



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE – UFCG  
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MANUELLA MARTINS DO NASCIMENTO**

**A APLICAÇÃO DO MODELO DE JILES-ATHERTON NA MODELAGEM DE  
TRANSFORMADORES DE CORRENTE**

**CAMPINA GRANDE**

**2016**

**MANUELLA MARTINS DO NASCIMENTO**

**A APLICAÇÃO DO MODELO DE JILES-ATHERTON NA MODELAGEM DE  
TRANSFORMADORES DE CORRENTE**

Trabalho de conclusão de curso submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Orientador: Professor Dr. Francisco das Chagas Fernandes Guerra.

**CAMPINA GRANDE**

**2016**

**MANUELLA MARTINS DO NASCIMENTO**

**A APLICAÇÃO DO MODELO DE JILES-ATHERTON NA MODELAGEM DE  
TRANSFORMADORES DE CORRENTE**

Trabalho de conclusão de curso submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Orientador: Professor Dr. Francisco das Chagas Fernandes Guerra.

Data da aprovação:

Banca examinadora:

---

Dr. Francisco das Chagas Fernandes Guerra (Orientador)

---

Avaliador



Ao meu avô Pedro.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, pela minha vida e por me conceder a oportunidade e o suporte para cursar uma graduação.

Agradeço também a meus pais, por todo o esforço que tiveram para me proporcionar uma boa educação, que dentre todas as dificuldades sempre me ofereceram o melhor estudo possível, e por serem prova viva que não há distância que separe uma família.

Agradeço aos meus irmãos, colegas, amigos e familiares, pelo incentivo e pelos momentos de alegria e descontração, além da colaboração durante minha vida acadêmica.

Agradeço em especial ao professor Francisco das Chagas pela orientação e cooperação em todo o trabalho, pela chance e pelo compartilhamento dos seus conhecimentos, os quais foram de extrema importância para o aprendizado durante a elaboração do trabalho.

Enfim, agradeço a todas as pessoas com as quais tive a oportunidade e o privilégio de conviver durante minha formação, que de alguma forma, passaram pela minha vida e contribuíram para a construção do profissional que sou hoje.

## RESUMO

Este trabalho trata do estudo do comportamento transitório dos TCs em regime transitório e em baixas frequências, no sentido de avaliar as distorções das formas de onda de corrente no enrolamento secundário, durante a ocorrência de curtos-circuitos no sistema de alta tensão. A metodologia utilizada foi o desenvolvimento de duas rotinas computacionais em linguagem *Fortran*, as quais reproduzem o desempenho de TCs em regime transitório. O modelo expõe curva de histerese representada mediante emprego da teoria de Jiles-Atherton (JILES & ATHERTON, 1986). E ao fim, foram efetuadas comparações do desempenho do TC demonstrando o efeito da inserção de entreferro.

**Palavras-chave:** Transformadores de Corrente. Entreferro. Núcleo.

## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E TERMOS EM INGLÊS

TC – Transformador de corrente;  
 $R$  – Resistência;  
 $X$  – Reatância;  
ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas;  
 $\Phi$  – Fluxo Magnético;  
NBR – Norma Brasileira;  
 $A$  – Ampére;  
 $U$  – Tensão;  
 $I$  – Corrente;  
*IEEE* – Institute of Electrical and Electronics Engineers;  
*IEC* – International Electrotechnical Commission;  
TPs – Transformadores de força e de potencial;  
 $Z$  – Impedância;  
 $Ni$  – Níquel;  
 $Fe$  – Ferro;  
GNO – Grãos não Orientados;  
GO – Grãos Orientados;  
 $T$  – Tesla;  
 $\lambda$  – Fluxo;  
 $L$  – Indutância;  
 $B$  – Indução;  
 $t$  – Tempo;  
CC – Componente Continua;  
Hz – Hertz;  
CA – Componente Alternada;  
 $M$  – Magnetização;  
 $\alpha$  – Constante de Interação entre Domínios Magnéticos;  
PSRC – Power System Relay Committee;  
 $F$  – Força Magnetomotriz;  
 $S_{cc}$  – Potência Aparente;



