



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AGROALIMENTAR
CURSO DE ENGENHARIA AMBIENTAL
CAMPUS DE POMBAL-PB**

ULISSES ALENCAR BEZERRA

**TEORIA DOS JOGOS PARA TOMADA DE DECISÕES NA OPERAÇÃO MENSAL
DO SISTEMA HÍDRICO COREMAS - MÃE D'ÁGUA**

POMBAL-PB

2016

ULISSES ALENCAR BEZERRA

**TEORIA DOS JOGOS PARA TOMADA DE DECISÕES NA OPERAÇÃO MENSAL
DO SISTEMA HÍDRICO COREMAS - MÃE D'ÁGUA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro de Ciências e Tecnologia Agroalimentar, da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. CAMILO ALLYSON SIMÕES DE FARIAS

POMBAL-PB

2016

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

B574t Bezerra, Ulisses Alencar.
Teoria dos jogos para tomada de decisões na operação mensal do sistema hídrico Coremas-Mãe D'Água / Ulisses Alencar Bezerra. – Pombal, 2017.
42 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Ambiental) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia Agroalimentar, 2016.

"Orientação: Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias".
Referências.

1. Recursos Hídricos. 2. Teorema *minimax*. 3. Sistema Hídrico – Coremas-Mãe D'Água. 4. Reservatórios - Operação. I. Farias, Camilo Allyson Simões de. II. Título.

CDU 556.18(043)

ULISSES ALENCAR BEZERRA

**TEORIA DOS JOGOS PARA TOMADA DE DECISÕES NA OPERAÇÃO MENSAL
DO SISTEMA HÍDRICO COREMAS - MÃE D'ÁGUA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro de Ciências e Tecnologia Agroalimentar, da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. CAMILO ALLYSON SIMÕES DE FARIAS

Aprovado em _____ de _____ de _____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias

Orientador

Profª. Dra. Érica Cristine Medeiros Machado

(Examinador Interno – CCTA/UFCG/*Campus* de Pombal-PB)

Prof. M.Sc. Artur Moises Gonçalves Lourenço

(Examinador Externo – IFPB/*Campus* de Princesa Isabel-PB)

*À minha mãe, Valcir, que se tornou um anjo,
ao meu pai, Cláudio, que me ensinou a dar
meu melhor, à minha irmã Raíssa, e à minha
namorada Luísa por todo o amor.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida, por sempre estar guiando e iluminando meus caminhos, por ter me concedido a oportunidade de ter cursado e vivido a experiência da graduação.

À minha família, em especial aos meus pais Cláudio e Valcir (*in memoriam*), e a minha irmã Raíssa, pelo amor, confiança, apoio e incentivo durante toda minha vida.

À minha namorada, Luísa, pela paciência, amor, dedicação, e companheirismo durante todos os dias dessa minha jornada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias, pela excelente orientação, ensinamentos, paciência, confiança e pelo exemplo de dedicação ao trabalho.

A todos meus professores da Unidade Acadêmica de Ciência e Tecnologia Ambiental – UACTA/CCTA/UFCG - Campus de Pombal, porque de cada um aprendi muito. Em especial, os professores José Cleidimário Araújo Leite, pelo exemplo e dedicação em passar seus conhecimentos, Luís Gustavo de Lima Sales, Cibelle Guimarães Silva Severo, Johnatan Rafael Santana de Brito e Rosinete Batista dos Santos, na qual contribuíram de forma essencial na minha vida acadêmica. Assim também a todos os funcionários, que sempre se encontram dispostos a ajudar de forma especial aos que vem de longe.

Aos amigos José Lucas de Souza Abreu e Mikaele Gomes Batista, que desde o começo estiveram comigo, convivendo, aprendendo e ajudando uns aos outros. Aos meus amigos e colegas da UFCG.

A todos, que de maneira direta ou indireta contribuíram para a minha formação e a realização deste trabalho.

Muito obrigado a todos!

BEZERRA, U.A. **Teoria dos Jogos para Tomada de Decisões na Operação Mensal do Sistema Hídrico Coremas - Mãe D'água**. 2016. 42 fls. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Ambiental) – Universidade Federal de Campina Grande, Pombal-PB. 2016.

RESUMO

Neste trabalho foi desenvolvido e aplicado a Teoria dos Jogos para tomada de decisão na operação mensal do sistema hídrico Coremas – Mãe D'água. A partir da integração de modelos hidrológicos foi possível obter a disponibilidade hídrica do sistema hídrico referido e, assim, identificar e propor soluções para os conflitos entre índices de alocação e volume disponível no reservatório. Aplicou-se a Teoria dos Jogos no intuito de encontrar um equilíbrio entre as estratégias do operador do reservatório e o que o sistema hídrico pode sofrer em termos hidrológicos. Por meio do Teorema *minimax*, foi possível garantir o índice de alocação de água para cada mês, independente das incertezas hidrológicas do sistema hídrico, sem que o mesmo entre em colapso. A partir dos resultados obtidos no modelo, verificou-se a sua aplicabilidade para gerar como possíveis soluções para os conflitos. Sendo assim, espera-se que a Teoria dos Jogos possa servir como suporte nas tomadas de decisões durante a operação mensal sustentável de sistemas hídricos no semiárido.

Palavras-chave: Teorema *minimax*, operação de reservatórios, conflitos.

BEZERRA, U.A. **Game Theory for Decision Making on Monthly Water System Operation Coremas - Mãe d'água**. 2016. 42 fls. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Ambiental) – Universidade Federal de Campina Grande, Pombal-PB. 2016.

ABSTRACT

In this work was developed and applied the Games Theory for decision making in the monthly operation of the water system *Coremas - Mãe D'água*, Brazil. From the integration of hydrological models, it was possible to obtain the water availability of the referred water system and, consequently, to identify and propose solutions to the conflicts. The Games Theory was applied in order to find a balance between the strategies of the reservoir operator and what the hydrological system can undergo in hydrological terms. By means of the *minimax* theorem, it was possible to ensure the index of water allocation for each month, regardless the hydrological uncertainties of the water system, without collapsing. From the results obtained in the model, it was verified its representativeness as possible solutions to the conflicts. Thus, it is expected that the Games Theory may serve as a support for decision making during the monthly operation of water systems in semiarid Brazil.

Keywords: *Minimax* theorem, reservoir operation, conflict.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Aplicação do Teorema <i>Minimax</i>	17
Figura 2: Localização do Sistema hídrico Coremas – Mãe d’Água na bacia hidrográfica do rio Piancó	19
Figura 3: Imagem de Satélite do Sistema hídrico Coremas – Mãe d’Água.	20
Figura 4: Representação do Sistema Coremas-Mãe D’Água como um único reservatório.	21
Figura 5: Fluxograma das Etapas Metodológicas.	22
Figura 6: Política Operacional Linear Padrão (SLOP).....	23
Figura 7: Matriz de <i>Payoff</i> envolvendo jogadores e suas respectivas estratégias.	24

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Formas de uso da água para o Sistema Coremas – Mãe d'Água	21
Tabela 2 – Matriz <i>Payoff</i> para o mês de Janeiro.....	26
Tabela 3 – Valores <i>minimax</i> mensal.....	27
Tabela 4 – Índice de alocação de água mensal.....	28

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1	Planejamento, Gerenciamento e Gestão de Recursos Hídricos.....	13
2.2	Conflitos em Recursos Hídricos	14
2.3	Teoria dos Jogos	15
2.4	Teorema Minimax	17
3	MATERIAIS E MÉTODOS	19
3.1	Área de Estudo	19
3.2	Etapas Metodológicas.....	22
3.3	Geração Sintética de Vazões	22
3.4	Política Operacional Linear Padrão (SLOP)	23
3.5	Aplicação da Teoria dos Jogos na Operação mensal do Sistema hídrico Coremas – Mãe d’Água	24
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	26
5	CONCLUSÃO	29
6	SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS	30
	REFERÊNCIAS	31
	APÊNDICES	36
1	APÊNDICE A – Matrizes Payoff.....	37

1 INTRODUÇÃO

Os recursos hídricos fornecem uma vasta gama de benefícios e serviços que são fatores-chave para a obtenção do desenvolvimento sustentável e do crescimento inclusivo, que são essenciais para quase todas as formas de atividade econômica e sustentam os meios de subsistência de bilhões de pessoas (UNESCO, 2015).

