

TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO POR SUBESPAÇOS, APLICADAS A MODELOS DE ORDEM REDUZIDA COM ATRASO

Rafael Bezerra Correia Lima

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Instrumentação e Controle

Péricles Rezende Barros, Ph.D

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Rafael Bezerra Correia Lima, Julho de 2012

BIBLIOTECA
DIGITALIZAÇÃO:
SISTEMOTECA - UFCG

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

L732t Lima, Rafael Bezerra Correia.

Técnicas de identificação por subespaços, aplicadas a modelos de ordem reduzida com atraso / Rafael Bezerra Correia Lima. – Campina Grande, 2012.
79 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia de Elétrica e Informática.

Orientador: Prof. Dr. Péricles Rezende Barros.

Referências

1. Processamento da Informação – Controle e Automação. 2. Identificação de Sistemas. 3. Subespaços. 4. Modelos de Ordem Reduzida. I. Título.

CDU 004.032.2(043)


**"TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO POR SUBESPAÇOS, APLICADAS A MODELOS DE
ORDEM REDUZIDA COM ATRASO"**

RAFAEL BEZERRA CORREIA LIMA

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 10/08/2012


PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFCG
Orientador(a)


JOSÉ SÉRGIO DA ROCHA NETO, D.Sc., UFCG
Examinador(a)


MAURÍCIO BELTRÃO DE ROSSITER CORRÊA, D.Sc., UFCG
Examinador(a)

CAMPINA GRANDE - PB

Dedicatória

À minha família

Agradecimentos

Muitas foram as pessoas que ao longo destes dois anos de trabalho e convívio me auxiliaram e encorajaram na elaboração desta dissertação de mestrado. Cabe aqui porém, neste pequeno espaço, uma homenagem sincera àqueles que de forma muito especial contribuíram direta e decisivamente para a realização deste trabalho.

Agradeço inicialmente a minha família e a minha companheira Isolda por todo apoio e dedicação que me fizeram trilhar, com sucesso, meus próprios caminhos.

Agradeço também à Universidade Federal de Campina Grande, e em especial ao Departamento de Engenharia Elétrica, pela excelente infraestrutura oferecida, permitindo não somente a realização deste trabalho, mas também o meu crescimento e aperfeiçoamento profissional.

Um agradecimento fraterno aos meus colegas de laboratório pelo motivador convívio ao longo de todos esses anos de trabalho.

Por fim, mas não menos importante, agradeço ao professor Péricles Rezende Barros pela maneira firme e precisa com a qual me encaminhou durante essa dissertação e me proporcionou a chance de participar de tantos outros projetos e trabalhos vinculados ao laboratório.

Resumo

É proposta nessa dissertação a utilização de conceitos de subespaços na identificação de modelos multivariáveis de ordem reduzida com atrasos. A metodologia desenvolvida se baseia na estimativa da resposta ao degrau do sistema a partir de projeções dos seus sinais de entradas e saídas. O problema é dividido em duas etapas, primeiramente a estimação de modelos em malha aberta seguido do estudo de sistemas em malha fechada. Finalmente os conceitos estudados são postos em prática através de simulações numéricas e experimentações práticas em plantas reais.

Abstract

It is proposed in this dissertation the use of concepts of subspaces in the identification of multivariable models of reduced order with time delays. The developed methodology is based on the estimation of the step response of the system from projections of its input signals and outputs. The problem is divided into two stages, first: estimating models in open loop, then followed by the study of closed loop systems. Finally, the concepts studied are implemented through numerical simulations and practical experiments in real plants.

Sumário

1	Introdução	2
1.1	Contextualização	2
1.1.1	Identificação de sistemas dinâmicos	2
1.1.2	Identificação por subespaços	3
1.2	Objetivos	6
1.3	Organização do texto	6
2	Identificação de sistemas determinísticos por subespaços	7
2.1	Modelo em espaço de estados	7
2.2	Definição do problema	8
2.3	Representação em blocos de Hankel	9
2.4	Matrizes relacionadas ao sistema	10
2.5	Propriedades geométricas dos sistemas determinísticos	11
2.6	Cálculo das matrizes do sistema	13
2.6.1	Algoritmo 1	14
2.6.2	Algoritmo 2	14
2.6.3	Simulações	16
2.7	Avaliação de desempenho	19
2.7.1	Parâmetros de desempenho	20
2.7.2	Simulações	20
2.8	Conclusão	21
3	Identificação de sistemas de ordem reduzida com atraso em malha aberta	22
3.1	Identificação da resposta ao degrau	22
3.1.1	Simulações	24
3.2	Estimação de atrasos	26
3.2.1	Simulações	27

3.3	Obtenção de modelos de 1 ^a e 2 ^a ordem com atraso	27
3.3.1	Método 1	27
3.3.2	Método 2	28
3.3.3	Simulações	30
3.4	Conclusão	32
4	Identificação de sistemas de ordem reduzida com atraso em malha fechada	33
4.1	Identificação da resposta ao impulso usando a equação de Wiener-Hopf . .	34
4.2	Método de identificação em malha fechada pela abordagem <i>Joint Input-Output</i>	35
4.3	Simulações	36
4.4	Conclusão	38
5	Análise de resultados	39
5.1	Resultados obtidos por meio de simulações	39
5.1.1	Simulação de um sistema FOPTD	39
5.1.2	Simulação de um sistema de 4 ^a ordem	46
5.1.3	Simulação de um sistema MIMO	52
5.2	Resultados experimentais	56
5.2.1	Resultados obtidos em uma planta piloto de troca de calor	56
5.2.2	Resultados obtidos em uma planta piloto de controle de vazão . . .	62
5.3	Conclusão	68
6	Conclusões e trabalhos futuros	69
6.1	Conclusão	69
6.2	Trabalhos futuros	70
	Referências Bibliográficas	71
A	Conceitos fundamentais à identificação por subespaços	74
A.1	Subespaços	74
A.1.1	Espaço imagem	74
A.1.2	Espaço nulo	75
A.2	Pseudoinversa (Moore-Penrose)	75
A.3	Projeções	75
A.3.1	Propriedades	75
A.3.2	Projeções Ortogonais	76

A.3.3	Projeções Oblíquas	77
A.4	Decomposição QR	77
A.5	Decomposição em valores singulares (SVD)	78
A.6	Deslocamento matricial	79

Lista de Tabelas

2.1	Resumo do teorema 2	13
2.2	Valores dos índices de desempenho para cada ordem estimada	21
3.1	Índice de desempenho para cada modelo estimado	32
5.1	Resultados obtidos na identificação do modelo 5.1	42
5.2	Índice de desempenho para cada modelo estimado	49
5.3	Índices de desempenho obtidos na identificação do modelo 5.12	56
5.4	Valores numéricos para o ponto de operação do experimento 1	58
5.5	Índice de desempenho para cada modelo estimado	62
5.6	Índice de desempenho para cada modelo estimado	68

Lista de Figuras

1.1	Paralelo entre identificação por subespaços e métodos de identificação clássicos	4
2.1	Representação esquemática do modelo em espaço de estados	8
2.2	Interpretação geométrica da equação 2.12	13
2.3	Curva da saída y_1 do sistema identificado pelo Algoritmo 1	17
2.4	Curva da saída y_2 do sistema identificado pelo Algoritmo 1	18
2.5	Curva da saída y_1 do sistema identificado pelo Algoritmo 2	18
2.6	Curva da saída y_2 do sistema identificado pelo Algoritmo 2	19
2.7	Diagrama de blocos da simulação no ambiente Simulink®	19
3.1	Diagrama de blocos da simulação no ambiente Simulink®	24
3.2	Curvas das entradas e saídas coletadas	25
3.3	Curva da resposta ao impulso do modelo identificado	25
3.4	Curva da resposta ao degrau do modelo identificado	26
3.5	Diagrama esquemático do método 1	28
3.6	Diagrama esquemático do método 2	29
3.7	Curvas da resposta dos modelos FOPTD e SOPTD obtidos pelo método 1	31
3.8	Curvas da resposta dos modelos FOPTD e SOPTD obtidos pelo método 2	32
4.1	Fluxograma da técnica de controle apresentada	35
4.2	Diagrama de blocos da estrutura de controle do sistema	36
4.3	Diagrama de blocos da simulação do Processo + controlador PI	36
4.4	Curvas das entradas e saídas r, u e y	36
4.5	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para u	37
4.6	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para y	37
4.7	Curvas das saídas do modelo real e simulado	38
5.1	Diagrama de blocos da simulação em malha aberta do modelo 5.1	40

5.2	Curvas de entradas e saídas do experimento em malha aberta	40
5.3	Curva da saída do modelo 5.3 em comparação ao caso real	41
5.4	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau unitário	41
5.5	Curva da saída do modelo 5.4 em comparação ao caso real	42
5.6	Diagrama de blocos da simulação do Processo + controlador PI	43
5.7	Curvas das entradas e saídas r,u e y	43
5.8	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para u	44
5.9	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para y	44
5.10	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de u para y	45
5.11	Curvas das respostas do modelo real e simulado	45
5.12	Diagrama de blocos da simulação em malha aberta do modelo 5.6	46
5.13	Curvas de entradas e saídas do experimento em malha aberta	46
5.14	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau unitário	47
5.15	Curvas da resposta dos modelos FOPTD e SOPTD obtidos pelo método 1	47
5.16	Curvas da resposta dos modelos FOPTD e SOPTD obtidos pelo método 2	48
5.17	Diagrama de blocos da simulação do Processo + controlador PI	49
5.18	Curvas das entradas e saídas r,u e y	50
5.19	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para u	50
5.20	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para y	50
5.21	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de u para y	51
5.22	Curvas das respostas do modelo real e simulado	51
5.23	Diagrama para simulação do modelo 5.12	52
5.24	Curvas da resposta ao impulso do modelo estimado pela método 1	53
5.25	Curvas da resposta ao degrau do modelo estimado pela método 1	54
5.26	Diagrama para o experimento do método de Astrom sequencial	55
5.27	Trocador de calor tipo Casco-Tubos	57
5.28	Diagrama de fluxo da planta piloto	57
5.29	Foto da planta piloto	58
5.30	Curvas das entradas e saídas	59
5.31	Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método 1	60
5.32	Curva da resposta do modelo SOPTD obtido pelo método 1	60
5.33	Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método 2	61
5.34	Curva da resposta do modelo SOPTD obtido pelo método 2	61
5.35	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau	61
5.36	Foto da planta didática	63
5.37	Fluxograma da planta de controle de vazão	63

5.38	Curvas das entradas e saídas	64
5.39	Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método 1	65
5.40	Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método 2	65
5.41	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau	66
5.42	Curvas das entradas e saídas	66
5.43	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para u	67
5.44	Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para y	67
5.45	Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método em malha fechada	68
A.1	A transformação P é a projeção ortogonal na linha m	75

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

1.1.1 Identificação de sistemas dinâmicos

Inferir modelos a partir de observações da natureza, assim como estudar suas propriedades, é desde os primórdios da humanidade um dos pilares da ciência. Identificação de sistemas lida com o problema de formular modelos matemáticos para sistemas dinâmicos, baseando-se nos dados experimentais gerados pelos próprios sistemas (LJUNG, 1999) (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011) (GOODWINAND; PAYNE, 1977) (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989).

Existem principalmente duas formas de construir modelos matemáticos para sistemas dinâmicos. Uma das abordagens se baseia na construção analítica dos modelos através de leis físicas e químicas inerentes aos processos analisados. No ramo da engenharia, entretanto, muitas vezes não se tem acesso aos parâmetros exatos dos fenômenos, condição que acarreta a necessidade de se operar aproximações que gerem resultados satisfatórios para uma dada aplicação. Existe sempre uma relação íntima entre complexidade e precisão dos modelos, incertezas são toleradas, desde que não comprometam a robustez ou o desempenho do sistema. Seguindo essa linha de pensamento a identificação de sistemas propõe uma abordagem experimental para a obtenção dos modelos matemáticos (LJUNG, 1999).

Na maioria das técnicas de identificação estão presentes os seguintes passos básicos (KATAYAMA, 2005):

- São efetuados experimentos no sistema a ser identificado, com o intuito de obter dados de entradas e saídas;
- Uma certa classe de modelos é escolhida para a representação matemática do sis-

tema;

- São atribuídos valores numéricos aos parâmetros do modelo, de forma que suas entradas e saídas se aproximem o máximo possível dos dados coletados anteriormente.

É reconhecido na literatura que a teoria de identificação de sistemas começou a ser estudada efetivamente nos anos 60 com os trabalhos de (ASTROM; BOHLIN, 1965) e (HO; KALMAN, 1966). O objetivo de (ASTROM; BOHLIN, 1965) foi elaborar modelos ARMAX SISO partindo de sequências de dados de entradas e saídas. Desde a apresentação desse artigo, inúmeras técnicas de identificação estatística surgiram denominadas PEM (*Prediction Error Methods*), culminando em trabalhos reconhecidamente estabelecidos como (LJUNG, 1999) e (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989)

A identificação de sistemas MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) é um problema frequente que não é facilmente solucionável por métodos PEM. Técnicas de identificação baseadas na minimização de um critério de erro, que normalmente é uma função intrincada dos parâmetros do sistema, têm que ser resolvidas por métodos iterativos susceptíveis a mínimos locais, instabilidades numéricas e complicadas parametrizações canônicas.

1.1.2 Identificação por subespaços

No início dos anos 90, com o crescente advento da computação digital, surgiram diversas publicações (OVERSCHEE; MOOR, 1996) (OVERSCHEE; MOOR, 1993) (OVERSCHEE; MOOR, 1994) (VERHAEGEN; DEWILDE, 1992a) (VERHAEGEN; DEWILDE, 1992b) (VERHAEGEN, 1993) utilizando técnicas assim chamadas de *identificação por subespaços*. Fundamentadas na extração dos parâmetros dos modelos a partir de ferramentas da álgebra linear tais como decomposições QR e SVD. Tais técnicas não sofrem a necessidade de impor formas canônicas nem a utilização de métodos de otimização, tornando o problema de identificação não iterativo.

As técnicas de identificação baseadas em subespaços, por definição, dão ênfase aos estados do sistema, enquanto métodos clássicos são fundamentados nos dados de entrada e saída em si (OVERSCHEE; MOOR, 1996) (KATAYAMA, 2005) (PALANTHANDALAM-MADAPUSI et al., 2005). A essência desses métodos está no fato de que é possível estimar a sequência de estados de um sistema a partir de informações de entradas e saídas utilizando ferramentas da álgebra linear (decomposições QR e SVD). Uma vez conhecida a sequência de estados, o cálculo das matrizes do sistema pode ser efetuado por mínimos quadrados. A diferença de abordagem entre os métodos clássicos e os baseados em subespaços fica evidenciada graficamente na Figura 1.1.

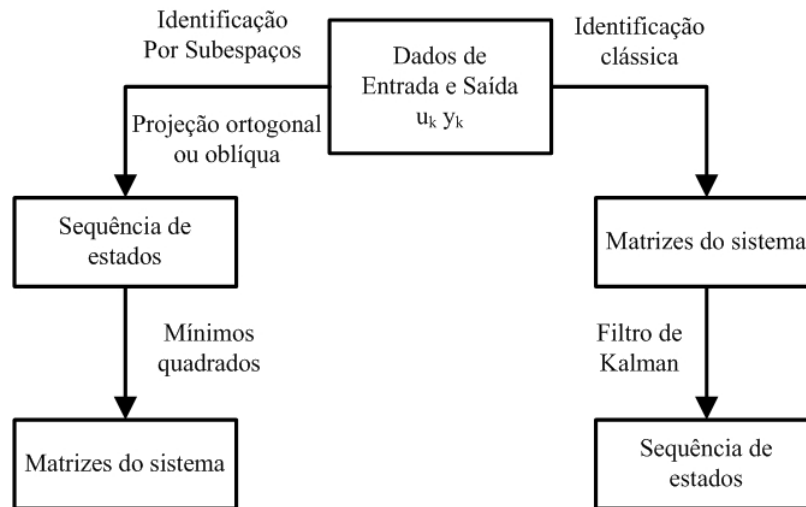


Figura 1.1: Paralelo entre identificação por subespaços e métodos de identificação clássicos

Segundo estudos feitos por (JURICEK; SEBORG; LARIMORE, 2002) e (OVERSCHEE; MOOR, 1996), a identificação por subespaços apresenta uma série de vantagens em relação a outras técnicas clássicas:

- Facilmente aplicável a sistemas multivariáveis;
- Considerando que o modelo do sistema é representado na forma de espaço de estados, o único parâmetro desconhecido é a própria ordem do sistema, não sendo necessários conhecimentos prévios do processo;
- Método de natureza não iterativa com convergência garantida;
- Possibilita a derivação rápida de modelos reduzidos de menor ordem;
- Aplicável a sistemas estáveis ou instáveis, desde que os modos a serem identificados sejam excitados o suficiente (persistência da excitação);
- Utiliza ferramentas numéricas de alto grau de eficiência, já estabelecidas na literatura tais como as decomposições QR e em valores singulares (SVD).

Foi concluído em (JURICEK; SEBORG; LARIMORE, 2002) que técnicas de identificação por subespaços são muito eficientes ao gerar modelos precisos e robustos mediante diferentes tipos de ruídos, porém caso o sistema tenha um atraso longo e desconhecido, modelos clássicos como FIR e ARX são mais indicados. Portanto, é necessário que uma estimativa do atraso seja incorporada à metodologia desenvolvida a fim de contornar esse

problema. Ao longo dos anos, foram propostas diversas técnicas de estimação de atrasos, em (BJORKLUND; LJUNG, 2003) é feita uma classificação dos principais métodos e suas vantagens. Seguindo a linha do domínio do tempo, (SHALCHIAN; KHAKI-SEDIGH; FATEHI, 2010) estabelece uma técnica baseada em subespaços que pode ser adaptada aos objetivos desse trabalho.

Segundo (LJUNG, 2002), a grande maioria dos processos industriais pode ser convenientemente representada por modelos simplificados de primeira ou segunda ordem com atraso (ganho + constantes de tempo + atraso) comumente denominados FOPTD (*First-Order Plus Time-Delay*) e SOPTD (*Second-Order Plus Time-Delay*). Tais modelos reduzidos capturam as principais características de sistemas bem mais complexos, viabilizando a aplicação de diversas técnicas de controle, dentre elas a sintonia do popular controlador PID (*Proportional Integral Derivative*) ou métodos de controle avançados como MPC (*Model Predictive Control*) (YANG; LI, 2010)(YANG; LI, 2007). Mesmo com essa ampla necessidade de modelos simplificados, foi constatado que na literatura existem poucos trabalhos fazendo referência à obtenção desses modelos por técnicas de subespaços.

O ambiente industrial, em geral, tem uma série de peculiaridades que não são relevantes em escala experimental. O procedimento de identificação de sistemas passa por uma etapa crucial de experimentação que deve ser projetada com parcimônia. Quanto menos invasiva for a técnica utilizada, menos tempo a planta vai deixar de gerar lucros, assim como as chances de avarias são reduzidas. Seguindo essa linha de pensamento, surgiram algumas variações de técnicas de identificação por subespaços para sistemas em malha fechada (OKU; FUJII, 2004) (KATAYAMA; KAWAUCHI; PICCI, 2005) (POULIQUEN; GEHAN; PIGEON, 2010) (POUR; HUANG; SHAH, 2010). A coleta dos dados em malha fechada possibilita uma maior estabilidade no processo identificado, assim como, viabiliza o reprojeto de controladores não satisfatórios.

Originalmente concebida para o domínio do tempo, um ramo da identificação por subespaços que toma cada vez mais força é a identificação através de dados no domínio da frequência. Alguns trabalhos como os de (MCKELVEY, 2004) (MCKELVEY; AKÇAY; LJUNG, 1996) (PINTELOAND; SCHOUKENS, 2001) mostram que essa abordagem viabiliza a utilização de uma extensa gama de excitações, assim como, possibilita diversos tipos de filtragens.

1.2 Objetivos

Objetivos almejados pelo trabalho:

- Esclarecer os princípios básicos do funcionamento de técnicas de identificação determinística por subespaços;
- Desenvolver um algoritmo para obtenção, por subespaços, da resposta ao degrau unitário de um sistema;
- Desenvolver um algoritmo para identificação de atrasos;
- Desenvolver uma metodologia para identificação de modelos SISO e MIMO de ordem reduzida com atraso, para sistemas operando em malha aberta e fechada;
- Analisar os resultados obtidos em processos reais e simulados.

1.3 Organização do texto

No capítulo 2, é oferecida uma explicação geral do funcionamento das técnicas de identificação por subespaços. No capítulo 3, é abordado o problema de identificação de modelos de ordem reduzida com atraso em malha aberta. No capítulo 4, é apresentada uma extensão dos conceitos desenvolvidos para o funcionamento em malha fechada. Ao final de cada capítulo, é apresentado um exemplo simples de simulação referente a técnica abordada, já no capítulo 5, são discutidos exemplos mais complexos, relativos às técnicas de identificação propostas. Finalmente o capítulo 6 encerra a dissertação com as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Identificação de sistemas determinísticos por subespaços

É reconhecido na literatura que as técnicas de identificação por subespaços formam uma opção bastante interessante na identificação de sistemas MIMO, visto que não é necessária uma etapa de otimização multivariável, que na maioria das vezes é extremamente complexa.

Serão apresentados neste capítulo uma série de definições e teoremas básicos para o emprego de técnicas de identificação determinística por subespaços, bem como dois algoritmos funcionais para aplicação prática dos conceitos estabelecidos.

2.1 Modelo em espaço de estados

Existem diversas formas de representar matematicamente um sistema. Neste trabalho, optou-se por restringir-se às classes de modelos na forma de espaço de estados, discretos, lineares e invariantes ao deslocamento, apresentados matematicamente nas Equações 2.1, 2.2 e graficamente na Figura 2.1. Por mais restrita que pareça, essa escolha possibilita a análise precisa da maioria dos processos comumente encontrados no ambiente industrial.

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (2.1)$$

$$y_k = Cx_k + Du_k \quad (2.2)$$

Vetores:

- $u_k \in \mathbb{R}^m$ e $y_k \in \mathbb{R}^l$ são amostras no instante de tempo k das m entradas e l saídas respectivamente;
- $x_k \in \mathbb{R}^n$ representa os estados do sistema no instante k ;

Matrizes:

- $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ captura toda a dinâmica do sistema;
- $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ relaciona as contribuições das entradas u na evolução dos estados x ;
- $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ descreve como os estados se relacionam com as saídas y ;
- $D \in \mathbb{R}^{l \times m}$ é a matriz de ganhos diretos;

O par $\{A, C\}$ é considerado observável assim como $\{A, [BQ^{1/2}]\}$ controlável.

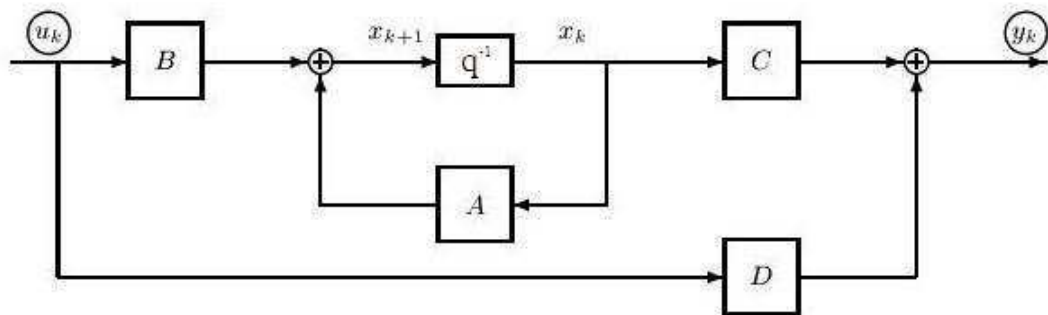


Figura 2.1: Representação esquemática do modelo em espaço de estados

2.2 Definição do problema

Dados: Dispõe-se de s amostras das entradas ($u_k \in \mathbb{R}^m$) e saídas ($y_k \in \mathbb{R}^l$), geradas por um sistema determinístico desconhecido de ordem n :

$$x_{k+1}^d = Ax_k^d + Bu_k \quad (2.3)$$

$$y_k = Cx_k^d + Du_k. \quad (2.4)$$

Determinar:

- ◇ A ordem n do sistema desconhecido;
- ◇ As matrizes do sistema $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{l \times m}$;

2.3 Representação em blocos de Hankel

Nos algoritmos de identificação por subespaços, os vetores de dados de todas as entradas e saídas são agrupados na forma de blocos de Hankel. É evidenciado nas Equações 2.5 e 2.6 que os dados são condensados em uma matriz de blocos de dimensões $2i \times j$ e cada elemento da matriz é formado pelo empilhamento de amostras no instante k das várias entradas ou saídas do sistema.

