



Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

Matias Ribeiro Máximo de Lavôr

Modelagem e Simulação do Módulo de Efeito Peltier e Alternativas de Controle

Campina Grande, Paraíba
Junho de 2011

Matias Ribeiro Máximo de Lavôr

Modelagem e Simulação do Módulo de Efeito Peltier e Alternativas de Controle

*Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Campina Grande
como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Bacharel em Ciências no
Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Sistemas de Controle

Orientador:
George Acioli Júnior

Campina Grande, Paraíba
Junho de 2011

Matias Ribeiro Máximo de Lavôr

Modelagem e Simulação do Módulo de Efeito Peltier e Alternativas de Controle

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Campina Grande
como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Bacharel em Ciências no
Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas de Controle

Aprovado em / /

Professor Avaliador
Universidade Federal de Campina Grande

Professor George Acioli Júnior
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador, UFCG

Dedico este trabalho de conclusão de curso aos meus pais,
que me deram a força que precisei nos momentos mais
difíceis dessa etapa da minha vida, e que me proporcionaram
a formação íntegra do meu caráter.

Agradeço a Deus em primeiro lugar, por ter me permitido concluir essa etapa da minha vida com saúde e perseverança. Agradeço aos meu pai Luis Raimundo e minha mãe Antônia Máximo pelos vossos esforços para me oferecer uma educação de qualidade e o apoio para que eu pudesse superar os momentos mais difíceis, que de fato foram essenciais para estar concluindo esse curso. Agradeço também à minhas irmãs Robéria Máximo e Rogéria Máximo por terem me apoiado sempre que precisei. Agradeço ao Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle (LIEC) por todo o conhecimento proporcionado pelos integrantes durante o tempo de estudo no desenvolvimento desse trabalho e outros projetos nos quais participei. Um agradecimento ao Prof. George Acioli Júnior e ao Prof. Péricles Resende Barros por terem me orientado para seguir rumo certo ao aprendizado durante as atividades desenvolvidas até a finalização desse trabalho de conclusão de curso. Agradeço a todos os meus amigos e companheiros do curso de Engenharia Elétrica que passaram pela minha vida e que contribuíram de forma significativa para a minha formação.

"Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível."

Charles Chaplin

Resumo

Os módulos Peltier, também conhecidos como pastilhas termoeletricas, são pequenos dispositivos que funcionam como bombas de calor utilizando a tecnologia da matéria condensada, ou seja, um ramo que tem como objetivo estudar a composição química e o arranjo atômico das superfícies dos sólidos.

Tais módulos são essencialmente formado por um par de placas cerâmicas recheadas com pequenos cubos de telureno de bismuto (Bi_2Te_3).

Seu funcionamento e operação são baseados no "Efeito Peltier", descoberto em 1834. Quando se aplica uma corrente nos terminais do modulo o calor move de um lado correspondente a uma placa para o outro onde o mesmo deve ser removido por um dissipador. Quando invertidos os pólos, ou seja, a corrente inverte o sentido, o mesmo lado que era retirado calor se torna um excelente aquecedor(ver referência [4]).

Atualmente são usados em pequenas unidades de resfriamento como chips microprocessadores ou até pequenas geladeiras portáteis.

As grandes vantagens do uso dos módulos Peltier são a ausência de peças móveis, gás freon, barulho e vibração; além do tamanho reduzido, alta durabilidade e precisão. Elas são utilizadas hoje em inúmeros setores, principalmente os de bens de consumo, automotivo, industrial e militar.

Sumário

1	Introdução	5
1.1	Objetivos	5
2	Revisão Conceitual	7
2.1	Calor	7
2.1.1	Calor Específico	7
2.2	Transferência de Calor	7
2.2.1	Lei da Condução térmica	7
2.2.2	Condutância Térmica	8
2.2.3	Convecção	8
2.2.4	Lei de Newton do Resfriamento	8
2.3	Efeito Termoelétrico	9
2.3.1	Efeito Seebeck	9
2.3.2	Efeito Peltier	10
2.3.3	Efeito Thomson	11
3	Modelagem	12
3.1	Modelo do Sistema Dinâmico	12
3.1.1	Material Termoelétrico	12
3.1.2	Faces quente e fria da Pastilha Termoelétrica	14
3.1.3	Modelo não-linear reduzido	16
3.1.4	Linearização	17
3.2	Modelo linear reduzido	19
3.2.1	Modelo Linear em Espaço de Estados	20
4	Alternativas de controle	23
4.1	Regulador Linear Multivariável	23
4.2	Filtro de Kalman	27
4.3	Controle PID	34
4.3.1	Ação Proporcional-Derivativa	34
4.3.2	Ação Proporcional-Integral	34
4.3.3	Ação Proporcional-Integral-Derivativo	34
5	Simulador do Módulo de Efeito Peltier	36
5.1	Configurações iniciais	37
5.2	Testes Realizados	40
5.2.1	Ponto de operação 1 - 25°C à 30°C	40
5.2.2	Ponto de operação 2 - 5°C à 15°C	44
5.3	OLE for Process Control (OPC)	48

5.3.1	Definição	48
5.4	OPC-DA Toolkit Advosol	49
6	Conclusão	52

Lista de Figuras

1	Princípio de funcionamento dos módulos termoeletrônicos Peltier (<i>Fonte—www.peltier.com.br— acessadoemjunhode2011</i>)	6
2	Par de condutores com materiais distintos com junções em diferentes temperaturas	10
3	Diagrama esquemático de um modulo de efeito Peltier	12
4	Diagrama esquemático da junção PN da pastilha termoeletrica	13
5	Adicionando um setpoint ao LMR para o processo de efeito Peltier	25
6	Resultado da simulação para o controle da temperatura com o LMR do efeito Peltier	26
7	Diagrama esquemático do processo usando o filtro de Kalman	28
8	Diagrama de blocos do filtro de Kalman usando o simulink	29
9	Diagrama de blocos do sistema com filtro de Kalman sem realimentação	30
10	Diagrama de blocos do sistema com filtro de Kalman com realimentação	30
11	Resultado da simulação do processo com realimentação usando o filtro de Kalman	31
12	Gráfico referentes aos estados estimados pela dinâmica do Filtro de Kalman	32
13	Gráfico referentes aos estados estimados pela dinâmica do Filtro de Kalman	33
14	Interface inicial do programa	36
15	Controle em malha aberta	38
16	Controle em malha aberta	39
17	Controle em malha fechada da temperatura da face fria	40
18	Interface do simulador para a primeira faixa de operação com $Q_L = 0W$	41
19	Gráfico em tela cheia para a primeira faixa de operação com $Q_L = 0W$	42
20	Interface do simulador para a primeira faixa de operação com $Q_L = 5W$	43
21	Gráfico em tela cheia para a primeira faixa de operação com $Q_L = 5W$	44
22	Interface do simulador para a segunda faixa de operação com $Q_L = 0W$	45
23	Gráfico em tela cheia para a segunda faixa de operação com $Q_L = 0W$	46
24	Interface do simulador para a segunda faixa de operação com $Q_L = 5W$	47
25	Gráfico em tela cheia para a segunda faixa de operação com $Q_L = 5W$	48
26	Interface de configuração dos itens OPC do programa	49
27	Interface principal do cliente OPC do toolkit Advosol	50
28	Interface de configuração de escrita para o cliente OPC	51

1 Introdução

Os módulos de efeito Peltier, têm como principal componente as pastilhas termoelétricas, que são pequenas unidades que operam como bombas de calor. Essas unidades geralmente possuem uma forma quadrada e espessura de alguns milímetros. Tais módulos são basicamente formados por um par de placas cerâmicas, recheado com junções PN, ou seja, estrutura fundamental dos componentes eletrônicos comumente denominados semicondutores, que no caso das pastilhas termoelétricas, são pequenos cubos de Bi_2Te_3 (telureto de bismuto), que desempenham. Seu funcionamento é baseado no Efeito Peltier, observado pela primeira vez em 1834 por Jean Charles Athanase Peltier (ver referência [5]).

Quando uma corrente elétrica percorre os terminais da pastilha, o calor de uma das faces da pastilha, geralmente em contato com uma fonte de calor, se move para a outra face, onde é retirado por um dissipador. Se o sentido da corrente aplicada nos terminais da pastilha for invertido, o efeito inverte o fluxo de calor da pastilha, se tornando um aquecedor ao invés de um resfriador. Tais módulos são usados principalmente em sistemas de refrigeração de dispositivos eletrônicos, como chips microprocessados, podendo ser usado até em refrigeradores de pequeno porte. Seu funcionamento permite a transferência de no máximo 250W, o que inviabiliza o seu uso em aparelhos de ar condicionado, o esquema de funcionamento da pastilha termoelétrica pode ser observada na figura 1 (ver referência [4]).

Para que seja possível projetar e dimensionar qualquer processo real, é necessário conhecer variáveis que representam determinadas grandezas físicas, como temperatura, pressão ou nível. A partir de tal conhecimento, é possível desenvolver um modelo que seja capaz de simular fielmente o processo, e obter os dados suficientes para a implementação do processo com as especificações necessárias.

Para o módulo de efeito Peltier, precisamos encontrar as equações que representam o modelo não-linear, para que seja possível obter a temperatura em ambas as faces para um determinado instante de tempo, a partir do comportamento dinâmico das variáveis que caracterizam o modelo não linear do processo de Peltier.

O modelo não-linear que representa o módulo de efeito Peltier, deve ser feito de tal forma que se leve em consideração as não linearidades impostas pelo mesmo, assim como o controlador que deve ser projetado para trabalhar em uma determinada faixa de operação.

Quando se quer determinar o controle de um determinado processo, é necessário conhecer variáveis que representam determinadas grandezas físicas, como temperatura, pressão ou nível (ver referência [1]). Para o módulo Peltier, precisamos medir a temperatura em ambas as suas faces. Logo, foi necessário encontrar um modelo matemático que proporcione isso. A partir desse modelo, utilizando uma aplicação em C#, desenvolvida no ambiente de programação do Visual Studio 2008, será possível simular as equações não-lineares que representam o processo real de forma sistemática e obter os resultados necessários para a pesquisa.

1.1 Objetivos

Para que tal módulo seja usado de forma eficaz, é necessário o uso de um controlador capaz de levar o valor da temperatura em uma das faces, para um valor de referência previamente determinado, para

isso, serão desenvolvidas aplicações de controle como o controlador PID. Além de aplicações de controle ótimo, a partir do modelo linear em espaço de estados, como o Regulador Linear Multivariável (LMR) e Filtro de Kalman.

A partir do modelo obtido, é preciso conhecer os efeitos das variações de tais grandezas físicas ou parâmetros que representam propriedades materiais. Para isso existe a simulação, como uma forma de realizar o funcionamento de um determinado processo a partir de variações nas variáveis que representam o modelo.

Assim serão apresentadas posteriormente além do modelo Peltier, a simulação do processo em tempo real utilizando uma aplicação desenvolvida no ambiente de programação do Visual Studio 2008 além das propostas de controle em malha aberta e malha fechada.

Além disso, propostas de controle ótimo para o modelo Peltier serão apresentadas a partir do modelo linear em espaço de estados encontrado. Foi implementado um regulador linear multivariável (LMR) e o filtro de Kalman como forma de obter o controle ótimo do processo.

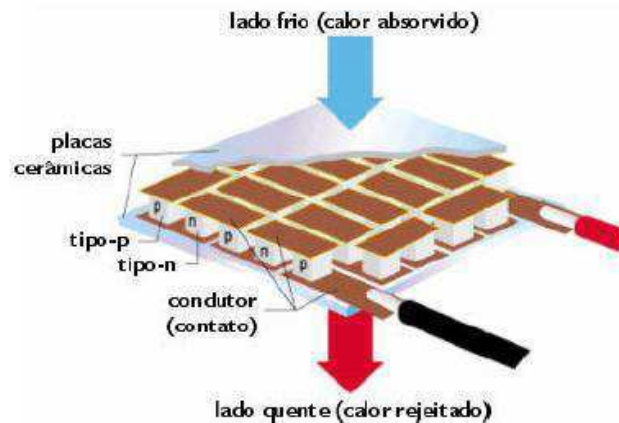


Figura 1: Princípio de funcionamento dos módulos termoelétricos Peltier (*Fonte – www.peltier.com.br – acessado em junho de 2011*)

Em resumo pode-se ver que os objetivos desse trabalho de conclusão de curso tem como objetivos gerais reunir os principais conceitos aplicados à ênfase de controle e automação, para que seja possível sedimentar o conhecimento através das aplicações de modelagem, simulação, aplicações de controle e comunicação entre cliente e servidor usando o padrão de comunicação OPC. E como objetivos específicos:

- * Obter o modelo não-linear que representa o módulo de efeito Peltier;
- * Desenvolver um simulador em C#, que seja capaz de representar o modelo dinâmico não-linear do processo abordado;
- * Realizar o controle PID do simulador do módulo de efeito Peltier;
- * Implementar um regulador linear multivariável, como aplicação de controle para o simulador do módulo de efeito Peltier;

- * Implementar o filtro de Kalman, como aplicação de controle para o simulador do modulo de efeito Peltier;
- * Estabelecer a comunicação com padrão OPC entre as variáveis do processo e um cliente OPC externo através de um servidor OPC.

2 Revisão Conceitual

2.1 Calor

Pode-se definir o calor, como um processo de transferência de energia térmica de um sistema termodinâmico para outro, em virtude da energia pelo contato térmico ou diferença de temperatura entre eles. Tal energia térmica, corresponde a soma das energias cinéticas das partículas microscópicas que constituem o sistema termodinâmico. A temperatura é uma grandeza que mede o grau de liberdade das partículas de um sistema em equilíbrio térmico, ou seja, no estado termodinâmico dos sistemas após o contato térmico.

2.1.1 Calor Específico

O calor específico é uma grandeza física que determina a variação térmica de um determinado corpo ao receber uma determinada quantidade de calor. Tem como unidade no SI J/g.K, ou seja, é a energia necessária para aumentar em um grau Kelvin a temperatura em uma grama do determinado corpo.

2.2 Transferência de Calor

A transferência de calor ocorre quando dois ou mais corpos que estão com temperaturas diferentes são colocados em contato, fazendo o calor fluir do corpo mais quente para o corpo mais frio. Essa transferência do calor de um corpo mais quente para um mais frio pode ocorrer por convecção, condução ou radiação.

2.2.1 Lei da Condução térmica

Condução térmica ou difusão térmica é a transferência de energia térmica entre átomos ou moléculas vizinhas de um determinado corpo devido ao gradiente de temperatura. Esse fenômeno foi equacionado por Fourier, através da Lei da condução térmica ou Lei de Fourier, que estabelece que o fluxo de calor através de uma superfície S de um determinado corpo é proporcional à sua área e ao gradiente de temperatura sobre a mesma. Pode ser analisada a partir da forma integral na equação 1:

$$\frac{dQ}{dt} = -k \oint_S \nabla T \cdot d\vec{A} \quad (1)$$

onde:

$\frac{dQ}{dt}$ - Fluxo de calor por unidade de tempo que atravessa a superfície S, dado em Watts;

k - Condutividade térmica do material, em W/m.K;

$d\vec{A}$ - Elemento de área de superfície orientado, em m^2 ;

∇T - Gradiente de temperatura, em $K.m^{-1}$.

A equação diferencial 1, quando integrada para um material homogêneo de superfície plana entre dois pontos a uma temperatura constante dá o fluxo de calor representado na equação 2.

$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (2)$$

$\frac{dT}{dx}$ é o gradiente de temperatura na direção perpendicular à superfície, em K/m .

2.2.2 Condutância Térmica

Tomando como referência a equação 2, e admitindo que a distribuição de temperatura é uniforme, pode-se definir a condutância térmica pela equação 3:

$$U = \frac{kA}{\Delta x} \quad (3)$$

Analogamente à resistência elétrica da Lei de Ohm, tem-se que a resistência térmica é a recíproca da condutância térmica, dada pela equação 4:

$$R = \frac{1}{U} \quad (4)$$

Tomando como base as equações 2, 3 e 4, a Lei de Fourier pode ser enunciada como mostra a equação 5:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{\Delta T}{R} = -U\Delta T \quad (5)$$

2.2.3 Convecção

Convecção é o movimento de moléculas em fluidos. Ele não pode ter lugar em sólidos, uma vez que nem os fluxos de correntes de massa ou difusão significativos podem ocorrer em sólidos. Existem dois tipos principais de convecção do calor:

- Calor causa o movimento do fluido, enquanto ao mesmo tempo também fornece o próprio calor a ser transportado por esse movimento do fluido devido a simples diferenças de densidade, também conhecida como convecção natural.
- O calor é transportado passivamente por um movimento fluido que ocorreria de qualquer maneira sem o processo de aquecimento. Este processo de transferência de calor é frequentemente chamado convecção forçada ou, ocasionalmente, advecção de calor.

2.2.4 Lei de Newton do Resfriamento

A lei de Newton do resfriamento, estabelece a relação de proporcionalidade entre a taxa de transferência de calor de um determinado corpo, devido a convecção e a diferença de temperatura entre o corpo e o

ambiente na área que se estabelece o contato térmico, como pode ser analisada na equação 6:

$$\frac{dQ}{dt} = hA\Delta T \quad (6)$$

Onde:

$\frac{dQ}{dt}$ - Fluxo de calor por unidade de tempo que atravessa a superfície S, dado em Watts;

h - Coeficiente de transferência termica, dado em $W/m^2.K$;

ΔT - Diferença de temperatura entre o ambiente e o corpo em questão, dado em K;

2.3 Efeito Termoelétrico

O efeito termoelétrico é a conversão direta da diferença de temperatura em tensão elétrica e vice-versa. Um dispositivo termoelétrico tem a capacidade de criar uma tensão elétrica quando há uma diferença de temperatura entre seus terminais, tal fenômeno é conhecido como Efeito Seebeck. Ocorrendo reciprocamente, ou seja, quando uma tensão elétrica é aplicada, cria-se uma diferença de temperatura (conhecido como efeito Peltier). Na escala atômica um gradiente de temperatura aplicada provoca portadores carregados no corpo, onde elétrons e lacunas se deslocam para as extremidades onde há menor concentração dos mesmos. Assim, com o acúmulo de cargas nas extremidades do condutor surge uma diferença de potencial. Sendo necessário aumentar a diferença de temperatura para obter uma maior diferença de potencial.