Segundo Torres (2015), as últimas décadas foram marcadas pela crescente sensibilização por um grupo seleto de pessoas em reavaliar as práticas de controle e uso dos recursos naturais e pelo expressivo avanço em reconhecer a importância do meio ambiente por fornecer bens e serviços. Por meio dessas alterações no cenário ambiental, a instalação e desenvolvimento de atividades econômicas nos ecossistemas, tanto terrestre quanto aquáticos, passaram a ser revistos pela sociedade.

Uma das intervenções antrópicas de grande impacto no ecossistema aquático é a construção de barramentos para formação de reservatórios de regularização de vazões que, embora traga diversos benefícios à sociedade, traz consigo grandes interferências no curso do rio. Os impactos provocados pela operação de reservatórios associadas a alguns fatores como o crescimento populacional; degradação da qualidade dos corpos d'água, mau gerenciamento dos recursos hídricos e a escassez de água promovem pressões sobre as bacias hidrográficas, ocasionando conflitos de dimensões ecológicas, social, cultural e de políticas públicas (TORRES, 2015).

A construção de reservatórios de água se deve a necessidade da melhor alocação de volumes de água em bacias hidrográficas, a fim de disponibilizar este recurso para diversos fins. Alguns exemplos de usos típicos deste recurso, são o controle de cheias, geração de energia, regularização de vazões, e abastecimento de água (FLEISCHMANN et al. 2015).

Operar reservatórios requer decisões que interpretam a quantidade de água a ser alocada ao longo do tempo para cada um dos usos e quais os volumes dos reservatórios a serem mantidos, pretendendo o atendimento ideal de usos pré-definidos, para que, devido ao caráter de usos múltiplos da água, os possíveis conflitos, sejam minimizados entre seus diversos usuários (BRAVO, 2010).

Os reservatórios são elementos essenciais da gestão de recursos hídricos, seus efeitos nos regimes hidrológicos devem ser compreendidos, tanto em termos de impactos quanto na capacidade de atender suas demandas (FLEISCHMANN et al. 2015).

Labadie (2004) afirma, que a otimização de um sistema de reservatórios ainda é uma tarefa complexa, principalmente quando se considera as tentativas de incorporação das incertezas hidrológicas, pois quando se aborda a operação de reservatórios várias dificuldades de tomada de decisão surgem. E grande parte desses problemas é por conta das representações matemáticas que se tornam bastante complexas.

A Teoria dos Jogos, foi consolidada pelo matemático John Von Neumann, e pelo economista Oskar Morgenstern em 1944 no livro “A Teoria dos Jogos e o Comportamento Econômico” (NEUMANN e MORGENTERN, 1944). É amplamente conhecida em vários campos da ciência, por ser uma teoria que aborda as características gerais de situações competitivas com ênfase nos processos de tomada de decisões dos jogadores (HILLIER e LIEBERMAN, 2006).

Nesta área do conhecimento, a Teoria dos Jogos é aplicada para encontrar equilíbrios que potencializam um “acordo” entre os envolvidos, o que se mostra melhor que um resultado otimizado para resolver conflitos entre os jogadores (CARRARO et al., 2005; SIMON et al., 1987).

Os estudos sobre o desenvolvimento e aplicação da Teoria dos Jogos na área de recursos hídricos, estão mais voltados para a gestão dos recursos hídricos, a exemplo os conflitos entre bacias federais e transfronteiriças, entretanto são ainda incipientes a alguns temas mais específicos, como a operação de reservatórios. Os artigos de Ribeiro e Dorfman (1996), Ganji et al. (2007), Kariyawasam (2012), Lee (2012) e Leoneti (2012), são exemplos de alguns trabalhos sobre a aplicabilidade da Teoria dos Jogos na área de recursos hídricos.

Diante do exposto, este trabalho tem como finalidade a aplicação da Teoria dos Jogos na operação do sistema hídrico Coremas - Mãe D’água, situado na região semiárida do estado da Paraíba. Este trabalho se insere no contexto de tecnologias que auxiliem no gerenciamento dos recursos hídricos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Planejamento, Gerenciamento e Gestão de Recursos Hídricos

De acordo com Bacalhau (2015), planejamento, no ramo das ciências econômicas, é a forma de harmonizar recursos em escassez com as necessidades abundantes. Em recursos hídricos, o planejamento é abordado como um conjunto de procedimentos organizados que visam atender às demandas de água, considerando a disponibilidade restrita deste recurso.

A forma pela qual se pretende equacionar e resolver as questões de escassez hídrica, é através da gestão de recursos hídricos. O planejamento tende uma avaliação prospectiva das demandas e das disponibilidades desses recursos e a alocação entre seus múltiplos usos, de forma a obter os máximos benefícios econômicos e sociais (BACALHAU, 2015).

Os recursos hídricos estão no centro do desenvolvimento sustentável, mas ao mesmo tempo o desenvolvimento e o crescimento econômico instituem influências sobre esse recurso e desafios à segurança hídrica para os seres humanos e a natureza. Ademais, permanecem enormes incertezas sobre a quantidade de água necessária para acolher a demanda de alimentos, energia e outros usos humanos, e ainda sustentar os ecossistemas. Essas incertezas são acentuadas pelo impacto das alterações climáticas (UNESCO, 2015).

Porto e Azevedo (2002), afirmam que a tomada de decisões a respeito de sistemas de recursos hídricos, deve considerar os aspectos hidrológicos, ambientais, econômicos, políticos e sociais, mutáveis no tempo e associados a incertezas, de difícil quantificação. Conforme as demandas de água crescem, os conflitos e disputas por esse recurso acirram-se, enquanto os sistemas de recursos hídricos tendem a se tornar maiores e complexos. Assim, a construção e gerenciamento desses sistemas estão associados geralmente a investimentos de grande porte, longos prazos e políticas cuidadosas de operação e manutenção. Tais características impõem a necessidade de planejamentos estratégicos que conciliem eficiência econômica, sustentabilidade, flexibilidade e equidade.

A gestão de recursos hídricos é responsabilidade de muitos tomadores de decisão, nos setores público e privado. A questão que se coloca é de como a responsabilidade compartilhada pode ser transformada em algo construtivo e ser elevada a um ponto de convergência em torno do qual os diversos interessados possam se reunir e participar coletivamente em tomadas de decisão informadas. Investir em todos os aspectos da gestão dos recursos hídricos, de provisão

de serviços e de infraestrutura (desenvolvimento, operação e manutenção), terá benefícios, ecológicos, sociais e econômicos significativos. (UNESCO, 2015).

O planejamento e o gerenciamento dos recursos hídricos visam uma forma de assegurar que as intervenções antrópicas sobre esses recursos, de modo que os aspectos sociais, ecológicos e institucionais sejam inseridos e permitam a operação dos sistemas hídricos de maneira economicamente eficiente e flexível. (SANTOS, 2007; VIEIRA, 2011).

2.2 Conflitos em Recursos Hídricos

Para melhor se entender o que é conflito, algumas definições são feitas: Hoban (2001) define como sendo um desacordo natural, decorrente do convívio de pessoas ou de grupos que diferem em atitudes, crenças, valores ou necessidades; em Cap-Net (2008) o conflito é relatado como parte de um processo que vem a surgir de uma organização de condições objetivas e subjetivas que solicitam uma resolução em base sustentável; Oliveira (2011), define conflito como um choque de interesse de duas partes em relação a um mesmo bem, cujo fim é satisfazer suas necessidades.

O crescimento populacional global desordenado e as mudanças do ambiente, ameaçam à quantidade e qualidade dos recursos hídricos. Diante disso várias situações de conflitos são identificadas, principalmente, no que tange as disputas entre grupos com interesses e poder de decisão distintos (BATISTA, 2013). Conforme Correia (2012), a água, por não se limitar a fronteiras territoriais, tem a potencialidade de conflitos em bacias compartilhadas por diferentes estados ou países. Outro aspecto em que os vários pontos de crise surgem, de caráter nacional e internacional, é que nem sempre, a distribuição humana coincide com a distribuição de água.

