



Universidade Federal de Campina Grande

Centro de Engenharia Elétrica e Informática

Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

BRENO HENRIQUE MEDEIROS NEVES

**IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES P,PI E PID POR
MEIO DE AMPLIFICADORES OPERACIONAIS**

Campina Grande, Paraíba
Dezembro de 2014

BRENO HENRIQUE MEDEIROS NEVES

IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES P, PI E PID POR
MEIO DE AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

*Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Campina Grande
como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Bacharel em Ciências no
Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Controle e Automação

Orientador:

Professor Saulo Oliveira Dornellas Luiz, D. Sc.

Campina Grande, Paraíba
Dezembro de 2014

BRENO HENRIQUE MEDEIROS NEVES

IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES P,PI E PID POR
MEIO DE AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

*Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Unidade
Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade
Federal de Campina Grande como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do grau de Bacharel em
Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Controle e Automação

Aprovado em / /

Professor João Batista Morais dos Santos, D. Sc.
Universidade Federal de Campina Grande
Avaliador

Professor Saulo Oliveira Dornellas Luiz, D. Sc.
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador, UFCG

Dedico este trabalho à minha família por sempre ter dado o apoio necessário para que este sonho fosse realizado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me mostrar que cuidou de cada momento da minha vida, principalmente esta etapa que está se encerrando.

Agradeço também aos meus pais Amadêu e Joane e minha irmã Priscilla, por toda compreensão e ajuda oferecida, e sem esse suporte nunca teria conseguido alcançar o objetivo da conclusão do curso.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Saulo, pela atenção oferecida não só nesse trabalho, mas também na minha trajetória acadêmica,

Aos amigos que me acompanharam e motivaram nas muitas dificuldades encontradas ao longo do curso.

RESUMO

Uma grande dificuldade encontrada por alunos do curso de Engenharia Elétrica é a assimilação do conhecimento teórico para utilizá-lo na prática. Com o intuito de facilitar o entendimento do conteúdo sobre controladores lineares ministrado na disciplina de Controle Analógico, este trabalho sugere experimentos que possibilitam o entendimento dos componentes que formam os controladores P, PI e PID.

Este trabalho tem o objetivo de buscar um entendimento prático a respeito dos controladores. Para isso foram realizados 18 experimentos envolvendo simulações e montagem de cada controlador, os quais permitem entender o comportamento de cada controlador perante a variação de algum componente, bem como a aplicação de conhecimentos de eletrônica e circuitos elétricos.

Palavras-chave: Controle automático, Eletrônica, Circuitos, Automação.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Circuito RC.	3
Figura 2: Resposta ao degrau do circuito RC.	4
Figura 3. Diagrama de blocos um sistema de controle em malha aberta (DORF e BISHOP, 2009).	5
Figura 4. Diagrama de bloco de um sistema de controle em malha fechada (DORF e BISHOP, 2009).	5
Figura 5. Ilustração de um sistema de controle em malha fechada, forma detalhada.	5
Figura 6. Gabarito temporal de um sistema de controle em malha fechada dado um degrau unitário (FRANKLIN, POWELL e EMAMI-NAEINI, 2002).	10
Figura 7. Ilustração de um amplificador operacional.	11
Figura 8. Desenho do circuito elétrico do amplificador inversor.	12
Figura 9. Desenho do elétrico do <i>buffer</i>	13
Figura 10. Desenho do circuito elétrico do amplificador somador.	13
Figura 11. Desenho do circuito elétrico do amplificador somador não-inversor.	14
Figura 12. Desenho do circuito elétrico do amplificador subtrator.	15
Figura 13. Desenho do circuito elétrico do amplificador diferenciador.	16
Figura 14. Desenho do circuito elétrico do amplificador integrador.	17
Figura 15. Desenho do circuito elétrico da montagem circuito RC.	18
Figura 16. Configuração da fonte geradora de sinais.	19
Figura 17. Valor do sinal de saída do circuito RC para $\tau = 2,2$ s.	19
Figura 18. Quantidade de constantes de tempo necessárias para o regime permanente do circuito RC.	20
Figura 19. Diagrama de blocos para o sistema formado pelo controlador P e o circuito RC.	21
Figura 20. Diagrama de blocos do sistema formado pelo controlador PI com o circuito RC.	24
Figura 21. Diagrama de blocos do sistema formado pelo controlador PID com o circuito RC.	28
Figura 22. Esquema do circuito elétrico da montagem do sistema com o controlador P.	33
Figura 23. Esquema do circuito elétrico do amplificador subtrator do sistema em malha fechada.	34
Figura 24. Esquema do circuito elétrico do controlador proporcional.	35
Figura 25. Esquemático do circuito elétrico do <i>Buffer</i> utilizado na realimentação.	36
Figura 26. Esquema do circuito elétrico do sistema com o controlador PI.	37
Figura 27. Esquema elétrico do amplificador integrador utilizado no controlador PI. ..	37
Figura 28. Ilustração do circuito elétrico do somador do controlador PI.	38
Figura 29. Esquema do circuito elétrico para o sistema com o controlador PID.	39
Figura 30. Esquemático do circuito do amplificador diferencial do sistema.	40
Figura 31. Esquema do circuito elétrico do somador do controlador PID.	40
Figura 32. Diagrama de blocos para o sistema com o controlador PID (Tipo B) com o circuito RC.	42
Figura 33. Esquemático do circuito elétrico para o sistema com o contador PID tipo B.	42

Figura 34. Esquemático do circuito elétrico para o sistema com o controlador PID tipo B (cont.).....	43
Figura 35. Esquema elétrico do segundo subtrator utilizado no controlador PID tipo B.	43
Figura 36. Resultado simulação controlador P com ganho unitário.....	44
Figura 37. Resultado montagem controlador P com ganho unitário.	45
Figura 38. Resultado simulação controlador P com $K_p=10$	46
Figura 39. Resultado montagem controlador P com $K_p=10$	47
Figura 40. Resultado simulação controlador P com $K_p=50$	48
Figura 41. Resultado montagem controlador P com $K_p=50$	48
Figura 42. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador sem o resistor em paralelo ao capacitor.	49
Figura 43. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador com $C_i = 22 \mu F$ e $R_i = 47 k\Omega$	50
Figura 44. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador com $C_i = 22 \mu F$ e $R_i = 470 k\Omega$	50
Figura 45. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador com $C_i = 2,2 \mu F$ e $R_i = 47 k\Omega$	51
Figura 46. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador com $C_i = 2,2 \mu F$ e $R_i = 470 k\Omega$	51
Figura 47. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 1$, $C_i = 22 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	52
Figura 48. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 1$, $C_i = 22 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	53
Figura 49. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 22 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	54
Figura 50. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 22 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	54
Figura 51. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 10$, $C_i = 22 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	55
Figura 52. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 10$, $C_i = 22 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	55
Figura 53. Resposta da saída obtida pela simulação com do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	57
Figura 54. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	57
Figura 55. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 0,22 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	58
Figura 56. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 0,22 \mu F$ e $R_i = 10 k\Omega$	58
Figura 57. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$ e $R_i = 50 k\Omega$	59
Figura 58. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$ e $R_i = 50 k\Omega$	60
Figura 59. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$ e $R_i = 100 k\Omega$	60
Figura 60. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$ e $R_i = 100 k\Omega$	61
Figura 61. Resposta da saída obtida pelo amplificador derivador com $R_{19} = 100 \Omega$	62

Figura 62. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador derivador com $R_{19} = 510 \Omega$	62
Figura 63. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	63
Figura 64. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	64
Figura 65. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 1 M\Omega$	65
Figura 66. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 1 M\Omega$	65
Figura 67. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 300 k\Omega$	66
Figura 68. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 300 k\Omega$	66
Figura 69. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 22 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	67
Figura 70. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 22 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	67
Figura 71. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 22 \mu F$ e $R_d = 300 k\Omega$	68
Figura 72. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 22 \mu F$ e $R_d = 300 k\Omega$	68
Figura 73. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 0,22 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	69
Figura 74. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 0,22 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	69
Figura 75. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 22 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	70
Figura 76. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 22 \mu F$, $R_i = 50 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	70
Figura 77. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 22 \mu F$, $R_i = 10 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	71
Figura 78. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 22 \mu F$, $R_i = 10 k\Omega$, $C_d = 2,2 \mu F$ e $R_d = 500 k\Omega$	71

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Objetivo.....	1
1.2	Metodologia	2
1.3	Estrutura do Trabalho	2
2	Embasamento Teórico	3
2.1	Circuito RC no domínio da frequência	3
2.2	Sistemas de controle em malha fechada	5
2.3	Estratégias de controle	6
2.3.1	Controlador proporcional (P)	7
2.3.2	Controlador proporcional-integral (PI)	7
2.3.3	Controlador proporcional-integral-derivativo (PID).....	8
2.3.4	Gabarito temporal.....	9
2.4	Amplificadores operacionais	11
2.4.1	Amplificador inversor	12
2.4.2	<i>Buffer</i>	12
2.4.3	Amplificador somador.....	13
2.4.4	Amplificador somador não-inversor	14
2.4.5	Amplificador subtrator	15
2.4.6	Amplificador diferenciador ou derivador.....	16
2.4.7	Amplificador integrador.....	16
3	Metodologia	17
3.1	Estudo da carga	18
3.2	Estudo do sistema com o controlador proporcional.....	21
3.3	Estudo do sistema com o controlador proporcional-integral	24
3.4	Estudo do sistema com o controlador proporcional-integral-derivativo.....	28
4	Esquemático dos circuitos elétricos do sistema para cada controlador	33
4.1	Esquemático do circuito elétrico para sistema com controlador proporcional	33
4.2	Esquemático do circuito elétrico para sistema com o controlador PI.....	36
4.3	Esquemático do circuito elétrico para o sistema com o controlador PID	39
5	Análise de resultados	43
5.1	Resultados obtidos com o controlador proporcional	44
5.2	Resultados obtidos com o controlador proporcional integral	49

5.3	Resultados obtidos com o controlador proporcional integral derivativo	61
6	Conclusão.....	72
	Bibliografia.....	73
	APÊNDICE A-LISTA DE COMPONENTES PARA AS MONTAGENS	74
I.	Lista de componentes para a bancada de montagens	75
II.	Lista de componentes para a carga	75
III.	Lista de componentes para o controlador P	75
IV.	Listas de componentes para o controlador PI	75
V.	Listas de componentes para o controlador PID	76

1 INTRODUÇÃO

O estudo de controle com realimentação é de extrema importância para a formação em Engenharia Elétrica, já que esse é um importante componente nas áreas industriais, automobilísticas, espaciais, robóticas, etc. O seu desenvolvimento iniciou-se no século XVIII com o Regulador de Watt, e perdura até os dias atuais, buscando sempre uma maior precisão nos resultados desejados, bem como contribuir para o desenvolvimento humano.

O controlador ou um sistema de controle pode ser definido como um dispositivo utilizado com o objetivo de obter a resposta desejada da variável do processo a ser controlado. Os principais tipos são os controlados proporcionais (P), controladores proporcionais-integrais (PI) e os controladores proporcional-integral-derivativos (PID). A escolha de qual tipo utilizar depende do processo a ser controlado, das características do projeto, bem como as condições de operação e o custo envolvido.

A abordagem para o estudo dos controladores automáticos geralmente é feita por meio de *softwares* matemáticos, que apesar de proporcionarem uma boa base para o aprendizado, não permitem um conhecimento mais completo. Logo a implementação de forma analógica de controladores é relevante para um completo entendimento sobre o assunto.

A partir desse contexto, neste trabalho considera-se a implementação dos controladores para uma carga simples (circuito RC), com o intuito de um entendimento práticos, dos efeitos dos componentes de cada controlador na variável de controle.

1.1 OBJETIVO

O objetivo principal deste trabalho de conclusão de curso é a implementação por meio de amplificador operacionais (Amp-Ops) de controladores dos tipos P, PI e PID, visando proporcionar um melhor entendimento do assunto em cursos introdutórios de Controle Analógico.

1.2 METODOLOGIA

Para a realização deste trabalho de conclusão de curso foram realizadas as seguintes atividades:

- Estudo da carga a ser controlada (circuito RC);
- Estudo dos controladores a serem implementados;
- Simulação dos controladores conectados à carga, fazendo uso do *software NI Multisim*;
- Montagem dos controladores utilizando Amp-Ops;
- Verificação e análise dos resultados obtidos controladores.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em seis capítulos. No capítulo 1, uma introdução do tema é feita e também é apresentada a metodologia usada no trabalho e seu objetivo.

No capítulo 2, é feito um embasamento teórico com os conhecimentos básicos necessários para a realização do trabalho.

No capítulo 3, há uma explicação da metodologia utilizada, contendo os cálculos e modelagem matemática.

No capítulo 4 são apresentadas as configurações e sugestões de valores para cada controlador.

No capítulo 5 é realizada a análise dos resultados obtidos nas simulações e montagens dos controladores.

O capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas a partir das simulações e experimentos realizados.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

No decorrer deste capítulo serão apresentados alguns fundamentos necessários para o entendimento e desenvolvimento do trabalho.

2.1 CIRCUITO RC NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Capacitores e resistores geralmente são encontrados associados em circuitos elétricos. A configuração mais simples dessa associação é chamada circuito RC série conforme está mostrada na Figura 1.

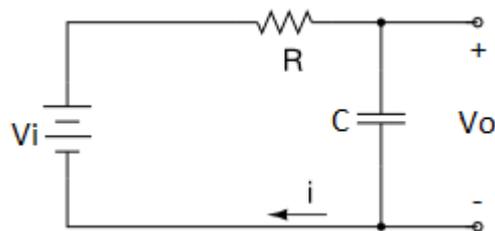


Figura 1. Circuito RC.

A **função de transferência** do circuito mostrado na Figura 1 é obtido fazendo um divisor de tensão sobre os terminais do capacitor:

$$V_o = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} \times V_{(s)} \quad (1)$$

$$\frac{V_o}{V_{(s)}} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}$$

$$\frac{V_o}{V_{(s)}} = \frac{1}{sRC + 1}$$

$$\frac{V_o}{V_{(s)}} = \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}, \quad (2)$$

em que: V_o é a tensão sobre o capacitor (saída) [volts]; $V_{(s)}$ é a tensão de entrada [volts]; R é a resistência do circuito [Ω] e C a capacitância do circuito [F].

Analisando a Equação (2) é notório que o circuito RC em série é um circuito de primeira ordem que não possui zeros e possui um polo para

$$s = -\frac{1}{RC}. \quad (3)$$

Outra característica importante deste circuito é a análise da resposta ao degrau apresentada na Figura 2.

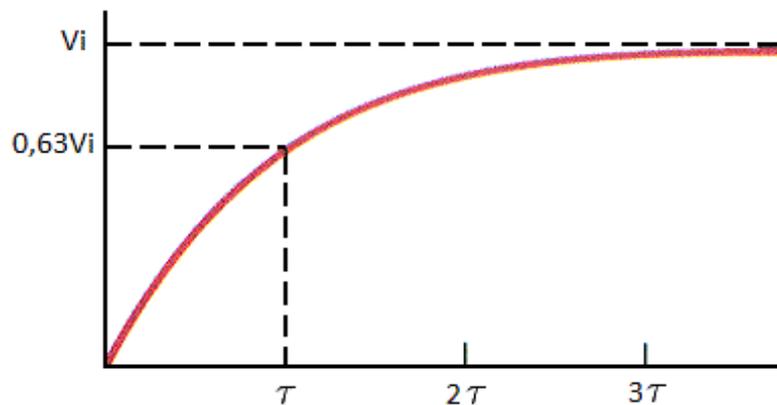


Figura 2: Resposta ao degrau do circuito RC.

O tempo necessário para o circuito alcançar a tensão de entrada V_i é dado em função da **constante de tempo** (τ), a qual é calculada pela seguinte equação:

$$\tau = RC. \quad (4)$$

A constante de tempo é definida como o tempo necessário para o circuito atingir 63% do valor da tensão aplicado na entrada, conforme demonstrado na Figura 2.

2.2 SISTEMAS DE CONTROLE EM MALHA FECHADA

Segundo (DORF e BISHOP, 2009), um sistema de controle pode ser definido como a interconexão de componentes formando uma configuração de sistema que produzirá uma resposta desejada para o próprio sistema.

O sistema de controle pode ser em malha aberta, que utiliza apenas um controlador para obter a resposta desejada, ou em malha fechada que faz uso de uma medida adicional chamada de **realimentação**, a qual faz uma comparação entre os sinais de entrada e saída para que seja obtido o resultado esperado. As Figura 3 e Figura 4 mostram o diagrama de blocos dos dois tipos de sistemas.

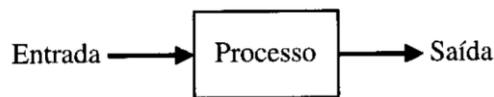


Figura 3. Diagrama de blocos um sistema de controle em malha aberta (DORF e BISHOP, 2009).

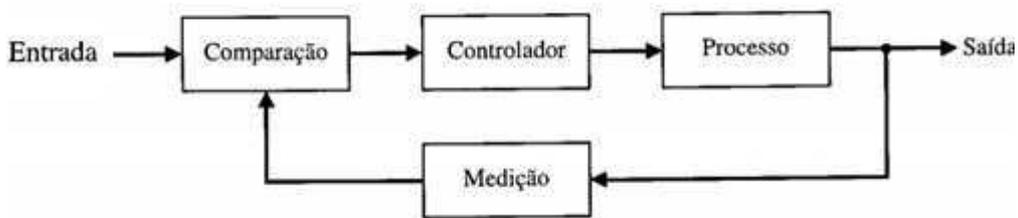


Figura 4. Diagrama de bloco de um sistema de controle em malha fechada (DORF e BISHOP, 2009).

A Figura 5 mostra o diagrama de blocos de forma mais detalhada do sistema em malha fechada.

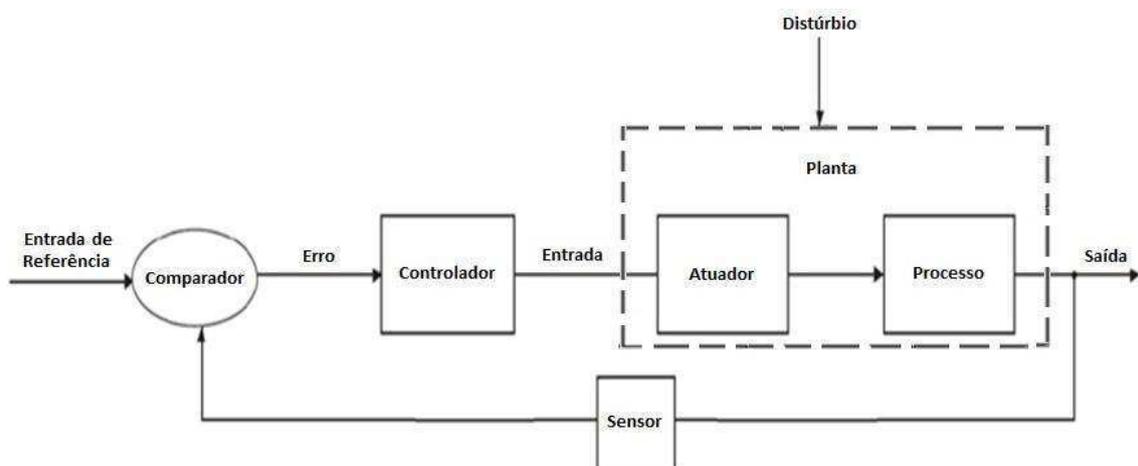


Figura 5. Ilustração de um sistema de controle em malha fechada de forma detalhada (MELO, 2014).

Pela Figura 5 é possível identificar os principais componentes de um sistema de controle em malha fechada, os quais são: a **planta**, formada pelo **atuador** e o **processo**, o **controlador** e o **sensor**.

O **processo** é a relação entre o sinal de entrada ou variável manipulada e o sinal de saída ou variável do processo. O **atuador** é um elemento que exerce algum tipo de influência na variável manipulada, como por exemplo, no um motor elétrico, por meio do qual é possível alterar o ângulo de azimute de uma antena. A combinação entre o atuador e o processo origina que é denominado da **planta** do sistema.

O controlador é um dispositivo de origem eletrônica, mecânica, hidráulica ou pneumática, que produz um sinal de controle ou de comando para o sistema. Esse sinal é gerado a partir da referência, também conhecida como *set-point*, que é justamente o valor desejado para a variável manipulada.

