



Universidade Federal de Campina Grande

Centro de Engenharia Elétrica e Informática

Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

ROBERTO DA SILVA MACENA

**CONSTRUÇÃO, INSTRUMENTAÇÃO E ANÁLISE DO PONTO DE
VISTA DE CONTROLE DE UM PÊNULO INVERTIDO**

Campina Grande, Paraíba
Fevereiro de 2011

ROBERTO DA SILVA MACENA

CONSTRUÇÃO, INSTRUMENTAÇÃO E ANÁLISE DO PONTO DE
VISTA DE CONTROLE DE UM PÊNULO INVERTIDO

*Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Campina Grande
como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Bacharel em Ciências no
Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Controle e Automação

Orientador:

Cursino Brandão Jacobina

Campina Grande, Paraíba
Fevereiro de 2011

ROBERTO DA SILVA MACENA

CONSTRUÇÃO, INSTRUMENTAÇÃO E ANÁLISE DO PONTO DE VISTA DE CONTROLE DE UM PÊNDULO INVERTIDO

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Controle e Automação

Aprovado em / /

Professor Alexandre Cunha Oliveira, Dr. Sc.
Universidade Federal de Campina Grande
Avaliador

Professor Cursino Brandão Jacobina, Dr. Sc.
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador, UFCG

Dedico este trabalho à minha família, que foi a base estrutural de minhas conquistas e a principal motivadora nestes anos de dedicação.

“Se enxerguei mais longe foi porque me apoiei nos ombros de gigantes.”

Isaac Newton.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo abordar de forma sistemática a construção, a instrumentação e a análise do ponto de vista de controle de um pêndulo invertido. A teoria abordada consiste em se obter de forma analítica as funções de transferência do modelo para o pendulo invertido, bem como abordar conceitos funcionais para a estimação da planta e funcionamento adequado dos dispositivos utilizados.

Serão descritos os materiais e métodos utilizados para estimar a função de transferência do sistema, assim como a análise do ponto de vista de controle com comentários acerca de aproximações admitidas e conceitos práticos empregados.

Por fim serão feitos os últimos comentários referentes ao trabalho e projeções para trabalhos futuros.

Palavras-chave: TCC, Pêndulo, Invertido, Controle, Identificação.

SUMÁRIO

Resumo.....	vi
Sumário	vii
1 Introdução.....	1
1.1 Objetivos.....	1
1.2 Motivação	2
2 Embasamento Teórico.....	2
2.1 Modelos para o pêndulo Invertido	2
2.1.1 Modelo para o pêndulo	3
2.1.2 Resposta natural do pêndulo.....	6
2.1.3 Modelo para o carro.....	8
2.2 Método de Ziegler e Nichols para identificação de plantas	12
2.3 Circuito inversor de tensão	13
2.4 Sensor de deslocamento: encoder incremental.....	14
3 Material	15
3.1 Motor e Carro.....	15
3.2 Sensores de deslocamento: HEDS 9100 e HP 9808	16
3.3 Microcontrolador PIC18f4525	17
3.4 Circuito inversor de tensão	17
4 Métodos.....	19
4.1 Ensaio para estimar a planta do pêndulo.....	19
4.2 Ensaio para estimar a planta do pêndulo.....	21
5 Resultados	22
5.1 Ensaio para estimar a planta do carro	22
5.2 Ensaio para estimar a planta do pêndulo.....	26
6 Conclusão	29

1 INTRODUÇÃO

O estudo dos sistemas de controle é de fundamental importância para os estudantes de Engenharia Elétrica, visto que os conceitos empregados neste estudo abrangem grande parte das áreas da Engenharia.

Um exemplo típico é o campo de trabalho comum para vários engenheiros: a fabricação de produtos de consumo, nele o ciclo do processo e a precisão na execução das tarefas, do ponto de vista dos processos automatizados, são problemas comuns a serem resolvidos por engenheiros especialistas em Controle. Desta forma o estudo de mecanismos reais se torna eficiente e empolgante para o estudo de interessados na área, além de ser algo atrativo para despertar o interesse de estudantes.

Neste trabalho propõe-se a construção a instrumentação e a análise do ponto de vista de controle de um pêndulo invertido, uma estrutura clássica para estudo de controle de plantas instáveis e que é base da modelagem de sistemas tais como: uma perna robótica, o movimento de um foguete, entre outros, a fim de se ter uma estrutura física que seja possível realizar estudos de aquisição de dados, de técnicas para estimar plantas lineares, bem como o estudo de técnicas de controle.

A seguir será apresentado o embasamento teórico, os métodos empregados para a estimação da planta e o respectivo cálculo dos ganhos do controlador, assim como os resultados obtidos em cada etapa e as conclusões acerca do trabalho desenvolvido.

1.1 OBJETIVOS

Construir uma plataforma didática para o estudo de temas referentes à área da Engenharia Elétrica tais como:

- Instrumentação Eletrônica, mensurar deslocamento linear e angular;
- Acionamentos de Máquinas, através de um inversor CC/CA;
- Microcontroladores, usando uma placa de desenvolvimento para o PIC 18f4525;
- Engenharia de Controle, estimando e analisando a planta do pendulo invertido.

1.2 MOTIVAÇÃO

O estudo da estrutura de um pêndulo invertido é motivadora devido ao fato de se ter um modelo real para aplicar conceitos teóricos estudados no decorrer do curso de Engenharia Elétrica, bem como aprender novos conceitos para realizar ensaios e aplicar técnicas necessárias ao desenvolvimento do trabalho.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

Nesta seção será discutido o modelo matemático para o pêndulo invertido, bem como o embasamento teórico das técnicas de controle e do funcionamento dos sensores e do inversor utilizados no desenvolvimento do trabalho.

2.1 MODELOS PARA O PÊNDULO INVERTIDO

Nesta seção será discutido o modelo matemático do pêndulo invertido que consiste em um pêndulo convencional, no qual só é possível o movimento rotatório, acoplado a um carro que se movimenta de forma retilínea em dois sentidos. A análise matemática da planta do pêndulo será feita em duas etapas, sendo a primeira a análise do ponto de vista do pêndulo e a segunda do ponto de vista do carro.

2.1.1 MODELO PARA O PÊNDBULO

Na Figura 2.1 temos ilustrado o sistema de coordenadas para o pêndulo, a partir dele é possível se obter de forma analítica a função de transferência do sistema utilizando conceitos de Física clássica.

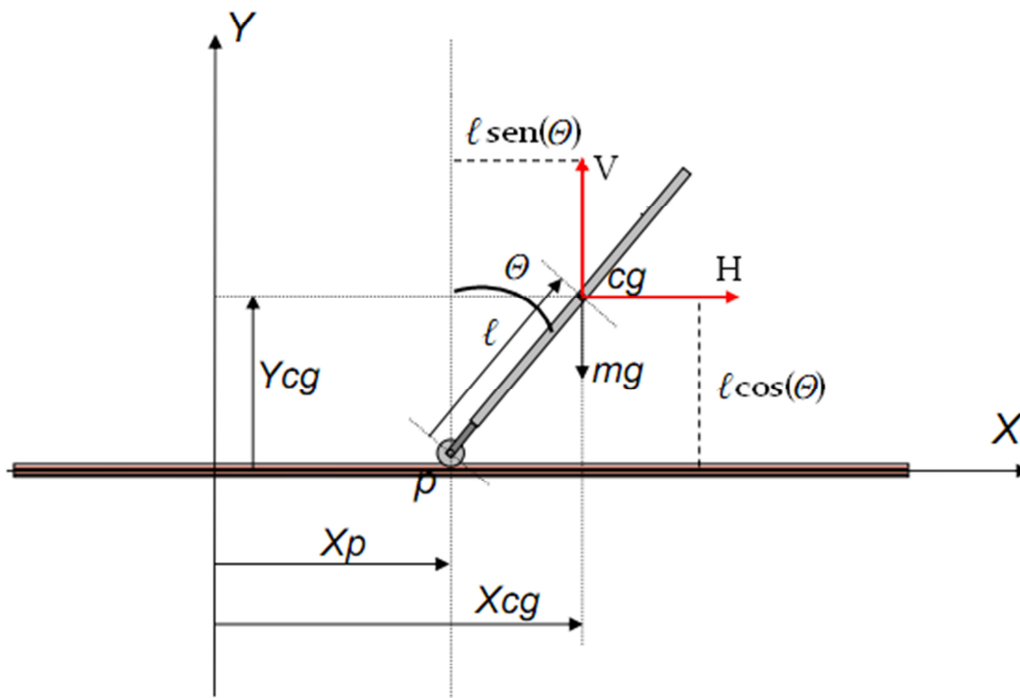


Figura 2.1 – Ilustração do sistema de coordenadas do pêndulo.

