



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

Estudo das Propriedades da Matéria Nuclear Através de Modelos Hadrônicos

Elisama Eraldene Marques Lima

CUITÉ

- 2012 -

Elisama Eraldene Marques Lima

Estudo das Propriedades da Matéria Nuclear Através de Modelos Hadrônicos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Física, Unidade Acadêmica de Educação, Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, como requisito para obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

Orientador: Prof. Dr. João Batista da Silva

CUITÉ

- 2012 -



L732e Lima, Elisama Eraldene Marques.
Estudo das propriedades da matéria nuclear através de modelos hadrônicos. / Elisama Eraldene Marques Lima. - Cuité: [s. n.], 2012.
55fl. : il. fig. tab. color.

Orientador Prof. Dr. João Batista da Silva.
Monografia do Curso de Licenciatura em Física.
Não disponível em CD.

1. Física. 2. Matéria nuclear. 3. Modelos hadrônicos. 4. Modelo de Walecka. 5. Matéria nuclear - modelo RMF. I. Silva, João Batista da. II. Universidade Federal de Campina Grande. III. Centro de Educação e Saúde. IV. Título

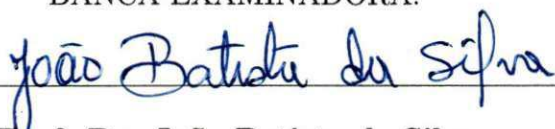
Elisama Eraldene Marques Lima

Estudo das Propriedades da Matéria Nuclear Através de Modelos Hadrônicos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Física - CES - UFCG, como requisito parcial para obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

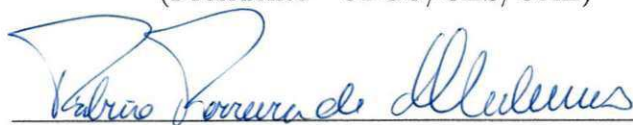
Aprovada em 31 de Outubro de 2012.

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. João Batista da Silva

(Presidente - UFCG/CES/UAE)

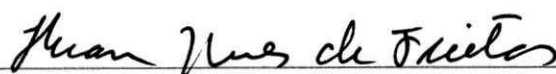


Prof. Dr. Fábio Ferreira de Medeiros

(Membro Interno - UFCG/CES/UAE)

Prof. Dr. Francisco A. Brito

(Membro Externo - UFCG/CCT/UAF)



Prof. Dr. Heron Neves de Freitas

(Suplente - UFCG/CES/UAE)

Aos meus pais Marizete e Eraldo, e aos meus irmãos Júnior e Ezequias (In memorian), que de muitas formas me incentivaram e ajudaram para que fosse possível a concretização deste trabalho.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus o criador do universo, por ter me concedido a oportunidade de concluir mais uma importante etapa em minha vida.

Aos meus familiares pelo apoio em meus estudos. À minha mãe Marizete pelas suas orações e seu amor que me fizeram chegar até aqui, ao meu irmão Eraldo Júnior por seu exemplo, ao meu pai Eraldo, e a meu namorado. Obrigada por tudo que fizeram por mim.

No âmbito acadêmico, agradeço aos professores da Unidade Acadêmica de Educação que contribuíram para minha formação pessoal e profissional, em especial ao Prof. Dr. João Batista da Silva pela excelente orientação e dedicação. Também desejo expressar meus agradecimentos a todos os meus professores do ensino básico pelos conhecimentos fundamentais que me proporcionaram, que Deus os recompense pelo amor e dedicação ao ensino.

Agradeço também aos meus grandes amigos e amigas da graduação, da residência universitária e do PIBID pela convivência e os momentos de diversão.

Resumo

Atualmente um dos principais problemas abordado em física de altas energias é o estudo do comportamento de matéria nuclear sob condições extremas de temperatura e/ou densidade. Para isto precisa-se de modelos que descrevam bem esse comportamento em regiões acessíveis experimentalmente (a temperatura zero, densidade de saturação e pequenas assimetrias nêutron-próton) para depois serem extrapolados para regiões extremas. Um dos tratamentos teóricos amplamente utilizado na descrição de propriedades médias nucleares é feito através do estudo de modelos de Campo Médio Relativístico, conhecido na literatura como modelo de Walecka. Muitas versões deste modelo são usadas para descrever uma grande variedade de fenômenos em física nuclear, tais como, as propriedades da matéria nuclear, estrelas de nêutrons, núcleos finitos, transições de fase nuclear, entre outros. Neste trabalho, utilizamos as parametrizações mais recentes desses modelos, existentes na literatura, para descrever as propriedades e o comportamento da matéria nuclear através de seus parâmetros característicos, entre eles, destacamos a energia de volume, densidade de saturação, incompressibilidade e a energia de simetria. Dos resultados obtidos as parametrizações não lineares NL3 e NL3-II são a que melhor descrevem essas propriedades.

Palavras-chave: matéria nuclear, modelos hadrônicos, parametrizações.

Abstract

Currently one of the main problems addressed in high energy physics is the study of the behavior of nuclear matter under extreme conditions of temperature and / or density. For this one needs good models describing this behavior in experimentally accessible regions (at zero temperature, density, saturation and small neutron-proton asymmetry) to be then extrapolated to extreme regions. One of the theoretical treatments widely used in the description of average nuclear properties is done through the study of Relativistic Mean Field model, known in literature as a model of Walecka. Many versions of this model are used to describe a wide variety of phenomena in nuclear physics, such as the properties of nuclear matter, neutron stars, finite nuclei, nuclear phase transition, among others. Here, we used the latest parameterization of these models, the literature to describe the properties and behavior of nuclear matter through its characteristic parameters, among then we highlight the power of volume, saturation density, incompressibility and symmetry energy. Results of the nonlinear parameterizations NL3 and NL3-II are the best to describe these properties.

Keywords: nuclear matter, hadronic models, parameterizations.

Conteúdo

1	Introdução	9
2	Matéria Nuclear	14
2.1	Propriedades Globais dos Núcleos	14
2.1.1	Tamanho dos núcleos	16
2.1.2	Energia de Ligação dos Núcleos	17
2.2	Matéria Nuclear e suas Propriedades	20
2.2.1	Energia de Ligação da Matéria Nuclear	21
3	O Modelo de Campo Médio Relativístico	24
3.1	O Modelo de Walecka	24
3.1.1	Descrição do Modelo não Linear de Walecka	25
3.1.2	Tensor Energia-Momentum	27
3.1.3	Método para Resolver as Equações de Movimento	28
4	Aplicação do Modelo RMF à Matéria Nuclear	30
4.0.4	Equações de Estado	31
5	Resultados e Discussões	35
6	Conclusão	42
A	Notação e Convenções	44
A.1	Notação de Quadri-vetores Covariante e Contravariante	44
A.2	A Equação de Dirac na Forma Covariante	45
B	Equações de Movimento dos Campos	48
B.1	Campo Bariônico Ψ	48
B.2	Campo Escalar σ	49
B.3	Campo Vetorial ω	50
B.4	Campo Isovetorial ρ	51

UFCCG / BIBLIOTECA

Lista de Tabelas

5.1	Parâmetros das interações usadas no presente trabalho.	35
5.2	Constantes características da matéria nuclear obtidas para as diferentes parametrizações RMF consideradas no presente trabalho	41

Lista de Figuras

2.1	Densidade de cargas nuclear $\rho(r)$ em função da distância r	17
2.2	Energia de ligação por nucleon $E(N, Z)/A$ em função do número de massa A	18
5.1	(a) M^* em função da densidade para a matéria nuclear, usando a parametrização NL3.(b) M^* em função da densidade para todos os modelos estudados.	36
5.2	Superfície da energia de ligação por nucleon em função da densidade e da assimetria para a parametrização NL3.	37
5.3	(a) Energia de ligação por nucleon em função da densidade para a matéria nuclear simétrica ($\delta = 0$). (b) Energia de ligação por nucleon em função da assimetria para $\rho_v = \rho_0$	38
5.4	(a) Energia de ligação por nucleon para a matéria nuclear simétrica, $\delta = 0$, em função da densidade. (b) Energia de ligação por nucleon para a matéria nuclear em função da assimetria no ponto de saturação $\rho_v = \rho_0$	38

UFCC/BIbliOTECA

Capítulo 1

Introdução

Desde a antiguidade a humanidade vem buscando desvendar os mistérios que estão intrinsecamente relacionados as manifestações de fenômenos presentes no comportamento da natureza. Dentre esses mistérios que despertaram grande curiosidade no homem destaca-se o de conhecer e compreender a estrutura da matéria. A busca pela essência fundamental da natureza, já havia sido iniciada desde o século V a.C., quando os gregos Leucipo e seu discípulo Demócrito imaginaram que se partíssemos a matéria várias vezes, chegaríamos a uma partícula muito pequena e indivisível, a qual foi denominada átomo (OSTERMANN, 1999).¹ Entretanto, esta ideia dos constituintes básicos da matéria como partículas pequenas, indivisíveis e indestrutíveis, foi retomada apenas no século XIX, pelo químico inglês John Dalton.

Mais tarde, no início do século XX, com a evolução da tecnologia descobriu-se que os átomos não são os constituintes fundamentais da natureza e a explicação dos conceitos científicos sobre a sua estrutura sofreu uma significativa evolução. Ernest Rutherford, a partir de seus experimentos propôs um modelo atômico, em que o átomo é definido como sendo composto por um pequeno núcleo massivo carregado positivamente e rodeado por uma eletrosfera. Entretanto, essa descrição não conseguia explicar algumas questões com respeito à sua estabilidade, como por exemplo, explicar o porquê do núcleo carregado positivamente não "explodir" devido à repulsão coulombiana, já que os seus constituintes estão a uma distância muito pequena. Em seguida, com a evolução dos modelos atômicos foram encontradas outras partículas que também compõem o núcleo, entre elas o nêutron, descoberto por Chadwick em 1932 (OSTERMANN, 1999; FIOLEAIS, 2010).

Desde então, o entendimento da estrutura do núcleo atômico evoluiu muito com o

¹A palavra átomo é de origem grega que significa indivisível.

surgimento de novas pesquisas para explicar a força que mantém as partículas (prótons e nêutrons) ligadas no interior do núcleo. Para obter essa explicação, foi criada a hipótese da existência de uma nova interação, denominada Força Nuclear Forte.

Atualmente ainda não existe uma teoria simples que forneça uma expressão matemática para descrever a força nuclear forte, sendo esta considerada uma das quatro interações fundamentais da natureza.² Esta força é mais complexa do que a eletromagnética que atua nos átomos, pois diferentemente do caso coulombiano a interação nuclear não é bem definida, porém, sabe-se que é uma força de curto alcance que atua apenas no interior do núcleo.

O núcleo é um sistema complexo que constitui um exemplo de problema de muitos-corpos, onde a interação entre seus constituintes não é completamente conhecida, pois envolve energias da ordem de centenas de MeV ($1eV = 1,602 \times 10^{-19} J$), o que torna muito difícil seu estudo experimental. Entretanto, pode-se extrair algumas de suas propriedades a partir de informações obtidas em aceleradores de partículas por colisões nucleon-nucleon,³ bem como pelo estudo das características do núcleo do átomo de deutério, que constitui o sistema nuclear mais simples formado por um próton ligado a um nêutron. Em virtude disto, o entendimento da estrutura nuclear ainda é um desafio que tem atraído a atenção de muitos pesquisadores ao longo dos anos, onde se têm investigado vários aspectos dessa estrutura, formulando modelos que representam sistemas físicos solúveis e que procuram reproduzir o núcleo real (RING; CHUCK, 1980; CHUNG, 2002; WALECKA, 1974).

No estudo da estrutura nuclear existem duas abordagens diferentes para tratar um sistema nuclear em termos da interação entre seus constituintes. Para baixas energias de excitação (velocidades não-relativísticas), a interação entre dois nucleons é representada por um potencial nucleon-nucleon não-relativístico que é usado na equação de Schrödinger (equação não-relativística) de muitos corpos, podendo ser resolvida por métodos aproximativos da teoria de muitos corpos (RING; CHUCK, 1980). Para o caso de velocidades próximas a da luz (caso relativístico) usa-se métodos matematicamente mais sofisticados encontrados na Teoria Quântica de Campos Relativística (WALECKA, 1974). Os modernos tratamentos usados em estrutura nuclear são baseados nessa teoria, sendo a interação entre os constituintes dos núcleos representada pela troca de vários mésons.⁴

²As quatro interações fundamentais da natureza são: a gravitacional, a eletromagnética, a nuclear forte e a nuclear fraca.

³Nucleon é o nome dado a prótons e nêutrons.

⁴Os mésons são partículas de spin inteiro que estão sujeitas à interação forte.

A primeira teoria que trata a interação entre prótons e nêutrons via troca de mésons foi apresentada por Yukawa, onde, em analogia com a Teoria da Eletrodinâmica Quântica (QED), propôs uma partícula mediadora massiva que mais tarde ficou conhecida como méson π , conseguindo assim descrever o alcance finito da interação (YUKAWA, 1935).⁵

O crescimento da física de altas energias proporcionou um grande avanço no desenvolvimento de experimentos que resultou na construção de grandes aceleradores de partículas, levando à descoberta de vários mésons mediadores das interações. Na década de 50 Johnson e Teller (1955), supuseram a existência de um méson escalar e de carga nula, com massa em torno de 500 MeV , que mais tarde seria conhecido como méson σ (escalar e isoescalar). Em seguida, foram observados outros mésons, chamados de ω (vetorial e isoescalar) e ρ (vetorial e isovetorial), que correspondem a ressonâncias encontradas experimentalmente.⁶ As ressonâncias escalares, como no caso do méson σ , eram até então desconhecidas, no entanto, em 2001 foram vistas fortes evidências de sua existência em decaimentos de hádrons charmosos. Este resultado foi encontrado por um grupo de brasileiros do CBPF, junto ao experimento E791 do *Fermi National Accelerator Laboratory* (Fermilab) através da análise do decaimento $D^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$ (AITALA et al., 2001; BOITO, 2007), observou-se que o méson D^+ decai fracamente em um pión e em um estado ressonante intermediário σ , com σ decaindo em $\sigma \rightarrow \pi^- \pi^+$.⁷ Estas partículas passaram a apresentar um papel significativo na construção teórica das interações fortes e fazem parte de um importante modelo, conhecido como Hadrodinâmica Quântica, que será descrito neste trabalho.

