



**Universidade Federal de Campina Grande**  
**Centro de Engenharia Elétrica e Informática**  
Coordenadoria do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

HÉLIO OLIVEIRA TRIGUEIRO

ESTUDO DE CORRENTES DE *INRUSH* E FERRORESSONÂNCIA EM  
TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS

**CAMPINA GRANDE - PB**

**2015**

HÉLIO OLIVEIRA TRIGUEIRO

ESTUDO DE CORRENTES DE *INRUSH* E FERRORESSONÂNCIA EM  
TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS

*Trabalho de Conclusão de Curso  
submetido à Unidade Acadêmica de  
Engenharia Elétrica da Universidade  
Federal de Campina Grande como  
parte dos requisitos necessários para a  
obtenção do grau de Bacharel em  
Ciências no Domínio da Engenharia  
Elétrica.*

Área de Concentração: Proteção em Sistemas Elétricos

Orientador:

Prof. Dr. Francisco das Chagas Fernandes Guerra

**CAMPINA GRANDE - PB**

**2015**

HÉLIO OLIVEIRA TRIGUEIRO

ESTUDO DE CORRENTES DE *INRUSH* E FERRORESSONÂNCIA EM  
TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS

*Trabalho de Conclusão de Curso  
submetido à Unidade Acadêmica de  
Engenharia Elétrica da Universidade  
Federal de Campina Grande como  
parte dos requisitos necessários para a  
obtenção do grau de Bacharel em  
Ciências no Domínio da Engenharia  
Elétrica.*

Área de Concentração: Proteção em Sistemas Elétricos

Aprovado em / /

**Professor Avaliador**

Universidade Federal de Campina Grande

Avaliador

**Prof. Dr. Francisco das Chagas Fernandes Guerra**

Universidade Federal de Campina Grande

Orientador, UFCG

Aos meus pais Habacuc e Edileuza, e  
irmã Halana.  
Aos meus amigos Geraldo Júnior,  
Felipe Queiroz e Vinícius Nunes.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por me fornecer saúde e determinação para concluir esta jornada.

Aos meus pais, Habacuc e Edileuza, por sempre acreditarem em mim, e por todo o suporte dado para a realização dos meus sonhos.

À minha irmã, Halana, pelo amor e amizade.

Aos meus familiares, que sempre me apoiaram, incentivaram e entenderam os momentos de ausência. Em especial a minha tia, Normélia, por todo carinho e orações.

Aos professores Wamberto Queiroz e Maria de Fátima pelos ensinamentos e conselhos.

Ao professor Francisco das Chagas pelo apoio e empenho dedicado à elaboração deste trabalho.

Por fim, agradeço a todos os amigos que me ajudaram, companheiros de curso e de vida, os quais contribuíram para construção de quem sou hoje.

## RESUMO

Quando ocorrem alterações de tensão, corrente ou frequência que resulta em falha ou má operação da rede elétrica, entra em questão o termo “qualidade de energia elétrica”. O agravamento de problemas se dá por diversos fatores que afetam o desempenho do sistema nos regimes estacionário e transitório. Neste trabalho, é apresentado o estudo que compreende a simulação computacional dos fenômenos de *inrush* e de ferroressonância, com base nos modelos de *Jiles-Atherton*. É mostrado o comportamento das curvas de tensão, corrente, histerese, tipo de ferroressonância presente e resultados da aplicação de técnicas para a mitigação desses efeitos.

**Palavras-chave:** Proteção de Sistemas Elétricos, *Inrush*, Ferroressonância, Jiles-Atherton, Histerese, Saturação.

## ABSTRACT

When occur voltage changes, current or frequency that results in failure or bad operation of the power grid, comes into question the term "power quality". The worsening problems is caused by several factors affecting system performance in stationary and transient regimes. In this work, we present the study comprising a computer simulation of the inrush and ferroresonance phenomena, based on the models of Jiles-Atherton. It is shown the behavior of the voltage curves, current, hysteresis, this type of ferroresonance and results of the application of techniques for mitigation of these effects.

**Keywords:** Protection of Electrical Systems, *Inrush*, Ferroresonance, Jiles-Atherton, Hysteresis, Saturation.

**LISTA DE FIGURAS**

FIGURA 1 – Circuito não linear para representação de um transformador com secundário em vazio.....	3
FIGURA 2 – Fluxo de enlace e corrente de <i>inrush</i> durante a energização de um transformador.....	5
FIGURA 3 – Distorção da corrente de excitação devido à saturação.....	6
FIGURA 4 – Circuito RLC não linear com indutor saturável.....	7
FIGURA 5 – Diagrama fasorial para o circuito da FIG. 4.....	8
FIGURA 6 – Circuito equivalente do transformador em vazio para análise da ferroressonância.....	10
FIGURA 7 – Situação de ferroressonância envolvendo transformador de potência.....	10
FIGURA 8 – Ferroressonância causada por capacitância entre duas linhas e indutância de TPI.....	11
FIGURA 9 – Circuito equivalente do TPI para análise da ferroressonância.....	11

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – Condição de funcionamento estável para o circuito RLC série não linear, predominantemente indutivo ( $U_L > U_C$ ).....	8
GRÁFICO 2 – Comportamento de um circuito LC série não linear, com aumento de $U$ .....	8
GRÁFICO 3 – Exemplo de ferroressonância fundamental. Representação da tensão no primário do TPI .....	13
GRÁFICO 4 – Gráfico 2 – Exemplo de ferroressonância fundamental. Representação do plano de fase $u_L$ versus $\lambda$ .....	13
GRÁFICO 5 – Exemplo de ferroressonância sub-harmônica. Representação da tensão no primário do TPI .....	14
GRÁFICO 6 – Exemplo de ferroressonância sub-harmônica. Representação do plano de fase $u_L$ versus $\lambda$ .....	14
GRÁFICO 7 – Exemplo de ferroressonância caótica. Representação da tensão no primário do TPI .....	15
GRÁFICO 8 – Exemplo de ferroressonância caótica. Representação do plano de fase $u_L$ versus $\lambda$ .....	15
GRÁFICO 9 – Corrente de excitação no transformador, com e sem a aplicação do resistor de pré-inserção .....	20
GRÁFICO 10 – Corrente de excitação no transformador, para diversos ângulos de chaveamento .....	20
GRÁFICO 11 – Valores de pico da corrente de excitação no transformador, para diversos ângulos de chaveamento .....	21
GRÁFICO 12 – Valores de pico da corrente de excitação no transformador, para diversos valores de fluxo residual presente ( $\lambda_r$ ) .....	22
GRÁFICO 13 – Valores de pico da corrente de excitação no transformador, para a porcentagem do fluxo residual presente ( $\lambda_r$ ) .....	22
GRÁFICO 14 – Comportamento da curva do fluxo de enlace .....	23
GRÁFICO 15 – Curva da corrente de magnetização e de excitação .....	23
GRÁFICO 16 – Tensão no indutor não linear .....	25
GRÁFICO 17 – Tensão no capacitor .....	25
GRÁFICO 18 – Corrente de magnetização e corrente de excitação .....	26
GRÁFICO 19 – Fluxo de enlace .....	26

GRÁFICO 20 – Curva do fluxo de enlace em função da corrente de excitação .....	27
GRÁFICO 21 – Tipo de ferroressonância presente no estudo neste trabalho.....	27
GRÁFICO 22 – Influência da capacitância do núcleo na corrente de excitação.....	28
GRÁFICO 23 – Influência da tensão da fonte na corrente de excitação.....	29

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

SEP – Sistema Elétrico de Potência.

TP – Transformador de Potência.

TPI – Transformador de Potencial Indutivo

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>2</b>	<b>CORRENTES DE <i>INRUSH</i></b> .....	2
2.1	Considerações Gerais .....	2
2.2	Energização de um TP Monofásico.....	2
2.2.1	Comportamento em regime não-saturado.....	3
2.2.2	Comportamento em regime saturado.....	4
<b>3</b>	<b>FERRORESSONÂNCIA</b> .....	7
3.1	Estudo do fenômeno.....	7
3.1.1	Ferroressonância em transformadores de potência .....	10
3.1.2	Ferroressonância em Transformador de Potencial.....	11
3.2	Modos de ferroressonância .....	12
3.2.1	Modo fundamental.....	12
3.2.2	Modo sub-harmônico .....	12
3.2.3	Modo caótico .....	12
<b>4</b>	<b>MODELO DE HISTERESE DE JILES-ATHERTON</b> .....	16
<b>5</b>	<b>SIMULAÇÕES</b> .....	19
5.1	<i>Inrush</i> .....	19
5.1.1	Descrição do caso estudado .....	19
5.1.2	Influência do ângulo de chaveamento .....	19
5.1.3	Aplicação de resistor de pré-inserção.....	21
5.1.4	Influência do fluxo remanescente .....	21
5.1.5	Outras curvas.....	22
5.2	Ferroressonância.....	24
5.2.1	Descrição do caso estudado .....	24
5.2.2	Análise das curvas estudadas.....	24
5.2.3	Ferroressonância presente.....	28
5.2.4	Análise de sensibilidade .....	28
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	30
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	31

## 1 INTRODUÇÃO

Os transformadores de potência são equipamentos indispensáveis para o desejado desempenho de um sistema elétrico de potência. Esses interligam diferentes níveis de tensão, permitindo o atendimento das cargas que estão ligados no sistema. Assim, torna-se indispensável a aplicação de equipamentos que os protejam de danos, como relé de sobrecorrente e proteção diferencial.

Neste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), são apresentados estudos de dois fenômenos bastante comuns em sistemas elétricos: *inrush* e ferroressonância. Foi tomado como exemplo a energização de um TP monofásico e observado como esses fenômenos ocorrem, quais características e algumas maneiras de amenizar os problemas por eles causados.

Assim, foi feito o desenvolvimento de rotinas computacionais em MATLAB, versão R2013a, para o estudo do desempenho desse transformador, em regime permanente e transitório.

Para sistematizar este tema, o texto foi dividido em seis capítulos. No Capítulo 1 é apresentada esta Introdução. Nos Capítulos 2 e 3 são apresentados, respectivamente, uma revisão bibliográfica sobre *inrush* e ferroressonância. No Capítulo 4 são apresentados os modelos matemáticos de Jiles-Atherton usados para a simulação. No Capítulo 5 são apresentados os resultados e análises das simulações. E, por fim, o Capítulo 6 é constituído das conclusões obtidas pela realização deste TCC.

Todos os modelos desse estudo foram implementados na linguagem de programação MATLAB, versão R2013a.

## 2 CORRENTES DE *INRUSH*

### 2.1 Considerações Gerais

A maioria dos transformadores usados em sistemas elétricos de potência necessitam, em regime permanente, de uma corrente de excitação na ordem de 0,5% a 2%. Porém, devido à magnetização e à saturação do seu núcleo, picos de corrente cerca de 20 vezes do valor nominal podem aparecer. Esse fenômeno é conhecido como *inrush*.

As características mais comuns na corrente de *inrush* são descritas a seguir (GUERRA, 2010c).

- Apresentam elevado valor de pico inicial.
- Podem durar vários ciclos.
- Apresentam componentes harmônicas de segunda ordem.
- Sua intensidade e duração variam, por exemplo, conforme o valor da resistência de pré-inserção do disjuntor, magnitude e sinal do fluxo residual no núcleo, valor instantâneo da tensão aplicada ao transformador

Os efeitos decorrentes das correntes de *inrush* são os seguintes:

- Atuação indevida de fusíveis e relés de proteção.
- Queda na qualidade da energia, com afundamentos temporários de tensão.
- Redução da vida útil do equipamento, por efeitos térmicos e eletromecânicos.

Outros autores, como Harlow (2004, p. 33-34), o qual apresenta um caso particular, o qual a corrente de *inrush* é de aproximadamente 25 vezes a corrente nominal em 0,01s e 12 vezes em 0,1s.

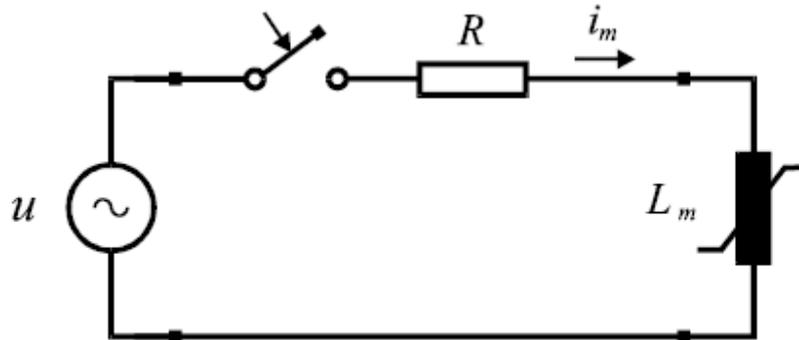
### 2.2 Energização de um TP Monofásico

Para o estudo do transitório de corrente durante a energização, com o secundário em aberto, considerou-se primeiramente o comportamento em regime não saturado e depois a análise para o regime saturado.

### 2.2.1 Comportamento em regime não-saturado

O estudo foi realizado com base no circuito RL da FIG. 1.

