*Dt)+(B15(j)/B18(j))*a*sin(j*W*n*Dt);
% *****
end;
end;
for n=1:N;
zc(n)=zc(n);
yc(n)=yc(n);
end;
% Transformada de Fourier para as respostas
% sincronas nas direções z e y.

```

```

%
zcf1=fft(zcf);
ycf1=fft(ycf);
%
for n=1:N/2-1;
zcc(n)=real(zcf1(n));
zcs(n)=imag(zcf1(n));
ycc(n)=real(ycf1(n));
ycc(n)=imag(ycf1(n));
respzc(n)=zcc(n)+zcs(n);
respzcl(n)=sqrt(zcc(n).^2+zcs(n).^2);
respyc(n)=ycc(n)+ycc(n);
respycl(n)=sqrt(ycc(n).^2+ycc(n).^2);
Wf1(n)=n*W;
end;
%
% *****
% Gerando o Sinal de Excitação
% *****
%
for n=1:N;
zeanc(n)=0;
yeanc(n)=0;
for j=1:(N/2-1),
fi1=(j.^2/N);
while fi1 >= 2,fi1=fi1-2; end;
if (fi1 < 1), fi1=0; end;
if (fi1 >= 1), fi1=1; end;
Bn1=(1-2*fi1)*FO;
%
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona em Regime Permanente
% *****
%
% *****
% Análise Para o Sistema Não-Conservativo
% *****
%
B9(j)=M*(j*W).^2;
B10(j)=K1c-B9(j);
B11(j)=K2c-B9(j);
B12(j)=B10(j)*B11(j);
B13(j)=(Bn1)/B10(j);
B14=K12c*K21c;
B15(j)=(B14)/B12(j);
B16(j)=-K21c/B12(j);
B17(j)=(Bn1)*B16(j);
B18(j)=1-B15(j);
%

```

```

% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção z:
% *****
%
zeanc(n)=zeanc(n)+(B13(j)/B18(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
% *****
% Resposta Assíncrona Permanente - Direção y;
% *****
%
yeanc(n)=yeanc(n)+(B17(j)/B18(j))*cos(j*W*n*Dt);
%
end;
end;
%
for n=1:N;
zfeanc(n)=zeanc(n);
yfeanc(n)=yeanc(n);
end;
%
zfleanc=fft(zfeanc); % Transformada de Fourier para
yfleanc=fft(yfeanc); % resposta assíncrona nas
%           % direções z e y.
for n=1:N/2-1;
zeancc(n)=real(zfleanc(n));
zeancs(n)=imag(zfleanc(n));
yeancc(n)=real(yfleanc(n));
yeancs(n)=imag(yfleanc(n));
respzeanc(n)=zeancc(n)+zeancs(n);
respzeanc1(n)=sqrt(zeancc(n).^2+zeancs(n).^2);
respyeanc(n)=yeancc(n)+yeancs(n);
respyeanc1(n)=sqrt(yeancc(n).^2+yeancs(n).^2);
Wfl(n)=n*W;
end;
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona Superposta
% a Resposta Síncrona - Direção Z
% *****
%
for n=1:N/2-1;
resptzesanc(n)=0;
resptzesanc(n)=resptzesanc(n)+respzcl(n)+respzeanc1(n);
end;
%
% *****
% Gerando a Resposta Assíncrona Superposta
% a Resposta Síncrona - Direção Y
% *****
%

```

```

for n=1:N/2-1;
resptyesanc(n)=0;
resptyesanc(n)=resptyesanc(n)+respycl(n)+respyeanc1(n);
end;
%
% *****
% Saídas Gráficas Para O Sistema Conservativo E Não-Conservativo
% *****
%
figure(1)
plot(Wf1,respz1,'r',Wf1,respzeal,'b',Wf1,resptzesa,'g')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z - Conservativo')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('r','Excitação Síncrona','b','Excitação Assíncrona','g','Síncrona + Assíncrona',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=2500; %max(Wf1);
ymin=min(resptzesa);
ymax=0.003; %max(resptzesa);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(2)
plot(Wf1,respy1,'r',Wf1,respyeal,'b',Wf1,resptyesa,'g')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Y - Conservativo')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('r','Excitação Síncrona','b','Excitação Assíncrona','g','Síncrona + Assíncrona',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=2500; %max(Wf1);
ymin=min(resptyesa);
ymax=0.003;%max(resptyesa);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(3)
plot(Wf1,respzcl,'r',Wf1,respzeanc1,'b',Wf1,resptzesanc,'g')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z - Não-Conservativo')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('r','Excitação Síncrona','b','Excitação Assíncrona','g','Síncrona + Assíncrona',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=2500; %max(Wf1);
ymin=min(resptzesanc);
ymax=0.004; %max(resptzesanc);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(4)
plot(Wf1,respycl,'r',Wf1,respyeanc1,'b',Wf1,resptyesanc,'g')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Y - Não-Conservativo')

```



```
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('r','Excitação Síncrona','b','Excitação Assíncrona','g','Síncrona + Assíncrona',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=2500; %max(Wf1);
ymin=min(resptyesanc);
ymax=0.005; %max(resptyesanc);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(5)
plot(Wf1,resptzesa,'b',Wf1,resptzesanc,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Z')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Síncrona + Assíncrona','b','Conservativo','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(resptzesanc);
ymax=max(resptzesanc);
axis([xmin xmax ymin ymax])
figure(6)
plot(Wf1,resptyesa,'b',Wf1,resptyesanc,'r')
grid on
title('Resposta em Frequência: Direção Y')
xlabel('Frequência - rad/s')
ylabel('Amplitude - Metros')
legend('k','Excitação Síncrona + Assíncrona','b','Conservativo','r','Não-Conservativo',0);
xmin=min(Wf1);
xmax=max(Wf1);
ymin=min(resptyesanc);
ymax=max(resptyesanc);
axis([xmin xmax ymin ymax])
toc
```