Sob a ótica de Batista (2013), o Brasil, apresenta elevado potencial hídrico, entretanto, ocorrem diversos conflitos em torno dos recursos hídricos, como a problemática do semiárido nordestino, o elevado grau de urbanização e industrialização de algumas bacias hidrográficas, causando dificuldades no atendimento às demandas, bem como a deterioração da qualidade da água.

De acordo com Dinar (2007), ainda que os recursos hídricos partilhados, estarem sujeitos aos conflitos, eles também podem ser considerados como uma fonte para cooperação, pois conflito e cooperação, combinam um conjunto de variáveis econômicas e políticas.

Para a tomada de decisões abrangendo vários agentes e os usos múltiplos da água, é necessário se ponderar, aspectos políticos, sociais, econômicos, financeiros, hidrológicos,

ecológicos e de engenharia, dentre outros, que possam conduzir às soluções que melhor compatibilizem as premissas acima citadas (PORTO *et al.*, 1999).

Em Soares (2003), o autor afirma que as tomadas de decisões devem buscar a opção que apresente o melhor resultado, a melhor avaliação, ou ainda, o melhor acordo entre as expectativas do “decisor” e as suas disponibilidades em adotá-la, considerando a relação entre elementos objetivos e subjetivos.

2.3 Teoria dos Jogos

As bases da Teoria dos Jogos, foram lançadas em 1944, pelo matemático John Von Neumann, e pelo economista Oskar Morgenstern no livro “*Theory of Games and Economic Behavior*”. É uma teoria de abordagem matemática moderna para conflitos de interesse, na qual, as escolhas racionais e os acontecimentos sociais são interpretados por meio dos modelos de jogos de estratégia. Ou seja, baseado em uma rigorosa estrutura matemática, a Teoria dos Jogos passou a analisar as interações humanas, colocando particular ênfase nos processos de tomada de decisão dos jogadores (RUFINO, 2005).

De acordo com os princípios identificados por Neumann e Morgenstern (1944), se os indivíduos envolvidos em uma circunstância de interação atuarem com racionalidade, eles tendem a identificar alternativas que atendam não somente seus critérios, mas também que considerem, pelo menos, minimamente, aos critérios dos outros indivíduos. Dessa forma, o interesse da Teoria dos Jogos é avaliar estritamente os jogos de estratégia, onde os agentes tomam decisões estratégicas, visando seus objetivos e também considerando os objetivos dos outros.

Grande parte das situações de interação estratégica podem ser classificadas como “jogos”, dentre os quais se devem buscar compreender as ações objetivas de cada indivíduo, conhecidos por “jogadores”. Suas interações devem ser modeladas para cada caso, ou seja, o ponto de partida da teoria, será sempre um modelo, que será diferente para cada situação de interação (FIANI, 2006).

Neumann e Morgenstern (1944) apresentaram o Teorema *minimax*, segundo eles sempre há uma solução racional para um conflito entre dois indivíduos cujos interesses são completamente opostos, ou seja, o que é ganho por um dos lados é perdido pelo outro. Esse é um exemplo da chamada situação de soma zero, uma vez que os ganhos dos dois jogadores somam zero. (AZEVEDO *et al.*, 2002).

John Nash, contribuiu bastante para a Teoria dos Jogos. Ele provou a existência de um equilíbrio estratégico para jogos não cooperativos - o equilíbrio de Nash – e sugeriu uma abordagem de estudo de jogos cooperativos a partir de sua redução para a forma não cooperativa Nash (1950a, 1951). Nos artigos *The Bargaining Problem* (NASH, 1950b) e *Two – Person Cooperative Games* (NASH, 1953), o autor criou a teoria da Barganha e provou a existência da solução de barganha de Nash.

As técnicas matemáticas desenvolvidas na Teoria dos Jogos admitem analisar qualquer situação com interesses em conflito, onde as decisões tomadas afetam, inevitavelmente, todas as partes envolvidas (ELEFTHERIADOU; MYLOPOULOS, 2008). Ainda de acordo com os autores, um conceito de solução é definido na Teoria dos Jogos como metodologia de resolução de situações conflitantes através da estimativa do ponto de equilíbrio do conflito.

Dentre as principais vantagens da aplicação da Teoria dos Jogos, destacam-se, entender teoricamente a interação entre jogadores e auxiliar o raciocínio estratégico, explorando as possibilidades de interação entre os agentes. Além disto, a aplicação da abordagem de jogos, permite ampliar a visão dos jogadores sobre o problema e encontrar novas possibilidades para a resolução do mesmo, o que passaria despercebido sem o auxílio desta teoria (FIANI, 2006).

Algumas limitações da Teoria dos Jogos foram observadas por Fiani (2006), por exemplo, existe uma dificuldade na sua aplicação quando os jogadores não dispõem de informação suficiente antes do processo de interação estratégica. De acordo com o autor, as condições necessárias, mas não suficientes, para que os agentes possam apresentar um comportamento racional em um jogo seriam que: (i) o jogo seja simples; (ii) os jogadores joguem muitas vezes e aprendam por tentativa e erro; (iii) os incentivos para jogar bem (racionalmente) sejam adequados.

Para ser classificado como um jogo, a situação de interação estratégica deve possuir cinco características: (i) ser um modelo formal; (ii) permitir interações; (iii) envolver mais de um agente; (iv) promover a racionalidade; e (v) priorizar o comportamento estratégico. Além disto, é necessário descobrir os objetivos dos jogadores, pois “uma avaliação incorreta dos objetivos pode levar a um equívoco grave no momento de analisar os possíveis desdobramentos de uma situação de interação estratégica” (FIANI, 2006, p.20).

De acordo com Kariyawasam (2012), a operação de um reservatório tem todas as características de um jogo. Os dois jogadores são o “operador do reservatório” e os “usuários da água”. O operador deseja manter o reservatório cheio, enquanto que os usuários desejam que

suas demandas sejam atendidas. Desse modo a operação do reservatório pode ser modelado como um jogo.

Neste trabalho, a pretensão é utilizar a Teoria dos Jogos como uma ferramenta de apoio a tomada de decisão, no sentido de otimizar os benefícios da operação do reservatório, atendendo aos seus usuários e ao mesmo tempo, em que o operador do reservatório controla o volume disponível do reservatório, buscando manter o mais cheio possível.

É imprescindível lembrar que a estratégia do “Jogador 1” é o nível de alocação de água de operação do reservatório, e a do “Jogador 2” é representada como sendo o volume disponível no reservatório.

2.4 Teorema *Minimax*

Nos jogos de soma zero com duas pessoas, podemos encontrar a solução pelo método *minimax*: procurando minimizar as perdas e maximizar os lucros, ao mesmo tempo. Para tanto é necessário que primeiro sejam definidos os padrões de comportamento dos dois jogadores. A Teoria dos Jogos supõe que os jogadores vão agir de forma racional.

Para exemplificação do Teorema *Minimax*, será utilizado o problema a seguir. O seguinte jogo envolve o conjunto de estratégias do jogador A, sendo suas estratégias definidas por A1, A2 e A3 e o jogador B, com as estratégias B1 e B2, com a seguinte matriz de resultados com valores, de acordo com a Figura 1.

Figura 1: Aplicação do Teorema *Minimax*

		Jogador B		Mínimo da linha
		B1	B2	
Jogador A	A1	9	2	2
	A2	8	6	6 (Maximin)
	A3	6	4	4
Máximo da coluna		9	6 (Minimax)	

Fonte: Nascimento (2014).