Inicialmente escrevem-se as equações referentes ao deslocamento, velocidade e aceleração, que seguem:

$$X_{cg} = X_p + l \sin(\theta);$$

$$Y_{cg} = Y_p + l \cos(\theta);$$

$$\dot{X}_{cg} = \dot{X}_p + l \cos(\theta) \dot{\theta};$$

$$\dot{Y}_{cg} = \dot{Y}_p - l \sin(\theta) \dot{\theta}; \quad \dot{Y}_p = 0;$$

$$\ddot{X}_{cg} = \ddot{X}_p + l \cos(\theta) \ddot{\theta} - l \sin(\theta) \dot{\theta}^2;$$

$$\ddot{Y}_{cg} = -l \sin(\theta) \ddot{\theta} - l \cos(\theta) \dot{\theta}^2.$$

Então o somatório das forças do sistema é escrito como:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m \ddot{X}_{cg} & \sum F_y &= m \ddot{Y}_{cg} \\ H &= m \left[\ddot{X}_p + \ell \cos(\theta) \ddot{\theta} - \ell \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \right], & V - mg &= m \left[-\ell \sin(\theta) \ddot{\theta} - \ell \cos(\theta) \dot{\theta}^2 \right], \\ H &= m \ddot{X}_p + m \ell \cos(\theta) \ddot{\theta} - m \ell \sin(\theta) \dot{\theta}^2. & V &= -m \ell \sin(\theta) \ddot{\theta} - m \ell \cos(\theta) \dot{\theta}^2 + mg. \end{aligned}$$

Dado que o momento de inércia é modelado por:

$$\begin{aligned} \sum M_{cg} &= I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} \\ V \ell \sin(\theta) - H \ell \cos(\theta) &= I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} \end{aligned}$$

Pode-se combinar as equações e obter:

$$\begin{aligned} I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} &= V \ell \sin(\theta) - H \ell \cos(\theta); \\ I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} &= \left[-m \ell \sin(\theta) \ddot{\theta} - m \ell \cos(\theta) \dot{\theta}^2 + mg \right] \ell \sin(\theta) - \\ &- \left[m \ddot{X}_p + m \ell \cos(\theta) \ddot{\theta} - m \ell \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \right] \ell \cos(\theta); \\ I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} &= -m \ell^2 \sin^2(\theta) \ddot{\theta} - m \ell^2 \sin(\theta) \cos(\theta) \dot{\theta}^2 - \\ &+ mg \ell \sin(\theta) - m \ell \ddot{X}_p \cos(\theta) - m \ell^2 \cos^2(\theta) \ddot{\theta} + \\ &+ m \ell^2 \sin(\theta) \cos(\theta) \dot{\theta}^2; \\ I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} &= -m \ell^2 \ddot{\theta} + mg \ell \sin(\theta) - m \ell \ddot{X}_p \cos(\theta); \\ (I + m \ell^2) \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} - mg \ell \sin(\theta) &= -m \ell \ddot{X}_p \cos(\theta). \end{aligned}$$

Assumindo-se que a haste é uniforme, que possui momento de inércia — e também que θ é pequeno o suficiente para se ter $\cos(\theta) = 1$ e $\sin(\theta) = \theta$, tem-se:

$$\frac{4}{3}m\ell^2 \ddot{\Theta}(t) + Br \dot{\Theta}(t) - mg\ell \Theta(t) = -m\ell \ddot{X}_p(t);$$

$$\ddot{\Theta} + \frac{3Br}{4m\ell^2} \dot{\Theta} - \frac{3g}{4\ell} \Theta = -\frac{3}{4\ell} \ddot{X}_p.$$

Fazendo:

$$2\xi\omega_n = \frac{3Br}{4m\ell^2}, \quad \omega_n^2 = \frac{3g}{4\ell}, \quad K_p = \frac{3}{4\ell}.$$

Tem-se:

$$\ddot{\Theta}(t) + 2\xi\omega_n \dot{\Theta}(t) - \omega_n^2 \Theta(t) = -K_p \ddot{X}_p(t)$$

$$\boxed{\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{-K_p s^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s - \omega_n^2}}$$

Esta é a função de transferência que relaciona o movimento angular do pêndulo com o deslocamento linear.

2.1.2 RESPOSTA NATURAL DO PÊNDBULO

A resposta natural do pêndulo pode ser obtida analiticamente analisando a Figura 2.2.

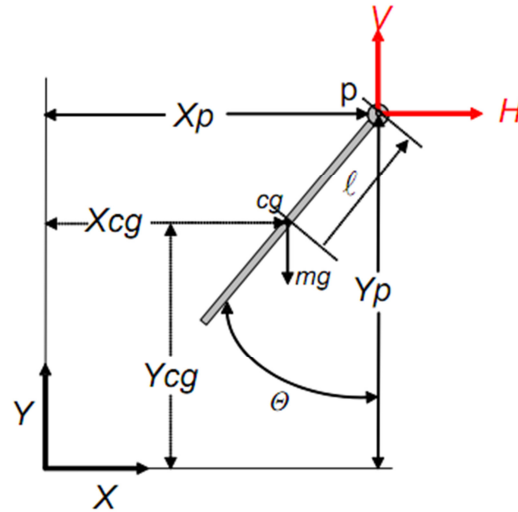


Figura 2.2 – Coordenadas para o pêndulo livre

Inicialmente escrevem-se as equações referentes ao deslocamento, velocidade, aceleração, somatório das forças e momento de inércia:

$$X_{cg} = X_p - l \operatorname{sen}(\theta);$$

$$\dot{X}_{cg} = \dot{X}_p - l \cos(\theta) \dot{\theta};$$

$$\ddot{X}_{cg} = l \cos(\theta) \ddot{\theta} - l \operatorname{sen}(\theta) \dot{\theta}^2;$$

$$Y_{cg} = Y_p - l \cos(\theta);$$

$$\dot{Y}_{cg} = \dot{Y}_p + l \operatorname{sen}(\theta) \dot{\theta}; \quad \dot{Y}_p = 0;$$

$$\ddot{Y}_{cg} = l \operatorname{sen}(\theta) \ddot{\theta} + l \cos(\theta) \dot{\theta}^2;$$

$$\sum F_x = m \ddot{X}_{cg};$$

$$H = m \left[-\ell \cos(\theta) \ddot{\theta} + \ell \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \right];$$

$$H = -m\ell \cos(\theta) \ddot{\theta} + m\ell \sin(\theta) \dot{\theta}^2;$$

$$\sum F_y = m \ddot{Y}_{cg};$$

$$V - mg = m \left[\ell \sin(\theta) \ddot{\theta} + \ell \cos(\theta) \dot{\theta}^2 \right];$$

$$V = m\ell \sin(\theta) \ddot{\theta} + m\ell \cos(\theta) \dot{\theta}^2 + mg;$$

$$\sum M_{cg} = I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta};$$

$$V\ell \sin(\theta) + H\ell \cos(\theta) = I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta}.$$

Combinando todas as equações temos que:

$$I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} = -V\ell \sin(\theta) + H\ell \cos(\theta);$$

$$I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} = \left[m\ell \sin(\theta) \ddot{\theta} + m\ell \cos(\theta) \dot{\theta}^2 + mg \right] \ell \sin(\theta) +$$

$$+ \left[-m\ell \cos(\theta) \ddot{\theta} + m\ell \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \right] \ell \cos(\theta);$$

$$I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} = m\ell^2 \sin^2(\theta) \ddot{\theta} - m\ell^2 \sin(\theta) \cos(\theta) \dot{\theta}^2 - mg\ell \sin(\theta) - m\ell^2 \cos^2(\theta) \ddot{\theta} +$$

$$+ m\ell \sin(\theta) \cos(\theta) \dot{\theta}^2;$$

$$I \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} = -m\ell^2 \ddot{\theta} - mg\ell \sin(\theta);$$

$$(I + m\ell^2) \ddot{\theta} + B_r \dot{\theta} + mg\ell \sin(\theta) = 0.$$

Assumindo-se que a haste é uniforme, que possui momento de inércia — e também que θ é pequeno o suficiente para se ter $\cos(\theta) = 1$ e $\sin(\theta) = \theta$, tem-se:

$$\frac{4}{3}m\ell^2 \ddot{\Theta}(t) + Br \dot{\Theta}(t) + mg\ell\Theta(t) = 0;$$

$$\ddot{\Theta} + \frac{3Br}{4m\ell^2} \dot{\Theta} + \frac{3g}{4\ell} \Theta = 0.$$

Fazendo:

$$2 \xi \omega_n = \frac{3Br}{4m\ell^2}, \quad \omega_n^2 = \frac{3g}{4\ell^2}.$$

