



**Universidade Federal de Campina Grande**

**Centro de Engenharia Elétrica e Informática**

Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

JALBERTH FERNANDES DE ARAÚJO

**ANÁLISE COMPARATIVA DE TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE  
HARMÔNICOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA**

Campina Grande, Paraíba  
Abril de 2012

JALBERTH FERNANDES DE ARAÚJO

ANÁLISE COMPARATIVA DE TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE  
HARMÔNICOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

*Trabalho de Conclusão de Curso submetido à  
Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal de Campina Grande  
como parte dos requisitos necessários para a  
obtenção do grau de Bacharel em Ciências no  
Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Processamento de Energia

Orientador:

Professor Tarso Vilela Ferreira, D. Sc.

Campina Grande, Paraíba  
Abril de 2012

JALBERTH FERNANDES DE ARAÚJO

# ANÁLISE COMPARATIVA DE TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE HARMÔNICOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

*Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Unidade  
Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade  
Federal de Campina Grande como parte dos requisitos  
necessários para a obtenção do grau de Bacharel em  
Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Processamento de Energia

Aprovado em        /        /

**Professor Avaliador**  
Universidade Federal de Campina Grande  
Avaliador

**Professor Tarso Vilela Ferreira, D. Sc.**  
Universidade Federal de Campina Grande  
Orientador, UFCG

## Agradecimentos

Agradeço ao professor Tarso Vilela Ferreira pela orientação no desenvolvimento do trabalho e das atividades desenvolvidas no Laboratório de Alta Tensão, as quais foram de grande valia para a minha formação acadêmica e profissional, tendo a certeza da escolha certa da área de atuação. Agradeço também por se colocar sempre a disposição para sanar dúvidas existentes, pelo incentivo e confiança em mim depositados.

Agradeço ao professor George Lira pelo apoio concedido na execução deste trabalho.

Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica por contribuírem para minha formação acadêmica, e por desempenharem um papel de extrema importância para a sociedade.

Agradeço aos amigos que fiz durante o curso e aos membros de todo o Laboratório de Alta Tensão, os quais, certamente, contribuíram para minha formação.

Agradeço a minha família pela educação e apoio durante todos estes anos de convivência.

Agradeço a minha noiva, Mônica, pelo apoio, confiança e paciência transmitidos durante toda minha formação.

## Resumo

A determinação das componentes harmônicas presentes em um sinal é de fundamental importância para os estudos feitos em qualidade de energia em sistemas elétricos. Várias técnicas são usadas para extração do conteúdo harmônico dos sinais. Este trabalho apresentará uma análise comparativa entre algumas técnicas que são empregadas para estimação das componentes harmônicas. Resultados baseados tanto em simulação quanto em montagens experimentais são apresentados, a fim de avaliar o desempenho das técnicas propostas.

**Palavras-chave:** Algoritmo de Goertzel, algoritmo de Levenberg-Marquardt, estimação de componentes harmônicas, mínimos quadrados, transformada de Fourier.

## Abstract

The determination of harmonic components present in a signal is of fundamental importance for studies in power quality in power systems. Several techniques are used to extract the harmonic content in signals. This paper presents a comparative analysis between some few techniques that are used for estimation of harmonic components. Results based on both simulation and experimental setups are presented in order to evaluate the performance of the proposed techniques.

**Keywords:** Estimation of harmonic components, Fourier transform, Goertzel's algorithm, least squares, Levenberg-Marquardt's algorithm.

## Lista de Ilustrações

Figura 1. Senóide pura (cor preta) e senóide distorcida com terceiro harmônico (cor vermelha).....	2
Figura 2. Senóide pura (cor preta) e senóide distorcida com terceiro, quinto e sétimo harmônico (cor vermelha) .....	3
Figura 3. Sinais em estudo para extração do respectivo conteúdo harmônico.....	13
Figura 4. Amplitude das componentes harmônicas do SS. ....	16
Figura 5. Fases das componentes harmônicas do SS. ....	16
Figura 6. Reconstrução do SS após a aplicação de todas as técnicas.....	17
Figura 7. Amplitudes das componentes harmônicas do SSR. ....	18
Figura 8. Fases das componentes harmônicas para SSR. ....	18
Figura 9. Reconstrução do SSR após a aplicação de todas as técnicas. ....	19
Figura 10. Amplitude das componentes harmônicas da CT. ....	20
Figura 11. Fases das componentes harmônicas da CT.....	20
Figura 12. Reconstrução da CT após a aplicação de todas as técnicas.....	21
Figura 13. Amplitudes das componentes harmônicas da CP.....	22
Figura 14. Fases das componentes harmônicas da CP. ....	22
Figura 15. Reconstrução da CP após a aplicação de todas as técnicas.....	23
Figura 16. Amplitudes das componentes harmônicas da CI.....	24
Figura 17. Fases das componentes harmônicas da CI.....	24
Figura 18. Reconstrução da CI após a aplicação de todas as técnicas.....	25

## Lista de Tabelas

Tabela 1. Valores de Amplitude, Fase e respectivo Erro de Amplitude para o caso SS. ....	15
Tabela 2. Valores de Amplitude e Fase para o caso SSR.....	17
Tabela 3. Valores de Amplitude e Fase para o caso CT.....	19
Tabela 4. Valores de Amplitude e Fase para o caso CP.....	21
Tabela 5. Valores de Amplitude e Fase para o caso CI.....	23
Tabela 6. Tempos Médios de Desempenho e Coeficientes de Determinação das técnicas avaliadas. ....	25



# Sumário

Agradecimentos.....	iv
Resumo.....	v
Abstract.....	vi
Lista de Ilustrações.....	vii
Lista de Tabelas.....	viii
Sumário.....	ix
1 Introdução.....	1
2 Embasamento Teórico.....	2
2.1 Harmônicas.....	2
2.2 Transformada Rápida de Fourier.....	4
2.3 Mínimos Quadrados.....	5
2.4 Mínimos Quadrados Recursivo.....	6
2.5 Algoritmo de Goertzel.....	9
2.6 Algoritmo de Levenberg-Marquardt.....	10
2.7 Tempo Médio de Desempenho e Coeficiente de Determinação.....	12
3 Metodologia.....	13
3.1 Sinais sintéticos e sinais experimentais.....	13
4 Análise e Discussão dos Resultados.....	15
4.1 Sinal Sintético.....	15
4.2 Sinal Sintético com Ruído.....	17
4.3 Corrente a Vazio em um Transformador.....	19
4.4 Corrente de Fuga em um Para-Raios.....	21
4.5 Corrente de Fuga em um Isolador Polimérico.....	23
4.6 Comparações Numéricas entre as Técnicas.....	25
5 Conclusões.....	27
Referências Bibliográficas.....	29

# 1 Introdução

As harmônicas são componentes de um sinal cujas frequências são múltiplos inteiros da fundamental. Elas ocasionam distorções nas formas de onda dos sinais, redução da vida útil dos equipamentos e erros de medição. Além disso, podem causar ressonância, o que resulta em possíveis sobretensões em sistemas de potência, desarme de cargas sensíveis, perdas em transformadores e motores, erros de medição, redução da eficiência energética, entre outros. Em geral, são produzidas por cargas não lineares (DUGAN, 2002; KUSKO, 2007)

Normas e regulamentações são propostas para limitar as distorções nas formas de onda dos sinais, a fim de melhorar a qualidade da energia (DUFFEY, 1981).

Conseqüentemente, para tomar medidas corretivas e fazer com haja qualidade na energia que é transmitida e distribuída, faz-se necessário identificar as componentes harmônicas presentes nos sinais de tensão ou corrente.

Varias metodologias são propostas com o intuito de se estimar as componentes harmônicas de um sinal, como, por exemplo, Transformada Rápida de Fourier (do inglês *Fast Fourier Transform*, FFT), filtros adaptativos, redes neurais artificiais, entre outros (OSOWSKI, 1994). A mais comumente utilizada é a FFT (FRIGO, 1998; OPPENHEIM, 1998; PROAKIS, 1996).

Neste trabalho será feita uma análise comparativa entre cinco técnicas capazes de realizar a estimação das componentes harmônicas presentes em um sinal. As técnicas que serão avaliadas são: FFT (FRIGO, 1998), mínimos quadrados (MQ) (ASTROM, 1990), mínimos quadrados recursivo (MQR) (ASTROM, 1990), algoritmo de Goertzel (AG) (OPPENHEIM, 1998; PROAKIS, 1996) e o algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) (MARQUARDT, 1963; MORE, 1977).

Inicialmente será apresentada a fundamentação teórica sobre harmônicas e sobre as cinco técnicas que serão analisadas. Em seguida, uma breve explicação, será feita, sobre os sinais que serão avaliados para estimação de suas respectivas componentes. Por fim, será apresentada a análise e discussão dos resultados obtidos, assim como recomendações gerais para o emprego das técnicas estudadas.

## 2 Embasamento Teórico

Nesta seção será abordada a teoria geral referente às harmônicas, e a cada uma das técnicas que serão utilizadas para estimação das componentes presentes nos sinais. Serão também apresentadas mais detalhadamente as ferramentas utilizadas para análise matemática dos resultados.

### 2.1 Harmônicas

O crescimento do volume de cargas não lineares tem causado a intensificação de correntes e tensões harmônicas nos sistemas elétricos. Tanto concessionária quanto consumidor são responsáveis por introduzir harmônicas na rede, o que deteriora e polui a qualidade de energia que é distribuída. As Figuras 1 e 2 ilustram a ocorrência de frequências harmônicas em um sinal senoidal. O sinal em preto representa uma senóide pura (SP) e o sinal em vermelho representa uma senóide distorcida (SD) com frequências harmônicas de terceira ordem para o caso da Figura 1 e de terceira, quinta e sétima ordem para o caso da Figura 2.

