



Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Departamento de Engenharia Elétrica.



Relatório de Estágio

Tema: Estudo do movimento coletivo de nanotubos de carbono submetidos a um campo eletromagnético.

Local do estagio: LETI- CEA
Laboratoire d'Electronique et Technologie de
l'Information-Commissariat à l'Energie Atomique
Endereço : 17, Rue des Martyrs, 38000 Grenoble



Curso: Engenharia Elétrica

Orientadores: Anne Ghis (CEA-LETI)
Glauco Fontgalland (UFCG)
Smail Tedjini (ESISAR)

Aluno: Vitor Andrade Freitas **Mat.:**20411206

Campina Grande, setembro de 2009

Relatório de Estágio

Mots-clés : Nanotubes ; Forces Electromagnétiques ; Propagation; NEMS; Conducteur ; Champ Electromagnétique

Résumé : Nous avons étudié l'interaction entre le champ électromagnétique et les nanotubes de carbone, notamment les forces et le mouvement que cela peut entraîner. Cette compréhension nous permet d'envisager des intéressantes applications des nanotubes dans le domaine des circuits radio fréquence (RF), tels que des filtres RF.

A fin d'atteindre ces objectifs, nous avons partagé ce projet en trois chapitres: le premier sera une révision de la théorie électromagnétique; le deuxième, nous allons aborder, à travers de simulations numériques, les forces résultantes de l'interaction entre un objet conducteur et les champs électromagnétiques ; le troisième, nous allons exprimer les équations de mouvement, et ainsi décrire son mouvement lors de l'incidence d'un champ électromagnétique.

Keywords: Nanotubes; Electromagnetic Forces; Propagation; NEMS ; Conductor ; Electromagnetic Field.

Abstract: We have studied the interaction between the electromagnetic field and the carbon nanotubes, specially the forces and the movement that may be created. This knowledge may allow interesting applications at the radio frequency (RF) domain, such as RF filters.

We have divided our project in three chapters: the first one is a revision about the electromagnetic theory, at the second, the forces were calculated with numerical simulations; the third, the nanotube's movement created by the electromagnetic field was described.

Índice

Apresentação da Empresa	4
Introdução e Contexto	5
Capítulo I : Teoria eletromagnética.....	8
1. Introdução.....	8
2. Teoria	8
2.1 Equações de Maxwell.....	8
2.2. Parâmetros constitutivos da matéria.....	9
2.3. Ondas eletromagnéticas.....	10
2.4 Propagação em um condutor	11
2.5. Reflexões e condições de contorno	13
2.6 Tensor de Maxwell.....	14
2.7. Vetor Poynting	15
3. Referências	16
Capítulo II: Estudo da interação entre condutor e campo eletromagnético	17
1. Modelagem de interação do condutor e do campo electromagnético com Comsol.....	18
1.1 Profundidade pelicular muito baixa	19
1.1.2 Objeto paralelo a corrente	20
1.1.3 Objeto paralelo ao fio de corrente	20
1.2 Profundidade pelicular elevada $\delta > r$	25
1.2.1 Objeto perpendicular ao fio de corrente	27
1.3 Análise Temporal	28
2. Generalização e Conclusões.....	31
3. Referências	32
Capítulo III: Estudo do movimento de nanotubos submetidos a campos eletromagnéticos.	33
1. Introdução.....	33
2. Análise do movimento livre de um nanotubo	34
3. Análise do movimento forçado do nanotubo.	36
3.1.1 Determinação da carga induzida no nanotubo.	37
3.2.1 Estimação do movimento do nanotubo	39
3.2 Nanotubo submetido aos campos elétrico e magnéticos.....	40
3.2.1 Fluxo de campo magnético Bz nulo	41
3.2.2 Bz constante e não nulo.....	42
3.2.3 Bz alternado.....	42
4. Movimento coletivo de nanotubos	43
4.1 Movimento coletivo submetido a uma tensão de polarização contínua.....	44
4.2 Análise do comportamento com uma tensão de polarização alternada.....	46
5. Conclusões e perspectivas	51
6. Referências	52

Apresentação da Empresa

Commissariat à l'Energie Atomique (CEA) [1]

Visão geral

O CEA tem um papel importante na investigação, desenvolvimento e inovação, e opera em três áreas principais:

- **A Defesa e Segurança Global**→
- **Energias não emissoras de gases estufa**→
- **Tecnologias de informação e saúde.** →

Para atender a estes objetivos, o CEA constrói uma investigação de alto nível, com uma proporção de 2 / 3 de pesquisa tecnológica e 1 / 3 de pesquisa fundamental.

Através dos seus diversos programas, a CEA tem dois grandes objetivos: tornar-se a primeira organização da pesquisa tecnológica na Europa e assegurar a sustentabilidade da dissuasão nuclear.

Reconhecido como um especialista em suas áreas de competência, o CEA está totalmente inserido na investigação europeia e tem uma presença crescente a nível internacional.

O CEA depende de 4 ministérios:

- Departamento de Ecologia, Energia, Desenvolvimento Sustentável e do Ordenamento do Território→
- Ministério da Economia, das Finanças e do Emprego→
- Ministério do Ensino Superior e da Investigação→
- Ministério da Defesa→

Principais números:

- 15.612 empregados;
- 9 centros de pesquisa;
- 3,4 bilhões do orçamento;
- 1608 patentes prioritárias entregues;
- 447 patentes depositadas;
- 99 novas empresas criadas desde 1984 no setor de alta tecnologia→
- 430 alunos de doutorado e pós - docs.

O CEA Grenoble é o primeiro centro de pesquisa da região Rhône Alpes e foi criado em 1956 pelo prêmio Nobel de física Louis Neel. O CEA atualmente ocupa 65 hectares no Polígono científico de Grenoble.

Em 2005, a CEA Grenoble contava com:

- 4200 pessoas no local, sendo 2.300 funcionários do CEA;
- Orçamento de 350 milhões € ;
- 115 laboratórios;
- 200 parceiros industriais.

Introdução e Contexto

O extraordinário progresso na miniaturização dos circuitos eletrônicos atinge um limite, onde a inserção de elementos mecânicos nanoescala pode ser a solução para satisfazer as exigências de redução de tamanho e consumo de energia [1]. Estruturas em nanoescala apresentam propriedades interessantes que permitem, por exemplo, a fabricação de ressonadores mecânicos com fatores de qualidade muito elevada [2]. Na verdade, osciladores em nanoescala são dispositivos mecânicos que permitem um desempenho muito superior aos eletrônicos [1].

Estas estruturas são conhecidas como sistemas nanoeletromecânicos (NEMS), cuja principal característica é ter pelo menos uma dimensão da magnitude de alguns nanômetros. Elas podem ser feitas de diferentes tipos de materiais como o silício, ouro, silício ou nanotubos de carbono (NTC) [3].

Os NTCs foram descobertos no início de 1990 como o produto da síntese de fulerenos por arco-evaporação [7]. NTCs representam uma alternativa interessante para a implementação de osciladores em nanoescala, graças ao seu diâmetro nanométrico associado a uma dureza extremamente elevada, entre outras propriedades [1].

Foi também demonstrado que o fator de qualidade desses osciladores a NTCs pode alcançar a ordem de 1000 em frequências acima de 2GHz [4]. Portanto, filtros a banda estreita podem ser teoricamente implementados com esta tecnologia.

Para testar esta função de filtragem, [1] propõe cortar um guia de onda e colocar um feixe de nanotubos (Figura 2). Desta forma, a partir de um analisador de rede, observando-se os coeficientes de reflexão e transmissão em uma dada faixa de frequências, seremos capazes de avaliar as propriedades do filtro.

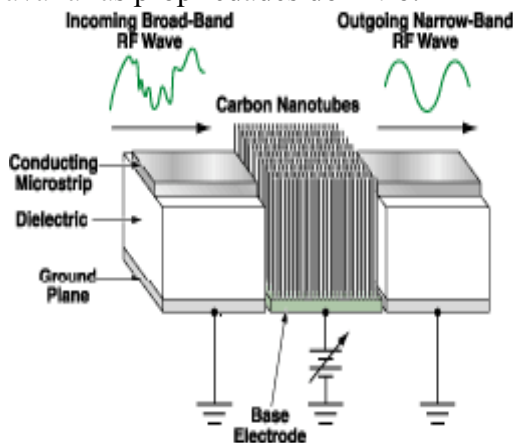


Figure 2: Guia de onda seccionado, com um pacote de NTCs no caminho de propagação [1].

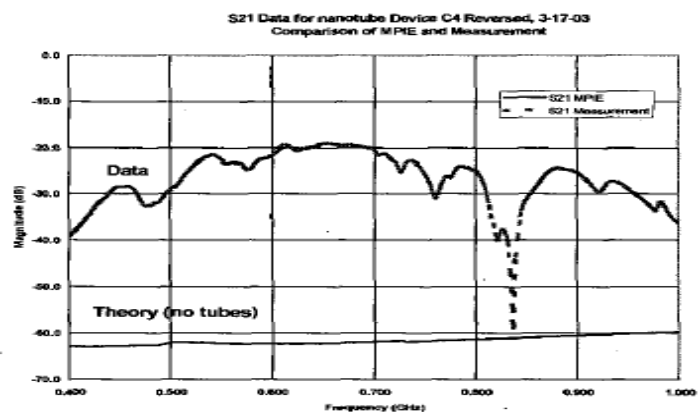


Figure 3: Coeficiente de transmissão S21 em função da frequência [1].

Davis mediu o coeficiente de transmissão do dispositivo entre 400MHz e 1GHz e encontrou os resultados mostrados na Figura 3. Houve uma queda de S21 na frequência de 836,5 MHz,

que corresponde à frequência de ressonância do pacote de NTCs utilizado. Concluímos, portanto, que o pacote de NTCs na frequência de ressonância, impede a transmissão do sinal, atuando assim como um filtro rejeita-faixa. Esse resultado é o oposto do que acreditava Davis.

Dragoman et al [3] e [6] também estudaram esse tema. Ele tentou mostrar a atenuação na frequência de ressonância, a partir da teoria de Drude-Lorentz. O que consiste em determinar as partes real e imaginária da permissividade a partir do desenvolvimento das equações do movimento de nanotubos carregados.

A Figura 3 mostra a evolução da permissividade elétrica versus frequência em um tapete de NTCs. Observa-se na frequência de ressonância, a permissividade imaginária é muito alta e a parte real torna-se positiva. Isso indica fortes perdas por absorção e reflexão. O nanotubo se comporta como um metal fora da frequência de ressonância e como um dielétrico a fortes perdas na frequência de ressonância. Assim, esta teoria justifica o fato de se encontrar um pico de absorção na frequência de ressonância.

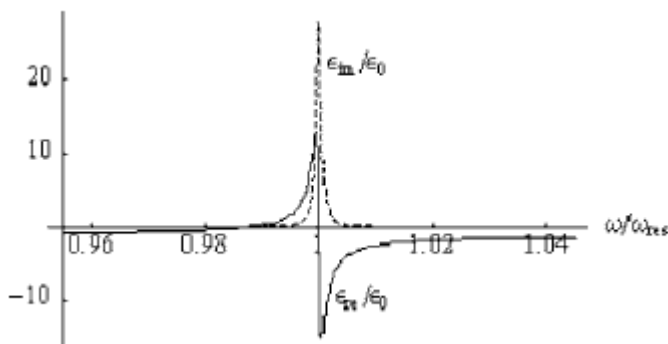


Figure 3 : Evolution des composantes réelles et imaginaire de la permittivité en fonction de la fréquence [6].

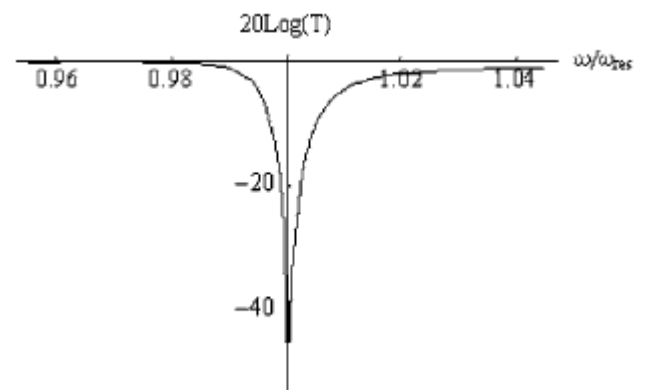


Figure 4 : Coefficient de Transmission en fonction de la fréquence [6].

No entanto, esta análise de Dragoman tem algumas simplificações que podem levar a falsos resultados. Por exemplo, na descrição do movimento dos nanotubos, ele não leva em conta os efeitos magnéticos, o efeito de nanotubos vizinhos não é considerado e o tapete tem somente uma dimensão. Além disso, não há explicações físicas que sustentem esse fenômeno de absorção na frequência de ressonância.

Para melhor explicar e compreender tais fenômenos, vamos estudar a interação dos nanotubos com campos electromagnéticos. Na seqüência deste estudo, as várias aplicações de rádio frequência podem ser consideradas, não apenas filtros, como o que acabamos de descrever, mas também, misturadores de sinais e multiplexadores ou mesmo dispositivos de processamento de sinais.

Entretanto, para chegar a essas aplicações, é preciso primeiro compreender como os nanotubos reagem à incidência de campos elétricos e magnéticos, as forças geradas e o

movimento resultante.

Para atingir estes objetivos, dividimos o projeto em três partes: a primeira é uma revisão dos conceitos fundamentais da teoria eletromagnética, inclusive as peculiaridades da propagação de campos magnéticos em um meio condutor, a segunda, discutiremos através de simulações numéricas, as forças resultantes da interação entre um objeto condutor e os campos eletromagnéticos e no terceiro e último capítulo, vamos aplicar essas forças para expressar as equações de movimento dos nanotubos, e assim descrever o seu movimento quando atacado por um campo eletromagnético, inicialmente de um único tubo, e em seguida, sobre um pacote unidimensional, levando em conta a influência dos vizinhos.

Referências

- [1] Davis et al. “*High-Q Mechanical Resonator Arrays Based on Carbon Nanotubes*”
- [2] M.L. Roukes, “*Nanoelectromechanical systems*” Solid-State Sensors and Actuators Workshop Proceedings, June 4-8, 2000, p.367.
- [3] M.Dragoman et al. “*High Quality nanoelectromechanical microwave resonator based on a carbon nanotube array*”. Appl. Phys. Lett. 92, 063118, 2008.
- [4] B. Reulet et al, “*Acoustoelectric effects in Carbon Nanotubes*”. Physical Review Letters 85: 2829-2832 (2000).
- [5] Adam et al. USA patent.
- [6] Dragoman et al. “*Electromagnetic wave propagation in dense carbon nanotube arrays*”. Appl.Phys.Lett.99, 076106, 2006.
- [7] S.Iijima, “*Helical Microtubes of graphitic carbon*”, Nature 354,56,1991.

Capítulo I: Teoria eletromagnética

1. Introdução

Como o presente projeto trata da interação entre nanotubos e campos eletromagnéticos, é oportuno revisar alguns conceitos da teoria eletromagnética.

Assim, neste primeiro capítulo vamos discutir os aspectos do eletromagnetismo, que nos interessam para o desenvolvimento deste trabalho.

Primeiro, vamos lembrar as quatro equações de Maxwell. Em seguida, observaremos os parâmetros constitutivos da matéria, permissividade elétrica, permeabilidade magnética e condutividade elétrica. Vamos desenvolver a equação de uma onda eletromagnética. Finalmente, vamos observar as peculiaridades de propagação de uma onda eletromagnética em um material condutor e da reflexão de ondas em uma interface entre dois meios diferentes.

No fim, será salientado que, em uma interação matéria-onda, aparecerão forças elétricas e magnéticas. Além disso, apresentamos métodos para estimar essas forças em um material, como por exemplo, através do tensor de Maxwell.

2. Teoria

2.1 Equações de Maxwell

A base para a compreensão dos fenômenos eletromagnéticos são as equações de Maxwell. Elas são quatro e permitem a modelização de campos eletromagnéticos, assim como a sua interação com a matéria:

2.1.1 Lei de Ampère

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{Eq.1.1}) \quad \text{Lei de Ampère}$$

Onde : \vec{J} é a corrente de condução.

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ é a corrente de deslocamento associado a um campo elétrico variável.