O último componente representado na Figura 5 é o sensor utilizado na realimentação e que possui a função de medir a variável do processo. Assim a diferença entre o sinal de referência e a variável do processo, obtida no **comparador** dá origem ao **erro**.

Os controladores em malha fechada se baseiam no valor do erro para a alteração do valor da variável manipulada, visando a diminuição do mesmo para que a resposta desejada seja obtida.

O **distúrbio** é todo sinal diferente da saída do atuador que age sobre a planta. Também faz parte do projeto dos controladores a diminuição dos efeitos de distúrbios.

2.3 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

A forma que o controlador produz o sinal de controle para o sistema é denominado **ação de controle** ou **estratégia de controle**.

A ação de controle pode ser manual. Nesse caso, a função de controlador do sistema é realizada por um operador, o qual por meio de observações altera manualmente a variável manipulada para obter o resultado desejada da variável do processo.

Outra forma da ação de controle é a automática. Para esta situação o controlador atua na variável manipulada sem a necessidade da ação humana, fazendo com que ações mais complexas possam ser executadas. A seguir serão apresentadas as ações básicas de controle.

2.3.1 CONTROLADOR PROPORCIONAL (P)

O controlador proporcional é um dos controladores mais simples em malha fechada, o sinal de controle $u(t)$ é proporcional ao erro $e(t)$. Logo o sinal de entrada é dado pela Equação (5)

$$u(t) = k_p e(t). \quad (5)$$

Aplicando a transformada de Laplace na Equação (5) para a obtenção da função de transferência do controlador o sinal de entrada fica na forma da Equação (6).

$$U(s) = K_p E(s) \quad (6)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

$$G(s) = K_p, \quad (7)$$

em que: $U(s)$ é o sinal de controle; $E(s)$ é o sinal do erro; $G(s)$ é a função de transferência do controlador e K_p é o ganho proporcional do controlador.

Para este controlador pode-se aumentar o ganho para que se tenha uma diminuição do erro, porém este não chegará a ser nulo para plantas sem um polo na origem, uma vez que para um erro nulo o sinal de controle também será. Outro fator importante é que para um ganho muito elevado a estabilidade da malha fechada pode ser comprometida.

2.3.2 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL (PI)

O controlador PI é capaz de alcançar a resposta desejada sem a necessidade de um ganho proporcional muito elevado. Para este controlador o sinal de controle $u(t)$ é proporcional tanto ao erro $e(t)$ como sua integral simultaneamente.

A lei de controle do controlador PI pode ser representada como:

$$u(t) = k_p e(t) + \int_{t_0}^t k_i e(\tau) d\tau. \quad (8)$$

Realizando o mesmo procedimento da Equação (5), a função de transferência para o PI é determinada por:

$$U(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) E(s)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s}, \quad (9)$$

onde: $G(s)$ é a função de transferência do controlador; K_p é o ganho proporcional do controlador e K_i o ganho integral do controlador.

Uma outra forma de representar a Equação (9) é

$$G(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) \quad (10)$$

onde: T_i é o tempo de integração da ação integrativa [segundos].

2.3.3 CONTROLADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO (PID)

O controlador PID é o mais completo e utilizado na indústria. O PID garante o erro estacionário para a entrada de um degrau assim como o PI, com um acréscimo de um melhor desempenho para obter os resultados desejados.

A lei de controle do PID pode ser representada como descrita na Equação (11),

$$u(t) = k_p e(t) + \int_{t_0}^t k_i e(\tau) d\tau + k_d \frac{d}{dt} e(t). \quad (11)$$

Aplicando a transformada de Laplace na Equação (11) a lei de controle assumirá a forma apresentada na Equação (12),

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s, \quad (12)$$

em que: $G(s)$ é a função de transferência; K_p é o ganho proporcional do controlador; K_i ganho integral do controlador e K_d o ganho derivativo do controlador.

Uma outra forma para a Equação (12) é

$$G(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \quad (13)$$

onde: T_i é o tempo de integração do integrador [segundos] e T_d é o tempo de derivação do derivador [segundos].

A forma do componente derivativo apresentada nas Equações (12) e (13), não pode ser implementada na prática pois sua resposta para a aplicação de um degrau unitário é um impulso, com isso as Equações (12) e (13) são utilizadas da seguinte forma:

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d p_d \frac{s}{s + p_d} \quad (14)$$

$$G(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d p_d \frac{s}{s + p_d} \right). \quad (15)$$

O termo p_d é um parâmetro de projeto que é arbitrado de acordo com as limitações físicas do sistema controlado, que determina a qualidade do derivador implementado.

O PID apresenta outro tipo de configuração no qual a ação derivativa é aplicada na realimentação, e isso representa uma vantagem, pois assim caso haja uma mudança na referência a ação derivativa não irá saturar. Logo o controlador irá operar normalmente. A lei de controle desta forma é demonstrada pelas Equações (16) e (17).

$$U(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) E(s) - s K_d Y(s) \quad (16)$$

$$U(s) = K_p \left[\left(1 + \frac{1}{s T_i} \right) E(s) - s T_d Y(s) \right] \quad (17)$$

2.3.4 GABARITO TEMPORAL

O gabarito temporal representa um conjunto de atributos extraídos diretamente da curva de resposta do sistema dado um degrau unitário na entrada. Por meio dele é possível fazer a análise de desempenho do controlador com relação ao seu comportamento.

Estes atributos são (FRANKLIN, POWELL e EMAMI-NAEINI, 2002).

- Tempo de subida (t_r): Tempo para que a resposta do sistema parta de 10% até 90% do valor de regime permanente.
- Sobresinal (do inglês, *Overshoot*) (M_p): É uma medida de quanto a resposta excede o valor de referência dada uma variação em degrau.
- Tempo de pico (t_p): Tempo que o sistema leva para atingir o primeiro pico de *overshoot*.
- Tempo de acomodação ou estabelecimento (t_s): Tempo para que a resposta do sistema atinja e permaneça dentro de uma faixa de valores especificada (geralmente 1 a 2%). Deste pode-se extrair o tempo de oscilação do sinal.
- Coeficiente de amortecimento (ζ): Traz indício sobre o posicionamento dos pólos em malha fechada no plano complexo. Se $0 < \zeta < 1$, o sistema é sub-amortecido, com resposta oscilatória transitória; se $\zeta = 1$, é criticamente amortecido e se $\zeta > 1$, é sobre-amortecido, sem oscilações.

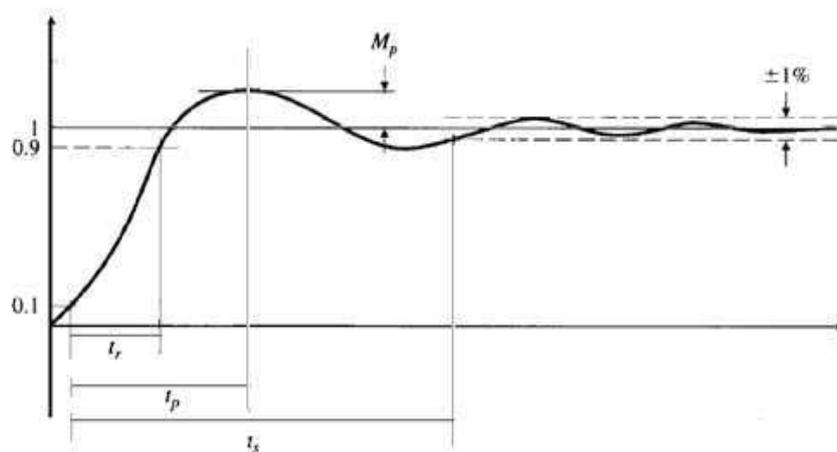


Figura 6. Gabarito temporal de um sistema de controle em malha fechada dado um degrau unitário na entrada (FRANKLIN, POWELL e EMAMI-NAEINI, 2002).

O comportamento da função de transferência de malha fechada de um sistema de 2ª ordem é definido por:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (18)$$

em que: $Y(s)$ é a sinal de saída do sistema; $U(s)$ o sinal de entrada do sistema; ζ o fator de amortecimento e ω_n a frequência natural do sistema [rad/s].

Analisando a Equação (18) nota-se que o coeficiente de amortecimento e a frequência natural podem ser utilizadas para definir a dinâmica do sistema.

2.4 AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

Amplificador operacional (Amp-Op) é um componente eletrônico que possui o ganho e impedância de entrada muito elevados e impedância de saída baixa. A Figura 7 apresenta uma ilustração de um amplificador operacional.

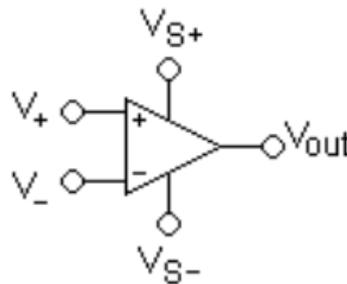


Figura 7. Ilustração de um amplificador operacional.

A Figura 7 mostra que o amplificador operacional possui dois terminais de entradas e um de saída. O terminal positivo (+) é denominado não inversor e o negativo (-) é denominado terminal inversor, o terminal de saída é representado por V_{out} . A maioria dos Amp-Ops são alimentados com fontes simétricas, logo pela Figura 7 V_{s+} é a alimentação positiva e V_{s-} a alimentação negativa.

Devido às suas características, os amplificadores operacionais possuem inúmeras aplicações tais como na eletrônica, controle industrial, instrumentação médica e industrial e em telecomunicações. As aplicações utilizadas para o desenvolvimento deste trabalho serão abordadas nesta seção.

2.4.1 AMPLIFICADOR INVERSOR

O amplificador inversor possui uma configuração bastante simples, este amplificador possui o sinal de saída invertido com relação ao sinal de entrada. A Figura 8 ilustra a configuração do amplificador inversor.

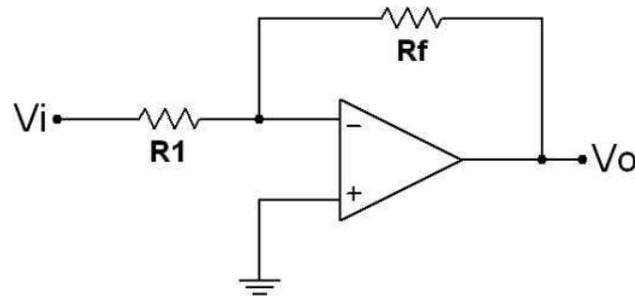


Figura 8. Desenho do circuito elétrico do amplificador inversor.

O sinal de saída V_o é calculado como sendo

$$V_o = -\frac{R_f}{R_1} V_i \quad (19)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R_1}, \quad (20)$$

em que: V_i é a tensão de entrada do amplificador [volts]; V_o é a tensão de saída do amplificador [volts]; R_f e R_1 são as resistências que caracterizam o amplificador inversor [Ω].

A relação entre as resistências, conforme mostrado na Equação (19), determinam o ganho do amplificador inversor. Logo para valores iguais de resistências o ganho em questão será unitário.

2.4.2 BUFFER

O *buffer* fornece um ganho unitário sem inversão de polaridade ou fase. É muito utilizado para isolar partes do circuito, garantindo uma passagem de corrente com perdas mínimas. A Figura 9 demonstra o desenho do circuito elétrico do *buffer*.

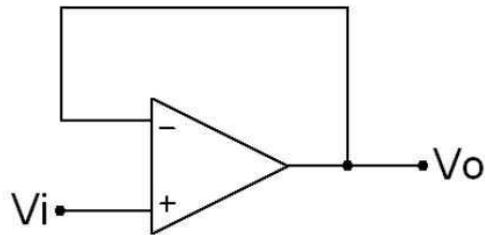


Figura 9. Desenho do circuito elétrico do *buffer*.

Como o ganho do *buffer* é unitário, o sinal de entrada e saída são idênticos, assim:

$$V_o = V_i, \quad (21)$$

onde: V_o é a tensão de saída do amplificador [volts] e V_i a tensão de entrada do amplificador [volts].

2.4.3 AMPLIFICADOR SOMADOR

O amplificador somador realiza a soma algébrica das tensões aplicadas nos terminais de entrada, multiplicando-as pelo seu ganho. O amplificador somador também possui um sinal de saída invertido com relação ao sinal de entrada. A Figura 10 mostra o desenho do circuito elétrico do amplificador somador.

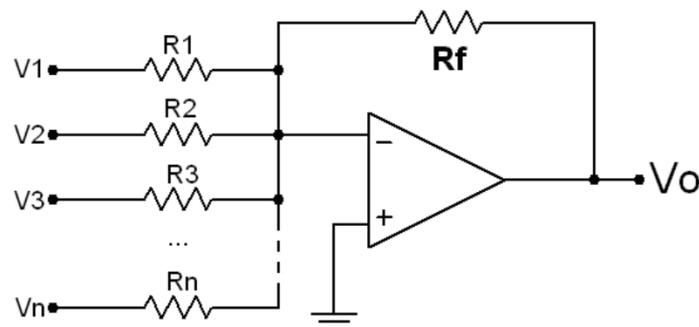


Figura 10. Desenho do circuito elétrico do amplificador somador.

O sinal de saída é determinado por:

$$V_o = - \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_f}{R_i} V_i \right)$$

$$V_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}V_1 + \frac{R_f}{R_2}V_2 + \frac{R_f}{R_3}V_3 + \dots + \frac{R_f}{R_n}V_n\right), \quad (22)$$

onde: V_o é a tensão de saída do amplificador somador [volts]; $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ são as entradas do amplificador somador; $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ são as resistências das entradas [Ω] e R_f é a resistência da realimentação [Ω].

2.4.4 AMPLIFICADOR SOMADOR NÃO-INVERSOR

O amplificador somador não-inversor também realiza a soma algébrica das tensões aplicadas no terminal de entrada multiplicando-as pelo seu ganho, porém, não possui o sinal de saída invertido. A Figura 11 apresenta a configuração do amplificador somador não-inversor.

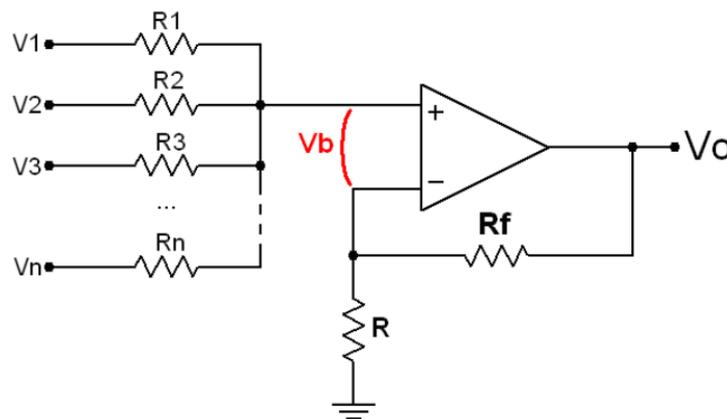


Figura 11. Desenho do circuito elétrico do amplificador somador não-inversor.

Como o sinal de saída desse somador não é invertido, o valor de V_o é determinado por:

$$V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right)V_b \quad (23)$$

$$V_b = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \dots + \frac{V_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}} \quad (24)$$

$$V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \left(\frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \dots + \frac{V_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}} \right), \quad (25)$$

em que: V_o é a tensão de saída do amplificador somador não-inversor [volts]; $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ são as entradas do amplificador somador não-inversor; V_b é a tensão entre os terminais do amplificador; $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ são as resistências conectadas ao terminal de entrada [Ω] e R_f e R são as resistências que caracterizam o somador não-inversor [Ω].

2.4.5 AMPLIFICADOR SUBTRATOR

O amplificador somador possui como sinal de saída a diferença entre os sinais de entrada multiplicados pelo seu ganho. A Figura 12 ilustra o circuito elétrico do amplificador subtrator.

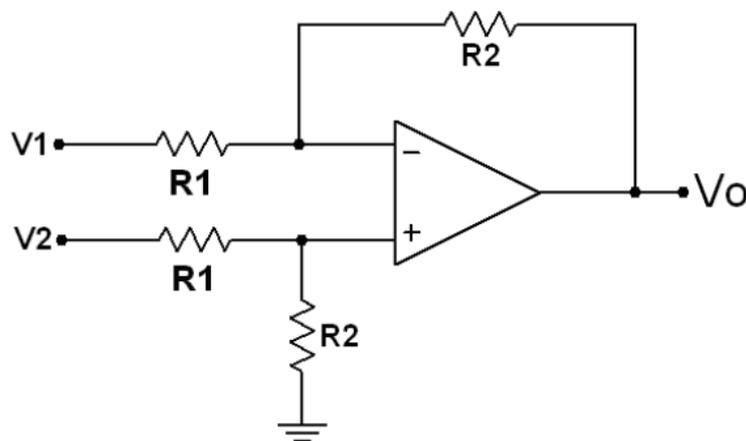


Figura 12. Desenho do circuito elétrico do amplificador subtrator.

O sinal de saída para o amplificar subtrator é calculado por:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1), \quad (26)$$

sendo: V_o a tensão de saída [volts]; V_2 a tensão de entrada no terminal não inversor [volts]; V_1 a tensão de entrada no terminal inversor [volts]; R_1 e R_2 resistências que determinam o ganho do amplificador.

2.4.6 AMPLIFICADOR DIFERENCIADOR OU DERIVADOR

O circuito diferenciador ou derivador realiza a operação matemática da diferenciação. A Figura 13 apresenta o desenho do circuito elétrico para o amplificador diferenciador.

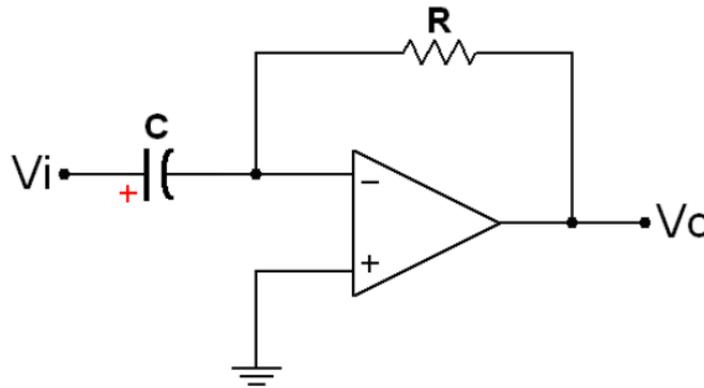


Figura 13. Desenho do circuito elétrico do amplificador diferenciador.

A equação para o sinal de saída do amplificador derivador é determinada por:

$$V_o(t) = -RC \frac{dV_i(t)}{dt}, \quad (27)$$

onde: $V_o(t)$ a tensão de saída do diferenciador [volts]; $V_i(t)$ a tensão de entrada do diferenciador em função do tempo; R a resistência [Ω] e C a capacitância [F] que caracterizam o amplificador diferenciador.

Este tipo de amplificador também possui o sinal de saída invertido. O tempo de derivação do amplificador diferencial (T_d) é determinado pelo produto entre resistência e capacitância do mesmo.

$$T_d = R_d C_d, \quad (28)$$

em que: R_d e C_d são respectivamente a resistência e capacitância do amplificador diferencial.

2.4.7 AMPLIFICADOR INTEGRADOR

O amplificador integrador assim como o amplificador diferenciador realiza a operação matemática de integração. A Figura 14 mostra o desenho do circuito elétrico para este amplificador.

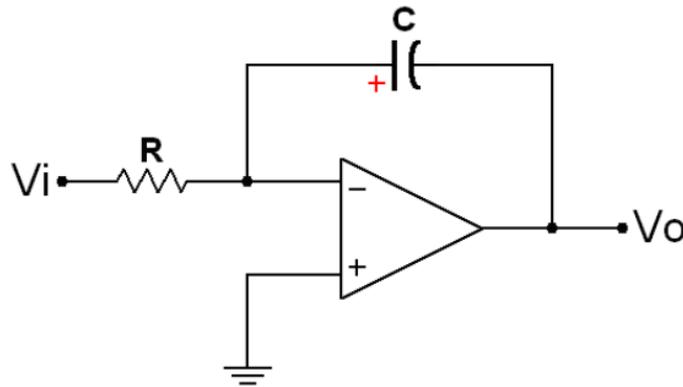


Figura 14. Desenho do circuito elétrico do amplificador integrador.

A equação característica do circuito é:

$$V_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_i(t) dt, \quad (29)$$

sendo: V_o a tensão de saída do integrador [volts]; $V_i(t)$ a tensão de entrada do integrador em função do tempo; C a capacitância [F] e R a resistência [Ω] que caracterizam o amplificador integrador.