Tem-se:

$$\ddot{\Theta}(t) + 2\xi\omega_n \dot{\Theta}(t) + \omega_n^2 \Theta(t) = 0$$

Essa é a equação do pêndulo convencional cujos autovalores são iguais a:

$$\lambda = -\xi\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

Daí vê-se que a resposta natural do sistema possui forma de onda senoidal com envelope exponencial dada por:

$$\Theta(t) = Ke^{-\xi\omega_n t} \text{sen}(\omega_{dt} + a)$$

2.1.3 MODELO PARA O CARRO

O carro do pêndulo invertido consiste em uma estrutura em que um motor de corrente contínua movimentada uma base de tal forma a dar um movimento retilíneo com a possibilidade de seguir dois sentidos. As equações que modelam o circuito de armadura do motor e a tensão induzida e a relação da corrente de armadura com o torque resultante são as que seguem:

$$V_i = \frac{1}{K_a} V_o$$

$$V_o = E + i_a R_a$$

$$E = K_m \dot{\Phi}$$

$$i_a = \frac{1}{K_t} T_d$$

Combinando as equações obtém-se:

$$V_i = \frac{R_a}{K_a K_t r} \left[\frac{K_m K_t}{R_a} r \dot{\Phi} + r T_d \right].$$

Equacionando o torque total requerido do motor vem

$$T_t = I_m \ddot{\Phi} + B_m \dot{\Phi} + T_r.$$

O torque resistente no motor pode ser expresso por

$$T_r = rF.$$

A força (F) exercida na correia de transmissão do carro é

$$F = M \ddot{X}_p + B_c \dot{X}_p + H,$$

$$H = m \ddot{X}_{cg}.$$

Assumindo que $m \ll M$ implica que $\ddot{X}_{cg} \approx \ddot{X}_p$ e portanto $H \ll M \ddot{X}_p + B_c \dot{X}_p$, assim

$$F = M \ddot{X}_p + B_c \dot{X}_p,$$

$$T_t = I_m \ddot{\Phi} + B_m \dot{\Phi} + r \left(M \ddot{X}_p + B_c \dot{X}_p \right).$$

Substituindo na equação (3.18) vem

$$V_i = \frac{R_a}{K_a K_t r} \left[\frac{K_m K_t}{R_a} r \dot{\Phi} + r \left(I_m \ddot{\Phi} + B_m \dot{\Phi} + Mr \ddot{X}_p + B_c r \dot{X}_p \right) \right],$$

$$V_i = \frac{R_a}{K_a K_t r} \left[\frac{K_m K_t}{R_a} r \dot{\Phi} + I_m r \ddot{\Phi} + B_m r \dot{\Phi} + Mr^2 \ddot{X}_p + B_c r^2 \dot{X}_p \right],$$

$$V_i = \frac{R_a}{K_a K_t r} \left[I_m r \ddot{\Phi} + \left(\frac{K_m K_t}{R_a} + B_m \right) r \dot{\Phi} + Mr^2 \ddot{X}_p + B_c r^2 \dot{X}_p \right].$$

São conhecidas as seguintes relações:

$$\Delta X_p = r \Delta \Phi; \quad \dot{X}_p = r \dot{\Phi}; \quad \ddot{X}_p = r \ddot{\Phi}.$$

Substituindo na equação (3.19) vem

$$V_i = \frac{R_a}{K_a K_t r} \left[I_m \ddot{X}_p + \left(\frac{K_m K_t}{R_a} + B_m \right) r \dot{\Phi} + Mr^2 \ddot{X}_p + B_c r^2 \dot{X}_p \right],$$

$$V_i = \frac{R_a}{K_a K_t r} \left[(I_m + Mr^2) \ddot{X}_p + \left(\frac{K_m K_t}{R_a} + B_m + B_c r^2 \right) \dot{X}_p \right].$$

Substituindo na equação (3.19) vem

$$V_i = \frac{R_a}{K_a K_t r} \left[I_m \ddot{X}_p + \left(\frac{K_m K_t}{R_a} + B_m \right) r \dot{\Phi} + Mr^2 \ddot{X}_p + B_c r^2 \dot{X}_p \right],$$

$$V_i = \frac{R_a}{K_a K_t r} \left[(I_m + Mr^2) \ddot{X}_p + \left(\frac{K_m K_t}{R_a} + B_m + B_c r^2 \right) \dot{X}_p \right].$$

Fazendo $J = I_m + Mr^2$ tem-se

$$B = \frac{1}{J} \left(\frac{K_m K_t}{R_a} + B_m + B_c r^2 \right),$$

$$\frac{1}{K_c} = \frac{R_a J}{K_a K_t r},$$

$$V_i = \frac{1}{K_c} \left[\ddot{X}_p + B \dot{X}_p \right].$$

Resultando em (3.20), onde aplicando a transformada de Laplace tem-se (3.21) que é a função de transferência do sistema amplificador-motor-carro.

$$X_p(s) = V_i(s) \frac{K_c}{s(s+B)}$$

$$\boxed{\frac{X_p(s)}{V_i(s)} = \frac{K_c}{s(s+B)}}$$

2.2 MÉTODO DE ZIEGLER E NICHOLS PARA IDENTIFICAÇÃO DE PLANTAS

O método de Ziegler e Nichols para identificação de plantas se baseia na resposta ao degrau de um sistema, Figura 2.2, onde a resposta em frequência se dá pela seguinte função de transferência:

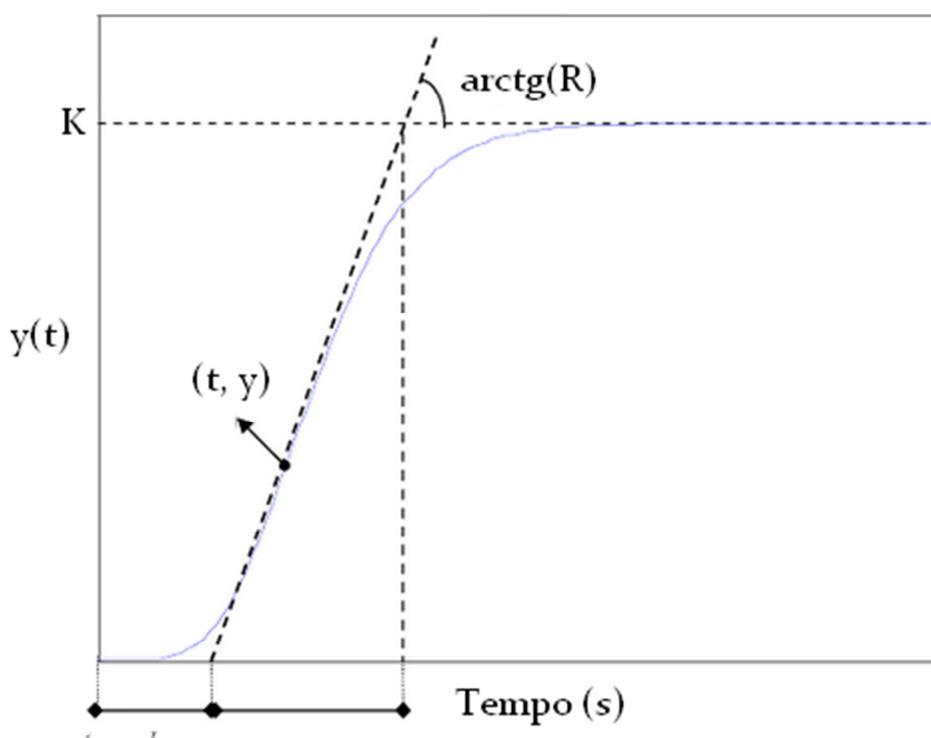


Figura 2.2 – Resposta ao degrau unitário

Para se determinar os parâmetros do sistema é feita uma análise gráfica em que o ganho da função de transferência é igual ao valor de regime permanente da resposta ao degrau. A constante de tempo é calculada pela seguinte equação:

Onde R é o valor do ângulo entre a reta $y = K$ e a reta formada a partir do ponto de inflexão (t, y) da curva. Este ponto é usado para determinar o atraso L do sistema pela seguinte equação:

—

2.3 CIRCUITO INVERSOR DE TENSÃO

Nesta seção será discutido o princípio de funcionamento de um inversor CC/CA que é utilizado para fazer o acionamento do motor do carro do pêndulo, este circuito permite que se aplique a tensão de alimentação com polaridades diferentes no motor utilizando apenas sinais lógicos. Na Figura 2.2 é exposta uma ilustração de um inversor CC/CA.