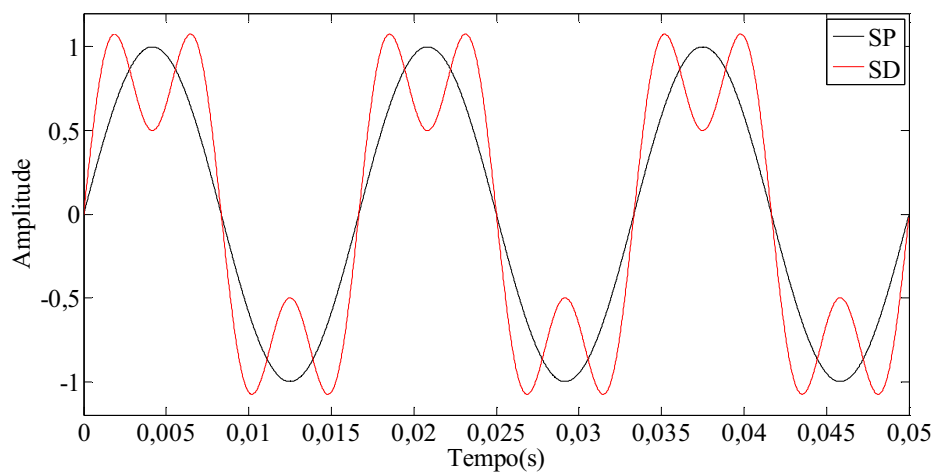


Figura 1. Senóide pura (cor preta) e senóide distorcida com terceiro harmônico (cor vermelha).

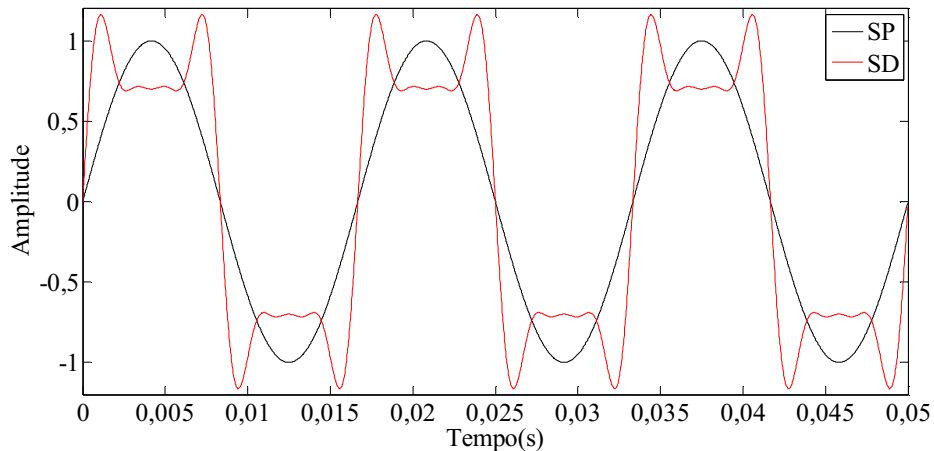


Figura 2. Senóide pura (cor preta) e senóide distorcida com terceiro, quinto e sétimo harmônico (cor vermelha).

As harmônicas podem causar efeitos indesejáveis não só ao sistema elétrico, mas também aos dispositivos e equipamentos contidos nele. Alguns dos problemas que as harmônicas podem causar estão citados abaixo (DUGAN, 2002):

- Aumento de perdas, nos núcleos magnéticos de transformadores, geradores, motores, reatores, causadas por correntes parasitas induzidas no ferro (correntes de Foucault). Essas perdas são proporcionais a frequência;
- Aumento de perdas nos cabos de energia, causadas pelo efeito pelicular, o qual consiste na distribuição não uniforme de corrente alternada na seção reta do condutor, ocasionando maior densidade de corrente na parte mais externa da seção e reduzindo sua área útil;
- Aumento das reatâncias de dispersão nos enrolamentos;
- Redução do fator de potência;
- Possibilidade de ressonância em instalações com bancos de capacitores;
- Interferências em circuito de comunicações;
- Erro de medição de equipamentos.

Para mitigar o efeito das harmônicas são utilizados filtros passivos e ativos. Os primeiros são obtidos através da associação de capacitores, indutores e resistores de potência, sendo a opção mais utilizada nas indústrias. Os filtros ativos são baseados em conversores estáticos para injeção de corrente nos barramentos a serem compensados.

Assim, se torna muito importante saber quais harmônicas estão reduzindo a qualidade de energia, e deteriorando a vida útil dos equipamentos. Para tanto, podem-se utilizar técnicas de estimação das componentes harmônicas presentes em um sinal.

Nas seções a seguir serão detalhadas as técnicas de extração do conteúdo harmônico que serão avaliadas neste trabalho.

## 2.2 Transformada Rápida de Fourier

Existem muitos algoritmos eficientes para computar a Transformada Discreta de Fourier (do inglês *Discrete Fourier Transform*, DFT), estes algoritmos são chamados genericamente de FFT (FRIGO, 1998; OPPENHEIM, 1998; PROAKIS, 1996).

Para um algoritmo realizar a DFT de um sinal de  $N$  amostras, é necessário um esforço computacional proporcional a  $N^2$ . A FFT reduz este esforço para um número proporcional a  $N \cdot \log_2 N$ . Então, para um sinal que possua 2500 amostras, a DFT realizaria aproximadamente 6.250.000, enquanto que para a FFT seriam necessárias apenas cerca de 28.219 operações. Assim, a FFT seria aproximadamente 200 vezes mais rápida.

Apesar de ser rápida, a FFT possui algumas restrições de aplicabilidade, as quais devem ser levadas em consideração para que sejam obtidos resultados satisfatórios. As restrições são as seguintes (COSTA, 2007; GIRGIS, 1980):

- A frequência de amostragem do sinal deve ser igual ao número de amostras multiplicado pela frequência fundamental do sinal em estudo;
- A frequência de amostragem deve ser maior que duas vezes a maior frequência presente no sinal analisado;
- Cada frequência do sinal é múltiplo inteiro da fundamental;
- A FFT deve ser aplicada a um número inteiro de ciclos da fundamental para retornar resultados precisos.

Para as análises que serão realizadas neste trabalho utilizar-se-á a série de Fourier compacta, a qual está mostrada na Equação (1).

$$\sum_{-\infty}^{\infty} A_n \cos(n\omega t + \theta_n), \quad (1)$$

em que,  $A_n$  e  $\theta_n$  representam, respectivamente, a amplitude e a fase da harmônica  $n$ .

Além disso, para o cálculo da FFT foi utilizado o algoritmo implementado no Matlab® (FRIGO, 1998).

## 2.3 Mínimos Quadrados

O princípio dos mínimos quadrados (MQ) diz respeito a se determinar os parâmetros desconhecidos de um modelo, de forma que a soma dos quadrados das diferenças entre os valores verdadeiros e os que são estimados seja mínima (ASTROM, 1990; MURUGAVEL, 2002).

Para que seja obtida uma solução analítica, os valores reais devem ser uma função linear dos parâmetros desconhecidos. Desta forma, considere-se a Equação (2), a qual está mostrada abaixo:

$$\hat{y} = \theta_1 \varphi_1(x) + \theta_2 \varphi_2(x) + \dots + \theta_n \varphi_n(x), \quad (2)$$

em que  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  são funções conhecidas,  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  são os parâmetros desconhecidos e  $\hat{y}$  a função de aproximação. Os pares de observações  $\{(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, N\}$  são obtidos através de um experimento. O maior problema para se determinar os parâmetros desconhecidos, é que os valores de  $y$  e  $\hat{y}$  devem ser o mais próximo possível. Assim, assumindo que todas as medições possuem a mesma precisão, o princípio dos mínimos quadrados afirma que os parâmetros devem ser estimados de forma que a função erro, mostrada na Equação (3) seja mínima. Então,

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2, \quad (3)$$

em que,  $\epsilon_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \theta_1 \varphi_1(x) + \theta_2 \varphi_2(x) + \dots + \theta_n \varphi_n(x)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Para simplificar os cálculos, as Equações (4), (5), (6), (7) são definidas:

$$\varphi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \dots \quad \varphi_n]^T, \quad (4)$$

$$\theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n]^T, \quad (5)$$

$$y = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n]^T, \quad (6)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi^T(x_1) \\ \vdots \\ \phi^T(x_2) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Com estas definições, tem-se a Equação (8), mostrada abaixo:

$$\hat{y} = \phi \cdot \theta, \quad (8)$$

de forma que a função erro, mostrada na Equação (3), seja mínima. Assim, isto acontece para os parâmetros  $\theta$  quando aplica a Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, mostrada abaixo:

$$\phi^T \cdot \phi \cdot \theta = \phi^T \cdot y. \quad (9)$$

Desta forma, para determinar os parâmetros  $\theta$ , tem-se a Equação (10), a qual está mostrada a seguir:

$$\theta = (\phi^T \cdot \phi)^{-1} \cdot \phi^T \cdot y, \quad (10)$$

em que a Equação (10) modela o estimador mínimos quadrados(MQ).

Portanto, a vantagem do método dos mínimos quadrados diz respeito, na maioria dos casos, a encontrar a solução, que proporciona erro mínimo, de sistemas que são indeterminados.

## 2.4 Mínimos Quadrados Recursivo

O método dos mínimos quadrados recursivo é uma otimização do método dos mínimos quadrados, de forma que se ponderam os dados para se que seja obtida uma melhor estimativa. Então, para cada valor de entrada, estima-se o parâmetro desejado, recursivamente, de modo a minimizar a função erro. Este algoritmo é mais utilizado para identificação de sistemas e estimação de parâmetros de modelos (ASTROM, 1990).

Portanto, supondo-se que no instante  $(t + 1)$  obtém-se uma nova medida do sistema, as Equações **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e **Erro! Fonte de referência não encontrada.** podem ser re-escritas como mostrado nas Equações (11) e (12):

$$\phi(t+1) = \begin{bmatrix} \phi(t) \\ \phi(t+1) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$y(t+1) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y_{t+1} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Desta forma, a estimativa para o instante de tempo  $(t + 1)$  é dada pela Equação (13), a qual está mostrada abaixo:

$$\theta(t+1) = [\phi^T(t+1)\phi(t+1)]^{-1} \phi^T(t+1)y(t+1), \quad (13)$$

em que,  $\phi^T(t+1)\phi(t+1)$  é dado pela Equação (14):

$$\phi^T(t+1)\phi(t+1) = \phi^T(t)\phi(t) + \varphi(t+1)\varphi^T(t+1). \quad (14)$$

Assim, sendo conhecido  $\varphi(t+1)$ , pode-se atualizar a matriz  $\phi^T(t)\phi(t)$  para se obter  $\phi^T(t+1)\phi(t+1)$ .