Esse efeito pode ser usado por alguns dispositivos para gerar eletricidade, medir temperaturas, esfriar objetos ou aquecê-los. Logo o esfriamento ou o aquecimento é determinado pela polaridade da tensão envolvida no processo.

Tal efeito termoelétrico envolve três efeitos identificados separadamente, o efeito Seebeck, o efeito Peltier e o efeito Thomson.

2.3.1 Efeito Seebeck

O efeito Seebeck foi descoberto pelo físico Estoniano Thomas Johann Seebeck em 1821, e pode ser definido como a produção de uma diferença de potencial entre duas junções de condutores (ou semicondutores) de materiais diferentes quando submetidos a temperaturas diferentes, com tal efeito é possível obter uma tensão na ordem de microvolts por Kelvin, como pode ser observado na figura 2:

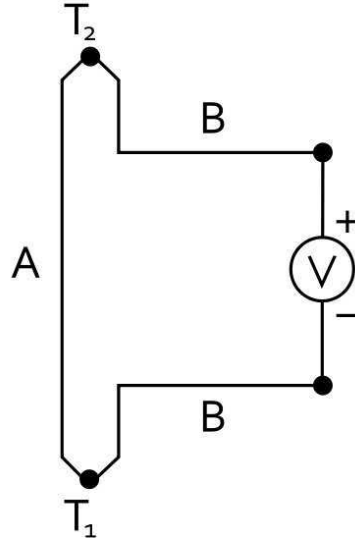


Figura 2: Par de condutores com materiais distintos com junções em diferentes temperaturas

Tal efeito pode ser representado pela equação 7:

$$V = \int_{T_1}^{T_2} S_B(T) - S_A(T) dT \quad (7)$$

Onde $S_A(T)$ e $S_B(T)$ são os coeficientes de Seebeck dos materiais que constituem os condutores A e B, T_1 e T_2 representam a diferença de temperatura na junção dos materiais. Os coeficientes de Seebeck são não-lineares e dependem da temperatura absoluta, material, e da estrutura molecular. A unidade que representa o coeficiente de Seebeck é $\mu V/K$.

Admitindo que os coeficientes de Seebeck podem ser considerados constantes em uma certa faixa de temperatura, a equação 7 pode ser aproximada pela equação 8:

$$V = (S_B - S_A)(T_2 - T_1) \quad (8)$$

O Efeito Seebeck é muito utilizado atualmente em termômetros em que se mede a temperatura através de um voltímetro calibrado para essas aplicações.

2.3.2 Efeito Peltier

O efeito Peltier foi observado pela primeira vez por Jean Charles Athanase Peltier em 1834, e consiste na produção de um gradiente de temperatura em duas junções de condutores (ou semicondutores) de diferentes materiais quando submetidos a uma tensão elétrica em um circuito fechado, emitindo ou absorvendo calor na junção, dependendo da polaridade elétrica adequada. O efeito pode ser modelado a partir da equação 9:

$$\frac{dQ}{dt} = (\Pi_B - \Pi_A)I \quad (9)$$

Onde:

Π_A e Π_B - Coeficientes de Peltier para os materiais A e B respectivamente;

I - Corrente elétrica aplicada que passa pela junção em A.

Os coeficientes de Peltier e Seebeck podem ser relacionados a partir da relação de proporcionalidade 10, onde se tem no lado esquerdo da equação o coeficiente de Peltier e no lado direito o produto entre o coeficiente de Seebeck e a temperatura em Kelvin:

$$\Pi = ST \quad (10)$$

2.3.3 Efeito Thomson

O efeito Thomson foi estudado pela primeira vez por Willian Thomson em 1851, e ele verificou o aparecimento de uma tensão elétrica entre dois pontos com temperaturas diferentes, descrevendo a capacidade de um material condutor submetido a uma corrente elétrica e um gradiente de temperatura em produzir ou absorver calor. Se a densidade de corrente elétrica J flui por um condutor homogêneo, o calor produzido pode ser encontrado pela equação 11:

$$q = \rho J^2 - \mu J \frac{dT}{dx} \quad (11)$$

Onde:

ρ - resistividade do material condutor em Ohm.m;

μ - Coeficiente de Thomson do material condutor, em J/Pa;

$\frac{dT}{dx}$ - Gradiente de temperatura do condutor;

J - Densidade de corrente em A/ m^2

O primeiro termo da equação 11 se refere ao aquecimento pela Lei de Joule, e o segundo termo corresponde ao aquecimento pela Lei de Thomson.

O coeficiente de Thomson e Seebeck são encontrados pela equação 13:

$$\mu = T \frac{dS}{dT} \quad (12)$$

3 Modelagem

3.1 Modelo do Sistema Dinâmico

Esse estudo foi baseado, no modelo de um resfriador no qual se utilizou uma pastilha de efeito Peltier com seus respectivos terminais (terminal frio e terminal quente), um dissipador (heatsink) conectado diretamente com a placa de cerâmica que corresponde ao lado quente dissipando calor para o ambiente e uma unidade de troca de calor conectada diretamente com o lado quente, como pode ser observado na figura 3.

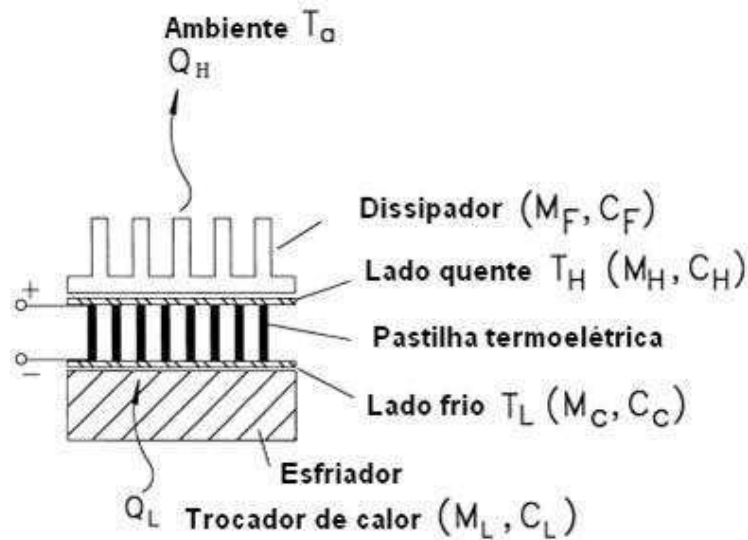


Figura 3: Diagrama esquemático de um módulo de efeito Peltier

3.1.1 Material Termoelétrico

O material que constitui o interior da pastilha termoelétrica corresponde a uma junção de dois elementos condutores (ver figura 4), um elemento do tipo N e outro do tipo P, e através do efeito Thomson pode-se obter a relação que representa a transferência de calor do lado quente para o lado frio da pastilha termoelétrica. Onde um calor produzido pelo efeito Thomson num intervalo de tempo ∂t para um volume $A\partial x$, a uma distância x do lado frio, pode ser encontrado na equação 13:

$$Q_{produzido} = qA\partial x\partial t = (A\partial x\partial t)(\rho J^2 - \mu J \frac{\partial T(x, t)}{\partial x}) \quad (13)$$

Onde:

A - Área da secção transversal de um elemento da junção;

$T(x, t)$ - Temperatura do semiconductor em função da distância x em um instante t ;

ρ - resistividade do material (Ωm);

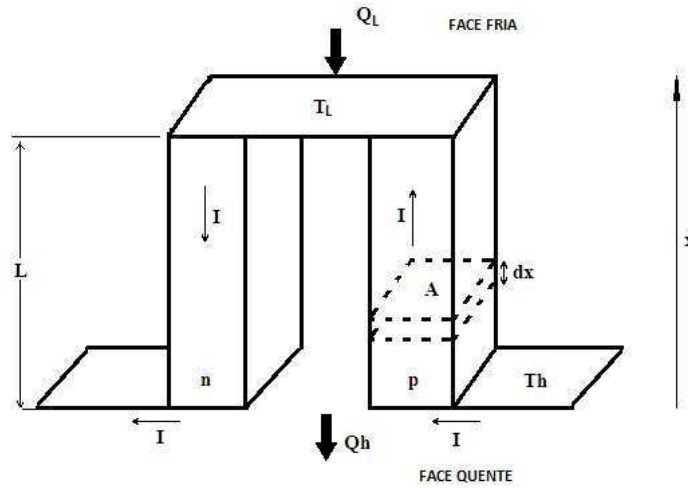


Figura 4: Diagrama esquemático da junção PN da pastilha termoelétrica

J - Densidade de corrente;

μ - Coeficiente de Thomson em VK^{-1} .

Na secção transversal, existe uma transferência de calor que pode ser determinada pela lei de Fourier, através da equação 1, para o caso da junção temos a equação 14:

$$Q_{transferido} = kA \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \partial t \quad (14)$$

Para um calor específico C do semicondutor usado e γ a densidade, temos que o calor absorvido para uma variação de temperatura $\partial T(x, t)$ em um intervalo de tempo ∂t o calor absorvido pelo material termoelétrico é dado pela equação 14:

$$Q_{absorvido} = C\gamma A \partial x \partial T(x, t) \quad (15)$$

Assim, pela conservação de energia, temos que o calor absorvido pelo material termoelétrico é igual a soma das parcelas compostas pelo calor produzido pelo efeito Thomson e o calor transferido pela lei de Fourier, pela equação 16:

$$C\gamma A \partial x \partial T(x, t) = kA \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \partial t + (A \partial x \partial t) (\rho J^2 - \mu J \frac{\partial T(x, t)}{\partial x}) \quad (16)$$

Simplificando a equação 16, sabendo que a densidade de corrente J é proporcional à relação entre a corrente I que passa pela junção e área da secção transversal ($I = JA$), assim, pela equação 17, temos o balanço de energia no material termoelétrico, ou seja, a parte que corresponde à interação da temperatura entre o interior da pastilha termoelétrica e suas respectivas faces:

$$C\gamma \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} - \mu \frac{I}{A} \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} + \rho \frac{I^2}{A^2} \quad (17)$$

Na equação 17, o termo a esquerda corresponde a variação de calor proveniente do calor específico do modulo Peltier, o primeiro termo a direita corresponde a temperatura do meio térmico pela condutividade da junção p-n, o segundo termo da direita esta relacionado com o calor resultante do efeito Thomson, ou seja, esta relacionado a capacidade do condutor submetido a uma corrente elétrica, com uma diferença de temperatura em suas extremidades poder emitir ou absorver calor. Já o terceiro termo da direita corresponde a potencia dissipada do material por efeito Joule.

3.1.2 Faces quente e fria da Pastilha Termoelétrica

Observando a equação 9 que corresponde a variação de calor pelo efeito Peltier, e relacionando a mesma com a equação 10, pode-se determinar que o calor absorvido pela face fria pelo efeito Peltier, é dada pela equação 18:

$$Q_{PL} = -In\alpha_{PN}T_L \quad (18)$$

Onde:

n - Número de junções da pastilha termoelétrica;

α_{PN} - Diferença entre os coeficientes de Seebeck entre os semicondutores tipo N e tipo P;

T_L - Temperatura na face fria da pastilha termoelétrica;

J - Densidade de corrente.

Observando a equação 1 que representa a lei da Condução térmica ou lei de Fourier, podemos obter a taxa de calor absorvido por condução do lado quente para o lado frio, pela equação 19:

$$Q_K = -kA_m \left. \frac{dT(x,t)}{dx} \right|_{x=0} \quad (19)$$

Sabendo que o calor fornecido pelo lado frio é dado por Q_L , temos que o balanço de energia do lado frio é dado pela equação 20:

$$(M_L C_L + M_C C_C) \frac{dT_L}{dt} = Q_L - Q_K - In\alpha_{PN}T_L \quad (20)$$

Onde:

A_m - Área das placas cerâmicas da pastilha termoelétrica;

C_L - Condutividade térmica média da junção PN da pastilha termoelétrica dada em $Wm^{-1}K^{-1}$.

C_L - Capacidade térmica do trocador de calor $kJkg^{-1}K^{-1}$;

C_C - Capacidade térmica da placa do terminal frio $kJkg^{-1}K^{-1}$;

M_L - Massa do trocador de calor (kg);

M_C - Massa do trocador de calor (kg).

O lado quente está conectado a um dissipador que irá liberar o calor absorvido pelo conjunto a uma taxa proporcional ao produto entre a diferença de temperatura do lado quente T_H e ambiente T_a , o coeficiente de transferência de calor do dissipador h e a área de transferência de calor A_m :

$$Q_H = -hA_m(T_H - T_a) \quad (21)$$

Similarmente ao balanço de energia para o lado frio temos também que as taxas devido ao efeito Peltier e a condução termica, são dadas pelas equações 22 e respectivamente

$$Q_{PH} = In\alpha_{PN}T_H \quad (22)$$

e

$$Q_O = -kA_m \left. \frac{dT(x, t)}{dx} \right|_{x=L} \quad (23)$$

Logo, o balanço de energia do conjunto formado pela face quente da pastilha termoelétrica e o dissipador é dada por:

$$(M_F C_F + M_H C_H) \frac{dT_H}{dt} = I\alpha_{PN}T_H + Q_0 - hA_F(T_H - T_A) \quad (24)$$

Onde:

Q_0 - é a condução de calor entre o lado quente e a pastilha termoelétrica em W;

T_H - Temperatura da face quente (K);

T_A - Temperatura ambiente (K);

A_F - Área total de transferência de calor (m^2);

M_F - Massa do dissipador (kg);

M_H - Massa da placa de cerâmica do terminal quente (kg);

C_F - Capacidade térmica do dissipador ($kJkg^{-1}K^{-1}$);

C_H - Capacidade térmica da placa do terminal quente ($kJkg^{-1}K^{-1}$);

h - Coeficiente de transferência de calor do dissipador ($Wm^{-2}K^{-1}$).

Pode ser observada na equação 24 que o primeiro termo da equação corresponde a variação de temperatura no lado quente. O primeiro termo do lado direito da equação corresponde à temperatura da placa do lado quente e o terceiro termo corresponde à transferência de calor por convecção entre o lado quente e o ambiente pelo dissipador.

3.1.3 Modelo não-linear reduzido

Anteriormente, o modelo foi desenvolvido desconsiderando o calor emitido por radiação assumindo alguns parâmetros constantes com a variação de temperatura, como resistividade, condutividade e o coeficiente de Seebeck. Para simplificar o modelo encontrado, pode-se considerar uma pequena variação do termo α_{PN} com a variação de temperatura, e assim a equação 13 torna-se desconsiderável, pois corresponde justamente a variação do coeficiente de Seebeck (ver referência [3]). Assim, o terceiro termo da equação 17 também torna-se desconsiderável. Considerando pequena a capacidade térmica do material semiconductor, pode-se então anular o primeiro termo da equação 17, assim, a equação que corresponde ao balanço de energia no material semiconductor se resume a:

$$k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + \rho \frac{I^2}{A^2} = 0 \quad (25)$$

Reescrevendo o segundo termo da equação 25 em termos de resistência R da pastilha termoeétrica, logo a resistência de um dos segmentos da junção PN, pode ser dada pela metade da resistência de uma junção, sabendo que n é o número de junções, ou seja, R é a resistência total do material termoeétrico, a equação é dada por:

$$R_P = R_N = \frac{R}{2n} \quad (26)$$

Assim, substituindo na equação 25, sabendo que $\frac{R}{2n} = \frac{\rho L}{A}$, e simplificando, temos a equação:

$$k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{R}{2nL} \right)^2 I^2 = 0 \quad (27)$$

Resolvendo a equação 27 com as condições de contorno $T(0, t) = T_L$ e $T(L, t) = T_H$, podemos obter a seguinte equação:

$$T(x, t) = T_L - \frac{1}{2k\rho} \left(\frac{R}{2nL} \right)^2 x^2 + \left(\frac{1}{2k\rho} \left(\frac{R}{2nL} \right)^2 L + \left(\frac{T_H - T_L}{L} \right) \right) x \quad (28)$$

Usando:

$$Z = \frac{1}{2k\rho} \left(\frac{R}{2nL} \right)^2 \quad (29)$$

A equação 19, se resume a seguinte equação:

$$kA_m \frac{dT(x, t)}{dx} \Big|_{x=0} = kA_m ZL + kA_m \left(\frac{T_H - T_L}{L} \right) \quad (30)$$

De forma análoga, a equação

$$-kA_m \frac{dT(x, t)}{dx} \Big|_{x=L} = kA_m ZL - kA_m \left(\frac{T_H - T_L}{L} \right) \quad (31)$$

Considerando uma distância mínima entre os elementos da junção PN, podemos admitir que $A_m = 2nA$, assim podemos manipular a equação 29 da seguinte forma:

$$kA_m ZL = kA_m \frac{1}{2k\rho} \left(\frac{R}{2nL} \right)^2 L = \frac{1}{2} \frac{AR^2 I^2}{\rho L 2n} \quad (32)$$

Sabendo que $\frac{R}{2n} = \frac{\rho L}{A}$, temos que:

$$\frac{1}{2} \frac{AR^2 I^2}{\rho L 2n} = \frac{1}{2} \frac{2n}{R} \frac{R^2 I^2}{2n} = \frac{RI^2}{2} \quad (33)$$

Finalmente as equações 20 e 24 referentes ao balanço de energia nas duas faces podem ser reescritas da seguinte forma:

$$(M_L C_L + M_C C_C) \frac{dT_L}{dt} = Q_L + kA_m \frac{(T_H - T_L)}{L} + \frac{RI^2}{2} - I n \alpha_{PN} T_L \quad (34)$$

$$(M_F C_F + M_H C_H) \frac{dT_H}{dt} = I \alpha_{PN} T_H - kA_m \frac{(T_H - T_L)}{L} + \frac{RI^2}{2} - hA_F (T_H - T_A) \quad (35)$$

$$T(x, t) = T_L - Zx^2 + \left(ZL + \left(\frac{T_H - T_L}{L} \right) \right) x \quad (36)$$

3.1.4 Linearização

As equações 17, 20 e 24, são as equações dinâmicas principais no comportamento do módulo de efeito Peltier. Devido a alta não linearidade do modelo, existe uma dependência da temperatura com as propriedades físicas, como aquecimento por efeito Joule e o próprio efeito Peltier, assim, para usar técnicas de controle mais sofisticadas, é necessário eliminar as não linearidades que o modelo impõe no sistema.