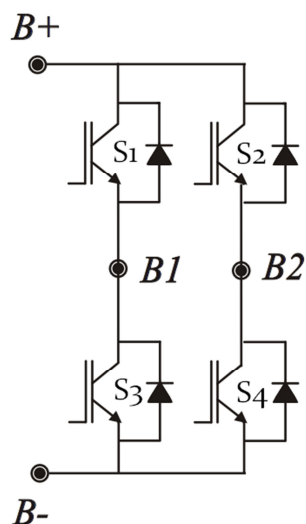


Figura 2.3 – Ilustração do inversor de tensão CC/CA

O funcionamento deste inversor é baseado no acionamento lógico das chaves S_1 , S_2 , S_3 e S_4 . Caso as chaves S_1 e S_3 sejam acionadas simultaneamente entre os terminais B_1 e B_2 será aplicada uma tensão positiva tendo como referência a tensão de entrada do

inversor. Caso sejam as chaves e , entre os terminais e será aplicada uma tensão positiva tendo como referência a tensão de entrada do inversor.

As chaves que estão no mesmo braço não podem ser acionadas de forma simultânea, pois se isso ocorrer ocorrerá um curto-circuito na fonte o que pode acarretar sérios problemas no funcionamento do inversor e da carga. Qualquer outra combinação de acionamento das chaves terá como resultado tensão igual a zero entre os terminais e .

2.4 SENSOR DE DESLOCAMENTO: ENCODER INCREMENTAL

O sensor para deslocamento, linear e angular, utilizados tem como base de funcionamento o princípio do sensor infravermelho, um emissor de raios infravermelho e um receptor são dispostos de forma a estabelecer um contato ótico de tal forma que se este contato for interrompido ocorrerá variação do sinal de tensão medido o que pode ser percebido por um circuito digital. Na Figura 2.3 se tem idéia de como é disposto o dispositivo descrito.

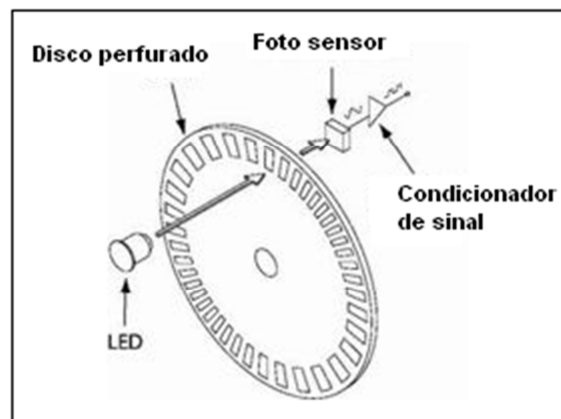


Figura 2.4 – Ilustração do encoder incremental

Para se medir o deslocamento angular utiliza-se um disco “perfurado” como o visto na Figura 2.3, já para se medir o deslocamento linear usa-se uma fita “perfurada” o qual permite, pelos pulsos de tensão, calcular o deslocamento ocorrido.

3 MATERIAL

Neste tópico serão descritos os materiais utilizados na construção, na instrumentação, no acionamento do pêndulo Invertido, bem como nos demais materiais utilizados para desenvolver o projeto.

3.1 MOTOR E CARRO

O motor em corrente contínua utilizado tem potência nominal de 60 W, tensão de alimentação de 12 V, torque de 0,495 kgf.cm, velocidade de 5000 rpm. Na Figura 3.1 é mostrada uma foto ilustrativa do motor.



Figura 3.1 – Foto do motor de corrente contínua utilizado

O motor é acoplado a uma estrutura similar a uma impressora no qual uma base percorre a estrutura numa trajetória retilínea, sendo o sentido de deslocamento e a velocidade do carro dependentes do sentido e velocidade do motor. Na Figura 3.2 é mostrada uma foto da estrutura montada.

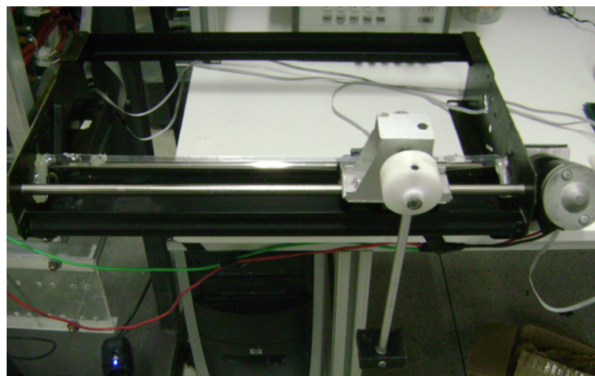


Figura 3.2 – Foto da montagem do pêndulo Invertido

3.2 SENSORES DE DESLOCAMENTO: HEDS 9100 E HP 9808

Os sensores utilizados para medir o deslocamento linear e angular foram o HP9808 e o HEDS 9100, respectivamente. Ambos os sensores são do tipo ótico incremental com dois canais de saída, que permite identificar qual o sentido em que o dispositivo está se movendo, já que as ondas dos canais são geradas em quadratura. Na Figura 3.3 se tem uma foto ilustrativa dos sensores e das ondas geradas nos canais A e B.

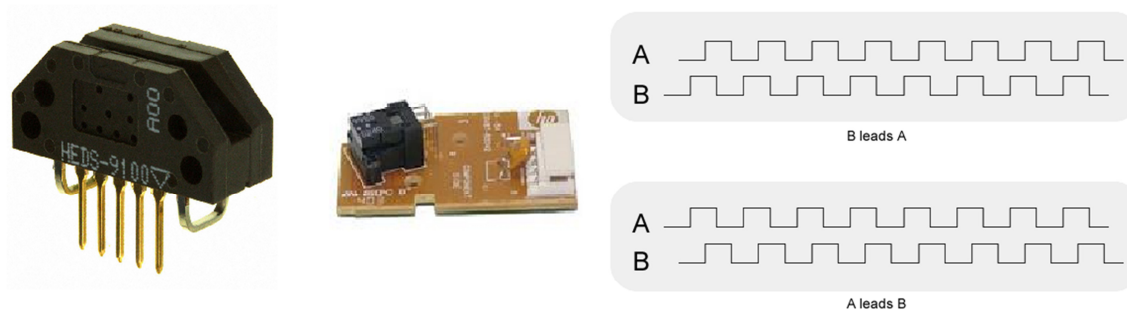


Figura 3.3 – Ilustração dos sensores de posição e da forma de onda gerada.

Em conjunto com os sensores é utilizada uma fita, com precisão de 0,017 cm, para medir o deslocamento linear e um disco ótico, com precisão de $0,72^\circ$, para medir o deslocamento angular. Na Figura 3.4 está mostrado duas fotos ilustrativas uma da fita e a outra do disco ótico.



Figura 3.4 – Fotos da fita e do disco usados em conjunto com os sensores óticos.

3.3 MICROCONTROLADOR PIC18F4525

Decidiu-se utilizar o microcontrolador PIC18f4525 devido à familiaridade do autor com a arquitetura e programação do microcontrolador, bem como da capacidade de memória RAM do mesmo que é de 48 kB. Usou-se um oscilador de 4 MHz e a placa de desenvolvimento MCLAB2 da labtools. A montagem do circuito consistiu em disponibilizar as entradas de referência de tensão do driver SKHI 22BR nos pinos de saída digital do microcontrolador, para que os ensaios e o controle fossem realizados. Na Figura 3.7 é mostrada a foto da montagem microcontrolador/inversor.

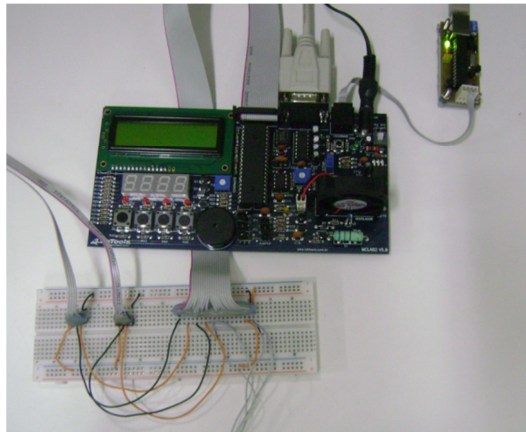


Figura 3.5 – Foto da montagem microcontrolador/inversor.

3.4 CIRCUITO INVERSOR DE TENSÃO

O circuito inversor de tensão utilizado foi um módulo produzido pela Semikron que contém quatro braços de IGBTs que suportam até 145 A de corrente e 1200 V de tensão. Estes braços são controlados através do driver SKHI 22BR no qual é alimentado com uma tensão de 15 V e recebe um sinal de 5 V como referência para o acionamento das chaves que pode ser feito de forma independente. Na Figura 3.6 podemos observar a foto do módulo do inversor de tensão da bancada do LEIAM.