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Transformador de corrente e modo de ligação	15
Figura 2 – Circuito elétrico equivalente de um TC	16
Figura 3 – Diagrama fasorial simplificado de um TC	17
Figura 4 Curva de excitação secundária de TCs de bucha [3].	18
Figura 5 – Definições de ponto de joelho; (a) <i>IEEE</i> [5], [6]; (b) <i>IEC</i> [4]	19
Figura 6 – Características das ligas Fe-Ni, Fe-Si GNO e Fe-Si GO	20
Figura 7 – Influência da impedância da carga no funcionamento do TC.	21
Figura 8 – Influência da impedância da carga no funcionamento do TC [8]	23
Figura 9 – Influência do TC no desempenho de relés de sobrecorrente	24
Figura 10 – Representação simplificada do sistema primário	25
Figura 11– Corrente assimétrica de curto-circuito	26
Figura 12 – Fluxo $\lambda$ no núcleo do TC em condição de curto-circuito no primário	29
Figura 13 – Fluxo $\lambda$ e correntes $i_1$ , $i_2$ e de $i_m$	29
Figura 14 – Saturação causada pela componente CC de $\lambda$ , $\theta = 0^\circ$	31
Figura 15 – Saturação por componente CA de $\lambda$ ( $\theta = 84^\circ$ , $Z_2 = 6,00 + j0,10 \Omega$ )	32
Figura 16 – Saturação por componente CA de $\lambda$ ( $\theta = 84^\circ$ , $Z_2 = 18,00 + j0,10 \Omega$ )	32
Figura 17 – Saturação por componentes CA e CC de $\lambda$ ( $\theta = 84^\circ$ , $Z_2 = 5 + j0,10 \Omega$ )	33
Figura 18 – Curva de magnetização inicial e curva anisterética	35
Figura 19 – Efeito de entreferro em núcleo magnético de liga Fe-Si ( <i>IEEE PSRC</i> , 1990)	38
Figura 20 – (a) Núcleo com entreferro; (b) circuito magnético equivalente	39
Figura 21– Circuito elétrico equivalente do TC com entreferro – Modelos 1 e 2	40
Figura 22 – Diagrama unifilar do sistema primário	42
Figura 23 – Curva de saturação e laço maior de histerese do TC	43

Figura 24 – Corrente Secundária Ideal (tracejada) e Corrente secundária Distorcida (traço cheio)	44
Figura 25 – Corrente de Magnetização (Distorcida no Religamento)	45
Figura 26 – Fluxo de Enlace em função do tempo	45
Figura 27 – Corrente de Magnetização pelo Fluxo de Enlace	46
Figura 28 – Corrente Secundária Ideal (Tracejada) e Corrente Secundária Distorcida (Traço Cheio)	47
Figura 29 – Corrente de Magnetização em Função do Tempo	47
Figura 30 – Fluxo de Enlace no Tempo	48
Figura 31 – Fluxo de Enlace pela Corrente de Magnetização	48

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>2 TRANSFORMADORES DE CORRENTE</b> .....	15
2.1. CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE E DIAGRAMA FASORIAL .....	16
2.2. ERRO DE RELAÇÃO E CLASSE DE EXATIDÃO PARA TCS DE PROTEÇÃO	17
2.3. FATORES DE INFLUÊNCIA NOS ERROS .....	19
2.4. DESEMPENHO DOS TCS DE PROTEÇÃO .....	22
<b>3 REGIME TRANSITÓRIO DOS TRANSFORMADORES DE CORRENTE</b> .....	25
3.1. REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO EM SATURAÇÃO E INSATURAÇÃO .....	25
3.1.1. Desempenho em Regime Não Saturado .....	26
3.1.2. Desempenho em Regime Saturado .....	29
<b>4 SATURAÇÃO E HISTERESE - MODELO DE JILES-ATHERTON</b> .....	34
<b>5 MODELOS DE TRANSFORMADOR DE CORRENTE</b> .....	38
5.1. INSERÇÃO DE ENTREFERROS EM NÚCLEOS DE TCS .....	38
5.2. CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE E MODELAGEM DE UM TC COM ENTREFERRO .....	39
<b>6 SIMULAÇÃO</b> .....	42
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	49
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	50

