

HIRAN DE MELO

COMPENSAÇÃO DE CONVERSORES DE IMPEDÂNCIA

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO : Processamento da Informação

ORIENTADOR : WILSON GUERREIRO PINHEIRO

CAMPINA GRANDE

DEZEMBRO - 1983



M528c    Melo, Hiran de.  
          Compensação de conversores de impedância / Hiran de  
          Melo. - Campina Grande, 1983.  
          119 f. : il.

          Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) -  
          Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e  
          Tecnologia, 1983.  
          "Orientação: Prof. Dr. Wilson Guerreiro Pinheiro".  
          Referências.

          1. Conversores. 2. Conversores de Impedância 3.  
          Amplificadores Operacionais. 4. Filtros Elétricos. 5.  
          Engenharia Elétrica - Dissertação. I. Pinheiro, Wilson  
          Guerreiro. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina  
          Grande (PB) III. Título

CDU 621.314(043)

COMPENSAÇÃO DE CONVERSORES DE IMPEDÂNCIA

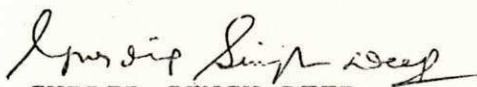
HIRAN DE MELO

Dissertação aprovada em 21/12/83



WILSON GUERREIRO PINHEIRO

Orientador



GURDIP SINGH DEEP

Componente da Banca



CRESO SANTOS DA ROCHA

Componente da Banca

CAMPINA GRANDE

DEZEMBRO - 1983

Dedicado à memória de

**Joana Paulina do Nascimento**

### AGRADECIMENTOS

Ao Prof. WILSON GUERREIRO PINHEIRO pela orientação, incentivo e apreço; ao Prof. GURDIP SINGH DEEP pela crítica e apoio; aos meus amigos e amigas, especialmente a ZORAIDE FERREIRA CUNHA, pelo apoio com que me estimularam a concluir este trabalho.

## RESUMO

Circuitos equivalentes para o conversor de impedância tipo Antoniou são deduzidos. Equações para o projeto desses conversores de impedância são derivadas. Uma nova técnica para compensar as limitações de desempenho do conversor impostas pelos parâmetros do amplificador operacional não ideal é proposta. A aplicação desta técnica é demonstrada em um caso específico de projeto de um filtro elíptico passa-baixas com frequência de corte igual a 80 kHz, utilizando amplificadores operacionais do tipo 741.

### **ABSTRACT**

Equivalent circuits for Antoniou type impedance converter are deduced. Design equations for these impedance converters are derived. A new technique for compensating the performance limitations imposed by the parameters of a non-ideal operational amplifier is proposed. The application of the proposed technique in the design of a specific low-pass elliptic filter with cut-off frequency of 80 kHz using a 741 type operational amplifier is demonstrated.

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A$  - ganho em tensão de malha aberta do amplificador o  
peracional
- $A_0$  - ganho em tensão de malha aberta do amplificador o  
peracional para DC
- $A_1, A_2, \dots, A_7$  - amplificadores operacionais
- $A_{Max}$  - máxima atenuação na faixa de passagem de um fil  
tro elíptico passa-baixa
- $A_{Min}$  - mínima atenuação na faixa de rejeição de um fil  
tro elíptico passa-baixa
- $B$  - produto ganho x faixa de passagem
- $C_1, C_2$  - capacitâncias dos capacitores da estrutura do su  
percapacitor
- $C'$  - capacitância de carga do CIN utilizado para com  
pensão



$C_{p1}, C_{p3}$  - capacitâncias parasíticas do supercapacitor absolutamente estável - primeira alternativa

$C'_{p1}, C'_{p3}$  - capacitâncias parasíticas do supercapacitor absolutamente estável - segunda alternativa

CIG - conversor generalizado de impedância

CIN - conversor de impedância negativa

CIP - conversor de impedância positiva

D - supercapacitância

$D_o$  - supercapacitância nominal

$D_{o1}, D_{o2}$  - supercapacitâncias nominais correspondentes aos zeros de um filtro elíptico passa-baixa de 5<sup>a</sup> ordem

$D_{p1}$  - supercapacitância parasítica

$D_1$  - supercapacitância total;  $D_1 = D_o + D_{p1}$

$D'_o$  - supercapacitância nominal da segunda alternativa de supercapacitor absolutamente estável

$D'_{p1}$  - supercapacitância parasítica

- $D'_1$  - supercapacitância total da segunda alternativa de supercapacitor absolutamente estável:  $D'_1 = D'_o + D'_{p1}$
- $e$  - tensão diferencial aplicada nas entradas não-inversora (+) e inversora (-) de um amplificador operacional
- $e_1, e_2$  - tensões diferenciais
- $f_c$  - frequência de corte de um filtro elíptico passa-baixa
- $G_{p1}$  - condutância parasítica do supercapacitor absolutamente estável - primeira alternativa
- $G'_{p1}$  - condutância parasítica do supercapacitor absolutamente estável - segunda alternativa
- $G_2$  - condutância do circuito equivalente a um CIN carregado capacitivamente
- $I_1$  - corrente de entrada de um quadripolo
- $I_2$  - corrente de saída de um quadripolo
- $L_1$  - indutância do circuito equivalente a um CIN carregado capacitivamente

$L_{p2}, L_{p4}$  - indutâncias parasíticas do supercapacitor absolu  
tamente estável - primeira alternativa

$L'_{p2}, L'_{p4}$  - indutâncias parasíticas do supercapacitor absolu  
tamente estável - segunda alternativa

$K$  - fator de conversão do conversor generalizado de  
impedância

$K_f$  - fator de escala da impedância

$K_{CIN}$  - fator de conversão do conversor de impedância ne  
gativa

$K_{CIP}$  - fator de conversor do conversor de impedância po  
sitiva

$R$  - resistência do resistor da estrutura do superca  
pacitor

$R_1, R_2$  - resistências do circuito equivalente a um CIN car  
regado capacitivamente

$R_o$  - resistência de saída do modelo de amplificador o  
peracional

$R_{o1}, R_{o2}$  - resistências de saídas de dois amplificadores ope  
racionais

$R_{p2}, R_{p3}$  e  $R_{p4}$  - resistências parasíticas do supercapacitor absolutamente estável - primeira alternativa

$R'_{p2}, R'_{p3}$  e  $R'_{p4}$  - resistências parasíticas do supercapacitor absolutamente estável - segunda alternativa

$R'$  - resistência de carga do CIN usado para compensação

$R_a$  - resistência inserida na estrutura do supercapacitor para efeito de compensação

$R_I$  - resistência de entrada diferencial do amplificador operacional

$R_P$  - resistência de entrada de modo comum do amplificador operacional do terminal positivo

$R_N$  - resistência de entrada de modo comum do amplificador operacional do terminal negativo

$r_1, r_2$  - resistências da estrutura de um CIN

$s$  - frequência complexa

$V_1$  - tensão de entrada de um quadripolo

- $V_2$  - tensão de saída de um quadripolo
- $Z_{in}$  - impedância de entrada do supercapacitor - primei  
ra alternativa
- $Z'_{in}$  - impedância de entrada do supercapacitor - segunda  
alternativa
- $Z_1$  e  $Z_2$  - parcelas de  $Z_{in}$ :  $Z_{in} = Z_1 + Z_2$
- $Z'_1$  e  $Z'_2$  - parcelas de  $Z'_{in}$ :  $Z'_{in} = Z'_1 + Z'_2$
- $Z_L$  - impedância de carga do CIN
- $Y_{in}$  - admitância de entrada do supercapacitor absoluta  
mente estável - primeira alternativa
- $Y'_{in}$  - admitância de entrada do supercapacitor absoluta  
mente estável - segunda alternativa
- $Y''_{in}$  - admitância de entrada do CIN
- $\omega$  - frequência em rad/s
- $\omega_0$  - frequência de corte do amplificador operacional
- $\omega_c$  - frequência de corte de um filtro elíptico passa-  
baixa

$\Omega_1, \Omega_2$  - frequências do primeiro e segundo zeros de um filtro elíptico passa-baixa da 5<sup>a</sup> ordem

## INDICE DE FIGURAS

	PÁGINA
FIGURA 2.1 - Conversor de impedância negativa.....	11
FIGURA 2.2 - Princípio de realização do conversor de impedância positiva (Configuração de Antoniou).....	14
FIGURA 2.3 - (a) - Estrutura absolutamente estável do supercapacitor - Primeira alternativa.....	16
(b) - Estrutura absolutamente estável do supercapacitor - Segunda alternativa.....	16
FIGURA 2.4 - Modelo do amplificador operacional não ideal.....	18
FIGURA 2.5 - Circuito equivalente do supercapacitor - Primeira alternativa.....	22

FIGURA 2.6 - Síntese da primeira parcela da impedância de entrada: $Z_1$ .....	26
FIGURA 2.7 - Síntese da segunda parcela da impedância de entrada: $Z_2$ .....	30
FIGURA 2.8 - Circuito equivalente do supercapacitor não ideal.....	32
FIGURA 2.9 - Modelo Simplificado do supercapacitor..	36
FIGURA 2.10- Circuito do supercapacitor - Segunda alternativa.....	37
FIGURA 3.1 - Modelo da técnica de compensação ideal.	43
FIGURA 3.2 - Circuito do conversor de impedância negativa.....	45
FIGURA 3.3 - Circuito do CIN não ideal.....	46
FIGURA 3.4 - Circuito equivalente do CIN com carga capacitiva.....	53
FIGURA 3.5 - Modelo simplificado do CIN tendo como carga resistor em paralelo com capacitor.....	57



FIGURA 3.6 - Compensação por inserção de CIN no <u>su</u> percapacitor da primeira alternativa absolutamente estável.....	60
FIGURA 3.7 - Compensação por inserção de CIN no <u>su</u> percapacitor da segunda alternativa <u>ab</u> solutamente estável ( $R_a < 0$ ).....	62
FIGURA 3.8 - Simulação de um resistor negativo de terminais flutuantes ( $R_a < 0$ ).....	64
FIGURA 4.1 - Característica de amplitude do filtro elíptico passa-baixas, 5 <sup>a</sup> ordem, fre quência de corte $\omega_c = 2\pi(80 \cdot 10^3)$ rad/ s.....	67
FIGURA 4.2 - Filtro elíptico passa baixas normaliza do.....	68
FIGURA 4.3 - Transformação de Bruton do circuito da figura 4.2 .....	69
FIGURA 4.4 - Filtro elíptico passa-baixas ( $f_c =$ 80 kHz) .....	71
FIGURA 4.5 - Circuito do supercapacitor $D_{01}$ .....	77

	PÁGINA
FIGURA 4.6 - Circuito do supercapacitor $D_{O2}$ .....	78
FIGURA 4.7 - Filtro elíptico passa-baixas.....	79
FIGURA 4.8 - Resposta em frequência do filtro mos trado na figura 4.7 .....	80
FIGURA 4.9 - Circuito do CIN projetado para compen sação do supercapacitor $D_{O1}$ .....	83
FIGURA 4.10- Filtro elíptico passa-baixas compensa do.....	84
FIGURA 4.11- Resposta em frequência do filtro mos trado na figura 4.10.....	85
FIGURA A.1 - Circuito equivalente do supercapacitor não ideal - Primeira alternativa.....	90
FIGURA A.2 - Diagrama de fluxos do circuito equiva lente do supercapacitor - Primeira al ternativa.....	91
FIGURA C.1 - Circuito equivalente do supercapacitor não ideal - segunda alternativa.....	100

FIGURA C.2 - Diagrama de fluxos do circuito equivalente do supercapacitor - segunda alternativa.....	101
FIGURA D.1 - Circuito equivalente do CIN não ideal.	108
FIGURA D.2 - Diagrama de fluxos do circuito do CIN não ideal.....	109
FIGURA F.1 - Montagem usada para o alinhamento do filtro.....	115

## CONTEÚDO

1	PÁGINA
INTRODUÇÃO.....	01
1.1 SOBRE O USO DE CONVERSORES DE IMPEDÂNCIA NA SÍNTESE DE FILTROS ELÉTRICOS.....	01
1.2 LIMITAÇÕES DOS ELEMENTOS ATIVOS.....	02
1.3 TÉCNICAS DE COMPENSAÇÃO.....	02
1.4 ESCOLHA DO CONVERSOR ABSOLUTAMENTE ESTÁ VEL.....	04
1.5 PROJETO DE FILTROS ELÉTRICOS USANDO CIG DE SIMULAÇÃO INDIRETA.....	05
1.6 NOVA TÉCNICA DE COMPENSAÇÃO E EXEMPLO PRÁ TICO.....	05
1.7 METODOLOGIA.....	06
2	
CONVERSOR DE IMPEDÂNCIA GENERALIZADO (CIG).....	07
2.1 INTRODUÇÃO.....	07

	PÁGINA
2.2 ESTRUTURAS DE CONVERSORES DE IMPEDÂNCIAS GENERALIZADOS.....	09
2.2.1 Definições.....	09
2.2.2 Conversor de Impedância Negativa Utili- zando um Amplificador Operacional.....	10
2.2.3 Conversor de Impedância Positiva Utili- zando Dois Amplificadores Operacionais..	10
2.3 MODELANDO O CIRCUITO DO SUPERCAPACITOR..	17
2.3.1 Modelo da Primeira Alternativa.....	17
2.3.1.1 Hipótese de Trabalho.....	19
2.3.1.2 Admitância de Entrada do Circuito Super- capacitor.....	20
2.3.1.3 Síntese da Admitância $Y_{in}$ .....	21
2.3.1.4 Modelo Simplificado.....	31
2.3.2 Modelo da Segunda Alternativa.....	35
2.3.2.1 Admitância de Entrada do Circuito Super- capacitor.....	35

	PÁGINA
2.3.2.2 Síntese da Admitância $Y'_{in}$ .....	38
2.3.2.3 Modelo Simplificado.....	40
<b>3</b>	
<b>COMPENSAÇÃO DE CONVERSORES DE IMPEDÂNCIA.....</b>	<b>42</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	42
3.2 MODELANDO O CIN NÃO IDEAL .....	43
3.2.1 Admitância de Entrada do CIN.....	43
3.2.2 Admitância de Entrada do CIN com Carga Resistiva.....	47
3.2.3 Admitância de Entrada do CIN com Carga Capacitiva.....	48
3.2.4 Síntese da Admitância $Y''_{in}$ .....	49
3.2.5 Modelo Simplificado do CIN Carregado Capacitivamente.....	52
3.3 MODALIDADES DE COMPENSAÇÃO DO SUPERCAPACITOR.....	56

	PÁGINA
3.3.1 Compensação por Acoplamento de CIN .....	56
3.3.2 Compensação por Inserção de CIN.....	59
<b>4</b>	
<b>PROJETO DE FILTRO ATIVO RC USANDO SUPERCAPACITOR</b>	<b>65</b>
4.1 INTRODUÇÃO.....	65
4.2 ESPECIFICAÇÕES DO FILTRO PASSA-BAIXAS...	66
4.3 PROJETO DOS SUPERCAPACITORES.....	70
4.3.1 Requisitos Mínimos dos Amplificadores <u>O</u> peracionais.....	70
4.3.2 Escolha dos Componentes.....	73
4.4 IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO ELÍPTICO PASSA- BAIXAS.....	76
4.5 COMPENSAÇÃO.....	81
4.5.1 Compensação por Inserção de CIN.....	81
4.5.1.1 Procedimentos de Projeto.....	82

5	PÁGINA
CONCLUSÕES.....	87
APÊNDICE A - CÁLCULO DA ADMITÂNCIA DE ENTRADA, $Y_{in}$ , DO SUPERCAPACITOR ABSOLUTAMEN <u>T</u> TE ESTÁVEL - PRIMEIRA ALTERNATIVA..	89
APÊNDICE B - EXPRESSÕES EXATAS DOS ELEMENTOS PA <u>R</u> RASÍTICOS - PRIMEIRA ALTERNATIVA ..	96
APÊNDICE C - CÁLCULO DA ADMITÂNCIA DE ENTRADA DO SUPERCAPACITOR ABSOLUTAMENTE ESTÁ <u>U</u> VEL - SEGUNDA ALTERNATIVA.....	99
APÊNDICE D - CÁLCULO DA ADMITÂNCIA DE ENTRADA DO CIN.....	107
APÊNDICE E - EXPRESSÕES EXATAS DOS ELEMENTOS PA <u>R</u> RASÍTICOS - SEGUNDA ALTERNATIVA....	112
APÊNDICE F - PROCEDIMENTOS PARA ALINHAMENTO DO FILTRO ELÍPTICO PASSA-BAIXAS USANDO SUPERCAPACITOR COMPENSADO.....	114
BIBLIOGRAFIA.....	117



## INTRODUÇÃO

### 1.1 SOBRE O USO DE CONVERSORES DE IMPEDÂNCIA NA SÍNTESE DE FILTROS ELÉTRICOS

Dentre as técnicas existentes para a realização de filtros elétricos RC-ativos, escolheu-se para objeto de pesquisa a que faz uso do Conversor de Impedância Generalizado (CIG) [1,2] .

O princípio dessa técnica é a substituição dos indutores nas redes LC por circuitos RC-ativos, visto que em baixas frequências os indutores apresentam vários inconvenientes, tais como:

- Tamanho relativamente grande;
- Baixo fator de qualidade;
- Necessidade de construção de cada elemento para satisfazer às especificações do projeto do filtro (Em oposição, resistores e capacitores são normalmente encontrados no comércio especializado);
- Tendência a atuar como pequenas antenas, o que po

de resultar na captação de sinais indesejáveis.

Com os desenvolvimentos dos amplificadores operacionais, consolidou-se a pesquisa centrada nos filtros RC-ativos, os quais não apresentam os inconvenientes acima citados. Esses filtros RC-ativos são diretamente derivados das tradicionais malhas de redes LC por meio de adequada inserção de CIGs [3], [4], [5], [6].

### 1.2 LIMITAÇÕES DOS ELEMENTOS ATIVOS

Se os amplificadores operacionais utilizados na síntese dos filtros RC-ativos fossem ideais, os filtros poderiam ser projetados para qualquer faixa de frequência em que os modelos de parâmetros concentrados para os elementos passivos, resistores e capacitores, são considerados válidos. Entretanto, os amplificadores operacionais reais apresentam uma série de imperfeições, que restringem a aplicabilidade dos filtros RC-ativos, tais como:

- Impedância de entrada finita;
- Impedância de saída, embora baixa, não nula;
- Produto "ganho x faixa de passagem" finito.

### 1.3 TÉCNICAS DE COMPENSAÇÃO

O efeito das imperfeições dos amplificadores opera

cionais no desempenho do filtro RC-ativo usando CIGs pode ser descrito por meio de elementos parasíticos nos circuitos equivalentes dos CIGs. Devido a esses elementos parasíticos, o desempenho do filtro RC-ativo pode ser consideravelmente comprometido.

Apropriadas técnicas para aumentar a faixa de frequência usual dos filtros RC-ativos e contornar suas limitações são sugeridas na literatura especializada. Esquematicamente, são três grupos:

a) **Projeto Ótimo do Conversor Não Ideal** - O grau de liberdade nos valores dos componentes passivos do circuito do CIG é usado para minimizar a influência de alguns elementos parasíticos [3].

b) **Incorporação dos Elementos Parasíticos na Estrutura LC** - Por apropriado projeto da malha LC é possível incorporar alguns elementos parasíticos [3].

c) **Compensação dos Elementos Parasíticos do Conversor** - Por inserção no circuito do CIG de novos elementos é possível minimizar o efeito dos elementos parasíticos [2] [3] .

Neste trabalho, é apresentada uma nova técnica de compensação que consiste em acoplar em paralelo ao CIG ou a um elemento do CIG, um circuito conversor de impedância ne

gativa (CIN) para cancelar o efeito dos elementos parasíticos mais significativos.

#### 1.4 ESCOLHA DO CONVERSOR ABSOLUTAMENTE ESTÁVEL

Os conversores gerais de impedâncias quando usados na realização de filtros RC-ativos podem ser classificados em dois grupos : 1) simulação direta de indutor; 2) simulação indireta, via Transformação de BRUTON [4] . Nos dois casos, a configuração mais usada é a proposta por ANTONIOU [5] , que usa dois amplificadores operacionais.

No grupo dos CIGs de simulação direta, os trabalhos de ANTONIOU sobre modelagem e compensação de CIGs [2] , aparentemente completaram a pesquisa.

No grupo dos CIGs de simulação indireta, os trabalhos de BUI [6] estabelecem o completo estudo das 54 estruturas possíveis da configuração de Antoniou, indicando duas dentre as nove absolutamente estáveis, como mais insensíiveis ao efeito de variações do produto ganho x faixa de passagem dos amplificadores operacionais. Das duas, uma foi objeto de estudo de THIMM [3] , que apresentou uma técnica de compensação por inserção de dois resistores no circuito original do CIG.

O presente trabalho, além de estudar as duas estruturas, se diferencia do de THIMM, tanto com relação ao model

lo derivado, como pela técnica de compensação proposta. Entretanto, não foi realizado o trabalho de comparação entre essas técnicas de compensação.

As referências [7], [8], [9], [10] e [11] completam o essencial dos trabalhos empreendidos para a realização de filtros ativos utilizando CIGs.

#### 1.5 PROJETO DE FILTROS ELÉTRICOS USANDO CIG DE SIMULAÇÃO INDIRETA

É apresentado um conjunto de procedimentos que minimizam o efeito dos elementos parasíticos, através de escolha apropriada dos elementos do CIG de simulação indireta (também conhecido por supercapacitor) de modo que o circuito equivalente do supercapacitor fica reduzido a um CIG ideal e dois elementos parasíticos mais significativos.

#### 1.6 NOVA TÉCNICA DE COMPENSAÇÃO E EXEMPLO PRÁTICO

Objetivando suprimir o efeito dos elementos parasíticos mais significativos, acrescenta-se ao circuito do CIG um circuito CIN projetado para a compensação.

Um exemplo de filtro elíptico passa-baixas com frequência de corte igual a 80 kHz, utilizando amplificadores operacionais do tipo 741, é apresentado. Os resultados exper

rimentais mostram os efeitos dos elementos parasíticos na resposta em frequência do filtro, bem como evidencia a eficácia do método de compensação proposto.

### 1.7 METODOLOGIA

Na modelagem do supercapacitor não ideal, utiliza-se de diagrama de fluxo de sinal como técnica de análise para determinar a sua admitância de entrada. Na síntese desta, para derivar o circuito equivalente, utilizou-se dos métodos de inspeção direta e de CAUER [13] .

A mesma abordagem foi utilizada no estudo do CIN. A técnica de compensação foi inspirada a partir dos modelos simplificados dos circuitos equivalentes do supercapacitor e do CIN.

# 2

## CONVERSOR DE IMPEDÂNCIA GENERALIZADO (CIG)

### 2.1 INTRODUÇÃO

Apresenta-se, inicialmente, uma introdução ao estudo das estruturas possíveis do CIG a um e a dois amplificadores operacionais. As estruturas a um amplificador operacional denominam-se conversores de impedância negativa (CINs). As estruturas a dois amplificadores operacionais denominam-se conversores de impedância positiva (CIPs) [6] .

Em seguida, dá-se o indicativo do estudo da estabilidade das cinquenta e quatro estruturas possíveis de CIPs, realizado por BUI [6] , das quais dezoito realizam o CIG de simulação indireta (supercapacitor). Dessas, nove são absolutamente estáveis, sendo que apenas duas são insensíveis às variações do produto ganho x faixa de passagem, nos seus fatores de qualidades [6] . Essas duas estruturas absolutamente estáveis serão objeto de estudo do presente trabalho.

Este trabalho objetiva determinar os limites e pos

sibilidades do uso do supercapacitor em projetos de filtros RC-ativos. Para tal, considera-se um conjunto típico de especificações acerca dos amplificadores operacionais. A partir dessas especificações (ou imperfeições), tais como resistências de entrada e saída finitas e produto ganho x faixa de passagem finito, utiliza-se do modelo do amplificador operacional apresentado por ANTONIOU [2] para modelar o supercapacitor em estudo.

Determina-se, através da técnica de diagrama de fluxo de sinal, a admitância de entrada do supercapacitor não ideal. Segue-se a síntese dessa admitância, pelo método de Cauer, determinando-se assim, o circuito equivalente do supercapacitor não ideal.

A presença de outros elementos neste circuito, além do supercapacitor desejado, é interpretado como sendo o efeito das imperfeições dos elementos ativos e, portanto, considerados elementos parasíticos. Segue-se a análise desse circuito, objetivando minimizar o efeito desses elementos parasíticos, resultando em orientações precisas para o projeto de filtros RC-ativos pelo método indireto.

