



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS  
UNIDADE ACADÊMICA DE ENGENHARIA AGRÍCOLA  
COPEAG - COORD. DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENG. AGRÍCOLA



# PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

## Tese de Doutorado

Campina Grande  
Paraíba



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA AGRÍCOLA



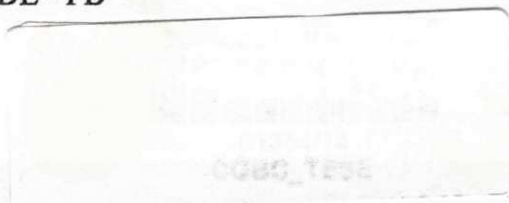
PAULO CÉSAR TONIN

**OTIMIZAÇÃO COMPUTACIONAL DE HIDROCICLONE NA  
IRRIGAÇÃO PRESSURIZADA**

TESE DE DOUTORADO

CAMPINA GRANDE - PB

2012



PAULO CÉSAR TONIN

**OTIMIZAÇÃO COMPUTACIONAL DE HIDROCICLONE NA  
IRRIGAÇÃO PRESSURIZADA**

Tese apresentada a Universidade Federal  
de Campina Grande para a obtenção do

título de Doutor em Engenharia  
Agrícola, Área de Concentração:  
Irrigação e Drenagem.

**Orientador:** Prof. Dr. José Dantas Neto

**Co-orientador:** Prof. Dr. José Airton  
Azevedo dos Santos

CAMPINA GRANDE - PB

2012





**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCCG**

T665o  
2012

Tonin, Paulo César.

Otimização computacional de hidrociclone na irrigação  
pressurizada / Paulo César Tonin. - Campina Grande, 2012.  
92f.: il.cores.

Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) - Universidade  
Federal de Campina Grande, Centro de Tecnologia e Recursos  
Naturais.

Referências.

Orientador: Prof. Dr. José Dantas Neto.

Co-orientador: Prof. Dr. José Ailton Azevedo dos Santos.

1. Pré filtragem.
2. CFD - Computational Fluid Dynamics.
3. escoamento multifásico.
4. Tamanho de partícula. I. Título.

CDU – 631.67(043)





UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA




PARECER FINAL DO JULGAMENTO DA TESE

PAULO CÉSAR TONIN


OTIMIZAÇÃO COMPUTACIONAL DE HIDROCICLONE NA IRRIGAÇÃO  
PRESSURIZADA

BANCA EXAMINADORA


PARECER

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. José Dantas Neto**  
Orientador (UAEA/CTRN/UFCG)

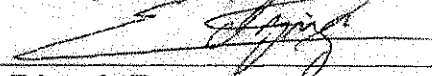
APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. José Ailton Azevedo dos Santos**  
Orientador (UTFPR/Campus de Medianeira)

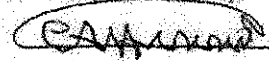
APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Adalberto Luiz de Paula**  
Examinador (UTFPR/Campus de Dois Vizinhos)

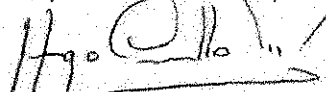
Aprovado

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Eduardo Eyng**  
Examinador (UTFPR/Campus de Medianeira)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Carlos Alberto Vieira de Azevedo**  
Examinador (UAEA/CTRN/UFCG)

Aprovado

  
\_\_\_\_\_  
**Dr. Hugo Orlando Carvalho Guerra**  
Examinador (UAEA/CTRN/UFCG)

Aprovado

OUTUBRO - 2012

## AGRADECIMENTOS

a Deus pela vida,

ao professor Dr. José Dantas Neto, pela oportunidade, pela seu interesse em me orientar neste trabalho, pelos conhecimentos transmitidos, incentivo e amizade.

ao professor Dr. José Airton pela amizade e pelas conversas direcionadoras,

aos professores da banca examinadora em questão pela atenção e contribuição dedicadas a este trabalho,

aos demais professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola da UFCG,

ao engenheiro e pesquisador Henrique Stel de Azevedo pelas valiosas dicas sobre CFD,

aos meus pais Pedro e Tabita, exemplos de vida familiar cristã,

a minha esposa Ivone pelo carinho, amor e compreensão.

## OTIMIZAÇÃO COMPUTACIONAL DE HIDROCICLONE NA IRRIGAÇÃO PRESSURIZADA

**Resumo:** O uso de águas de baixa qualidade e com elevada presença de sedimentos tem se tomado frequente na agricultura irrigada e também um grande problema. Para minimizar estes problemas hidrociclones têm sido cada vez mais empregados nos sistemas de irrigação pressurizada, pois são fáceis de serem construídos e requerem pouca manutenção. Dentro deste contexto o objetivo do presente trabalho foi otimizar o desempenho de um hidrociclone usado na irrigação, ou seja, obter a máxima eficiência de separação dos sedimentos com a menor queda de pressão. A eficiência e a queda de pressão foram investigadas utilizando-se de simulações em dinâmica dos fluidos computacional (CFD), presente no pacote computacional ANSYS® CFX® 13.0. O escoamento turbulento é modelado utilizando o modelo Reynolds Stress Model e o escoamento multifásico é modelado através de uma abordagem Euleriana. A validação numérica é feita comparando os resultados da simulação com dados presentes na literatura. Um estudo de correlação investiga a influência de seis variáveis geométricas e duas operacionais na eficiência de separação e na queda de pressão do hidrociclone. São elas: diâmetro de alimentação, diâmetro do tubo do diluído, diâmetro do orifício de saída da suspensão concentrada, comprimento da parte cilíndrica, comprimento do tubo do diluído, comprimento do cone e concentração e densidade dos sólidos na alimentação. O estudo mostra que o diâmetro de alimentação, o diâmetro do tubo do diluído e o diâmetro do orifício de saída da suspensão concentrada são os parâmetros que mais influenciam no desempenho do hidrociclone. Com estes três parâmetros, um planejamento experimental com quinze geometrias diferentes foi realizado e uma geometria ótima foi identificada. A geometria otimizada proporcionou um aumento de 31,45 % na eficiência de separação e uma diminuição de 8,87 % na queda de pressão comparado com o hidrociclone base. Com os resultados obtidos, é possível constatar que a metodologia utilizada permite analisar os principais parâmetros envolvidos no processo de otimização de hidrociclones ao mesmo tempo em que permite a identificação de uma geometria que otimize o seu desempenho dentro da faixa de valores dos parâmetros analisados.

**Palavras-chave:** pré-filtragem, dinâmica dos fluidos computacional, escoamento multifásico, tamanho de partícula.



# COMPUTATIONAL OPTIMIZATION OF HYDROCYCLONE IN PRESSURIZED IRRIGATION

**Abstract:** The use of low quality water with high presence of sediments, has become common in irrigated agriculture and also a big problem. To minimize these problems, hydrocyclones have been increasingly used in irrigation systems because they are easy to construct and require low maintenance. Within this context, the objective of this work was optimize the performance of a hydrocyclone used in irrigation, in other words, obtain maximum separation efficiency of sediments with lower pressure drop. The efficiency and drop pressure were investigated using simulations in computational fluid dynamics (CFD) in this package ANSYS® CFX® 13. The turbulent flow is modeled using the model Reynolds Stress Model and multiphase flow is modeled using an Eulerian approach. The numerical validation is done by comparing simulation results with data from the literature. A correlation study investigates the influence of six geometrical and two operational variables in separation efficiency and pressure drop of the hydrocyclone. They are: feeding diameter, tube diameter of diluted, diameter of the exit orifice of concentrated suspension, length of the cylindrical part, length of diluted tube, length of cone and density and concentration of solids in the feed. The study shows that the diameter of feed, the diameter of diluted tube and diameter of the exit hole of the concentrated suspension are the parameters that influence the performance of the hydrocyclone. With these three parameters, an experimental design with fifteen different geometries was evaluated and an optimal geometry was identified. The optimized geometry provided a 31,45 % increase in separation efficiency and a reduction of 8,87 % in pressure drop compared to the base hydrocyclone. With these results, it is possible show that the methodology used allow to analyze the main parameters involved in the optimization of hydrocyclones and at the same time allowing the identification of a geometry that optimize the performance within the range of parameters.

**Key words:** pre-filtering, computational fluid dynamics, multiphase flow, particle size.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Hidrociclone no cabeçal de controle.....	20
Figura 2 - Partes de um hidrociclone e suas respectivas correntes de entrada e saídas.....	22
Figura 3 - Escoamento primário dentro do hidrociclone.....	23
Figura 4 - Escoamento secundário dentro do hidrociclone .....	24
Figura 5 - Parâmetros geométricos de um hidrociclone .....	25
Figura 6 - Eficiência do hidrociclone .....	26
Figura 7 - Etapas do Processo de simulação em CFD.....	42
Figura 8 - Hidrociclone feito no DesignModeler® .....	43
Figura 9 - Malha hexaédrica estruturada .....	44
Figura 10 - Malha tetraédrica não estruturada.....	44
Figura 11 - Malha tetraédrica usada no hidrociclone .....	45
Figura 12 - Volume interno dos elementos da malha.....	46
Figura 13 - Processo de uma solução computacional.....	47
Figura 14 - Vista em corte do hidrociclone base com suas respectivas dimensões.....	50
Figura 15 - Vista isométrica do hidrociclone base (domínio fluido).....	50
Figura 16 - Teste de independência de malha .....	51
Figura 17 - Parte da malha de 180.000 elementos.....	52
Figura 18 - Queda de pressão versus velocidade da água na entrada.....	53
Figura 19 - Contorno de pressão estática em um plano XZ .....	55
Figura 20 - Contorno de pressão estática no plano XY. (a) Z = 50mm. (b) Z = 100mm. (c) Z = 150mm. (d) Z = 200mm. (e) Z = 240mm.....	56
Figura 21 - Vetor velocidade axial em um plano de corte XZ .....	57
Figura 22 - Perfil de velocidade axial ao longo da posição radial em diferentes alturas .....	58
Figura 23 - Perfil de velocidade tangencial ao longo da posição radial em diferentes alturas.....	59
Figura 24 - Fração em volume de sólidos ao longo da posição radial em diferentes alturas ...	62
Figura 25 - Fração em volume de água ao longo da posição radial em diferentes alturas .....	63
Figura 26 - Correlação dos parâmetros com relação à eficiência de separação .....	68
Figura 27 - Correlação dos parâmetros com relação à queda de pressão .....	69
Figura 28 - Superfície de resposta para a eficiência de separação em função de Ro e Ru.....	73
Figura 29 - Superfície de resposta para a queda de pressão em função de Ru e Ro .....	75

Figura 30 - Superfície de resposta para a queda de pressão em função de $D_a$ e $R_u$ .....	76
Figura 31 - Superfície de resposta para a queda de pressão em função de $D_a$ e $R_o$ .....	76
Figura 32 - Diferenças nas variáveis analisadas para o hidrociclone base (a) e para o hidrociclone otimizado (b).....	79
Figura 33 - Eficiência de separação em função do diâmetro da partícula para o hidrociclone otimizado e para o hidrociclone base .....	80



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Restrições de uso para a água de irrigação.....	19
Tabela 2 - Tamanho das partículas presentes no material do solo e o número mesh da tela ...	20
Tabela 3 - Proporções geométricas das famílias de hidrociclones .....	25
Tabela 4 - Dimensões geométricas do hidrociclone base.....	49
Tabela 5 - Propriedades físicas da água.....	52
Tabela 6 - Condições de contorno na simulação monofásica.....	53
Tabela 7 - Condições numéricas na simulação monofásica .....	53
Tabela 8 - Balanços de massa globais para escoamento monofásico.....	54
Tabela 9 - Propriedades físicas dos fluidos .....	60
Tabela 10 - Condições de contorno na simulação multifásica .....	61
Tabela 11 - Condições numéricas na simulação multifásica.....	61
Tabela 12 - Balanços de massa global para o escoamento multifásico .....	61
Tabela 13 - Faixa de variação dos parâmetros geométricos.....	65
Tabela 14 - Faixa de variação dos parâmetros operacionais .....	65
Tabela 15 - Parte da matriz de amostragem para onze geometrias .....	66
Tabela 16 - Valores utilizados no DCCR para $R_u$ , $R_o$ e $D_a$ .....	71
Tabela 17 - Valores codificados e repostas da eficiência de separação fracional ( $\epsilon_d$ ) e queda de pressão ( $\Delta P$ ).....	71
Tabela 18- Coeficientes de regressão para eficiência de separação .....	72
Tabela 19 - ANOVA para a eficiência de separação.....	73
Tabela 20 - Coeficientes de regressão para queda de pressão.....	74
Tabela 21 - ANOVA para a queda de pressão.....	75
Tabela 22 - Resultado das análises feitas na seção 6.2.....	77
Tabela 23 - Resultado da otimização do hidrociclone base.....	78
Tabela 24 - Dimensões geométricas do hidrociclone otimizado.....	79
Tabela 25 – Eficiência de separação granulométrica do hidrociclone otimizado .....	80
Tabela 26 – Quantidade de areia e solo lançados no sistema de irrigação para o caso hipotético .....	81

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\dot{m}_{sa}$	vazão em massa de sólidos na suspensão de alimentação, $kg\ s^{-1}$
$\dot{m}_{sc}$	vazão mássica de sólidos na suspensão concentrada, $kg\ s^{-1}$
$\dot{m}_{sd}$	vazão mássica de sólidos na suspensão diluída, $kg\ s^{-1}$
$\varepsilon_T$	eficiência de separação global, (%)
$\varepsilon_d$	eficiência de separação fracional, (%)
$d$	diâmetro da partícula, $\mu m$
$d_{50}$	diâmetro de corte, $\mu m$
$\Delta P$	queda de pressão no hidrociclone, $kPa$ ;
$P_{sa}$	pressão estática na suspensão de alimentação, $kPa$ ;
$P_{sd}$	pressão estática na suspensão diluída, $kPa$ ;
$v$	velocidade, $m\ s^{-1}$
$x$	coordenada cartesiana
$y$	coordenada cartesiana
$z$	coordenada cartesiana
$\rho$	massa específica, $kg\ m^{-3}$
$v_{x,y,z}$	campo vetorial de velocidade nas direções x,y,z, $m\ s^{-1}$
$S^{v_{x,y,z}}$	representa o termo fonte nas direções x, y e z, $kg\ m^{-2}s^{-1}$
$\mu$	viscosidade dinâmica do fluido, $kg\ m^{-1}s^{-1}$
$\nabla$	vetor gradiente = $\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$
$\partial$	diferencial parcial
$P$	pressão, Pa
$t$	tempo, s
$g_{x,y,z}$	aceleração da gravidade nas direções x,y,z, $m\ s^{-2}$
$\vec{v}$	vetor velocidade, $m\ s^{-1}$
$\varphi$	coeficiente de arraste interfásico, $kg\ m^{-3}s^{-1}$
$\alpha_{l,s}$	fração volumétrica do líquido ou sólido
$d_s$	diâmetro da partícula sólida, $\mu m$
$V_{l,s}$	volume do líquido ou sólido, $m^3$

$S_{l,s}^{v_{x,y,z}}$	representa o termo fonte nas direções x, y e z, para a fase líquida ou sólida, $kg\ m^{-2}\ s^{-1}$
$k$	energia cinética turbulenta, $m^2\ s^{-2}$
$\varepsilon$	dissipação da energia cinética turbulenta, $m^2\ s^{-3}$
$\mu_t$	viscosidade turbulenta, $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$
$a$	tensor de anisotropia, $m^2\ s^{-3}$
$\delta$	função delta de Kronecker
$\omega$	variável escalar global
$x$	representa a variável independente
$y$	representa a variável dependente
$\bar{x}$	representa a média da variável independente
$\bar{y}$	representa a média da variável dependente
$i, j$	1, 2, ..., n
$C_s$	constante do Reynolds Stress Model
$C_{s1}$	constante do Reynolds Stress Model
$C_{s2}$	constante do Reynolds Stress Model
$C_{r1}$	constante do Reynolds Stress Model
$C_{r2}$	constante do Reynolds Stress Model
$C_{r3}$	constante do Reynolds Stress Model
$C_{r4}$	constante do Reynolds Stress Model
$C_{r5}$	constante do Reynolds Stress Model
$\sigma_\varepsilon$	constante do Reynolds Stress Model
$m, n$	vetor na direção m ou n , notação indicial
$\emptyset$	deformação devido à pressão, $kg\ m^{-3}$
$k$	variáveis de estudo
$\xi$	níveis nos pontos axiais



## LISTA DE SIGLAS

<b>CAD</b>	Computer Aided Design
<b>CFD</b>	Computational Fluid Dynamics
<b>LES</b>	Large Eddy Simulation
<b>RSM</b>	Reynolds Stress Model
<b>DOE</b>	Design of Experiment
<b>RNG</b>	ReNormalization Group
<b>MVF</b>	Método dos volumes finitos
<b>DCCR</b>	Delineamento composto central rotacional
<b>ANOVA</b>	Análise de variância
<b>EDPs</b>	Equações diferenciais parciais

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	v
<b>ABSTRACT</b> .....	vi
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	viii
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	x
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	xi
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	16
1.1. Objetivos.....	17
1.1.1 – Objetivo principal.....	17
1.1.2 – Objetivos específicos.....	17
<b>2. REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	18
2.1 O problema dos sedimentos na irrigação.....	18
2.2 Sistemas de filtragem usados na irrigação.....	19
2.3 Os hidrociclones.....	21
2.3.1 Geometria do hidrociclone.....	24
2.3.2 Eficiência de separação e queda de pressão no hidrociclone.....	25
2.4 escoamento monofásico.....	28
2.5 escoamento multifásico.....	29
2.6 Otimização de hidrociclones.....	31
<b>3. MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	34
3.1 Modelos matemáticos para o escoamento monofásico.....	34
3.2 Modelos matemáticos para escoamento multifásico.....	36
3.3 Modelo matemático de turbulência.....	39
3.4 Dinâmica dos fluidos computacional.....	41
3.4.1 Etapas do processo em dinâmica dos fluidos computacional.....	42
3.4.2 Geometria e malha.....	43

3.4.3 Pré-processamento .....	46
3.4.4 Solução numérica.....	46
3.4.5 Pós-processamento.....	48
<b>4. SIMULAÇÕES MONOFÁSICAS .....</b>	<b>49</b>
4.1 Descrição do experimento.....	49
4.2 Teste de independência da malha.....	51
4.3 Condições de simulação monofásica.....	52
4.4 Resultado – Validação do modelo de turbulência.....	53
<b>5. SIMULAÇÕES MULTIFÁSICAS.....</b>	<b>60</b>
5.1 Condições de simulação multifásica .....	60
5.2 Resultado – Validação do modelo Euleriano .....	61
<b>6 . OTIMIZAÇÃO .....</b>	<b>64</b>
6.1. Estudo de correlação entre os parâmetros de estudo.....	64
6.1.1 Resultado – Correlação x Eficiência de separação .....	67
6.1.2 Resultado – Correlação x Queda de pressão.....	68
6.2. Planejamento de experimentos.....	70
6.2.1. Modelo matemático para a eficiência de separação.....	72
6.2.2. Modelo matemático para a queda de pressão .....	74
6.3. Geometria "ótima" do hidrociclone base .....	77
6.4 Eficiência de separação fracional para o hidrociclone otimizado.....	79
<b>7. CONCLUSÕES.....</b>	<b>82</b>
7.1 Sugestões para trabalhos futuros .....	83
<b>8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>84</b>
<b>ANEXO.....</b>	<b>90</b>



---

---

## 1. INTRODUÇÃO

A qualidade da água usada em irrigação é fortemente afetada pela presença de sedimentos de origem física (areia, silte, argila, etc), química (cálcio, magnésio, sódio, etc) e orgânica (micro-organismos, fragmentos de plantas, resíduos de animais, etc).

Nos sistemas de irrigação pressurizada, tipo microaspersão e gotejamento a concentração destes sedimentos na água torna-se mais crítica pelo fato dos emissores terem pequenos orifícios de saída e serem construídos na forma de um espiral ou labirinto. Nestes casos os sedimentos em suspensão causam o entupimento do emissor mais facilmente acarretando irrigações desuniformes, diminuição na eficiência e da vida útil do sistema.

Outras consequências destes sedimentos na água de irrigação são o desgaste prematuro dos rotores das bombas e o entupimento das tubulações de irrigação localizada que, em casos extremos, necessitam ser trocados a cada ano. Podem também ser responsáveis pelo mau funcionamento dos medidores de vazão, pressão, engates rápidos entre outros.

Uma medida eficaz na prevenção destes problemas é o emprego de sistemas de filtragem que são constituídos por filtros de areia, de tela ou de discos. Quando a água transporta uma grande quantidade de sólidos em suspensão costuma-se utilizar, antes da entrada da bomba, decantadores ou separadores centrífugos (hidrociclones). Classificados como pré-filtros os hidrociclones podem e geralmente são, instalados no cabeçal de controle e, dependendo da vazão de projeto e da quantidade de sedimentos, podem ser associados em uma montagem em paralelo.

Os hidrociclones têm sido largamente utilizados, principalmente em indústrias de processamento química e de mineração por terem uma configuração geométrica simples, serem de fácil construção e apresentarem alta confiabilidade operacional devido a ausência de partes móveis. Embora sendo empregado a mais de 50 anos por estas indústrias, a agricultura irrigada no Brasil não o utiliza com a mesma frequência de países como Israel e Estados Unidos, pioneiros na técnica de irrigação pressurizada, Soccol (2004). Três fatores podem ser citados como causa disto: o desconhecimento do potencial deste equipamento por parte dos técnicos de irrigação; o desinteresse das empresas do setor em comercializar um produto de baixo custo, pois não necessita de manutenção e reposição de componentes; e a falta de informações por parte dos projetistas na execução de projetos específicos e otimizados. Esta falta de informações deve-se em grande parte pelo pouco entendimento que se tem dos complexos fenômenos envolvidos no escoamento interno dos hidrociclones e no

desconhecimento de novas ferramentas computacionais disponíveis no mercado e que podem auxiliar o projetista.

Até o final de 1986, com a não disponibilidade de sistemas computacionais de alta velocidade a maioria das pesquisas com hidrociclones foi focada na modelagem experimental e até hoje se usa os modelos derivados destes trabalhos no projeto e na avaliação do desempenho dos hidrociclones. No entanto, estes modelos sofrem da deficiência inerente a qualquer modelo empírico, ou seja, a sua aplicação fica sempre restrita à gama das condições operacionais e da geometria do hidrociclone ensaiado. Fora destas condições a predição do desempenho de novos hidrociclones poderá incorrer em grandes erros restringindo o âmbito de aplicação dos modelos empíricos e proibindo a possibilidade de investigação de projetos específicos de hidrociclones, Narasimha et al. (2006).

Nas últimas duas décadas uma nova ferramenta, baseada em modelos matemáticos e em métodos numéricos, tem sido utilizada: a dinâmica dos fluidos computacional (CFD). A CFD tem se mostrado uma ferramenta promissora nas pesquisas de escoamentos complexos, no entanto, ainda é pouco aplicada para simular e predizer o desempenho dos hidrociclones, especialmente àqueles aplicados à agricultura irrigada.

## **1.1. Objetivos**

### **1.1.1 – Objetivo principal**

O objetivo principal desta pesquisa é otimizar o desempenho de um hidrociclone utilizado na irrigação utilizando a dinâmica dos fluidos computacional (CFD).

### **1.1.2 – Objetivos específicos**

- Validar os modelos matemáticos que simulam o escoamento fluido no interior do hidrociclone;
- Utilizar um modelo de otimização, combinado com a técnica CFD, que melhore o desempenho do hidrociclone.

---

---

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo são apresentados os principais problemas decorrentes da presença de sedimentos na água de irrigação assim como os sistemas de filtragem utilizados para minimizar estes problemas. Serão explicados os princípios de funcionamento dos hidrociclones e mostrados as variáveis geométricas que influenciam no seu desempenho. A eficiência de separação e a queda de pressão serão conceituadas. Feito isto, uma compilação dos artigos mais recentes envolvendo os modelos usados na dinâmica dos fluidos computacional, tanto para escoamento monofásico quanto para o multifásico, serão abordados. Finalmente, trabalhos da literatura tratando sobre a otimização em hidrociclones são analisados. Todos estes assuntos serviram como embasamento teórico deste trabalho.