## 1 INTRODUÇÃO

Transformadores de corrente (TCs) são transformadores projetados e construídos especificamente para alimentar instrumentos de medição, proteção e controle em sistemas elétricos de potência. Eles têm por finalidade reduzir a corrente do sistema de potência a um valor adequado, de modo que haja uma relação fixa entre os valores instantâneos correspondentes das ondas de corrente de saída e de entrada, com diferenças de fase mínimas possíveis entre si. Também objetivam promover isolamento elétrica entre os instrumentos e o sistema de potência.

As correntes de defeito típicas apresentam duas componentes: uma alternada, senoidal, e outra, contínua, com decaimento exponencial, que impõem uma onda de fluxo assimétrica de elevado valor de pico aos núcleos magnéticos dos TCs. Tal fluxo, superposto ao fluxo residual no núcleo, pode ocasionar um elevado grau de saturação magnética. Isto faz com que a forma de onda da corrente secundária fornecida aos dispositivos de proteção apresente-se distorcida durante os primeiros ciclos. Assim, podem surgir os seguintes problemas (GUERRA, 2007):

- os relés são sensibilizados indevidamente, principalmente relés diferenciais;
- os relés não são sensibilizados quando necessário, devido à forte saturação e distorção que reduz o valor eficaz da corrente secundária;
- os relés não são sensibilizados com rapidez suficiente, pelo motivo já citado;
- a localização do defeito não é determinada de forma precisa.

Isto pode implicar em uma maior extensão dos danos de natureza térmica e eletrodinâmica, perda de seletividade da proteção e perda de estabilidade do sistema. Ademais, a dificuldade de localização do ponto de ocorrência do distúrbio acarreta prolongadas interrupções de fornecimento de energia, o que agrava os prejuízos.

Nesse contexto, o objetivo geral do trabalho consiste na realização de um estudo do desempenho de TCs de proteção de núcleo fechado em caso de ocorrência de curtos-circuitos na rede elétrica. Para isto, foi empregado um modelo capaz de reproduzir o desempenho de TCs nos regimes permanente e transitório. O trabalho também objetiva efetuar uma análise do efeito de inserção de entreferros em núcleos de TCs.

Este trabalho está dividido em sete seções. Esta, a primeira, apresenta uma visão geral sobre os temas abordados no trabalho.

Na segunda, será apresentado o transformador de corrente: circuito equivalente, o diagrama fasorial, bem como o erro de relação e os fatores que o influenciam, e ainda classe de exatidão e desempenho para TCs de proteção.

Na terceira, encontram-se explicações sobre os Sistemas Primário e secundário em saturação e insaturação.

Na quarta, há a descrição do modelo de histerese e saturação de Jiles-Atherton.

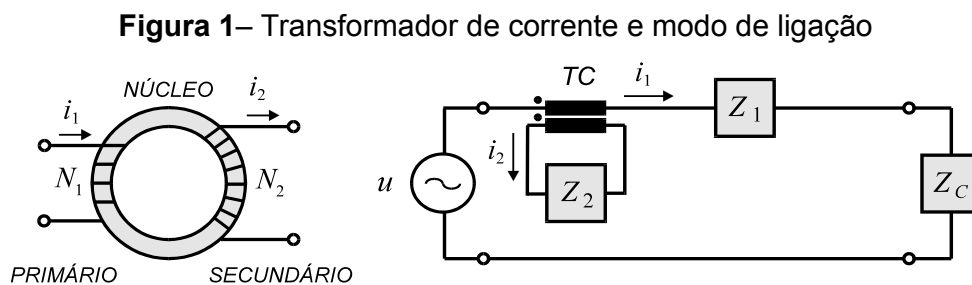
Na quinta, trata-se do Circuito Elétrico Equivalente e modelagem de um TC com Entreferro.

Na sexta, encontram-se explicações sobre os resultados obtidos e devidas comparações das simulações com e sem entreferro.