As matrizes de blocos de Hankel de entrada são definidas como:

$$\begin{aligned}
 U_{0|2i-1} &\triangleq \begin{array}{c} i \\ \text{---} \\ i \end{array} \begin{pmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{i-1} & u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-2} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ u_i & u_{i+1} & u_{i+2} & \dots & u_{i+j-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & \dots & u_{i+j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{2i-1} & u_{2i} & u_{2i+1} & \dots & u_{2i+j-2} \end{pmatrix} \begin{array}{c} \text{passado} \\ \text{---} \\ \text{futuro} \end{array} \quad (2.5) \\
 &\triangleq \begin{pmatrix} U_{0|i-1} \\ U_{i|2i-1} \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} U_p \\ U_f \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_{0|2i-1} &\triangleq \begin{array}{c} i+1 \\ \text{---} \\ i-1 \end{array} \begin{pmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{i-1} & u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-2} \\ u_i & u_{i+1} & u_{i+2} & \dots & u_{i+j-1} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & \dots & u_{i+j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{2i-1} & u_{2i} & u_{2i+1} & \dots & u_{2i+j-2} \end{pmatrix} \begin{array}{c} \text{passado} \\ \text{---} \\ \text{futuro} \end{array} \quad (2.6) \\
 &\triangleq \begin{pmatrix} U_{0|i} \\ U_{i+1|2i-1} \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} U_p^+ \\ U_f^- \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

O número de blocos de linhas i é arbitrário e deve ser no mínimo maior do que o quadrado da ordem máxima do sistema. Vale salientar que cada elemento U_k da matriz é composto de m linhas portanto $U_{0|2i-1}$ tem $2mi$ linhas. Já o número de colunas é

normalmente $j = s - 2i + 1$, de modo que todas as s amostras das entradas sejam utilizadas.

As matrizes blocos de Hankel de saída $Y_{0|2i-1}$, Y_p , Y_f , Y_p^+ , Y_f^- são definidas de maneira similar. Definem-se ainda as matrizes de bloco de Hankel mistas de entradas e saídas como $W_{0|i-1}$:

$$\begin{aligned} W_{0|i-1} &\triangleq \begin{pmatrix} U_{0|i-1} \\ Y_{0|i-1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} U_p \\ Y_p \end{pmatrix} \\ &= W_p \end{aligned} \quad (2.7)$$

Da mesma forma, W_p^+ é definida como:

$$W_p^+ = \begin{pmatrix} U_p^+ \\ Y_p^+ \end{pmatrix}$$

As sequências de estados assumem um papel importante na derivação e interpretação dos algoritmos de identificação por subespaços. A sequência determinística de estado X_i^d é definida na Equação 2.8, onde o subscrito i denota o primeiro elemento da sequência.

$$X_i^d = \begin{pmatrix} x_i^d & x_{i+1}^d & \dots & x_{i+j-2}^d & x_{i+j-1}^d \end{pmatrix} \in R^{n \times j} \quad (2.8)$$

Analogamente às entradas e saídas passadas, representa-se as sequências passadas de estado por X_p^d e as sequências futuras por X_f^d .

$$X_p^d = X_0^d \quad , \quad X_f^d = X_i^d.$$

2.4 Matrizes relacionadas ao sistema

Os algoritmos de identificação por subespaços fazem uso extensivo das matrizes de observabilidade e de controlabilidade do sistema. A matriz estendida de observabilidade Γ_i é definida segundo a Equação 2.9.

$$\Gamma_i \triangleq \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \in R^{li \times n}. \quad (2.9)$$

Assume-se que o par $\{A, C\}$ é observável, o que implica no posto de $\Gamma_i = n$. A matriz reversa de controlabilidade Δ_i^d é definida pela Equação 2.10.

$$\Delta_i^d \triangleq \begin{pmatrix} A^{i-1}B & A^{i-2}B & \dots & AB & B \end{pmatrix} \in R^{n \times mi} \quad (2.10)$$

O par $\{A, B\}$ é assumido controlável, independentemente dos modos controláveis serem estáveis ou instáveis. A menor matriz Toeplitz bloco triangular H_i^d é definida em 2.11.

$$H_i^d \triangleq \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.5 Propriedades geométricas dos sistemas determinísticos

Teorema 1 *Equações Matriciais das Entradas e Saídas*

O modelo de espaço de estados apresentado nas Equações 2.3 e 2.4 pode ser reformulado matricialmente conforme as Equações 2.12, 2.13 e 2.14.

$$Y_p = \Gamma_i X_p^d + H_i^d U_p, \quad (2.12)$$

$$Y_f = \Gamma_i X_f^d + H_i^d U_f, \quad (2.13)$$

$$X_f^d = A^i X_p^d + \Delta_i^d U_p. \quad (2.14)$$

Prova em (OVERSCHEE; MOOR, 1996).

Definição 1 *Persistência da Excitação*

A sequência de entrada $u_k \in R^m$ é persistentemente excitante de ordem $2i$ se a matriz covariância de entrada tem posto completo ($2mi$). (LJUNG, 1999)

$$R^{uu} = \Phi_{[U_{0|2i-1}, U_{0|2i-1}]} \quad (2.15)$$

Teorema 2 Identificação determinística

Assumindo que:

- A entrada u_k deve ser persistentemente excitante de ordem $2i$;
- A interseção do espaço linha de U_f (entradas futuras) e o espaço linha de X_p^d (estados passados) deve ser vazia;
- As matrizes de ponderação $W_1 \in R^{li \times li}$ e $W_2 \in R^{j \times j}$ devem ser tais que W_1 é de posto completo (li) e W_2 obedece: $\text{posto}(W_p) = \text{posto}(W_p, W_2)$, onde W_p é a matriz de bloco de Hankel contendo entradas e saídas passadas.

definindo-se O_i como a projeção oblíqua,

$$O_i = Y_f / U_f W_p \quad (2.16)$$

e a decomposição em valores singulares,

$$\begin{aligned} W_1 O_i W_2 &= \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{pmatrix} \quad (9) \\ &= U_1 S_1 V_1^T \end{aligned} \quad (2.17)$$

tem-se:

1. O espaço linha de X_f^d é o mesmo de W_p , portanto observando a Figura 2.2 é fácil ver que a projeção oblíqua O_i é igual ao produto entre a matriz extendida de observabilidade e os estados, Equação 2.18.

$$O_i = \Gamma_i \cdot X_f^d. \quad (2.18)$$

2. A ordem do sistema é igual ao número de valores singulares não nulos, na equação 2.17.

3. A matriz extendida de observabilidade Γ_i compartilha o mesmo espaço coluna de O_i portanto é obtida pela Equação 2.19

$$\Gamma_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{1/2} \cdot T. \quad (2.19)$$

sendo $T \in R^{n \times n}$ uma transformação de similaridade arbitrária não singular.

4. Visto que a sequência de estado X_f^d fica no espaço de linha de O_i , pode ser recuperada pela Equação 2.20.

$$X_f^d W_2 = T^{-1} \cdot S^{1/2} V_1^T. \quad (2.20)$$

5. A sequência de estado X_f^d é igual a:

$$X_f^d = \Gamma_i^\dagger \cdot O_i \quad (2.21)$$

Prova do teorema em (OVERSCHEE; MOOR, 1996).

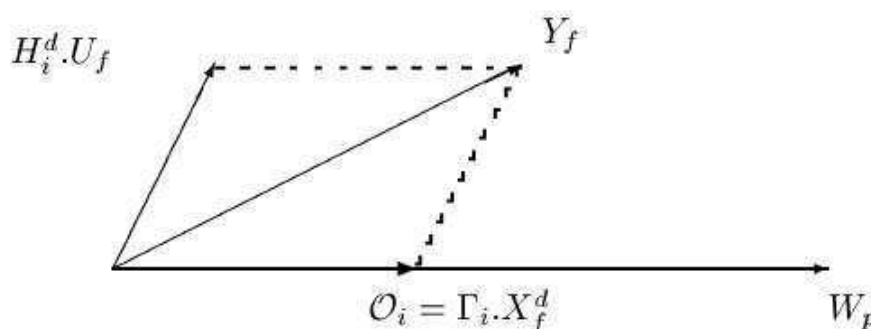


Figura 2.2: Interpretação geométrica da equação 2.12

O teorema 2 tem como consequência o fato de que a sequência de estados X_f^d e a matriz de controlabilidade estendida Γ_i podem ser diretamente determinadas a partir das entradas e saídas u_k e y_k , sem conhecimento das matrizes do sistema A , B , C e D .

É esclarecido na Tabela 2.1 porque a técnica apresentada é denominada identificação por subespaços. As matrizes relacionadas ao sistema são resgatadas como subespaços de projeções dos dados de entradas e saídas coletados.

Tabela 2.1: Resumo do teorema 2

$\text{Posto}(Y_f/U_f W_p) = n$
$\text{Espaço linha}(Y_f/U_f W_p) = \text{Espaço linha}(X_f^d)$
$\text{Espaço coluna}(Y_f/U_f W_p) = \text{Espaço coluna}(\Gamma_i)$

2.6 Cálculo das matrizes do sistema

Serão apresentados dois algoritmos para identificação determinística originalmente desenvolvidos em (OVERSCHEE; MOOR, 1996). Saliendo que o sistema identificado será de alta ordem numérica. Considerações sobre a redução da ordem dos modelos são apresentadas no capítulo 3.

2.6.1 Algoritmo 1

As matrizes do sistema são calculadas por meio da estimação prévia da sequência de estados. Partindo do teorema 2, encontra-se:

- A ordem do sistema pela inspeção dos valores singulares da Equação 2.17;
- A matriz de observabilidade estendida Γ_i por meio da Equação 2.19;
- A sequência de estados X_i^d a partir da Equação 2.21.

Partindo de um raciocínio similar ao utilizado na prova do teorema 2, é possível definir a segunda projeção oblíqua:

$$O_{i-1} \triangleq Y_f^- / U_f^- W_p^+ \quad (2.22)$$

$$= \Gamma_{i-1} \cdot X_{i+1}^d \quad (2.23)$$

Ao retirar as últimas l (número de saídas) linhas de Γ_i , encontra-se Γ_{i-1} :

$$\Gamma_{i-1} = \underline{\Gamma}_i \quad (2.24)$$

onde $\underline{\Gamma}_i$ denota a matriz Γ_i sem as l linhas. Agora X_{i+1}^d pode ser determinado pela Equação 2.25

$$X_{i+1}^d = \Gamma_{i-1}^\dagger O_{i-1}. \quad (2.25)$$

Por fim, as matrizes A , B , C e D são a solução do sistema de Equações 2.26

$$\begin{pmatrix} X_{i+1}^d \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i^d \\ U_{i|i} \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

ou ainda,

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{i+1}^d \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i^d \\ U_{i|i} \end{pmatrix}^\dagger, \quad (2.27)$$

2.6.2 Algoritmo 2

Diferentemente do algoritmo 1, neste caso as matrizes do sistema são determinadas em dois passos. Primeiramente, determinam-se A e C através de Γ_i , e num segundo passo B e D são computados. Pelo teorema 2, tem-se:

- A ordem do sistema a partir da inspeção dos valores singulares da Equação 2.17;
- A matriz de observabilidade estendida Γ_i pela Equação 2.19.

A matriz A é determinada por meio da Equação 2.28, onde $\overline{\Gamma}_i$ denota Γ_i sem as primeiras l (número de saídas) linhas.

$$A = \underline{\Gamma}_i^\dagger \cdot \overline{\Gamma}_i \quad (2.28)$$

A matriz C é obtida a partir das l primeiras linhas Γ_i . Já as matrizes B e D são determinadas da seguinte maneira:

Levando-se em consideração o complemento ortogonal, $\Gamma_i^\perp = U_2^T W_1$, da Equação 2.13 obtém-se,

$$\Gamma_i^\perp \cdot Y_f = \Gamma_i^\perp \cdot \Gamma_i \cdot X_f^d + \Gamma_i^\perp \cdot H_i^d \cdot U_f \quad (2.29)$$

$$= \Gamma_i^\perp \cdot H_i^d \cdot U_f, \quad (2.30)$$

Isto leva a,

$$\Gamma_i^\perp \cdot Y_f \cdot U_f^\dagger = \Gamma_i^\perp H_i^d. \quad (2.31)$$

Para simplicidade de notação, denota-se o termo do lado direito da equação com M e Γ_i^\perp com Ω . Esta equação pode ser reescrita como:

$$\left(M_1 \ M_2 \ \dots \ M_i \right) = \left(\Omega_1 \ \Omega_2 \ \dots \ \Omega_i \right) \times \quad (2.32)$$

$$\begin{pmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

onde $M_k \in R^{(li-n) \times m}$ e $\Omega_k \in R^{(li-n) \times l}$. Finalmente tem-se:

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 & \dots & \Omega_{i-1} & \Omega_i \\ \Omega_2 & \Omega_3 & \dots & \Omega_i & 0 \\ \Omega_3 & \Omega_4 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \Omega_i & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_l & 0 \\ 0 & \underline{\Gamma}_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

2.6.3 Simulações

Com o intuito de ilustrar a técnica de identificação determinística demonstrada nessa seção, foi realizada uma simulação no ambiente Simulink[®] (Figura 2.7), do modelo linearizado de um tanque de mistura aquecido apresentado em detalhes em (BEQUETTE, 1998). O sistema composto de 4 entradas e 2 saídas é representado pelas Equações 2.35 e 2.36.

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 3 & -4,5 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 & -7,5 & 0,1 & 0 \\ 50 & 0 & 0 & 1,5 \end{pmatrix} u(t) \quad (2.35)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) \quad (2.36)$$

O experimento consistiu da aplicação simultânea de 4 sinais PRBS (Pseudorandom Binary Sequence) de 8 bits e 0,1 de amplitude nas entradas do sistema, assim como a adição de dois sinais de ruído gaussiano de média 0 e variância 0,001 nas suas saídas. Os sinais das entradas e saídas, coletadas com um período de amostragem de 0,01 s, foram processados por duas rotinas implementadas em Matlab, referentes aos Algoritmos 1 e 2 da seção 2.6. Como resultado da identificação foram obtidos dois modelos em espaços de estados representados respectivamente pelas Equações 2.37-2.38 e 2.39-2.40.

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} 1,001 & -0,009 & 0 \\ 0,017 & 0,951 & 0 \\ 0,036 & -0,023 & -0,591 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} -0,092 & 0,049 & 0 & -0,003 \\ -0,366 & -0,017 & 0 & -0,011 \\ 0,122 & -0,322 & -0,160 & -0,223 \end{pmatrix} u_k \quad (2.37)$$

$$y_k = \begin{pmatrix} -1,413 & 0,352 & -0,0123 \\ -0,444 & -1,226 & -0,015 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -0,005 \\ 0 & 0 & 0,001 & 0,003 \end{pmatrix} u_k \quad (2.38)$$

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} 1,001 & -0,009 & 0 \\ 0,017 & 0,951 & -0,001 \\ 0,036 & -0,027 & -0,541 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} -0,091 & 0,050 & 0 & -0,003 \\ -0,366 & -0,018 & 0 & -0,010 \\ 0,238 & -0,334 & -0,111 & -0,138 \end{pmatrix} u_k \quad (2.39)$$

$$y_k = \begin{pmatrix} -1,413 & 0,352 & -0,001 \\ -0,444 & -1,226 & -0,013 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} -0,013 & -0,009 & 0,007 & -0,008 \\ 0 & 0,005 & -0,019 & 0,011 \end{pmatrix} u_k \quad (2.40)$$

As Figuras 2.3 e 2.4 representam as curvas da resposta do sistema real e identificado pelo algoritmo 1, do mesmo modo são ilustradas nas Figuras 2.5 e 2.6 as curvas das respostas ao algoritmo 2. É importante enfatizar que foi necessário somente um experimento

único e simultâneo para caracterizar a relação entre todas as 4 entradas e as 2 saídas. É observado também que o erro relativo obtido pelo Algoritmo 2 é ligeiramente maior do que o Algoritmo 1.

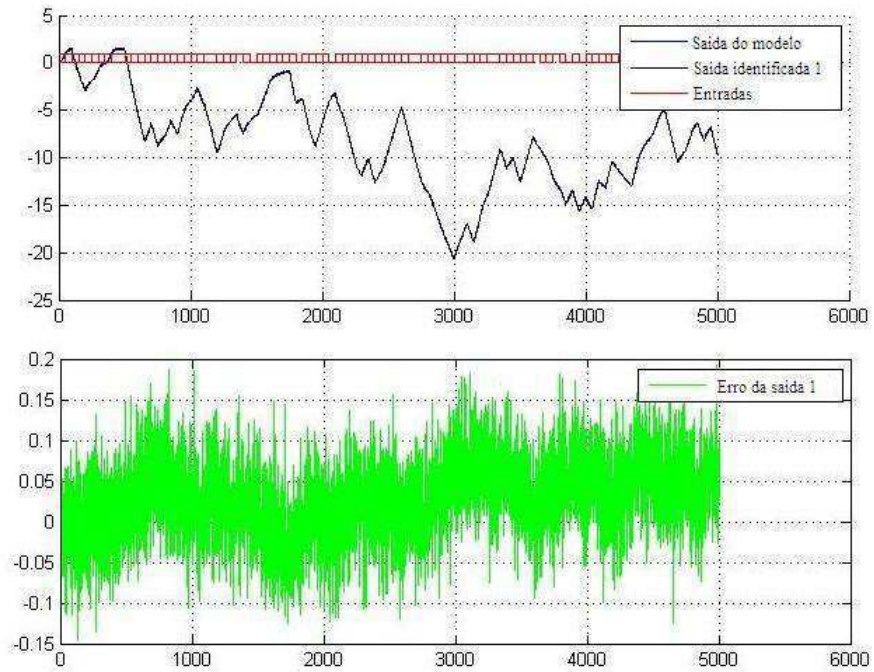


Figura 2.3: Curva da saída y_1 do sistema identificado pelo Algoritmo 1

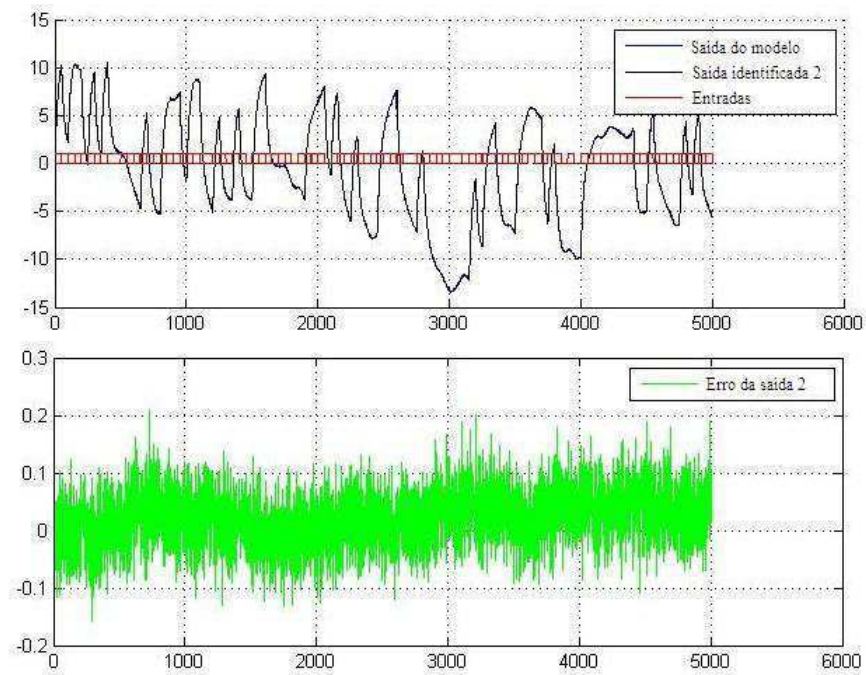


Figura 2.4: Curva da saída y_2 do sistema identificado pelo Algoritmo 1

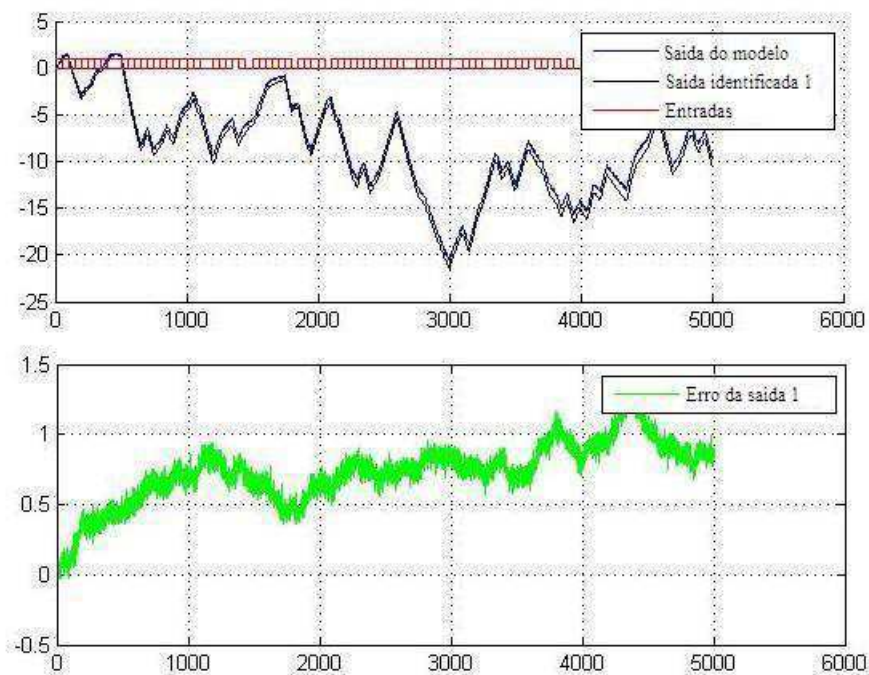


Figura 2.5: Curva da saída y_1 do sistema identificado pelo Algoritmo 2

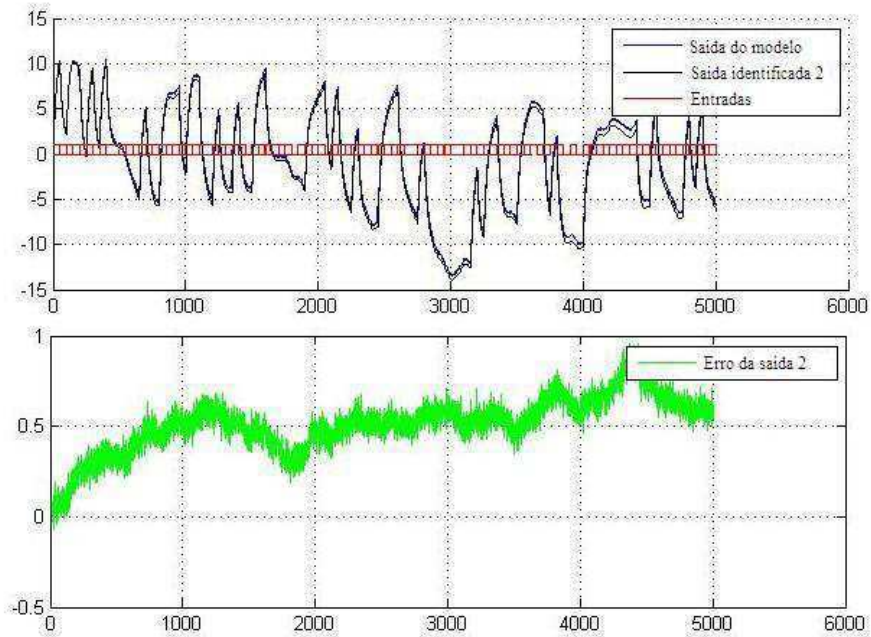


Figura 2.6: Curva da saída y_2 do sistema identificado pelo Algoritmo 2

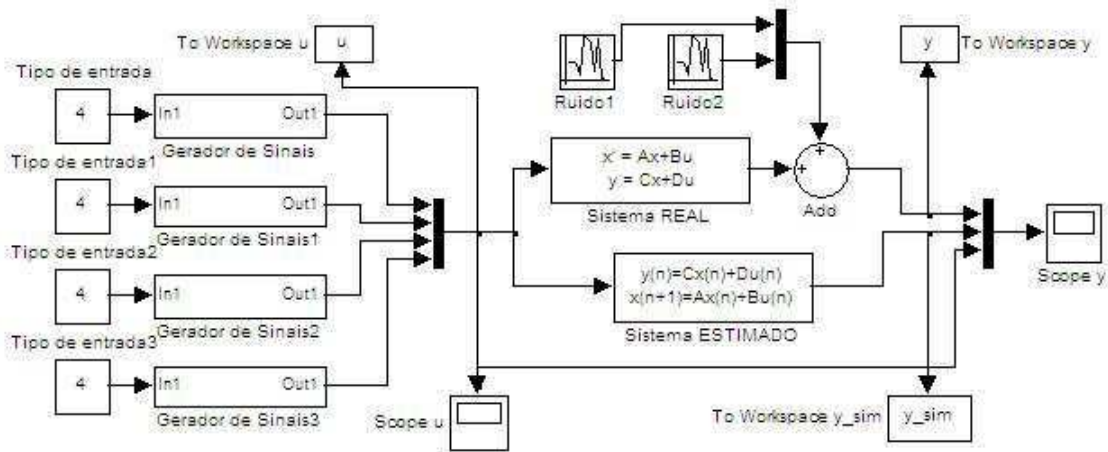


Figura 2.7: Diagrama de blocos da simulação no ambiente Simulink®

2.7 Avaliação de desempenho

O teorema 2 indica que a ordem do sistema identificado é determinada pelo número de valores singulares não nulos na Equação 2.17. Porém, em sistemas reais com presença de ruídos, distúrbios e um número limitado s de amostras os valores singulares não se

tornam efetivamente zero. Além disso, em alguns casos reais a ordem de grandeza dos valores singulares é idêntica, tornando impraticável determinar a ordem ideal do sistema por esse método, como observado em (SOTOMAYOR; PARK; GARCIA, 2003).