### 2.1 O problema dos sedimentos na irrigação

Com o uso intensivo das águas de boa qualidade, principalmente para consumo humano, os sistemas de microirrigação, novos e antigos, tem utilizado águas com qualidade inferior e com o maior número de sedimentos.

A origem dos contaminantes presentes na água foi classificada por Abbott (1987) em física (argila, areia, silte, etc), química (cálcio, magnésio, sódio, etc) e orgânica (micro-organismos, fragmentos de plantas, resíduos de animais, etc). Thompson & Krider (1983) afirmam que quando altas cargas de sedimentos são carregadas pela água, o gotejamento e a microirrigação são os sistemas mais afetados e por isto necessitam de um sistema de filtragem confiável. O caso do gotejamento é o mais crítico, pois a água precisa passar por pequenas aberturas de aproximadamente 1 mm, em forma de espiral ou labirinto, a fim de promover a queda de pressão e promover uma baixa vazão de descarga. Esta situação promove o rápido entupimento dos gotejadores até a obstrução total do mesmo causando desuniformidades na distribuição da água. Além disto, os sedimentos carregados pela água reduzem a vida útil de outros componentes do sistema de irrigação, tais como, rotores de bombas, válvulas de controle, engates, medidores de vazão, pressão entre outros.

Segundo Almeida (2010) não é fácil determinar com precisão quando vão ocorrer os problemas de entupimento nos sistemas de irrigação localizada, ainda que seja possível estabelecer alguns critérios para avaliar as diferentes situações que se apresentem. Estes critérios tem ajudado aos engenheiros projetistas a escolher o sistema de irrigação ou o tipo de

sistema de filtragem adequado a severidade do problema. Como orientação Nakayama (1982) sugere uma classificação da qualidade da água quanto ao risco de entupimento em sistemas de irrigação localizada, Tabela 1.

Tabela 1 - Restrições de uso para a água de irrigação

Problema	Restrições de uso		
	Nenhuma	Moderada	Severa
<b>Físicos</b>			
Sólidos em suspensão ( $\text{mg L}^{-1}$ )	< 50	50 – 100	> 100
<b>Químicos</b>			
pH	< 7	7 – 8	> 8
Sólidos solúveis ( $\text{mg L}^{-1}$ )	< 500	500 – 2000	> 2000
Manganês ( $\text{mg L}^{-1}$ )	< 0,1	0,1 – 1,5	> 1,5
Ferro ( $\text{mg L}^{-1}$ )	< 0,1	0,1 – 1,5	> 1,5
Ácido sulfídrico ( $\text{mg L}^{-1}$ )	< 0,5	0,5 – 2,0	> 2,0
<b>Biológicos</b>			
Populações bacterianas ( $\text{n}^\circ \text{ max mL}^{-1}$ )	< 10000	10000 – 50000	> 50000

Fonte: Nakayama (1982).

Garcia et al. (1998) afirmam que alguns materiais que causam entupimento dos emissores são facilmente identificados nas fontes de água, tais como, as suspensões de areia, silte ou argila, e a necessidade de um sistema de filtragem para removê-las é indispensável. Segundo os mesmos autores a manutenção para se evitar o entupimento se dividem em preventiva, que consiste na filtragem ou no tratamento da água e a corretiva, que consiste em injetar água ou o ar sob pressão quando o sistema já apresenta um entupimento parcial ou total.

## 2.2 Sistemas de filtragem usados na irrigação

O tipo de filtro a ser selecionado, ou seja, seu tamanho e capacidade dependem da qualidade da água e das características do emissor. A prática recomenda que o diâmetro dos orifícios dos filtros seja um décimo do diâmetro dos emissores. Segundo Gilbert & Ford (1986) quando as condições físicas da água forem severas dois ou mais tipos de filtros podem ser necessários.

Nestas mesmas condições os hidrociclones apresentam-se como uma alternativa viável para serem instalados como pré-filtros dentro do cabeçal de controle e antes dos filtros de areia, de tela ou de discos, Figura 1.

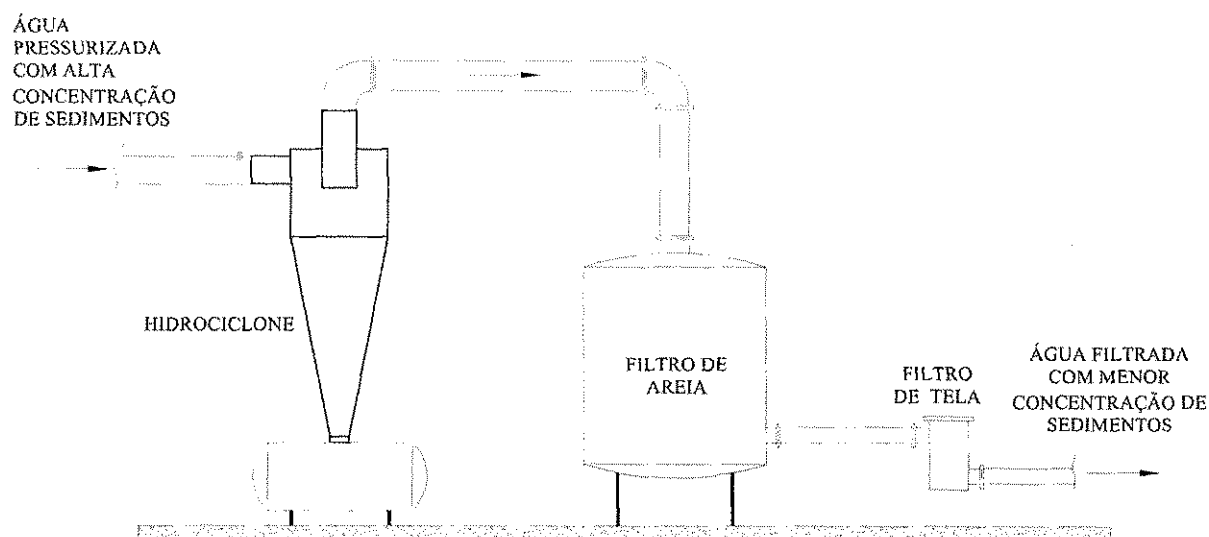


Figura 1 - Hidrociclone no cabeçal de controle

Segundo Bernardo (2007) os filtros comumente usados nos sistemas de microirrigação são os filtros de areia, de tela e os de ação centrífuga (hidrociclones). Dentre estes os filtros de tela são os normalmente eleitos, sendo que o tamanho da tela depende do tamanho da partícula que se quer remover. Malhas de 100 a 200 *mesh* são usados para reter partículas com diâmetros de 150 a 75  $\mu\text{m}$ .

Keller & Bliesner (1990) apresentam uma tabela relacionando o tamanho das partículas presentes no material do solo e o número *mesh* da tela responsável pela filtragem das mesmas, Tabela 2.

Tabela 2 - Tamanho das partículas presentes no material do solo e o número *mesh* da tela

Classificação do solo	Tamanho da partícula ( $\mu\text{m}$ )	Número <i>mesh</i> da tela
Areia muito grossa	1000 – 2000	18 – 10
Areia grossa	500 – 1000	35 -18
Areia média	250 – 500	60 -35
Areia fina	100 – 250	160 – 60
Areia muito fina	30 – 100	270 – 160
Silte	2 – 30	400 - 270
Argila	< 2	

Fonte: Keller & Bliesner (1990).

Ainda segundo Keller & Bliesner (1990) os filtros de areia podem ser utilizados para remover pesadas cargas de areia muito fina e material orgânico. Sua construção permite a retrolavagem automática da areia, sempre quando necessário, assim como são muito efetivos na filtragem de grandes quantidades de algas.

Phillips (1995) afirma que quando a água de irrigação contém grandes quantidades de areia e silte, decantadores podem ser utilizados como pré-filtros. Como desvantagem os decantadores precisam de grandes áreas para serem instalados. Como exemplo, considerando uma vazão de  $50 \text{ L s}^{-1}$  necessita-se de um volume igual a 12 m de comprimento x 3 m de largura x 1,2 m de profundidade para que as partículas maiores de  $80 \mu\text{m}$  decantem em 15 min. Dada esta desvantagem, atualmente os decantadores tem sido substituídos pelos hidrociclones. Ainda segundo o autor os separadores centrífugos ou os hidrociclones tem seu uso recomendado com pré-filtros em toda a água com a presença de materiais inorgânicos com concentração  $\leq 10$  a  $> 100 \text{ mg L}^{-1}$ .

Os hidrociclones são eficientes na remoção de um grande número de partículas de areia e são usados eficientemente como pré-filtros podendo remover mais de 98% de partículas de areia que poderiam ser contidas numa tela de 200 *mesh*, Gilbert & Ford (1986).

### 2.3 Os hidrociclones

Hidrociclones pertencem a uma classe especial de equipamentos destinados, principalmente, para a separação de partículas sólidas presentes em uma suspensão líquida. Eles utilizam o princípio de sedimentação centrífuga, em que as partículas em suspensão são submetidas a um campo centrífugo que provoca sua separação.

A partir de 1950 sua aplicação difundiu-se de forma vertiginosa em empresas de mineração, de petróleo e químicas. Na agricultura irrigada os hidrociclones têm sido muito empregados em países como Israel e Estados Unidos pelos seguintes motivos: são de fácil construção, tem baixo custo de operação e manutenção, tem longa vida útil, ocupam pequenos espaços, podem ser ligados em série ou paralelo atendendo uma ampla gama de vazões e permitem a separação de areia com baixas e altas concentrações com uma alta eficiência. Embora originalmente projetados para separar sólido/líquido eles atualmente tem sido empregados para a separação de líquido-líquido e gás-líquido.

Um hidrociclone típico é formado por uma parte cilíndrica e uma parte cônica, Figura 2. Na parte cilíndrica existe a entrada da suspensão de alimentação, geralmente tangencial e, na parte superior existe o tubo do diluído (*vortex finder*) por onde sai a suspensão diluída. A parte superior cônica liga-se a parte inferior cilíndrica e na parte de baixo do cone situa-se o orifício de saída da suspensão concentrada (*underflow*).

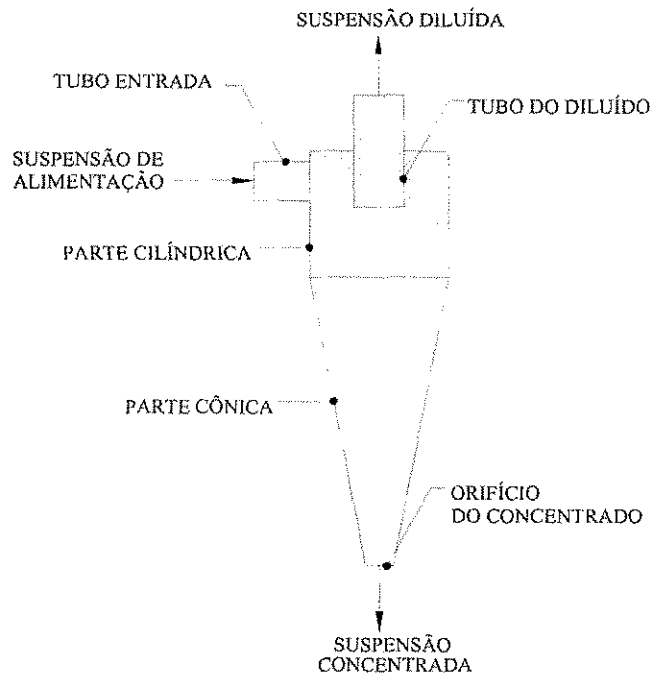


Figura 2 - Partes de um hidrociclone e suas respectivas correntes de entrada e saídas

A mistura líquido-sólido (suspensão de alimentação) é bombeada e entra tangencialmente através do tubo de entrada para a parte cilíndrica, onde um forte movimento de turbulência é estabelecido, produzindo duas espirais verticalmente opostas, Chakraborti & Miller (1992). As forças centrífugas decorrentes deste movimento causam a migração de partículas sólidas para se concentrar na parede do hidrociclone. As partículas mais grossas são conduzidas preferencialmente pela espiral externa, de movimento descendente, e são descarregadas no orifício de saída inferior do cone como uma suspensão concentrada, Figura 3.

Uma segunda corrente compreendendo partículas mais finas e de menor velocidade de sedimentação saem com a espiral interna, de movimento ascendente, através do duto do diluído localizado no topo do hidrociclone, para formar a corrente de diluído, Kelsall (1952). A água que sai no topo do hidrociclone geralmente possui uma baixa concentração de



partículas sendo estas, de diâmetros menores. Desta forma as partículas de maiores tamanhos são separadas das de menor tamanho.

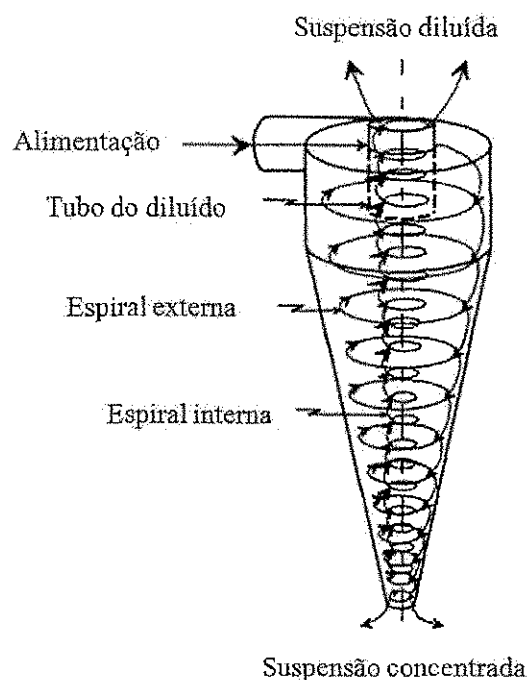


Figura 3 - Escoamento primário dentro do hidrociclone

Autor: Adaptado de Medronho et al. (2005)

A espiral interna apresenta altas velocidades nas proximidades do eixo central vertical, o que causa uma redução de pressão capaz de produzir uma interface ar-líquido na região do núcleo. Se as condições operacionais são tais que um dos orifícios de descarga do hidrociclone é exposto para a atmosfera, a região central é transformada em um núcleo central de ar, Dyakowski & Willians (1993).

Um escoamento secundário e muito importante pode ser visto também dentro do hidrociclone. Formam-se dois padrões de escoamento que incluem o curto-circuito e o escoamento redemoinho no qual contribuem para a ineficiência do hidrociclone na separação das partículas. Estudos realizados por Kelsall (1952) utilizando-se de evidências fotográficas e visuais mostram que o escoamento de curto-circuito se limita a região próxima ao teto do hidrociclone e da parede do duto do diluído, Figura 4.

O tubo do diluído desempenha duas funções: a de descarregar a suspensão diluída e a de minimizar o escoamento de curto circuito. Ao contrário, os escoamentos de recirculação (redemoinho) aparecem devido ao fato de o tubo do diluído não ser capaz de eliminar toda a

vazão da suspensão diluída e por isto se junta a corrente da suspensão de alimentação, Kelly & Spottiswood (1982).

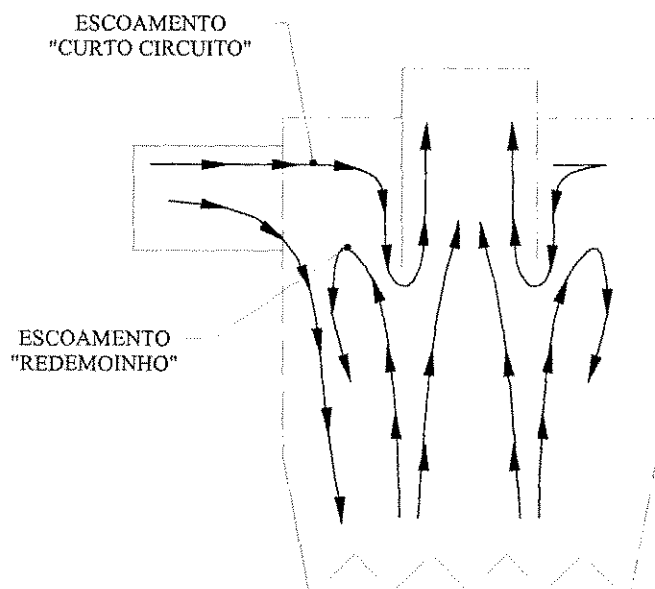


Figura 4 - Escoamento secundário dentro do hidrociclone

Autor: Adaptado de Dlamini et al. (2005)

### 2.3.1 Geometria do hidrociclone

Os hidrociclones geralmente são agrupados em famílias, possuindo como características a proporção entre suas medidas geométricas, Figura 5, associadas com o diâmetro da parte cilíndrica ( $D_c$ ). Onde ( $D_a$ ) é o diâmetro do tubo alimentação, ( $D_o$ ) é o diâmetro do tubo do diluído, ( $D_u$ ) é o diâmetro do orifício de saída da suspensão concentrada, ( $L_c$ ) é o comprimento da parte cilíndrica, ( $L$ ) é o comprimento do tubo do diluído, ( $L_e$ ) é o comprimento do cone e ( $A$ ) é o ângulo do cone. Estes parâmetros segundo Svarovsky (1984) caracterizam a eficiência de separação, queda de pressão e razão de separação dos hidrociclones. Na busca do melhor desempenho é comum ver estes parâmetros serem exibidos como função do diâmetro da parte cilíndrica ( $D_c$ ) e serem classificados em famílias. O desenvolvimento destas famílias foram, em sua grande parte, frutos de observações experimentais aliadas com conceitos teóricos.

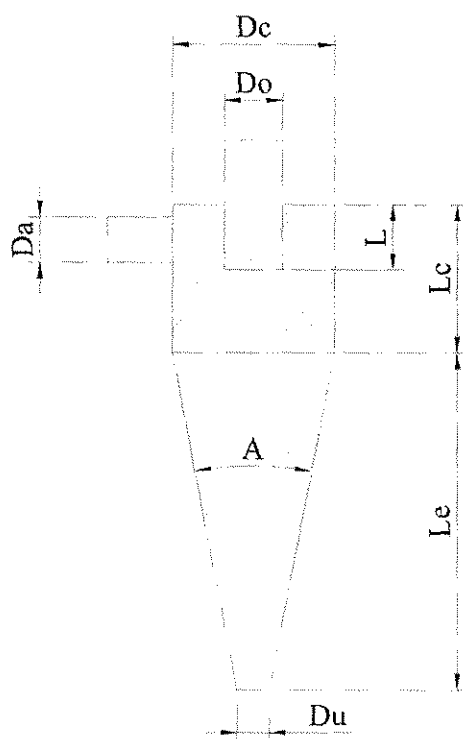


Figura 5 - Parâmetros geométricos de um hidrociclone

Segundo Vieira (2006), as famílias de hidrociclones mais conhecidas e de maior interesse são as de geometria Rietema, Bradley e Krebs, Tabela 3.

Tabela 3 - Proporções geométricas das famílias de hidrociclones

Hidrociclone	$D_a/D_c$	$D_o/D_c$	$L/D_c$	$(L_e+L_c)/D_c$	A
Rietema	0,280	0,340	0,400	5,000	15 - 20°
Bradley	0,133	0,200	0,330	6,850	9,0°
Krebs	0,267	0,159	-	5,874	12,7°

Fonte: Adaptado de Vieira (2006).

### 2.3.2 Eficiência de separação e queda de pressão no hidrociclone

Na avaliação e projeto de hidrociclones dois parâmetros de desempenho são geralmente considerados: a eficiência de separação e a queda de pressão através do hidrociclone. A eficiência de separação é definida como a razão de massa de sólidos que saem na corrente de suspensão do concentrado pela massa de sólidos na suspensão de alimentação. A eficiência de separação varia com o tamanho da partícula e pode ser maior do que 99 % para partículas maiores do que 50  $\mu\text{m}$  e geralmente menor para partículas menores,

Hsu et al. (2011). A fim de aumentar a eficiência de separação de um hidrociclone, os seus parâmetros geométricos podem ser manipulados para alcançar melhores desempenhos.

A eficiência de separação é dividida em global e fracional. A global leva em consideração toda a massa de sólidos e a fracional leva em consideração a massa de sólidos para um determinado tamanho de partícula ( $d$ ).

Considere o esquema simplificado de um hidrociclone apresentado na Figura 6. O balanço de massa de sólidos no hidrociclone, considerando que não haja acúmulo dentro do mesmo, é dado por:

$$\dot{m}_{sa} = \dot{m}_{sc} + \dot{m}_{sd} \quad (kg \ s^{-1}) \quad (1)$$

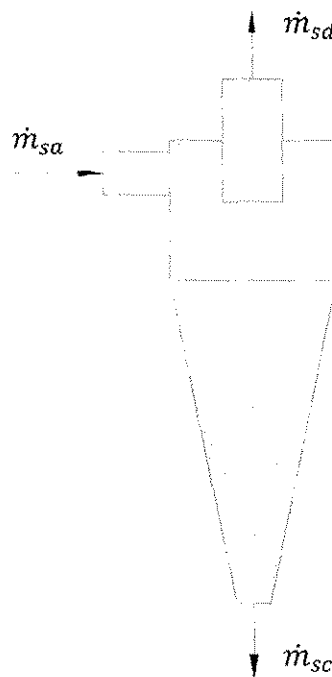


Figura 6 - Eficiência do hidrociclone

Sendo:

$\dot{m}_{sa}$  = vazão mássica de sólidos na suspensão de alimentação,  $kg \ s^{-1}$ ;

$\dot{m}_{sc}$  = vazão mássica de sólidos na suspensão concentrada,  $kg \ s^{-1}$ ;

$\dot{m}_{sd}$  = vazão mássica de sólidos na suspensão diluída,  $kg \ s^{-1}$ ;

A eficiência de separação global ( $\varepsilon_T$ ) é:

$$\varepsilon_T = \frac{\dot{m}_{sc}}{\dot{m}_{sa}} \times 100 \quad (\%) \quad (2)$$

A eficiência de separação fracional ( $\varepsilon_d$ ) é:

$$\varepsilon_d = \frac{\dot{m}_{sc(d)}}{\dot{m}_{sa(d)}} \times 100 \quad (\%) \quad (3)$$

Uma vez obtidos os valores discretos da eficiência de separação fracional, pode-se traçar uma curva  $\varepsilon_d \times d$ , com a qual pode-se ter uma visão geral do desempenho do hidrociclone. Desta curva retiram-se pontos importantes como o diâmetro de corte ( $d_{50}$ ), no qual a partícula tem iguais chances de ser separada ou de seguir para a corrente da suspensão diluída.

A queda de pressão observada nos hidrociclones pode ser obtida pela diferença entre a pressão na entrada da suspensão de alimentação e na saída da suspensão diluída e pode ser obtida pela Eq. 4:

$$\Delta P = P_{sa} - P_{sd} \quad (kPa) \quad (4)$$

Sendo:

$\Delta P$  = queda de pressão no hidrociclone,  $kPa$ ;

$P_{sa}$  = pressão estática na suspensão de alimentação,  $kPa$ ;

$P_{sd}$  = pressão estática na suspensão diluída,  $kPa$ ;

A relação entre queda de pressão e eficiência de separação representa um balanço entre as forças de atrito e as forças centrífugas. Quanto maior uma menor a outra e vice versa. Como a queda de pressão está diretamente relacionada com os custos de energia, ou seja, bombeamento da suspensão de alimentação, os projetistas de hidrociclones precisam sempre buscar maximizar a eficiência de separação com uma menor queda de pressão.

## 2.4 Escoamento monofásico

Num estudo inicial de otimização de hidrociclones um bom ponto de partida é o conhecimento do escoamento interno envolvendo somente a fase líquida. Isto é uma prática em simulações em CFD visto que, se o modelo não conseguir dar uma boa representação do escoamento monofásico, muito menos ele fará com a presença de particulados em suspensão (escoamento multifásico).

Conhecer o escoamento interno significa ter um profundo conhecimento do campo de velocidade, do campo de pressão e principalmente da turbulência. Em condições de operação práticas o escoamento dentro de um hidrociclone é altamente turbulento e de difícil modelamento. Por ser um componente chave na descrição da dinâmica do fluido a escolha do modelo de turbulência é o aspecto mais crítico da simulação por CFD nos hidrociclones, Darmanwan et al. (2011).

Os modelos de turbulência têm sido estudados e avaliados por diversos autores nestas últimas duas décadas. O primeiro trabalho bem sucedido na previsão do escoamento em hidrociclones, utilizando a técnica CFD, foi o de Pericleous (1987). Ele usou o código computacional PHOENICS<sup>®</sup> para a solução das equações diferenciais parciais e o modelo de comprimento de mistura de Prandtl para o fechamento da turbulência. Eles consideraram somente a fase líquida e fizeram a suposição de simetria axial.