Figura 1 – Circuito não linear para representação de um transformador com secundário em vazio



Fonte: GUERRA, 2010c

Para efeito de cálculo, foram desprezadas as perdas no núcleo magnético. Após o fechamento da chave e sabendo-se que o indutor não linear possui característica de magnetização  $i_m = f(\lambda)$ , a equação para o fluxo de enlace é

$$\frac{d\lambda}{dt} + Ri = U_m \text{sen}(\omega t) \quad (1)$$

Assumindo a não saturação do núcleo magnético, pode ser feita a aproximação de  $f$  como uma função de comportamento linear, até o ponto de joelho da curva de magnetização. Assim, usando  $i = f(\lambda) = \frac{\lambda}{L_m}$ , sendo  $L_m$  a indutância de magnetização do transformador, a equação (1) torna-se

$$\frac{d\lambda}{dt} + R \frac{\lambda}{L_m} = U_m \text{sen}(\omega t) \quad (2)$$

Aplicando  $\lambda(0) = 0$ , a solução da equação (2) é

$$\lambda(t) = \frac{(\omega L_m^2 U_m)}{R^2 + (\omega L_m)^2} e^{-\left(\frac{R}{L_m}\right)t} + \frac{(\omega L_m^2 U_m)}{R^2 + (\omega L_m)^2} \left[ \frac{R}{\omega L_m} \text{sen}(\omega t) - \cos(\omega t) \right] \quad (3)$$

Para simplificação, considerou-se  $R \ll \omega L_m$  e fazendo  $\lambda_m = \frac{U_m}{\omega}$ , resulta:

$$\lambda(t) = \lambda_m \left[ e^{-\left(\frac{R}{L_m}\right)t} - \cos \omega t \right] \quad (4)$$

Na análise para demonstração da equação (4), como  $u = U_m \text{sen}(\omega t)$ , então  $u(0) = 0$ . Entretanto, na maioria dos casos,  $u(0) \neq 0$ . Assim, será considerado agora o “ângulo de chaveamento” ( $\theta$ ), o qual determina o valor inicial da tensão, que será:

$$u(0) = U_m \text{sen } \theta \quad (5)$$

Fazendo  $R = 0$ ,  $\lambda(0) = \lambda_R$  e  $\lambda_m = \frac{U_m}{\omega}$ , sendo  $\lambda_R$  o fluxo residual, então

$$\frac{d\lambda}{dt} = U_m \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (6)$$

$$\lambda = \lambda_R + \lambda_m [\cos \theta + \cos(\omega t + \theta)] \quad (7)$$

Assim, a partir da equação (7), conclui-se que a influência do ângulo de chaveamento no valor máximo da onda de fluxo imposta ao núcleo ocorre quando  $\omega t = k\pi$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) e  $\theta = 0^\circ$ , por ser o caso onde a tensão da fonte é nula no instante da energização, assumindo o valor de aproximadamente  $\lambda_R + 2\lambda_m$ . Do mesmo modo, a condição mais favorável (com menor pico de corrente) seria quando a tensão assume o valor de  $U_m$ , em  $t = 0$ ,  $\lambda_R = 0$  e  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , pois assim os termos em cosseno assumirão valor zero:

$$\lambda = 0 + \lambda_m \left[ \cos \frac{\pi}{2} + \cos \left( 0\omega + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$\lambda = 0 + \lambda_m [0 + 0] = 0$$

Ainda analisando a equação (7), percebe-se a influência do sinal do fluxo residual, com agravamento para valor positivo e atenuação para negativo.

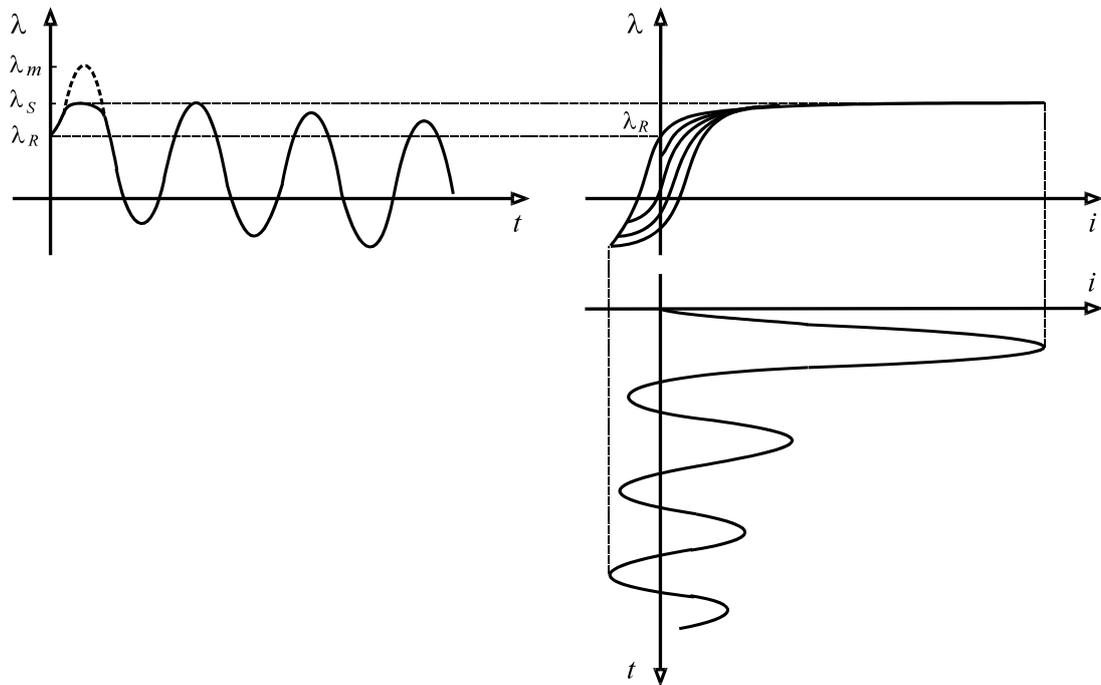
### 2.2.2 Comportamento em regime saturado

Nesta situação, pequenas variações no fluxo podem acarretar grandes picos de *inrush*, durante a energização do transformador, ao momento que o fluxo atinge a região de saturação. Uma melhor visualização do caso, está na FIG. 2. Para a análise da influência do fluxo residual nos valores de *inrush*, considerou-se o núcleo com histerese.

Foi então constatado que, caso o sinal do fluxo residual for o mesmo que o do fluxo gerado pela fonte, a região de saturação é atingida mais rapidamente e com maior intensidade. Entretanto, se os sinais forem contrários, o *inrush* será atenuado.

No instante do religamento de sistemas com religamento automático, pode ocorrer que o valor do fluxo residual seja somado ao do fluxo da fonte, gerando uma maior corrente de *inrush*.

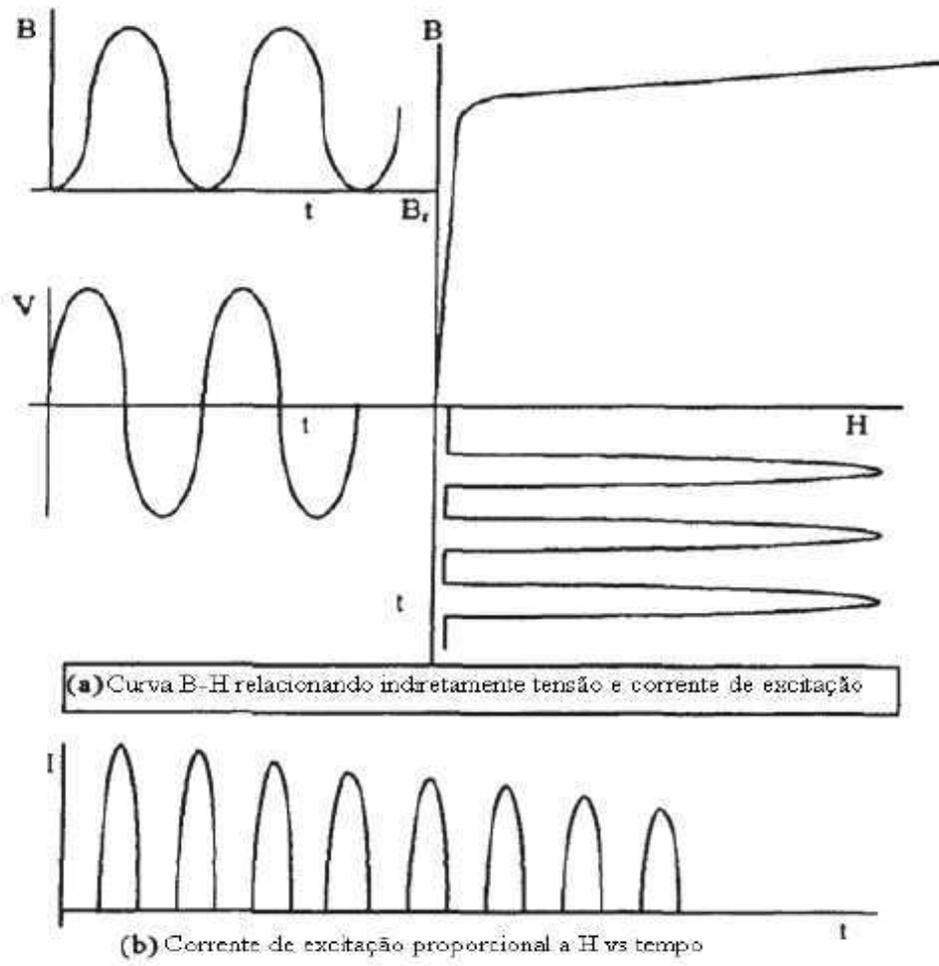
Figura 2 – Fluxo de enlace e corrente de inrush durante a energização de um transformador



Fonte: GUERRA, 2010c

Segundo Raffo (et al., 2010, p. 21), a corrente de excitação também pode assumir formas muito distorcidas devido aos efeitos da saturação e até mesmo antes dela, provenientes da característica não linear da curva B-H. Estas situações podem ser observadas na FIG 3.

Figura 3 – Distorção da corrente de excitação devido à saturação



Fonte: DEL VECCHIO, 2002

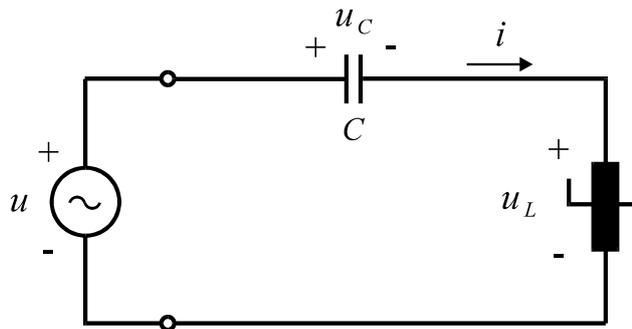
### 3 FERRORESSONÂNCIA

Este fenômeno ocorre em circuitos que possuem núcleos magnéticos saturáveis, além de capacitores e indutores não lineares. Durante esse regime, ocorrem variações na tensão e corrente, como bruscas mudanças em amplitude e fase, além de descontinuidade. Assim, torna-se um possível causador de problemas nos equipamentos, como surgimento de harmônicas e sub-harmônicas, sobreaquecimento e danos à isolação.

#### 3.1 Estudo do fenômeno

Lembrando que a análise é feita em circuito monofásico, com indutância saturável, cujo circuito RLC equivalente está na FIG 4.

Figura 4 – Circuito RLC não linear com indutor saturável



Fonte: GUERRA, 2010b

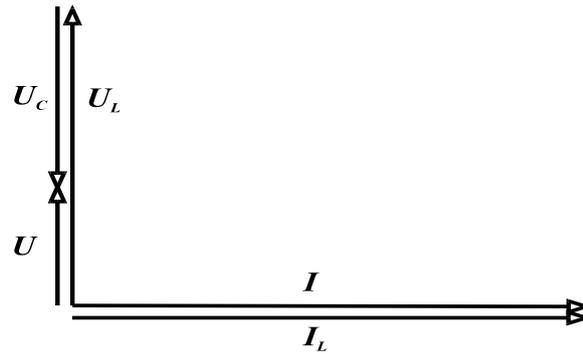
O diagrama fasorial para o circuito da FIG. 4 é visualizado na FIG. 5. Dele, pode-se extrair:

$$U_L = U_C + U = U + \frac{I}{\omega C} \quad (8)$$

A partir da equação (8), o GRAF. 1 é construído, mostrando  $P_1$  como o ponto de operação inicial, correspondendo à intersecção da reta da equação (8) com a curva de magnetização do indutor, para a tensão da fonte  $U = U_1$ .

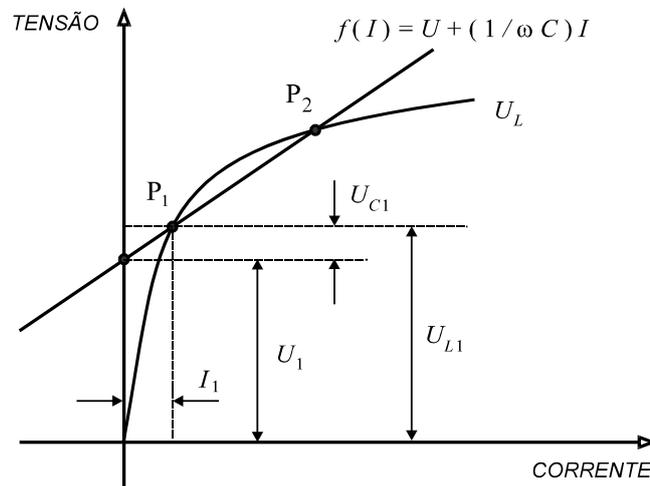
$P_1$  irá mover-se para cima caso haja aumento de  $U$ , redução da frequência  $\omega$  ou da capacitância  $C$ . Entretanto, as duas curvas podem também não se interceptarem no primeiro quadrante, uma vez que  $P_1$  encontra-se próximo ao joelho da curva. Assim, o novo ponto de operação é  $P_3$ , situado no terceiro quadrante, mostrado na página seguinte, no GRAF. 2.