Em 1974, J. Dirk Walecka propôs um modelo de Campo Médio Relativístico (RMF)

⁵Hideki Yukawa, em seu trabalho publicado no ano de 1935, apresentou sua teoria para explicar a força nuclear, ele sugeriu a existência de uma partícula ainda desconhecida (o méson π), com uma massa cerca de 200 vezes maior do que a do elétron, que poderia ser emitida e absorvida por prótons e nêutrons. Em 1947, o méson π foi descoberto experimentalmente através do estudo de emulsão de raios cósmicos no alto do Monte Chacaltaya, em La Paz (capital da Bolívia), pela equipe de pesquisadores do *W. W. Wills Physical Laboratory*, da Universidade de Bristol (Inglaterra), que entre eles destaca-se o físico brasileiro César Lattes. Logo em seguida, trabalhando com Eugene Gardner, Lattes produziu artificialmente o méson π no laboratório sincro-ciclotron da Universidade da Califórnia. O trabalho publicado por Yukawa foi a pedra fundamental no estudo da física de altas energias.

⁶Uma ressonância é um estado intermediário durante um decaimento, onde a mesma decai por um processo de interação forte.

⁷O méson D^+ apresenta em sua composição um quark *charm* e um *strange* ($c\bar{s}$), por outro lado, no decaimento $D^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$ obtém-se apenas píons, os quais são formados de quarks *up* e *down*, então, se esse decaimento ocorresse de forma direta, haveria uma violação no número quântico charmoso, por isso, o méson D^+ só pode decair através da interação fraca, em um pión e em um estado ressonante intermediário σ , isto não é detectado diretamente devido ao fato da ressonância decair via interação forte $\sigma \rightarrow \pi^- \pi^+$.

para descrever o comportamento da matéria nuclear, baseado na Teoria Quântica de Campos Relativística e Renormalizável (WALECKA, 1974). Nesse modelo os nucleons interagem via troca de mésons, em concordância com a formulação de Yukawa, onde os nucleons e mésons são tratados como partículas pontuais que representam os graus de liberdade da teoria.

Esse formalismo é baseado numa densidade Lagrangiana local que envolve o campo do nucleon e os campos de dois mésons, o méson escalar σ e o méson vetorial ω , o méson escalar representa a natureza atrativa entre os nucleons a distâncias intermediárias e o méson vetorial representa o caráter repulsivo a curto alcance. Com apenas esses dois mésons é possível reproduzir a saturação da interação nuclear, porém, este modelo falha na descrição de algumas propriedades da matéria nuclear, como por exemplo, na previsão da incompressibilidade, que apresenta um valor muito alto quando comparado com dados comprovados empiricamente, assim como, não é capaz de descrever quantitativamente as propriedades de nucleos finitos associadas à superfície. Sendo assim, para uma descrição mais completa do sistema nuclear foram propostos os modelos de Walecka não lineares que introduzem termos de auto-interações até a quarta ordem nos campos mesônicos escalares (BOGUTA; BODMER, 1977).

Diversas parametrizações não lineares são largamente usadas na física nuclear, podendo ser destacadas entre elas as parametrizações *NL1*, *NL2* (REINHARD, 1989), *NLSH* (SHARMA; NAGARAJAN; RING, 1993), *NL3* (LALAZISSIS; KONIG; RING, 1997) e *NL3 – II* (FOGAÇA, 2005), que têm sido testadas na reprodução de propriedades dos núcleos por toda a tabela periódica. Outros modelos que diferem estruturalmente dos não lineares também têm sido propostos na literatura para o estudo da matéria nuclear (BROCKMANN; TOKI, 1992), essas descrições levam em conta a dependência da densidade nas constantes de acoplamento por ajustes dos resultados da teoria RMF aos resultados de cálculos conhecidos como Brueckner-Hartree-Fock relativístico (RBHF), com um potencial de troca de um bóson.⁸

A teoria RMF vem sendo aplicada sistematicamente para descrever uma variedade de fenômenos nucleares, como por exemplo, as propriedades da matéria nuclear, energia de ligação dos núcleos, propriedades de núcleos esféricos e deformados, espalhamento elétron-núcleo e nucleon-núcleo, estrelas de nêutrons, transições de fase nuclear, entre

⁸Bósons são partículas de spin inteiro, portanto os mésons são bósons, que obedecem à estatística de Bose-Einstein e não estão sujeitas ao princípio de exclusão de Pauli.

outros (SHURYAK, 1998; WALECKA; SEROT, 1986; DELFINO et al., 2002; SILVA et al., 2008). Portanto, neste trabalho apresentaremos um estudo sobre as propriedades da matéria nuclear, feito através desses modernos tratamentos usados em física de médias e altas energias.

No capítulo 2 fazemos a conexão entre as características globais do núcleo com as características da matéria nuclear, através da fórmula semi-empírica de massa de Bethe-Weizsäcker. Para depois, no capítulo 3, apresentarmos o tratamento relativístico descrito por Walecka. A partir da lagrangiana que define o modelo serão deduzidas as equações de movimento, e as aproximações envolvidas na sua resolução são discutidas. No capítulo 4 a teoria de campo médio relativístico é aplicada na descrição da matéria nuclear, o tensor energia-momentum é apresentado estabelecendo a conexão entre os campos obtidos do formalismo e os observáveis, densidade de energia e pressão. Em seguida, no capítulo 5, os resultados obtidos para diversas parametrizações do modelo RMF são expostos e discutidos. Finalmente, no capítulo 6, apresentamos as conclusões.

Capítulo 2

Matéria Nuclear

Matéria nuclear é um sistema hipotético, espacialmente infinito, constituído de proporções iguais de prótons e nêutrons interagindo fortemente através da força nuclear, supondo ausente a interação coulombiana entre os prótons. Quando o número de prótons difere do número de nêutrons, o sistema passa a ser chamado de matéria nuclear assimétrica. Mesmo sendo uma idealização, a matéria nuclear representa uma excelente aproximação para descrever propriedades de estrelas de nêutrons e núcleos finitos, uma vez que supõe-se sua existência no interior desses sistemas (WALECKA; SEROT, 1986; GLENDENNING, 1997; DEXHEIMER, 2006).

Neste capítulo partiremos das propriedades globais dos núcleos para descrevermos as propriedades da matéria nuclear, que serão estudadas à luz da teoria relativística de campo médio no capítulo 4. Para isto, falaremos, na seção 2.1, sobre algumas propriedades globais dos núcleos, tais como, tamanho, raio nuclear, densidade de saturação e energia de ligação, assim como, apresentaremos a fórmula semi-empírica de massa de Bethe-Weizsäcker. Em seguida, na seção 2.2 faremos a passagem de um sistema finito, isto é, o núcleo, para um sistema infinito, a matéria nuclear.

2.1 Propriedades Globais dos Núcleos

O núcleo atômico é um sistema carregado positivamente, constituído de Z prótons de carga elementar $e = 1,602 \times 10^{-19}C$ e massa $m_p \approx 938,272MeV$, e de N nêutrons de carga zero e massa $m_n \approx m_p$, fortemente ligados devido o efeito residual atrativo exercido pela força nuclear (CHUNG, 2002). No interior do núcleo existe uma competição entre a interação nuclear atrativa e a repulsão coulombiana entre os prótons. Nessa disputa, os efeitos atrativos são fortemente favorecidos pela tendência dos núcleos em apresentarem

um número de nêutrons igual ou maior que o número de prótons. Sendo assim, dentro de um certo limite, a interação nuclear torna-se responsável por manter os prótons e nêutrons coesos dentro do núcleo.

Os prótons e nêutrons são férmions de spin $1/2$ e obedecem a estatística de Fermi-Dirac. Por apresentarem massas aproximadamente iguais, percebeu-se que, se desprezarmos a interação eletromagnética entre os prótons, podemos tratar prótons e nêutrons como dois estados degenerados de uma mesma partícula, denominada nucleon. Este fato, introduz uma nova simetria no sistema que denomina-se simetria de isospin. Dentro deste novo cenário, a interação nuclear não distingue prótons de nêutrons, ou seja, a intensidade das interações nucleares entre pares de nucleons são as mesmas, independentemente de suas cargas.

Tratando o núcleo como uma coleção de nucleons, o número total de nucleons A num núcleo, ou seja, a sua massa, é dada pela soma do número de prótons Z com o número de nêutrons N , isto é, $A = N + Z$. Os núcleos que possuem o mesmo número de prótons e diferente número de nêutrons são denominados isótopos. Pode ser observado na Tabela de Nuclídeos (CHUNG, 2002) que núcleos com $N \approx Z$ são considerados estáveis, onde verifica-se também que, a medida que Z aumenta, o número N aumenta mais rapidamente de forma não linear, contribuindo assim para a formação de núcleos instáveis. O núcleo mais pesado e estável encontrado na natureza é o do chumbo 208 que possui $Z = 82$.

Todas essas características fazem dos núcleos sistemas de muitos corpos altamente interagentes e bastante complexos. Para estudar um sistema dessa natureza, muitos modelos foram elaborados para descrever as diversas propriedades apresentadas por esse sistema. Dois tratamentos são utilizados para descrever a estrutura nuclear, o microscópico, que tenta descrever as propriedades nucleares partindo do conhecimento das forças que atuam entre os nucleons, levando em conta as características individuais de cada nucleon; e o tratamento macroscópico que considera o núcleo como uma coleção de nucleons, analisando-o como um todo, sem levar em conta as características individuais de cada nucleon, e sim considerando os valores médios das propriedades nucleares obtidas pela teoria microscópica.

Os núcleos tanto possuem propriedades que podem ser classificadas como estáticas, tais como, carga, tamanho, forma, massa, energia de ligação, spin, paridade, momentos eletromagnéticos, etc., como propriedades dinâmicas, tais como, radioatividade, estados

UFMG / BIBLIOTECA

excitados, reações nucleares, etc. Algumas propriedades globais dos núcleos podem ser descritas através de um modelo macroscópico, denominado Gota Líquida. Este modelo considera o núcleo comportando-se como uma gota líquida incompressível, e tenta fornecer uma equação semi-empírica para a energia de ligação dos núcleos com o objetivo de compreender as suas principais características.

2.1.1 Tamanho dos núcleos

Os núcleos tem um tamanho característico de cinco ordens de grandeza inferior ao tamanho do átomo, que corresponde a:

$$10^{-13} \text{cm} = 10^{-15} \text{m} = 1 \text{fermi} = 1 \text{fm} \quad (2.1)$$

Levando-se em conta que os nucleons combinam-se de forma aproximadamente uniforme e esféricamente simétrica no interior do núcleo é possível determinar experimentalmente o raio nuclear R a partir da análise de dados obtidos por colisões de prótons e elétrons com núcleos por toda a tabela de nuclídeos, onde se obtém,

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (2.2)$$

sendo r_0 um parâmetro ajustado, que está relacionado com a densidade dos núcleos no estado fundamental, e seu valor é adotado como sendo em torno de $1,16 \text{fm}$.

Os resultados obtidos através do espalhamento de elétrons fornecem informações sobre a densidade de carga no núcleo. Tais resultados mostram que a densidade de carga é dada através de uma distribuição de Fermi (SCHECHTER; BERTULANI, 2007),

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R_0)/a}}, \quad (2.3)$$

onde ρ_0 é aproximadamente o valor de $\rho(0)$ para $R_0 \gg a$, R_0 é o valor de r no qual a densidade cai à metade de seu valor no centro, e a é uma constante relacionada com a espessura nuclear.

Se admitirmos que a densidade de nêutrons e a densidade de prótons no interior do núcleo estão distribuídas da mesma forma, então será possível extrair informações sobre a densidade de nucleons a partir da densidade de carga, desta forma, a expressão (2.3) mostra que a densidade nuclear, assim como, a densidade de carga é aproximadamente constante no centro do núcleo e cai rapidamente a zero na superfície, esse comportamento

pode ser visto na Fig.[2.1].

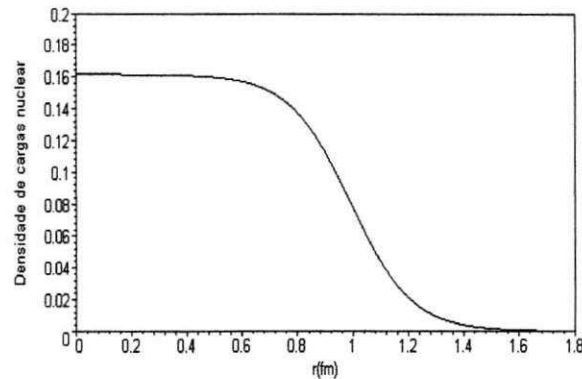


Figura 2.1: Densidade de cargas nuclear $\rho(r)$ em função da distância r .

O valor da densidade no centro dos núcleos, ρ_0 , pode ser obtido se considerarmos um núcleo esférico de volume $V = 4/3\pi R^3$ e raio R dado pela Eq.(2.2), contendo A nucleons no seu interior,

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \frac{A}{V} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} \\ &\simeq 0,153 fm^{-3}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Essa densidade é encontrada no interior de núcleos pesados, e este valor é o mais aceito para a densidade nuclear no estado fundamental.

2.1.2 Energia de Ligação dos Núcleos

A energia de ligação de um núcleo, $E(Z, N)$, é a energia necessária para separar o núcleo em seus constituintes. Para um núcleo de massa $M(Z, N)$ a energia de ligação é definida como a soma das energias de seus Z prótons e N nêutrons, separadamente, diminuída da energia do estado ligado dessas partículas,

$$E(Z, N) = [Zm_p + Nm_n - M(Z, N)]c^2, \quad (2.5)$$

onde m_p e m_n são as massas dos prótons e dos nêutrons, respectivamente.

Com base no estudo da energia de ligação nuclear em torno da linha de beta estabilidade, pode-se obter importantes características globais dos núcleos a partir da energia de ligação por nucleon, $E(N, Z)/A$. Destacando-se o fato de $E(N, Z)/A$ comportar-se de forma aproximadamente constante, apresentando um valor médio em torno de $8,5 MeV$ a partir de $A \geq 20$ (Fig.[2.2]). Este comportamento indica que a força nuclear satura, pois

ao adicionarmos mais um nucleon ao sistema a sua presença será ignorada pelos nucleons da região mais interna, indicando que cada nucleon interage apenas com seus vizinhos mais próximos.