Além disso, deve-se atualizar o termo  $\phi^T(t+1)y(t+1)$ . Isto é mostrado, na Equação (15), abaixo:

$$\phi^T(t+1)y(t+1) = \phi^T(t)y(t) + \varphi(t+1)y_{t+1}. \quad (15)$$

Agora, fazendo as definições mostradas nas Equações (16) e (17),

$$P(t) = [\phi^T(t+1)\phi(t+1)]^{-1}, \quad (16)$$

$$R(t) = \phi(t)y(t), \quad (17)$$

e substituindo as duas Equações anteriores na Equação (13), obtém-se a Equação (18), a qual está mostrada abaixo:

$$\theta(t+1) = P(t+1)R(t+1). \quad (18)$$

Além disso, substituindo as Equações (16) e (17) nas Equações (13) e (14), tem-se as Equações (19) e (20), mostradas abaixo:

$$P^{-1}(t+1) = P^{-1}(t) + \varphi(t+1)\varphi^T(t+1), \quad (19)$$

$$R(t+1) = R(t) + \varphi(t+1)y_{t+1}. \quad (20)$$

Aplicando propriedades de matrizes na Equação (19), tem-se a Equação (21), a qual está mostrada abaixo:

$$P(t+1) = P(t) - \frac{P(t)\varphi(t+1)\varphi^T(t+1)P(t)}{1 + \varphi^T(t+1)P(t)\varphi(t+1)}. \quad (21)$$

Sabendo-se que a equação para o erro, no instante em questão, é dada pela Equação (22) e substituindo-se esta na Equação (20), tem-se a Equação (23), as quais estão a seguir:

$$e(t+1) = y_{t+1} - \varphi^T(t+1)\theta(t), \quad (22)$$



$$R(t+1) = R(t) + \varphi(t+1)e(t+1) + \varphi(t+1)\varphi^T(t+1)\theta(t). \quad (23)$$

Assim, substituindo a Equação (22) na Equação (13) e sabendo que  $\theta(t) = P(t)R(t)$ , resulta-se na Equação (24), mostrada abaixo:

$$\theta(t+1) = \theta(t) + P(t+1)\varphi(t+1)e(t+1). \quad (24)$$

O termo  $P(t+1)\varphi(t+1)$  é um vetor coluna e é denominado ganho do estimador, podendo ser representado pela Equação (25), mostrada abaixo:

$$K(t+1) = P(t+1)\varphi(t+1) = \frac{P(t)\varphi(t+1)}{1 + \varphi^T(t+1)P(t)\varphi(t+1)}. \quad (25)$$

Então, para determinar o vetor de parâmetros  $\theta$ , tem-se a Equação (26), mostrada abaixo:

$$\theta(t+1) = \theta(t) + K(t+1)e(t+1). \quad (26)$$

Portanto, combinando-se as Equações (21),(22),(23),(24) e (25) e fazendo-se  $k = t$ , tem-se a forma recursiva  $\theta(k)$ , a qual é dada pela Equação (27), a qual está mostrada abaixo:

$$\theta(k+1) = \theta(k) + K(k) \cdot [y_{k+1} - \varphi^T(k+1) \cdot \theta(k)]. \quad (27)$$

Além disso, têm-se as Equações (28) e (29), mostradas abaixo:

$$K(k) = P(k) \cdot \varphi(k+1) \cdot [1 + \varphi^T(k+1) \cdot P(k) \cdot \varphi(k+1)]^{-1}, \quad (28)$$

$$P(k+1) = [I - K(k) \cdot \varphi^T(k+1)] \cdot P(k), \quad (29)$$

em que a matriz  $P$  é chamada de matriz de covariância dos valores estimados. Além disso, as Equações (27), (28) e (29) formam o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (MQR).

Como o sistema varia com o tempo, faz-se necessário fornecer ao algoritmo uma capacidade de ponderação diferenciada para as observações, dando-se uma maior importância às últimas medições, já que estas possuem uma informação mais atualizada. Para tanto, o MQR pode ser modificado de forma que a função erro, agora dada pela Equação (30), seja minimizada (ASTROM, 1990; MURUGAVEL, 2002). A Equação (30) está mostrada abaixo:

$$J(\theta) = \lambda^{N-k} \sum_{k=1}^N (y(k) - \varphi^T(k) \cdot \theta)^2, \quad (30)$$

em que,  $\lambda$  é denominado “fator de esquecimento”. Na prática, usa-se  $0,9 \leq \lambda \leq 1$ . Deste modo, as medições antigas são exponencialmente “esquecidas”, e uma maior ênfase é

atribuída às medições mais recentes. O MQR com o “fator de esquecimento” apresenta a seguinte forma recursiva mostrada nas Equações (31),(32) e (33):

$$\theta(k+1) = \theta(k) + K(k) \cdot [y_{k+1} - \varphi^T(k+1) \cdot \theta(k)], \quad (31)$$

$$K(k) = P(k) \cdot \varphi(k+1) \cdot [\lambda + \varphi^T(k+1) \cdot P(k) \cdot \varphi(k+1)]^{-1}, \quad (32)$$

$$P(k+1) = \frac{[I - K(k) \cdot \varphi^T(k+1)] \cdot P(k)}{\lambda}. \quad (33)$$

Portanto, o MQR proporciona monitoramento da estimação, podendo atingir o valor esperado antes do critério de parada, o que faz com que o algoritmo possa ter o esforço computacional reduzido. Além disso, a ponderação dos dados proporciona uma contribuição na rapidez e precisão do algoritmo.

## 2.5 Algoritmo de Goertzel

Este algoritmo é bastante utilizado quando se deseja estimar a amplitude e fase de algumas componentes harmônicas (pequeno número de frequências) de um sinal.

Diante disto, para um número  $M$  de frequências, o AG pode ser mais eficiente que a FFT quando  $M < \log_2 N$  (OPPENHEIM, 1998). Logo, esta técnica é mais aplicável em sistemas com recursos escassos. Entretanto, o seu bom comportamento degenera-se quando a quantidade de frequências a serem avaliadas ou extraídas aumenta (PROAKIS, 1996).

O AG pode ser implementado segundo as Equações (34) e (35), as quais estão mostradas abaixo:

$$v_k(n) = 2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) \cdot v_k(n-1) - v_k(n-2) + x(n), \quad (34)$$

$$X(k) = v_k(n) - e^{-\frac{2\pi k}{N}} \cdot v_k(n-1). \quad (35)$$

em que  $v_k$  representa o vetor de atualização de  $X$ , este representa a amplitude e fase correspondente a harmônica  $k$ ,  $x$  corresponde aos dados do sinal em estudo, e  $n$  é o número de pontos que representam o sinal.

As restrições impostas para aplicação da FFT também são válidas para o AG.

## 2.6 Algoritmo de Levenberg-Marquardt

O algoritmo de LM baseia-se na identificação paramétrica de um modelo matemático de um sinal em estudo. A técnica consiste em estimar os parâmetros de forma a minimizar o erro entre o sinal fornecido pelo modelo e o sinal medido. Além disso, fornece uma solução numérica para o problema de minimizar uma função, a qual é geralmente não linear.

A maioria dos algoritmos, para a estimação pelo método dos mínimos quadrados de parâmetros não lineares, é feita através de duas aproximações, a de Taylor (método de Gauss-Newton) e o método do Gradiente Descendente. Assim, o LM é um algoritmo de otimização desses dois métodos, de forma que ocorra convergência do método mesmo com uma estimativa inicial distante do valor verdadeiro do parâmetro que se deseja encontrar (MARQUARDT, 1963; MORE, 1977).

Então, a principal aplicação do algoritmo de LM está em resolver problemas por mínimos quadrados não lineares, de forma que o modelo utilizado se aproxime, no ajuste, aos dados medidos, a fim de que a função erro, dada pela Equação (37), seja minimizada.

Logo, considera-se a Equação (36), mostrada abaixo:

$$E(y) = f(x_1, x_2, \dots, x_m; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k), \quad (36)$$

em que  $x_1, x_2, \dots, x_m$  e  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  são as variáveis independentes e os  $k$  parâmetros que se deseja estimar, respectivamente.  $E(y)$  é o valor esperado da variável dependente  $y$ .

Portanto, deseja-se que a Equação (37) seja mínima, a qual está mostrada abaixo:

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \beta)]^2. \quad (37)$$

Como o algoritmo de LM estima parâmetros de funções não lineares, então, fazendo-se a função  $E$  variar não linearmente com os parâmetros, tem-se a sua aproximação, por linearização, mostrada abaixo na Equação (38):

$$f(x_i, \beta + \delta) \approx f(x_i, \beta) + J_i \delta, \quad (38)$$

em que  $J_i = \frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial \beta}$  e  $\delta$  é chamada direção de busca, a qual será incrementada aos

valores estimados a fim de que ocorra convergência para o valor esperado. Com isto,

pode-se dizer que o LM é um método iterativo, em que, dependendo da direção de busca o algoritmo pode convergir ou não.

Então, a Equação (37) pode ser representada pela Equação (39), mostrada abaixo:

$$S(\beta + \delta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \beta) - J_i \delta]^2. \quad (39)$$

Como se quer que a função  $S$  seja mínima, tomando-se a derivada em relação a  $\delta$ , e igualando a zero, tem-se a Equação (40), mostrada abaixo:

$$(J^T J)\delta = J^T [y - f(\beta)], \quad (40)$$

em que  $J$  é chamada matriz Jacobiana, cuja  $i$ -ésima linha corresponde a  $J_i$ . Além disso,  $y$  e  $f$  são vetores que vão também até o  $i$ -ésimo componente e  $T$  representa a operação de transposição de uma matriz.

Observando a Equação (40) percebe-se que  $\delta$  pode ser estimado usando o método dos mínimos quadrados e, além disso, o problema passou a ser linear.