Dyakowski & Willians (1995) aplicaram o modelo de turbulência padrão  $k-\epsilon$  e obtiveram o campo de velocidades do hidrociclone. Os resultados foram comparados com resultados experimentais e chegaram a conclusão que o mesmo não era capaz de simular com precisão o escoamento dentro do equipamento. Atribuíram o ocorrido ao fato de que a turbulência nos hidrociclones é altamente anisotrópica e que um fechamento para a turbulência de segunda ordem, no mínimo, seria necessário para simular realisticamente o escoamento.

Suasnabar (2000), Schuetz et al. (2004) e Narasimha et al. (2005) adotaram o modelo com renormalização de grupos, RNG  $k-\epsilon$ , para o fechamento da turbulência. Estes pesquisadores aplicaram uma modificação no modelo  $k-\epsilon$  padrão incluindo termos adicionais para a taxa de dissipação turbulenta,  $\epsilon$ . A implementação no modelo compensou em parte os desvios nas velocidades previstas, mas não se chegou a conclusão de que ele prediz a turbulência nos hidrociclones. Os resultados mostraram que o modelo RNG  $k-\epsilon$  poderia causar instabilidade numérica e era limitado na previsão do escoamento. Estava claro que um melhor modelo de turbulência ainda era necessário.

Estudos realizados por Brennan (2006), Narasimha et al. (2006) e Wang et al. (2007) introduziram um modelo de turbulência de alta ordem chamado Reynolds Stress Model (RSM). Como resultado, o perfil de velocidades foi predita e a comparação com dados experimentais mostraram uma boa concordância. Concluíram que este modelo resolve a equação de transporte para cada tensor de Reynolds individualmente, o que permite ao modelo de turbulência RSM modelar escoamentos turbulentos anisotrópicos e melhorar a precisão numérica da solução.

Os recentes avanços no desempenho dos computadores tem tornado possível a aplicação de um modelo para grandes turbulências, o Large Eddy Simulation (LES). Trabalhos realizados por Narasimha et al. (2006) e Delgadillo & Rajamani (2007) compararam o LES com o RSM. Os resultados mostraram que ambos possuem uma boa concordância com os dados experimentais sendo que o LES teve melhores previsões somente quanto se utilizou uma malha mais refinada. Os estudos foram realizados em hidrociclones com 75 mm de diâmetro e ao final, os autores declararam que as simulações utilizando o LES para hidrociclones maiores e com os computadores disponíveis existentes é impraticável, devido ao grande refinamento da malha exigida e conseqüentemente o número de equações algébricas a serem resolvidas. Portanto estudos mais aprofundados sobre os limites de aplicação deste modelo ainda são necessários.

Considerando a necessidade de se aliar desempenho computacional com precisão de resultados o modelo de turbulência escolhido neste trabalho foi o RSM.

## **2.5 Escoamento multifásico**

Hidrociclones são equipamentos cuja eficiência é medida pela separação dos sedimentos presentes na água. Diferente dos primeiros trabalhos feitos em CFD, cujo escoamento era modelado apenas utilizando água, a inclusão da fase particulada na modelagem é fundamental e mais um complicador. Atualmente existem duas abordagens para a simulação da fase particulada: a Euleriana e a Langrangeana . As equações de movimento resultantes das abordagens são diferentes já que utilizam formas distintas para descrever o movimento de uma partícula.

Na abordagem Euleriana, o volume de controle finito da partícula está fixo no espaço e as diferentes fases são tratadas matematicamente como contínuas e interpenetrantes, ou seja o volume de uma fase não pode ser ocupado por outras fases.

Na abordagem Lagrangeana o volume de controle finito da partícula se move no escoamento. A água é tratada como uma fase contínua enquanto a fase discreta é resolvida pelo acompanhamento das partículas através do campo de escoamento calculado.

Wang & Yu (2006) apresentaram um estudo numérico de um escoamento multifásico (ar - líquido - sólido) em hidrociclones com diferentes dimensões geométricas. O escoamento turbulento foi modelado usando o RSM e o escoamento das partículas descrito pelo modelo Lagrangeano. Como resultados, mostraram que aumentando o comprimento da parte cônica, o desempenho do hidrociclone pode melhorar consideravelmente e sugeriram que mais parâmetros geométricos fossem simulados no sentido de otimizar o desempenho do hidrociclone.

Shojaeefard et al. (2009) investigaram o comportamento do escoamento da água e a trajetória de partículas de vários diâmetros dentro de um hidrociclone. Para realizar a simulação numérica o software FLUENT<sup>®</sup> foi utilizado e o modelo de turbulência RNG k- $\epsilon$  foi aplicado. Utilizaram o modelo Lagrangeano para estudar o efeito do tamanho das partículas sobre o desempenho do hidrociclone e verificaram que quando as partículas são maiores na suspensão de alimentação melhor é a eficiência de separação. Os resultados de simulação com CFD e resultados experimentais mostraram boa concordância.

Motsamai (2010) usou a dinâmica de fluidos computacional para investigar a influência de várias vazões e de alguns parâmetros geométricos na separação das partículas em um hidrociclone. O modelo Euleriano foi utilizado. Os resultados mostraram que quanto maior o comprimento do tubo do diluído maior é a eficiência de separação para a densidade dos sedimentos próximo de  $3000 \text{ kg m}^{-3}$ .

Hsu et al. (2011) empregaram o modelo de turbulência RSM e o modelo Euleriano. Utilizaram o CFD para simular o movimento de partículas de tamanho único e com densidades diferentes no hidrociclone. Os resultados mostram que o tamanho da partícula influencia a eficiência de separação de forma mais significativa do que a densidade de partículas.

Zhang et al. (2011) usaram o modelo de turbulência k- $\epsilon$  e os modelos multifásicos de mistura e Euleriano para simular o escoamento interno do hidrociclone. Os resultados mostraram, em comparação com os dados experimentais, que o modelo Euleriano prediz melhor a separação das partículas quando o diâmetro é inferior a  $30 \mu\text{m}$ .

Vê-se dos trabalhos citados acima que ambas abordagens são utilizadas quando existe a presença de partículas dispersas na água, porém, neste trabalho a abordagem



Euleriana foi escolhida pois o interesse está no balanço global de sólidos que saem do hidrociclone e não no rastreamento individual da partícula dentro do mesmo.

## 2.6 Otimização de hidrociclones

Na matemática, o termo otimização, refere-se ao estudo de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função através da escolha sistemática dos valores de variáveis reais ou inteiras dentro de um domínio de interesse.

Com o objetivo de aumentar a eficiência de separação com a menor queda de pressão, o hidrociclone usado na irrigação é indicado para um estudo de otimização uma vez que, os parâmetros geométricos podem ser variados com o objetivo de se encontrar uma geometria que forneça um desempenho "ideal".

Segundo Reklaitis et al. (1983) nos projetos de engenharia, a otimização pode ser pensada como a variação de um conjunto de parâmetros de entrada (geométricos, físicos, operacionais, etc.) que podem levar a obtenção do melhor desempenho do produto.

A primeira técnica prática de otimização deu-se após 1947 e foi utilizada principalmente no planejamento e na programação de atividades militares. A partir desta data muitos métodos de otimização foram desenvolvidos, principalmente depois da década de 80 com o desenvolvimento de computadores mais robustos, Dantzig (1991).

Nos últimos anos a técnica de otimização estatística conhecida como planejamento de experimentos (em inglês Design of Experiments, DOE) tem sido cada vez mais utilizada no desenvolvimento de equipamentos mais eficientes. Segundo Colleman & Montgomery (1993) o DOE serve para definir quais dados, em que quantidade e em que condições devem ser coletados durante um determinado experimento, buscando, basicamente, satisfazer dois grandes objetivos: a maior precisão estatística possível na resposta e o menor custo.

A dinâmica dos fluidos computacional (CFD) em conjunto com os métodos estatísticos de otimização tem sido cada vez mais empregados na análise de novos projetos em engenharia, ainda que, em menor proporção quando comparado às análises computacionais feitas nos projetos estruturais, Olson & Ommen (2004). Algumas das características que tornam os problemas de otimização usando CFD complexos incluem o tempo de simulação, a falta de informações, a necessidade do uso de modelos de turbulência, modelos multifásicos e a falta de dados experimentais detalhados para validar os resultados, Parry et al. (2004).

Wang & Yu (2007), estudaram o escoamento multifásico em um hidrociclone com diferentes geometrias, no qual incluíram o comprimento da parte cônica e o diâmetro do corpo cilíndrico. Os resultados mostraram que os campos de escoamento nos hidrociclones com diferentes tamanhos e comprimento são distintos, o que resultou em desempenhos diferentes. Constataram que pequenos hidrociclones tem uma eficiência de separação mais elevada e observaram que uma seção cônica de comprimento maior poderia melhorar consideravelmente o desempenho do hidrociclone.

Martignomi et al. (2007) avaliaram o projeto de dois ciclones convencionais, um com duas entradas tangenciais, simétricas e opostas e um com uma entrada em voluta. Utilizaram o modelo de turbulência RSM e verificaram, dos resultados, que a eficiência de separação global do ciclone aumentou e a queda de pressão diminuiu para ambos projetos, mas a geometria com duas entradas simétricas mostrou uma grande redução na queda de pressão do que a outra geometria.

Carvalho (2008) utilizou a dinâmica dos fluidos computacional para projetar um ciclone capaz de promover a maior eficiência de separação entre a areia e o gás provenientes da produção de petróleo. Foi avaliada a influência de três variáveis geométricas na eficiência de separação: a altura do duto da suspensão de alimentação, o diâmetro do tubo do diluído e o comprimento do tubo do diluído. Com a otimização foi possível determinar a geometria de maior eficiência em função dos parâmetros geométricos avaliados.

Xu & Mujumdar (2008) utilizaram quatro modelos de turbulência, k- $\epsilon$ , RNG k- $\epsilon$ , RSM e LES para prever o desempenho de um hidrociclone de 75 mm. A comparação da simulação numérica com os resultados experimentais indicou que o modelo RNG k- $\epsilon$ , não é adequado para modelar os escoamentos altamente turbulentos observados nos hidrociclones, enquanto os outros modelos conseguiram capturar bem os perfis de velocidade e prever a formação de núcleo de ar. Os efeitos da geometria do tubo de alimentação de suspensão na taxa de erosão foram investigados e os resultados mostraram que a entrada em voluta pode diminuir o nível de desgaste nos ciclones.

Dias (2009) utilizou a dinâmica dos fluidos computacional, junto com quatro modelos de turbulência, k- $\epsilon$ , RNG k- $\epsilon$ , RSM e LES, para avaliar o efeito de quatro diferentes geometrias para a saída da suspensão concentrada no escoamento interno e na eficiência de separação: saída direta, com *dipleg*, com caixa coletora e parede. O escoamento multifásico foi modelado utilizando a abordagem Euleriana e os resultados mostraram que a geometria de saída da suspensão concentrada tem grande influência na eficiência de separação do ciclone.

Hineiti (2009) realizou um estudo de otimização em um ciclone automotivo utilizando a dinâmica dos fluidos computacional. Utilizou o modelo de turbulência RSM junto com uma simulação transiente. Os resultados mostraram que o diâmetro do ciclone e o diâmetro de saída da suspensão concentrada tem uma grande influência no desempenho do ciclone.

Oliveira et al. (2009) fizeram um estudo experimental e por CFD onde analisaram a influência de algumas variáveis geométricas de um hidrociclone filtrante. As variáveis geométricas analisadas foram o diâmetro e o comprimento do tubo do diluído. Os resultados indicaram que o desempenho dos hidrociclones é significativamente influenciado pela parede cônica de filtragem e que a incorporação de um meio filtrante melhora a eficiência global do hidrociclone.

A eficiência de separação nos hidrociclones é altamente dependente de seus parâmetros geométricos e das características do escoamento, Motsamai (2010). O autor estudou a eficiência de separação em um hidrociclone usando a dinâmica de fluidos computacional. O trabalho investigou a influência de vários parâmetros geométricos na separação de partículas e os valores ótimos para a densidade do fluido, o diâmetro do orifício do tubo concentrado e o diâmetro do tubo do diluído foram determinados para uma separação otimizada.

Elsayed & Lacor (2010) em um estudo recente avaliaram o efeito do diâmetro do tubo do diluído na eficiência de separação e no campo de escoamento de um ciclone. Os resultados indicaram que diminuindo o diâmetro do tubo do diluído a eficiência de separação aumenta, porém com o aumento da queda de pressão. Como conclusão de seu trabalho os autores propuseram para um trabalho futuro um estudo de otimização multi-objetiva para se encontrar o valor “ótimo” do diâmetro do tubo do diluído.

Dos trabalhos citados, poucos são os estudos que combinam a dinâmica dos fluidos computacional e as técnicas de otimização para melhorar o desempenho de hidrociclones. Em se tratando de hidrociclones utilizados na irrigação estes trabalhos inexitem. É com foco neste problema que este trabalho visa contribuir cientificamente. Tenta-se mostrar os desafios e benefícios de se utilizar a dinâmica dos fluidos computacional em conjunto com técnicas de otimização nesta área tão importante para o Brasil e o mundo que é a agricultura irrigada.

---

---

### 3. MODELAGEM MATEMÁTICA

A dinâmica dos fluidos computacional é baseada fundamentalmente nas equações que governam o escoamento dos fluidos. Estas equações são declarações matemáticas das leis físicas de conservação e partem sempre dos seguintes preceitos:

- a massa total de um sistema fechado se conserva, independentemente dos processos atuantes dentro dele (equação da conservação da massa);
- a taxa de variação de quantidade de movimento em um corpo é proporcional a força resultante agindo no corpo e possui a mesma direção que esta (2ª lei de Newton ou equação da conservação da quantidade de movimento).

A equação da conservação de energia não foi considerada neste trabalho já que para o hidrociclone em estudo o escoamento foi considerado isotérmico ou seja, sem transferência de calor.

Neste capítulo estas equações são apresentadas, tanto para o escoamento monofásico quanto multifásico assim como o modelo de turbulência RSM. Todas as equações aqui mostradas foram adaptadas de ANSYS® CFX® - 13.0 - Solver theory guide (2010) e de Dias (2009).

#### 3.1 Modelos matemáticos para o escoamento monofásico

Para um escoamento monofásico e em regime transiente a Eq. 5 representa a equação de conservação de massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

A Eq. 6 representa a equação da conservação de quantidade de movimento na direção x:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_x v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_x v_z)}{\partial z} = S^{v_x} \quad (6)$$

$$S^{v_x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{v} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x \quad (6.1)$$

A Eq. 7 representa a equação da conservação de quantidade de movimento na direção y:

$$\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_y v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_y v_z)}{\partial z} = S^{v_y} \quad (7)$$

$$S^{v_y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{v} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y \quad (7.1)$$

A Eq. 8 representa a equação da conservação de quantidade de movimento na direção z:

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_z v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_z v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z^2)}{\partial z} = S^{v_z} \quad (8)$$

$$S^{v_z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{v} \right) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z \quad (8.1)$$

sendo:

$v_{x,y,z}$  = campo vetorial de velocidade nas direções x,y,z,  $m s^{-1}$ ;

$\rho$  = massa específica,  $kg m^{-3}$ ;

$S^{v_{x,y,z}}$  = representa o termo fonte nas direções x, y e z,  $kg m^{-2} s^{-1}$ ;

$\mu$  = viscosidade dinâmica do fluido,  $kg m^{-1} s^{-1}$ ;

$\nabla$  = vetor gradiente =  $\frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$ ;

$P$  = pressão, Pa;

$t$  = tempo, s;

$g_{x,y,z}$  = aceleração da gravidade nas direções x,y,z,  $m s^{-2}$ ;

$\vec{v}$  = vetor velocidade,  $m s^{-1}$ .

### 3.2 Modelos matemáticos para escoamento multifásico

Para o escoamento envolvendo as partículas em suspensão no fluido estendem-se as equações 5, 6, 7 e 8, apresentadas na seção anterior, só que agora fazendo uso das frações volumétricas,  $\alpha$  e do coeficiente de arraste interfásico  $\varphi$ .

A Eq. 9 representa a equação da conservação da massa para a fase líquida:

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho v_x)_l}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha \rho v_y)_l}{\partial y} + \frac{\partial(\alpha \rho v_z)_l}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

A Eq. 10 representa a equação da conservação da massa para a fase sólida:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho v_x)_s}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha \rho v_y)_s}{\partial y} + \frac{\partial(\alpha \rho v_z)_s}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

A Eq. 11 representa a equação da conservação de quantidade de movimento para a fase líquida, na direção x:

$$\frac{\partial(\alpha \rho v_x)_l}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho v_x^2)_l}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha \rho v_x v_y)_l}{\partial y} + \frac{\partial(\alpha \rho v_x v_z)_l}{\partial z} = S_l^{v_x} \quad (11)$$

$$S_l^{v_x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \alpha \mu \nabla \cdot \vec{v} \right)_l + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_l + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)_l - \frac{\partial P_l}{\partial x} + \rho_l g_x + \varphi(v_{x,s} - v_{x,l}) \quad (11.1)$$

A Eq. 12 representa a equação da conservação de quantidade de movimento para a fase líquida, na direção y:

$$\frac{\partial(\alpha \rho v_y)_l}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho v_y v_x)_l}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y^2)_l}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_y v_z)_l}{\partial z} = S_l^{v_y} \quad (12)$$

$$S_l^{v_y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_l + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \alpha \mu \nabla \cdot \vec{v} \right)_l + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)_l - \frac{\partial P_l}{\partial y} + \rho_l g_y \quad (12.1)$$

$$+ \varphi(v_{y,s} - v_{y,l})$$

A Eq. 13 representa a equação da conservação de quantidade de movimento para a fase líquida, na direção z:

$$\frac{\partial(\alpha \rho v_z)_l}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho v_z v_x)_l}{\partial z} + \frac{\partial(\alpha \rho v_z v_y)_l}{\partial z} + \frac{\partial(\alpha \rho v_z^2)_l}{\partial z} = S_l^{v_z} \quad (13)$$

$$S_l^{v_z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_x}{\partial z} \right)_l + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_y}{\partial z} \right)_l + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \alpha \mu \nabla \cdot \vec{v} \right)_l - \frac{\partial P_l}{\partial z} + \rho_l g_z \quad (13.1)$$

$$+ \varphi(v_{z,s} - v_{z,l})$$

Neste trabalho a partícula sólida (argila, silte ou areia) estará dispersa na fase líquida e portanto na fase sólida o termo de pressão foi desprezado.

A Eq. 14 representa a equação da conservação de quantidade de movimento para a fase sólida, na direção x:

$$\frac{\partial(\alpha \rho v_x)_s}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho v_x^2)_s}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha \rho v_x v_y)_s}{\partial y} + \frac{\partial(\alpha \rho v_x v_z)_s}{\partial z} = S_s^{v_x} \quad (14)$$

$$S_s^{v_x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \alpha \mu \nabla \cdot \vec{v} \right)_s + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_s + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)_s + \rho_s g_x \quad (14.1)$$

$$+ \varphi(v_{x,l} - v_{x,s})$$

A Eq. 15 representa a equação da conservação de quantidade de movimento para a fase sólida, na direção y:

$$\frac{\partial(\alpha \rho v_y)_s}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho v_y v_x)_s}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha \rho v_y^2)_s}{\partial y} + \frac{\partial(\alpha \rho v_y v_z)_s}{\partial z} = S_s^{v_y} \quad (15)$$

$$S_s^{v_y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_s + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \alpha \mu \nabla \cdot \vec{v} \right)_s + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)_s + \rho_s g_y \quad (15.1)$$

$$+ \varphi (v_{y,l} - v_{y,s})$$

A Eq. 16 representa a equação da conservação de quantidade de movimento para a fase sólida, na direção z:

$$\frac{\partial(\alpha \rho v_z)_s}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \rho v_z v_x)_s}{\partial z} + \frac{\partial(\alpha \rho v_z v_y)_s}{\partial z} + \frac{\partial(\alpha \rho v_z^2)_s}{\partial z} = S_s^{v_z} \quad (16)$$

$$S_s^{v_z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_x}{\partial z} \right)_s + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_y}{\partial z} \right)_s + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \mu \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \alpha \mu \nabla \cdot \vec{v} \right)_s + \rho_s g_z \quad (16.1)$$

$$+ \varphi (v_{z,l} - v_{z,s})$$

As frações volumétricas para a fase líquida e sólida são calculadas com as Eq. 17 e 18, respectivamente.

$$\alpha_l = \frac{V_l}{V_l + V_s} \quad (17)$$

$$\alpha_s = \frac{V_s}{V_s + V_l} \quad (18)$$

O coeficiente de arraste interfásico depende da concentração em volume de sólidos no escoamento e do número de Reynolds. Neste trabalho a concentração do material do solo em volume presente na água de irrigação é de 1,68% e o número de Reynolds está na ordem de  $10^4$ . Desta forma o coeficiente de arraste interfásico utilizado assume a forma da Eq.19.

$$\varphi = \frac{1}{3} \left( \frac{|\vec{v}_l - \vec{v}_s| \alpha_s \rho_l}{d} \right) \quad (19)$$



Sendo:

$\varphi$  = coeficiente de arraste interfásico,  $kg\ m^{-3}\ s^{-1}$ ;

$\alpha_{l,s}$  = fração volumétrica do líquido ou sólido;

$d$  = diâmetro da partícula,  $\mu m$ ;

$S_{l,s}^{v_{x,y,z}}$  = representa o termo fonte nas direções x, y e z, para a fase líquida ou sólida,  $kg\ m^{-2}\ s^{-1}$ ;

$V_{(l,s)}$  = volume do líquido ou sólido,  $m^3$ .

A princípio, as equações vistas anteriormente são capazes de tratar todos os tipos de escoamentos sem a necessidade de informação adicional, inclusive os escoamentos turbulentos. No entanto, para captar as pequenas flutuações envolvidas na turbulência seriam necessárias malhas numéricas com volumes de controle muito pequenos, tornando o cálculo computacional inviável para simulações práticas de engenharia, Tu (2008). Ao invés de resolver as equações governantes (conservação da massa e quantidade de movimento) em qualquer instante exato de tempo, elas podem ser resolvidas como uma média temporal, ou manipuladas para remover pequenas escalas, resultando em um conjunto de equações que são mais fáceis de serem resolvidas computacionalmente. No entanto, as equações modificadas contêm variáveis adicionais desconhecidas, e modelos de turbulência são necessários para determinar estas variáveis em termos das quantidades conhecidas (fechamento do problema), Tu (2008).

### 3.3 Modelo matemático de turbulência

O modelo de turbulência Reynold Stress Model (RSM) fecha as equações de conservação da quantidade de movimento com média de Reynolds, resolvendo as equações para os tensores de Reynolds, juntamente com uma equação para a taxa de dissipação. Isto significa, que cinco equações de transporte adicionais são necessárias em escoamento 2D e sete equações de transporte adicionais devem ser resolvidas em 3D, Versteeg & Malalasekera (1995).

De acordo com o modelo RSM os tensores de Reynolds,  $(\rho \overline{v_i v_j})$ , podem ser modelados pela seguinte equação:

$$\frac{\partial(\rho \overline{v_i v_j})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho v_k \overline{v_i v_j}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu + \frac{2}{3} C_s \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \overline{v_i v_j}}{\partial x_k} \right] + P_{ij} + \phi_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \varepsilon \quad (20)$$

o termo de produção de tensão é dado por:

$$P_{ij} = -\rho \left( \overline{v_i v_k} \frac{\partial v_j}{\partial x_k} + \overline{v_i v_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) \quad (21)$$

o termo  $\phi_{ij}$  é a deformação devido a pressão, um dos termos mais importantes do modelo, sendo dividido em duas partes:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} \quad (22)$$

Para o modelo que é usado neste trabalho eles são definidos como:

$$\phi_{ij,1} = -\rho \varepsilon \left[ C_{s1} a_{ij} + C_{s2} \left( a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} a_{mn} a_{mn} \delta_{ij} \right) \right] \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij,2} = & -C_{r1} P a_{ij} + C_{r2} \rho k P a_{ij} S_{ij} \sqrt{a_{mn} a_{mn}} + C_{r4} \rho k \left( a_{ik} S_{jk} + a_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} a_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \\ & + C_{r4} \rho k \left( a_{ik} S_{jk} + a_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} a_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) + C_{r5} \rho k (a_{ik} \omega_{jk} + a_{jk}) \end{aligned} \quad (24)$$

Como o termo de dissipação da turbulência ainda aparece nas equações dos tensores individuais uma nova equação de transporte é exigida:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho v_k \varepsilon) = \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right] \quad (25)$$

As constantes usadas nas equações acima são:  $C_s = 0,22$ ;  $C_{s1} = 1,7$ ;  $C_{s2} = -1,05$ ;  $C_{r1} = 0,9$ ;  $C_{r2} = 0,8$ ;  $C_{r3} = 0,65$ ;  $C_{r4} = 0,625$ ;  $C_{r5} = 0,2$ ;  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ .

