Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Departamento de Engenharia Elétrica
Trabalho de Conclusão de Curso - TCC

Estudo de Harmônicos nos Sistemas Elétricos

Aluno: Rudson Tavares de Andrade Cunha

Orientador: Francisco das Chagas F. Guerra

Campina Grande, Junho de 2006

Universidade Federal de Campina Grande

Centro de Ciências e Tecnologia

Departamento de Engenharia Elétrica

Estudo de Harmônicos nos Sistemas Elétricos

Trabalho apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Engenheiro Eletricista.

Rudson Tavares de Andrade Cunha
Aluno

Francisco das Chagas F. Guerra
Orientador

Campina Grande, Junho de 2006.

Agradecimentos

A DEUS que me protegeu nos momentos mais difíceis e me mostrou o caminho a ser seguido.

A toda a minha família pelo apoio, carinho e incentivo aos estudos. Contribuindo incontestavelmente para o meu sucesso acadêmico.

Ao professor Chagas, por ser uma pessoa sincera e amiga e pela imensa capacidade de colaboração.

A todos os colegas e professores, que de certa forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

A Danielle, pela compreensão, incentivo e paciência, durante todo o curso.

Sumário

1. Objetivos

Este trabalho apresenta um estudo sobre a influência mútua de harmônicos e cargas não lineares em sistemas de energia elétrica, e tem como principal objetivo levantar as características, tais como: fator de potência; taxa de distorção harmônica e o espectro harmônico. Para cargas não lineares, em particular, lâmpadas fluorescentes, lâmpadas fluorescentes compactas e lâmpadas incandescentes associadas a um dimmer de potência.

2. Introdução

A qualidade da energia elétrica tem sido alvo de muito interesse e discussão e nos últimos anos cada vez mais plantas industriais têm descoberto que precisam lidar com o problema da "energia suja". Esta é uma expressão popular usada para descrever uma grande variedade de contaminações na corrente e na tensão elétrica.

Uma tensão ou corrente harmônica pode ser definida como um sinal senoidal cuja freqüência é múltiplo inteiro da fundamental do sinal de alimentação. A forma de onda de tensão ou de corrente em um dado ponto de uma instalação pode ter o aspecto do sinal T que está mostrado na figura 01. Observando esta situação, vemos que o sinal T é a soma ponto a ponto dos sinais 1 e 5 formados por senóides perfeitas de amplitudes e freqüências diferentes, chamadas de harmônicas.

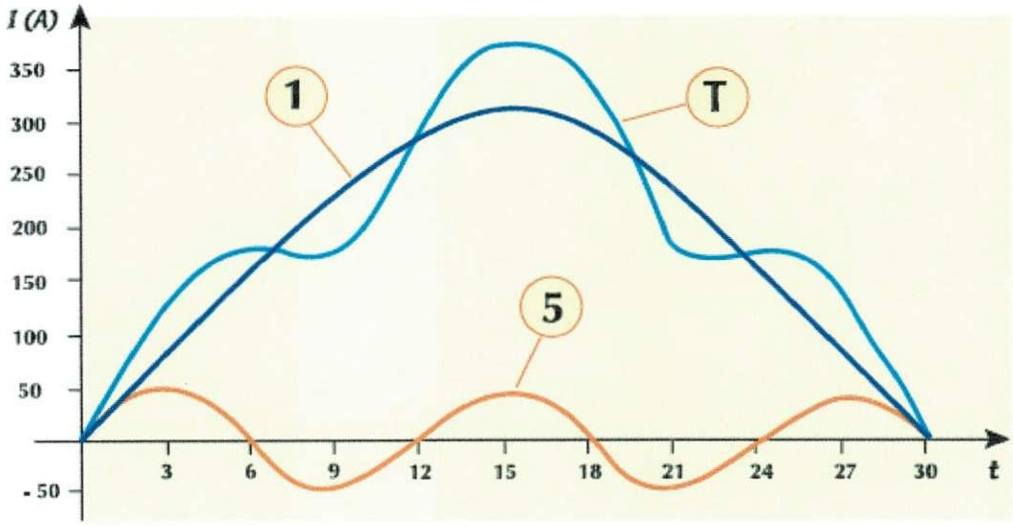


Figura 01: Onda deformada e suas componentes harmônicas

3. Definições

3.1. Série de Fourier

itálico

Uma função f (t) é dita periódica se, para todos os valores de t, tem-se f (t) =

itálico

f (t + T), sendo T o período da função. Se f (t) satisfaz as condições de Dirichlet, ou seja:

- caso seja descontínua, apresente um número finito de descontinuidades no período T;
- tenha um número finito de máximos e mínimos no período T;
- para todo t_0, exista a integral:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} |f(t)|\, dt$$

Então é possível expressar f (t) através de uma série infinita do tipo:

$$f(t) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_k \operatorname{sen}(k\omega\, t + \varphi_k) \quad , k = 1, 2, 3, ... \qquad (3.1)$$

O termo F_0 é constante e $\omega = 2\pi$ f $= 2\pi$ / T é a freqüência angular fundamental. Desenvolvendo a expressão (3.1), tem-se:

$$f(t) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (F_k \operatorname{sen}\varphi_k \cos k\omega\, t + F_k \cos\varphi_k \operatorname{sen} k\omega\, t)$$

$$= F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega\, t + b_k \operatorname{sen} k\omega\, t) \qquad (3.2)$$

As amplitudes F_k e os ângulos de fase φ_k são relacionados com os coeficientes a_k e b_k através das relações:

defasamento

$$F_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \qquad (3.3)$$

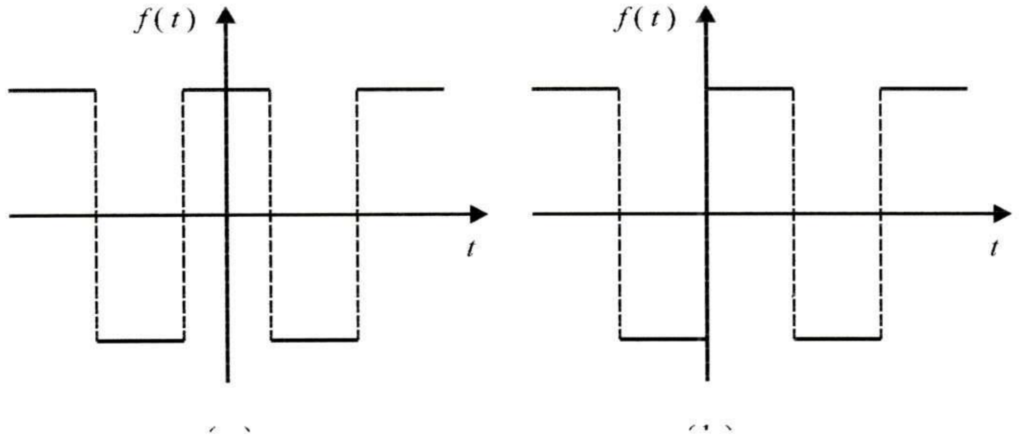
$$\varphi_k = tg^{-1}\left(a_k / b_k\right) \qquad (3.4)$$

A constante F_0 representa a componente DC ou o valor médio da função periódica; os coeficientes F1, F2, ... são as amplitudes da primeira , segunda, ... harmônicas. A primeira harmônica, de freqüência angular ω, é denominada “componente fundamental”.

3.1.1 - Simetria par e simetria ímpar

Uma função f (t) é dita par se ela apresenta simetria em relação ao eixo das ordenadas, ou seja, se f (- t) = f (t). Uma função f (t) é dita ímpar se ela apresenta simetria em relação à origem, ou seja, se f (- t) = - f (t).

Uma mesma forma de onda pode apresentar simetria par ou ímpar, como mostra a Fig. 02.



(a) (b)

Figura 02 - Função par (a) e função ímpar (b).

È possível provar que:

$$F_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,dt \tag{3.5}$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos k\omega\, t\,dt = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos k\omega\, t\,dt \tag{3.6}$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\,\mathrm{sen}\,k\omega\, t\,dt = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,\mathrm{sen}\,k\omega\, t\,dt \tag{3.7}$$

A prova é feita do seguinte modo:

- integra-se ambos os membros de (3.2) de 0 a T ou de –T / 2 a T / 2, obtendo-se (3.5);
- multiplica-se ambos os membros de (3.2) por cos (kωt) e integra-se os mesmos de 0 a T ou de –T / 2 a T / 2; assim, todos os termos do segundo membro anulam-se exceto

$$\int_0^T a_k \cos^2 k\omega\, t\,dt = \int_{T/2}^{T/2} a_k \cos^2 k\omega\, t\,dt = a_k \cdot T/2$$

o que permite obter-se (3.6).

A equação (3.7) é obtida de modo análogo, porém usando sen (kωt) como fator de multiplicação.

$$F_0 = \frac{1}{T}\left[\int_{-T/2}^{0} f(t)\,dt + \int_0^{T/2} f(t)\,dt\right] \tag{3.8}$$

$$a_k = \frac{2}{T}\left[\int_{-T/2}^{0} f(t)\cos k\omega\, t\,dt + \int_0^{T/2} f(t)\cos k\omega\, t\,dt\right] \tag{3.9}$$

$$b_k = \frac{2}{T}\left[\int_{-T/2}^{0} f(t)\,\mathrm{sen}\,k\omega\, t\,dt + \int_0^{T/2} f(t)\,\mathrm{sen}\,k\omega\, t\,dt\right] \tag{3.10}$$

Supondo que f (t) seja par e fazendo $t = -\tau$, tem-se f (t) = f (- t) = f (τ); substituindo na primeira integral de (3.8):

$$F_0 = \frac{1}{T}\left[-\int_{-T/2}^{0} f(-\tau)\ d\tau + \int_0^{T/2} f(t)\ dt \right] =$$

$$= \frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2} f(\tau)\ d\tau + \int_0^{T/2} f(t)\ dt \right] \qquad (3.11)$$

O símbolo usado para a variável de integração não pode afetar o valor da integral, logo:

$$F_0 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t)\ dt \qquad (3.12)$$

Para a equação (3.9), temos:

$$a_k = \frac{2}{T}\left[-\int_{-T/2}^{0} f(-\tau)\cos(-k\omega\,\tau)d\tau + \int_0^{T/2} f(t)\cos k\omega\, t\, dt \right]$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} f(\tau)\cos k\omega\,\tau\, d\tau + \int_0^{T/2} f(t)\cos k\omega\, t\, dt \right]$$

$$= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t)\cos k\omega\, t\, dt \qquad (3.13)$$

Para a equação (3.10), pode-se escrever:

$$b_k = \frac{2}{T}\left[-\int_{-T/2}^{0} f(-\tau)\,\mathrm{sen}(-k\omega\,\tau)d\tau + \int_0^{T/2} f(t)\ \mathrm{sen}\, k\omega\, t\, dt \right]$$

$$= \frac{2}{T}\left[-\int_0^{T/2} f(\tau)\, senk\omega\,\tau\, d\tau + \int_0^{T/2} f(t)\ senk\omega\, t\, dt \right] = 0 \qquad (3.14)$$

Isto mostra que uma função par possui as seguintes propriedades:

- Pode ou não possuir o termo constante; F0 será nulo se f (t) também for simétrica em relação ao eixo horizontal.
- Possui todos os coeficientes em seno iguais a zero.
- Os coeficientes em cosseno podem ser calculados considerando apenas meio período, como indica (3.13).

O mesmo raciocínio pode ser aplicado no caso de uma função ímpar, resultando em:

$$F_0 = 0 \qquad (3.15)$$

$$a_k = 0 \qquad (3.16)$$

$$b_k = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(t)\,\mathrm{sen}(k\omega t)\,dt \qquad (3.17)$$

ou seja:

- O termo constante F_0 é sempre nulo.
- Todos os coeficientes em cosseno são nulos.
- Os coeficientes em seno podem ser calculados considerando apenas meio período, como indica (3.17).

3.1.2 - Simetria de meia onda

Se f (t) possui período T e satisfaz à condição f (t + T / 2) = - f (t), a mesma é simétrica em relação ao eixo horizontal. Diz-se, então, que f (t) apresenta simetria de meia onda.