O método indireto consiste em projetar-se, a partir das especificações desejadas, um filtro passivo pelo método clássico [12]. Em seguida, por transformação de BRUTON [4] do circuito passivo, obtém-se um circuito equivalente contendo resistências, capacitâncias e supercapacitâncias.



Finalmente, o filtro RC-ativo é obtido através da implementação prática das supercapacitâncias por conversores de impedâncias.

A transformação de BRUTON [4] consiste em escalar as admitâncias dos elementos do filtro passivo RCL pela variável complexa  $s$ . Por esse meio, indutâncias são transformadas em resistências, resistências são transformadas em capacitâncias e capacitâncias são transformadas em supercapacitâncias com admitâncias da forma:

$$Y = s^2 D \tag{2.1}$$

não havendo nenhuma alteração nas funções de transferências de tensão e corrente.

## 2.2 ESTRUTURAS DE CONVERSORES DE IMPEDÂNCIAS GENERALIZADOS

### 2.2.1 Definições

Um conversor de impedância generalizado é entendido neste trabalho como um quadripolo em que a tensão,  $V_2$ , e a corrente,  $I_2$ , de saída estão relacionadas com a tensão,  $V_1$ , e corrente,  $I_1$ , de entrada pela seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

onde  $k$  é o fator de conversão ( $k \neq 0$ ).

Quando  $k < 0$ , o conversor é chamado Conversor de Impedância Negativa (CIN).

Quando  $k > 0$ , o conversor é chamado Conversor de Impedância Positiva (CIP).

### 2.2.2 Conversor de Impedância Negativa Utilizando Um Amplificador Operacional

O conversor de impedância Negativa mais elementar utilizando um amplificador operacional é mostrado na figura 2.1 [6], para o qual

$$k = K_{CIN} = - \frac{Y_2}{Y_1} \quad 2.3$$

Portanto, a admitância de entrada,  $Y_{CIN}$ , é expressa por:

$$Y_{CIN} = - (Y_1/Y_2) \cdot Y_L = \frac{Y_L}{K_{CIN}} \quad 2.4$$

Os elementos que se podem realizar com tipos dife<sup>re</sup>ntes de carga e conversor (nove estruturas variantes de configuração básica) são mostrados na Tabela 2.1.

### 2.2.3 Conversor de Impedância Positiva Utilizando Dois Amplificadores Operacionais

Para realizar elementos positivos, basta colocar em cascata dois conversores de impedância negativa elementares (figura 2.2). Para esta configuração, devida a ANTONIOU

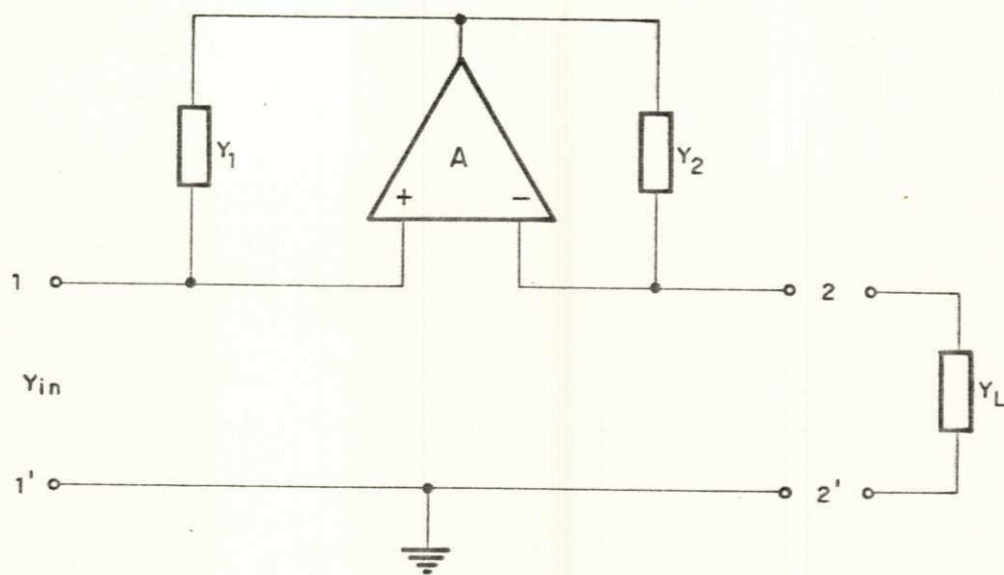


Fig. 2.1 - Conversor de impedância negativa.


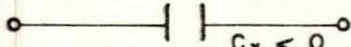
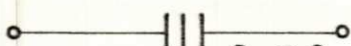
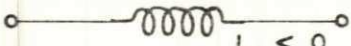

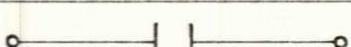
$Y_1$	$Y_2$	$Y_L$	$Y_{in}$	SÍMBOLO
$G_1$	$sC_2$	$sC_L$	$-\frac{G_1 C_L}{C_2}$	
$G_1$	$G_2$	$sC_L$	$-\frac{sG_1 C_L}{G_2}$	
$sC_1$	$G_2$	$sC_L$	$-\frac{s^2 C_1 C_L}{G_2}$	
$G_1$	$sC_2$	$G_L$	$-\frac{G_1 G_L}{sC_2}$	
$G_1$	$G_2$	$G_L$	$-\frac{G_1 G_L}{G_2}$	
$sC_1$	$G_2$	$G_L$	$-\frac{sC_1 G_L}{G_2}$	

Tabela 2.1 - Conversor de impedância negativa com diferentes cargas  $Y_L$

[5] , tem-se:

$$k = K_{CIP} = \frac{Y_2 Y_4}{Y_1 Y_3} \quad 2.5$$

Neste caso, a admitância de entrada,  $Y_{CIP}$ , é dada por:

$$Y_{CIP} = (Y_1 Y_3 / Y_2 Y_4) \cdot Y_L = \frac{Y_L}{K_{CIP}} \quad 2.6$$

Estão relacionados na Tabela 2.2 os elementos que se podem realizar com diferentes tipos de carga e conversor.

Há seis possibilidades de se colocar em cascata dois CINS para se obter um CIP, dependendo das conexões das entradas dos amplificadores operacionais. A mais evidente é mostrada na figura 2.2 [6]. Os elementos que podem ser realizados com diferentes tipos de componentes do CIP obtido estão relacionados na Tabela 2.2. Desse modo, resultam cinquenta e quatro estruturas possíveis para a realização de um CIP. Dentre essas estruturas, dezoito permitem realizar supercapacitâncias, sendo que apenas nove delas são absolutamente estáveis [6]. Pode-se demonstrar [6] que, das estruturas absolutamente estáveis, duas particularmente (figura 2.3a, b) são menos sensíveis à variação do produto ganho x faixa de passagem do amplificador operacional com relação à temperatura.

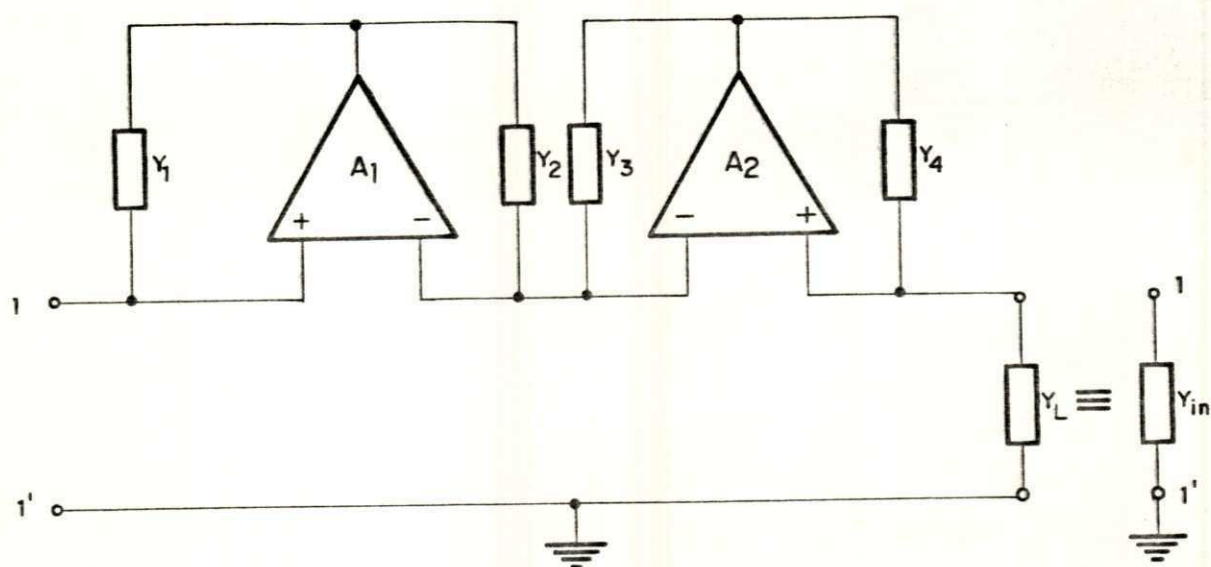


Fig. 2.2 - Princípio de realização do conversor de impedância positiva (Configuração de Antoniou).

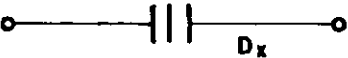
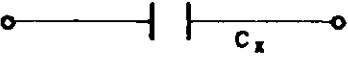
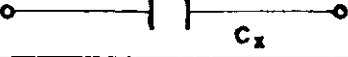


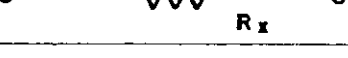
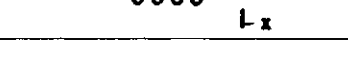
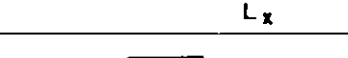

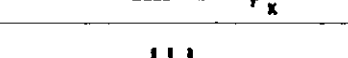

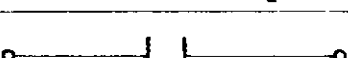
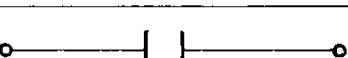



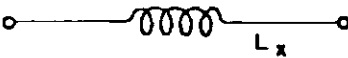

Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>L</sub>	Y <sub>in</sub>	SÍMBOLO
sC <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	sC <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$s^2 \frac{C_1 C_3 G_L}{G_2 G_4}$	 D <sub>x</sub>
sC <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$s \frac{C_1 G_3 G_L}{G_2 G_4}$	 C <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	sC <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$s \frac{G_1 C_3 G_L}{G_2 G_4}$	 C <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$\frac{G_1 G_3 G_L}{G_2 G_4}$	 R <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	sC <sub>2</sub>	sC <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$\frac{G_1 C_3 G_L}{C_2 G_4}$	 R <sub>x</sub>
sC <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$\frac{C_1 G_3 G_L}{G_2 C_4}$	 R <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	sC <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$\frac{G_1 G_3 G_L}{s C_2 G_4}$	 L <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	sC <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$\frac{G_1 G_3 G_L}{s G_2 C_4}$	 L <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	sC <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	sC <sub>4</sub>	G <sub>L</sub>	$\frac{G_1 G_3 G_L}{s^2 C_2 C_4}$	 E <sub>x</sub>
sC <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	sC <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$s^3 \frac{C_1 C_3 C_L}{G_2 G_4}$	 F <sub>x</sub>
sC <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$s^2 \frac{C_1 G_3 C_L}{G_2 G_4}$	 D <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	sC <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$s^2 \frac{G_1 C_3 C_L}{G_2 G_4}$	 D <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$s \frac{G_1 G_3 C_L}{G_2 G_4}$	 C <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	sC <sub>2</sub>	sC <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$s \frac{G_1 C_3 C_L}{C_2 G_4}$	 C <sub>x</sub>
sC <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	sC <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$s \frac{C_1 G_3 C_L}{G_2 C_4}$	 C <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	sC <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$\frac{G_1 G_3 C_L}{C_2 G_4}$	 R <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	sC <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$\frac{G_1 G_3 C_L}{G_2 C_4}$	 R <sub>x</sub>
G <sub>1</sub>	sC <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	sC <sub>4</sub>	sC <sub>L</sub>	$\frac{G_1 G_3 C_L}{s C_2 C_4}$	 L <sub>x</sub>

Tabela 2.2 - Conversor de impedância positiva com diferentes cargas Y<sub>L</sub>

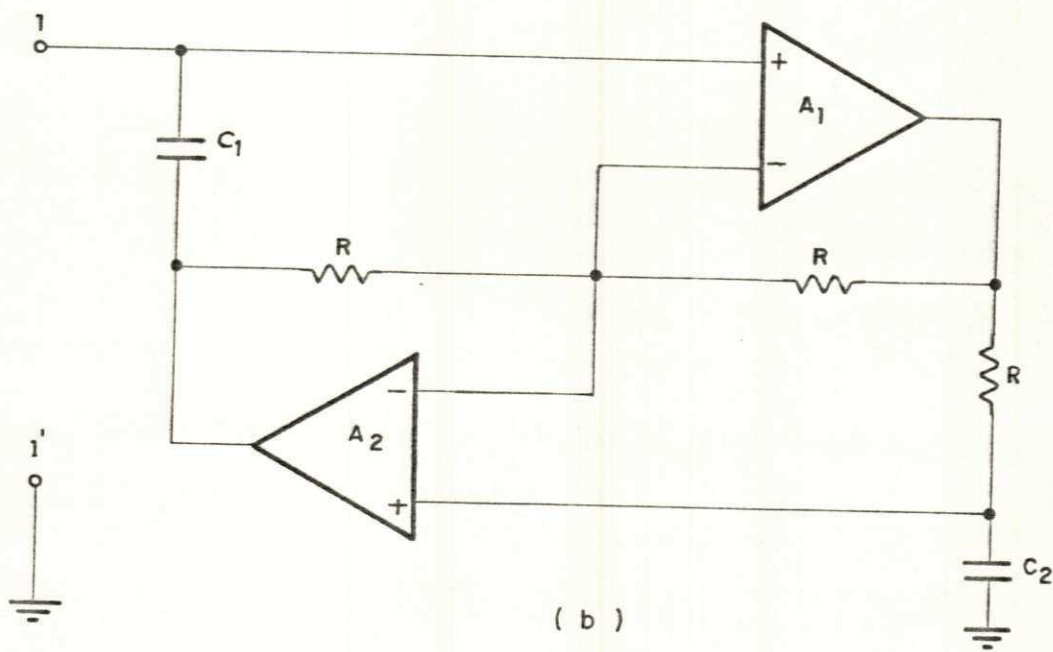
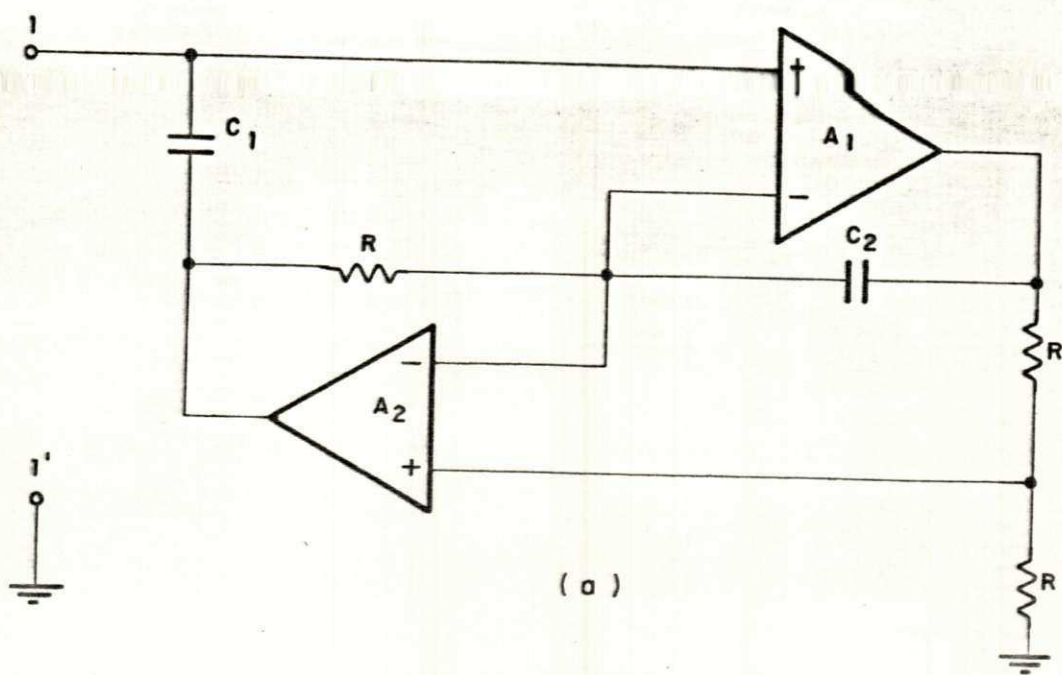


Fig. 2.3 (a)-Estrutura absolutamente estável do circuito supercapacitor - Primeira alternativa

(b)-Estrutura absolutamente estável do circuito supercapacitor - Segunda alternativa.



## 2.3 MODELANDO O CIRCUITO DO SUPERCAPACITOR

### 2.3.1 Modelo da Primeira Alternativa

Inicialmente, será modelada a estrutura mostrada na figura 2.3a. Para tanto, adota-se como modelo do amplificador operacional não ideal o circuito mostrado na figura 2.4, onde :

$A_O$  = ganho em tensão de malha aberta para DC

$\omega_O$  = frequência de corte do amplificador operacional

$R_P$  = resistência de modo comum do terminal de entrada positivo

$R_N$  = resistência de modo comum do terminal de entrada negativo

$R_I$  = resistência de entrada diferencial

$R_O$  = resistência de saída

Para tal modelo, o ganho em tensão de malha aberta,  $A$ , é dado por:

$$A = \frac{\omega_O A_O}{\omega_O + s} \quad 2.7$$

o qual pode ser aproximado por :

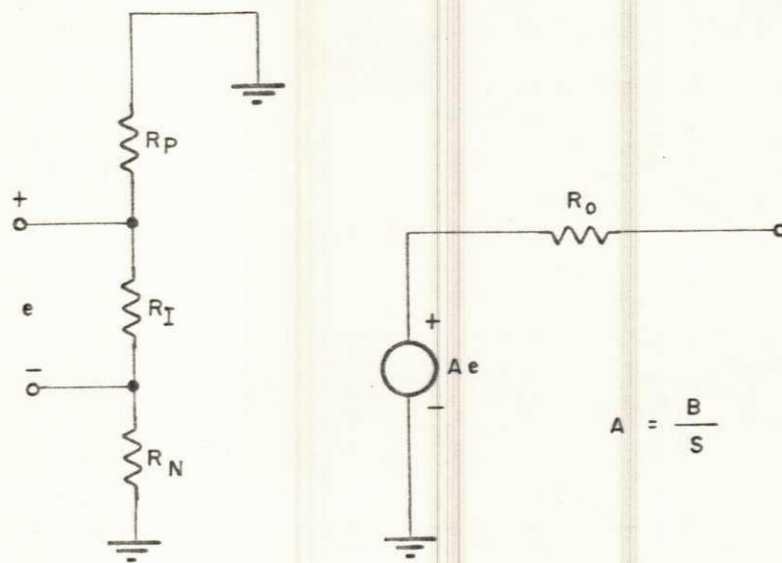


Fig. 2.4 - Modelo do amplificador operacional não ideal.

$$A = \frac{B}{s} \quad 2.8$$

para frequências superiores a  $\omega_0$ , isto é :

$$|s| = \omega \gg \omega_0 \quad 2.9$$

onde

$$B = A \omega_0 \quad 2.10$$

o qual se denomina "produto ganho x faixa de passagem".

### 2.3.1.1 Hipótese de Trabalho

Das especificações dos amplificadores operacionais disponíveis no comércio especializado, verifica-se que são normalmente válidas as seguintes condições :

$$R_p \gg R_I \gg R_O \quad 2.11-a$$

$$R_N \gg R_I \gg R_O \quad 2.11-b$$

Consideram-se, ainda, três hipóteses adicionais :

- 1) a faixa de frequência de interesse é muito menor que o produto ganho x faixa de passagem do amplificador opera

cional, isto é:

$$\omega \ll B \quad 2.12$$

Daí :

$$|A| \gg 1 \quad 2.13$$

2) as resistências do circuito do supercapacitor (Figuras 2.3a, b) são iguais e de valor R, de modo a se ter :

$$R_1 \gg R > R_0 \quad 2.14$$

3) os amplificadores operacionais são idênticos; desse modo, todos os parâmetros semelhantes possuem valores idênticos. Assim, por exemplo, tem-se :

$$A_1 = A_2 \quad 2.15$$

As três hipóteses são plenamente aceitáveis, visto que a primeira é realizável na escolha da frequência de corte do filtro; a segunda é verificada nos projetos típicos; a terceira é fatível usando-se amplificadores operacionais de um mesmo circuito integrado.

#### 2.3.1.2 Admitância de Entrada do Circuito Supercapacitor

Aplicando-se o modelo do amplificador operacional não ideal à estrutura do supercapacitor (figura 2.3a), ob

têm-se o circuito do supercapacitor mostrado na figura 2.5.

Da análise de malha do circuito do supercapacitor feita pela técnica de diagrama de fluxos (Apêndice A), obtem-se a admitância de entrada do circuito, dada por :

$$Y_{in} = \frac{(A/RR_I) + 2(sC_1A/R_I) + 2(sC_2/R_P) + s^2C_1C_2A}{(A/R) + sC_1R_O [(1/R_I) + (2/AR)] + 2sC_2 + 2s^2C_1C_2R_O} \quad 2.16$$

No caso do amplificador operacional ideal, para o qual  $R_I \rightarrow \infty$  e  $A \rightarrow \infty$ , tem-se :

$$Y_{in} = s^2C_1C_2R = s^2D_O \quad 2.17$$

onde  $D_O = C_1C_2R$  é a supercapacitância nominal.

### 2.3.1.3 Síntese da Admitância $Y_{in}$

Substituindo  $A = B/s$  (equação 2.8) na equação 2.16, obtêm-se :

$$Y_{in} = \frac{(B/RR_I) + (2sC_1B/R_I) + s^2 [(2C_2/R_P) + C_1C_2B]}{(B/R) + s^2 [(C_1R_O/R_I) + 2C_2] + s^3 [(2C_1R_O/RB) + 2C_1C_2R_O]} \quad 2.18$$

A admitância dada pela equação 2.18 é da forma :

$$Y_{in} = \frac{a + sb + s^2c}{d + s^2e + s^3f} \quad 2.19$$

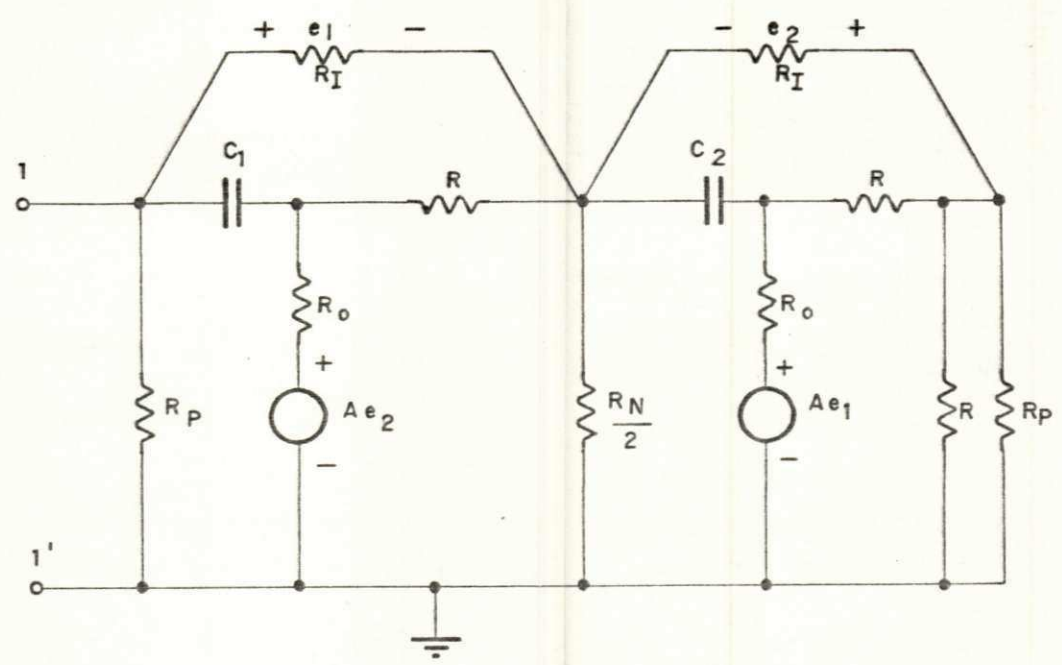


Fig. 2.5 - Circuito equivalente do supercapacitor - Primeira alternativa.

onde

$$a = B/RR_I \quad 2.20-a$$

$$b = 2C_1B/R_I \quad 2.20-b$$

$$c = (2C_2/R_P) + C_1C_2B \quad 2.20-c$$

$$d = B/R \quad 2.20-d$$

$$e = (C_1R_O/R_I) + 2C_2 \quad 2.20-e$$

$$f = (2C_1R_O/RB) + 2C_1C_2R_O \quad 2.20-f$$

A admitância  $Y_{in}$  é sintetizada usando-se do seguinte método :

Sejam

$$Y_{in} = 1/Z_{in} \quad 2.21-a$$

e

$$Z_{in} = Z_1 + Z_2 \quad 2.21-b$$

onde :

$$Z_1 = \frac{d}{a + sb + s^2c} \quad 2.21-c$$

$$Z_2 = \frac{s^2e + s^3f}{a + sb + s^2c} \quad 2.21-d$$

A síntese de  $Z_1$ , por inspeção, é imediata. Vê-se que :

$$Z_1 = \frac{1}{\frac{a}{d} + \frac{sb}{d} + \frac{s^2c}{d}} \quad 2.22$$

Logo,

$$Z_1 = \frac{1}{G_{p1} + sC_{p1} + s^2D_1} \quad 2.23$$

onde :

$$G_{p1} = a/d \quad 2.24-a$$

$$C_{p1} = b/d \quad 2.24-b$$

$$D_1 = c/d \quad 2.24-c$$

Substituindo-se as expressões dos parâmetros  $a, b, c, d$  nas equações 2.24, obtêm-se :

$$G_{p1} = 1/R_I \quad 2.25-a$$

$$C_{p1} = 2C_1R/R_I \quad 2.25-b$$

$$D_1 = D_o + D_{p1} \quad 2.25-c$$

onde :



$$D_{p1} = 2C_2R/BR_p \quad 2.26-a$$

$$D_o = RC_1C_2 \quad 2.26-b$$

Na síntese da primeira parcela da impedância de entrada obtêm-se o elemento desejado ( $s^2D_o$ ) e os elementos parasíticos ( $G_{p1}$ ,  $C_{p1}$ , e  $D_{p1}$ ) decorrentes das imperfeições dos amplificadores operacionais, conforme ilustra a figura 2.6.