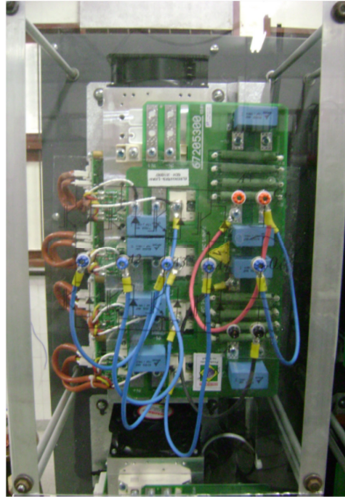


Figura 3.6 – Foto do módulo inversor de tensão do LEIAM.

Para alimentar a bancada foi utilizado um transformador, dois módulos de diodos, SKKD 46/12, usados como retificador e o capacitor da bancada do inversor de 2200 μF . A Figura 3.7 mostra a foto da fonte para o inversor.

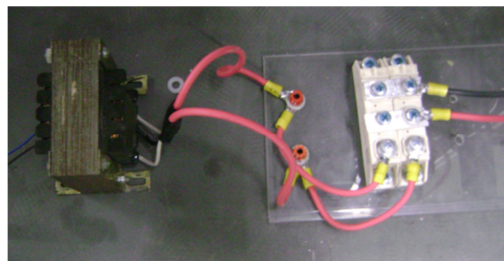


Figura 3.7 – Foto da fonte para a alimentação do inversor.

4 MÉTODOS

Nesta seção serão discutidos os métodos empregados para se estimar a planta e para os cálculos do controlador adequado para ela. Por conveniência decidiu-se estimar as plantas do carro e do pêndulo separadas com os métodos descritos a seguir.

4.1 ENSAIO PARA ESTIMAR A PLANTA DO PÊNDULO

A fim de se obter a função de transferência do sistema do carro foi feito o ensaio da resposta ao degrau do sistema. Usando o microcontrolador aplicou-se um degrau de tensão no motor de 14 V e fizeram-se medidas de posição do carro do pêndulo. Com essas medidas aproximou-se a curva por um polinômio e em seguida derivou-se a equação a fim de se obter a curva de velocidade. Nas Figuras 4.1 e 4.2 são mostradas a resposta ao degrau da posição e velocidade, respectivamente.

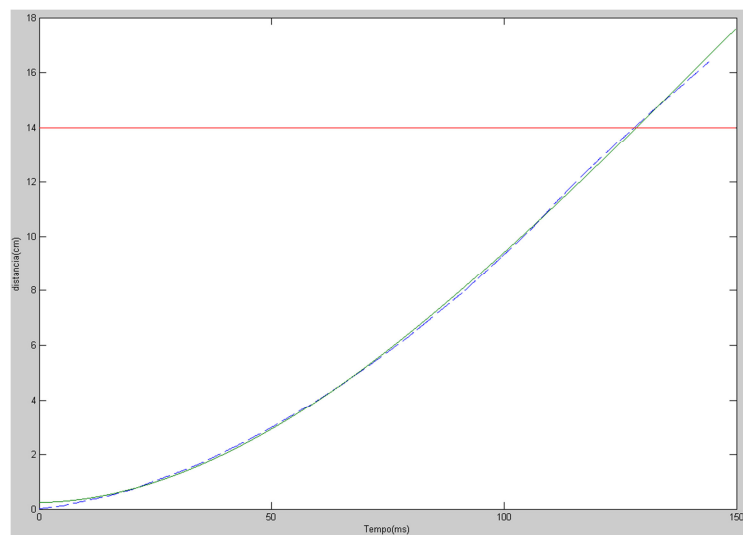


Figura 4.1 – Resposta ao degrau para a posição.

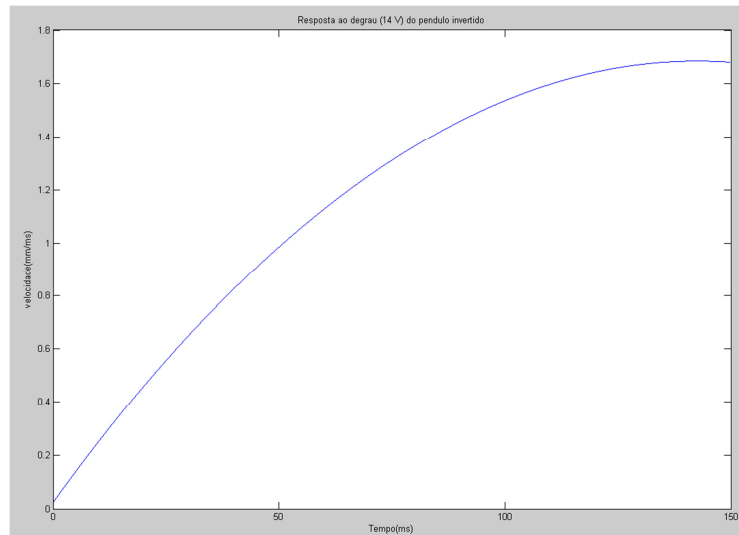


Figura 4.2 – Resposta ao degrau para a velocidade.

Da seção 2.1.3 temos que a função de transferência da posição em relação à tensão de entrada do sistema é dada por:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Logo a função de transferência da velocidade em relação à tensão de entrada será igual a:

$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{K}{s + \zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Que é um sistema de primeira ordem, logo o método de Ziegler – Nichols, citado na seção 2.2, pode ser utilizado de forma eficiente para aproximar a planta do carro do pêndulo. Usando a resposta ao degrau do sistema para a velocidade se aproxima a função de transferência do carro, se o resultado for satisfatório faz-se:

4.2 ENSAIO PARA ESTIMAR A PLANTA DO PÊNDULO

Para estimar a função de transferência do pêndulo usou-se do artifício apresentado no tópico 2.1.2 que trata da resposta natural do sistema. O ensaio feito para estimar a planta do pendulo consiste em deixar o pendulo cair da posição 90° e realizar medições referentes ao tempo gasto para percorrer $0,72^\circ$ obtendo desta forma a resposta natural do sistema.

De posse destes dados deve-se estimar a frequência dominante do sistema, bem como o tempo de assentamento do envelope exponencial característico da onda. Em seguida deve-se fazer um ajuste nos parâmetros para se ter maior aproximação da curva estimada para a curva real. Os parâmetros obtidos são: w_d e ξw_n .

Têm-se uma boa aproximação da planta em questão a partir das equações a seguir:

$$w_d^2 = w_n^2 - (\xi w_n)^2 \quad \text{e} \quad K_p = \frac{3}{4l} = \frac{w_n^2}{g}$$

Desta forma determina-se a função de transferência do sistema:

$$\frac{O(s)}{X(s)} = -\frac{K_p s^2}{s^2 + 2\xi w_n s - w_n^2}$$

5 RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados os resultados referentes à estimação da planta do sistema do pendulo invertido e serão feitos os devidos comentários de aproximação dos resultados para que o cálculo dos controladores se torne mais fácil.

5.1 ENSAIO PARA ESTIMAR A PLANTA DO CARRO

O ensaio proposto na seção 4.1 foi realizado utilizando o PIC18f4525 para acionar o motor do carro, bem como mensurar o tempo gasto para cada 0.17 mm percorrido. A resposta ao degrau para a velocidade do carro é mostrada na Figura 5.1.