\vec{H} é o campo magnético.

Têm-se então duas fontes de campos magnéticos, as correntes de condução e de deslocamento.

Observa-se que se os campos são estáticos, a única fonte de campo magnético é a corrente de condução. Enquanto que se os campos se propagam no vácuo, não há cargas livres, então a única fonte de campo H é a corrente de deslocamento.

Normalmente, quando se trabalha com campos harmônicos, colocamos a expressão (1,1), no formato de fasores. Assim, é possível superar a dependência do tempo e ter equações que dependem apenas do espaço. A expressão 1 torna-se:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D} \quad (\text{Eq.1.2})$$

2.1.2 Lei de Faraday

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Eq.1.3})$$

Lei de Faraday Onde B densidade de fluxo magnético
E é o campo elétrico.

Assim, podemos dizer que um campo magnético variante com o tempo irá produzir um campo elétrico.

No formato harmônico, pode-se escrever: $\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B}$ (Eq.1.4)

2.1.3 Lei de Gauss

Existem duas partes da lei de Gauss, uma elétrica:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{Eq.1.5})$$

Onde ρ é a densidade volumétrica de cargas.

Ela disse que o fluxo total emergindo de uma superfície fechada é igual ao montante de cargas presentes dentro desta área.

A parte magnética: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (Eq.1.6)

Ela indica que, na natureza não existem cargas magnéticas livres, ou seja, o fluxo magnético total emergindo de uma superfície fechada é sempre zero.

2.2. Parâmetros constitutivos da matéria

As equações de Maxwell são válidas para qualquer tipo de material linear, desde que as características do meio sejam conhecidas.

Os principais parâmetros que determinam o comportamento dos campos nos materiais são:

2.2.1 permissividade elétrica (ϵ)

Quando um campo elétrico atinge o material, átomos e moléculas vão se polarizar na direção do campo aplicado. A grandeza que vai determinar a intensidade dessa polarização é a permissividade elétrica.

Esta grandeza também indica a relação entre a densidade do fluxo elétrico e o campo elétrico aplicado no dielétrico.

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{Eq.1.7})$$

Isto significa que quanto maior a permissividade, mais a densidade do fluxo será elevada para um dado campo elétrico aplicado.

Na prática, a lei de Gauss afirma que o montante de cargas dentro do dielétrico aumenta com a permissividade dielétrica. Na verdade, essas cargas são devidas à formação de dipolos oriundos da aplicação do campo elétrico.

2.2.2 Permeabilidade Magnética (μ)

Segue o mesmo princípio da permissividade elétrica, mas no domínio magnético. Trata-se da criação de dipolos magnéticos após a aplicação de um campo magnético e que irão aumentar a densidade de fluxo magnético. Ele indica a relação entre a densidade do fluxo magnético e o campo magnético aplicado.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{Eq.1.8})$$

Então, alta permeabilidade significa que um campo magnético externo provocará uma forte polarização dos dipolos magnéticos, e, portanto, a densidade de fluxo irá aumentar.

2.2.3 Condutividade elétrica (σ)

A condutividade elétrica está relacionada com a quantidade de cargas livres no material e o tempo médio entre colisões.

$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m}$ (Eq.1.9) Onde q é a quantidade de cargas livres, τ é o tempo médio entre colisões e m é a massa do elétron.

A condutividade é também, segundo a lei de Ohm, a intensidade da densidade de corrente gerada por um campo elétrico aplicado a um condutor: $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (Eq.1.10).

2.3. Ondas eletromagnéticas

Aplicando as equações de Maxwell em regime harmônico a um meio livre de cargas[5].

Primeiramente, toma-se o rotacional de (Eq. 1.3) : $\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{E}_s = -j\omega\mu\nabla \wedge \vec{H}_s$ (Eq.1.11)

O índice s indica que se trata de um fasor.

A partir da identidade vetorial, pode-se escrever : $\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$

Logo $\nabla(\nabla \cdot \vec{E}_s) - \nabla^2 \vec{E}_s = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E}_s$. Mas como não há cargas livres, $\nabla \cdot \vec{E}_s = 0$. Então $-\nabla^2 \vec{E}_s = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E}_s$. Escrevendo de outra forma:

$$\nabla^2 \vec{E}_s - \gamma^2 \vec{E}_s = 0 \quad (\text{Eq.1.12}) \quad \text{onde} \quad \gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \quad (\text{Eq.1.13})$$

A expressão (1,12) é conhecida como a equação de Helmholtz ou equação de onda e pode ser escrita exatamente da mesma maneira como uma função do campo magnético.

γ é conhecido como constante de propagação. Como esta é uma quantidade complexa, podemos escrever: $\gamma = \alpha + j\beta$

A solução da equação (1.12), acrescentando que o fator tempo e considerando uma propagação em z, tem-se:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \quad (\text{Eq.1.14})$$

Onde $-\alpha$ representa a atenuação da onda no meio ;

- E_0 é a amplitude em $z=0$ m e no instante inicial ;

- β é a constante de fase por unidade de distância, conhecida como defasagem linear.

O campo magnético pode ser encontrado diretamente a partir do campo elétrico, através da impedância intrínseca do meio (η).

$$H_0 = \frac{E_0}{\eta} \quad (\text{Eq.1.15})$$

$$\text{Onde } \eta \text{ vale } \eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad (\text{Eq.1.16})$$

2.4 Propagação em um condutor

Um material pode ser representado como um conjunto de elétrons e íons, que irá interagir com o campo eletromagnético, através da força de Lorentz, dada por:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{Onde } v \text{ é a velocidade das cargas.}$$

O primeiro termo representa a força elétrica, resultante do produto da carga pelo campo elétrico.

O segundo termo é a força magnética resultante da interação de cargas em movimento com o campo magnético.

Existem duas outras forças a serem adicionadas à equação do movimento de elétrons em materiais. É a força de restauração e a força de atrito. O primeiro funciona como uma força elástica proporcional ao deslocamento dos elétrons do átomo, expressa por

$$F = -kr = -m\omega_0^2 r. \text{ Além disso, como os elétrons se movem em um material denso, haverá}$$

uma força de atrito proporcional à sua velocidade, dada por $\vec{f} = \frac{-m}{\tau} \vec{v}$ onde τ é o tempo de relaxamento do sistema.

Os elétrons que interagem mais facilmente com as ondas eletromagnéticas são elétrons livres, isto é, aqueles que não estão dentro das órbitas dos átomos. Como eles não estão ligados aos átomos, a força de restauração é nula. No entanto, o metal é denso o suficiente para permitir que as forças de atrito sejam consideradas [4].

Nós sabemos da lei de Gauss que um campo elétrico estático não pode entrar num condutor, uma vez que este campo irá exercer uma força sobre as cargas livres e elas vão se mover a fim de anular esta força, e assim, o campo no interior [1].

No entanto, como o fluxo de cargas não é instantâneo, um campo elétrico alternado pode chegar a atravessar o condutor, produzindo correntes de Foucault.

Podemos escrever a equação do movimento de um elétron livre em um metal submetido a um campo elétrico harmônico ($\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j\omega t}$) $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -m\gamma\vec{v} + q\vec{E}_0 e^{-j\omega t}$ (Eq.1.17)

Onde $m\gamma$ é uma força de atrito. Nós consideramos que a velocidade também é harmônica

($\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-j\omega t}$). A solução da equação será: $\vec{v}(t) = \frac{q\vec{E}(t)}{m(\gamma - j\omega)}$ (Eq.1.18)

Como a densidade da corrente é igual a $J = nqv$, onde n é o número de elétrons por volume. J

será: $\vec{J} = \frac{nq^2 \vec{E}}{m(\gamma - i\omega)} = \sigma \vec{E}$

Em um bom condutor, γ é de aproximadamente 10^{13} s^{-1} , γ então será muito maior do que ω até mesmo nas frequências de microondas e, portanto, a condutividade σ é real e independente da frequência.

Na verdade, num ataque de ondas eletromagnéticas sobre um condutor sólido, o campo será fortemente atenuado e vai conseguir penetrar até uma determinada distância, conhecida como a profundidade pelicular (δ). Para além desta distância, o campo é quase nulo. δ é dado pelo

inverso da constante de absorção: $\delta = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \delta = \frac{2}{\sqrt{\omega\mu\sigma}}$ (Eq.1.19)

Portanto, em geral a altas frequências, os campos se concentrarão na superfície do condutor.

Na prática, podemos dizer que as cargas em um condutor irão se distribuir de forma a anular os campos elétricos dentro do material. Enquanto as correntes de superfície (Foucault) vão se organizar, de forma a anular o campo magnético no interior [1].

2.5. Reflexões e condições de contorno

Quando uma onda plana atravessa a interface entre dois meios, uma parte é transmitida e a outra é refletida.

A magnitude destas reflexões será determinada pela diferença entre as impedâncias intrínsecas dos dois meios [5].

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (\text{Eq. 1.20}) \quad \text{Onde } \eta_i \text{ é a impedância do meio e } \Gamma \text{ é o coeficiente de reflexão.}$$

Por exemplo, se o meio 2 é um condutor perfeito, sua impedância será igual a zero ($\eta_2 = 0$), portanto, o coeficiente de reflexão é -1.

Isto significa que a onda é totalmente refletida quando atinge um material perfeitamente condutor.

Também é importante saber como os campos elétricos e magnéticos vão se comportar nessa interface. Para isso, aplicam-se diretamente as equações de Maxwell [1].

Primeiro, pegamos um retângulo que atravessa os dois círculos, a Figura 1.1.

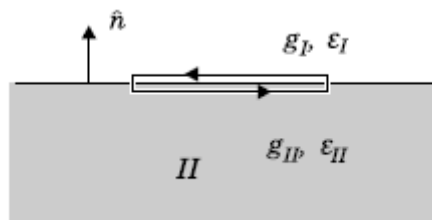


Figure 1:: Esquema da interface entre dois meios de comunicação, que ilustram o cálculo das condições de contorno do campo elétrico [5].

Então, aplicamos a equação de Faraday (1,3), seguida do teorema de Stokes e obtém-se a integral de linha:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Se tomarmos uma largura infinitamente pequeno. Teremos que}$$

$E_t^I dl - E_t^{II} dl = 0 \Rightarrow \vec{n} \times (\vec{E}^I - \vec{E}^{II}) = 0$ (Eq. 1.21) Onde \vec{E}^I é a componente de campo elétrico do lado do meio I.

Então, a componente do campo elétrico paralelo à interface será contínua.

Agora vamos seguir o mesmo raciocínio com a equação de ampère (1,1):

$$\int_S \nabla \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

No entanto, quando a largura é infinitamente pequena, existirá somente a corrente de superfície.

$$\text{Então } \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{1t} \cdot dl - H_{2t} \cdot dl = j \Rightarrow \vec{n} \times (\vec{H}^I - \vec{H}^II) = \vec{J}_s \text{ (Eq. 1.22)}$$

Assim, podemos dizer que a componente tangencial do campo H é descontínua, dada pela amplitude da corrente de superfície. Para os componentes normais à interface, toma-se o cilindro que atravessa os dois meios (Figure 1.2) [5].

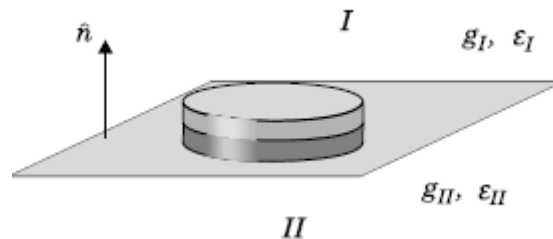


Figura 1.2: Esquema da interface entre dois meios, que ilustram a determinação da condição do contorno do campo magnético.

Aplicando a lei de Gauss neste cilindro, temos que $\Delta Q = \rho_s \Delta S = D_{1n} - D_{2n} = \rho_s$

Então, o componente de fluxo elétrico é descontínuo, com uma magnitude igual à densidade de carga de superfície (ρ_s).

Finalmente, a partir da lei de Gauss do campo magnético, pode-se encontrar a descontinuidade da componente normal da densidade de fluxo magnético.

$$\Delta \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \int \Delta \cdot \vec{B} = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \vec{n} \cdot (\vec{B}^I - \vec{B}^II) = 0$$

Portanto, a componente normal do campo magnético é contínua.

2.6 Tensor de Maxwell

Uma maneira de calcular o total das forças eletromagnéticas aplicadas a um objeto é utilizar o cálculo do tensor de Maxwell.

Há uma caixa em torno do objeto para o qual pretende calcular as forças. A força de cada

ponto da superfície é dada por $dF = T * dS$, onde T é o tensor aplicado nesta Figura (1,3).

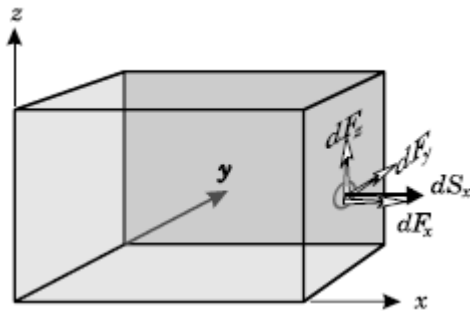


Figure 1.3: Caixa de integração que representa a superfície do tensor de Maxwell.

$$T^{ij} = - \left[\epsilon_0 (E^i E^j - \frac{1}{2} \delta^{ij} E^2) + \frac{1}{\mu_0} (B^i B^j - \frac{1}{2} \delta^{ij} B^2) \right]$$

A força total sobre o sistema pode ser encontrada a partir do tensor total sobre a superfície da caixa.

O tensor de Maxwell elétrico e magnético pode ser encontrado a partir do desenvolvimento da força de Lorentz: $\vec{F} = \int (\rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}) dV$ (Eq.1.23)

Obtém-se o valor do tensor:

(Eq.1.24)

Então, a força resultante será $F = \int_S T^{ij} dS_j$ (Eq.1.25)

Caso contrário, aplicando o teorema da divergência, toma-se a integral volumétrica do divergente do tensor.

Existem portanto, dois métodos para calcular a força total sobre um condutor sólido submetido a um campo eletromagnético, através da superfície total do tensor de Maxwell (Eq.1.25) ou através da integral volumétrica das forças elétrica e magnética (Eq.1.23).

2.7. Vetor Poynting

Uma grandeza muito importante no estudo da propagação eletromagnética é o vetor de Poynting, que indica a propagação de densidade de potência e a direção de transmissão dessa energia. É dado pelo produto vetorial do campo elétrico e magnético, $\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H}$ em W/m². Assim, a integral do vetor de Poynting sobre uma superfície S é a taxa de energia eletromagnética que atravessa a superfície.

3. Conclusão

Discutimos alguns aspectos importantes da teoria eletromagnética. Foram enunciadas as equações de Maxwell, e seu desenvolvimento para chegar à equação da onda. Em seguida, listamos os parâmetros constitutivos da material, essencial para avaliar o comportamento da onda em qualquer meio. Além disso, estudou-se o fenômeno da reflexão da onda na interface entre dois meios e as condições de contorno. Finalmente, analisamos a interação entre o campo eletromagnético e um objeto condutor, as forças que irão surgir e como calculá-las.

No capítulo seguinte, iremos trabalhar com modelos numéricos que simulam essa interação. Deste modo, podemos determinar a importância dessas forças e seu comportamento perante uma variação de frequência do campo aplicado.

4. Referências

- [1] Jack Vanderline, “*Classical Electromagnetic Theory*”, 2^{ème} edition, Kluwer Academic Publisher.
- [2] AC/DC Comsol Userguide
- [3] P.Lorrain et D.Corson, “*Electromagnetism: Principles and Applications*”, W.H Freeman and Company.
- [4] André Moliton, “*Basic Electromagnetism and Materials*”, Springer
- [5] M.N.O. Sadiku, “*Elements of electromagnetic*”, 3^{ème} edition Bookman.

Capítulo II: Estudo da interação entre condutor e campo eletromagnético

1. Introdução

O objetivo deste capítulo é estudar o comportamento de um objeto condutor submetido a um campo eletromagnético, incluindo forças eletromagnéticas que são geradas durante esta interação. Neste tema, há vários parâmetros importantes a considerar, tais como as dimensões do objeto, a frequência do campo aplicado, a condutividade do material e a profundidade pelicular.