A síntese de  $Z_2$  é obtida pelo método de CAUER [13].

De fato :

I) Sendo

$$Z_2 = \frac{es^2 + fs^3}{a + sb + s^2c}$$

tem-se :

$$Z_2 = sL_{p2} + Z_2 \quad 2.27$$

onde

$$L_{p2} = \frac{Z_2(s)}{s} \Big|_{s=\infty} \quad 2.28$$

Então,

$$L_{p2} = f/c \quad 2.29$$

II) Sendo

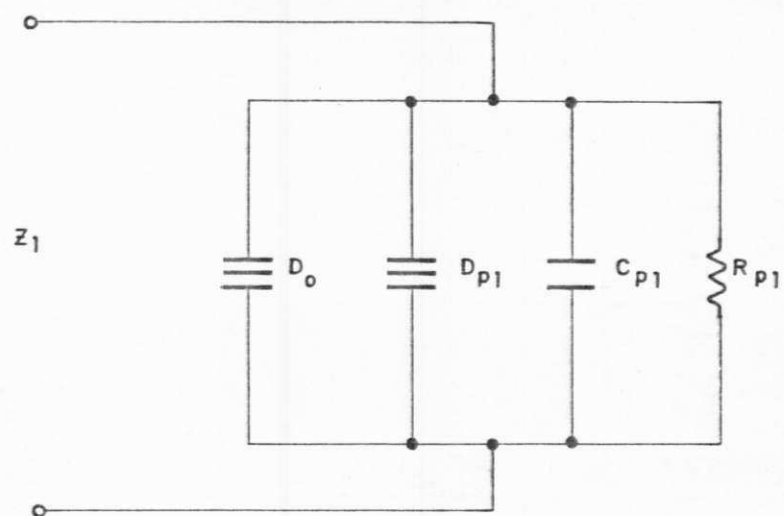


Fig. 2.6 - Síntese da primeira parcela da impedância de entrada :  $Z_1$

$$z'_2 = z_2 - sL_{p2} \quad 2.30$$

tem-se :

$$z'_2 = R_{p2} + z_3 \quad 2.31$$

onde

$$R_{p2} = z'_2(s) \Big|_{s = \infty} \quad 2.32$$

Então ,

$$R_{p2} = \frac{ec - fb}{c^2} \quad 2.33$$

III) Sendo

$$z_3 = z'_2 - R_{p2} \quad 2.34$$

tem-se

$$Y_3 = \frac{1}{z_3} = sC_{p3} + Y'_3 \quad 2.35$$

onde

$$C_{p3} = \frac{Y_3(s)}{s} \Big|_{s = \infty} \quad 2.36$$

Então,

$$C_{p3} = \frac{-c^3}{fac + bec - fb^2} \quad 2.37$$

IV) Sendo

$$Y_3' = Y_3 - sC_{p3} \quad 2.38$$

tem-se :

$$Y_3'(s) = G_{p3} + Y_4 \quad 2.39$$

onde

$$G_{p3} = Y_3'(s) \Big|_{s = \infty} \quad 2.40$$

Então ,

$$G_{p3} = \frac{c^2(b^3f + ac^2e - b^2ce - 2abcf)}{(fac + bec - fb^2)^2} \quad 2.41$$

V) Sendo

$$Y_4 = Y_3' - G_{p3} \quad 2.42$$

e

$$K = a - \frac{a(b^3f + ac^2e - b^2ce - 2abcf)(ec - fb)}{(fac + bec - fb^2)^2} \quad 2.43$$

então :

$$Y_4 = \frac{1}{- \left( \frac{fac + bec - fb^2}{Kc^2} \right) s - a(ec - fb)/Kc^2} \quad 2.44$$

A equação 2.44 mostra que  $Y_4$  é do tipo :

$$Y_4 = \frac{1}{sL_{p4} + R_{p4}} \quad 2.45$$

onde :

$$L_{p4} = \frac{-(fac + bec - fb^2)}{Kc^2} \quad 2.46$$

$$R_{p4} = - \frac{(ec - fb)a}{Kc^2} \quad 2.47$$

Assim,  $Z_2$  é sintetizado por :

$$Z_2 = sL_{p2} + R_{p2} + \frac{1}{sC_{p3} + G_{p3} + \frac{1}{sL_{p4} + R_{p4}}} \quad 2.48$$

A figura 2.7 ilustra a síntese de  $Z_2$ .

Os elementos parasíticos  $L_{p2}$ ,  $R_{p2}$ ,  $C_{p3}$ ,  $G_{p3}$ ,  $R_{p4}$  e  $L_{p4}$  podem ser reescritos em termos dos parâmetros do super capacitor substituindo-se os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  pelas expressões dadas pelas equações 2.20. (Vide Apêndice B).

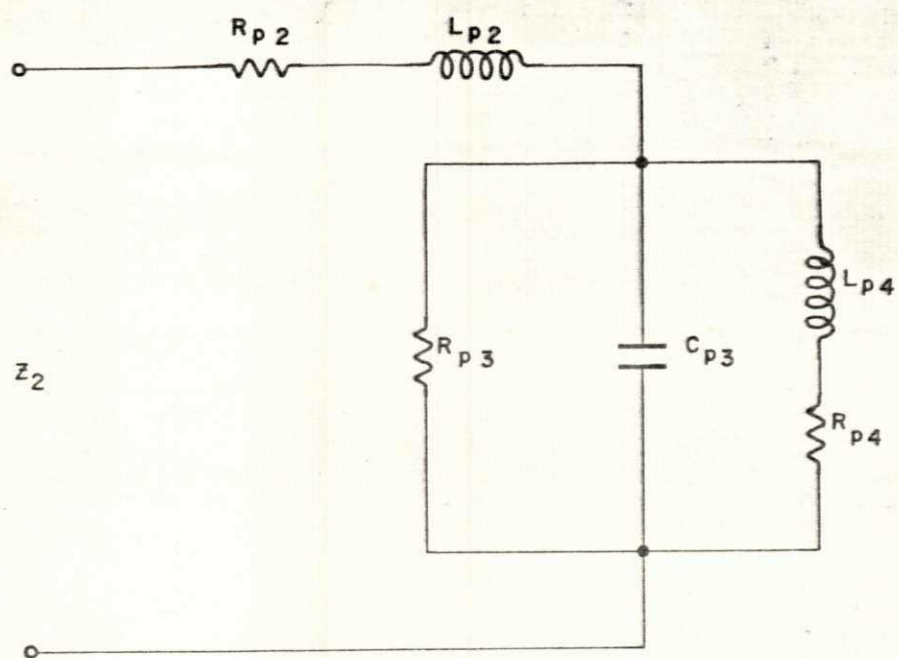


Fig. 2.7 - Síntese da segunda parcela da impedância de entrada:  $Z_2$

### 2.3.1.4 Modelo Simplificado

A síntese da impedância de entrada do supercapacitor não ideal implica no circuito equivalente mostrado na figura 2.8. Entretanto, as expressões dos elementos parasíticos são bastante complexas, tornando a análise muito difícil. De modo que se recolará o estudo da influência dos elementos parasíticos sob outro plano. Isto é, a questão é saber em que condições o módulo da segunda parcela,  $Z_2$ , pode ser considerado desprezível, comparado com o módulo da primeira parcela,  $Z_1$ . Em termos matemáticos: "Quais as condições necessárias e suficientes para que

$$|Z_2| \ll |Z_1| \quad ?" \quad 2.49$$

A expressão 2.49 é equivalente a

$$\frac{|s^2 (e + sf)|}{|a + bs + cs^2|} \ll \frac{|d|}{|a + bs + cs^2|} \quad 2.50-a$$

ou

$$|s^2 (e + sf)| \ll |d| \quad 2.50-b$$

Substituindo-se  $s = j\omega$  em 2.50-b, tem-se:

$$\omega^2 \sqrt{e^2 + \omega^2 f^2} \ll d \quad 2.51$$

Substituindo-se as expressões dos parâmetros  $e$ ,  $f$ ,

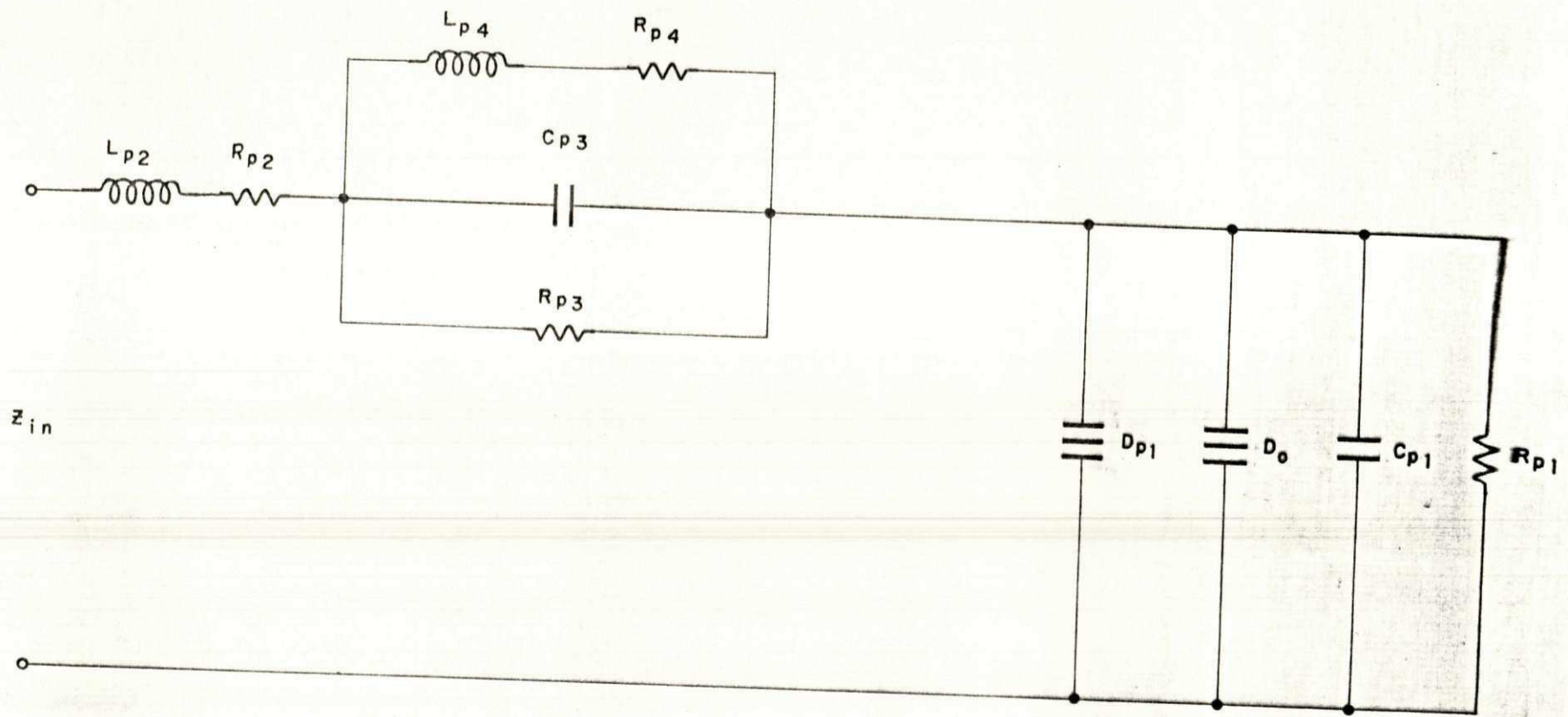


Fig. 2.8 - Circuito equivalente do supercapacitor não ideal.



d na expressão 2.51, tem-se

$$(C_1 R_O / R_I + 2C_2) \Big\} + \omega \Big\} (2C_1 R_O / R_B + 2C_1 C_2 R_O) \Big\} \ll B^2 / R^2 \omega^4 \quad 2.52$$

que, desenvolvendo-se os quadrados e reescrevendo convenientemente os termos, resulta em :

$$\begin{aligned} & ((C_1 R_O \omega)^2 (R/R_I)^2 + 4(C_1 R_O \omega) (C_2 R \omega) R/R_I + 4(C_2 R \omega)^2 + \quad 2.53 \\ & + 4(C_1 R_O \omega)^2 (\omega/B)^2 + 8(C_1 R_O \omega) \omega/B + 4(C_1 R_O \omega)^2 (C_2 R \omega)^2) \ll (B/\omega)^2 \end{aligned}$$

A inequação 2.53 se verifica para valores de  $C_1, C_2, R$  e  $\omega$  tais que :

$$2C_1 R_O \omega \leq 1 \quad 2.54-a$$

$$2C_2 R \omega \leq 1 \quad 2.54-b$$

$$\omega \leq B/5 \quad 2.54-c$$

Das inequações 2.54-a e 2.54-b deriva-se a seguinte :

$$R C_1 C_2 \leq 1 / (R_O \omega^2 4) \quad 2.55-a$$

ou seja

$$\omega \leq \frac{1}{2 \sqrt{R_O D_O}} \quad 2.55-b$$

A validade de 2.53 será para frequências  $\omega$  satisfazendo a 2.54-c ou a 2.55-b, prevalecendo o menor valor.

No caso limite,  $\omega = \omega_{\max}$  (onde  $\omega_{\max} = \frac{B}{5}$  ou

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2 \sqrt{R_o D_o}}), \text{ deve-se ter :}$$

$$2C_1 R_o \omega_{\max} \leq 1 \quad 2.56-a$$

$$2C_2 R \omega_{\max} \leq 1 \quad 2.56-b$$

Outra simplificação possível, derivada da inequação 2.56-a, é desprezar a supercapacitância parasítica. De fato, das equações 2.26 :

$$(D_{p1}/D_o) = 2/C_1 R_p B \quad 2.57-a$$

Adotando-se, por exemplo,

$$C_1 = \frac{1}{10 R_o \omega_{\max}} \quad 2.57-b$$

o que satisfaz à inequação 2.56-a, tem-se :

$$(D_{p1}/D_o) = 4 \frac{R_o}{R_p} \ll 1 \quad 2.58$$

Os valores de  $C_2$  e  $R$  devem ser escolhidos tais que se verifique a inequação 2.54-b.

Finalmente, o circuito equivalente do supercapacitor se reduz ao mostrado na figura 2.9 ( supercapacitância nominal,  $D_o$ , e dois elementos parasíticos,  $R_{p1}$  e  $C_{p1}$  ).

### 2.3.2 Modelo da segunda alternativa

O estudo da segunda alternativa, figura 2.3b, é realizado utilizando-se a metodologia aplicada ao estudo da primeira alternativa. Aqui, apresentam-se os passos e resultados principais deste estudo.

O modelo do amplificador operacional, com ganho dado pela equação 2.8, é mostrado na figura 2.4.

As hipóteses de trabalho são as estabelecidas na seção 2.3.1, pelas equações 2.11 a 2.15 .

Pela substituição do modelo do amplificador operacional não ideal na estrutura do supercapacitor ( figura 2.3b), obtém-se o circuito supercapacitor mostrado na figura 2.10.

#### 2.3.2.1 Admitância de Entrada do Circuito Supercapacitor

Da análise de malha do circuito do supercapacitor feito pela técnica de diagrama de fluxos (Apêndice C), ob

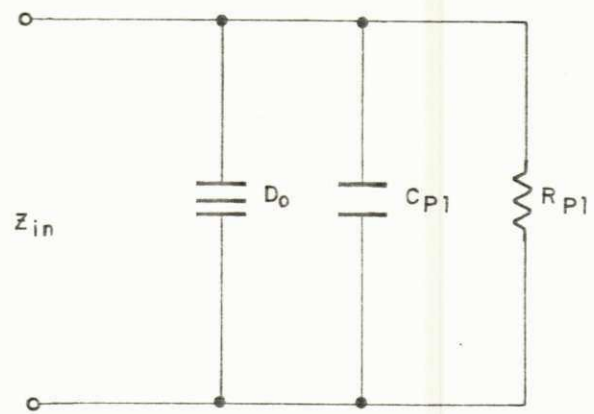


Fig. 2.9 - Modelo Simplificado do Supercapacitor.

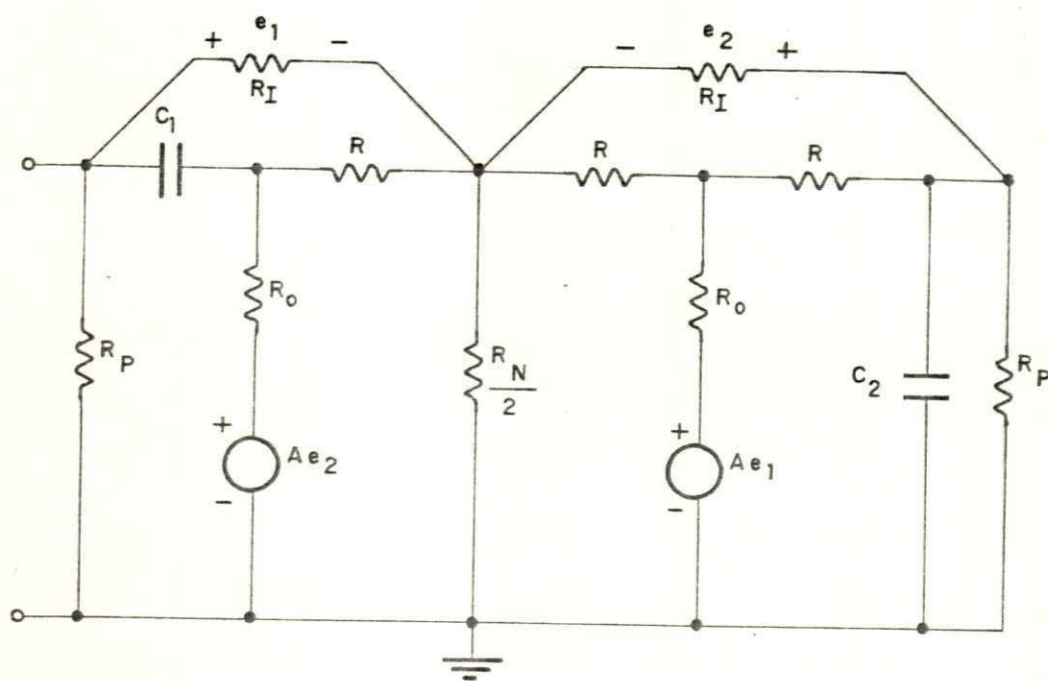


Fig. 2.10 - Circuito do supercapacitor - Segunda alternativa.

têm-se a admitância de entrada  $Y'_{in}$  do circuito, dada por :

$$Y'_{in} = \frac{A + sC_1RA + sC_2R + s^2C_1C_2RR_I A}{R_I A + 3sC_1R_O R + 2sC_2RR_I + s^2C_1C_2R_O RR_I} \quad 2.59$$

No caso do amplificador operacional ideal, para o qual  $R_I \rightarrow \infty$  e  $A \rightarrow \infty$ , tem-se :

$$Y'_{in} = s^2C_1C_2R = s^2D_O \quad 2.60$$

onde  $D_O = C_1C_2R$  é supercapacitância nominal.

### 2.3.2.2 Síntese da Admitância $Y'_{in}$

Substituindo  $A = B/s$  (equação 2.8), na equação 2.59, obtêm-se :

$$Y'_{in} = \frac{(B/RR_I) + (2sC_1B/R_I) + s^2[(C_2/R_I) + C_1C_2B]}{(B/R) + s^2[(3C_1R_O/R_I) + 2C_2] + s^3C_1C_2R_O} \quad 2.61$$

A admitância dada pela equação 2.61 é da forma :

$$Y'_{in} = \frac{a' + sb' + s^2c'}{d' + s^2e' + s^3f'} \quad 2.62$$

onde

$$a' = B/RR_I \quad 2.63-a$$

$$b' = 2C_1 B / R_I \quad 2.63-b$$

$$c' = (C_2 / R_I) + C_1 C_2 B \quad 2.63-c$$

$$d' = B / R \quad 2.63-d$$

$$e' = (3C_1 R_O / R_I) + 2C_2 \quad 2.63-e$$

$$f' = C_1 C_2 R_O \quad 2.63-f$$

A admitância  $Y'_{in}$  é sintetizada usando-se o método apresentado na seção 2.3.1.3, ou seja :

$$Y'_{in} = \frac{1}{Z'_1 + Z'_2}$$

onde :

$$Z'_1 = \frac{1}{(a'/d') + (b'/d')s + (c'/d')s^2} = \frac{1}{G'_{p1} + C'_{p1}s + s^2 D'_1}$$

$$Z'_2 = \frac{e's^2 + f's^3}{a' + b's + c's^2}$$

A síntese de  $Z'_1$ , por inspeção, é imediata. As expressões dos elementos são as seguintes :

$$G'_{p1} = \frac{1}{R'_{p1}} = \frac{1}{R_I} \quad 2.64-a$$

$$C'_{p1} = 2C_1R/R_I \quad 2.64-b$$

$$D'_1 = D'_0 + D'_{p1} \quad 2.65-c$$

onde

$$D'_{p1} = 2C_2R/BR_P \quad 2.65-a$$

$$D'_0 = RC_1C_2 \quad 2.65-b$$

A síntese de  $Z'_2$  é obtida pelo método de CAUER [13]. As expressões dos elementos são obtidas pela substituição das expressões dos parâmetros  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$ ,  $e'$ ,  $f'$  (equações 2.63) em equações análogas às equações 2.29, 2.33, 2.37, 2.41, 2.43 e 2.46 (Vide Apêndice E).

Os circuitos equivalentes de  $Z'_1$  e  $Z'_2$  são inteiramente análogos aos circuitos das figuras 2.6 e 2.7.

### 2.3.2.3 Modelo Simplificado

A síntese da admitância de entrada do supercapacitor não ideal ( $Y'_{in}$ ) leva a um circuito equivalente análogo ao de  $Y_{in}$  (figura 2.8). As considerações feitas na seção 2.3.1.4 acerca da complexidade das expressões dos elementos desse circuito também são válidas para a segunda alternativa, aqui em estudo, de modo que as condições de simplifica



ção são também procuradas neste caso.