2.7.1 Parâmetros de desempenho

Para contornar esse problema, foram propostas duas abordagens. Uma delas consiste em impor um parâmetro de tolerância (ξ) e desconsiderar os valores singulares que forem menores do que o quociente entre o maior valor singular e o parâmetro de tolerância (ξ).

$$se(\sigma_i < \sigma_1/\xi) \quad (2.41)$$

$$então \quad \sigma_i = 0 \quad (2.42)$$

Outra maneira de refinar a escolha da ordem, quando não há uma discrepância considerável nos valores singulares, é criar um índice de desempenho (Equação 2.43) que computa a média dos erros relativos entre os dados reais de saída e os obtidos por simulação dos modelos identificados.

$$\mu(\%) = \frac{1}{s \cdot l} \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^s \frac{|y_j(i) - \hat{y}_j(i)|}{|y_j(i)|} \times 100\% \quad (2.43)$$

Onde l é o número de saídas do sistema, s é o número de amostras das saídas, $y_j(i)$ é a amostra da saída real j no instante i e $\hat{y}_j(i)$ é a amostra simulada j no instante i . O modelo que gerar o menor índice dentre os candidatos pré-selecionados pelo parâmetro de tolerância (ξ) será o mais indicado, lembrando de priorizar a menor ordem possível com a finalidade de diminuir a complexidade dos modelos e facilitar futuras simulações e projetos de controladores.

2.7.2 Simulações

Voltando ao problema da seção 2.6.3, a ordem do sistema identificado foi escolhida como $n = 3$, porém não houve garantias de ser a mais indicada. As rotinas de identificação são então refeitas adicionando-se as restrições de desempenho. O parâmetro de *tolerância* foi escolhido como 4500 restringindo a escolha da ordem do sistema aos valores apresentados na Tabela 2.2.

Os resultados levam a crer que o modelo mais apropriado, segundo o índice de desempenho $\mu(\%)$, é o resultante do algoritmo 1 quando $n = 3$. Porém, como a variação do

Tabela 2.2: Valores dos índices de desempenho para cada ordem estimada

Ordem	$\mu_{alg1}(\%)$	$\mu_{alg2}(\%)$
1	2,7844	157,16
2	0,0410	0,2470
3	0,0328	0,2144
4	0,0328	0,2217
5	0,0335	0,1985
6	0,0333	0,1838

índice é mínima entre 2^a e 3^a ordens, o sistema pode ser representado por $n = 2$, sem grandes perdas de desempenho.

2.8 Conclusão

Nesse capítulo, foram apresentados os conceitos fundamentais para os mecanismos de identificação por subespaços. Primeiramente os sinais de entradas e saídas foram agrupados no formato de blocos de Hankel, então o modelo regressivo em espaço de estados foi transformado em uma relação matricial em função das matrizes de controlabilidade, observabilidade, Toeplitz, matrizes de Hankel das entradas e saídas e do vetor de estados. A sequência de estados foi extraída do modelo matricial por meio de decomposições ortogonais e oblíquas e por fim calculadas as matrizes características do modelo. Uma estimativa inicial da ordem do sistema foi obtida pela relação de grandeza de seus valores singulares e então refinada por um índice de desempenho.

Capítulo 3

Identificação de sistemas de ordem reduzida com atraso em malha aberta

Segundo (BJORKLUND; LJUNG, 2003)(SANTOS; BARROS, 2011) grande parte dos processos industriais possui comportamento de primeira ou segunda ordem. Como consequência, são encontradas na literatura inúmeras técnicas de controle baseadas em modelos simplificados de ordem reduzida. As técnicas baseadas em subespaços, inerentemente a sua formulação, normalmente resultam em modelos de ordem elevada. Portanto, é proposta neste capítulo a utilização de princípios de subespaços para estimação de modelos de ordem reduzida com atraso operando em malha aberta.

3.1 Identificação da resposta ao degrau

Foram apresentados no capítulo 2 os conceitos fundamentais do mecanismo completo de identificação por subespaços, nos quais são montadas matrizes com os dados de entradas e saídas e por meio de projeções oblíquas e ortogonais são extraídas as matrizes A , B , C e D do modelo em espaço de estados. Essa abordagem normalmente gera modelos de ordem elevada, portanto está sendo proposto um caminho alternativo no qual os modelos são identificados partindo das estimativas da resposta ao impulso presentes na matriz H 2.11, calculada em uma etapa intermediária do processo completo de identificação por subespaços original.

Fazendo uma análise da matriz bloco triangular Toeplitz H_i^d , Equação 3.1, percebe-se que suas i colunas fornecem diferentes conjuntos atrasados de estimativas para os coeficientes da resposta ao impulso das funções de transferência do sistema. Partindo da decomposição QR definida na Equação 3.2 e do modelo matricial do sistema, é possível calcular a matriz Toeplitz H_i^d , conhecendo-se somente os dados de entradas e saídas do

processo, Equação 3.3.

$$H_i^d = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} U_f \\ W_p \\ Y_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$H_i^d = (R_{31} - R_{32}R_{22}^\dagger R_{21})R_{11}^{-1} \quad (3.3)$$

A fim de utilizar toda a informação disponível na Matriz 3.1, os coeficientes das respostas ao impulso diretas e cruzadas são obtidos como uma média dos respectivos elementos em cada diagonal inferior da Matriz 3.1. Lembrando que os elementos de 3.1 são matrizes e que o sistema é multivariável, a relação matricial (Equação 3.5) retorna um vetor com a média dos coeficientes das respostas ao impulso de cada entrada para cada saída (Ω).

$$P = \begin{pmatrix} 1/i & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1/(i-1) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad J = \begin{pmatrix} I_{m(1)} \\ I_{m(2)} \\ \dots \\ I_{m(i)} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\Omega = P.H^\dagger.J \quad (3.5)$$

Onde $I_{m(i)}$ é a matriz identidade de ordem m e índice i , $P \in \mathbb{R}^{li \times li}$, $J \in \mathbb{R}^{mi \times m}$, $H \in \mathbb{R}^{li \times mi}$ e H^\dagger é a operação de deslocamento definida na seção A.6.

Uma vez estimados os coeficientes da resposta ao impulso $h(n)$, a resposta ao degrau unitário $g(n)$ é obtida por integração simples 3.6 com a finalidade de diminuir a variância do conjunto de estimativas (HSU, 1995).

$$g(n) = \sum_{i=1}^n h(i) \quad (3.6)$$

3.1.1 Simulações

Para efeito demonstrativo da estimação da resposta ao degrau, foi realizada uma simulação no ambiente Simulink® do modelo descrito pelas Matrizes 3.7 e 3.8. Por meio do diagrama de blocos ilustrado na Figura 3.1, foi aplicado um sinal PRBS (Pseudorandom Binary Sequence) de 8 bits e amplitude 1 na sua entrada, assim como foi somado um ruído de média zero e variância 0,001 à sua saída, resultando nas curvas de entradas e saídas da Figura 3.2.

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -230,3 & 86,85 \\ 0 & -10,54 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -59,48 \\ 105,4 \end{pmatrix} u(t - 0,12) \quad (3.7)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 0,32 & 1 \end{pmatrix} x(t) \quad (3.8)$$

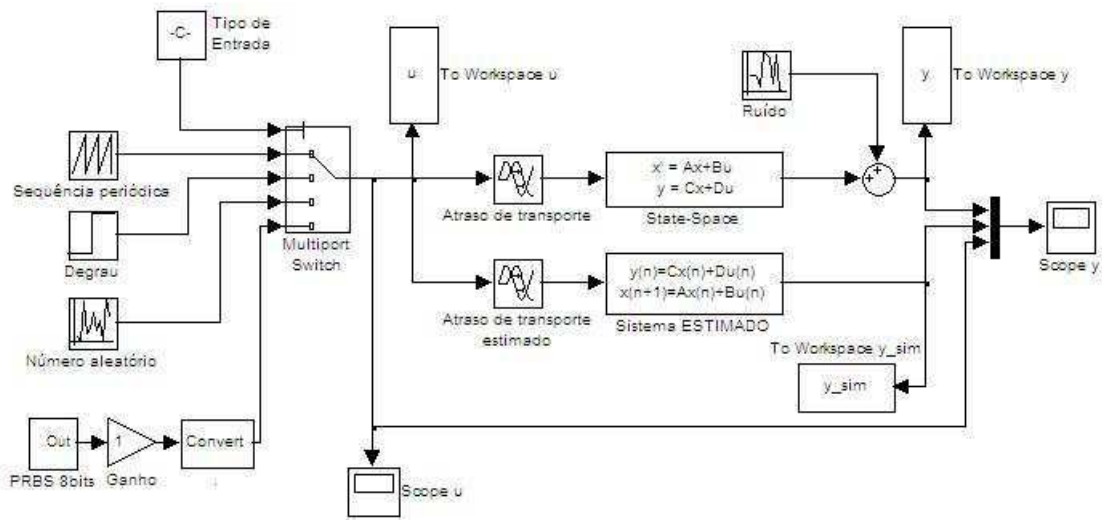


Figura 3.1: Diagrama de blocos da simulação no ambiente Simulink®

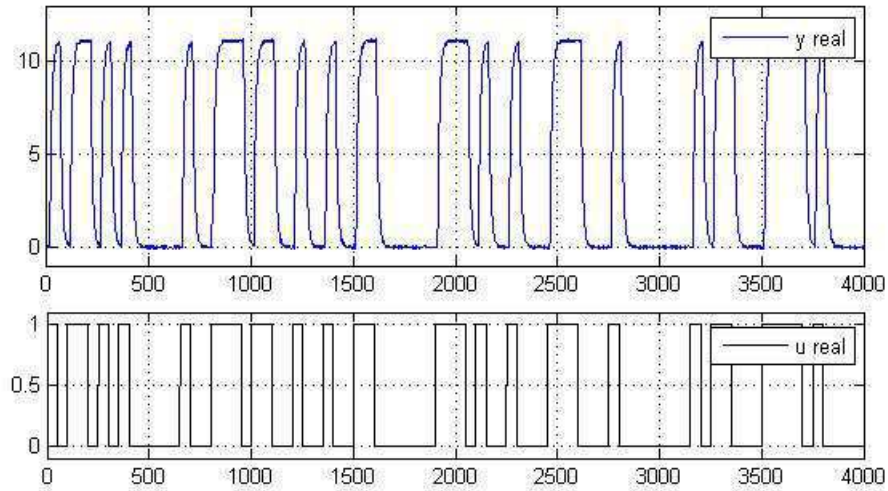


Figura 3.2: Curvas das entradas e saídas coletadas

De posse dos sinais de entrada e saída coletados a um período de amostragem de $0,01s$, foi aplicado o algoritmo da seção 3.1, obtendo-se os coeficientes da resposta ao impulso e ao degrau unitário, explicitados nas Figuras 3.3 e 3.4, respectivamente. É interessante observar que a utilização dos valores médios das colunas da matriz H 3.1, melhora principalmente as estimativas dos coeficientes iniciais da estimativa da resposta ao impulso do sistema.

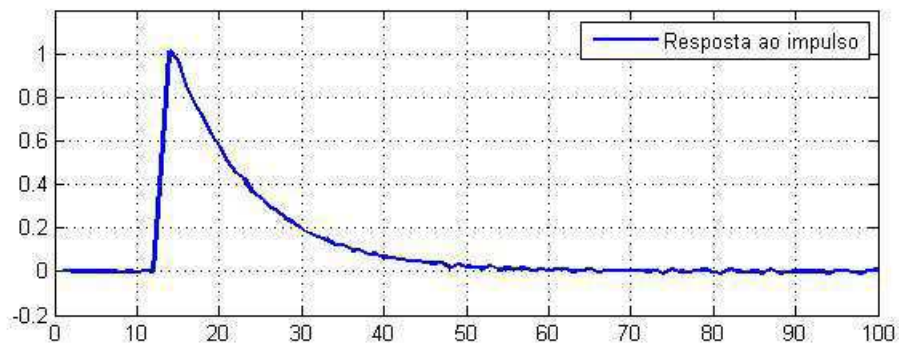


Figura 3.3: Curva da resposta ao impulso do modelo identificado

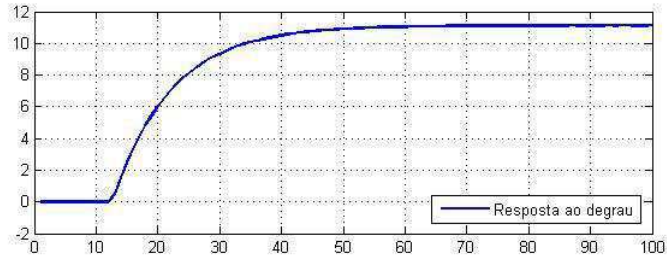


Figura 3.4: Curva da resposta ao degrau do modelo identificado

3.2 Estimação de atrasos

Os atrasos de transporte são inerentes à grande parte dos processos químicos de modo que, uma estimativa precisa desse parâmetro é de fundamental importância em diversas técnicas de controle tal como a sintonia de controladores PID.

Foi concluído em (JURICEK; SEBORG; LARIMORE, 2002) que técnicas de identificação por subespaços são muito eficientes ao gerar modelos precisos e robustos mediante diferentes tipos de ruídos. Porém, caso o sistema tenha um atraso longo e desconhecido, modelos clássicos como FIR e ARX são mais indicados. Portanto, é necessário que uma estimativa do atraso seja incorporada à metodologia desenvolvida, a fim de contornar esse problema. Ao longo dos anos, foram propostas diversas técnicas de estimação de atrasos, em (BJORKLUND; LJUNG, 2003) há uma classificação dos principais métodos e suas vantagens. Seguindo a linha do domínio do tempo, é desenvolvida uma variação da técnica de estimação de atrasos, baseada em (SHALCHIAN; KHAKI-SEDIGH; FATEHI, 2010).

O cálculo do atraso é efetuado em duas etapas: primeiramente, a resposta ao degrau é estimada partindo do procedimento apresentado na seção 3.1, então é realizada uma busca simples com o intuito de detectar o tempo morto do sistema no qual o sinal de entrada ainda está sendo propagado para saída.

A busca é iniciada pela procura de uma estimativa grosseira para o módulo do valor de regime permanente da resposta ao degrau unitário, determinada como o módulo do seu valor de pico (V_p). Então o atraso é calculado pela quantidade de pontos da curva que apresentar módulo menor que um percentual (ϵ) do valor estacionário. Esse mecanismo evita detectar atrasos menores do que o real quando o sistema é fortemente contaminado com ruídos.

$$\text{se } |g(a)| > V_p \frac{\epsilon}{100}, \text{ então } T_d = a \quad (3.9)$$

Onde $g(n)$ é a resposta ao degrau unitário estimada em 3.1, V_p é seu valor de pico, ϵ é o percentual de comparação, T_d é o atraso no tempo discreto e $T_c = T_d * \text{tempo de amostragem}$ é o atraso no tempo contínuo. Essa técnica é de fácil implementação, além de ser aplicável a sistemas SISO e MIMO.

3.2.1 Simulações

Voltando aos resultados obtidos na Simulação 3.1.1, é possível identificar o atraso de transporte do sistema simulado a partir da estimativa dos coeficientes da resposta ao degrau unitário. Para tanto, é arbitrado o valor de 1% para o parâmetro ϵ , resultando no cálculo de um atraso de 12 amostras, equivalente a 0,12s. Quando o atraso é muito menor do que a tempo de amostragem das entradas e saídas, esse método consegue uma ótima precisão, porém, caso contrário a eficácia do método deixa a desejar.

3.3 Obtenção de modelos de 1ª e 2ª ordem com atraso

Como explicitado anteriormente, grande parte dos processos industriais pode ser convenientemente representada por modelos simplificados de primeira ou segunda ordens, nas quais a dinâmica lenta do processo é capturada pelas constantes de tempo e a dinâmica rápida pelo atraso. Portanto, são propostas duas estratégias para redução da ordem dos modelos encontrados nas seções anteriores.

1. Extrair o atraso e fixar $n=1$ ou $n=2$ no algoritmo da seção 2.6 obtendo diretamente modelos de primeira ou segunda ordens com atraso em espaço de estados.
2. Estimar a resposta ao degrau por inspeção da matriz H , Equação 2.11, e identificar modelos FOPTD (*First-Order Plus Time-Delay*) e SOPTD (*Second-Order Plus Time-Delay*), por mínimos quadrados.

3.3.1 Método 1

A maneira mais simples de obter os modelos reduzidos é fixar a ordem do algoritmo da seção 2.6. Porém, no caso de sistemas multivariáveis, com dinâmicas distintas entre malhas essa abordagem não supre as necessidades do sistema ao todo, visto que como o modelo está representado em espaço de estados, toda a dinâmica do sistema é representada somente pela matriz A , que nesse caso fornece informações limitadas quando submetida à restrição de primeira ou segunda ordens. Desta forma, esse método somente é satisfatório quando o sistema for SISO ou MIMO com malhas de dinâmicas semelhantes.

Conforme explicitado na Figura 3.5, o atraso do sistema é retirado utilizando-se a técnica da seção 3.2. A rotina de identificação é realizada três vezes para $n = 1$, $n = 2$ e para o n ideal. Dessa forma, na etapa de validação ocorre uma comparação dos índices de desempenho gerados por cada modelo em relação ao caso ideal, comprovando se é satisfatória a representação em 1ª ou 2ª ordens.

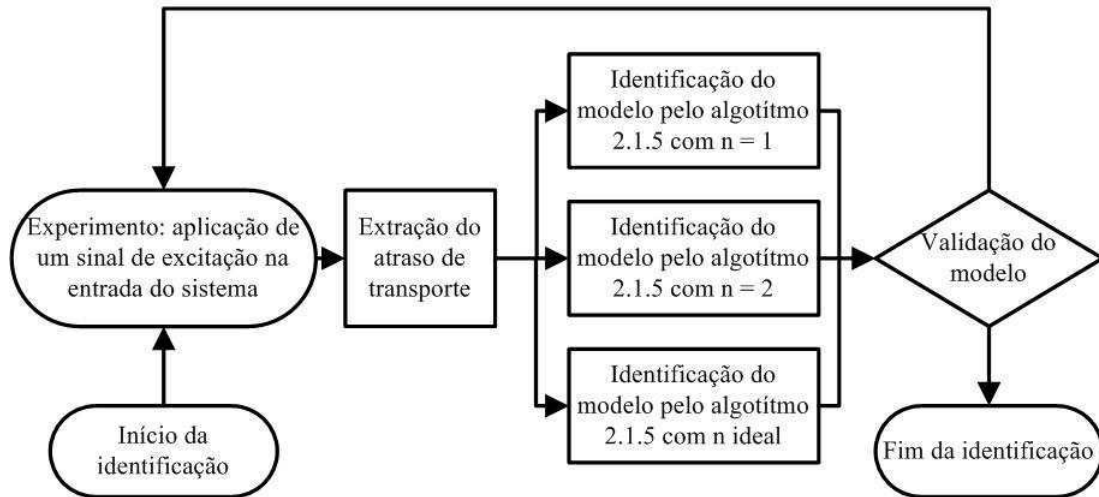


Figura 3.5: Diagrama esquemático do método 1

3.3.2 Método 2

A segunda maneira apresentada para obtenção dos modelos reduzidos parte do princípio de que é possível obter estimativas das diversas respostas ao impulso do sistema MIMO diretamente da matriz H , Equação 2.11, como visto na seção 3.1. Conhecendo-se os coeficientes da resposta degrau e as estimativas dos atrasos pode-se determinar modelos FOPTD e SOPTD por mínimos quadrados, conforme esquematizado na Figura 3.6.

- Modelos FOPTD

$$G(s) = \frac{K_p}{\tau_o s + 1} e^{-Ds} \quad (3.10)$$

Para aplicação do mecanismo de mínimos quadrados, o equivalente discreto do Modelo 3.10 com um segurador de ordem zero é dado pela Equação 3.11 (LUYBEN; LUYBEN, 1997).

$$G(z) = \frac{z^{-d}(b_1 z^{-1})}{(1 + a_1 z^{-1})} \quad (3.11)$$

com $b_1 = K_p(1 - e^{-T_s/\tau_o})$, $a_1 = -e^{-T_s/\tau_o}$ e $d = D/T_s$;
passando para o domínio do tempo;

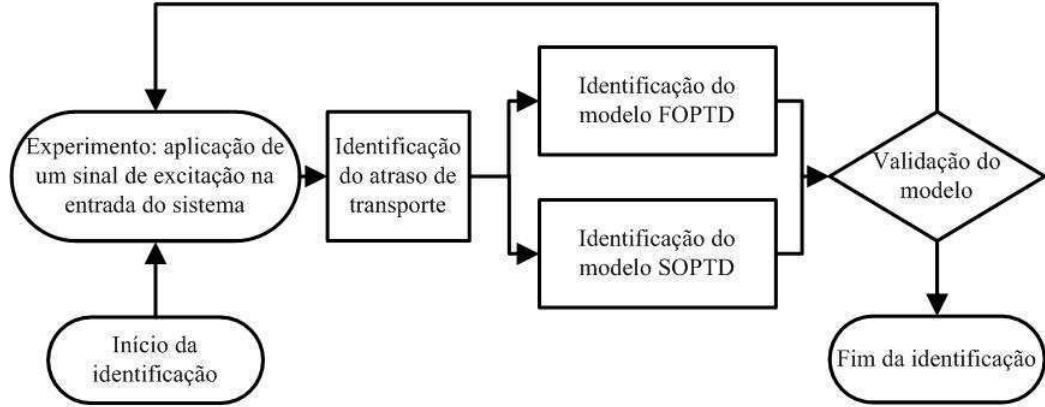


Figura 3.6: Diagrama esquemático do método 2

$$y(k) = b_1 u(k - d - 1) - a_1 y(k - 1) \quad (3.12)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} u(k - d - 1) & y(k - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ -a_1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\gamma(k) = \phi(k)\theta \quad (3.14)$$

• Modelos SOPTD

$$G(s) = \frac{K_p}{(\tau_1 s + 1)(\tau_o s + 1)} e^{-Ds} \quad (3.15)$$

Para aplicação do mecanismo de mínimos quadrados, o equivalente discreto do Modelo 3.15 com um segurador de ordem zero é dado pela Equação 3.16 (LUYBEN; LUYBEN, 1997)

$$G(z) = \frac{K_p z^{-d} a_0 (z - z_1)}{(z - p_1)(z - p_2)} \quad (3.16)$$

com $b_1 = K_p a_0$, $B_2 = -K_p a_0 z_1$, $a_1 = -(p_1 + p_2)$, $a_2 = p_1 p_2$ e $d = D/T_s$;

$$G(z) = \frac{z^{-d}(b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})}{(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})} \quad (3.17)$$

passando para o domínio do tempo;

$$y(k) = b_1 u(k-d-1) + b_2 u(k-d-2) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) \quad (3.18)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} u(k-d-1) & u(k-d-2) & y(k-1) & y(k-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ -a_1 \\ -a_2 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\gamma(k) = \phi(k)\theta \quad (3.20)$$

• Mínimos quadrados

As matrizes Γ e Φ são formadas pelo empilhamento da relação 3.14 ou 3.20, para todo $k = 1, 2, \dots, N$ onde N é o número de amostras dos sinais de entradas e saídas.

$$\Gamma = \Phi\Theta \quad (3.21)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma(k_1) & \gamma(k_2) & \dots & \gamma(k_N) \end{pmatrix}^T \quad (3.22)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi(k_1) & \phi(k_2) & \dots & \phi(k_N) \end{pmatrix}^T \quad (3.23)$$

Observa-se que as colunas de Φ são independentes, logo $\Phi^T\Phi$ é não singular, de modo que a relação de recorrência do algoritmo de mínimos quadrados clássico pode ser utilizada para obtenção de uma estimativa de θ , que minimize um critério quadrático de erro (Equação 3.24).

$$\hat{\theta} = (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T\Gamma \quad (3.24)$$

3.3.3 Simulações

Nas seções 3.1.1 e 3.2.1 foram obtidas estimativas para a resposta ao degrau e atraso de transporte do sistema real representado pelas Equações 3.7 e 3.8. Será demonstrada a utilização dos métodos 1 e 2 para obtenção de modelos FOPTD e SOPTD que aproximem o comportamento do sistema real.