Como nesse trabalho aborda a capacidade de refrigeração do módulo de efeito Peltier, ou seja, a variável usada em todas as alternativas de controle como variável do processo é a temperatura do lado frio T_L , temos que a linearização é feita apenas para a equação da face fria do modelo encontrado.

Temos que as variáveis do sistema são compostas pela soma entre o valor da variável em regime permanente e o valor que corresponde a perturbação do sistema, ou seja:

$$T(x, t) = \bar{T}(x) + \tilde{T}(x, t);$$

$$T_H(t) = \bar{T}_H + \tilde{T}_H(t);$$

$$Q_L(t) = \bar{Q}_L + \tilde{Q}(t);$$

$$T_L(t) = \bar{T}_L + \tilde{T}_L(t);$$

$$T_a(t) = \bar{T}_a + \tilde{T}_a(t);$$

$$I(t) = \bar{I} + \tilde{I}(t).$$

Pode-se encontrar uma relação aproximada para o coeficiente de Seebeck, expandindo a relação em séries de Taylor:

$$\alpha_{PN}(t) = \alpha_L + \tilde{T}_L \frac{\mu}{\bar{T}_L} = \alpha_H + \tilde{T}_H \frac{\mu}{\bar{T}_H} \quad (37)$$

Assim, substituindo as variáveis linearizadas e a equação 37 nas equações 17, 20 e 24, e ignorando termos de ordem mais alta da série de Taylor, pode-se obter para propriedades constantes de μ , k , ρ , C e γ :

$$C\gamma \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x^2} - \mu \frac{\bar{I}}{A} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} + \left[\frac{2\rho \bar{I}}{A^2} - \frac{\mu(\bar{T}_H - \bar{T}_L)}{AL} \right] \tilde{I} \quad (38)$$

$$(M_L C_L + M_C C_C) \frac{d\tilde{T}_L}{dt} = \tilde{Q}_L - (\alpha_L + \mu) \bar{I} \tilde{T}_L - \alpha_L \bar{T}_L \tilde{I} + kA \left. \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (39)$$

$$(M_F C_F + M_H C_H) \frac{d\tilde{T}_H}{dt} = (\alpha_H + \mu) \bar{I} \tilde{T}_H + \alpha_H \bar{T}_H \tilde{I} - kA \left. \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} \right|_{x=L} \quad (40)$$

A equação 38, é obtida assumindo que a distribuição de temperatura em regime permanente no material termoelétrico é linear. Logo $d\tilde{T}(x)/dx \approx (\bar{T}_H - \bar{T}_L)$

Resolvendo as equações, 38, 39 e 40 por transformada de Laplace, pode-se obter que a função de transferência da perturbação correspondente a temperatura do lado frio é dada por:

$$\tilde{T}_L(s) = G_I(s) \tilde{I}(s) + G_Q(s) \tilde{Q}_L(s) + G_a(s) \tilde{T}_a(s) \quad (41)$$

Sabendo que:

$$G_I(s) = \frac{N(s)}{sD(s)} \quad (42)$$

$$G_Q(s) = \frac{E_H \sinh(qL) + Akq \cosh(qL)}{D(s)} \quad (43)$$

$$G_a(s) = \frac{AA_F h k q}{D(s)} \quad (44)$$

Onde:

$$N(s) = Akq[\alpha_L \bar{T}_L \cosh(qL) - \alpha_H \bar{T}_H] + \alpha_L \bar{T}_L E_H \sinh(qL) s + \frac{Akq\beta}{C\gamma} [E_H(1 - \cosh\rho L) - Ak\rho \sinh\rho L] \quad (45)$$

$$D(s) = akq E_L \cosh(qL) + E_H E_L \sinh(qL) + Akq E_H \cosh(\rho L) + A^2 k^2 p q \sinh(\rho L) \quad (46)$$

$$p(s) = \frac{\frac{\mu\bar{I}}{A} + \sqrt{\frac{\mu^2\bar{I}^2}{A^2} + 4kC\gamma s}}{2k} \quad (47)$$

$$p(s) = \frac{\frac{\mu\bar{I}}{A} - \sqrt{\frac{\mu^2\bar{I}^2}{A^2} + 4kC\gamma s}}{2k} \quad (48)$$

$$E_L(s) = (M_L C_L + M_C C_C)s + (\mu + \alpha_L)\bar{I} \quad (49)$$

$$E_L(s) = (M_F C_F + M_H C_H)s + hA_F - (\mu + \alpha_H)\bar{I} \quad (50)$$

$$\beta = \frac{2\rho\bar{I}}{A^2} - \mu \frac{\bar{T}_H - \bar{T}_L}{AL} \quad (51)$$

A equação 44 indica que a temperatura do lado frio da pastilha termoeétrica é afetada pelas variações na corrente I , no calor fornecido ao lado frio Q_L e a temperatura ambiente T_a . E as funções de transferência $G_I(s)$, $G_Q(s)$ e $G_a(s)$, correspondem à alteração no comportamento do sistema dinâmico causada pela variação no valor da corrente, calor fornecido ao lado frio e temperatura ambiente respectivamente.

Por alternativa de simplificação do modelo, pode-se assumir que o calor fornecido para a face fria da pastilha termoeétrica é constante, e uma condição fixa para a temperatura ambiente, assim, o modelo do sistema dinâmico se resume apenas a equação 52:

$$G_I(s) = \frac{\tilde{T}_L(s)}{\tilde{I}(s)} = \frac{N(s)}{sD(s)} \quad (52)$$

3.2 Modelo linear reduzido

Como uma forma de simplificar o sistema de controle, é possível reduzir a equação do modelo dinâmico de ordem infinita mostrado na equação 53, para um modelo de segunda ordem. Na prática o efeito Thomson no módulo termoeétrico é pequeno comparado com o efeito Seebeck. Assim algumas simplificações podem ser feitas:

$$G_I(s) = \frac{T_L(s)}{I(s)} = \frac{N(s)}{sD(s)} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \alpha_H &= \alpha_L = \alpha_{PN}; \\ p(s) &= q(s) = \lambda(s) = \sqrt{\frac{C\gamma s}{k}}; \\ \cosh \gamma L &\simeq 1 + \frac{\lambda^2 L^2}{2}; \\ \sinh \lambda L &\simeq \lambda L. \end{aligned}$$

Fazendo essas considerações podemos obter o modelo reduzido para o modelo do resfriador termoeétrico. E a partir da função de transferência dada pela equação 54, e temos como entrada do

processo a corrente que circula pelos terminais do modulo Peltier, e como saída temos a temperatura do lado frio da pastilha termoeletrica:

$$G_I(s) = \frac{T_L(s)}{I(s)} = -K \frac{\frac{s}{z_1} + 1}{\left[\frac{s}{p_1} + 1\right] \left[\frac{s}{p_2} + 1\right]} \quad (54)$$

A partir da equação do modelo reduzido podemos obter o modelo em espaço de estados, para posteriormente realizar o projeto de controladores para o modelo Peltier.

3.2.1 Modelo Linear em Espaço de Estados

A função de transferência na forma dada pela equação 54 onde $T_L(s)$ é a saída e $I(s)$ é a entrada. Podemos observar que a função de transferência é equivalente a uma função de primeira ordem com atraso, e o modelo linear em espaço de estados pode ser encontrado pelo método apresentado a seguir, onde será obtida a Forma Canônica Controlável, ou seja, uma maneira de obter as variáveis de estado do processo admitindo que as mesmas podem ser controladas, em um tempo finito.

$$G_I(s) = \frac{T_L(s)}{I(s)} = -K \frac{1}{\tau s + 1} e^{-\theta s} \quad (55)$$

Sabendo que o processo é de primeira ordem e admitindo que o atraso correspondente é 1, usando a função *Pade* do Matlab, podemos representar tal atraso como $\frac{-s+2}{s+2}$, logo a função de transferência pode ser apresentada da seguinte forma: onde

$$G_I(s) = \frac{T_L(s)}{I(s)} = -K \frac{1}{\tau s + 1} \frac{-s + 2}{s + 2} \quad (56)$$

Assim, multiplicando o numerador e o denominador por uma variável $Z(s)$, pode-se obter os seguintes termos:

$$G_I(s) = \frac{Z(s) Y(s)}{U(s) Z(s)} = \frac{T_L(s)}{I(s)} = -K \frac{-s + 2}{\tau s^2 + (2\tau + 1)s + 2} \quad (57)$$

Separando as duas frações:

$$\frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{(2\tau+1)}{\tau}s + \frac{2}{\tau}} \quad (58)$$

e

$$\frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{K}{\tau} (-s + 2) \quad (59)$$

Assim, aplicando a transformada inversa de Laplace temos que a equação referente a entrada do processo fica da forma:

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} + \left(\frac{2\tau + 1}{\tau}\right) \frac{dZ}{dt} + \frac{2}{\tau} Z = u(t) \quad (60)$$

$$y(t) = \frac{-K}{\tau} \frac{dZ}{dt} + \frac{2K}{\tau} Z \quad (61)$$

Podemos escolher as variáveis de estado:

$$X_1 = Z \quad (62)$$

$$X_2 = \dot{X}_1 = \dot{Z} \quad (63)$$

Substituindo as variáveis de estado na equação 60, temos que:

$$\dot{X}_2 + \left(\frac{2\tau + 1}{\tau} \right) X_2 + \frac{2}{\tau} X_1 = u(t) \quad (64)$$

Isolando as variáveis de estado com derivada de primeiro grau temos que:

$$\dot{X}_1 = X_2 \quad (65)$$

$$\dot{X}_2 = -\frac{2\tau + 1}{\tau} X_2 - \frac{2}{\tau} X_1 + u(t) \quad (66)$$

Substituindo as variáveis de estado na que corresponde a saída do sistema, temos:

$$y(t) = -\frac{K}{\tau} \dot{Z} + \frac{2K}{\tau} Z = -\frac{K}{\tau} X_2 + \frac{2K}{\tau} X_1 \quad (67)$$

Dessa forma pode-se obter o modelo linear em espaço de estados levando em consideração a controlabilidade do sistema, logo as equações de estado são as seguintes:

$$\dot{Z} = AX + BX \quad (68)$$

$$Y = CX \quad (69)$$

Ou seja,

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{2\tau+1}{\tau} & -\frac{2}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

e

$$y(t) = \begin{bmatrix} \frac{2K}{\tau} & -\frac{K}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

Foi usado um algoritmo de identificação de sistemas para obter os valores do ganho $K = -32,35$ e da constante de tempo $\tau = 21,72$ que representa o ponto de operação entre as temperaturas de $20^\circ C$ e $30^\circ C$

para o simulador que será discutido posteriormente, admitindo que o simulador representa fielmente o processo real do Módulo de Efeito Peltier, o modelo linear em espaço de estados para o ponto de operação descrito é o seguinte:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2,0460 & -0,0921 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

e

$$y(t) = \begin{bmatrix} -2,9788 & 1,4894 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

4 Alternativas de controle

4.1 Regulador Linear Multivariável

O LMR é um controlador multivariável, sendo necessário ter o modelo linear no espaço de estados. Uma das desvantagens é a dificuldade do desenvolvimento do modelo em alguns casos (ver referência [2]). Para realizar o projeto do LMR precisamos inicialmente obter o modelo linear em espaço de estados do sistema e em seguida obter o modelo discreto através da fórmula 70:

$$\ddot{X} = AX + BX \quad (70)$$

Em seguida devemos resolver a equação de Ricatti para obter o ganho K_C , logo usamos a função LQR do Matlab para isso.

Foi definido os outros parâmetros da LQR (ou seja as matrizes R e Q como matrizes identidades pois é preciso usar matrizes diagonais com o valor 1 na diagonal principal, ou seja matrizes identidades), a função LQR retorna o valor do ganho K_C , a solução da equação de Ricatti S e a matriz dos autovalores E . O ganho da matriz do controlador K_C pode ser dada por:

$$u_K = K_C \cdot X_X \quad (71)$$

E a ação integral no modelo do LMR apenas introduzindo a integral dos estados do modelo usado, ou seja, pela equação 72:

$$z = \int x dx \quad (72)$$

Ou pode ser dada por:

$$\frac{dz}{dt} = x \quad (73)$$

E também substituindo os argumentos da seguinte equação de estados:

$$\frac{dz}{dt} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (74)$$

Assim como resultado, temos a seguinte lei de controle:

$$u(t) = \begin{bmatrix} K_C & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = K_C x + K_I \int x dt \quad (75)$$

Assim, como já obtemos o modelo linear em espaço de estados, usamos a seguinte rotina para o cálculo da equação de Ricatti para o processo do módulo Peltier:

```
%Aluno: Matias Ribeiro Máximo de Lavôr  
%Modelo de efeito Peltier
```

```

A = [0 1; -2.046 -0.0921];
B = [0; 1];
R = [1];
Q = [1 0; 0 1];
%Solução da equação de Ricatti
[K,S,E] = LQR(A,B,Q,R)

```

Desta forma, foi obtido como resultado da primeira chamada da função LQR a seguinte matriz K_C indicada abaixo:

$$K_C = \begin{bmatrix} 0,2313 & 1,1208 \end{bmatrix}$$

A solução para a equação de Ricatti foi dada pela matriz S :

$$S = \begin{bmatrix} 2,5737 & 0,2313 \\ 0,2313 & 1,1208 \end{bmatrix}$$

Para obter o ganho integral foi necessário usar a equação 15 para obter novos valores para as constantes A e B , e assim usar novamente na função LQR e obter uma matriz na qual seus valores contem tanto a matriz de ganho proporcional quanto a de ganho integral, com pode ser observada na equação 16, como pode ser vista na rotina indicada abaixo:

```

%Calculo do novo Kc e Ki
Ai = [0 1 0 0; -2.046 -0.0921 0 0; 1 0 0 0 ; 0 1 0 0];
Bi = [0; 1; 0; 0];
Ri = [1];
Qi = [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
[Ki,Si,Ei] = LQR(Ai,Bi,Qi,Ri)
Assim, a matriz constante obtida foi a seguinte:

```

$$K = \begin{bmatrix} 1,0750 & 1,6851 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nela podemos separar a matriz de ganho proporcional K_C dado pela matriz:

$$K_C = \begin{bmatrix} 1,0750 & 1,6851 \end{bmatrix}$$

E matriz de ganho integral K_I dado pela matriz:

$$K_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Após a determinação das constantes, foi necessário construir o diagrama de blocos representado na figura ?? com o sistema em malha fechada para o uso do LMR, para verificar o efeito desse regulador foi adicionado um distúrbio como forma de degrau na entrada do sistema (Distúrbio). Foi verificado logo após

que o regulador foi projetado de forma eficiente, visto que o sinal foi para zero em regime permanente, o que de fato era esperado, pois a estratégia de controle usando o LMR é justamente eliminar o efeito dos distúrbios causados no meio onde o processo opera.

Desta forma foi projetado o regulador, para obter um valor de referencia precisamos aplicar um degrau com o valor de referencia e usar um somador diretamente com o valor do estado, pois como o valor do estado é levado para zero teremos o valor na saída igual ao valor de referencia (Set Point), logo esta estratégia fará com que o LMR realize o controle ótimo do processo usado, para o caso usamos para a temperatura na saída do processo um valor de 27°C , logo podemos observar a saída na figura 6, foi aplicado um degrau de 5 no distúrbio do sistema no tempo 30 para verificar a eficiência do controle do regulador linear multivariável.