Repetindo o procedimento estabelecido nas equações 2.49 e 2.51 e, em seguida, substituindo-se as expressões dos parâmetros  $e'$ ,  $f'$  e  $d'$ , (equações 2.63-e, f, d) na expressão 2.51, tem-se :

$$9(C_1 R_O \omega)^2 (R/R_I)^2 + 4(C_2 R \omega)^2 + (12C_1 C_2 R_O \omega^2 R^2 / R_I) + (C_1 R_O \omega)^2 (C_2 R \omega)^2 \ll (B/\omega)^2. \quad 2.66$$

A inequação 2.66 se verifica para valores de  $\omega$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e  $R$  tais que :

$$\omega \leq B/s \quad 2.67-a$$

$$2C_1 R_O \omega \leq 1 \quad 2.67-b$$

$$2C_2 R \omega \leq 1 \quad 2.67-c$$

As inequações 2.67 são as mesmas estabelecidas no estudo do modelo simplificado da primeira alternativa de estrutura do supercapacitor (seção 2.3.1.4). Este resultado é interessante, visto que se obtêm exatamente o mesmo modelo simplificado, figura 2.9, para as duas alternativas de estruturas de supercapacitor absolutamente estáveis, já que  $R'_{p1} = R_{p1}$ ,  $C'_{p1} = C_{p1}$  e  $D'_o = D_o$ .

# 3

## COMPENSAÇÃO DE CONVERSORES DE IMPEDÂNCIA

### 3.1 INTRODUÇÃO

No capítulo anterior, deduziu-se o modelo do supercapacitor não ideal, bem como foram também apresentados os procedimentos para o projeto do supercapacitor, isto é, orientações para a escolha dos elementos passivos da estrutura do supercapacitor. A questão que se coloca, agora, é como eliminar o efeito dos elementos parasíticos mais significativos,  $G_{pl}$  e  $C_{pl}$ .

Uma solução ideal consistiria em acoplar em paralelo com o supercapacitor dois elementos negativos,  $-G_{pl}$  e  $-C_{pl}$ , o que acarretaria a compensação desejada. Tais elementos negativos poderiam ser simulados, como sugere a análise feita na Seção 2.2.2, por um CIN utilizando amplificadores operacionais ideais. Entretanto, na implementação prática do CIN deve-se levar em consideração as limitações dos amplificadores operacionais. Daí, a necessidade de estabelecer um modelo equivalente do CIN não ideal e determinar as condições de sua aplicabilidade como elemento de compensação (Vide fig. 3.1).

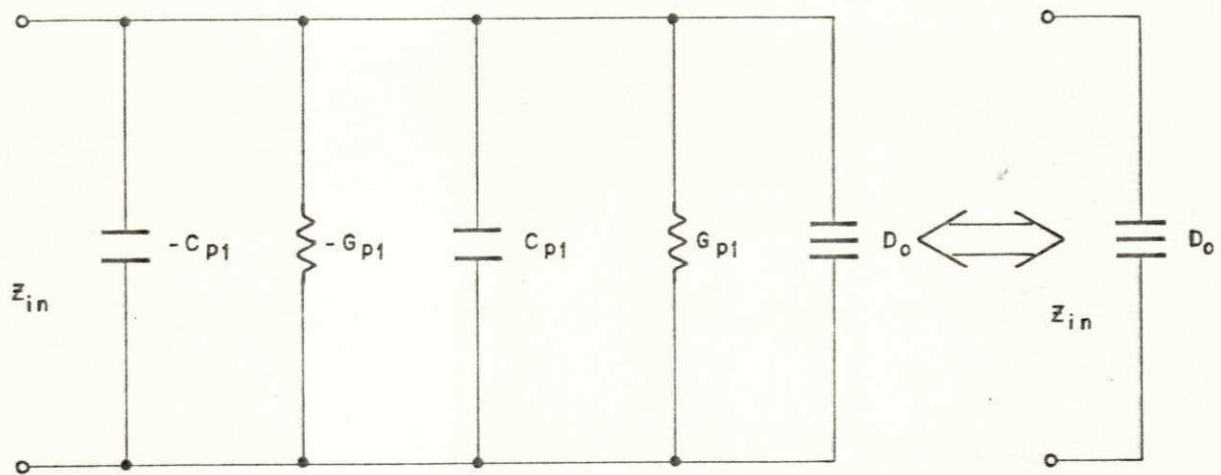


Fig. 3.1 - Modelo da técnica de compensação ideal .

### 3.2 MODELANDO O CIN NÃO IDEAL

Considere-se o CIN mostrado na figura 3.2, com uma carga genérica  $Z_L$ .

Considere-se como modelo do amplificador operacional não ideal o utilizado no capítulo anterior (figura 2.4). Aplicando-se o citado modelo à estrutura do CIN (figura 3.2), obtêm-se o circuito do CIN não ideal (figura 3.3).

#### 3.2.1 Admitância de Entrada do CIN

Da análise de malha do CIN (figura 3.3), feita pela técnica de diagrama de fluxos (Apêndice D), obtêm-se a admitância de entrada do circuito,  $Y_{in}''$ , dada por:

$$Y_{in}'' = \frac{-A + (AZ/R_I)}{(R_O + r_1) + (AZr_1/r_2)} \quad 3.1$$

onde,  $Z$  é dado por :

$$Z = \frac{Z_L \times R_N}{Z_L + R_N} \quad 3.2$$

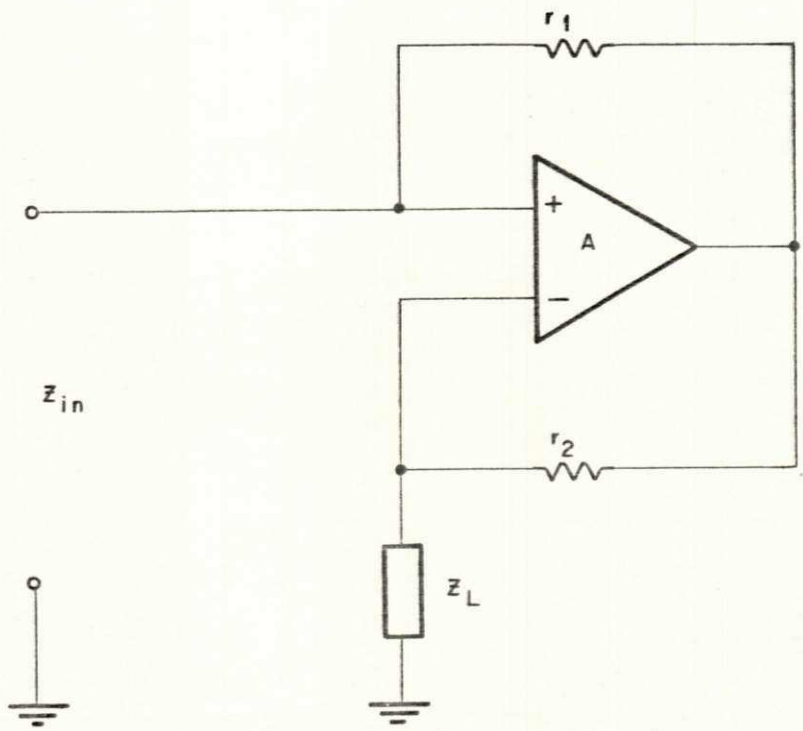


Fig. 3.2 - Circuito do conversor de impedância negativa

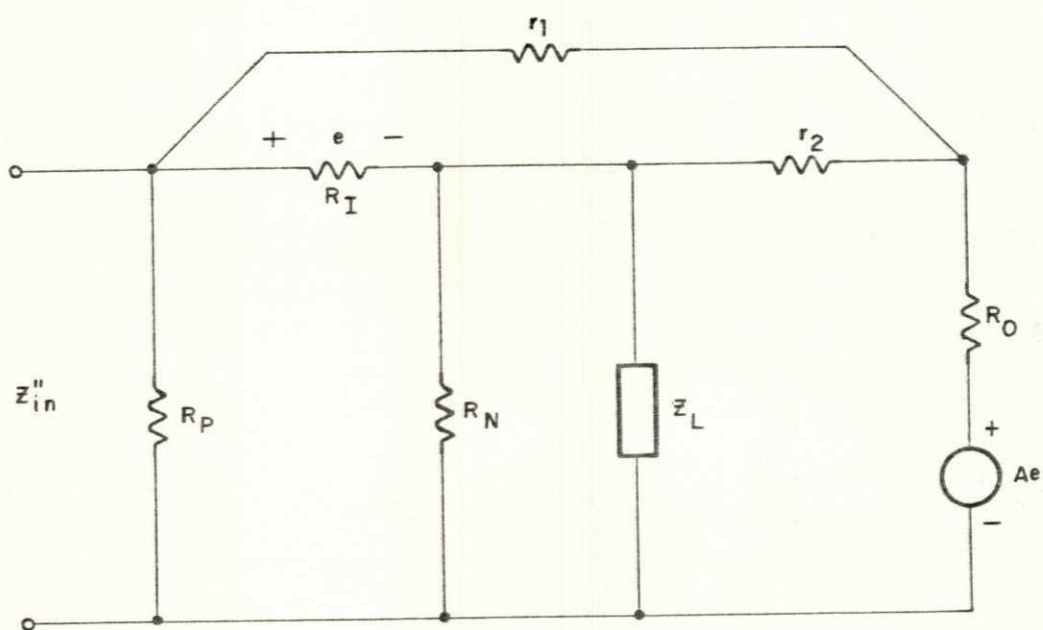


Fig. 3.3 - Circuito do CIN não ideal .

No caso do amplificador operacional ideal, para o qual  $A \rightarrow \infty$ ,  $R_I \rightarrow \infty$ ,  $R_N \rightarrow \infty$ , tem-se:

$$Z_{in}'' = -Z_L \cdot (r_1/r_2) \quad 3.3$$

### 3.2.2 Admitância de Entrada do CIN com Carga Resistiva

Seja a impedância  $Z_L$  constituída de um resistor  $R'$ . Substituindo-se  $Z_L = R'$  em 3.1, obtém-se :

$$Y_{in}'' = \frac{-A + (AR'/R_I)}{(R_O + r_1) + AR'(r_1/r_2)} \quad 3.4$$

Considerando-se que  $A = B/s$ , e substituindo-se em 3.4, tem-se :

$$Y_{in}'' = \frac{B(R'/R_I) - B}{(R_O + r_1)s + BR'(r_1/r_2)} \quad 3.5$$

A equação 3.5 é da forma :

$$Y_{in}'' = \frac{1}{sL_1 + R_1} \quad 3.6$$

onde :

$$L_1 = \frac{(R_O + r_1)}{B(R'/R_I) - B} \quad 3.7$$

$$R_1 = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{R'}{[(R'/R_I) - 1]} \quad 3.8$$

### 3.2.3 Admitância de Entrada do CIN com Carga Capacitiva

Seja a impedância  $Z_L$  constituída de um resistor  $R'$  em paralelo com um capacitor  $C'$ , isto é :

$$Z_L = \frac{R'}{1 + sC'R'} \quad 3.9$$

Para  $R' \ll R_N$ , tem-se : 3.10

$$Z \approx Z_L = \frac{R'}{1 + sC'R'} \quad 3.11$$

Substituindo-se 3.11 em 3.1, obtêm-se :

$$Y''_{in} = \frac{[(R'/R_I) - 1] - sR'C'}{[(R_O + r_1) \cdot (1 + sR'C')/A] + R'(r_1/r_2)} \quad 3.12$$

Substituindo-se  $A = B/s$  (equação 2.8) na equação 3.12, tem-se :

$$Y''_{in} = \frac{-sR'C'B + [(R'/R_I) - 1] B}{s^2(R_O + r_1)R'C' + (R_O + r_1)s + R'B(r_1/r_2)} \quad 3.13$$



### 3.2.4 Síntese da Admitância $Y''_{in}$

A expressão estabelecida na equação 3.13 é da forma :

$$Y''_{in} = \frac{a''s + b''}{c''s^2 + d''s + e''} \quad 3.14$$

a qual é sintetizada aqui pelo método seguinte (Cauer) :

I) Sendo

$$Z''_{in} = 1/Y''_{in} \quad 3.15$$

tem-se :

$$Z''_{in} = sL_1 + Z''_1 \quad 3.16$$

onde

$$L_1 = \left. \frac{Z''_{in}}{s} \right|_{s = \infty} \quad 3.17$$

Então,

$$L_1 = c''/a'' \quad 3.18$$

II) Sendo

$$Z''_{ln} = Z''_{in} - sL_1 \quad 3.19$$

tem-se :

$$Z''_1 = R_1 + Z''_2 \quad 3.20$$

onde

$$R_1 = Z''_1 \Big|_{s = \infty} \quad 3.21$$

Então ,

$$R_1 = \frac{a''d'' - c''b''}{a''^2} \quad 3.22$$

III) Sendo

$$Z''_2 = Z''_1 - R_1 \quad 3.23$$

tem-se :

$$Z''_2 = \frac{1}{\frac{sa''^3}{a''^2e'' + c''b''^2 - a''b''d''} + \frac{b''a''^2}{a''^2e'' + c''b''^2 - a''b''d''}} \quad 3.24$$

Por inspeção, tem-se :

$$Z''_2 = \frac{1}{sC_2 + G_2} \quad 3.25$$

onde

$$C_2 = \frac{a''^3}{a''^2 e'' + c'' b''^2 - a'' b'' d''} \quad 3.26$$

$$G_2 = \frac{b'' a''^2}{a''^2 e'' + c'' b''^2 - a'' b'' d''} \quad 3.27$$

Assim,  $Z''_{in}$  é sintetizada por :

$$Z''_{in} = sL_1 + R_1 + \frac{1}{sC_2 + G_2} \quad 3.28$$

As expressões dos parâmetros  $a''$ ,  $b''$ ,  $c''$ ,  $d''$ ,  $e''$  são obtidas pela comparação das equações 3.13 e 3.14. Assim :

$$a'' = -R' C' B \quad 3.29-a$$

$$b'' = [ (R'/R_I) - 1 ] \cdot B \quad 3.29-b$$

$$c'' = (R_O + r_1) R' C' \quad 3.29-c$$

$$d'' = (R_O + r_1) \quad 3.29-d$$

$$e'' = R' B (r_1/r_2) \quad 3.29-e$$

Substituindo-se as expressões dos parâmetros  $a''$ ,  $b''$ ,  $c''$ ,  $d''$ ,  $e''$ , nas expressões de  $R_1$ ,  $L_1$ ,  $C_2$  e  $G_2$ , têm-se :

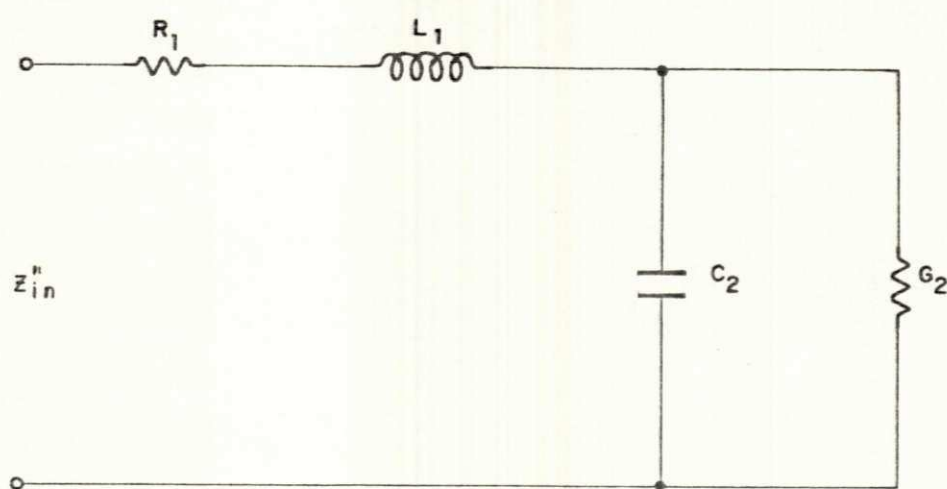


Fig. 3.4 - Circuito equivalente do CIN com carga capacitiva.

$$C_2 = -C' \frac{r_2}{r_1} \quad 3.34-c$$

$$G_2 = (-1/R') \frac{r_2}{r_1} \quad 3.34-d$$

A questão que se coloca agora é saber em que condições os elementos parasíticos podem ser considerados desprezíveis. Em termos matemáticos, sendo

$$Z_{in} = Z_1 + Z_2 \quad 3.35$$

onde

$$Z_1 = sL_1 + R_1 \quad 3.36$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + sR_2C_2} \quad 3.37$$

em que condições

$$\left| Z_1 \right| \ll \left| Z_2 \right| ? \quad 3.38$$

Nota-se que  $Z_2$  é uma impedância capacitiva, enquanto que  $Z_1$  é uma impedância indutiva, cujo módulo aumenta proporcionalmente com a frequência, assumindo um valor máximo na frequência  $\omega = B$ , isto é, no extremo da faixa de

utilização do amplificador operacional. Conseqüentemente ,  
 satisfeitas as condições para as quais  $|z_1|_{\omega=B} < |z_2|_{\omega=B}$  ,  
 pode-se afirmar que para freqüências  $\omega \ll B$ , será válida  
 a desigualdade 3.38.

Portanto, considere-se

$$|jBL_1 + R_1| < \frac{|R_2|}{|1 + jBR_2C_2|} \quad 3.39$$

Substituindo-se as expressões de  $L_1$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  e  $C_2$  (e  
 quações 3.30 a 3.33) em 3.39 e efetuando algumas operações  
 algêbricas, obtêm-se:

$$(R_o+r_1)C'B \sqrt{1 + \left(\frac{1}{R'C'B}\right)^2} < \frac{\frac{r_1}{r_2} R'C'B + \frac{R_o+r_1}{R_I} \left(\frac{R'}{R_I} - 1\right)}{\sqrt{\left(1 - \frac{R'}{R_I}\right)^2 + (R'C'B)^2}} \quad 3.40$$

Sob as condições seguintes :

$$R'C'B \gg 1 \quad 3.41$$

$$(r_1/r_2)R'C'B > 1 \quad 3.42$$

$$R'/R_I \leq 1 \quad 3.43$$

$$r_1 \ll R_I \quad 3.44$$

a inequação 3.40 se reduz a :

$$(r_2/r_1) \cdot (R_0 + r_1) C'B < 1 \quad 3.45$$

Sob as condições 3.41 a 3.44 e frequência  $\omega \ll B$ , o circuito equivalente do CIN carregado capacitivamente se reduz ao modelo simplificado na figura 3.5, onde

$$R_2 \approx - \frac{r_1 R' R_I}{r_2 (R_I - R')} \quad 3.46$$

$$C_2 \approx - \frac{r_2}{r_1} C' \quad 3.47$$

### 3.3 MODALIDADES DE COMPENSAÇÃO DO SUPERCAPACITOR

São desenvolvidas duas modalidades de compensação de supercapacitor utilizando CIN.

#### 3.3.1 Compensação por Acoplamento de CIN

Os circuitos simplificados do supercapacitor e do CIN sugerem uma técnica simples de compensação (figuras 2.9 e 3.5). A compensação consiste em acoplar em paralelo com o supercapacitor um circuito CIN carregado capacitivamente com elementos escolhidos de modo a serem válidos os circuitos equivalentes simplificados.

Para compensar o efeito dos elementos parasíticos

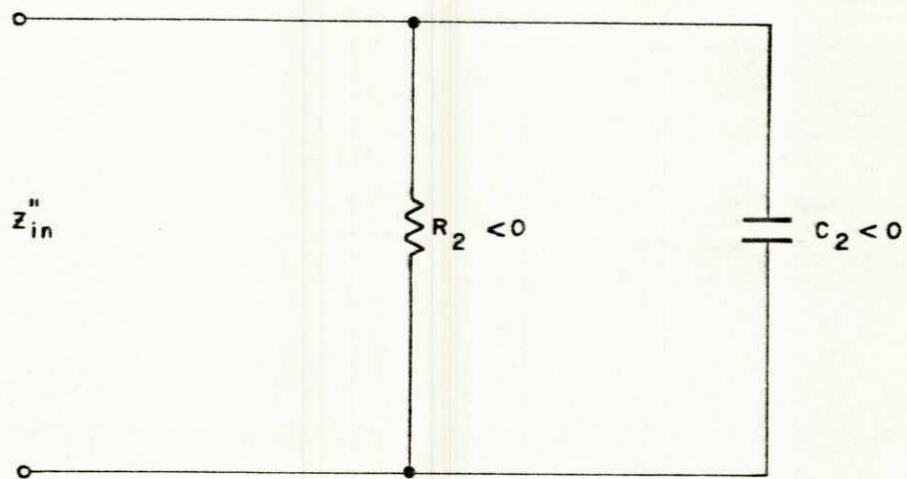


Fig. 3.5 - Modelo simplificado do CIN tendo como carga resistor em paralelo com capacitor .



mais significativos,  $R_{pl}$  e  $C_{pl}$ , acopla-se em paralelo com o supercapacitor um CIN com carga capacitiva (resistor em paralelo com capacitor), de modo que as equações seguintes se verifiquem :

$$R_2 = - R_{pl} \quad 3.48-a$$

$$C_2 = - C_{pl} \quad 3.48-b$$

Substituindo-se as expressões de  $R_2$ ,  $C_2$ ,  $R_{pl}$  e  $C_{pl}$  (equações 3.33, 3.34, 2.64-a e 2.64-b, respectivamente) ob<sub>tem</sub>-se um sistema de equações, cuja solução fornece as ex<sub>pressões</sub> das cargas do CIN. Por exemplo, considerando a se<sub>gunda</sub> alternativa de estrutura de supercapacitor absoluta<sub>mente</sub> estável (seção 2.3.2), resulta o seguinte sistema de equações :

$$\frac{\frac{r_1}{r_2} R' C' B + \left( \frac{R_0 + r_1}{R_I} \right) \left( \frac{R'}{R_I} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R'}{R_I} \right) C' B} = R_I \quad 3.49$$

$$\frac{R' C'^2 B}{\frac{r_1}{r_2} R' C' B + \left( \frac{R_0 + r_1}{R_I} \right) \cdot \left( \frac{R'}{R_I} - 1 \right)} = \frac{2C_1 R}{R_I} \quad 3.50$$

Supondo satisfeitas as condições estabelecidas pe

las inequações 3.41 a 3.45, chega-se às expressões aproximadas da carga do CIN de compensação :

$$R' = \frac{r_2}{r_1 + r_2} R_I \quad 3.51-a$$

$$C' = \frac{2r_1 R}{r_2 R_I} C_1 \quad 3.51-b$$

Finalmente, vale salientar que, de posse dos valores calculados de R' e C', se devem verificar as condições 3.41 a 3.45. Não satisfeitas tais condições, deve-se proceder à nova escolha dos elementos do supercapacitor e do CIN.

### 3.3.2 Compensação por Inserção de CIN

Modelando-se a estrutura da primeira alternativa de supercapacitor modificada pela inserção de um resistor em paralelo com o capacitor C<sub>2</sub> (figura 3.6), de modo semelhante à modelagem do supercapacitor realizada no capítulo anterior (Vide também Apêndice A), obtêm-se a seguinte admitância de entrada :

$$Y_{in} = \frac{\frac{B}{RR_I} + 2sC_1 \frac{B}{R_E} + s^2 \left( \frac{2C_2}{R_p} + C_1 C_2 B \right)}{\frac{B}{R} + 2s \frac{1}{R_a} + s^2 \left( \frac{C_1 R_o}{R_I} + 2C_2 + \frac{2C_1 R_o}{R_a} \right) + s^3 \left( 2C_1 C_2 R_o + 2 \frac{C_1 R_o}{R_B} \right)} \quad 3.52$$

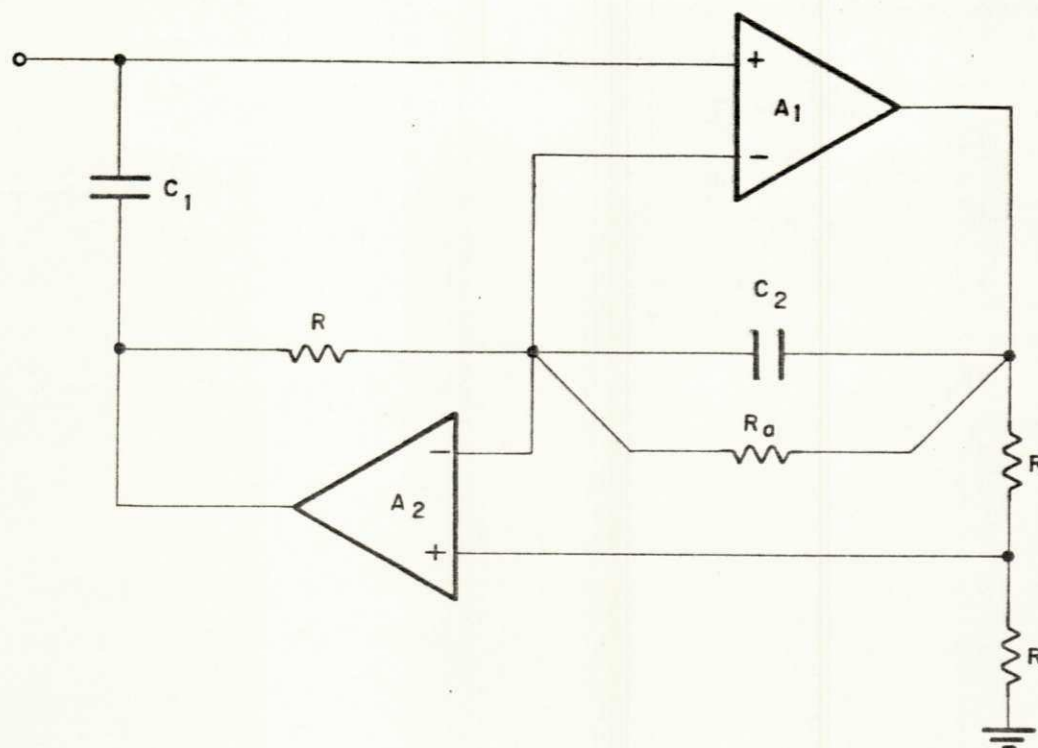


Fig. 3.6 - Compensação por inserção de CIN no supercapacitor da primeira alternativa absolutamente estável.