Desta forma, considerando o incremento de um fator de amortecimento,  $\mu$ , na Equação (41), a convergência do algoritmo se torna mais garantida, uma vez que para um dado  $\mu$  que satisfaça a Equação (41),  $\delta$  minimiza a função  $S$  numa região representada por uma esfera de raio  $\delta$ . Para tanto,  $\mu$  deve ser um multiplicador de Lagrange (MARQUARD, 1963).

$$(J^T J + \mu I)\delta = J^T [y - f(\beta)], \quad (41)$$

em que  $I$  é a matriz identidade.

Logo, a solução para na Equação (41) é mostrada na Equação (42).

$$\delta = (J^T J)^{-1} J^T (y - f(\beta)) - (J^T J)^{-1} \mu \delta. \quad (42)$$

Quando  $\mu \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ . Isto pode acarretar em uma não convergência do método, mesmo estando em uma região de convergência. Para corrigir isto, faz-se a transformação  $S^T J^T J S = D$ , em que  $S^T S = I$ , e todos os elementos da diagonal  $D$  são positivos.. Isto é mostrado na Equação (43), mostrada abaixo:

$$(D + \mu I)S^{-1} \delta = S^T J^T [y - f(\beta)]. \quad (43)$$

Portanto, a solução é mostrada na Equação (44), mostrada abaixo:

$$\delta = S(D + \mu I)^{-1} S^T J^T [y - f(\beta)]. \quad (44)$$

Portanto, para resolver problema pelo algoritmo de LM deve-se determinar o fator de amortecimento, a direção de busca e, posteriormente, a estimativa, que é dada pela Equação (45), mostrada abaixo:

$$\beta = \beta_0 + \delta, \quad (45)$$

em que  $\beta_0$  é a estimativa inicial dos parâmetros que se deseja estimar.

## 2.7 Tempo Médio de Desempenho e Coeficiente de Determinação

Estes dois parâmetros, o Tempo Médio de Desempenho (TMD) e o Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ) (CANCHO, 2004), foram utilizados como instrumentos de avaliação numérica, permitindo uma análise mais detalhada.

O TMD foi calculado em uma média de 10 execuções dos algoritmos. Os tempos de execução, de cada algoritmo, são função do número e complexidade das operações realizadas na sua implementação.

O  $R^2$  mede o quão próximo o modelo está do sinal real. Para tanto, deve ser o mais próximo possível de um. A forma de calcular este parâmetro está mostrada na Equação (46) abaixo:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}, \quad (46)$$

em que  $SSE$  é o somatório da diferença dos quadrados entre o sinal em estudo e o sinal modelo, e  $SST$  é o somatório da diferença dos quadrados entre o sinal em estudo e a média deste sinal.

### 3 Metodologia

#### 3.1 Sinais sintéticos e sinais experimentais

Visando a comparação entre as técnicas de estimação de harmônicos, foram processados cinco sinais, os quais estão mostrados na Figura 3.

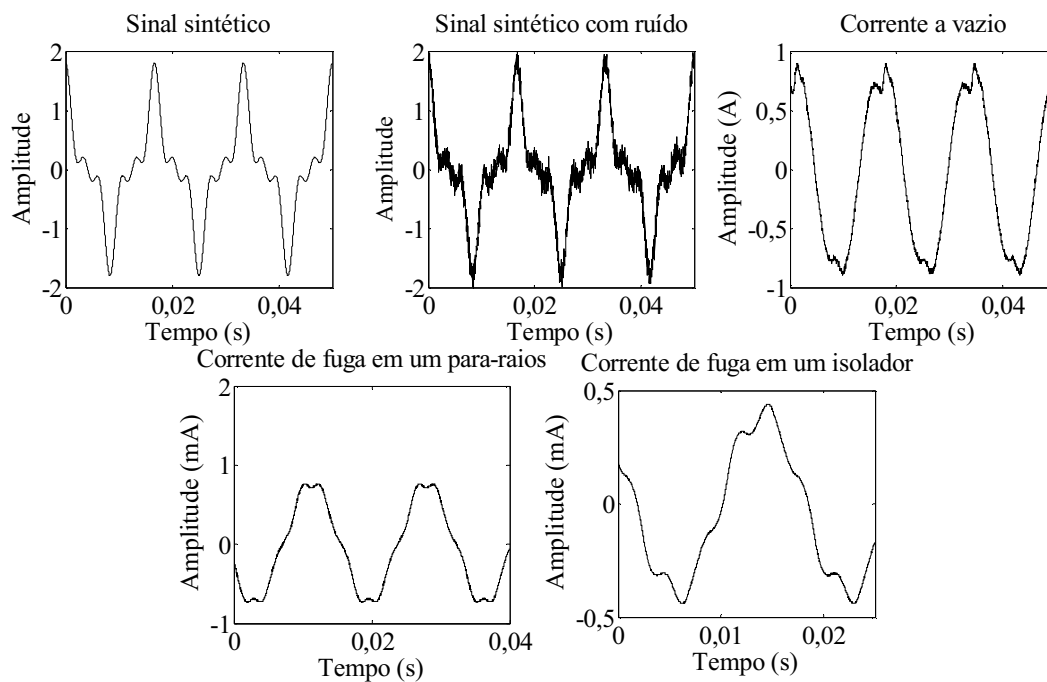


Figura 3. Sinais em estudo para extração do respectivo conteúdo harmônico.

Dentre os sinais, destacam-se:

- i. Sinal Sintético (SS), gerado durante a execução computacional da rotina, e definido pela Equação (47):

$$x(t) = \cos(\omega t) + 0,5 \cos(3\omega t) + 0,3 \cos(5\omega t); \quad (47)$$

- ii. Sinal Sintético com Ruído (SSR), que é o SS adicionado de 10% de ruído gaussiano;
- iii. Um sinal de corrente a vazio medida em um transformador para ensaios em alta tensão (CT), adquirido em ensaio experimental;
- iv. Um sinal de corrente de fuga em um para-raios (CP) de óxido de zinco (ZnO) , adquirido em ensaio experimental;
- v. Um sinal de corrente de fuga em um isolador polimérico (CI), registrado em ensaio experimental.

Todos os ensaios foram realizados no laboratório de Alta Tensão da UFCG, em pesquisas paralelas ao desenvolvimento deste trabalho, e suas metodologias fogem ao escopo deste.

Os dois primeiros sinais (SS e SSR) foram escolhidos como sinais de teste, mostrando a diferença de resultados entre um sinal que não apresenta ruído e outro que apresenta.

Os três últimos (CT, CP e CI) foram escolhidos por serem bastante analisados em termos de monitoramento e diagnóstico de equipamentos de potência. Estes sinais apresentam um elevado grau de distorção e de ruído sobreposto, tornando o processo de estimação de componentes harmônicas mais complexo.

As componentes harmônicas desses sinais serão estimadas utilizando os quatro métodos avaliados e um estudo comparativo será mostrado de forma a expor as vantagens e desvantagens de cada uma das técnicas.

Com as componentes harmônicas estimadas, será feita a reconstrução do sinal através da substituição dos parâmetros (amplitudes e fases estimadas) no sinal modelo, o qual está representado pela Equação (48), mostrada abaixo:

$$\hat{x}(t) = A_1 \cos(\omega t + \theta_1) + A_3 \cos(3\omega t + \theta_3) + A_5 \cos(5\omega t + \theta_5), \quad (48)$$

em que  $x$  é uma função de  $t$  (tempo), e  $A_n$  (amplitude) e  $\theta_n$  (fase) são os parâmetros que se deseja estimar.

É importante frisar que para a estimação utilizando o MQR, foram usados um  $\lambda = 1$  e estimativas iniciais iguais à zero. Além disso, a matriz  $P$  foi colocada 100 vezes a matriz identidade.

Para o LM também foram colocadas estimativas iguais à zero, justamente para comparação igualitária entre as técnicas.

## 4 Análise e Discussão dos Resultados

Nesta seção serão mostrados os resultados obtidos na estimação das componentes harmônicas dos sinais, para cada uma das técnicas.

### 4.1 Sinal Sintético

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos na estimação das componentes harmônicas do SS, caracterizadas em amplitude ( $A$ ), e fase ( $\varphi$ ). Além disso, foi calculado o erro percentual entre as amplitudes das componentes originais e as estimadas. Isto foi feito apenas para o SS porque o mesmo é o único que possui sua equação representativa, mostrada em (47), e não apresenta ruído sobreposto, o que permite, na análise dos resultados, uma maior precisão.

Tabela 1. Valores de Amplitude, Fase e respectivo Erro de Amplitude para o caso SS.

Harmônico	Valor real		FFT			MQR		
	A	$\varphi$	A	$\varphi$	E%	A	$\Phi$	E%
1	1	0	1,0000	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	$2,20 \cdot 10^{-14}$	0,9999	$0,00 \cdot 10^{-11}$	$5,50 \cdot 10^{-14}$
3	0,5	0	0,5000	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	0	0,4999	$0,00 \cdot 10^{-11}$	$4,40 \cdot 10^{-14}$
5	0,3	0	0,3000	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	$1,80 \cdot 10^{-14}$	0,2999	$0,00 \cdot 10^{-11}$	$7,40 \cdot 10^{-14}$

Harmônico	AG			MQ			LM		
	A	$\varphi$	E%	A	$\varphi$	E%	A	$\varphi$	E%
1	0,9999	$-0,81 \cdot 10^{-11}$	$3,50 \cdot 10^{-11}$	0,9999	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	$2,40 \cdot 10^{-14}$	1,0000	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	0,00
3	0,5000	$0,11 \cdot 10^{-11}$	$2,40 \cdot 10^{-11}$	0,5000	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	$1,11 \cdot 10^{-14}$	0,5000	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	0,00
5	0,3000	$0,14 \cdot 10^{-11}$	$3,90 \cdot 10^{-11}$	0,3000	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	$9,25 \cdot 10^{-14}$	0,3000	$-0,00 \cdot 10^{-11}$	0,00

Conforme os resultados apresentados na Tabela 1 percebe-se que os erros foram muito pequenos. Isto aconteceu devido à ausência de ruído e de frequências espúrias no sinal analisado. Além disso, o método de LM apresentou o menor erro percentual para todas as componentes estimadas.