O tempo de integração do amplificador integrador (T_i) é determinado pelo produto entre resistência e capacitância do mesmo.

$$T_i = R_i C_i \quad (30)$$

onde: R_i e C_i são respectivamente a resistência [Ω] e capacitância [F] do amplificador integrador.

3 METODOLOGIA

Este capítulo irá abordar o início do desenvolvimento do trabalho, inicialmente mostrará o estudo do circuito escolhido para ser a carga (processo) e, em seguida o estudo do comportamento do sistema para cada controlador.

Como o objetivo deste trabalho é o entendimento prático detalhado dos controladores P, PI e PID, a carga escolhida para ser controlada foi o circuito RC série,

pois se trata de um circuito simples, de fácil implementação e que é estudado detalhadamente ao longo da graduação em Engenharia Elétrica.

3.1 ESTUDO DA CARGA

Tendo como base a configuração do circuito mostrado na Figura 1, os valores escolhidos respectivamente para o resistor e o capacitor foram de $100\text{ k}\Omega$ e $22\text{ }\mu\text{F}$, estes valores aplicados na Equação (4) fornecem uma constante de tempo (τ) igual a 2,2 segundos.

A Figura 15 mostra o desenho do circuito da montagem realizada para obter a resposta ao degrau do circuito. O sinal de entrada do circuito é uma onda quadrada com 5 V de amplitude e frequência de 10 mHz obtidos pela fonte geradora de sinais. A Figura 16 ilustra as configurações utilizadas pela fonte.

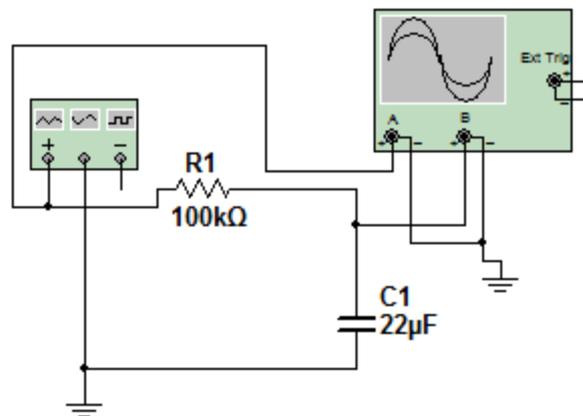


Figura 15. Desenho do circuito elétrico da montagem do circuito RC.

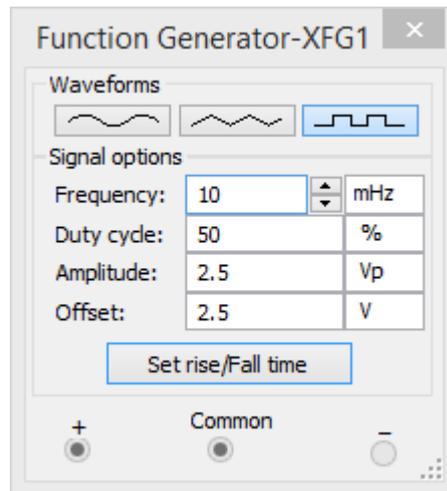


Figura 16. Configuração da fonte geradora de sinais.

A Figura 17 demonstra o sinal de saída obtido para o circuito RC tendo como sinal de entrada a onda quadrada. Conforme calculado, para a constante de tempo de 2,2 segundos o valor apresentado é de aproximadamente 3,16V, ou seja, 63% do valor de entrada.

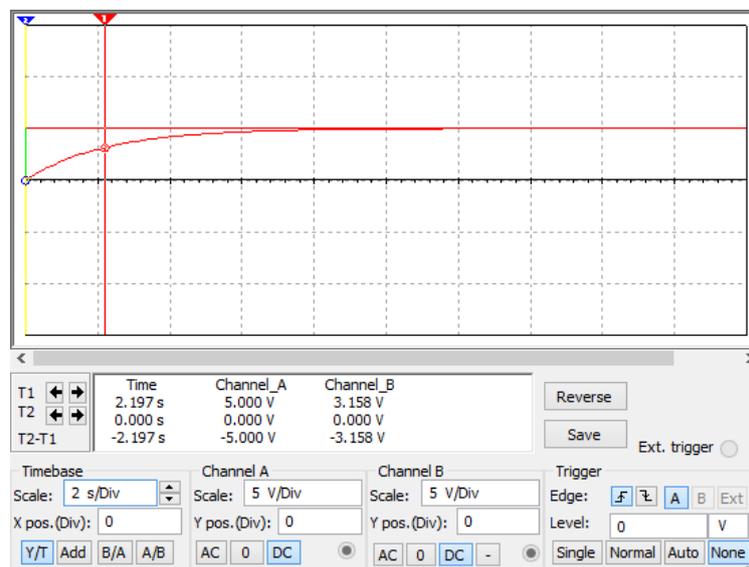


Figura 17. Valor do sinal de saída do circuito RC para $\tau = 2,2$ s.

Pela Figura 18 é possível observar que a tensão obtida nos terminais do capacitor alcança a referência, com uma tolerância de 1%, em aproximadamente 10 segundos, ou seja, em um pouco menos que cinco constantes de tempo. Ao longo do trabalho serão realizados experimentos envolvendo a montagem de cada controlador. Para estas montagens será considerado uma tolerância de 4 a 5 % do sinal de entrada para a comparação com os tempos necessários para o regime permanente.

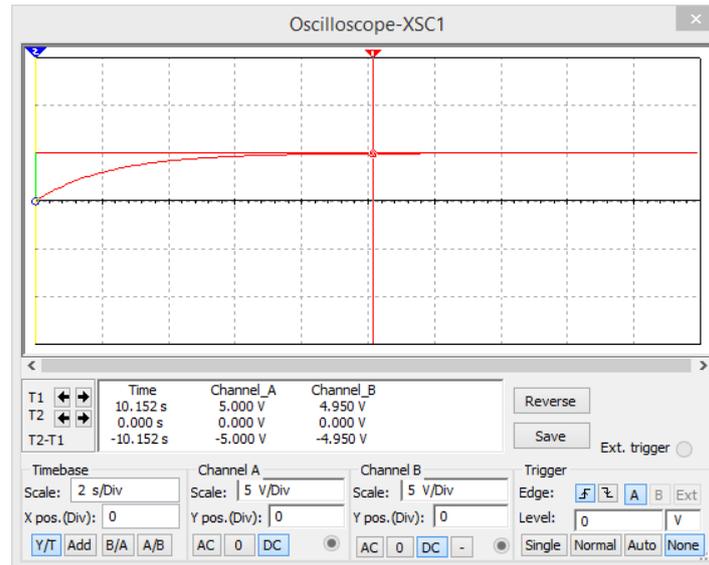


Figura 18. Quantidade de constantes de tempo necessárias para o regime permanente do circuito RC.

Atribuindo os valores da resistência e da capacitância utilizados no circuito na Equação (2), a função de transferência do circuito RC em questão é dada por:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{s + \frac{1}{100 \times 10^3 \times 22 \times 10^{-6}}}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{s + \frac{1}{2,2}}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{0,4545}{s + 0,4545} \quad (31)$$

Como foi comentado na seção anterior, o circuito RC em série é um circuito de primeira ordem que possui apenas um polo, calculado pela Equação (3), assim:

$$s = -\frac{1}{RC}$$

$$s = -0,4545. \quad (32)$$

Pela Equação (32), o polo do circuito RC estudado está localizado em $s = -0,4545$.

3.2 ESTUDO DO SISTEMA COM O CONTROLADOR

PROPORCIONAL

Para tornar a resposta da carga ao degrau mais rápida, os controladores foram desenvolvidos. Primeiramente foi implementado o controlador proporcional (P), ilustrado na Figura 19.

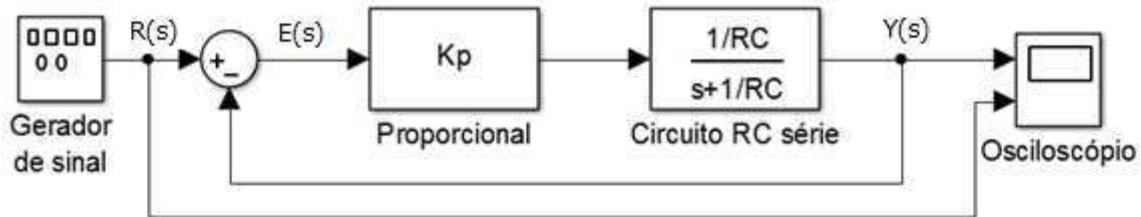


Figura 19. Diagrama de blocos para o sistema formado pelo controlador P e o circuito RC.

A equação geral para a determinação a função da transferência em malha (FTMF) é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}, \quad (33)$$

em que $G(s)$ é a função de transferência do controlador e $H(s)$ a função de transferência da carga.

Aplicando as Equações (2) e (7) na Equação (33), é possível determinar a FTMF do circuito formado pelo controlador proporcional e o circuito RC:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p \left(\frac{1}{RC}\right)}{s + \frac{1}{RC}}}{1 + \frac{K_p \left(\frac{1}{RC}\right)}{s + \frac{1}{RC}}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{\frac{K_p}{RC}}{RCs + 1}}{1 + \frac{\frac{K_p}{RC}}{RCs + 1}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p}{RCs + 1}}{1 + \frac{K_p}{RCs + 1}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p}{RCs + 1}}{\frac{RCs + 1 + K_p}{RCs + 1}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{RCs + 1 + K_p}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p}{RC}}{s + \frac{K_p + 1}{RC}} \quad (34)$$

Substituindo os valores da resistência e capacitância do circuito RC, abordados anteriormente na Equação (34) é possível determinar a FMTF em função do ganho proporcional do controlador:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p}{2,2}}{s + \frac{K_p + 1}{2,2}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0,4545K_p}{s + 0,4545(K_p + 1)} \quad (35)$$

Pela Equação (35) conclui-se que o sistema formado pela adição do controlador com a carga ainda resulta no sistema de primeira ordem que possui apenas um polo para:

$$s = -[0,4545(K_p + 1)]. \quad (36)$$

Por meio do teorema do valor final é possível descobrir o erro estacionário do sistema

$$e(t) = y(t) - u(t) \text{ ou } E(s) = Y(s) - R(s) \quad (37)$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)U(s)} Y(s) \quad (38)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G(s)H(s)} R(s). \quad (39)$$

Para um sinal de entrada de um degrau e substituindo os valores das Equações (2) e (7) na Equação (39),

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{K_p \left(\frac{1}{RC}\right)}{s + \frac{1}{RC}}} \frac{1}{s}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{K_p \left(\frac{1}{RC}\right)}{s + \frac{1}{RC}}}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{K_p \left(\frac{1}{RC}\right)}{\frac{1}{RC}}}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{1 + K_p}. \quad (40)$$

A Equação (40) mostra que o sistema possui um erro estacionário não nulo, o que é um resultado já esperado. Para um $K_p \gg 1$ o erro tenderá a zero, porém não poderá ser nulo, pois assim o sinal de controle também será.

3.3 ESTUDO DO SISTEMA COM O CONTROLADOR

PROPORCIONAL-INTEGRAL

O controlador proporcional-integral garante o erro estacionário nulo para o sistema independente dos ganhos dos amplificadores responsáveis pela ação proporcional e integral. A Figura 20 apresenta o diagrama de blocos para sistema.

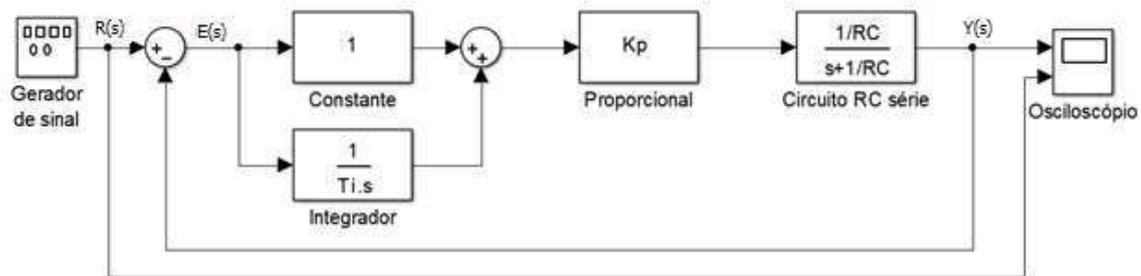


Figura 20. Diagrama de blocos do sistema formado pelo controlador PI com o circuito RC.

Novamente, substituindo as Equações (2) e (10) na Equação (33), a FTMF do sistema será:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(\frac{sT_i + 1}{sT_i}\right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{\frac{sRC + 1}{RC}}\right)}{1 + K_p \left(\frac{sT_i + 1}{sT_i}\right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{\frac{sRC + 1}{RC}}\right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(\frac{sT_i + 1}{sT_i} \right) \left(\frac{1}{sRC + 1} \right)}{1 + K_p \left(\frac{sT_i + 1}{sT_i} \right) \left(\frac{1}{sRC + 1} \right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p(sT_i + 1)}{(sT_i)(sRC + 1)}}{1 + \frac{K_p(sT_i + 1)}{(sT_i)(sRC + 1)}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p(sT_i + 1)}{(sT_i)(sRC + 1)}}{\frac{(sT_i)(sRC + 1) + K_p(sT_i + 1)}{(sT_i)(sRC + 1)}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p(sT_i + 1)}{(sT_i)(sRC + 1) + K_p(sT_i + 1)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{sK_pT_i + K_p}{RCT_i s^2 + (1 + K_p)T_i s + K_p}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p T_i s}{RCT_i} + \frac{K_p}{RCT_i}}{s^2 + \frac{(1 + K_p)T_i s}{RCT_i} + \frac{K_p}{RCT_i}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p s}{RC} + \frac{K_p}{RCT_i}}{s^2 + \frac{(1 + K_p)s}{RC} + \frac{K_p}{RCT_i}} \quad (41)$$

Aplicando os valores da resistência e capacitância utilizados na carga na Equação (41) a função de transferência em função do ganho proporcional e tempo de integração será:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p s}{2,2} + \frac{K_p}{2,2T_i}}{s^2 + \frac{(1 + K_p)s}{2,2} + \frac{K_p}{2,2T_i}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0,4545 \left(K_p s + \frac{K_p}{T_i} \right)}{s^2 + 0,4545(1 + K_p)s + 0,4545 \left(\frac{K_p}{T_i} \right)} \quad (42)$$

Pela Equação (42) o sistema resultante formado pelo controlador PI e o circuito RC em série, como esperado, é um sistema de segunda ordem que apresenta um zero e dois polos. O zero é calculado por:

$$0,4545 \left(K_p s + \frac{K_p}{T_i} \right) = 0$$

$$K_p s + \frac{K_p}{T_i} = 0$$

$$K_p s = -\frac{K_p}{T_i}$$

$$s = -\frac{K_p}{K_p T_i}$$

$$s = -\frac{1}{T_i}. \quad (43)$$

Logo, pela Equação (43) o sistema possui um zero cuja localização é inversamente proporcional ao tempo de integração do controlador.

A Equação (44) mostra a localização dos polos do sistema.

$$s_{1,2} = -0,4545(1 + K_p) \pm \sqrt{[0,4545(1 + K_p)]^2 - 4 \times 0,4545 \left(\frac{K_p}{T_i} \right)} \quad (44)$$

Novamente, aplicando os valores das Equações (2) e (10) na Equação (39) para o cálculo do erro estacionário para um degrau na entrada é:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G(s)H(s)} R(s)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}\right)} \frac{1}{s}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}\right)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + K_p \left(\frac{sT_i + 1}{sT_i}\right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{\frac{sRC + 1}{RC}}\right)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + K_p \left(\frac{sT_i + 1}{sT_i}\right) \left(\frac{1}{sRC + 1}\right)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{(sT_i)(sRC + 1) + K_p(sT_i + 1)}{(sT_i)(sRC + 1)}}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(sT_i)(sRC + 1)}{(sT_i)(sRC + 1) + K_p(sT_i + 1)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{T_i RC s^2 + T_i s}{T_i RC s^2 + T_i s + K_p T_i s + K_p}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{T_i RC s^2 + T_i s}{T_i RC s^2 + (1 + K_p) T_i s + K_p} = \frac{0}{K_p} = 0. \quad (45)$$

A Equação (45) **Erro! Fonte de referência não encontrada.** mostra que o erro ara o sistema com o controlador PI é nulo.

3.4 ESTUDO DO SISTEMA COM O CONTROLADOR

PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO

O controlador PID é o mais robusto dentre os controladores estudados neste trabalho. Para o circuito adotado como carga, o controlador PI já seria suficiente para um resultado satisfatório, porém com o intuito de buscar um melhor entendimento sobre seu funcionamento, o controlador PID também foi utilizado. O diagrama de blocos do sistema formado pelo controlador PID e o circuito RC em série é demonstrado na Figura 21.

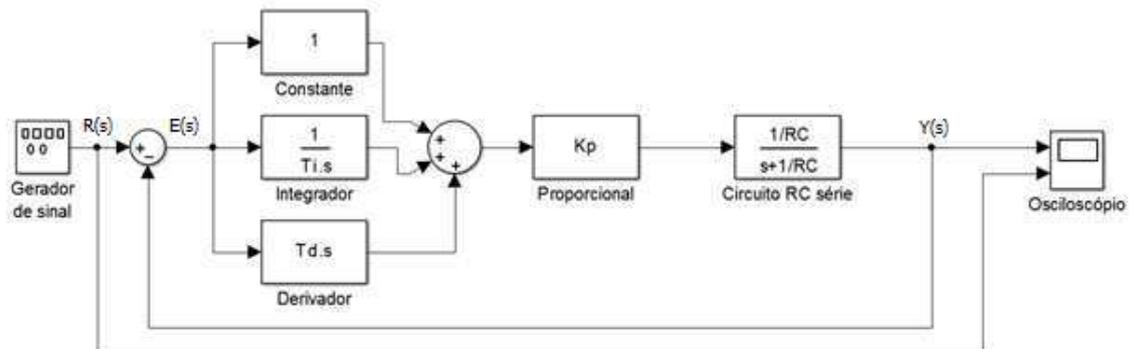


Figura 21. Diagrama de blocos do sistema formado pelo controlador PID com o circuito RC.

A FTMF do sistema é obtida com a substituição das Equações (2) e (13) na Equação (33). Assim ela é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + T_d s \right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} \right)}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + T_d s \right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} \right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(\frac{sT_i + 1 + sT_i T_d s}{sT_i} \right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{\frac{sRC + 1}{RC}} \right)}{1 + K_p \left(\frac{sT_i + 1 + sT_i T_d s}{sT_i} \right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{\frac{sRC + 1}{RC}} \right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(\frac{sT_i + 1 + sT_i T_d s}{sT_i} \right) \left(\frac{1}{sRC + 1} \right)}{1 + K_p \left(\frac{sT_i + 1 + sT_i T_d s}{sT_i} \right) \left(\frac{1}{sRC + 1} \right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left[\frac{s^2 T_i T_d + sT_i + 1}{(sT_i)(sRC + 1)} \right]}{1 + K_p \left[\frac{s^2 T_i T_d + sT_i + 1}{(sT_i)(sRC + 1)} \right]}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left[\frac{s^2 T_i T_d + sT_i + 1}{(sT_i)(sRC + 1)} \right]}{\frac{(sT_i)(sRC + 1) + K_p [s^2 T_i T_d + sT_i + 1]}{(sT_i)(sRC + 1)}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p (s^2 T_i T_d + sT_i + 1)}{(sT_i)(sRC + 1) + K_p (s^2 T_i T_d + sT_i + 1)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p (s^2 T_i T_d + sT_i + 1)}{s^2 T_i RC + sT_i + K_p (s^2 T_i T_d + sT_i + 1)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p (s^2 T_i T_d + sT_i + 1)}{(RC + K_p T_d) T_i s^2 + (1 + K_p) T_i s + K_p}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(\frac{T_d T_i}{(RC + K_p T_d) T_i} s^2 + \frac{T_i s}{(RC + K_p T_d) T_i} + \frac{1}{(RC + K_p) T_i} \right)}{s^2 + \frac{(1 + K_p) T_i s}{(RC + K_p T_d) T_i} + \frac{K_p}{(RC + K_p T_d) T_i}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(\frac{T_d}{(RC + K_p T_d)} s^2 + \frac{s}{(RC + K_p T_d)} + \frac{1}{(RC + K_p T_d) T_i} \right)}{s^2 + \frac{(1 + K_p)s}{(RC + K_p T_d)} + \frac{K_p}{(RC + K_p T_d) T_i}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p}{(RC + K_p T_d)} \left(T_d s^2 + s + \frac{1}{T_i} \right)}{s^2 + \frac{(1 + K_p)s}{(RC + K_p T_d)} + \frac{K_p}{(RC + K_p T_d) T_i}} \quad (46)$$

A Equação (13) não é uma equação prática, porém, será utilizada, pois para a aplicação da Equação (15) o sistema se torna um sistema de terceira ordem, como é mostrado na Equação (47).