Por inspeção direta (Vide equação 2.24-b), obtêm-se:

$$C_{pl} = 2C_1 R / R_E \quad 3.53$$

onde

$$R_E = \frac{R_I \cdot R_a}{R_I + R_a} \quad 3.54$$

e  $R_a$  representa a resistência inserida na estrutura do su percapacitor.

Substituindo a equação 3.54 na equação 3.53, obtêm-se :

$$C_{pl} = (2C_1 R / R_I) + (2C_1 R / R_a)$$

A equação 3.55 sugere um modo bastante simples de cancelar o efeito do elemento parasítico  $C_{pl}$ . Caso  $R_a$  seja negativo e de módulo igual a  $R_I$ , a capacitância parasítica será cancelada.

O mesmo resultado é obtido quando se considera a se gunda alternativa de estrutura absolutamente estável (figura 3.7).

O resistor de resistência negativa,  $R_a$ , pode ser si mulado pelo circuito CIN estudado neste capítulo. A presen

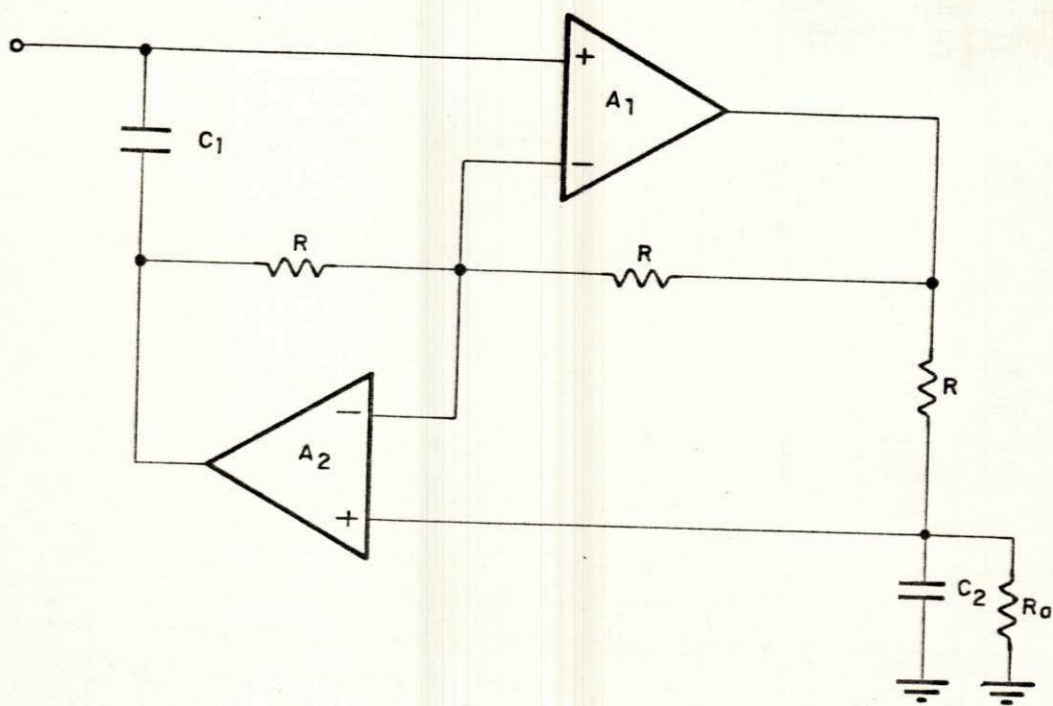


Fig. 3.7 - Compensação por inserção de CIN no supercapacitor da segunda alternativa absolutamente estável ( $R_0 < 0$ ).

ça de capacitância na carga é, teoricamente, desnecessária neste caso, mas na prática todo resistor contém uma capacitância intrínseca. A capacitância negativa simulada pelo CIN devida à capacitância intrínseca do resistor de carga será incorporada a  $C_2$ , de modo a cancelar o seu efeito. Isto é feito aumentando o valor nominal de  $C_2$  por uma quantidade igual ao módulo da capacitância simulada pelo CIN.

Para as duas estruturas de supercapacitor absolutamente estáveis, a compensação do efeito da capacitância parasítica  $C_{p1}$  é realizada pela inserção de um circuito CIN em paralelo com o capacitor  $C_2$ , circuito esse com carga resistiva de valor  $R'$  dado pela equação 3.51-a.

Na compensação da primeira alternativa, ter-se-á que simular um resistor negativo flutuante (já que não há um terminal aterrado). Isto é feito colocando-se dois CIN em série, como mostra a figura 3.8 [15]. Neste caso, a carga de cada CIN é dada pela metade do valor de  $R'$  estabelecido na equação 3.51-a, considerando os dois CIN iguais.

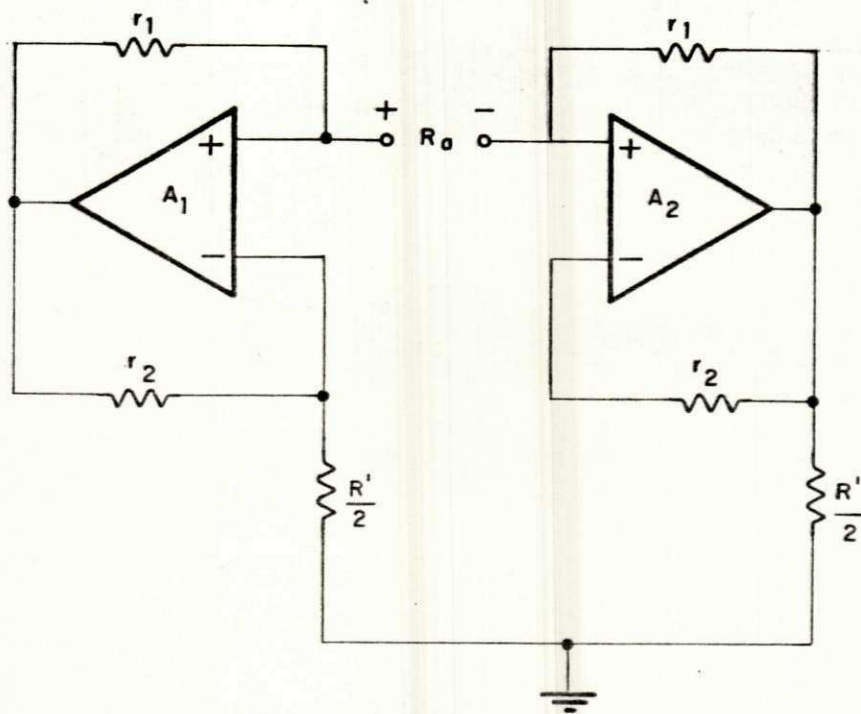


Fig. 3.8- Simulação de um resistor negativo de terminais flutuantes ( $R_0 < 0$ ).

# 4

## PROJETO DE FILTRO ATIVO-RC USANDO SUPERCAPACITOR

### 4.1 INTRODUÇÃO

Objetivando verificar a eficácia das técnicas de compensação propostas no capítulo anterior, escolheu-se projetar um filtro elíptico passa-baixas de 5<sup>a</sup> ordem, com frequência de corte igual a 80 kHz.

A partir destes requisitos foram determinadas as características mínimas necessárias dos amplificadores operacionais. De posse destes dados, foram escolhidos amplificadores operacionais do tipo 741 para a realização dos supercapacitores. Foi levantada a resposta em frequência do filtro, sendo observadas as distorções provocadas pela influência dos elementos parasíticos.

Finalmente, foi feito o projeto do circuito de compensação, o qual foi introduzido no circuito do filtro ativo RC anteriormente estudado. Feito o levantamento da resposta em frequência do filtro compensado, verificou-se uma melhora substancial no desempenho do filtro.



#### 4.2 ESPECIFICAÇÕES DO FILTRO PASSA-BAIXAS

A figura 4.1 mostra a característica de amplitude do filtro que se deseja projetar. Trata-se de um filtro e líptico passa-baixas, com máxima ondulação na faixa de passagem igual a 0,1 dB ( $A_{\max} = 0,1$  dB); mínima atenuação na faixa de rejeição igual a 40,9 dB ( $A_{\min} = 40,9$  dB).

As localizações dos pólos e zeros normalizados deste filtro (catalogado em [12] como CC 05 15 44) são :

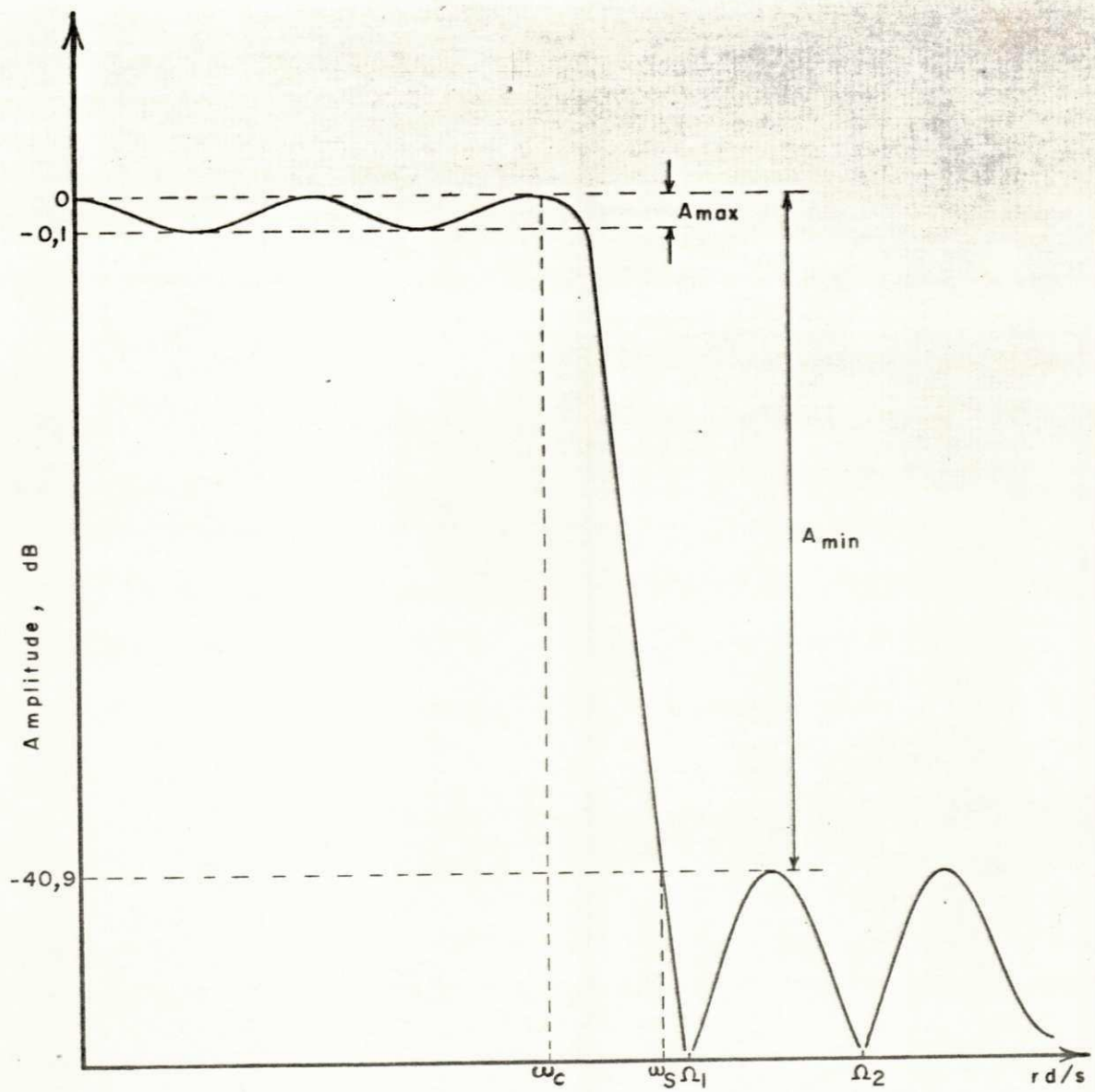
<u>Pólos Normalizados</u>	<u>Zeros Normalizados</u>
- 0,66623	$\pm j 1,4926$
- 0,10902 $\pm j 1,0648$	$\pm j 2,2154$
- 0,41441 $\pm j 0,7889$	

Da localização dos zeros normalizados, vê-se que, para frequência de corte igual a 80 kHz, têm-se os zeros: 119,4 kHz e 177,2 kHz.

Escolheu-se para síntese do filtro ativo a rede RLC mostrada na figura 4.2 .

Aplicando-se as transformações de BRUTON [4] a este circuito RLC, resulta o esquema mostrado na figura 4.3, onde  $D'_0$  representa a supercapacitância normalizada.

A desnormalização do circuito transformado para a



$$\omega_s = 1,4396 \omega_c$$

$$\Omega_1 = 1,4926 \omega_c$$

$$\Omega_2 = 2,2154 \omega_c$$

Fig. 4.1 - Característica de amplitude do filtro elíptico passa-baixas, 5ª ordem, frequência de corte  $\omega_c = 2\pi(80.10^3)\text{rad/s}$

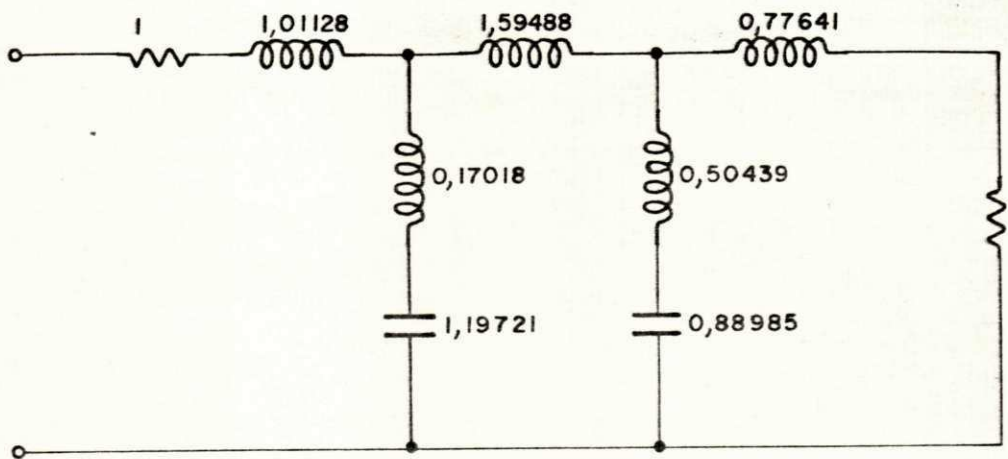


Fig. 4.2 - Filtro elíptico passa-baixas normalizado

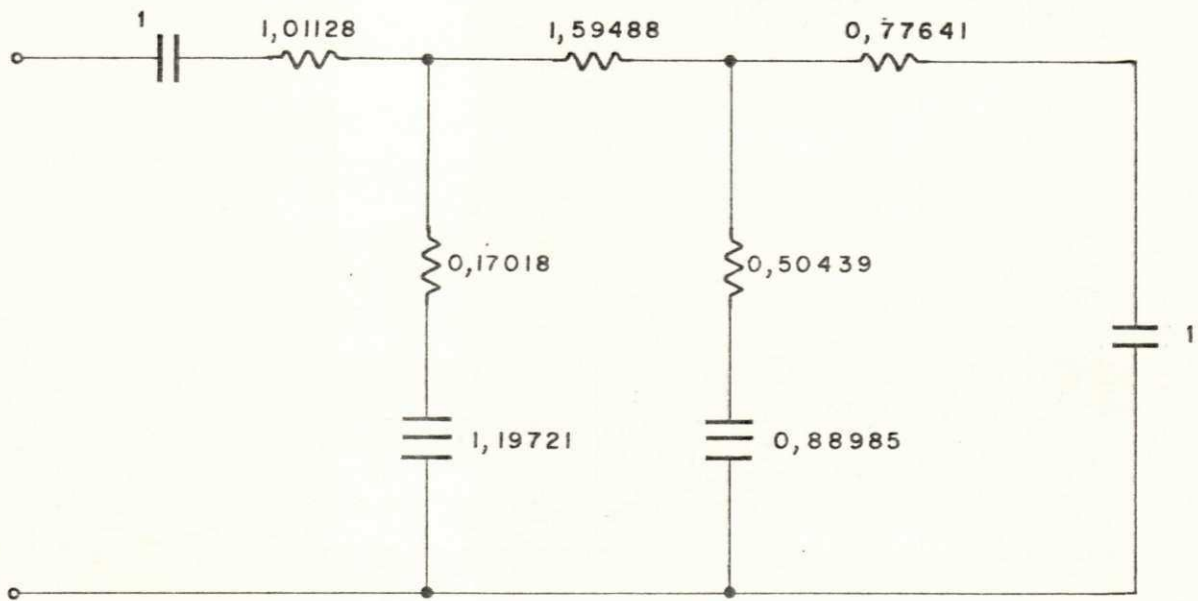


Fig. 4.3 - Transformação de Bruton do circuito da figura 4.2 .

frequência de corte  $f_c = 80$  kHz e para o fator de escala de impedância,  $K_f$ , é feita como segue [4] :

$$R = K_f R' \quad 4.1$$

$$C = C' / \omega_c K_f \quad 4.2$$

$$D_o = D'_o / \omega_c^2 K_f \quad 4.3$$

onde  $\omega_c = 2 \pi f_c$  .

Escolheu-se  $K_f = 10$  k $\Omega$  , de modo que se têm os valores desnormalizados presentes na figura 4.4.

### 4.3 Projeto dos Supercapacitores

Os procedimentos utilizados no projeto são os descritos nas inequações 2.54 e 2.55-b.

#### 4.3.1 Requisitos Mínimos dos Amplificadores Operacionais

Os modelos simplificados dos supercapacitores  $D_{o1}$  e  $D_{o2}$ , que determinam os zeros do filtro nas frequências  $f_1 = 119,4$  kHz e  $f_2 = 177,2$  kHz, respectivamente, deverão ser válidos até essas frequências para que possam ser aplicadas as técnicas de compensação aqui descritas.

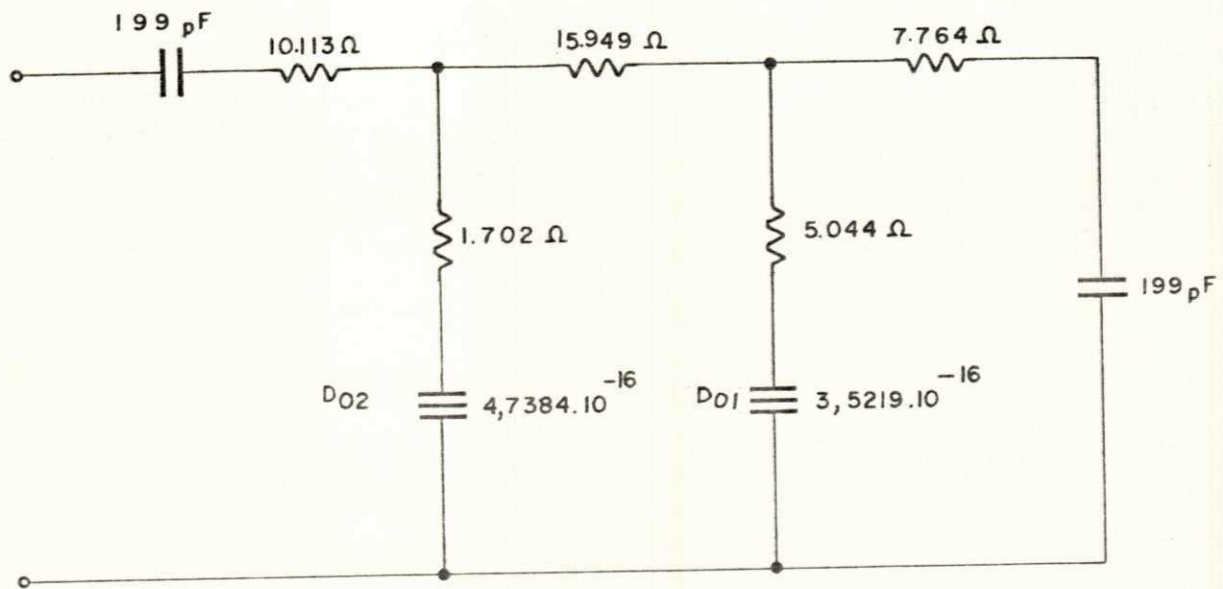


Fig. 4.4 - Filtro elíptico passa-baixas (  $f_c = 80 \text{ kHz}$  ) .

Da inequação 2.55-b, deve-se ter :

$$2\pi f_1 \leq \frac{1}{2\sqrt{R_{01}D_{01}}} \quad 4.4$$

$$2\pi f_2 \leq \frac{1}{2\sqrt{R_{02}D_{02}}} \quad 4.5$$

Donde :

$$R_{01} \leq 1261 \Omega \quad 4.6$$

$$R_{02} \leq 425 \Omega \quad 4.7$$

Da inequação 2.54-c :

$$B_1 \geq 5\omega_1 \quad \therefore \quad B_1 \geq 2\pi (597 \times 10^3) \text{ rad/s} \quad 4.8$$

$$B_2 \geq 5\omega_2 \quad \therefore \quad B_2 \geq 2\pi (886 \times 10^3) \text{ rad/s} \quad 4.9$$

Portanto, os amplificadores operacionais necessários à realização de  $D_{01}$  deverão ter :

$$\text{Resistência de saída} = R_{01} \leq 1261\Omega$$

$$\text{Produto ganho x faixa de passagem} = B_1 \geq 2\pi(597 \times 10^3) \text{ rad/s}$$

Para a realização de  $D_{02}$ , os amplificadores operacionais deverão ter :

$$\text{Resist\^encia de sa\^ida} = R_{02} \leq 425\Omega$$

$$\text{Produto ganho x faixa de passagem} = B_2 \geq 2\pi(886 \times 10^3) \text{ rad/s}$$

O amplificador operacional tipo HA-4741 (qu\^adruplo 741 de Harris Semicondutores), com resist\^encia de sa\^ida igual a  $300\Omega$  e produto ganho x faixa de passagem igual a  $2\pi(3,5 \times 10^6)$  rad/s, satisfaz plenamente a tais requisitos e \^e utilizado na implementa\~ao de  $D_{01}$  e  $D_{02}$ .