Pode ser demonstrado que, se uma função apresenta simetria de meia onda, a série de Fourier correspondente só contém harmônicas ímpares. Isto é feito do seguinte modo:

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos k\omega t\,dt =$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_{-T/2}^{0} f(t)\cos k\omega t\,dt + \int_{0}^{T/2} f(t)\cos k\omega t\,dt\right] \qquad (3.18)$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t) senk\omega\, t\,dt =$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_{-T/2}^{0} f(t)\; senk\omega\, t\,dt + \int_{0}^{T/2} f(t)\; senk\omega\, t\,dt\right] \qquad (3.19)$$

Fazendo τ = t + T / 2 e substituindo na integral de (3.18) e (3.19), obtém-se:

$$\int_{-T/2}^{0} f(t)\cos k\omega t\,dt = \int_{0}^{T/2} f(\tau - T/2)\cos k\omega(\tau - T/2)\,d\tau =$$

$$\int_{0}^{T/2} - f(\tau)\left[\cos k\omega\tau \cos\frac{k\omega T}{2} + \text{sen } k\omega\tau \text{ sen}\frac{k\omega T}{2}\right] d\tau \qquad (3.20)$$

$$\int_{-T/2}^{0} f(t) senk\omega t\,dt = \int_{0}^{T/2} f(\tau - T/2)\, sen\, k\omega(\tau - T/2)\,d\tau =$$

$$\int_{0}^{T/2} - f(\tau)\left[\text{sen } k\omega\tau \cos\frac{k\omega T}{2} - \text{sen } k\omega\tau \cos\frac{k\omega T}{2}\right] d\tau \qquad (3.21)$$

Mas, $\omega = 2\pi$, $sen\,\frac{k\omega T}{2} = sen\; k\pi = 0$, $\cos\frac{k\omega T}{2} = \cos k\pi$; assim:

$$\int_{-T/2}^{0} f(t)\cos k\omega t\;dt = -\cos k\pi \int_{0}^{T/2} f(\tau)\cos k\omega\tau\,d\tau \qquad (3.22)$$

$$\int_{-T/2}^{0} f(t)\; senk\omega\, t\;dt = -\cos k\pi \int_{0}^{T/2} f(\tau)\; senk\omega\tau\,d\tau \qquad (3.23)$$

Substituindo (3.22) em (3.18) e (3.23) em (3.19), temos:

$$a_k = \frac{2}{T}\left(1-\cos k\pi\right)\int_0^{T/2} f(t)\,\cos k\omega t\,dt \qquad (3.24)$$

$$b_k = \frac{2}{T}\left(1-\cos k\pi\right)\int_0^{T/2} f(t)\,\operatorname{sen} k\omega t\,dt \qquad (3.25)$$

ak ok

Estas expressões mostram que, se k é par, temos ak = bk = 0; se k é ímpar , temos:

$$a_k = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(t)\;\cos k\omega t\;dt \quad , \quad \text{k ímpar} \qquad (3.26)$$

$$b_k = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(t)\;\operatorname{sen} k\omega t\;dt \quad , \quad \text{k ímpar} \qquad (3.27)$$

Ou seja, se a função apresenta simetria de meia onda, a série de Fourier correspondente só contém harmônicas ímpares, podendo os coeficientes ak e bk serem calculados considerando apenas meio período.

Vale observar que a simetria de meia onda pode ser apresentada tanto por uma função par como por uma função ímpar, como mostra a figura abaixo.

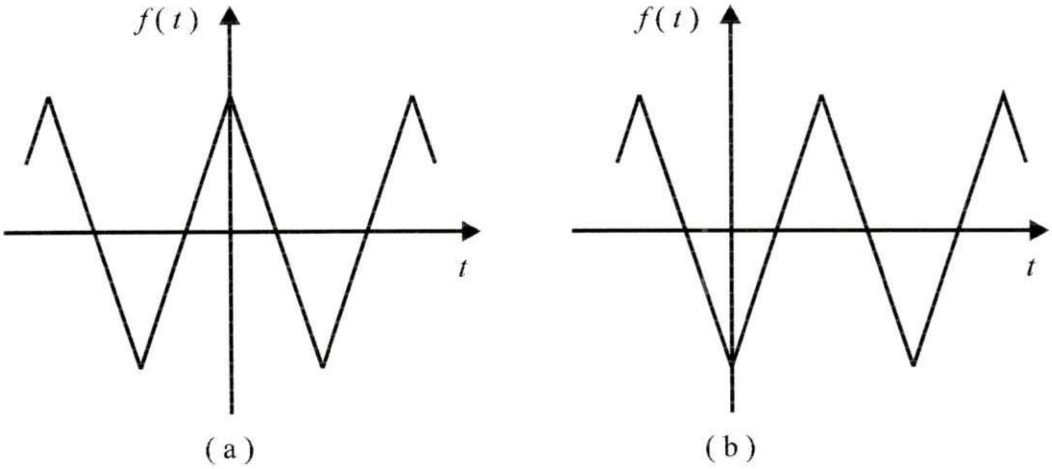


Figura 03 - (a) Função par e (b) função ímpar.

Em relação à onda da Fig. 03 (a), a série de Fourier correspondente é composta apenas de termos cossenoidais ímpares; em relação à onda da Fig. 03 (b), apenas os termos senoidais ímpares estão presentes.

3.2 – Série Exponencial de Fourier

Considerando a forma trigonométrica da série Fourier:

$$f(t) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos k\omega t + b_k \operatorname{sen} k\omega t)$$

e lembrado que:

$$\cos k\omega\, t = \left(e^{jk\omega\, t} + e^{-jk\omega\, t}\right)/\, 2 \tag{3.28}$$

$$\operatorname{sen} k\omega\, t = \left(e^{jk\omega\, t} - e^{-jk\omega\, t}\right)/\, 2\, j \tag{3.29}$$

Tem-se, após algumas manipulações algébricas:

$$f(t) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{a_k - jb_k}{2} e^{jk\omega t} + \frac{a_k + jb_k}{2} e^{-jk\omega t}\right] \tag{3.30}$$

Define-se uma constante complexa c_k, tal que:

$$c_k = (a_k - jb_k)/2 \tag{3.31}$$

De (3.3) e (3.31), tem-se a relação entre c_k e F_k:

$$c_k = \sqrt{(a_k/2)^2 + (b_k/2)^2} = F_k/2 \tag{3.32}$$

Substituindo k por – k; assim, tem-se:

$$a_{-k} = a_k \tag{3.33}$$

$$b_{-k} = -b_k \tag{3.34}$$

$$c_{-k} = (a_k + jb_k)/2 = c_k^* \tag{3.35}$$

$$c_0 = F_0 \tag{3.36}$$

Sendo que o símbolo * representa o conjugado complexo; assim:

$$f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[c_0 e^{jk\omega t} + \left(c_k e^{jk\omega t} \right)^* \right]$$

$$= c_0 + 2\sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{Re}\left[c_k e^{jk\omega t} \right] \tag{3.37}$$

Onde R_e representa um operador que toma a parte real de um número complexo. A equação (3.37) é a série de Fourier na forma complexa, cuja concisão a torna mais facilmente manipulável que a série na forma trigonométrica. Substituindo (3.6) e (3.7) em (3.31), resulta:

$$c_k = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t \; dt - j\frac{1}{T} \int_0^T f(t) \; \mathrm{sen}\, k\omega t \; dt$$

está sobrando

$$= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) (\cos k\omega t \, dt - j \,\mathrm{sen}\, k\omega t) dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\omega t} \; dt \tag{3.38}$$

Fazendo k = 0 em (3.38), obtém-se:

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \, dt \tag{3.39}$$

o que concorda com a definição de $c_0 = F_0$.

3.3 – Séria Discreta de Fourier

Na análise a seguir será considerado que a função f (t) não é conhecida analiticamente, sendo conhecidos apenas uma série de m valores igualmente espaçados da mesma, ao longo do período T. Esses valores são amostrados e armazenados na memória de um computador, a partir de t = 0, a cada intervalo Δt, dado por

$$\Delta t = T/m \qquad (3.40)$$

Sendo os valores f_i tais que

$$f_i = f(t_i) = f(i \cdot \Delta t), \quad i = 0, 1, 2, ..., m-1 \qquad (3.41)$$

Onde i é o número de ordem da amostra; ainda mais:

$$f(m \cdot T) = f(T) = f(0) \qquad (3.42)$$

$$T = m \cdot \Delta t \qquad (3.43)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{m \cdot \Delta t} \qquad (3.44)$$

$$\omega \cdot t_i = \left(\frac{2\pi}{m \cdot \Delta t} \right) i \cdot \Delta t = \frac{2\pi\, i}{m} \qquad (3.45)$$

Assim, considerando um número finito de harmônicas, n, obtém-se a equação (3.37):

$$f(i\cdot t)=c_0+2\cdot\sum_{k=1}^{n}\operatorname{Re}\left[c_k\,e^{j\frac{2\pi k i}{m}}\right] \qquad (3.46)$$

e, para os coeficientes c_k, obtém-se de (3.38):

$$c_k=\frac{1}{m\cdot\Delta t}\sum_{i=1}^{m-1}f(i\cdot\Delta t)\,e^{-j\frac{2\pi k i}{m}}\cdot\Delta t \;=\; c_k=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m-1}f(i\cdot\Delta t)\,e^{-j\frac{2\pi k i}{m}} \qquad (3.47)$$

De acordo com o teorema da amostragem [3], um sinal representado por um número limitado de harmônicas, com freqüências f1, f2,..., fn, Somente pode ser reproduzido a partir de um determinado número de amostras se e somente se a freqüência de amostragem, fa , for no mínimo duas vezes maior que a freqüência da harmônica de maior ordem contida no sinal, ou seja, fa ≥ 2 fn. Isto quer dizer que, na equação (3.46), deve-se ter m ≥ 2 n.

3.4 – Formas de Onda Não-Senoidais

3.4.1 – Valor Médio

Sabe-se que uma função periódica não-senoidal f (t) de período T pode ser expressa através de uma série infinita do tipo

$$f(t)=F_0+\sum_{k=1}^{\infty}F_k\,\text{sen}\,(k\omega\, t+\varphi_k) \qquad (3.48)$$

Onde $\omega=2\pi f=2\pi/T$ é a freqüência angular fundamental e k =1, 2, 3,... F0 é a componente CC, a qual corresponde ao valor médio do sinal. As componentes do somatório são denominadas harmônicas, sendo a primeira harmônica também denominada componente fundamental.

O valor médio da função (3.48) é dado por

$$\overline{F} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = F_0 \qquad (3.49)$$

Se f (- t) = f (t) (simetria par), o valor médio $\overline{F}$ poderá ou não ser nulo. Se f (-t) = - f (t) (simetria ímpar) ou se f (t) = - f (t + T / 2) (simetria de meia onda), tem-se $\overline{F}$ = 0.