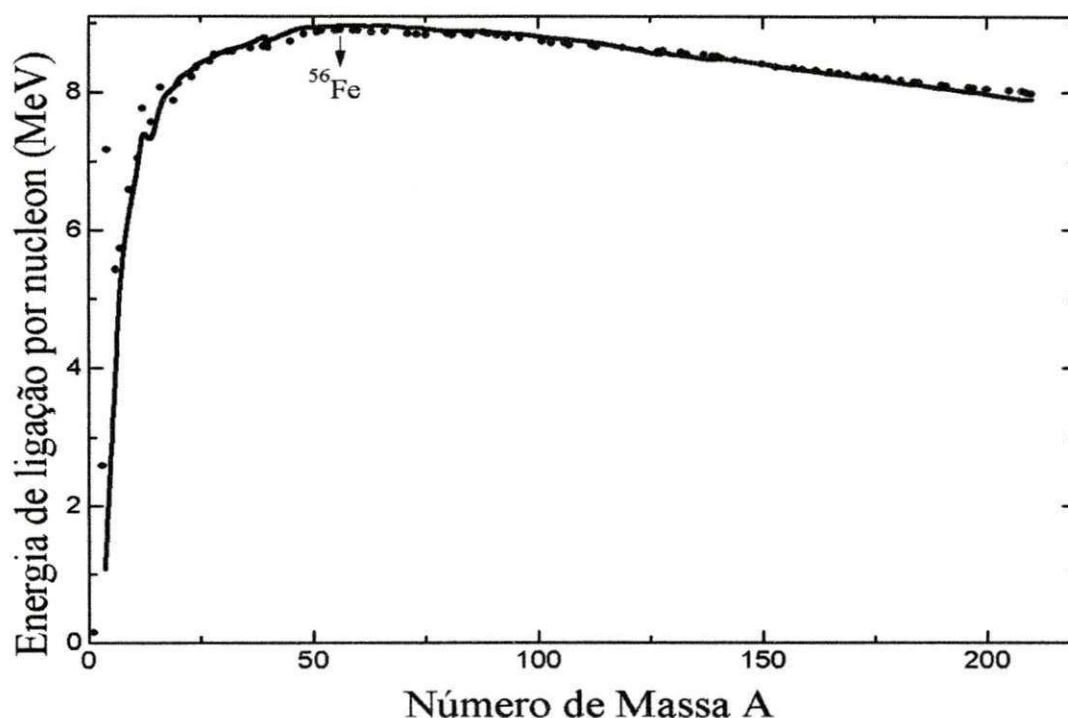


Figura 2.2: Energia de ligação por nucleon $E(N, Z)/A$ em função do número de massa A . Este gráfico foi plotado para isótopos estáveis, os pontos representam os valores experimentais (WAPSTRA; AUDI; HOEKSTRA, 1985), enquanto a curva representa os dados obtidos através da fórmula semi-empírica de massa, Eq.(2.6), onde os parâmetros usados são apresentados no final desta subseção, exceto para o valor de a_v que foi tomado como $-16,2\text{MeV}$.

A propriedade de saturação da força nuclear explica também o fato da densidade dos núcleos ser aproximadamente constante em seu interior e se tornar aproximadamente nula na superfície. Além disso, pode ser visto na Fig.[2.2] que a energia de ligação por nucleon alcança um máximo em $A \approx 56$ (grupo do ferro), isto indica que o núcleo do ferro possui a maior energia de ligação por nucleon.

Como uma tentativa de reproduzir as características apresentadas no estudo da energia de ligação dos núcleos, Weizsäcker e Hass Bethe, em 1935, desenvolveram uma fórmula semi-empírica de massa baseada no *Modelo da Gota Líquida*. Na sua elaboração são considerados alguns termos importantes, tais como, energia de volume, energia de superfície, repulsão coulombiana, energia de simetria e o termo de emparelhamento, sua

expressão geral incluindo todos esses termos apresenta a seguinte forma,

$$E(N, Z) = a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_I \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta(A). \quad (2.6)$$

A energia de ligação por nucleon é dada dividindo a equação acima, Eq.(2.6), por A . Apresentamos abaixo a interpretação dos termos que aparecem nesta equação.

- **Energia de Volume**

O primeiro termo é chamado energia de volume, pois de acordo com a Eq.(2.2) o volume nuclear tem uma dependência linear em A . Este termo tem sua origem no fato da energia de ligação por nucleon ser aproximadamente constante, como mostrado na Fig.[2.2].

- **Energia de Superfície**

O segundo termo expressa a energia de superfície a qual diminui a energia de ligação dos núcleos, sua dependência em A está relacionada ao fato de que na superfície dos núcleos, os nucleons não estão tão ligados quanto no seu interior. Como a superfície nuclear é proporcional a R^2 , de acordo com Eq.(2.2) o termo de superfície será proporcional a $A^{2/3}$.

- **Energia Coulombiana**

O terceiro termo representa a energia coulombiana, a qual expressa a repulsão entre os prótons, portanto, contribui negativamente para a energia de ligação das partículas. Essa energia é proporcional a Z^2 e inversamente proporcional ao raio, ou seja, a $A^{1/3}$.

- **Energia de Simetria**

O quarto termo representa a energia de simetria e expressa a tendência dos núcleos serem mais estáveis para $N = Z$. O termo de simetria tem sua origem no Princípio de Exclusão de Pauli, de acordo com esse princípio dois férmions idênticos não podem ocupar o mesmo estado quântico simultaneamente, portanto, qualquer distribuição assimétrica ($N \neq Z$) faz com que os nucleons ocupem níveis energeticamente mais altos, tornando-se menos ligados e aumentando a energia interna do sistema. Utilizando o modelo de gás de Fermi, mostra-se que a energia de simetria é proporcional a $(N - Z)^2/A$ (SCHECHTER; BERTULANI, 2007).

- **Energia de Emparelhamento**

O último termo é a energia de emparelhamento, o qual reflete o fato encontrado experimentalmente que os nucleons tendem a formar pares dentro do núcleo. Os núcleos par-par têm energia de ligação maior que núcleos ímpar-ímpar, pois os prótons e nêutrons se acoplam em termos de spin, fornecendo uma maior estabilidade.

O valor das constantes que aparecem na Eq.(2.6) é determinado por ajustes de dados empíricos, de forma a reproduzir a curva da energia de ligação mostrada na Fig.[2.2] (RING; CHUCK, 1980; CHUNG, 2002), um conjunto de possíveis valores é $a_v = -15,68 \text{ MeV}$, $a_s = 18,56 \text{ MeV}$, $a_c = 0,717 \text{ MeV}$, $a_I = 28,1 \text{ MeV}$ e

$$\delta(A) = \begin{cases} -34A^{-3/4} \text{ MeV} & \text{para núcleos par-par} \\ 0 & \text{para núcleos de } A \text{ ímpar} \\ 34A^{-3/4} \text{ MeV} & \text{para núcleos ímpar-ímpar.} \end{cases}$$

2.2 Matéria Nuclear e suas Propriedades

Tendo em vista que, o estudo da matéria nuclear esclarece muitos fenômenos que ocorrem no núcleo, tais como a densidade de saturação, energia de ligação por nucleon, energia de simetria, incompressibilidade, entre outros. Podemos imaginá-la como sendo uma idealização de um núcleo pesado e infinito, nestas condições torna-se possível fazer a passagem de um sistema finito para a matéria nuclear, com o propósito de descrever as propriedades médias nucleares desse sistema.

Ao tomarmos o limite termodinâmico, fazendo A e V tenderem a infinito de tal forma que a densidade de nucleons seja constante,

$$A \rightarrow \infty, \quad V \rightarrow \infty \Rightarrow \rho = \frac{A}{V} \rightarrow \text{constante}, \quad (2.7)$$

obtem-se que a densidade da matéria nuclear será dada a partir da densidade encontrada na região central de núcleos pesados, onde a mesma apresenta um valor constante dado pela Eq.(2.4), isto é, $\rho_0 = 0,153 \text{ fm}^{-3}$.

Na descrição da matéria nuclear é conveniente expressar a densidade de nucleons ρ_v a partir da densidade de prótons ρ_p e da densidade de nêutrons ρ_n ,

$$\rho_v = \rho_p + \rho_n. \quad (2.8)$$

Se levarmos em conta a assimetria desse sistema é necessário introduzir um novo parâmetro δ , sendo este um fator que distingue a quantidade de prótons e nêutrons,

$$\delta = \frac{\rho_p - \rho_n}{\rho_v} \quad \text{ou} \quad \delta = \frac{N - Z}{A}, \quad (2.9)$$

caso a assimetria seja nula, considera-se $\rho_p = \rho_n$ ou $N = Z$ e então retornaremos à matéria nuclear simétrica.

2.2.1 Energia de Ligação da Matéria Nuclear

A energia de ligação por nucleon da matéria nuclear, $e(\rho_v, \delta)$, nada mais é senão a sua densidade de energia \mathcal{E} que é definida como uma função da densidade de nucleons ρ_v e da assimetria δ , diminuída da massa de repouso do nucleon M ,

$$e(\rho_v, \delta) \equiv \frac{\mathcal{E}(\rho_v, \delta)}{\rho_v} - M, \quad (2.10)$$

e está relacionada com a energia fornecida pela fórmula semi-empírica de massa, Eq.(2.6), através da seguinte relação,

$$e(\rho_v, \delta) \equiv \frac{E}{A}. \quad (2.11)$$

Desligando a interação eletromagnética, fazendo $A \rightarrow \infty$ e $N = Z$, o comportamento da energia de ligação por nucleon da matéria nuclear será analisado em torno do ponto de saturação ($\rho_v = \rho_0$) e de assimetria nula ($\delta = 0$), o qual equivale ao ponto de mínimo da curva de energia. Nestas condições, de acordo com a fórmula semi-empírica de massa, Eq.(2.6), $e(\rho_v = \rho_0, \delta = 0)$ será dado apenas pelo termo de volume,

$$e(\rho_v = \rho_0, \delta = 0) = a_v = -15,68 \text{ MeV}. \quad (2.12)$$

Por outro lado, levando-se em conta a assimetria da matéria nuclear ($\delta \neq 0$), a energia de ligação por nucleon fornecida pela Eq.(2.6), será dada pelo termo de volume com a contribuição da energia de simetria,

$$e(\rho_v, \delta) = a_v + a_I \delta^2. \quad (2.13)$$

A equação acima é uma expansão em ordem mais baixa da energia de ligação por nucleon em torno do ponto de mínimo. Portanto, podemos expandir a referida equação levando em conta termos de ordem mais alta. Para considerarmos esses termos, fazemos uma variação infinitesimal em $e(\rho_v, \delta)$ com relação a densidade de saturação e a assimetria

nula. Então, expandimos $e(\rho_v, \delta)$ em série de Taylor em torno do mínimo da curva de energia $\rho_v = \rho_0$ e $\delta = 0$,

$$\begin{aligned}
 e(\rho_v, \delta) = & e(\rho_0, 0) + \frac{1}{2!} \left\{ (\rho_v - \rho_0)^2 \frac{\partial^2 e}{\partial \rho_v^2} \Big|_{\rho_0, 0} + \delta^2 \frac{\partial^2 e}{\partial \delta^2} \Big|_{\rho_0, 0} \right\} \\
 & + \frac{1}{3!} \left\{ (\rho_v - \rho_0)^3 \frac{\partial^3 e}{\partial \rho_v^3} \Big|_{\rho_0, 0} + 3(\rho_v - \rho_0) \delta^2 \frac{\partial^3 e}{\partial \rho_v \partial \delta^2} \Big|_{\rho_0, 0} + \dots \right\} \\
 & + \frac{1}{4!} \left\{ 6(\rho_v - \rho_0)^2 \delta^2 \frac{\partial^4 e}{\partial \rho_v^2 \partial \delta^2} \Big|_{\rho_0, 0} + \dots \right\} + \dots
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Definimos o desvio na densidade da matéria nuclear em relação ao ponto de saturação ρ_0 , como um parâmetro α ,

$$\alpha = \frac{\rho_v - \rho_0}{\rho_0}, \tag{2.15}$$

e reescrevemos a Eq.(2.14) em termos de α ,

$$\begin{aligned}
 e(\rho_v, \delta) = & \left(e(\rho_0, 0) + \frac{1}{2} \rho_0^2 \alpha^2 \frac{\partial^2 e}{\partial \rho_v^2} \Big|_{\rho_0, 0} + \frac{1}{6} \rho_0^3 \alpha^3 \frac{\partial^3 e}{\partial \rho_v^3} \Big|_{\rho_0, 0} + \dots \right) \\
 & + \delta^2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 e}{\partial \delta^2} \Big|_{\rho_0, 0} + \frac{1}{2} \rho_0 \alpha \frac{\partial^3 e}{\partial \rho_v \partial \delta^2} \Big|_{\rho_0, 0} + \frac{1}{4} \rho_0^2 \alpha^2 \frac{\partial^4 e}{\partial \rho_v^2 \partial \delta^2} \Big|_{\rho_0, 0} + \dots \right) + \dots
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Essa expansão pode ainda ser reescrita em termos dos seguintes parâmetros

$$\begin{aligned}
 e(\rho_v, \delta) = & (a_v + \frac{1}{18} K_v \alpha^2 - \frac{1}{162} K' \alpha^3 + \dots) \\
 & + \delta^2 (a_I + \frac{1}{3} L \alpha + \frac{1}{18} K_{sym} \alpha^2 + \dots) + \dots,
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

onde esses parâmetros são importantes no estudo das propriedades da matéria nuclear, e

são definidos como,

$$a_v = e(\rho_0, 0) \quad \text{energia de volume,} \quad (2.18)$$

$$K_v = 9\rho_0^2 \left. \frac{\partial^2 e}{\partial \rho_v^2} \right|_{(\rho_0, 0)} \quad \text{incompressibilidade,} \quad (2.19)$$

$$K' = -27\rho_0^3 \left. \frac{\partial^3 e}{\partial \rho_v^3} \right|_{(\rho_0, 0)} \quad \text{coeficiente de } skewness, \quad (2.20)$$

$$a_I = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 e}{\partial \delta^2} \right|_{\rho_0, 0} \quad \text{energia de simetria,} \quad (2.21)$$

$$L = \frac{3}{2} \rho_0 \left. \frac{\partial^3 e}{\partial \rho_v \partial \delta^2} \right|_{\rho_0, 0} \quad \text{coeficiente simetria – densidade,} \quad (2.22)$$

$$K_{sym} = \frac{9}{2} \rho_0^2 \left. \frac{\partial^4 e}{\partial \rho_v^2 \partial \delta^2} \right|_{(\rho_0, 0)} \quad \text{incompressibilidade de simetria.} \quad (2.23)$$

Nesta expansão os coeficientes a_v e a_I , expressam respectivamente, a energia de ligação por nucleon no ponto de saturação e a energia de simetria, já vistas anteriormente. K_v é a incompressibilidade ou módulo de compressão nuclear, ela está associada à curvatura em torno do ponto de mínimo da energia de ligação e representa a reação do sistema mediante uma perturbação na sua densidade, ou seja, quando comprimido ou rarefeito. Quando seu valor é muito alto, isto indica que é necessário uma energia maior para deslocar a matéria do seu equilíbrio e ela tenderá a voltar para seu estado fundamental. Seu valor experimental é obtido por meio do estudo de ressonâncias gigantes monoplares, onde se obtém o valor de K_v entre 200 e 300 MeV (BLAIZOT, 1980). O termo K' , assim como, K_{sym} são parâmetros de anarmonicidade associados às propriedades da compressibilidade nuclear (BLAIZOT; GRAMMATICOS, 1981). O coeficiente de simetria-densidade L , expressa que a energia de simetria possui uma dependência de densidade em torno do ponto de mínimo.