As Figuras 4 e 5 apresentam os resultados, mostrados na Tabela 1, graficamente.



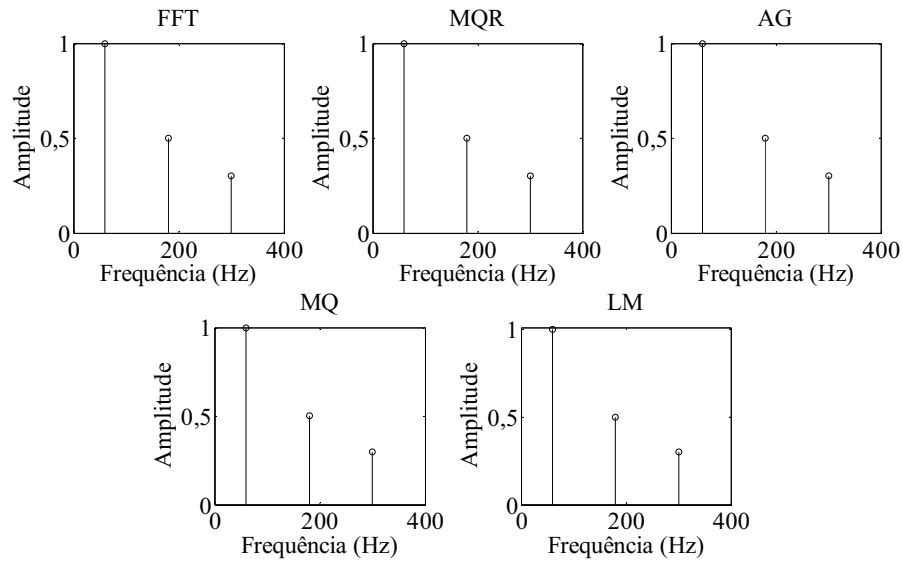


Figura 4. Amplitude das componentes harmônicas do SS.

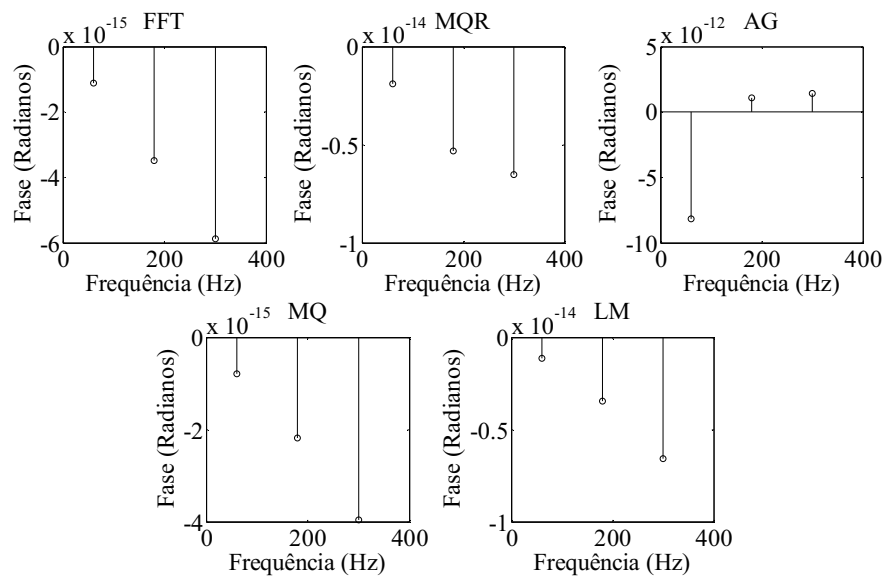


Figura 5. Fases das componentes harmônicas do SS.

A análise gráfica permite uma melhor visualização dos resultados obtidos, de modo que se pode perceber que as estimativas, tanto de amplitude quanto de fase, feitas, para cada uma das técnicas, estão bastante próximas. É importante observar que uma diferença ocorre na estimativa de fase pelo AG. Isto aconteceu porque a ordem de grandeza das fases é muito pequena, o que possibilitou um ajuste diferente, na fase, para esse algoritmo. Além disso, pode-se perceber que as amplitudes foram estimadas com bastante proximidade, para cada uma das técnicas, então, a estimação é feita de modo

que a reconstrução do sinal seja possível, podendo, também, ter acarretado tal diferença na estimativa de fase pelo AG.

Com base nas componentes harmônicas estimadas, o sinal foi reconstruído como prova de que as estimativas foram satisfatórias. A Figura 6 mostra a reconstrução do SS para cada uma das técnicas.

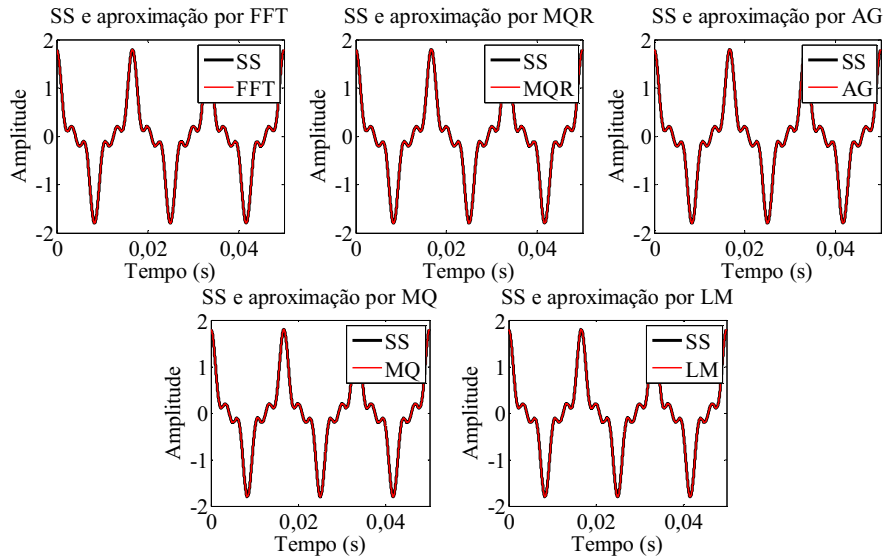


Figura 6. Reconstrução do SS após a aplicação de todas as técnicas.

Pode-se perceber que os sinais estimados estão bastante próximos dos sinais originais. Além disso, percebe-se que apesar da fase de AG ter sido diferente das demais técnicas, o sinal estimado, para essa técnica, foi concordante com o sinal original.

## 4.2 Sinal Sintético com Ruído

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos na estimação das componentes harmônicas do SSR, caracterizadas em amplitude ( $A$ ), e fase ( $\varphi$ ).

Tabela 2. Valores de Amplitude e Fase para o caso SSR.

Harmônico	FFT		MQR		AG		MQ		LM	
	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$
1	1,0018	-0,0018	1,0018	-0,0018	1,0018	-0,0018	1,0018	-0,0018	1,0018	-0,0018
3	0,5023	0,0016	0,5026	0,0016	0,5026	0,0016	0,5026	0,0016	0,5026	0,0016
5	0,3023	-0,0056	0,3029	-0,0056	0,3029	-0,0056	0,3029	-0,0056	0,3029	-0,0056

Como forma de se fazer uma melhor visualização dos resultados, as Figuras 7 e 8 mostram, graficamente, a estimação das amplitudes e das fases, respectivamente, para cada uma das técnicas.

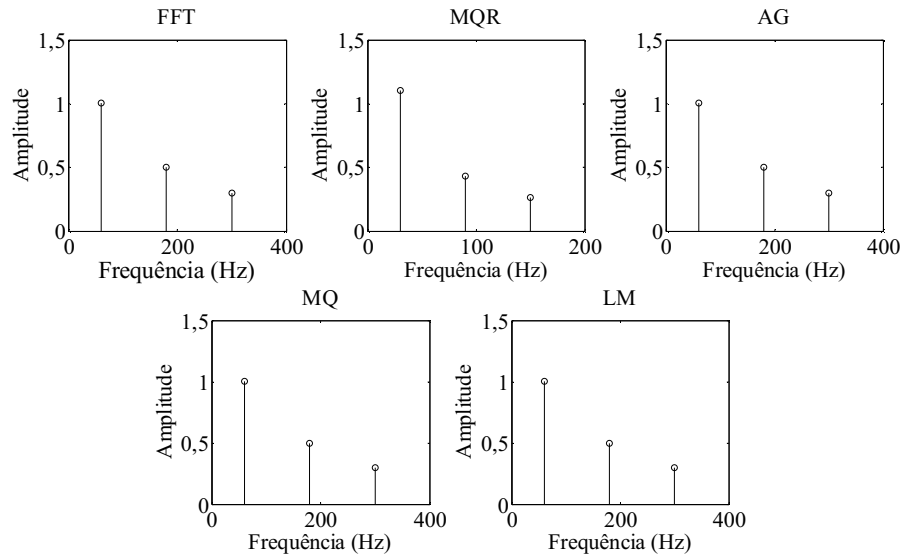


Figura 7. Amplitudes das componentes harmônicas do SSR.

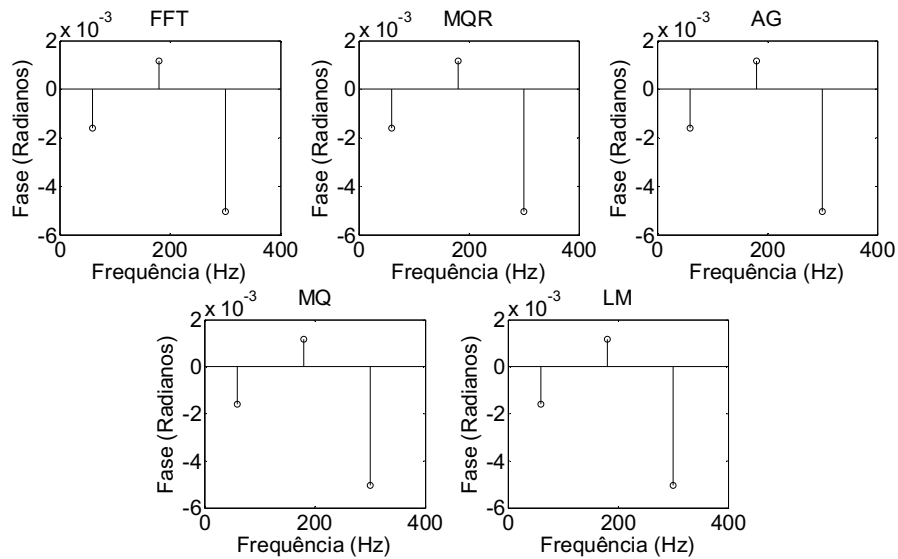


Figura 8. Fases das componentes harmônicas para SSR.