3.4.2 – Valor Médio de Meio Período

Nos casos em que a função apresenta simetria de meia onda ($\overline{F}$ = 0), define-se valor médio de meio período como sendo:

$$\overline{F} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} f(t)\,dt \qquad (3.50)$$

3.4.3 – Valor eficaz em Regime Não-Senoidal

O valor eficaz ou valor RMS de uma corrente não-senoidal i (t), de período T, é definido como sendo um valor de corrente contínua, Ie, que produzida num elemento de resistência R uma quantidade de calor igual à produzida pela corrente i (t), durante o período T, assim:

$$R I_e^2\, T = \int_0^T R\, i^2(t)\,dt \qquad (3.51)$$

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt} \qquad (3.52)$$

Se i (t) for escrita como

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \operatorname{sen}(k\omega t + \varphi_k) \tag{3.53}$$

então

$$i^2(t) = I_0^2 + 2I_0 \sum_{k=1}^{\infty} I_k \operatorname{sen}\left(k\omega\, t + \varphi_k\right) + \left[\sum_{k=1}^{\infty} I_k \operatorname{sen}\left(k\omega\, t + \varphi_k\right)\right]^2 \tag{3.54}$$

O terceiro termo do segundo membro de (3.54) representa o produto cruzado de todas as harmônicas, ou seja, a soma de termos da seguinte forma:

$$[I_p \operatorname{sen}(p\omega\, t + \varphi_p)] \cdot [I_q \operatorname{sen}(q\omega\, t + \varphi_q)] = I_p I_q [\operatorname{sen}(p\omega\, t + \varphi_p) \operatorname{sen}(q\omega\, t + \varphi_q)] \tag{3.55}$$

Considerando que

$$\operatorname{sen} A \cdot \operatorname{sen} B = \frac{1}{2}\left[\cos(A-B) - \cos(A+B)\right] \tag{3.56}$$

Pode-se escrever:

$$I_p I_q [\operatorname{sen}(p\omega\, t + \varphi_p) \operatorname{sen}(q\omega\, t + \varphi_q)] =$$

$$= \frac{I_p I_q}{2} \left\{\cos[(p-q)\,\omega\, t + \varphi_p - \varphi_q] - \cos\,[(p+q)\,\omega\, t + \varphi_p + \varphi_q]\right\} \tag{3.57}$$

Se p = q = k, (3.57) é simplificada para

$$I_p I_q\, [\, sen\,(p\omega\, t + \varphi_p)\;\; sen\,(q\omega\, t + \varphi_q)] = \frac{I^2{}_k}{2} [1 - \cos(\,2k\,\omega\, t + 2\varphi_k)\,] \tag{3.58}$$

Integrando (3.54) de 0 a T, tem-se:

$$\int_0^T i^2(t)\, dt = I_0^2\; T + T\; \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 / 2 \tag{3.59}$$

Isto porque, em (3.54):

$$\int_0^T I_0^2 \, dt = I_0^2 \, T \qquad (3.60)$$

$$\int_0^T 2 I_0 \sum_{k=1}^{\infty} I_k sen(k\omega t + \varphi_k) \, dt = 2 I_0 \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^T I_k \, sen(k\omega t + \varphi_k) \, dt = 0 \qquad (3.61)$$

• observando a expressão (3.57), vê-se que se p $\neq$ q, a integral de 0 a T de cada termo é nula.

• para p = q = k, integrando (3.58) de 0 a T, obtém-se $I_k^2 \, T/2$.

3.52

Assim, substituindo (3.59) em (3.51):

$$I_e = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2/2} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{ek}^2} \qquad (3.62)$$

3.4.4 – Fator de Forma

Define-se fator de forma de uma onda f (t) como sendo a relação entre seu valor eficaz e o seu valor médio, ou seja:

$$F_f = \frac{F_e}{\overline{F}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t) \, dt}}{\frac{1}{T}\int_0^T f(t) \, dt} \qquad (3.63)$$

Caso f (t) apresente simetria de meia onda, considera-se o valor médio de meio período.

Nos sistemas elétricos de corrente alternada senoidal, o fator de forma é um indicador do grau de distorção de ondas de corrente ou tensão. Por exemplo, para uma onda de tensão senoidal pura u (t) = U sen ω t, tem-se

Ue = 0.707 U, $\bar{U}$ = 0.637 U (meio período) $\therefore$ U_f = 0.707 / 0.637 = 1.11

Assim, medindo-se o valor eficaz e o valor médio de meio período da tensão, pode-se ter uma idéia do grau de distorção da onda, pois, se for o caso, o fator Uf apresenta desvio em relação ao valor 1.11.

O fator de forma é importante no estabelecimento de fatores de calibração de instrumentos de medição, como voltímetros e amperímetros analógicos, nos quais são empregados retificadores de meia onda antes do galvanômetro.

3.4.5 – Taxa de Distorção

Este fator exprime o grau de distorção da onda em relação à componente fundamental, sendo definido por:

$$TD = \frac{\sqrt{I_0^2 + \sum_{k=2}^{\infty} I_{ek}^2}}{I_{e1}} \qquad (3.64)$$

Vê-se que a componente fundamental não é computada no somatório do numerador.

3.4.6 – Taxa de Distorção Harmônica

Este fator exclui a componente CC, levando em consideração apenas a contribuição das harmônicas na distorção da onda.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{ek}^2}}{I_{e1}} \qquad (3.65)$$

3.5 – Potência em Regime Não-Senoidal

3.5.1 – Potência Média ou Ativa

A potência média relacionada a dois sinais não-senoidais pode ser calculada a partir da potência instantânea, p (t), do seguinte modo:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,i(t)\ \ dt \qquad (3.66)$$

Escrevendo u (t) e i (t) em forma de séries de Fourier, tem-se:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k sen(k\omega\, t + \varphi_k) \qquad (3.67)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n sen(n\omega\, t + \psi_n) \qquad (3.68)$$

A potência instantânea é:

$$p(t) = u(t)\,i(t) = U_0 I_0 + U_0\sum_{n=1}^{\infty} I_n \operatorname{sen}(n\omega\, t + \psi_n) + I_0 \sum_{k=1}^{\infty} U_k \operatorname{sen}(k\omega\, t + \varphi_k) + \\ + \left[\sum_{k=1}^{\infty} U_k \operatorname{sen}(k\omega\, t + \varphi_k)\right]\cdot\left[\sum_{n=1}^{\infty} I_n \operatorname{sen}(n\omega\, t + \psi_n)\right] \qquad (3.69)$$

O último termo de (3.69) pode ser expandido numa soma de termos do seguinte tipo:

$$[U_k \operatorname{sen}(k\omega\, t + \varphi_k)]\cdot[I_n \operatorname{sen}(n\omega\, t + \psi_n)]$$

Considerando a identidade trigonométrica (3.56), pode-se escrever:

$$[U_k \operatorname{sen}(k\omega\, t + \varphi_k)] \cdot [I_n \operatorname{sen}(n\omega\, t + \psi_n)] =$$
$$\frac{U_k I_n}{2} \{\cos[(k-n)\omega\, t + \varphi_k - \psi_n] - \cos[(k+n)\omega\, t + \varphi_k + \psi_n]\} \qquad (3.70)$$

Se k = n, (3.70) é simplificada para:

$$[U_k sen\,(k\omega\; t + \varphi_k)] \cdot [I_n sen\,(n\omega\; t + \psi_n)] =$$

$$\frac{U_k I_k}{2}[\cos(\varphi_k - \psi_n) - \cos(2k\,\omega\, t + \varphi_k + \psi_n)] =$$

$$= \frac{U_k I_k}{2}[\cos\theta_k - \cos(2k\,\omega\, t + \varphi_k + \psi_n)] \qquad (3.71)$$

Onde $\theta_k = \varphi_k - \psi_k$ a defasagem angular entre as harmônicas de tensão e corrente de mesma ordem. Substituindo (3.69) em (3.66), obtém-se:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\, dt = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_k I_k}{2} \cdot \cos\theta_k \qquad (3.72)$$

Isto porque:

$$\int_0^T U_0 I_0\, dt = U_0 I_0\, T \qquad (3.73)$$

$$\int_0^T U_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_n \operatorname{sen}(n\omega t + \psi_n)\; dt \;=\; U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^T I_n \operatorname{sen}(n\omega t + \psi_n)\; dt = 0 \qquad (3.74)$$

$$\int_0^T I_0 \sum_{k=1}^{\infty} U_k \operatorname{sen}(k\omega t + \varphi_k)\; dt \;=\; I_0 \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^T U_k \operatorname{sen}(k\omega t + \varphi_k)\; dt = 0 \qquad (3.75)$$

• Observando a expressão (3.70), vê-se que se k $\neq$ n, a integral de cada termo é igual a zero. Isto significa que uma tensão e uma corrente de freqüências diferentes produzem componentes alternadas de potência instantânea, mas não contribuem para a potência média.

• Observando a expressão (3.71), vemos que se k = n, a integral de 0 a T do segundo membro é igual a T (U_1 I_1 / 2) cos θ_1. Isto significa que, no cálculo da potência média, só são computados os produtos que envolvem harmônicos de mesma ordem de tensões e correntes.

Em termos de valor eficaz, podemos escrever (3.72) como:

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{ek} I_{ek} \cos\theta_k \qquad (3.76)$$

ou seja, a potência média correspondente as ondas de tensão e corrente não-senoidais é igual à soma das potências médias individuais relativas às harmônicos de mesma ordem, acrescida da potência relativa às componentes CC das duas ondas.

3.5.2 – Potência Aparente

Define-se potência aparente S, como sendo o produto da tensão e da corrente eficaz, ou seja:

$$S = U_e I_e = \left(\sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{ek}^2}\right)\left(\sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{ek}^2}\right) \qquad (3.77)$$

A potência ativa dada por (3.76) significa a potência que é realmente consumida por uma carga ligada a uma fonte de tensão não-senoidal, enquanto a potência aparente pode ser interpretada como a potência solicitada ao sistema pela carga.

3.5.3 – Fator de Potência

De modo geral, define-se fator de potência de uma carga como a razão entre a potência ativa e a potência aparente associadas à mesma, ou seja:

$$FP = P / S \tag{3.78}$$

No caso de u (t) e i (t) serem senóides puras, tem-se P = Ue Ie cos θ e S = Ue Ie, de modo que FP = cos θ, onde θ é o ângulo de defasagem entre U e I. Porém, a presença de harmônicos faz com que o fator de potência seja diferente da defasagem entre as componentes fundamentais da tensão e da corrente na carga; assim, define-se fator de potência verdadeiro como:

$$FP = \frac{\frac{1}{T}\int_0^T u(t)\, i(t)\; dt}{U_e I_e} = \frac{U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{ek} I_{ek} \cos\theta_k}{\left(\sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{ek}^2}\right)\left(\sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{ek}^2}\right)} \tag{3.79}$$

O fator de potência varia entre 0 e 1. O mesmo pode ser interpretado como um índice capaz de indicar o grau de aproveitamento da potência fornecida pelo sistema à carga, devendo ser o mais alto possível. No caso de apresentar baixos valores, deve-se tomar medidas no sentido de corrigi-lo, de modo que o sistema fornecedor não seja sobrecarregado. Isto é feito nas instalações convencionais através de bancos de capacitores. Além da redução da sobrecarga, há diminuição nas perdas de transmissão e nas quedas de tensão.

Quando uma carga resistiva linear é submetida a uma tensão não-senoidal, as harmônicas de corrente estarão em fase e com amplitude proporcional às harmônicas de tensão. Portanto, todas as harmônicas contribuirão para a energia transmitida à carga e o fator de potência será unitário.

Quando uma carga não-linear é submetida a uma tensão senoidal pura, o fator de potência, dado pela equação (3.79), pode ser escrito como:

$$FP = \frac{U_{e1} I_{e1} \cos\theta_1}{U_{e1}\sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{ek}^2}} = \frac{I_{e1} \cos\theta_1}{\sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{ek}^2}} = \frac{I_{e1}}{I_e}\cos\theta_1 \qquad (3.80)$$

As harmônicas de corrente não contribuem para a potência média. Porém, analisando a equação (3.80), pode-se ver que as mesmas contribuem para a redução do fator de potência.

4. Análise dos Dados

o que significa?