• Método 1

A estratégia da seção 3.3.1 foi aplicada, resultando nos seguintes modelos FOPTD 3.25 e SOPTD 3.26. O comparativo das curvas reais e simuladas assim como seu erro é representado na Figura 3.7.

$$G_1 = \frac{11,1}{0,0951s + 1} e^{-0,12} \quad (3.25)$$

$$G_2 = \frac{11,12}{(0,0053s + 1)(0,0950s + 1)} e^{-0,12} \quad (3.26)$$

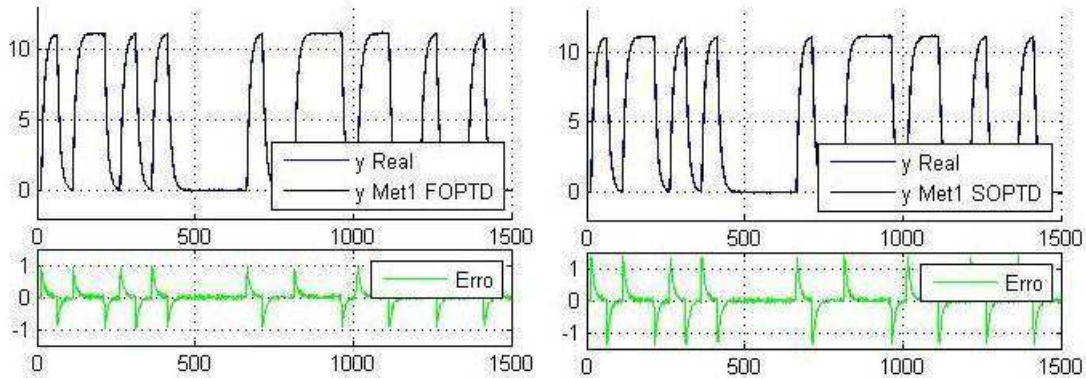


Figura 3.7: Curvas da resposta dos modelos FOPTD e SOPTD obtidos pelo método 1

• **Método 2**

A estratégia da seção 3.3.2 foi aplicada, resultando nos seguinte modelos FOPTD 3.27 e SOPTD 3.28. O comparativo das curvas reais e simuladas assim como seu erro é representado na Figura 3.8.

$$G_1 = \frac{11,1}{0,0949s + 1} e^{-0,12} \quad (3.27)$$

$$G_2 = \frac{11,11}{(0,0020s + 1)(0,0953s + 1)} e^{-0,12} \quad (3.28)$$

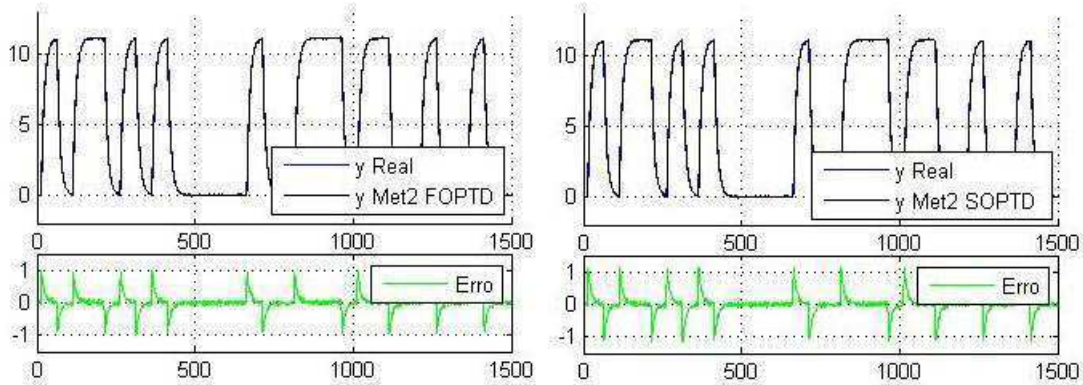


Figura 3.8: Curvas da resposta dos modelos FOPTD e SOPTD obtidos pelo método 2

- **Comparativo**

O índice de desempenho de cada modelo estimado está disposto na Tabela 3.1. Observa-se que o processo estimado é mais convenientemente representado por modelos FOPTD e que o método 2 obteve o melhor resultado.

Tabela 3.1: Índice de desempenho para cada modelo estimado

Método	Índice de desempenho $\mu(\%)$
Método 1 FOPTD	0,4133
Método 1 SOPTD	0,4382
Método 2 FOPTD	0,4108
Método 2 SOPTD	0,4468

3.4 Conclusão

Nesse capítulo, foi apresentado um mecanismo para estimação, por subespaços, do atraso e da resposta ao degrau unitário de um sistema linear. Em seguida, foram propostas duas estratégias para obtenção de modelos FOPTD e SOPTD, por meio de um experimento em malha aberta. O primeiro método se baseia no algoritmo completo de identificação por subespaços, fixando-se a ordem do sistema em $n = 1$ e $n = 2$. Já no segundo método os modelos são calculados por mínimos quadrados a partir de uma estimativa da resposta ao degrau que por sua vez é obtida em uma etapa intermediária do processo de identificação por subespaços.

Capítulo 4

Identificação de sistemas de ordem reduzida com atraso em malha fechada

O problema de identificação de sistemas operando em malha fechada tem recebido muita atenção na literatura visto que experimentos desse tipo são necessários caso a planta seja instável em malha aberta. Além disso, aspectos de segurança da planta ou especificações de produção podem inviabilizar experimentos em malha aberta.

Existem três tipos de abordagem a serem seguidas em mecanismos de identificação em malha fechada (KATAYAMA, 2005):

- **Abordagem direta:** Ignorando a presença da realimentação, são diretamente aplicadas as técnicas de identificação de malha aberta nos dados de entrada e saída (u, y) da planta $P(z)$.
- **Abordagem indireta:** Supondo que a entrada de referência r é disponível e a função de transferência do controlador $C(z)$ é conhecida, primeiramente é identificada a função de transferência $T_{yr}(z)$ de r para y e então a função de transferência da $P(z)$ da planta é calculada pela Equação 4.1.

$$P(z) = \frac{T_{yr}(z)}{1 - C(z)T_{yr}(z)} \quad (4.1)$$

- **Abordagem conjunta Entrada-Saída (*Joint Input-Output*):** Supondo a entrada de referência r disponível, é identificada a função de transferência $T_{ur}(z)$ e $T_{yr}(z)$ da entrada r para os sinais u e y respectivamente encarados como saídas. A função de transferência da planta é calculada pela Equação 4.2.

$$P(z) = \frac{T_{yr}(z)}{T_{ur}(z)} \quad (4.2)$$

Fica claro que a abordagem direta produz uma aproximação parcial, porém como o procedimento é muito simples, essa técnica é viável caso o desvio seja desprezível. A abordagem indireta é penalizada por precisar do modelo do controlador que em alguns casos é passível a deteriorização e inclusão de não-linearidades. Optou-se então por elaborar uma técnica de identificação baseada na abordagem *Joint Input-Output*.

4.1 Identificação da resposta ao impulso usando a equação de Wiener-Hopf

Os mecanismos de identificação baseados em técnicas de correlação são caracterizados por baixa sensibilidade a ruídos. Para o entendimento da equação de Wiener-Hopf é necessário a introdução de alguns conceitos básicos:

- **Função de Autocorrelação**

$$r_{uu}(l) = E[u(i)u(i+l)^T] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^N u(i)u(i+l) \quad (4.3)$$

- **Função de correlação cruzada:**

$$r_{uy}(l) = E[u(i)y(i+l)^T] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^N u(i)y(i+l) \quad (4.4)$$

- **Soma de convolução:**

$$y(i+l) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)u(i+l-k) \quad (4.5)$$

Em um sistema linear de entrada u e saída y , a equação de Wiener-Hopf relaciona a resposta ao impulso $g(k)$ e as funções de correlação cruzada r_{yu} e de autocorrelação r_{uu} segundo a Equação 4.6.

$$r_{uy}(l) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)r_{uu}(l-k) \quad (4.6)$$

A Equação 4.6 pode ser reescrita em formato matricial, possibilitando a extração dos coeficientes da resposta ao impulso por uma simples inversão de matrizes, Equação 4.7 (KEESMAN, 1996).

$$\begin{pmatrix} g(0) \\ g(1) \\ g(2) \\ \dots \\ g(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{uu}(0) & r_{uu}(1) & r_{uu}(2) & \dots & r_{uu}(s) \\ r_{uu}(1) & r_{uu}(0) & r_{uu}(1) & \dots & r_{uu}(s-1) \\ r_{uu}(2) & r_{uu}(1) & r_{uu}(0) & \dots & r_{uu}(s-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{uu}(s) & r_{uu}(s-1) & r_{uu}(s-2) & \dots & r_{uu}(0) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r_{uy}(0) \\ r_{uy}(1) \\ r_{uy}(2) \\ \dots \\ r_{uy}(s) \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

4.2 Método de identificação em malha fechada pela abordagem *Joint Input-Output*

A técnica de identificação apresentada é uma reunião dos conceitos abordados nos tópicos anteriores. O método consiste em utilizar os conceitos da seção 3.1 e estimar a resposta ao degrau de r para u e de r para y (ver Figura 4.2). Essas duas respostas se comportam respectivamente como entradas e saídas da planta $P(z)$. Por sua vez, a resposta ao degrau de u para y é encontrada pela correlação das respostas encontradas anteriormente conforme a seção 4.1. De posse dos coeficientes da resposta ao degrau de u para y um modelo de primeira ordem com atraso é estimado a partir do algoritmo baseado em mínimos quadrados apresentado na seção 3.3.2. É representado na Figura 4.1 o diagrama esquemático do método proposto.

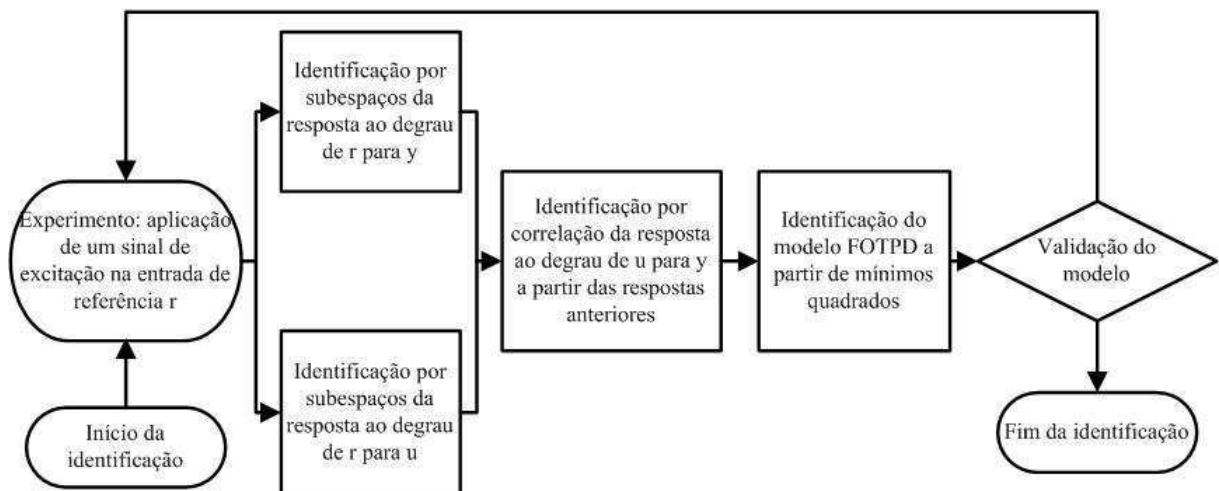


Figura 4.1: Fluxograma da técnica de controle apresentada

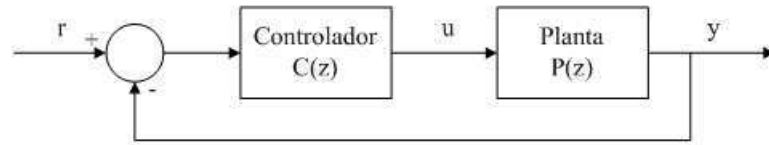


Figura 4.2: Diagrama de blocos da estrutura de controle do sistema

4.3 Simulações

Uma planta genérica, representada pela Equação 4.8, foi simulada com um controlador PI paralelo de ganhos $K_p = 0.2$ e $K_i = 0.4$, segundo o diagrama da Figura 4.3. Um sinal PRBS de 8 bits e amplitude 1 foi aplicado na entrada de referência r , resultando nas curvas da Figura 4.4.

$$G(s) = \frac{0.75}{(0.05s + 1)(0.5s + 1)} e^{-0.5} \quad (4.8)$$

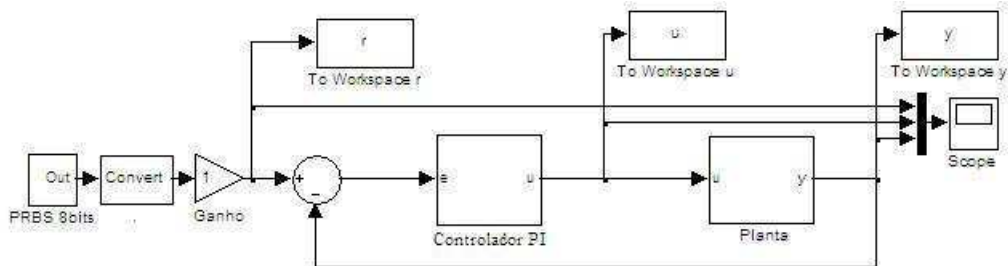


Figura 4.3: Diagrama de blocos da simulação do Processo + controlador PI

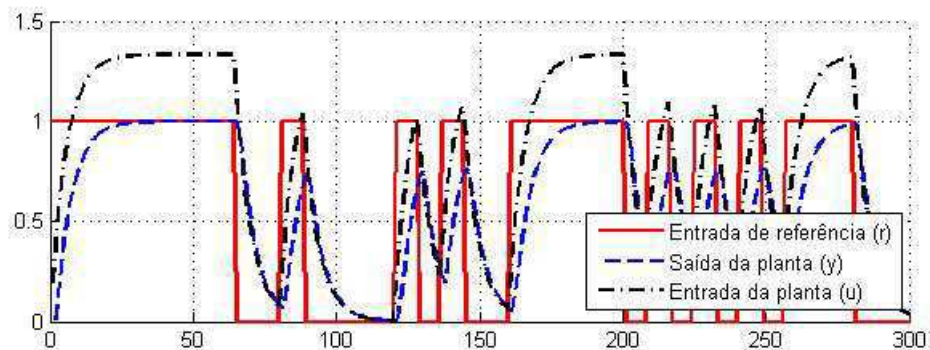


Figura 4.4: Curvas das entradas e saídas r, u e y

As respostas ao degrau unitário de $r \rightarrow u$ e $r \rightarrow y$ foram estimadas pelo algoritmo da seção 3.1, resultando nas Figuras 4.5 e 4.6.

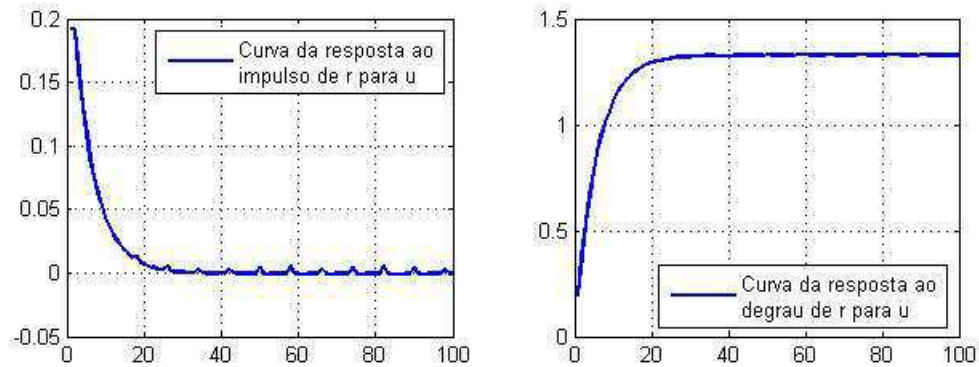


Figura 4.5: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para u

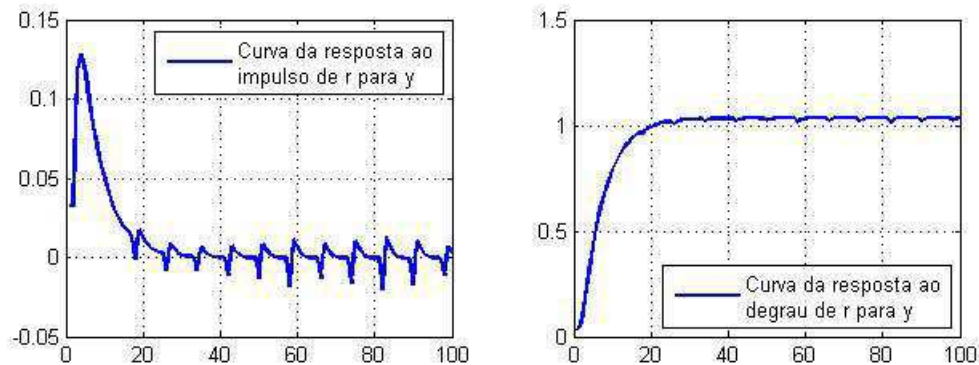


Figura 4.6: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para y

Finalmente a resposta ao degrau de $r \rightarrow u$ foi calculada por correlação segundo a seção 4.1 e os parâmetros de constante de tempo e ganho, estimados por mínimos quadrados decorrendo no modelo representado pela Equação 4.9. As curvas das saídas do modelo estimado em relação ao modelo real são apresentadas na Figura 4.7.

$$G(s) = \frac{0.7819}{(1.4882s + 1)} e^{-0.50} \quad (4.9)$$

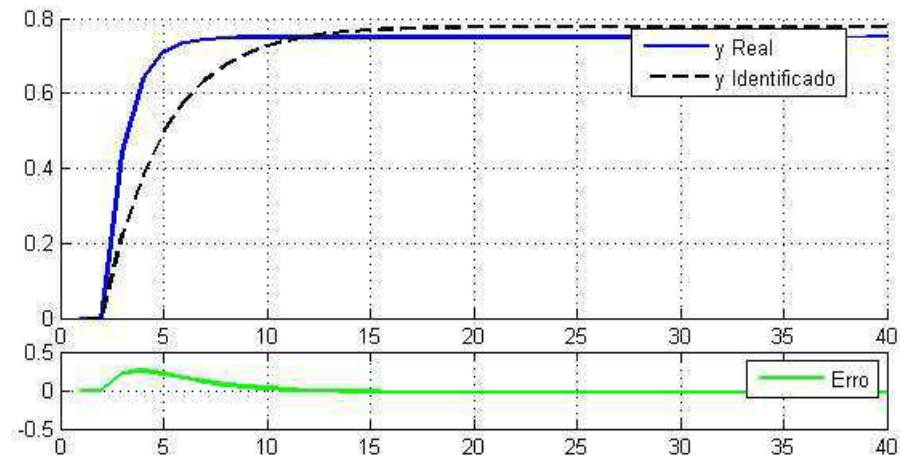


Figura 4.7: Curvas das saídas do modelo real e simulado

4.4 Conclusão

Nesse capítulo, foi abordado um método para identificação de modelos FOPTD em um sistema operando em malha fechada. O mecanismo de identificação consiste da estimação, por subespaços, da resposta ao degrau do sinal de referência para entrada de controle, assim como do sinal de referência para saída da planta (*Joint Input-Output*). Conhecendo-se a dinâmica de $r-u$ e $r-y$, a resposta ao impulso da planta é calculada pela relação de Wiener-Hopf e os parâmetros do modelo FOPTD são obtidos por mínimos quadrados.

Capítulo 5

Análise de resultados

5.1 Resultados obtidos por meio de simulações

Foi simulada uma série de processos fictícios com o intuito de ilustrar a utilização das técnicas de identificação apresentadas nos capítulos precedentes. Para fins de comparação foram utilizadas outras três técnicas de identificação denominadas aqui de *Santos* (SANTOS; BARROS, 2011), *Astrom* (ASTROM; HAGGLUND, 2007) e *de la Barra* (BARRA et al., 208). *Astrom* realiza um estudo no domínio da frequência, a partir de uma aproximação da frequência e ganho do sistema quando a fase é 180° , mediante o experimento do relé. *De la Barra* toma uma abordagem no domínio do tempo aplicando 2 pulsos sequenciais e *Santos* utiliza uma excitação combinada para extrair informações do tempo e frequência.

5.1.1 Simulação de um sistema FOPTD

Por facilidades práticas de implementação, foi utilizado o ambiente do Matlab/Simulink[®] para simulação do processo FOPTD especificado na Equação 5.1

$$G(s) = \frac{1}{(4s + 1)}e^{-3} \quad (5.1)$$

O experimento em malha aberta, esquematizado na Figura 5.12, consistiu-se da aplicação de um sinal PRBS de 8 bits e amplitude 1 na entrada do modelo, assim como a soma de um ruído gaussiano de média zero e variância 0,001 na sua saída. Após a coleta dos dados, com um período de amostragem de 0,1, as duas estratégias da seção 3.3 são implementadas.

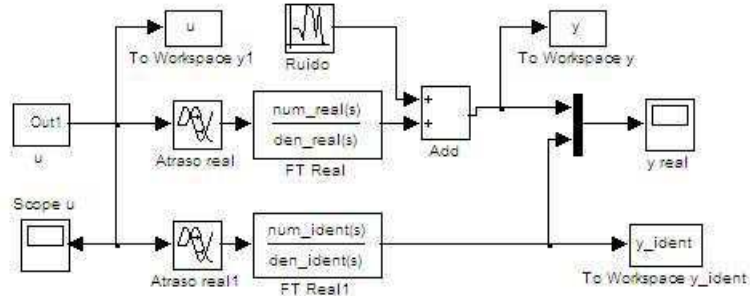


Figura 5.1: Diagrama de blocos da simulação em malha aberta do modelo 5.1

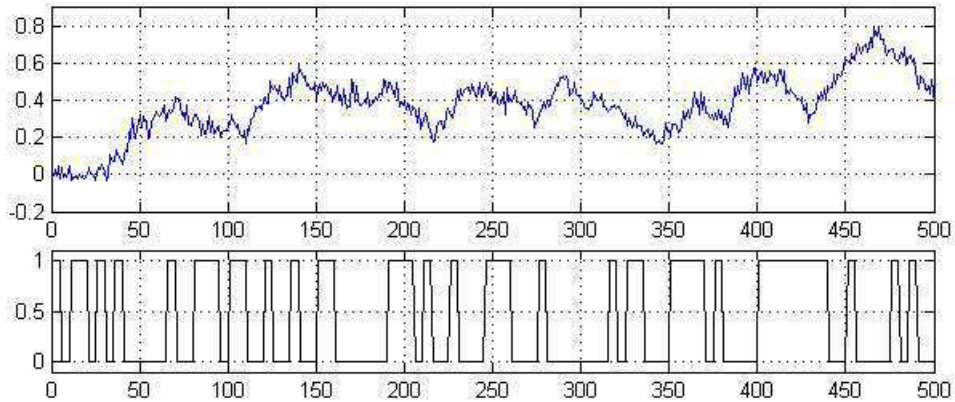


Figura 5.2: Curvas de entradas e saídas do experimento em malha aberta

• **Método 1**

O atraso de transporte foi estimado pelo algoritmo da seção 3.2, resultando em $L = 3$ para um valor de tolerância $\epsilon = 2\%$. Depois de eliminado o atraso, o algoritmo 1, (seção 2.6.1) foi aplicado para a ordem estimada $n = 1$, resultando nas matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 0,975 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -0,068 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} -0,364 \end{pmatrix} D = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Passando para o domínio da frequência, tem-se a função de transferência 5.3

$$G(s) = \frac{1,012}{(4,033s + 1)} e^{-3} \quad (5.3)$$

A curva da saída do modelo 5.3 em comparação ao caso real é ilustrada na Figura 5.3.