Sendo:

$k$  = energia cinética turbulenta,  $m^2 s^{-2}$ ;

$\varepsilon$  = dissipação da energia cinética turbulenta,  $m^2 s^{-3}$  ;

$\mu_t$  = viscosidade turbulenta,  $kg m^{-1}s^{-1}$ ;

$S_{l,s}^{v_x,y,z}$  = representa o termo fonte nas direções x, y e z, para a fase líquida ou sólida,  $kg m^{-2}s^{-1}$ ;

$a$  = tensor de anisotropia,  $m^2 s^{-3}$  ;

$\delta$  = função delta de Kronecker;

$\omega$  = variável escalar global.

As equações diferenciais parciais (EDPs) vistas nesta seção são a modelagem matemática deste trabalho. Estas equações são não lineares e por isto não apresentam uma solução exata e fechada em cada ponto do domínio. Para a solução destas EDPs utilizou-se neste trabalho de um método numérico robusto, capaz de transformá-las em um conjunto de equações algébricas equivalentes, que as resolve em um número finito de pontos. O código computacional CFX<sup>®</sup>, distribuído pela ANSYS<sup>®</sup> Inc. em sua versão 13.0, foi utilizado para realizar o pré-processamento, a solução numérica e o pós-processamento.

### 3.4 Dinâmica dos fluidos computacional

Atualmente as indústrias de médio e grande porte estão cada vez mais buscando soluções através do uso extensivo da CFD no desenvolvimento e na otimização de seus produtos, uma vez que usando esta ferramenta pode-se prever o desempenho de um novo equipamento antes de o mesmo ser fabricado ou implementado, TU et al. (2008). Algumas razões para a crescente utilização da CFD são:

- a necessidade de prever o desempenho de equipamentos;
- o custo e ou a impossibilidade de se realizar experimentos;
- os avanços na velocidade computacional e no armazenamento;
- avanços nos algoritmos de solução.

Neste capítulo serão apresentadas as etapas envolvidas no processo de simulação computacional envolvendo a dinâmica dos fluidos.

### 3.4.1 Etapas do processo em dinâmica dos fluidos computacional

Um processo de simulação computacional envolve três etapas distintas que podem ser vistas de forma esquemática na Figura 7 e que serão descritas a seguir:

- **Pré - processamento:** nesta etapa é criada a geometria tridimensional do hidrociclone em ferramentas paramétricas CAD. Nesta geometria uma malha numérica é construída e corresponde à divisão do domínio em volumes de controle. Nesta etapa ainda são escolhidos os modelos matemáticos, as condições de contorno e os parâmetros para se obter a solução numérica.
- **Solução Numérica:** nesta etapa ocorre a solução numérica propriamente dita.
- **Pós - processamento:** é nesta etapa aonde os resultados são analisados através da criação de gráficos cartesianos, campos de variáveis, campos vetoriais, etc.

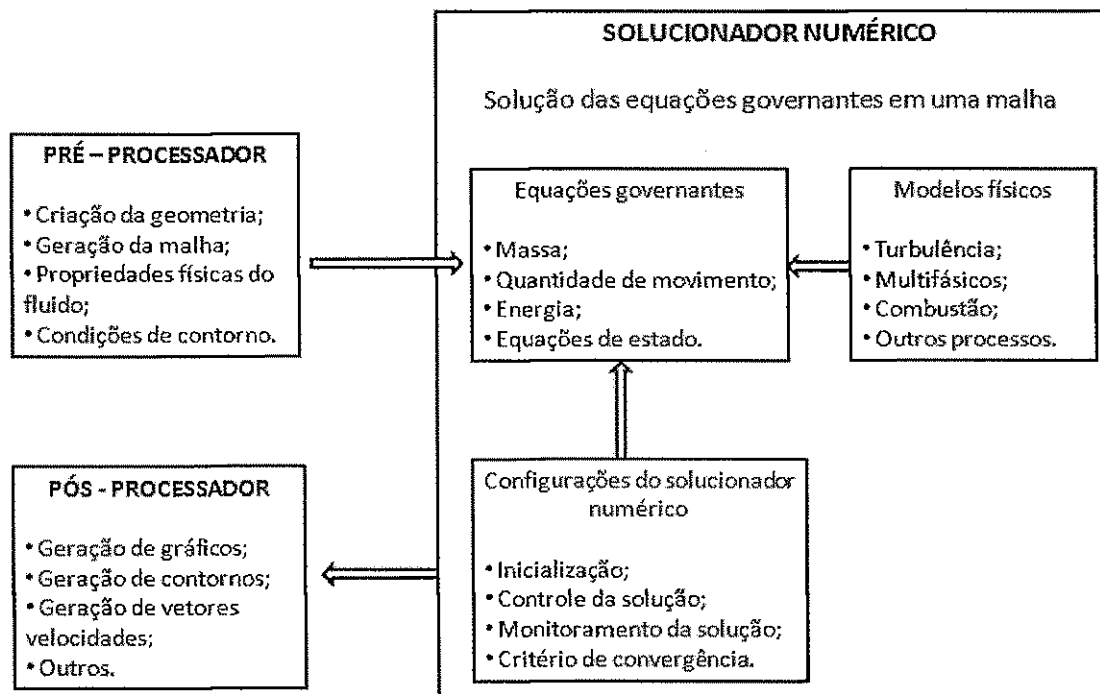


Figura 7 - Etapas do Processo de simulação em CFD

Fonte: Adaptado de Tu et al. (2008)

### 3.4.2 Geometria e malha

A primeira etapa em uma análise CFD começa com a definição e a criação da geometria que irá representar a região onde o fluido vai escoar (domínio do fluido). Pode-se importar a geometria produzida por outros softwares de CAD ou construir a geometria a partir do zero. Neste trabalho optou-se por partir do zero e construir toda a geometria do hidrociclone no software DesignModeler®, Figura 8. Neste software pode-se, a partir de esboços em 2D, convertê-los em sólidos 3D e depois modificá-los com operações booleanas. Ele é um software totalmente paramétrico, ou seja, pode-se usar a mesma geometria para se obter múltiplas configurações do desenho. Esta ferramenta auxilia em muito na otimização do projeto.

A segunda etapa, e a mais importante no estágio do pré-processamento depois da definição da geometria, é a geração da malha numérica. A malha numérica é formada por um conjunto de elementos ou volumes em que se divide o domínio geométrico do problema. As equações são resolvidas gerando variáveis com valores discretos como velocidade, pressão, temperatura ou outra variável de interesse, para cada volume, e a solução de um volume será utilizada como condição de contorno para o elemento adjacente.



Figura 8 - Hidrociclone feito no DesignModeler®

A precisão de uma solução CFD é governada pelo número de volumes da malha. Em geral, um grande número de volumes leva à obtenção de uma solução mais precisa, no

entanto, a precisão de uma solução é fortemente dependente das limitações impostas pelos custos computacionais e tempos na simulação.

As malhas se classificam em dois grupos: organizadas através de um sistema de coordenadas (estruturadas) ou não (não estruturadas). As malhas estruturadas apresentam uma regularidade na distribuição espacial de seus pontos e um exemplo desta malha é a malha hexaédrica composta somente por volumes hexaédricos, Figura 9.

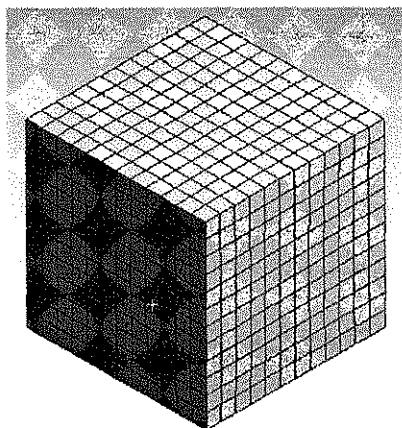


Figura 9 - Malha hexaédrica estruturada

As malhas não estruturadas, Figura 10, são caracterizadas pela ausência de regularidade na distribuição espacial dos pontos, o que as tornam mais adaptáveis a qualquer tipo de geometria. As malhas não estruturadas podem ser compostas de volumes de controle de diversas formas: hexaédricos, prismáticos, piramidais e tetraédricos.

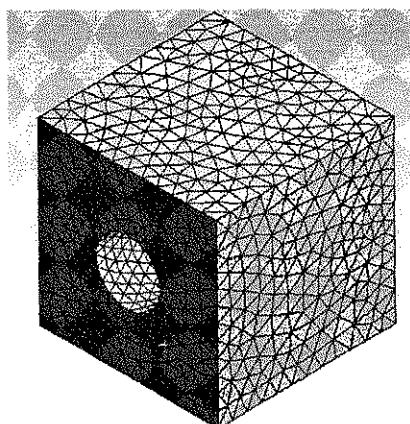


Figura 10 - Malha tetraédrica não estruturada

A Figura 11 mostra parte do hidrociclone utilizado neste trabalho com a malha tetraédrica não estruturada.

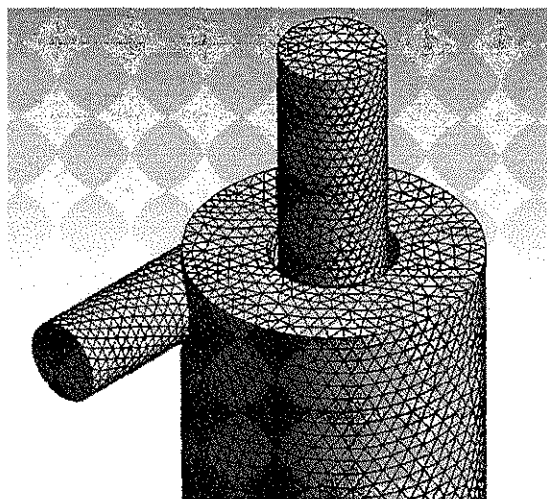


Figura 11 - Malha tetraédrica usada no hidrociclone

Este tipo de malha foi a escolhida por ser de fácil obtenção e por adaptar-se muito bem à geometria do hidrociclone, composta na sua grande parte por superfícies curvas, entrada tangencial e forma cônica. Esta geometria característica dos hidrociclones dificultam a utilização de outros tipos de malhas, como por exemplo as hexaédricas, Elsayed & Lacor (2010). Para gerar a malha tetraédrica utilizada neste trabalho utilizou-se o software Meshing<sup>®</sup>.

Na Figura 12, pode-se notar que no interior do domínio fluido, os elementos tetraédricos apresentam volume, mostrando que a simulação realizada neste trabalho foi tridimensional. Isto é relevante nos problemas envolvendo o escoamento em hidrociclones, pois se observou que em alguns trabalhos encontrados na literatura, Pericleous (1987), Hoekstra et al.(1999) e Suasnabar (2000) a geometria do hidrociclone era considerada simétrica (bidimensional). Esta suposição embora útil para fins de simplificação numérica e computacional não representa o escoamento real dentro do hidrociclone.

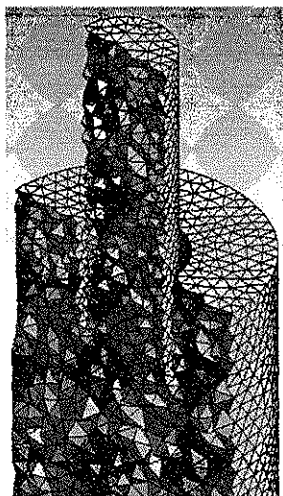


Figura 12 - Volume interno dos elementos da malha

### 3.4.3 Pré-processamento

Uma vez criada a geometria e a malha, exporta-se a malha para dentro do pré-processador. Nesta etapa define-se e especifica-se as configurações de simulação e os parâmetros físicos necessários para descrever o problema do escoamento. Abaixo alguns passos envolvidos neste processo:

- define-se o material do fluido com todas as propriedades físicas requeridas para o modelo;
- define-se as propriedades do domínio relevantes para a simulação, por exemplo, modelo de escoamento, modelo de turbulência, modelo de transferência de calor, etc;
- escolhe-se se a simulação será no estado estacionário (independente do tempo) ou no estado transiente (dependente do tempo);
- indica-se em qual superfície do domínio existe a entrada, a saída, a parede, etc, e seus respectivos parâmetros para que haja o fechamento do problema;
- indica-se o critério de convergência, passo de tempo, variáveis e funções definidas pelo usuário, frequências de arquivos de backup e resultados intermediários.

### 3.4.4 Solução numérica

O processo de obtenção de uma solução em CFD consiste em duas fases, a primeira envolve a conversão das equações diferenciais parciais e condições de contorno em um



sistema de equações algébricas (fase da discretização) e a segunda fase envolve a aplicação de um método capaz de fornecer a solução para este sistema de equações, Tu et al. (2008). A Figura 13 mostra o processo de uma solução computacional.

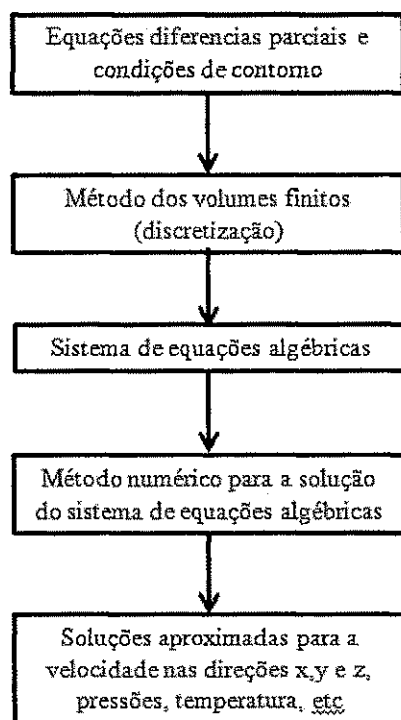


Figura 13 - Processo de uma solução computacional

O software usado neste trabalho utiliza o método de discretização baseado em volumes finitos (MVF). Neste método a geometria é discretizada em pequenos volumes finitos e as equações diferenciais parciais de conservação de massa, energia e quantidade de movimento são resolvidas no centróide de cada volume finito. Os valores das variáveis nas faces do volume são encontrados através de interpolações em termos dos valores centrais. O método de volumes finitos é o mais utilizado em CFD devido a sua habilidade de acomodar qualquer tipo de malha oferecendo com isto uma maior flexibilidade no tratamento de geometrias complexas, Versteeg & Malalasekera (1995).

Através do processo de discretização obtém-se um sistema de equações algébricas não lineares que é resolvido por um método numérico iterativo ou seja, baseado nas aplicações repetidas de um algoritmo que leva a solução para convergência, após um número de repetições. Este método é conhecido como método iterativo Newton-Raphson. Este método é

geralmente mais econômico do que os métodos diretos e só os termos diferentes de zero das equações algébricas são armazenados na memória do processador, Pollard & Siu (1982) .

### 3.4.5 Pós-processamento

Nesta etapa é feita a avaliação de um resultado obtido em um problema em CFD. Ela é tão importante quanto a realização das etapas anteriores isto porque, a solução do problema gera uma ampla gama de informações para cada variável em cada volume de controle presente no domínio fluido. Utilizou-se nesta etapa o software CFX-Post<sup>®</sup>. Ele permite a realização de relatórios completos das simulações e algumas destas características são:

- a criação de gráficos bidimensionais;
- a visualização dos campos de velocidade;
- a visualização do valor de qualquer variável no domínio;
- a realização de animações que facilitam o entendimento dos fenômenos estudados.

---

---

## 4. SIMULAÇÕES MONOFÁSICAS

Toda a simulação computacional tem como objetivo principal o de reproduzir o mais próximo possível o comportamento do mundo real através de números e para afirmar que o resultado de uma simulação é coerente com a realidade uma validação deve ser feita, Jauregui & Silva (2008). Neste capítulo a validação dos modelos matemáticos vistos no capítulo três foi feita utilizando-se dos resultados experimentais reportados por Soccol (2004). Estudou-se inicialmente o escoamento monofásico, por ser mais simples computacionalmente e depois o escoamento multifásico com a presença de sedimentos em suspensão. Nos dois casos o modelo de turbulência RSM foi utilizado.

### 4.1 Descrição do experimento

Em seu trabalho, Soccol (2004) teve como principal objetivo avaliar o desempenho de um hidrociclone na retenção da areia e do material do solo em suspensão na água de irrigação. O hidrociclone ensaiado tinha as características geométricas da família Rietema com diâmetro  $D_c = 50$  mm. O hidrociclone operou com diferencial de pressão de 10 kPa e vazões entre 1160 a 2600 L h<sup>-1</sup>. Como resultados Soccol (2004) obteve uma série de dados experimentais entre eles a curva de vazão versus pressão para o escoamento somente com água e as eficiências de separação, tanto para a suspensão com areia como para suspensão com solo.

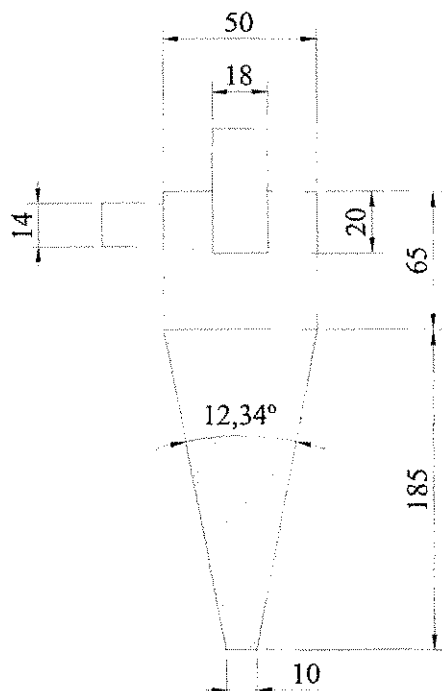
Considerando a disponibilidade destes dados experimentais e a sua importância para a validação da simulação computacional aqui proposta, foi utilizado neste trabalho um hidrociclone com as mesmas características geométricas e operacionais daquele ensaiado por Soccol (2004).

Tabela 4 - Dimensões geométricas do hidrociclone base

Parâmetro	Símbolo	Dimensão (mm)
Diâmetro do hidrociclone	$D_c$	50
Diâmetro do tubo de alimentação	$D_a$	14
Raio do tubo do diluído	$R_o$	9
Raio do orifício de saída da suspensão concentrada	$R_u$	5
Comprimento da parte cilíndrica	$L_c$	65
Comprimento do cone	$L_e$	185
Comprimento do tubo do diluído	$L$	20
Ângulo do cone	$A$	12,34°

Deste ponto em diante ele foi denominado no texto de "hidrociclone base" e suas dimensões geométricas podem ser vistas na Tabela 4.

A Figura 14 mostra a vista em corte do hidrociclone base com suas dimensões e na Figura 15 a vista isométrica mostrando o domínio fluido.



Unidade: mm

Figura 14 - Vista em corte do hidrociclone base com suas respectivas dimensões



Figura 15 - Vista isométrica do hidrociclone base (domínio fluido)

## 4.2 Teste de independência da malha

Toda a simulação em CFD deve buscar inicialmente a independência do resultado obtido em relação à densidade da malha adotada. Para assegurar esta independência realizou-se inicialmente um teste de refinamento da malha com cinco densidades diferentes: 50.000, 100.000, 120.000, 180.000 e 240.000 elementos. As condições de simulação para este teste foram a velocidade da água na alimentação de  $2,0 \text{ m s}^{-1}$  e a condição de pressão atmosférica nas duas saídas do hidrociclone. O modelo de turbulência adotado foi o RSM. O resultado deste teste pode ser visto na Figura 16.

Nota-se na Figura 16 que a partir de 120.000 elementos a queda da pressão no hidrociclone base se mantém inalterada em 9,072 kPa mesmo aumentando o número de elementos da malha para 240.000. Portanto, sendo conservador, 180.000 foi o número de elementos da malha adotado para as demais simulações realizadas neste trabalho.

Este número variou no estudo de otimização, pois as dimensões geométricas do hidrociclone base variaram dentro de uma determinada faixa de valores. Esta faixa de variação no número de elementos foi de 170.000 a 190.000, para a menor e a maior geometria, respectivamente. Na Figura 16 percebe-se que nesta faixa de variação no número de elementos da malha os resultados da simulação não foram influenciados.

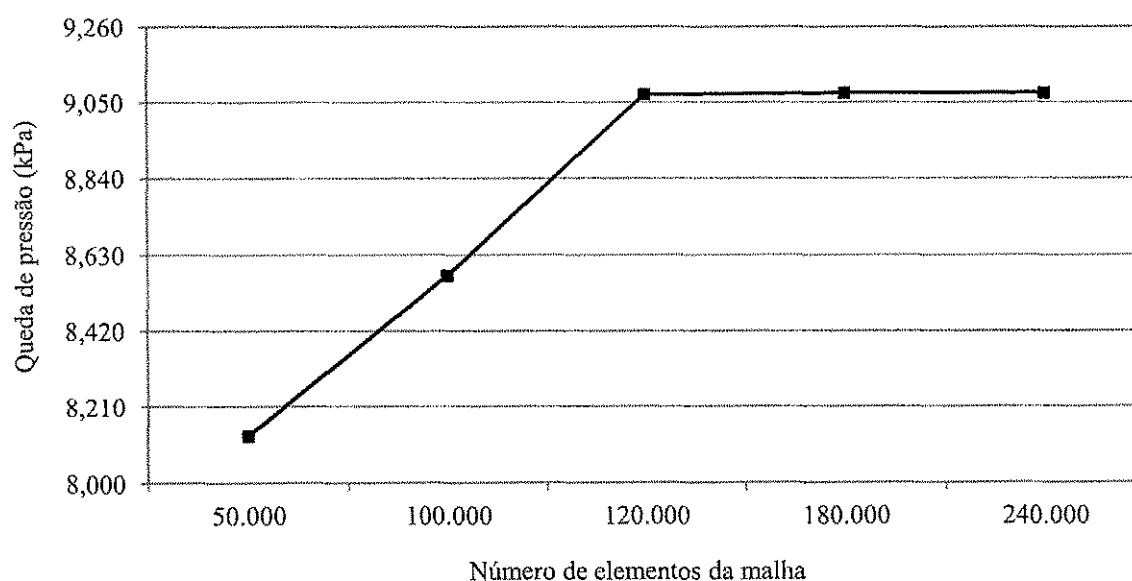


Figura 16 - Teste de independência de malha

Na Figura 17 pode-se ver parte da malha de 180.000 elementos do hidrociclone base e a entrada da suspensão de alimentação (tangencial) e a saída da suspensão do diluído (superior).

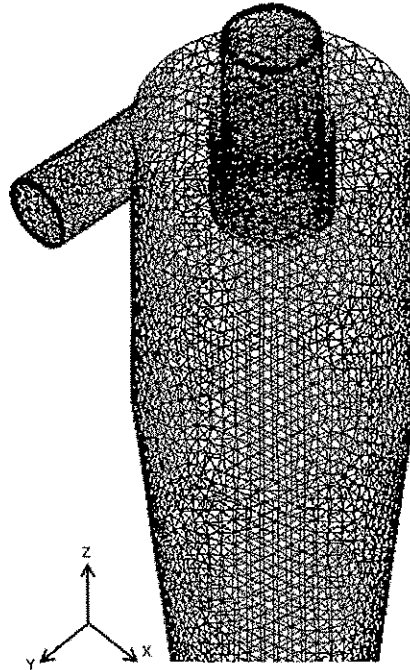


Figura 17 - Parte da malha de 180.000 elementos

#### 4.3 Condições de simulação monofásica

Utilizando somente a água, realizaram-se algumas simulações para avaliar a queda da pressão em função da velocidade da água na entrada da suspensão de alimentação. Estas simulações tiveram como objetivo avaliar o modelo de turbulência RSM indicado na literatura como um dos modelos que melhor conseguem prever os escoamentos anisotrópicos, característicos em hidrociclones. As propriedades físicas da água, as condições de contorno e as condições numéricas usadas nas simulações podem ser vistas nas Tabelas 5, 6 e 7, respectivamente.