Para modelizar este problema, vamos usar o software de simulação por elementos finitos Comsol. Este software permite modelar vários tipos de fenômenos físicos, por exemplo, mecânica, química, térmica ou elétrica podem ser tratados com Comsol e pode até mesmo modelizar o acoplamento entre esses diferentes fenômenos, de modo a ter o comportamento global do sistema.

Primeiro, modelizou-se um condutor sólido, e analisou-se o comportamento em frequência de grandezas de nosso interesse, tais como campos elétricos e magnéticos que atingem o objeto, as correntes de superfície geradas e as forças elétricas e magnéticas que aparecerão. Este estudo irá considerar diferentes valores de profundidade pelicular, pois dessa forma podemos generalizar este modelo para uma ampla gama de frequências e dimensões do objeto.

Esta análise será feita inicialmente em regime harmônico, para em seguida analisar o comportamento temporal. Será observada a magnitude das forças elétrica e magnética, de modo a simular o movimento que essas forças podem causar.

Finalmente, vamos tentar encontrar uma regra que nos permita encontrar as direções das forças dadas as direções dos campos incidentes.

2. Modelagem de interação do condutor e do campo eletromagnético com Comsol.

Para o nosso modelo com o software Comsol, é preciso primeiro definir uma fonte de campos e, em seguida, o objeto condutor sob teste.

Como fonte de campo eletromagnético, optamos por um fio-dimensional percorrido por uma corrente alternada de 1A de amplitude e de frequência variável. O fio tem um comprimento de 30 centímetros.

O objeto é um pequeno cilindro de 10 centímetros de altura e 0,5 centímetros de raio e tem uma condutividade de 10^9 S/m.

Finalmente, devemos criar o ambiente de cálculo, onde o campo gerado vai se espalhar e fazer a conexão entre o fio e o objeto. O ambiente escolhido foi um grande cilindro de 30 centímetros de altura e 25 centímetros de raio, constituído de ar, que envolve o fio (Figura 2.1).

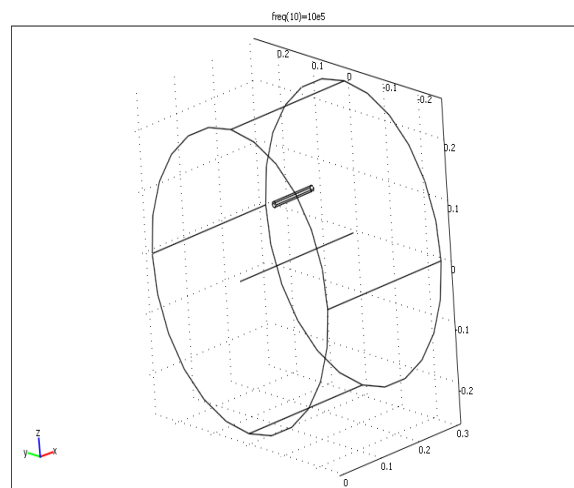


Figure 2.1. Esquema do modelo Comsol, com o fio no eixo de um grande cilindro e um pequeno cilindro que representa o objeto condutor.

Com relação às posições dos elementos, a fonte de campos (fio) é colocada ao longo do eixo principal do cilindro, e o objeto sob teste foi colocado a 10 centímetros de distância.

Uma vez que a geometria é estabelecida, resta ainda definir a frequência do sinal aplicado. A frequência vai definir a profundidade pelicular, isto é, a distância a que a onda consegue

penetrar no material, dada por:
$$\delta = \frac{2}{\sqrt{\omega\mu\sigma}} \quad (\text{Eq.2.1})$$

Outro fator importante a considerar é a relação entre o comprimento de onda e as dimensões do modelo. Para evitar que haja uma mudança significativa de fase entre o campo produzido pela fonte e o que chega ao objeto, vamos trabalhar com comprimentos de onda muito

maiores do que as dimensões do desenho. Como a maior dimensão do modelo é 0,5 m, podemos escolher, por exemplo, um comprimento de pelo menos 100 vezes superior, ou seja, um $\lambda > 50m$. Isto corresponde no ar a uma frequência abaixo de 6 megahertz.

Podem-se considerar dois casos para a profundidade pelicular:

- Grande em comparação com as dimensões do objeto, a onda consegue atravessar o material, embora seja atenuada;
- Pequena quando comparada com as dimensões do objeto, a onda não penetra no material, permanece na superfície e cria correntes de superfície.

Vamos analisar estas duas situações mais detalhadamente:

1,1 Profundidade pelicular muito baixa $\delta \ll r$

Seja uma frequência de 6MHz e uma condutividade de 10^9 , a profundidade pelicular resultante, dada pela fórmula 2,1, será $9,19\mu m$ (ver Figura 2.2).

Esse δ é muito pequeno quando comparado com o diâmetro do objeto (1cm). Isto significa que o campo está fortemente concentrado na superfície.

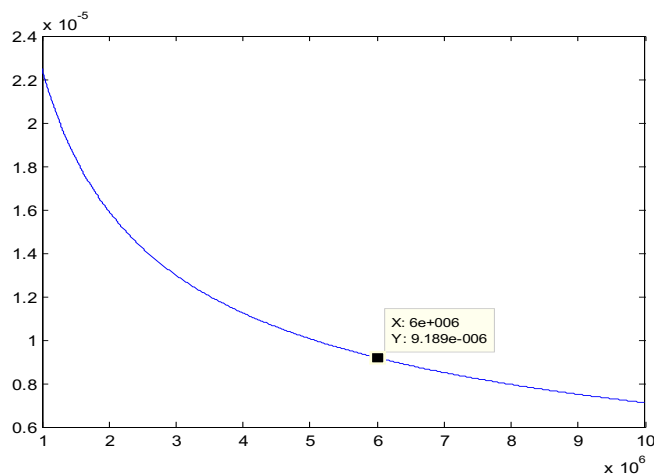


Figura 2.2. Diminuir da intensidade do campo elétrico em função da distância, quando a onda atinge um material condutor.

Para a modelagem, pode-se considerar o objeto como um condutor perfeito [1], e não precisa definir o cálculo no interior do objeto, o que economiza tempo de simulação. Deve-se entretanto prestar atenção às condições de contorno. Para esses casos, podemos utilizar com Comsol uma superfície resistiva chamada de « impedance boundary condition », definida por [2]:

$$\sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r - j\sigma / \omega}} \vec{n} \times \vec{H} + E_z a_z = -E_s a_z \quad (\text{Eq.2.3})$$

Où $-E_s$ é o campo elétrico tangencial à superfície.

Esta expressão nos dá a magnitude da descontinuidade das componentes tangencial do campo H, o que nos permite encontrar a intensidade da densidade de corrente de superfície[1] como:

$$\vec{n} \times (\vec{H}^I - \vec{H}^II) = \vec{J}_s \quad (\text{Eq.2.4})$$

Uma vez que tenhamos calculado J_s , é possível encontrar a força de Lorentz por unidade de área: $\vec{F} = \vec{J}_s \times \vec{B}$ (Eq.2.5)

Determina-se então a componente magnética da força total exercida sobre o objeto. Devemos agora encontrar a componente elétrica, dada pela lei de Coulomb: $\vec{F} = \rho \vec{E}$ (Eq.2.6)

Portanto, precisamos conhecer o campo E sobre a superfície do objeto e a distribuição de carga, e então podemos deduzir a força elétrica, que será na mesma direção do campo E.

Uma vez calculada J_s , encontra-se a força de Lorentz surfacica :

1.1.1 Objet parallèle au courant

1.1.1 Objeto paralelo ao fio de corrente

Em primeiro lugar, o objeto será colocado paralelamente ao fio, sobre o eixo x, Figura 2.3. Vamos observar a evolução das correntes de superfície e as forças resultantes, em função da frequência.

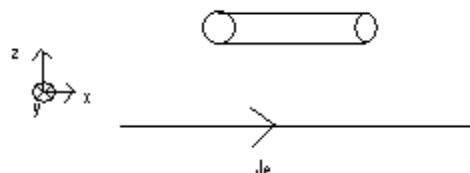


Figura 2.3. Fio paralelo ao condutor sólido

A densidade da corrente no fio é orientada ao longo do eixo x com uma amplitude de 1 A / m.

De acordo com a lei de Ampère: $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Como J está sobre o eixo x, o campo H será mais forte no plano yz.

Mas como o objeto está no mesmo plano zx o fio, o campo H vai atacar o objeto no sentido de -y.

Além disso, como H é alternativo, de acordo com Faraday, ele irá criar um campo E no plano zx, sobretudo na direção-x.

A descontinuidade do campo magnético na fronteira do objeto irá produzir uma distribuição de corrente de superfície ilustrada na Figura 2.4.

Podemos, portanto, aplicar a expressão de Lorentz (Eq.2.5) e encontrar força em cada superfície, Figura 2.5.

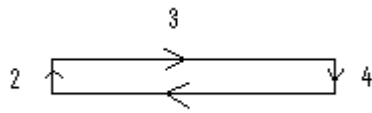


Figure 2.4. Corte do cilindro no plano zx, ilustrando a distribuição de correntes nas faces do sólido

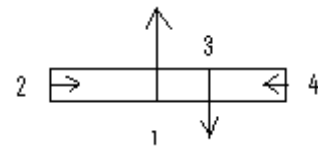


Figure 2.5. Corte do cilindro no plano zx, ilustrando a distribuição de forças nas faces do sólido

Observa-se que a superfície 1 está mais próxima à superfície que a sopra 3, teremos então uma força maior sobre 1. Enquanto em 2 e 4, eles estão à mesma distância da fonte, assim elas vão se compensar.

Então, a força resultante será em + z, ela tende a afastar o objeto da fonte.

Agora que sabemos a direção da força, temos de ver como ela se comporta com frequência. Para fazer isso, é melhor trabalhar com as equações de Maxwell na harmônica. Além disso, o programa resolve a equação com base no potencial vetor magnético \vec{A} . Então, vamos colocar as equações em termos de A também.

Assim, vamos escrever:

$$\nabla_x \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (\text{Eq.2.7}) \quad \nabla_x \vec{H} = \sigma \vec{E} + j\omega \epsilon \vec{E} \quad (\text{Eq.2.8})$$

$$\vec{B} = \nabla_x \vec{A} \quad (\text{Eq.2.9})$$

De Eq.2.7 em 2,9, podemos escrever $\vec{E} = -j\omega \vec{A}$ (Eq.2.10)

Ele substitui 2,10 2,8: $J = \nabla_x \vec{H} = \vec{A}(\epsilon\omega^2 + j\sigma\omega)$ (Eq.2.11)

De 2,11, se nós conhecemos A, podemos encontrar o campo H e a corrente J em cada ponto.

Para encontrar corrente de superfície, segundo a expressão 2.4, precisamos conhecer a descontinuidade das componentes tangenciais do campo H.

Portanto, com J_s , pode-se encontrar a força de Lorentz por unidade de área, aplicando (2,5).

Resultados das simulações

Vão-se ordenar ao software o calculo da integral sobre a superfície do objeto das grandezas de nosso interesse. Além disso, para descrever comportamento freqüencial, vamos variar a freqüência da fonte entre 10kHz e 1MHz.

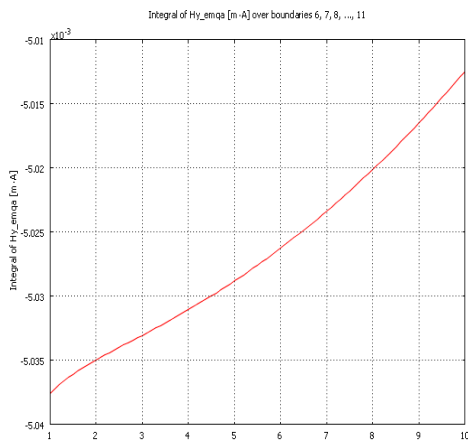


Figura 2.6: Evolução da componente y do campo H, que atingiu o sólido, dependendo da frequência entre 100kHz e 1MHz

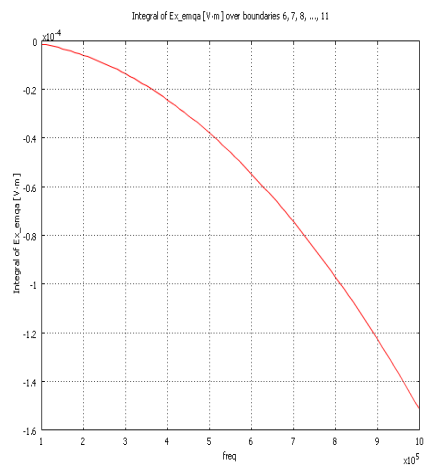


Figura 2.7. Evolução da componente x do campo E, que atinge o sólido, em função da frequência, entre 100kHz e 1MHz.

A figura 2.6 mostra a evolução da componente y do campo H com a frequência, sobre a superfície do objeto. As componentes Z e X são 1.000 vezes mais fracas, como esperado a partir da posição do tubo. Além disso, a frequência não influencia muito a intensidade do campo H. Entretanto, não é esse o caso quando se muda em frequências da ordem de GHz, pois de acordo com a lei de Ampère, o aumento da corrente de deslocamento passa a ser significativo em relação à corrente de condução.

A figura 2.7 ilustra a variação do campo E com a frequência. Neste caso, o campo é muito mais forte em x. Além disso, o crescimento do campo E, com frequência é evidente, como seria de se esperar da lei de Faraday.

A componente da densidade superficial de corrente é mais forte no eixo x Esta é plotada como uma função da frequência na Figura 2.8. Observamos que, como ela é ligada ao campo E, as duas curvas têm o mesmo comportamento. É importante observar que o fluxo de corrente toma o sentido oposto ao do fio de corrente, além de aumentar com a frequência.

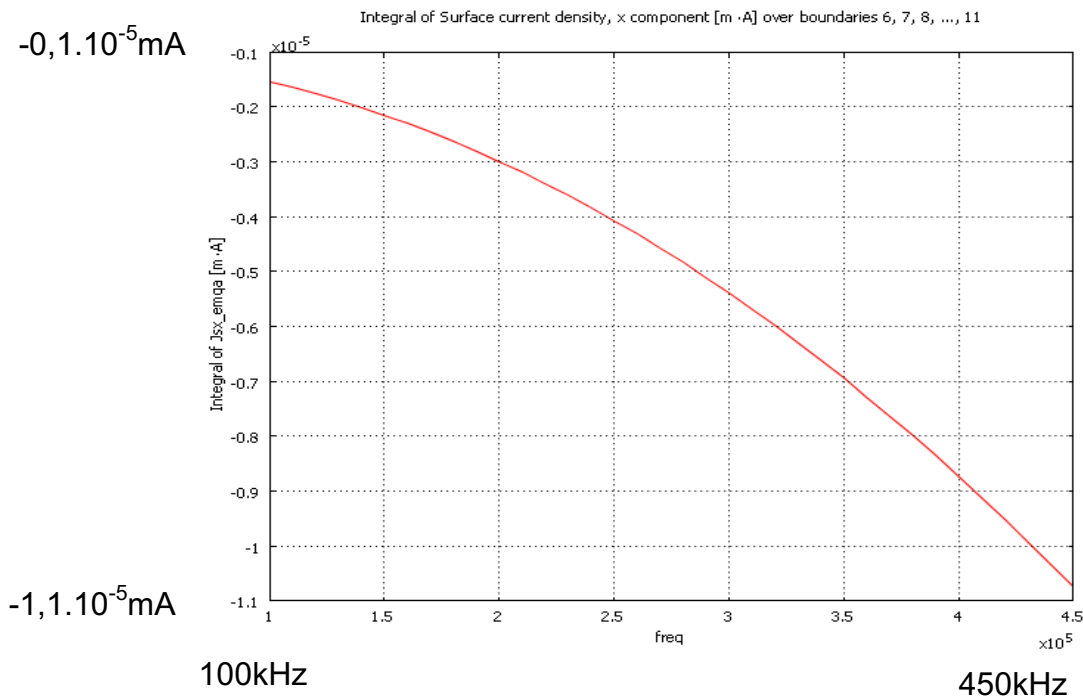


Figure 2.8. Evolução da componente x da densidade superficial da corrente no objeto.