Observando as Figuras 7 e 8 percebe-se que tanto as amplitudes quanto as fases foram bastante semelhantes, para cada uma das técnicas.

Neste caso não ocorreu nenhuma diferença, visual, com a aplicação das técnicas, em relação à estimativa das fases das componentes, uma vez que a ordem de grandeza das fases aumentou.

Com as componentes harmônicas estimadas, o SSR foi reconstruído para cada uma das técnicas. Os resultados estão mostrados na Figura 9.

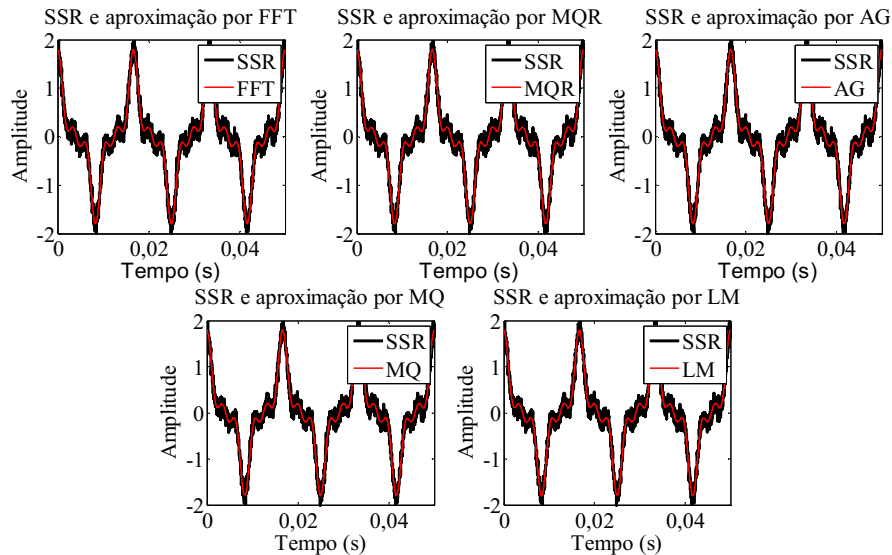


Figura 9. Reconstrução do SSR após a aplicação de todas as técnicas.

Percebe-se que apesar do sinal estar com ruído, o sinal estimado foi concordante com o sinal original. Como são sinais de teste (SS e SSR), os resultados apresentados para estes dois sinais servirão de base para validação do uso das técnicas nos sinais experimentais.

### 4.3 Corrente a Vazio em um Transformador

A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos na estimação das componentes harmônicas da CT, caracterizadas em amplitude ( $A$ ), e fase ( $\varphi$ ).

Tabela 3. Valores de Amplitude e Fase para o caso CT.

Harmônico	FFT		MQR		AG		MQ		LM	
	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$
1	0,8686	-0,2231	0,8686	-0,2231	0,8686	-0,2231	0,8686	-0,2231	0,8686	-0,2231
3	0,0945	2,9437	0,0945	2,9437	0,0945	2,9437	0,0945	2,9437	0,0945	2,9437
5	0,0323	2,7289	0,0323	2,7289	0,0323	2,7289	0,0323	2,7289	0,0323	2,7289

A visualização gráfica dos resultados está mostrada nas Figuras 10 e 11.

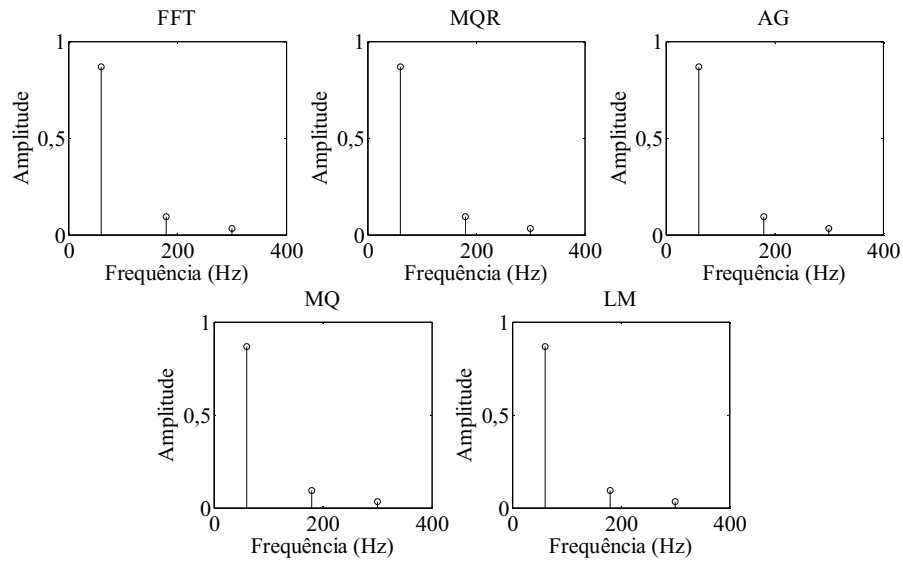


Figura 10. Amplitude das componentes harmônicas da CT.

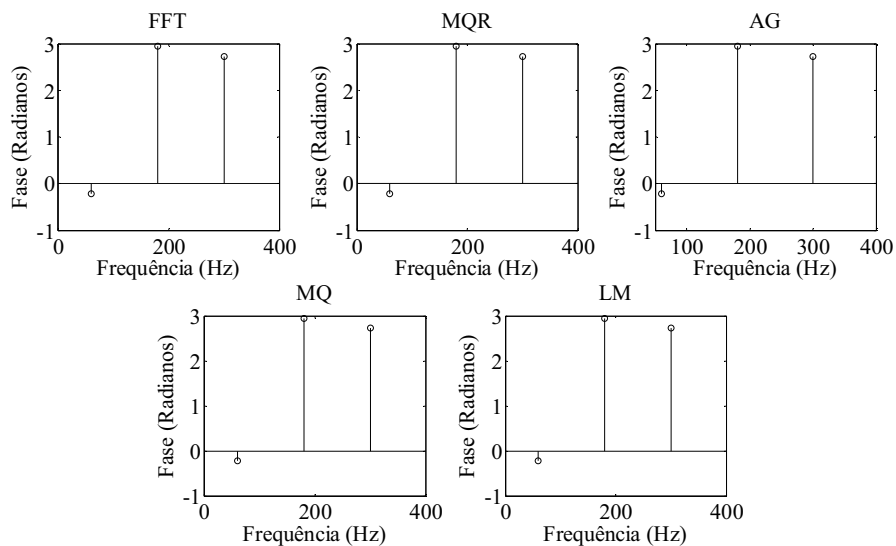


Figura 11. Fases das componentes harmônicas da CT.

Assim como mostrado para os sinais anteriores, após a aplicação de cada uma das técnicas, os resultados obtidos na estimação das componentes estão bastante próximos, o que mostra que estas resultam em uma boa estimativa para o conteúdo harmônico presente nos sinais.

Não obstante, fez-se a reconstrução do sinal para mostrar que a estimação foi satisfatória. A Figura 12 mostra os resultados obtidos.

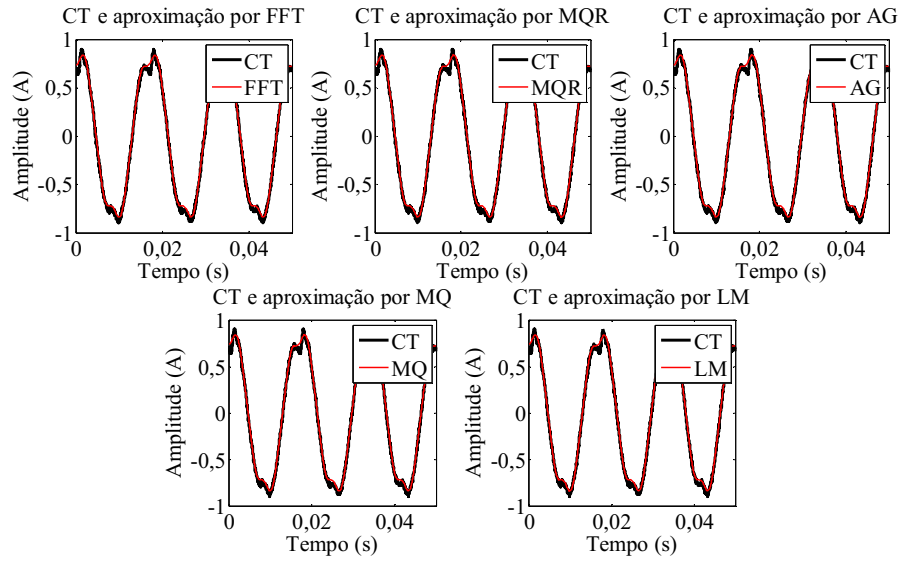


Figura 12. Reconstrução da CT após a aplicação de todas as técnicas.

Percebe-se que os algoritmos ajustaram as estimativas de amplitude e fase ao sinal CT, mostrando que os resultados obtidos para os sinais de teste podem ser obtidos, também, para os sinais experimentais, validando o uso das técnicas na estimação das componentes harmônicas de um sinal.

É importante frisar que os sinais experimentais, em estudo, já possuem ruído sobreposto e frequências espúrias, o que dificulta na estimação das componentes. Entretanto, as técnicas resultaram em uma boa estimativa das componentes.

#### 4.4 Corrente de Fuga em um Para-Raios

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos na estimação das componentes harmônicas da CP, caracterizadas em amplitude ( $A$ ), e fase ( $\varphi$ ).