Tabela 5 - Propriedades físicas da água

Tipo de fluido	Água
Massa específica	997 ( $kg\ m^{-3}$ )
Viscosidade dinâmica	$8,899 \times 10^{-4}$ ( $kg\ m^{-1}s^{-1}$ )
Calor específico à pressão constante	4181,7 ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ )
Temperatura	22 ( $^{\circ}C$ )

Tabela 6 - Condições de contorno na simulação monofásica

Alimentação de entrada	Velocidade	2, 2 ; 2,5; 2,9; 3,2; 3,6; 4,0; 4,3 e 4,7 ( $m s^{-1}$ )
Saída do Diluído	Pressão	0 (atm)
Saída do Concentrado	Pressão	0 (atm)
Paredes	Não deslizamento	-

Tabela 7 - Condições numéricas na simulação monofásica

Regime de escoamento	Estacionário
Critério de convergência	$1 \times 10^{-6}$
Modelo de turbulência	RSM

#### 4.4 Resultado – Validação do modelo de turbulência

Os resultados obtidos desta simulação são comparados com os dados experimentais de Soccol (2004) e mostrados na Figura 18. Os resultados mostram que o modelo de turbulência RSM conseguiu fazer uma boa predição na queda de pressão, com desvios na ordem de -10 a -15%, quando a velocidade na entrada é de 2,2 e 4,7  $m s^{-1}$ , respectivamente.

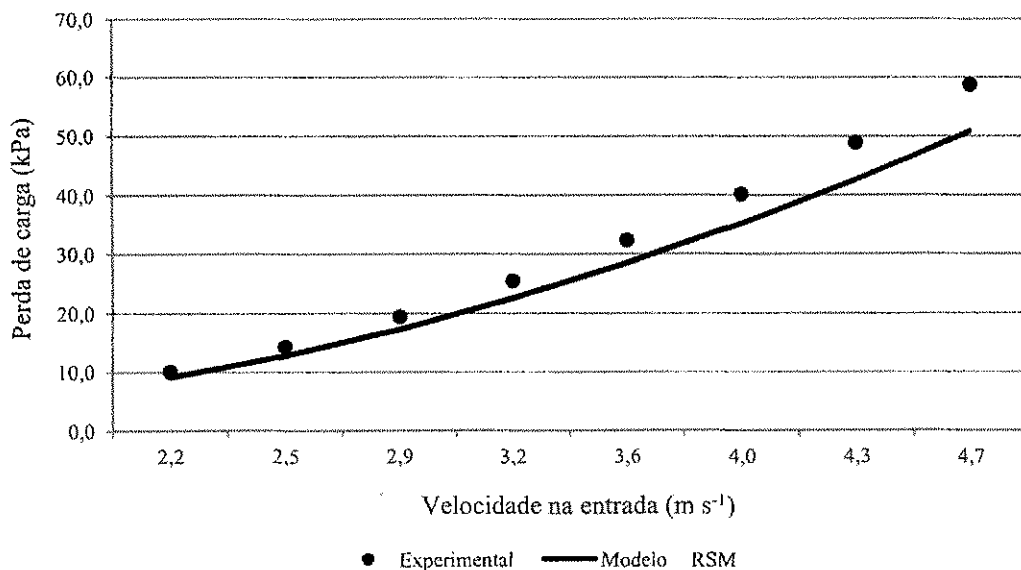


Figura 18 - Queda de pressão versus velocidade da água na entrada

Os balanços de massa global, considerando velocidade na entrada de  $2 \text{ m s}^{-1}$ , são também calculados e comparados com os dados experimentais, Tabela 8.

Tabela 8 - Balanços de massa globais para escoamento monofásico

	Experimental	Simulado	Erro (%)
Delta P (kPa)	10	9,072	- 10,22
Vazão em massa na entrada ( $\text{kg s}^{-1}$ )	0,322	0,322	0,00
Vazão em massa do diluído ( $\text{kg s}^{-1}$ )	0,285	0,2871	0,73
Vazão em massa do concentrado ( $\text{kg s}^{-1}$ )	0,037	0,0349	- 6,01
Razão de separação (%)	11,49	10,83	- 0,66

Vê-se da Tabela 8 que o modelo de turbulência RSM também consegue fazer uma boa predição nos balanços de massa globais com desvios na ordem de 0,73 e - 6,01% para as vazões em massa que saem na corrente do diluído e do concentrado, respectivamente. Outro parâmetro que é avaliado é a razão de separação do hidrociclone. Este parâmetro corresponde a razão entre a vazão em massa no concentrado dividido pela vazão em massa na entrada. Vê-se da Tabela 8 que o desvio na razão de separação dos dados simulados com o experimental foi de -0,66 %.

A Figura 19 mostra o contorno de pressão estática dentro do hidrociclone em um plano de corte XZ. Vê-se na Figura 19 que a pressão estática dentro do hidrociclone base aumenta no sentido radial do centro para a parede do hidrociclone. Um escoamento central em azul mais forte, indo do orifício da suspensão concentrada até a saída pelo duto do diluído, é uma região de pressões baixas, menores do que a pressão atmosférica e com altas velocidades. Este fenômeno forma o escoamento secundário, espiral interna ascendente, e é conhecido na literatura como núcleo central de ar.



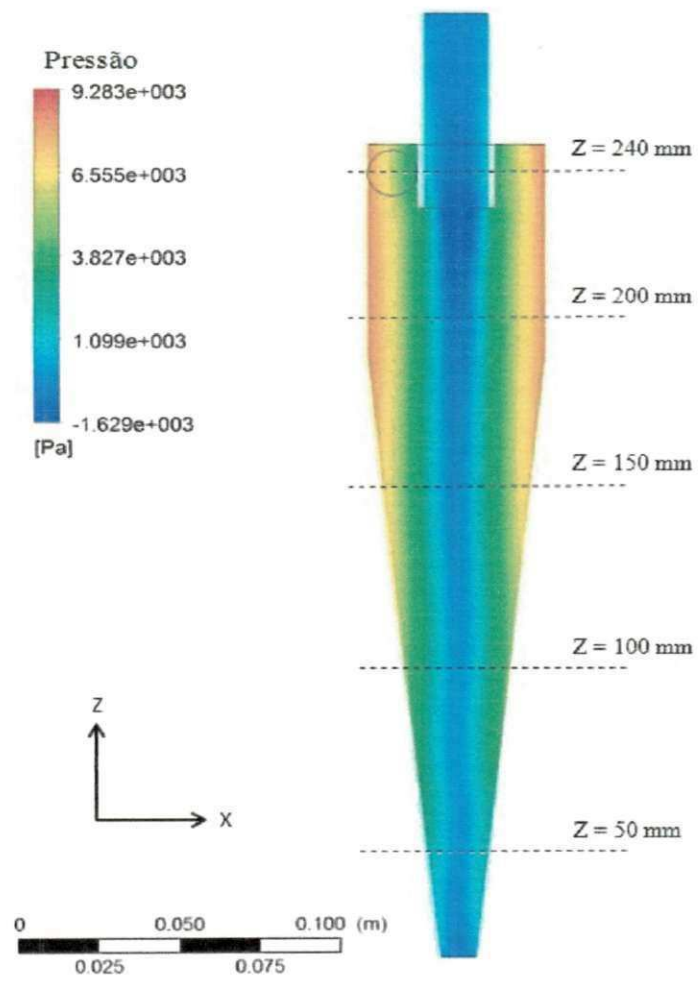


Figura 19 - Contorno de pressão estática em um plano XZ

A Figura 20 mostra a pressão estática dentro do hidrociclone no plano XY para diferentes alturas do eixo Z.

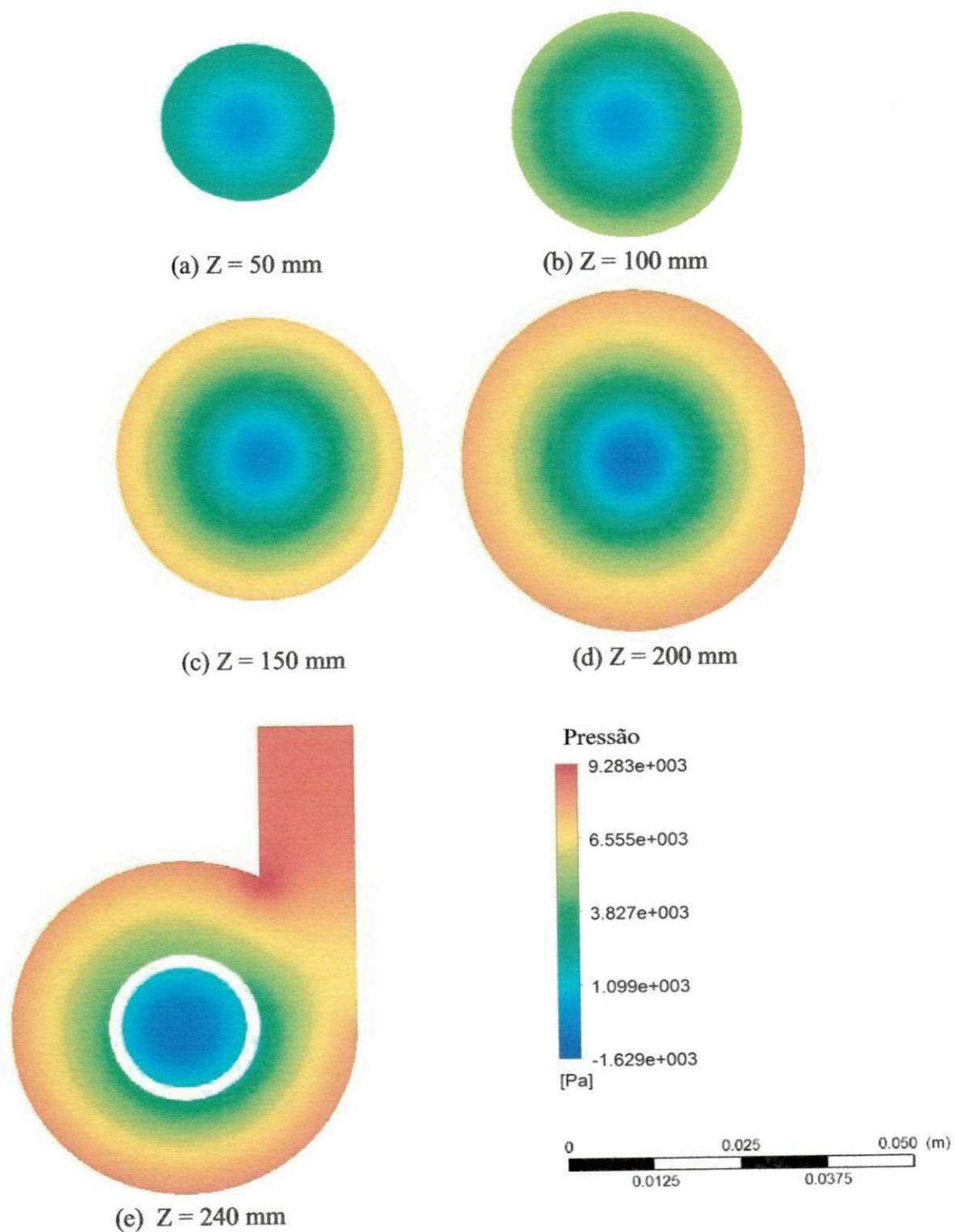


Figura 20 - Contorno de pressão estática no plano XY. (a)  $Z = 50\text{mm}$ . (b)  $Z = 100\text{mm}$ . (c)  $Z = 150\text{mm}$ . (d)  $Z = 200\text{mm}$ . (e)  $Z = 240\text{mm}$ .

Detalhes do escoamento interno, como os vetores de velocidade na direção axial, podem ser vistos na Figura 21. Observam-se os redemoinhos internos que se formam no escoamento, impedindo que a água saia pelo tubo do diluído e diminuindo a eficiência de separação. Notam-se também vetores ascendentes de maior comprimento na região central do hidrociclone indicando grandes velocidades e baixas pressões, principalmente próximos da entrada do tubo do diluído.

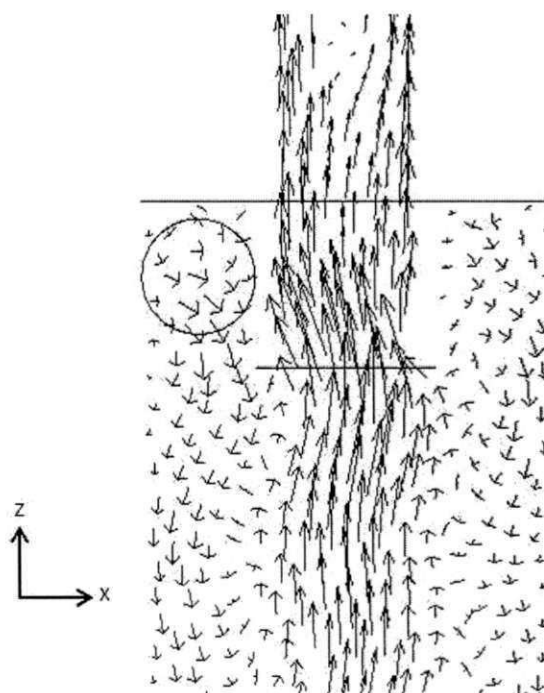


Figura 21 - Vetor velocidade axial em um plano de corte XZ

Mesmo não sendo possível a comparação com dados experimentais, outras observações podem ser feitas com relação ao perfil de velocidades dentro do hidrociclone base. A Figura 22 mostra o perfil de velocidade axial da água em duas alturas do hidrociclone base,  $Z = 210$  mm e  $Z = 150$  mm.

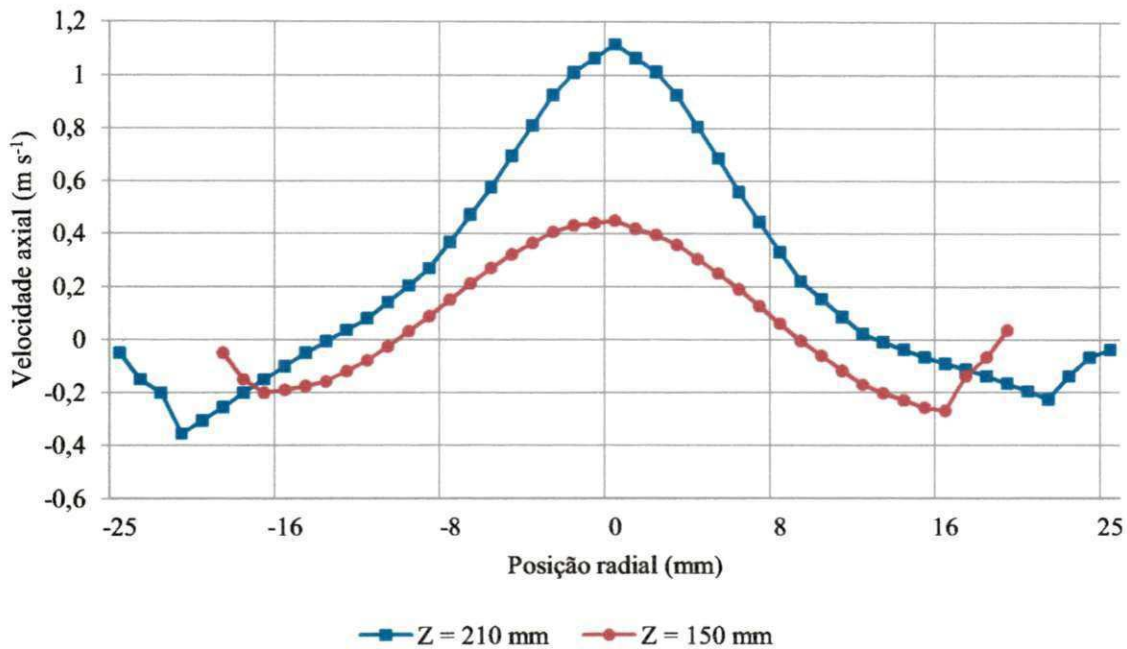


Figura 22 - Perfil de velocidade axial ao longo da posição radial em diferentes alturas

Nota-se na Figura 22 que a velocidade axial é maior e positiva no eixo central do hidrociclone, indicando fluxo ascendente, e vai diminuindo com o aumento da posição radial até zero em uma distancia de  $\pm 13$  mm. A partir daí as velocidades axiais passam a ser negativas indicando fluxo descendente, ou seja, o fluido se encaminha no sentido do orifício de saída da suspensão concentrada e reduz a zero próximo à parede do hidrociclone.

A Figura 23 mostra o perfil de velocidade tangencial da água em duas alturas do hidrociclone,  $Z = 210$  mm e  $Z = 150$  mm. A velocidade tangencial desempenha um papel importante no desempenho do hidrociclone por ser de magnitude maior do que a velocidade axial e produzir a força centrífuga para a separação dos sedimentos. A Figura 23 mostra que a velocidade tangencial aumenta rapidamente da parede do hidrociclone para um valor máximo em uma posição radial de  $\pm 11$  mm, indicando força centrífuga máxima. Isto mostra que, quando os sedimentos atingirem esta posição eles serão lançados para a parede do hidrociclone e seguirão em um fluxo descendente para o orifício da suspensão concentrada causando a sua separação. A partir da posição radial de  $\pm 11$  mm para o centro do hidrociclone a força tangencial vai diminuindo até chegar a um valor mínimo próximo ao eixo central. Neste caso se alguma partícula atingir esta região central ela será conduzida em um fluxo ascendente para sair na suspensão do diluído, ou seja, não irá se separar da água.

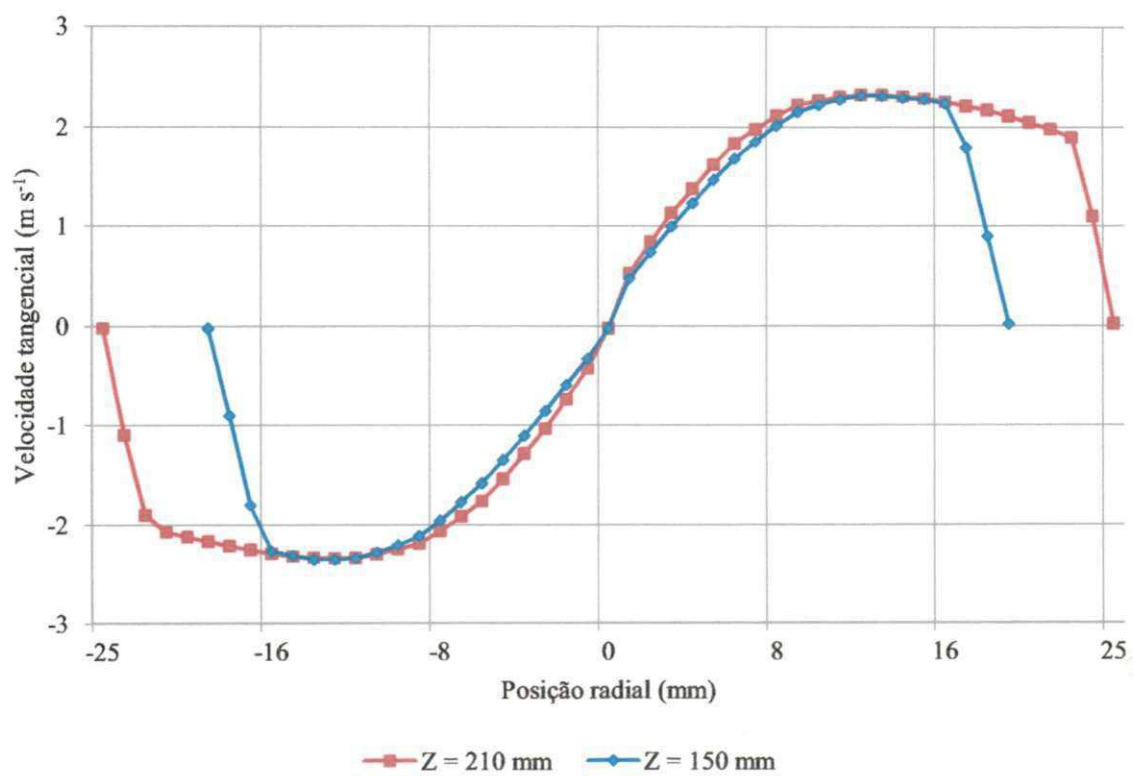


Figura 23 - Perfil de velocidade tangencial ao longo da posição radial em diferentes alturas

---

---

## 5. SIMULAÇÕES MULTIFÁSICAS

Um dos grandes problemas na agricultura irrigada e principalmente na microirrigação é a presença de sedimentos em suspensão. Em uma simulação em CFD estes sedimentos são representados por partículas sólidas dispersas na água e com um determinado diâmetro. Isto caracteriza o escoamento multifásico.

Socol (2004) avaliou o desempenho do hidrociclone base utilizando suspensões de areia fina e solo argiloso sob um diferencial de pressão de 10 kPa. As concentrações em volume das suspensões foi de 1,68%. Os resultados mostraram que a eficiência de separação foi de 37,73% operando com solo em suspensão e de 95,08% quando operando com areia em suspensão. A análise granulométrica indicou que o diâmetro médio das partículas de solo na suspensão concentrada variou de 2 a 30  $\mu\text{m}$  e o diâmetro médio das partículas de areia na suspensão concentrada variou de 120 a 205  $\mu\text{m}$ .

### 5.1 Condições de simulação multifásica

Para a simulação multifásica deste trabalho escolheu-se uma partícula com diâmetro igual a 15  $\mu\text{m}$ . Este valor foi utilizado também na otimização do hidrociclone base. As condições de simulação para o escoamento multifásico podem ser vistas nas Tabelas 9, 10 e 11.

Tabela 9 - Propriedades físicas dos fluidos

Tipo de fluido	Água	Sólido (solo)
Massa específica	997 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	2650 ( $\text{kg m}^{-3}$ )
Viscosidade dinâmica	$8,899 \times 10^{-4}$ ( $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$8,899 \times 10^{-4}$ ( $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
Frações volumétricas	98,32 (%)	1,68 (%)
Diâmetro	Fluido contínuo	15 ( $\mu\text{m}$ )

Tabela 10 - Condições de contorno na simulação multifásica

Alimentação de entrada	Vazão mássica de água	0,322 ( $kg\ s^{-1}$ )
	Vazão mássica de sólidos	0,00234 ( $kg\ s^{-1}$ )
Saída do Diluído	Pressão	0 (atm)
Saída do Concentrado	Pressão	0 (atm)
Paredes (água)	Não deslizamento	-
Paredes (sólido)	Deslizamento livre	-

Tabela 11 - Condições numéricas na simulação multifásica

Regime de escoamento	Estacionário
Critério de convergência	$1 \times 10^{-6}$
Modelo de turbulência	RSM
Modelo multifásico	Euleriano

## 5.2 Resultado – Validação do modelo Euleriano

Para as condições especificadas nas Tabelas 9, 10 e 11 os resultados da simulação utilizando o modelo multifásico Euleriano foram novamente comparados com os dados experimentais obtidos por Soccol (2004).

A Tabela 12 mostra os resultados desta comparação.

Tabela 12 - Balanços de massa global para o escoamento multifásico

	Experimental	Simulado	Erro (%)
Delta P (kPa)	10	8,875	12,67
Vazão em massa na alimentação - sólidos ( $kg\ s^{-1}$ )	0,00234	0,00234	0,00
Vazão em massa no overflow - sólidos ( $kg\ s^{-1}$ )	0,00174	0,00154	-12,98
Vazão em massa no underflow - sólidos ( $kg\ s^{-1}$ )	0,00088	0,0008	-10,00
Eficiência de separação fracional, $\epsilon_d$ (%)	37,73	34,18	-3,55

Nota-se da Tabela 12, os bons resultados obtidos na simulação comparados com os resultados experimentais. A eficiência de separação fracional no experimento foi de 37,73 % e na simulação de 34,18 %, um erro de - 3,55 %.