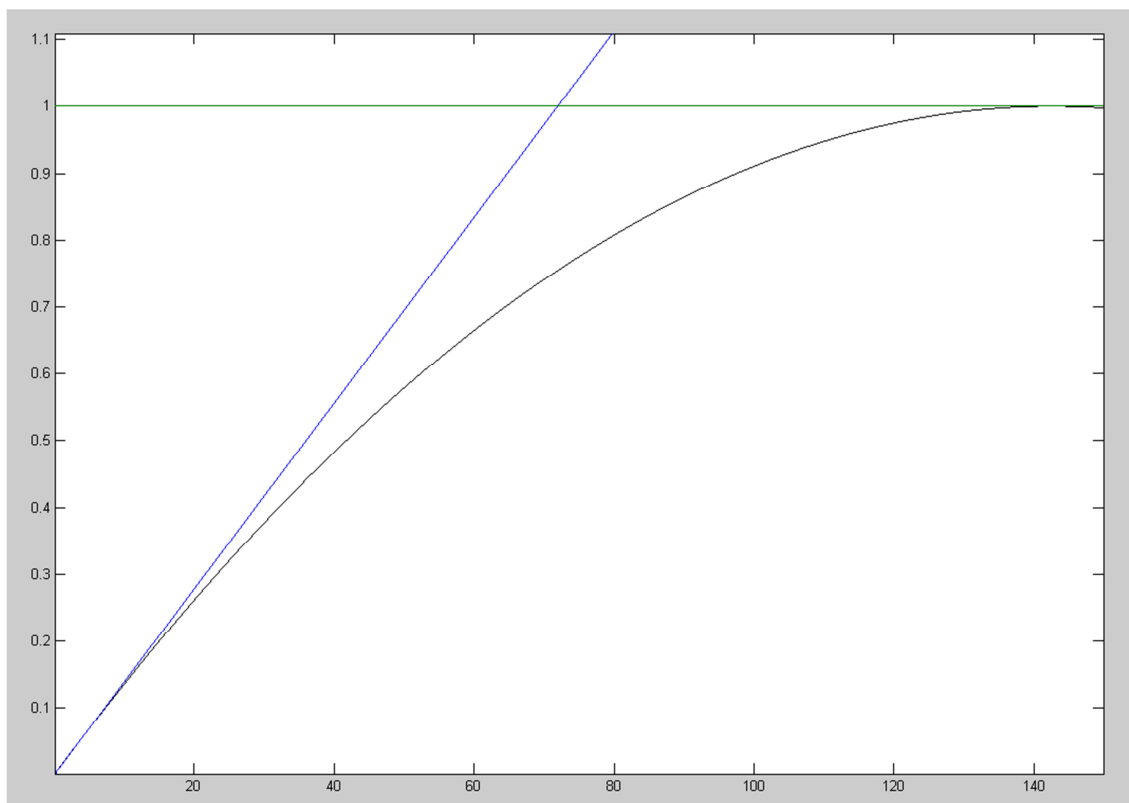


Figura 5.1 – Resposta ao degrau para a posição e para a distância e velocidade.

Observando o gráfico vemos que K é igual a 1. O valor de R foi calculado e obteve-se como resposta valor igual a $R = 0,0139$, daí tem-se que:

$$\tau = \frac{1}{0,0139} = 71,94 \text{ ms}$$

O ponto de inflexão da curva foi:

$$(x, y) = (4,262 ; 0,05924)$$

Logo:

$$L = 4,262 - \frac{0,05924}{0,0139} = 0$$

Para facilitar os cálculos foi feita uma normalização para a velocidade onde o fator multiplicativo é igual a 1,662, então a função de transferência para a velocidade do carro do Pêndulo Invertido é dada por:

$$G(s) = \frac{K_c}{(\tau s + 1)} = \frac{1.662 \times 10^{-3}}{(71,94 \times 10^{-3} s + 1)}$$

Assim como a planta para a posição é dada por:

$$H(s) = (1/s)G(s) = \frac{1.662 \times 10^{-3}}{s(71,94 \times 10^{-3} s + 1)}$$

Nos gráficos mostrados nas Figuras 5.2 e 5.3 comparam-se a resposta ao degrau do sistema calculado e a resposta ao degrau do sistema real, para os valores de posição e velocidade

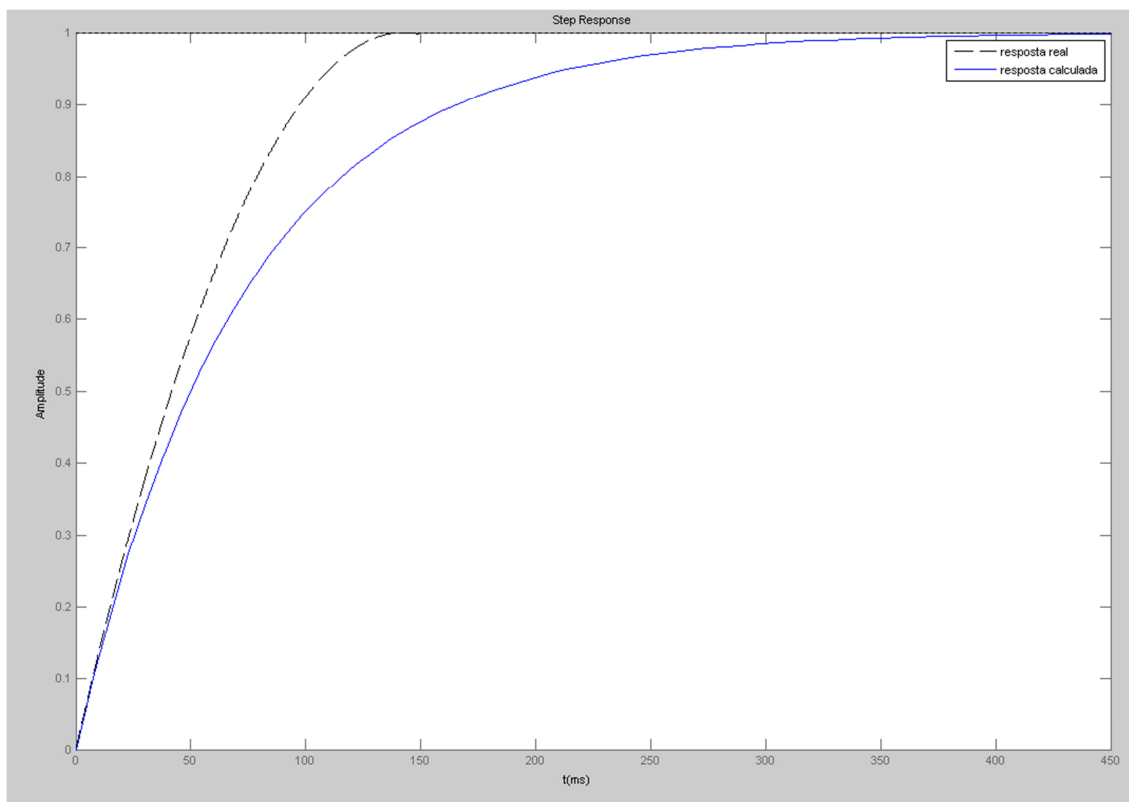


Figura 5.2 – Comparação entre as curvas calculada e real para a velocidade.

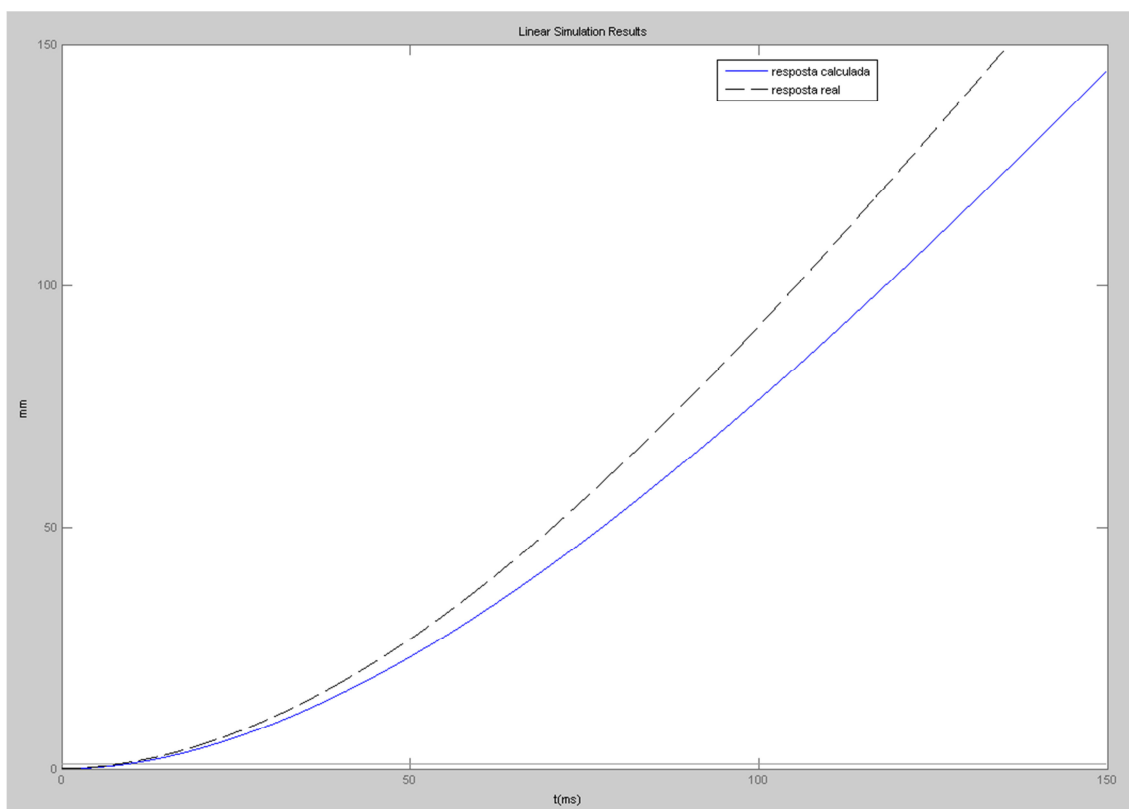


Figura 5.3 – Comparação entre as curvas calculada e real para a posição.