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + T_d p_d \frac{s}{s + p_d} \right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} \right)}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + T_d p_d \frac{s}{s + p_d} \right) \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} \right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p [(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s (sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)} \left(\frac{\frac{1}{RC}}{\frac{sRC + 1}{RC}} \right)}{1 + \frac{K_p [(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s (sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)} \left(\frac{\frac{1}{RC}}{\frac{sRC + 1}{RC}} \right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p [(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s (sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)} \left(\frac{1}{sRC + 1} \right)}{1 + \frac{K_p [(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s (sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)} \left(\frac{1}{sRC + 1} \right)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p[(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s(sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)(sRC + 1)}}{1 + \frac{K_p[(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s(sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)(sRC + 1)}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p[(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s(sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)(sRC + 1)}}{(sT_i)(s + p_d)(sRC + 1) + \frac{K_p[(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s(sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)(sRC + 1)}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p[(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s(sT_i)]}{(sT_i)(s + p_d)(sRC + 1) + K_p[(sT_i)(s + p_d) + (s + p_d) + T_d p_d s(sT_i)]}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p[s^2 T_i + s T_i p_d + s + p_d + s^2 T_d p_d T_i]}{(s^2 T_i + s T_i p_d)(sRC + 1) + K_p[s^2 T_i + s T_i p_d + s + p_d + s^2 T_d p_d T_i]}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p[(T_i + T_d p_d T_i)s^2 + (T_i p_d + 1)s + p_d]}{R C T_i s^3 + (T_i + T_i p_d R C)s^2 + T_i p_d s + K_p[(T_i + T_d p_d T_i)s^2 + (T_i p_d + 1)s + p_d]}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p}{RC} \left[(T_d p_d + 1)s^2 + \left(\frac{T_i p_d + 1}{T_i} \right) s + \frac{p_d}{T_i} \right]}{s^3 + \left[\frac{p_d (K_p T_d + RC) + K_p + 1}{RC} \right] s^2 + \left[\frac{T_i p_d (K_p + 1) + K_p}{R C T_i} \right] s + \frac{K_p p_d}{R C T_i}} \quad (47)$$

Como o sistema é de terceira ordem pela Equação (47), o estudo sobre o comportamento do controlador PID será baseado na Equação (46), já que esta representa o comportamento teórico do controlador, permitindo um melhor entendimento do seu funcionamento.

Pela Equação (46) o sistema possui dois zeros e dois polos localizados respectivamente:

$$z_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{4T_d}{T_i} \right)}}{2T_d} \quad (48)$$

$$s_{1,2} = \frac{-\left(\frac{1+K_p}{RC+T_d}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{1+K_p}{RC+T_d}\right)^2 - \left(\frac{4K_p}{(RC+T_d)T_i}\right)}}{2} \quad (49)$$

De forma análoga aos controladores anteriores, o erro é calculado com base na Equação (39) tendo como sinal de entrada um degrau:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+G(s)H(s)} R(s)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + T_d s\right)} \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}\right) \frac{1}{s}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + T_d s\right)} \left(\frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}\right)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+K_p \left(\frac{sT_i + 1 + sT_i T_d s}{sT_i}\right)} \left(\frac{\frac{1}{RC}}{\frac{sRC + 1}{RC}}\right)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+K_p \left(\frac{sT_i + 1 + sT_i T_d s}{sT_i}\right)} \left(\frac{1}{sRC + 1}\right)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{(sT_i)(sRC + 1) + K_p[s^2 T_i T_d + sT_i + 1]}{(sT_i)(sRC + 1)}}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(sT_i)(sRC + 1)}{(sT_i)(sRC + 1) + K_p[s^2 T_i T_d + sT_i + 1]}$$

$$\frac{0}{0 + K_p} = 0. \quad (50)$$

A Equação (50) confirma que o erro do sistema regime permanente é nulo, comprovando uma das características do controlador PID.

4 ESQUEMÁTICO DOS CIRCUITOS ELÉTRICOS DO SISTEMA PARA CADA CONTROLADOR

Este capítulo irá mostrar todos os esquemáticos elétricos utilizados no trabalho bem como tecer algumas explicações a respeito das escolhas dos valores dos componentes.

4.1 ESQUEMÁTICO DO CIRCUITO ELÉTRICO PARA SISTEMA COM CONTROLADOR PROPORCIONAL

O esquema do circuito elétrico da montagem do sistema com o controlador proporcional está mostrado na Figura 22.

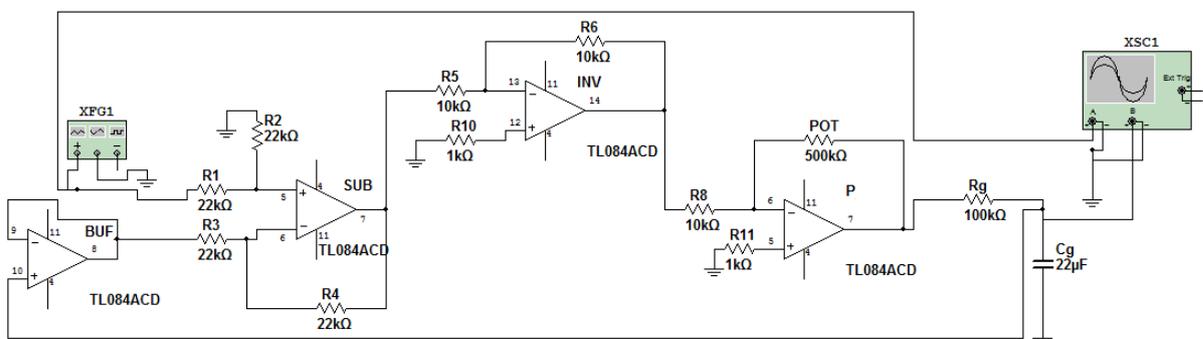


Figura 22. Esquema do circuito elétrico da montagem do sistema com o controlador P.

A montagem foi baseada no esquema mostrado na Figura 19. A fonte geradora de tensão XFG1 possui a mesma configuração apresentada na Figura 16. O osciloscópio XSC1 apresenta no canal A o sinal de referência produzido pela fonte XFG1 e no canal

B a saída do sistema. Com isso pode ser feita a comparação e análise do comportamento do sistema com o controlador. Essas configurações são mantidas para todos os experimentos realizados ao longo do trabalho.

O sinal de referência e a realimentação são os sinais de entrada do amplificador subtrator, o sinal de saída deste amplificador é o sinal de erro que por sua vez será o sinal de entrada para o controlador. A Figura 23 apresenta o esquemático do circuito elétrico do amplificador subtrator utilizado no sistema de forma mais detalhada.

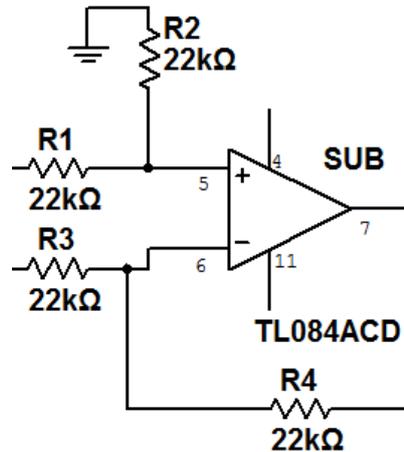


Figura 23. Esquema do circuito elétrico do amplificador subtrator do sistema em malha fechada.

Os valores dos resistores são baseados na Equação (26), os valores para R_2 e R_4 , R_1 e R_3 da Figura 23 precisam ser iguais para que haja um ganho unitário, como é demonstrado nas Equações (51) e (52).

$$V_{Erro} = \frac{R_2}{R_1}(r - y)$$

$$V_{Erro} = \frac{R}{R}(r - y) \quad (51)$$

$$V_{Erro} = (r - y) \quad (52)$$

em que V_{Erro} é a tensão de saída do subtrator que para o sistema é o sinal de erro [volts]; r a tensão de referência [volts] e y a tensão de realimentação da malha fechada [volts].

O valor escolhido para os resistores foi de 22k pela disponibilidade do mercado, porém outros valores podem ser utilizados, contanto que a condição do ganho unitário seja satisfeita.

O controlador propriamente dito é formado por dois inversores. O primeiro possui ganho unitário e o segundo ganho variável, que é o responsável pela ação proporcional do sistema. A Figura 24 mostra o esquema do circuito elétrico do controlador proporcional.

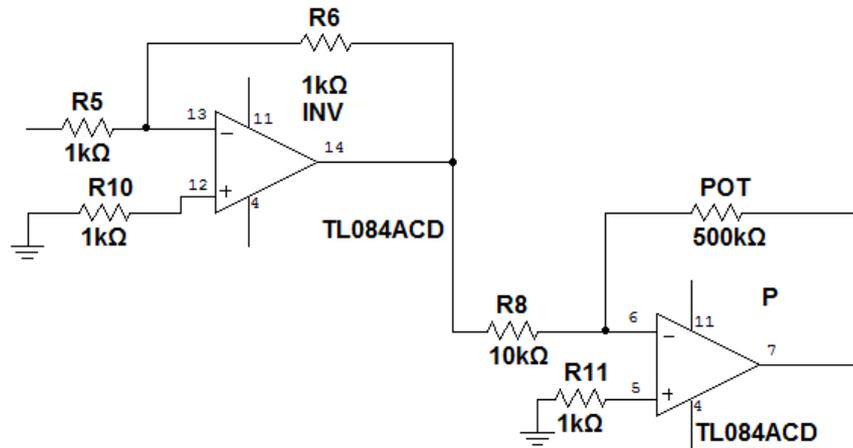


Figura 24. Esquema do circuito elétrico do controlador proporcional.

Os resistores conectados aos terminais não-inversores dos amplificadores são para evitar possíveis problemas com a corrente de polarização do sinal de entrada. Os dois inversores são utilizados para que o sinal de saída do controlador seja positivo. Pela Equação (19), resistores com valores iguais garantem o ganho unitário, como é comprovado pela Equação (53).

$$V_{Inv} = -\frac{R_6}{R_5} V_{Erro}$$

$$V_{Inv} = -\frac{R}{R} V_{Erro}$$

$$V_{Inv} = -V_{Erro} \quad (53)$$

onde: V_{Inv} é a saída do inversor [volt] e V_{Erro} a entrada [volts], que é o sinal de erro originado pelo sinal de saída do subtrator.

Os valores dos resistores para o inversor (INV) foram escolhidos de forma análoga aos do subtrator, logo os resistores R_5 e R_6 da Figura 24 são iguais para garantir o ganho unitário.

O segundo inversor (P) é responsável pela ação proporcional do controlador, novamente pela Equação (19):

$$u = -\frac{Pot}{R_8} V_{Inv} \quad (54)$$

onde: u é a saída do controlador [volts]; V_{Inv} a entrada do controlador [volts]; R_8 o resistor da entrada [Ω] e Pot o potenciômetro presente na realimentação [Ω].

O ganho do controlador é determinado pela relação de R_8 e o Pot. O valor escolhido para o resistor foi de 10k e o do potenciômetro de 500k, logo o controlador possui um ganho variável de 0 a 50.

No sinal de realimentação, conforme é mostrado na Figura 25, foi acrescentado um *buffer* para garantir que o sinal de realimentação chegue no terminal de entrada do somador com um mínimo de perdas.

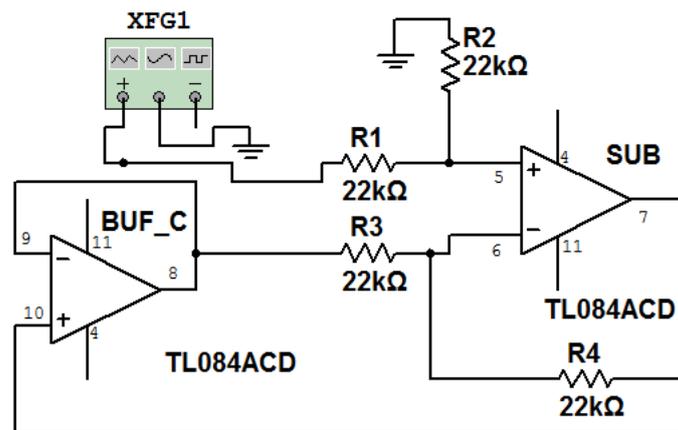


Figura 25. Esquemático do circuito elétrico do *Buffer* utilizado na realimentação.

4.2 ESQUEMÁTICO DO CIRCUITO ELÉTRICO PARA SISTEMA COM O CONTROLADOR PI

O desenho do circuito elétrico do sistema com o controlador PI é ilustrado na Figura 26. Para acrescentar a ação integral no sistema, foi adicionado o amplificador integrador e um amplificador somador.

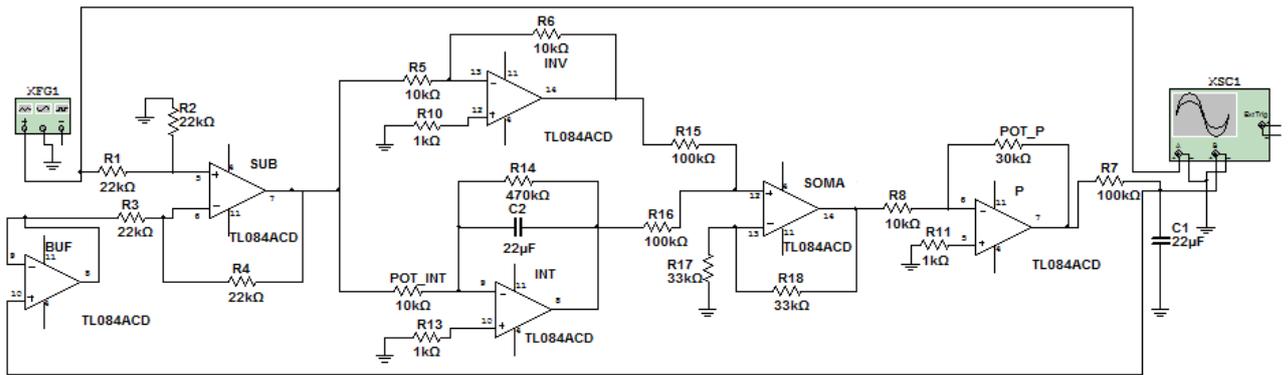


Figura 26. Esquema do circuito elétrico do sistema com o controlador PI.

O esquema da Figura 26 é baseado na Figura 20. O tempo de integração do amplificador integrador é obtido pela Equação (30):

$$T_i = R_i C_i$$

$$T_i = Pot_{Int} C_2, \quad (55)$$

em que: Pot_{Int} é o pontenciamento de 100 kΩ presente na entrada do integrador e C_2 o capacitor presente na realimentação do integrador [F].

A Figura 27 apresenta o esquema elétrico do amplificador integrador utilizado no controlador PI.

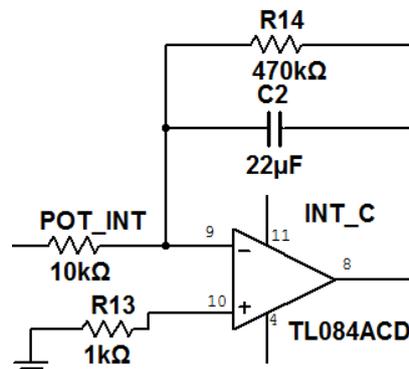


Figura 27. Esquema elétrico do amplificador integrador utilizado no controlador PI.

O resistor R_{14} presente na Figura 27 possui a função de evitar a saturação do amplificador em baixas frequências. O seu valor é determinado de forma prática, ou seja, é baseado na resposta do próprio amplificador, para cada valor de C_2 , o valor de resistor é testado com o intuito de melhorar o sinal de saída.

O somador responsável pela soma da ação integral com o inversor é o do tipo não inversor e o seu circuito é ilustrado na Figura 28.

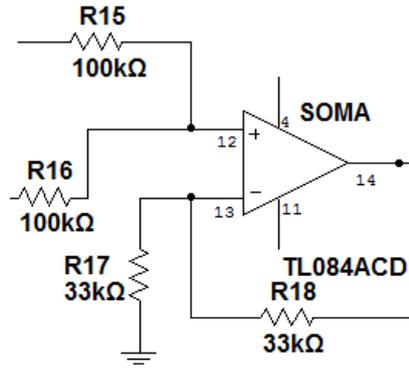


Figura 28. Ilustração do circuito elétrico do somador do controlador PI.

Para que o ganho do somador não-inversor seja unitário os resistores R_{17} e R_{18} , R_{15} e R_{16} devem possuir valores iguais, essa relação é obtida a partir da Equação (25):

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{18}}{R_{17}}\right) \left(\frac{\frac{V_{Inv} + V_{Int}}{\frac{1}{R_{15}} + \frac{1}{R_{16}}}}{\frac{1}{R_{15}} + \frac{1}{R_{16}}}\right), \quad (56)$$

com $R_{15} = R_{16} = R_{ent}$,

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{18}}{R_{17}}\right) \left(\frac{\frac{V_{Inv} + V_{Int}}{\frac{1}{R_{ent}} + \frac{1}{R_{ent}}}}{\frac{1}{R_{ent}} + \frac{1}{R_{ent}}}\right)$$

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{18}}{R_{17}}\right) \left(\frac{\frac{V_{Inv} + V_{Int}}{R_{ent}}}{\frac{2}{R_{ent}}}\right)$$

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{18}}{R_{17}}\right) \left(\frac{V_{Inv} + V_{Int}}{2}\right), \quad (57)$$

para $R_{17} = R_{18} = R_{soma}$,

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{soma}}{R_{soma}}\right) \left(\frac{V_{Inv} + V_{Int}}{2}\right)$$

$$V_{Soma} = (1 + 1) \left(\frac{V_{Inv} + V_{Int}}{2}\right)$$

$$V_{Soma} = (2) \left(\frac{V_{Inv} + V_{Int}}{2} \right)$$

$$V_{Soma} = V_{Inv} + V_{Int}. \quad (58)$$

Com isso os valores escolhidos foram de 100k para os resistores de entrada e 33k para os resistores do somador, podendo ser alterados desde que as relações demonstradas pelas Equações (56), (57) e (58) sejam satisfeitas.

4.3 ESQUEMÁTICO DO CIRCUITO ELÉTRICO PARA O SISTEMA COM O CONTROLADOR PID

Para a montagem do controlador PID, foi adicionado o amplificador diferencial ao circuito anterior e com isso o somador não inversor teve uma modificação. A Figura 29 apresenta o esquema do circuito elétrico do sistema com o controlado PID.

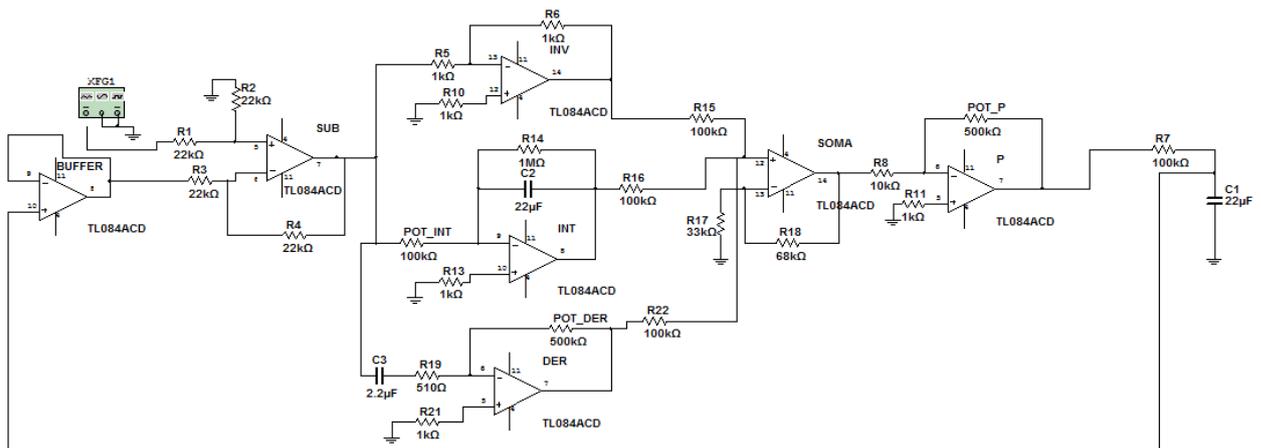


Figura 29. Esquema do circuito elétrico para o sistema com o controlador PID.