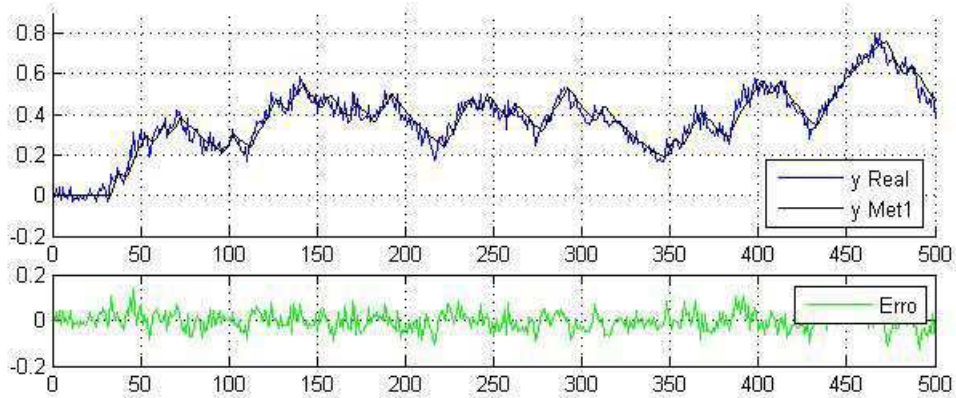


Figura 5.3: Curva da saída do modelo 5.3 em comparação ao caso real

• Método 2

A resposta ao degrau unitário foi estimada segundo a seção 3.1, resultando nas curvas da Figura 5.4. O atraso de transporte foi mais uma vez identificado pelo algoritmo da seção 3.2, então o modelo FOPTD, Equação 5.4, foi encontrado por mínimos quadrados segundo a seção 3.3.2.

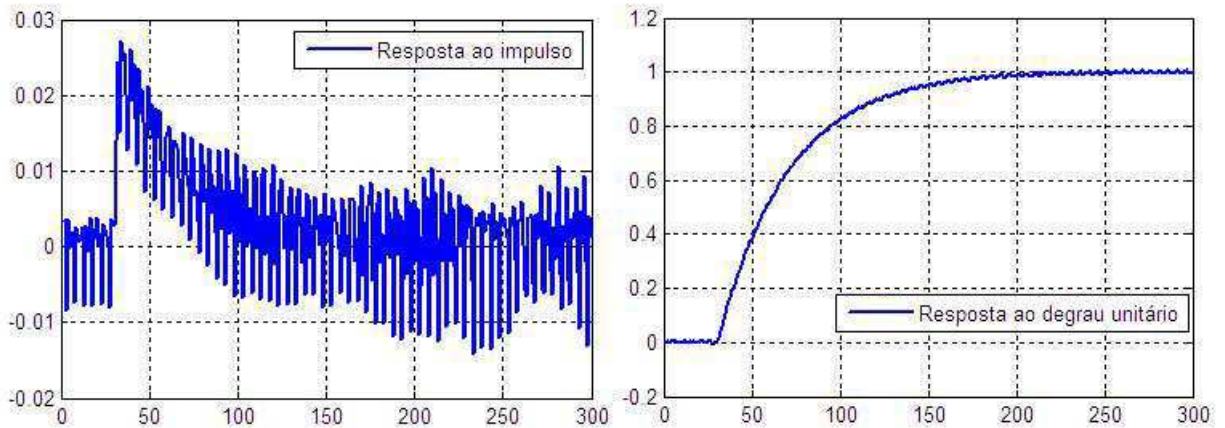


Figura 5.4: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau unitário

$$G(s) = \frac{1.010}{(3.867s + 1)}e^{-3} \quad (5.4)$$

A curva da saída do modelo 5.4 em comparação ao caso real é ilustrada na Figura 5.5

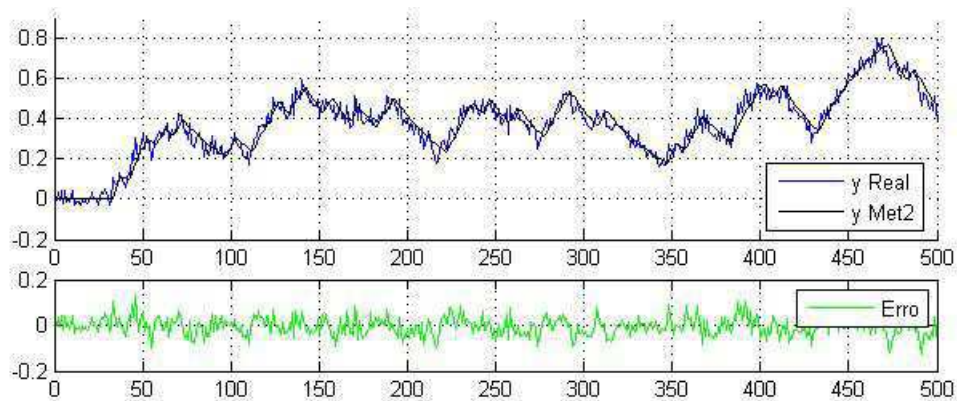


Figura 5.5: Curva da saída do modelo 5.4 em comparação ao caso real

• Resultados

Os resultados obtidos por todos os métodos foram apresentados na Tabela 5.1. Observa-se que para o caso SISO os métodos descritos apresentam resultados semelhantes às referências citadas. O método de Astrom e de Santos obtiveram melhor índice de desempenho, possivelmente por considerar informações no domínio do tempo e da frequência. Porém, vale salientar que somente os métodos propostos são facilmente extensíveis a sistemas MIMO.

Tabela 5.1: Resultados obtidos na identificação do modelo 5.1

Método	K_p	τ_0	L	Índice de desempenho $\mu(\%)$
Real	1	4	3	-
Santos	1,001	4,016	2,99	0,0760
Astrom	1	4,434	3,134	0,0751
de la Barra	1,074	3,176	2,60	0,1930
Método 1	1,012	4,033	3,00	0,0815
Método 2	1,010	3,867	3,00	0,0808

• Método em malha fechada

Aproveitando o mesmo processo da Equação 5.1, foi elaborado um segundo experimento, Figura 5.6, onde a planta opera em malha fechada controlada por um controlador PI paralelo de ganhos $K_p = 0,25$ e $K_i = 0,4$. Um sinal PRBS de 8 bits e amplitude 1 foi aplicado na entrada de referência r , resultando nas curvas da Figura 5.7. Observa-se que o

controlador PID, propositalmente, não está devidamente sintonizado, caracterizando um caso usual de identificação para reprojeção de controladores.

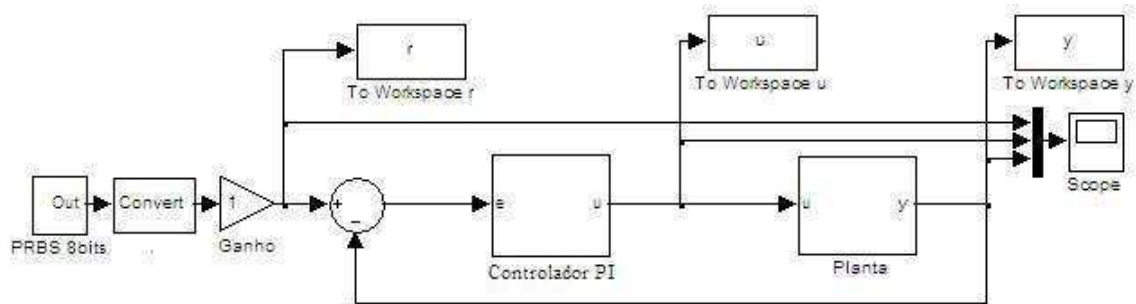


Figura 5.6: Diagrama de blocos da simulação do Processo + controlador PI

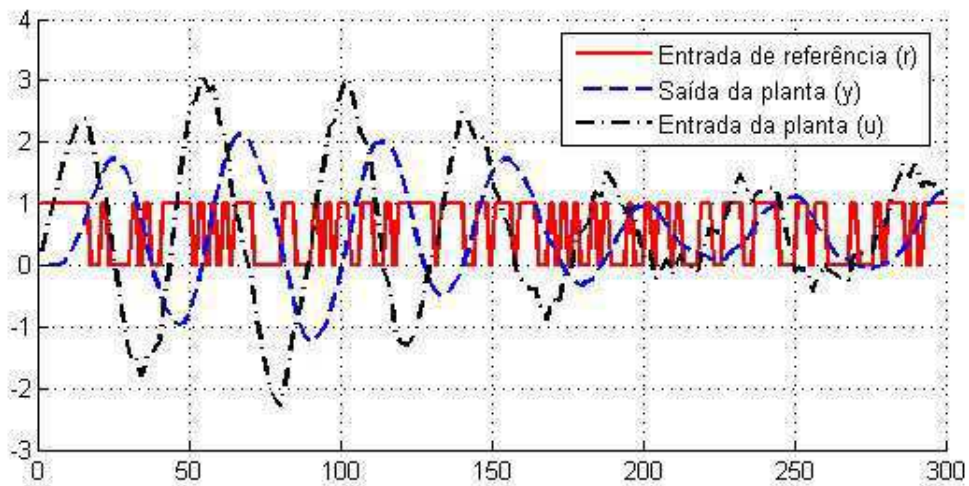


Figura 5.7: Curvas das entradas e saídas r, u e y

As respostas ao degrau unitário de $r \rightarrow u$ e $r \rightarrow y$ foram estimadas pelo algoritmo da seção 3.1. Resultando nas Figuras 5.8 e 5.9.

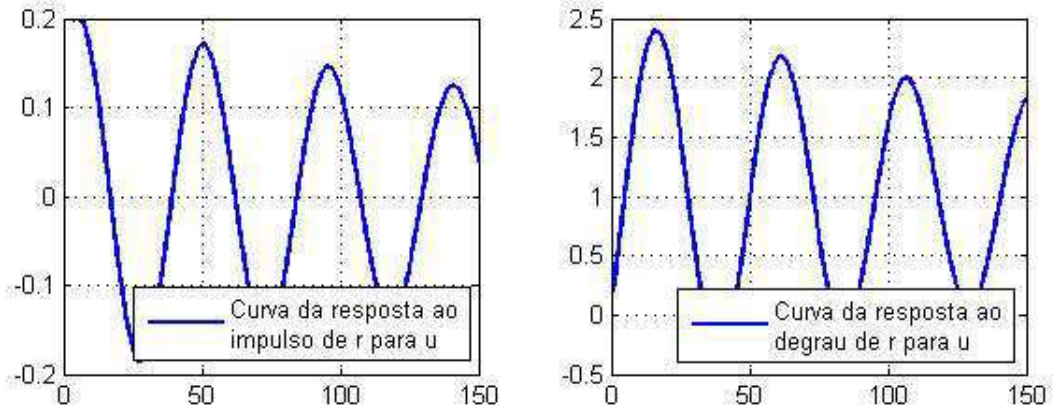


Figura 5.8: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para u

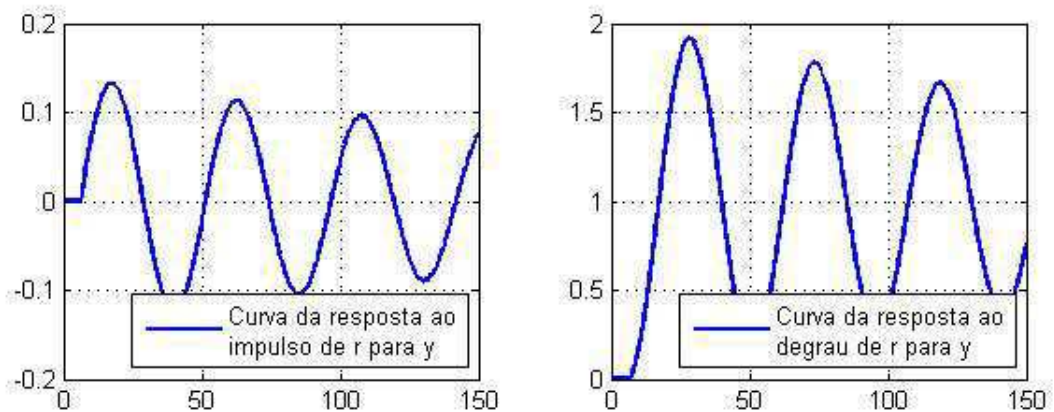


Figura 5.9: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para y

Finalmente a resposta ao degrau de $r \rightarrow u$, Figura 5.10, foi calculada por correlação segundo a seção 4.1 e os parâmetros de constante de tempo e ganho, estimados por mínimos quadrados decorrendo no modelo representado pela Equação 5.5. As curvas das respostas do modelo estimado em relação ao modelo real são apresentadas na Figura 5.11.

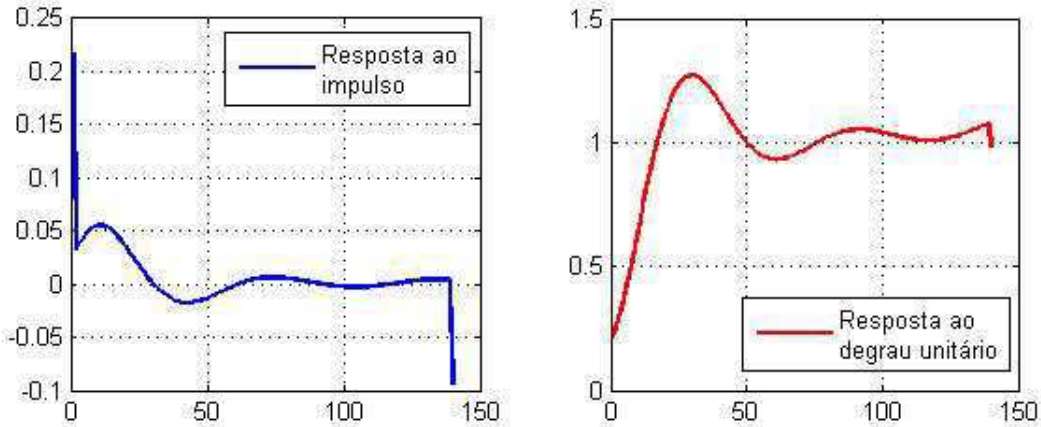


Figura 5.10: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de u para y

$$G(s) = \frac{1,074}{(5,972s + 1)} e^{-2,8} \quad (5.5)$$

O método proposto apresentou uma estimativa razoável para os parâmetros de ganho e atraso, porém deixou a desejar quanto a identificação da constante de tempo. Uma vez que a identificação da planta é realizada pode-se utilizar qualquer técnica de sintonia, baseada em modelo, para o reprojeto do controlador.

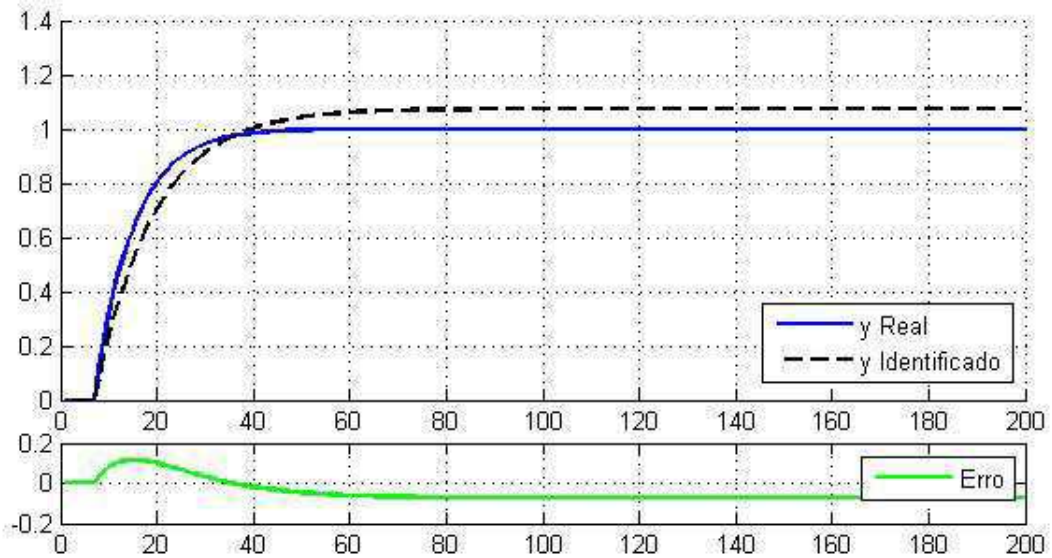


Figura 5.11: Curvas das respostas do modelo real e simulado

5.1.2 Simulação de um sistema de 4ª ordem

Novamente foi implementado no ambiente do Matlab/Simulink® uma rotina para simulação do processo especificado na Equação 5.6.

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^4} \quad (5.6)$$

O experimento em malha aberta, esquematizado na Figura 5.12, consistiu-se da aplicação de um sinal PRBS de 8 bits e amplitude 1 na entrada do modelo, assim como a soma de um ruído gaussiano de média zero e variância 0,001 na sua saída. Após a coleta dos dados com um período de amostragem de 0,1, as duas estratégias da seção 3.3 são implementadas.

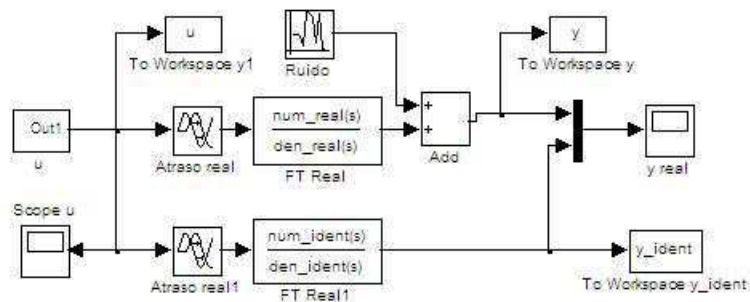


Figura 5.12: Diagrama de blocos da simulação em malha aberta do modelo 5.6

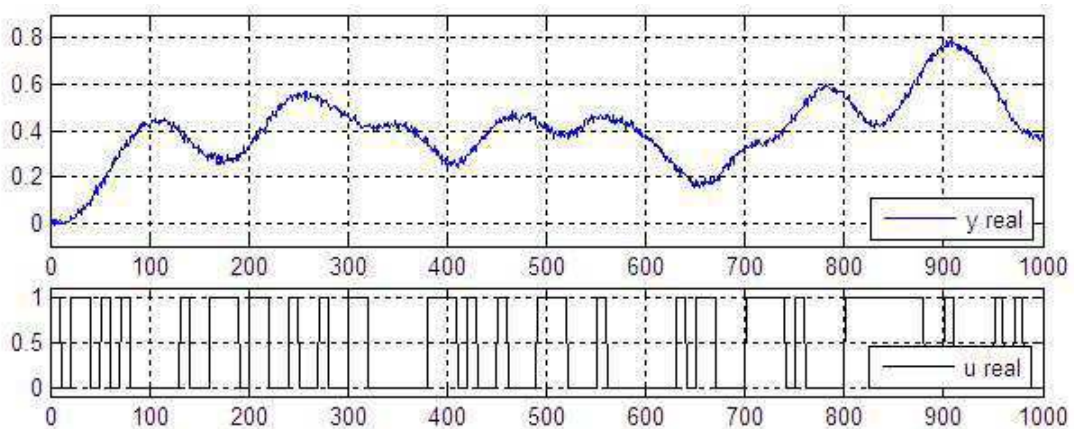


Figura 5.13: Curvas de entradas e saídas do experimento em malha aberta

As estimativas da resposta ao impulso e ao degrau obtidas de acordo com a seção 3.1 são representadas na Figura 5.14

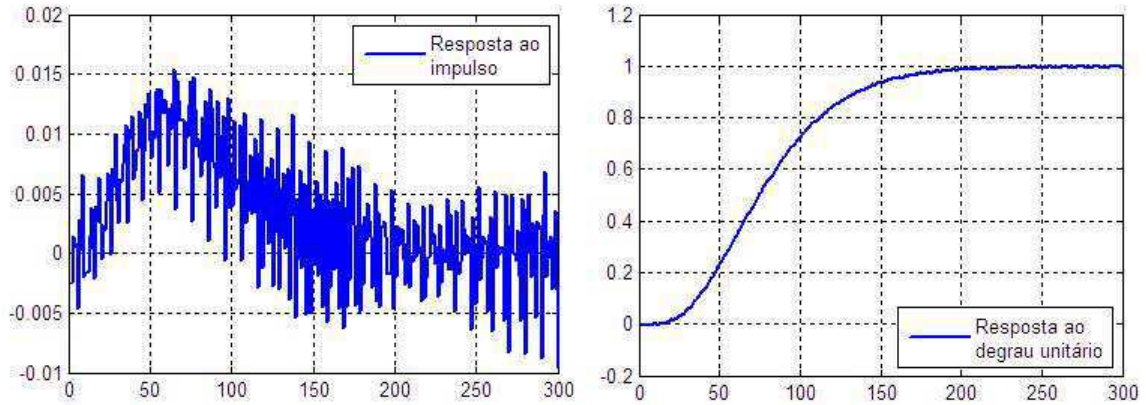


Figura 5.14: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau unitário

• Método 1

A estratégia da seção 3.3.1 foi aplicada, resultando nos seguintes modelos FOPTD 5.7 e SOPTD 5.8. O comparativo das curvas reais e simuladas assim como seu erro é representado na Figura 5.15

$$G_1 = \frac{1,037}{3,477s + 1} e^{-1,4} \tag{5.7}$$

$$G_2 = \frac{0,3379}{s^2 + 1,025s + 0,3326} e^{-1,4} \tag{5.8}$$

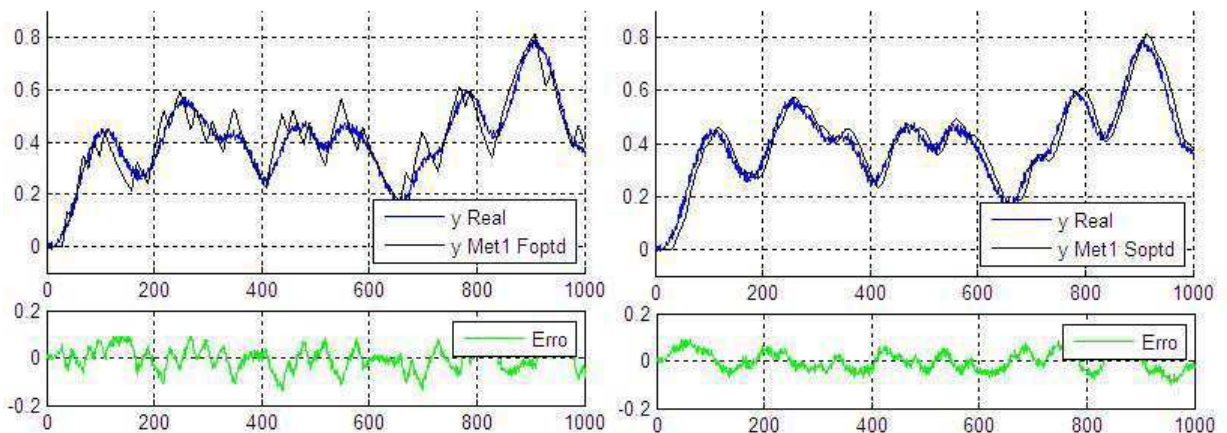


Figura 5.15: Curvas da resposta dos modelos FOPTD e SOPTD obtidos pelo método 1

• **Método 2**

A estratégia da seção 3.3.2 foi aplicada, resultando nos seguintes modelos FOPTD 5.9 e SOPTD 5.10. O comparativo das curvas reais e simuladas assim como seu erro é representado na Figura 5.16

$$G_1 = \frac{1,074}{3,912s + 1} e^{-1,4} \tag{5.9}$$

$$G_2 = \frac{1,076}{(0,0183s + 1)(3,9308s + 1)} e^{-1,4} \tag{5.10}$$

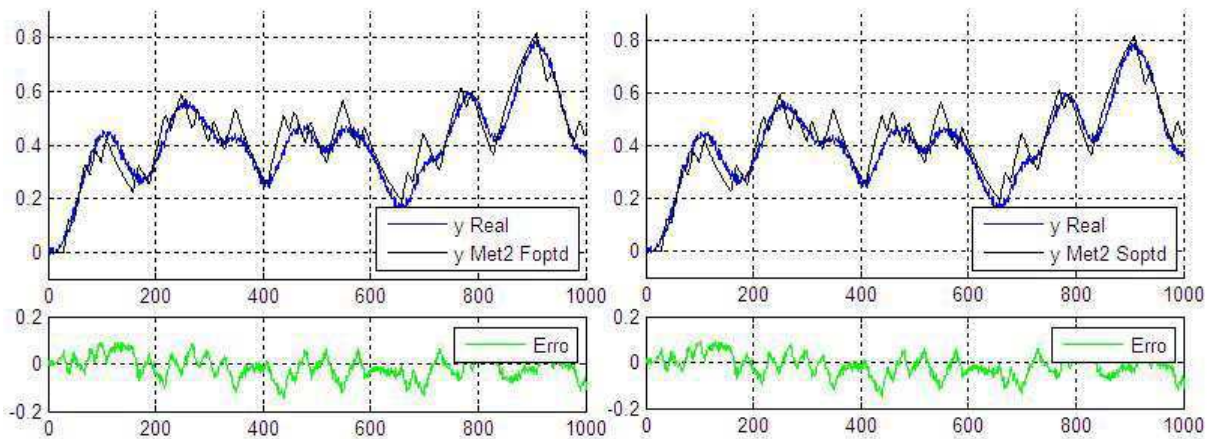


Figura 5.16: Curvas da resposta dos modelos FOPTD e SOPTD obtidos pelo método 2

• **Comparativo**

O índice de desempenho de cada modelo estimado está disposto na Tabela 5.2. Observa-se que o processo estimado é melhor representado pelo modelo SOPTD obtido pelo método 2, porém as aproximações de 1º ordem também foram satisfatórias como indicam os índices de desempenho.