Suponha que o jogador A começa o jogo sabendo muito bem que para qualquer estratégia adotada por ele, o jogador B irá selecionar uma estratégia que irá minimizar o resultado de A. Se A selecionar a estratégia A1 então B irá selecionar B2 para que A obtenha ganho mínimo. Da mesma forma, se A escolhe A2, B escolhe B2. Naturalmente, A gostaria de maximizar o

seu ganho, maximin, que é o maior dos mínimos da linha. Da mesma forma, B irá minimizar sua perda, o que chamamos de *minimax*. Podemos observar que, o máximo da linha e o mínimo da coluna são iguais, desta forma chamamos o par (A2, B2) de ponto de sela. Assim, concluímos que A2 é a melhor estratégia a ser adotada pelo jogador A e B2 é a melhor estratégia a ser adotada pelo jogador B (NASCIMENTO, 2014).

De acordo com Fiani (2006), quando a combinação de estratégias para as quais o máximo entre os mínimos que o jogador nas colunas pode obter, for a mesma para a qual o jogador nas linhas obtém o mínimo entre os máximos, temos que: *minimax nas linhas = maximin nas colunas*. Sempre que isso ocorrer em alguma combinação de estratégias, encontra-se o equilíbrio de um jogo estritamente competitivo. Quando isso acontece, para uma dada combinação de estratégias em um jogo estritamente competitivo, é chamado de um ponto de sela.

Segundo Leoneti (2012), este equilíbrio, ao contrário das teorias de otimização, não apresenta respostas sob uma forma maximizada ou minimizada, e sim a solução de compromisso que compreende os diferentes interesses envolvidos. Propõe-se uma solução que é construída com base na interação entre os jogadores, o que poderia satisfazer razoavelmente os interesses conflitantes.

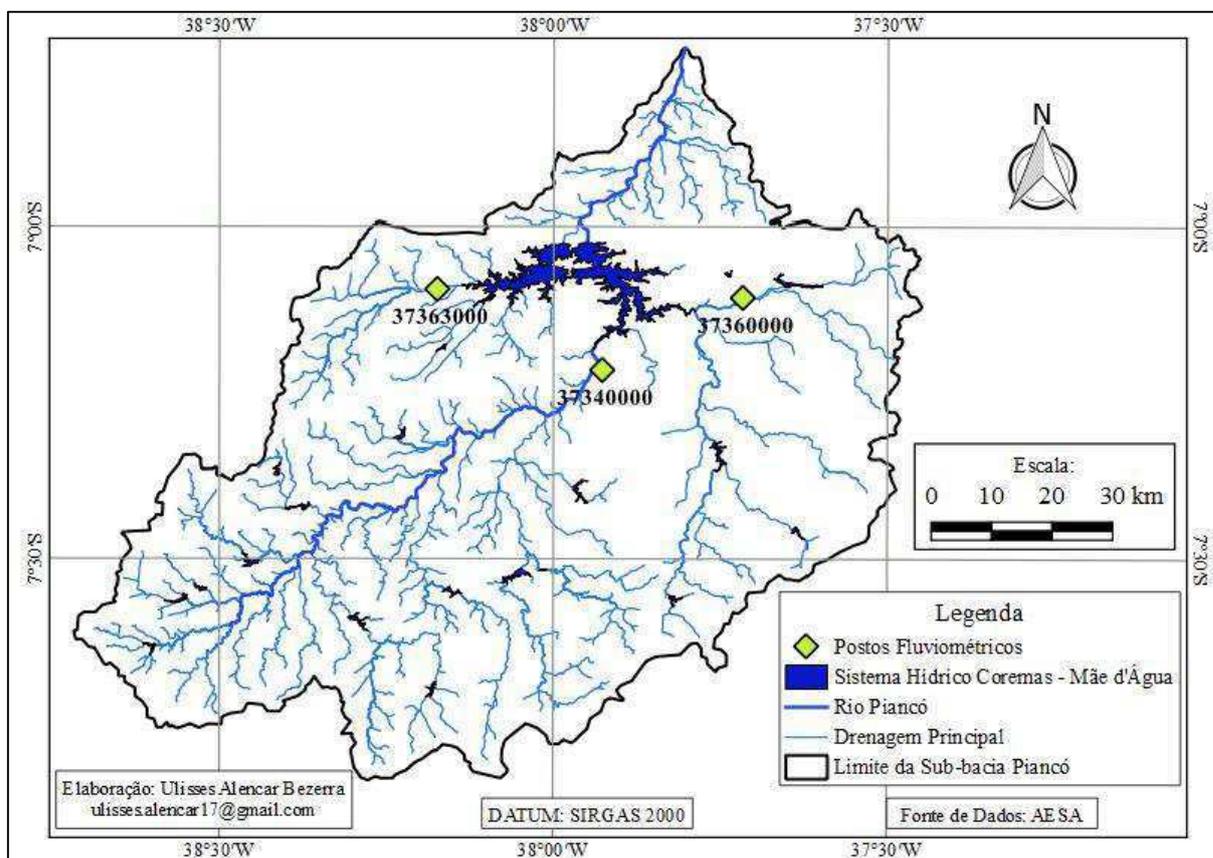
3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Área de Estudo

A área de estudo selecionada para os procedimentos e modelos desenvolvidos neste trabalho foi o Sistema hídrico Coremas – Mãe d'Água. O sistema de reservatórios fica situado no extremo sudoeste do estado paraibano, totalmente inserido na região semiárida, na bacia do rio Piancó, que é uma sub-bacia do rio Piranhas

De acordo com Lima (2004), a região conta com uma temperatura média anual superior aos 24°C, apresenta uma precipitação média anual de 821 mm, sendo 60% deste valor concentrado entre os meses de fevereiro a abril. A evaporação potencial anual é em torno dos 3000 mm, com as maiores taxas mensais nos meses de setembro a dezembro. Os tributários: riacho Aguiar, riacho Emas e o rio Piancó, contribuem com suas respectivas vazões afluentes para os reservatórios. A localização da área de estudo pode ser observada na Figura 2.

Figura 2: Localização do Sistema hídrico Coremas – Mãe d'Água na bacia hidrográfica do rio Piancó



Fonte: Autor (2016).

O Sistema hídrico Coremas – Mãe d'Água dispõe uma capacidade aproximada para acumular 1,358 bilhões de metros cúbicos, sendo que o açude Coremas (Estevam Marinho) e o açude Mãe d'Água, apresentam uma capacidade de 720 milhões de metros cúbicos e 638,7 milhões de metros cúbicos respectivamente. Ambos foram construídos pelo DNOCS com as finalidades de abastecimento, irrigação, piscicultura, geração de energia, perenização do rio Piancó e turismo. Eles são interligados por um canal com a capacidade máxima de vazão igual a 12 m³/s. Em sua cota máxima, o sistema forma um lago com superfície líquida de 115,6 milhões de metros quadrados (LIMA, 2004).

Na Figura 3, é possível observar a composição do Sistema hídrico Coremas – Mãe d'Água, por meio de duas imagens de satélite, adquiridas de datas diferentes, destaca-se o quanto que o sistema hídrico, foi perdendo seu volume, segundo dados da Agência Executiva de Gestão das Águas do Estado da Paraíba-AESA, a queda do manancial foi gradativa ano a ano. Em dezembro de 2012, o volume de água era 566 milhões e 40 mil metros cúbicos, ou 48,81%, um ano depois, em dezembro de 2013, o volume havia caído para 403 milhões 810 mil metros cúbicos de água, restando para dezembro de 2016, o equivalente a pouco mais de 9% do seu volume máximo. Atingindo seu menor volume já registrado.

Figura 3: Imagem de Satélite do Sistema hídrico Coremas – Mãe d'Água.



a) dezembro, 2012.



b) dezembro, 2016.

Fonte: Adaptado de Google Earth.

As demandas hídricas do sistema podem ser encontradas na Tabela 1. Segundo Lima (2004), os açudes possuem vários tipos de uso, como o controle de cheias da região, irrigação, piscicultura, aproveitamento de culturas nas áreas a montante, abastecimento de água para as populações urbanas e geração de energia, turismo e recreação. Além dessas demandas, existe a exigência de vazão ecológica igual ou superior à 1,0 m³/s na divisa entre os estados da Paraíba e Rio Grande do Norte, estabelecida pelo marco regulatório de 2004. Sendo assim, para o

presente trabalho, considerou-se as demandas hídricas totais apresentadas na Tabela 1 (Agência Nacional de Águas, 2004).