O esquema do circuito elétrico é baseado no diagrama de blocos apresentado na Figura 21. Apesar do embasamento teórico ter sido baseado na Equação (13), a montagem do controlador foi feita pela Equação (15), já que o controlador não possui uma resposta satisfatória para uma montagem pela primeira equação. A Figura 30 mostra o esquemático do circuito do amplificador diferencial utilizado pelo controlador PID.

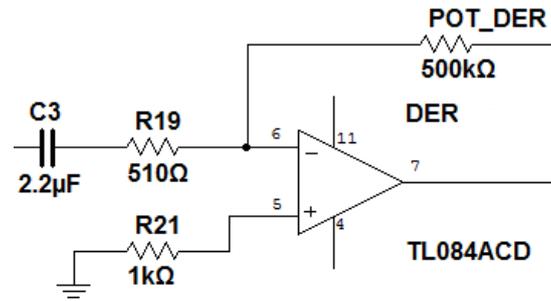


Figura 30. Esquemático do circuito do amplificador diferencial do sistema.

Com base na Equação (28), o tempo de derivação do amplificador é:

$$T_d = Pot_{Der} C_3 \quad (59)$$

onde: Pot_{Der} é o potenciômetro de 500 k Ω e C_3 o capacitor da entrada do amplificador [F].

Os valores do potenciômetro e do capacitor são variados para observar o comportamento do controlador. O resistor R_{19} foi adicionado para que se obtenha a dinâmica apresentada na Equação (13). Assim como ocorre no amplificador integrador, o valor desse componente é obtido com base em testes. São atribuídos valores até que se tenha uma resposta satisfatória. A Figura 31 ilustra o circuito elétrico da configuração do somador utilizado no controlador PID.

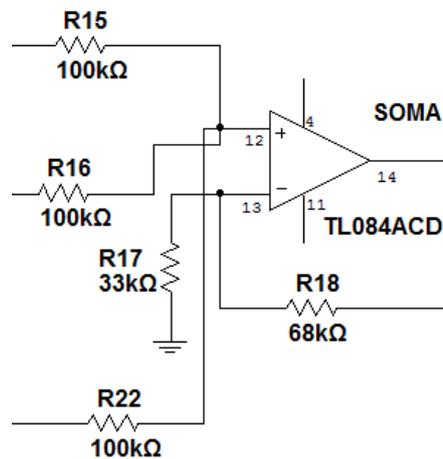


Figura 31. Esquema do circuito elétrico do somador do controlador PID.

Pela equação do somador não-inversor, o circuito da Figura 31 possui como equação característica:

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{18}}{R_{17}}\right) \left(\frac{\frac{V_{Inv}}{R_{15}} + \frac{V_{Int}}{R_{16}} + \frac{V_{Der}}{R_{22}}}{\frac{1}{R_{15}} + \frac{1}{R_{16}} + \frac{1}{R_{22}}}\right), \quad (60)$$

fazendo $R_{15} = R_{16} = R_{22} = R_{ent}$,

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{18}}{R_{17}}\right) \left(\frac{\frac{V_{Inv}}{R_{ent}} + \frac{V_{Int}}{R_{ent}} + \frac{V_{Der}}{R_{ent}}}{\frac{1}{R_{ent}} + \frac{1}{R_{ent}} + \frac{1}{R_{ent}}}\right)$$

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{18}}{R_{17}}\right) \left(\frac{\frac{V_{Inv} + V_{Int} + V_{Der}}{R_{ent}}}{\frac{3}{R_{ent}}}\right)$$

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{R_{18}}{R_{17}}\right) \left(\frac{V_{Inv} + V_{Int} + V_{Der}}{3}\right), \quad (61)$$

com base na Equação (61), para que o amplificador tenha ganho unitário R_{18} deve possuir o dobro do valor de R_{17} , então:

$$V_{Soma} = \left(1 + \frac{2R_{17}}{R_{17}}\right) \left(\frac{V_{Inv} + V_{Int} + V_{Der}}{3}\right)$$

$$V_{Soma} = (1 + 2) \left(\frac{V_{Inv} + V_{Int} + V_{Der}}{3}\right)$$

$$V_{Soma} = (3) \left(\frac{V_{Inv} + V_{Int} + V_{Der}}{3}\right)$$

$$V_{Soma} = (V_{Inv} + V_{Int} + V_{Der}) \quad (62)$$

Com o intuito de satisfazer as relações determinadas pelas Equações (60), (61) e (62) foram escolhidos resistores de 100 k Ω para a entrada do somador, e valores de 33 k Ω e 68 k Ω para os resistores R_{17} e R_{18} respectivamente.

O PID também foi implementado tendo como base a Equação (17), esta configuração é demonstrada na Figura 32.

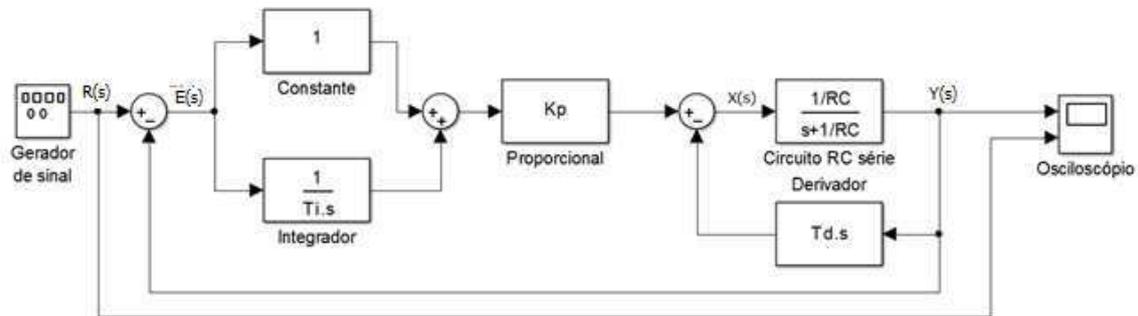


Figura 32. Diagrama de blocos para o sistema com o controlador PID (Tipo B) com o circuito RC.

As Figura 33 e Figura 34 apresentam o esquemático do circuito elétrico para a configuração do controlador PID tipo B.

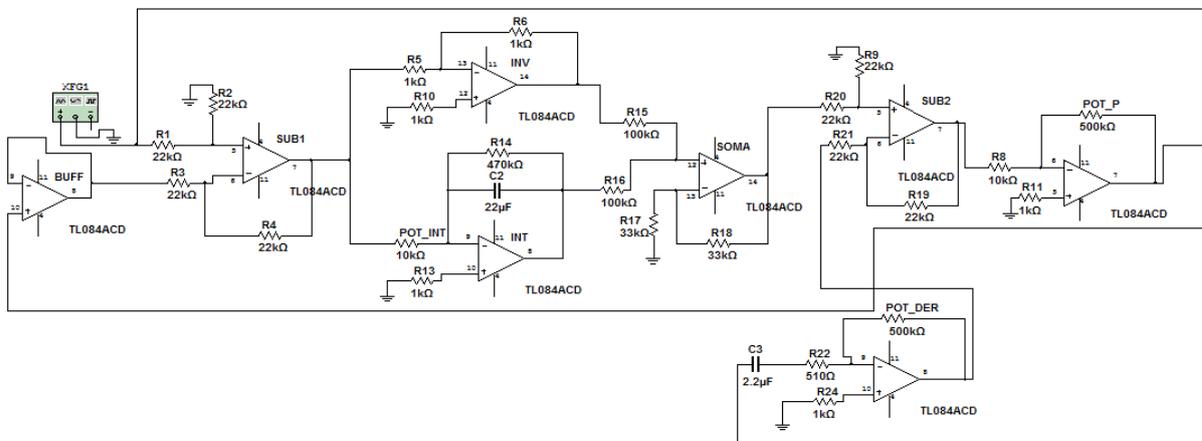


Figura 33. Esquemático do circuito elétrico para o sistema com o controlador PID tipo B.

Os componentes possuem as mesmas configurações apresentados para o controlador PID convencional, e o componente SUB2 ilustrado na Figura 35 é um subtrator com ganho unitário com os componentes de valores idênticos ao subtrator apresentado na Figura 23.

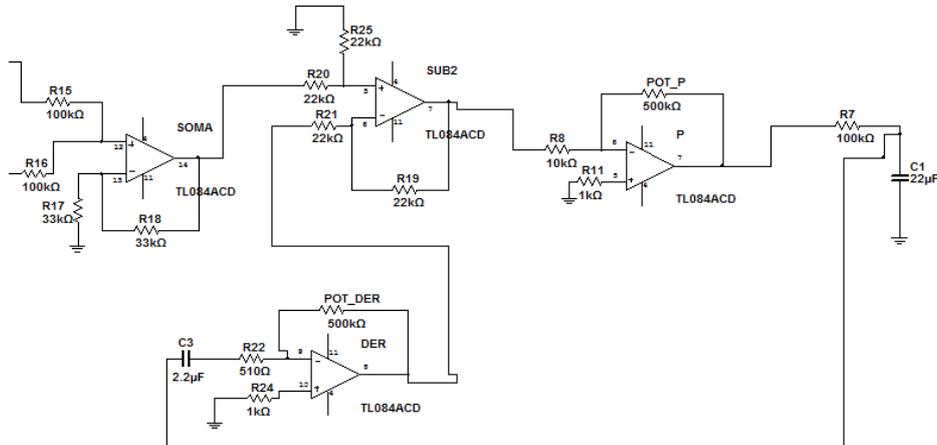


Figura 34. Esquema do circuito elétrico para o sistema com o controlador PID tipo B (cont.).

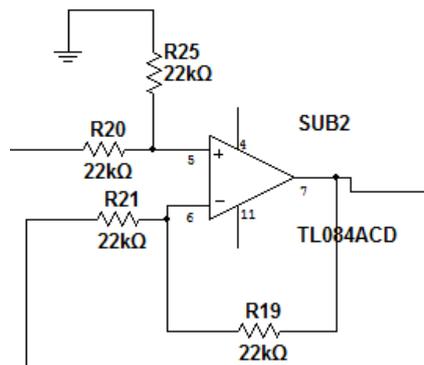


Figura 35. Esquema elétrico do segundo subtrator utilizado no controlador PID tipo B.

5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Para um melhor resultado na montagem do *hardware*, primeiramente foram feitas simulações de todos os esquemáticos dos circuitos elétricos do sistema com o intuito de prever alguns problemas como também ter a noção das respostas que poderiam ser obtidas.

Todas as simulações dos circuitos foram realizadas utilizando o *software Multisim*[®]. Os modelos de componentes ness *software* se aproximam satisfatoriamente das características dos componentes utilizado nas montagens de *hardwares*.

Na montagem dos circuitos, o CI utilizado foi o TL084, que possui quatro amp-ops e pode ser alimentado por uma tensão simétrica de até ± 18 V. Porém para todas as montagens foi usada uma tensão de 12 V.

Este capítulo irá abordar os resultados obtidos pelas simulações e montagens de cada controlador.

5.1 RESULTADOS OBTIDOS COM O CONTROLADOR

PROPORCIONAL

A simulação e montagem do *hardware* foram feitas baseadas no esquema apresentado na Figura 22. Inicialmente o potenciômetro foi regulado para $10k\Omega$, fazendo com que o ganho do controlador fosse unitário ($K_p=1$).

A Figura 36 mostra o resultado obtido na simulação do controlador. Por ela é possível notar que a carga não alcança o valor de referência. Isso ocorre pois o erro do controlador proporcional é diferente de zero. A Figura 37 mostra o resultado obtido para a montagem que também apresenta um erro, porém bem superior ao obtido na simulação.

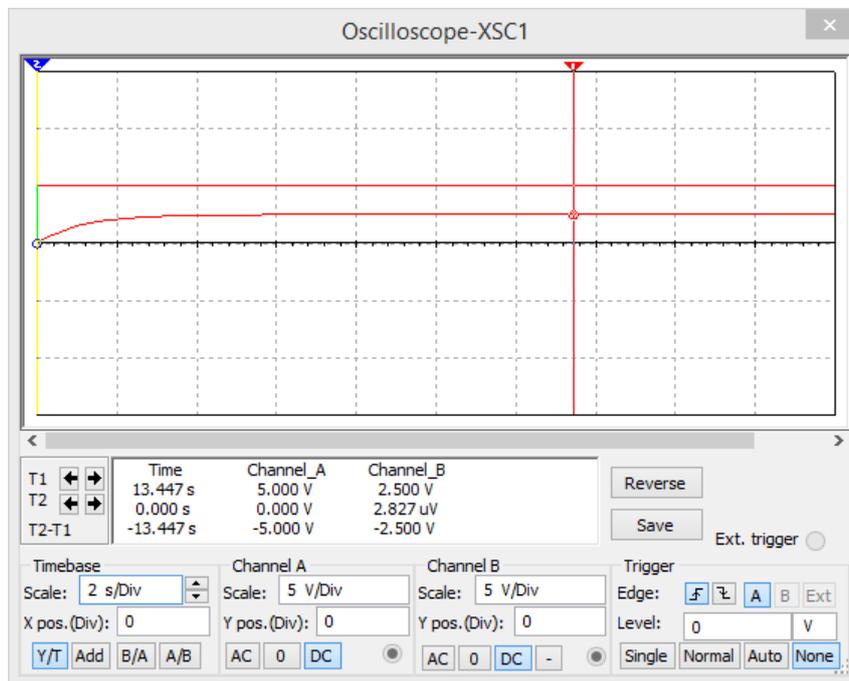


Figura 36. Resultado da simulação com o controlador P com ganho unitário.

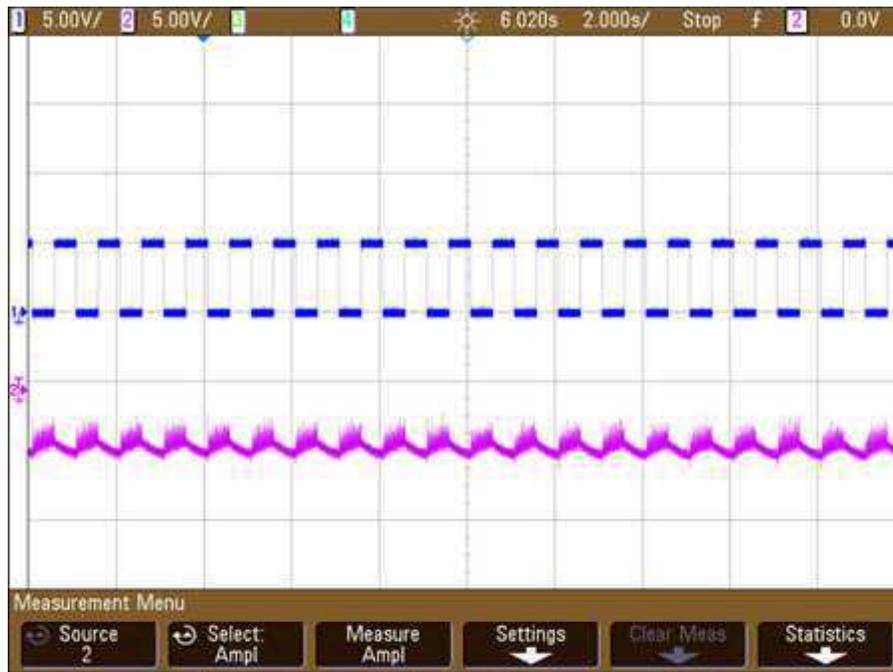


Figura 37. Resultado da montagem com o controlador P com ganho unitário.

Para o ganho unitário, o valor do erro em regime permanente do sistema é 50% da referência, como pode ser comprovado pela Equação (40(40):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{1 + 1}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0,5$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 50\%. \quad (63)$$

O erro obtido com a simulação é comparado ao apresentado pela Equação (63), porém, a montagem apresenta um erro de 72%, que apesar de ser mais elevado é tolerável tendo que para toda montagem é considerado a influência dos cabos, fontes utilizadas e componentes utilizados.

A medida que K_p aumenta, o erro $e(t)$ irá diminuindo. Para o valor de $K_p = 10$, ou seja, o potenciômetro no valor de $100 \text{ k}\Omega$, tem-se o erro de:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{1 + 10}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{11}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{11}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0,091$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 9,1\% \quad (64)$$

Pela Equação (64) o erro será de $9,1\%$, ou seja a saída do sistema terá um valor de $4,545 \text{ V}$. A Figura 38 mostra o resultado para o controlador com o ganho de 10 vezes maior. O valor obtido do erro é igual está de acordo com a Equação (64). Para a montagem representada na Figura 39, o erro é maior que o esperado, porém houve uma diminuição comparada ao resultado obtido na Figura 37.

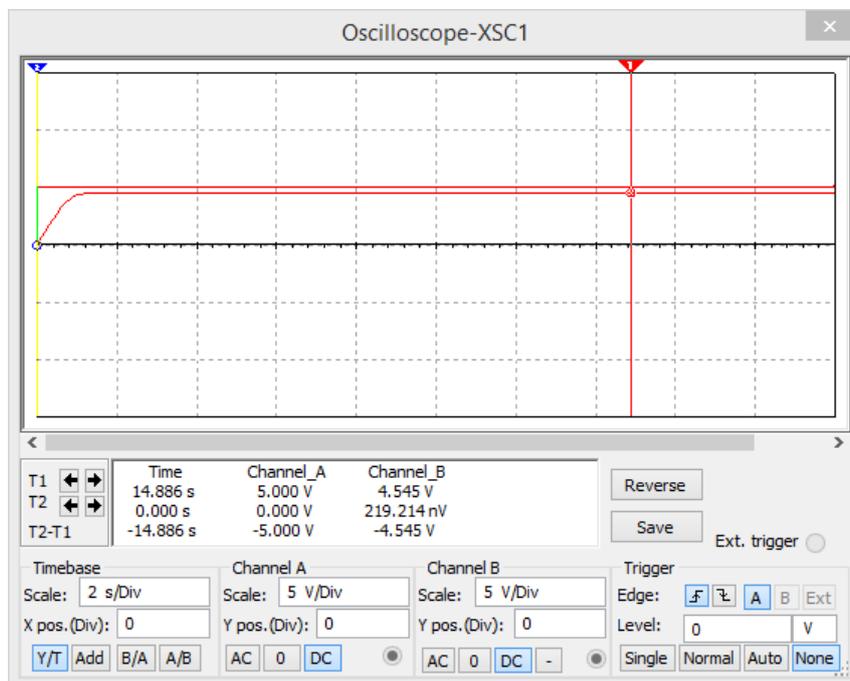


Figura 38. Resultado da simulação com o controlador P com $K_p = 10$.



Figura 39. Resultado da montagem com o controlador P com $K_p=10$.

Aplicando um ganho elevado de $K_p = 50$ (potenciômetro em $500 \text{ k}\Omega$) ainda não há um erro nulo.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{1 + 50}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{51}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0,02$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 2\% \quad (65)$$

Novamente, um comportamento do controlador obtido na simulação corresponde ao esperado, Figura 40, o valor do sistema em regime permanente é de $4,902 \text{ V}$ o que represente os 2% do erro calculado.

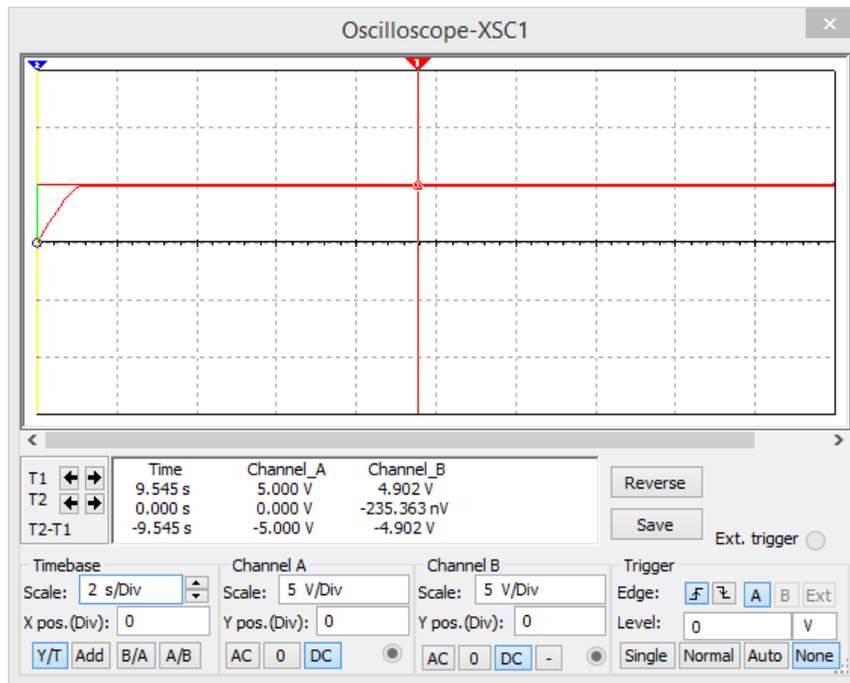


Figura 40. Resultado da simulação com o controlador P com $K_p=50$.