Na sétima, são feitas considerações finais sobre o estudo, levando-se em consideração tudo que foi apresentado e, por fim, têm-se as referências utilizadas na pesquisa.

## 2 TRANSFORMADORES DE CORRENTE

Os transformadores de corrente, mais conhecidos como TCs, tem como função a alimentação de instrumentos de medida bem como a proteção ou controle de sistemas elétricos. Assim, ele diminui a corrente do sistema de potência a um valor próprio aos instrumentos, de modo que haja uma relação fixa entre os valores instantâneos correspondentes das ondas de corrente de saída e de entrada, com uma mínima diferença de fase entre estas ondas. Além disso, também proporcionam uma isolamento elétrica entre os instrumentos e o sistema de potência. Pode-se ver na figura 1 um Transformador de Corrente genérico e seu modo de ligação.



Fonte: GUERRA (2007).

Normalmente, o TC tem um núcleo em forma de toróide, e em torno dele há dois enrolamentos: o enrolamento primário que está ligado em série ao sistema de potência e possui  $N_1$  espiras, e o enrolamento secundário que alimenta um instrumento (medidor ou relé de proteção) e possui  $N_2$  espiras.

Escreve-se para o núcleo magnético:

$$F_1 - F_2 = R\Phi \quad (1)$$

onde  $F_1$  e  $F_2$  são as forças magnetomotrizes no primário e secundário, respectivamente,  $R$  é a relutância do núcleo e  $\Phi$  é o fluxo magnético. Se o núcleo possui uma permeabilidade muito alta, tem-se  $R \cong 0$ . Como as forças magnetomotrizes geram fluxos em sentidos opostos, pode-se idealmente escrever:

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (3)$$

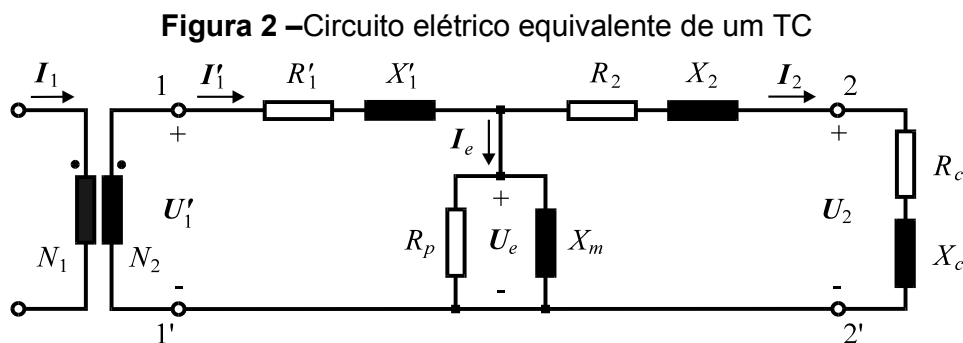
Normalmente, o TC é utilizado para reduzir a corrente do secundário, logo  $N_1 < N_2$ .

A norma NBR 6856 da ABNT estipula o valor de 5A para a corrente secundária nominal. Contudo, pode-se encontrar TCs de corrente secundária nominal igual a 1 A, apresentando a vantagem de ter menores perdas na fiação do lado secundário.

A norma NBR 6856 da ABNT dispõe os transformadores de corrente de acordo com sua função em dois tipos: TCs para medição e TCs para serviço de proteção. Estes últimos, foco deste estudo, se subdividem em TCs de classe A, que são aqueles que apresentam um alto valor reatância de dispersão no enrolamento secundário, e TCs de classe B, de pequeno valor de reatância de dispersão no referido enrolamento. Tal enrolamento acha-se uniformemente distribuído sobre o núcleo que é usualmente toroidal.

## 2.1. CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE E DIAGRAMA FASORIAL

Na figura 2 pode-se observar um circuito equivalente ao de um TC para análise em baixas frequências.



Fonte: GUERRA (2007).