A Figura 24 mostra a fração em volume de sólidos ao longo da posição radial em três alturas do hidrociclone,  $Z = 210$  mm,  $Z = 150$  mm e  $Z = 50$  mm. Nota-se que a fração em volume dos sólidos aumenta do eixo central do hidrociclone e atinge seu valor máximo próximo a parede. Isto mostra claramente a acumulação gradual das partículas sólidas próximo às paredes do hidrociclone. A fração máxima de volume dos sólidos aumenta na medida em que a coordenada  $Z$  diminui. A mudança observada na fração de volume dos sólidos indica claramente o processo de separação das partículas sólidas da água no hidrociclone.

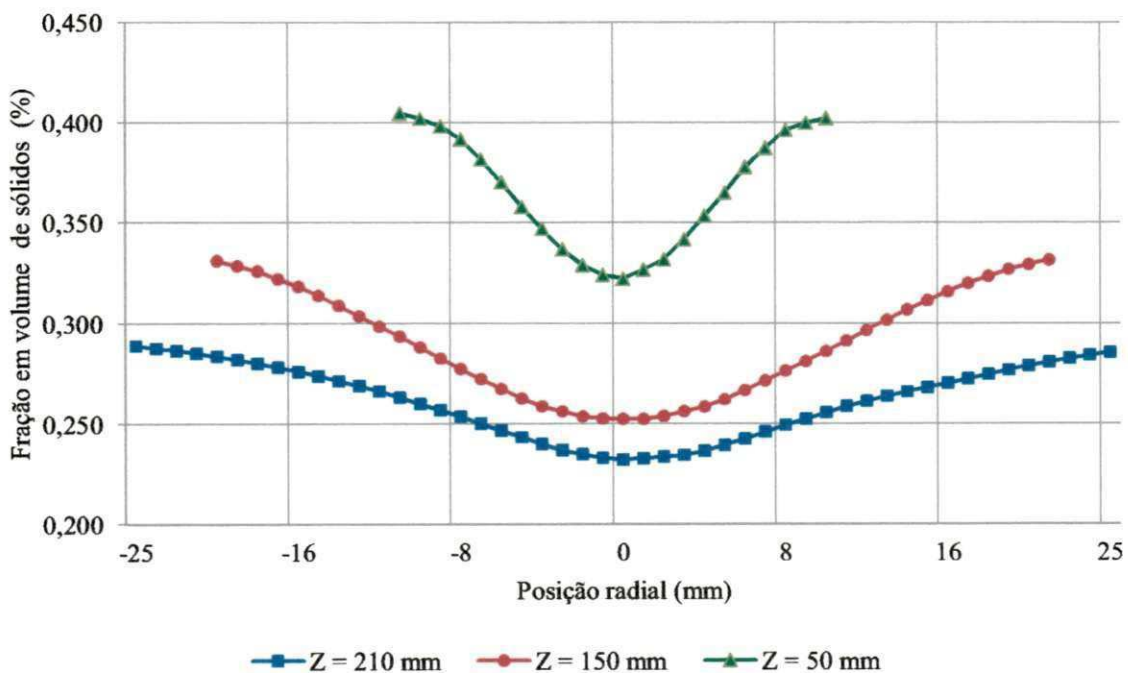


Figura 24 - Fração em volume de sólidos ao longo da posição radial em diferentes alturas

A Figura 25 mostra a fração em volume de água ao longo da posição radial em três alturas do hidrociclone,  $Z = 210$  mm,  $Z = 150$  mm e  $Z = 50$  mm e mostra exatamente o contrário do que foi visto para a fração de sólidos. Nota-se que a fração em volume da água aumenta da parede até atingir um máximo no eixo central do hidrociclone e aumenta à medida que a coordenada  $Z$  aumenta.

Os resultados da simulação multifásica obtidos nesta seção mostram que a CFD pode ser uma ferramenta útil para explicar o processo de separação dos sedimentos suspensos na água de irrigação e pode, portanto, ser utilizada no projeto e na otimização de hidrociclones aplicados à agricultura irrigada.



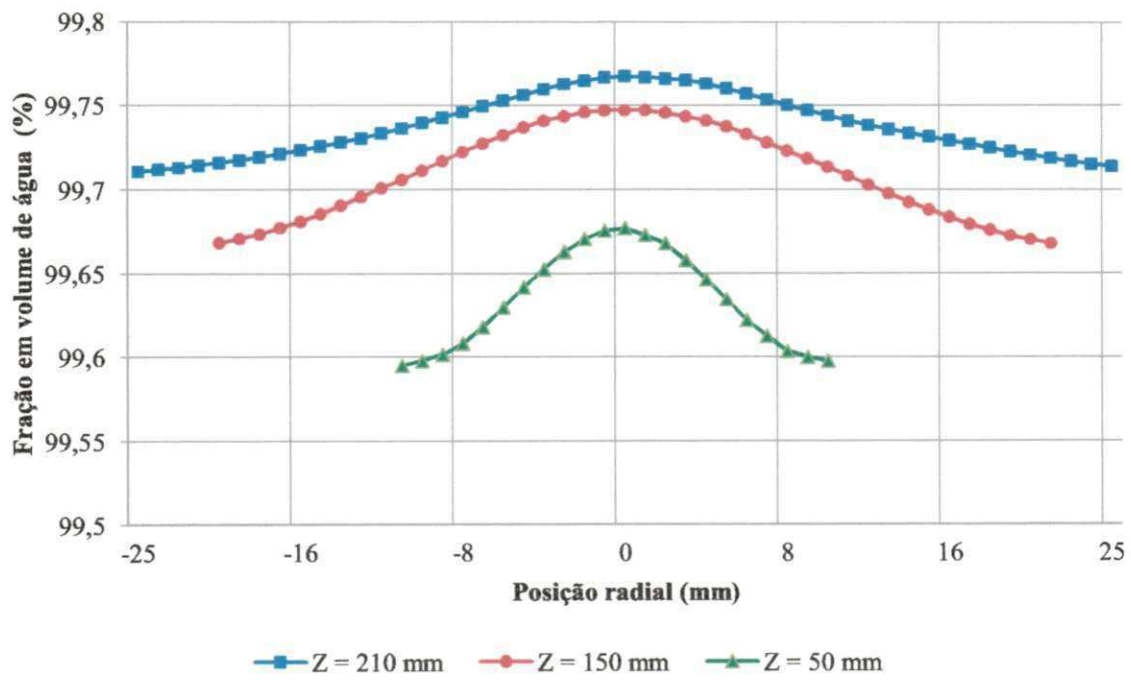


Figura 25 - Fração em volume de água ao longo da posição radial em diferentes alturas

---

---

## 6. OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo foi utilizado um modelo de otimização combinado com a técnica CFD, cujo objetivo é melhorar o desempenho do hidrociclone base. Utilizando o CFD, foi feito inicialmente um estudo de correlação a fim de identificar quais parâmetros geométricos e operacionais serão estatisticamente significativos no desempenho do hidrociclone. Escolhidos estes parâmetros, uma otimização utilizando o planejamento de experimentos (DOE) foi realizada e uma geometria ótima foi escolhida a partir dos dados estatísticos gerados.

### 6.1. Estudo de correlação entre os parâmetros de estudo

O estudo de correlação determina a força do relacionamento entre duas variáveis, ou seja, indica até que ponto os valores de uma variável estão relacionados com os de outra.

Neste trabalho um estudo de correlação é realizado com o intuito de avaliar o efeito de seis parâmetros geométricos e dois parâmetros operacionais no desempenho do hidrociclone base. Os seis parâmetros geométricos incluem: o diâmetro do tubo alimentação ( $D_a$ ), o diâmetro do tubo do diluído ( $D_o$ ), o diâmetro do orifício de saída da suspensão concentrada ( $D_u$ ), o comprimento da parte cilíndrica ( $L_c$ ), o comprimento do tubo do diluído ( $L$ ), o comprimento do cone ( $L_e$ ) e dois parâmetros operacionais: a concentração de sólidos na alimentação e a densidade dos sólidos.

A escolha da faixa de variação dos parâmetros analisados no processo de otimização foi feita tomando como referência os valores dos parâmetros geométricos do hidrociclone base, de tal forma que as combinações destes valores resultasse sempre em uma geometria possível. Para os parâmetros  $R_u$ ,  $R_o$  e  $D_a$  a faixa de variação foi de  $\pm 2$  mm e para os parâmetros  $L_e$ ,  $L_c$  e  $L$  a faixa de variação foi de  $\pm 10$  mm.

A Tabela 13 apresenta a faixa de variação dos parâmetros geométricos selecionados para a análise de otimização.

Tabela 13 - Faixa de variação dos parâmetros geométricos

	<b>Menor valor</b>	<b>Valor base</b>	<b>Maior valor</b>
Diâmetro do tubo de alimentação (Da) (mm)	12	14	16
Comprimento do tubo do diluído (L) (mm)	10	20	30
Comprimento da parte cilíndrica (Lc) (mm)	55	65	75
Comprimento do cone (Le) (mm)	175	185	195
Raio do tubo do diluído (Ro) (mm)	7	9	11
Raio do orifício de saída da suspensão concentrada (Ru) (mm)	3	5	7

Para os parâmetros operacionais os valores variaram em  $\pm 1\%$  para a concentração em volume de sólidos e em  $\pm 150 \text{ kg m}^{-3}$  para a densidade dos sólidos. A Tabela 14 apresenta a faixa de variação dos parâmetros operacionais selecionados para a análise de otimização.

Tabela 14 - Faixa de variação dos parâmetros operacionais

	<b>Menor valor</b>	<b>Valor base</b>	<b>Maior valor</b>
Concentração de sólidos em volume (%)	0,68	1,68	2,68
Densidade dos sólidos ( $\text{kg m}^{-3}$ )	2500	2650	2800

O conjunto das geometrias (amostras), formado pela combinação dos valores da Tabela 13 e 14 e usadas no estudo de correlação, é gerado com o método de amostragem estratificada conhecido como quadrado latino, descrito pela primeira vez por McKay et al. (1979). Neste método o intervalo de cada parâmetro em estudo é dividido em  $p$  subintervalos não sobrepostos. Os valores de  $p$  obtidos para o primeiro parâmetro são combinados aleatoriamente com os  $p$  valores obtidos para o segundo parâmetro. Estes pares de subintervalos são combinados de uma maneira aleatória com os subintervalos do terceiro parâmetro e assim por diante até que a matriz de amostras seja formada pelos  $n$  parâmetros.

Com a ajuda do software DesignXplorer<sup>®</sup> e observado o intervalo de confiança de 95%, foram gerados 50 subintervalos para cada parâmetro e combinados entre si para gerar a matriz de geometrias para o estudo de correlação. Uma vez gerada a matriz usou-se a CFD para simular os valores da eficiência de separação e queda de pressão, para cada uma das

cinquenta geometrias, consumindo o tempo total de simulação de 3750 min (63 h). A Tabela 15 apresenta uma parte da matriz de amostragem com onze geometrias. A matriz completa pode ser vista no anexo da página 93.

Tabela 15 - Parte da matriz de amostragem para onze geometrias

Geometria	Váriáveis geométricas e operacionais								Eficiência de separação fracional, $E_d$ (%)	$\Delta P$ (kPa)
	Ru (mm)	Ro (mm)	Le (mm)	Lc (mm)	L (mm)	Da (mm)	Densidade dos sólidos ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Concentração de sólidos (%)		
1	5,396	7,179	183,0	69,107	20,205	12,866	2527,1	2,61	57,8	10,14
2	6,464	8,788	181,2	68,132	19,067	12,661	2756,2	2,21	57,0	8,554
3	5,699	7,763	190,4	60,148	24,828	15,171	2564,1	1,13	55,7	8,893
4	5,919	8,238	186,8	62,228	23,900	15,745	2783,4	2,43	58,2	8,312
5	3,112	7,917	177,4	71,293	15,389	14,139	2714,2	1,30	25,6	10,47
6	3,578	10,161	188,8	64,913	10,986	15,428	2616,8	2,66	14,8	7,493
7	4,916	9,115	193,5	58,179	12,828	12,300	2704,2	1,79	33,8	9,100
8	6,689	10,648	179,6	65,522	17,081	14,655	2541,3	1,41	36,2	7,165
9	3,841	9,452	176,0	56,400	26,100	13,490	2631,9	2,12	26,7	10,77
10	4,229	10,410	192,2	73,462	29,531	13,651	2666,2	1,98	16,9	9,162
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
50	3,630	10,443	181,9	69,755	19,855	15,573	2565,3	0,0283	15,3	7,394

O coeficiente de Pearson ( $r$ ) é o método de cálculo utilizado para investigar quais, dos oito parâmetros analisados, mais influenciam no desempenho do hidrociclone e é calculado de acordo com a Eq.17:

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{(\sum(x_i - \bar{x})^2)(\sum(y_i - \bar{y})^2)}} \quad (17)$$

Onde:  $x$  representa a variável independente;

$y$  representa a variável dependente;

$i = 1, 2, \dots, n$ ;

$\bar{x}$  = representa a média da variável independente;

$\bar{y}$  = representa a média da variável dependente;

O coeficiente de Pearson varia de -1 a +1. Quanto mais próximo destes extremos, maior será a associação entre os parâmetros e a relação é perfeitamente linear. O sinal negativo da correlação significa que os parâmetros variam em sentido contrário, isto é, os valores mais elevados de um parâmetro estão associados a valores mais baixos do outro parâmetro. A seleção dos parâmetros que mais influenciam no desempenho do hidrociclone base foi feita baseado no critério de que quando o coeficiente de Pearson é menor que 0,1 assume-se que este parâmetro tem uma correlação muito fraca com a variável dependente, ou seja, tem pouca influência no desempenho do hidrociclone.

#### **6.1.1 Resultado – Correlação x Eficiência de separação**

O gráfico de barras da Figura 27 mostra o coeficiente de Pearson para os seis parâmetros geométricos e os dois parâmetros operacionais em relação à eficiência de separação fracional do hidrociclone base. Nota-se na Figura 26 que dois parâmetros geométricos, o raio do orifício de saída da suspensão concentrada ( $R_u$ ) e o raio do tubo do diluído ( $R_o$ ), são os que mais influenciam na eficiência de separação. O coeficiente de Pearson para  $R_u$  é + 0,754 e para  $R_o$  é -0,605. No entanto o raio do orifício de saída da suspensão concentrada parece ter maior influencia na eficiência de separação. Estes coeficientes, positivo e negativo, significam que aumentando o raio do orifício de saída da suspensão concentrada existe um aumento da eficiência de separação e aumentando o raio do tubo do diluído tem-se uma diminuição da eficiência de separação.



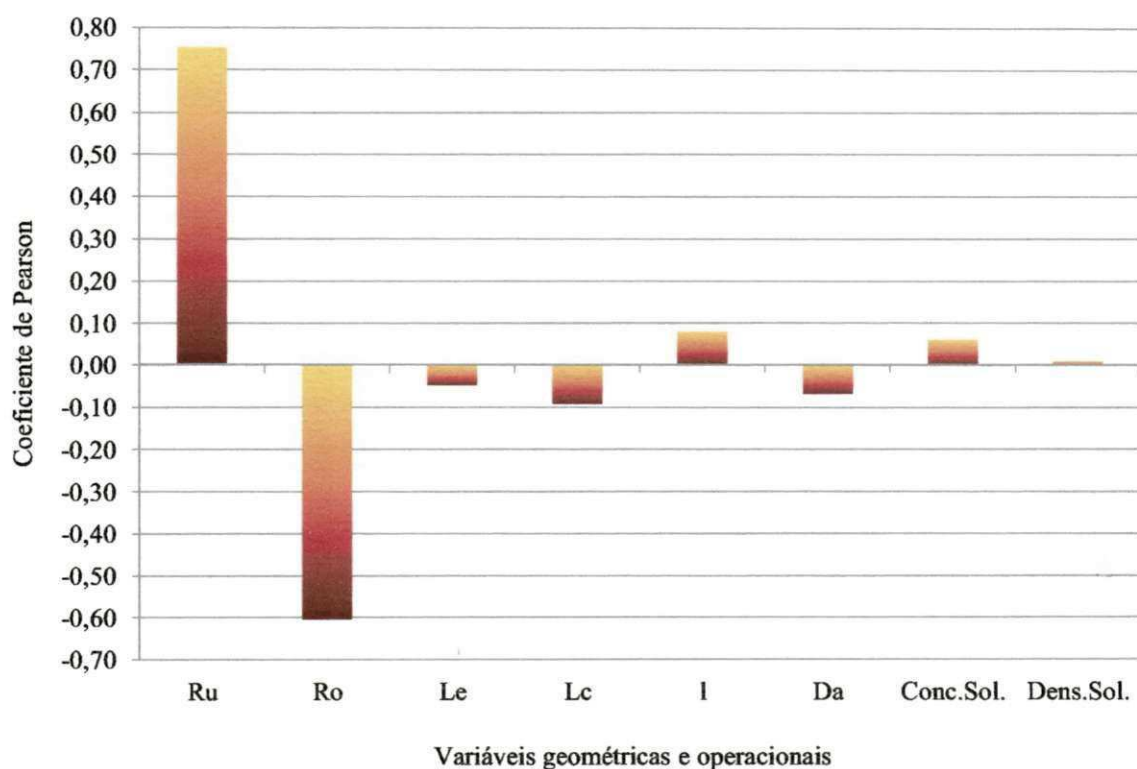


Figura 26 - Correlação dos parâmetros com relação à eficiência de separação

Do ponto de vista físico aumentando o raio do orifício de saída da suspensão concentrada maior será o número de partículas sólidas que conseguirão ser separadas e maior será a eficiência de separação. Aumentando o raio do tubo do diluído maior será o número de partículas sólidas que irão sair por este orifício, causando o escoamento secundário, visto na seção 2.3, e diminuindo a eficiência de separação do hidrociclone. Os demais parâmetros, dentro da faixa de valores analisados, não influenciam de forma significativa na eficiência de separação.

### 6.1.2 Resultado – Correlação x Queda de pressão

O gráfico de barras da Figura 27 mostra o coeficiente de Pearson para os seis parâmetros geométricos e os dois parâmetros operacionais em relação à queda de pressão no hidrociclone base.

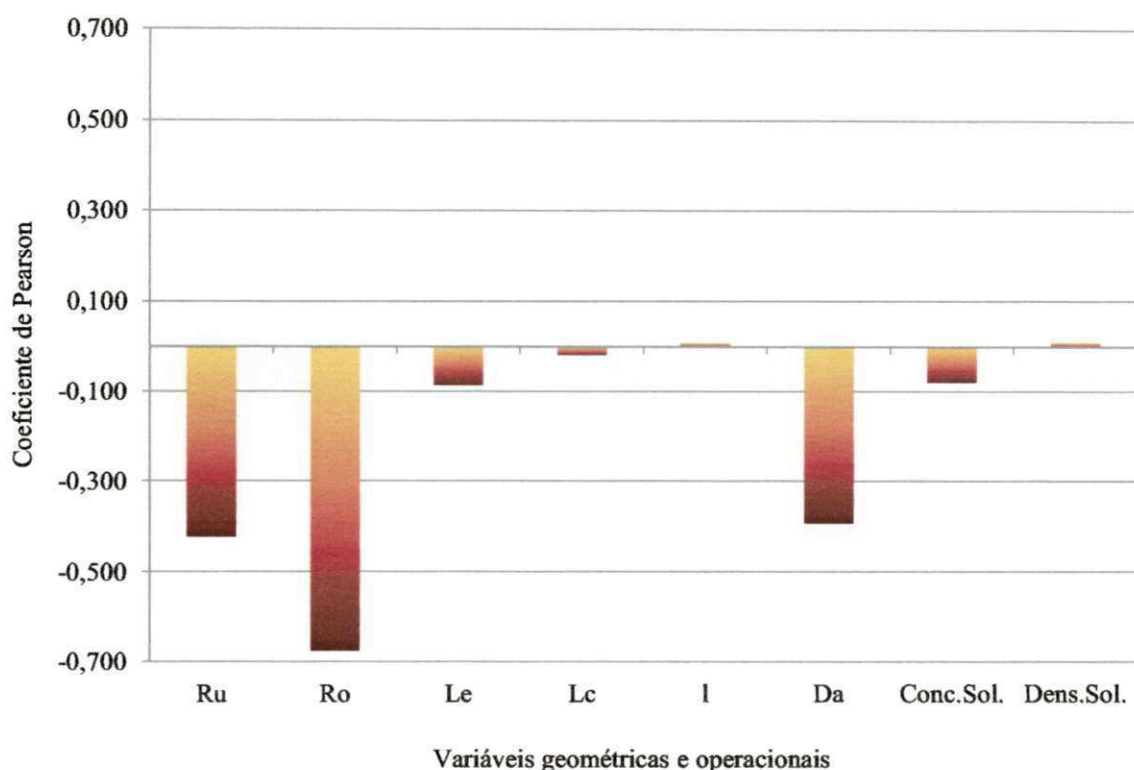


Figura 27 - Correlação dos parâmetros com relação à queda de pressão

Nota-se da Figura 27 que três parâmetros têm maior influência sobre a queda de pressão: o raio do orifício de saída da suspensão concentrada (Ru), o raio do tubo do diluído (Ro) e o diâmetro do tubo de alimentação (Da). O coeficiente de Pearson para Ru é - 0,423 , para Ro é -0,6767 e para Da é - 0,394. Aumentando o diâmetro destes parâmetros a queda de pressão pode diminuir, no entanto, o raio do tubo do diluído parece ter maior influencia na queda de pressão. Os resultados observados acima fazem sentido físico, pois são parâmetros que tem um efeito direto sobre as perdas por atrito e como consequência na pressão exigida para o fluido entrar e sair pelo hidrociclone.

Dos resultados obtidos anteriormente observa-se que o estudo de correlação é uma ferramenta útil na pré-seleção dos parâmetros que mais influenciam no desempenho do hidrociclone. O estudo de correlação mostrou que dos oito parâmetros avaliados somente três parecem influenciar mais significativamente no desempenho do hidrociclone dentro da faixa de valores analisados: o raio do orifício de saída da suspensão concentrada (Ru), o raio do tubo do diluído (Ro) e o diâmetro do tubo de alimentação (Da). O raio do orifício de saída da suspensão concentrada e o raio do tubo do diluído influenciam tanto na eficiência de

separação quanto na queda de pressão. Já o diâmetro do tubo de alimentação tem maior influência somente na queda de pressão.

## 6.2. Planejamento de experimentos

Na seção anterior viu-se que os parâmetros que mais influenciam o desempenho do hidrociclone são  $R_u$ ,  $R_o$  e  $D_a$ . Cabe neste momento a seguinte pergunta: qual o valor destas três variáveis, dentro da faixa de valores aqui analisados, que maximizam a eficiência de separação fracional com a menor queda de pressão. Se todas as combinações possíveis fossem feitas, entre todos os níveis de cada variável, existiria uma combinação possível de,  $(3)^3 = 27$ , geometrias a serem simuladas. Neste trabalho a simulação de uma geometria consome em média 75 min com as condições de simulação vistas no capítulo 5. Para a simulação das 27 geometrias, um tempo total de 2025 min (34 h) seriam necessários. Este tempo de simulação pode ser reduzido fazendo uso de uma técnica conhecida como Planejamento de Experimentos (DOE). Além de economizar tempo, os ensaios realizados de uma maneira sistemática proporcionam uma melhor conclusão sobre os efeitos das variáveis.

O DOE serve para definir quais variáveis e em que quantidade devem ser coletados durante um determinado experimento, buscando, basicamente, satisfazer dois grandes objetivos: a maior precisão estatística possível na resposta com o menor custo, Rodrigues & Lemma (2009). Neste trabalho custo significa tempo computacional.

Existem atualmente várias técnicas para o planejamento de experimentos no entanto, para os propósitos deste trabalho o delineamento composto central rotacional (DCCR) foi utilizado. Esta técnica consiste em três tipos de pontos para cobrir o domínio de interesse:

- um ponto central ;
- pontos axiais em número igual a  $2.k$  com os níveis nos pontos axiais representados por  $\xi \pm 1,681$ ;
- pontos do vértice do cubo em número igual a  $2^k$  (pontos fatoriais) .

onde  $k$  é o número de parâmetros em estudo. Na tabela 16 vê-se os valores utilizados no DCCR para as variáveis  $R_u$ ,  $R_o$  e  $D_a$ .



Tabela 16 - Valores utilizados no DCCR para Ru, Ro e Da

Parâmetros	Código	-1,681	-1	0	+1	+1,681
Ru	$x_1$	2,3	3,4	5	6,6	7,7
Ro	$x_2$	6,3	7,4	9	10,6	11,7
Da	$x_3$	11,3	12,4	14	15,6	16,7

Os demais parâmetros (Le, Lc, L, densidade e concentração de sólidos) tiveram seus valores mantidos constantes e iguais ao do hidrociclone base.