Pode-se observar que a resposta do sistema pode ser melhorada em relação à aproximação da curva real. Para isso determinou-se empiricamente um valor de τ de tal forma a aproximar a curva calculada da curva real, ou seja, diminui-se o valor até se ter uma resposta satisfatória. O valor mais adequado para τ foi de 55 ms o qual a resposta ao degrau calculada é comparada com a resposta ao degrau real nas figuras 5.4 e 5.5.

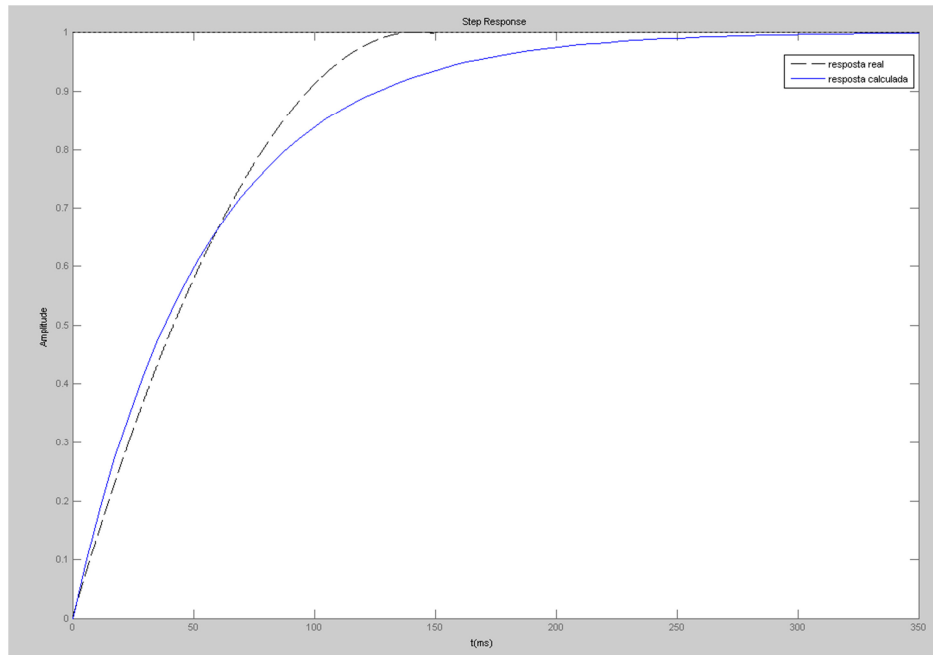


Figura 5.4 – Comparação entre as curvas ajustada e real para a velocidade.

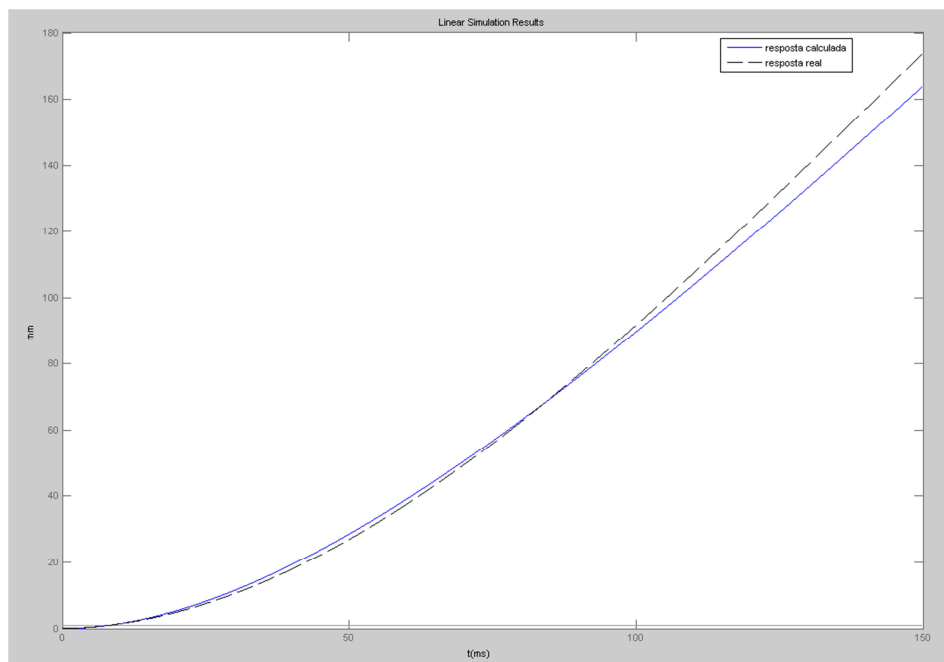


Figura 5.5 – Comparação entre as curvas ajustada e real para a posição.

Como este foi o melhor resultado obtido esses parâmetros serão usados para o cálculo dos controladores, então a função aproximada para a planta será:

$$G(s) = \frac{K_c}{(\tau s + 1)} = \frac{1.662 \times 10^{-3}}{(55 \times 10^{-3} s + 1)}$$

$$H(s) = (1/s)G(s) = \frac{1.662 \times 10^{-3}}{s(55 \times 10^{-3} s + 1)} = \frac{0.03}{s(s + 18.2)}$$

Obs: K = 0.03 m.

5.2 ENSAIO PARA ESTIMAR A PLANTA DO PÊNDULO

Fez-se o ensaio para estimar a planta do pêndulo, usando o PIC18f4525 para realizar a aquisição de dados que consiste em medir o tempo gasto entre intervalos de $0,72^\circ$ de rotação. Com os dados obtidos obteve-se a curva mostrada na Figura 5.2:

Dada a curva estimou-se a frequência dominante do sistema. Como a frequência de interesse para o cálculo do controlador é de quando o sistema oscila entre ângulos muito próximos, então se estimou um valor pouco maior que o da maior frequência no intervalo de dados medidos sendo ela de valor igual a $w_d = 6.065 \text{ rad/s}$.

O parâmetro ξw_n foi calculado a partir do tempo gasto para o pêndulo parar de oscilar no ensaio realizado $t = 133 \text{ s}$, considerando este tempo igual a cinco vezes maior que a constante de tempo do envelope exponencial. Logo ξw_n terá valor igual a 0.0556. Simulou-se o sistema com os dados estimados e comparou-se a resposta do sistema real com a resposta do sistema simulado, o gráfico é mostrado na Figura 5.3