4.1. Lâmpada Incandescente com $\alpha = 0°$

Para uma lâmpada incandescente de 100 W foram realizadas várias leituras das correntes e tensões eficazes, de acordo com o circuito abaixo:

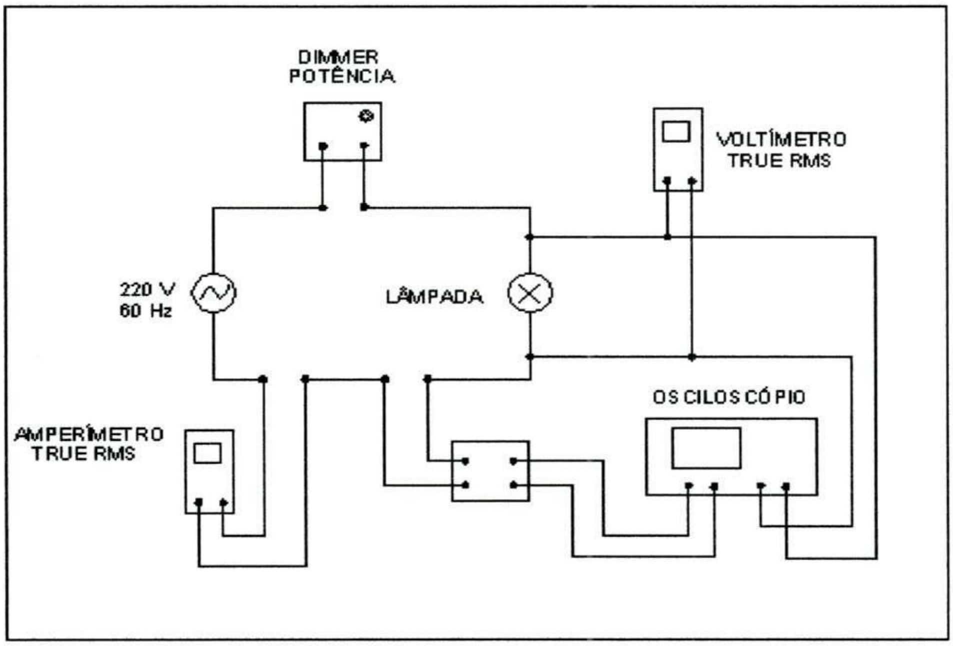


Figura 04: Circuito com Dimmer de Potência

Foram coletados os seguintes valores com os multímetros TRUE RMS.

$V_{RMS} = 218{,}44$ V (Tensão Eficaz)

$I_{RMS} = 0{,}458$ A (Corrente Eficaz)

$S = V_{RMS} \times I_{RMS}$

$S = 218{,}44 \times 0{,}458 = 100{,}04$ VA (Potência Aparente)

Com o osciloscópio foram coletadas as seguintes formas de onda.

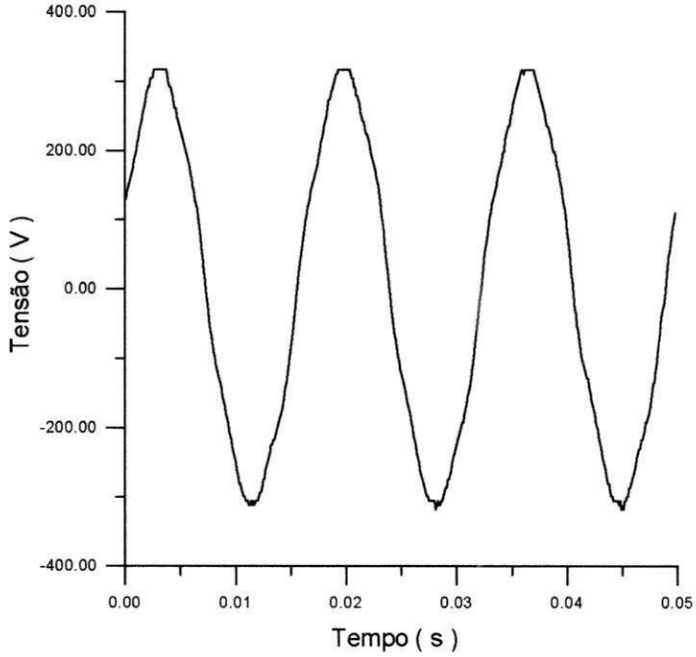


Figura 05: Tensão na lâmpada para α = 0°

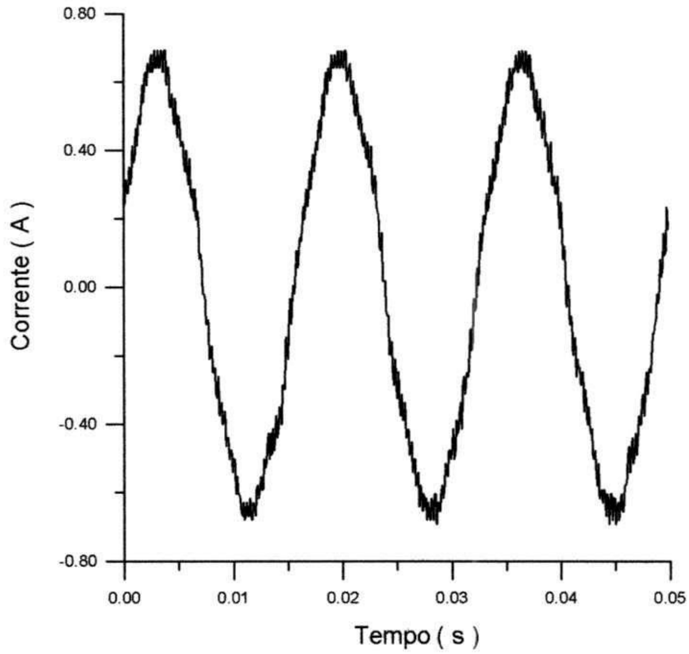


Figura 06: Corrente na lâmpada para α = 0°

Fazendo o produto destas duas formas de onda e integrando este produto, vamos ter o valor da potência ativa.

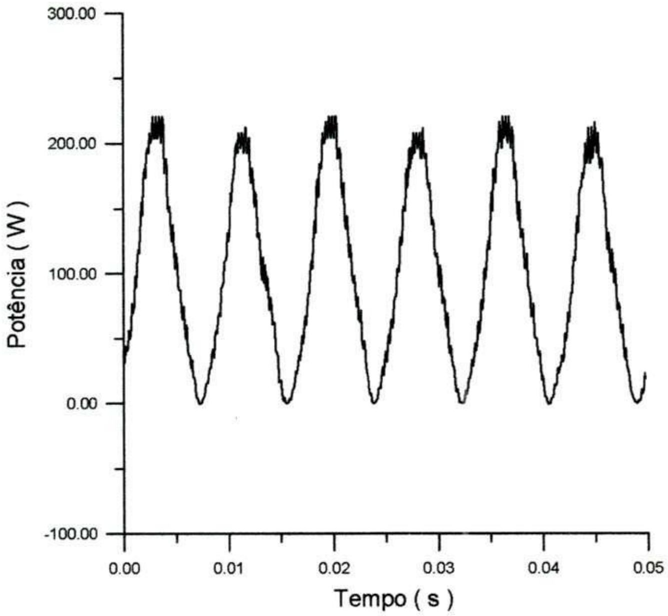


Figura 07: Potência na lâmpada incandescente para α=0°

não precisa colocar nome

Calculando o valor médio com a ajuda da rotina "Valon" implementada com o Fortran, encontramos os seguintes valores:

P = 100,65 W (Potência Ativa)

Cos φ = P / S = 100,65 / 100,04 = 1,00 P>S ! (Fator de Potência)

TDH (tensão) = 4,7 %

TDH (corrente) = 6,1 %

não precisa colocar o nome

Com uma outra rotina do Fortran, chamada "Fourier", determinamos os coeficientes da série trigonométrica de Fourier, o que nos levou a desenvolver o espectro harmônico da corrente para um ângulo de disparo de 0°.

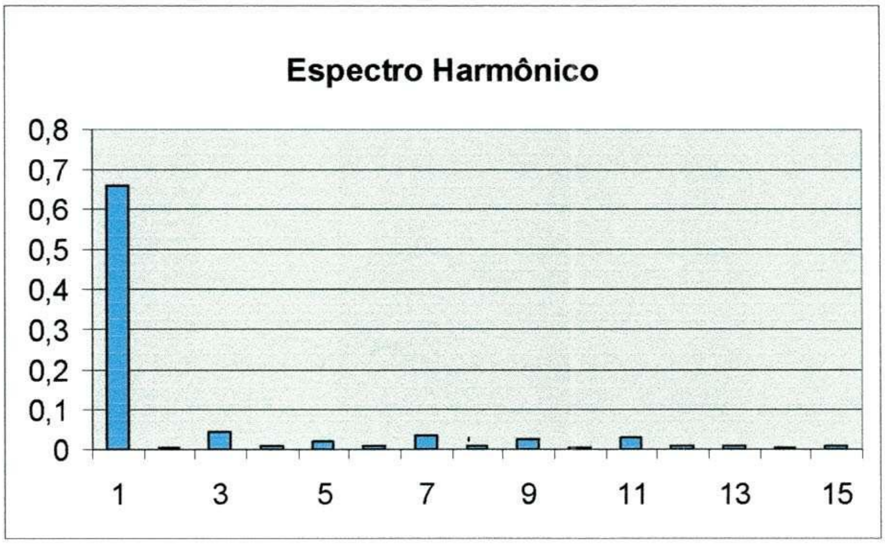


Figura nº ?

Para uma carga puramente resistiva como o nosso caso, e com a entrada do dimmer de potência a tensão não estará em fase com a corrente e o fator de potência vai ser 0,91. O espectro de harmônico continua praticamente o mesmo, com quase toda a corrente na componente fundamental.

4.3. Lâmpada Incandescente com α = 45°

Para um ângulo de disparo de 45°, foram coletados os seguintes valores com os multímetros TRUE RMS (RMS Verdadeiro).

V_{RMS} = 207,5 V (Tensão Eficaz)

I_{RMS} = 0,46 A (Corrente Eficaz)

$S = V_{RMS} \times I_{RMS}$

S = 207,5 x 0,46 = 95,45 VA (Potência Aparente)

Com o osciloscópio foram coletadas as seguintes formas de onda.

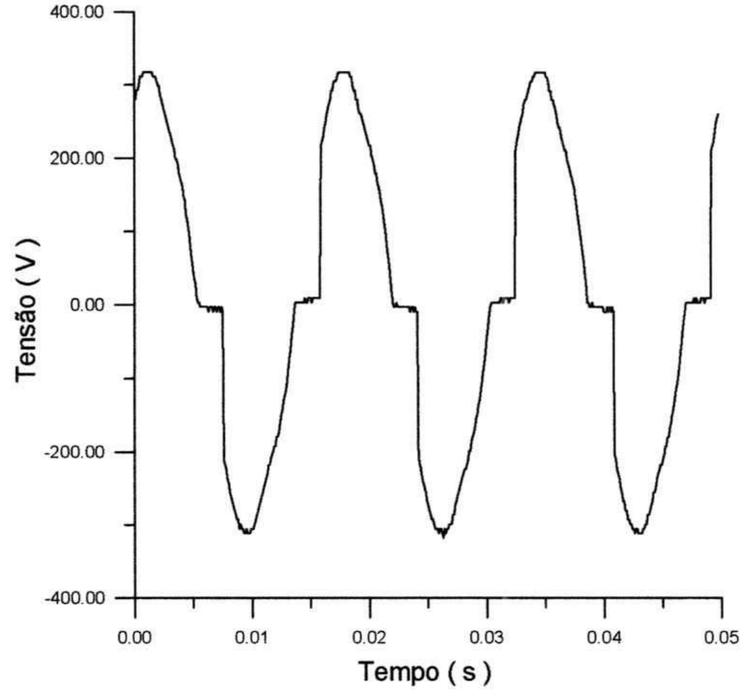


Figura 11: Tensão na lâmpada incandescente para α=45°

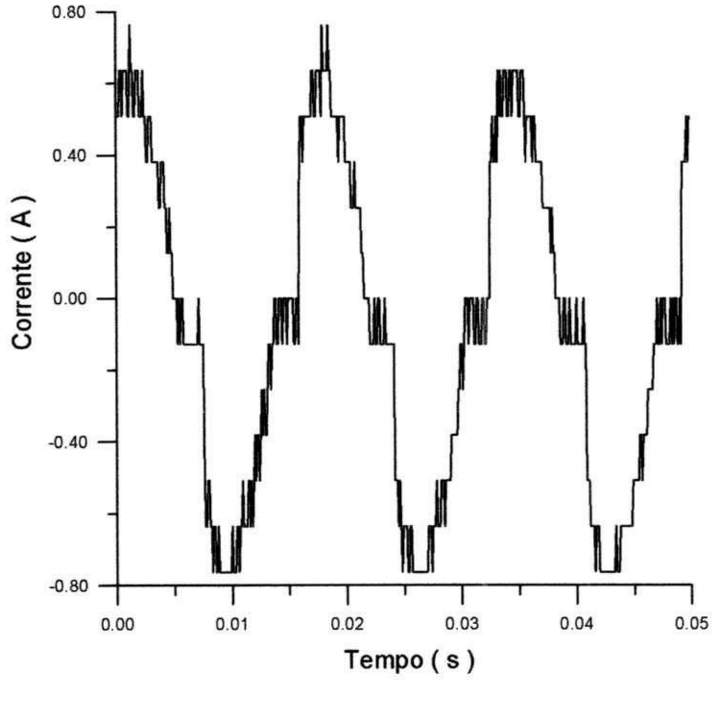


Figura 12: Corrente na lâmpada incandescente para α=45°

Fazendo o produto destas duas formas de onda e integrando este produto, vamos ter o valor da potência ativa.