Na Figura 2.9, é mostrada a evolução da força magnética, com a frequência. Para obter um comportamento independente do tempo, faz-se uma média temporal da força. Observamos que aumenta com a frequência e está orientada ao longo do eixo z positivo. Por isso, é uma força que tende a afastar o objeto da fonte.

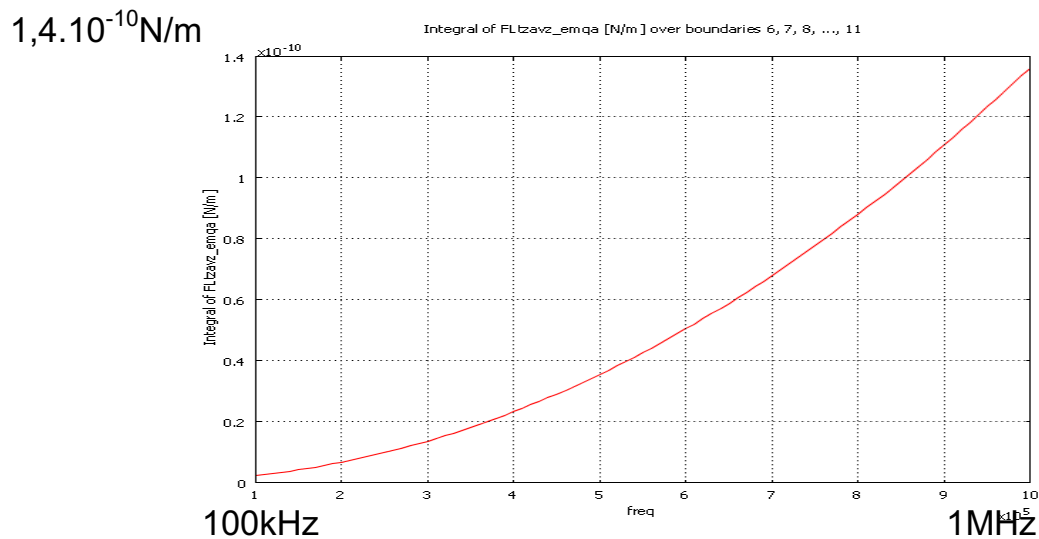


Figure 2.9. Evolução do total da força magnética aplicada sobre o objeto, entre 100kHz e 1MHz.

Finalmente, na Figura 2.10, mostramos a evolução da força elétrica sobre os três eixos. Observa-se que ela é muito mais fraca do que a força magnética. Além disso, as intensidades das forças sobre os eixos têm a mesma ordem de grandeza.

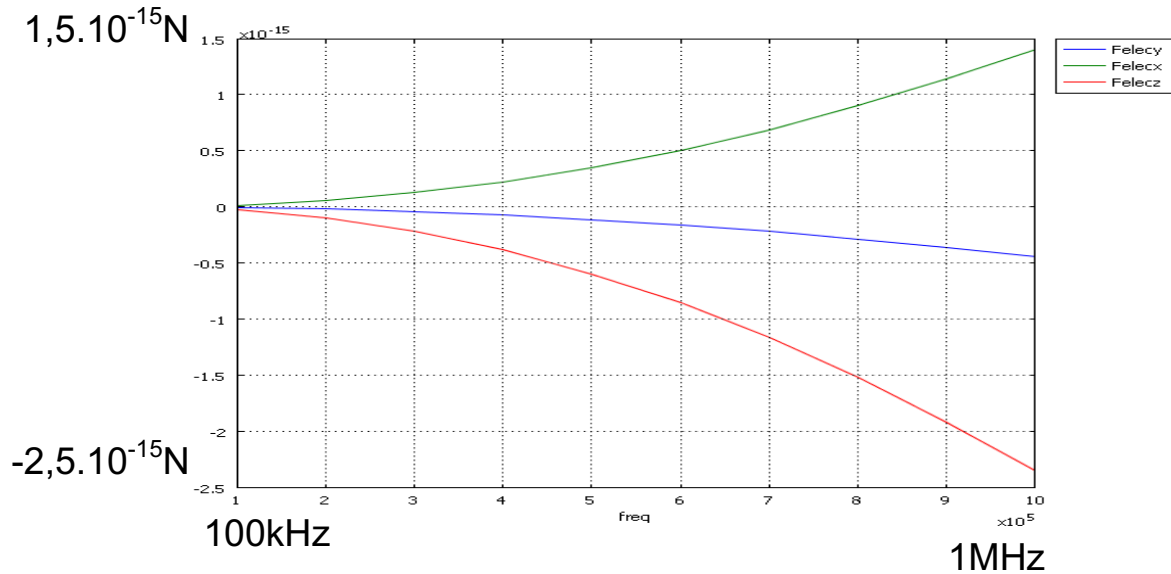


Figure 2.10. Evolução de três componentes da força elétrica, entre 100kHz e 1MHz.

Em seguida, vamos analisar a distribuição de corrente numa seção do sólido, figuras 2,11 e 2,12.

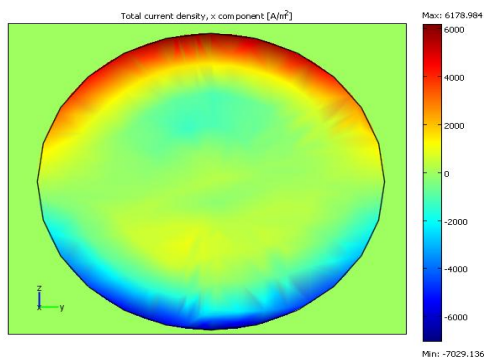


Figure 2.11 : Distribuição da componente x da densidade da corrente sobre o plano transversal ao objeto.

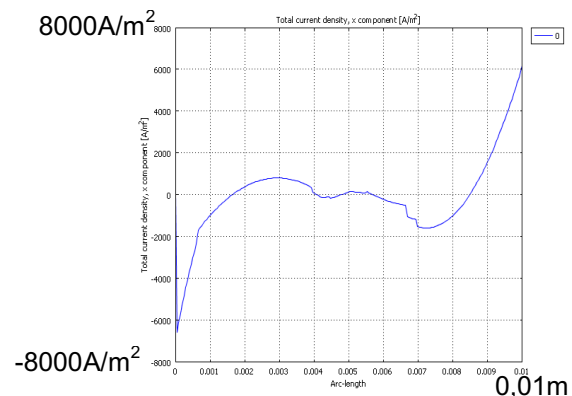


Figure 2.12 : Distribuição da corrente no eixo vertical (eixo x)

Há dois efeitos importantes a serem observados: primeiro, a carga está concentrada nas extremidades e toma o sentido no lado mais próximo à fonte. Então, no meio do objeto, a corrente é zero. Isso evidencia o efeito pelicular, que anula o campo dentro do condutor. Finalmente, isso justifica o sentido positivo da força, como explicado anteriormente.

Observamos como as cargas são distribuídas durante a interação deste campo. A Figura 2.13, mostra a concentração de cargas ao longo da aresta mais próxima da fonte. Verificamos que as cargas são altamente concentradas nas extremidades do objeto e insignificantes no meio.

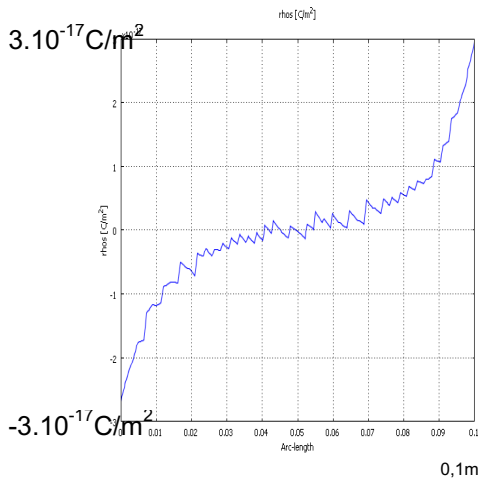


Figure 2.13 : Distribuição de cargas ao longo da aresta mais próxima da fonte.

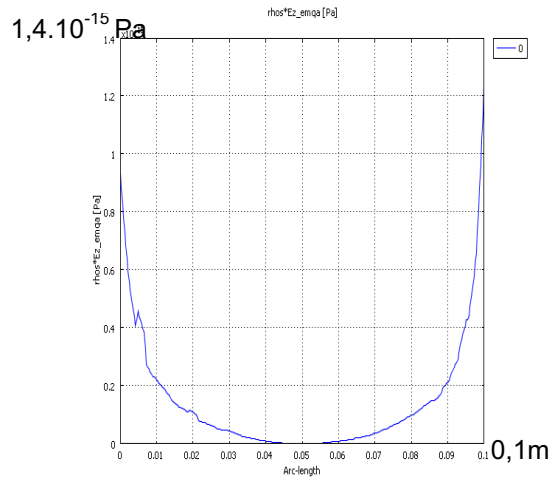


Figure 2.14 : Distribuição da força eléctrica au long de l'arête plus proche de la source.

Isso indica que a força elétrica também vai ser mais forte nas extremidades, como mostrado na figura 2.14. Observamos ainda que a força é positiva no eixo z, mas quase nula no meio da aresta. Isso mostra que o momento da força pode ser significativo.

1.2 Profundidade pelicular elevada $\delta > r$

Vamos estudar o caso em que o objeto é muito pequeno comparado com a profundidade pelicular.

Reduzir o tamanho do objeto gera dificuldades significativas na simulação

Entretanto, uma situação equivalente pode ser obtida seja aumentando a frequência do sinal aplicado, seja diminuindo a sua condutividade.

A figura 2.15 mostra a evolução da profundidade pelicular entre 100kHz e 1MHz, para um sigma de 10^5 S/m .

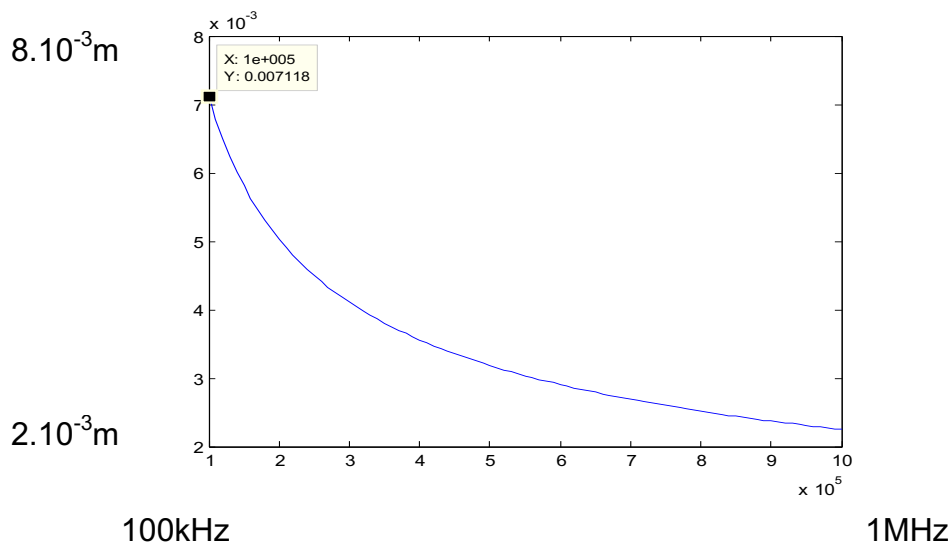


Figure 2.15 : Evolution de la profondeur de peau en fonction de la fréquence, entre 100kHz et 1MHz

A magnitude da profundidade pelicular, neste caso é o milímetro, como o diâmetro do objeto é 10 milímetros nesta banda, a onda atravessara o sólido.

Nesse caso, é evidente que a malha no interior do sólido é importante, porque os campos e correntes parasitas não serão mais concentrados nessa área, mas distribuídos por todo o interior. Assim, a condição de contorno de fronteira “*impedance boundary*” “será substituída pela condição “continuity”, isto é, condições normais de interface entre dois meios.

Nas Figuras 2,16, 2,17 e 2,18, fizemos uma seção transversal do objeto, e mostra como a profundidade pelicular irá influenciar a distribuição de corrente para três casos, varia-se a frequência e a condutividade, o diâmetro o objeto é sempre 10mm. A parte inferior da seção é aquela que está mais próxima da fonte

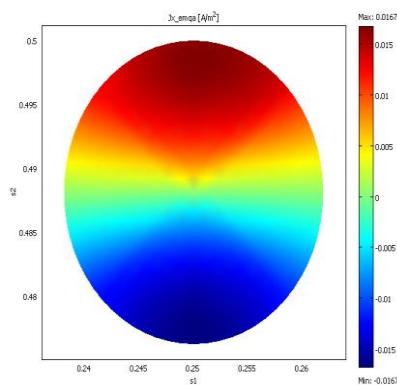


Figure 2.16
Delta=50mm

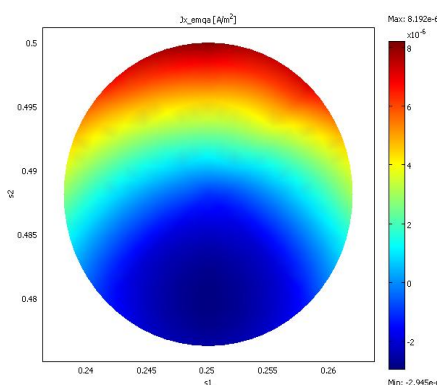


Figure 2.17
Delta=503mm

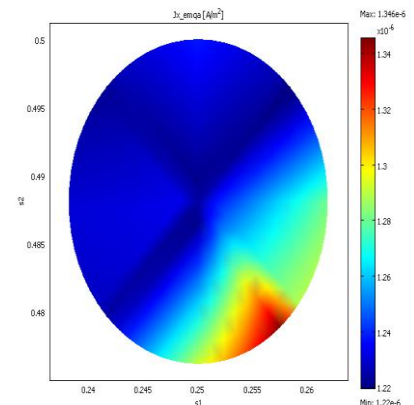


Figure 2.18
Delta=5000mm

Na Figura 2.16, toma-se uma condutividade de 10^5 S/m e uma frequência de 1kHz, que produz uma profundidade pelicular de 50 milímetros. Observa-se que a corrente é simetricamente distribuída na seção. Entretanto, quando se reduz a condutividade a 10^3 S / m, Figura 2.17, a parte positiva, a corrente da parte superior do desenho, fica mais confinada nas bordas, mas o nível de corrente é muito menor, porque o campo que consegue penetrar melhor no material. Finalmente, reduz-se a condutividade a 10^2 S/ m e q frequência a 100Hz, a profundidade pelicular será então de 5.000 milímetros, e a corrente passa a ser distribuída uniformemente, porque o campo atravessa facilmente o sólido.

Na Figura 2.19, está representada a força magnética em três eixos em função da frequência. Observamos que ela aumenta com a frequência e é muito mais forte no eixo z positivo

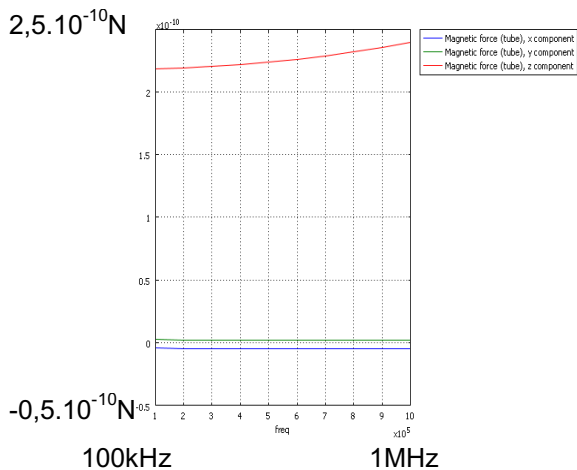


Figure 2.19 : Force Magnétique sur les trois axes entre 100kHz et 1MHz

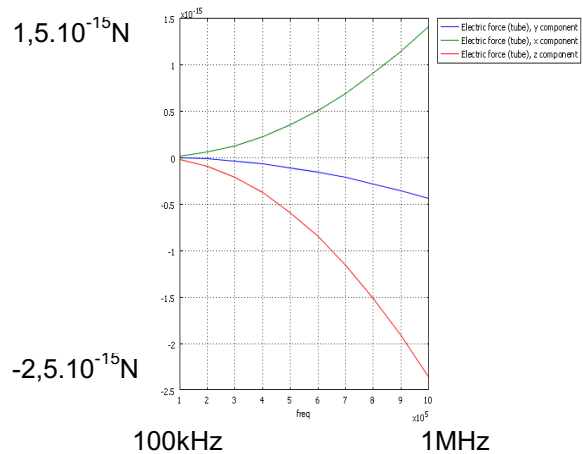


Figure 2.20 : Force électrique sur les trois axes entre 100kHz et 1MHz

A força elétrica é mostrada na Figura 2,20, ela varia bastante com a frequência, embora seja muito mais fraca que a força magnética.