Capítulo 3

O Modelo de Campo Médio Relativístico

O modelo de Campo Médio Relativístico (RMF) proposto por J. Dirk Walecka em 1974, conhecido como Hadrodinâmica Quântica (QHD), estuda a interação nucleon-nucleon em termos da troca de mésons (WALECKA, 1974; WALECKA; SEROT, 1986). Recentemente, esta formulação vem sendo bem sucedida na descrição de várias propriedades da estrutura nuclear, devido as simplificações introduzidas no tratamento do problema de muitos corpos. Com um número limitado de parâmetros, ela é capaz de fornecer uma descrição quantitativa das propriedades de núcleos esféricos e deformados ao longo da linha de estabilidade nuclear.

Neste capítulo, apresentaremos o modelo de Walecka e algumas de suas variantes, que serão utilizadas na descrição das propriedades da matéria nuclear.

3.1 O Modelo de Walecka

A formulação inicialmente desenvolvida por Walecka (1974) parte de uma densidade Lagrangiana local que envolve os campos dos nucleons ψ e os campos de dois mésons massivos: o méson escalar σ , que simula a atração entre dois nucleons à longas distâncias; e o méson vetorial ω , que representa a repulsão à curtas distâncias. Com apenas esses dois mésons é possível reproduzir a saturação da interação nuclear. Para se obter uma descrição mais completa da matéria nuclear, outros tipos de mésons foram incorporados ao modelo, como por exemplo, os mésons carregados π e ρ , para considerar o grau de liberdade de isospin¹, e fótons γ , para descrever a interação eletromagnética existente no

¹Como a interação forte é independente da carga dos nucleons, e sabemos que os prótons e nêutrons são praticamente idênticos, então o isospin é o número quântico que desempenha o papel de mostrar a diferença entre os nucleons.

interior do núcleo.

O modelo original de Walecka além de ter conseguido reproduzir a saturação da interação nuclear, reproduziu qualitativamente algumas propriedades de volume da matéria nuclear. Entretanto, valores quantitativos de alguns coeficientes, tais como, incompressibilidade e energia de simetria foram reproduzidos fora da faixa de valores aceitáveis, quando comparados com resultados semi-empíricos (MYERS; SWIATECKI, 1969, 1974). Isto levou Boguta e Bodmer (1977), a proporem um modelo não linear que incorpora termos cúbico e quártico de auto-interação no campo do méson escalar, introduzidos para reproduzirem propriedades de núcleos finitos associadas à superfície, deixando ainda a teoria renormalizável.

3.1.1 Descrição do Modelo não Linear de Walecka

Consideremos a seguinte Densidade Lagrangiana de um sistema de nucleons ψ interagindo através dos campos do méson escalar σ ($J = 0, T = 0$), que representa a parte atrativa da interação; e dos mésons vetorial ω^μ ($J = 1, T = 0$) e isovetorial $\vec{\rho}^\mu$ ($J = 1, T = 1$) que descrevem a parte repulsiva de curto alcance,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi} \{i\gamma_\mu \partial^\mu - M\} \Psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) - g_\sigma \bar{\Psi} \sigma \Psi \\ & - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \omega^\mu \Psi \\ & - \frac{1}{4} \vec{R}^{\mu\nu} \vec{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu - g_\rho \bar{\Psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu \Psi, \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde Ψ representa o campo de nucleons e γ_μ são as matrizes usuais de Dirac (veja o apêndice A). As constantes M , m_σ , m_ω e m_ρ são as massas do nucleon e dos mésons σ , ω e ρ , respectivamente, e têm a dimensão de MeV , enquanto, g_σ , g_ω e g_ρ são constantes de acoplamento adimensionais, $\vec{\tau}$ é a matriz de isospin e $\vec{\rho}^\mu$ além de ser um quadrivetor no espaço-tempo é um vetor no espaço de isospin, isto é, ρ é um tripleto de quadrivetores $\vec{\rho}^\mu = (\rho_1^\mu, \rho_2^\mu, \rho_3^\mu)$. As intensidades dos campos tensoriais para os mésons vetoriais são dadas por

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \quad (3.2)$$

$$\vec{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu \vec{\rho}^\nu - \partial^\nu \vec{\rho}^\mu - g_\rho (\vec{\rho}^\mu \times \vec{\rho}^\nu). \quad (3.3)$$

O termo $U(\sigma)$ que aparece na Eq.(3.1), definido por:

$$U(\sigma) = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{3}g_2\sigma^3 + \frac{1}{4}g_3\sigma^4, \quad (3.4)$$

representa o potencial escalar não linear e inclui os termos massivo e não lineares no campo σ , associados às constantes g_2 e g_3 .

Na densidade Lagrangiana, Eq.(3.1), são incluídos os termos cinéticos e de massa dos mésons e nucleons, os de acoplamentos mésons-nucleons, e os não lineares até a quarta ordem no campo σ para levar em conta a auto-interação do méson escalar (BOGUTA; BODMER, 1977). Sua construção é feita levando-se em conta os graus de liberdade dos nucleons e mésons, respeitando as características de simetria, invariância de Lorentz, spin e paridade.

A partir da equação de Euler-Lagrange, pode-se determinar as equações de movimento dos campos σ , ω , ρ e Ψ

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial q_i/\partial x^\mu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0. \quad (3.5)$$

onde as coordenadas generalizadas do sistema (q_i) são os campos σ , ω_μ , $\vec{\rho}_\mu$ e Ψ , respectivamente. As equações de movimento são (o cálculo detalhado dessas equações encontra-se no apêndice B),

$$[\gamma_\mu(-i\partial^\mu + g_\omega\omega^\mu + g_\rho\vec{\tau}\vec{\rho}^\mu) + (M + g_\sigma\sigma)]\Psi = 0, \quad (3.6)$$

$$\partial_\mu\partial^\mu\sigma + U'(\sigma) = -g_\sigma\bar{\Psi}\Psi, \quad (3.7)$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega^\nu = g_\omega\bar{\Psi}\gamma^\nu\Psi, \quad (3.8)$$

$$\partial_\mu\vec{R}^{\mu\nu} + m_\rho^2\vec{\rho}^\nu = g_\rho\bar{\Psi}\gamma^\nu\vec{\tau}\Psi, \quad (3.9)$$

onde $U'(\sigma)$ representa a derivada do potencial em relação a σ , ou seja,

$$U'(\sigma) = \frac{\partial U(\sigma)}{\partial \sigma}. \quad (3.10)$$

A Eq.(3.6) é a equação de Dirac para os nucleons acoplados de forma mínima aos campos escalar e vetoriais. Esses campos contribuem de tal forma que os vetoriais causam alteração no quadrimomento do nucleon, enquanto o campo escalar altera a massa do nucleon. A Eq.(3.7) é a equação de Klein-Gordon, tendo como fonte a densidade escalar $\bar{\Psi}\Psi$, onde, a notação $\bar{\Psi}$ representa o operador adjunto de Dirac correspondente ao campo

Ψ , ou seja, $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0$.

As Eqs.(3.8) e (3.9) fornecem a dinâmica para os mésons vetorial ω e isovetorial ρ , através de uma equação de Proca, com uma corrente vetorial e uma corrente isovetorial nos termos de fonte, dadas respectivamente por $J^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi$ e $\vec{J}^\nu = \bar{\Psi} \gamma^\nu \vec{\tau} \Psi$. Essas quantidades obedecem à equação da continuidade, o que mostra que são grandezas conservadas.

Podemos ver que, as equações (3.7)-(3.9) são não lineares acopladas e de difícil solução, em virtude disto, para resolvê-las usaremos a aproximação de campo médio descrita na subseção 3.1.3.

3.1.2 Tensor Energia-Momentum

Para obter as equações de estado, partiremos do tensor energia-momentum, definido como,

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu q_i)} \partial_\nu q_i. \quad (3.11)$$

Esse tensor surge a partir do princípio variacional, na teoria quântica de campos, como uma quantidade conservada no tempo. Na Eq.(3.11) $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico e o índice i repetido, representa a soma sobre todas as coordenadas generalizadas.

Substituindo as coordenadas generalizadas pelos campos σ , ω^α , $\vec{\rho}^\alpha$ e Ψ respectivamente, na Eq.(3.11), obtemos

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} = & -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \sigma)} \partial_\nu \sigma + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \omega^\alpha)} \partial_\nu \omega^\alpha \\ & + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \vec{\rho}^\alpha)} \partial_\nu \vec{\rho}^\alpha + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \Psi)} \partial_\nu \Psi. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Portanto, inserindo a expressão da densidade Lagrangiana Eq.(3.1) na equação (3.12), e fazendo uso da equação de Dirac Eq.(3.6), reescrevemos o tensor energia-momentum em termos dos campos de nucleons e mésons, como

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} = & g_{\mu\nu} \left\{ -\frac{1}{2} \partial^\alpha \sigma \partial_\alpha \sigma + U(\sigma) + \frac{1}{4} F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\alpha \omega^\alpha \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \vec{R}^{\alpha\beta} \vec{R}_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\alpha \vec{\rho}^\alpha \right\} + \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma + F_{\alpha\mu} \partial_\nu \omega^\alpha \\ & + \vec{R}_{\alpha\mu} \partial_\nu \vec{\rho}^\alpha + i \bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\nu \Psi. \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.1.3 Método para Resolver as Equações de Movimento

As equações de movimento dos campos envolvidos Eqs.(3.7)-(3.9), são não lineares e acopladas, o que as torna de difícil solução, sem o uso de aproximações torna-se inviável resolvê-las analiticamente. Uma situação possível é tratar o problema usando a aproximação de campo médio. Esta aproximação consiste em trocar os campos dos mésons por seus valores esperados, ou seja,

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle, \quad (3.14)$$

$$\omega^\mu \rightarrow \langle \omega^\mu \rangle, \quad (3.15)$$

$$\vec{\rho}^\mu \rightarrow \langle \vec{\rho}^\mu \rangle. \quad (3.16)$$

Este método torna-se cada vez mais eficiente, a medida que os termos de fonte dessas equações se tornam cada vez maiores. Neste caso, para um sistema uniforme e isotrópico, como a matéria nuclear, todos os valores médios das componentes espaciais dos campos vetoriais anulam-se, e devido a invariância por rotação em relação ao eixo z no espaço de isospin, teremos também $\langle \tau_1 \rangle = \langle \tau_2 \rangle = 0$. Desta forma, o estado de isospin do sistema será descrito apenas pela terceira componente temporal $\rho^0 = \langle \rho_3^0 \rangle$ associada ao número quântico τ_3 .

Para um sistema estático, os campos mesônicos tornam-se independentes do tempo ($\partial_0 \sigma = 0$, $\partial_0 \omega_\mu = 0$ e $\partial_0 \vec{\rho}_\mu = 0$) e suas equações assumem a forma

$$-\Delta \sigma + U'(\sigma) = -g_\sigma \rho_s, \quad (3.17)$$

$$(-\Delta + m_\omega^2) \omega^0 = g_\omega \rho_v, \quad (3.18)$$

$$(-\Delta + m_\rho^2) \rho^0 = g_\rho \rho_3, \quad (3.19)$$

onde

$$\rho_s = \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle, \quad (3.20)$$

$$\rho_v = \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle, \quad (3.21)$$

$$\rho_3 = \langle \Psi^\dagger \tau_3 \Psi \rangle, \quad (3.22)$$

são as densidades escalar, vetorial (ou de nucleons) e isovetorial, respectivamente.

Já o campo dos nucleons restringe-se a estados estacionários, e sendo assim, a dependência temporal das funções de onda dos nucleons se reduz a uma fase $\exp(i\epsilon_i t)$, onde ϵ_i são os autovalores de energia. Deste modo, usando a relação,

$$\gamma_\mu \partial^\mu = \gamma_0 \partial^0 + \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}, \quad (3.23)$$

a equação de movimento dos nucleons Eq.(3.6) torna-se

$$[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 M^* + g_\omega \omega^0 + g_\rho \tau_3 \rho^0] \psi_i = \epsilon_i \psi_i \quad (3.24)$$

onde $\vec{\alpha} \equiv \gamma_0 \vec{\gamma}$ são matrizes de Dirac em notação vetorial (veja o apêndice A), e

$$M^* = M + g_\sigma \sigma \quad (3.25)$$

é a massa efetiva do nucleon no meio nuclear.