Figura 5 – Diagrama fasorial para o circuito da FIG. 4



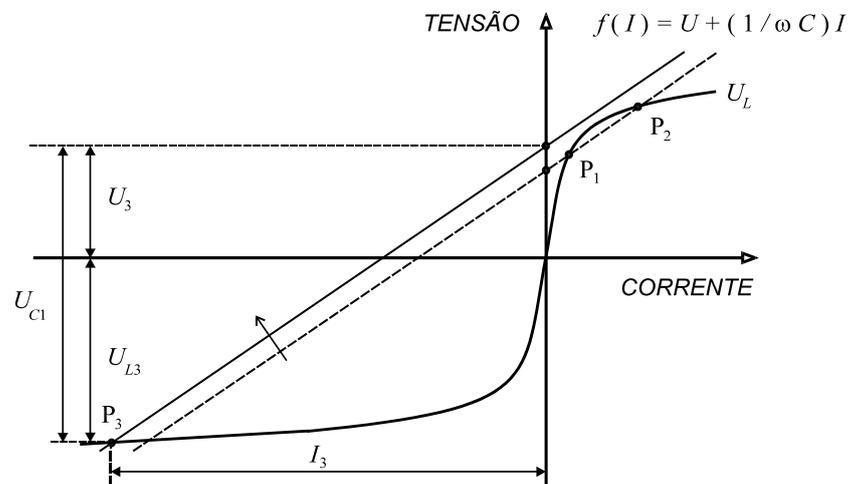
Fonte: GUERRA, 2010b

Gráfico 1 – Condição de funcionamento estável para o circuito RLC série não linear, predominantemente indutivo ( $U_L > U_C$ )



Fonte: GUERRA, 2010b

Gráfico 2 – Comportamento de um circuito LC série não linear, com aumento de  $U$ .



Fonte: GUERRA, 2010b

O circuito muda bruscamente de comportamento, havendo agora predominância do fator capacitivo ( $U_C > U_L$ ), mudança na fase de  $I$  e aumento de sua amplitude de  $I_1$  para  $I_3$ , além do sobreaquecimento gerado pelo aumento do fluxo no núcleo magnético por causa do aumento de  $U_L$  e surgimento de harmônicas e sub-harmônicas por causa do novo comportamento não linear do circuito (GUERRA, 2010b).

Para o sistema em vazio, que é o caso abordado, têm-se a resistência de perdas dinâmicas no núcleo, a resistência, indutância e capacitância equivalentes do sistema. Então, com base no circuito visualizado na FIG. 6 e assumindo que o transformador possui  $N$  espiras no enrolamento primário, comprimento médio de trajetória magnética  $l$  e área de seção reta do núcleo  $A$ , formula-se o desenvolvimento das equações (MEDEIROS, 2009):

$$\lambda(t) = NAB(t) \quad (9)$$

$$i(t) = \frac{l}{N} H(t) \quad (10)$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C} \quad (11)$$

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = u(t) \quad (12)$$

$$B(t) = \mu_0 [H(t) + M(t)] \quad (13)$$

Combinando as equações de (9) a (13), resulta:

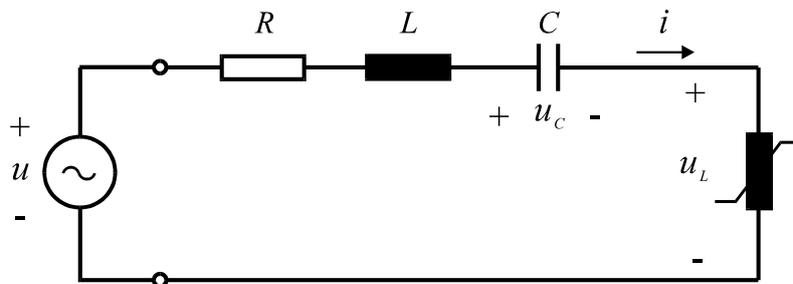
$$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{u(t) - \frac{Rl}{N} H(t)}{\frac{Ll}{N} H(t) + \mu_0 NA \left[ 1 + \frac{dM(t)}{dH(t)} \right]} \quad (14)$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{dM(t)}{dH(t)} \frac{dH(t)}{dt} \quad (15)$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{l}{NC} H(t) \quad (16)$$

As equações (14), (15) e (16), juntamente com as equações deduzidas no capítulo 4, formam um sistema não linear cuja solução é feita pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem.

Figura 6 – Circuito equivalente do transformador em vazio para análise da ferroressonância



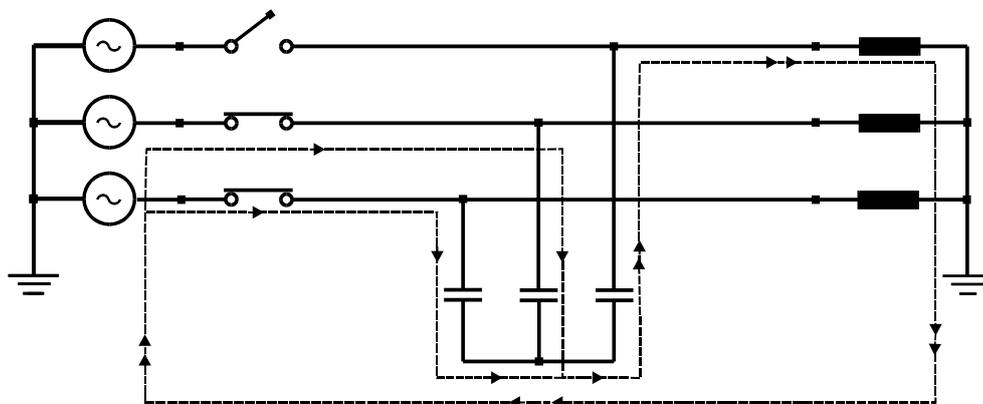
Fonte: MEDEIROS, 2009

### 3.1.1 Ferroressonância em transformadores de potência

Com base no circuito visualizado na FIG 6, é estudado o caso em que ocorre a abertura de uma ou duas fases de uma linha ligada a um transformador com seu secundário em vazio, os enrolamentos primários ligados em estrela e neutro aterrado.

Caso haja a abertura do disjuntor ou fusível, e com aterramento do transformador ou do banco de capacitores, o circuito equivalente do sistema mudará de modo que uma capacitância em série é inserida. Assim, ocorrerá a ferroressonância (transformador operando através de duas fases).

Figura 7 – Situação de ferroressonância envolvendo transformador de potência



Fonte: GUERRA, 2010b

Na situação de defeito em alguma das fases, os condutores de alimentação do transformador são representados por sua capacitância para a terra, e o transformador

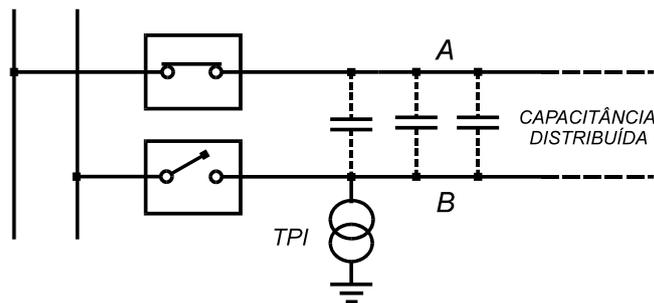
por sua reatância indutiva, formando o circuito L-C. Com a retirada da parte indutiva por causa do defeito, há a alteração do sistema, podendo ocasionar a igualdade entre a reatância indutiva e capacitiva, caracterizando a ressonância (CAIAFA, 2009).

Uma maneira de evitar que o caminho da corrente não se estabeleça através das capacitâncias (evitando assim a ferroressonância), é se ambos os neutros forem aterrados ou isolados (MEDEIROS, 2009). Também, segundo Caiafa (2009, p. 17), utilizar chaves seccionadoras tripolares.

### 3.1.2 Ferroressonância em Transformador de Potencial

A ferroressonância pode ocorrer em sistemas que possuem TPI's. Um exemplo é visualizado na FIG 8.

Figura 8 – Ferroressonância causada por capacitância entre duas linhas e indutância de TPI

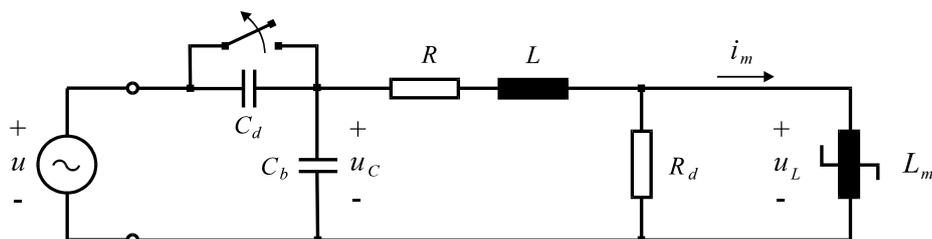


Fonte: GUERRA, 2010b

A linha B possui menor tensão nominal que a linha A, sendo essa desligada e com um TPI em seu início. Caso haja interação entre a capacitância entre as linhas e a indutância saturável do TPI, o fenômeno pode acontecer.

Para a análise do fenômeno neste trabalho, foi considerado o circuito representado na FIG 9.

Figura 9 – Circuito equivalente do TPI para análise da ferroressonância



Fonte: Guerra (2010b)

Sendo

$C_d$  - Capacitância equivalente das câmaras de equalização do disjuntor.

$C_b$  - Capacitância a terra do barramento e demais equipamentos.

$R$  - Resistência do enrolamento primário do TPI.

$L$  - Indutância do enrolamento primário do TPI.

$R_d$  - Resistência linear de perdas no núcleo do TPI.

$L_m$  - Indutância de magnetização do TPI.

## 3.2 Modos de ferroressonância

### 3.2.1 Modo fundamental

As formas de onda dos sinais de tensão e corrente apresentam características não senoidais, com períodos iguais ao do sinal da fonte de excitação,  $T$ . Os espectros de linha (com componente fundamental de frequência  $f = \frac{1}{T}$ ) são discretos, e possui harmônicas de frequências  $2f$ ,  $3f$ , entre outras. Nos GRAF. 3 e GRAF. 4, visualiza-se que o plano de fase apresenta uma única trajetória fechada.

Como será visto na seção 5.2.3, esse é o modo de ferroressonância identificado no transformador estudado neste trabalho.

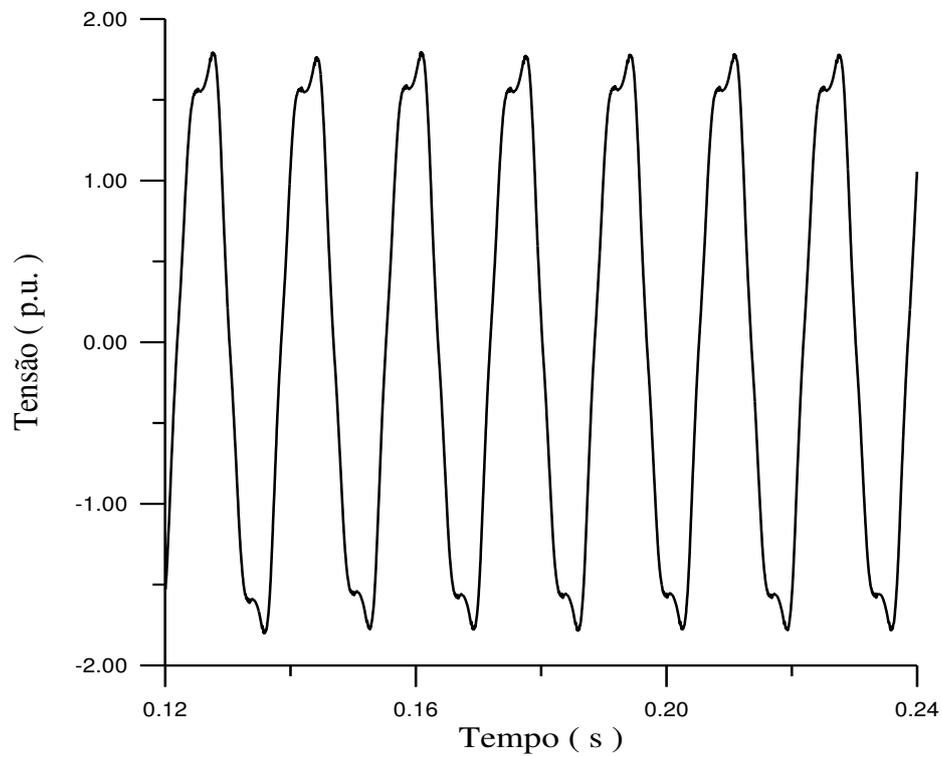
### 3.2.2 Modo sub-harmônico

Os sinais são periódicos, com períodos de valor inteiro e múltiplo da fundamental. As sub-harmônicas, geralmente, apresentam ordem ímpar ou ordem  $1/n$ . O espectro de linhas é discreto, com trajetórias fechadas e de diferentes tamanhos em seu plano de fase. Este caso pode ser visualizado nos GRAF 5 e GRAF 6.