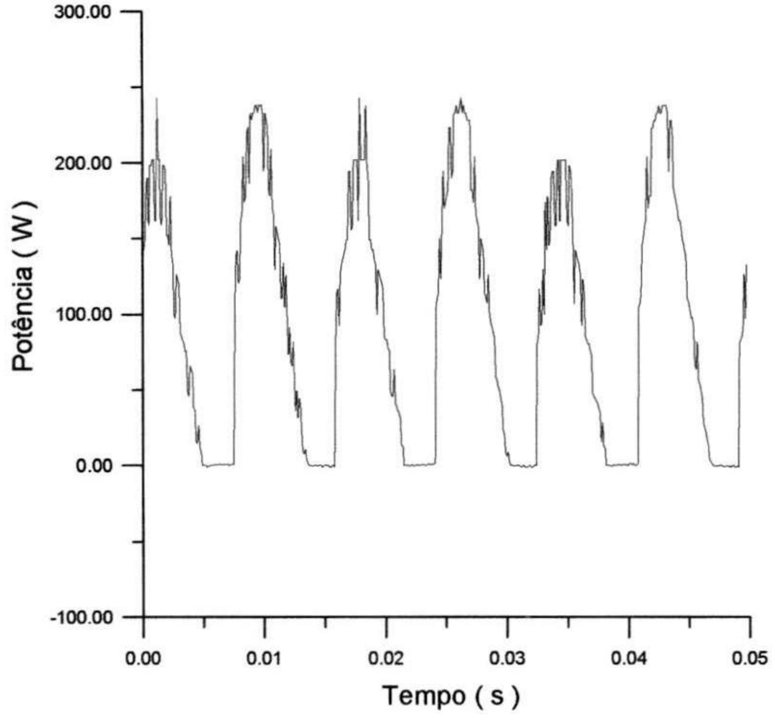


Figura 10: Potência na lâmpada incandescente para α=45°

Calculando o valor médio, o fator de potência e as taxas de distorção, vamos ter:

P = 84,97 W (Potência Ativa)

Cos φ = P / S = 84,97 / 95,45 = 0,88 (Fator de Potência)

TDH (tensão) = 23,9 %

TDH (corrente) = 22,7 %

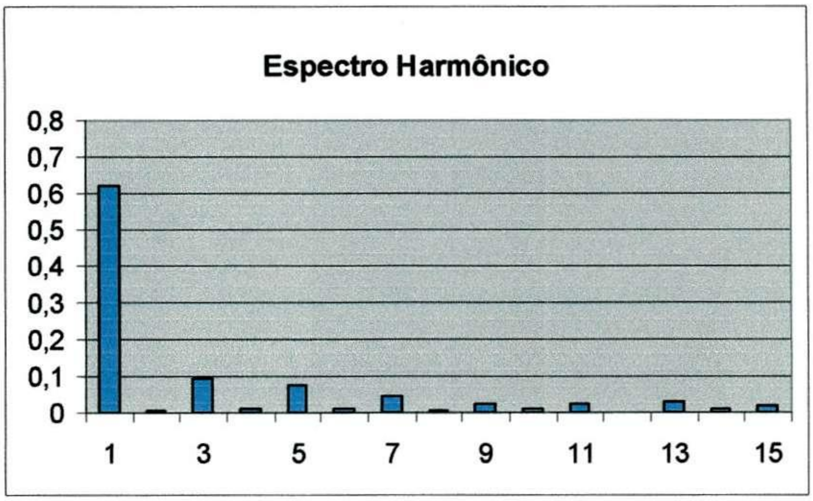


Figura Nº 7

4.4 Lâmpada Incandescente com α = 60°

Para um ângulo de disparo de 60° foram coletados os seguintes:

V_{RMS} = 199,4 V (Tensão Eficaz)

I_{RMS} = 0,45 A (Corrente Eficaz)

$S = V_{RMS} \times I_{RMS}$

S = 199,4 x 0,45 = 89,73 VA (Potência Aparente)

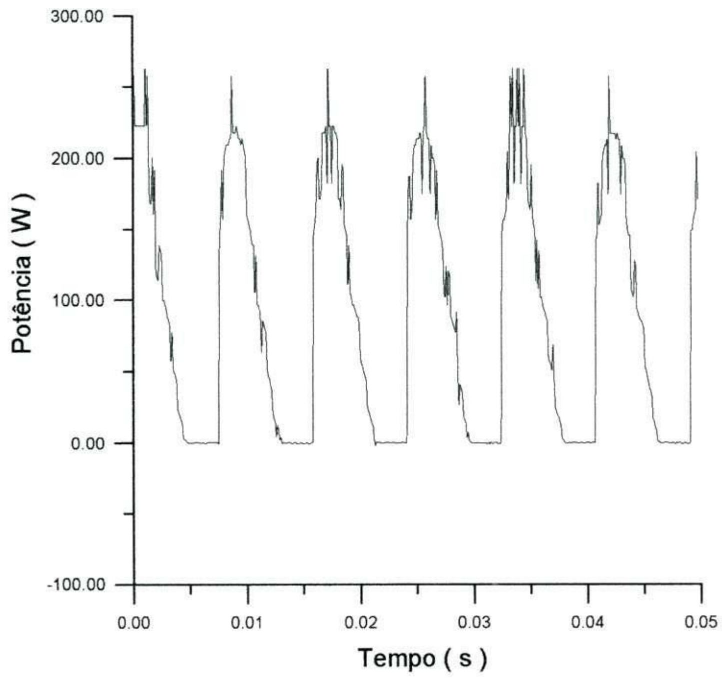


Figura 13: Potência na lâmpada incandescente para α=60°

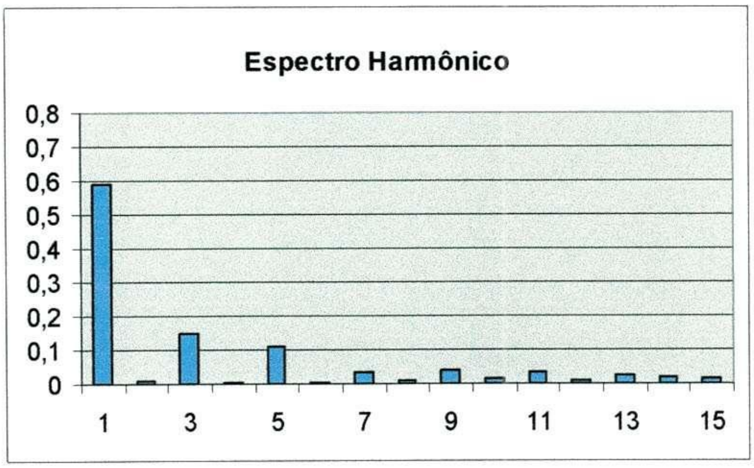
Calculando o valor médio com a ajuda da rotina Valon implementada com o Fortran, encontramos os seguintes valores:

P = 80,87 W (Potência Ativa)

Cos φ = P / S = 80,87 / 89,73 = 0,87 (Fator de Potência)

TDH (tensão) = 33,2 %

TDH (corrente) = 34,4 %



→ Figura nº 7

Com o aumento do ângulo de disparo para 60°, tivemos um aumento considerável na corrente de terceiro e quinto harmônicos.

4.5 Lâmpada Fluorescente 20 W

Para a lâmpada fluorescente, ~~nós~~ retiramos o dimmer do circuito e medimos a tensão e a corrente com o multímetro e também com o osciloscópio, onde foi utilizado

o que significa?

um len para medirmos a corrente.

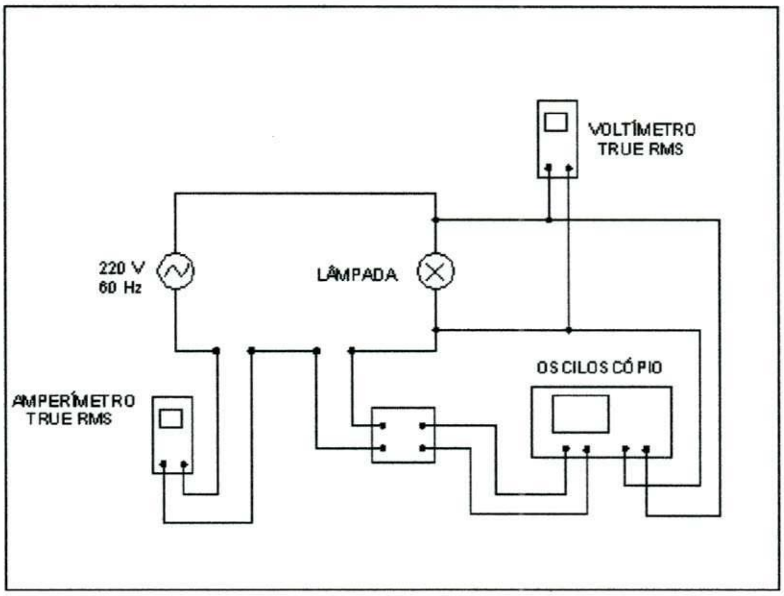


Figura 20: Circuito Sem o Dimmer de Potência

A seguir estão os valores coletados: Tensão na lâmpada; corrente na lâmpada, potência aparente; potência ativa; fator de potência; taxa de distorção harmônica da tensão e taxa de distorção harmônica da corrente.

$V_{RMS} = 220{,}0$ V	$P = 28{,}68$ W
$I_{RMS} = 0{,}39$ A	$\cos\varphi = P / S$
$S = V_{RMS} \times I_{RMS}$	$\cos\varphi = 28{,}68 / 85{,}8 = 0{,}33$

S = 220,0 x 0,39 = 85,8 VA

As formas de onda da tensão e da corrente foram obtidas através do osciloscópio digital, e a forma de onda da potência é resultado do produto entre as duas formas de onda anteriores. As formas de onda da tensão e da corrente ainda não foram apresentadas!