Tabela 5.2: Índice de desempenho para cada modelo estimado

Método	Modelo	Índice de desempenho $\mu(\%)$
Modelo Real	$\frac{1}{(s+1)^4}$	-
Método 1 FOPTD	$\frac{1,037}{3,477s+1}e^{-1,4}$	0,0953
Método 1 SOPTD	$\frac{0,3379}{s^2+1,025s+0,3326}e^{-1,4}$	0,0710
Método 2 FOPTD	$\frac{1,074}{3,912s+1}e^{-1,4}$	0,1139
Método 2 SOPTD	$\frac{1,076}{(0,0183s+1)(3,9308s+1)}e^{-1,4}$	0,1143
Santos	$\frac{1}{2,415s+1}e^{-1,99}$	0,1091
Astrom	$\frac{1}{3,905s+1}e^{-1,8}$	0,0920
De la Barra	$\frac{1,023}{2,843s+1}e^{-0,98}$	0,1499

• Método em malha fechada

Aproveitando o mesmo processo da Equação 5.6, foi elaborado um segundo experimento, Figura 5.17, onde a planta opera em malha fechada controlada por um controlador PI paralelo de ganhos $K_p = 0,05$ e $K_i = 0,5$. Um sinal PRBS de 8 bits e amplitude 1 foi aplicado na entrada de referência r , resultando nas curvas da Figura 5.18

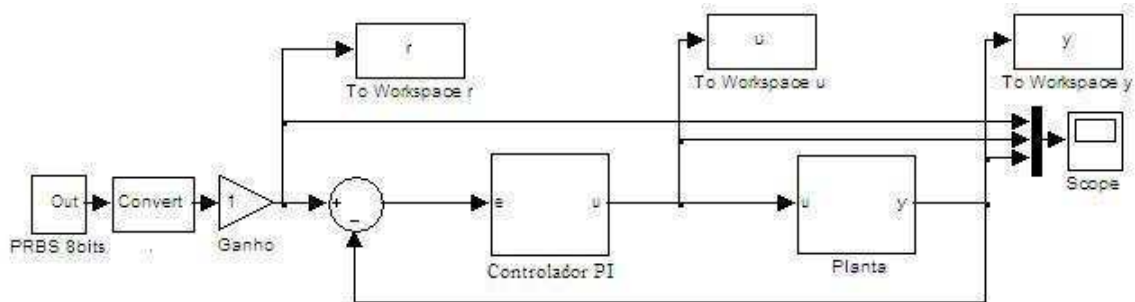


Figura 5.17: Diagrama de blocos da simulação do Processo + controlador PI

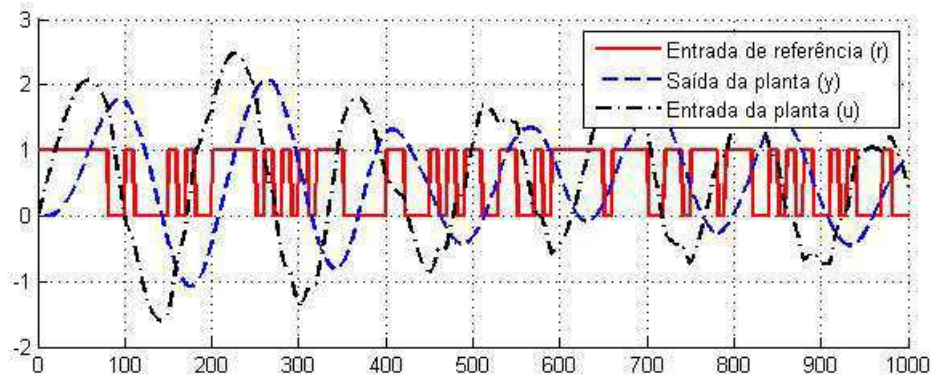


Figura 5.18: Curvas das entradas e saídas r, u e y

As respostas ao degrau unitário de $r \rightarrow u$ e $r \rightarrow y$ foram estimadas pelo algoritmo da seção 3.1. Resultando nas Figuras 5.19 e 5.20.

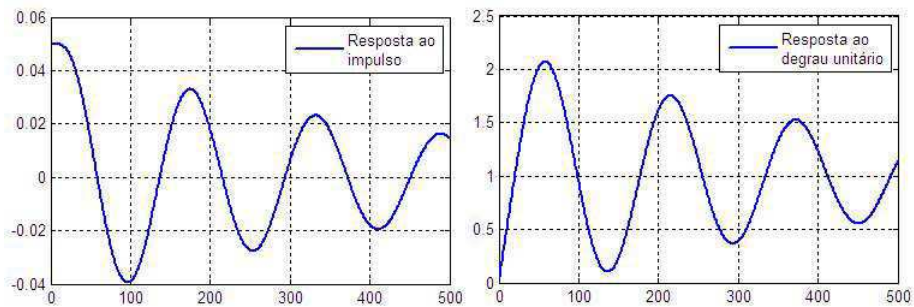


Figura 5.19: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para u

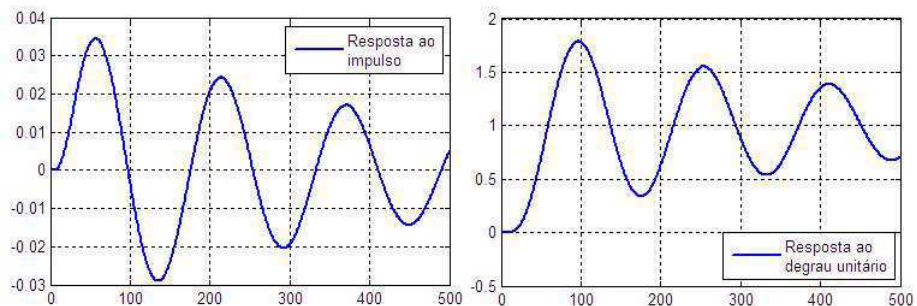


Figura 5.20: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para y

Finalmente, a resposta ao degrau de $r \rightarrow u$, Figura 5.21, foi calculada por correlação segundo a seção 4.1 e os parâmetros de constante de tempo e ganho, estimados por

mínimos quadrados decorrendo no modelo representado pela Equação 5.11. As curvas das respostas do modelo estimado em relação ao modelo real são apresentadas na Figura 5.22.

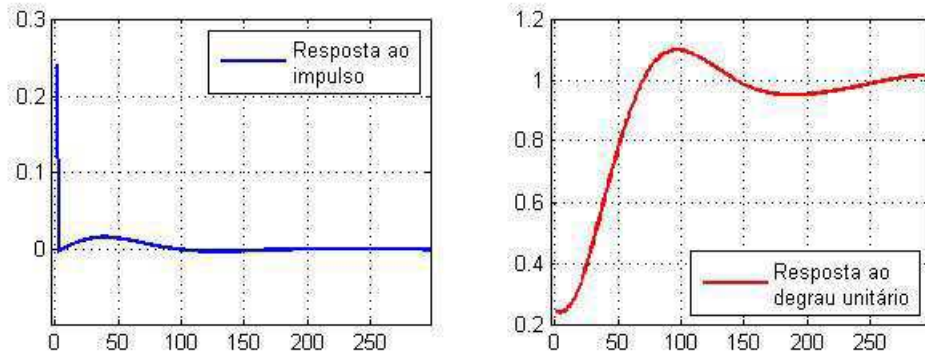


Figura 5.21: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de u para y

$$G(s) = \frac{1,0290}{(3,8925s + 1)}e^{-1,50} \quad (5.11)$$

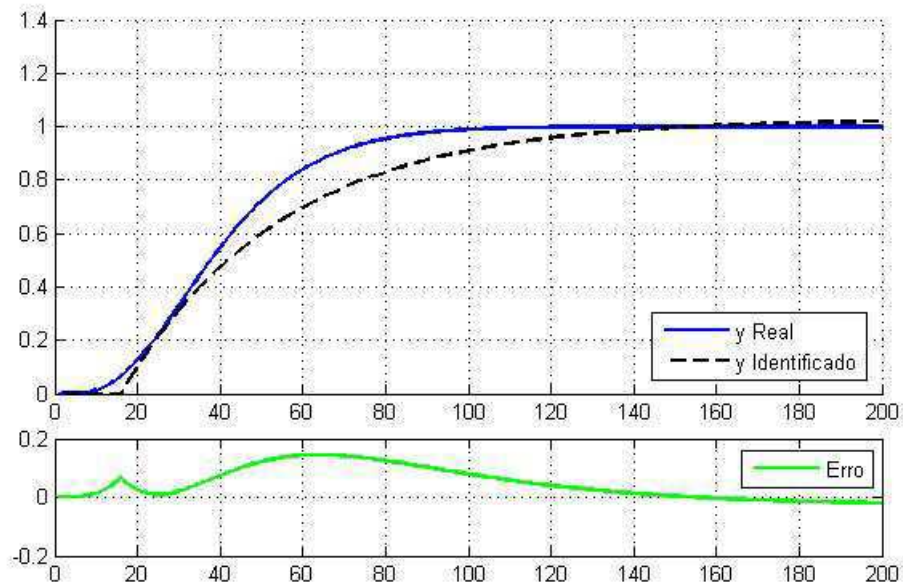


Figura 5.22: Curvas das respostas do modelo real e simulado

5.1.3 Simulação de um sistema MIMO

Foi simulado mais uma vez no ambiente do Matlab/Simulink®, o sistema MIMO representado pela Equação 5.12 e ilustrado na Figura 5.23. O sistema é contaminado por um ruído de medição gaussiano de média zero e variância 0,005. Todos os sinais foram amostrados com um período de 0,05s.

$$\begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{(2s+1)}e^{-1,5} & \frac{1,5}{(s+1)}e^{-0,8} \\ \frac{1}{(s+1)}e^{-0,3} & \frac{4}{(2s+1)}e^{-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

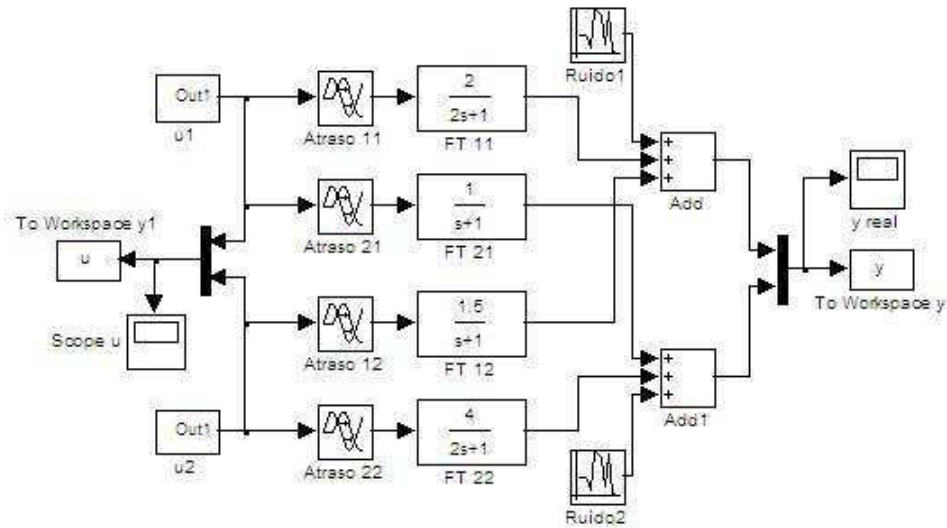


Figura 5.23: Diagrama para simulação do modelo 5.12

• Método 1

Novamente o sistema é excitado por dois sinais PRBS de 8 bits e amplitude unitária. Após a extração dos atrasos de transporte pelo algoritmo da seção 3.2, as matrizes resultantes para $n = 1$ são indicadas em 5.13

$$A = \begin{pmatrix} 0,971 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -0,064 & -0,127 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -0,514 \\ -1,781 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -0,0010,024 \\ -0,062 & -0,185 \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Passando para o domínio da frequência e aproximando eventuais zeros por ganhos quando $s \rightarrow 0$, a matriz de funções de transferência é dada pela Equação 5.14.

$$\begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1,116}{(1,678s+1)}e^{-1,60} & \frac{2,257}{(1,678s+1)}e^{-0,85} \\ \frac{1,636}{(1,678s+1)}e^{-0,35} & \frac{3,206}{(1,678s+1)}e^{-2,10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

• Método 2

O atraso de transporte e a resposta ao degrau unitário foram, mais uma vez, estimadas pelo algoritmo da seção 3.2, resultando nas curvas das repostas ao impulso e degrau respectivamente representas nas Figuras 5.24 e 5.25. Desse modo o modelo FOPTD MIMO foi encontrado por mínimos quadrados segundo a seção 3.3.2.

$$\begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1,955}{(1,902s+1)}e^{-1,70} & \frac{1,498}{(0,979s+1)}e^{-0,85} \\ \frac{1,106}{(0,953s+1)}e^{-0,40} & \frac{3,996}{(2,006s+1)}e^{-2,15} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

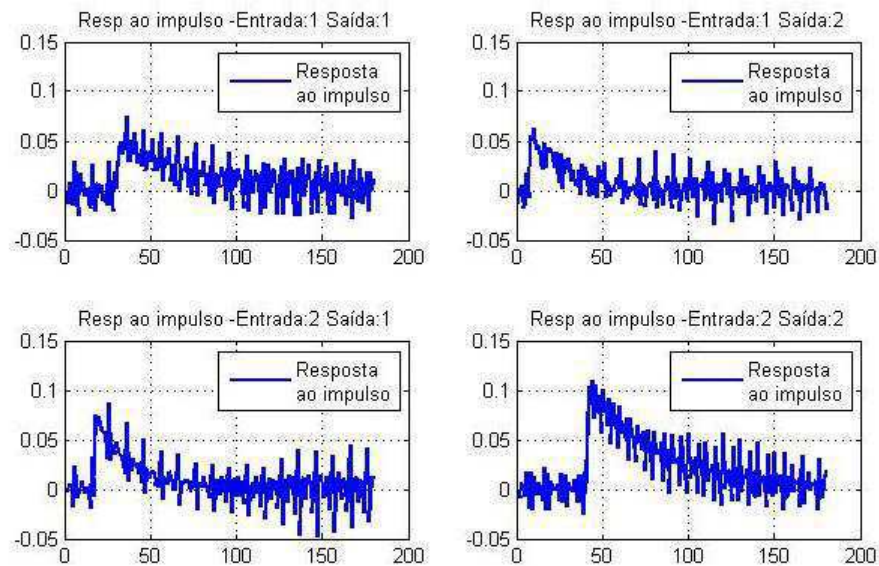


Figura 5.24: Curvas da resposta ao impulso do modelo estimado pela método 1

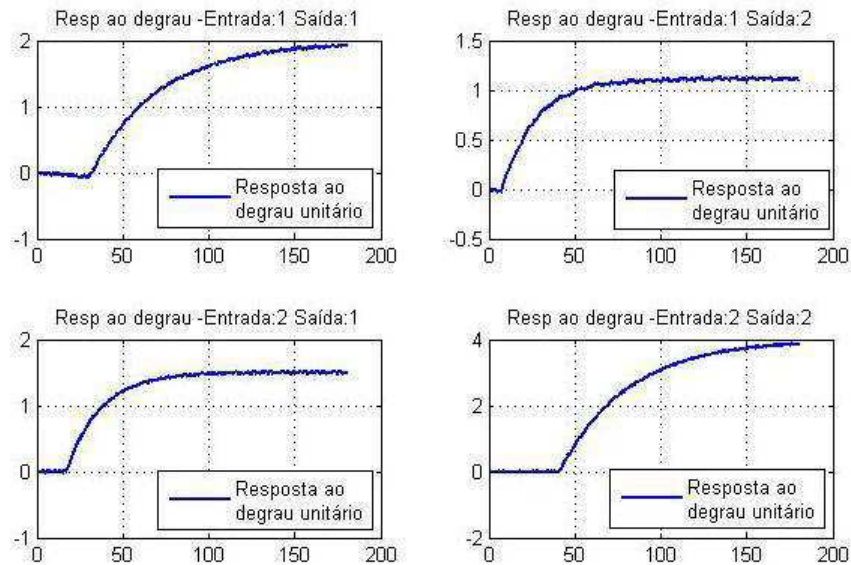


Figura 5.25: Curvas da resposta ao degrau do modelo estimado pela método 1

• **Minimos quadrados sequencial**

Com a finalidade de comparações com os métodos propostos foi implementado um algoritmo sequencial baseado em mínimos quadrados. O experimento consiste da identificação dos modelos de primeira ordem, tomando-se diretamente as entradas e saídas das malhas. Ocorre a aplicação de um degrau unitário na entrada u_1 e a identificação das funções de transferência G_{11} e G_{21} seguido da aplicação de outro degrau unitário em u_2 para a consequente identificação de G_{12} e G_{22} . Os resultados obtidos são expostos na Equação 5.16

$$\begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1,989}{(1,123s+1)}e^{-1,60} & \frac{1,495}{(0,417s+1)}e^{-0,85} \\ \frac{0,996}{(0,232s+1)}e^{-0,35} & \frac{3,991}{(1,634s+1)}e^{-2,10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

• **Método de Astrom sequencial**

Baseando-se no método de Astrom, foi elaborado um experimento sequencial para identificação dos modelos pelo domínio da frequência utilizando o método do relé. As malhas são fechadas e identificadas conforme o caso SISO na seguinte sequência, $u_1 - y_1$, $u_1 - y_2$, $u_2 - y_1$ e $u_2 - y_2$. Com um relé de amplitude $h = 4$ e limitando-se a 5 oscilações, obtiveram-se resultados conforme a Equação 5.17. Vale salientar que o método de Astrom somente identifica a constante de tempo e o atraso do sistema, portanto os ganhos são admitidos como os reais.

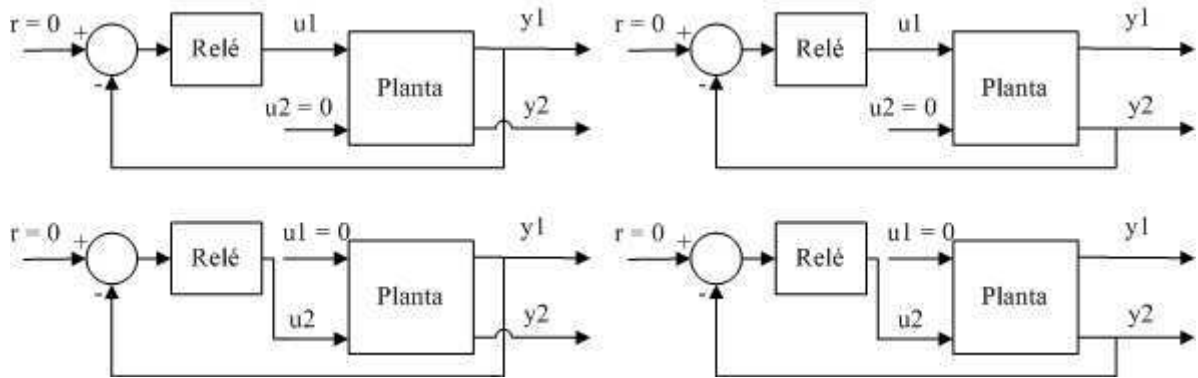


Figura 5.26: Diagrama para o experimento do método de Astrom sequencial

$$\begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2,000}{(2,054s+1)}e^{-1,38} & \frac{1,500}{(0,999s+1)}e^{-0,74} \\ \frac{1,000}{(1,005s+1)}e^{-0,29} & \frac{4,000}{(2,172s+1)}e^{-1,84} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

• Resultados

Os índices de desempenho obtidos por todos os métodos foram condensados na Tabela 5.1. Observa-se que o método 2 obteve o menor índice devido a sua relativa imunidade a ruídos e simplicidade de aplicação. O método de Astrom foi uma das melhores opções devido a sua alta imunidade a ruídos de alta frequência, porém deve-se levar em consideração que o método não estimou os ganhos do processo e o experimento foi relativamente complexo e de difícil execução no caso MIMO. O método 1, por sua vez, foi penalizado por considerar somente uma constante de tempo para as quatro funções de transferência e como as dinâmicas das malhas eram distintas, os resultados foram ruins. Já o método de mínimos quadrados sequencial apresentou o pior desempenho devido ao fato de trabalhar diretamente com as saídas contaminadas pelo ruído de medição.

Tabela 5.3: Índices de desempenho obtidos na identificação do modelo 5.12

Método	Modelo	$\mu(\%)$
Sistema real	$\begin{pmatrix} \frac{2}{(2s+1)}e^{-1,5} & \frac{1,5}{(s+1)}e^{-0,8} \\ \frac{1}{(s+1)}e^{-0,3} & \frac{4}{(2s+1)}e^{-2} \end{pmatrix}$	-
Método 1	$\begin{pmatrix} \frac{1,116}{(1,678s+1)}e^{-1,60} & \frac{2,257}{(1,678s+1)}e^{-0,85} \\ \frac{1,636}{(1,678s+1)}e^{-0,35} & \frac{3,206}{(1,678s+1)}e^{-2,10} \end{pmatrix}$	0,317
Método 2	$\begin{pmatrix} \frac{1,955}{(1,902s+1)}e^{-1,70} & \frac{1,498}{(0,979s+1)}e^{-0,85} \\ \frac{1,106}{(0,953s+1)}e^{-0,40} & \frac{3,996}{(2,006s+1)}e^{-2,15} \end{pmatrix}$	0,118
Mínimos quadrados sequencial	$\begin{pmatrix} \frac{1,989}{(1,123s+1)}e^{-1,60} & \frac{1,495}{(0,417s+1)}e^{-0,85} \\ \frac{0,996}{(0,232s+1)}e^{-0,35} & \frac{3,991}{(1,634s+1)}e^{-2,10} \end{pmatrix}$	0,426
Astrom sequencial	$\begin{pmatrix} \frac{2,000}{(2,054s+1)}e^{-1,38} & \frac{1,500}{(0,999s+1)}e^{-0,74} \\ \frac{1,000}{(1,005s+1)}e^{-0,29} & \frac{4,000}{(2,172s+1)}e^{-1,84} \end{pmatrix}$	0,120

5.2 Resultados experimentais

Foi realizada uma série de experimentos em escala piloto nas plantas didáticas do LIEC (Laboratório de Instrumentação e Controle), com o intuito de validação das técnicas propostas.

5.2.1 Resultados obtidos em uma planta piloto de troca de calor

- Descrição da planta

Foi projetada, montada e configurada uma planta piloto de troca de calor com o intuito de propiciar um ambiente de testes controlado para a aplicação das mais diversas técnicas de controle, modelagem e identificação.

O processo é centrado num trocador de calor do tipo casco-tubos, dispositivo esse que tem a finalidade de transferir calor entre fluidos de diferentes temperaturas. Trocadores são amplamente utilizados em aquecedores, refrigeradores, condicionadores de ar, plantas químicas, plantas petroquímicas, refinarias de petróleo, processamento de gás natural, e tratamento de águas residuais. A configuração tipo casco-tubos é caracterizada por um conjunto de tubos onde circula um fluido a ser aquecido ou resfriado mediante o contato de um segundo fluido com uma temperatura diferente (ver Figura 5.27).