A Figura 41 apresenta os resultados para a montagem, há um pequeno aumento com relação ao $K_p=10$, isso ocorre pois um ganho de 50 vezes mais é muito elevado e causa a saturação do amplificador operacional.



Figura 41. Resultado da montagem com o controlador P com $K_p=50$.

Com os três experimentos realizados é possível entender o comportamento do controlador e concluir que realmente o erro estacionário não se torna nulo. Outro ponto importante é que para o sistema alcançar um valor de regime permanente próximo à referência, é necessário a aplicação de um ganho bastante elevado, o que resulta num esforço de controle muito alto também.

5.2 RESULTADOS OBTIDOS COM O CONTROLADOR

PROPORCIONAL INTEGRAL

Inicialmente para a montagem do *hardware* do controlador PI é necessário determinar o valor do resistor R_{14} da Figura 27. Esse valor é determinado experimentalmente, pois para cada valor de capacitor utilizado há um valor do resistor que apresenta um melhor comportamento para o integrador.

A Figura 42 apresenta o comportamento do amplificador integrador sem o resistor em paralelo ao capacitor. Foi aplicado uma onda quadrado com frequência de 1 Hz e amplitude de 5 V, os valores dos componentes foram idênticos aos da Figura 27.

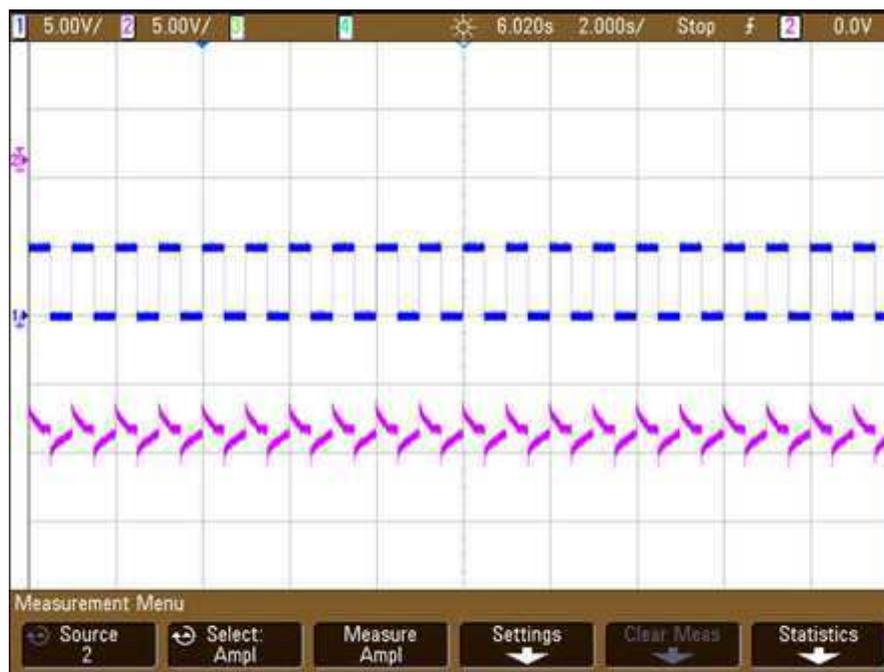


Figura 42. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador sem o resistor em paralelo ao capacitor.

Pela Figura 42 é possível concluir que o comportamento do integrador sem o resistor não é satisfatório, logo, foram testados resistores de 47 k Ω e 470 k Ω associados

com capacitores de $22\ \mu\text{F}$ e $2,2\ \mu\text{F}$. As Figura 43, Figura 44, Figura 45, Figura 46 mostram as respostas para cada associação.



Figura 43. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador com $C_i = 22\ \mu\text{F}$ e $R_i = 47\ \text{k}\Omega$.

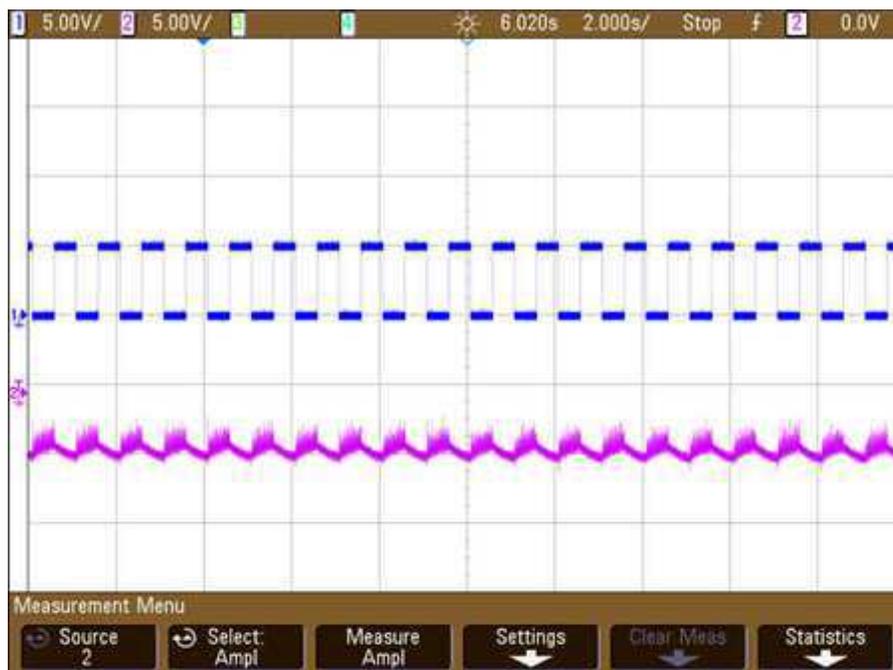


Figura 44. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador com $C_i = 22\ \mu\text{F}$ e $R_i = 470\ \text{k}\Omega$.

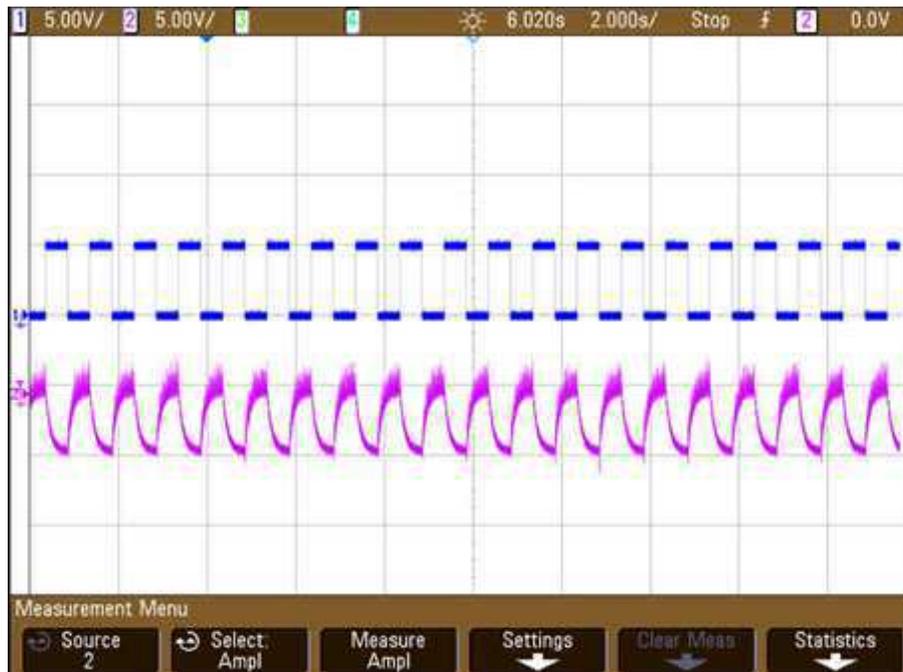


Figura 45. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador com $C_i = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_i = 47 \text{k}\Omega$.

O integrador apresenta um comportamento semelhante nas Figura 43 e Figura 44, o que não ocorre nas respostas mostradas nas Figura 45 e Figura 46, assim, a melhor escolha é o resistor de $470 \text{k}\Omega$.

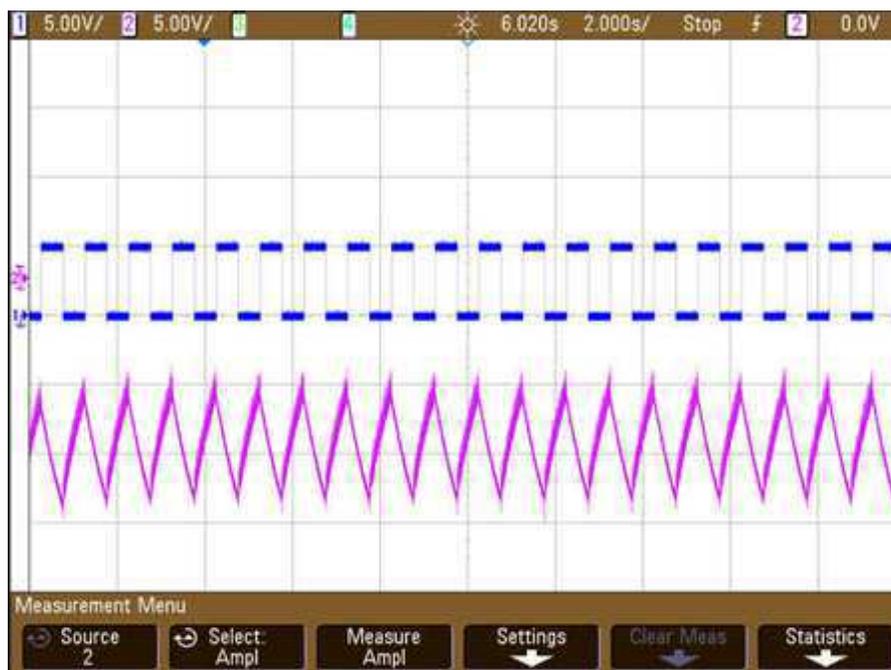


Figura 46. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador com $C_i = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_i = 470 \text{k}\Omega$.

O procedimento de escolha do resistor para baixas frequências é de extrema importância para o funcionamento do controlador PI, pois um comportamento insatisfatório do amplificador integrador resulta em um mal funcionamento do controlador.

Como foi visto na seção anterior, para que a saída com o controlador P se aproxime da referência é necessário um grande esforço de controle. Para entender a primeira diferença entre o controlador P e PI, o primeiro experimento proposto é observar que, com um ganho proporcional mínimo, a saída já alcança o valor do sinal de referência.

Inicialmente o controlador PI foi analisado para um ganho proporcional $K_p = 1$ e $T_i = 220$ ms ($C_i = 22$ μ F e $R_i = 10$ k Ω). As Figura 47 e Figura 48 apresentam os resultados obtidos pela simulação e a montagem respectivamente.

As figuras comprovam que mesmo com um K_p pequeno o erro estacionário é nulo, como é característico do controlador PI. Os valores do sobressinal e tempo de estabelecimento obtidos na montagem e simulação foram próximos de 6,4 V e 6,552 V e aproximadamente 8,2 s e 7,424 s. Mais um ponto a ser analisando é a resposta subamortecida obtida com o controlador, que mostra que o fator de amortecimento do sistema está com um valor entre 0 e 1.

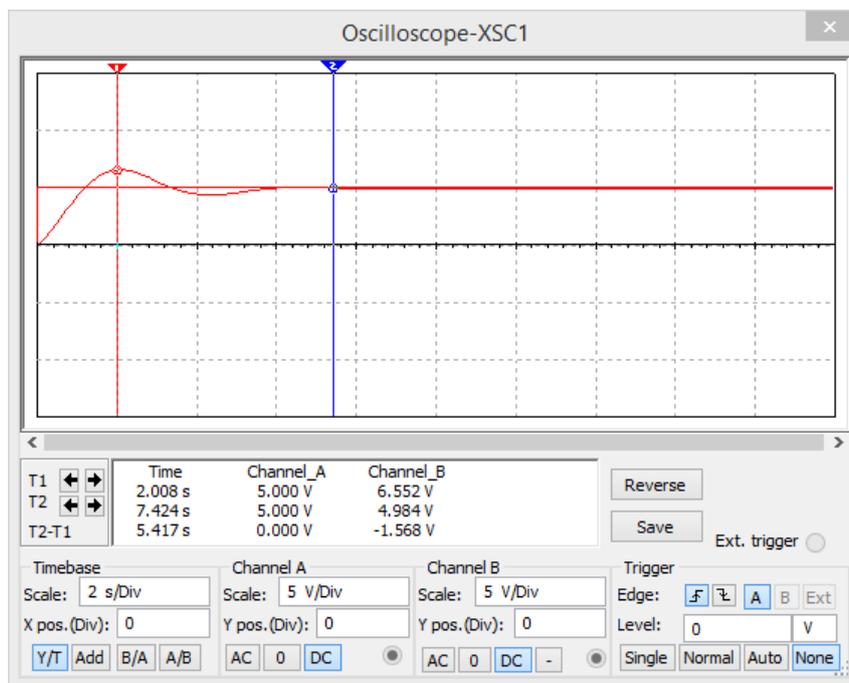


Figura 47. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 1$, $C_i = 22$ μ F e $R_i = 10$ k Ω .



Figura 48. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 1$, $C_i = 22 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.

O tempo de estabelecimento está diretamente relacionado a velocidade do controlador, que por sua vez depende da posição dos polos do sistema. Quanto mais distantes da origem mais rápido é o controlador. Assim, para alterar a posição dos polos é necessário alterar o ganho proporcional, como a resposta obtida anteriormente foi subamortecida, os polos do sistema são complexos e negativos, logo com um aumento do K_p eles irão ficar mais distantes da origem, aumentando a velocidade do controlador e diminuindo o tempo de estabelecimento. Para a realização do teste para analisar o comportamento do ganho proporcional, valor do tempo de integração foi mantido ($T_i = 220 \text{ ms}$) e o valor do K_p foi alterado para 5. Os resultados são mostrados nas Figura 49 e Figura 50.

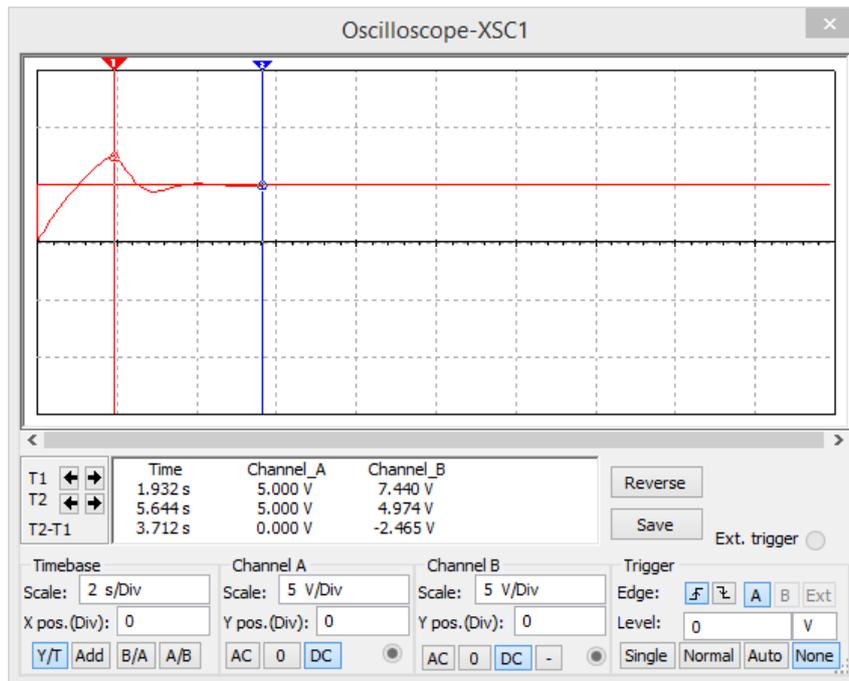


Figura 49. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 22 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.



Figura 50. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 22 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.

Os resultados obtidos para o $K_p = 5$ foram semelhantes para montagem e simulação. O aumento do ganho proporcional provocou uma diminuição no tempo estabelecimento, 5,644 s e aproximadamente 5,5 s para a simulação e montagem respectivamente. Contudo houve um pequeno aumento do sobressinal.

Na tentativa de diminuir ainda mais o tempo de estabelecimento, foi aumentado o K_p para 10 e o T_i permaneceu com o mesmo valor. Os resultados para este experimento são demonstrados nas Figura 51 e Figura 52.

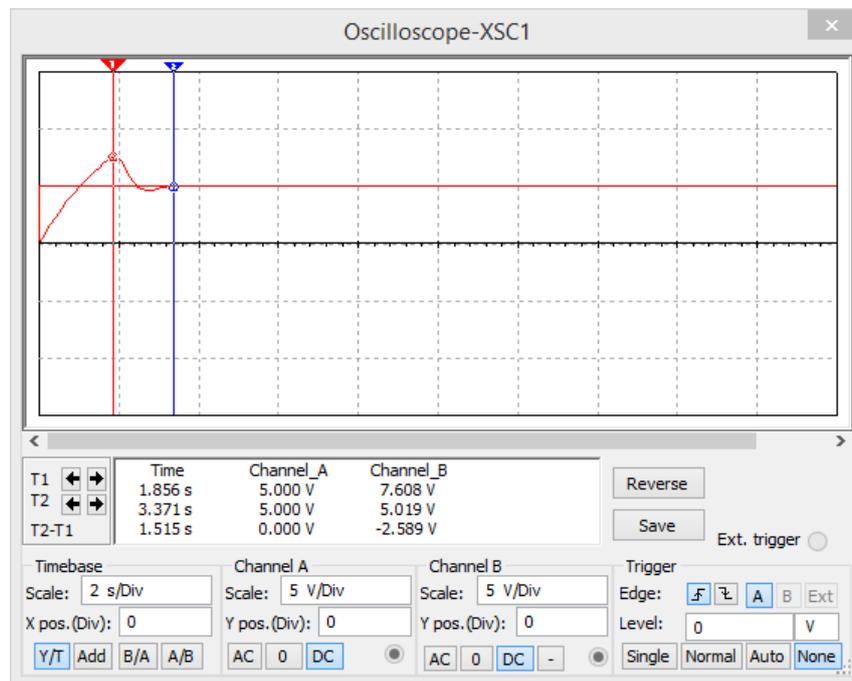


Figura 51. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 10$, $C_i = 22 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.



Figura 52. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 10$, $C_i = 22 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.

A Figura 51 mostra que novamente com o aumento do ganho proporcional há um aumento do sobresinal (1,608 V), porém o tempo de estabelecimento é reduzido para 3,37 s o que já é um resultado bem razoável. A Figura 52 mostra que há a saturação do amplificador operacional para o $K_p = 10$ e por isso para os outros experimentos será utilizado o valor de $K_p = 5$.

Com esses experimentos é possível comprovar que realmente, alterando o ganho proporcional, a posição dos polos é alterada fazendo com que o controlador se torne mais rápido ou lento. Contudo essa alteração também altera o sobre sinal obtido pelo controlador. Com isso foram realizados os testes para analisar o comportamento do controlador perante as variações propostas ao amplificador integrador.

A Equação (43) mostra que o tempo de integração do controlador exerce uma influência inversamente proporcional na posição do zero do sistema, e este zero implica no comportamento do sobresinal do controlador, com isso quanto menor for o T_i , mais distante será o zero da origem e conseqüentemente haverá um menor sobresinal. Com isso, o capacitor do integrador (C_i) foi substituído por um de 2,2 μF e o potenciômetro (P_i) foi regulado para 10 $\text{k}\Omega$, pela Equação (30) o valor do tempo de integração será:

$$T_i = C_i P_i$$

$$T_i = 2,2 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^3$$

$$T_i = 0,022$$

$$T_i = 22 \text{ ms} \tag{66}$$

As Figura 53e Figura 54 mostram as respostas obtidas com o tempo de integração de 22 ms para a simulação e montagem respectivamente. O tempo de estabelecimento apresenta uma pequena redução e a sobresinal também é reduzida para 1,025 V na simulação e 0,3 V na montagem.