### 3.2.3 Modo caótico

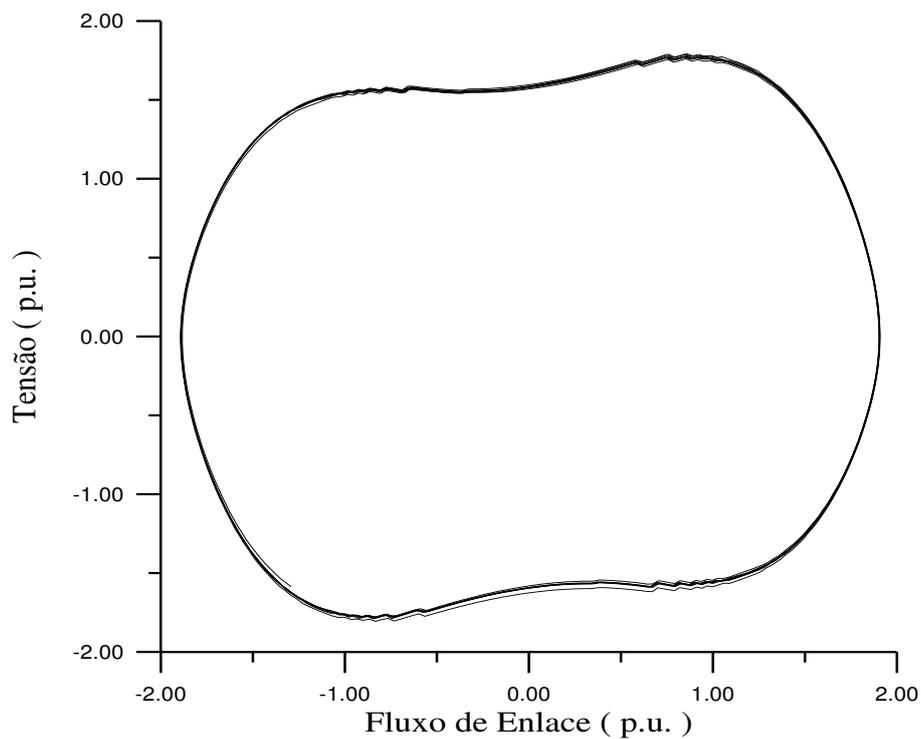
O comportamento dos sinais é caracterizado como irregular e imprevisível, com seu espectro de linhas contínuo e as trajetórias do plano de fase não se fecham. Este caso é visualizado nos GRAF. 7 e GRAF. 8 e é o caso mais raro de ser encontrado nos equipamentos atualmente utilizados.

Gráfico 3 – Exemplo de ferroressonância fundamental. Representação da tensão no primário do TPI



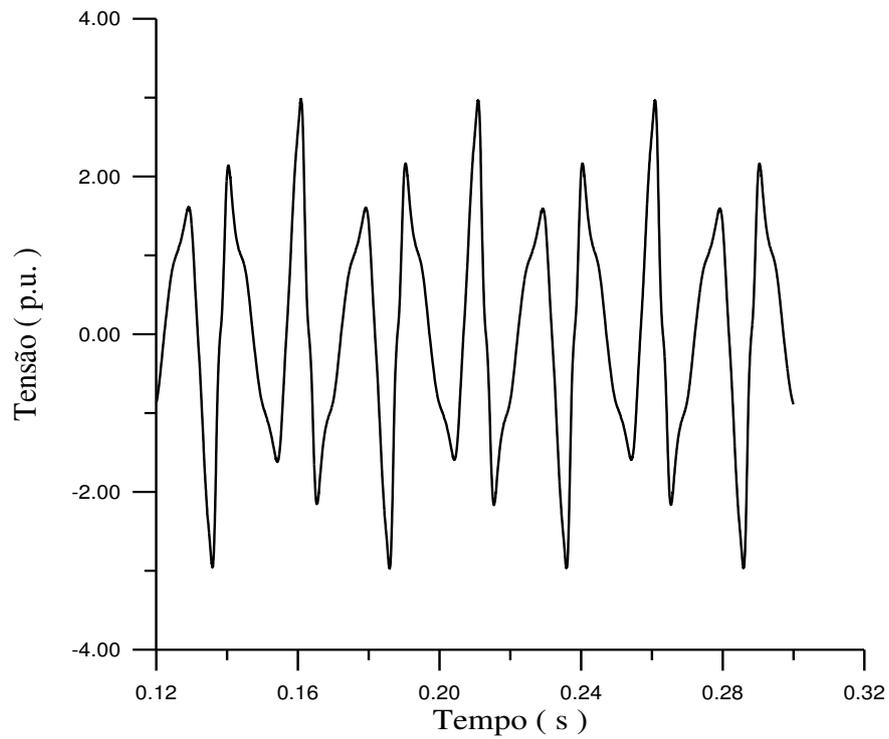
Fonte: MEDEIROS, 2009

Gráfico 4 – Exemplo de ferroressonância fundamental. Representação do plano de fase  $u_L$  versus  $\lambda$



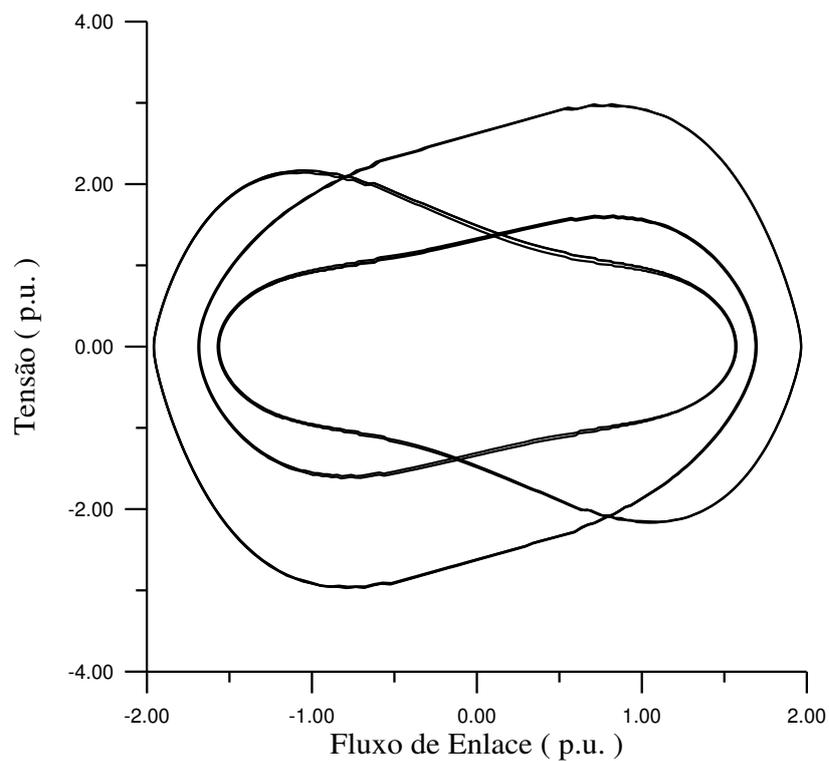
Fonte: MEDEIROS, 2009

Gráfico 5 – Exemplo de ferroressonância sub-harmônica. Representação da tensão no primário do TPI



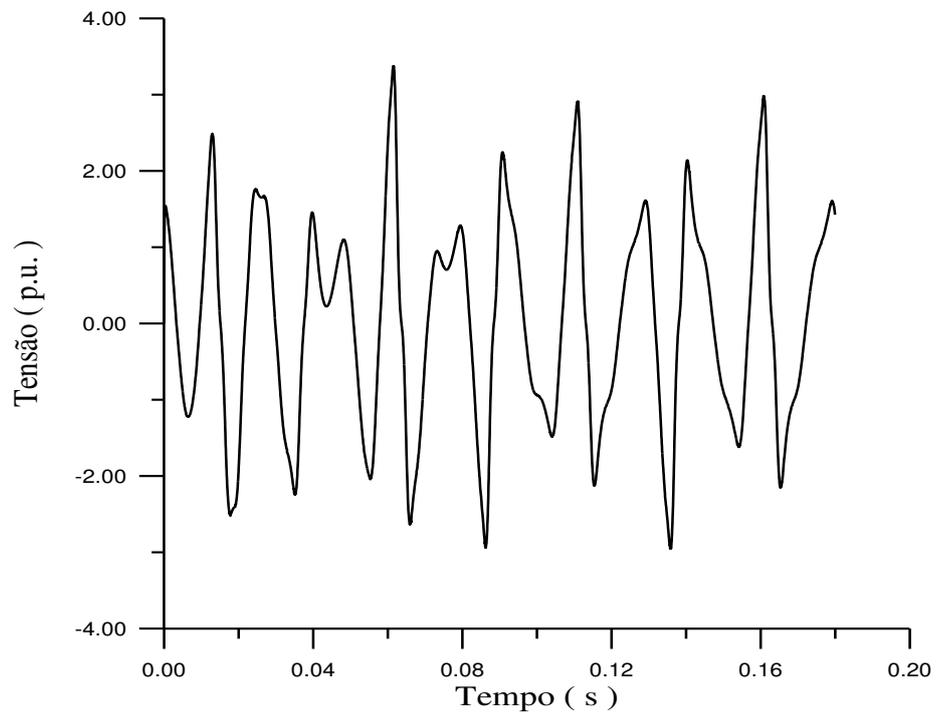
Fonte: MEDEIROS, 2009

Gráfico 6 – Exemplo de ferroressonância sub-harmônica. Representação do plano de fase  $u_L$  versus  $\lambda$



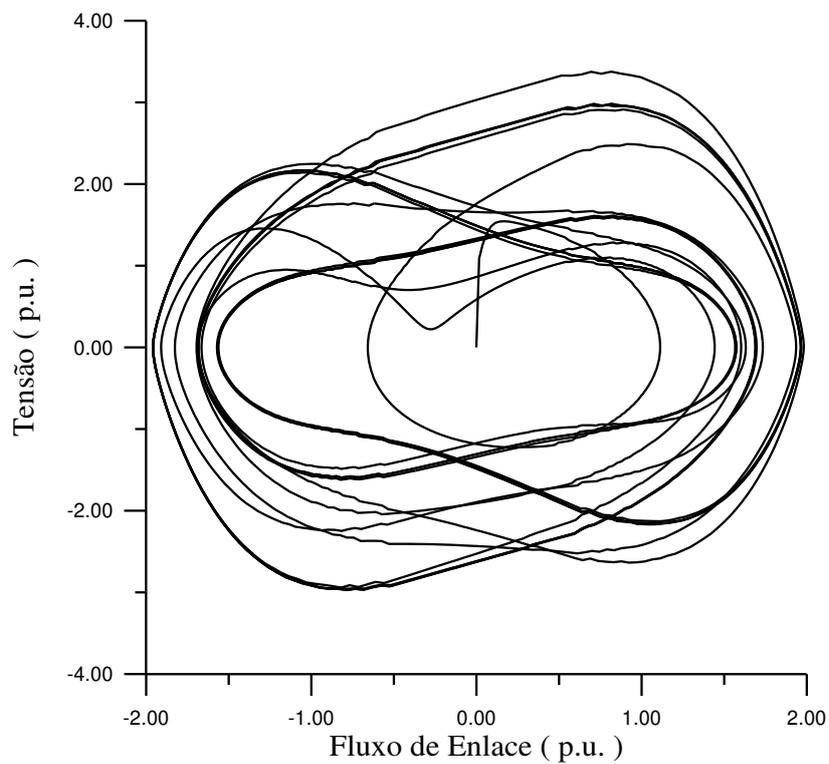
Fonte: MEDEIROS, 2009

Gráfico 7 – Exemplo de ferroressonância caótica. Representação da tensão no primário do TPI



Fonte: MEDEIROS, 2009

Gráfico 8 – Exemplo de ferroressonância caótica. Representação do plano de fase  $u_L$  versus  $\lambda$



Fonte: MEDEIROS, 2009

#### 4 MODELO DE HISTESESE DE JILES-ATHERTON

Na formulação original do modelo de Jiles-Atherton, são considerados os movimentos das paredes dos domínios magnéticos. Segundo Medeiros (2009, p. 23), foram consideradas as seguintes premissas

- Os locais onde ocorre o efeito de prendimento das paredes dos domínios são uniformemente distribuídos em todo o material, não havendo nenhuma distinção entre os diferentes tipos de locais prendedores (imperfeições cristalográficas, impurezas, regiões de fronteiras de grãos).
- A resistência a variações na magnetização é suposta uniforme, ou seja, supõe-se uma “energia de prendimento média” por cada local prendedor.

Segundo o modelo, a magnetização  $M$  pode ser expressa pela equação (17), a qual indica que  $M$  é composta de uma componente reversível,  $M_r$ , e outra irreversível,  $M_i$ . Essa composição ocorre devido à presença dessas componentes nos locais prendedores.

$$M = M_r + M_i \quad (17)$$

O autor também fez considerações sobre a energia necessária para que a parede despreze dos prendedores locais, e assim  $M_i$  é expressa por (MEDEIROS, 2009, p. 24):

$$\frac{dM_i}{dH_e} = \frac{M_a + M_i}{\delta k} \quad (18)$$

Sendo  $H_e$  o campo efetivo,  $k$  é a constante de prendimento das paredes dos domínios e  $\delta$  é o coeficiente que assume o valor +1 para  $dH / dt > 0$ , e -1 para  $dH / dt < 0$ .