Além disso, para restringirmos a estados ocupados apenas por partículas, usamos outra aproximação denominada “*no sea*”, a qual despreza todos os estados de antipartículas presentes no mar de Dirac. Isto significa dizer que, estamos desprezando os efeitos de polarização do vácuo (HOROWITZ; SEROT, 1984; ZHU; MANG; RING, 1991), e levando em conta apenas as contribuições dos A nucleons presentes no sistema. Nesta aproximação, as densidades escalares e vetoriais são dadas por,

$$\rho_s = \langle \bar{\psi}_j \psi_j \rangle = \sum_{j=1}^A \bar{\psi}_j \psi_j, \quad (3.26)$$

$$\rho_v = \langle \bar{\psi}_j \gamma^0 \psi_j \rangle = \sum_{j=1}^A \psi_j^\dagger \psi_j, \quad (3.27)$$

$$\rho_3 = \langle \bar{\psi}_j \gamma^0 \tau_3 \psi_j \rangle = \sum_{j=1}^A \psi_j^\dagger \tau_3 \psi_j. \quad (3.28)$$

As somas acima correm sobre todos os estados de partícula ocupados no mar de Fermi.

UFPA - UTECA

Capítulo 4

Aplicação do Modelo RMF à Matéria Nuclear

Matéria nuclear é um sistema estático que apresenta uma distribuição uniforme de nucleons por todo o espaço, essa uniformidade indica que os campos mesônicos possuem independência espacial. Sendo assim, para esse sistema estático, uniforme e isotrópico, as quantidades σ , ω^0 e ρ^0 serão constantes independentes de x_μ , e suas equações de movimento tornam-se,

$$\sigma = -\frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s - \frac{g_2}{m_\sigma^2} \sigma^2 - \frac{g_3}{m_\sigma^2} \sigma^3, \quad (4.1)$$

$$\omega^0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho_v, \quad (4.2)$$

$$\rho^0 = \frac{g_\rho}{m_\rho^2} \rho_3. \quad (4.3)$$

Podemos observar que os campos dos mésons σ , ω^0 e ρ^0 se relacionam diretamente com suas respectivas densidades.

O campo de nucleons Ψ é encontrado resolvendo a equação de Dirac Eq.(3.24), obtendo-se ondas planas do tipo

$$\psi = U(k, s, \tau_3) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - iet}, \quad (4.4)$$

onde k é o momento, s o número quântico de spin e τ_3 o de isospin. O spinor $U(k, s, \tau_3)$ é dado por

$$U(k, s, \tau_3) = \left(\frac{E^* + M^*}{2E^*} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}}{E^* + M^*} \end{pmatrix} \chi_s \zeta_{\tau_3}, \quad (4.5)$$

onde E^* é definido por

$$E^* = \pm(k^2 + M^{*2})^{1/2}. \quad (4.6)$$

As quantidades χ e ζ são spinores de Pauli que descrevem as propriedades de spin e isospin dos nucleons e as componentes de σ são as matrizes usuais de Pauli (v. apêndice A). Os autovalores de energia ϵ são dados por

$$\epsilon_{\pm} = g_{\omega}\omega^0 + g_{\rho}\tau_3\rho^0 \pm (k^2 + M^{*2})^{1/2}. \quad (4.7)$$

4.0.4 Equações de Estado

O estado fundamental da matéria nuclear (temperatura, $T = 0$) é obtido distribuindo os A nucleons, obedecendo ao princípio de exclusão de Pauli, desde os estados de energia mais baixa até o nível de Fermi. Desta forma, estamos levando em conta apenas as partículas de energia positiva, com estados de momento k , spin e isospin, presentes no mar de Fermi. Diante disso, a densidade de nucleons ρ_v e a densidade isovetorial ρ_3 , no estado fundamental, tornam-se

$$\begin{aligned} \rho_v &= \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_i \int_0^{k_{F,i}} d^3k \\ &= \frac{\gamma}{(6\pi^2)} (k_{F,p}^3 + k_{F,n}^3) \\ &= \rho_p + \rho_n, \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \rho_3 &= \frac{\gamma}{(6\pi^2)} (k_{F,p}^3 - k_{F,n}^3) \\ &= \rho_p - \rho_n, \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde k_F representa o momento de Fermi para prótons e nêutrons, indicados pelos índices p, n , respectivamente, e γ é um fator introduzido para representar a multiplicidade de spin-isospin. Para cada valor de k podemos ter γ partículas, que depende do tipo de matéria que estamos tratando. Para matéria nuclear, assume-se $\gamma = 4$, enquanto, para matéria de nêutrons, $\gamma = 2$.

Considerando a aproximação de campo médio discutida na subseção 3.1.3, a expressão do tensor energia-momentum, Eq.(3.13), torna-se,

$$T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}[U(\sigma) - \frac{1}{2}m_{\omega}^2(\omega^0)^2 - \frac{1}{2}m_{\rho}^2(\rho^0)^2] + i\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\partial_{\nu}\Psi, \quad (4.10)$$

cujas componentes diagonais são,

$$T_{00} = U(\sigma) - \frac{1}{2}m_{\omega}^2(\omega^0)^2 - \frac{1}{2}m_{\rho}^2(\rho^0)^2 + i\bar{\Psi}\gamma_0\partial_0\Psi \quad (4.11)$$

$$T_{ii} = -U(\sigma) + \frac{1}{2}m_{\omega}^2(\omega^0)^2 + \frac{1}{2}m_{\rho}^2(\rho^0)^2 + i\bar{\Psi}\gamma_i\partial_i\Psi. \quad (4.12)$$

Usando a Eq.(3.24) reescrevemos as componentes diagonais da seguinte forma,

$$T_{00} = \Psi^\dagger [-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 M^* + g_\omega \omega^0 + g_\rho \tau_3 \rho^0] \Psi + U(\sigma) - \frac{1}{2} m_\omega^2 (\omega^0)^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 (\rho^0)^2, \quad (4.13)$$

$$T_{ii} = \Psi^\dagger [-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}] \Psi - U(\sigma) + \frac{1}{2} m_\omega^2 (\omega^0)^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 (\rho^0)^2. \quad (4.14)$$

O valor esperado do tensor energia-momentum para um sistema estático e uniforme assume a seguinte forma (WEINBERG, 1972)

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\mathcal{E} + P) u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu}, \quad (4.15)$$

onde \mathcal{E} é a densidade de energia, P a pressão e u_μ o quadrivetor velocidade que descreve o movimento do fluido. Para um fluido em repouso a quadrivelocidade é descrita por $u_\mu = (1, \mathbf{0})$ e $u^2 = 1$. Desta forma, determinamos a densidade de energia \mathcal{E} e a pressão P para a matéria nuclear, através do valor médio das componentes diagonais do tensor energia-momentum dadas pelas equações (4.13) e (4.14)

$$\mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle, \quad (4.16)$$

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle. \quad (4.17)$$

Portanto, inserindo as equações (4.13) e (4.14) nas equações (4.16) e (4.17), respectivamente, e em seguida substituindo os campos mesônicos ω^0 e ρ^0 dados pelas Eqs.(4.2) e (4.3), obtemos as equações de estado para a matéria nuclear (SILVA, 1997),

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_v^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} \rho_3^2 + U(\sigma) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_{i=n,p} \int_0^{k_{F,i}} d^3k (k^2 + M^{*2})^{1/2}, \quad (4.18)$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_v^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} \rho_3^2 - U(\sigma) + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_{i=n,p} \int_0^{k_{F,i}} d^3k \frac{k^2}{(k^2 + M^{*2})^{1/2}}. \quad (4.19)$$

Podemos usar o argumento termodinâmico de que um sistema isolado com o número nucleons A e o volume V fixos, irá ter energia mínima, desta forma, minimizamos a

expressão da densidade de energia Eq.(4.18) em relação a massa efetiva M^* , e a seguinte expressão é obtida,

$$M^* = M - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_{i=n,p} \int_0^{k_{F,i}} d^3k \frac{M^*}{(k^2 + M^{*2})^{\frac{1}{2}}} - \frac{g_2 \sigma^2}{m_\sigma^2} - \frac{g_3 \sigma^3}{m_\sigma^2}. \quad (4.20)$$

Para encontrar as propriedades da matéria nuclear através do modelo RMF, resolvemos analiticamente as integrais das equações (4.18), (4.19) e (4.20). Em seguida, usando a Eq.(4.9) e as definições de ρ_v e δ escrevemos ρ_3 como

$$\rho_3 = \rho_v \delta. \quad (4.21)$$

A partir daí, substituímos esses resultados juntamente com o potencial $U(\sigma)$ da Eq.(3.4) nas expressões das equações de estado \mathcal{E} e P , o que resulta nas expressões,

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_v^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} (\rho_v \delta)^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \\ & + \frac{\gamma}{16\pi^2} \sum_{i=n,p} M^{*4} \left\{ \frac{k_{F,i}}{M^*} [1 + (\frac{k_{F,i}}{M^*})^2]^{1/2} [2(\frac{k_{F,i}}{M^*})^2 + 1] \right. \\ & \left. - \ln \left\{ \frac{k_{F,i}}{M^*} + [1 + (\frac{k_{F,i}}{M^*})^2]^{1/2} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{2} \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_v^2 + \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} (\rho_v \delta)^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \\ & + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{16\pi^2} \sum_{i=n,p} M^{*4} \left\{ \frac{k_{F,i}}{M^*} [1 + (\frac{k_{F,i}}{M^*})^2]^{1/2} [2(\frac{k_{F,i}}{M^*})^2 - 3] \right. \\ & \left. - 3 \ln \left\{ \frac{k_{F,i}}{M^*} + [1 + (\frac{k_{F,i}}{M^*})^2]^{1/2} \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Os momentos de fermi para nêutrons $k_{F,n}$ e prótons $k_{F,p}$ são relacionados com a densidade de nucleons ρ_v e a assimetria δ , através das Eqs.(4.8), (4.9) e (4.21),

$$k_{F,n} = \left[\frac{3\pi^2}{\gamma} \rho_v (1 - \delta) \right]^{1/3}, \quad (4.24)$$

$$k_{F,p} = \left[\frac{3\pi^2}{\gamma} \rho_v (1 + \delta) \right]^{1/3}. \quad (4.25)$$

Inserindo o resultado da integral que aparece na equação da massa efetiva, Eq.(4.20),

obtemos,

$$\begin{aligned}
 M^* = M - \frac{g_2 \sigma^2}{m_\sigma^2} - \frac{g_3 \sigma^3}{m_\sigma^2} \\
 - \frac{\gamma}{4\pi^2} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \sum_{i=n,p} M^{*3} \left\{ \frac{k_{F,i}}{M^*} [1 + (\frac{k_{F,i}}{M^*})^2]^{1/2} \right. \\
 \left. - \ln \left\{ \frac{k_{F,i}}{M^*} + [1 + (\frac{k_{F,i}}{M^*})^2]^{1/2} \right\} \right\}. \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

Esta equação deve ser resolvida autoconsistentemente, já que a mesma não possui solução analítica devido ao fato da massa efetiva M^* aparecer em ambos os membros da Eq.(4.26).

Capítulo 5

Resultados e Discussões

As diversas parametrizações do modelo relativístico de campo médio, propostas na literatura, foram aplicadas para estudarmos as propriedades da matéria nuclear. Para isto, escolhemos duas parametrizações lineares: a *SW* de Walecka e Serot (1986) e a *HS* de Horowitz e Serot (1981); e cinco parametrizações não lineares: *NL1*, *NL2*, *NLSH*, *NL3* e *NL3 – II*. A parametrização *SW* considera apenas os mésons σ e ω , a *HS* inclui também o méson ρ para descrever a energia de simetria de isospin, e as demais parametrizações além de considerar esses três mésons incluem termos de auto-interação no campo σ . Os valores fornecidos por esses modelos para os parâmetros das interações são apresentados na tabela [5.1].

Tabela 5.1: Parâmetros das interações usadas no presente trabalho.

Parâmetros	<i>SW</i> (1986)	<i>HS</i>	<i>NL1</i>	<i>NL2</i>	<i>NLSH</i>	<i>NL3</i>	<i>NL3 – II</i>
M	939	938	938	938	939	939	939
m_σ	520	520	492,25	504,89	526,059	508,1940	507,680
m_ω	783	783	795,359	780	783	782,501	781,869
m_ρ	-	770	763	763	763	763	763
g_σ	9,0505	10,47	10,1377	9,11122	10,444	10,217	10,202
g_ω	11,6711	13,80	13,2846	11,4928	12,945	12,868	12,854
g_ρ	-	4,035	4,9757	5,3866	4,383	4,4740	4,480
g_2	-	-	-12,1724	-2,30404	-6,9099	-10,431	-10,391
g_3	-	-	-36,2646	13,7844	-15,8337	-28,885	-28,939

As massas tem dimensão de MeV, o parâmetro g_2 de fm^{-1} e os demais são adimensionais.

Para fazer uma análise quantitativa e qualitativa das características da matéria nuclear, para as diferentes parametrizações, utilizamos um programa escrito em linguagem FORTRAN. Com este programa foi possível calcular numericamente os parâmetros característicos da matéria nuclear, apresentados no capítulo 2, e construir gráficos de su-

perfícies das equações de estado em função da densidade e da assimetria, com o intuito de visualizar o comportamento desse sistema à temperatura nula.

Portanto, para resolver numericamente as equações de movimento e de estado da matéria nuclear, fazemos o seguinte, para cada par de valores fixos de ρ_v e δ , calculamos imediatamente os campos mesônicos, ω_0 e ρ^0 . O campo escalar σ é calculado autoconsistentemente da expressão para a massa efetiva Eq.(4.20). De posse desses valores obtemos os valores para a densidade de energia e pressão.

Para compreender o efeito da interação atrativa devido ao campo escalar σ , esboçamos na Fig.[5.1(a)] o gráfico da massa efetiva *versus* a densidade para o modelo NL3, onde podemos observar que a massa do nucleon decresce com o aumento da densidade dentro da matéria nuclear. Na Fig.[5.1(b)], plotamos o gráfico da massa efetiva para todos os modelos estudados, onde observamos que os modelos apresentam comportamentos bem semelhantes. Portanto, a medida que o campo escalar torna-se muito intenso, a massa efetiva decai assumindo valores cada vez menores. Na tabela [5.2], apresentamos os valores de m^* no ponto de saturação da matéria nuclear para todos os modelos estudados, onde observamos que todos apresentam valores abaixo dos obtidos experimentalmente, estimados entre 0,7 – 0,8 (GLENDEENING, 1988).