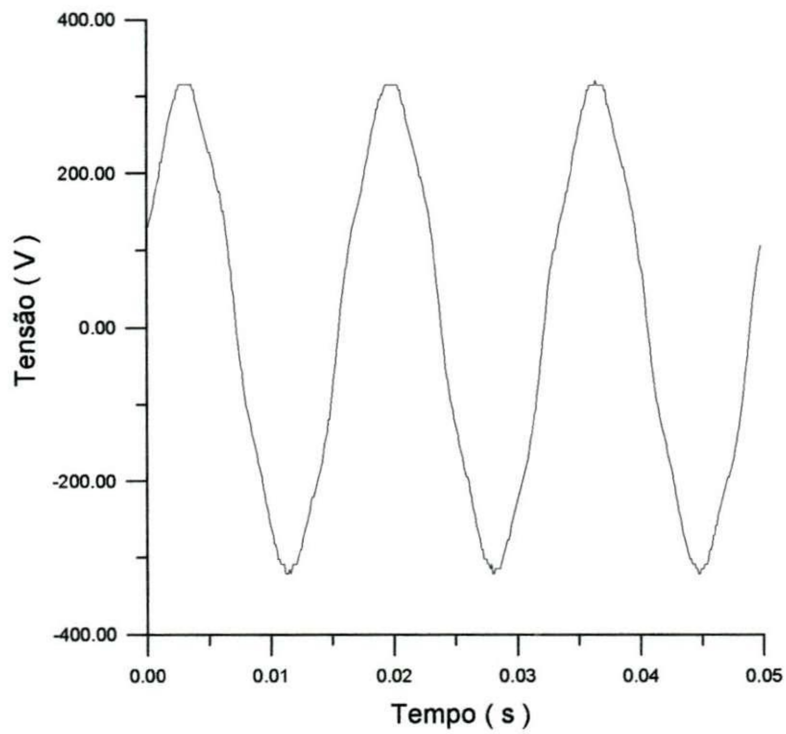


Figura 21: Tensão na lâmpada fluorescente

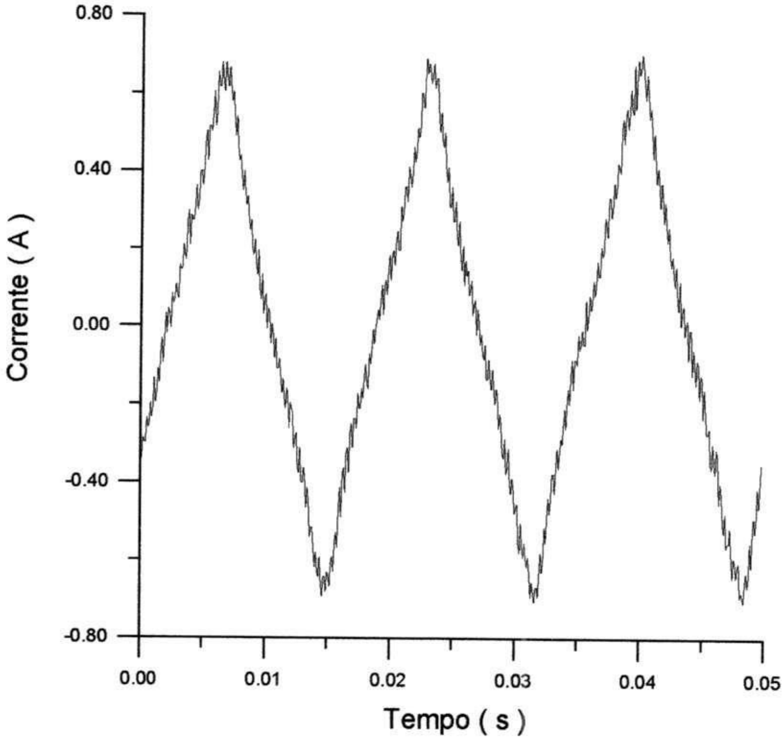


Figura 22: Corrente na lâmpada fluorescente

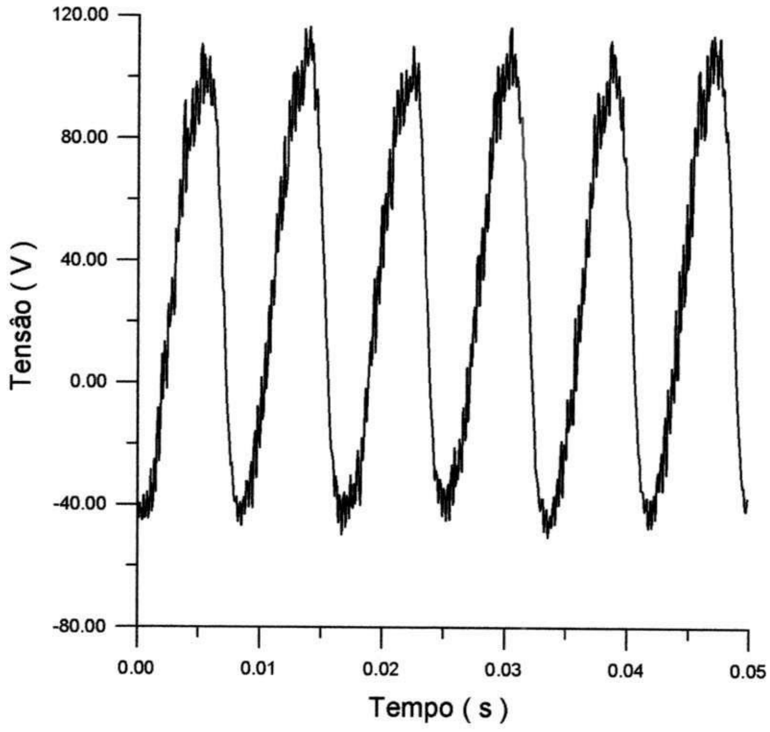


Figura 23: Potência Ativa na lâmpada fluorescente

Após obtermos as formas de onda da tensão e da corrente, utilizando a rotina do Fortran chamada Valon, encontramos as taxas de distorção e elaboramos o espectro de harmônico para as duas ondas mencionadas.

TDH (tensão) = 4,97 %

TDH (corrente) = 16,1 %

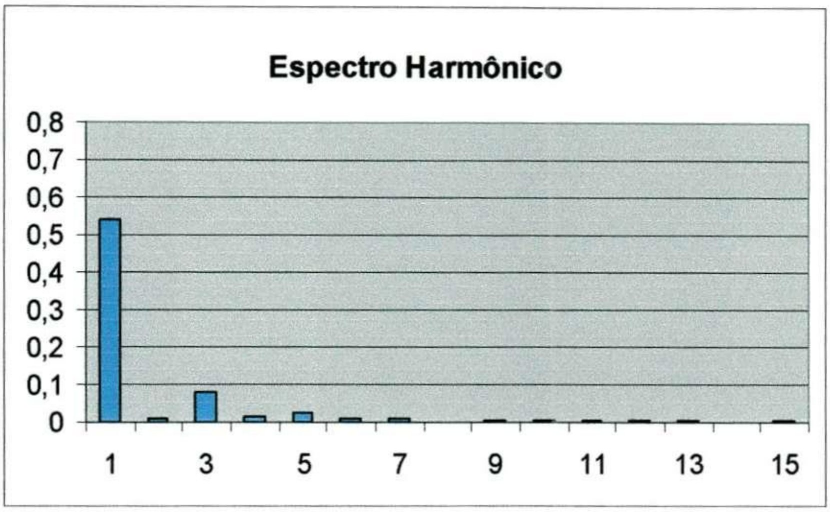


Figura Nº 7

4.6 Lâmpada Fluorescente Compacta 20 W

Para a lâmpada fluorescente compacta, foi realizado o mesmo procedimento que utilizamos com a lâmpada fluorescente comum. Onde encontramos os seguintes resultados.

$V_{RMS} = 221,7$ V

$I_{RMS} = 0,176$ A

$S = V_{RMS} \times I_{RMS}$

$S = 221,7 \times 0,176 = 39,02$ VA

$P = 12,42$ W

$\cos \varphi = P / S$

$\cos \varphi = 12,42 / 39,02 = 0,31$

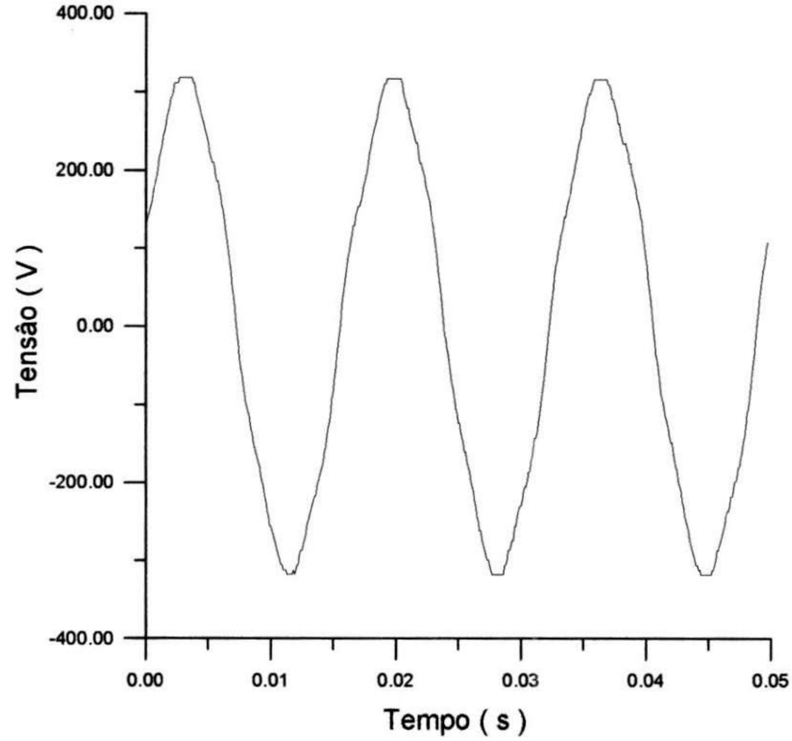


Figura 24: Tensão na lâmpada compacta

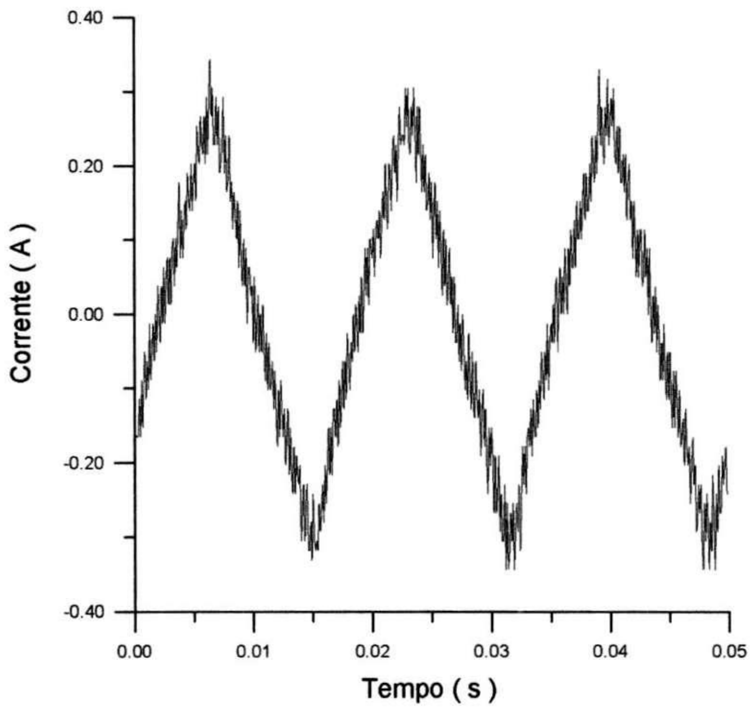


Figura 25: Corrente na lâmpada compacta

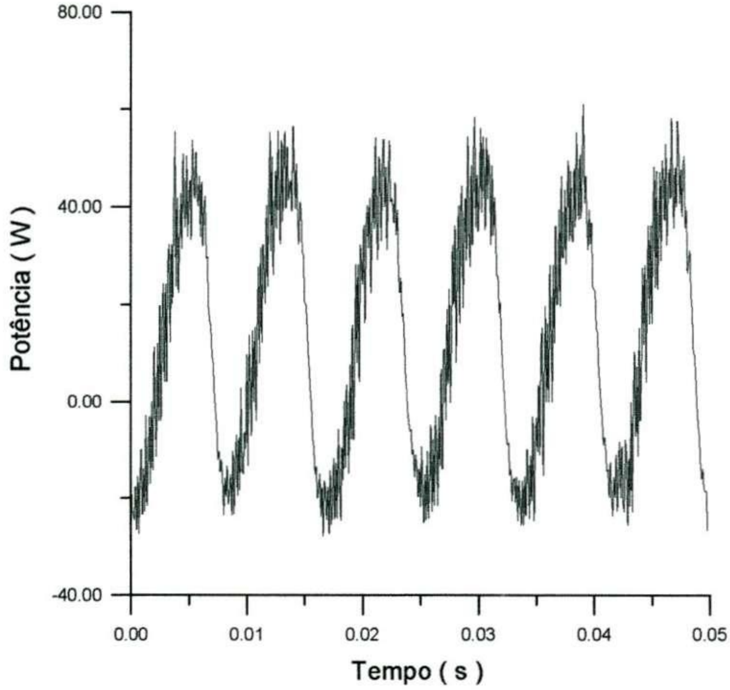


Figura 26: Potência Ativa na lâmpada compacta

Após obtermos as formas de onda da tensão e da corrente, encontramos as taxas de distorção e elaboramos o espectro de harmônico para as duas ondas mencionadas.