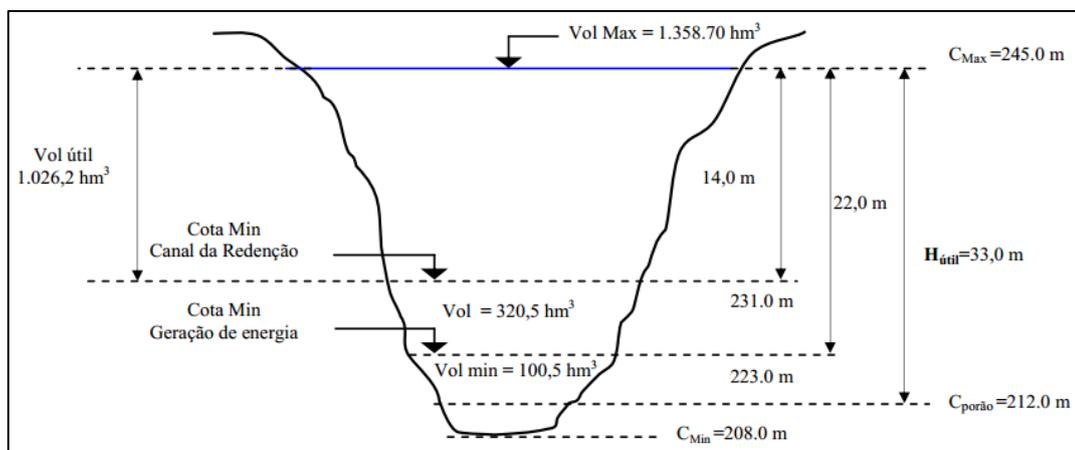
Tabela 1 - Formas de uso da água para o Sistema Coremas – Mãe d'Água

Mês	Irrigação	Abastecimento humano	Piscicultura	Marco regulatório	Total (m ³ /s)
Janeiro	8,12	2,28	0,049	1,0	11,45
Fevereiro	7,45	2,28	0,049	1,0	10,78
Março	6,77	2,28	0,049	1,0	10,10
Abril	6,68	2,28	0,049	1,0	10,01
Mai	6,51	2,28	0,049	1,0	9,84
Junho	6,64	2,28	0,049	1,0	9,97
Julho	7,11	2,28	0,049	1,0	10,44
Agosto	7,92	2,28	0,049	1,0	11,25
Setembro	8,40	2,28	0,049	1,0	11,73
Outubro	8,70	2,28	0,049	1,0	12,03
Novembro	8,72	2,28	0,049	1,0	12,04
Dezembro	8,21	2,28	0,049	1,0	11,54

Fonte: Lima, 2004.

No presente trabalho, assim como nos estudos de Celeste, Curi e Curi (2009); Carneiro e Farias (2013) e Farias, Machado e Brasiliano (2016), o sistema é modelado como um reservatório equivalente, considerando o volume total, a soma dos volumes individuais de cada reservatório. As vazões afluentes ao sistema, são a soma das vazões de entrada nos dois reservatórios. A representação do sistema como um único reservatório, pode ser observado pela Figura 4.

Figura 4: Representação do Sistema Coremas-Mãe D'Água como um único reservatório.

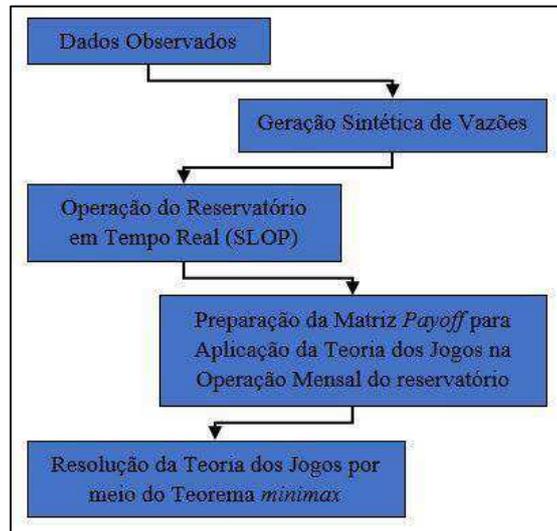


Fonte: Lima, Curi e Curi (2006).

3.2 Etapas Metodológicas

Para uma melhor visualização das etapas metodológicas utilizadas neste estudo, a Figura 5, mostra o fluxograma das etapas desenvolvidas.

Figura 5: Fluxograma das Etapas Metodológicas.



Fonte: Autor, (2016).

A série de dados utilizada no presente estudo, foram as vazões mensais observadas nos postos fluviométricos de Emas, Aguiar e Piancó durante o período de 1964 – 1984. Estes postos foram escolhidos por serem os grandes tributários do Sistema Coremas - Mãe d'Água.

3.3 Geração Sintética de Vazões

Para a aplicação de técnicas de otimização estocástica, geralmente necessita-se de longas séries temporais das variáveis que fazem parte do sistema. O modelo utilizado para a geração mensal de vazões neste estudo foi o Método dos Fragmentos (MF).

Este método desagrega vazões anuais em vazões mensais conforme um método padronizado (CELESTE et al., 2007). Este procedimento consiste em estabelecer classes para as vazões anuais observadas, que são classificadas em ordem crescente. A primeira classe tem um limite inferior igual a zero e a última classe tem um limite superior igual a infinito. As classes intermediárias são definidas pela média entre duas sucessivas vazões anuais. Cada nova vazão anual sintética irá pertencer a uma classe específica e, portanto, as vazões mensais são obtidas através da multiplicação dos fragmentos de tal classe pelo valor anual sintético (CARNEIRO e FARIAS 2013).

Esse método tem sido efetivamente aplicado a regiões semiáridas e informações mais detalhadas sobre seu funcionamento podem ser acessadas nas obras de Carneiro e Farias (2013), Celeste et al. (2007), e Svanidze (1980).

O modelo utilizado nesse estudo, MF, foi o mesmo implementado e testado por Carneiro e Farias (2013), onde 10.000 anos de vazões sintéticas mensais foram geradas e apresentaram propriedades estatísticas muito próximas dos valores das vazões históricas observadas.

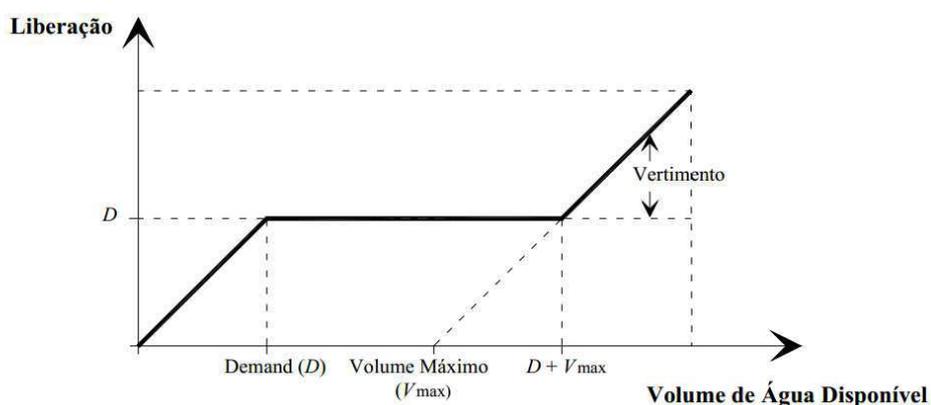
3.4 Política Operacional Linear Padrão (SLOP)

Entre as técnicas mais conhecidas e simples a Política Operacional Linear Padrão, do inglês Standard Linear Operation Policy (SLOP), estabelece que quando a água disponível é igual ou inferior à demanda, toda a água armazenada é liberada, e quando a água disponível é superior à demanda, a mesma é atendida e o excedente começa a ser acumulado no reservatório até atingir seu volume máximo. A partir daí o vertimento é iniciado (LOUCKS et al., 1981; CELESTE, 2004). Este modelo, pode ser observado na Figura 6.