Os elementos presentes neste circuito são:  $R_1'$ , que é a resistência do enrolamento primário;  $X_1'$ , que representa a reatância de dispersão do enrolamento primário;  $R_2$ , que exprime a resistência do enrolamento secundário;  $X_2$ , que é a reatância de dispersão do enrolamento secundário;  $R_p$  que representa a resistência de perdas no núcleo;  $X_m$  que simboliza a reatância de magnetização do núcleo;  $R_c$  que é a resistência da carga ligada ao secundário e, por último,  $X_c$  que é a reatância da carga ligada ao secundário.

A tensão  $U_e$  representa a tensão de excitação secundária, e  $I_e$  denomina-se corrente de excitação e divide-se em duas componentes:  $I_p$ , a corrente de perdas no

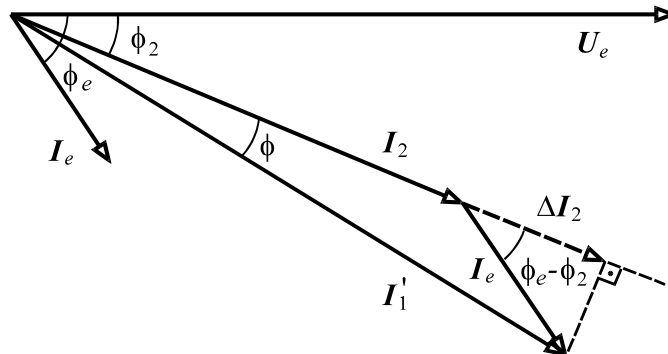
núcleo (que encontra-se em fase com  $U_e$ ), e  $I_m$ , a corrente de magnetização (atrasada em  $90^\circ$  de  $U_e$ ).

Normalmente, ocorre-se a idéia que a corrente primária  $I_1$  seria transformada para o secundário de acordo somente com a relação de espiras. Contudo, percebe-se que no circuito há um ramo em derivação composto pela associação em paralelo de  $R_p$  e  $X_m$ . Logo, a corrente que passa através da carga tem valor encontrado pela expressão (4).

$$I_2 = I_1' - I_e = \frac{I_1}{K_N} - I_e \quad (4)$$

Pode-se observar o diagrama fasorial do TC na figura 3, e, a partir deste, a expressão para o erro de relação é deduzida, visto que para os TCs de proteção o erro de fase normalmente não é levado em consideração.

**Figura 3** –Diagrama fasorial simplificado de um TC



Fonte: GUERRA (2007).

## 2.2. ERRO DE RELAÇÃO E CLASSE DE EXATIDÃO PARA TCS DE PROTEÇÃO

Segundo a NBR 6856 da ABNT, o erro de relação percentual para os TCs de proteção deve ser calculado pela expressão (5).

$$\varepsilon_{\%} = 100 \frac{I_e}{I_2} \quad (5)$$

E o erro máximo admissível  $\varepsilon_{\%}$  é calculado para que a corrente secundária seja igual a vinte vezes o seu valor nominal, ou seja,  $I_2 = 20 I_{2N}$ .

As curvas de  $U_e$  versus  $I_e$  (curvas de excitação secundária, em valores RMS)