Tabela 4. Valores de Amplitude e Fase para o caso CP.

Harmônico	FFT		MQR		AG		MQ		LM	
	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$
1	$0,7447 \cdot 10^{-3}$	2,0337	$0,7418 \cdot 10^{-3}$	2,0281-	$0,7447 \cdot 10^{-3}$	2,0336	-	-	$0,7418 \cdot 10^{-3}$	2,0281
3	$0,0407 \cdot 10^{-3}$	-0,0257	$0,0407 \cdot 10^{-3}$	-0,01267-	$0,0407 \cdot 10^{-3}$	-0,0259	-	-	$0,0407 \cdot 10^{-3}$	-0,0126
5	$0,0655 \cdot 10^{-3}$	0,7664	$0,0665 \cdot 10^{-3}$	0,7570-	$0,0655 \cdot 10^{-3}$	0,7661	-	-	$0,0665 \cdot 10^{-3}$	0,7570

As amplitudes e fases estão mostradas, graficamente, nas Figuras 13 e 14.

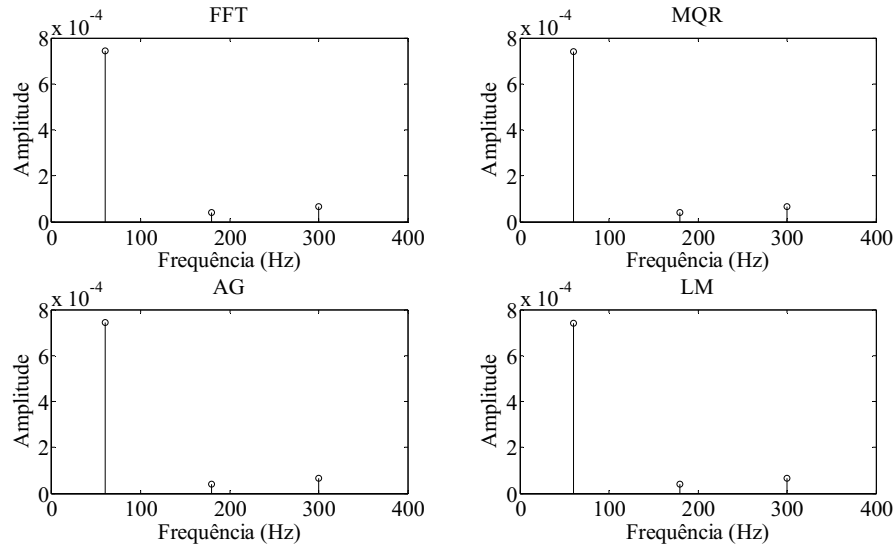


Figura 13. Amplitudes das componentes harmônicas da CP.

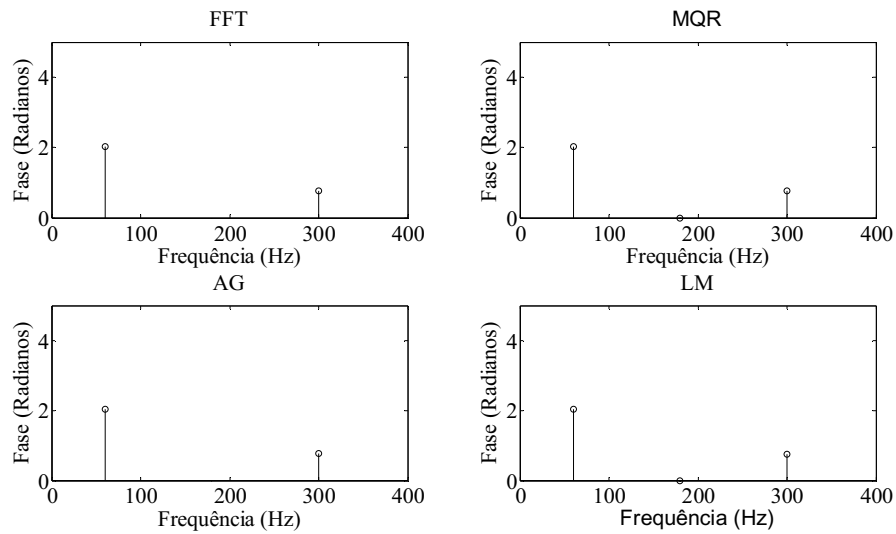


Figura 14. Fases das componentes harmônicas da CP.

Mais uma vez os resultados se mostraram bastante próximos, para cada uma das técnicas

Os resultados referentes à reconstrução do sinal CP estão mostrados na Figura 15.

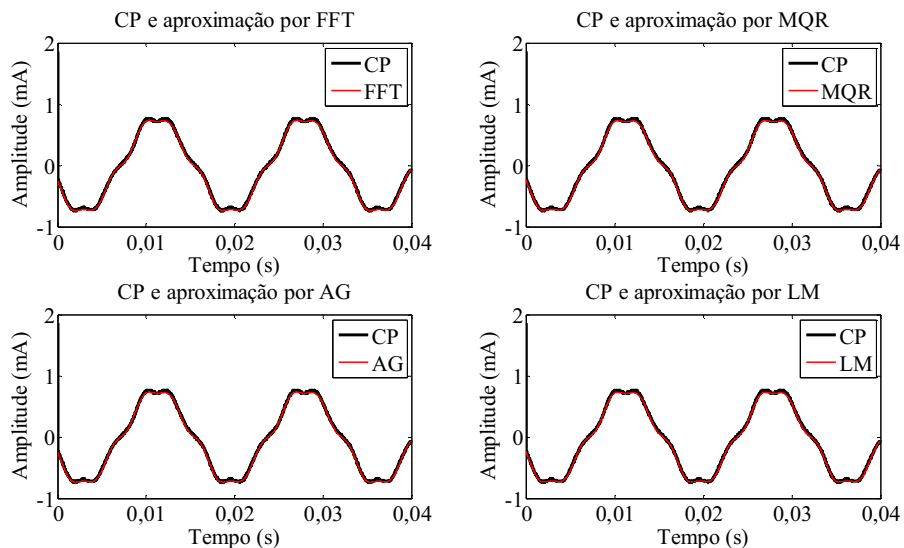


Figura 15. Reconstrução da CP após a aplicação de todas as técnicas.

Percebe-se que a reconstrução do sinal foi satisfatória para cada uma das técnicas, mais uma vez validando os resultados obtidos para os sinais de teste.

Além disso, percebe-se que os resultados para CP não incorporaram a técnica de MQ, pois o sinal de CP continha 250000 pontos, o que resultou em um tempo de processamento mais elevado para esta técnica, não possibilitando a obtenção dos resultados. A explicação mais detalhada para a ausência de MQ na análise de CP será mostrada na seção 4.6, em que os resultados são comparados numericamente.

## 4.5 Corrente de Fuga em um Isolador Polimérico

A Tabela 5 apresenta os resultados obtidos na estimação das componentes harmônicas da CI, caracterizadas em amplitude ( $A$ ), e fase ( $\varphi$ ).

Tabela 5. Valores de Amplitude e Fase para o caso CI.

Harmônico	FFT		MQR		AG		MQ		LM	
	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$	A	$\varphi$
1	0,3970	0,9969	0,3969	0,9903	0,3970	0,9932	0,3969	0,9903	0,3969	0,9903
3	0,0009	-2,0951	0,0004	-2,1371	0,0009	-2,1064	0,0004	-2,1371	0,0004	-2,1371
5	0,0548	-2,7198	0,0546	-2,7511	0,0548	-2,7386	0,0546	-2,7511	0,0546	-2,7511

As Figuras 16 e 17 mostram, graficamente, os resultados mostrados na Tabela 5.



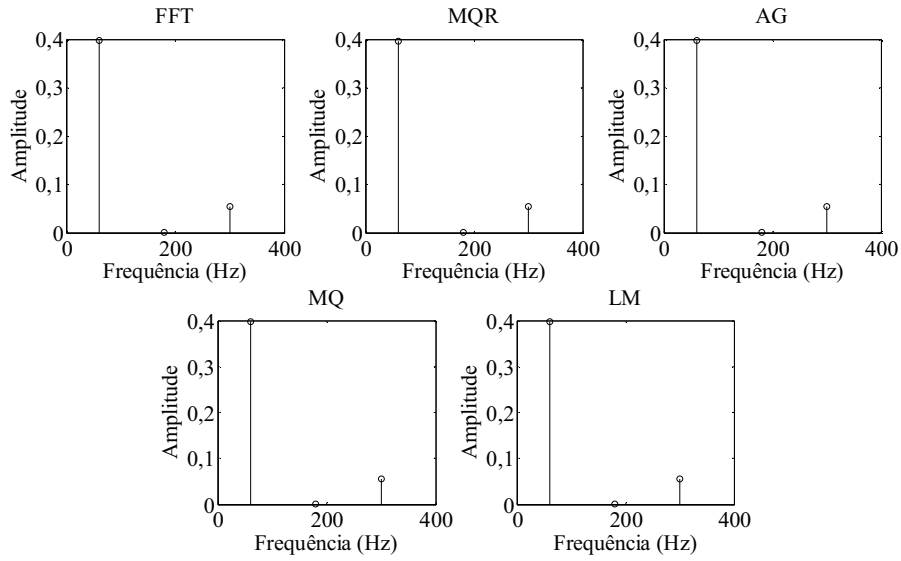


Figura 16. Amplitudes das componentes harmônicas da CI.