Em conclusão, observamos que ambos os modelos fornecem o mesmo resultado a partir de dois métodos diferentes. No entanto, o primeiro economiza tempo de cálculo, dado que a malha do interior do sólido não é definida. Então, antes de escolher o modelo, tem-se de observar a relação entre as dimensões do objeto e a profundidade pelicular.

Finalmente, a força predominante é a magnética sobre o eixo z positivo, então haverá uma repulsão entre o objeto e a fonte. A força elétrica é insignificante. Entretanto, como ela aumenta muito com a frequência, ao passar a altas frequências, ela pode assumir um valor significativo.

1.2.1 Objeto perpendicular ao fio de corrente

Rotacionou-se o objeto de 90°, de forma a que ele fique paralelo ao eixo z, mas permaneça no plano xz (Figure 2.21).

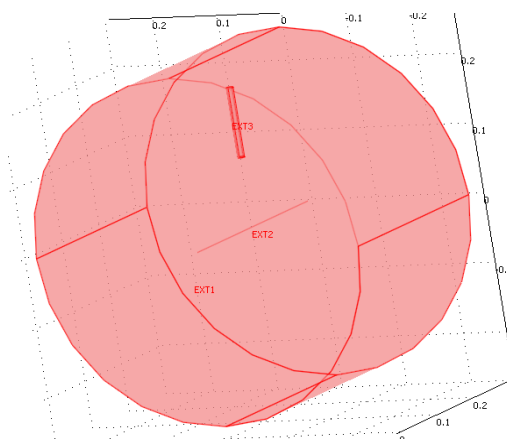
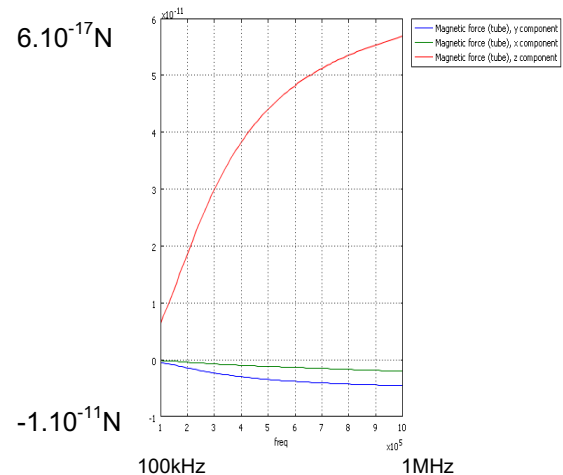
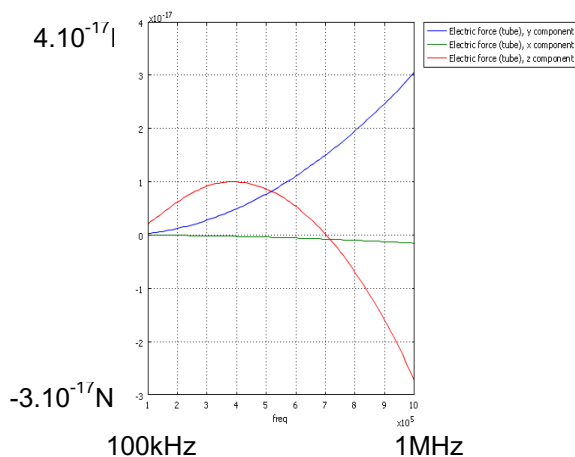


Figure 2.21. Geometria do Comsol com o cilindro perpendicular à corrente

Figuras 13 e 14 mostram a evolução das forças elétrica e magnética sobre os três eixos. Observamos que a força magnética é mais forte e a força elétrica é ainda menor.



1.3 Análise Temporal

Este estudo que acabamos de descrever foi feito em regime harmônico. Os sinais foram caracterizados por uma amplitude e uma fase. No entanto, também é importante ter uma idéia do que acontece no temporal, para entender melhor os fenômenos físicos envolvidos.

Por isso, é interessante desenvolver a expressão da força de Lorentz no tempo.

Sendo a força de Lorentz, o produto da densidade de corrente de superfície (J_s) e da densidade do fluxo magnético (B). Pode-se deixar a força em função do campo magnético e, se substituirmos (3) em (4), encontra-se $\vec{F} = (\vec{n} \wedge (\vec{H}^I - \vec{H}^{II})) \wedge \mu\vec{H}$

Como a excitação é sempre senoidal, com 1A de amplitude e frequência ω , podemos escrever: $I = \cos(\omega t)$. Mas, como o campo magnético é diretamente ligado à corrente a partir de um rotacional, o campo também deve ser senoidal com a mesma frequência, mas defasado de φ . Assim, podemos dizer que $H = H_0 \cos(\omega t + \varphi)$.

A força será, assim, um produto de co-senos. Das identidades trigonométricas, podemos escrever $F = \left(\frac{A + \cos(2\omega t + \theta)}{2} \right) F_0$. A força terá então o dobro da frequência da fonte e terá uma componente CC, que conduzirá a uma média temporal diferente de zero.

Resultados

A evolução temporal de algumas grandezas está representada nas figuras seguintes. O sinal tem uma frequência de 1kHz, logo, para verificar um período, tomamos um tempo de 1 ms. Observamos que a entrada é um co-seno com um período (Figura 2.24).

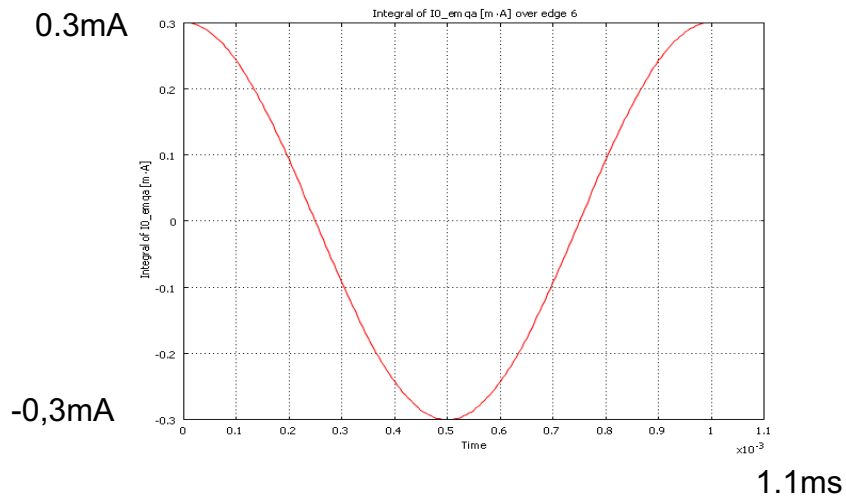


Figure 2.24 : Courant d'entrée jusqu'à 1ms.

Então, para verificar a consistência dos resultados, nós tomamos a evolução temporal dos campos elétricos em x e magnético em y, assim como o vetor potencial magnético, sobre um ponto na fronteira do objeto, figuras 2,25, 2,26 e 2,27.

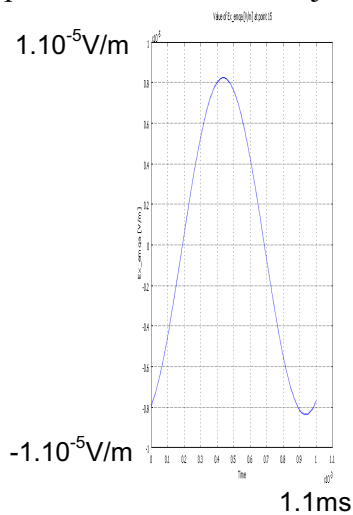


Figure 2.25 : Evolution temporelle du champ Ex

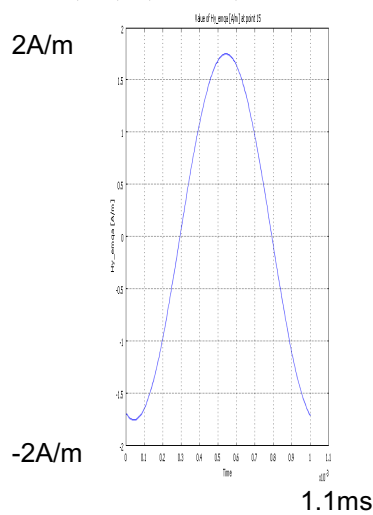


Figure 2.26 : Evolution temporelle du champ Hy

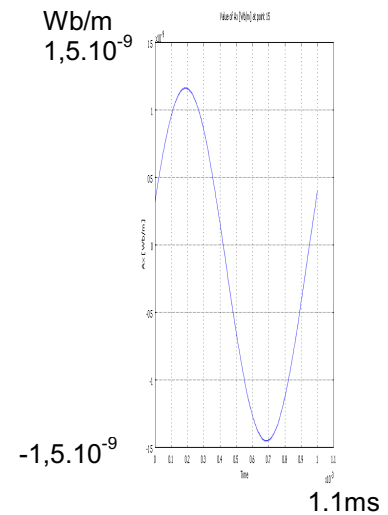


Figure 2.27 : Evolution du champ Ax

Observa-se que elas são senoidais e têm a mesma frequência que a fonte mas defasados. Nota-se que o campo E está defasado de 180° com relação à corrente de excitação e 90° com relação ao vetor potencial magnético A, tal como previsto pela teoria, sabendo que $\vec{E} = -j\omega\vec{A}$.

Finalmente, a evolução temporal da força de Lorentz em z é mostrada na Figura 2.28.

$3 \cdot 10^{-10} \text{N}$

$-1,5 \cdot 10^{-10} \text{N}$

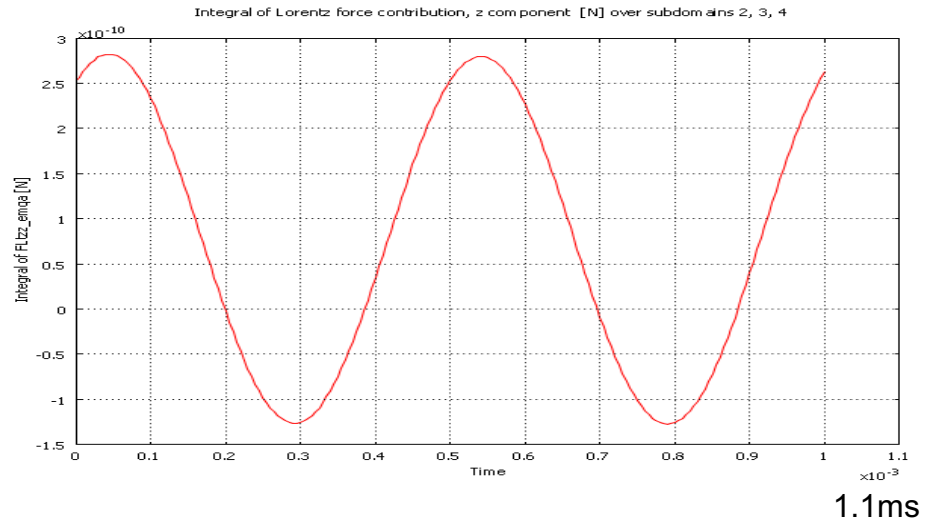


Figure 2.28 : Evolution Temporelle de la force de Lorentz, jusqu'à 1ms.

Primeiro, notamos que o sinal tem o dobro da frequência da fonte, como esperado a partir da teoria anterior. Além disso, a média temporal do sinal não é zero, dado que o seno oscila com um deslocamento. Esse deslocamento é positivo, o que confirma a tendência de força a afastar o objeto da fonte.

3. Generalização e Conclusões

O objetivo deste estudo foi de conhecer a distribuição de forças em um objeto condutor, gerado por sua interação com uma onda eletromagnética. Determinou-se a força resultante quando os campos elétricos e magnéticos incidem segundo direções específicas. Pode-se extrapolar essa idéia de forma a encontrar o sentido da força dada a direção dos campos incidentes.

Considere um objeto condutor submetido a um campo eletromagnético, Figura 2,29:

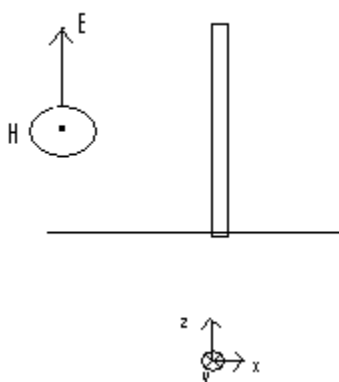


Figura 2.29: Diagrama de um objeto condutor atacado por um campo eletromagnético

O campo E é no eixo z e o campo H é orientado ao longo do eixo y negativo. O vetor de Poynting é, então, positivo em x. A questão é como encontrar o sentido da força resultante.

Em primeiro lugar, temos de encontrar o sentido da corrente induzida, vamos olhar para a primeira face do objeto. Sabemos que a corrente de superfície é dada pela descontinuidade das componentes tangenciais do campo magnético na fronteira, ver a expressão (Eq. 2.4). Como a normal a esta face aponta na direção do eixo x negativo e H sobre o y negativo, a corrente de superfície será no z positivo. Então, nós aplicamos a expressão de Lorentz (4) e encontra-se uma força positiva no X, no mesmo sentido do vetor de Poynting. No entanto, como a face oposta tem um anormal na direção oposta, isto é, x positivo, a força tomara também o sentido inverso e será sobre o eixo X negativo. Assim, se a largura do objeto é infinitamente pequena de forma a que o nível de campos seja o mesmo em ambos os lados, a força de Lorentz resultante será nula.

Ele também nos diz que pode haver uma ligação entre a direção da força e o vetor de Poynting. De acordo com o exemplo, notamos que a direção da força pode ser escrita como o produto escalar da normal à face e o vetor de Poynting, isto é, $\vec{a}_F = -\vec{n} \cdot \vec{a}_S$. Onde \vec{a}_F é o vetor unitário na direção da força e direção do vetor de Poynting e \vec{n} o vetor normal à superfície.

Além disso, podemos desenvolver a força de Lorentz e encontrar a sua ligação com o vetor de Poynting.

Seja $\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B}$ e $\vec{J} = (\sigma\vec{E} + j\omega\epsilon\vec{E})$. Então $\vec{F} = (\sigma\vec{E} + j\omega\epsilon\vec{E}) \wedge \mu\vec{H}$.

Mas sabe-se que o vetor de Poynting é dado por $\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H}$.

Logo $\vec{F} = \mu(\sigma + j\omega\epsilon)\vec{S}$

Assim, a força e o vetor de Poynting estão na mesma direção, mas defasados.

Outro ponto importante é a profundidade pelicular. Tendo em conta que nem a condutividade do nosso objeto, nem a frequência do sinal é fixa, tem-se que considerar as duas possibilidades, ou seja, a profundidade pelicular pequena ou grande, em comparação com as dimensões do objeto. Isso determinará se a malha de cálculo no interior do sólido é necessária. Ressalta-se que sempre que possível, é melhor desprezar o interior a fim de economizar tempo de cálculo.

Finalmente, força mais relevante é a magnética sobre o eixo z positivo, então haverá uma repulsão entre o objeto e a fonte. A força elétrica é insignificante. Entretanto, como ela cresce com a frequência, ao passar a altas frequências, ela pode tornar-se relevante.

4. Referências

[1] G.Eriksson, “*Efficient 3D Simulation of Thin Conducting Layers of Arbitrary Thickness*”.

[2] Comsol Multiphysics Electromagnetics Module

Capítulo 3: Estudo do movimento de nanotubos submetidos a campos eletromagnéticos.

1. Introdução

Na configuração discutida no Capítulo 2, verificou-se que a força magnética era a mais importante. No entanto, isso é válido apenas em alguns casos. Na situação anterior, o campo magnético era muito mais forte do que o campo elétrico, pois se trata do campo gerado por um fio infinito transportando corrente, o campo magnético é então preponderante nas proximidades da fonte. O princípio seria semelhante ao do campo produzido na vizinhança de uma antena *Loop*.