A componente de magnetização reversível varia linearmente com a magnetização anisterética e a magnetização irreversível através da seguinte relação:

$$M_r = c(M_a - M_i) \quad (19)$$

Sendo  $c$  uma constante adimensional relacionada com os processos de flexão das paredes dos domínios. Agora, combinando as equações (18) e (19), se obtém a equação (20).

$$M = M_i + c(M_a - M_i) \quad (20)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_i}{dH} + c \left( \frac{dM_a}{dH} - \frac{dM_i}{dH} \right) \quad (21)$$

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \quad (22)$$

Agora, pela regra da cadeia:

$$\frac{dM_a}{dH} = \frac{dM_a}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_a}{dH_e} \left( 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (23)$$

$$\frac{dM_i}{dH} = \frac{dM_i}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_i}{dH_e} \left( 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (24)$$

Substituindo as equações (18), (23) e (24) em (21), resulta:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\frac{1-c}{\delta k} (M_a - M_i) + c \frac{dM_a}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_a}{dH_e} - \alpha(1-c) \frac{dM_i}{dH_e}} \quad (25)$$

Entretanto, equação (24) pode fornecer valores negativos (e sem significado físico) de susceptibilidade diferencial, nas situações em que o campo magnético decresce a partir da extremidade do laço, quando a magnetização irreversível é menor que a anisterética no primeiro quadrante ou maior no terceiro quadrante. Em uma destas situações, as paredes dos domínios continuam ligadas aos prendedores, e assim  $\frac{dM_i}{dH} = 0$ . Mas podem ocorrer algumas variações reversíveis na magnetização, quando as paredes (antes de elastecidas) se distendem quando o campo é reduzido. Desse modo,  $H$  decresce até a extremidade do laço até que  $M_i$  alcance  $M_a$  e a variação de  $M$  é quase reversível, podendo ser aproximada para (MEDEIROS, 2009)

$$\frac{dM}{dH} \approx \frac{dM_r}{dH} \quad (26)$$

$$\frac{dM}{dH} = c \left( \frac{dM_a}{dH} \right) \quad \text{para } \delta (M_a - M_i) < 0 \quad (27)$$

$$M_a = M_s + \left[ \coth \left( \frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad \text{para } H \neq 0, M \neq 0 \quad (28)$$

$$\frac{dM_a}{dH_e} = M_s \left\{ \frac{1}{a} \left[ a - \coth^2 \left( \frac{H_e}{a} \right) \right] + \frac{a}{H_e^2} \right\} \quad \text{para } H \neq 0, M \neq 0 \quad (29)$$

$$H_e = H + \alpha M \quad (30)$$

Expandindo a função de Langevin,  $\coth(x) - 1/x$ , em série de Taylor para  $\left|\frac{H_e}{a}\right| < 0,1$ , tem-se:

$$M_a = \frac{M_s H_e}{a} \left[ \frac{1}{3} - \frac{H_e^2}{45a^2} + \frac{2H_e^4}{945a^4} - \dots \right] \quad (31)$$

$$\frac{dM_a}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[ \frac{1}{3} - \frac{H_e^2}{15a^2} + \frac{10H_e^4}{945a^4} - \dots \right] \quad (32)$$

As equações descritas acima serão usadas para a simulação dos sinais, no estudo proposto para este trabalho.

## 5 SIMULAÇÕES

Como já mencionado, todos os gráficos foram gerados por simulações em código MATLAB, versão R2013a, com base nas equações descritas no Capítulo 4.

### 5.1 Inrush

#### 5.1.1 Descrição do caso estudado

O transformador monofásico simulado é do tipo núcleo envolvente constituído de liga ferrosilício de grãos não-orientados. Suas características são:

- Potência nominal: 3 kVA.
- Relação de tensões nominais: 70 V / 127 V.
- Relação de espiras: 48 / 88.
- Área de seção reta da coluna central do núcleo:  $44,4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ .
- Comprimento médio da trajetória magnética: 0,57 m.
- Fator de empilhamento: 0,95.
- Resistências dos enrolamentos primário e secundário: 0,0162 e 0,0882  $\Omega$ .
- Reatância de dispersão dos enrolamentos: desprezíveis.

Para todos efeitos, considerou-se o ângulo de chaveamento inicial  $0^\circ$ . Os valores dos parâmetros necessários para o método de Jiles-Atherton foram determinados pelo método de pesquisa direta de Hooke-Jeeves, associado à técnica simulada denominada “têmpera simulada”, minimizando-se o erro quadrático entre os valores teóricos e experimentais de B e H (MEDEIROS, 2009). Esses valores são:

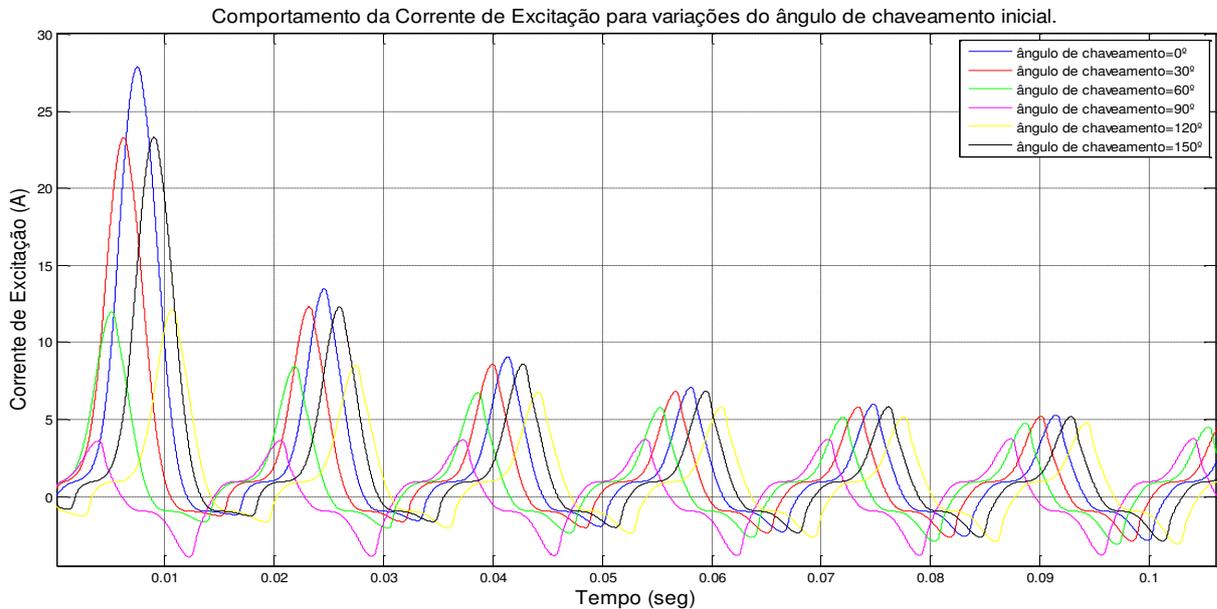
- Coeficiente térmico de Langevin:  $a = 470 \text{ A/m}$ .
- Coeficiente de acoplamento entre domínios:  $\alpha = 81,72 \times 10^{-5}$ .
- Magnetização de saturação:  $M_s = 1,72 \times 10^6 \text{ A/m}$ .
- Coeficiente de flexão dos domínios:  $c = 0,136$ .
- Coeficiente de prendimento das paredes:  $k = 81,9 \text{ A/m}$ .

#### 5.1.2 Influência do ângulo de chaveamento

Como explicado na seção 2.3.1, a equação (6) mostra a importância da escolha do ângulo de chaveamento. Assim, é visualizado no GRAF. 9, o comportamento da

corrente de excitação para diversos ângulos. Nota-se, como esperado, que o menor pico de *inrush* ocorreu para  $\theta = 90^\circ$  ( $\lambda(0) = 0$ ).

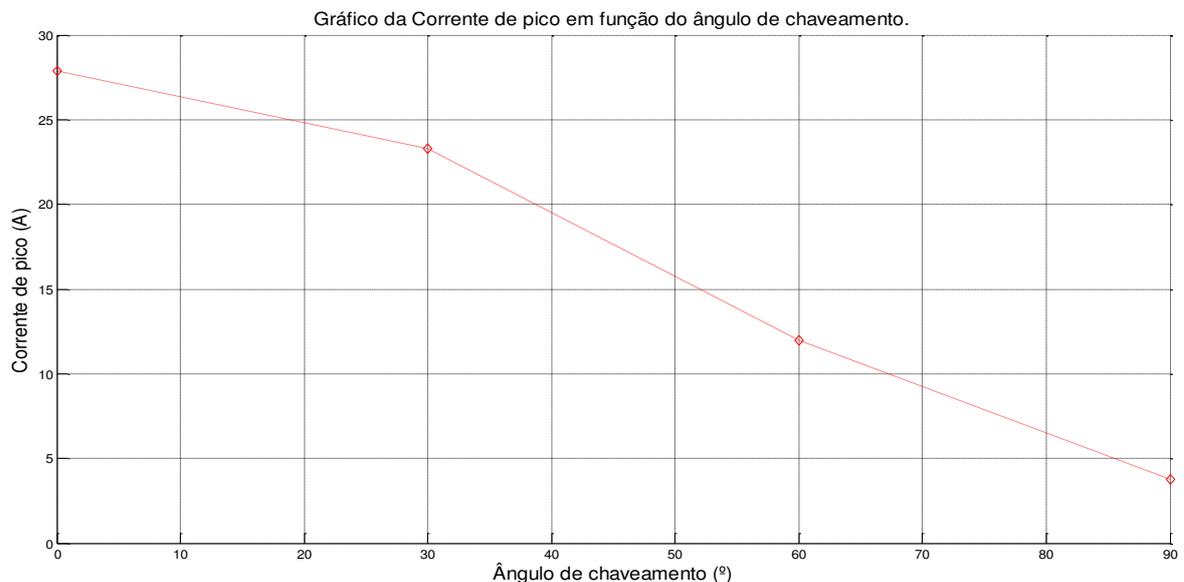
Gráfico 9 – Corrente de excitação no transformador, para diversos ângulos de chaveamento



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

No GRAF. 10, há uma melhor visualização do apresentado, com destaque aos valores de picos assumidos pela corrente.

Gráfico 10 – Valores de pico da corrente de excitação no transformador, para diversos ângulos de chaveamento



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

### 5.1.3 Aplicação de resistor de pré-inserção

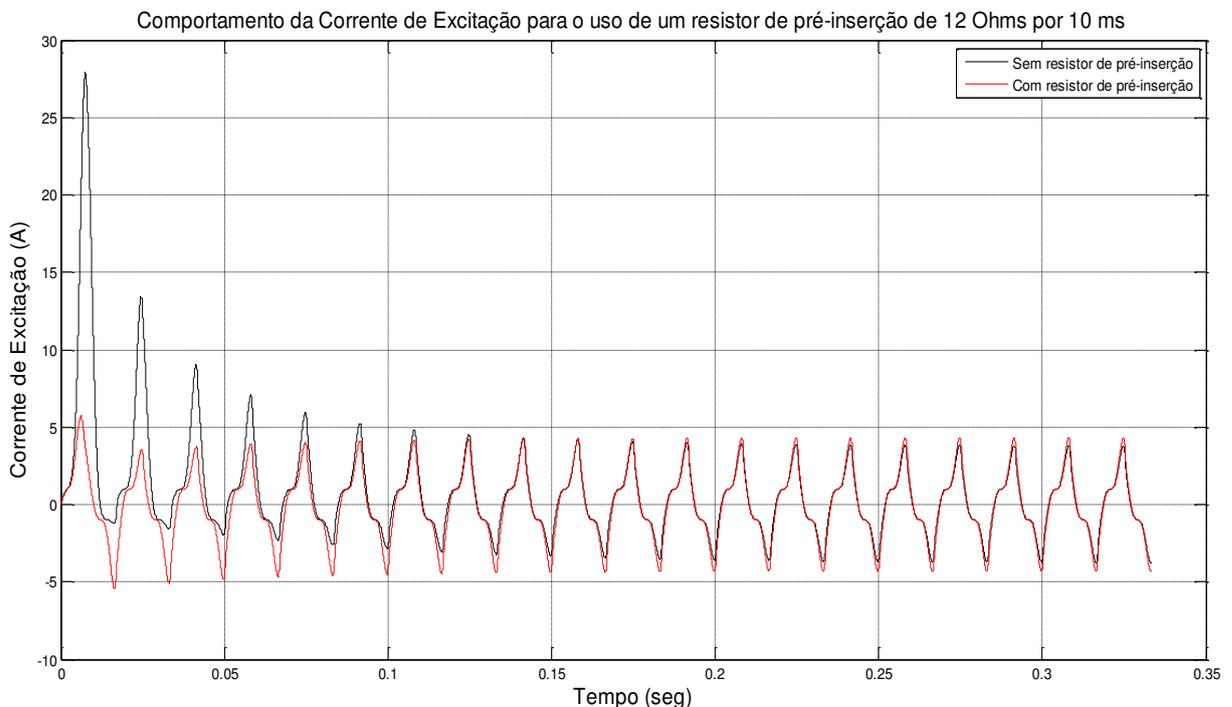
Foi inserido um resistor de 12 Ohms, durante 10 milissegundos. Pode-se visualizar, no GRAF. 11, que houve uma grande redução do pico de corrente e na constante de tempo, estabilizando o sistema muito mais rapidamente, gerado pelo efeito de amortecimento do resistor.

Atualmente, não é mais empregada esta técnica, pois também gera uma queda de 5% da tensão de alimentação a vazio e possui alto custo de instalação e manutenção.

### 5.1.4 Influência do fluxo remanescente

Como explicado também na seção 2.3.1, de acordo com a equação (7), o fluxo residual influencia no pico de corrente inicial. O gráfico desta situação pode ser visualizado no GRAF. 12. No caso estudado neste trabalho, o fluxo remanescente encontrado foi de 0,1841 T.