Diminuindo ainda mais o valor do capacitor para 0,22 μF e mantendo ainda o valor do potenciômetro em 10 $\text{k}\Omega$, o tempo de integração será de 2,2 ms. A resposta apresentada na Figura 55 mostra que o sobresinal para a simulação foi de 0,155 V, e o tempo de estabelecimento de 1,742 s, porém para a montagem representada na Figura 56

há um comportamento semelhante a uma resposta sobre-amortecida, já que não existem oscilações,

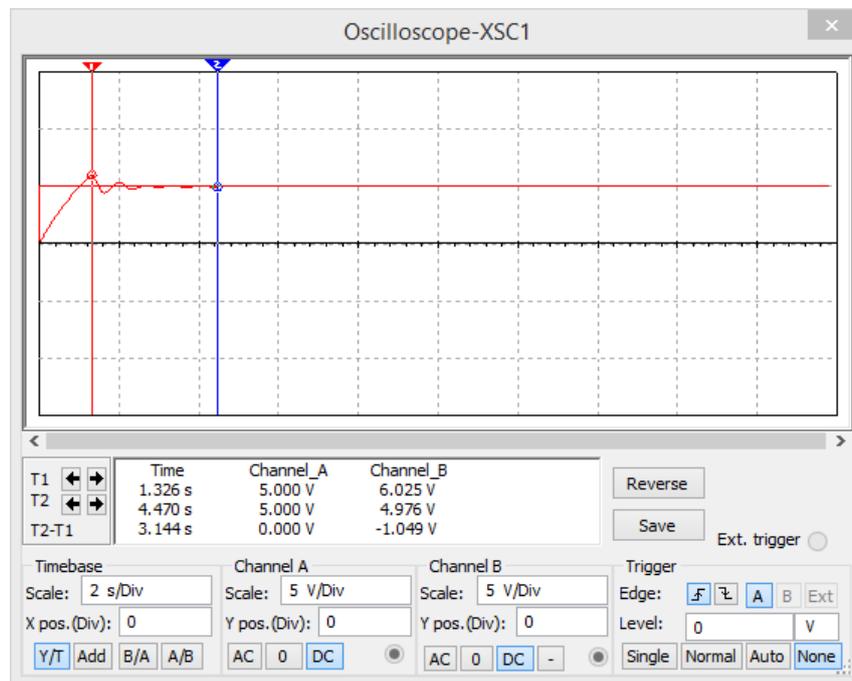


Figura 53. Resposta da saída obtida pela simulação com o controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.



Figura 54. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.

Os experimentos realizados alterando os valores do capacitor possuem o objetivo de entender que, alterando o valor desse componente há uma alteração tanto na amplitude do sobresinal quanto na forma da onda obtida.

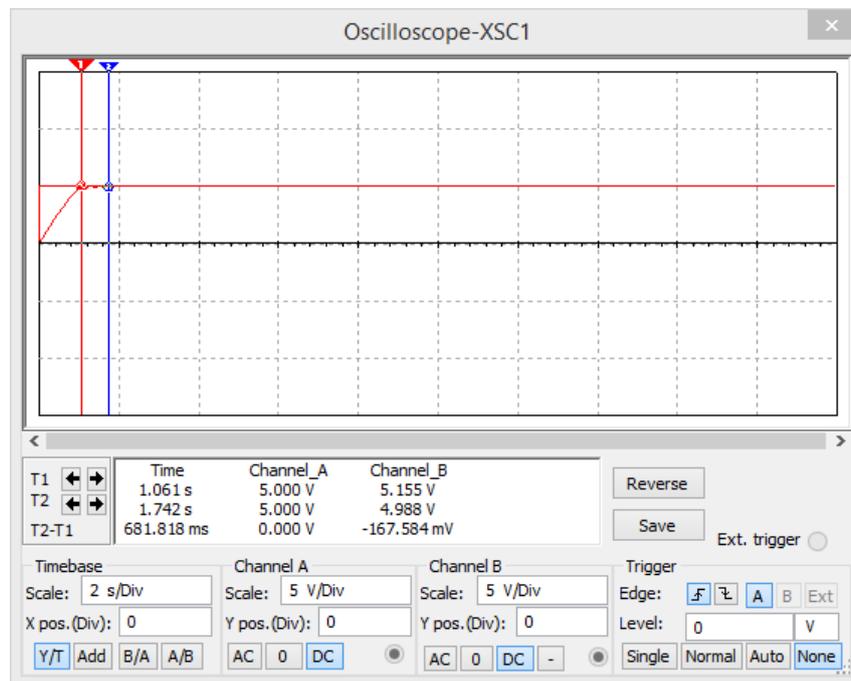


Figura 55. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 0,22 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.



Figura 56. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 0,22 \mu\text{F}$ e $R_i = 10 \text{ k}\Omega$.

Outra análise interessante que pode ser feita é a influência do resistor R_i na resposta do sistema. Um aumento no valor desse componente diminui a quantidade de oscilações do sistema para atingir o regime permanente, e conseqüentemente há uma redução no tempo de estabelecimento. Para observar esse comportamento foram realizados dois experimentos: o primeiro para $R_i = 50 \text{ k}\Omega$ e o segundo para $R_i = 100 \text{ k}\Omega$. Para ambos experimentos o ganho proporcional foi de 5 e capacitor foi o de $2,2 \mu\text{F}$, pois o sistema apresentou mais oscilações com esse valor. As Figura 57 e Figura 58 apresentam os resultados obtidos para o primeiro experimento e as Figura 59 e Figura 60 para o segundo.

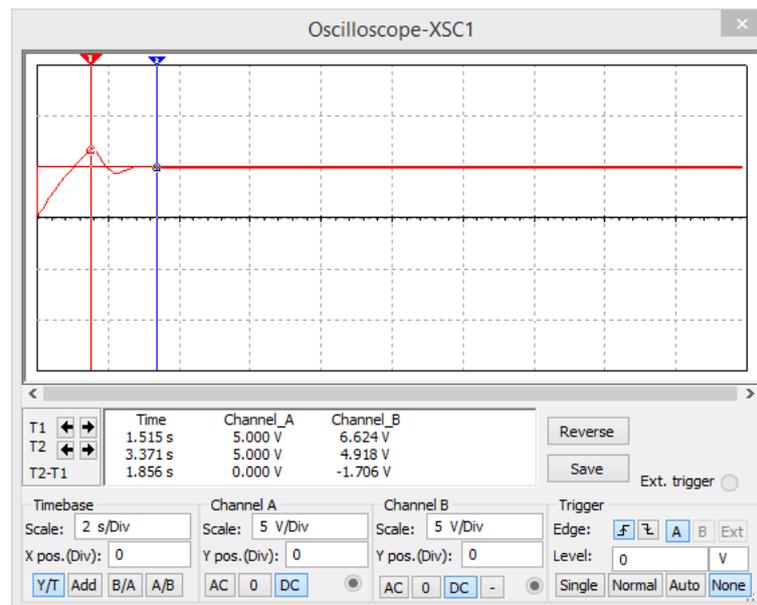


Figura 57. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_i = 50 \text{ k}\Omega$.

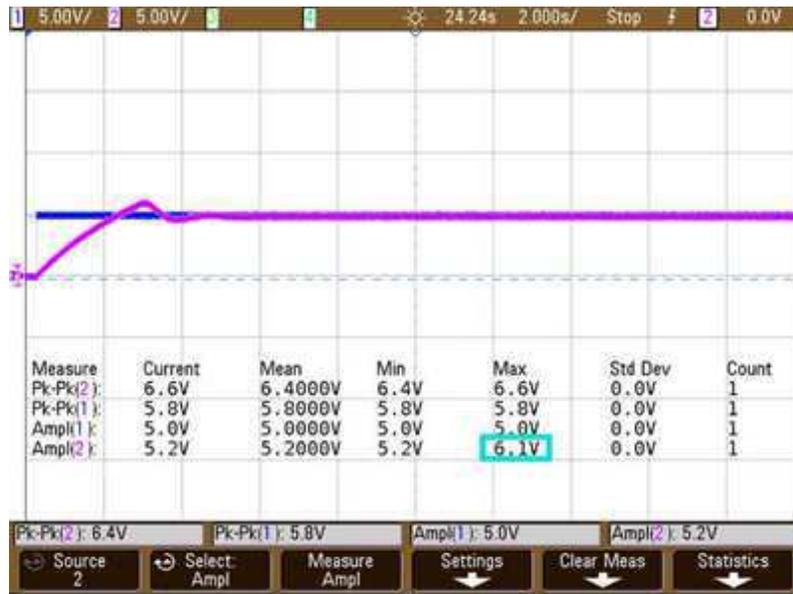


Figura 58. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_i = 50 \text{ k}\Omega$.

Com os resultados obtidos pelas figuras já é notório a diminuição do número de oscilações, como houve um aumento do tempo de integração ($T_i = 110 \text{ ms}$) há também o aumento da sobressinal.

Para o valor de $R_i = 100 \text{ k}\Omega$ com $C_i = 2,2 \mu\text{F}$, o tempo de integração também é de 220 ms . Com isso é possível observar se o comportamento do controlador é diferente para um mesmo tempo de integração.

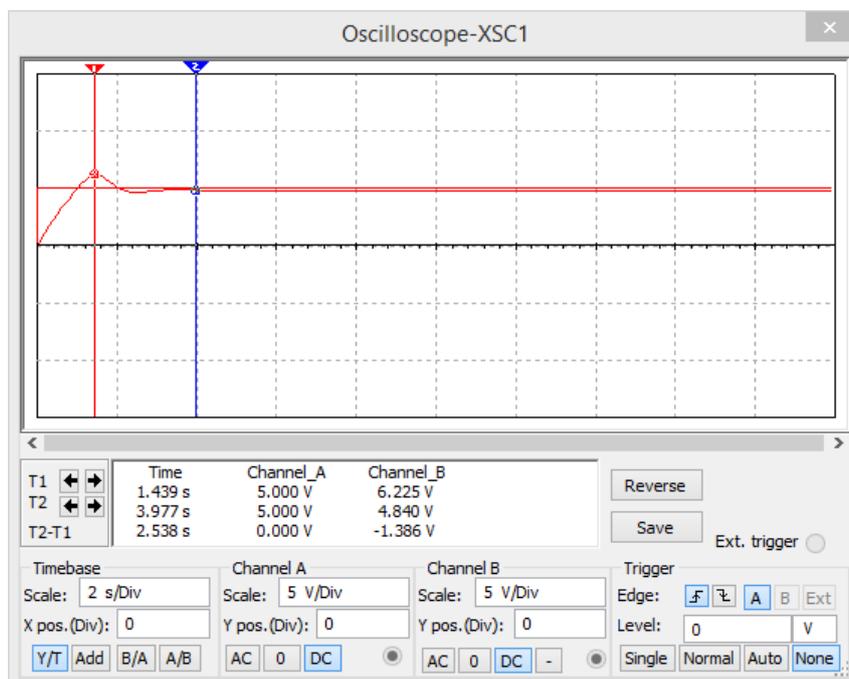


Figura 59. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_i = 100 \text{ k}\Omega$.



Figura 60. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PI com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_i = 100 \text{ k}\Omega$.

Comparando as Figura 49 e Figura 59 e as Figura 50 e Figura 60, as formas de onda obtidas são semelhantes porém, a última configuração apresentada possui uma menor sobressinal e um tempo de estabelecimento menor.

Para o controlador PI, o ganho proporcional desloca os polos. O ganho do integrador possui uma maior influência no sobressinal obtido, o capacitor altera a extensão das oscilações e o resistor a quantidade das mesmas.

5.3 RESULTADOS OBTIDOS COM O CONTROLADOR

PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO

Inicialmente para a montagem do *hardware* do controlador é necessário determinar o valor do resistor R_{19} detalhado na Figura 30. Analogamente ao amplificador integrador, o valor desse resistor é determinado de forma experimental até que se tenha uma resposta satisfatória.

Os testes foram realizados aplicando uma onda triangular com frequência de 1 Hz na entrada do derivador. Os valores dos componentes foram conforme apresentado na Figura 30. As respostas obtidas para os resistores de 100 e 560 Ω são apresentadas nas Figura 61 e Figura 62.

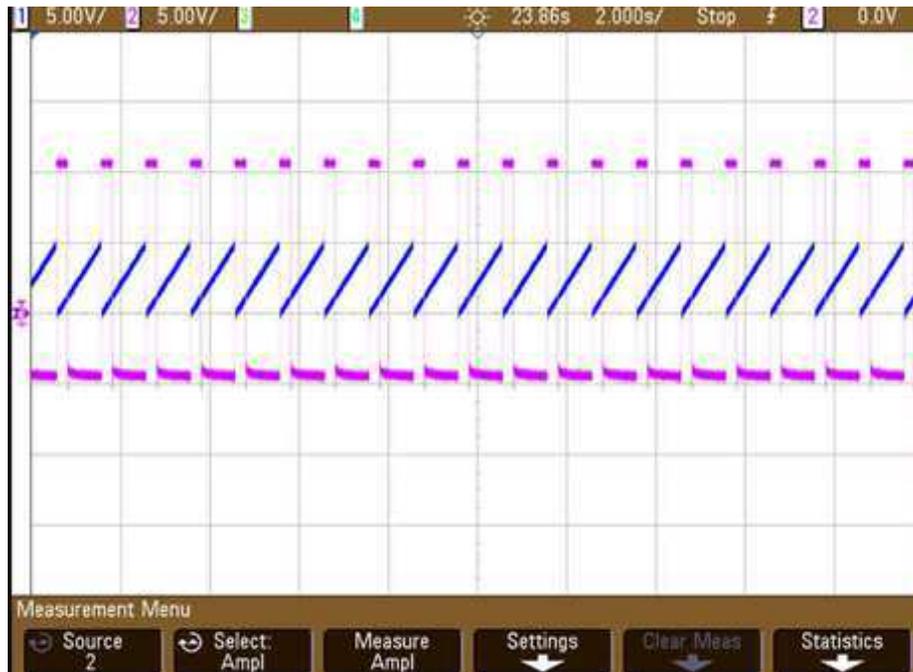


Figura 61. Resposta da saída obtida pelo amplificador derivador com $R_{19} = 100 \Omega$.

Baseado nas Figura 61 e Figura 62, o resistor que apresentou uma melhor saída foi o de 510Ω , devido a melhor forma da onda quadrada, sem apresentar sinais de saturação. Os experimentos realizados possuem o mesmo objetivo dos anteriores que é entender a influência que cada componente exerce sobre no sinal de saída do controlador.

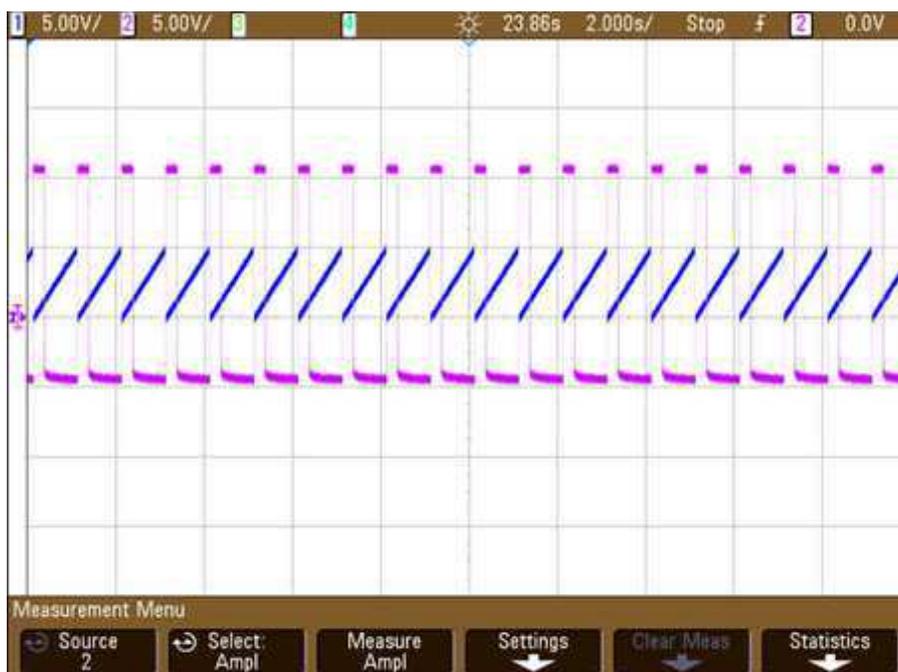


Figura 62. Resposta da saída obtida pelo amplificador integrador derivador com $R_{19} = 510 \Omega$.

Os primeiros experimentos foram realizados com o intuito de analisar as mudanças causadas no circuito com o acréscimo do derivador. Para o primeiro experimento, os valores adotados foram de $K_p = 5$, $T_i = 11\text{ms}$ ($C_i = 2,2\mu\text{F}$ e $R_i = 50\text{k}\Omega$). O cálculo do tempo de derivação é dado pela Equação (28) e os valores para o capacitor e resistor (potenciômetro no circuito) foram de $2,2\mu\text{F}$ e $500\text{k}\Omega$ respectivamente. Assim:

$$T_d = R_d C_d$$

$$T_d = 500 \times 10^3 \times 2,2 \times 10^{-6}$$

$$T_d = 0,0011$$

$$T_d = 1,1\text{s} \quad (67)$$

Pela Equação (67) o tempo de derivação é de 1,1ms. As respostas obtidas do sistema para o primeiro experimento tanto na simulação e quanto na montagem são mostradas nas Figura 63 e Figura 64.

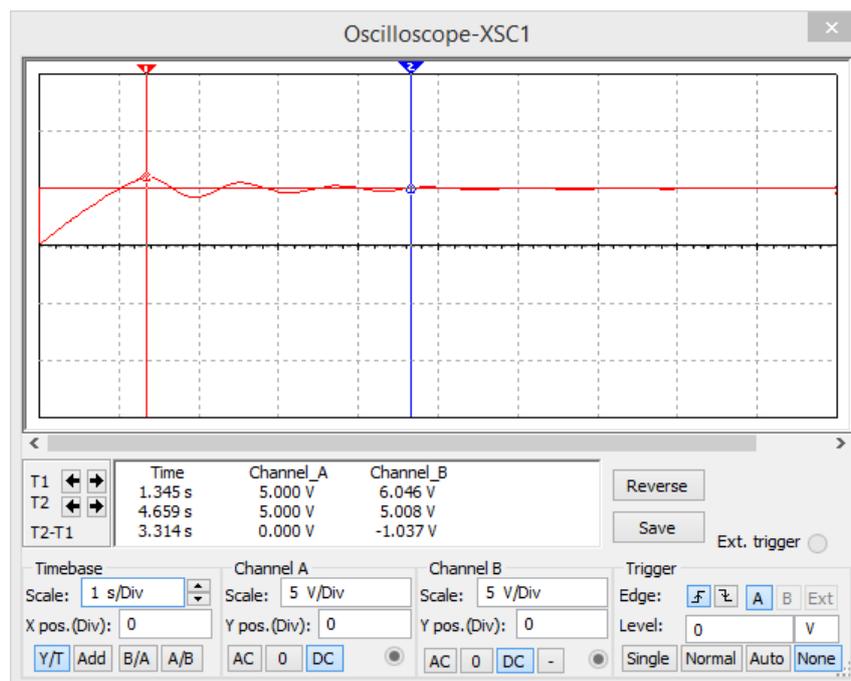


Figura 63. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50\text{ k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{ k}\Omega$.



Figura 64. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2 \mu\text{F}$, $R_i = 50 \text{ k}\Omega$, $C_d = 2,2 \mu\text{F}$ e $R_d = 500 \text{ k}\Omega$.

O tempo de estabelecimento e o sobressinal na simulação e montagem são bem próximos. A diferença notória é com a quantidade de oscilações presente na simulação.

Aumentando o valor de R_d (troca do potenciômetro por um resistor) para $1\text{M}\Omega$ ($T_d = 2,2\text{s}$) há uma diminuição do sobressinal, porém um aumento do tempo de estabelecimento na simulação, na montagem há a saturação do amplificador operacional, como é mostrado nas Figura 65 e Figura 66.