Entretanto, na proximidade de uma antena dipolo, por exemplo, o campo elétrico é muito maior. Assim, o objeto condutor submetido a este campo, teria aplicada uma força predominantemente elétrica.

Da mesma forma, se o objeto está longe da fonte, submetido uma onda plana, o campo E é mais importante, cuja relação é expressa pela impedância intrínseca: $\eta = \frac{E}{H}$. Espera-se portanto que a força elétrica também seja mais elevada nesse caso.

Neste capítulo, vamos fazer um balanço destas forças, a fim de estimar o movimento do nanotubo durante a aplicação de um campo eletromagnético, considerando que um nanotubo pode ser mobilizado por um objeto fortemente condutor.

Inicialmente, vamos estudar o movimento livre de um único nanotubo, em seguida vamos adicionar um campo elétrico incidente, e depois iremos também incluir um campo magnético, a fim de avaliar sua influência sobre a trajetória do nanotubo.

Enfim, vamos analisar a vibração em um pacote unidimensional de nanotubos, a fim de avaliar o movimento coletivo e estimar características importantes, tais como a dispersão da frequência de ressonância.

2. Análise do movimento livre de um nanotubo

Antes de descrever o movimento de um nanotubo submetido a forças externas, vamos considerar o movimento livre de forças externas. Na verdade, vamos analisar o comportamento dos nanotubos, devido a uma mudança na sua posição de repouso.

Considere o nanotubo ligado a um plano de terra e deslocado de sua posição de equilíbrio (Figura 3.1).

Observa-se que vai surgir uma força elástica que se opõe a esta deformação, além de uma força que se opõe ao movimento, a força de atrito (Figura 3.2). Estas forças são conhecidas na física clássica:

$F = -kx$ (força elástica) (3.1) onde k é a constante elástica, que depende das características do material e x é o deslocamento em relação à posição de equilíbrio.

$F = -\gamma \frac{dx}{dt}$ (Força de atrito) (3.2) Onde γ é a constante de atrito. Trata-se de uma força dissipativa proporcional à velocidade do corpo.

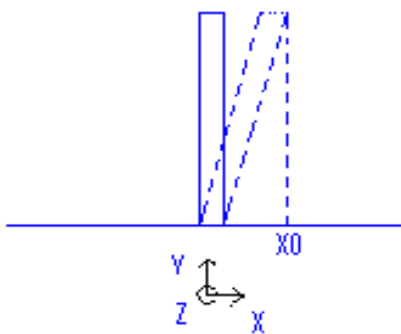


Figure 3.1 : Position d'équilibre et déplacement du nanotube au point $x=x_0$

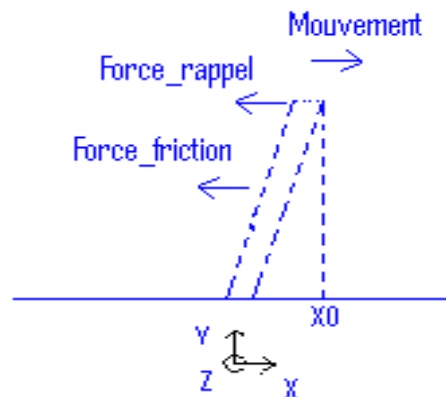


Figure 3.2 : Bilan de forces sur le nanotube

A partir destes resultados, pode-se escrever a equação que governa o movimento do tubo:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (\text{Eq.3.3}) \text{ onde } m \text{ é a massa do nanotubo.}$$

Assim, para caracterizar este movimento, precisamos conhecer a massa m , a constante elástica k e a constante de atrito γ .

Para encontrá-los, nós consideramos um nanotubo com as seguintes características, proposto por [1], para o caso de um nanotubo multiparedes (multi walled):

-L = 500nm (comprimento do nanotubo) ;

- $d_{out} = 30$ nm (diâmetro externo);
- $d_{in} = 3$ nm (diâmetro interno);
- $Q = 1000$ (fator de qualidade);
- $V_b = 1$ V (tensão de polarização);
- $E = 0,1$ TPA (constante de Young);

A solução dessa equação de movimento é do tipo [2]:

$$x = x_0 \left(\cos \omega_0 t + \frac{\lambda}{2m\omega_0} \sin \omega_0 t \right) \exp\left(\frac{-\gamma t}{2m}\right) \quad (\text{Eq. 3.4})$$

A constante elástica(k) pode ser calculada por [1]: $k = \left(\frac{3\pi E}{20L^3}\right)(d_{out}^4 - d_{in}^4)$ (3,5)

A frequência de ressonância do nanotubo vale [3]: $f_{res} = \frac{1.875^2 \sqrt{(d_{out}^2 + d_{in}^2)(E_b / \rho)}}{8\pi L^2}$ (3,6)

A massa efetiva do NTC [1]: $m = \frac{k}{(2\pi f_{res})^2}$ (Eq.3.7)

A constante de atrito [1]: $\gamma = \frac{k}{2\pi f_{res} Q}$ (Eq.3.8)

Vamos calcular todos estes parâmetros e inserir na equação (3,3).

Encontra-se que $m = 3,53 \cdot 10^{-19}$ kg, $\gamma = 3,28 \cdot 10^{-13}$ kg / s, $k = 0,305$ kg/s² e $f_{res} = 147$ MHz.

O comportamento do movimento pode ser encontrado por meio da análise do sinal do parâmetro $C = \gamma^2 - 4mk$ [2].

- $C < 0$, movimento periódico amortecido. O movimento é periódico, mas a amplitude da oscilação decresce exponencialmente;

- $C > 0$, movimento aperiódico. Não há oscilações e o movimento é descrito por uma exponencial que tende a 0;

Consideremos novamente nosso exemplo, vemos que $C = -4,32 \cdot 10^{-19}$. Espera-se, portanto, um movimento periódico levemente amortecido, uma vez que C é negativo, mas muito próximo de 0.

Como exemplo, deslocamos o nanotubo em 40nm de sua posição de repouso, e observou-se o movimento resultante, Figura 3.3.

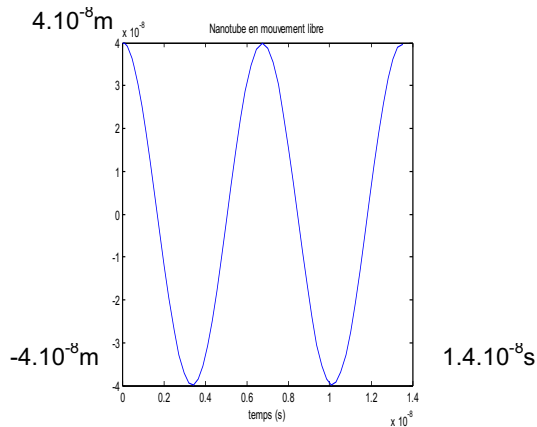


Figure 3.3. Espace en fonction du temps, deux périodes.

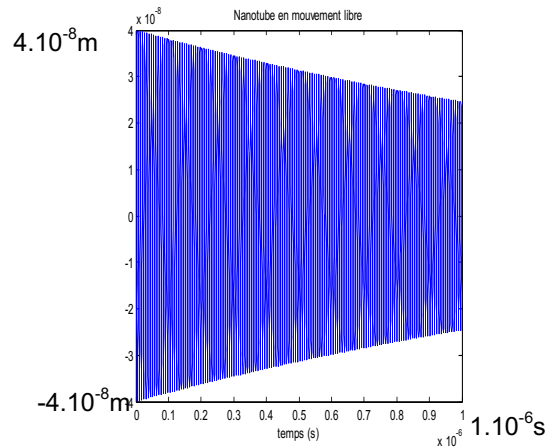


Figure 3.4 : Espace en fonction du temps dans une centaine de périodes.

Como o movimento é fracamente amortecido, para notar o decaimento das amplitudes, representa-se o sinal num intervalo de tempo maior (Figura 3.4).

Por outro lado, observa-se que o período de oscilação é de cerca de 7ns. Isso é consistente,

uma vez que a frequência de ressonância $f_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 148\text{MHz}$

3. Análise do movimento forçado do nanotubo.

3.1 Campo elétrico incidente

Agora se vai estudar a influência da aplicação de um campo elétrico alternado sobre o tubo. Entretanto, para possibilitar tal interação, é necessário que o tubo esteja carregado, de modo que suas cargas sob um campo elétrico sejam sujeitas a uma força de Coulomb, que, portanto, devera ser adicionada à equação movimento do tubo.

Vamos considerar que o tubo é colocado sobre um plano de massa a um potencial zero. Um eletrodo é colocado acima e irá induzir uma carga Q_0 na extremidade superior do tubo, Figura 3.5. Além disso, uma fonte de RF externa vai criar um campo elétrico alternado que irá atacar o tubo transversalmente sobre o eixo x.

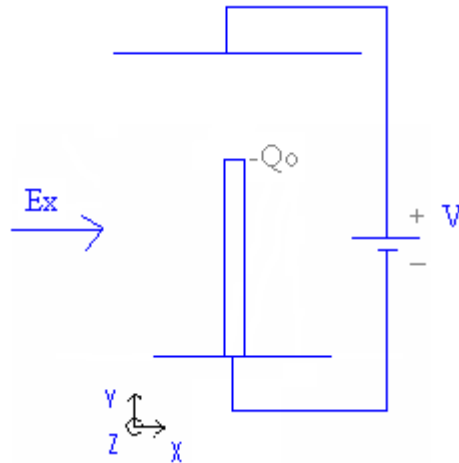


Figure 3.5 : Schéma du nanotube polarisé par une source de tension et attaqué par un champ électrique alternatif.

Então o campo elétrico incidente irá interagir com a carga na extremidade do nanotubo (Q_0) e criar uma força na mesma direção do campo, dada pela lei de Coulomb: $\vec{F} = Q_0 \vec{E}$, onde $E = E_0 \cos(\omega t)$

Assim, a nova equação do movimento deve levar em conta este termo.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx - Q_0 E_0 \cos(\omega t) = 0 \quad (\text{Eq.3.9})$$

Nota-se que aparece um novo parâmetro a se determinar, a carga induzida.

3.1.1 Determinação da carga induzida no nanotubo.

Para resolver a equação 3.9, temos de encontrar uma maneira de calcular a carga induzida na extremidade do nanotubo. Para isso, vamos tratar analiticamente um problema mais simples, a densidade de carga em um cilindro condutor carregado e colocado paralelamente a um plano de massa infinito. Então vamos implementar esse problema com o Comsol e comparar os resultados.

Finalmente, se obtermos os mesmos resultados, será possível extrapolar o nosso modelo Comsol a uma situação mais próxima à mostrada na Figura 3.5.

No entanto, é interessante fazer uma pergunta: Em escala nanométrica, podemos aplicar as teorias da eletrostática clássica?

Na verdade, temos de observar o diâmetro do nanotubo, se é inferior a 20nm, os efeitos quânticos devem ser levados em conta. Caso contrário, a teoria clássica pode ser aplicada [4].

Vamos, portanto, trabalhar com os nanotubos com diâmetros de até 20nm, o que nos permite usar as teorias clássicas.

Inicialmente, calcula-se a densidade de cargas sobre um cilindro carregado, condutor perfeito e de comprimento infinito, paralelo ao plano de massa.

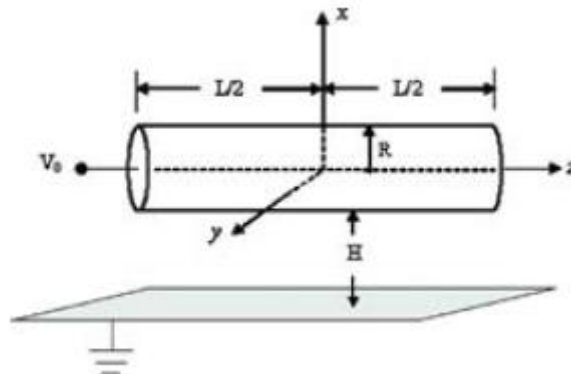


Figure 3.6. Cylindre chargé sur un plan de masse infini

Neste caso, a densidade de carga pode ser encontrada através do cálculo da capacitância gerada entre o plano de massa e o cilindro. Esta densidade por unidade de comprimento (ρ_{LO}) vale então [5]:

$$\rho_{LO} = \frac{2\pi\epsilon_0 V_0}{a \cosh(1 + H/R)} \quad (\text{Eq.3.10})$$

Onde -H é a distância entre o cilindro e

o plano de massa;

-R é o raio do tubo e

-V0 é a tensão aplicada no cilindro.

Sabe-se ainda que num objeto condutor, as cargas vão se concentrar na superfície e de acordo com a lei de Gauss, o total dessas cargas no caso de um cilindro finito é dado por:

$$Q = \oint_A \epsilon \vec{E} \cdot \vec{n} dA \quad (\text{Eq.3.11}) \text{ onde } A \text{ é a área total do nanotubo.}$$

Para um cilindro finito, sabe-se que pela lei das pontas, haverá uma alta concentração de cargas nas extremidades. Entretanto, é mostrado em [4] que a densidade de cargas na parte central do tubo é igual à do cilindro infinito se somente seu comprimento for superior a um limite, chamado de comprimento característico, que é uma função do diâmetro e da distância ao plano de massa.

Portanto, nesta situação, pode-se dizer que a carga total do nanotubo é igual à soma da carga central e da carga nas extremidades.

$$Q = \rho_{Lo} L + 2Q_c \quad (\text{Eq.3.12}) \text{ onde } Q_c \text{ é a carga concentrada em cada extremidade.}$$

ρ_{Lo} é a densidade de cargas ao longo do tubo.

Finalmente, por um estudo teórico, Ke [4] mostra que a carga total vale:

$$Q = \rho_{Lo} \left(1,7(R(H+R)^2)^{1/3} + L \right) \quad (\text{Eq.3.13})$$

Então, é interessante fazer uma aplicação numérica destas equações.

Considere:

- a distância entre o tubo e a placa de massa é igual a 500nm ($H = 500\text{nm}$)
- raio igual a 20nm ($R = 20\text{nm}$)
- 5000nm de comprimento ($L=5000\text{nm}$)
- submetido a uma tensão de 1V.

De acordo com as equações 3.10 e 3.13, encontra-se que a carga total vale 74,7 aC. Isso corresponde a cerca de 390 elétrons. Este resultado é bastante impressionante, pois indica que haverá apenas alguns elétrons nas extremidades e quase nenhum elétron no centro.

Finalmente, projetou-se com o Comsol um modelo que representa a situação anterior. Então, mantendo os mesmos parâmetros, verificou-se uma carga total de **74,6 aC**. O que valida o nosso modelo Comsol para este tipo de cálculo.

Em conclusão, podemos usar este modelo para encontrar a carga na extremidade do nanotubo.

Pode-se então aplicar a esse modelo os parâmetros definidos na seção anterior. Além disso, o tubo será girado e deslocado de modo a ficar perpendicular e em contato com o plano de massa. O modelo apresentado na Figura 3.5.

Foi encontrada assim uma carga induzida igual a **-19,35 aC** ao se aplicar uma tensão de 1V.

3.2.1 Estimação do movimento do nanotubo

Agora que determinamos a carga na extremidade do nanotubo, pode-se resolver a equação do movimento do tubo sob um campo elétrico.

Como exemplo numérico, consideramos um campo incidente alternativo de 1V / m de amplitude e frequência de 1GHz. Considera-se também que o nanotubo está inicialmente em repouso e na posição de equilíbrio

A solução da equação será semelhante a de (3,4), adicionando um termo em regime permanente, correspondendo a força elétrica oscilatória aplicada.

$$x = \left(A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t \right) \exp\left(\frac{-\gamma t}{2m}\right) + D \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{Eq.3.14})$$

Assim, haverá uma parte transitória, oscilando na frequência de ressonância, e que diminui exponencialmente até 0, mais ou menos rapidamente, dependendo do coeficiente $\frac{\gamma}{2m}$.

Enquanto, a parte permanente irá oscilar com uma amplitude D na mesma frequência que o campo incidente.

Na verdade, como o coeficiente de atrito é muito baixo, a parte transiente diminui lentamente e se soma ao termo permanente. Observa-se na Figura 3.7, a evolução da posição até 20ns. Tem-se uma harmônica principal na frequência de ressonância do nanotubo sobreposta a uma harmônica na frequência do campo aplicado.