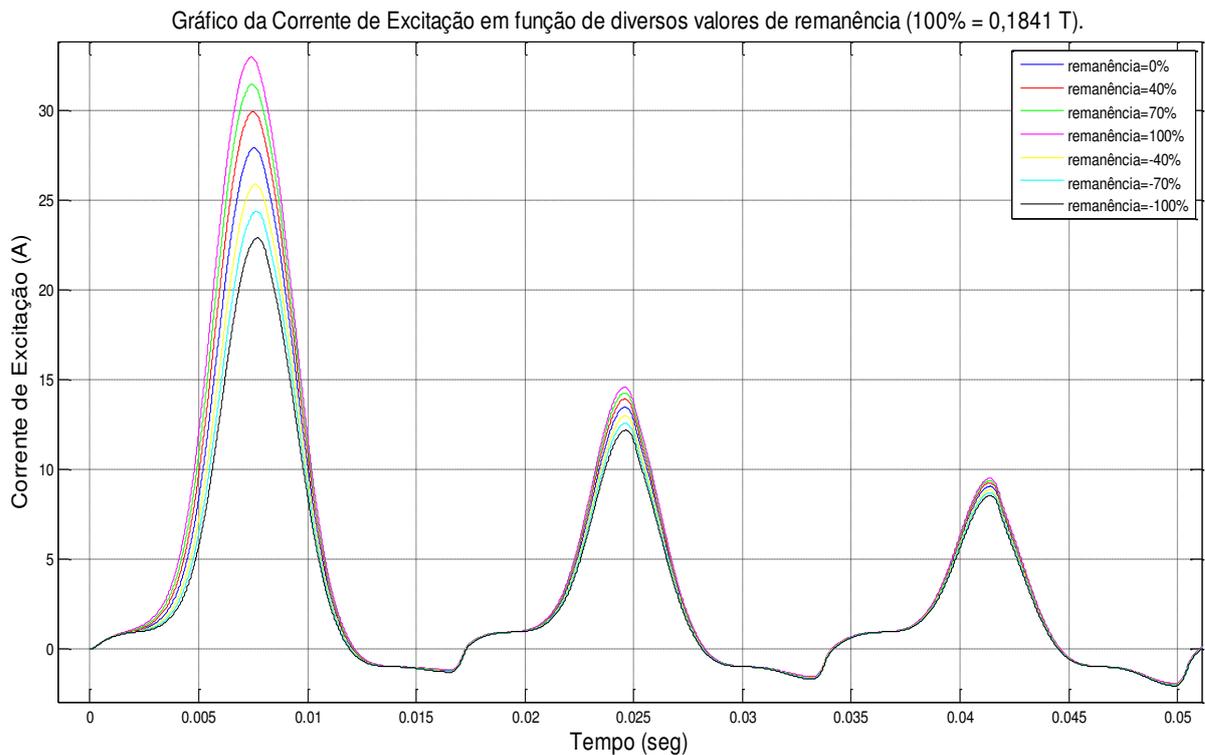
Gráfico 11 – Corrente de excitação no transformador, com e sem a aplicação do resistor de pré-inserção



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

No GRAF. 13 há uma melhor visualização da influência da porcentagem do fluxo residual sobre o pico de corrente, concluindo assim que quanto maior o fluxo residual, maior será o pico de *inrush*.

Gráfico 12 – Valores de pico da corrente de excitação no transformador, para diversos valores de fluxo residual presente ( $\lambda_r$ ), de -100% até +100% do valor original.



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

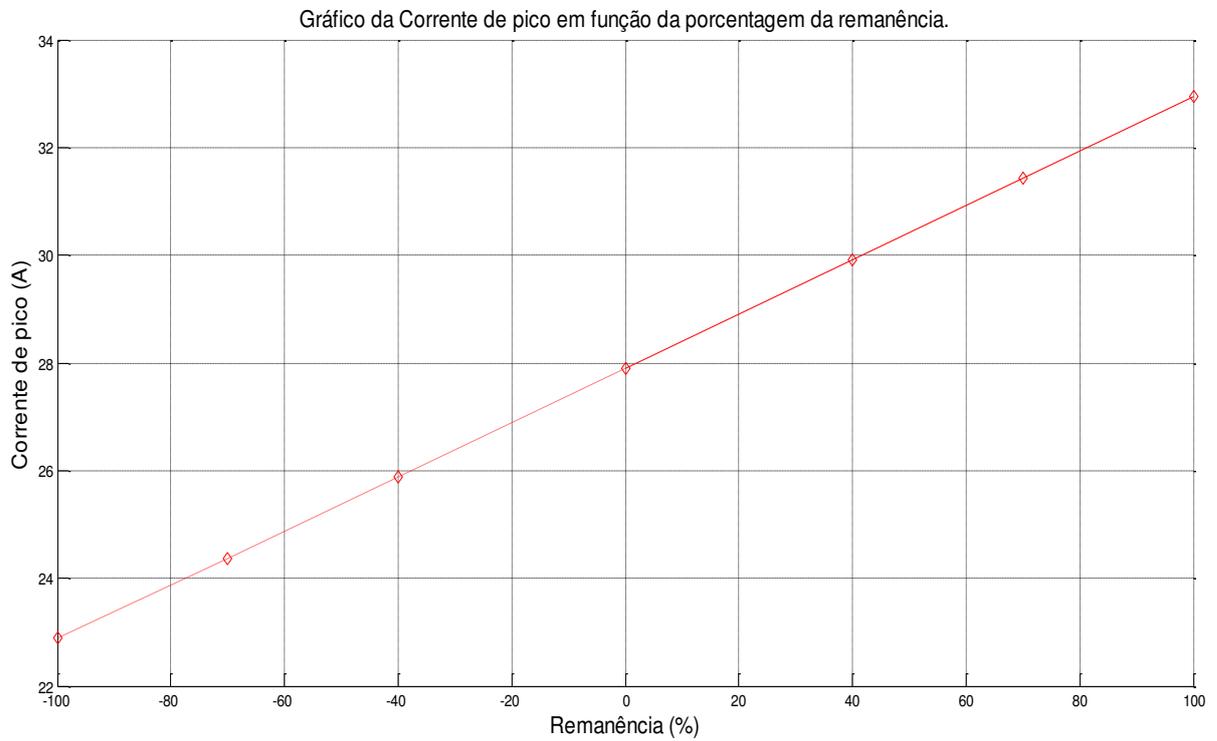
### 5.1.5 Outras curvas

É importante também observar o comportamento de outros sinais ou variáveis. Como exemplo, fluxo de enlace e corrente de magnetização. Esses gráficos são, respectivamente, os GRAF 14 e GRAF 15.

Nota-se, no GRAF. 15, que as correntes de magnetização e excitação se encontram praticamente sobrepostas, indicando assim as pouquíssimas perdas dinâmicas.

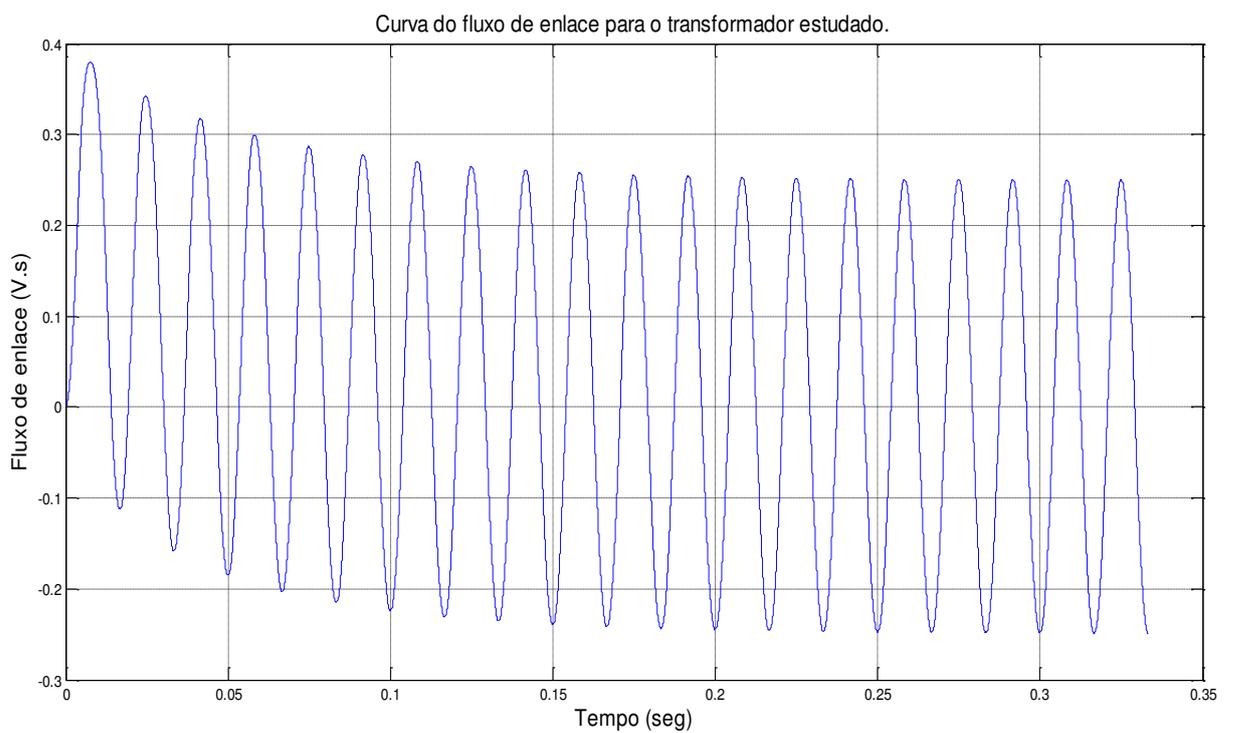
Também se percebeu que o tempo para entrar em regime permanente está em torno de 0,3 segundos, valor este usado na elaboração do plano de fase, determinando assim o tipo de ferroressonância do equipamento, como será abordado na seção 5.2.3.

Gráfico 13 – Valores de pico da corrente de excitação no transformador, para a porcentagem do fluxo residual presente ( $\lambda_r$ ).



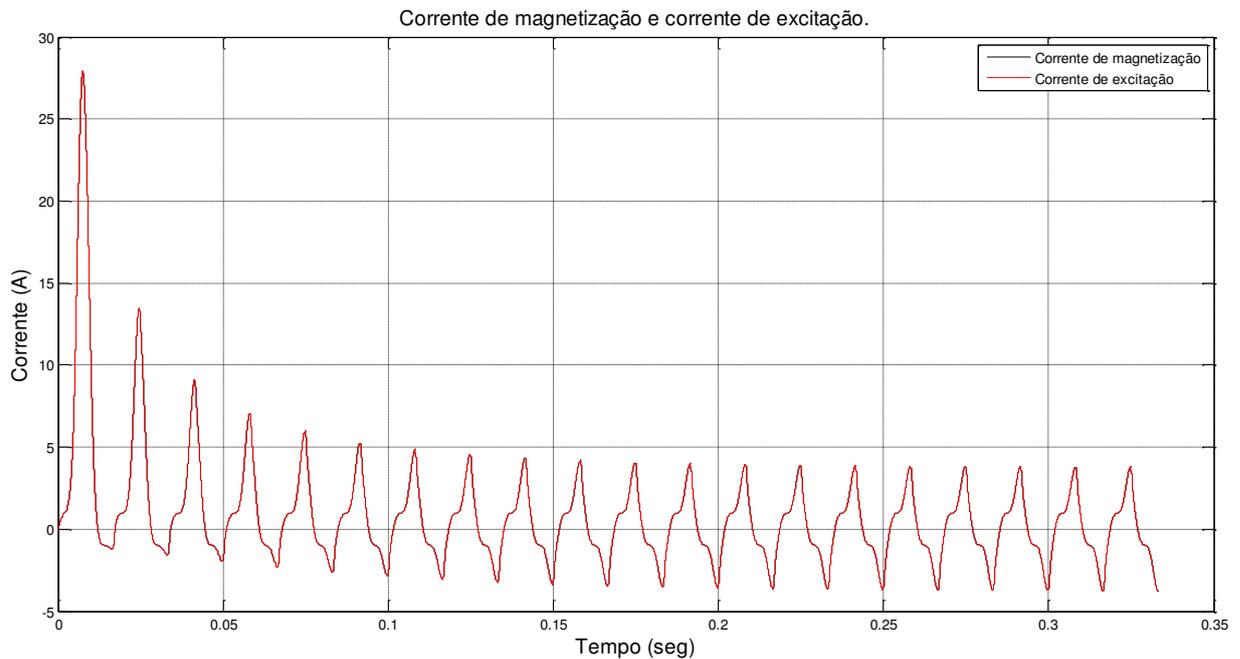
Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

Gráfico 14 – Comportamento da curva do fluxo de enlace



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

Gráfico 15 – Curva da corrente de magnetização e corrente de excitação



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

## 5.2 Ferroressonância

### 5.2.1 Descrição do caso estudado

O transformador é o mesmo da seção 5.1, com algumas modificações:

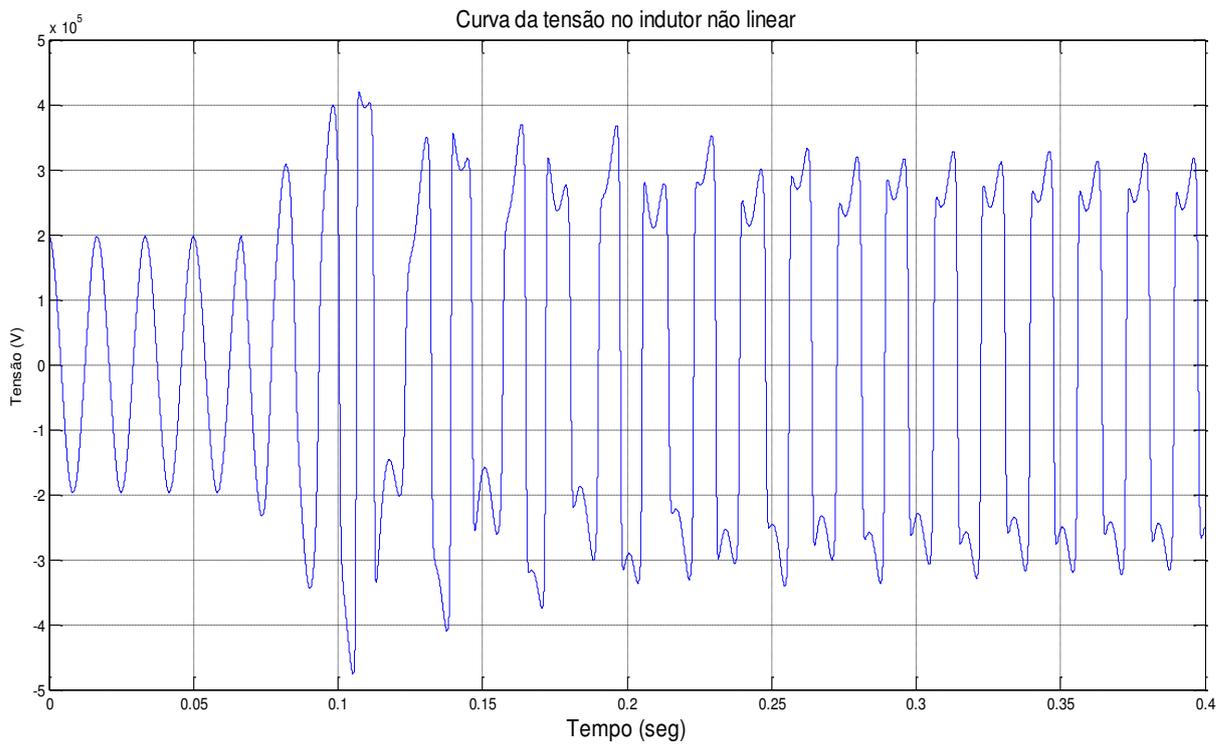
- Potência nominal: 200 VA.
- Tensão nominal: 138/230 kV.
- Número de espiras no primário: 53897.
- Área de seção reta da coluna central do núcleo:  $101 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ .
- Comprimento médio da trajetória magnética: 1,1 m.
- Capacitância residual do núcleo: 2,5 nF.