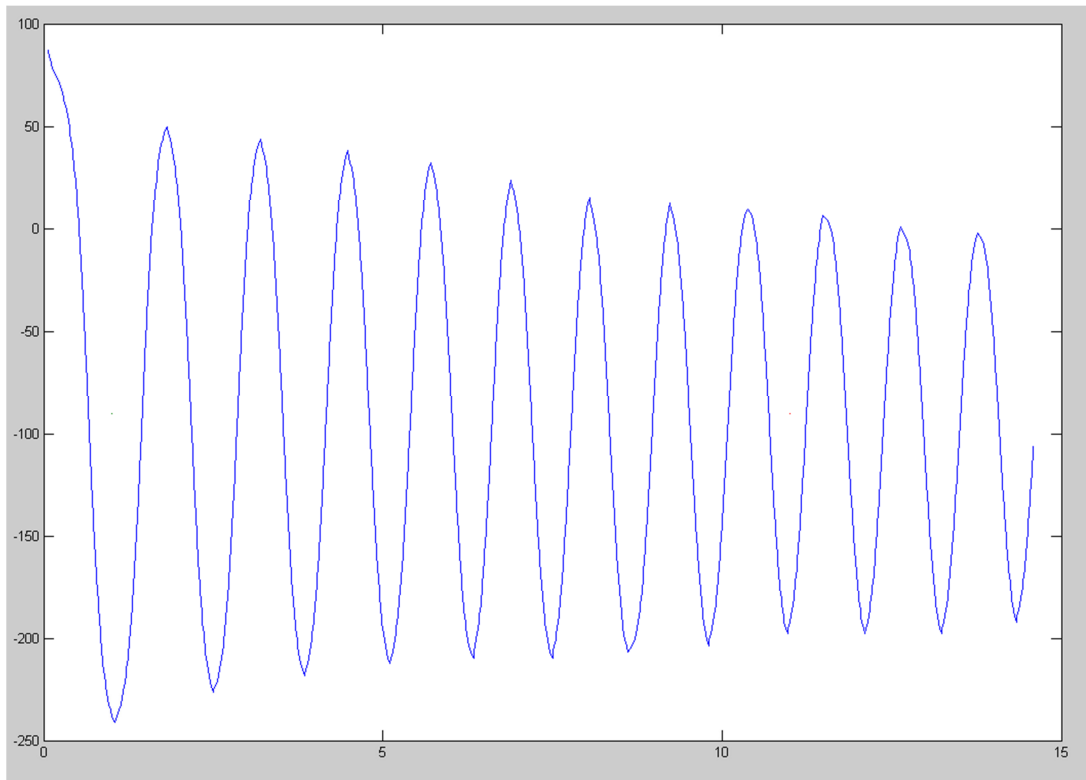


Figura 5.2 – Resposta natural do sistema do pêndulo

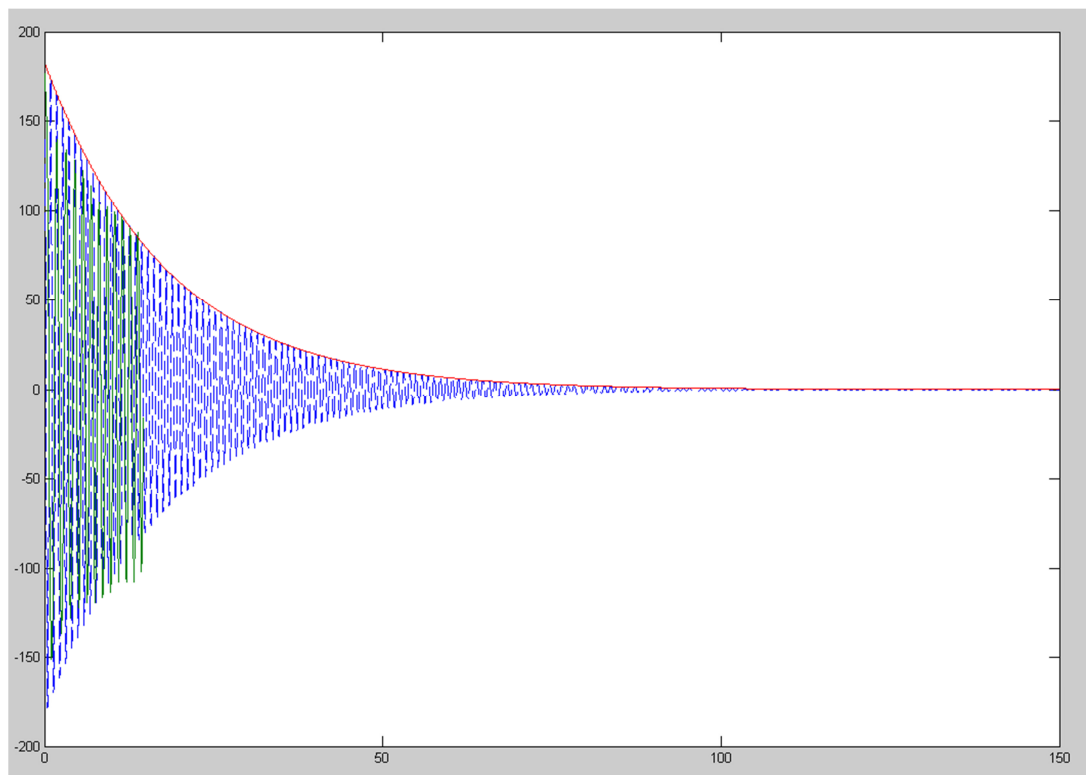


Figura 5.3 – Comparação entre o sistema simulado e o sistema real

Analisando o gráfico percebe-se que a resposta do sistema simulado ainda necessita de ajustes já que o tempo de assentamento do sinal está abaixo de 100 s. Ajustou-se de forma empírica os valores dos parâmetros até se encontrar a resposta mostrada na Figura 5.4.

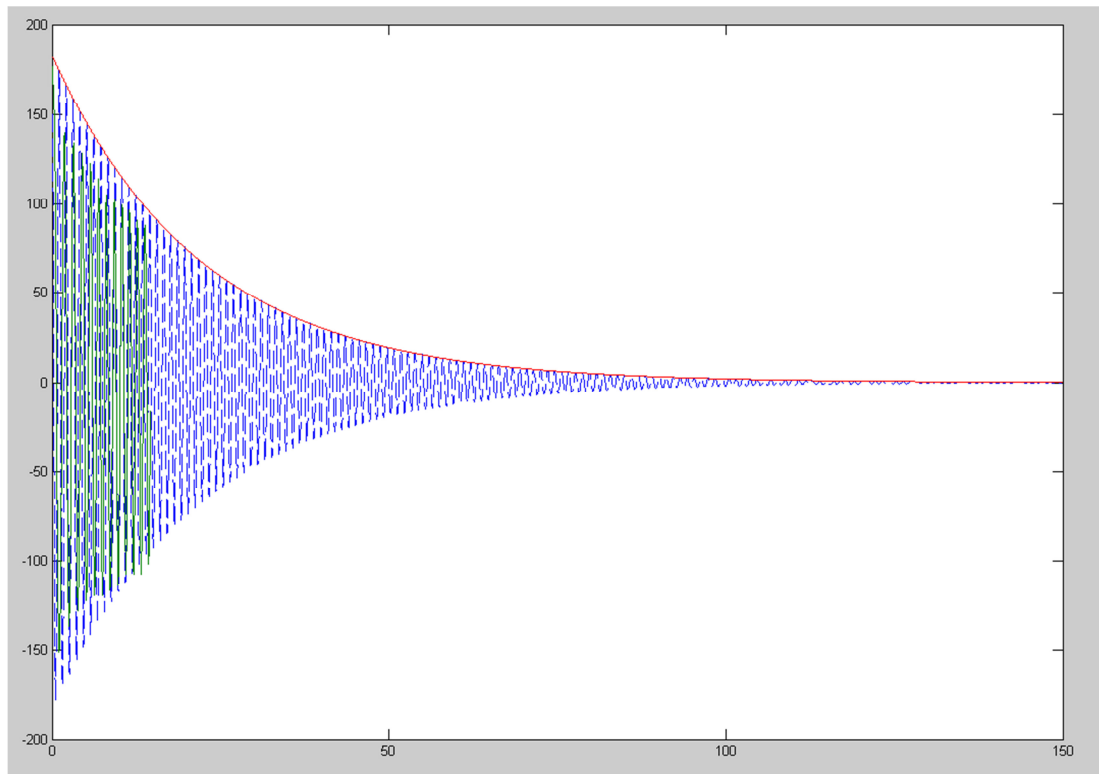


Figura 5.4 – Resposta corrigida

Nesse caso os parâmetros para o sistema são:

$$= 6.065 \text{ rad/s e } = 0,045$$

De , tem-se:

E também:

$$- \quad - = -$$

O que resulta em uma função de transferência dada por:

$$\frac{O(s)}{X(s)} = -\frac{K_p s^2}{s^2 + 2\xi w_n s - w_n^2} = -\frac{3.75s^2}{s^2 + 0.045s - 36.788}$$

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi desenvolvido um projeto que consistiu em construir instrumentar e estimar a planta de uma plataforma clássica de estudo em Engenharia de Controle, o Pêndulo Invertido. Com isso teve-se a oportunidade de se conhecer vários conceitos referentes à Engenharia como sensores de medida de deslocamento, inversores industriais, técnicas de estimação de planta, entre outras.

Durante o trabalho foram sendo esclarecidas dúvidas remanescentes das disciplinas do curso, bem como do aprendizado de alguns conceitos práticos de aproximação que podem ser feitos durante o projeto de Engenharia de Controle.

Pode-se concluir que o trabalho contribuiu para o ambiente acadêmico do curso de Engenharia Elétrica visto que este trabalho pode servir de inspiração para projetos futuros, ou até mesmo a reprodução do mesmo em laboratórios do curso. Por ser um trabalho que tem por resultado final um apelo visual muito forte, torna-se empolgante estudar para melhorar a dinâmica do funcionamento do mesmo, assim como de transmitir os conceitos abordados no trabalho.

Por fim vale ressaltar que foi de grande estima realizar este trabalho visto o conhecimento adquirido, bem como a possibilidade de se fazer um projeto prático numa área tão fascinante que é a Engenharia de Controle.

BIBLIOGRAFIA

Ogata, K. *Modern Control Engineering*. 5ª edição. Prentice Hall, 2010;

Ribeiro, R. *Implementação de um sistema de controle de um pêndulo Invertido*. Universidade Federal de Itajubá, 2007;

Rashid, M. H. *Power electronics handbook: devices, circuits, and applications*, 2007;

<http://www.microchip.com>, acessado em 21 de fevereiro de 2011;

<http://www.semikron.com>, acessado em 21 de fevereiro de 2011;

<http://www.mathworks.com>, acessado em 21 de fevereiro de 2011;