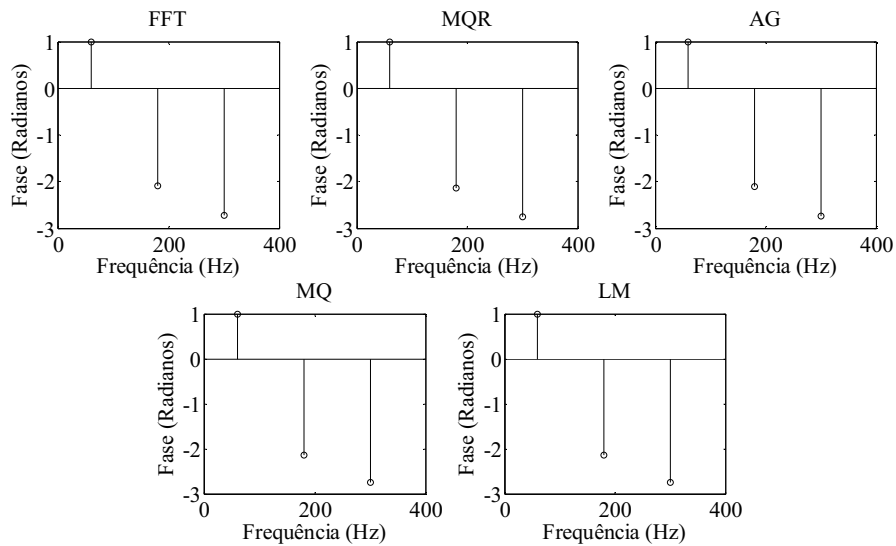


Figura 17. Fases das componentes harmônicas da CI.

Observa-se que a estimação das componentes está bastante próxima, para cada uma das técnicas.

A Figura 18 mostra os resultados obtidos, para cada uma das técnicas, na reconstrução do sinal CI.

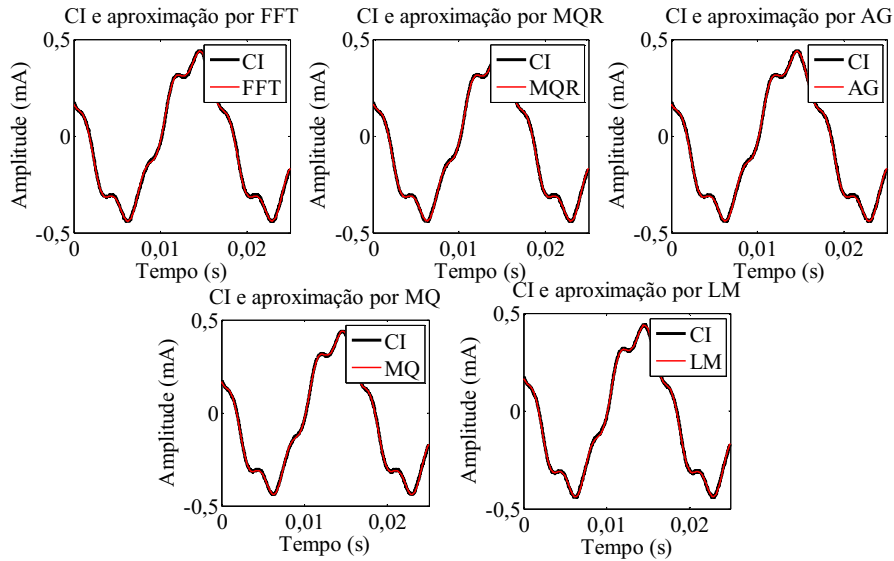


Figura 18. Reconstrução da CI após a aplicação de todas as técnicas.

Então, percebe-se que a reconstrução do sinal foi satisfatória. Assim, conforme foi dito, anteriormente, os resultados obtidos para os sinais experimentais validam os resultados obtidos para os sinais de teste. Isto mostra que as técnicas são satisfatórias quando da estimação das componentes harmônicas de um sinal, possibilitando bons resultados mesmo com os sinais apresentado ruído sobreposto e frequências espúrias.

#### 4.6 Comparações Numéricas entre as Técnicas

Para fazer uma comparação mais precisa entre as técnicas, foram calculados o  $R^2$  e o TMD. Os TMD's e os  $R^2$  estão mostrados na Tabela 6.

Tabela 6. Tempos Médios de Desempenho e Coeficientes de Determinação das técnicas avaliadas.

Sinal	TMD (s)					$R^2$				
	FFT	MQR	AG	MQ	LM	FFT	MQR	AG	MQ	LM
SS	0,00012	0,04241	0,03576	0,04822	0,22784	1	1	1	1	1
SSR	0,00014	0,04281	0,03591	0,0503	0,23139	0,98625	0,9863	0,98625	0,98537	0,9863
CT	0,00012	0,04395	0,03086	0,0485	0,22887	0,99711	0,99711	0,99711	0,99711	0,99822
CP	0,00972	3,6062	0,00674	-	2,27807	0,98311	0,99839	0,99829	-	0,99839
CI	0,00029	0,03534	0,0344	0,04851	0,21575	0,99945	0,99956	0,99953	0,99956	0,99956

Os menores tempos ocorreram para FFT, AG e MQR, que, praticamente, realizam operações de adição e multiplicação. Já o algoritmo de LM realiza cálculos de

Jacobianos, Hessianas, inversões de matrizes, acarretando aumento de esforço computacional. Portanto, esta técnica apresentou os maiores tempos médios de desempenho.

Com relação ao  $R^2$ , todos os métodos apresentaram bons resultados, sendo que, no geral, o método de LM forneceu os resultados mais precisos. A FFT e AG apresentaram resultados próximos de MQR, MQ e LM devido aos ajustes realizados nas janelas de tempo dos sinais avaliados. Os coeficientes de determinação se apresentaram menores quando o grau de distorção do sinal aumentou.

Percebe-se, ainda, que o MQ não apresentou resultados para CP, tanto tabelado quanto graficamente. Isto aconteceu porque o sinal CP continha 250000 pontos, e como o MQ realiza operações de inversão de matrizes, o tempo de processamento para realizar a inversão de uma matriz com uma ordem de  $250000 \times 250000$  foi muito elevado (maior que 300 segundos). Considerou-se 300 segundos um tempo elevado, visto que o tempo médio de desempenho para as técnicas, no geral, foi da ordem de milissegundos.

## 5 Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma análise comparativa de algumas técnicas que são empregadas para extração do conteúdo harmônico de sinais elétricos. No geral, todas apresentaram resultados satisfatórios, cabendo a escolha de qual método utilizar mediante uma análise custo/benefício, quando se trata, principalmente, entre tempos de processamento e precisão dos resultados desejados.

A Transformada Rápida de Fourier apresentou o menor esforço computacional e, para aplicá-la, não se faz necessário conhecer *a priori* as frequências do sinal avaliado. Esta técnica apresenta várias restrições que devem ser atendidas para uma correta estimação das componentes harmônicas.

O Mínimos Quadrados Recursivo é uma técnica que possibilita a estimação das componentes independente se o sinal tem ou não um número inteiro de ciclos. Seu esforço computacional pode ser reduzido mediante o ajuste do fator de esquecimento e do número de iterações, pois o parâmetro pode convergir antes do critério de parada. Esta técnica possui a desvantagem de estimar apenas algumas componentes do sinal.

O Algoritmo de Goertzel apresenta as mesmas restrições que a Transformada Rápida de Fourier. Porém, pode ser mais eficiente que esta técnica, uma vez que é capaz de estimar frequências pré-definidas do sinal, podendo ter o seu tempo de processamento reduzido. É mais adequada quando aplicada a sistemas com recursos escassos.

O método dos Mínimos Quadrados apresenta uma boa precisão quanto a estimativa, entretanto mostrou-se que pode ser ineficiente quando o número de pontos, de representação do sinal, aumenta, elevando exponencialmente o volume das operações realizadas. Para sistemas que não apresentem ordem muito elevada, é uma técnica satisfatória. Além disso, não requer que os sinais possuam um número inteiro de ciclos, da fundamental, para fornecer uma boa estimativa das componentes.

O método de Levenberg-Marquardt forneceu, na maioria dos casos, os melhores resultados em termos de precisão. Em termos de tempo de processamento ele apresentou, no geral, os piores resultados. Dessa maneira, o método evidencia a relação

custo/benefício das técnicas apresentadas, em que para que sejam obtidos resultados mais precisos, um maior esforço computacional será demandado. Assim como o método dos Mínimos Quadrados, possui a necessidade de conhecimento prévio das componentes que serão estimadas.

Mediante este trabalho, foi aceito um artigo, para ser publicado, no Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos 2012, o qual ocorrerá nos dias 15 a 18 de maio do referido ano.

## Referências Bibliográficas

ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer-Controlled Systems. A Division of Simon & Schuster-Englewood Cliffs**, 1990.

CANCHO, V. G. **Noções de Estatística e Probabilidade**. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, 2004.

COSTA, F. F.; CARDOSO, A. J. M.; FERNANDES, D. A. Harmonic Analysis Based on Kalman Filtering and Prony's Method. **Power Engineering, Energy and Electrical Drives**, p. 696-701, 2007.

DUFFEY, C. K.; STRATFORD, R. P. UPDATE OF HARMONIC STANDARD IEEE-519 IEEE RECOMMENDED PRACTICES AND REQUIREMENTS FOR HARMONIC CONTROL IN ELECTRIC POWER SYSTEMS. **IEEE Std-519**, p. 249-255, 1981.

DUGAN, R. C. et al. **Electrical Power Systems Quality**, 2002.

FRIGO, M.; JOHNSON, S. G. FFTW: An Adaptive Software Architecture for the FFT. **Proceedings of the Internacional Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, 1998.

GIRGIS, A. A.; HAM, F. M. A Quantitative Study of Pitfalls in the FFT. **Aerospace and Electronic Systems**, p. 434-439, 1980.

KUSKO, A.; THOMPSON, M. T. **Power Quality in Electrical Systems**, 2007.

MARQUARDT, D. W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, p. 431-441, 1963.

MORE, J. J. THE LEVENBERG-MARQUARDT ALGORITHM: IMPLEMENTATION AND THEORY. **Conference on Numerical Analysis**, 1977.

MURUGAVEL, A. K. et al. Least-Square Estimation of Average Power in Digital CMOS Circuits. **TRANSACTIONS ON VERY LARGE SCALE INTEGRATION (VLSI) SYSTEMS**, 2002.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. **Discrete-Time Signal Processing**, 1998.

OSOWSKI, S. SVD technique for estimation of harmonic components in a power system: a statistical approach. **IEEE Proc. – Gener. Trasm. Distrib.**, p. 473 – 479, 1994.

PROAKIS, J. G.; MANOLAKIS, D. **Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications**, 1996.