Os valores dos parâmetros necessários para o método de Jiles-Atherton também foram os mesmos.

### 5.2.2 Análise das curvas estudadas

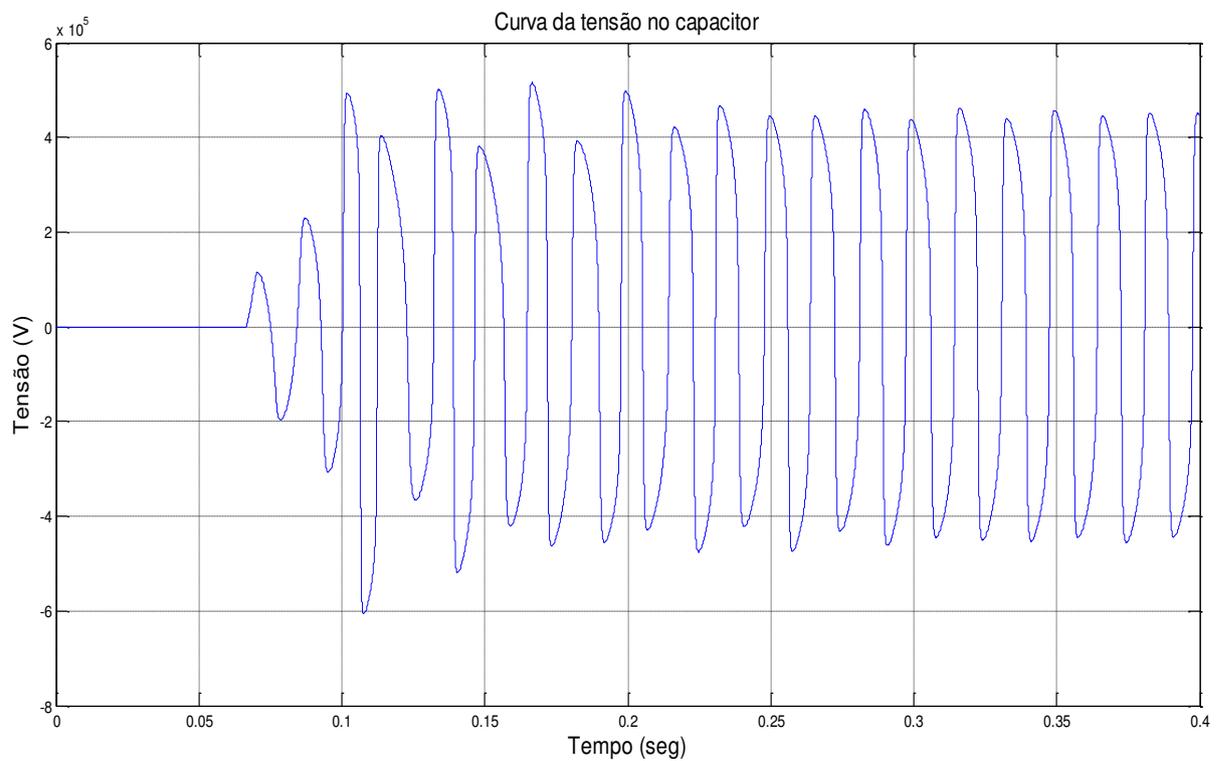
Vários gráficos foram obtidos com as simulações, como as curvas de tensão no indutor não linear e no capacitor, corrente de magnetização, corrente de excitação, fluxo de enlace e fluxo em função da corrente de excitação, nos GRAF. 16, GRAF. 17, GRAF. 18, GRAF. 19 e GRAF. 20, respectivamente.

Gráfico 16 – Tensão no indutor não linear



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

Gráfico 17 – Tensão no capacitor



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

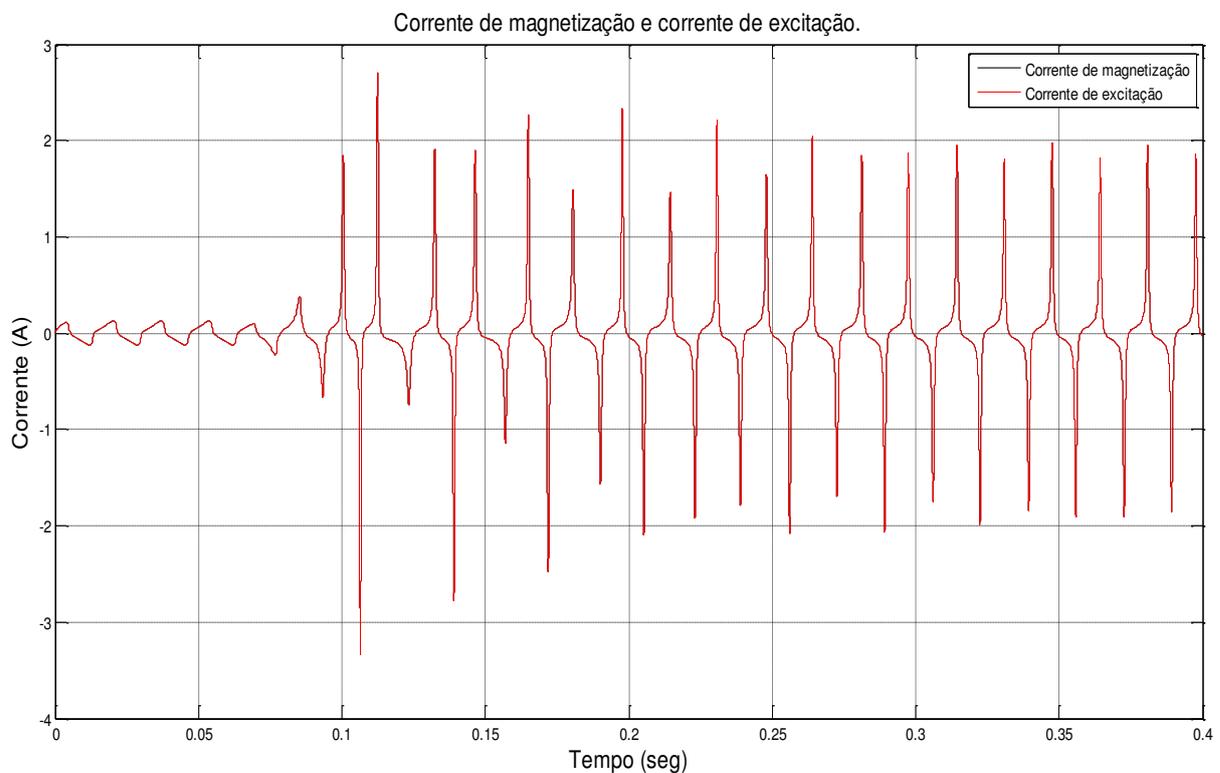
Mais adiante é feito um estudo de sensibilidade para o caso em análise, com observação nos comportamentos das curvas gerados pela influência do valor da capacitância e em seguida pelo valor da tensão de operação, na seção 5.2.4.

Observando o GRAF. 16, percebe-se as variações do valor da tensão no indutor: inicialmente, seu valor de pico de 200 kV passa a alcançar pouco mais de 400 kV durante a ferroressonância e em seguida cai para 300 kV ao entrar em regime permanente.

De análise semelhante, mas agora com base no GRAF. 17, a tensão no capacitor cresce até atingir, na ocorrência do fenômeno, um pico de 500 kV. Então, após o mesmo, cai para seu valor em regime permanente de aproximadamente 420 kV.

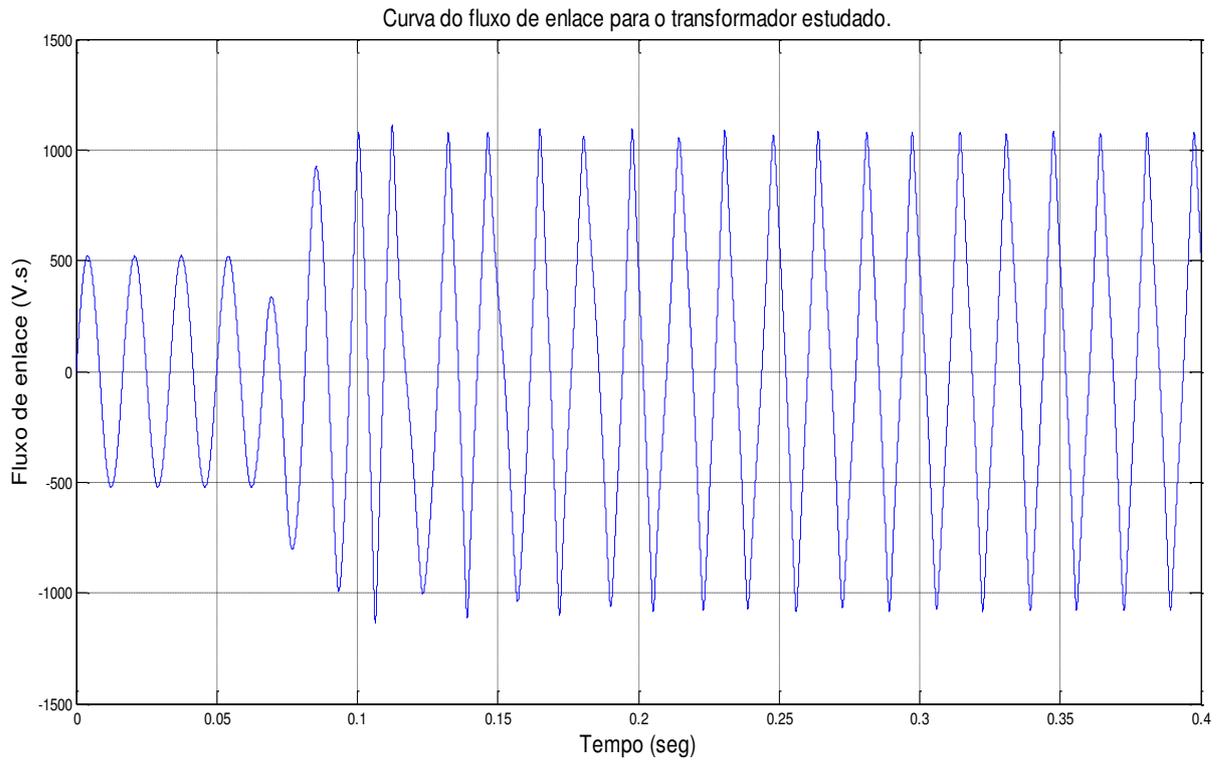
No GRAF. 18, é observado que as perdas dinâmicas causadas por correntes parasitas são praticamente nulas, uma vez que ocorre praticamente a sobreposição das curvas de corrente de excitação e de magnetização.