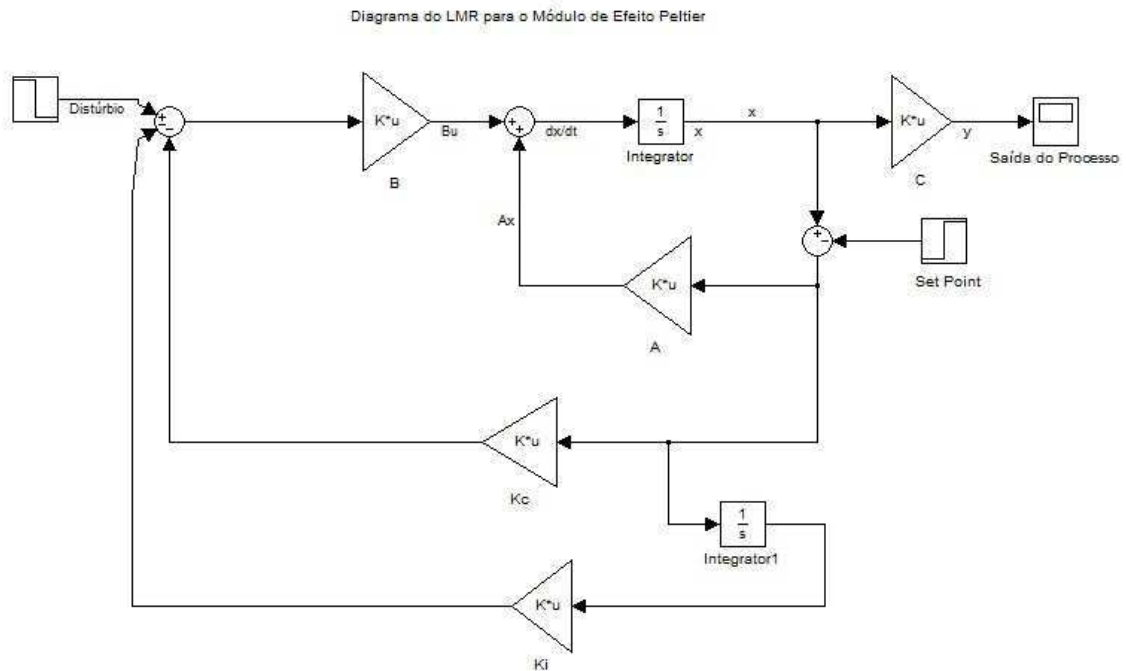


Figura 5: Adicionando um setpoint ao LMR para o processo de efeito Peltier

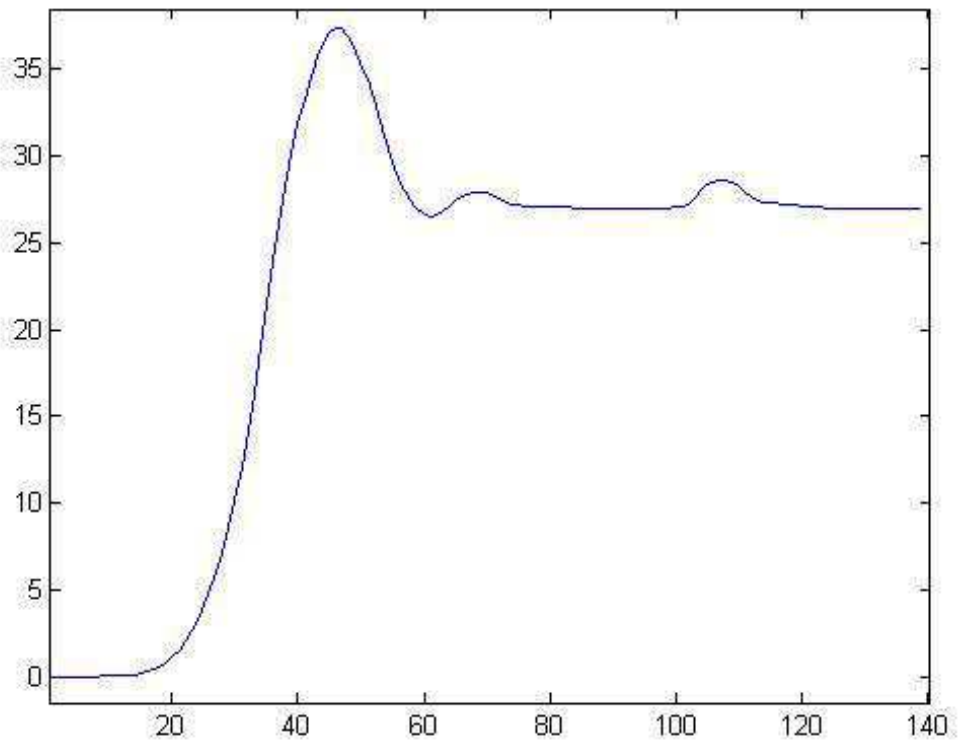


Figura 6: Resultado da simulação para o controle da temperatura com o LMR do efeito Peltier

4.2 Filtro de Kalman

Uma das maiores dificuldades no desenvolvimento controle de processos está no fato de estimar todos os estados disponíveis, pois durante as medições dos estados são apresentados ruídos, tornando assim praticamente impossível a determinação dos estados em alguns casos. Para amenizar esses efeitos existe o filtro de Kalman com o objetivo de estimar o estado atual a partir das entradas e saídas do processo (ver referência [2]). Mas vale ressaltar o conceito de observabilidade, ou seja, um sistema é dito observável quando podemos reconstruir o vetor de estados a partir de medições da saída, como pode ser observado abaixo:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

A partir da matriz de observabilidade \underline{W} , podemos saber se o sistema é observável se a ordem da matriz for igual ao numero de estados do processo em questão.

$$\underline{W} = [C^T | A^T C^T | (A^2)^T C^T | \dots | (A^{n-1})^T C^T]$$

Para o caso do modulo Peliter, usaremos as seguintes constantes do modelo linear em espaço de estados:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2,046 & -0,0921 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Fazendo os testes no matlab, vemos que o sistema é observável. Assim, podemos construir o filtro de kalman para o processo do evaporador. O filtro de kalman é outro sistema que depende apenas da dinâmica do próprio modulo Peltier.

$$\tilde{x}(k+1) = \Phi \hat{x}(k) + \Delta u(k) + \Theta d(k)$$

Para estimar o estado utiliza-se o sistema abaixo onde K é a matriz de ganho do filtro de kalman.

$$\hat{x}(k) = \tilde{x}(k) + K(k)[y(k) - C\tilde{x}(k)]$$

Formando-se assim o sistema da figura 7:

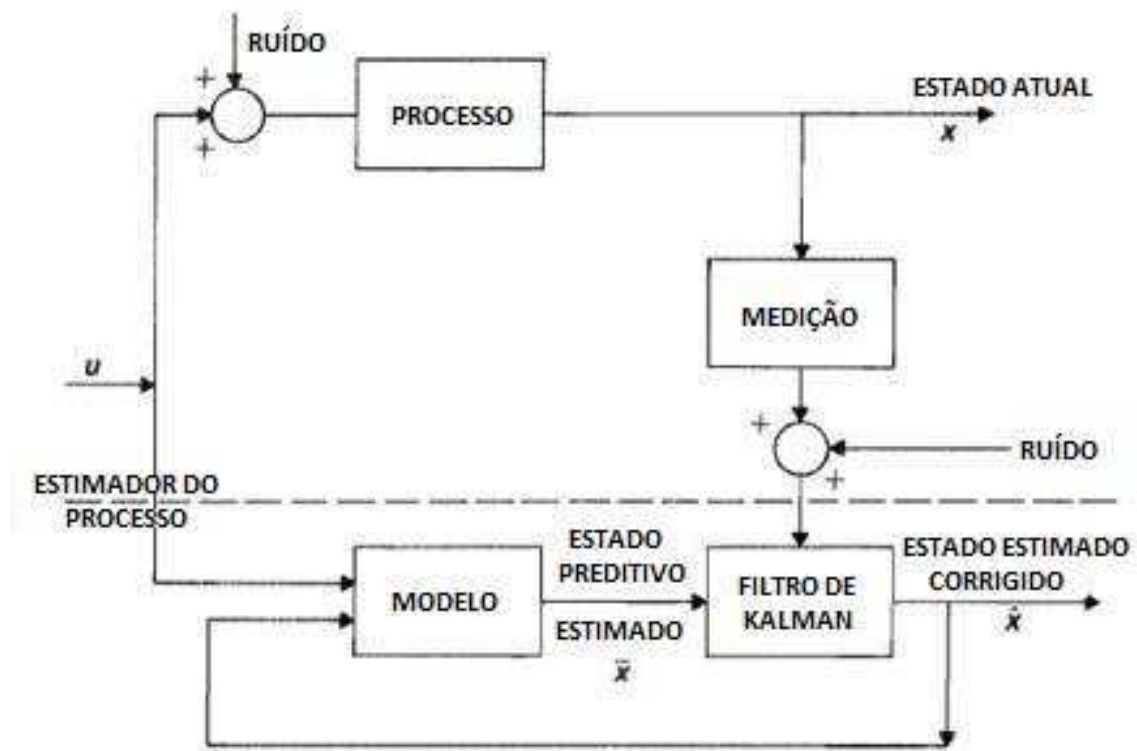


Figura 7: Diagrama esquemático do processo usando o filtro de Kalman

Assim, temos que a constante \underline{K} do filtro de Kalman pode ser encontrada a partir das equações

$$\underline{K}(k) = \underline{P}(k)\underline{C}^T \underline{R}^{-1}$$

$$\underline{M}(k+1) = \underline{\Phi}\underline{P}(k)\underline{\Phi}^T + \underline{\Gamma}\underline{Q}\underline{\Gamma}^T$$

$$\underline{P}(k) = (\underline{I} - \underline{K}(k)\underline{C})\underline{M}(k)$$

Todo o sistema que compõe o filtro de kalman é recursivo, mas para simularmos utilizaremos o valor estacionário de \underline{K} . Para o caso do evaporador, o \underline{K} estacionário encontrado a partir da equação Kalman do MATLAB inserida na rotina abaixo:

```
A = [0 1; -2.046 -0.0921];
B = [0; 1];
C = [-2,9788 1,4894];
Plant = ss(A,B,C,0)
Q = 1; R = 1;
[kalmf,L,P,M] = kalman(Plant,Q,R)
```

Logo o \underline{K} estacionario encontrado é dado por:

$$K = \begin{bmatrix} -0,6482 \\ 0,1965 \end{bmatrix}$$

A simulação do filtro de Kalman foi realizada no simulink, como esta representado na figura 9:

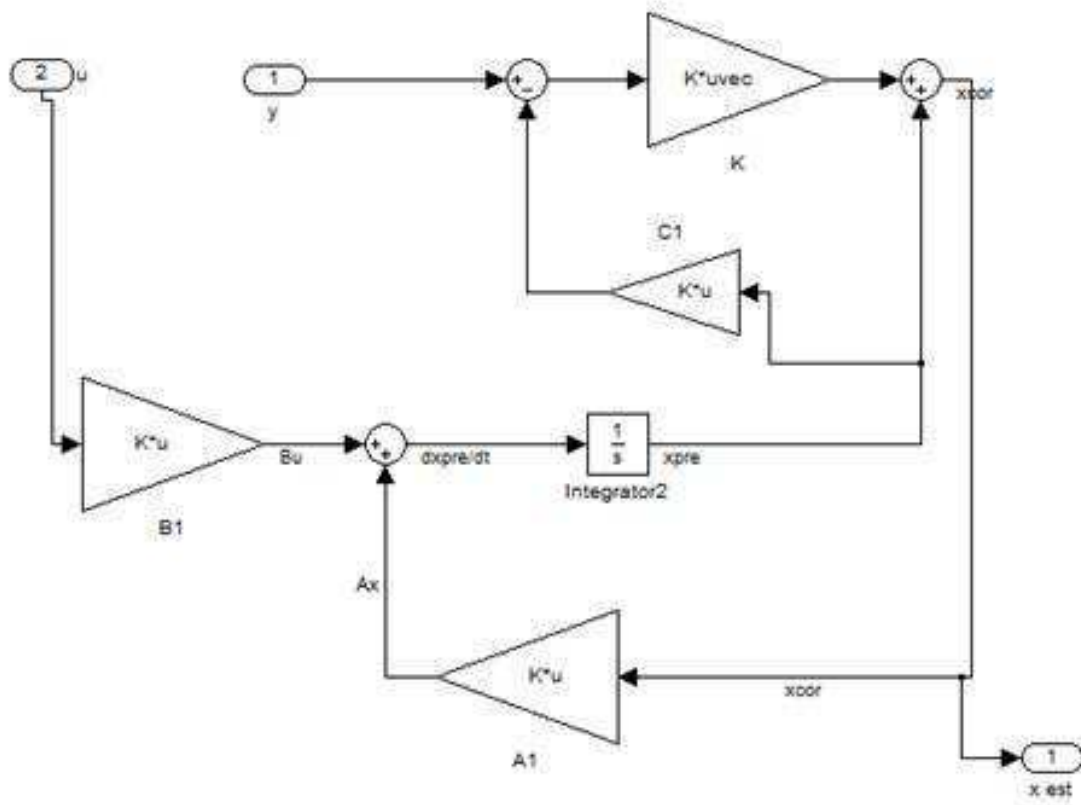


Figura 8: Diagrama de blocos do filtro de Kalman usando o simulink

Assim, o diagrama de blocos do sistema em malha aberta com o bloco que representa o filtro de Kalman esta representado na figura 9:

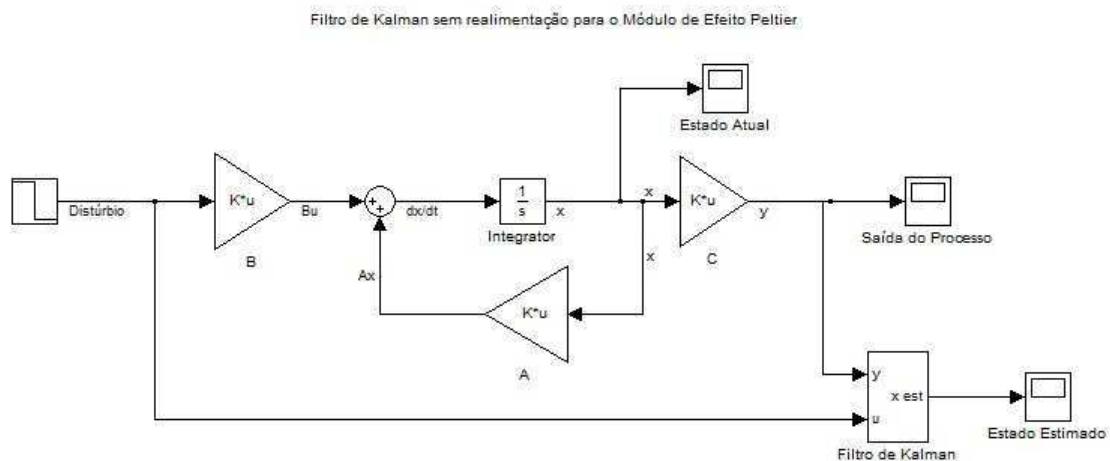


Figura 9: Diagrama de blocos do sistema com filtro de Kalman sem realimentação

Para o caso foi usado um Set Point de 27°C para a temperatura no lado frio, assim podemos comparar a figura 11 com a figura 6, observando que com o filtro de Kalman temos uma resposta mais suave do processo, eliminando com mais eficiência a perturbação usada, logo podemos obter um controle ótimo do processo do módulo de efeito Peltier a partir do filtro de Kalman.

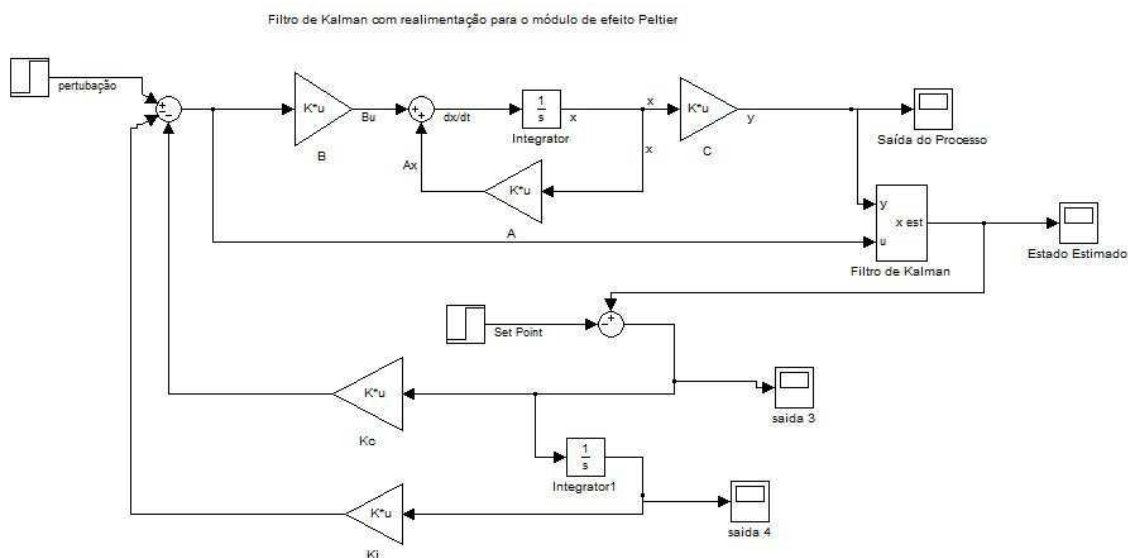


Figura 10: Diagrama de blocos do sistema com filtro de Kalman com realimentação

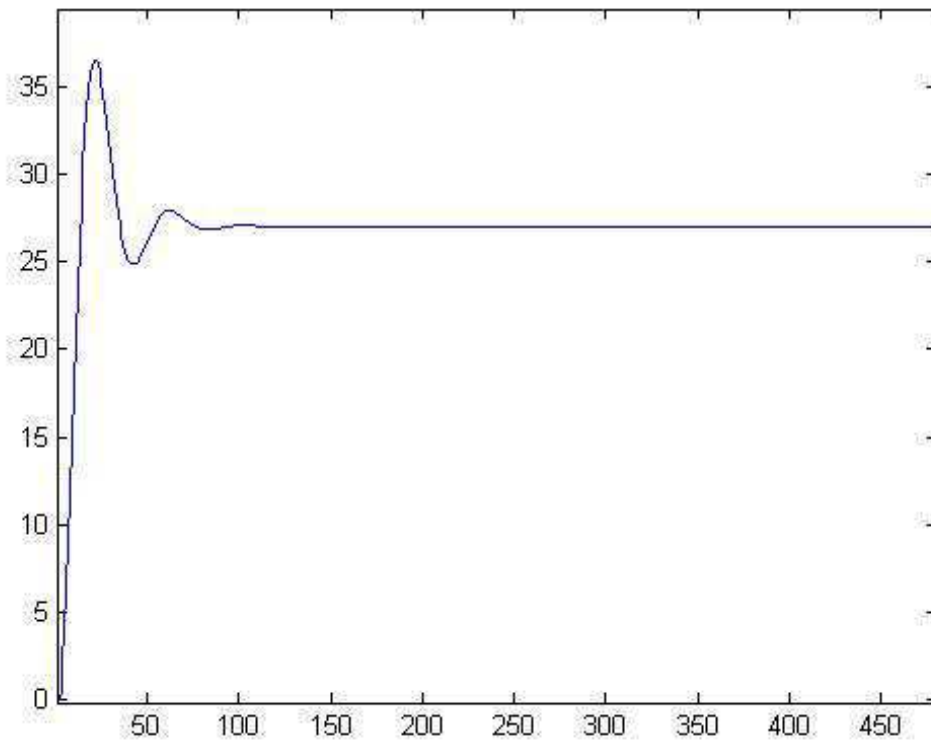


Figura 11: Resultado da simulação do processo com realimentação usando o filtro de Kalman

A figura 11, representa o comportamento da saída do processo, que corresponde ao comportamento representado no estado estimado mostrado na figura 12, o que torna o filtro de Kalman um estimador de estados altamente eficiente.