#### 4.3.2 Escolha dos Componentes

a) Do Supercapacitor  $D_{01}$ :

$$D_{01} = RC_1C_2 \quad 4.10$$

#### C\^alculo de $C_1$

Das inequa\~oes 2.54-a e 2.54-b (ou das inequa\~oes 2.67-b e 2.67-c), resulta o procedimento seguinte para a determina\~ao do valor da capacit\^ancia  $C_1$ :

$$C_1 \leq \frac{1}{2R_0\omega_{\max}} \quad 4.11$$

onde :

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{R_0D_{01}}} \quad 4.12$$



Da figura 4.4 e das especificações do HA-4741 ,  
têm-se :

$$D_{01} = 3,5219 \cdot 10^{-16} \Omega F^2 \text{ e } R_0 = 300 \Omega$$

Portanto :

$$\omega_{\max} = 1,5382 \cdot 10^6 \text{ rad/s} \quad \text{e} \quad 4.13$$

$$C_1 \leq 1,083 \text{ nF} \quad 4.14$$

$$\text{Adota-se : } C_1 = 500 \text{ pF} \quad 4.15$$

Cálculo de  $C_2$

Da equação 4.10, tem-se :

$$C_2 = \frac{D_{01}}{RC_1} \quad 4.16$$

Adotando-se  $R = 3,3 \text{ k}\Omega$  , tem-se :

$$C_2 = 213 \text{ pF} \quad 4.17$$

b) Do Supercapacitor  $D_{02}$  :

$$D_{02} = R' C_1' C_2' \quad 4.18$$

### Cálculo de $C_1'$

Das inequações 2.54-a e 2.54-b, resulta o procedimento para a determinação de  $C_1'$  semelhante ao do cálculo de  $C_1$  :

$$C_1' \leq \frac{1}{2R_0\omega'_{\max}} \quad 4.19$$

onde :

$$\omega'_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{R_0 D_{02}}} \quad 4.20$$

Da figura 4.4 e das especificações do HA-4741 , têm-se :

$$D_{02} = 4,7384 \cdot 10^{-16} \Omega F^2 \quad \text{e} \quad R_0 = 300\Omega$$

Portanto :

$$\omega'_{\max} = 1,3262 \cdot 10^6 \text{ rad/s} \quad 4.21$$

$$C_1' \leq 1,257 \text{ nF} \quad 4.22$$

$$\text{Adota-se : } C_1' = 500 \text{ pF} \quad 4.23$$

### Cálculo de $C_2'$

Da equação 4.18, tem-se :

Da equação 4.18, tem-se :

$$C'_2 = \frac{D_{02}}{R'C'_1} \quad 4.24$$

Adotando-se  $R' = 3,3 \text{ k}\Omega$  , tem-se :

$$C'_2 = 287 \text{ pF} \quad 4.25$$

#### 4.4 IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO ELÍPTICO PASSA-BAIXAS

A segunda alternativa de estrutura absolutamente estável de supercapacitor (Fig. 2.3-b), foi a escolhida neste projeto por requerer menor número de componentes para possível compensação por CIN.

As figuras 4.5 a 4.6 mostram os circuitos para a realização dos supercapacitores  $D_{01}$  e  $D_{02}$  .

A figura 4.7 ilustra o circuito completo do filtro elíptico passa-baixas. Os potenciômetros nos circuitos dos supercapacitores foram utilizados para fins de alinhamento do filtro, tendo como referências os zeros de transmissão (119,4 kHz e 177,2 kHz).

A resposta em frequência do filtro é mostrada na figura 4.8. Verifica-se claramente na figura 4.8 que o fil

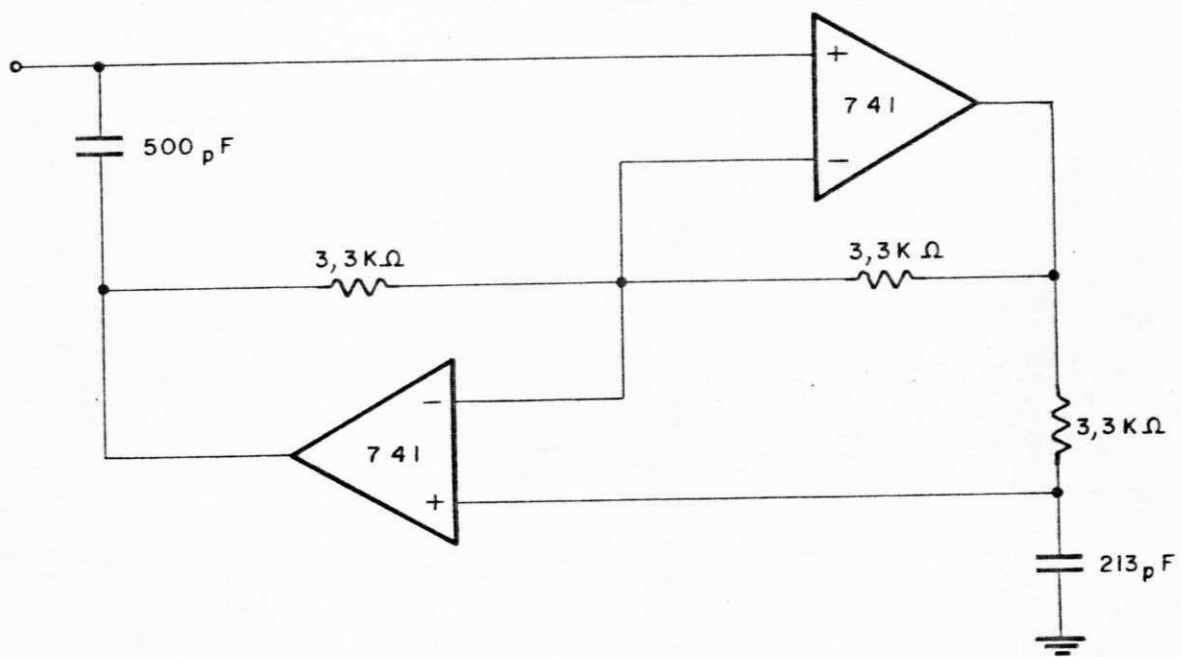


Fig. 4.5 - Circuito do supercapcitor D<sub>01</sub> .

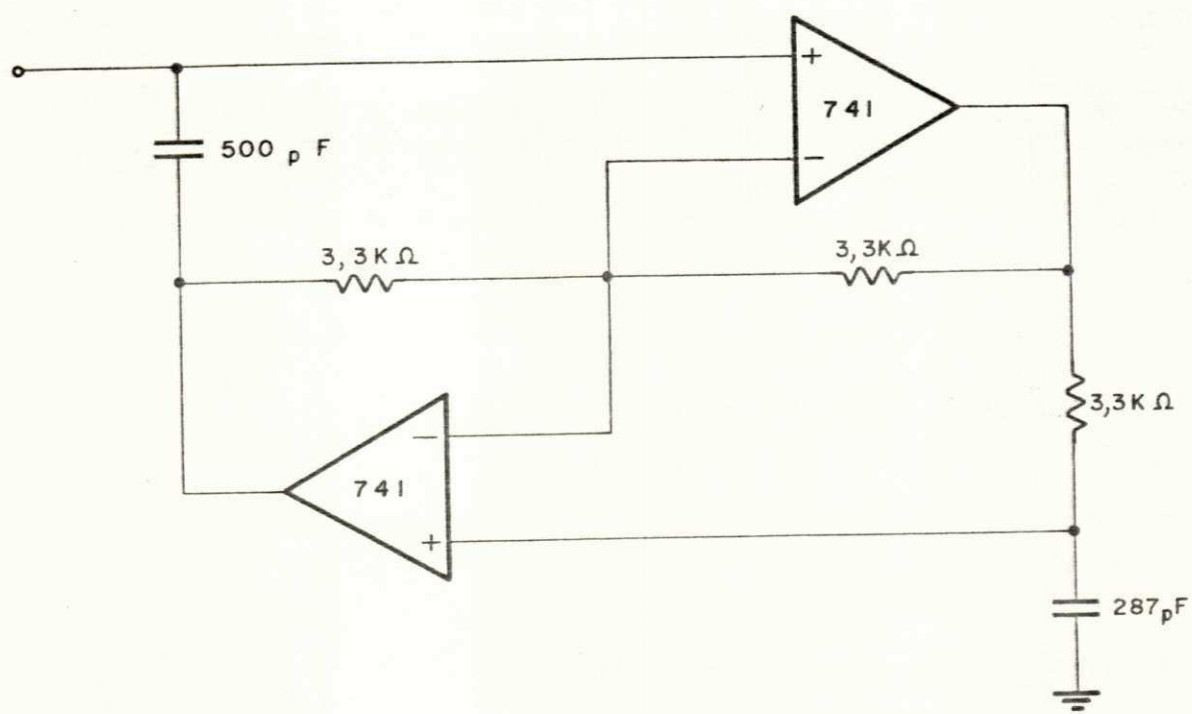


Fig. 4.6 - Circuito do supercapacitor  $D_{02}$

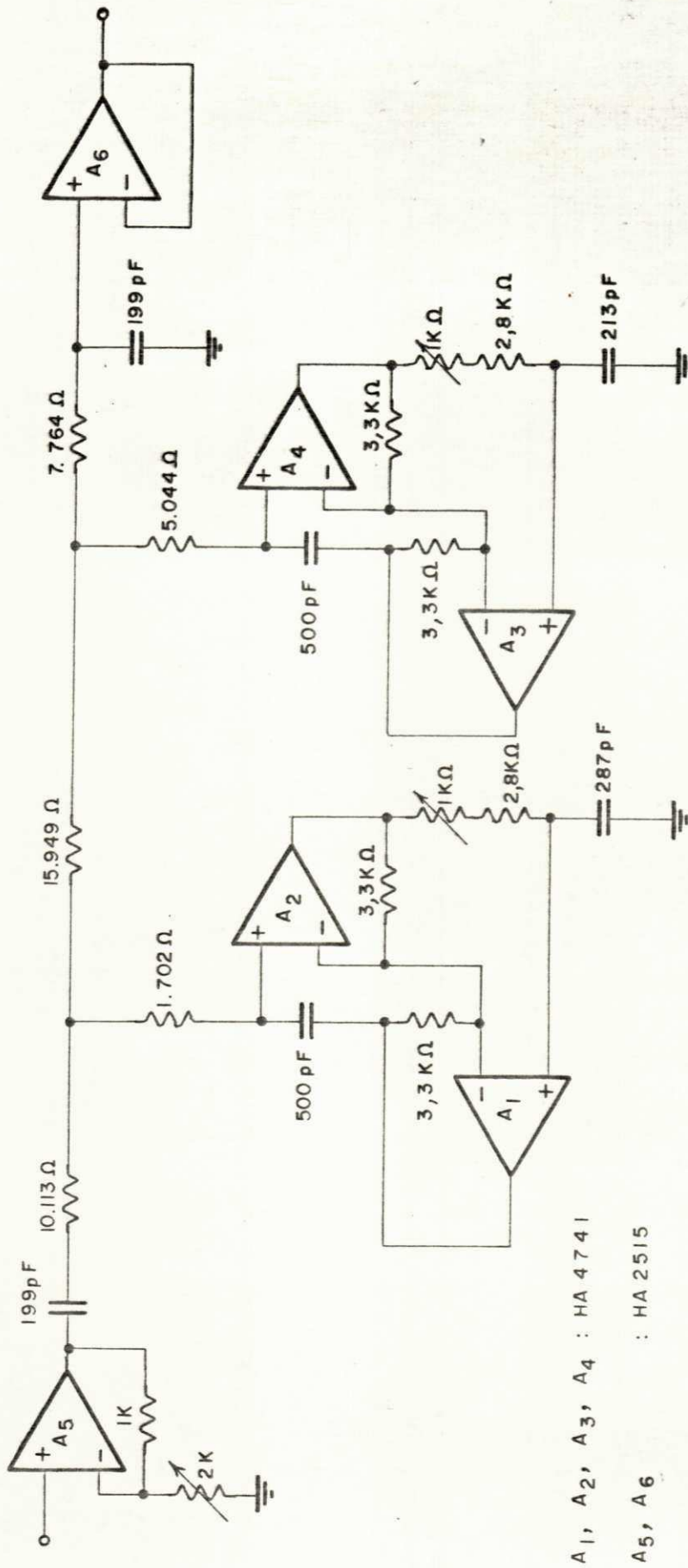


Fig. 4.7 - Filtro elíptico passa-baixas.

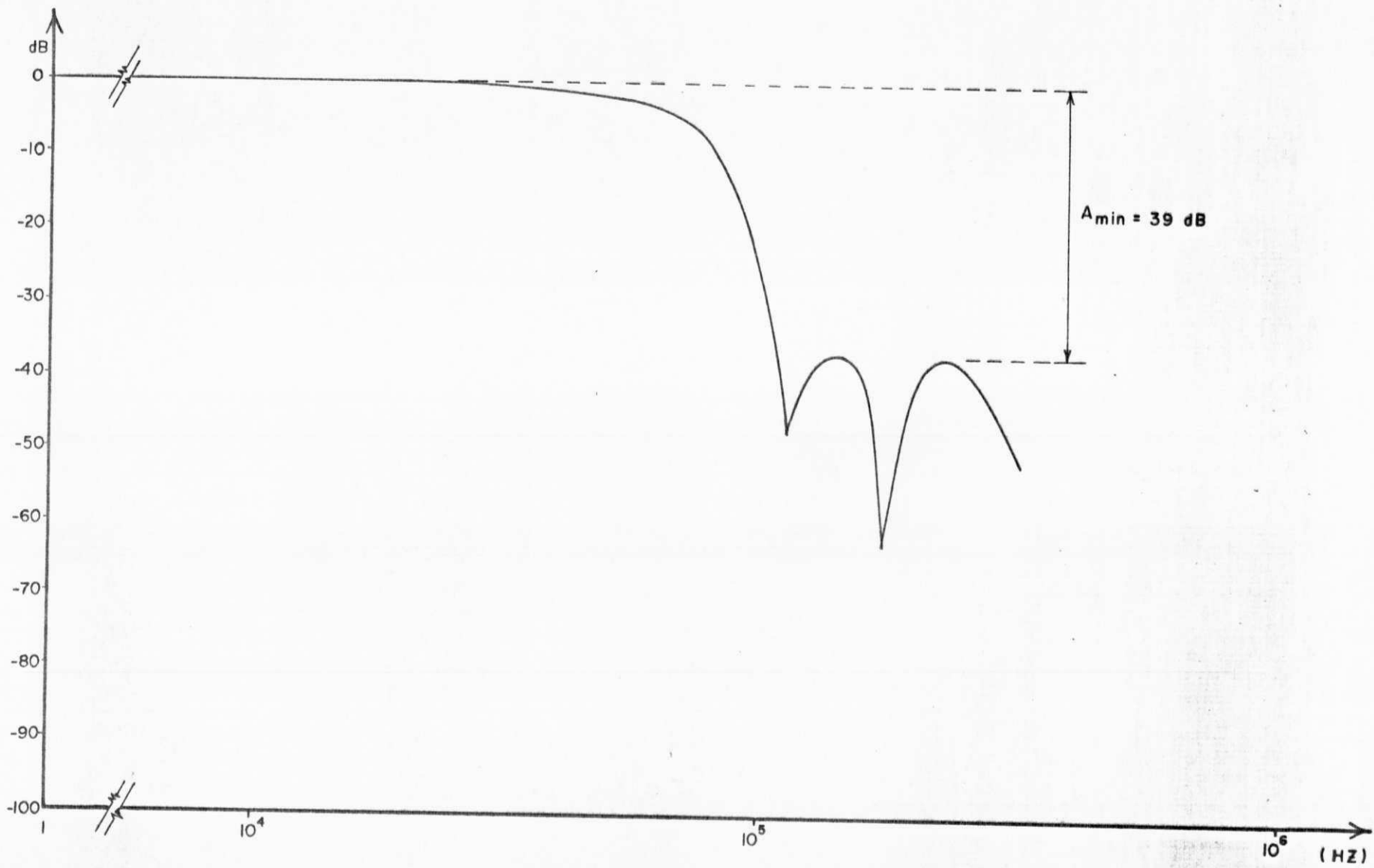


Fig. 4.8 - Resposta em frequencia do filtro mostrado na figura 4.7 .

tro não satisfaz às especificações apresentadas na seção 4.2.

#### 4.5 COMPENSAÇÃO

Da resposta em frequência levantada (figura 4.8), vê-se que a atenuação na frequência do primeiro zero é pequena, cerca de 40 dB. Isto é devido aos elementos parasíticos do supercapacitor  $D_{01}$ , principalmente a existência de capacitância parasítica  $C_{p1}$  (Vide figura 2.11).

Objetivando aumentar a atenuação no primeiro zero de transmissão, será projetado um circuito de compensação para melhorar o desempenho do supercapacitor  $D_{01}$ .

##### 4.5.1 Compensação por Inserção de CIN

Dentre as técnicas de compensação apresentadas no capítulo 3, escolheu-se a técnica de inserção de CIN (Seção 3.3.2).

A técnica de compensação por acoplamento de CIN não se aplica neste exemplo de projeto, em virtude das dificuldades práticas para a simulação de uma capacitância negativa de valor muito pequeno (da ordem de um picofarad).



#### 4.5.1.1 Procedimentos de projeto

Para cancelar o efeito da capacitância parasítica  $C_{p1}$ , deve-se simular um resistor de valor  $R_a = -R_I$  (figura 3.7), em acordo com a equação 3.55.

Conforme a equação 3.48-a, a resistência  $R_2$  simulada pelo CIN, carregado com uma resistência  $R'$  em paralelo com uma capacitância  $C'$ , é dada por :

$$R_2 = - \frac{r_1 R' R_I}{r_2 (R_I - R')}$$

Para a compensação de  $C_{p1}$ , deve-se ter  $R_a = -R_I = R_2$ . Portanto, o resistor de carga do CIN,  $R'$ , será dado por :

$$R' = \frac{R_I}{1 + (r_1/r_2)} \quad 4.26$$

Para o amplificador operacional do tipo 741, o valor típico de  $R_I = 5M\Omega$ . Escolhendo-se  $r_1 = 100\Omega$  e  $r_2 = 470\Omega$ , obtém-se o valor do resistor de carga  $R' = 4,12M\Omega$ .

Introduzindo este CIN projetado (figura 4.9) no circuito do supercapacitor  $D_{01}$  (figura 4.5), obtém-se o Filtro Elíptico Passa-Baixas Compensado (figura 4.10) cuja resposta em frequência é mostrada na figura 4.11. Os procedimentos usados para o alinhamento deste filtro são indicados no Apêndice F.

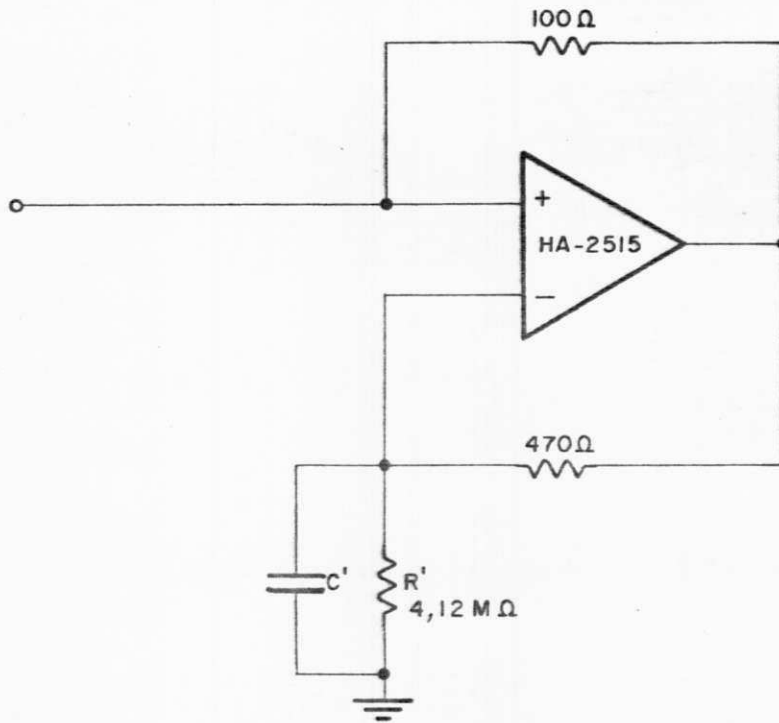
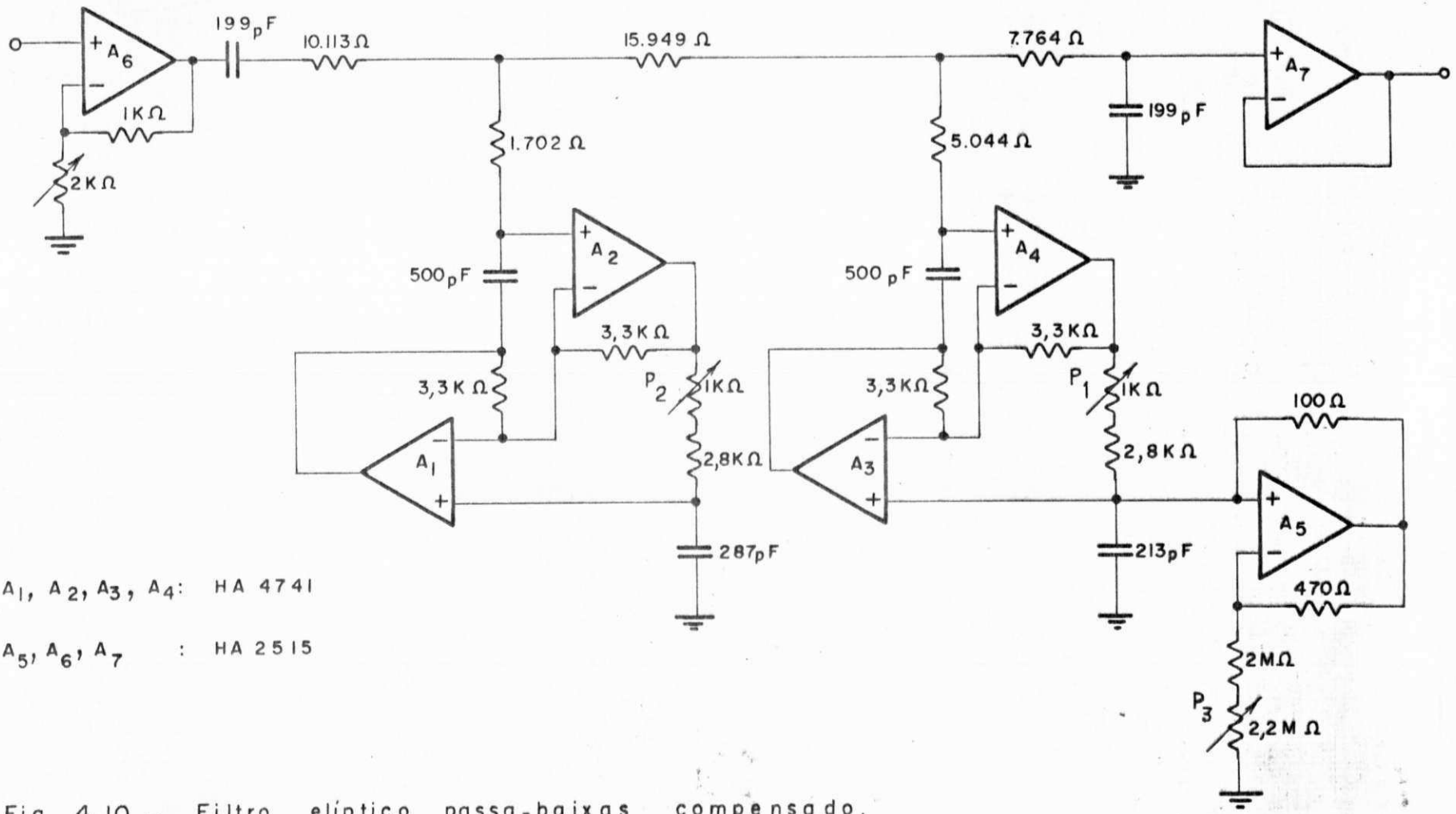


Fig. 4.9 - Circuito do CIN projetado para compensação do super - capacitor  $D_{01}$



A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>: HA 4741  
 A<sub>5</sub>, A<sub>6</sub>, A<sub>7</sub> : HA 2515

Fig. 4.10 - Filtro elíptico passa-baixas compensado.