Gráfico 18 – Corrente de magnetização e corrente de excitação



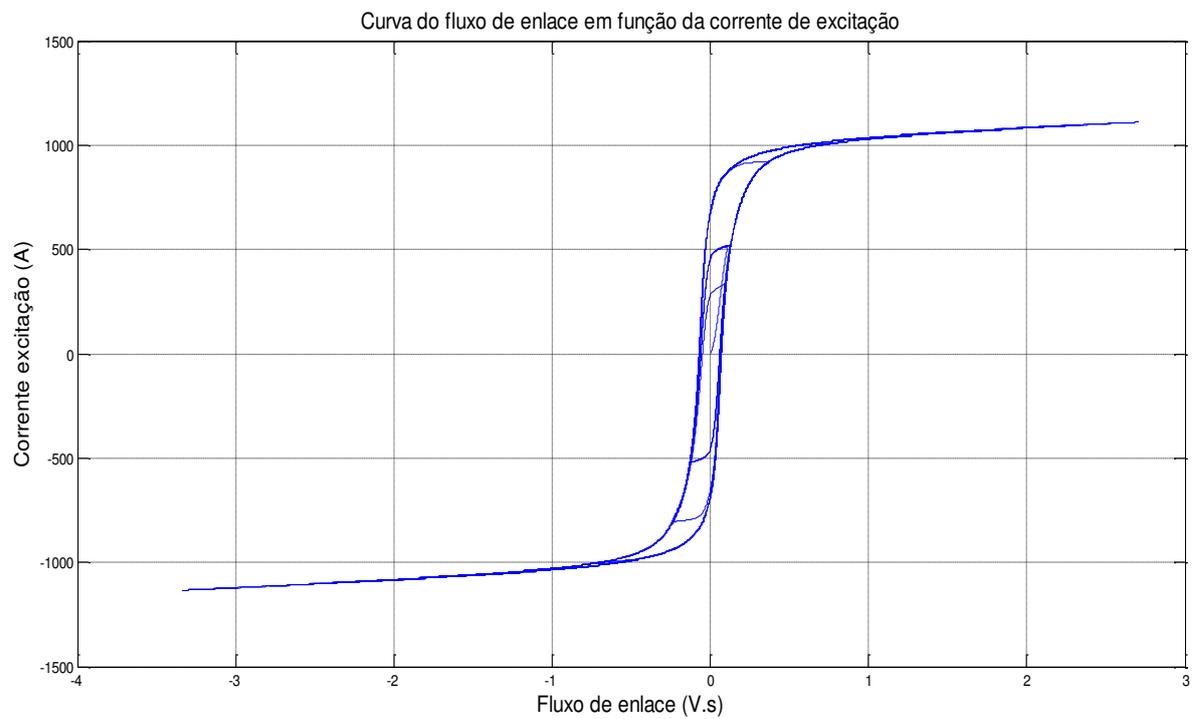
Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

Gráfico 19 – Curva do fluxo de enlace



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

Gráfico 20 – Curva da corrente de excitação em função do fluxo de enlace

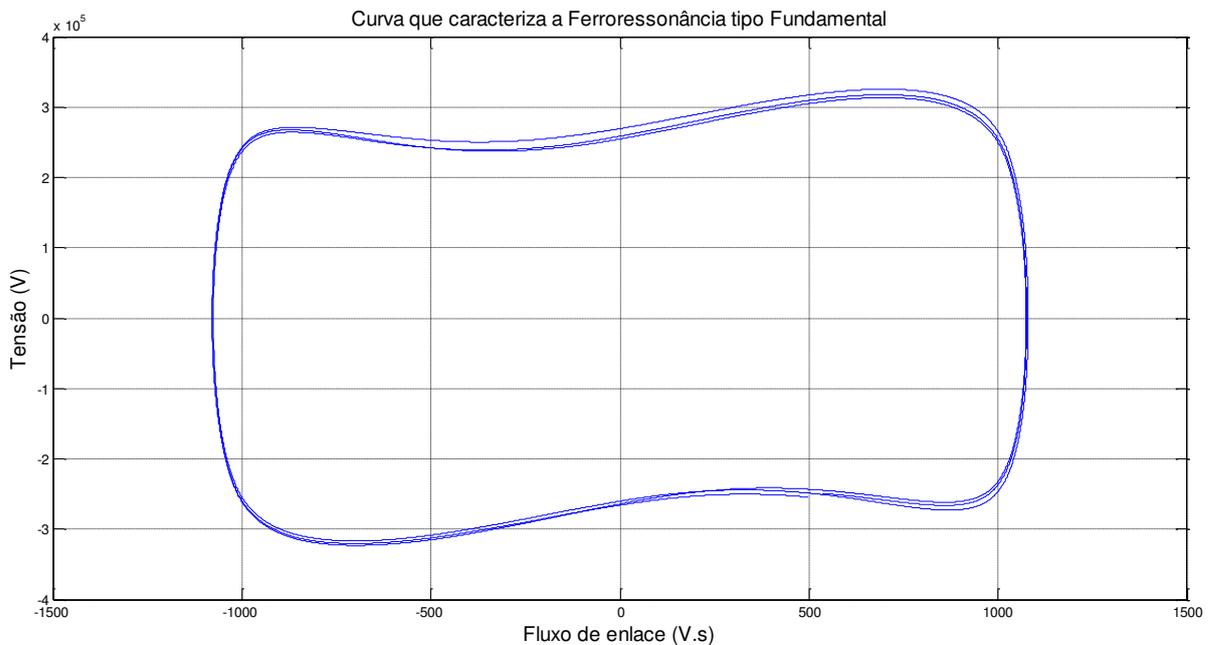


Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

### 5.2.3 Ferroressonância presente

Como apresentado na seção 3.2.3, o tipo de ferroressonância identificado foi o fundamental, visualizado no GRAF. 21.

Gráfico 21 – Tipo de ferroressonância presente no estudo neste trabalho



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

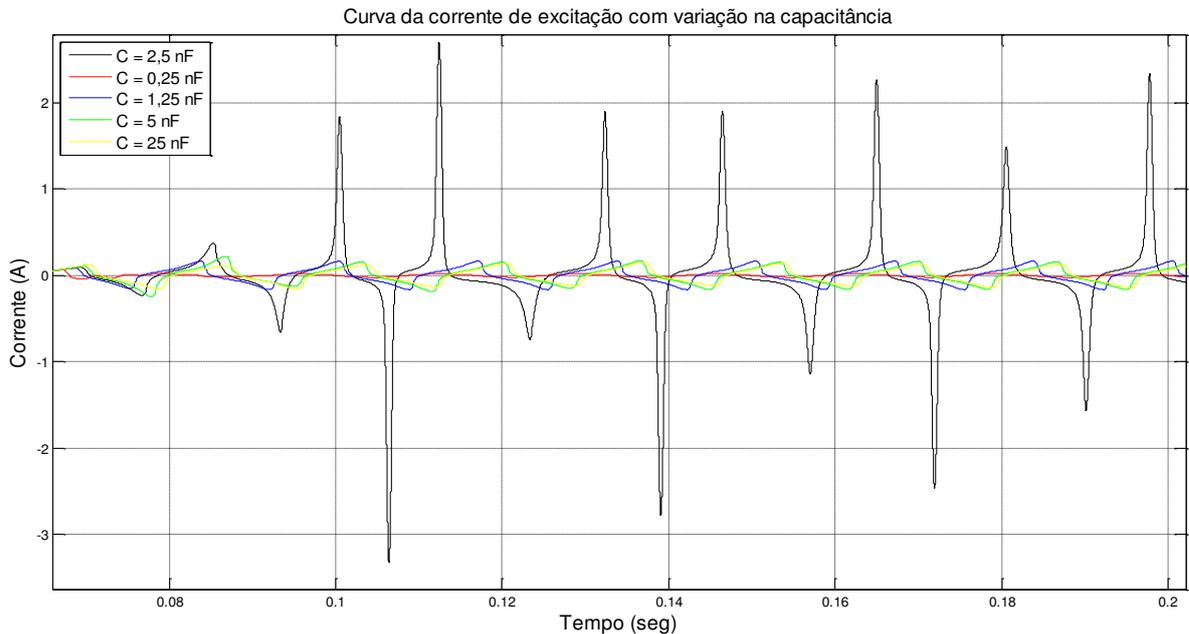
### 5.2.4 Análise de sensibilidade

Para esta análise, tomou-se como variável de estudo a corrente de excitação. Foi feita a variação da capacitância que, como descrito, é de 2,5 nF. Os valores empregados foram de um décimo, metade, dobro e dez vezes maior que o valor base apresentado.

Como visualizado no GRAF. 22, o valor da capacitância é altamente importante, notando-se que para seu valor de 2,5 nF ocorre o maior pico de excitação. Assim, conclui-se que é importante o controle da capacitância residual do núcleo, uma vez que é possível ter um efeito atenuado na corrente de excitação.

A seguir, observando o GRAF 23, é mostrado o comportamento da corrente para variações na tensão da fonte, cujo valor base é 230kV. Para o estudo, foram usados os valores correspondentes a metade e o dobro (115 kV e 460 kV).

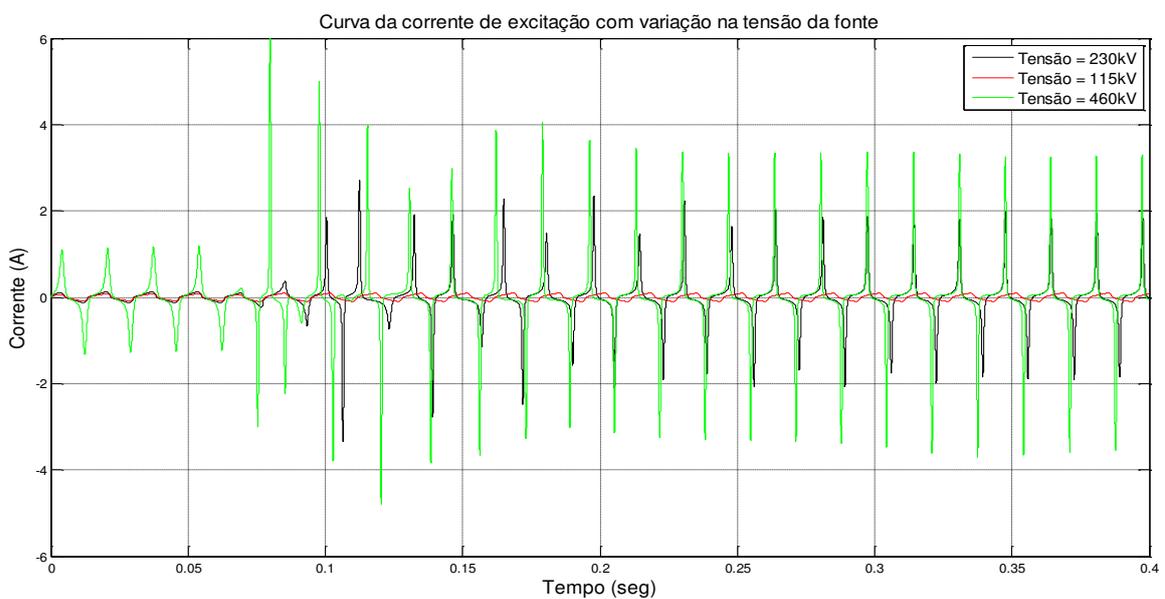
Gráfico 22 – Influência da capacitância do núcleo na corrente de excitação



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

Pode-se perceber, como esperado pela equação (7), a relação direta entre a tensão da fonte e a corrente de excitação: quanto maior ou menor a tensão da fonte, maior ou menor também será a corrente de excitação do equipamento e, conseqüentemente, o pico de excitação.

Gráfico 23 – Influência da tensão da fonte na corrente de excitação



Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

## 6 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como principal objetivo a elaboração de rotinas computacionais para o estudo dos fenômenos de *inrush* e ferroressonância em transformadores de potencial indutivo monofásico, com base no abrangente modelo de histerese de Jiles-Atherton, aplicável então a diversos fenômenos. Foi utilizada a linguagem MATLAB, versão R2013a.

Portanto, foram realizadas simulações em diferentes condições de estado do transformador, notando-se a importância das rotinas ao perceber a facilidade e variações de estudos de comportamentos que podem ser realizados, melhorando assim a obtenção de resultados e estudo do equipamento; além da oportunidade de aplicar esse modelo em regime transitório.

Trabalhos futuros podem ser feitos para outros modelos não abordados neste trabalho, a exemplo do modelo de Preisach.

Outra sugestão para um futuro trabalho seria a validação em laboratório dos modelos e simulações realizadas.

## REFERÊNCIAS

- ALENCAR, R. J. N. **Identificação de correntes de *inrush* na proteção diferencial de transformadores de potência através do gradiente da corrente diferencial e de mapas auto-organizáveis**. 2013. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.
- BARBOSA, G. C. **Projeto de Transformador utilizado em uma Planta de Plasma**. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.
- CAIAFA, W. G. **Um estudo sobre pára-raios**. 2009. Dissertação (Monografia em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2009.
- DEL VECCHIO, R. M. et al. **Transformer Design Principles**. Boca Raton: CRC Press, 2002.
- GUERRA, F. C. F. **Modelos de Transformadores de Corrente para Estudos em Baixas Frequências**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2009.
- GUERRA, F. C. F. Sobretensões de Manobra. 2010. Notas de Aula de Proteção de Sistemas Elétricos. 2010. Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2010a.
- GUERRA, F. C. F. Sobretensões Sustentadas. 2010. Notas de Aula de Proteção de Sistemas Elétricos. 2010. Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2010b.
- GUERRA, F. C. F. Sobrecorrentes. 2010. Notas de Aula de Proteção de Sistemas Elétricos. 2010. Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2010c.
- GUERRA, F. C. F. Distorções harmônicas. 2010. Notas de Aula de Proteção de Sistemas Elétricos. 2010. Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2010d.
- HALLOW, J. H. **Electric Power Transformer Engineering**. 2<sup>th</sup> ed. Boca Raton: CRC Press, 2004.
- JILES, D. C., ATHERTON, D. L. **Theory of ferromagnetic hysteresis**. *Journal of Magnetic Materials*, n. 61, p. 48-60, 1986.
- JILES, D. C., THOELKE, J. B. **Theory of ferromagnetic hysteresis: determination of model parameters from experimental hysteresis loops**. *IEEE Trans. Magnetics*, n. 5, p. 3928-3940, 1989.
- JILES, D. C., THOELKE, J. B., DEVINE, M. K. **Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis**. *IEEE Trans. on Magnetics*, n. 28, p. 27-35, 1992.

MEDEIROS, L. D. C. **Simulação de modelos de núcleos magnéticos para estudos de correntes de *Inrush* e Ferroressonância**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2009.

RAFFO, G. V. **Análise da corrente de *inrush* em transformadores de potência**. 2010. Dissertação (Monografia em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.