O modelo SLOP foi aplicado para as vazões afluentes ao reservatório, que foram geradas pelo MF, considerou-se o volume inicial, como sendo igual a metade do volume máximo. Os primeiros e últimos dois anos de cada sequência foram eliminados para evitar problemas com condições de contorno.

O modelo SLOP foi utilizado para a determinação dos dados de volume disponível e para alocação de água, que foram fundamentais para a confecção da matriz *Payoff*.

Figura 6: Política Operacional Linear Padrão (SLOP).

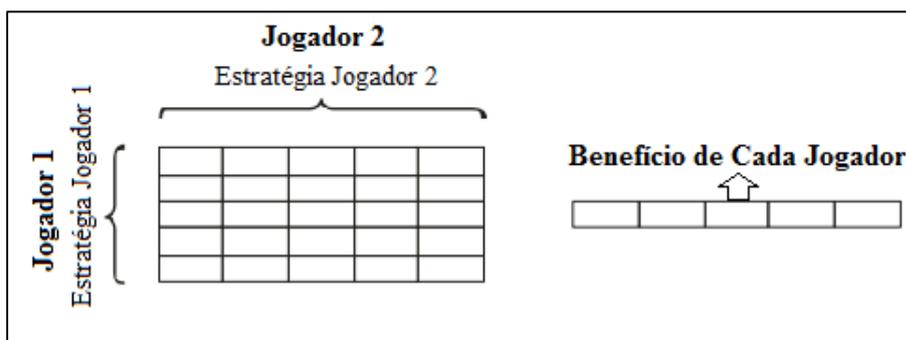


Fonte: Adaptado de Farias, 2009.

3.5 Aplicação da Teoria dos Jogos na Operação mensal do Sistema hídrico Coremas – Mãe d’Água

A modelagem da Teoria dos Jogos pode ser idealizada com o auxílio de uma matriz envolvendo os jogadores e suas respectivas estratégias disponíveis. Esta matriz é conhecida como matriz de “*Payoff*”, e pode ser visualizado por meio da Figura 7.

Figura 7: Matriz de *Payoff* envolvendo jogadores e suas respectivas estratégias.



Fonte: Adaptado de Leoneti (2012).

Para a preparação da matriz de *Payoff*, deste estudo, primeiramente foram definidos os jogadores, sendo o Jogador 1 o “Operador do Reservatório” e o Jogador 2 os “Volumes disponíveis do Sistema Coremas - Mãe d’Água”, e em seguida as estratégias de cada jogador, e por fim determinou-se os benefícios para ambos.

A estratégia do Jogador 1 refere-se ao nível de alocação de água de operação do reservatório, variando no intervalo [0%; 10%; 20%; ...; 90%; 100%]. Já a estratégia do Jogador 2 é representada como sendo o volume disponível no reservatório, obtido a partir da Equação 1.

$$Vd(t) = S(t - 1) + Q(t) - Smin(t) \tag{1}$$

em que $Vd(t)$ é o volume disponível em t , $S(t-1)$ é volume no mês anterior t , $Q(t)$ é a vazão afluente ao reservatório no mês t e $Smin(t)$ o volume mínimo.

A estratégia do Jogador 2 foi dividida em 10 intervalos, variando das vazões zeros às vazões máximas.

Para determinar a matriz de *Payoff* utilizou-se a função objetivo que expressa a satisfação do usuário em ter suas demandas atendidas, ilustrado aqui por meio da Equação 2. Esse índice

varia de 0 a 1, sendo que quanto mais próximo de 0, mais as demandas dos usuários são atendidas e, conseqüentemente, menor será a vulnerabilidade do sistema.

$$BAL(i) = \sum_{j=1}^J \frac{[R(i,j)-D(i,j)]^2}{J}, \text{ onde } i = 1, \dots, 12 \text{ (meses do ano); } j = 1, \dots, J \text{ anos} \quad (2)$$

em que, $J = 10000$ anos; $R(i,j)$ é a alocação no mês i do ano j ; $D(i,j)$ a demanda no mês i , do ano j e $BAL(i)$ o benefício de alocação no mês i .

Este é o dilema em que o Operador do Reservatório se encontra. Ele precisa atender às demandas dos usuários, sem que o reservatório se esvazie por completo e/ou tenha a sua continuidade de atendimento prejudicada.

O balanço hídrico do Sistema Coremas - Mãe d'Água é representado pela Equação 3.

$$\begin{aligned} S(1) &= S_0 + Q(1) - R(1) - Sp(1) - Ev(1) + P(1) \\ S(t) &= S(t-1) + Q(t) - R(t) - Sp(t) - Ev(t) + P(t); \forall t = 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

em que N é o horizonte de operação; S_0 é volume inicial do reservatório; $Sp(t)$ é o vertimento que poderá ocorrer; $Ev(t)$ é a evaporação no mês e $P(t)$ é a precipitação sobre a superfície líquida do reservatório durante o mês t .

As limitações físicas do sistema definem as restrições para alocações, volume, vertimento, evaporação e precipitação.

$$0 \leq R(t) \leq D(t); \quad \forall t \quad (4)$$

$$S_{min} \leq S(t) \leq S_{max}; \quad \forall t \quad (5)$$

$$Sp(t) \geq 0; \quad \forall t \quad (6)$$

$$E(t) \geq 0; \quad \forall t \quad (7)$$

$$P(t) \geq 0; \quad \forall t \quad (8)$$

O SLOP foi aplicado para simulação do reservatório Coremas Mãe – D'Água, considerando o funcionamento do sistema segundo a Equação 3.

O MF, o SLOP, e a criação das matrizes *Payoff* mensais, foram implementados utilizando-se a linguagem de programação MATLAB, versão R2015a.

As matrizes *Payoff* mensais foram exportadas para planilhas do *Microsoft Excel*, onde o jogo do presente estudo foi resolvido pelo Teorema *Minimax*. De acordo com Leoneti (2012), este teorema propõe uma solução que é construída com base na interação entre os jogadores, o que satisfaz consideravelmente os interesses conflitantes.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A matriz *Payoff* do mês de janeiro, para o sistema hídrico Coremas - Mãe d'água, após a definição dos jogadores, estratégias e de seus benefícios de alocações, pode ser observada por meio da Tabela 2. As matrizes *Payoff* dos demais meses encontram-se no Apêndice 1. As ausências de valores, representados por “*Not a Number (NaN)*”, acontecem quando não existe qualquer situação, considerando o horizonte de operação estudado, que represente simultaneamente as estratégias do operador do reservatório e/ou dos volumes disponíveis do Sistema Coremas - Mãe d'Água.

Tabela 2 – Matriz *Payoff* para o mês de Janeiro.

		Operador do Reservatório										
		Janeiro										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	<i>NaN</i>
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,15	0,14	0,12	0,16	0,19	0,27	0,37	0,49	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>

Fonte: Autor (2016).

Por meio do Teorema *minimax*, encontra-se as maiores recompensas em cada coluna, considerando todas as linhas. Posteriormente encontra-se a menor entre essas recompensas, ou seja, após encontrado as maiores recompensas de cada coluna, devemos procurar o menor valor de todas as colunas. Dessa forma, fica fácil concluir que 0,12 é o valor *minimax*, que corresponde à combinação de estratégias em que o Operador do Reservatório garante 80% da alocação, mesmo com o volume disponível do sistema hídrico em sua pior condição.

Ao analisar as menores recompensas em cada linha, considerando todas as colunas e, em seguida, encontrando a maior dentre estas recompensas percebe-se que a recompensa de 0,12 é

também o valor *maxmin*. De acordo com Fiani (2006), quando as escolhas baseadas nesses critérios de segurança coincidem, ou seja, quando o *minimax* nas colunas for igual ao *maximin* nas linhas, teremos encontrado o equilíbrio de um jogo estritamente competitivo. Isto é, existe uma combinação de estratégias que, ao mesmo tempo, garante ao operador do reservatório o máximo possível entre o mínimo do nível de volume disponível, considerando as incertezas hidrológicas do sistema hídrico.