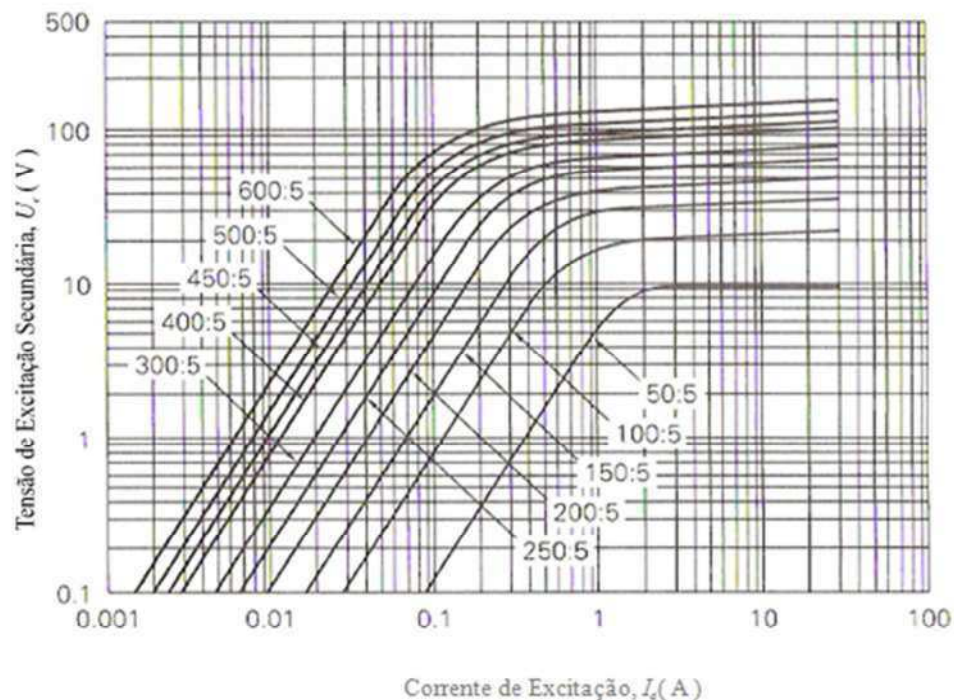
são fornecidas pelos fabricantes e vêm normalmente traçadas em escalas logarítmicas, como pode-se observar na figura 4. Observando o circuito da figura 2 pode-se encontrar o erro de relação através dos valores previamente estabelecidos da corrente  $I_2$  e das impedâncias no secundário, efetuando-se o seguinte procedimento:

Primeiramente calculam-se os valores de tensão  $U_e$  pela expressão (6) para os valores pré-estabelecidos de corrente  $I_2$ , inclusive para  $I_2 = 20 I_{2N}$ .

$$U_e = I_2 \sqrt{(R_2 + R_c)^2 + X_c^2} \quad (6)$$

Em seguida, com os valores de  $U_e$ , deve-se encontrar os valores correspondentes de  $I_e$  na curva de excitação secundária. E, finalmente, calculam-se os erros através da expressão (5).

**Figura 4** – Curva de excitação secundária de TCs de bucha

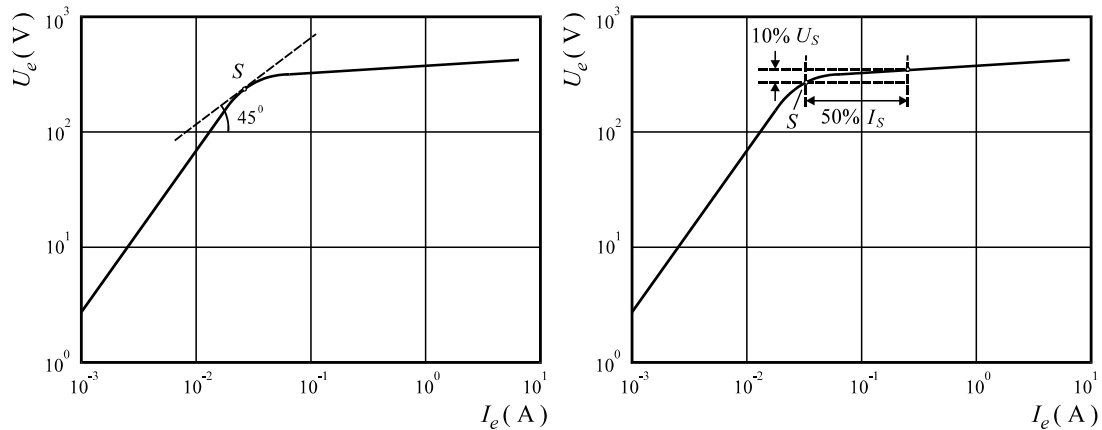


Fonte :Glover, J. D. ; Sarma, M. S. (2001).

Como pode ser observado na figura 5, as normas americanas do *IEEE* e definem o ponto de joelho da curva  $I_e \times U_e$  como aquele que apresenta uma reta tangente com inclinação de  $45^\circ$ . Geralmente, o ponto de joelho definido pelo *IEC*

situa-se acima do definido pelo *IEEE*, como pode-se ver na figura 5, já que as normas do *IEC*, mais adotadas na Europa, utilizam como joelho o ponto em que um acréscimo de 10% de  $U_e$  causa um acréscimo de 50% em  $I_e$ .