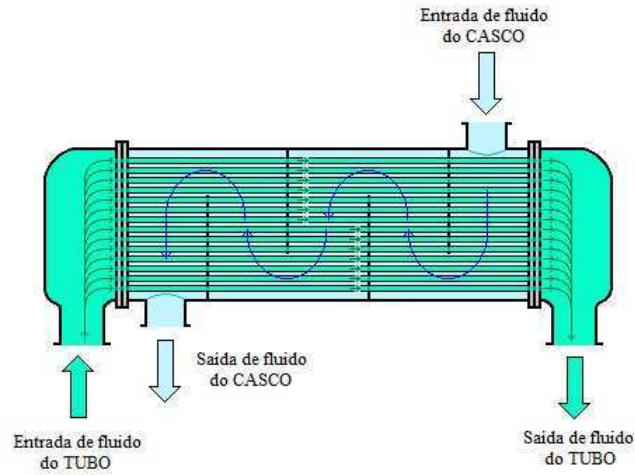


Figura 5.27: Trocador de calor tipo Casco-Tubos

A montagem é constituída por dois circuitos principais ilustrados nas Figuras 5.28 e 5.29. O circuito quente, que alimenta o casco do trocador de calor, é composto por um tanque de armazenamento de 30 l, uma bomba centrífuga trifásica, duas resistências elétricas e um transmissor de temperatura sem fio. O circuito frio, que por sua vez alimenta os tubos do trocador, é composto pela tomada de água, uma válvula elétrica proporcional, dois transmissores de temperatura sem fio e o descarte de água.

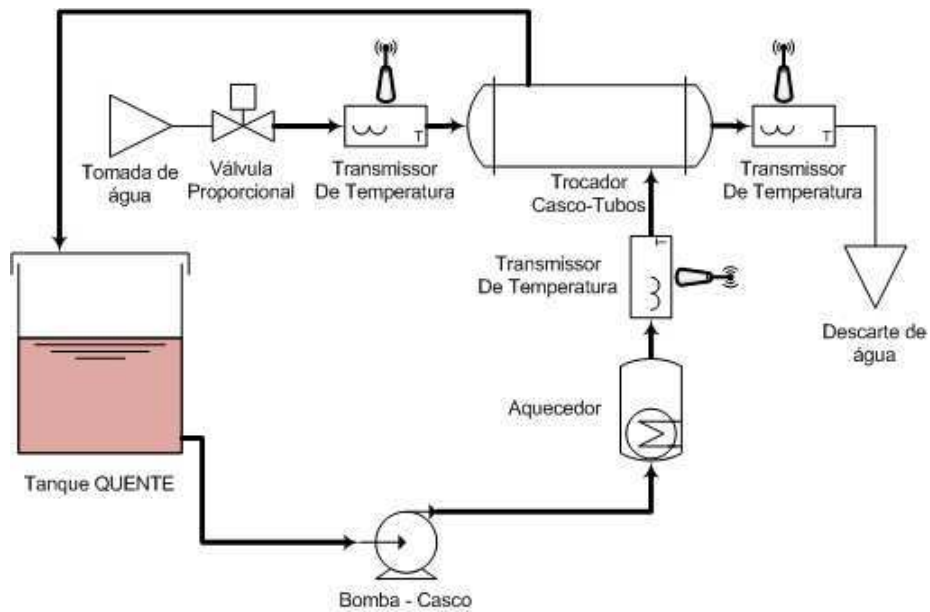


Figura 5.28: Diagrama de fluxo da planta piloto



Figura 5.29: Foto da planta piloto

- **Especificações do experimento**

Foi elaborado um experimento para identificação do modelo da temperatura de saída do tubo do trocador de calor em função de uma variação no fluxo da corrente quente do casco. Considera-se que todas as entradas, exceto a de interesse, são constantes e trabalham em torno de um ponto de operação indicado na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Valores numéricos para o ponto de operação do experimento 1

Variável	Valor no ponto de operação
Temperatura de saída do Casco	38°C
Temperatura de entrada do Tubo	28°C
Temperatura de saída do Tubo	29°C
Abertura da válvula proporcional do tubo	20%
Potência fornecida às resistências	60% Watt/Watt

O experimento consistiu da implementação de uma rotina em C # que aplica um sinal PRBS de 8 bits no fluxo da corrente quente do casco, fazendo-o variar entre 20% e 50% de sua capacidade máxima (10 l/min). Esse mesmo software mantém todas as outras

entradas constantes, assim como captura e salva em arquivo as temperaturas aferidas no trocador, com um período de amostragem de 16s.

Como as técnicas de identificação abordadas nesse material são lineares, optou-se por considerar as entradas e saídas dos modelos estimados como uma variação em torno dos pontos de operação indicados na Tabela 5.4. São apresentadas na Figura 5.30, as curvas de entradas e saídas coletadas durante o procedimento de experimentação.

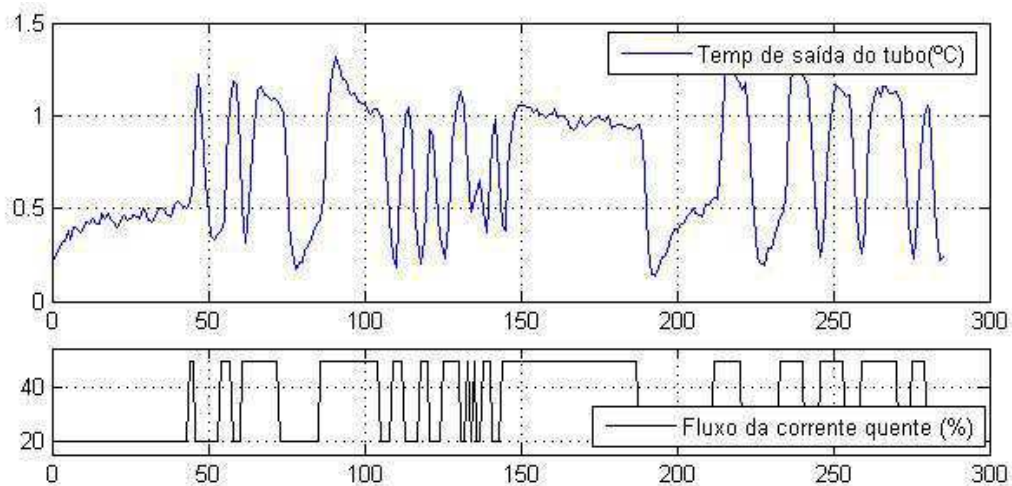


Figura 5.30: Curvas das entradas e saídas

• Método 1

A estratégia da seção 3.3.1 foi aplicada, resultando nos seguintes modelos FOPTD 5.18 e SOPTD 5.19. O comparativo das curvas reais e simuladas assim como seu erro é representado nas Figuras 5.31 e 5.32.

$$G_1 = \frac{0,0212}{2,206s + 1} e^{-1} \quad (5.18)$$

$$G_2 = \frac{0,0028}{s^2 + 0,431s + 0,134} e^{-1} \quad (5.19)$$

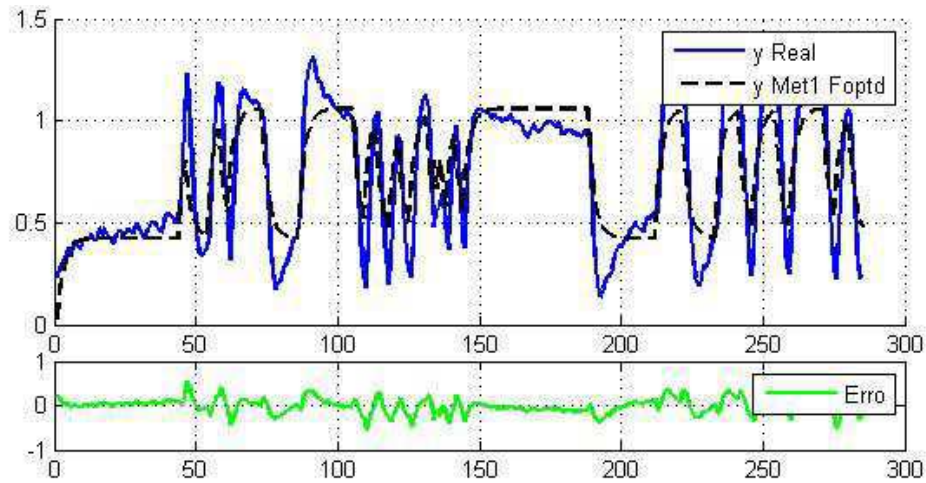


Figura 5.31: Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método 1

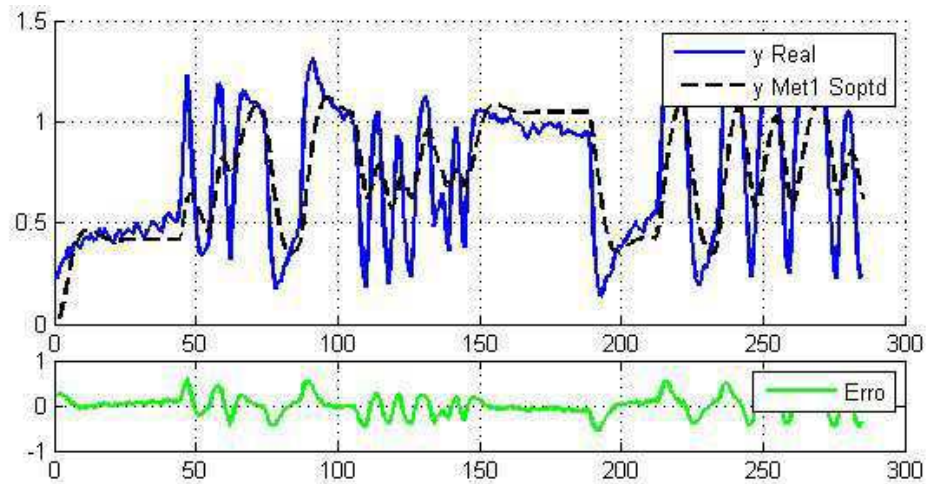


Figura 5.32: Curva da resposta do modelo SOPTD obtido pelo método 1

• **Método 2**

A estratégia da seção 3.3.2 foi aplicada, resultando nos seguinte modelos FOPTD 5.20 e SOPTD 5.21. O comparativo das curvas reais e simuladas assim como seu erro é representado nas Figuras 5.33 e 5.34. As curvas da resposta ao impulso e ao degrau unitário estimadas, são representadas na Figura 5.35.

$$G_1 = \frac{0,0219}{3,265s + 1} e^{-1} \quad (5.20)$$

$$G_2 = \frac{0,0082}{s^2 + 0,453s + 0,393} e^{-1} \quad (5.21)$$

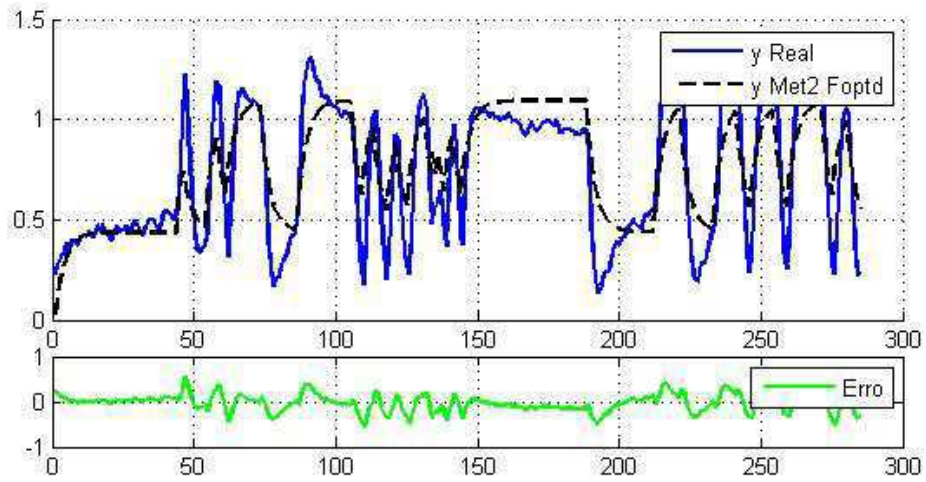


Figura 5.33: Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método 2

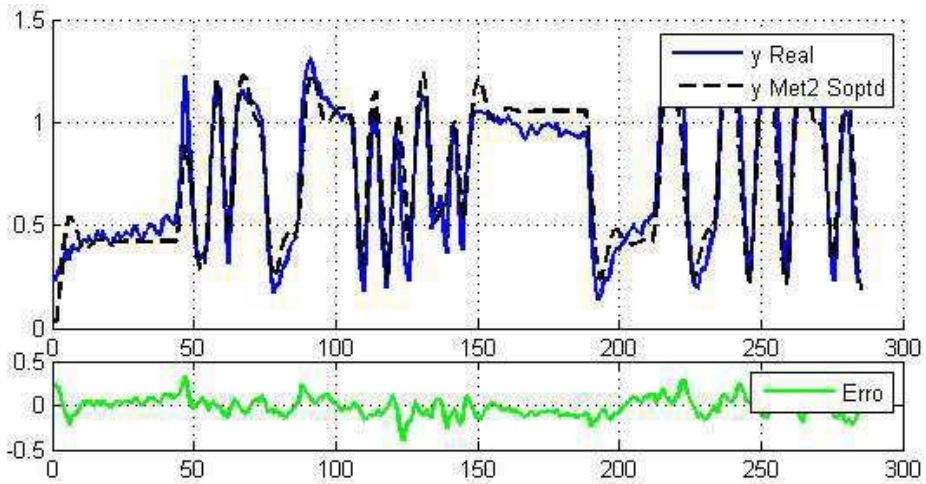


Figura 5.34: Curva da resposta do modelo SOPTD obtido pelo método 2

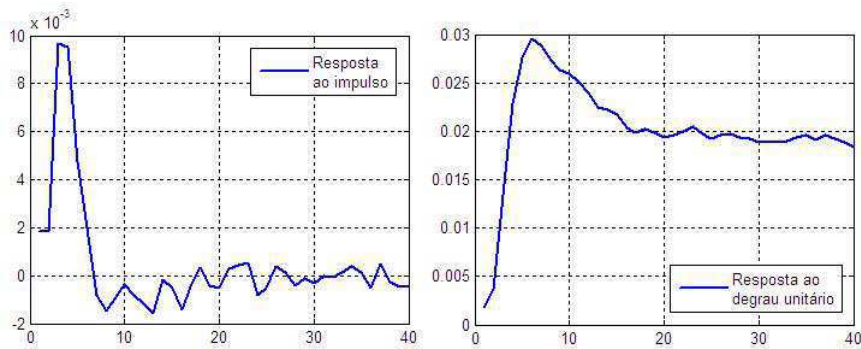


Figura 5.35: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau

- **Comparativo**

O índice de desempenho de cada modelo estimado está disposto na Tabela 5.5. Observe-se que o processo estimado é melhor representado pelo modelo SOPTD obtido pelo método 2, porém as aproximações de 1º ordem também foram satisfatórias, como indicam os índices de desempenho.

Tabela 5.5: Índice de desempenho para cada modelo estimado

Método	Modelo	Índice de desempenho $\mu(\%)$
Método 1 FOPTD	$\frac{0,0212}{2,206s+1}e^{-1}$	0,2862
Método 1 SOPTD	$\frac{0,0028}{s^2+0,431s+0,134}e^{-1}$	0,3622
Método 2 FOPTD	$\frac{0,0219}{3,265s+1}e^{-1}$	0,3368
Método 2 SOPTD	$\frac{0,0082}{s^2+0,453s+0,393}e^{-1}$	0,1689

5.2.2 Resultados obtidos em uma planta piloto de controle de vazão

- **Descrição da planta**

Foi utilizada uma das malhas de controle de vazão de uma planta didática situada no Laboratório de Instrumentação e Controle (LIEC), representada nas Figuras 5.36 e 5.37. A montagem utilizada é composta de um transmissor de vazão por diferencial de pressão, uma bomba centrífuga trifásica controlada por um inversor de frequência e um tanque de equalização. A malha de controle estudada considera a rotação da bomba como entrada e a vazão aferida como saída, salientando que ambas as grandezas estão normalizadas de 0 – 100% em relação a seus valores máximos de 3200 rpm e 10 l/min.



Figura 5.36: Foto da planta didática

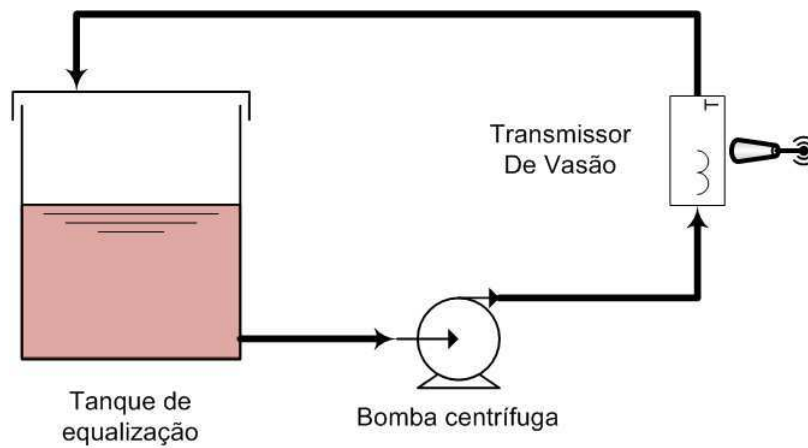


Figura 5.37: Fluxograma da planta de controle de vazão

- Especificações do experimento

Foram realizados dois experimentos distintos. Primeiramente em malha aberta, foi aplicado um sinal PRBS de 8 bits e amplitude 10%. Logo em seguida, a malha de controle foi fechada por um controlador PI paralelo de ganhos $K_p = 0,8$ e $K_i = 0,05$ e o valor de referência do PI variou de acordo com um sinal PRBS de 8 bits e amplitude 10%.

O ponto de operação da entrada foi escolhido em 60% resultando em uma saída estacionária de 40%. O período de amostragem dos sinais foi escolhido como 0,2 s.

- Resultados em malha aberta

Os sinais coletados durante o experimento em malha aberta são representados na Figura 5.38.

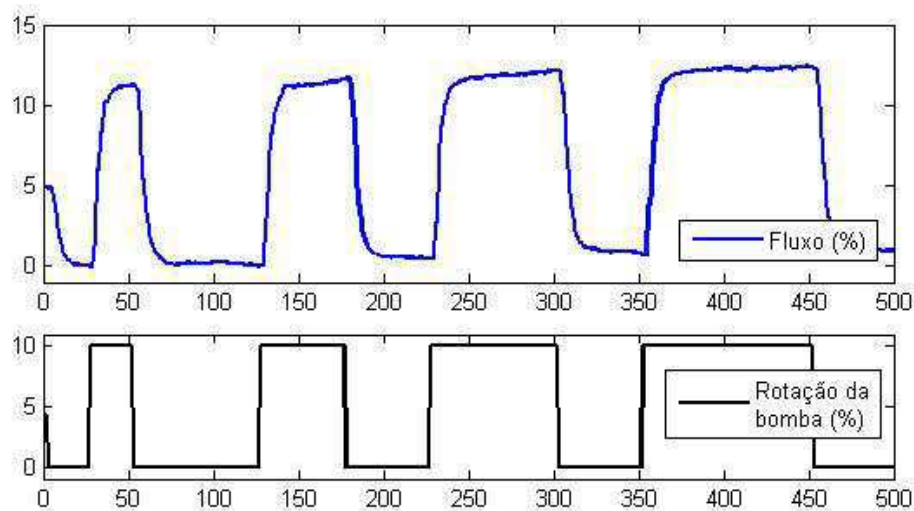


Figura 5.38: Curvas das entradas e saídas

- Método 1

A estratégia da seção 3.3.1 foi aplicada, resultando no seguinte modelo FOPTD 5.22. O comparativo das curvas reais e simuladas assim como seu erro é representado na Figura 5.39.

$$G_1 = \frac{1,261}{1,090s + 1} e^{-0,6} \quad (5.22)$$

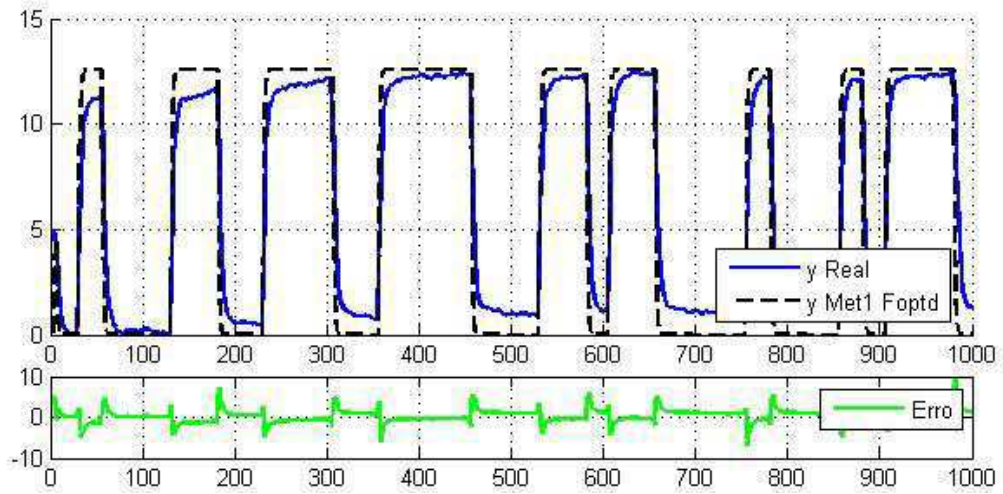


Figura 5.39: Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método 1

• Método 2

A estratégia da seção 3.3.2 foi aplicada, resultando no seguinte modelo FOPTD 5.23. O comparativo das curvas reais e simuladas assim como seu erro é representado na Figura 5.40. As curvas da resposta ao impulso e ao degrau unitário estimadas, são representadas na Figura 5.41.

$$G_1 = \frac{1,142}{0,818s + 1} e^{-0,6} \quad (5.23)$$

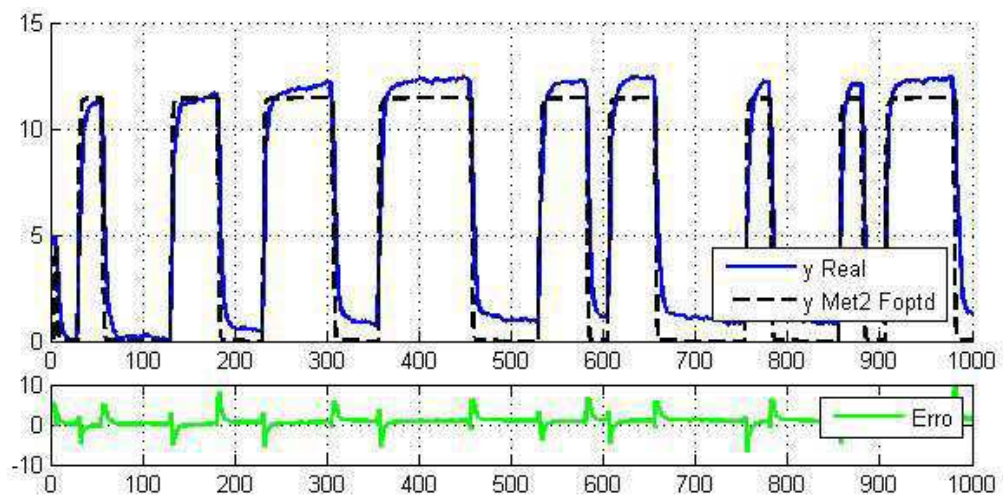


Figura 5.40: Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método 2

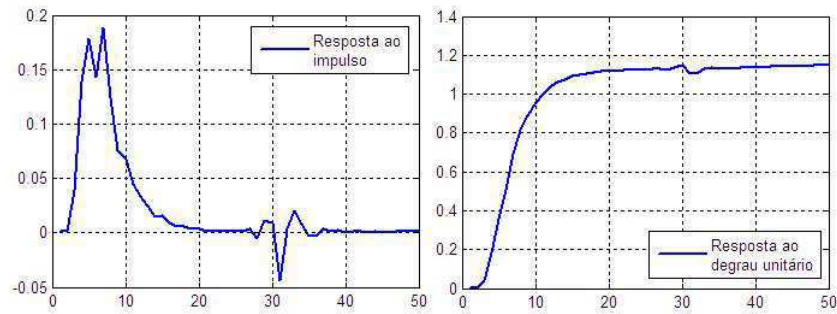


Figura 5.41: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau

- Resultados em malha fechada

Os sinais coletados durante o experimento em malha fechada são representados na Figura 5.42.