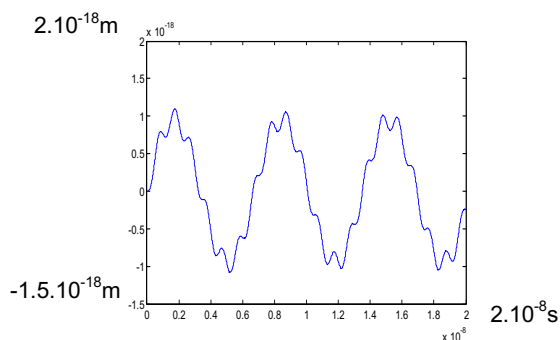


Figure 3.7-Evolution Spatiale de la position en régime transitoire.

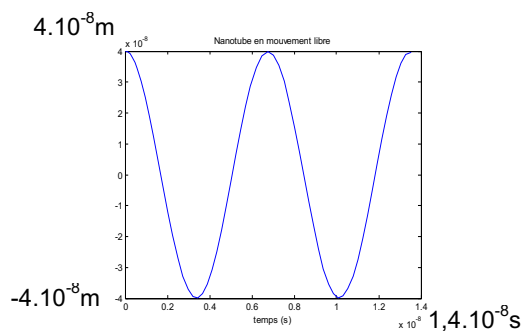


Figure 3.8- Evolution Spatiale de la position en régime établi.

Entretanto, após várias constantes de tempo ($\tau = \frac{2m}{\lambda} = 2.15\mu s$), chega-se ao regime permanente e o tubo oscila de acordo com o campo elétrico 1GHz (Figura 3.8).

3.2 Nanotubo submetido aos campos elétrico e magnético.

O campo elétrico é mantido e adiciona um campo magnético paralelo ao nanotubo incidente

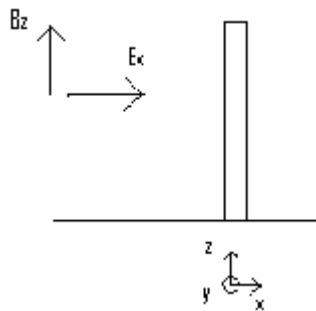


Figure 3.9. Nanotube sur le champ électrique et magnétique

Anteriormente, mostrou-se que o campo elétrico provocou um movimento paralelo a este campo, ou seja, sobre o eixo x. As cargas na extremidade do tubo vão assim adquirir uma velocidade neste eixo. Introduzem-se um campo magnético no eixo z, a interação deste campo com as cargas em movimento vai gerar uma força magnética sobre o eixo y. Assim, se esta força for suficientemente grande, a trajetória do nanotubo será elipsóide sobre o plano xy.

Dessa forma, com a introdução do campo magnético, deve-se atualizar a equação do movimento (Equação 3.9), acrescentando a força magnética dada por $\vec{F}_{mag} = Q_0 \vec{v} \wedge \vec{B}$. Além

disso, como queremos descrever a trajetória no plano xy, calcularemos também a equação do movimento segundo o eixo y.

Essas duas equações serão [8]: $m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx - Q_0 E_x \cos(\omega t) - Q_0 \frac{dy}{dt} B_z = 0$ (Eq.3.15)

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + ky - Q_0 \frac{dx}{dt} B_z = 0 \quad (\text{Eq.3.16})$$

Então, para conhecer esta trajetória em 2 dimensões, deve-se plotar a evolução da posição y como uma função da posição x. Prestando atenção para traçá-la em regime permanente. Vamos analisar três cenários, sempre considerando o nanotubo em repouso e na posição de equilíbrio:

3.2.1 Fluxo de campo magnético Bz nulo

Primeiro, para verificar a consistência do modelo, conserva-se a mesma situação anterior, ou seja, na ausência de campo magnético. Obviamente, como não há nenhum campo B, não haverá deslocamento em y, a trajetória irá oscilar ao longo de uma linha paralela ao x (Figura 3.10).

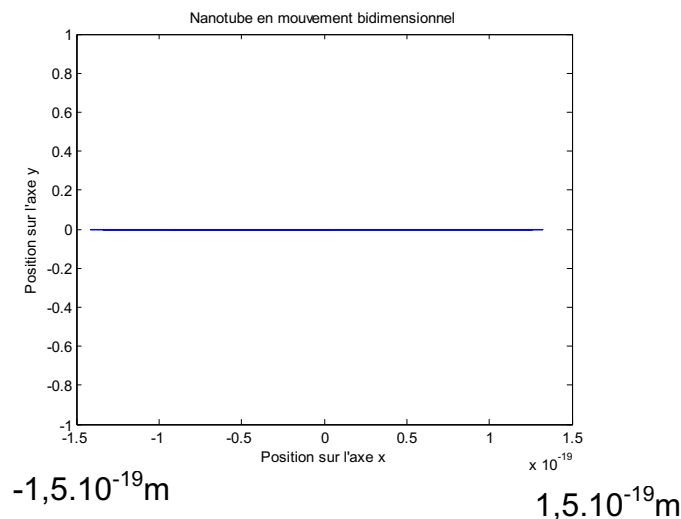


Figure 3.10 : Mouvement du tube dans les deux dimensions x et y avec un champ magnétique nul.

3.2.2 Bz constante e não nulo

Posteriormente, vamos adicionar uma fonte do campo magnético constante (BZ), que vai atacar o tubo segundo o eixo z, como mostrado na figura 3.9. Então vai aparecer uma força ao longo do eixo y, que se ela for significativa, poderá modificar a trajetória do tubo.

Primeiro, escolhemos uma amplitude de Bz comparável à do campo elétrico, ou seja, $B_z = 1T$. O resultado é que o movimento sob o eixo y foi insignificante.

Então começamos a aumentar a amplitude de BZ, até obter um deslocamento considerável em y. Finalmente, achamos que para um $B_z = 10^9 T$, a magnitude do deslocamento em X e Y estão na mesma ordem de grandeza. O movimento do tubo no plano xy assumira então um comportamento elipsóide, Figura 3.11.

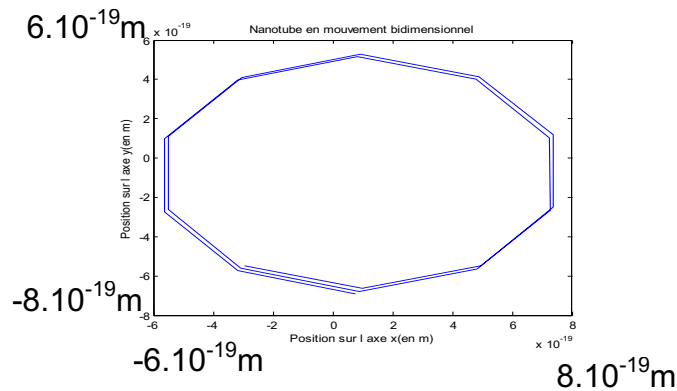


Figure 3.11. Evolution du mouvement du nanotube sur le plan xy, en régime établi.

3.2.3 Bz alternado

Finalmente, analisamos o caso em que o campo magnético incidente é alternado.

O método foi simular diversas magnitudes de Bz e ver a sua influência sobre a trajetória do tubo.

Observou-se que, mesmo com as amplitudes de densidade do fluxo magnético muito maior que o campo elétrico (fim de 10^{12} superior), o deslocamento sob y foi desprezível.

4. Movimento Coletivo dos nanotubes

O estudo anterior foi fortemente dedicado ao movimento de nanotubos isolados. No entanto, as aplicações práticas previstas tratam de pacotes de nanotubos, além de que o processo de fabricação de nanotubos isolados é bastante complicado. A análise do movimento coletivo dos nanotubos se torna muito importante, a fim de avaliar características essenciais, tais como a frequência de ressonância e os modos de vibração. O efeito de reunir vários nanotubos é que a sua interação irá gerar forças adicionais, que devem ser tidas em conta nas equações do movimento. Por exemplo, veremos que a frequência de ressonância de um único nanotubo é diferente da de um pacote formado por vários nanotubos desse mesmo tipo.

Por outro lado, a presença de vizinhos reduz o efeito das pontas, reduzindo assim as cargas induzidas nas extremidades. No entanto, para um estudo inicial, este fenômeno é negligenciado.

As forças devido à interação entre os nanotubos são:

a) Forças elétricas

Quando os nanotubos são polarizados com tensão V_0 , cargas de amplitude Q_0 irão concentrar-se nas suas extremidades, Figura 3.12. Em seguida, uma força de repulsão elétrica aparecerá, cuja magnitude é dada pela lei de Coulomb: $F = \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$, onde d é a distância

entre os tubos.

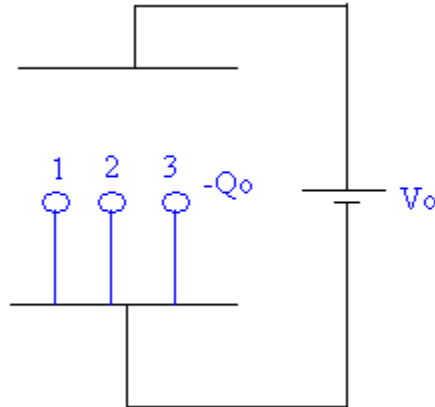


Figure 3.12 : Schéma de la polarisation d'un paquet de nanotubes par une tension continue

b) Forças Magnéticas

No entanto, se a tensão de polarização é oscilante, a carga o será também, isso irá provocar a circulação de uma corrente no nanotubo. Ao mesmo tempo, essa corrente irá gerar um campo magnético que chegará ao nanotubo vizinho e irá interagir com a sua corrente, produzindo uma força magnética dada pela lei de Lorentz: $\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B}$.

c) Forças de Van der Waals

Força de atração ou repulsão entre moléculas. Normalmente, é muito inferior às duas anteriores, mas devido à forte proximidade entre os nanotubos, pode tornar-se importante.

A seguir, serão tratados casos simples com pacotes de poucos nanotubos e em uma única dimensão. Vamos discutir em particular a mudança na frequência de ressonância, devido à presença de vizinhos. Em primeiro lugar, o pacote será submetido a uma tensão de polarização contínua. Em seguida, uma tensão CA será colocada e, assim, uma força magnética irá surgir.

4.1 Movimento coletivo submetido a uma tensão de polarização contínua

Vamos calcular as equações do movimento de um pacote unidimensional de nanotubos, submetido a uma tensão de polarização contínua. Figura 3.13.

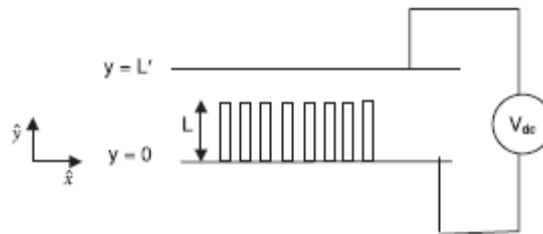


Figure 3.13 : Paquet de nanotubes sur une tension continue [6]

Segundo [6], a equação do movimento do nanotubo s , cujo deslocamento é dado por u_s , será:

$$m \frac{d^2 u_s}{dt^2} = \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(d - (u_s - u_{s-1}))^2} - \frac{1}{(d - (u_{s+1} - u_s))^2} \right] - K_s u_s \quad (\text{Eq.3.17})$$

Onde d é a distância entre os nanotubos e K_s é a constante elástica.

Considera-se o movimento oscilante no tempo, ou seja, da forma: $u_s(t) = u_s \exp(-j\omega t)$.

Então, considerando $d \gg (u_s - u_{s-1})$ e aplicando a transformada de Laplace à equação 3.15, obtém-se:

$$-\omega^2 m u_s = \left(\frac{Q_0^2}{2\pi\epsilon_0 d^3} \right) (u_{s-1} + u_{s+1} - 2u_s) - K_s u_s \quad (\text{Eq.3.18})$$

As vibrações coletivas pode ser expressas por uma dependência em relação a x , da forma $\exp(ikx)$. O deslocamento do nanotubo $s+p$ em relação ao tubo s será [6]:

$$u_{s+p} = u_s \exp(pikd) \quad (\text{Eq.3.19}) \text{ onde } p \text{ é um número inteiro.}$$

Substituindo a equação 3.17 em 3.16, temos a dispersão em frequência:

$$\omega^2 = F \sin^2(kd/2) + \omega_0^2 \quad (\text{Eq.3.20})$$

onde $F = \frac{Q_0^2}{2m\pi\epsilon_0 d^3}$ e ω_0 é a frequência de ressonância.

Esta equação é importante porque mostra o desvio na frequência de ressonância dos nanotubos, devido à presença de vizinhos. Além disso, como mostrado [7] e como pode ser observado no primeiro termo da equação 3.20, a carga e , portanto, a tensão aplicada irá alterar o valor de F e, assim, a magnitude da frequência de ressonância do pacote de nanotubos. Em conclusão, uma forma conveniente para variar a frequência de ressonância do feixe de nanotubos é variar a tensão aplicada ao eletrodo. Nós apresentamos na Figura 3.14, uma indicação da influência da distância entre os tubos e a mudança de frequência. Esta curva foi encontrada diretamente da equação 3.20.

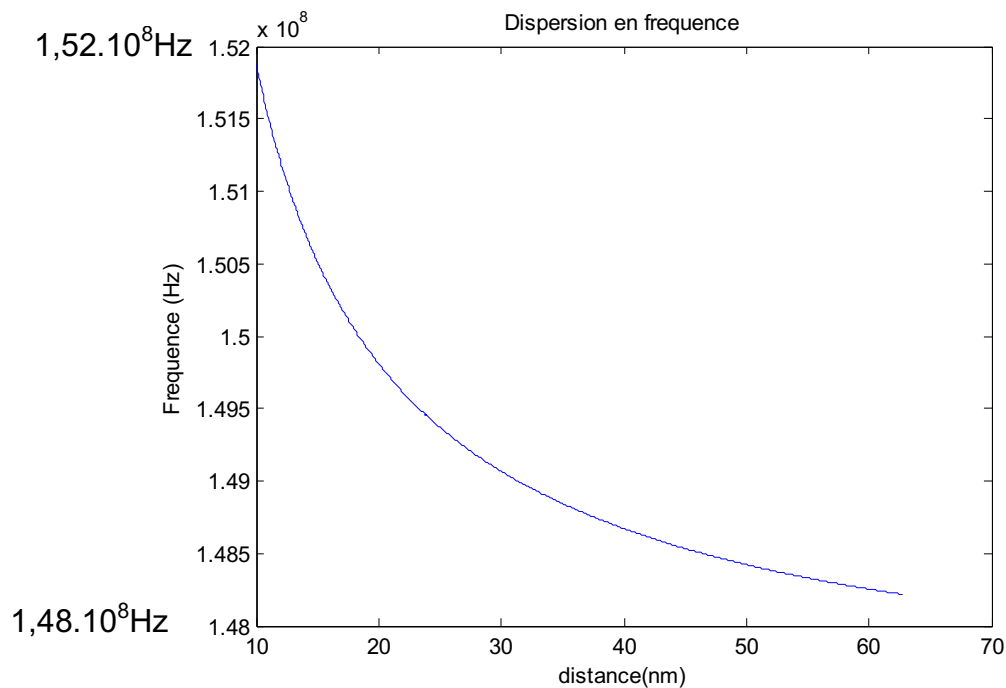


Figure 3.14 : Evolution de la fréquence de résonance en fonction de la distance entre les nanotubes, pour le mode $k=0,05$ rad/nm.

Observa-se que a frequência não é muito deslocada da frequência natural dos nanotubos. A 10nm de separação, a frequência é de 152MHz e 148MHz a 60Nm, por exemplo. Isso indica que o sistema se aproxima da frequência natural de um único nanotubo. Isto é compreensível, visto que a separações muito elevadas, a interação entre vizinhos é reduzida.

4.2 Análise do comportamento com uma tensão de polarização alternada

Posteriormente, queremos saber o que acontece quando a tensão de polarização é alternada, Figura 3.15..