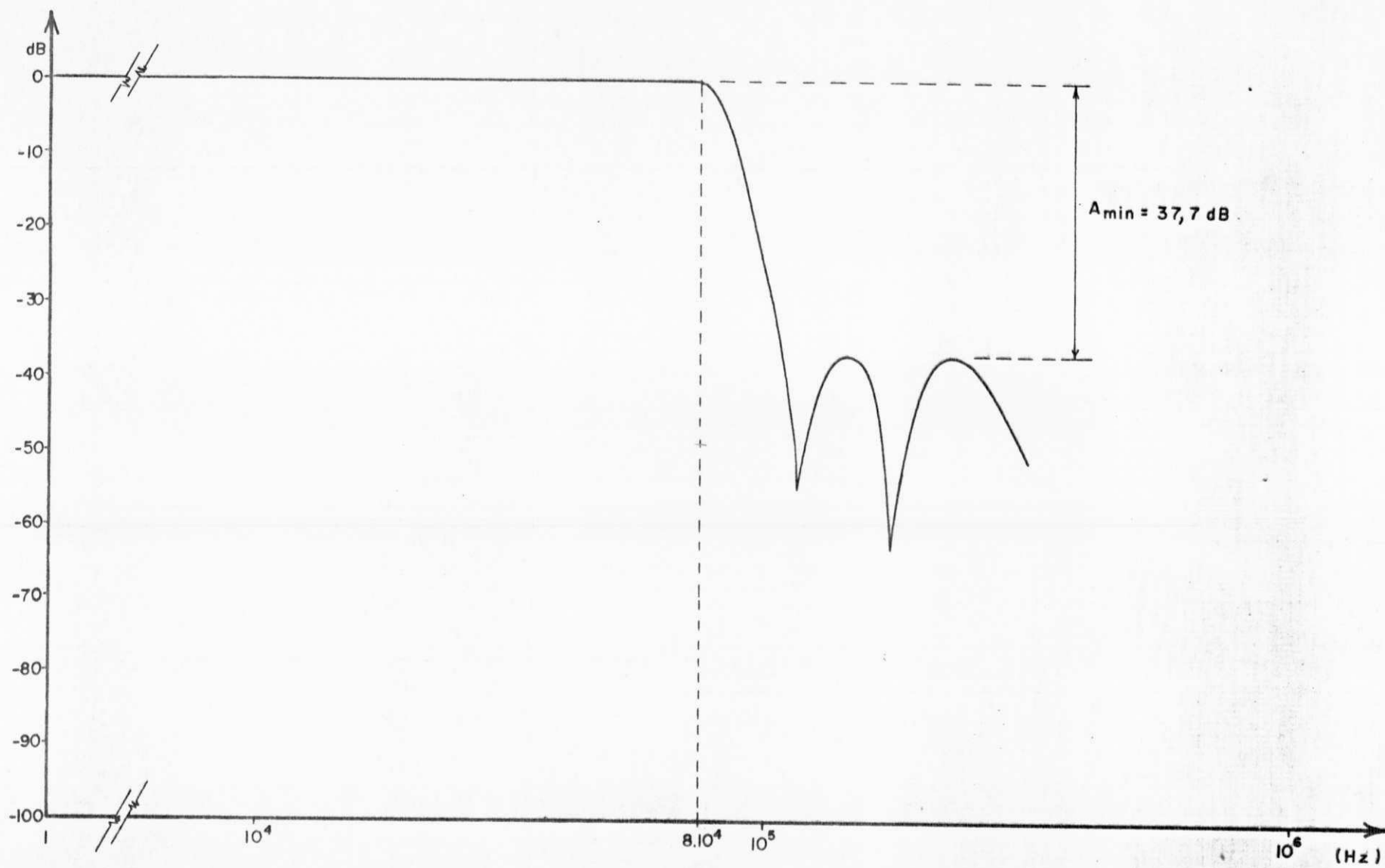


Fig. 4.11 - Resposta em frequência do filtro mostrado na figura 4.10 .

Comparando as respostas em frequência do filtro com compensação e sem compensação, verifica-se que há uma melhoria substancial no desempenho do filtro quando é feita a compensação, destacando-se, particularmente, a realização da faixa de passagem conforme as especificações e um aumento da atenuação no zero de transmissão determinado pelo supercapacitor compensado.

# 5

## CONCLUSÕES

Foram estudadas as duas estruturas alternativas de supercapacitor absolutamente estáveis estabelecidas por BUI [6]. Determinou-se que, sob as mesmas condições de escolha dos elementos passivos das estruturas, elas apresentam um mesmo modelo simplificado.

A modelagem do elemento supercapacitor permitiu estabelecer um procedimento para a escolha adequada dos elementos passivos da estrutura do supercapacitor, bem como um indicativo para a escolha do amplificador operacional.

A modelagem do circuito CIN com carga capacitiva permitiu chegar a um novo método de compensação das distorções no desempenho dos filtros ativos implementados com conversores de impedância, causadas pelas limitações dos amplificadores operacionais.

A técnica de compensação usando CIN foi apresentada em duas versões: a primeira constituindo-se em acoplar um CIN carregado capacitivamente em paralelo com o supercapaci

tor que se deseja compensar; a segunda, em inserir um CIN carregado resistivamente (mas, sendo considerado o capacitor parasítico intrínseco do resistor de carga) na estrutura do supercapacitor.

As técnicas de compensação apresentadas se aplicam às duas estruturas alternativas de supercapacitor.

A implementação prática de um filtro elíptico passa-baixas de 5<sup>a</sup> ordem, com frequência de corte igual a 80 kHz, utilizando amplificadores operacionais do tipo 741, demonstrou a eficácia do método de compensação por inserção do CIN.

## APÊNDICE A

### CÁLCULO DA ADMITÂNCIA DE ENTRADA DO SUPERCAPACITOR ABSOLUTAMENTE ESTÁVEL - PRIMEIRA ALTERNATIVA

Para o cálculo da admitância de entrada,  $Y_{in}$ , adotam-se as notações apresentadas na figura A.1 para as correntes e tensões de malhas do circuito equivalente do supercapacitor não ideal.

O diagrama de fluxo do circuito A.1 é mostrado na figura A.2 e as expressões das transmitâncias dos caminhos diretos e das malhas são apresentadas, respectivamente, nas Tabelas A.1 e A.2.

Fazendo uso da fórmula de MASON [14] e das considerações feitas no Capítulo 2 acerca da ordem de grandeza dos parâmetros  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $R$ ,  $R_O$ ,  $R_N$ ,  $R_P$  e  $R_I$ , assim como da faixa de frequências de interesse, obtém-se a expressão de  $Y_{in}$ :

$$Y_{in} = \frac{(A/RR_I) + 2(sC_1A/R_I) + 2(sC_2/R_P) + s^2C_1C_2A}{(A/R) + sC_1R_O + (1/R_I) + (2/AR) + 2sC_2 + 2s^2C_1C_2R_O} \quad A.1$$



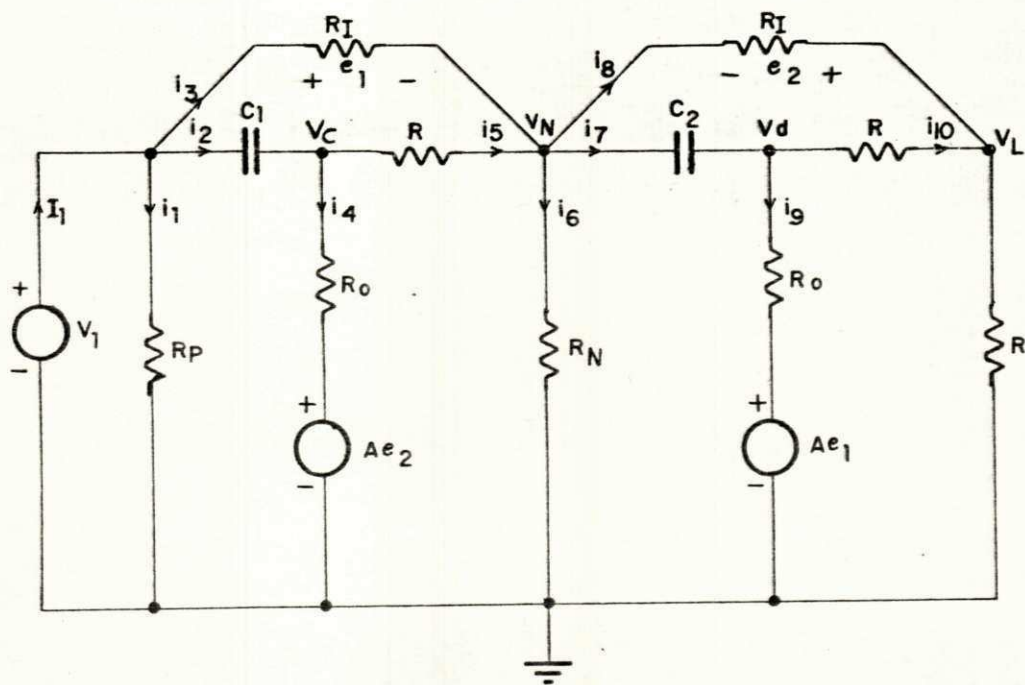


Fig. A.1 - Circuito equivalente do supercapacitor não ideal  
-Primeira alternativa

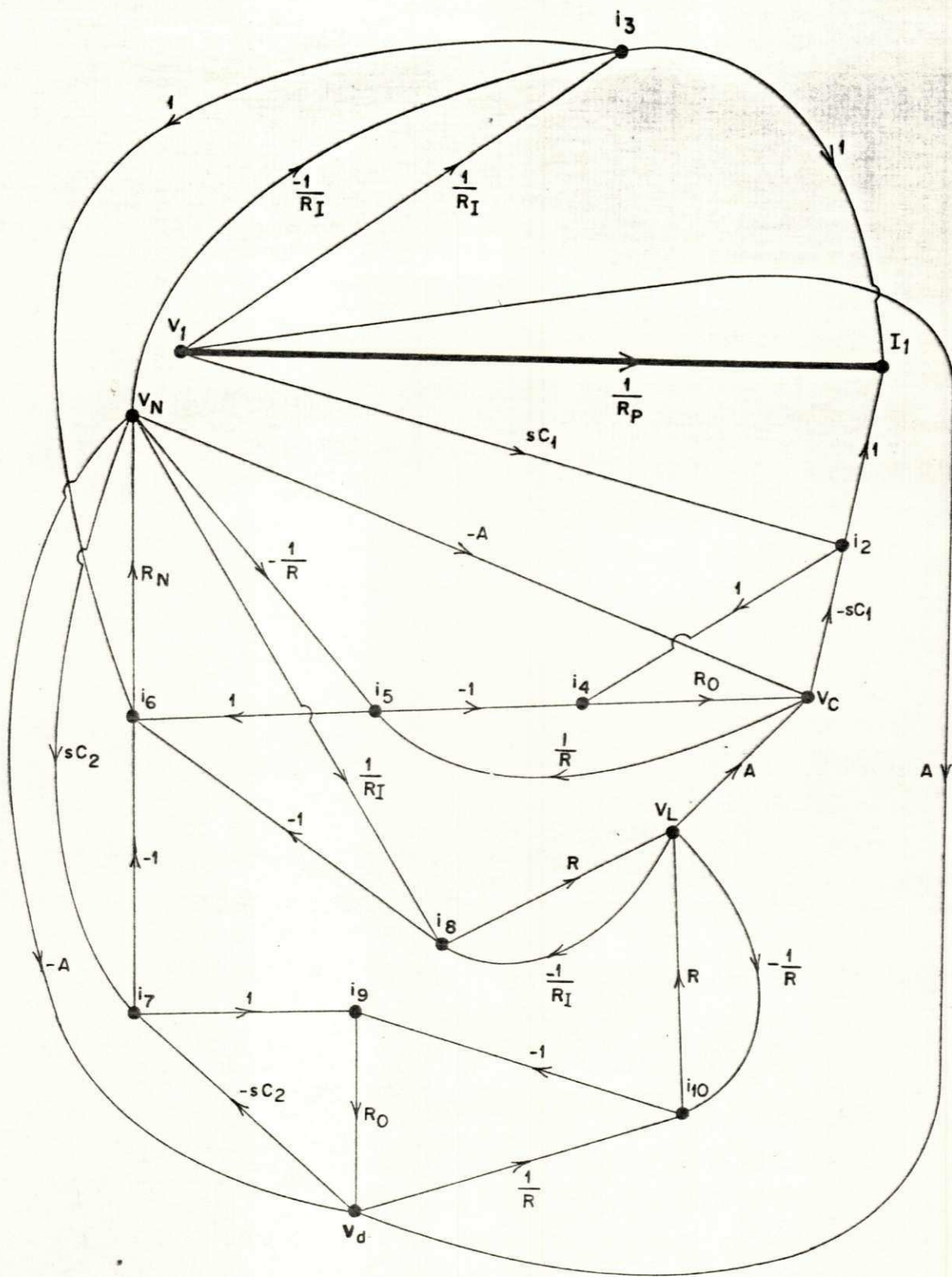


Fig. A.2 - Diagrama de fluxos do circuito equivalente do supercapacitor - Primeira alternativa

TABELA A.1 - TRANSMITÂNCIAS DOS CAMINHOS DIRETOS DO SUPER  
CAPACITOR ABSOLUTAMENTE ESTÁVEL - PRIMEIRA AL  
TERNATIVA

CAMINHOS DIRETOS	$T_i, i=1,2,\dots,17$
$\{V_1, I_1\}$	$1/R_P$
$\{V_1, i_3, I_1\}$	$1/R_I$
$\{V_1, i_2, I_1\}$	$sC_1$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, i_7, i_9, V_d, i_{10}, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$-s^2 C_1 C_2 A \frac{R_O R_N}{R_I}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, V_d, i_{10}, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$sC_1 A^2 \frac{R_N}{R_I}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, i_5, i_4, V_C, i_2, I_1\}$	$-sC_1 \frac{R_O R_N}{RR_I}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, i_8, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$-sC_1 A \frac{R_N^R}{R_I^2}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, V_C, i_2, I_1\}$	$sC_1 A \frac{R_N}{R_I}$
$\{V_1, V_d, i_{10}, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$-sC_1 A^2$
$\{V_1, V_d, i_{10}, V_L, i_8, i_6, V_N, i_5, i_4, V_C, i_2, I_1\}$	$-sC_1 A \frac{R_O R_N}{RR_I}$
$\{V_1, V_d, i_{10}, V_L, i_8, i_6, V_N, V_C, i_2, I_1\}$	$sC_1 A^2 \frac{R_N}{R_I}$
$\{V_1, V_d, i_{10}, V_L, i_8, i_6, V_N, i_3, I_1\}$	$-AR_N / R_I^2$
$\{V_1, V_d, i_7, i_6, V_N, i_3, I_1\}$	$-sC_2 AR_N / R_I$

CAMINHOS DIRETOS	$T_i, i=1,2,\dots,17$
$\{V_1, V_d, i_7, i_6, V_N, i_5, i_4, V_C, i_2, I_1\}$	$-s^2 C_1 C_2 A \frac{R_O R_N}{R}$
$\{V_1, V_d, i_7, i_6, V_N, V_C, i_2, I_1\}$	$s^2 C_1 C_2 A^2 R_N$
$\{V_1, V_d, i_7, i_6, V_N, i_8, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$-s^2 C_1 C_2 A^2 \frac{R R_N}{R_I}$
$\{V_1, i_2, i_4, V_C, i_5, i_6, V_N, i_3, I_1\}$	$-s C_1 \frac{R_O R_N}{R R_I}$

TABELA A.2 - TRANSMITÂNCIAS DAS MALHAS DO SUPERCAPACITOR AB  
SOLUTAMENTE ESTÁVEL - PRIMEIRA ALTERNATIVA

MALHAS	$L_i, i=1,2,\dots,17$
$\{V_C, i_2, i_4, V_C\}$	$-sC_1R_O$
$\{V_L, i_8, V_L\}$	$-\frac{R}{R_I}$
$\{V_L, i_{10}, V_L\}$	$-1$
$\{i_{10}, i_9, V_d, i_{10}\}$	$-\frac{R_O}{R}$
$\{V_d, i_7, i_9, V_d\}$	$-sC_2R_O$
$\{i_7, i_6, V_N, i_7\}$	$-sC_2R_N$
$\{V_C, i_5, i_4, V_C\}$	$-\frac{R_O}{R}$
$\{V_N, i_8, i_6, V_N\}$	$-\frac{R_N}{R_I}$
$\{V_N, i_3, i_6, V_N\}$	$-\frac{R_N}{R_I}$
$\{V_C, i_5, i_6, V_N, V_C\}$	$-A\frac{R_N}{R}$
$\{V_C, i_5, i_6, V_N, V_d, i_{10}, V_L, V_C\}$	$-A^2\frac{R_N}{R}$
$\{V_C, i_5, i_6, V_N, i_7, i_9, V_d, i_{10}, V_L, V_C\}$	$sC_2A\frac{R_N R_O}{R}$
$\{V_L, i_{10}, i_9, V_d, i_7, i_6, V_N, i_8, V_L\}$	$sC_2R_O\frac{R_N}{R_I}$

MALHAS	$L_i, i=1,2,\dots,17$
$\{V_L, i_8, i_6, V_N, i_7, i_9, V_d, i_{10}, V_L\}$	$sC_2R_O \frac{R_N}{R_I}$
$\{V_L, i_8, i_6, V_N, V_d, i_{10}, V_L\}$	$- A \frac{R_N}{R_I}$
$\{V_d, i_7, i_6, V_N, V_d\}$	$-sC_2AR_N$
$\{V_N, i_5, i_6, V_N\}$	$-\frac{R_N}{R}$

APÊNDICE B

EXPRESSÕES EXATAS DOS ELEMENTOS PARASÍTICOS - PRIMEIRA AL  
TERNATIVA

$$G_{p1} = 1/R_I \quad \text{B.1}$$

$$C_{p1} = 2C_1R/R_I \quad \text{B.2}$$

$$D_{p1} = 2C_2R/BR_P \quad \text{B.3}$$

$$L_{p2} = \frac{2C_1R_O R_P (1 + C_2RB)}{C_2RB (2 + C_1R_P B)} \quad \text{B.4}$$

$$R_{p2} = \frac{RR_P C_2 (2 + C_1R_P B) (C_1R_O + 2C_2R_I) - 4C_1^2 R_O R_P^2 (1 + C_2RB)}{C_2^2 RR_I (2 + C_1R_P B)^2} \quad \text{B.5}$$

$$C_{p3} = \frac{-C_2^3 R_I^2 R^2 (2 + C_1R_P B)^3}{\Delta} \quad \text{B.6}$$

$$\text{onde } \Delta = [2C_1C_2R_OR_I R_P^2 (1 + C_2RB) (2+C_1R_PB) + \\ 2C_1C_2BR^2R_P^2 (2 + C_1R_PB) (C_1R_O + 2C_2R_I) - \\ 8C_1^3R_OR_P^3B (1 + C_2RB)]$$

$$G_{p3} = N_G/D_G \quad \text{B.7}$$

onde :

$$N_G = (C_2^2B/R_P^2) (2 + C_1R_PB)^2 [ 16C_1^4R_ORR_P^2B(1 + C_2RB) + \\ C_2^2RR_I(C_1R_O + 2C_2R_I) (2 + C_1R_PB)^2 - \\ 4C_1^2C_2R^2R_PB (2 + C_1R_PB) (C_1R_O + 2C_2R_I) - \\ 8C_1^2C_2R_OR_I R_P (2 + C_1R_PB) (1 + C_2RB) ] \quad \text{B.8}$$

$$D_G = (1/R^2R_I) [ 2C_1C_2R_OR_I (1 + C_2RB) (2 + C_1R_PB) + \\ 2C_1C_2R^2B(2 + C_1R_PB) (C_1R_O + 2C_2R_I) - \\ 8C_1^3R_OR_P^3B (1 + C_2RB) ]^2 \quad \text{B.9}$$

$$L_{p4} = \frac{-D_G R_P^2 / K_L}{C_2^2 (2 + C_1R_PB)^2} \quad \text{B.10}$$



$$R_{p4} = \frac{-R_{p2} B / K_L}{RR_I}$$

B.11

onde

$$K_L = (B/RR_I) - [ BR_P G_{p3} / R^2 R_I^2 C_2^2 (2 + C_1 R_P B)^2 ] [ C_2 R (2 + C_1 R_P B) \cdot (C_1 R_O + 2C_2 R_I) - 4C_1^2 R_O R_P (1 + C_2 R_B) ]$$

B.12

## APÊNDICE C

### CÁLCULO DA ADMITÂNCIA DE ENTRADA DO SUPERCAPACITOR ABSOLU TAMENTE ESTÁVEL - SEGUNDA ALTERNATIVA

Para o cálculo da admitância de entrada,  $Y'_{in}$ , adotam-se as anotações apresentadas na figura C.1 para as correntes e tensões de malhas do circuito equivalente do supercapacitor não ideal.

O diagrama de fluxo do circuito C.1 é mostrado na figura C.2, e as expressões das transmitâncias dos caminhos diretos e das malhas são apresentadas, respectivamente, nas Tabelas C.1 e C.2 .

Fazendo-se uso da fórmula de MASON [14] e das considerações feitas no Capítulo 2 acerca da ordem de grandeza dos parâmetros  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $R$ ,  $R_O$ ,  $R_N$ ,  $R_P$  e  $R_I$ , assim como da faixa de frequências de interesse, obtêm-se a expressão de

$$Y'_{in} = \frac{A + sC_1RA + sC_2R + s^2C_1C_2RR_I A}{R_I A + 3sC_1R_O R + 2sC_2RR_I + s^2C_1C_2R_O RR_I} \quad C.1$$

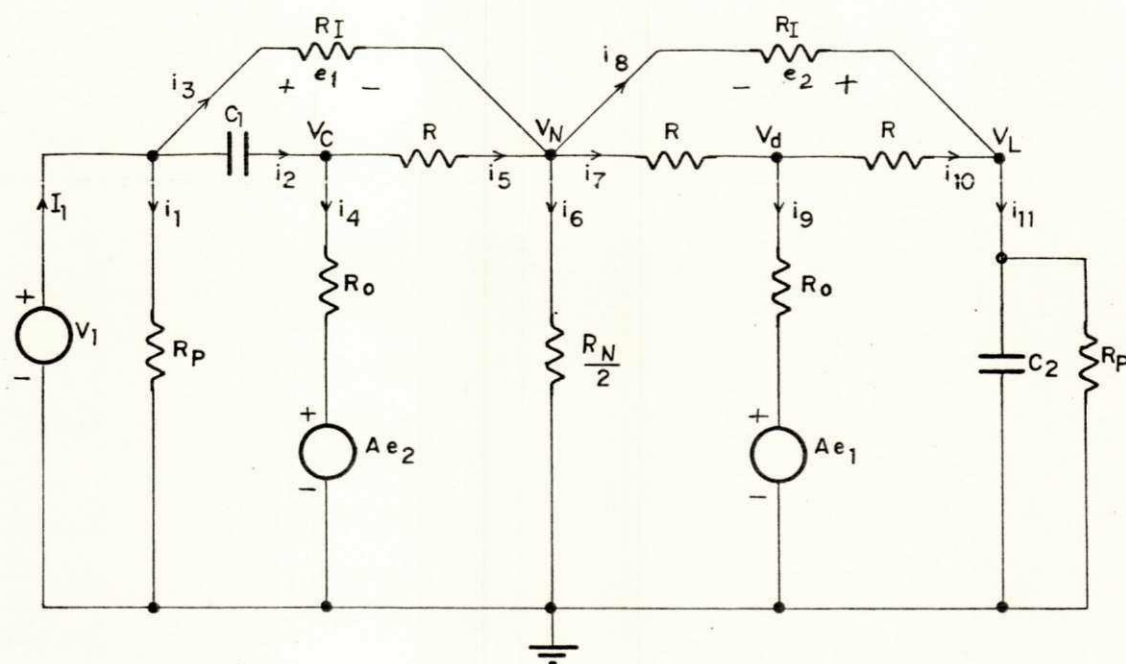


Fig. C.1 - Circuito equivalente do supercapacitor não ideal - Segunda alternativa .