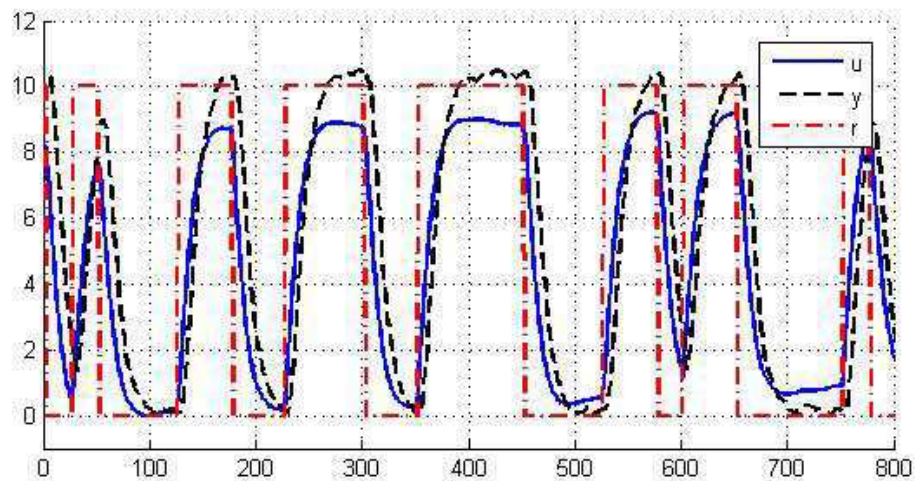


Figura 5.42: Curvas das entradas e saídas

As respostas ao degrau unitário de $r \rightarrow u$ e $r \rightarrow y$ foram estimadas pelo algoritmo da seção 3.1. Resultando nas Figuras 5.43 e 5.44.

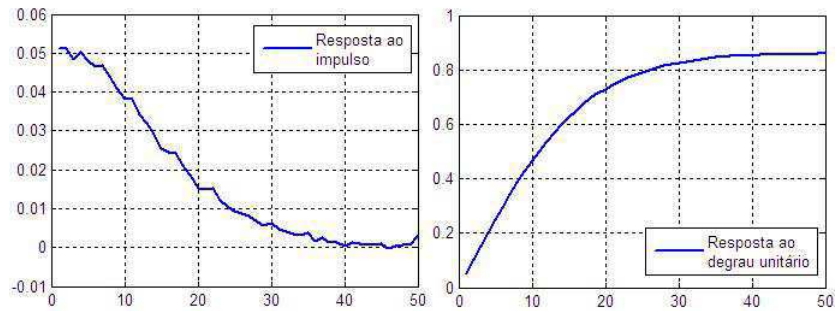


Figura 5.43: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para u

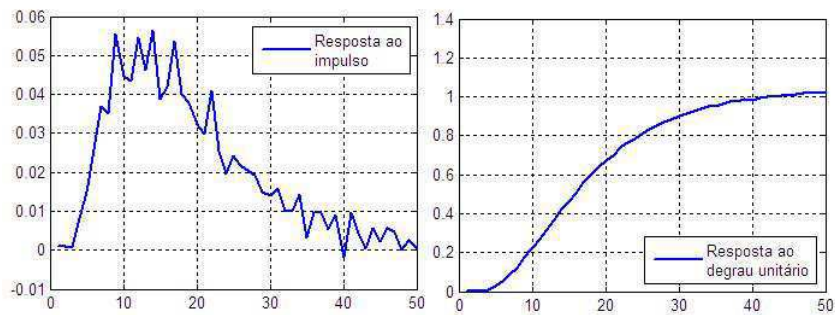


Figura 5.44: Curvas da resposta ao impulso e ao degrau de r para y

Finalmente, a resposta ao degrau de $r \rightarrow u$, foi calculada por correlação segundo a seção 4.1 e os parâmetros de constante de tempo e ganho, estimados por mínimos quadrados, decorrendo no modelo representado pela Equação 5.24. As curvas da resposta do modelo estimado em relação ao modelo real são apresentadas na Figura 5.45.

$$G(s) = \frac{1,0844}{(2,5644s + 1)}e^{-0,52} \quad (5.24)$$

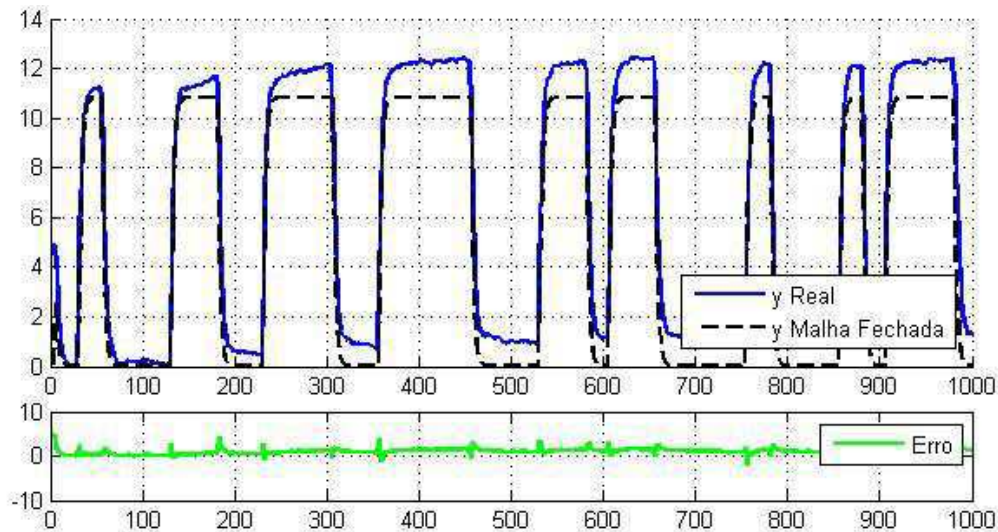


Figura 5.45: Curva da resposta do modelo FOPTD obtido pelo método em malha fechada

• **Comparativo**

O índice de desempenho de cada modelo estimado está disposto na Tabela 5.6. Observe-se que o processo estimado é melhor representado pelo modelo obtido segundo o método da malha fechada, divergindo um pouco das estimativas dos métodos 1 e 2, como indicam os índices de desempenho.

Tabela 5.6: Índice de desempenho para cada modelo estimado

Método	Modelo	Índice de desempenho $\mu(\%)$
Método 1 FOPTD	$\frac{1,261}{1,090s+1}e^{-0,6}$	0,4918
Método 2 FOPTD	$\frac{1,142}{0,818s+1}e^{-0,6}$	0,5094
Malha fechada FOPTD	$\frac{1,084}{2,564s+1}e^{-0,52}$	0,4741

5.3 Conclusão

Esse capítulo foi dedicado a exemplificação das técnicas de identificação propostas por meio de simulações e experimentos em plantas reais. Os resultados obtidos foram então comparados a outras técnicas de identificação presentes na literatura.

Capítulo 6

Conclusões e trabalhos futuros

6.1 Conclusão

Neste trabalho, foi apresentada uma série de conceitos que culminou no desenvolvimento de uma metodologia para identificação, por subespaços, de modelos de primeira e segunda ordem com atraso. Tais modelos capturam as principais características de sistemas SISO e MIMO de maior complexidade, viabilizando uma etapa posterior de projeto de sistemas de controle.

Inicialmente, foram esclarecidos os conceitos fundamentais aos mecanismos de identificação por subespaços, seguido da apresentação de dois algoritmos para identificação de modelos de ordem elevada em espaço de estados. Alternativamente ao método de identificação completo, percebeu-se que a resposta ao degrau unitário, assim como o atraso de transporte, poderiam ser estimados por meio de uma ponderação das colunas da matriz de blocos Toeplitz, obtida em uma etapa intermediária do processo de identificação.

Os sistemas estudados foram subdivididos em duas categorias: operados em malha aberta ou malha fechada. Em malha aberta, foram estabelecidas duas estratégias para obtenção dos modelos de ordem reduzida. O primeiro método consistiu da obtenção de modelos FOPTD e SOPTD extraindo o atraso das saídas e aplicando o método convencional de identificação por subespaços, com a ordem do sistema imposta em $n = 1$ e $n = 2$. O segundo método, trata da estimação, por mínimos quadrados, dos modelos FOPTD e SOPTD com base na análise da resposta ao degrau obtida pela matriz Toeplitz.

Em malha fechada, foi proposta uma estratégia para identificação indireta de modelos FOPTD. O mecanismo de identificação consistiu da estimação, por subespaços, da resposta ao degrau do sinal de referência para entrada de controle, assim como do sinal de referência para saída da planta (*Joint Input-Output*). Conhecendo-se a dinâmica de $r-u$ e $r-y$, a resposta ao impulso da planta foi calculada pela relação de Wiener-Hopf e os

parâmetros do modelo FOPTD foram obtidos por mínimos quadrados.

Finalmente, foram executados extensivos testes nas técnicas de identificação propostas, por meio de simulações e experimentos em plantas reais. Os resultados obtidos foram então comparados a outras técnicas de identificação presentes na literatura, comprovando a sua eficácia para sistemas SISO e MIMO.

6.2 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, são sugeridos:

- A extensão das técnicas apresentadas para identificação de modelos estocásticos;
- O enriquecimento dos métodos de identificação ao utilizar informações no domínio da frequência;
- O projeto de excitações diferenciadas;
- A utilização dos modelos identificados no projeto de sistemas de controle.

Referências Bibliográficas

ASTROM, K.; HAGGLUND, T. *Advanced PID Control*. [S.l.]: ISA - The Instrumentation, Systems and Automation Society, 2007.

ASTROM, K. J.; BOHLIN, T. Numerical identification of linear dynamic systems for normal operating records. *Proc. 2nd IFAC Symp. Theory of Self-Adaptive Systems, Teddington*, p. 96/111, 1965.

BARRA, B. de la et al. Identification of first-order time-delay systems using two different pulse inputs. *17th IFAC World Congress*, p. 366/371, 208.

BEQUETTE, B. W. *Process Dynamics: Modeling, Analysis and Simulation*. [S.l.]: Prentice Hall, 1998.

BJORKLUND, S.; LJUNG, L. A review of time-delay estimation techniques. *Control and Communication group in Linkoping*, 2003.

GOODWINAND, G.; PAYNE, R. *Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis*. [S.l.]: Academic Press, 1977.

HO, B. L.; KALMAN, R. E. Effective construction of linear state-variable models from input/output functions. *Regelungstechnik vol. 14*, n. no. 12, p. 545/548, 1966.

HSU, H. *Theory and Problems of Signals and Systems*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1995.

ISERMANN, R.; MÜNCHHOF, M. *Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications*. [S.l.]: Springer, 2011.

JURICEK, B.; SEBORG, D.; LARIMORE, W. Identification of multivariable, linear, dynamic models: Comparing regression and subspace techniques. *Ind. Eng. Chem. Res, vol. 41*, p. 2185/2203, 2002.

KATAYAMA, T. *Subspace methods for system identification : a realization approach*. [S.l.]: Springer, 2005.

- KATAYAMA, T.; KAWAUCHI, H.; PICCI, G. Subspace identification of closed loop systems by the orthogonal decomposition method. *Automatica* 41, p. 863/872, 2005.
- KEESMAN, K. *Subspace Identification for Linear Systems*. [S.l.]: Springer, 1996.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory for the user (2nd ed.)*. [S.l.]: Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- LJUNG, L. Identification for control: simple process models. *41st IEEE Conference on Decision and Control*, p. 4652/4657, 2002.
- LUYBEN, M.; LUYBEN, W. *Essentials of process control*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1997.
- MCKELVEY, T. Subspace methods for frequency domain data. *American control conference*, p. 673/678, 2004.
- MCKELVEY, T.; AKÇAY, H.; LJUNG, L. Subspace-based multivariable system identification from frequency response data. *IEEE Transactions on automatic control vol 41*, n. 7, p. 960/979, 1996.
- MEYER, C. D. *Generalized inverses and ranks of block matrices*. [S.l.]: Siam, 1973.
- MEYER, C. D. *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. [S.l.]: Siam, 2000.
- OKU, H.; FUJII, T. Direct subspace model identification of lti systems operating in closed-loop. *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, p. 2219/2224, 2004.
- OVERSCHEE, P. V.; MOOR, B. *Subspace Identification for Linear Systems*. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- OVERSCHEE, P. V.; MOOR, B. D. Subspace algorithms for the stochastic identification problem. *Automatica*, vol. 29, n. no. 3, p. 649/660, 1993.
- OVERSCHEE, P. V.; MOOR, B. D. N4sid - subspace algorithms for the identification of combined deterministic - stochastic systems. *Automatica*, vol. 30, n. no. 1, p. 75/93, 1994.
- PALANTHANDALAM-MADAPUSI, H. J. et al. Subspace-based identification for linear and nonlinear systems. *American Control Conference*, n. ThB02.2, p. 2320/2334, 2005.
- PINTELONAND, R.; SCHOUKENS, J. *System Identification: A Frequency Domain Approach*. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2001.

- POULIQUEN, M.; GEHAN, O.; PIGEON, E. An indirect closed loop subspace identification method. *49th IEEE Conference on Decision and Control*, p. 4417/4422, 2010.
- POUR, N.; HUANG, B.; SHAH, S. Subspace approach to identification of step-response model from closed-loop data. *Ind. Eng. Chem. Res.*, n. no. 49, p. 8558/8567, 2010.
- SANTOS, J.; BARROS, P. Time domain identification for first-order plus time-delay systems using frequency domain information. *IEEE International Conference*, p. 775/780, 2011.
- SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. *System Identification*. [S.l.]: Prentice Hall, New Jersey, 1989.
- SHALCHIAN, J.; KHAKI-SEDIGH, A.; FATEHI, A. A subspace based method for time delay estimation. *International Symposium on Communications, Control and Signal Processing ISCCSP*, 2010.
- SOTOMAYOR, O.; PARK, S.; GARCIA, C. Model reduction and identification of wastewatertreatment plants - a subspace approach. *Latin American Applied Research*, p. 135/140, 2003.
- TREFETHEN, L.; BAU, D. *Numerical Linear Algebra*. [S.l.]: SIAM, 1997.
- VERHAEGEN, M. Subspace model identification, part 3: Analysis of the ordinary outputerror state-space model identification algorithm. *Int. J. Control*, vol. 58, n. no. 3, p. 555/586, 1993.
- VERHAEGEN, M.; DEWILDE, P. Subspace model identification, part 1: The output-error state-space model identification class of algorithms. *Int. J. Control*, vol. 56, n. no. 5, p. 1187/1210, 1992.
- VERHAEGEN, M.; DEWILDE, P. Subspace model identification, part 2: Analysis of the elementary output-error state space model identification algorithm. *Int. J. Control*, vol. 56, n. no. 5, p. 1211/1241, 1992.
- YANG, H.; LI, S. A data-driven bilinear subspace predictive controller design. *16th IEEE International Conference on Control Applications*, p. 176/181, 2007.
- YANG, H.; LI, S. A data-driven bilinear subspace predictive controller design. *8th IEEE International Conference on Control and Automation*, p. 1612/1617, 2010.

Apêndice A

Conceitos fundamentais à identificação por subespaços

A.1 Subespaços

Dado um subconjunto não vazio S de um espaço vetorial V sobre F . Caso S seja também um espaço vetorial e portanto satisfaça as condições das equações A.1 e A.2 então S é um subespaço de V (MEYER, 2000).

$$x, y \in S \implies x + y \in S \tag{A.1}$$

$$x \in S \implies \alpha x \in S \forall \alpha \in F \tag{A.2}$$

Geometricamente um subespaço é representado como uma superfície planificada que passa pela origem do espaço vetorial base.

A.1.1 Espaço imagem

O espaço imagem $R(A)$ de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é definido na equação A.3.

$$R(A) = \{Ax | x \in \mathbb{R}^n\} \subseteq \mathbb{R}^m \tag{A.3}$$

$R(A)$ pode ser geometricamente encarado como o espaço gerado pela combinação linear das colunas da matriz A , também chamado de espaço coluna de A . Caso o espaço seja formado pelas linhas de A , é denominado espaço linha.

A.1.2 Espaço nulo

O espaço nulo $N(A)$ de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é definido na equação A.4 como o conjunto de todas as soluções do sistema homogêneo $Ax = 0$.

$$N(A) = \{x_{n \times 1} | Ax = 0\} \subseteq \mathbb{R}^n \tag{A.4}$$

A.2 Pseudoinversa (Moore-Penrose)

A matriz pseudoinversa de Moore-Penrose é uma generalização do conceito clássico de inversa de matrizes. É largamente utilizada quando os números de linhas e colunas, da matriz a ser invertida, são diferentes. (MEYER, 1973)

Quando as linhas de $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ são linearmente independentes ($m \leq n$), a pseudoinversa de A segue a equação A.5. Onde A^\dagger é a inversa de A pela direita: $AA^\dagger = I_m$

$$A^\dagger = A^*(AA^*)^{-1} \tag{A.5}$$

A.3 Projeções

Em algebra linear, uma projeção é nada menos do que uma transformação linear P de um espaço vetorial para ele mesmo, onde $P = P^2$ (MEYER, 2000). É ilustrado na Figura A.1 um exemplo de projeção ortogonal.

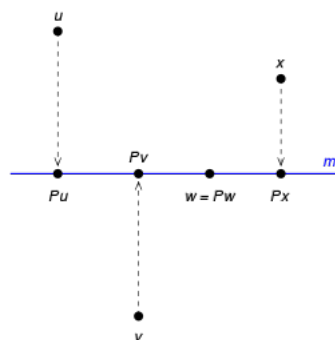


Figura A.1: A transformação P é a projeção ortogonal na linha m

A.3.1 Propriedades

Considera-se U e V subespaços de W representando o espaço imagem e o espaço nulo de P .

- P é o operador Identidade em $U : \forall x \in U : Px = x$.
- Tem-se a soma direta $W = U \oplus V$. Ou seja cada vetor x pode ser unicamente decomposto segundo $x = u + v : u \in U, v \in V$. A decomposição é da seguinte forma $u = Px$ e $v = x - Px = (I - P)x$.

O espaço imagem e o espaço nulo de uma projeção são complementares ($P + Q = I$). P e Q são projetores de modo que o espaço imagem de um é o espaço nulo do outro e vice-versa. P é a projeção ao longo de V em U e Q é a projeção ao longo de U em V .

A.3.2 Projeções Ortogonais

Uma projeção é ortogonal quando seu espaço imagem U e seu espaço nulo V são subespaços ortogonais, a condição necessária e suficiente para tal fato é $P = P^T$. Se x e y são vetores no domínio da projeção, $Px \in U$ e $y - Py \in V$ então seu produto escalar deve ser nulo para satisfazer a condição de ortogonalidade:

$$\langle Px, y - Py \rangle = (Px)^T(y - Py) = x^T(P^T - P^T P)y \quad (\text{A.6})$$

Portanto caso uma projeção seja ortogonal $P^T - P^T P = 0$ ou $P = P^T$ e $P = P^2$.

O caso mais simples é a projeção ortogonal numa linha gerada por um vetor unitário u . Nesse caso o projetor é $P = uu^T$, P anula qualquer vetor perpendicular a u e mantém invariável vetores em sua direção. Uma maneira simples de provar tal fato é considerando um vetor x como a soma de duas componentes, uma na direção de u e outra perpendicular $x = x_{\parallel} + x_{\perp}$, aplicando a projeção:

$$P_u x = uu^T x_{\parallel} + uu^T x_{\perp} = u|x_{\parallel}| + u0 = x_{\parallel} \quad (\text{A.7})$$

Esse conceito pode ser generalizado para projeções em subespaços de qualquer dimensão. Caso os vetores $u_1 u_2 \dots u_k$ sejam uma base ortonormal para o subespaço U_c e as colunas da matriz A_c sejam compostas desses mesmos vetores, o projetor ortogonal em U_c é dado pela equação A.8.

$$P_{Ac} = A_c A_c^T \quad (\text{A.8})$$

Se as colunas de A_c não formarem uma base ortonormal, é necessário o termo de normalização $(A_c A_c^T)^{-1}$, e o novo projetor é indicado na equação A.9.

$$P_{Ac} = A_c (A_c^T A_c)^{-1} A_c^T \quad (\text{A.9})$$

Seguindo esse mesmo raciocínio, é possível construir o projetor ortogonal P_{A_l} que projeta vetores linha ortogonalmente ao subespaço U_l , que por sua vez é gerado a partir da combinação linear das linhas da matriz A_l .

$$P_{A_l} = A_l^T (A_l A_l^T)^{-1} A_l \quad (\text{A.10})$$

Portanto a projeção ortogonal do subespaço gerado pelas linhas de B , no subespaço gerado pelas linhas de A_l , é definido na equação A.11.

$$B/A_l \triangleq B.P_{A_l} \quad (\text{A.11})$$

A.3.3 Projeções Oblíquas

A projeção ortogonal é um caso particular de projeção oblíqua. Projeções oblíquas são definidas pelos seus espaço imagem e espaço nulo. Considere que os vetores $u_1 u_2 \dots u_k$ representados como colunas da matriz A_c , são uma base para o espaço imagem de P_c . O espaço imagem e o espaço nulo são complementares logo $\dim(\text{nullspace}) = n - k$. Definindo-se que os vetores $v_1 v_2 \dots v_k$, representados como colunas da matriz B_c , formam uma base para o complemento ortogonal do espaço nulo, então o projetor é dado pela equação A.12:

$$P_c = A_c (B_c^T A_c)^{-1} B_c^T \quad (\text{A.12})$$

Mais uma vez o resultado da projeção pode ser estendido para o caso em que as matrizes A_l e B_l são geradas pelo empilhamento de vetores linha. O projetor P_l é então dado pela equação A.13.

$$P_l = B_l^T (A_l B_l^T)^{-1} A_l \quad (\text{A.13})$$

Segundo (OVERSCHEE; MOOR, 1996), a projeção oblíqua do espaço linha de C ao longo do espaço linha de B no espaço linha de A pode também ser definida pela equação A.14.

$$C/B A \triangleq [C/B^\perp] \cdot [A/B^\perp]^\dagger \cdot A \quad (\text{A.14})$$

A.4 Decomposição QR

Em algebra linear, a decomposição QR de uma matriz A é definida como a fatorização de A em um produto de duas matrizes $A = QR$, onde Q é uma matriz ortogonal e R

uma matriz triangular superior. Em suma, as primeiras k colunas de Q formam uma base ortonormal para o *span* das k primeiras colunas de A , $k < n^\circ$ de colunas independentes de A . (KATAYAMA, 2005)

A projeção ortogonal do subespaço gerado pelas linhas da matriz A no subespaço gerado pelas linhas de B é, segundo a seção A.3.2, definida na equação A.15.

$$A/B = AB^T(BB^T)^\dagger B \quad (\text{A.15})$$

Ao fazer a decomposição QR de $A = R_A Q^T$ e $B = R_B Q^T$ a projeção pode ser representada conforme a equação A.16. (OVERSCHEE; MOOR, 1996)

$$A/B = R_A R_B^T [R_B R_B^T]^\dagger R_B Q^T \quad (\text{A.16})$$

A.5 Decomposição em valores singulares (SVD)

A decomposição SVD de uma matriz A é definida na equação A.17 como o produto de três matrizes. (TREFETHEN; BAU, 1997)

$$SVD(A) \triangleq U \Sigma V^T = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix}, \quad (\text{A.17})$$

Onde $A \in \mathcal{R}^{m \times n}$ é uma matriz real, $U \in \mathcal{R}^{m \times m}$ e $V \in \mathcal{R}^{n \times n}$ são matrizes ortogonais e $\Sigma \in \mathcal{R}^{m \times n}$ uma matriz diagonal. As colunas de U e V são denominadas vetores singulares a esquerda e direita respectivamente, já os elementos da diagonal de Σ são os valores singulares de A . Os valores singulares σ_i de A são normalmente ordenados de forma decrescente na diagonal de Σ portanto convencionou-se que Σ_{22} abriga a parcela de Σ onde os valores singulares são nulos.

Essa decomposição fornece uma maneira prática para a representação do espaço imagem e espaço nulo de A . As colunas de U_1 formam uma base para o espaço imagem de A assim como as colunas de V_2 formam uma base para o seu espaço nulo. O número de elementos na diagonal de Σ_{11} por sua vez indica o posto de A .

A decomposição SVD também pode ser utilizada para o cálculo da pseudoinversa de uma matriz onde:

$$A^\dagger = V \Sigma^\dagger U^T \quad (\text{A.18})$$

A.6 Deslocamento matricial

Foi definida uma operação de deslocamento matricial M^\dagger que transforma uma matriz triangular inferior $M_{np \times nq}$ em uma matriz cujos elementos abaixo da diagonal secundária são zero $M_{np \times nq}^\dagger$.

$$M \triangleq \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & a_2 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & b_2 & a_3 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ d_1 & \dots & c_{n-2} & b_{n-1} & a_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$M^\dagger \triangleq \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_{n-1} & 0 \\ c_1 & \dots & c_{n-2} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Onde os elementos a, b, c e d são matrizes de ordem $p \times q$