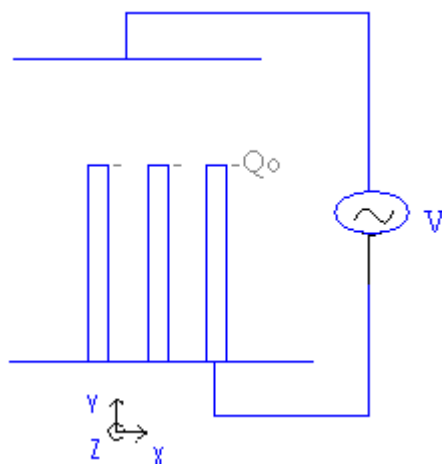


Figure 3.15. Schéma représentant un paquet de nanotubes sur une tension de polarisation variable.

Quando o eletrodo é alimentado por uma tensão variável, o campo elétrico de a polarização será, obviamente, também oscilante. Dessa forma, a carga do nanotubo irá oscilar com o campo e produzir uma corrente. Mas esta corrente, de acordo com a lei de Ampère, irá gerar um campo magnético, que irá atingir os nanotubos vizinhos. Assim, nosso objetivo é avaliar a intensidade deste campo e ver se seria importante o bastante para mudar o movimento do nanotubo.

Considere uma tensão senoidal aplicada, definida por $V = V_0 \cos \omega t$. Uma vez que a carga induzida na parte superior do tubo oscila com a tensão, podemos escrever $Q = -Q_0 \cos \omega t$. Onde Q_0 é a carga quando a tensão induzida é máxima, ou seja, $V = V_0$. Dessa forma, a corrente no tubo pode ser encontrada facilmente, já que é a derivada temporal da carga.

$$I = \frac{dQ}{dt} = \omega Q_0 \sin(\omega t)$$

Determinamos o campo magnético que atinge o vizinho. Para isso, vamos considerar o nanotubo como um fio de comprimento finito e aplicar a lei de Biot Savart (Figura 3.16).

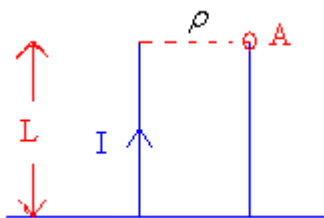


Figure 3.16. Schéma utilisé pour le calcul du champ magnétique qui atteint le nanotube voisin

Vamos escolher um ponto do nanotubo para calcular a intensidade do campo magnético produzido. Tomamos o ponto A, na extremidade do tubo, onde o momento da força magnética será maior.

Assim, de acordo com a lei de Biot Savart, verifica-se que no ponto A, o campo magnético a uma distância ρ , produzida por um fio finito de comprimento L e uma corrente I será [5]:

$$H = \frac{I}{4\pi\rho} \frac{L}{\sqrt{\rho^2 + L^2}} \quad (\text{Eq.3.21})$$

A fim de ter uma idéia do nível do campo, faremos uma aplicação numérica.

Primeiro, vamos tomar uma tensão de 1V de amplitude oscilando a uma frequência f, que induz uma carga negativa de amplitude 1,93 aC, secção 3.1.1. O nanotubo tem um comprimento L de 500nm e considerando a distância entre os nanotubos igual a 40nm.

Substituindo estes parâmetros na equação, obtém-se:

$$H = -2,4 \cdot 10^{-11} f \cdot \sin \omega t \Rightarrow B = \mu H \Rightarrow B = -3,02 \cdot 10^{-17} f \sin(\omega t)$$

Assim, a uma frequência de 1MHz, por exemplo, vamos ter uma densidade de fluxo magnético B de amplitude igual a **30,2 pT**.

Além disso, podemos avaliar a amplitude da força magnética criada no nanotubo vizinho.

Para isso, vamos aplicar a lei de Lorentz $\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B}$

Onde J é a densidade de corrente no nanotubo vizinho. Uma vez que ele é submetido ao campo de polarização, terá a mesma corrente do outro tubo. Considerando o seu raio igual a 15nm. Temos, portanto, uma densidade de corrente igual a $1,7 \cdot 10^{-3} f$.

Esta corrente está no eixo y, o campo está em z, assim a força será orientada ao longo do eixo x com uma amplitude igual a $F = JB \Rightarrow F = (17 \cdot 10^{-3} f) \cdot (3,02 \cdot 10^{-17} f) = 5,134 \cdot 10^{-19} f^2$

Assim, a uma frequência de 1MHz, a força será **5,134.10⁻⁷N**.

Para se ter uma idéia da importância desta força, vamos compará-la com a força elétrica entre os tubos, que podem ser estimados a partir de lei de Coulomb:

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0\rho^2} = \frac{(1,93 \cdot 10^{-18})^2}{4\pi 8,85 \cdot 10^{-12} (40 \cdot 10^{-9})^2} = 2,09 \cdot 10^{-11} N$$

Observa-se que neste caso que a força magnética é 10.000 vezes maior do que a elétrica e terá então um papel importante na descrição do movimento do nanotubo.

Por outro lado, anteriormente, havia-se demonstrado que a força magnética causada pela interação do campo magnético incidente com o movimento do tubo era desprezível.

Entretanto, podemos estimar que esta força tenha uma amplitude significativa ao interagir com a corrente no nanotubo.

Neste momento, é interessante atualizar a equação do movimento 3.15, acrescentando a contribuição da força magnética.

Seja a carga oscilante na extremidade do nanotubo, dada por $Q = Q_0 \exp(-j\omega t)$

Inicialmente, será introduzida a força magnética em função da carga e da geometria.

$$\text{A densidade de corrente será: } J = \frac{I}{A} = \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} = \frac{-j\omega Q_0 \exp(-j\omega t)}{A}$$

onde A é a área da seção transversal do nanotubo.

A densidade de fluxo resultante que atinge o nanotubo s , devido ao campo magnético criado pelos vizinhos $s-1$ e $s+1$, dada pela equação 3.15:

$$B = \mu \frac{I}{4\pi\rho_1} \frac{L}{\sqrt{\rho_1^2 + L^2}} - \mu \frac{I}{4\pi\rho_2} \frac{L}{\sqrt{\rho_2^2 + L^2}} = \frac{\mu L I}{4\pi} \left(\frac{1}{\rho_1 \sqrt{\rho_1^2 + L^2}} - \frac{1}{\rho_2 \sqrt{\rho_2^2 + L^2}} \right)$$

Onde ρ_1 é a distância entre as extremidades dos tubos s e $s-1$ e ρ_2 é a distância entre s e $s+1$.

Por conseguinte, pode-se escrever: $\rho_1 = d - (u_s - u_{s-1})$ e $\rho_2 = d - (u_{s+1} - u_s)$, com d a separação entre os tubos em equilíbrio.

Considerando $d \gg u_{s+1} - u_s$ e após algumas simplificações, temos que B vale:

$$B = \frac{-j\mu L \omega Q_0 \exp(-j\omega t)}{4\pi} \left(\frac{2u_s - u_{s+1} - u_{s-1}}{d^2} \right)$$

Como a força magnética é $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ temos:

$$F_{\text{mag}} = \frac{\mu L \omega^2 Q_0^2 \exp(-2j\omega t) (u_{s+1} + u_{s-1} - 2u_s)}{4\pi A d^2}$$

Vamos isolar a parte constante : $C = \frac{\mu L Q_0^2}{4\pi A d^2}$. A força magnética será:

$$F_{\text{mag}} = \omega^2 C \exp(-2j\omega t) (u_{s+1} + u_{s-1} - 2u_s)$$

Resta então adicionar a força com a equação 3.17:

$$m \frac{d^2 u_s}{dt^2} = \frac{Q_0^2}{2\pi \epsilon_0 d^3} \exp(-2j\omega t) [u_{s+1} + u_{s-1} - 2u_s] - K_s u_s + \omega^2 C \exp(-2j\omega t) (u_{s+1} + u_{s-1} - 2u_s)$$

Considera-se que u_s vai oscilar com o dobro da frequência da fonte de tensão, tal que $u_s = U_s \exp(-j2\omega t)$. Ao aplicar a transformada de Laplace tem-se portanto:

$$-\omega^2 m U_s = [U_{s+1} + U_{s-1} - 2U_s] \left(\frac{Q_0^2}{2\pi\epsilon_0 d^3} + \omega^2 C \right) - K_s U_s \quad (\text{Eq.3.22})$$

Tem-se que a vibração coletiva é regida por uma dependência em relação ao eixo x [6], de modo que: $u_{s+p} = u_s \exp(pjkd)$.

Podemos então utilizar esta relação na equação 3.22 para se livrar da dependência do deslocamento dos vizinhos (u_{s+1} e u_{s-1}), dado que

$$u_{s+1} + u_{s-1} - 2u_s = \exp(jkd) + \exp(-jkd) - 2 = -4\sin^2(kd/2)$$

Dessa forma, após algumas substituições e simplificações, obtém-se a equação da dispersão em frequência:

$$\omega^2 = \frac{mF \sin^2(kd/2) + K_s}{m - C \sin^2(kd/2)} \quad (\text{Eq.3.23})$$

Comparação da dispersão em frequência com polarização alternativa e contínua.

Para se ter uma idéia da diferença entre as dispersões a tensão contínua e oscilante, traçou-se o quadrado da frequência em função do ângulo $kd/2$, dependendo do ângulo $kd/2$, em ambos os casos, segundo as equações de 3,20 e 3,23.

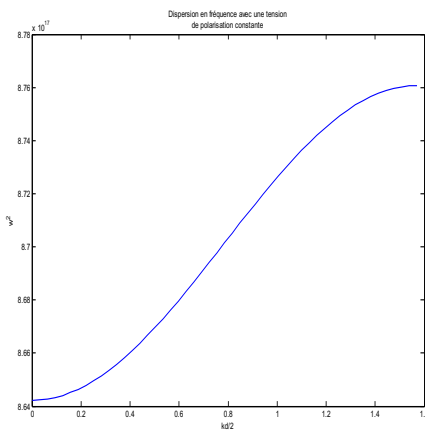


Figure 3.17. Dispersão em frequência dans un tapis unidimensionnel soumis à tension de polarisation constante, avec $d=40\text{nm}$ et en variant k , de façon à avoir un $kd/2$ entre 0 et $\pi/2$.

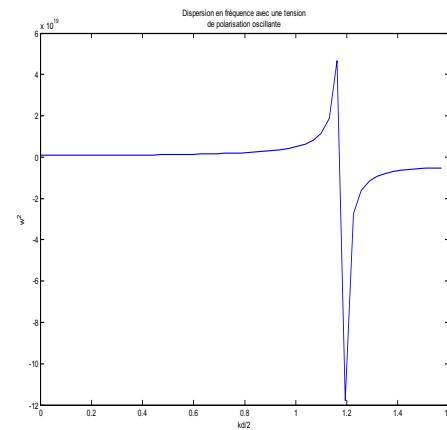


Figure 3.18. Dispersão em frequência dans un tapis unidimensionnel soumis à une tension de polarisation oscilante, avec $d=40\text{nm}$, en variant k , de façon à avoir $kd/2$ entre 0 et $\pi/2$.

Na Figura 3.17, observamos a faixa de variação da frequência de ressonância do pacote, em função do modo de vibração, fixando a separação entre os tubos igual a 40nm. Por exemplo, $k = 0$ significa que todos os tubos oscilam juntos e em fase na sua frequência natural, neste caso, a frequência de ressonância não é deslocada. Enquanto que a dispersão será maximizada quando $kd/2 = \pi/2$ e a frequência será $F + \omega_0^2$.

Como aplicação numérica, tomamos os valores dos parâmetros apresentados na Seção 1. Acharmos que um F que vale $1,185 \cdot 10^{16} \text{ Hz}^2$. A frequência vai variar então entre 147,96 MHz e 149,06 MHz. Assim, neste exemplo, o efeito coletivo não mudou muito a frequência de ressonância, em comparação com a frequência natural do nanotubo. No entanto, poderíamos aumentar a tensão de forma a aumentar F e, assim, aumentar a frequência de ressonância.

Em seguida, traçou-se a dispersão produzida por uma polarização oscilante (Figura 3.18). Há dois aspectos importantes a observar, a faixa de variação das frequências aumentou significativamente e haverá um valor de $kd/2$, que anula o denominador ($kd/2 = 1.184 \text{ rad}$) Equação 3,21 e assim, a dispersão tende ao infinito, neste ponto. Se continuarmos a aumentar o $kd/2$, a frequência torna-se um número imaginário, que parece representar um modo evanescente, dessa forma não haveria nenhuma propagação de vibração. Para o resto do projeto, vamos tentar compreender melhor o significado físico deste fenômeno.

Em conclusão, podemos imaginar que, para aplicações que requerem alta flexibilidade com relação às frequências de ressonância, aplicando uma tensão de polarização oscilante pode ser uma boa alternativa.

5. Conclusões e perspectivas

Este estudo permitiu-nos melhor compreender e visualizar o movimento de um nanotubo isolado. Primeiramente, analisamos o caso mais simples, na ausência de forças externas. O movimento resultante do deslocamento inicial é oscilatório, com amplitudes que diminuem exponencialmente devido ao efeito dissipativo do atrito. Então, nós adicionamos um campo elétrico incidente, constatou-se que depois de algumas constantes de tempo, o tubo oscila com o campo aplicado. Finalmente, introduzimos um campo magnético e mostramos a influência deste campo sobre a trajetória do tubo em duas dimensões. Descobrimos que para se ter uma força magnética forte o suficiente para produzir uma mudança significativa no movimento, seria necessário um campo magnético 10^9 vezes maior do que o campo elétrico.

Na última parte, abordou-se o problema da interação entre nanotubos vizinhos. Nós adicionamos às equações as forças geradas por esta interação. Primeiro, considerou-se uma tensão de polarização constante, observou-se que as cargas nas extremidades dos tubos vão induzir forças elétricas entre os vizinhos. Em seguida, a tensão de polarização foi colocada como oscilante, e observou-se que o efeito de ter cargas em movimento gerava uma força magnética entre os tubos. No final, nós avaliamos a dispersão de frequência em ambos os casos, e verificou-se que a frequência de ressonância do pacote é diferente da de um único nanotubo, mais essa frequência pode ser ajustada de acordo com a tensão aplicada.

É importante notar que esta análise da interação entre nanotubos e o campo magnético tem sido muito pouca abordada nas publicações. Por um lado, por considerar que os efeitos são insignificantes, por outro pela complexidade teórica. Na verdade, a força magnética gerada pela interação entre o movimento do nanotubo e do campo magnético é muito baixa. Entretanto, para polarizações oscilantes, a força magnética entre os vizinhos é significativa e irá desempenhar um papel importante no movimento coletivo. Adam et al [8] é um dos únicos a lidar com a influência da força magnética, ele prevê um movimento elíptico se o nanotubo for atacado por um campo magnético, no entanto, demonstramos, que isso só vai acontecer quando o campo magnético for 1 trilhão vezes superior ao campo elétrico.

Para o futuro deste projeto, é interessante continuar estudando os efeitos coletivos. Será necessário adicionar a este estudo de dispersão, uma análise da resposta em frequência, diante da aplicação de campos alternativos ao pacote de nanotubos. Posteriormente, é importante extrapolar estes estudos para pacotes bidimensionais para finalmente chegar a aplicações de filtragem RF, entre outros.

6. Referências

- [1] D. Dragoman and M. Dragoman, “*Electromagnetic wave propagation in dense carbon nanotube arrays*”. J. Appl.Phys. 99, 076106 (2006).
- [2] J.Plusquellec. *Vibrations*. Techniques de l’Ingénieur..
- [3] Poncharal et al.; “*Electrostatic Deflections and Electromechanical Resonances of Carbon Nanotubes* “. Science; Mar. 1999, vol. 283, pp.1513-1516.
- [4] C.H.Ke et H.D. Espinosa, “*Numerical Analysis of Nanotube-Based NEMS Devices- Part I: Electrostatic Charge Distribution on Multiwalled Nanotubes*”. Journal of Applied Mechanics, Vol. 72, Sept. 2005.
- [5] Hayt,W., and Buck, J. 2001, *Engineering Electromagnetics*, 6th ed. Mc Graw-Hill, New York.
- [6] A. Amad and V.K Tripathi, “*Collective modes of carbon nanotubes array and Brillouin scattering of a laser*”. Nanotechnology 18 (2007).
- [7] Davis et al. “*High-Q Mechanical Resonator Arrays Based on Carbon Nanotubes*”, IEEE-NANO 2003
- [8] Adam et al. “*Radio Frequency Device and method using carbon nanotube array*”, United States Patent.