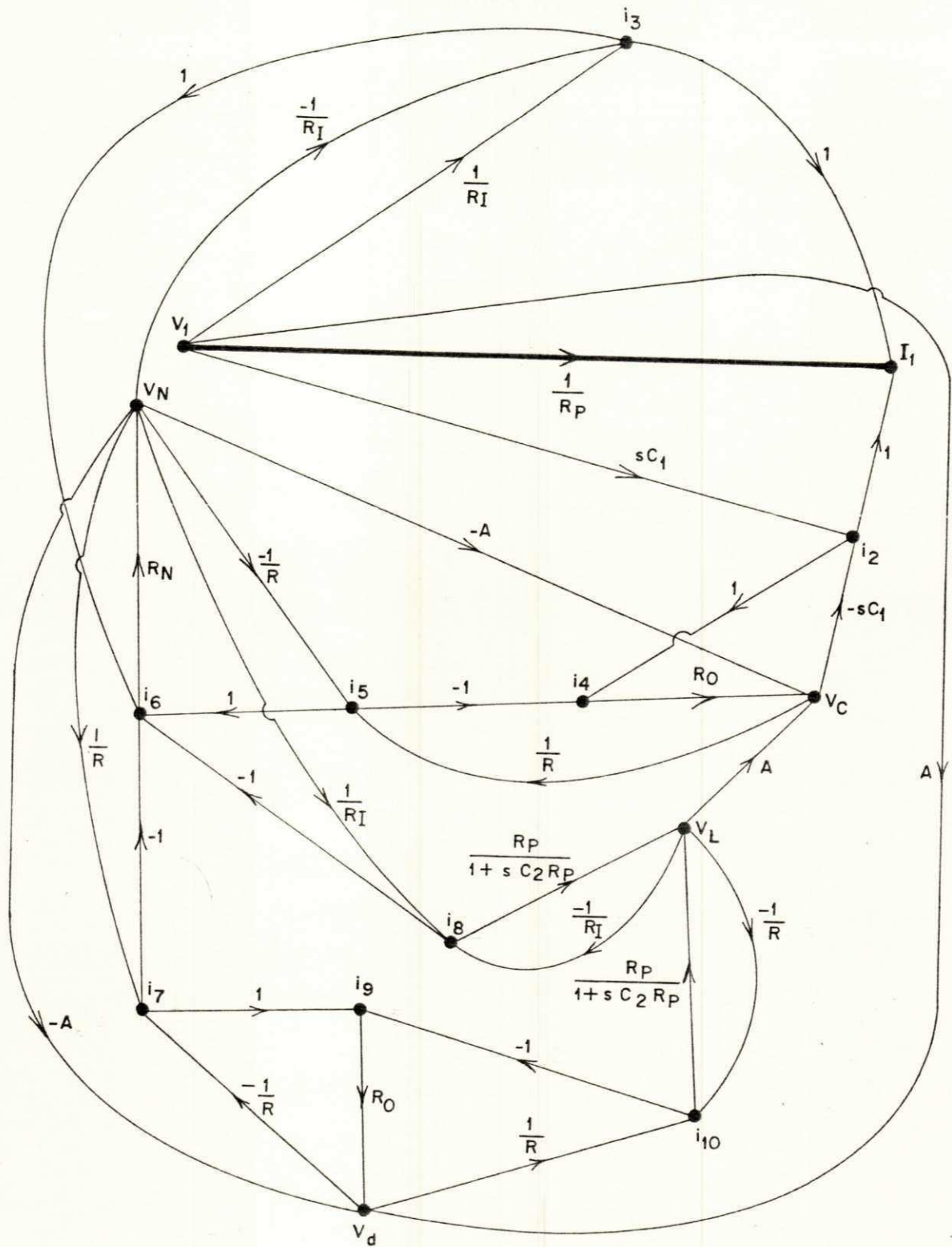


Fig. C.2 - Diagrama de fluxos do circuito equivalente do supercapacitor - Segunda alternativa

TABELA C.1 - TRANSMITÂNCIAS DOS CAMINHOS DIRETOS DO SUPERCAPACITOR ABSOLUTAMENTE ESTÁVEL - PRIMEIRA ALTERNATIVA

CAMINHOS DIRETOS	$T_i, i=1,2,\dots,17$
$\{V_1, I_1\}$	$\frac{1}{R_P}$
$\{V_1, i_3, I_1\}$	$\frac{1}{R_I}$
$\{V_1, i_2, I_1\}$	$SC_1$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, i_7, i_9, V_d, i_{10}, V_C, V_2, i_2, I_1\}$	$\frac{-sC_1 R_0 R_P R_N A}{2R_I^2 R_I (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, V_d, i_{10}, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$\frac{sC_1 R_P R_N A^2}{2RR_I (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, i_5, i_4, V_C, i_2, I_1\}$	$\frac{sC_1 R_0 R_N}{-2RR_I}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, i_8, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$\frac{-sC_1 R_N R_P A}{2R_I^2 (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_N, V_C, i_2, I_1\}$	$\frac{sC_1 R_N A}{2R_I}$
$\{V_1, V_d, i_{10}, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$\frac{-sC_1 R_P A^2}{R(1+sC_2 R_P)}$
$\{V_1, V_d, i_{10}, V_L, i_8, i_6, V_N, i_5, i_4, V_C, i_2, I_1\}$	$\frac{-sC_1 R_0 R_P R_N}{2R_I^2 R_I (1+sC_2 R_P)}$

CAMINHOS DIRETOS	$T_i, i=1,2,\dots,17$
$\{V_1, V_d, i_{10}, V_L, i_8, i_6, V_N, V_C, i_2, I_1\}$	$\frac{sC_1 R_P R_N A^2}{2RR_I (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_1, V_d, i_{10}, V_L, i_8, i_6, V_N, i_3, I_1\}$	$-\frac{R_P R_N A}{2RR_I^2 (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_1, V_d, i_7, i_6, V_N, i_3, I_1\}$	$-\frac{R_N A}{2RR_I}$
$\{V_1, V_d, i_7, i_6, V_N, i_5, i_4, V_C, i_2, I_1\}$	$-\frac{sC_1 R_O R_N A}{2R^2}$
$\{V_1, V_d, i_7, i_6, V_N, V_C, i_2, I_1\}$	$\frac{sC_1 R_N A^2}{2R}$
$\{V_1, V_d, i_7, i_6, V_N, i_8, V_L, V_C, i_2, I_1\}$	$-\frac{sC_1 R_N R_P A^2}{2RR_I (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_1, i_2, i_4, V_C, i_5, i_6, V_N, i_3, I_1\}$	$-\frac{sC_1 R_O R_N}{2RR_I}$

TABELA C.2 ■ TRANSMITÂNCIAS DAS MALHAS DO SUPERCAPACITOR AB

SOLUTAMENTE ESTÁVEL - SEGUNDA ALTERNATIVA

MALHAS	$L_i, i=1,2,\dots,17$
$\{V_C, i_2, i_4, V_C\}$	$-SC_1 R_O$
$\{V_L, i_8, V_L\}$	$-\frac{R_P}{R(1+sC_2 R_P)}$
$\{V_L, i_{10}, V_L\}$	$-\frac{R_P}{R(1+sC_2 R_P)}$
$\{i_{10}, i_9, V_d, i_{10}\}$	$-\frac{R_O}{R}$
$\{V_d, i_7, i_9, V_d\}$	$-\frac{R_O}{R}$
$\{i_7, i_6, V_N, i_7\}$	$-\frac{R_N}{2R}$
$\{V_C, i_5, i_4, V_C\}$	$-\frac{R_O}{R}$
$\{V_N, i_8, i_6, V_N\}$	$-\frac{R_N}{2R_I}$
$\{V_N, i_3, i_6, V_N\}$	$-\frac{R_N}{2R_I}$
$\{V_C, i_5, i_6, V_N, V_C\}$	$-\frac{R_N}{2R} A$
$\{V_C, i_5, i_6, V_N, V_d, i_{10}, V_L, V_C\}$	$-\frac{R_P R_N A^2}{2R^2(1+sC_2 R_P)}$

MALHAS	$L_i, i=1,2,\dots,17$
$\{V_C, i_5, i_6, V_N, i_7, i_9, V_d, i_{10}, V_L, V_C\}$	$\frac{R_O R_N R_P A}{2R^3 (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_L, i_{10}, i_9, V_d, i_7, i_6, V_N, i_8, V_L\}$	$\frac{R_O R_N R_P}{2R^2 R_I (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_L, i_8, i_6, V_N, i_7, i_9, V_d, i_{10}, V_L\}$	$\frac{R_O R_N R_P}{2R^2 R_I (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_L, i_8, i_6, V_N, V_d, i_{10}, V_L\}$	$\frac{-R_N R_P A}{2R R_I (1+sC_2 R_P)}$
$\{V_d, i_7, i_6, V_N, V_d\}$	$-\frac{R_N}{2R} A$
$\{V_N, i_5, i_6, V_N\}$	$-\frac{R_N}{2R} A$



## APÊNDICE D

### CÁLCULO DA ADMITÂNCIA DE ENTRADA DO CIN

Para o cálculo da admitância de entrada,  $Y_{in}''$ , do circuito do CIN não ideal, adotam-se as notações apresentadas na figura D.1 .

O diagrama de fluxo do circuito D.1 é mostrado na figura D.2, e as expressões das transmitâncias dos caminhos diretos e das malhas são apresentadas, respectivamente, nas Tabelas D.1 e D.2.

Aplicando-se a fórmula de MASON [14] e fazendo uso das condições seguintes:

$$r_1 < r_2 \quad \text{D.1}$$

$$r_2 \ll R_I \quad \text{D.2}$$

obtêm-se a expressão da admitância de entrada:

$$Y_{in}'' = \frac{-A + (AZ/R_I)}{(R_O + r_1) + (r_1 AZ/r_2)} \quad \text{D.3}$$

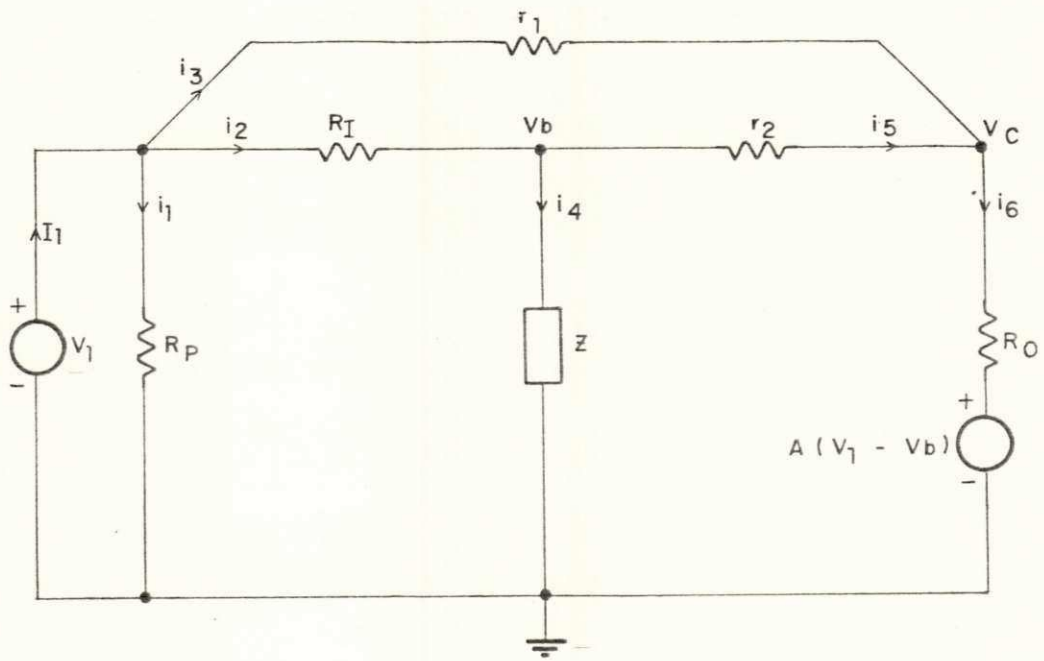


Fig. D.1 - Circuito equivalente do CIN não ideal.

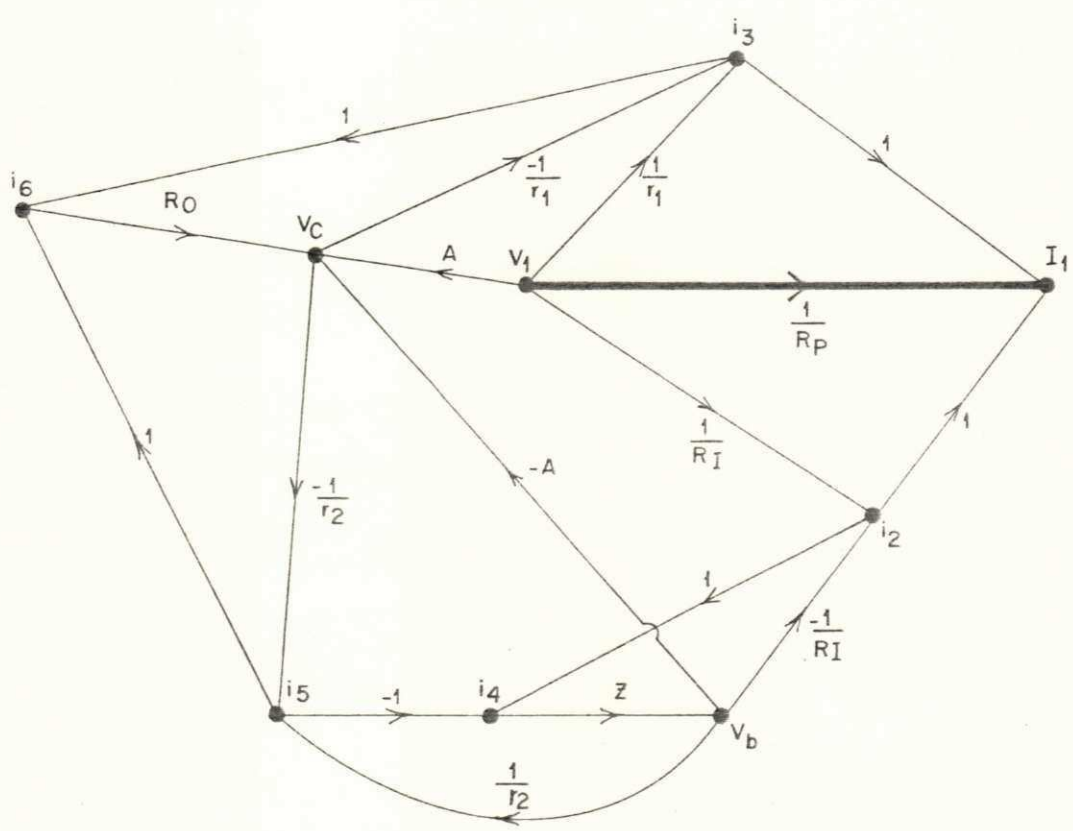


Fig. D.2 - Diagrama de fluxos de circuito do CIN não ideal.

TABELA D.1 - TRANSMITÂNCIAS DOS CAMINHOS DIRETOS DO CIN

CAMINHOS DIRETOS	$T_i, i=1,2,\dots,8$
$\{V_1, I_1\}$	$\frac{1}{R_P}$
$\{V_1, i_2, I_1\}$	$\frac{1}{R_I}$
$\{V_1, i_3, I_1\}$	$\frac{1}{r_1}$
$\{V_1, i_3, i_6, V_C, i_5, i_4, V_b, i_2, I_1\}$	$-\frac{R_O Z}{r_1 r_2}$
$\{V_1, i_2, i_4, V_b, i_5, i_6, V_C, i_3, I_1\}$	$-\frac{R_O Z}{r_1 r_2}$
$\{V_1, i_2, i_4, V_b, V_C, i_3, I_1\}$	$-\frac{AZ}{r_1 R_I}$
$\{V_1, V_C, i_3, I_1\}$	$-\frac{A}{r_1}$
$\{V_1, V_C, i_5, i_4, V_b, i_2, I_1\}$	$-\frac{AZ}{r_2 R_I}$

**TABELA D.2 - TRANSMITÂNCIAS DAS MALHAS DO CIN**

MALHAS	$L_i, i=1,2,\dots,5$
$\{ V_C, i_3, i_6, V_C \}$	- $\frac{R_O}{r_1}$
$\{ V_b, i_2, i_4, V_b \}$	- $\frac{Z}{R_I}$
$\{ V_b, i_5, i_4, V_b \}$	- $\frac{Z}{r_2}$
$\{ V_C, i_5, i_6, V_C \}$	- $\frac{R_O}{r_2}$
$\{ V_C, i_5, i_4, V_b, V_C \}$	- $\frac{AZ}{r_2}$

## APÊNDICE E

### EXPRESSÕES EXATAS DOS ELEMENTOS PARASÍTICOS - SEGUN DA ALTERNATIVA

$$G_{p1} = 1/R_I \quad \text{E.1}$$

$$C_{p1} = 2C_1 R/R_I \quad \text{E.2}$$

$$L_{p2} = (C_1 R_O R_I) / (1 + C_1 R_I B) \quad \text{E.3}$$

$$R_{p2} = \frac{3C_1 R_O + C_1^2 R_O R_I B + 2C_2 R_I + 2C_1 C_2 R_I^2 B}{C_2 + 2C_2 C_1 R_I B + C_1^2 C_2 R_I^2 B^2} \quad \text{E.4}$$

$$C_{p3} = \frac{-(R/R_I) (C_2 + C_1 C_2 R_I B)^3}{C_1 C_2^2 R_O B + C_1^2 C_2^2 R_O R_I B^2 + 4C_1^3 C_2 R_O R B^2 - 4C_1^3 C_2 R_O R B^2} \quad \text{E.5}$$

$$G_{p3} = N_P / D_P \quad \text{E.6}$$

onde :

$$\begin{aligned}
 N_p = & \left[ (C_1 C_2 B + C_2/R_I)^2 \cdot ((3C_1 C_2^2 R_O B/RR_I^4) + (2C_2^3 B/RR_I^3) + \right. \\
 & (2C_1^2 C_2^2 R_O B^2/RR_I^3) + 4(C_1 C_2^3 B^2/RR_I^2) + 2(C_1^2 C_2^3 B^3/RR_I) - \\
 & 12(C_1^3 C_2 R_O B^2/R_I^4) - 8(C_1^2 C_2^2 B^2/R_I^3) - 4(C_1^4 C_2 R_O B^3/R_I^3) - \\
 & \left. 8(C_1^3 C_2^2 B^3/R_I^2) - C_1^3 C_2^2 R_O B^3/RR_I^2) \right] \quad \text{E.7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_p = & \left[ (C_1 C_2^2 R_O B/RR_I^2) + (C_1^2 C_2^2 R_O B^2/RR_I + 4(C_1^3 C_2 R_O B^2/R_I^2) - \right. \\
 & \left. 4C_1^3 C_2 R_O B^2) \right]^2 \quad \text{E.8}
 \end{aligned}$$

$$R_{p4} = - \frac{(B/RR_I) \cdot (3C_1 C_2 R_O/R_I^2) + (2C_2^2/R_I) + ((3C_1^2 C_2 R_O B/R_I) + 2C_1 C_2^2 B)}{K_p (C_1 C_2 B + \frac{C_2}{R_I})^2} \quad \text{E.9}$$

$$L_{p4} = - \frac{(C_1 C_2^2 R_O B/RR_I^2) + (C_1^2 C_2^2 R_O B^2/RR_I) + (4C_1^3 C_2 R_O B^2/R_I^2) - (4C_1^3 C_2 R_O B^2)}{K_p (C_1 C_2 B + C_2/R_I)^2} \quad \text{E.10}$$

onde

$$\begin{aligned}
 K_p = & (B/RR_I) - (B/RR_I) \cdot (3C_1 C_2 R_O / \frac{2}{R_I} + \frac{2C_2^2}{R_I} + 3C_1^2 C_2 R_O B + \\
 & + 2C_1 C_2^2 B) \cdot G_{p3} \quad \text{E.11}
 \end{aligned}$$

## APÊNDICE F

### PROCEDIMENTOS PARA O ALINHAMENTO DO FILTRO ELÍPTICO PASSA- BAIXAS USANDO SUPERCAPACITOR COMPENSADO

Os procedimentos para alinhamento são aqui apresen-  
tados em um caso concreto de filtro elíptico passa-baixas de  
5<sup>a</sup> ordem, estudado no capítulo 4 deste trabalho ( figura  
4.10).

A montagem usado para o alinhamento é mostrada na  
figura F.1 .

#### PROCEDIMENTOS

1<sup>a</sup> - ETAPA : Alinhamento do filtro sem o circuito de compen-  
são.

Com o gerador senoidal ajustado sucessivamente para  
as frequências 119,4 kHz e 177,2 kHz, ajustam-se os potenciô-  
metros  $P_1$  e  $P_2$  dos supercapacitores  $D_{01}$  e  $D_{02}$ , respectiva-  
mente, para obter-se mínimo sinal de saída do filtro.



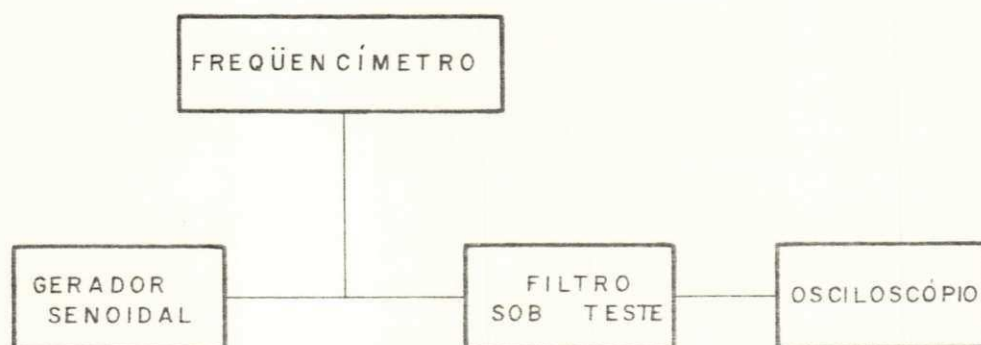


Fig. F.1 - Montagem usada para o alinhamento do filtro.

2<sup>a</sup> ETAPA : Alinhamento do filtro com o circuito de comp  
sação.

Ao se introduzir o circuito de compensação (CIN carregado com carga resistiva) no circuito que realiza a supercapacitância  $D_{01}$ , surge uma capacitância parasítica negati  
va em paralelo com o capacitor  $C_2$  (figura 4.10) devida à e  
xistência de uma capacitância intrínseca do resistor de carga do CIN. Em decorrência de tal fato, é alterado o va  
lor da supercapacitância  $D_{01}$  causando deslocamento do pri  
meiro zero de transmissão.

Com o gerador senoidal para a freqüência de 119,4 kHz, reajusta-se o potenciômetro  $P_1$  do supercapacitor  $D_{01}$  para obter-se mínimo sinal de saída do filtro. Em seguida, ajusta-se o valor de carga do CIN (potenciômetro  $P_3$ ) para se obter a faixa de passagem (freqüência de corte de 80kHz) dentro das especificações.

Observa-se que este é o primeiro passo de um ciclo iterativo, já que a mudança do valor de carga do CIN desa  
linha concomitantemente o supercapacitor  $D_{01}$ . No caso pre  
sente, obteve-se o alinhamento final com três iterações.

## BIBLIOGRAFIA

- |1| L. T. Bruton and D. Treleaven, "Active filter design using generalized impedance converters", *Elec. Design News*, vol. 5, pp. 68-75, Feb. 1975.
- |2| A. Antoniou and K. S. Naidu: "A Compensation Technique for a Gyrator and Its Use in the Design of a Channell-Bank Filter", *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-22, pp. 316-323, Apr. 1975.
- |3| R Thimm, "Realization of Active Bandpass Filters Using Nonideal Impedance Converters", *IEEE Proc. ISCAS/76*, pp 73-76, 1976.
- |4| L. T. Bruton, "Network Transfer Functions Using the Concept of Frequency-Dependent Negative Resistance", *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-16, pp. 406-408, Aug. 1969.
- |5| A. Antoniou: "Realization of Gyration using operational amplifiers, and their use in RC-active network synthe-

- sis", *Proc. Inst. Electr. Engrs*, vol. 116, pp 1838 - 1850, Nov. 1969.
- [6] N. C. Bui et L. T. Huynh: "Réalisation de FDNR et FDNC avec des convertisseurs de courant", *MITT Arbeitsgemeinschaft Elek. Nachrichten*, No. 20, pp. 29-39, June 1976.
- [7] A. Antoniou: "Bandpass transformation and realization using frequency-dependent negative-resistance elements", *IEEE Trans. Circuit Theory*, (Corresp.), vol. CT-18, pp. 297-298, Mar. 1971.
- [8] C. E. Schmidt: "Introducerless Low-Pass Filters". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, vol. 6, pp. 412-413, Dec. 1971.
- [9] C. Nightingale and J. M. Rollett: "Exact Synthesis of Active Low-Pass FDNR Filter", *Electronic Letters*, vol. 10, pp. 34-35, Feb. 1974.
- [10] L. T. Bruton and A. B. Haase: "High Frequency Limitations of RC-active Filter Containing Simulated L and FDNR Elements" , *Circuit Theory and Applications*, vol. 2, pp. 187-194, 1974.
- [11] L. T. Bruton and A. B. Hasse: "Sensitivity of Generalized immittance converter-embedded ladder structures",

*IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-21, pp.  
245-250, Mar. 1974.

- |12| Anatol I. Zverev, *Handbook of Filter Synthesis*. New York: John Wiley & Sons. 1967.
  
- |13| G. C. Temes and J. W. LaPatra, *Introduction to Circuit Synthesis and Design*. Tokyo: McGraw-Hill, 1977.
  
- |14| D. D. Novo, *Eletrônica Aplicada 2*, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1973.
  
- |15| W. G. Pinheiro, Notas de aula não publicadas.