Após analisar as matrizes *Payoff* de todos meses, por meio do Teorema *minimax*, obtiveram-se os valores de recompensas mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores *minimax* mensal

Mês	<i>Payoff</i>
Janeiro	0,12
Fevereiro	0,09
Março	0,03
Abril	0,04
Mai	0,06
Junho	0,14
Julho	0,19
Agosto	0,13
Setembro	0,13
Outubro	0,11
Novembro	0,12
Dezembro	0,10

Fonte: Autor (2016).

Por meio da Teoria dos Jogos foi possível identificar o índice de alocação de água para cada mês independente das incertezas hidrológicas do reservatório, garantindo a alocação, mesmo com o volume disponível do sistema hídrico em uma condição desfavorável. Os índices de alocação de água podem ser observados por meio da Tabela 4.

Tabela 4 – Índice de alocação de água mensal

Mês	Índice de alocação
Janeiro	80%
Fevereiro	90%
Março	100%
Abril	100%
Maió	100%
Junho	80%
Julho	70%
Agosto	80%
Setembro	80%
Outubro	90%
Novembro	90%
Dezembro	90%

Fonte: Autor (2016).

Ao analisar a Tabela 4, os índices de maior alocação encontram-se entre meses de março e maio, período este, que segundo Lima (2004), concentram os meses mais chuvosos da região.

Se olharmos sob a ótica de Shimizu (2001, p. 61), a teoria *minimax* é dita como um modelo de decisão conservador, pois minimiza o maior ganho. Segundo esse critério, deve-se escolher a estratégia que oferece menor valor entre os maiores valores em cada estratégia.

A Teoria dos Jogos, por meio da análise do Teorema *minimax* demonstrou que é possível garantir uma alocação de água para cada mês do ano independente das incertezas hidrológicas do reservatório, alocando o máximo de água possível e satisfazendo assim seus múltiplos usuários. Ademais, o sistema hídrico garante um certo volume disponível para a sua manutenção, dentro das condições do jogo.

5 CONCLUSÃO

No presente trabalho desenvolveu-se e aplicou-se um modelo baseado em Teoria dos Jogos para tomada de decisões na operação mensal do sistema hídrico Coremas - Mãe d'Água. A partir da integração entre os modelos hidrológicos foi possível estabelecer as disponibilidades hídricas da bacia e propor regras de operação visando, principalmente, solucionar as condições de conflitos entre alocação e disponibilidade hídrica do reservatório.

Com base na série histórica de dados de vazão utilizada no presente estudo, foi possível a geração sintética de vazões de entrada ao reservatório, realizada por meio do Método dos Fragmentos, e assim utilizá-las para operação em tempo real usando a Política de Operação Padrão (SLOP). A Teoria dos Jogos foi aplicada na tentativa de encontrar um equilíbrio entre o que o operador do reservatório iria fazer independente do que a natureza faça em termos hidrológicos (disponibilidades hídricas).

Através do modelo proposto, por meio do Teorema *minimax*, garantiu-se uma alocação de água mensal, independente das incertezas hidrológicas as quais o sistema de reservatórios est sujeito, atendendo as demandas requeridas e possibilitando que o sistema hídrico não entrasse em colapso.

Sendo assim, espera-se que a Teoria do Jogos possa servir como suporte para as tomadas de decisões durante a operação mensal sustentável de sistemas hídricos no semiárido.

6 SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

Ademais, seria interessante que trabalhos futuros adotassem procedimentos baseados na Teoria dos Jogos envolvendo mais jogadores, como por exemplo os múltiplos usuários dos recursos hídricos, aspirando o aprofundamento dos estudos em relação à vulnerabilidade da região analisada e buscando favorecer a sustentabilidade da escolha com base nas alternativas que compõe o espaço de aceitabilidade dos envolvidos.

Outro trabalho sugerido seria a previsão dos volumes disponíveis dentro do sistema hídrico e, com o auxílio da Teoria dos Jogos, fosse determinado o quanto que poderia ser alocado de água no próximo mês, no sentido de tornar o manejo de recursos hídricos mais eficiente.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, L. G. Recursos Hídricos no Mundo. In: FÓRUM ÁGUAS, 1., 2002, São Paulo. **Anais eletrônicos**. Disponível em: www.worldbank.org. Acesso em setembro de 2016.

BATISTA, V. M. **Análise de Conflitos no Processo de Definição da Cobrança no Sistema de Gestão Hídrica do Estado da Paraíba**. 2013. 123f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2013.

BACALHAU, J. R. **Simulação da disponibilidade hídrica e operação de reservatórios de abastecimento em relação à variabilidade Climática: bacia do rio Pirapama em Pernambuco. –Recife**. 2015. 164f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2015.

BRAVO, J. M. **Subsídios à operação de reservatórios baseada na previsão de variáveis hidrológicas**. 2010. 226f. Tese (Doutorado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

CAP-NET. **Conflict Resolution and Negotiation Skills for Integrated Water Resources Management**. Training Manual. 95p. 2008.

CARNEIRO, T. C.; FARIAS, C. A. S. Otimização Estocástica Implícita e Redes Neurais Artificiais para Auxílio na Operação Mensal dos Reservatórios Coremas - Mãe d'Água. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, Porto Alegre, v. 18, n. 4, p. 115-124, out/dez. 2013.

CARRARO, C.; MARCHIORI, C.; SGOBBI, A. **Applications of Negotiation Theory to Water**. World Bank Policy Research Working Paper No. 3641. 2005.

CELESTE, A. B., K. SUZUKI., A. KADOTA., C. A. S. FARIAS: Stochastic generation of inflow scenarios to be used by optimal reservoir operation models, *Annual Journal of Hydraulic Engineering*, JSCE, v. 48, n. 1, p. 451-456, 2004.

CELESTE, A. B.; CURI, W. F.; CURI, R. C. 2009. **Implicit stochastic optimization for deriving reservoir operating rules in semiarid Brazil**. Pesquisa Operacional, Rio de Janeiro, v. 29, n. 1, p. 223–234, 2009

CORREIA, C. de A.; STUDART, T. M. de C.; CAMPOS, J. N. B. Resolução de Conflitos em Bacias Compartilhadas: Análise da Ferramenta Construção de Consenso do Global Water Partnership (GWP) Aplicada à Bacia do Rio Poti. **RBRH – Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, Porto Alegre, v. 17, n. 4, p. 183-195, 2012.

DINAR, A.; DINAR, SHLOMI; et al. Bridges Over Water: Understanding Transboundary Water Conflict, Negotiation and Cooperation. **World Scientific on Energy and Resource Economics**, v.3. 458p. 2007.

ELEFThERIADOU, E.; MYLOPOULOS, Y. Game Theoretical Approach to Conflict Resolution in Transboundary Water Resources Management. **Journal of Water Resources Planning and Management**, Washington, p. 466-473. 2008.

FARIAS, C. A. S. **Derivation of hedging rules and forecasts by artificial neural networks for optimal real-time management of an integrated water resources system**. 2009. 127 f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Ehime University, Matsuyama – Japão 2009.

FARIAS, C. A. S.; MACHADO, E. C. M.; BRASILIANO, L. N. **Monthly reservoir operating rules generated by implicit stochastic optimization and self-organizing maps**. In: Sébastien Erpicum; Benjamin Dewals; Pierre Archambeau; Michel Piroton. (Org.). Sustainable hydraulics in the era of global change. 1ed. Leiden, The Netherlands: CRC Press/Balkema, v. 1, p. 138-144, 2016.

FIANI, R. **Teoria dos Jogos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

FLEISCHMANN, A. S.; SIQUEIRA, V. A.; COLLISCHONN, W.; FAN, FERNANDO MAINARDI. Desenvolvimento do Módulo de Reservatórios do Modelo Hidrológico MGB-IPH. In: XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2015, Brasília. **Anais do XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos**. Porto Alegre: ABRH, 2015.

GANJI, A.; KARAMOUZ, M.; KHALILI, D. Development of stochastic dynamic Nash game model for reservoir operation II. The value of players' information availability and Cooperative behaviors. *Advances in Water Resources*, 2007.

HILLIER, F.S.; LIEBERMAN, G.L. **Introdução à pesquisa operacional**. 8. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006. 828 p.