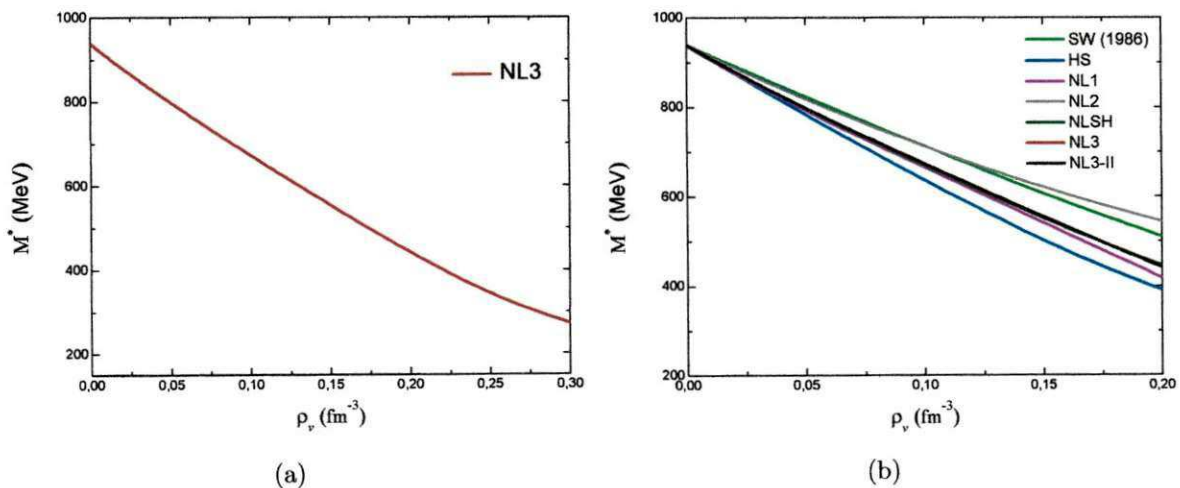


Figura 5.1: (a) M^* em função da densidade para a matéria nuclear, usando a parametrização NL3.(b) M^* em função da densidade para todos os modelos estudados.

Em seguida, para averiguar a confiabilidade de cada um dos modelos ou parametrizações estudadas e verificar se conseguem reproduzir a saturação da matéria nuclear, analisamos o estado fundamental do sistema para cada um dos modelos. Esse estado é encontrado minimizando a equação de estado com respeito a densidade ρ_v em torno do

ponto ($\rho_v = \rho_0, \delta = 0$), ou seja,

$$\left. \frac{\partial(E/A)}{\partial\rho_v} \right|_{\rho_0,0} = 0. \quad (5.1)$$

Nesse ponto, a pressão do sistema é nula e as quantidades, como densidade de saturação e energia de ligação apresentam valores em torno de:

$$\rho_0 = 0,15 \text{ fm}^{-3} \quad \text{e} \quad \frac{E}{A} = \frac{\mathcal{E}}{\rho} - M = -16 \text{ MeV}. \quad (5.2)$$

Este é a primeira condição que todos os modelos devem satisfazer para podermos seguir adiante na busca de uma equação de estado que consiga descrever melhor as propriedades da matéria nuclear.

Na Figura [5.2], apresentamos o gráfico de superfície da parametrização *NL3*, escolhido para esboçar o comportamento da matéria nuclear em torno do ponto de mínimo do sistema. Para melhor visualizar essa superfície de energia, construímos cada curva separadamente, isto é, a curva da energia de ligação por nucleon em função da densidade no ponto de assimetria nula ($\delta = 0$), Fig.[5.3(a)], e a curva da energia de ligação por nucleon em função da assimetria δ na densidade de saturação $\rho_v = \rho_0$, Fig.[5.3(b)].

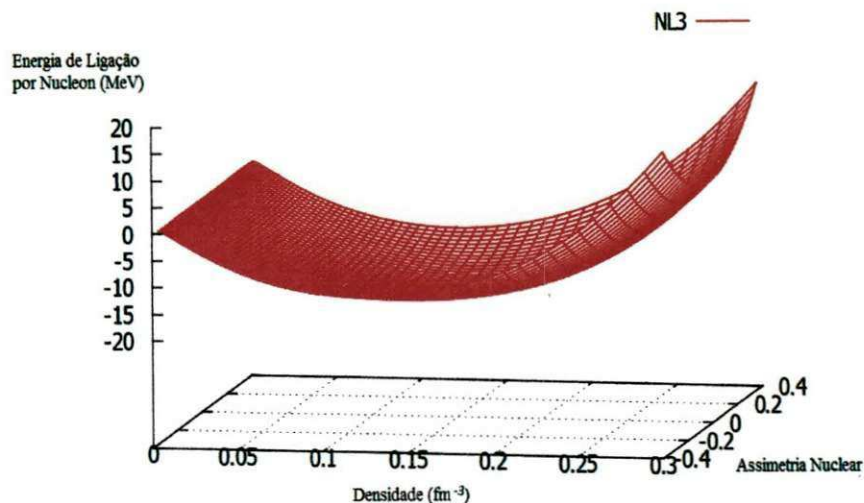


Figura 5.2: Superfície da energia de ligação por nucleon em função da densidade e da assimetria para a parametrização *NL3*.

Estes gráficos são importantes para estudarmos as características da matéria nu-

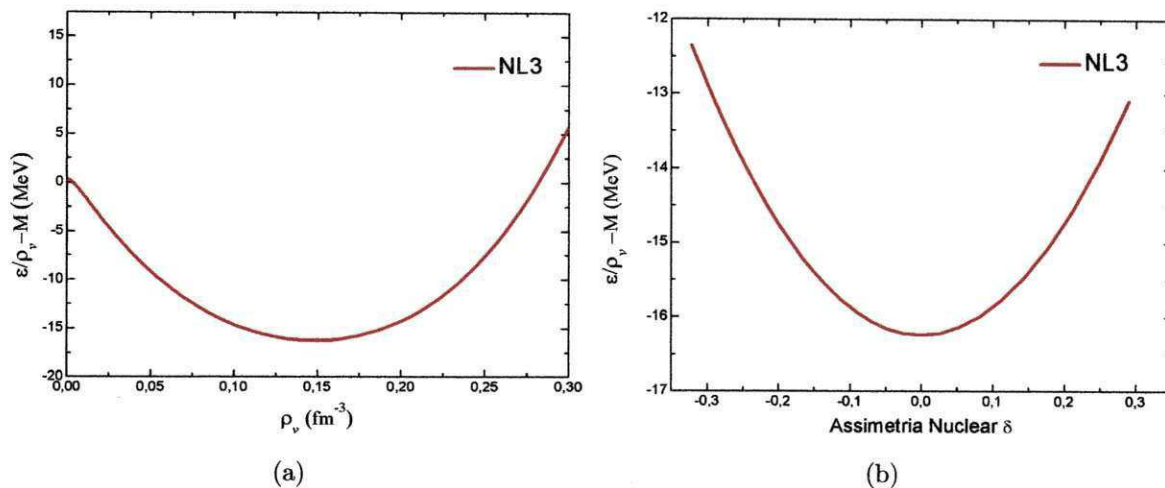


Figura 5.3: (a) Energia de ligação por nucleon em função da densidade para a matéria nuclear simétrica ($\delta = 0$). (b) Energia de ligação por nucleon em função da assimetria para $\rho_v = \rho_0$.

clear em torno do mínimo ($\rho_v = \rho_0, \delta = 0$), onde todos os modelos analisados devem apresentar o comportamento descrito por essas curvas, para ser considerado um bom candidato na descrição das propriedades da matéria nuclear.

Se todos os modelos estudados apresentarem esse comportamento, então, poderemos passar a analisar outras propriedades que são características da matéria nuclear. Sendo assim, plotamos o gráfico das curvas de energia de ligação em função da densidade e da assimetria, separadamente, para cada uma das parametrizações citadas anteriormente, isto pode ser visto nas Figs.[5.4(a) e 5.4(b)].

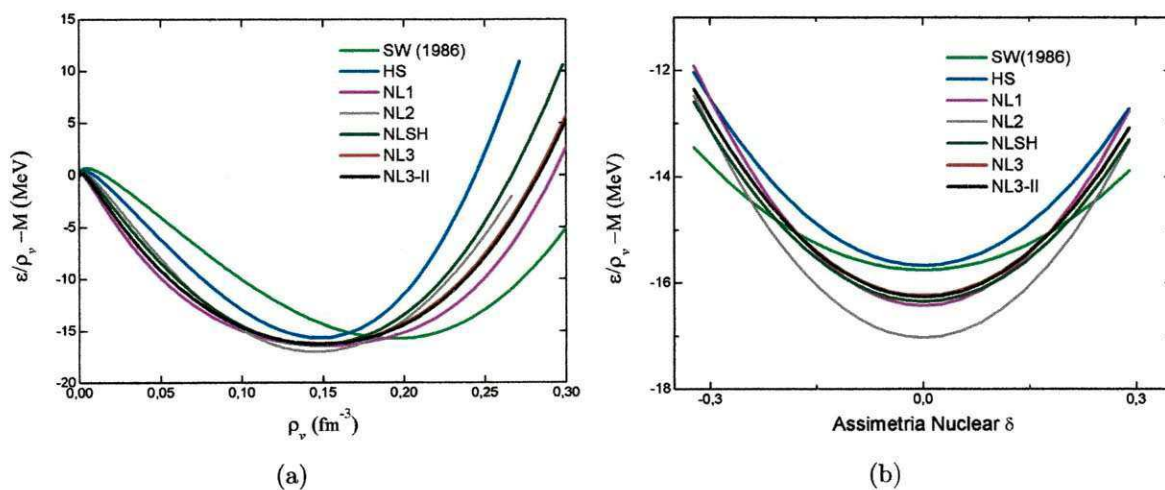


Figura 5.4: (a) Energia de ligação por nucleon para a matéria nuclear simétrica, $\delta = 0$, em função da densidade. (b) Energia de ligação por nucleon para a matéria nuclear em função da assimetria no ponto de saturação $\rho_v = \rho_0$.

Analisando as curvas da Fig.[5.4(a)], podemos observar que todas as parametrizações conseguem descrever a saturação para a matéria nuclear, o que corresponde ao mínimo das curvas de energia, fornecendo valores próximos aos mostrados na Eq.(5.2).

Satisfeita essa condição, passamos a analisar a curvatura dos gráficos das Figs.[5.4(a) e 5.4(b)] em torno do ponto de mínimo. A curvatura do sistema apresentado na Fig.[5.4(a)], está relacionado a derivada segunda da densidade de energia em relação a densidade da matéria, com assimetria nula ($\delta = 0$), isto por sua vez se relaciona com o coeficiente de incompressibilidade do sistema, K_v , em torno do ponto de mínimo, Eq.(2.19). Este coeficiente mede a resistência do sistema à variações de densidades. Assim, quanto mais acentuada a curvatura do gráfico da energia de ligação por nucleon, maior o valor desse coeficiente, portanto mais incompressível será o sistema. Neste caso, diz-se que a parametrização ou o modelo fornece uma equação de estado dura, indicando que o sistema é altamente incompressível.

Ainda analisando as curvas da Fig.[5.4(a)], percebemos que as parametrizações lineares SW e HS apresentam uma curvatura mais acentuada, o que corresponde a uma incompressibilidade muito alta. Mesmo com a inclusão do méson ρ na parametrização HS , o comportamento da curva em torno do mínimo não é alterado, resultando apenas no deslocamento do ponto de saturação para um valor menor de ρ_0 , mantendo ainda a equação dura, com uma incompressibilidade alta. Já as parametrizações $NL1$, $NL2$, $NLSH$, $NL3$ e $NL3 - II$ apresentam curvas mais abertas, fornecendo um sistema mais compressível com uma equação de estado mais mole, resultando em uma incompressibilidade mais próxima do valor experimental. Este fato já era esperado, em virtude da introdução dos termos não lineares no potencial escalar do campo do méson σ , Eq.(3.4).

Por outro lado, o comportamento do sistema apresentado na Fig.[5.4(b)], está relacionado a derivada segunda da densidade de energia em relação a assimetria δ , no ponto de saturação. Isso é refletido no coeficiente de simetria (a_I) do sistema, Eq.(2.21), que indica o quanto o sistema pode se tornar menos ligado quando há um desbalanceamento entre o número de prótons e de nêutrons. O estado de menor energia do sistema acontece quando a diferença entre o número de prótons e de nêutrons diminui, ou seja, quando $\delta = 0$. Isto indica que o sistema tem preferência por um sistema simétrico. Assim, nas curvas da Fig.[5.4(b)] os mínimos, em todas as parametrizações, são dados em torno de $\delta = 0$, o que justifica a preferência do sistema pela simetria. Recordemos que essa assimetria está

relacionada à presença do méson $\vec{\rho}$.

Continuando a análise dos gráficos da Fig.[5.4(b)], observa-se que a parametrização linear SW apresenta a curva mais aberta de todas, oferecendo uma menor resistência a uma configuração assimétrica, o que representa sistemas menos ligados. Já as parametrizações não lineares $NL1$ e $NL2$ apresentam curvas bastante acentuadas, sinalizando valores altos para o coeficiente de simetria, a_I , enquanto, a curva fornecida pela parametrização HS possui um comportamento menos acentuado que o obtido com as parametrizações não lineares. Por outro lado, dentre os modelos lineares e não lineares citados acima as parametrizações $NLSH$, $NL3$ e $NL3 - II$ são as que apresentam comportamentos menos acentuados. Como poderemos constatar mais adiante, são essas parametrizações que fornecem valores de energia de simetria mais aceitáveis, mas ainda um pouco acima do valor semi-empírico fornecido pela fórmula de massa de Myers e Swiatecki (1969, 1974).

Na tabela [5.2] são apresentados os valores calculados numericamente para a energia de ligação por nucleon E/A , incompressibilidade K_v , energia de simetria a_I , e os coeficientes de ordem mais alta L , K' , K_{sym} , para todas as parametrizações estudadas. Para podermos comparar quais dessas parametrizações descrevem melhor as propriedades da matéria nuclear, incluímos também nessa tabela, os valores semi-empíricos desses coeficientes fornecidos pela fórmula semi-empírica de massa $FRDM$ de Moller et al. (1995).