TDH (tensão) = 4,59 %

TDH (corrente) = 14,2 %

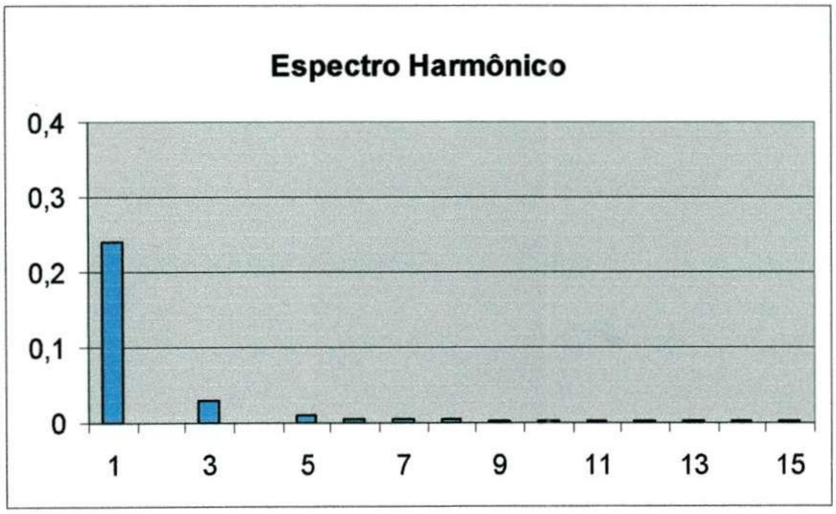


Figura nº ?

4.7 Lâmpada Fluorescente Compacta com Reator Eletrônico

Para a lâmpada fluorescente compacta eletrônica, foram realizadas as mesmas leituras e encontramos os seguintes valores:

$V_{RMS} = 218{,}8$ V

$I_{RMS} = 0{,}098$ A

$S = V_{RMS} \times I_{RMS}$

$S = 218{,}8 \times 0{,}098 = 21{,}44$ VA

$P = 10{,}69$ W

$\cos \varphi = P / S$

$\cos \varphi = 9{,}69 / 21{,}44 = 0{,}30$

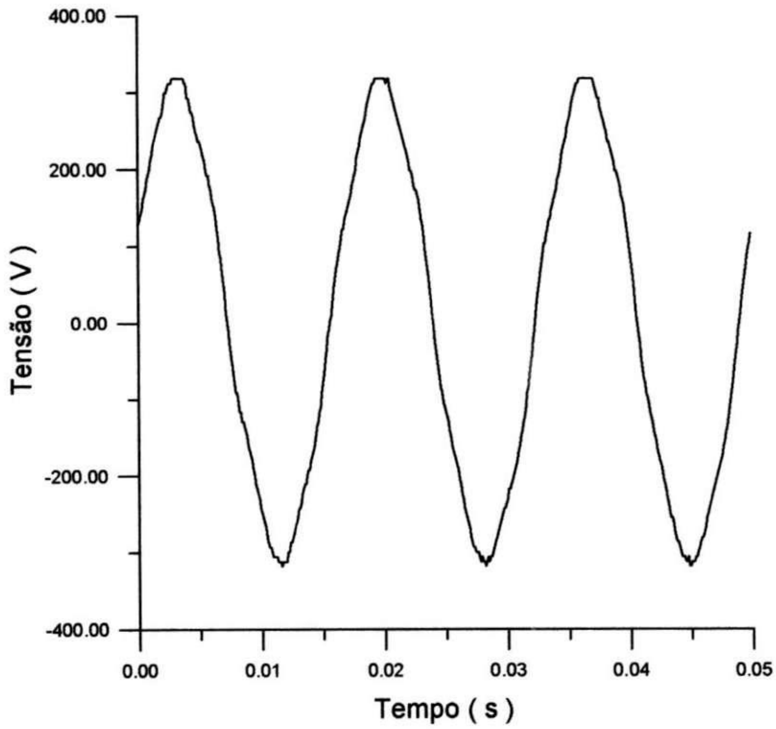


Figura 27: Tensão na lâmpada compacta com Reator Eletrônico

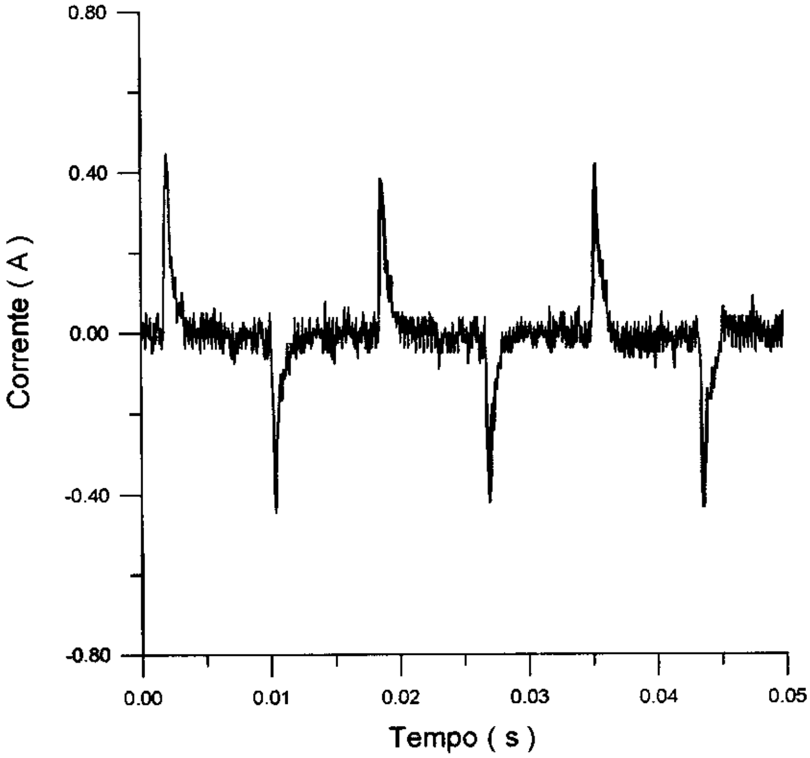


Figura 28: Corrente na lâmpada compacta com Reator Eletrônico

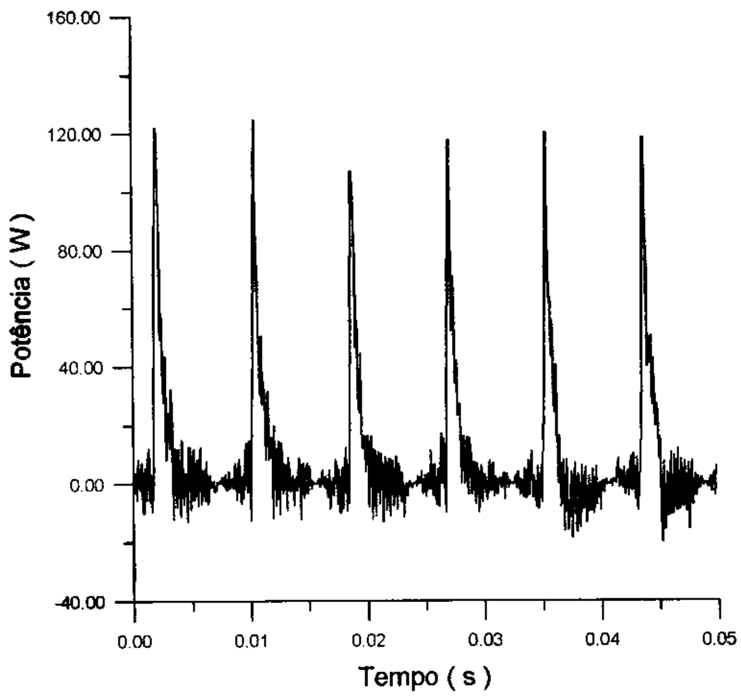


Figura 29: Potência Ativa na lâmpada compacta Com Reator Eletrônico

Após obtermos as formas de onda da tensão e da corrente, encontramos as taxas de distorção e elaboramos o espectro de harmônico para as duas ondas mencionadas.

TDH (tensão) = 4,97 %

TDH (corrente) = 137,3 %

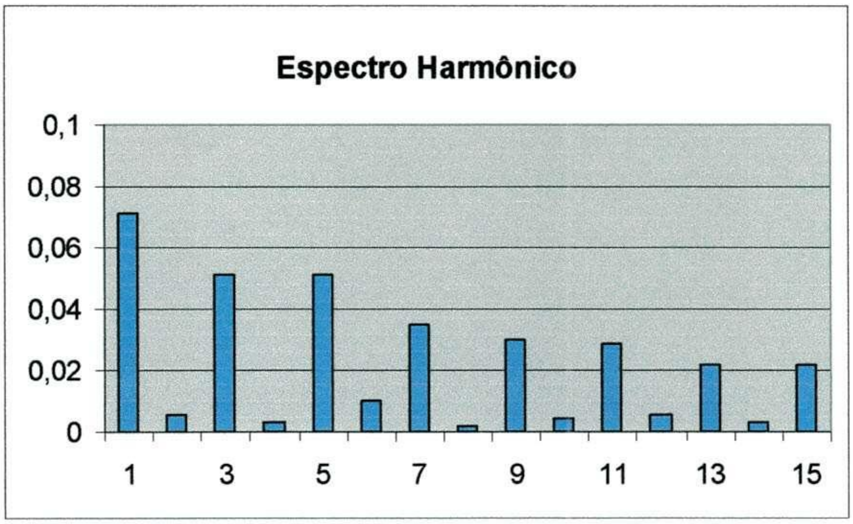


Figura Nº 7

O espectro harmônico nos mostra que a quantidade de harmônicos gerados por uma lâmpada como essa é realmente muito alto, e que os harmônicos gerados não são de uma ordem em específico, e sim de todas as ordens ímpares.

4.8 Resumo das Medições

MEDIDA	LÂMPADA	ÂNGULO DE DISPARO	OSCILOSCÓPIO				
			U (V)	I (A)	P (W)	S (VA)	COS φ
1	INCANDESCENTE	O°	218,4	0,458	100,65	100,04	1,00
2	INCANDESCENTE	30°	216,9	0,46	90,52	99,77	0,91
3	INCANDESCENTE	45°	207,5	0,46	84,97	95,45	0,88
4	INCANDESCENTE	60°	199,4	0,45	80,87	89,73	0,87
5	FLUORESCENTE COMUM		220,0	0,39	28,68	85,8	0,33
6	FLUOR. COMPACTA		221,7	0,17	12,42	39,02	0,31
7	FLUOR. ELETRÔNICA		218,8	0,098	10,69	21,44	0,30

Tabela 01: Potências e Fator de Potência

o título da tabela fica acima da tabela

MEDIDA	LÂMPADA	ÂNGULO DE DISPARO	COS φ	THD (%) (TENSÃO)	THD (%) (CORRENTE)
1	INCANDESCENTE	O°	1,00	4,7	6,1
2	INCANDESCENTE	30°	0,91	11,0	11,8
3	INCANDESCENTE	45°	0,88	23,9	22,7
4	INCANDESCENTE	60°	0,87	33,2	34,4
5	FLUORESCENTE COMUM		0,33	4,97	16,1
6	FLUOR. COMPACTA		0,31	4,59	14,2
7	FLUOR. ELETRÔNICA		0,30	4,97	137,3

Tabela 02: Taxa de Distorção Harmônica

o título da tabela é acima da tabela

5.Conclusão

Em virtude da popularização de cargas não-lineares em todos os setores, tendo como objetivo o uso cada vez mais eficiente da energia, o problema da injeção de harmônicos no sistema elétrico tem se tornado mais crítico. O conhecimento da resposta dessas cargas é importante para que se busquem soluções que visem a melhoria da qualidade da energia.

A conclusão deve referir-se de uma forma sucinta aos resultados obtidos com as medições nas lâmpadas, fazendo comparações entre elas

6. Referências Bibliográficas

Todas essas referências deveriam estar citadas ao longo do texto!

[1] GUERRA, F. Introdução ao Estudo de Harmônicos – *Apostila*. Campina Grande.