HOBAN, J. T. **Managing Conflict a Guide for Watershed Partnerships**. Disponível em: <http://www.ctic.purdue.edu/KYW/Brochures/ManageConflict.html>, 2001. Acesso em: 09 out. 2016.

KARIYAWASAM, C. **Optimization of Multipurpose Reservoir Operation Using Game Theory**. Acepts, 2012.

LABADIE, J.W. Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 130, n. 2, p. 93-111, 2004.

LEE, C. S. Multi-objective game-theory models for conflict analysis in reservoir watershed management. *Chemosphere*, 2012.

LEONETI, A. B. **Teoria dos jogos e sustentabilidade na tomada de decisão: aplicação a sistemas de tratamento de esgoto**. 2012. Tese - Doutorado (Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Engenharia Hidráulica e Saneamento) - Escola de engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2012.

LIMA, C. A. G. **Análise e sugestões para diretrizes de uso das disponibilidades hídricas superficiais da bacia hidrográfica do rio Piancó, situada no estado da Paraíba**. Ph.D. Thesis, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, Brasil, 2004.

LOUCKS, D. P., J. R. STEDINGER., D. A. Haith: **Water Resources Systems Planning and Analysis**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, USA, 1981.

NASCIMENTO, T. O. **Teoria dos Jogos e a Matemática no Ensino Médio: Introdução ao Equilíbrio de Nash**. 2014. 67 f. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2014.

NASH, J. F. *Equilibrium Points in n-Person Games*. Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A. p. 48- 49, 1950a.

_____. *The Bargaining Problem*. *Econometrica*. p. 155-162, 1950b.

_____. *Two-Person Cooperative Games*. *Econometrica*. p. 128-140, 1953.

NEUMANN, J. V.; MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1944.

OLIVEIRA, T. P. **Análise jurídica dos conflitos de uso da água na realidade brasileira: o caso da bacia hidrográfica do rio São Francisco**. Direito UNIFACS - Revista Eletrônica Mensal, n.133, julho 2011. Disponível em: <<http://www.revistas.unifacs.br/index.php>>. Acesso em outubro de 2016.

PORTO, R. L.; BOMBONATO NETO, C.; LISBOA NETO, H.; CASTRO, H. L.; SILVA, S. A. **Sistema de suporte a decisões para a operação dos grandes sistemas produtores da SABESP**. In: *Água em quantidade e qualidade: o desafio do próximo milênio*. Belo Horizonte: Associação Brasileira de Recursos Hídricos (ABRH), 1999.

PORTO, R. L. L.; AZEVEDO, L. G. T. **Sistemas de suporte a decisões aplicadas a problemas de recursos hídricos**. In: *TÉCNICAS quantitativas para o gerenciamento de recursos hídricos*. 2. ed. Porto Alegre: Editora da Universidade/ UFRGS — ABRH, 2002.

RIBEIRO, M. M. R.; DORFMAM, R. Aplicação da teoria dos jogos para redução dos prejuízos agrícolas decorrentes de déficit hídrico. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, Porto Alegre, v. 1, n.2, p. 53-70, 1996.

RUFINO A. C. da S. **Análise de Conflitos na Alocação de Água em Bacias Interestaduais**. 2005. 165p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental). Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande, PB.

SANTOS, V. S. **Um Modelo de Otimização Multiobjetivo para Análise de Sistemas de Recursos Hídricos**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2007.

SHIMIZU, T. **Decisão nas Organizações**. São Paulo: Atlas, 2001.

SIMON, H. A.; DANTZIG, G. B.; HOGARTH, R.; PLOTT, C. R.; RAIFFA, H.; SCHELLING, T. C.; SHEPSON, K. A.; THALER, R.; TVERSKY, A.; WINTER, S. **Decision Making and Problem Solving**. Interfaces, Vol. 17, No. 5 (1987), p. 11-31

SOARES, S. R. **Análise multicritério com instrumento de gestão ambiental**. Dissertação (Mestrado). UFSC, Florianópolis. 2003.

SVANIDZE, G. G. Mathematical modeling of hydrologic series (for hydroelectric and water resources computations). **Water Resources Publications**. Fort Collins. 1980.

TORRES, C. J. F.; BRAMBILLA M.; FONTES, A. S.; MEDEIROS, Y. D. P. Conflitos Pelo Uso da Água para a Irrigação, Geração de Energia Hidroelétrica e Manutenção do Ecossistema Aquático no Baixo Trecho do Rio São Francisco. **Revista gestão sustentável ambiental**, Florianópolis, n. esp, p.195-210, dez. 2015.

UNESCO. **Relatório Mundial das Nações Unidas sobre Desenvolvimento dos Recursos Hídricos**. Disponível em: < <http://www.unesco.org/water/wwap>>. Acesso em: 17 set. 2016.

VARIAN, H. R. **Microeconomia: princípios básicos**. 6. ed. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2003.

VIEIRA, A. S. **Modelo de Simulação Quali-quantitativo Multiobjetivo para o Planejamento Integrado dos Sistemas de Recursos Hídricos**. 2011. Tese (Doutorado em Recursos Naturais) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2011.

APÊNDICES

1 APÊNDICE A – Matrizes *Payoff*

Apêndice A -Tabela 1- Matriz *Payoff* do mês de Fevereiro.

		Operador do Reservatório										
		Fevereiro										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	<i>NaN</i>
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,10	0,09	0,10	0,13	0,18	0,26	0,37	0,49	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 2- Matriz *Payoff* do mês de Março.

		Operador do Reservatório										
		Março										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,03	0,04	0,07	0,11	0,17	0,26	0,36	0,49	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 3- Matriz *Payoff* do mês de Abril.

		Operador do Reservatório										
		Abril										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,04	0,04	0,07	0,12	0,17	0,26	0,36	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 4- Matriz *Payoff* do mês de Maio.

		Operador do Reservatório										
		Maio										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,06	0,06	0,09	0,13	0,18	0,27	0,36	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 5- Matriz *Payoff* do mês de Junho.

		Operador do Reservatório										
		Junho										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	NaN	NaN
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,17	0,14	0,14	0,16	0,20	0,27	0,36	NaN	NaN	NaN	NaN

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 6- Matriz *Payoff* do mês de Julho.

		Operador do Reservatório										
		Julho										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	NaN	NaN
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,21	0,20	0,19	0,19	0,23	0,26	0,36	0,49	NaN	NaN	NaN

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 7- Matriz *Payoff* do mês de Agosto.

		Operador do Reservatório										
		Agosto										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,19	0,13	0,13	0,15	0,22	0,28	0,36	0,49	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 8- Matriz *Payoff* do mês de Setembro.

		Operador do Reservatório										
		Setembro										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,16	0,15	0,13	0,13	0,20	0,27	0,36	0,49	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 9- Matriz *Payoff* do mês de Outubro.

		Operador do Reservatório										
		Outubro										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	NaN	NaN
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,12	0,11	0,13	0,16	0,19	0,29	0,36	0,49	NaN	NaN	NaN

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 10- Matriz *Payoff* do mês de Novembro.

		Operador do Reservatório										
		Novembro										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	NaN
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,12	0,12	0,13	0,15	0,18	0,27	0,36	0,49	NaN	NaN	NaN

Fonte: Autor (2016).

Apêndice A -Tabela 11- Matriz *Payoff* do mês de Dezembro.

		Operador do Reservatório										
		Dezembro										
		Índice de Alocação (%)										
		100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Volume disponível do sistema hídrico	$2,4 \times 10^9 - 2,7 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$2,2 \times 10^9 - 2,4 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,9 \times 10^9 - 2,2 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,6 \times 10^9 - 1,9 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,4 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>
	$1,1 \times 10^9 - 1,4 \times 10^9$	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$8,2 \times 10^8 - 1,1 \times 10^9$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$5,4 \times 10^8 - 8,2 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1,00
	$2,7 \times 10^8 - 5,4 \times 10^8$	0,00	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	<i>NaN</i>
	$0 - 2,7 \times 10^8$	0,11	0,10	0,12	0,14	0,19	0,27	0,38	0,49	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>

Fonte: Autor (2016).