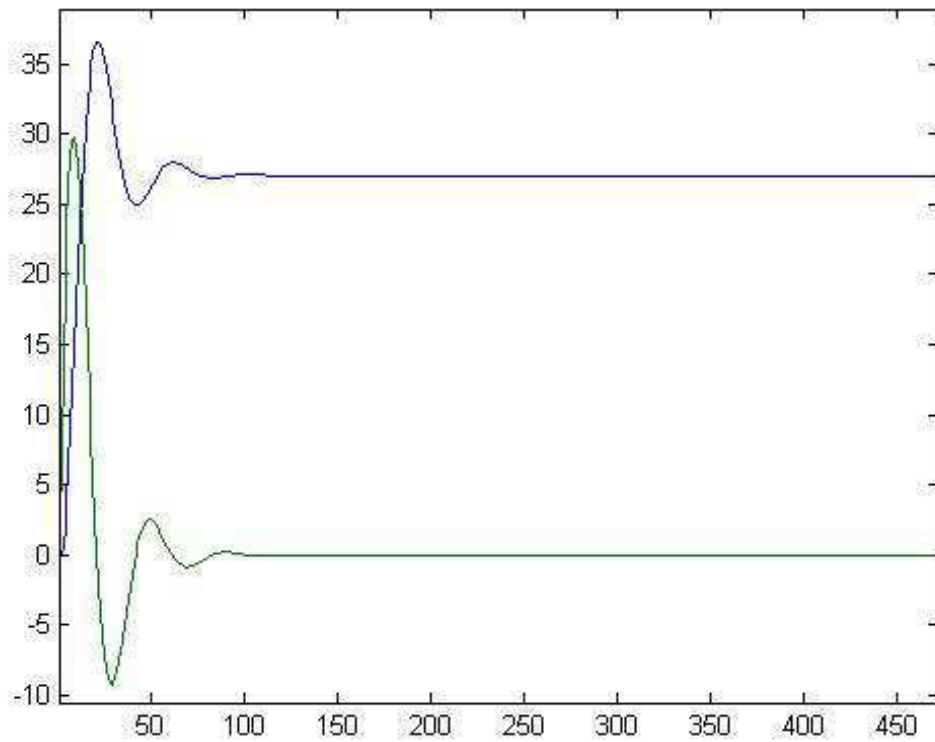


Figura 12: Gráfico referentes aos estados estimados pela dinâmica do Filtro de Kalman

Assim podemos observar pelo gráfico da figura 13, que existe uma pequena diferença entre os dois gráficos que correspondem à saída do processo.

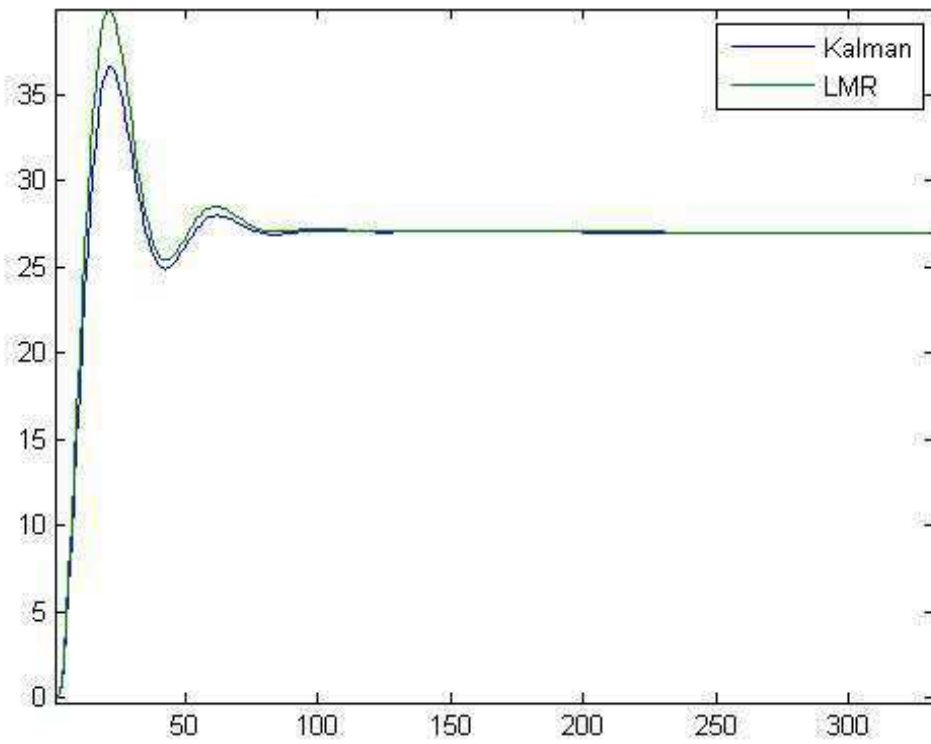


Figura 13: Gráfico referentes aos estados estimados pela dinâmica do Filtro de Kalman

4.3 Controle PID

4.3.1 Ação Proporcional-Derivativa

A saída de um processo apresenta uma certa dinâmica com a mudança da variável de controle após um determinado tempo. Logo, dependendo de tal dinâmica o sinal de controle estará em atraso para corrigir o erro que se verifica no momento, por tal fato existem transitórios com elevados valores de amplitude e período de oscilação, podendo até gerar instabilidade no sistema. A ação derivativa combinada com a ação proporcional, tem a função de antecipar a ação de controle para que a resposta do processo seja mais rápida, e de fato tal ação exerce uma função de predição, a estrutura básica de um controlador PD é dada pela equação 80:

$$u(t) = K_p(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}) \quad (76)$$

Onde $u(t)$ é a entrada do processo e $e(t)$ é o erro em regime, passando para o domínio da frequência, a estrutura básica do controlador PD pode ser dada pela equação 77

$$G_c(s) = K_p(1 + T_d s) \quad (77)$$

4.3.2 Ação Proporcional-Integral

A ação integral é responsável por fazer com que o erro seja nulo, em regime permanente nos processos nos quais desejam ser realizados o controle. No entanto, a ação integral tende a piorar a estabilidade relativa do sistema. Assim, para compensar tal instabilidade, pode ser adicionada a ação proporcional, no qual o sinal de controle é dado por:

$$u(t) = K_p(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau) \quad (78)$$

Pode-se ver que a ação integral, é a integral do erro em regime permanente, assim, passando para o domínio da frequência temos que a ação proporcional-integral pode ser dada pela equação 79:

$$C_c(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s}) \quad (79)$$

4.3.3 Ação Proporcional-Integral-Derivativo

O controlador PID combina as vantagens dos controladores PI e PD. Ou seja, associa a capacidade de se obter erro nulo em regime permanente e o efeito desestabilizador do controlador PI à ação de estabilidade relativa do sistema obtendo uma resposta mais rápida devido o efeito antecipatório do controlador PD. A função de transferência do controlador PID pode ser dada por:

$$G_{pid} = \frac{u(s)}{r(s)} = K(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) \quad (80)$$

No simulador, para se obter o controle em malha fechada, é necessário abilitar a radio Box Malha fechada, nesse caso o valor da textbox Corrente (I) fica desabilitado para configuração, pois o controlador se encarrega de calcular o seu valor. Nesse caso, é necessário a configuração dos parâmetros do controlador, que correspondem aos ganhos do mesmo K_p , K_i e K_d , e um valor do Set Point, como valor de referência para a temperatura que se deseja para a face fria. Foram realizados testes em diferentes pontos de operação para observar o comportamento do controle PID sobre o simulador.

5 Simulador do Módulo de Efeito Peltier

Após a obtenção do modelo não linear que representa o módulo de efeito Peltier, surgiu a necessidade de obter a resposta do sistema em tempo real para entender o comportamento do modelo na presença de distúrbios, ou seja, a resposta do sistema à um degrau aplicado em algum parâmetro ou coeficiente característico do modelo, e implementar um controlador para algumas variáveis do sistema, que no caso, como se deseja obter a temperatura da face fria da pastilha termoelétrica.

Foi desenvolvida uma aplicação em C# usando o ambiente de programação do Visual Studio 2008, com o objetivo de simular as equações não lineares do módulo Pelier em tempo real, assim, foi desenvolvido do aplicativo que a a partir de sucessivas integrações numéricas, usando o método de integração numérica de Euler, fosse capaz de obter soluções das equações não-lineares no tempo que representam o modelo, e ao mesmo tempo disponibilizando o valor das variáveis em tempo real para o monitoramento e estudo do comportamento do sistema. Além disso a aplicação oferece ao operador, alternativas para uma melhor análise do sistema na presença de distúrbios no sistema como a possibilidade de mudança nos parâmetros no momento da simulação e alternativas de controle tanto em malha aberta quanto em malha fechada, a interface principal da aplicação pode ser visualizada na figura 14:

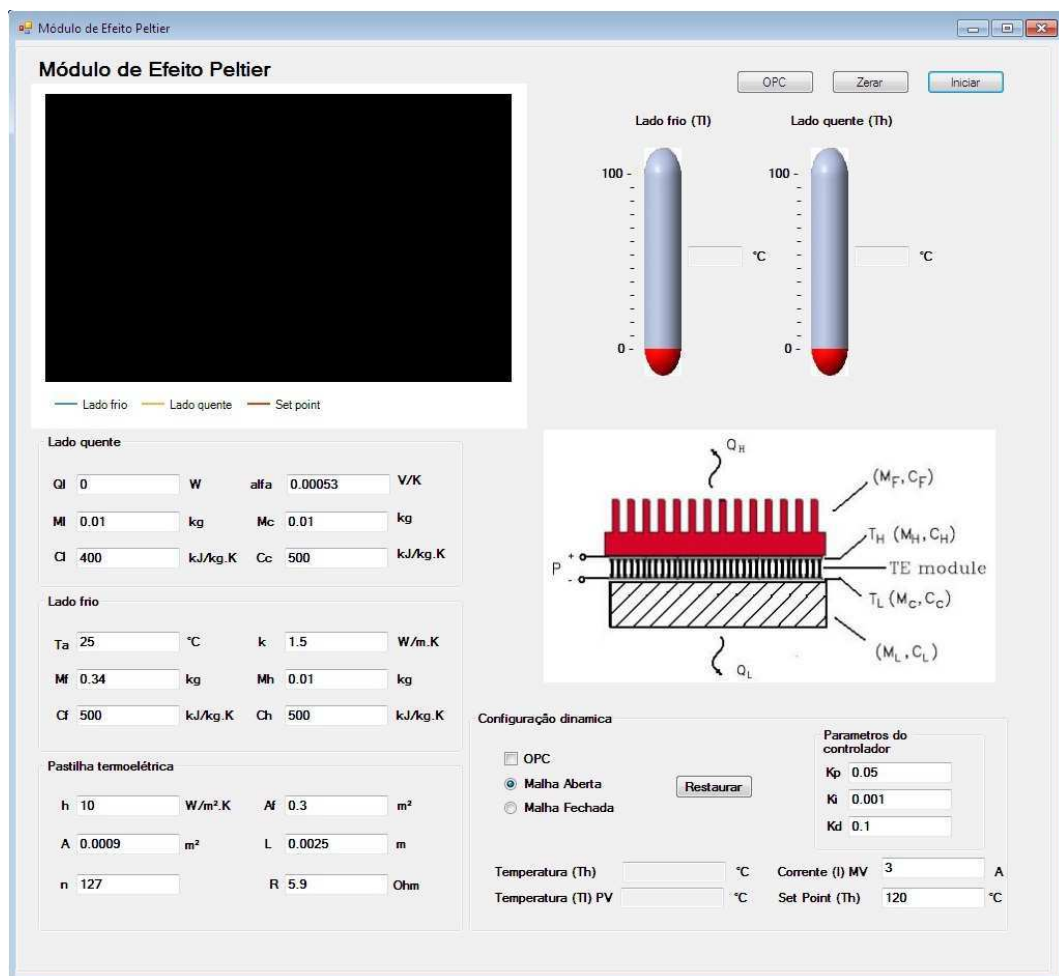


Figura 14: Interface inicial do programa

A aplicação descreve o funcionamento do modelo Peltier. Para esse caso foi usado nas respectivas textbox os valores de entrada do processo, ou seja, os parâmetros usados nas equações de temperatura. Podemos observar os valores da temperatura em tempo real tanto no gráfico quanto nas textboxes que correspondem a temperatura no lado quente e lado frio.

5.1 Configurações iniciais

Para iniciar o programa, basta clicar no botão iniciar, que ao ser clicado muda o estado para Parar que pausa a execução do programa ao ser clicado novamente. Ao clicar no botão zerar, o programa volta ao estado inicial, com as respectivas condições de temperatura ambiente descritas no código fonte do aplicativo.

O programa permite para o usuário realizar controle da temperatura do lado quente em malha aberta ou em malha fechada. Para o caso em malha aberta como está mostrado na figura 15 usa-se como variável de controle o parâmetro na textbox Corrente (I) que corresponde a corrente que passa pela junção PN e nos terminais da pastilha termoelétrica. Para mudar o valor do parâmetro basta clicar uma vez na textbox correspondente, alterar o valor na form que aparece logo em seguida e clicar em Ok. Para o caso mostrado na figura 15, foi usado um valor de corrente de 1,5 A, e o que pode-se observar no gráfico é que o efeito de Peltier atua aumentando a temperatura em uma face e diminuindo em outra. Porém, devido ao efeito da transferência de calor do lado quente para o lado frio, pode-se observar que em um determinado ponto a temperatura na face fria começa a aumentar proporcionalmente à temperatura da face quente.

Os parâmetros usados no simulador foram utilizados de acordo com os dados disponibilizados na referência bibliográfica [3], assim temos que os valores para os parâmetros são:

$$Q_L = 5 \text{ W};$$

$$\alpha = 0,00053 \text{ V/K};$$

$$M_L = 0,01 \text{ kg};$$

$$M_C = 0,01 \text{ kg};$$

$$M_F = 0,34 \text{ kg};$$

$$C_L = 400 \text{ kJ/kg.K};$$

$$C_C = 500 \text{ kJ/kg.K};$$

$$C_F = 500 \text{ kJ/kg.K};$$

$$C_H = 500 \text{ kJ/kg.K};$$

$$k = 1,5 \text{ W/m.K};$$

$$T_a = 25 \text{ °C};$$

$$h = 10 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K};$$

$$A_f = 0,3 \text{ m}^2;$$

$$A = 0,0009 \text{ m}^2;$$

$$L = 0,0025 \text{ m};$$

$$n = 127;$$

$$R = 5,9 \text{ Ohm};$$

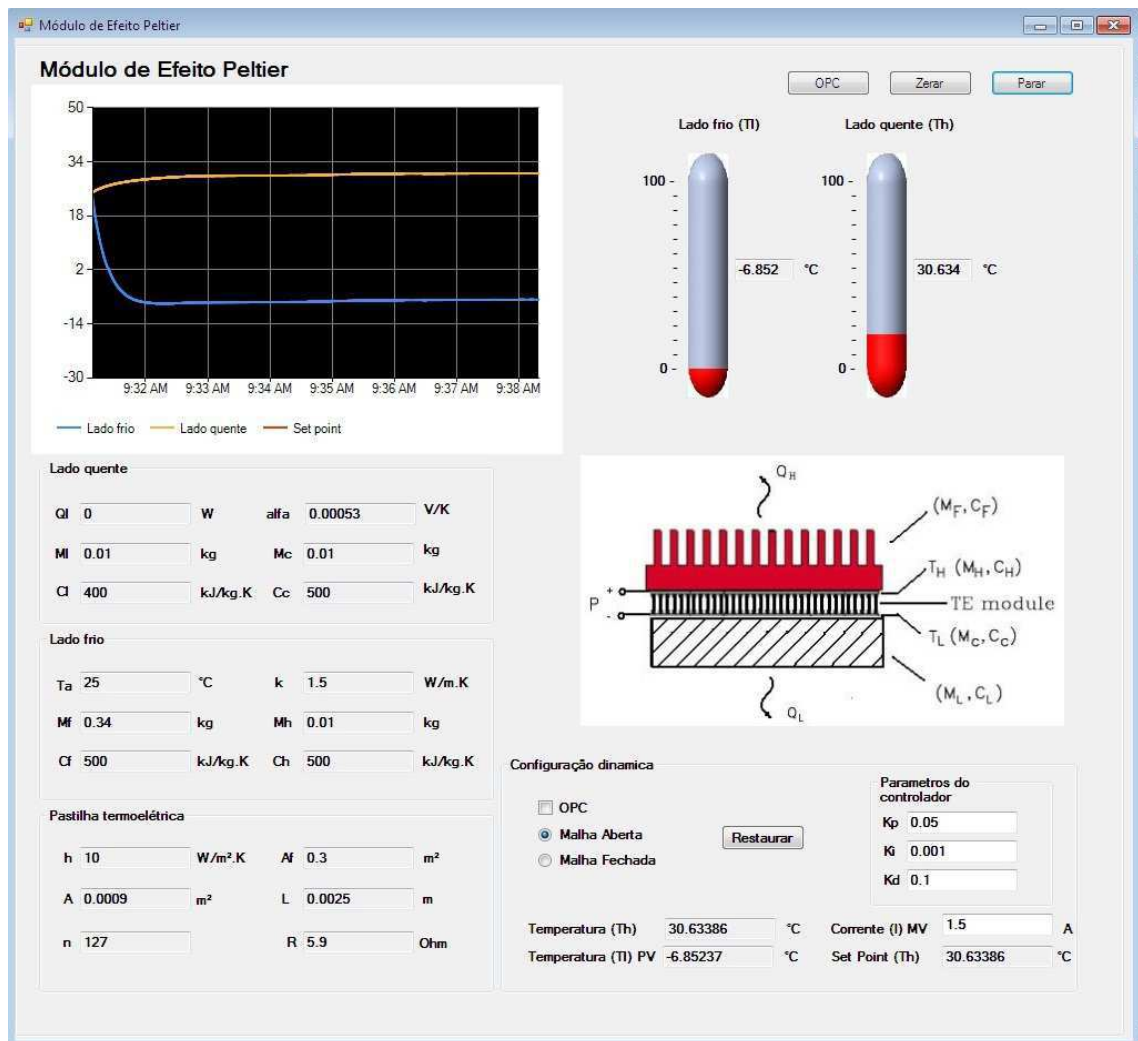


Figura 15: Controle em malha aberta

Com um duplo click no gráfico do aplicativo, pode-se ampliar o gráfico para visualização mais detalhada do efeito Peltier e da transferência de calor da face fria para a face quente em um determinado ponto de operação, como pode ser visto na figura 16:

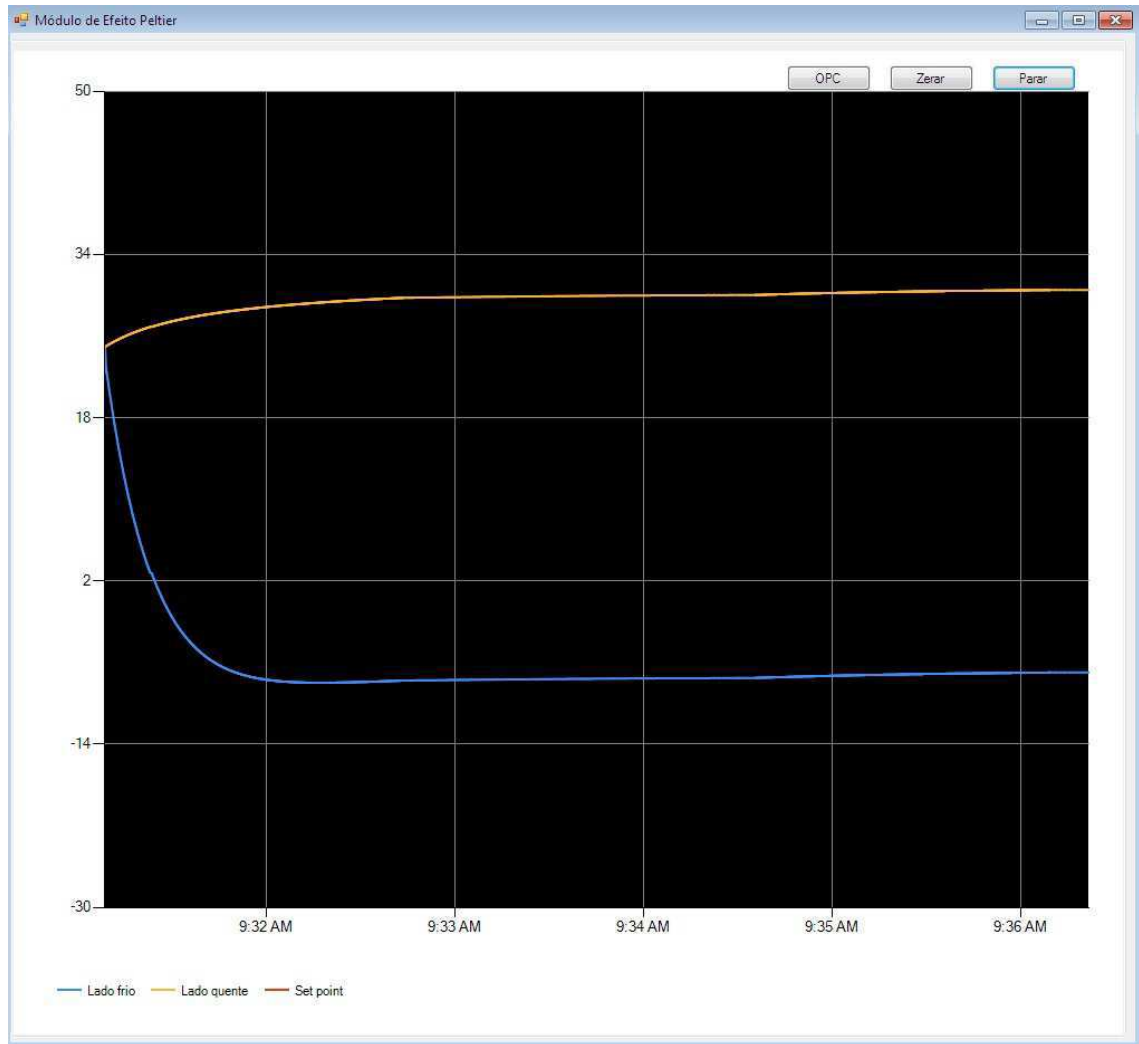


Figura 16: Controle em malha aberta

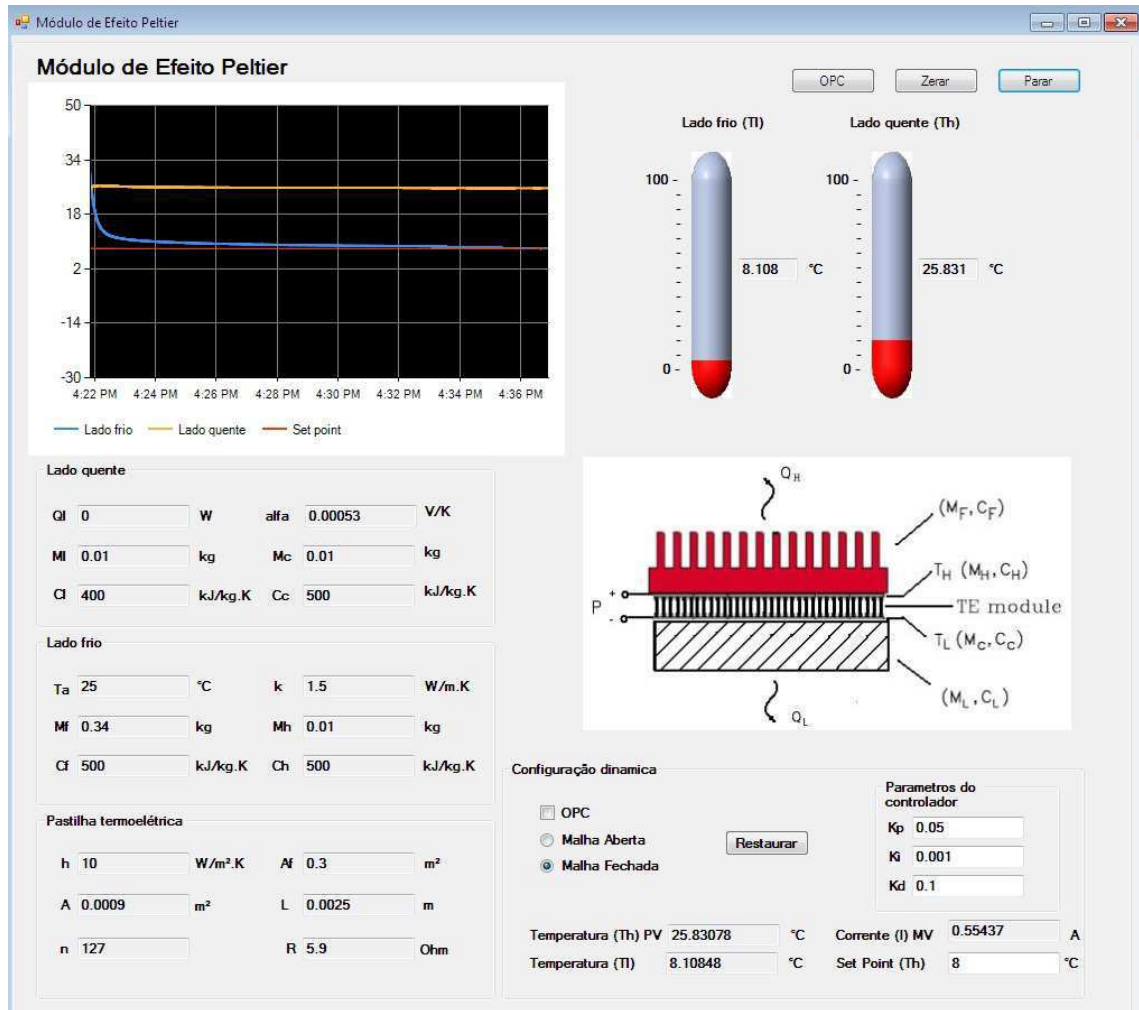


Figura 17: Controle em malha fechada da temperatura da face fria

5.2 Testes Realizados

Realizando a configuração dinâmica do simulador do módulo de efeito Peltier, usando malha fechada, foi possível realizar testes para comprovar a eficiência do simulador, assim foram escolhidos pontos de operação específicos para que o controle PID atue em um determinado set point, para cada simulação foi variado o valor do parâmetro Q_L , que corresponde a condução térmica do trocador de calor, ou seja a carga térmica e o lado frio, assim é possível comparar o tempo em que a variável de referência atinge o valor de regime, ou seja, o set point com diferentes valores de cargas térmicas.

5.2.1 Ponto de operação 1 - 25°C à 30°C

Para o caso, foi variado o valor do set point dentro de uma faixa de operação entre 25°C e 30°C. Foram usados os valores 0.05, 0.01 e 0.1 correspondentes aos ganhos proporcional, integral e derivativo respectivamente, e para o primeiro caso foi usado um valor de 0W para Q_L , ou seja, nenhuma condução térmica entre o trocador de calor e o lado frio. Os valores do set point foram 27°C, 22°C e 28°C, a interface do simulador pode ser visualizada na figura 18 e o gráfico em tela cheia na figura 19:

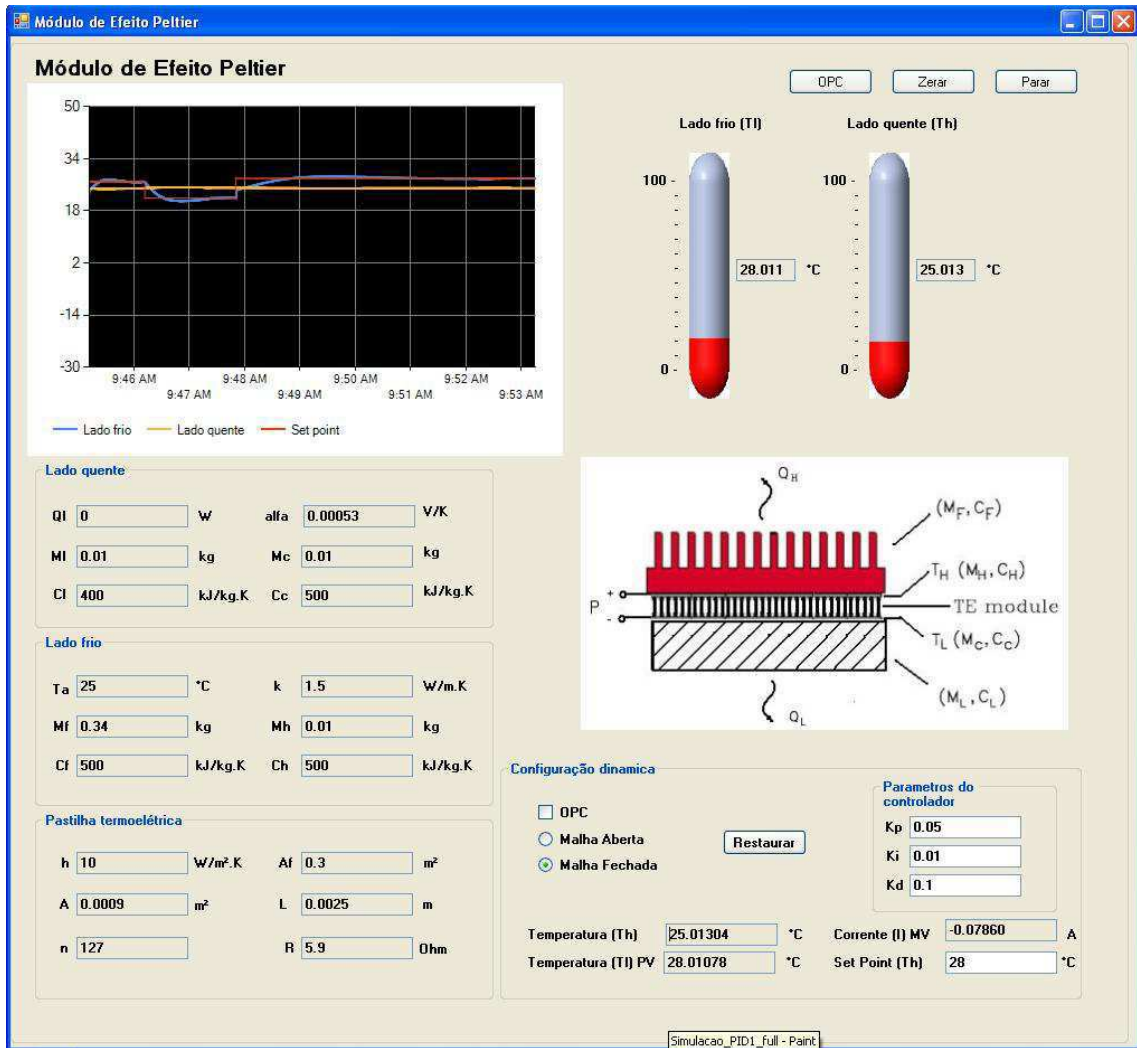


Figura 18: Interface do simulador para a primeira faixa de operação com $Q_L = 0W$

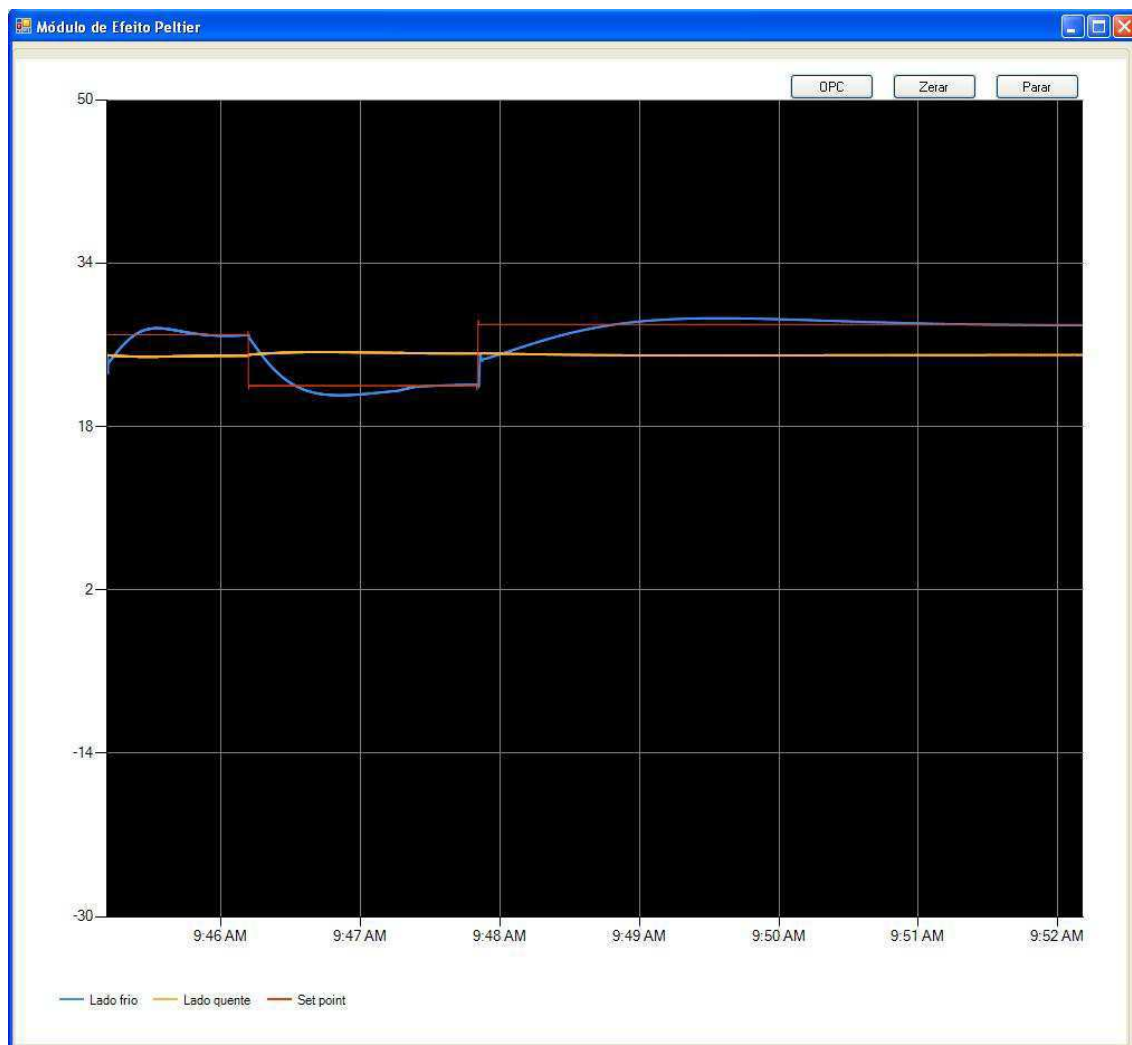


Figura 19: Gráfico em tela cheia para a primeira faixa de operação com $Q_L = 0W$

Mudando o valor de Q_L para $5W$ podemos observar que para esse caso o comportamento da temperatura não é tão suave se comparado ao que foi verificado na figura 19, pois se observa no primeiro degrau do set point um pico mais elevado de temperatura, para esse caso pode-se visualizar nas figuras 20 e 21:

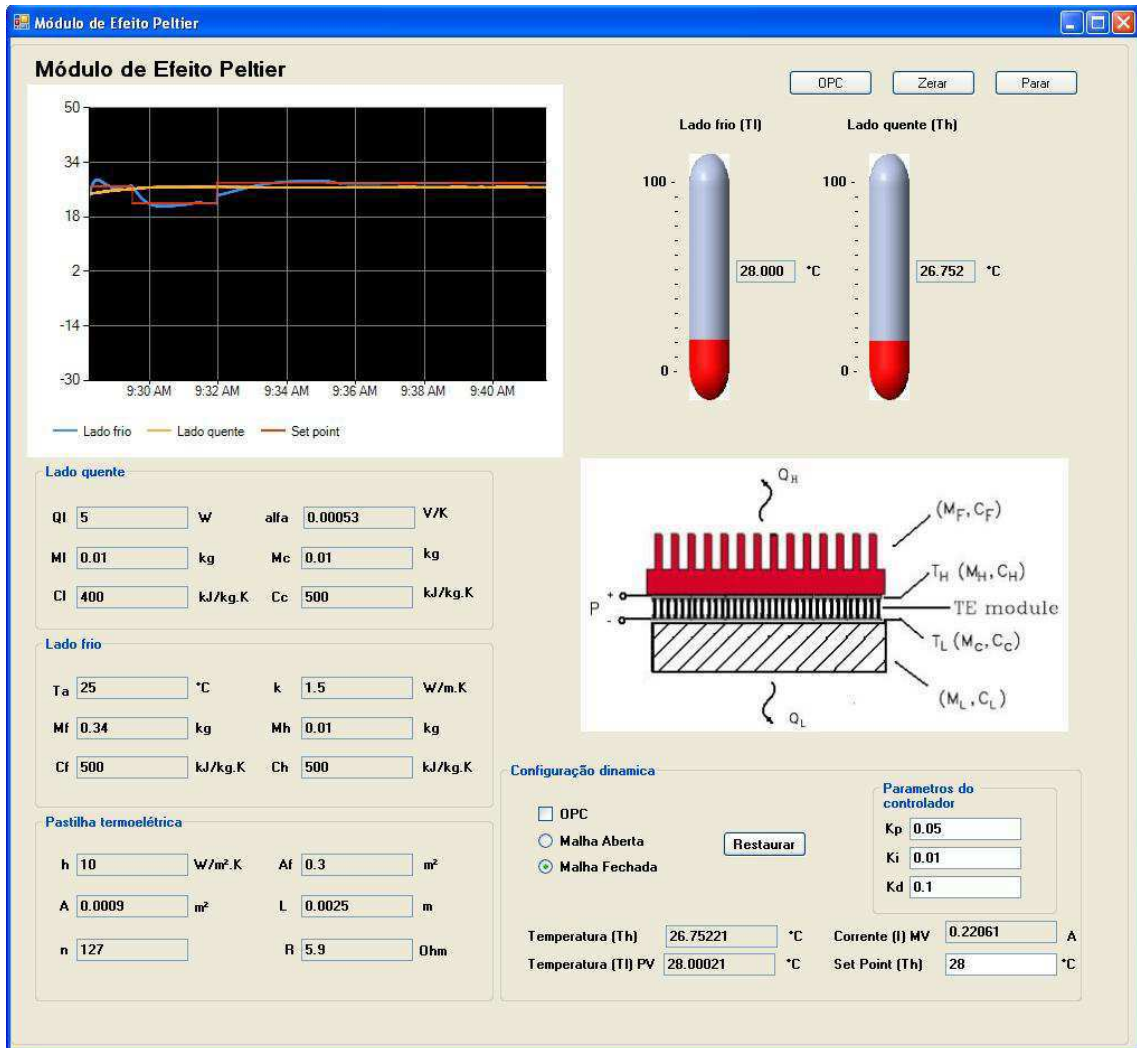


Figura 20: Interface do simulador para a primeira faixa de operação com $Q_L = 5W$

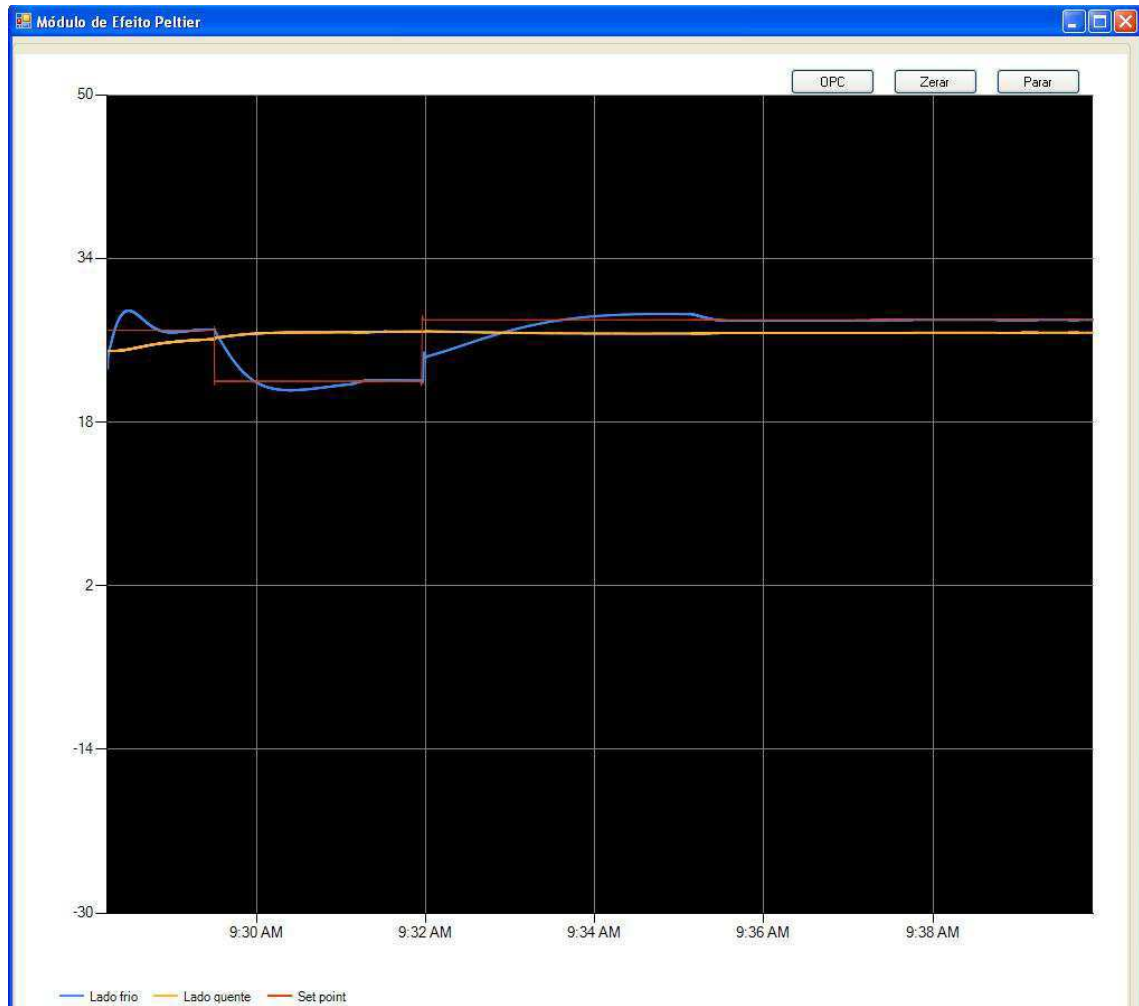


Figura 21: Gráfico em tela cheia para a primeira faixa de operação com $Q_L = 5W$

5.2.2 Ponto de operação 2 - $5^{\circ}C$ à $15^{\circ}C$

Para esse segundo caso, foi variado o valor do set point dentro de uma faixa de operação entre $5^{\circ}C$ e $15^{\circ}C$. Foram usados os mesmos valores correspondentes aos ganhos proporcional, integral e derivativo ao primeiro teste, e dentro dessa faixa de operação foi realizado um primeiro experimento usando um valor de $0W$ para Q_L , ou seja, nenhuma condução térmica entre o trocador de calor e o lado frio. Os valores do set point foram $5^{\circ}C$, $10^{\circ}C$ e $15^{\circ}C$, a interface do simulador pode ser visualizado na figura 22 e o gráfico em tela cheia na figura 23:

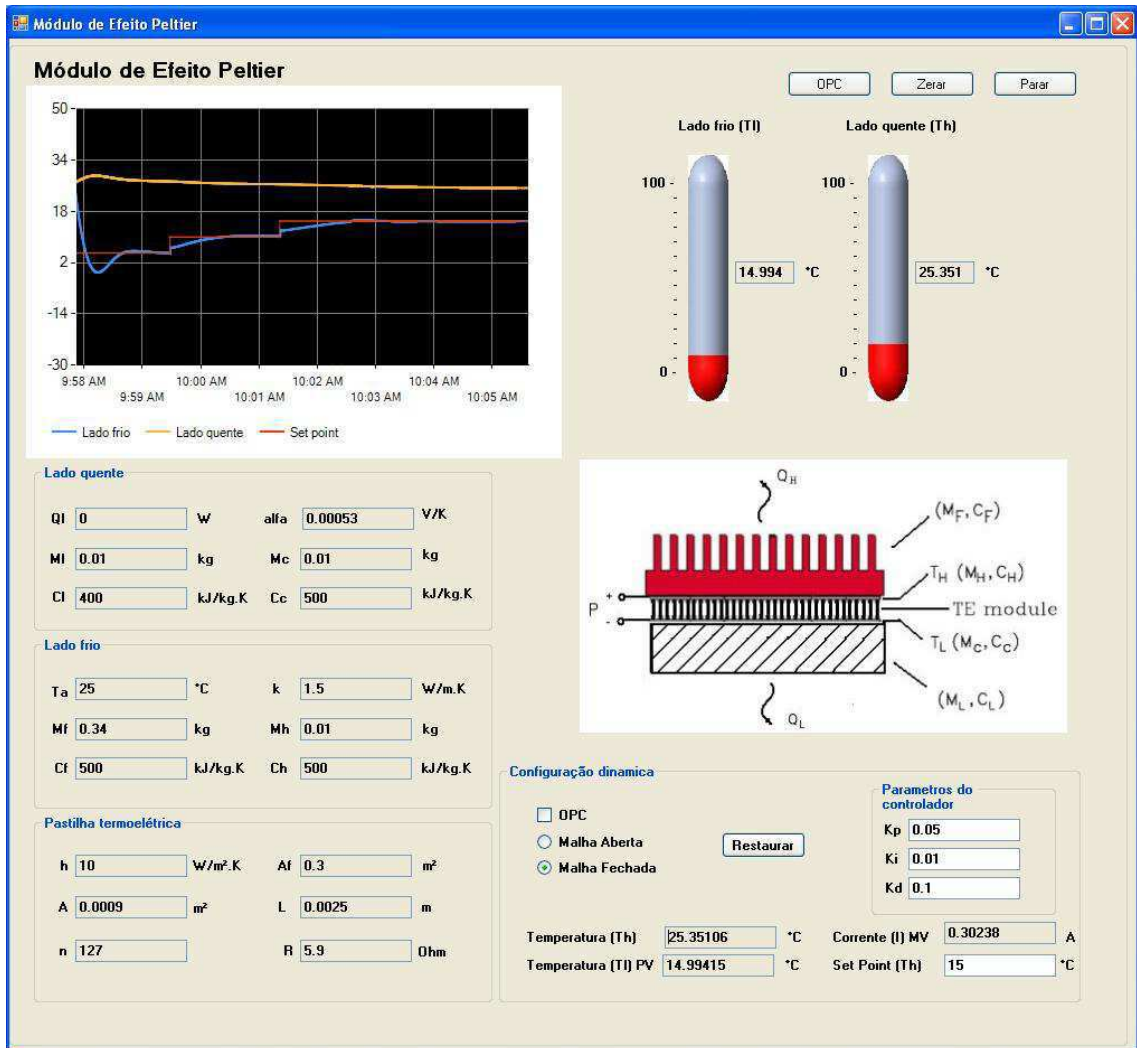


Figura 22: Interface do simulador para a segunda faixa de operação com $Q_L = 0W$

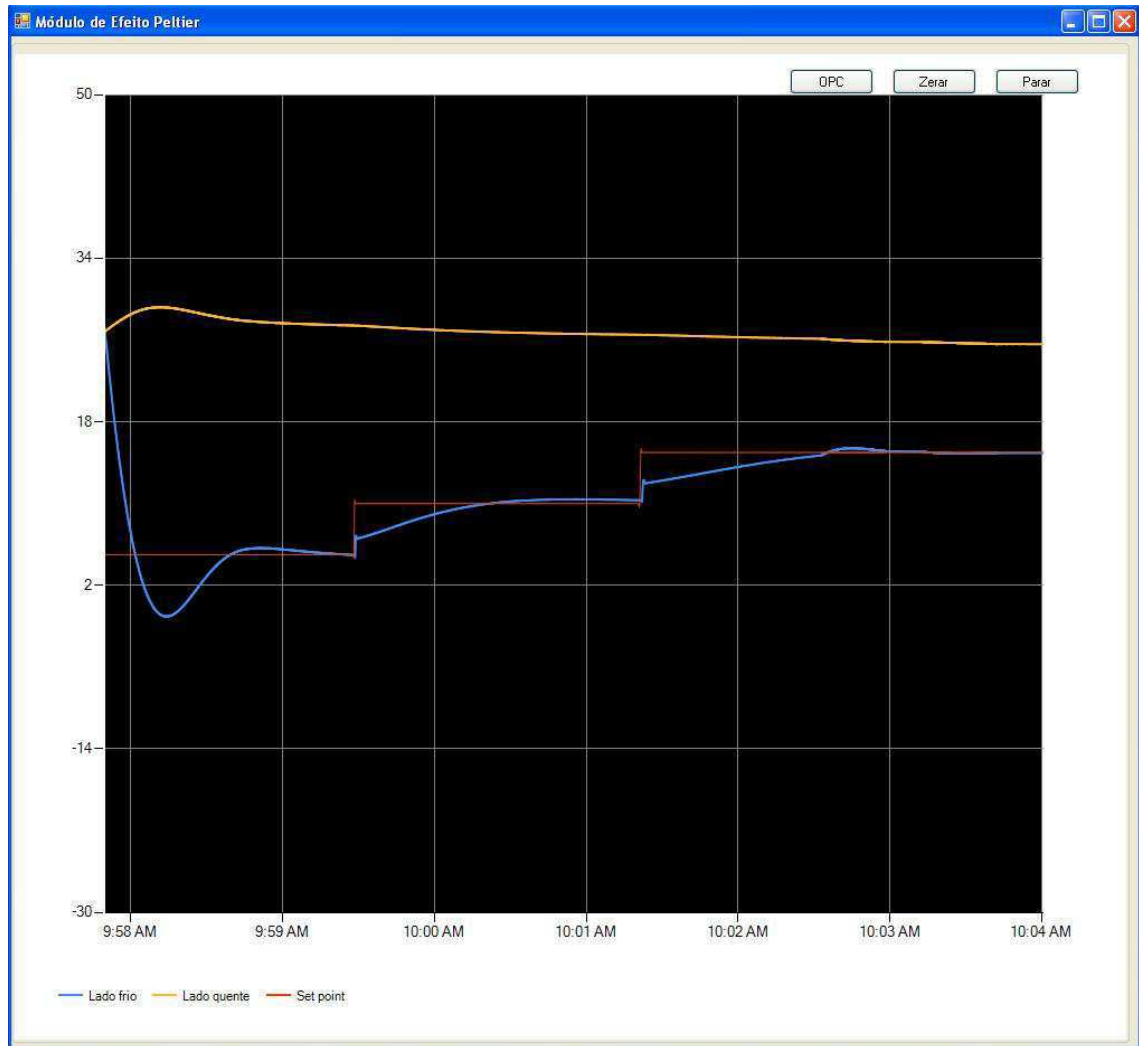


Figura 23: Gráfico em tela cheia para a segunda faixa de operação com $Q_L = 0W$

Novamente mudando o valor de Q_L para $5W$ podemos observar que para esse caso o comportamento da temperatura teve um maior decaimento comparado ao que foi verificado na figura 23, pois se observa no primeiro degrau do set point houve uma menor influência da condução térmica do trocador de calor para o lado frio, para esse caso pode-se visualizar nas figuras 24 e 25:

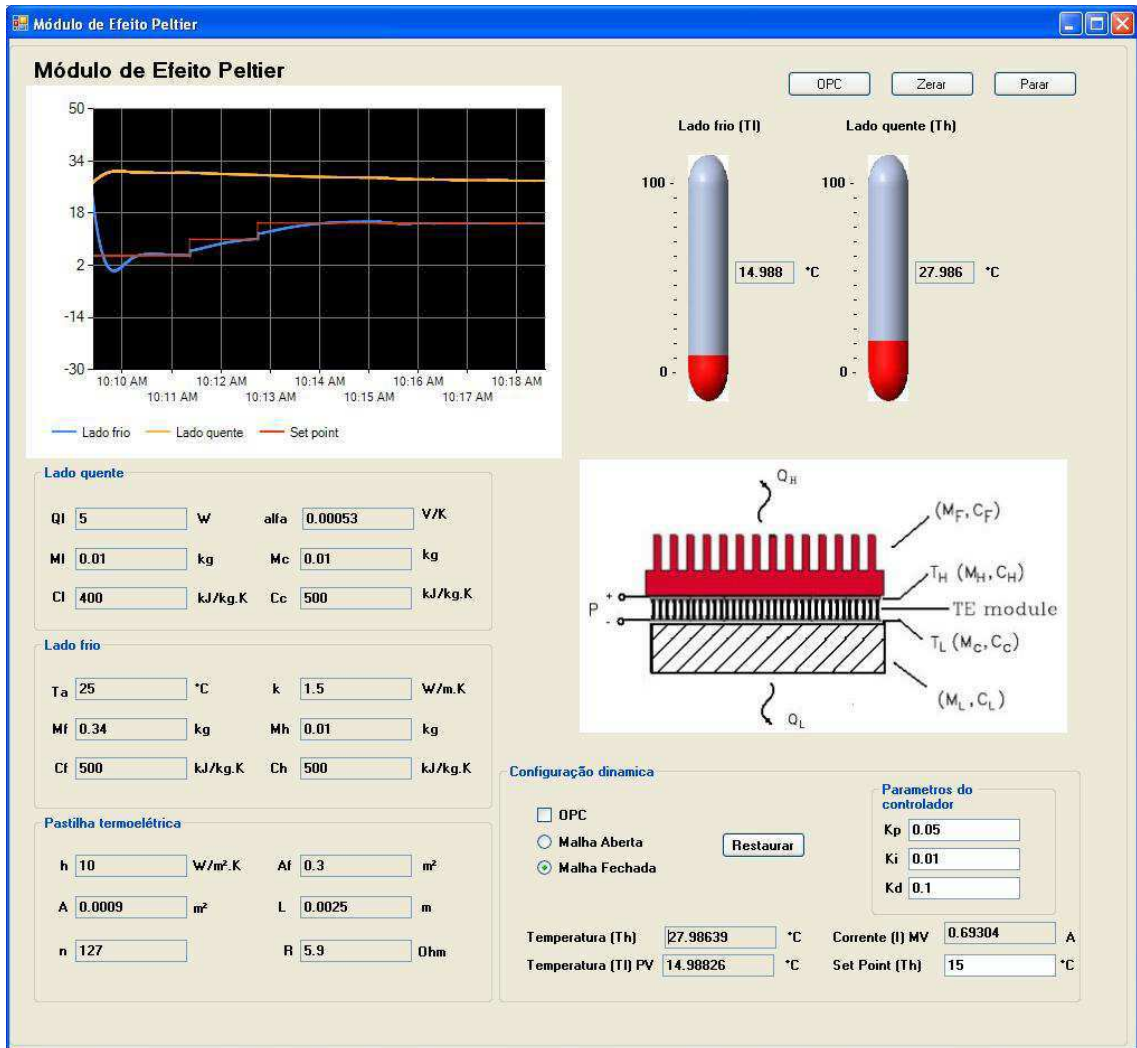


Figura 24: Interface do simulador para a segunda faixa de operação com $Q_L = 5W$

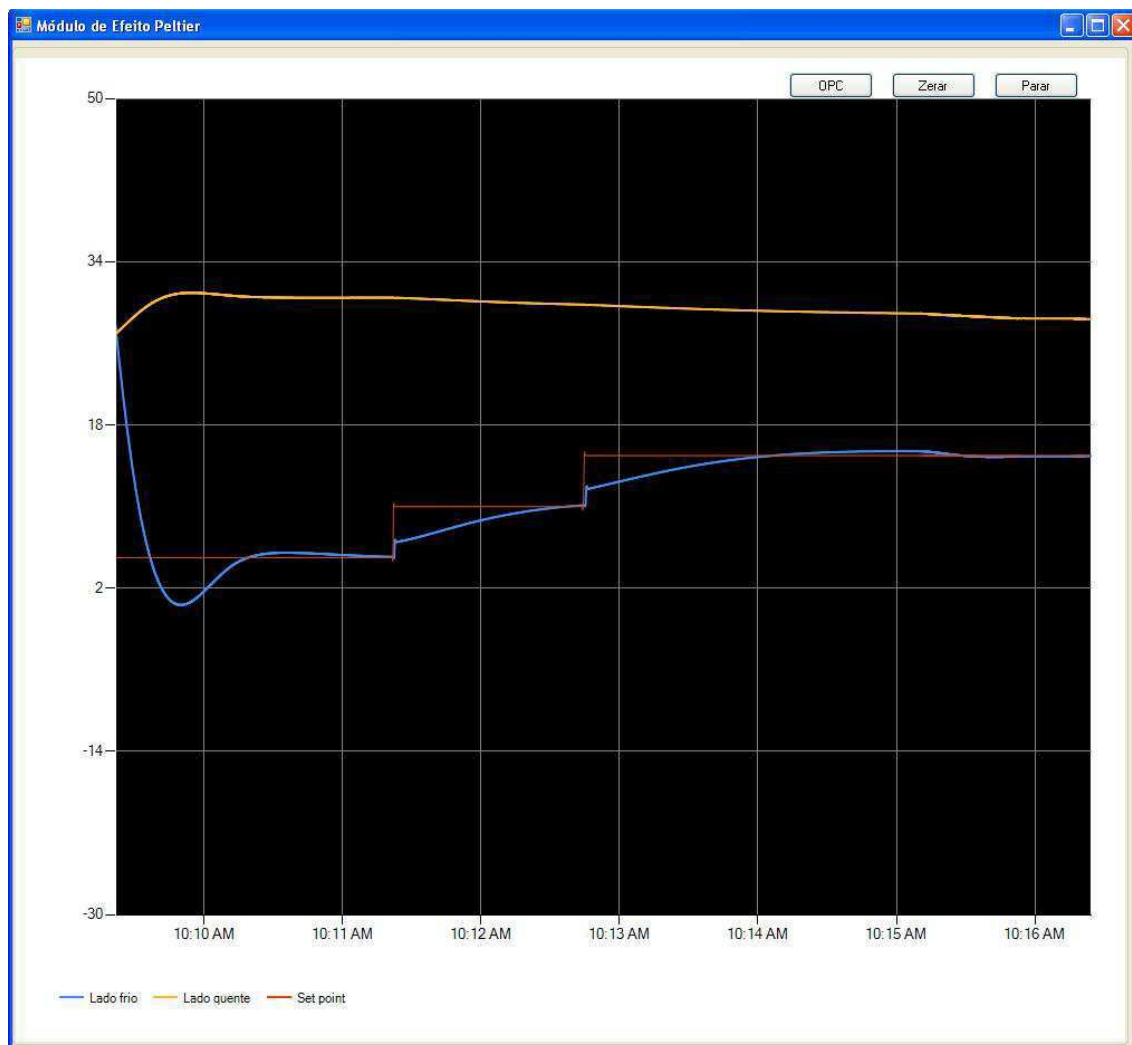


Figura 25: Gráfico em tela cheia para a segunda faixa de operação com $Q_L = 5W$

5.3 OLE for Process Control (OPC)

5.3.1 Definição

OPC é um padrão de comunicação baseadas nas tecnologias OLE, COM e DCOM, que foram desenvolvidas pela Microsoft para sistemas que operam com arquitetura baseada em Microsoft Windows. Geralmente é utilizada em interfaces e métodos para o uso em controle de processos com o objetivo de facilitar e padronizar as aplicações de automação em geral.

OPC foi desenvolvido para conectar softwares que utilizam o sistema operacional Windows. Pelo seu padrão de comunicação utiliza métodos consistentes que permitem o acesso de dispositivos não importante o seu tipo, fabricante ou versão. Assim permitindo que o desenvolvimento de um software não precise se preocupar com o hardware a que ele vai se conectar. Assim o programa pode ser escrito apenas uma vez e depois ser reutilizado em outras aplicações aplicações(ver referência [5]).

Nesse projeto foi usado o padrão OPC DA, para realizar a comunicação entre um cliente OPC e a simulação que de fato corresponde à um cliente OPC. Foi uma forma de um cliente poder realizar o controle ou o monitoramento das variáveis que compõem o modelo Peltier, através de escrita ou leitura nos itens OPC respectivamente, disponibilizados pelo servidor OPC padrão usado no LIEC, servidor 100 malhas.

Tal operação pode ser realizada quando abilitamos a check Box OPC no aplicativo, nesse caso o programa está apto a se comunicar diretamente com o servidor utilizado no laboratório. A configuração das Tags OPC pode ser feita clicando no Botão OPC. Assim pode ser acessado uma form OPCClientForm mostrada na figura 26, que possibilita ao usuário varias opções como:

- Realizar um browse dos computadores presentes na rede;
- Realizar um browse nos servidores da rede, no caso o servidor LIEC 100 malhas;
- Realizar um browse nos itens OPC disponíveis no servidor escolhido ;
- Configurar os respectivos itens OPC que serão usados para operação de leitura e escrita.

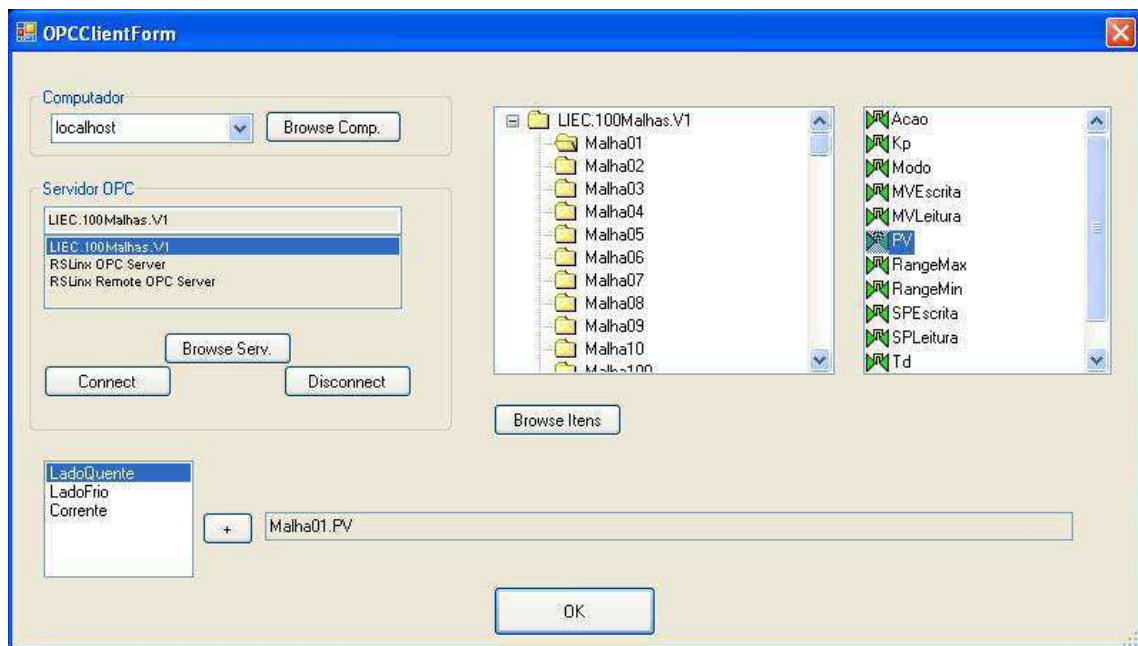


Figura 26: Interface de configuração dos itens OPC do programa

5.4 OPC-DA Toolkit Advosol

Devido a complexidade das ferramentas usadas para comunicação entre clientes e servidores como COM e DCOM, foi usado o toolkit Advosol que permite a criação de servidores e clientes que utilizam o padrão OPC para comunicação em suas aplicações em C#. No caso do simulador foi usado um cliente disponível no toolkit Advosol apenas para testar a funcionalidade da comunicação OPC do aplicativo(ver referência [6]), e assim realizar a leitura e escrita nas variáveis do modelo Peltier.

Na figura 27, pode ser observada que o cliente OPC do toolkit Advosol está lendo o valor das temperaturas das faces quente e fria e mostrando nas Tags Malha01.PV e Malha02.PV respectivamente.

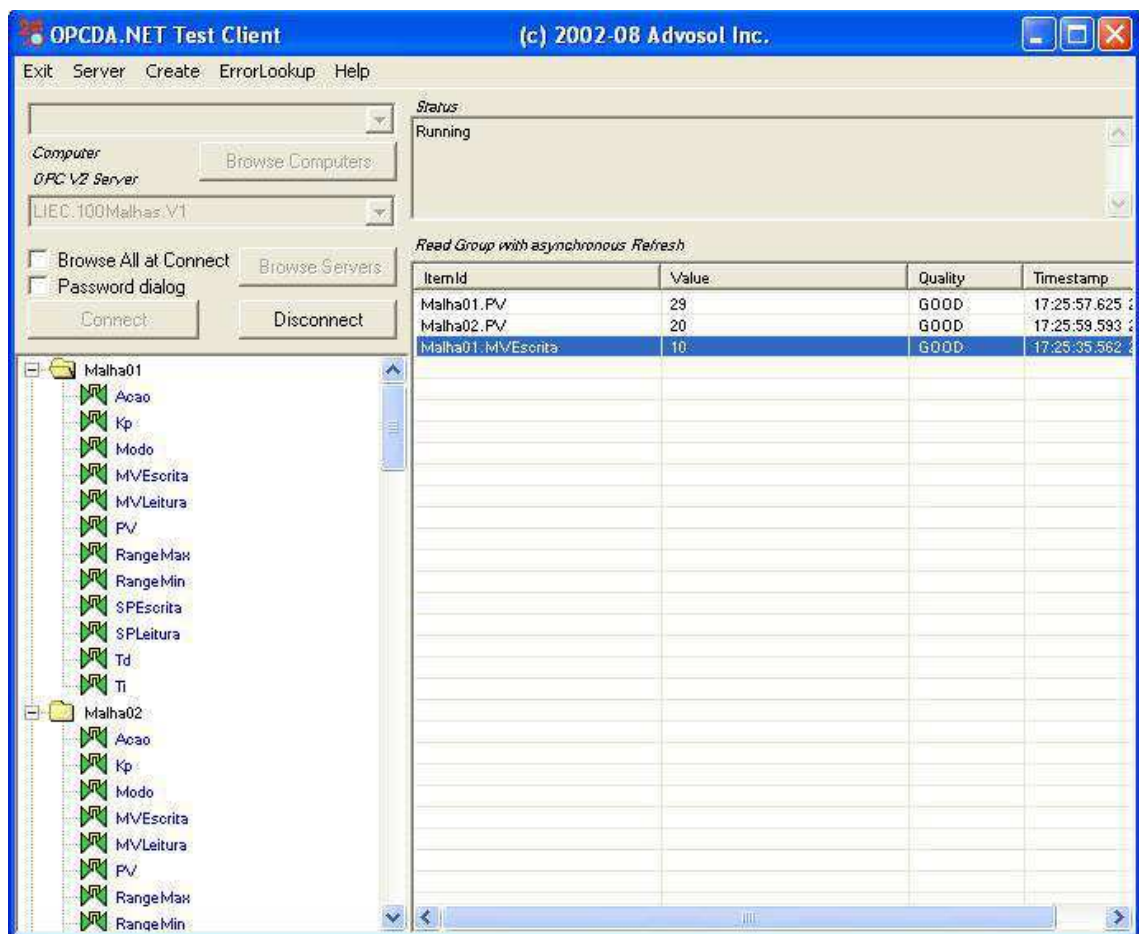


Figura 27: Interface principal do cliente OPC do toolkit Advosol

Já a Tag Malha01.MVEscrita corresponde a corrente que pode ser alterada quando for clicada, nesse momento aparece um campo no qual pode ser colocado um valor de referência para a corrente e logo em seguida deve ser clicado Write como mostra a figura 28. Nesse momento o cliente escreve no servidor LIEC 100 malhas o respectivo valor setado, e assim o simulador ler esse valor e basta clicar em Atualizar para mudar o valor da corrente para o valor requisitado pelo cliente.



Figura 28: Interface de configuração de escrita para o cliente OPC

6 Conclusão

Diante de tudo que foi mostrado no relatório é possível concluir que é imensurável o conhecimento adquirido na abordagem do modelo matemático do módulo de efeito Peltier, levando em consideração grande parte dos fatores externos que podem influenciar no desempenho desse dispositivo.

Assim como no projeto do simulador em C#, que foi desenvolvido com caráter didático, mas ao mesmo tempo foi possível obter uma grande quantidade de conhecimentos para aplicações para monitoramento e controle de processos industriais, como a manipulação das variáveis do processo através da tecnologia OLE for Process Control (OPC), e devido a flexibilidade do ambiente de programação usado, não foram apresentadas dificuldades relevantes no desenvolvimento do simulador.

As dificuldades apresentadas durante o desenvolvimento do projeto se basearam principalmente em desenvolver um controlador em espaço de estados que pudesse controlar de forma eficiente o simulador do sistema dinâmico, porém foi possível apenas realizar controle da função de transferência que representaria o modelo linear em espaço de estados do simulador em um determinado ponto de operação.

Mas de fato, no desenvolvimento do controle ótimo como alternativa de controle, foram abordados tópicos bastante interessantes como o Regulador Linear Multivariável (LMR) e o filtro de Kalman, com isso, foi possível sedimentar conhecimentos essenciais para o ramo da engenharia de controle e automação.

Referências

- [1] Bequett, B. W., *Process dynamics: modeling, analysis, and simulation*, Prentice-Hall International, 1998.
- [2] Newell R. B., Lee P. L. *Applied process control : a case study*, Prentice-Hall of Australia, 1989.
- [3] Huang B.J., Duang C.L., *System dynamic model and temperature control of a thermoelectric cooler*, International Journal of Refrigeration, 2000.
- [4] Introdução ao efeito Peltier. Disponível em: <<http://www.peltier.com.br/intro.htm>>. Acesso em: 10 set. 2010, 14:30.
- [5] Efeito Peltier. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Efeito_Peltier>. Acesso em: 10 set. 2010, 15:20.
- [6] OPC DA .NET Server Toolkit. Disponível em: <<https://www.advosol.us/pc-5-4-dansrv-net-server-toolkit.aspx>>. Acesso em: 13 nov. 2010, 15:30.
- [7] About OPC - What is OPC?.
Disponível em: <http://www.opcfoundation.org/Default.aspx/01_about/01_what_is.opc?MID=AboutOPC>. Acesso em: 13 nov. 2010, 14:00.