[2] MORENO, H. Harmônicos – Apostila. Procobre Brasil.

[3] MORENO, Hilton e COTRIM, Ademaro. Qualidade de Energia – Harmônicas. Procobre Brasil.

[4] CREDER, H. Instalações Elétricas, Livros Técnicos e Científicos, 2004

Sites:

http://www.procobre.com.br
http://www.eletrobras.gov.br

7. Anexo

Rotinas do Fortran:

```
C-----------------------------------------------------------------------------------------------
C       CALCULO DOS SEGUINTES VALORES CARACTERÍSTICOS DE UMA ONDA:
C       - VALOR MEDIO DE MEIA ONDA
C       - VALOR MEDIO DE ONDA COMPLETA
C       - VALOR EFICAZ (RMS)
C       - FATOR DE FORMA
C       - FATOR DE FORMA    DE MEIA ONDA
C       - VALOR EFICAZ DA FUNDAMENTAL
C       - TAXA DE DISTORÇÃO HARMÔNICA (SEM COMPONENTE CC)
C       - TAXA DE DISTORÇÃO        (COM COMPONENTE CC)
C-----------------------------------------------------
C       FD      - VALORES DA ONDA.
C       T       - INSTANTES DE TEMPO CORRESPONDENTES ÀS AMOSTRAS DA ONDA.
C       M       - NÚMERO ÍMPAR DE PONTOS FORNECIDOS DA ONDA. FORNECER O
   PONTO
C               [T, F(T)], T = PERÍODO DA ONDA.
C       N      -NÚMERO DE HARMÔNICAS DA SÉRIE DE FOURIER, 2*N < M.
C       SAI.DAT        -ARQUIVO DE SAÍDA COM OS VALORES CARACTERÍSTICOS DA
   ONDA.
C-----------------------------------------------------------------------------------------------
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      REAL*8 T(500),FD(500),FQ(500),FM(500),FIM(500),FIE(500)
      COMPLEX*16 C(50)
      CHARACTER*30 ARQDAT
C
      WRITE(*, *) 'NOME DO ARQUIVO DE ENTRADA'
      READ (*,10) ARQDAT
10      FORMAT(A30)
C
      OPEN(20,FILE = ARQDAT,STATUS='OLD')
C
      OPEN(30,FILE ='SAI.DAT')
C
      WRITE(*,*) 'NUMERO DE AMOSTRAS DA FUNCAO'
      READ (*,*)  M
      WRITE(*,*) '     '
C
      WRITE(*,*) 'ORDEM DA MAIOR HARMONICA'
      READ (*,*) N
      WRITE(*,*) '     '
C
      WRITE(*,*) 'DIGITE 1 SE HA SIMETRIA DE MEIA ONDA E 0 SE NAO HA'
      READ (*,*) KS
      WRITE(*,*) '     '
C
      N=N+1
C
      READ(20,*) (T(J),FD(J),J=1,M)
C
      DT=T(2)-T(1)
C
      DO 40 K=1,M
         CALL TRAP(M,DT,FD,FIM)
         IF(K.EQ.(M+1)/2) FIMP=2.D0*FIM(K)/T(M)
         FQ(K)=FD(K)**2
```

```
          CALL TRAP(M,DT,FQ,FIE)
40      CONTINUE
      VMMP=FIMP
      VMOC=FIM(M)/T(M)
      VEOC=DSQRT(FIE(M)/T(M))
      FFMP=VEOC/VMMP
      IF( KS.EQ.0) FFOC=VEOC/VMOC
      CALL FOURIER(FD,C,FM,M,N)
C
      FME2=FM(2)/DSQRT(2.D0)
C
      A=0.D0
      DO 50 K=3,N
          FMQ1=FM(K)*FM(K)/2.D0
          VES1=A+FMQ1
          A=VES1
50            CONTINUE
      VES1=DSQRT(VES1)
      TDHS=VES1/FME2
C
      B=0.D0
      DO 60 K=1,N
          IF(K.NE.2) THEN
             FMQ2=FM(K)*FM(K)/2.D0
             VEC1=B+FMQ2
              B=VEC1
         ENDIF
60      CONTINUE
C
      VEC1=DSQRT(VEC1)
      TDCC=VEC1/FME2
C
      WRITE(30,*) '--------------------------------------------------'
      WRITE(30,*) 'VALORES CARACTERÍSTICOS DA ONDA'
      WRITE(30,*) '--------------------------------------------------'
      WRITE(30,*) 'VALOR MEDIO DA ONDA COMPLETA              = ',VMOC
      WRITE(30,*) 'VALOR MEDIO DE MEIA ONDA                  = ',VMMP
      WRITE(30,*) 'VALOR EFICAZ DA ONDA                      = ',VEOC
      IF(KS.EQ.0) THEN
         WRITE(30,*) 'FATOR DE FORMA DA ONDA COMPLETA        = ',FFOC
      ENDIF
      WRITE(30,*) 'FATOR DE FORMA DE MEIA ONDA               = ',FFMP
      WRITE(30,*) 'VALOR EFICAZ DA FUNDAMENTAL               = ',FME2
      WRITE(30,*) 'TAXA DE DISTORCAO HARMÔNICA (SEM CC)      = ',TDHS
      WRITE(30,*) 'TAXA DE DISTORCAO            (COM CC)      = ',TDCC
      WRITE(30,*) '--------------------------------------------------'
C
      STOP
      END
C------------------------------------------------------------------------------
C       INTEGRACAO DO SINAL
C------------------------------------------------------------------------------
      SUBROUTINE TRAP(M,DT,FD,FI)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      REAL*8 T(500),FD(500),FI(500)
C
      A=0.D0
      T(1) =0.D0
      FI(1)=0.D0
C
```

```
      DO 30 I =1,M-1
         FI(I+1)=A+(DT/2.D0)*(FD(I+1)+FD(I))
         A=FI(I+1)
30    CONTINUE
C
      RETURN
      END
C-----------------------------------------------------------------------------------------------
C     CÁLCULO DAS AMPLITUDES DO SINAL
C-----------------------------------------------------------------------------------------------
      SUBROUTINE FOURIER(FD,C,FM,M,N)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      REAL*8 FD(500),FM(50)
      COMPLEX*16 C(50),W
C
      PI =4.D0*DATAN(1.D0)
C
      M=M-1
C
      DO 20 K=1,N
         C(K)=(0.D0,0.D0)
         DO 10 I=1,M
            W  =DCMPLX(0.D0,2.D0*PI*(K-1)*(I-1)/M)
            C(K)=C(K)+FD(I)*CDEXP(-W)
10          CONTINUE
         C(K)=C(K)/M
         FM(K)=CDABS(C(K))
         IF(K.EQ.1) GOTO 20
         FM(K)=2.D0*FM(K)
20    CONTINUE
C
      RETURN
      END


C-----------------------------------------------------------------------------------------------
```

VALORES CARACTERÍSTICOS DA ONDA

VALOR MEDIO DA ONDA COMPLETA	=	0.000000000000000E+000
VALOR MEDIO DE MEIA ONDA	=	16.466666666666670
VALOR EFICAZ DA ONDA	=	18.874056267797870
FATOR DE FORMA DE MEIA ONDA	=	1.146197749056551
VALOR EFICAZ DA FUNDAMENTAL	=	18.394821733672660
TAXA DE DISTORCAO HARMÔNICA (SEM CC)	=	2.264448734375887E-001
TAXA DE DISTORCAO (COM CC)	=	2.264448734375887E-001

C---

```
C------------------------------------------------------------------
C  CALCULO DE COEFICIENTES E SÉRIE EXPONENCIAL DISCRETA DE FOURIER  DE
C  UMA ONDA PERIÓDICA A PARTIR DE PONTOS IGUALMENTE ESPAÇADOS.
C------------------------------------------------------------------
C  FD   - VALORES DA FUNÇÃO F(t). INCLUIR F(T), T = PERÍODO DA ONDA.
C  TM   - INSTANTES DE TEMPO CORRESPONDENTES ÀS AMOSTRAS DA ONDA.
C  M    - NÚMERO ÍMPAR DE PONTOS FORNECIDOS DE F(t). NÃO FORNECER O
C         PONTO F(T), T = PERÍODO DA ONDA.
C  N    - NÚMERO DA MAIOR HARMÔNICA DA SÉRIE DE FOURIER; 2N < M.
C  SAI.DAT - ARQUIVO DE SAÍDA COM LISTAGEM DOS COEFICIENTES DA FUNÇÃO.
C  GRF.DAT - ARQUIVO DE SAÍDA COM LISTAGEM DOS PONTOS CALCULADOS  PARA
C         PLOTAR O GRÁFICO DA FUNÇÃO.
C------------------------------------------------------------------
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      REAL*8 TM(2000),FD(2000),FC(2000),FM(50),FA(50)
      COMPLEX*16 C(16)
      CHARACTER*30 ARQDAT
C
      WRITE(*, *) 'NOME DO ARQUIVO DE ENTRADA'
      READ (*,10)  ARQDAT
10          FORMAT(A30)
C
      OPEN(20,FILE = ARQDAT,STATUS='OLD')
C
      OPEN(30,FILE ='SAI.DAT')
      OPEN(40,FILE ='GRF.DAT')
C
      WRITE(*,*) 'NUMERO DE AMOSTRAS DA FUNCAO'
      READ (*,*) M
      WRITE(*,*) '     '
C
      WRITE(*,*) 'ORDEM DA MAIOR HARMONICA'
      READ (*,*)  N
      WRITE(*,*) '     '
C
      N=N+1
C
      READ(20,*) (TM(J),FD(J),J=1,M)
C
      CALL FOURIER(FD,FC,C,FM,FA,M,N)
C
      WRITE(30, *) '+-------------COEFICIENTES DE FOURIER--------+'
      WRITE(30, *) '+----------PARTE REAL-------PARTE IMAGINARIA-+'
      WRITE(30,70) (K-1,C(K),K=1,N)
      WRITE(30, *) '+---------------SERIE TRIGONOMETRICA---------+'
      WRITE(30, *) '+-----------AMPLITUDE----------ANGULO (°)----+'
      WRITE(30,70) (K-1,FM(K),FA(K),K=1,N)
      WRITE(30, *) '+--------------------------------------------+'
C
      T=TM(1)
      DL=TM(2)-TM(1)
C
      DO 60 J=1,M
      WRITE(40,80) T,FC(J)
      T=T+DL
60          CONTINUE
C
70          FORMAT(I2,5X,D15.6,D20.6)
80      FORMAT(  7X,D15.6,D20.6)
C
```

```
      STOP
      END
C-----------------------------------------------------------------
      SUBROUTINE FOURIER(FD,FC,C,FM,FA,M,N)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      REAL*8 FD(2000),FC(2000),FM(50),FA(50)
      COMPLEX*16 C(16),W
C
      PI =4.D0*DATAN(1.D0)
      FAT=180.D0*PI
C
C              CÁLCULO DOS COEFICIENTES C A PARTIR DA FUNÇÃO F
C
      DO 20 K=1,N
        C(K)=(0.D0,0.D0)
        DO 10 I=1,M
          W=DCMPLX(0.D0,2.D0*PI*(K-1)*(I-1)/M)
          C(K)=C(K)+FD(I)*CDEXP(-W)
10               CONTINUE
        C(K)=C(K)/M
        FM(K)=CDABS(C(K))
        FA(K)=0.D0
        IF(K.EQ.1) GOTO 20
        FM(K)=2.D0*FM(K)
        AK=DREAL(C(K))/2.D0
        BK=-DIMAG(C(K))/2.D0
        FA(K)= DATAN2D(AK,BK)
20          CONTINUE
C
C              CÁLCULO DA FUNÇÃO F A PARTIR DOS COEFICIENTES C
C
      DO 40 I=1,M
        FC(I)=C(1)
        DO 30 K=2,N
          W=DCMPLX(0.D0,2.D0*PI*(K-1)*(I-1)/M)
          FC(I)=FC(I)+(C(K)*CDEXP(W)+DCONJG(C(K)*CDEXP(W)))
30    CONTINUE
40          CONTINUE
      RETURN
      END
C-----------------------------------------------------------------
```