Comparando os resultados da Tabela [5.2], todas as parametrizações estudadas reproduzem a energia de ligação na densidade de saturação ρ_0 , fornecendo valores que estão próximos dos indicados pela $FRDM$, sendo a parametrização de SW a que fornece um valor mais alto para ρ_0 . Estes resultados são razoáveis já que as constantes de acoplamentos das interações são ajustadas de forma a reproduzir a energia de ligação por nucleon e a densidade de saturação da matéria nuclear. Quanto a incompressibilidade K_v , as interações lineares SW e HS apresentam valores bastante elevados, enquanto as não lineares oferecem valores mais próximos do experimental, dentre estes os melhores resultados estão nas parametrizações $NL1$, $NL3$ e $NL3 - II$.

Com relação ao coeficiente de simetria a_I , a interação linear de SW possui um valor muito baixo, em relação ao valor semi-empírico, enquanto a parametrização HS apresenta o melhor valor para este coeficiente. Dentre as interações não lineares, os resultados de $NL1$ e $NL2$ são muito altos, e as demais $NLSH$, $NL3$, e $NL3 - II$ apresentam resultados

Tabela 5.2: Constantes características da matéria nuclear obtidas para as diferentes parametrizações RMF consideradas no presente trabalho. Os valores da energia de ligação por nucleon, incompressibilidade, energia de simetria, e os demais coeficientes de ordem mais alta, L , K' , K_{sym} , respectivamente, estão em MeV . Enquanto, a densidade de saturação ρ_0 é dada em fm^{-3} e $m^* = M^*/M$, é um parâmetro adimensional.

Interação	a_v	ρ_0	K_v	a_I	L	K'	K_{sym}	m^*
<i>SW</i>	-15,750	0,194	545,62	22,11	74,42	-1877,91	74,78	0,556
<i>HS</i>	-15,730	0,148	546,30	34,89	115,4	-2149,9	93,1	0,541
<i>NL1</i>	-16,423	0,152	211,10	43,46	140,11	32,56	142,50	0,573
<i>NL2</i>	-17,029	0,146	399,37	43,86	129,65	-68,43	20,06	0,669
<i>NLSH</i>	-16,346	0,146	355,34	36,12	113,64	-601,70	79,59	0,597
<i>NL3</i>	-16,240	0,148	271,54	37,40	118,54	-202,96	100,71	0,595
<i>NL3 – II</i>	-16,260	0,149	271,73	37,70	119,72	-222,77	103,26	0,593
<i>FRDM</i>	-16,247	0,1529	240	32,73	0,0 (100)	-	-	-

melhores.

Observamos que os valores de L estão em média próximos a $100 MeV$, o que está de acordo com o valor publicado no trabalho de Myers e Swiatecki (1974). Já os valores dos parâmetros K' e K_{sym} são bastante variados em todas as parametrizações, como pode ser visto na Tabela [5.2]. Esses coeficientes não poderão ser usados para decidir dentre as parametrizações, as que melhor descrevem as propriedades médias nucleares, já que a fórmula semi-empírica não dispõe de valores para estes parâmetros.

Capítulo 6

Conclusão

Neste trabalho estudamos a matéria nuclear à luz da teoria relativística de campo médio com objetivo de obter equações de estado capazes de descrever bem as propriedades características desse sistema, quando comparadas com os resultados semi-empíricos obtidos por fórmulas semi-empíricas de massa, disponíveis na literatura.

As interações nucleares entre nucleons e mésons foram descritas através de acoplamentos em termos dos vértices da teoria, garantindo assim, a invariância da Lagrangiana, a covariância das equações de movimento e a consistência termodinâmica das equações de estado. As soluções das equações foram encontradas usando o método de campo médio relativístico aplicado a matéria nuclear simétrica e assimétrica.

Vimos que as equações de estado da matéria nuclear assimétrica, expressas pelas densidade de energia e de pressão foram encontradas, através destas pode-se calcular a energia de ligação por nucleon e a massa efetiva do nucleon no meio para cada modelo estudado. Em seguida, expandimos a energia de ligação por nucleon em termos dos parâmetros adimensionais, α , que caracteriza o desvio da densidade em relação a densidade de saturação, ρ_0 , e da assimetria δ com o intuito de encontrar os coeficientes característicos da matéria nuclear, como energia de volume, energia de simetria, incompressibilidade, e demais coeficientes de ordem mais alta, que são fundamentais na análise das diversas parametrizações estudadas.

Na análise desses coeficientes, verificamos que existem diferenças significativas entre os modelos analisados. Dos resultados obtidos constatamos que todos os modelos estudados servem como ponto de partida para estudar a matéria nuclear, pois todos conseguiram reproduzir a energia de ligação e o ponto de saturação da matéria nuclear dentro de uma faixa de valores aceitáveis quando comparados aos obtidos pelos métodos semi-

empíricos. Entretanto, quando comparamos os demais coeficientes, os modelos lineares apresentam maiores desvios, quando comparados aos não lineares, mostrando assim que as parametrizações utilizadas são fundamentais para decidir quais dentre elas é a que melhor descreve as propriedades da matéria nuclear simétrica e assimétrica. Cálculos recentes tem mostrados que essas diferenças tornam-se cada vez menores quando fazemos as constantes de acolpamento dos modelos lineares serem dependentes da densidade.

Analisando todos os gráficos constatamos que os modelos NL3 e NL3-II são praticamente idênticos dentro das regiões de densidade analisadas. A pequena diferença entre eles só torna-se perceptível quando comparamos os valores numéricos de cada coeficientes. Portanto, baseado nos resultados dos valores obtidos para os coeficientes, discutidos anteriormente, podemos afirmar que as parametrizações NL3 e NL3-II são as que melhor descrevem as propriedades médias nucleares por apresentarem valores mais próximos daqueles fornecidos pelos cálculos semi-empíricos desenvolvidos por Moller et al. (1995) e Myers e Swiatecki (1969, 1974).

Apêndice A

Notação e Convenções

Neste apêndice apresentaremos a notação de quadrivetores e convenções adotadas ao longo deste trabalho.

A.1 Notação de Quadrivetores Covariante e Contravariante

Defini-se os quadrivetores contravariante x^μ e covariante x_μ como

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z), \quad (\text{A.1})$$

$$x_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (t, -x, -y, -z), \quad (\text{A.2})$$

onde μ assume os seguintes valores $\mu = 0, 1, 2, 3$.

A relação entre essas duas quantidades covariante e contravariante é expressa pela métrica $g_{\mu\nu}$

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu, \quad (\text{A.3})$$

sendo $g_{\mu\nu}$ o tensor métrico no espaço de Minkowski, representado pela matriz

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Os índices gregos μ, ν referem-se às componentes espaço-tempo no espaço de Minkowski. Da relação (A.3) temos que,

$$x_0 = x^0, \quad x_1 = -x^1, \quad x_2 = -x^2, \quad x_3 = -x^3 \quad (\text{A.5})$$

Para simplificar as equações, será utilizada a soma implícita sobre os índices repetidos, quando um índice aparecer duas vezes, conforme a relação abaixo, haverá uma soma nesse índice,

$$x_\mu x^\mu \equiv \sum_{\mu=0}^3 x_\mu x^\mu \quad (\text{A.6})$$

As derivadas covariante e contravariante são denotadas por

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial x^0}, \frac{\partial}{\partial x^i} \right) = (\partial_0, \partial_i), \quad (\text{A.7})$$

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial x_0}, -\frac{\partial}{\partial x_i} \right) = (\partial^0, -\partial^i), \quad (\text{A.8})$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \equiv \partial_0 \partial^0 - \partial_i \partial^i = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta = \square, \quad (\text{A.9})$$

os índices latinos correspondem às componentes espaciais do vetor no espaço ordinário, sendo $i, j = \{1, 2, 3\}$, enquanto o índice 0 corresponde à componente temporal.

O produto escalar de dois quadrivetores assume a seguinte forma

$$a \cdot b = a_\mu b^\mu = a_\mu g^{\mu\nu} b_\nu = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}. \quad (\text{A.10})$$

A equação de continuidade na forma covariante é escrita como

$$\partial_\mu J^\mu = \partial_0 J^0 + \partial_i J^i = \frac{\partial J^0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0. \quad (\text{A.11})$$

A.2 A Equação de Dirac na Forma Covariante

A equação de Dirac para uma partícula livre relativística de massa m é dada por

$$(i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m)\psi(\vec{x}, t) = i\frac{\partial \psi(\vec{x}, t)}{\partial t}, \quad (\text{A.12})$$

onde estamos utilizando o sistema natural de unidades $\hbar = c = 1$ (\hbar representa a constante de Plank dividida por 2π e c a velocidade da luz no vácuo), $\psi(\vec{x}, t)$ é um vetor de quatro componentes, e $\vec{\alpha}$ e β são matrizes de traço nulo que obedecem as seguintes relações,

$$\alpha^i \alpha^j + \alpha^j \alpha^i = \{\alpha^i, \alpha^j\} = 2\delta^{ij}, \quad (\text{A.13})$$

$$\alpha^i \beta + \beta \alpha^i = \{\alpha^i, \beta\} = 0, \quad (\text{A.14})$$

$$(\alpha^i)^2 = (\beta)^2 = 1. \quad (\text{A.15})$$

Escolhemos a representação usual

$$\alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (\text{A.16})$$

sendo I a matriz identidade, 0 matrizes nulas 2×2 , e as componentes de $\sigma_i = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ são as matrizes de Pauli 2×2 . Essas matrizes são dadas por,

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.17})$$

portanto as matrizes α^i são

$$\alpha^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

Multiplicando a Eq.(A.12) por β , utilizando a definição das matrizes γ^μ como sendo,

$$\gamma^0 \equiv \beta, \quad \gamma^i \equiv \beta \alpha^i, \quad (\text{A.19})$$

onde γ^μ são as matrizes de Dirac $\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^i)$ e $\gamma_\mu = g_{\mu\nu} \gamma^\nu = (\gamma_0, -\gamma_i)$, que assumem a seguinte forma

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.20})$$

e usando a seguinte relação

$$\gamma_\mu \partial^\mu = \gamma_0 \partial^0 + \gamma_i \partial^i, \quad (\text{A.21})$$

reescrevemos a equação de Dirac (A.12) na forma covariante como

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi(\vec{x}, t) = 0. \quad (\text{A.22})$$

As relações de anti-comutação da Eq.(A.13) podem ser rescritas em termos das matrizes γ^μ como,

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.23})$$

onde

$$(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0. \quad (\text{A.24})$$

Apêndice B

Equações de Movimento dos Campos

Neste apêndice vamos calcular detalhadamente as equações de movimento dos campos. Para calculá-las basta substituir a densidade lagrangiana Eq.(3.1) na equação de Euler-Lagrange

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu q_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \quad (\text{B.1})$$

onde as coordenadas generalizadas do sistema (q_i) são os campos σ , ω_ν , $\vec{\rho}_\nu$ e Ψ .

B.1 Campo Bariônico Ψ

Para calcularmos a equação de movimento para o campo Ψ , fazemos $q_i = \bar{\Psi}$. Então temos,

$$\begin{aligned} \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \bar{\Psi})} \right) &= \partial_\mu \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \bar{\Psi})} [\bar{\Psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu) \Psi], \\ &= \partial_\mu \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \bar{\Psi})} [\bar{\Psi} (i\gamma_\mu g^{\mu\nu} \partial_\nu) \Psi], \\ &= i\gamma_\mu g^{\mu\nu} \partial_\mu \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \bar{\Psi})} (\bar{\Psi} \partial_\nu) \Psi, \\ &= -i\gamma_\mu \partial^\nu \delta_{\nu\mu} \Psi, \\ &= -i\gamma_\mu \partial^\mu \Psi, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\Psi}} &= \frac{\partial}{\partial \bar{\Psi}} [-\bar{\Psi} M \Psi - g_\sigma \bar{\Psi} \sigma \Psi - g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \omega^\mu \Psi - g_\rho \bar{\Psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu \Psi], \\ &= -M \Psi - g_\sigma \sigma \Psi - g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu \Psi - g_\rho \gamma_\mu \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu \Psi, \\ &= -(M + g_\sigma \sigma + g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu + g_\rho \gamma_\mu \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu) \Psi. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Substituindo esses resultados na Eq.(B.1) encontramos a seguinte equação de movimento

$$\begin{aligned} -i\gamma_\mu \partial^\mu \Psi + (M + g_\sigma \sigma + g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu + g_\rho \gamma_\mu \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu) \Psi &= 0, \\ [\gamma_\mu (-i\partial^\mu + g_\omega \omega^\mu + g_\rho \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu) + (M + g_\sigma \sigma)] \Psi &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Essa é a equação de Dirac para nucleons acoplados.