Na Tabela 17 vê-se os valores codificados e as respostas das simulações para a eficiência de separação fracional ( $\epsilon_d$ ) e queda de pressão ( $\Delta P$ ) para as 15 geometrias que foram utilizadas na otimização. Isto significa 12 geometrias a menos e um tempo computacional de 1125 min (19 h), ou seja, 15 h a menos em tempo de simulação.

Tabela 17 - Valores codificados e repostas da eficiência de separação fracional ( $\epsilon_d$ ) e queda de pressão ( $\Delta P$ ).

	Geometria	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\epsilon_d$ (%)	$\Delta P$ (kPa)
Ponto central	1	0	0	0	<b>37,1</b>	<b>8,613</b>
Pontos axiais	2	-1,681	0	0	<b>18,4</b>	<b>9,355</b>
	3	+1,681	0	0	<b>56,6</b>	<b>7,764</b>
	4	0	-1,681	0	<b>56,5</b>	<b>10,337</b>
	5	0	+1,681	0	<b>22,4</b>	<b>7,419</b>
	6	0	0	-1,681	<b>37,6</b>	<b>9,387</b>
	7	0	0	+1,681	<b>37,6</b>	<b>8,166</b>
Pontos fatoriais	8	-1	-1	-1	<b>32,2</b>	<b>11,974</b>
	9	+1	-1	-1	<b>71,3</b>	<b>9,419</b>
	10	-1	+1	-1	<b>13,4</b>	<b>8,365</b>
	11	+1	+1	-1	<b>35,5</b>	<b>7,717</b>
	12	-1	-1	+1	<b>32,2</b>	<b>10,943</b>
	13	+1	-1	+1	<b>71,3</b>	<b>8,509</b>
	14	-1	1	+1	<b>13,4</b>	<b>7,450</b>
	15	+1	1	+1	<b>35,3</b>	<b>6,774</b>

Nota-se da tabela 17 que a eficiência de separação variou entre 13,4% e 71,3% e a queda de pressão entre 7,419 kPa e 11,974 kPa. Estes resultados mostram ao projetista do hidrociclone que uma geometria "ótima", entre estas 15 geometrias, pode ser encontrada.

Pode-se observar ainda a alta sensibilidade nas respostas para pequenas variações nas dimensões geométricas. Por exemplo, comparado com os resultados obtidos com a geometria número 1, que representa as dimensões do hidrociclone base, uma diminuição de 2 mm no

valor da variável Ru diminui a eficiência de separação fracional para 18,4% e a queda de pressão aumenta para 9,355 kPa, geometria 2.

### 6.2.1. Modelo matemático para a eficiência de separação

Com os resultados obtidos da Tabela 17 foram calculados os coeficientes de regressão para a eficiência de separação e os resultados são apresentados na Tabela 18. Utilizou-se para tanto o software EXCEL®.

Tabela 18- Coeficientes de regressão para eficiência de separação

Parâmetros	Coefficiente de regressão	p-valor
Média	67,07	0,000163932
Ru	9,44	2,93239E-08
Ro	-8,44	9,35592E-08
Da	-0,0168	0,980883008
Ru <sup>2</sup>	-0,127	0,176103794
Ro <sup>2</sup>	0,375	0,086798132
Da <sup>2</sup>	-0,091	0,309937864
Ru.Ro	-1,615	0,137926258
Ru.Da	-0,011	0,857898786
Ro.Da	-0,010	0,875018202

Observa-se que apenas os termos lineares do raio do orifício de saída da suspensão concentrada (Ru) e do raio do tubo do diluído (Ro) foram estatisticamente significativos ao nível de significância de 5% ( $p$ -valor < 0,05).

A Eq. 18 apresenta o modelo matemático ajustado que prediz a eficiência de separação ( $\epsilon$ ) do hidrociclone base em função das variáveis mais estatisticamente significativas, Ru e Ro, obtido da regressão linear.

$$\epsilon = 67,07 + 9,44.Ru - 8,44.Ro \quad (\%) \quad (18)$$

Analisando a Tabela 19 para a eficiência de separação, verifica-se que a regressão foi altamente significativa ( $p$ -valor < 0,0001) e a porcentagem de variação explicada ( $R^2$ ) pelo modelo foi muito boa, cerca de 96,84% .

Tabela 19 - ANOVA para a eficiência de separação

	Graus de liberdade	Soma dos quadrados	Quadrado médio	F <sub>cal</sub>	p-valor
Regressão	2	4676,76	2338,38	184,41	< 0,00001
Resíduo	12	152,16	12,68		
Total	14	4828,93			

Uma vez obtido o modelo matemático, Eq.18, um gráfico de superfície de resposta é construído, Figura 28. Com este gráfico pode-se observar a relação entre as variáveis Ru e Ro na eficiência de separação.

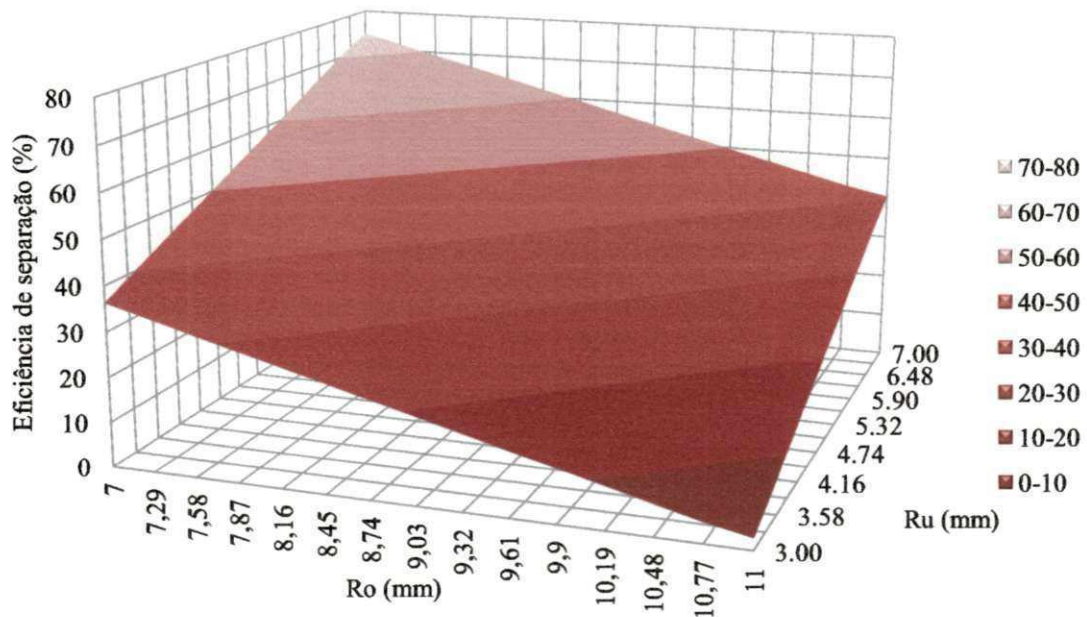


Figura 28 - Superfície de resposta para a eficiência de separação em função de Ro e Ru

Na Figura 28 nota-se que a eficiência de separação aumenta com o aumento do raio do orifício de saída da suspensão concentrada (Ru) e com a diminuição do raio do tubo do diluído (Ro). O aumento de Ru permite que um maior número de partículas sólidas que chegam na parte de baixo do hidrociclone sejam separadas e a diminuição de Ro dificulta a saída destas partículas pelo tubo do diluído, diminuindo o escoamento curto circuito, visto na seção 2.3, aumentando desta forma a eficiência de separação do hidrociclone. Dentro do intervalo de estudo pré-estabelecido para Ru e Ro a maior eficiência de separação foi encontrada nos

níveis máximo de Ru e nos níveis mínimos de Ro, ou seja: Ru = 7 mm; Ro = 7 mm e  $\varepsilon = 74,07\%$ .

### 6.2.2. Modelo matemático para a queda de pressão

O mesmo procedimento utilizado na seção anterior é utilizado novamente aqui, ou seja, através dos resultados obtidos da Tabela 17, foram calculados os coeficientes de regressão para a queda de pressão e os resultados são apresentados na Tabela 20.

Observa-se novamente que somente os termos lineares das três variáveis Ru, Ro e Da foram estatisticamente significativos ao nível de significância de 5% ( $p$ -valor < 0,05).

Tabela 20 - Coeficientes de regressão para queda de pressão

Parâmetros	Coeficientes de regressão	$p$ -valor
Média	22352,87	4,91664E-09
Ru	-461,31	0,000111833
Ro	-788,09	7,51229E-07
Da	-295,72	0,003229789
Ru <sup>2</sup>	-5,16	0,773482589
Ro <sup>2</sup>	2,47	0,276098418
Da <sup>2</sup>	1,98	0,102791586
Ru.Ro	7,23	0,184979597
Ru.Da	4,40	0,812643347
Ro.Da	3,94	0,831920332

A Eq. 19 apresenta o modelo matemático ajustado que prediz a queda de pressão ( $\Delta P$ ) do hidrociclone base em função das variáveis mais estatisticamente significativas, Ru, Ro e Da, obtido da regressão linear.

$$\Delta P = 22352,87 - 461,31.Ru - 788,09.Ro - 295,72.Da \quad (Pa) \quad (19)$$

Analisando a Tabela 21 para a queda de pressão verifica-se que a regressão foi altamente significativa ( $p$ -valor < 0,0001) e a porcentagem de variação explicada ( $R^2$ ) pelo modelo foi muito boa, cerca de 93,07% .

Tabela 21 - ANOVA para a queda de pressão

	<b>Graus de liberdade</b>	<b>Soma dos quadrados</b>	<b>Quadrado médio</b>	<b>F<sub>cal</sub></b>	<b>p-valor</b>
Regressão	3	26860180,71	8953393,57	49,29	<0,00001
Resíduo	11	1998113,047	181646,6406		
Total	14	28858293,76			

Uma vez obtido o modelo matemático, Eq.19, pode-se construir os gráficos de superfície de resposta, Figuras 29, 30 e 31. Com eles pode-se explicar graficamente a relação entre as variáveis (Ru x Ro), (Da x Ru) e (Da x Ro) na queda de pressão, respectivamente.

Na Figura 29 nota-se que a queda de pressão diminui com o aumento do raio do orifício de saída da suspensão concentrada (Ru) e o com o aumento raio do tubo do diluído (Ro).

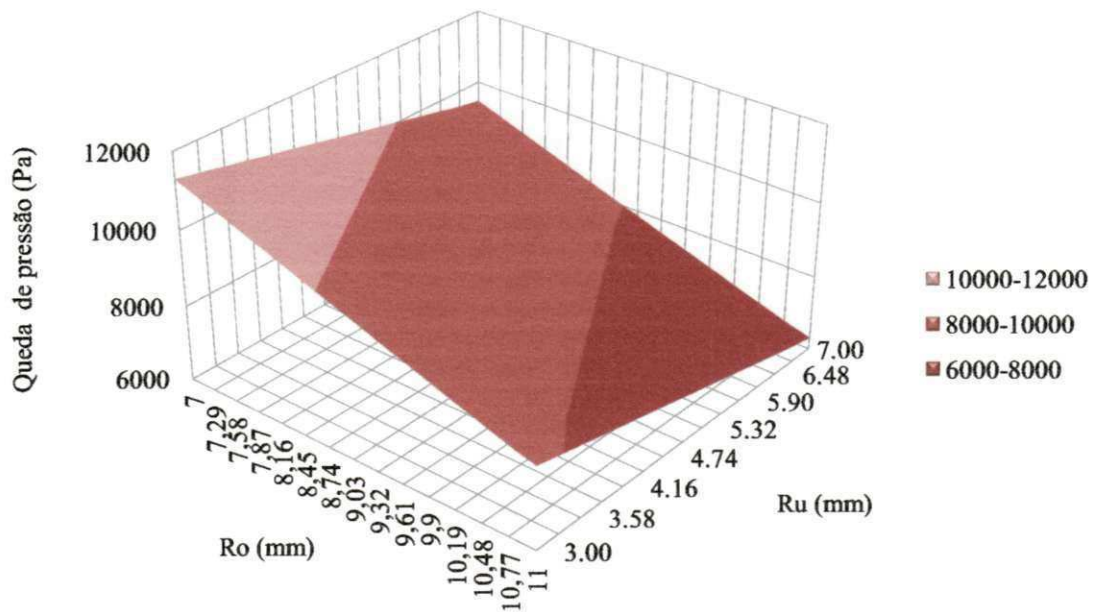


Figura 29 - Superfície de resposta para a queda de pressão em função de Ru e Ro

Dentro do intervalo de estudo pré-estabelecido para Ru e Ro a menor queda de pressão foi encontrada nos níveis máximos de Ru e nos níveis mínimos de Ro, ou seja: Ru = 7 mm; Ro = 11 mm e  $\Delta P = 6,315 \text{ kPa}$ .

Na Figura 30 nota-se que a queda de pressão diminui com o aumento do raio do orifício de saída da suspensão concentrada (Ru) e com o aumento no diâmetro do tubo de alimentação (Da).



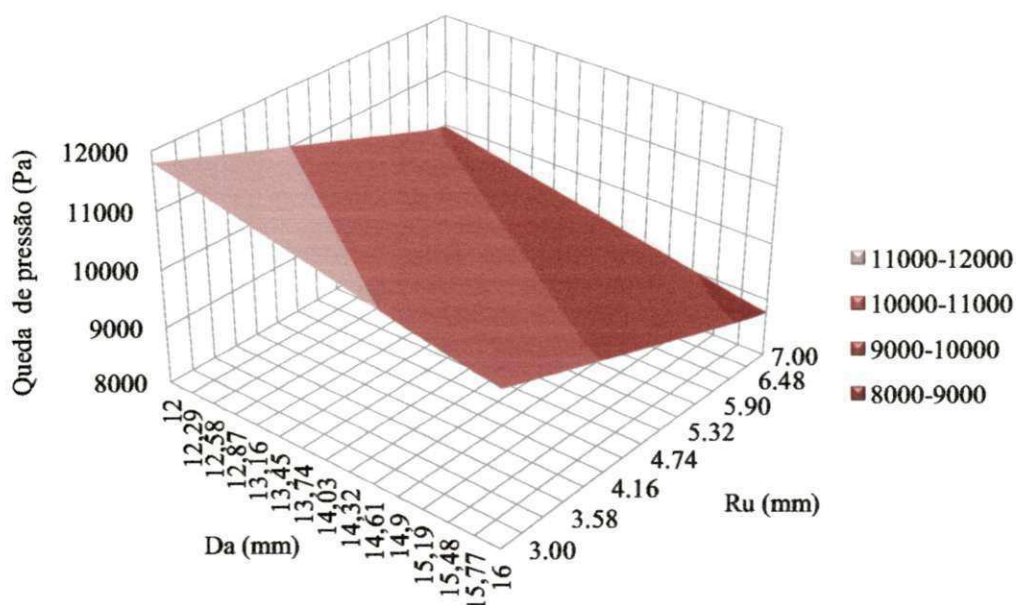


Figura 30 - Superfície de resposta para a queda de pressão em função de Da e Ru

Dentro do intervalo de estudo pré-estabelecido para Ru e Da a menor queda de pressão foi encontrada nos níveis máximo de Ru e nos níveis máximos de Da, ou seja: Ru = 7 mm; Da = 16 mm e  $\Delta P = 8,777 \text{ kPa}$ .

Na Figura 31 nota-se que a queda de pressão diminui com o aumento do raio do tubo do diluído (Ro) e com o aumento no diâmetro do tubo de alimentação (Da).

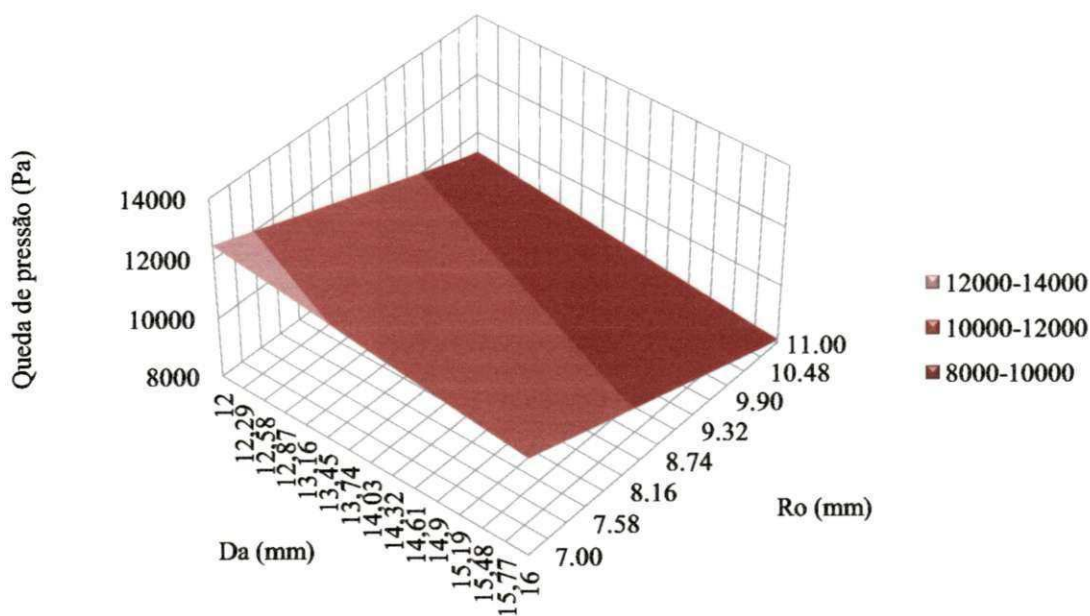


Figura 31 - Superfície de resposta para a queda de pressão em função de Da e Ro

Dentro do intervalo de estudo pré-estabelecido para  $R_o$  e  $D_a$  a menor queda de pressão foi encontrada nos níveis máximo de  $R_u$  e nos níveis máximos de  $D_a$ , ou seja:  $R_o = 11$  mm;  $D_a = 16$  mm e  $\Delta P = 8,124$  kPa

As Figuras 29, 30 e 31 mostram, portanto, que a menor queda de pressão dentro do hidrociclone foi encontrada com os valores máximos do raio do orifício de saída da suspensão concentrada ( $R_u$ ), do raio do tubo do diluído ( $R_o$ ) e do diâmetro do tubo de alimentação ( $D_a$ ), ou seja:  $R_u = 7$  mm;  $R_o = 11$  mm e  $D_a = 16$  mm e  $\Delta P = 5,723$  kPa.

A tabela 22 mostra o resultado das análises feitas anteriormente.

Tabela 22 - Resultado das análises feitas na seção 6.2

<b>Ru (mm)</b>	<b>Ro (mm)</b>	<b>Da (mm)</b>	<b><math>\epsilon</math> (%)</b>	<b><math>\Delta P</math> (kPa)</b>	<b>Resultado</b>
7	7	16	74,07	8,875	Eficiência de separação máxima
7	11	16	40,31	5,723	Queda de pressão mínima

### 6.3. Geometria "ótima" do hidrociclone base

Com o resultado da Tabela 22 pode-se levantar os seguintes questionamentos:

- se o projetista estivesse a procura de um hidrociclone que proporcionasse uma maior eficiência de separação, independente da queda de pressão os valores de  $R_u$ ,  $R_o$  e  $D_a$  seriam: 7, 7 e 16 mm, respectivamente. Neste caso,  $\epsilon = 74,07$  % e  $\Delta P = 8,875$  kPa.

- se o projetista estivesse a procura de um hidrociclone que proporcionasse uma menor queda de pressão, independente da eficiência de separação os valores de  $R_u$ ,  $R_o$  e  $D_a$  seriam: 7, 11 e 16 mm, respectivamente. Neste caso,  $\epsilon = 40,31$  % e  $\Delta P = 5,723$  kPa.

Em situações práticas, o projetista de hidrociclones deve sempre estabelecer critérios de melhoria em busca da geometria "ótima". A critério do autor e como exemplo utilizaram-se neste trabalho os seguintes critérios:

Critério 1: Aumentar a eficiência de separação em 30%, em relação ao hidrociclone base ;

Critério 2: Diminuir a queda de pressão em 5%, em relação ao hidrociclone base;

Os resultados da otimização para este caso estão apresentados na Tabela 23. Nota-se que os valores otimizados de  $R_u$ ,  $R_o$  e  $D_a$  são 7 mm, 8 mm e 16 mm, respectivamente. Para estes valores a eficiência de separação é de 65,63 % , um aumento de 31,45 % em relação ao hidrociclone base, e a queda de pressão é de 8,087 kPa, uma redução de 8,87 %, em relação ao hidrociclone base. Estes valores mostram que os critérios de melhoria, tanto para a eficiência de separação como para a queda de pressão foram ultrapassados. O estudo indica também que a queda de pressão é menos sensível às variações geométricas do que a eficiência de separação.

Tabela 23 - Resultado da otimização do hidrociclone base

<b>Parâmetros avaliados</b>	<b>Hidrociclone base</b>	<b>Hidrociclone otimizado</b>	<b>Diferença</b>	<b>Melhoria no projeto</b>
Diâmetro do tubo de alimentação ( $D_a$ ) (mm)	14	16	2	-
Comprimento do tubo do diluído (L) (mm)	20	20	0	-
Comprimento da parte cilíndrica ( $L_c$ ) (mm)	65	65	0	-
Comprimento do cone ( $L_e$ ) (mm)	185	185	0	-
Raio do tubo do diluído ( $R_o$ ) (mm)	9	8	-1	-
Raio do orif. de saída da susp. concen. ( $R_u$ ) (mm)	5	7	2	-
Concentração de sólidos em volume (%)	1,68	1,68	0	-
Densidade dos sólidos ( $\text{kg m}^{-3}$ )	2650	2650	0	-
<b>Eficiência de separação (%)</b>	<b>34,18</b>	<b>65,63</b>	<b>31,45</b>	<b>31,45 %</b>
<b>Queda de pressão (kPa)</b>	<b>8,875</b>	<b>8,087</b>	<b>-0,788</b>	<b>8,87%</b>

Do ponto de vista da engenharia, os ganhos obtidos no desempenho do hidrociclone base justificam a mudança no projeto, no entanto, como as variações geométricas são pequenas os cuidados nas tolerâncias das peças usadas durante a fabricação do hidrociclone otimizado devem ser observadas . Considerando os erros inerentes a qualquer simulação em CFD, principalmente quando da escolha dos modelos de turbulência os resultados desta simulação poderiam ser considerados como possibilidade de ganhos relativos e não absolutos.



A Figura 32 mostra as diferenças nas variáveis analisadas para o hidrociclone base (a) e para o hidrociclone otimizado (b). Onde  $D_u = 2 \cdot R_u$  e  $D_o = 2 \cdot R_o$

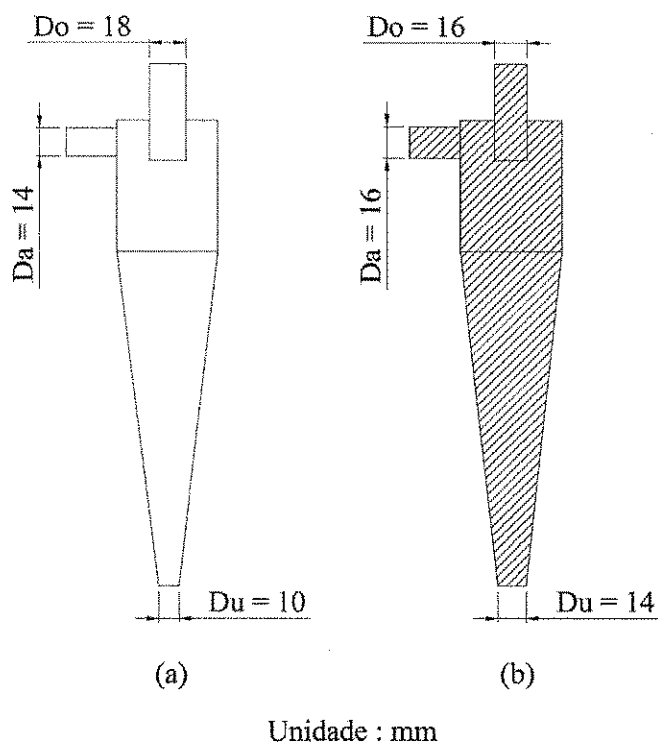


Figura 32 - Diferenças nas variáveis analisadas para o hidrociclone base (a) e para o hidrociclone otimizado (b)

#### 6.4 Eficiência de separação fracional para o hidrociclone otimizado

Com base na otimização realizada na seção anterior uma nova geometria é gerada e foi citada no texto, deste ponto em diante, de hidrociclone otimizado, Tabela 24.