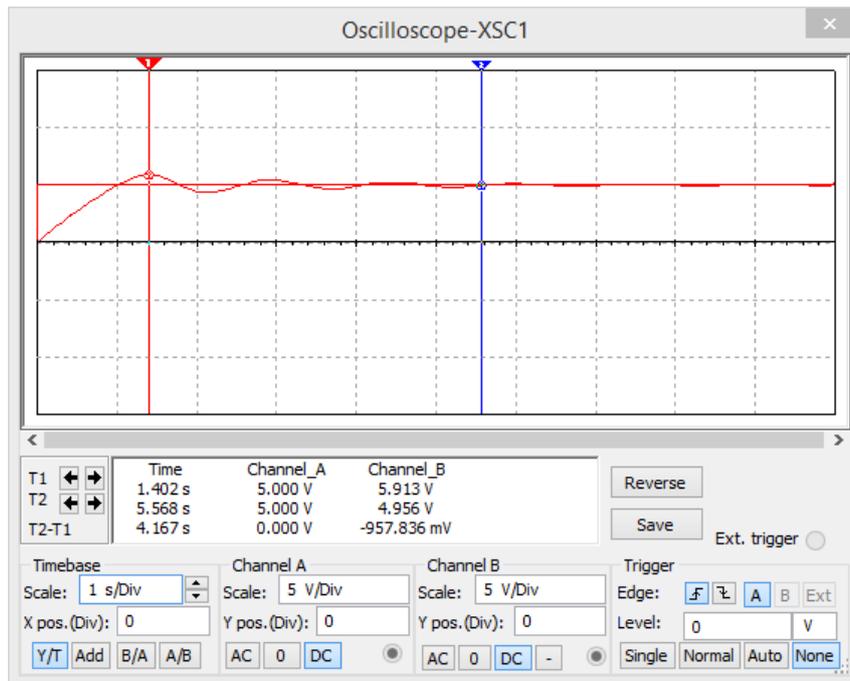


Figura 65. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50\text{k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 1\text{Mk}\Omega$.



Figura 66. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50\text{ k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 1\text{M}\Omega$.

O último experimento envolvendo a alteração do valor do resistor do amplificador derivador é a redução do seu valor para $300\text{ k}\Omega$ ($T_d = 660\text{ ms}$), o resultado é demonstrado pelas Figura 67 e Figura 68.

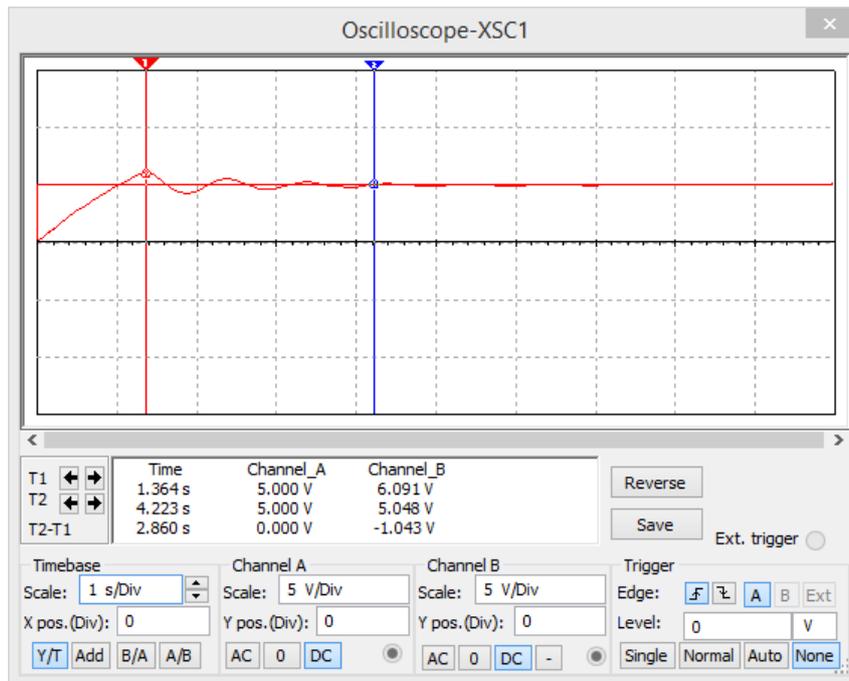


Figura 67. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50 \text{ k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 300\text{k}\Omega$.



Figura 68. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50 \text{ k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 300\text{k}\Omega$.

Diferente do resistor do integrador, o resistor do derivador possui uma influência de ajuste do sobressinal e tempo de acomodação, e não atua diretamente aumentando ou diminuindo a quantidade de oscilações.

Para estudar o comportamento do sistema variando o valor do capacitor C_d , inicialmente o de $2,2 \mu\text{F}$ foi substituído por um de $22\mu\text{F}$ e os valores dos outros componentes foram mantidos, como é mostrado nas Figura 69 e Figura 70.

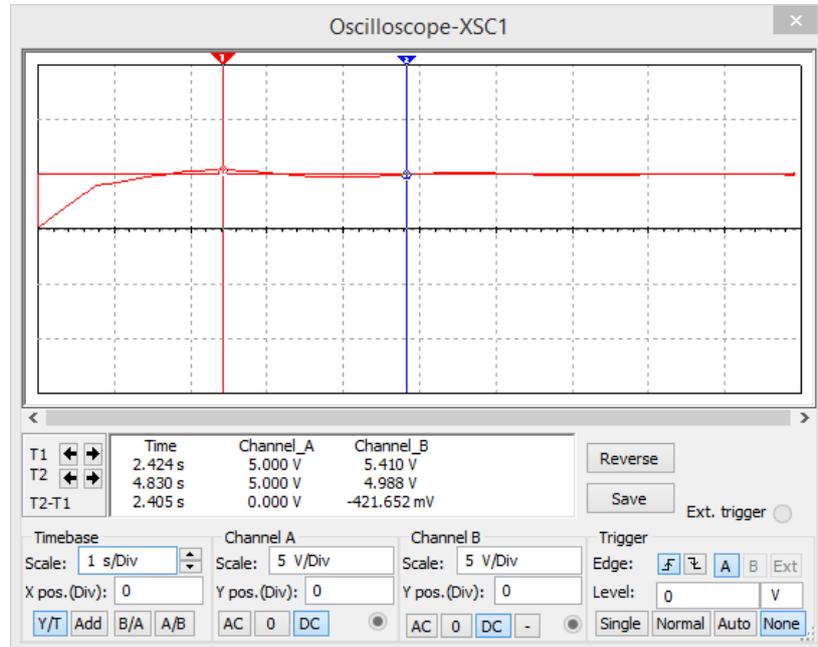


Figura 69. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50 \text{ k}\Omega$, $C_d = 22\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{k}\Omega$.



Figura 70. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50 \text{ k}\Omega$, $C_d = 22\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{k}\Omega$.

As formas de onda obtidas na simulação e montagem são semelhantes comparando as formas de ondas obtidas com as apresentadas nas Figura 63 e Figura 64, a

primeira mostra que houve uma redução significativa do sobressinal e a segundo mostra que para a montagem o controlador implementado possui uma resposta semelhante a resposta superamortecida, pois não há oscilações.

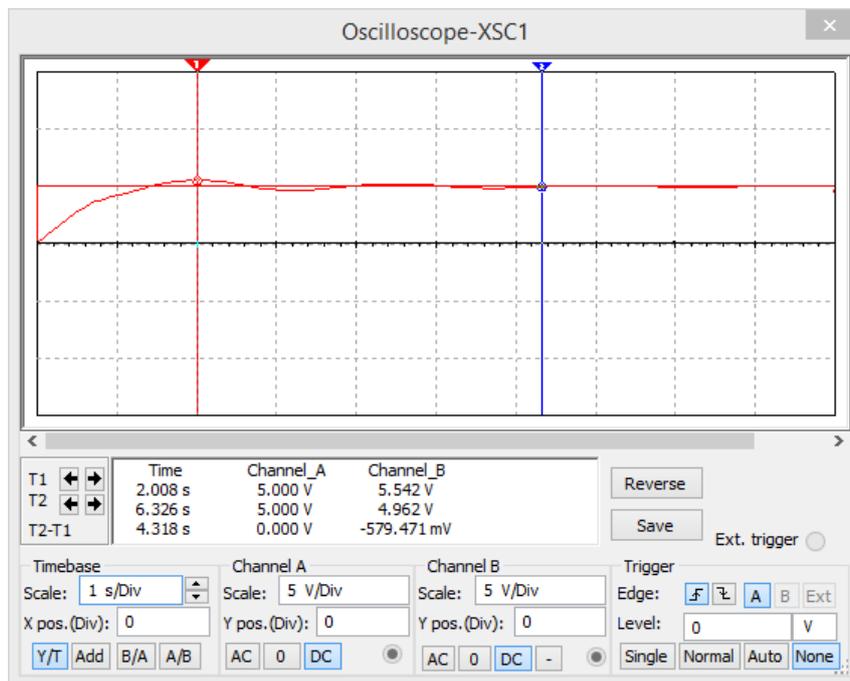


Figura 71. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50\text{ k}\Omega$, $C_d = 22\mu\text{F}$ e $R_d = 300\text{ k}\Omega$.



Figura 72. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50\text{ k}\Omega$, $C_d = 22\mu\text{F}$ e $R_d = 300\text{ k}\Omega$.

Com a diminuição para $R_d = 300 \text{ k}\Omega$ o tempo de estabelecimento diminui, porém há um pequeno aumento no sobressinal. Esse comportamento foi visto nos experimentos envolvendo a modificação do valor desse resistor.

O capacitor de $22 \mu\text{F}$ foi trocado por um de $0,22\mu\text{F}$. As respostas obtidas são demonstradas nas Figura 73 e Figura 74. Os resultados desses três experimentos mostram que ao contrário do capacitor do integrador, o valor do sobressinal é inversamente proporcional ao valor do C_d , ou seja, com o aumento desse componente há uma diminuição no sobressinal e para uma redução do seu valor o sobressinal aumenta.

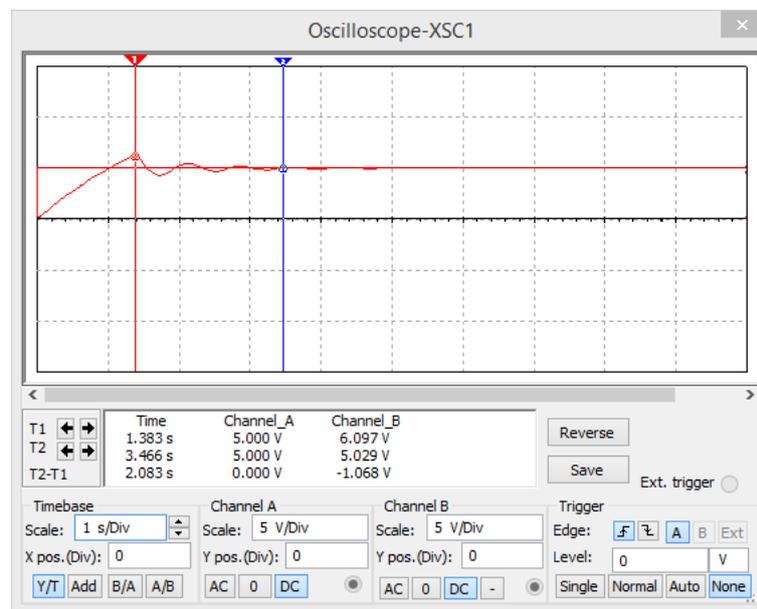


Figura 73. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50 \text{ k}\Omega$, $C_d = 0,22\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{k}\Omega$.



Figura 74. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 2,2\mu\text{F}$, $R_i = 50 \text{ k}\Omega$, $C_d = 0,22\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{k}\Omega$.

Para entender o comportamento do PID para uma variação no integrador foram realizados mais dois experimentos. No primeiro teste, o capacitor do integrador foi trocado por um de $22\mu\text{F}$, o potenciômetro do integrador permaneceu em $50\text{k}\Omega$. O segundo teste foi feito mantendo o capacitor de $22\mu\text{F}$ e alterando o potenciômetro para $10\text{k}\Omega$. As Figura 75 e Figura 76 apresentam os resultados para o primeiro experimento e as Figura 77 e Figura 78 para o segundo.

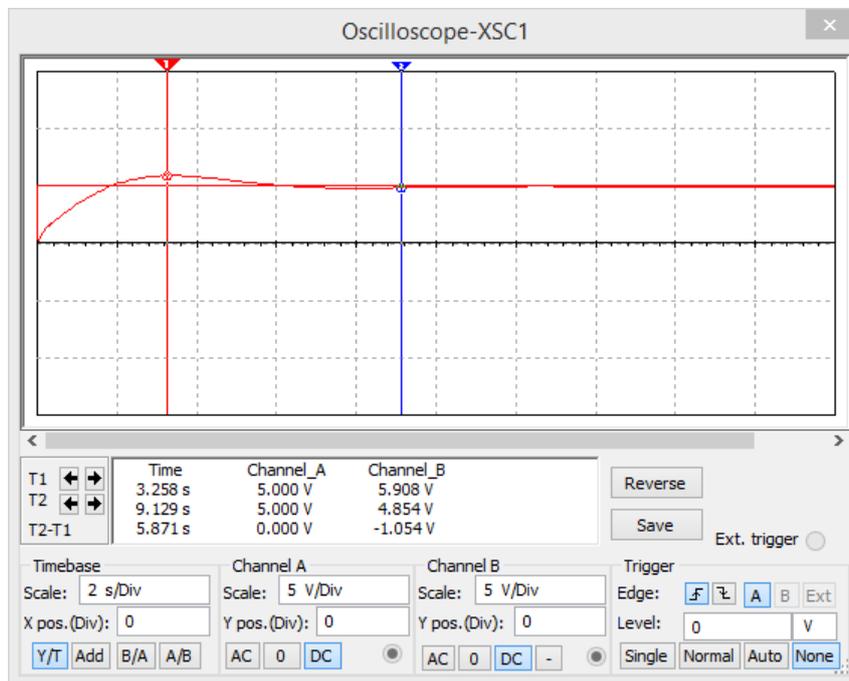


Figura 75. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 22\mu\text{F}$, $R_i = 50\text{k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{k}\Omega$.



Figura 76. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 22\mu\text{F}$, $R_i = 50\text{k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{k}\Omega$.

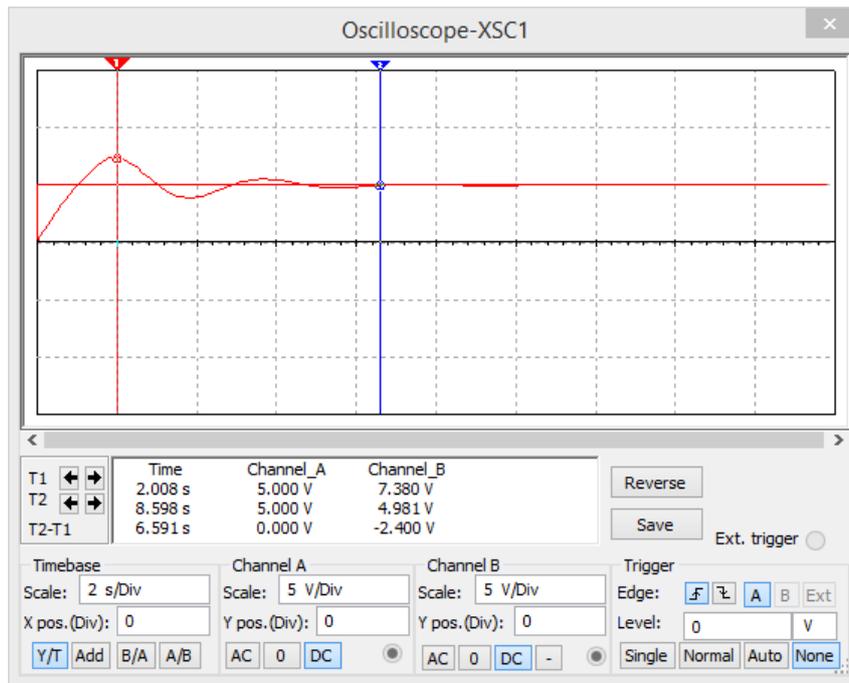


Figura 77. Resposta da saída obtida pela simulação do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 22\mu\text{F}$, $R_i = 10\text{k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{k}\Omega$.



Figura 78. Resposta da saída obtida pela montagem do controlador PID com $K_p = 5$, $C_i = 22\mu\text{F}$, $R_i = 10\text{k}\Omega$, $C_d = 2,2\mu\text{F}$ e $R_d = 500\text{k}\Omega$.

O comportamento do sistema para a alteração do capacitor foi semelhante ao obtido no controlador PI, ou seja, o sobressinal aumentou para um valor maior do capacitor e o número de oscilações variaram de acordo com o valor do resistor do integrador.

6 CONCLUSÃO

Este TCC cumpriu com o objetivo de obter um conhecimento prático sobre o funcionamento dos controladores em malha fechada estudados na teoria de controle analógico ministrada na graduação do curso de Engenharia Elétrica. As simulações apresentaram respostas coniventes com as modelagens feitas para cada sistema dos controlares e as montagens mostraram as dificuldades encontradas para a construção, como os problemas com mal contato, encontrar componentes para satisfazer as condições estabelecidas por cada controlador e descobrir a melhor configuração para a construção dos controladores.

Para a montagem de cada controlador sempre é indicado implementar e testar cada componente de forma individual e depois junta-los, tendo a certeza de que estão funcionando de forma satisfatória. Isto diminui a probabilidade de ocorrer erros ou facilita a sua identificação.

Os controladores foram montados em um *protoboard*. Caso montados em uma placa de circuito impresso haverá uma maior precisão nos resultados e uma diminuição de mal contato constatados muitas vezes ao longo do trabalho.

Quanto a trabalhos futuros, seria interessante a modelagem dos controladores para outros tipos de carga e a criação de uma plataforma que permitisse uma adaptação a alternância dos tipos de controladores de acordo com a carga estudada.

BIBLIOGRAFIA

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D. ; EMAMI-NAEINI, A. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 4ed. LTC: Rio de Janeiro, 1998.

DORF, R. C. e BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. 11. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 4 ed. São Paulo: Prentice-Hall, 2003.

MARCOS F. M. **Controlador PID Analógico: Uma abordagem didática em laboratório**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 33, 2005, Campina Grande.

MELO, T. R. **Projeto e Implementação de Sistemas de Controle em Malha Fechada para uma Plataforma de Detecção de Incrustação**. 2014. 96 f. Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande. 2014.

APÊNDICE A-LISTA DE COMPONENTES
PARA AS MONTAGENS

I. LISTA DE COMPONENTES PARA A BANCADA DE MONTAGENS

- Fonte simétrica de ± 12 V;
- Fonte geradora de ondas (senoidal, quadrada, triangular, pulso);
- Osciloscópio digital ou analógico;
- *Protoboard* de pelo menos 830 furos;

II. LISTA DE COMPONENTES PARA A CARGA

- 1 capacitor eletrolítico de 22 μ F;
- 1 resistor de 100 k Ω de 1/8 W.

III. LISTA DE COMPONENTES PARA O CONTROLADOR P

- 1 CI TL084;
- 4 resistores de 22 k Ω de 1/8 W;
- 4 resistores de 1 k Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 10 k Ω de 1/8 W;
- 1 potenciômetro de 500 k Ω linear (B500k);

IV. LISTAS DE COMPONENTES PARA O CONTROLADOR PI

- 2 CI TL084;
- 1 capacitor eletrolítico de 22 μ F;
- 1 capacitor eletrolítico de 2,2 μ F;
- 1 capacitor eletrolítico de 0,22 μ F;
- 4 resistores de 22 k Ω de 1/8 W;
- 5 resistores de 1 k Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 10 k Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 470 k Ω de 1/8 W;
- 2 resistores de 33 k Ω de 1/8 W;

- 2 resistores de 100 k Ω de 1/8 W;
- 1 potenciômetro de 100 k Ω linear (B100k);
- 1 potenciômetro de 500 k Ω linear (B500k).

V. LISTAS DE COMPONENTES PARA O CONTROLADOR PID

- 2 CI TL084;
- 2 capacitores eletrolíticos de 22 μ F;
- 2 capacitores eletrolíticos de 2,2 μ F;
- 2 capacitores eletrolíticos de 0,22 μ F;
- 4 resistores de 22 k Ω de 1/8 W;
- 6 resistores de 1 k Ω de 1/8 W;
- 3 resistores de 100 k Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 1 M Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 10 k Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 470 k Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 33 k Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 68 k Ω de 1/8 W;
- 1 resistor de 510 Ω de 1/8 W;
- 1 potenciômetro de 100 k Ω linear (B100k);
- 2 potenciômetros de 500 k Ω linear (B500k);