B.2 Campo Escalar σ

Fazendo $q_i = \sigma$, temos

$$\begin{aligned} \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \sigma)} \right) &= \frac{1}{2} \partial_\mu \frac{\partial}{\partial (\partial_\mu \sigma)} [\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma], \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \left[\frac{\partial (\partial^\mu \sigma)}{\partial (\partial_\mu \sigma)} \partial_\mu \sigma + \partial^\mu \sigma \frac{\partial (\partial_\mu \sigma)}{\partial (\partial_\mu \sigma)} \right], \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \left[\frac{\partial (g^{\mu\nu} \partial_\nu \sigma)}{\partial (\partial_\mu \sigma)} \partial_\mu \sigma + \partial^\mu \sigma \right], \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \left[g^{\mu\nu} \frac{\partial (\partial_\nu \sigma)}{\partial (\partial_\mu \sigma)} \partial_\mu \sigma + \partial^\mu \sigma \right], \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu (g^{\mu\nu} \delta_{\nu\mu} \partial_\mu \sigma + \partial^\mu \sigma), \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu (g^{\mu\nu} \partial_\nu \sigma + \partial^\mu \sigma), \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu (\partial^\mu \sigma + \partial^\mu \sigma), \\ &= \partial_\mu \partial^\mu \sigma, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma} &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(-\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 - g_\sigma \bar{\Psi} \sigma \Psi \right), \\ &= -m_\sigma^2 \sigma - g_2 \sigma^2 - g_3 \sigma^3 - g_\sigma \bar{\Psi} \Psi. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Substituindo esses valores na Eq.(B.1) resulta na equação de movimento

$$\begin{aligned} \partial_\mu \partial^\mu \sigma + m_\sigma^2 \sigma + g_2 \sigma^2 + g_3 \sigma^3 + g_\sigma \bar{\Psi} \Psi &= 0, \\ \partial_\mu \partial^\mu \sigma + U'(\sigma) &= -g_\sigma \bar{\Psi} \Psi. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Esta é a equação de Klein-Gordon para um campo escalar, onde o potencial não-linear $U(\sigma)$ é dado pela Eq.(3.4) e $U'(\sigma)$ é obtido através da Eq.(3.10)

$$U'(\sigma) = m_\sigma^2 \sigma + g_2 \sigma^2 + g_3 \sigma^3. \quad (\text{B.8})$$

B.3 Campo Vetorial ω

Fazendo $q_i = \omega_\nu$, temos

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} \right) = -\frac{1}{4} \partial_\mu \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} [F^{\rho\lambda} F_{\rho\lambda}] , \quad (\text{B.9})$$

onde

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu . \quad (\text{B.10})$$

Da equação acima obtemos a seguinte propriedade

$$F^{\mu\nu} = -F^{\nu\mu} . \quad (\text{B.11})$$

Usando a derivada do produto de tensores na equação (B.9), temos

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} \right) = -\frac{1}{4} \partial_\mu \left[\frac{\partial F^{\rho\lambda}}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} F_{\rho\lambda} + F^{\rho\lambda} \frac{\partial F_{\rho\lambda}}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} \right] . \quad (\text{B.12})$$

Vamos resolver as derivadas,

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^{\rho\lambda}}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} &= \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} [g^{\rho\sigma} g^{\lambda\alpha} F_{\sigma\alpha}] , \\ &= g^{\rho\sigma} g^{\lambda\alpha} \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} F_{\sigma\alpha} , \\ &= g^{\rho\sigma} g^{\lambda\alpha} \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} [\partial_\sigma \omega_\alpha - \partial_\alpha \omega_\sigma] , \\ &= g^{\rho\sigma} g^{\lambda\alpha} \left[\frac{\partial(\partial_\sigma \omega_\alpha)}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} - \frac{\partial(\partial_\alpha \omega_\sigma)}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} \right] , \\ &= g^{\rho\sigma} g^{\lambda\alpha} (\delta_{\sigma\mu} \delta_{\alpha\nu} - \delta_{\alpha\mu} \delta_{\sigma\nu}) , \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{\rho\lambda}}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} &= \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu \omega_\nu)} [\partial_\rho \omega_\lambda - \partial_\lambda \omega_\rho] , \\ &= \delta_{\rho\mu} \delta_{\lambda\nu} - \delta_{\lambda\mu} \delta_{\rho\nu} . \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Substituindo as Equações (B.13) e (B.14) na Eq.(B.12), obtemos

$$\begin{aligned}
\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \omega_\nu)} \right) &= -\frac{1}{4} \partial_\mu [g^{\rho\sigma} g^{\lambda\alpha} (\delta_{\sigma\mu} \delta_{\alpha\nu} - \delta_{\alpha\mu} \delta_{\sigma\nu}) F_{\rho\lambda} + F^{\rho\lambda} (\delta_{\rho\mu} \delta_{\lambda\nu} - \delta_{\lambda\mu} \delta_{\rho\nu})] , \\
&= -\frac{1}{4} \partial_\mu [(\delta_{\sigma\mu} \delta_{\alpha\nu} - \delta_{\alpha\mu} \delta_{\sigma\nu}) F^{\sigma\alpha} + F^{\rho\lambda} (\delta_{\rho\mu} \delta_{\lambda\nu} - \delta_{\lambda\mu} \delta_{\rho\nu})] , \\
&= -\frac{1}{4} \partial_\mu (F^{\mu\nu} - F^{\nu\mu} + F^{\mu\nu} - F^{\nu\mu}) , \\
&= -\frac{1}{4} \partial_\mu (4F^{\mu\nu}) , \\
&= -\partial_\mu F^{\mu\nu} .
\end{aligned} \tag{B.15}$$

Onde foi usada a propriedade da equação (B.11).

O segundo termo da equação de movimento é

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\nu} &= \frac{1}{2} m_\omega^2 \frac{\partial}{\partial \omega_\nu} (\omega_\mu \omega^\mu) - g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \left(\frac{\partial \omega^\mu}{\partial \omega_\nu} \right) \Psi , \\
&= \frac{1}{2} m_\omega^2 \left(\frac{\partial \omega_\mu}{\partial \omega_\nu} \omega^\mu + \omega_\mu \frac{\partial \omega^\mu}{\partial \omega_\nu} \right) - g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \left(\frac{\partial \omega^\mu}{\partial \omega_\nu} \right) \Psi , \\
&= \frac{1}{2} m_\omega^2 \left[\delta_{\mu\nu} \omega^\mu + \omega_\mu g^{\mu\alpha} \frac{\partial \omega_\alpha}{\partial \omega_\nu} \right] - g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu g^{\mu\alpha} \frac{\partial \omega_\alpha}{\partial \omega_\nu} \Psi , \\
&= \frac{1}{2} m_\omega^2 (\omega^\nu + \omega_\mu g^{\mu\alpha} \delta_{\alpha\nu}) - g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu g^{\mu\alpha} \delta_{\alpha\nu} \Psi , \\
&= \frac{1}{2} m_\omega^2 (\omega^\nu + \omega_\mu g^{\mu\nu}) - g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu g^{\mu\nu} \Psi , \\
&= \frac{1}{2} m_\omega^2 (\omega^\nu + \omega^\nu) - g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\nu \Psi , \\
&= m_\omega^2 \omega^\nu - g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\nu \Psi .
\end{aligned} \tag{B.16}$$

Substituindo esses resultados na Eq.(B.1) encontramos a equação de movimento para o méson ω

$$\begin{aligned}
-\partial_\mu F^{\mu\nu} - m_\omega^2 \omega^\nu + g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\nu \Psi &= 0 , \\
\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega^\nu &= g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\nu \Psi .
\end{aligned} \tag{B.17}$$

Essa é a equação de Proca para o méson vetorial massivo.

B.4 Campo Isovetorial ρ

Fazendo $q_i = \vec{\rho}_\nu$, temos

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} \right) = -\frac{1}{4} \partial_\mu \frac{\partial}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} [\vec{R}^{\alpha\beta} \vec{R}_{\alpha\beta}] , \tag{B.18}$$

onde

$$\vec{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu \vec{\rho}^\nu - \partial^\nu \vec{\rho}^\mu - g_\rho (\vec{\rho}^\mu \times \vec{\rho}^\nu). \quad (\text{B.19})$$

Usando a derivada do produto de tensores na equação (B.18), temos

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} \right) = -\frac{1}{4} \partial_\mu \left[\frac{\partial \vec{R}^{\alpha\beta}}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} \vec{R}_{\alpha\beta} + \vec{R}^{\alpha\beta} \frac{\partial \vec{R}_{\alpha\beta}}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} \right], \quad (\text{B.20})$$

vamos resolver as derivadas,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{R}^{\alpha\beta}}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} &= \frac{\partial}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} [g^{\alpha\sigma} g^{\beta\gamma} \vec{R}_{\sigma\gamma}], \\ &= g^{\alpha\sigma} g^{\beta\gamma} (\delta_{\sigma\mu} \delta_{\gamma\nu} - \delta_{\gamma\mu} \delta_{\sigma\nu}), \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{R}_{\alpha\beta}}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} &= \frac{\partial}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} [\partial_\alpha \vec{\rho}_\beta - \partial_\beta \vec{\rho}_\alpha], \\ &= \delta_{\alpha\mu} \delta_{\beta\nu} - \delta_{\beta\mu} \delta_{\alpha\nu}. \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Substituindo as Equações (B.21) e (B.22) na Eq.(B.20), obtemos

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \vec{\rho}_\nu)} \right) = -\partial_\mu \vec{R}^{\mu\nu}. \quad (\text{B.23})$$

O segundo termo da equação de movimento é

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{\rho}_\nu} &= \frac{1}{2} m_\rho^2 \frac{\partial}{\partial \vec{\rho}_\nu} [(\vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu) - g_\rho \bar{\Psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \vec{\rho}^\mu \Psi], \\ &= m_\rho^2 \vec{\rho}^\nu - g_\rho \bar{\Psi} \gamma^\nu \vec{\tau} \Psi. \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Substituindo esses resultados na Eq.(B.1) encontramos a equação de movimento para o méson ρ

$$\begin{aligned} -\partial_\mu \vec{R}^{\mu\nu} - m_\rho^2 \vec{\rho}^\nu + g_\rho \bar{\Psi} \gamma^\nu \vec{\tau} \Psi &= 0, \\ \partial_\mu \vec{R}^{\mu\nu} + m_\rho^2 \vec{\rho}^\nu &= g_\rho \bar{\Psi} \gamma^\nu \vec{\tau} \Psi. \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Essa é a equação de Proca para o méson vetorial massivo e carregado.

UFCC / BIBLIOTECA

Bibliografia

- AITALA, E. M. et al. Experimental evidence for a light and broad scalar resonance in $D^+ \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^+$ decay. *Phys. Rev. Lett.*, v. 86, p. 770, 2001.
- BLAIZOT, J. P. Nuclear compressibilities. *Physics Reports*, v. 64, p. 171, 1980.
- BLAIZOT, J. P.; GRAMMATICOS, B. The breathing mode and the nuclear surface. *Nuclear Physics A*, v. 355, p. 115, 1981.
- BOGUTA, J.; BODMER, A. R. Relativistic calculation of nuclear matter and the nuclear surface. *Nuclear Physics A*, v. 292, p. 413, 1977.
- BOITO, D. R. *Ressonâncias escalares: relações dinâmicas entre processos de espalhamento e decaimento*. Dissertação (Mestrado), 2007.
- BROCKMANN, R.; TOKI, H. Relativistic density-dependent hartree approach for finite nuclei. *Phys. Rev. Lett.*, v. 68, p. 3408, 1992.
- CHUNG, K. C. *Introdução à Física nuclear*. Rio de Janeiro: EDUERJ, 2002.
- DELFINO, A. et al. Hadronic entropy enhancement and low density QGP. *Journal of Physics G*, v. 28, p. 2249 – 2259, 2002.
- DEXHEIMER, V. A. *Compressibilidade da matéria nuclear em estrelas de nêutrons*. Dissertação (Mestrado), 2006.
- FIOLHAIS, C. Dos núcleos aos agregados atômicos: campo médio e movimentos colectivos. *Universidade de Coimbra*, 2010.
- FOGAÇA, D. A. *solitons em colisões nucleon-núcleo*. Dissertação (Mestrado), 2005.
- GLENDENNING, N. K. Vacuum polarization effects in the non-linear σ, ω model. *Physics Letters*, v. 208, p. 335 – 338, 1988.
- GLENDENNING, N. K. *Compact Stars*. New York: Springer-Verlag, 1997.

- HOROWITZ, C. J.; SEROT, B. D. Self-consistent hartree description of finite nuclei in a relativistic quantum field theory. *Nuclear Physics A*, v. 368, p. 503, 1981.
- HOROWITZ, C. J.; SEROT, B. D. Self-consistent hartree description of finite nuclei in a relativistic quantum field theory. *Physics Letters B*, v. 140, p. 181, 1984.
- JOHNSON, M. H.; TELLER, E. Classical field theory of nuclear forces. *Phys. Rev.*, v. 98, p. 783, 1955.
- LALAZISSIS, G. A.; KONIG, J.; RING, P. New parametrization for the lagrangian density of relativistic mean field theory. *Phys. Rev.*, C55, p. 540, 1997.
- MOLLER, P. et al. Nuclear ground-state masses and deformations. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, v. 59, p. 185, 1995.
- MYERS, W. D.; SWIATECKI, W. J. Average nuclear properties. *Ann. Phys.*, v. 55, p. 395, 1969.
- MYERS, W. D.; SWIATECKI, W. J. The nuclear droplet model for arbitrary shapes. *Ann. Phys.*, v. 84, p. 186, 1974.
- OSTERMANN, F. Um texto para professores do ensino médio sobre partículas elementares. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 21, 1999.
- REINHARD, P. G. The relativistic mean-field description of nuclei and nuclear dynamics. *Rep. Prog. Phys.*, v. 52, n. 4, p. 439, 1989.
- RING, P.; CHUCK, P. *The Nuclear Many-Body Problem*. New York: Springer, 1980.
- SCHECHTER, H.; BERTULANI, C. A. *Introdução à Física nuclear*. Rio de Janeiro: UFRJ, 2007.
- SHARMA, M. M.; NAGARAJAN, M. A.; RING, P. Rho meson coupling in the relativistic mean field theory and description of exotic nuclei. *Phys. Lett.*, v. 312B, p. 337, 1993.
- SHURYAK, E. V. *The QCD Vacuum , Hadrons and the Superdense Matter*. Singapore: World Scientific, 1998.
- SILVA, J. B. *Propriedades médias nucleares na teoria de campo médio*. Dissertação (Mestrado), 1997.
- SILVA, J. B. et al. Critical behavior of mean-field hadronic models for warm nuclear matter. *Physics Letters*, v. 664, p. 246 – 252, 2008.

WALECKA, J. D. A theory of highly condensed matter. *Ann. Phys.*, v. 83, p. 491 – 529, 1974.

WALECKA, J. D.; SEROT, B. D. *In Advances in Nuclear Physics*. New York: Editora Plenum, 1986.

WAPSTRA, A. H.; AUDI, G.; HOEKSTRA, R. The 1983 atomic mass evaluation (iv). evaluation of input values, adjustment procedures. *Nuclear Physics A*, v. 432, p. 185, 1985.

WEINBERG, S. *Gravitation and Cosmology*. New York: Wiley, 1972.

YUKAWA, H. On the interaction of elementary particles. *Proc. Phys. Math. Soc. Jap.*, v. 17, p. 48, 1935.

ZHU, Z. Y.; MANG, H.; RING, P. Vacuum polarization in a relativistic description of open shell nuclei. *Physics Letters B*, v. 254, p. 325, 1991.

UFCC/BIOTECA