Tabela 24 - Dimensões geométricas do hidrociclone otimizado

Parâmetros geométricos	Valor (mm)
Diâmetro do tubo de alimentação ( $D_a$ )	16
Comprimento do tubo do diluído ( $L$ )	20
Comprimento da parte cilíndrica ( $L_c$ )	65
Comprimento do cone ( $L_e$ )	185
Raio do tubo do diluído ( $R_o$ )	8
Raio do orif. de saída da susp. concentrada ( $R_u$ )	7

Novas simulações foram realizadas no hidrociclone otimizado a fim de se avaliar a curva de eficiência de separação fracional ( $\epsilon_d$ ). Foram injetados na suspensão de alimentação partículas de diâmetros entre 1 a 40  $\mu\text{m}$ . A Tabela 25 mostra os resultados destas simulações.

Tabela 25 – Eficiência de separação granulométrica do hidrociclone otimizado

Diâmetro da partícula ( $\mu\text{m}$ )	Eficiência de separação (%)
1	19,53
5	22,75
10	32,91
15	44,04
20	70,34
25	86,95
30	94,87
35	96,47
40	98,86

A fim de comparar os ganhos obtidos com o processo de otimização levantou-se a curva de eficiência de separação fracional também para o hidrociclone base. Os resultados destas duas curvas podem ser vistos na Figura 33. Nota-se que para o mesmo tamanho de partícula a eficiência de separação no hidrociclone otimizado é sempre maior.

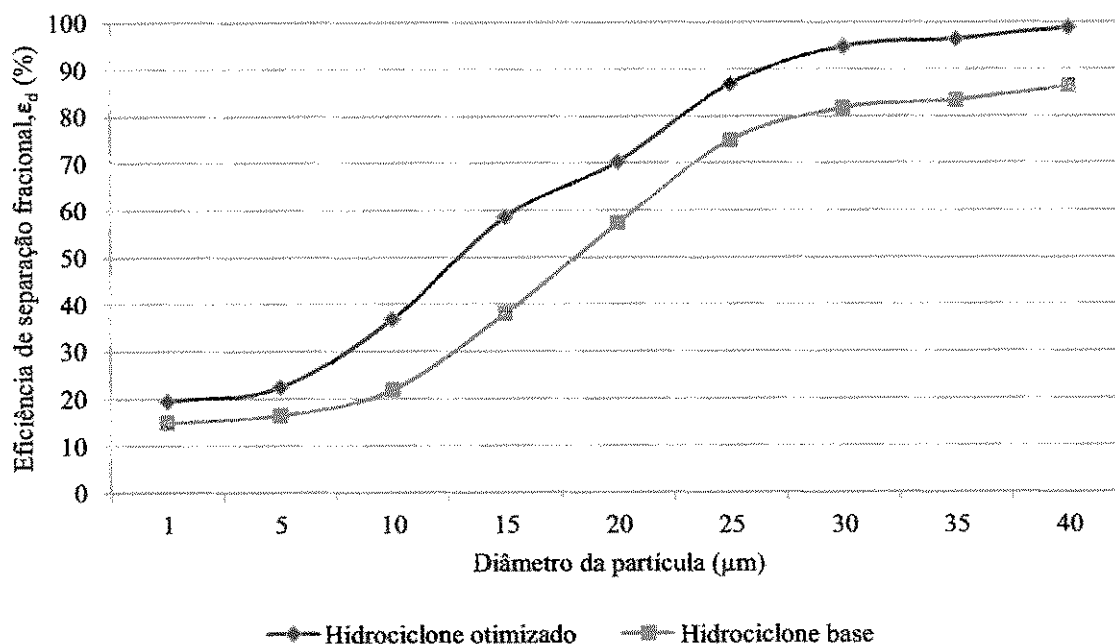


Figura 33 - Eficiência de separação em função do diâmetro da partícula para o hidrociclone otimizado e para o hidrociclone base

O valor do diâmetro de corte ( $d_{50}$ ) para o hidrociclone base e para o hidrociclone otimizado é aproximadamente 17  $\mu\text{m}$  e 13  $\mu\text{m}$ , respectivamente.

Ainda da Figura 33 nota-se que as partículas entre 20  $\mu\text{m}$  e 40  $\mu\text{m}$  podem ser separadas da água de irrigação com eficiências de 59% e 86% respectivamente, utilizando o hidrociclone base. Já para o hidrociclone otimizado a eficiência aumenta para 70% e 95,06%, respectivamente.

Tomando como base estes resultados fez-se um estudo hipotético para três condições de operação de um sistema de irrigação. A primeira sem uso do hidrociclone, a segunda utilizando o hidrociclone base e a terceira utilizando o hidrociclone otimizado. Nas condições de simulação considerou-se a operação do sistema por uma hora com suspensão de areia com partícula de 40  $\mu\text{m}$  e material do solo com partícula de 20  $\mu\text{m}$ . As concentrações volumétricas tanto para areia como para o material do solo são de 1%, a densidade tanto para a areia como para o material do solo é de 2650  $\text{kg m}^{-3}$  e a vazão de alimentação é de 1000  $\text{L h}^{-1}$ . A Tabela 26 mostra os resultados deste estudo.

Tabela 26 – Quantidade de areia e solo lançados no sistema de irrigação para o caso hipotético

	Areia (kg/h)	Solo (kg/h)
Sem hidrociclone	26,5	26,5
Com hidrociclone base	3,71	10,86
Com hidrociclone otimizado	1,32	7,95

Da Tabela 25 pode-se notar que sem o hidrociclone seriam lançados no sistema 26,5  $\text{kg h}^{-1}$  de areia e 26,5  $\text{kg h}^{-1}$  de material do solo. Com o uso do hidrociclone base seriam lançados 3,71  $\text{kg h}^{-1}$  de areia e 10,86  $\text{kg h}^{-1}$  de material do solo. A comparação destes resultados já mostram a importância do hidrociclone nos sistemas de irrigação, pois seu uso diminui consideravelmente os sedimentos lançados no sistema.

Com o uso do hidrociclone otimizado seriam lançados no sistema 1,32  $\text{kg h}^{-1}$  de areia e 7,95  $\text{kg h}^{-1}$  de material do solo. Em comparação com o hidrociclone base isto representa 2,39  $\text{kg h}^{-1}$  (180 %) a menos de areia lançados no sistema de irrigação e 2,91  $\text{kg h}^{-1}$  (27%) a menos de material do solo. Isto mostra claramente que as técnicas de otimização devem ser sempre incorporadas quando um novo projeto de hidrociclone é desenvolvido.

---

---

## 7. CONCLUSÕES

Os resultados do trabalho conduzem as seguintes conclusões:

1. A aplicabilidade do modelo de turbulência RSM, para descrever a turbulência anisotrópica, e do modelo Euleriano, para simular a presença dos sedimentos no hidrociclone, são verificadas pela boa concordância entre os valores simulados e os obtidos experimentalmente.

2. O campo de velocidades axial e tangencial, a distribuição da pressão estática, e a fração em volume dos sedimentos obtidos na simulação mostram que a CFD é uma ferramenta muito útil em explicar o processo de separação dos sedimentos dentro do hidrociclone ao mesmo tempo em que apresentam um grande potencial na otimização destes equipamentos.

3. O estudo de correlação mostrou que dos oito parâmetros avaliados somente três parecem influenciar mais significativamente no desempenho do hidrociclone: o raio do orifício de saída da suspensão concentrada ( $R_u$ ), o raio do tubo do diluído ( $R_o$ ) e o diâmetro do tubo de alimentação ( $D_a$ ).

4. O estudo da otimização do hidrociclone base foi realizado utilizando a CFD em conjunto com o DCCR e com foco em dois critérios: aumentar a eficiência de separação em 30% e diminuir a queda de pressão em 5%. Os resultados do estudo sugerem que quando os valores de  $R_u$ ,  $R_o$  e  $D_a$  são 7 mm, 8 mm e 16 mm, respectivamente, a queda de pressão pode ser reduzida em 8,87 % enquanto a eficiência de separação pode ser aumentada em 31,45 %, em comparação com o hidrociclone base.

## 7.1 Sugestões para trabalhos futuros

Os resultados apresentados nesta tese abre várias frentes para trabalhos futuros dentro da engenharia de irrigação, dentre elas pode-se citar:

- simular o desempenho do hidrociclone com outras configurações do tubo de entrada, como por exemplo entrada em voluta, espiral, etc;
- simular o efeito de erosão nas paredes do hidrociclone para diferentes geometrias e diâmetros das partículas;
- construir o hidrociclone otimizado e realizar experimentos em nível de laboratório;
- construir o hidrociclone otimizado e testá-lo em nível de campo.

---

---

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbott, J. S. La obstrucción de los emisores de goteo. Sus causas y medidas preventivas. Artículos técnicos. Revista Riegos y Drenajes, Barcelona, v.12, p.23-32, 1987.

Almeida, O. Á. de. Qualidade da água de irrigação. 1.ed. Cruz das Almas: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2010. 234p.

ANSYS® CFX® - 13.0 - Solver theory guide. 2010.

Bernardo, S. Manual de irrigação. 7.ed. Viçosa: Imprensa Universitária, UFV, 2007. 596p.

Brennan, M. CFD simulations of hydrocyclones with an air core: Comparison between large eddy simulations and a second moment closure. Chemical Engineering Research and Design v.84, p.495-505, 2006.

Carvalho, A. T. de. Otimização de ciclone para a pré-separação de areia na produção de petróleo. Rio de Janeiro: UFRJ, 2008. 70p. Dissertação de mestrado.

Chakraborti, N.; Miller, J.D. Fluid flow in hydrocyclones: a critical review. Mineral Processing and Extractive Metallurgy. v.11, p.211–244, 1992.

Colleman, D. E.; Montgomery, D. C. A systematic approach to planning for a designed industrial experiment. Technometrics, v.35, n.1, p. 11–20,1993.

Dantzig, G. B. Origins of the simplex method. Computers in mathematics.v.15, p. 233-240, 1991.

Darmanwan, U. R.; Tade, N.; Li, M.; Evans, G. Hydrodynamic Simulation of Cyclone Separators. The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy. v.165, p. 501-548, 2011.

Delgadillo, J.A.; Rajamani, R.K. Exploration of hydrocyclone designs using computational fluid dynamics. *International Journal of Mineral Processing*. v.84, p.252-261, 2007.

Dias, D. de B. Avaliação de técnicas de fluidodinâmica computacional em ciclones. Campinas: UNICAMP, 2009. 126p. Dissertação de mestrado.

Dlamini, M. F.; Powell, M. S.; Meyer, C. J. A CFD simulation of a single phase hydrocyclone flow field. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*. v.105, p.711-718, 2005.

Dyakowski, T.; Williams, R. A. Modelling turbulence flow within a small diameter hydrocyclone. *Chemical Engineering Science*, v.48, n.6, p.1143–1152, 1993.

Dyakowski, T.; Williams, R. A. Prediction of air-core size and shape in a hydrocyclone. *Int. J. Miner. Process.* v.43, p.1-14, 1995.

Elsayed, K.; Lacor, C. Optimization of the cyclone separator geometry for minimum pressure drop using mathematical models and CFD simulations. *Chemical Engineering Science*. v.65, p. 6048-6058, 2010.

Garcia, J. A. del C.; Esquiza, J. S. de G.; Anacabe, A. U.; Roda, S. S. D. de. Fertilización en invernadero: Obstrucciones em los equipos de fertilización . *Horticultura Agrícola Vergel*, v.18, n.200, p.454-458, 1998.

Gilbert, R. G.; Ford, H. W. Operational principles. In: Nakayama, F.S.; Bucks, D.A Trickle irrigation for crop production: design, operation and management. Amsterdam: Elsevier, 1986. Cap.3, p.142-163.

Hineiti, N. I. Numerical investigation of steady and transient flow in an automotive cyclone. Rochester, Michigan: Oakland University, 2009. 308p. Thesis of doctorate.

Hoekstra, A. J.; Derksen, J. J.; Akker, H. E. A. An experimental and numerical study of turbulent swirling flow in gas cyclones. *Chemical Engineering Science*. v.54, p.2055-2065, 1999.

Hsu, C. Y.; Wu, S. J.; Wu, R. M. Particles separation and tracks in a hydrocyclone. *Tamkang Journal of Science and Engineering*. v.14, n.1, p.65-70, 2011.

Jauregui, R.; Silva, F. Numerical validation methods. *Journal of Science and Engineering*. v. 16, n. 1, p.66-86, 2008.

Keller, J.; Bliesner, R.D. *Sprinkle and trickle irrigation*. New York: van Nostrand Reinhold, 1990. 652p.

Kelly, E. G.; Spottiswood, D. J. *Introduction to mineral processing*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1982.

Kelsall, D. F. A study of the motion of solid particles in a hydraulic cyclone. *Transactions Institute Chemical Engineers*. v.30, p.87-104, 1952.

McKay, M. D.; Beckman, R. J.; Conover, W. J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics* .v. 21, p. 239-245, 1979.

Martignoni, W. P., Bernardo, S.; Quintani, C. L. Evaluation of cyclone geometry and its influence on performance parameters by computational fluid dynamics (CFD). *Brazilian Journal of Chemical Engineering*. v.24, n.01, p.83-94, 2007.

Medronho, R. A.; Schuetze, J.; Deckwer, W. D. Numerical simulation of hydrocyclones for cell separation. *Latin American Applied Research*. v 35, p 1-8, 2005.

Motsamai, S. O. Investigation of influence of hydrocyclone geometric and flow parameters on its performance using CFD. *Advances in Mechanical Engineering*. v.12, p.12, 2010.

Nakayama, F. S. Injection of fertilizer and other chemicals for drip irrigation. In: *Agricultural turf irrigation conference, 1982, Houston. Proceedings*. Houston: Irrigation Association, 1982. p.166-180.



Narasimha, M.; Sripriya, R.; Banerjee, P. K. CFD modelling of hydrocyclone--prediction of cut-size. *International Journal of Mineral Processing*. v.71, p.53-68, 2005.

Narasimha, M.; Brennan, M.; Holtham, P. N. Large eddy simulation of hydrocyclone prediction of air-core diameter and shape. *International Journal of Mineral Processing*. v.80, p.1-14, 2006.

Oliveira, D. C.; Almeida, C. A. K.; Vieira, L. G. M.; Damasceno, J. J. R.; Barrozo, M. A. S. Influence of geometric dimensions on the performance of a filtering hydrocyclone: an experimental and cfd study numerical study of particle. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*. v. 26, p.575-582, 2009.

Olson, T. J.; Ommen, R. V. Optimizing hydrocyclone design using advanced CFD model. *Minerals Engineering*. v.17, n.5, p. 713-720, 2004.

Parry, J.; Bornoff, R. B.; Stehouwer, P.; Lonneke, T. D.; Stinstra, E. Simulation-based design optimization methodologies applied to CFD. *IEEE transactions on componentes and packaging technologies*, v.27, n.2, p.391-397, 2004.

Pericleous, K. A. Mathematical Simulation. *Applied Mathematical Modelling*. v.11, p. 242 - 255, 1987.

Phillips, K. P. Long-term operation of microirrigation filtration systems; successes, failures and operational solutions. In: *International microirrigation congress*, 15. Orlando, 1995.

Pollard, A.; Siu, A. L. W. The calculation of some laminar flows using various discretization schemes. *Computacional. Methods Applications Mechanical Engineering*. v.35, p.293-31, 1982.

Reklaitis, G. V.; Ravindran, A.; Ragsdell, K. M.; *Engineering optimization: methods and Applications*. 1. ed. John Wiley & Sons, 1983.450p.

Rodrigues, M. I.; Lemma, A. F. *Planejamento de experimentos e otimização de processos*. 2. ed. Campinas, São Paulo, 2009. 355p.

Schuetz, S.; Mayer, G.; Bierdel, M.; Piesche, M. Investigations on the flow and separation behaviour of hydrocyclones using computational fluid dynamics. *International Journal of Mineral Processing*. v.73, p. 229–237, 2004.

Shojaeefard, M. H.; Noorpoor, A. R.; Habibian, M. Particle size effects on hydrocyclone performance. *International Journal of engineering science*. v.17, p. 9-19, 2009.

Soccol, O. J. Construção e avaliação de hidrociclone para pré filtragem da água de irrigação. Piracicaba: ESALQ, 2004. 89p. Tese de Doutorado.

Suasnabar, D. J. Dense medium cyclone performance, enhancements via computational modeling of the physical process. PhD Thesis, University of New South Wales. 2000.

Svarovsky, L. Hydrocyclones. Technomic Publishing Inc: Lancaster, PA, 1984.

Thompson, G. T.; Krider, J. N. Farm resources and system selection. In: Jensen, M.E. Design and operation of farm irrigation systems. St. Joseph: ASAE,1983. Cap.3, p.45-73.

Tu, J.; Yeoh, G. H.; Chaoqun, L. *Computational Fluid Dynamics*. 1.ed. Elsevier, 2008. 470p.

Vieira, L. G. M. Otimização dos processos de separação em hidrociclones filtrantes. Uberlândia: UFU, 2006. 298p. Tese de doutorado.

Versteeg, H. K.; Malalasekera, W. An introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Prentice Hall, 1995, 503p.

Wang, B.; Chu, K. W.; Yu, A. B.; Numerical study of particle - Fluid flow in hydrocyclone. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. v. 46, p.4695-4705, 2007.

Wang, B.; Yu, A. B. Numerical study of particle - Fluid flow in hydrocyclones with different body dimensions. *Minerals Engineering*. v.19, p.1022-1033, 2007.

Xu, P., Mujumdar, A. S. Innovative hydrocyclone inlet designs to reduce erosion-induced wear in mineral dewatering processes. *Minerals, Metal and Material Technology*, v.10, p.30-68, 2008.

Zhang, J.; You, X.; Niu, Z. Numerical simulation of solid-liquid flow in hydrocyclone. *Chemical Biochemical*. v.25, p.37-41, 2011.

## **ANEXO**

MATRIZ DE AMOSTRAGEM COMPLETA COM 50 GEOMETRIAS

Geometria	Parâmetros geométricos e operacionais								Eficiência de separação (%)	$\Delta P$ (kPa)
	Ru (mm)	Ro (mm)	Le (mm)	Lc (mm)	L (mm)	Da (mm)	Densidade dos sólidos (kg,m <sup>-3</sup> )	Concentração de sólidos (%)		
1	5,396	7,179	183,0	69,107	20,205	12,866	2527,1	0,0291	57,8	10,143
2	6,464	8,788	181,2	68,132	19,067	12,661	2756,2	0,0221	57,0	8,556
3	5,699	7,763	190,4	60,148	24,828	15,171	2564,1	0,0113	55,7	8,894
4	5,919	8,238	186,8	62,228	23,900	15,745	2783,4	0,0243	58,2	8,312
5	3,112	7,917	177,4	71,293	15,389	14,139	2714,2	0,0130	25,6	10,477
6	3,578	10,161	188,8	64,913	10,986	15,428	2616,8	0,0276	14,8	7,493
7	4,916	9,115	193,5	58,179	12,828	12,300	2704,2	0,0179	33,8	9,100
8	6,689	10,648	179,6	65,522	17,081	14,655	2541,3	0,0141	36,2	7,165
9	3,841	9,452	176,0	56,400	26,100	13,490	2631,9	0,0212	26,7	10,776
10	4,229	10,410	192,2	73,462	29,531	13,651	2666,2	0,0198	16,9	9,162
11	5,386	9,171	190,1	65,054	29,601	13,095	2515,1	0,0290	38,4	8,873
12	3,604	7,724	194,6	58,493	21,404	13,202	2676,5	0,0126	32,2	11,030
13	3,200	7,975	179,2	73,494	15,204	14,152	2569,7	0,0227	24,6	10,301
14	6,287	10,341	192,9	63,863	11,413	15,091	2546,6	0,0175	29,0	7,092
15	6,156	10,111	175,7	61,134	27,530	13,605	2597,8	0,0101	42,0	8,687
16	6,997	7,187	186,6	70,777	22,962	14,542	2727,2	0,0219	78,6	8,944
17	4,737	8,814	182,7	72,988	16,338	12,719	2691,6	0,0160	35,5	9,400
18	5,526	9,510	184,0	60,882	13,921	12,085	2751,8	0,0274	40,7	8,745
19	4,427	8,581	177,8	56,941	18,586	15,708	2645,0	0,0249	37,3	10,376
20	3,903	10,919	187,4	68,006	24,852	15,345	2797,8	0,0190	14,7	7,303
21	5,163	10,944	175,4	63,724	20,747	12,427	2670,7	0,0149	27,8	8,711
22	3,225	7,265	186,5	67,725	25,688	13,170	2634,5	0,0263	30,9	12,290
23	5,988	8,835	187,4	58,415	27,336	15,229	2789,5	0,0201	53,4	8,211
24	6,499	7,748	183,1	74,032	22,979	14,111	2590,8	0,0106	64,0	9,060
25	3,908	9,113	194,0	66,493	10,680	13,280	2761,7	0,0125	23,3	9,260
26	3,644	9,724	178,7	71,915	17,080	15,670	2725,2	0,0236	20,8	7,950
27	4,717	7,911	179,2	56,382	13,146	14,861	2544,3	0,0179	43,4	10,889
28	5,481	8,350	182,4	60,617	19,652	12,396	2707,5	0,0246	51,5	9,694

Geometria	Parâmetros geométricos e operacionais								Eficiência de separação (%)	$\Delta P$ (kPa)
	Ru (mm)	Ro (mm)	Le (mm)	Lc (mm)	L (mm)	Da (mm)	Densidade dos sólidos (kg,m <sup>3</sup> )	Concentração de sólidos (%)		
29	6,783	9,982	190,0	70,378	14,652	13,640	2577,9	0,0285	35,9	7,627
30	4,461	10,230	191,9	61,633	29,043	14,677	2506,2	0,0180	21,6	7,785
31	6,359	8,401	188,8	67,365	11,809	15,816	2762,0	0,0197	55,2	7,940
32	6,053	7,587	176,9	66,371	18,713	12,465	2566,5	0,0214	62,3	9,875
33	3,650	10,075	181,7	56,837	22,810	14,452	2736,8	0,0112	20,7	8,876
34	3,089	7,144	185,5	62,894	15,809	13,837	2644,2	0,0233	29,2	11,938
35	6,907	7,901	190,3	63,864	28,662	13,046	2695,4	0,0122	68,8	9,066
36	5,456	10,633	180,6	57,631	16,753	13,580	2653,0	0,0262	31,3	8,234
37	5,072	8,822	193,4	60,660	21,144	14,945	2518,1	0,0252	36,9	8,577
38	4,431	10,301	191,3	74,753	13,693	12,147	2591,9	0,0141	15,9	9,574
39	4,750	9,650	178,0	71,834	25,691	15,507	2532,0	0,0165	30,6	7,807
40	3,941	9,019	183,2	70,396	27,467	14,009	2798,3	0,0282	29,6	9,036
41	4,304	9,588	178,5	57,502	23,271	15,741	2591,5	0,0102	28,7	8,926
42	3,288	8,432	187,4	59,124	28,768	12,528	2705,1	0,0194	25,5	10,608
43	6,121	10,193	186,0	62,930	15,624	12,256	2505,7	0,0147	34,1	8,080
44	5,667	7,826	191,2	55,551	10,604	15,182	2735,4	0,0228	55,9	8,822
45	4,148	9,160	183,1	64,264	17,853	12,997	2661,0	0,0241	28,7	8,990
46	4,680	8,671	180,9	73,452	12,390	13,291	2789,3	0,0131	37,5	9,120
47	6,569	7,725	175,2	66,633	25,825	13,833	2627,3	0,0271	68,5	9,017
48	6,879	10,737	189,6	68,886	27,473	14,356	2744,0	0,0204	34,6	7,258
49	5,001	7,219	193,2	72,132	21,650	14,776	2553,9	0,0176	49,2	11,253
50	3,630	10,443	181,9	69,755	19,855	15,573	2565,3	0,0283	15,3	7,394