**Figura 5**– Definições de ponto de joelho: (a) *IEEE*; (b) *IEC*



Fonte: *IEE*, *IEC*.

A NBR 6856 da ABNT estabelece as classes de exatidão 2,5 e 10 para os TCs de proteção. Considera-se que um TC acha-se dentro de sua classe de exatidão quando o seu erro de relação percentual não for superior ao valor especificado, desde a corrente secundária nominal  $I_{2N}$  até a corrente  $20 I_{2N}$ , para qualquer carga igual ou inferior à nominal (GUERRA, 2000).

### 2.3. FATORES DE INFLUÊNCIA NOS ERROS

Observando a equação (5) nota-se que a corrente de excitação  $I_e$  é a causa do erro. Diferentemente dos transformadores de força e de potencial (TPs) que possuem uma corrente  $I_e$  praticamente constante para as condições de vazio a plena carga, nos TCs esta corrente varia pois estes possuem o enrolamento primário ligado em série ao sistema de potência, e assim, comportam-se como se existisse uma fonte independente que impõe uma corrente ao secundário, que é a soma de  $I_2$  e  $I_e$ .

Assumindo ainda que o TC da Figura 2 atua em regime não saturado, toma-se a equação (7):

$$U_e = Z_N I_2 = Z_N \frac{I_1}{K_N} \quad (7)$$

a qual tem  $Z_N$  como impedância da carga nominal do TC. Logo, quando eleva-se o valor da corrente  $I_1$ , os valores da tensão  $U_e$  e da corrente  $I_e$  aumentam também.

Caso o núcleo do TC funcione em saturação, isto é, se o valor de  $U_e$  posicionar-se adiante do ponto de joelho da curva  $I_e \times U_e$ , como consequência, os instrumentos conectados ao secundário (medidores e relés de proteção) não serão devidamente sensibilizados.

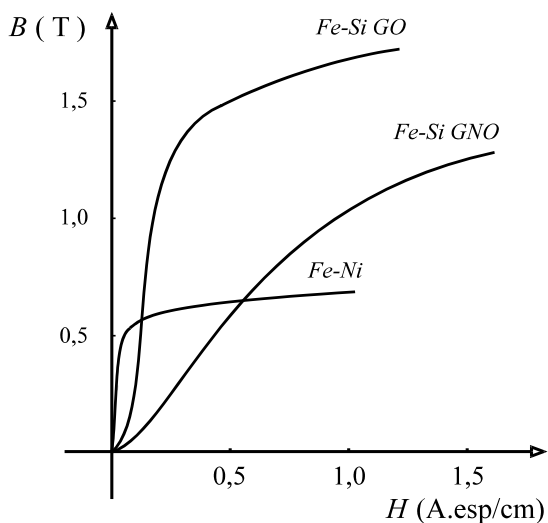
Os fatores que influenciam o erro são:

➤ Tipo de núcleo magnético

De acordo com a escolha do material e da geometria empregada no núcleo, cuja forma mais usual é a de um toróide sem entreferro, a corrente de excitação pode ser reduzida.

Para que um material seja perfeito para a aplicação em núcleos de TCs ele deve ter em si as seguintes propriedades: permeabilidade elevada, perdas magnéticas baixas e elevada indução no ponto de saturação. Mas, simultaneamente, essas características são difíceis de ser obtidas em um mesmo material. Nas ligas convencionais, por exemplo, o ponto de saturação apresenta-se baixo quando as duas primeiras propriedades são atendidas, como pode-se perceber na figura 6.

**Figura 6**– Características das ligas Fe-Ni, Fe-Si GNO e Fe-Si GO



Fonte: Medeiros Filho, S. (1980).

A liga ferro-níquel (80% Ni), apesar de apresentar um baixo valor de indução para o ponto de saturação (0,4 a 0,5 T) e de ter um alto custo, ela apresenta baixas

perdas magnéticas, permeabilidade elevada e pouco variável na região não saturada. Logo, este material faz-se conveniente à fabricação de TCs de medição de elevada exatidão.

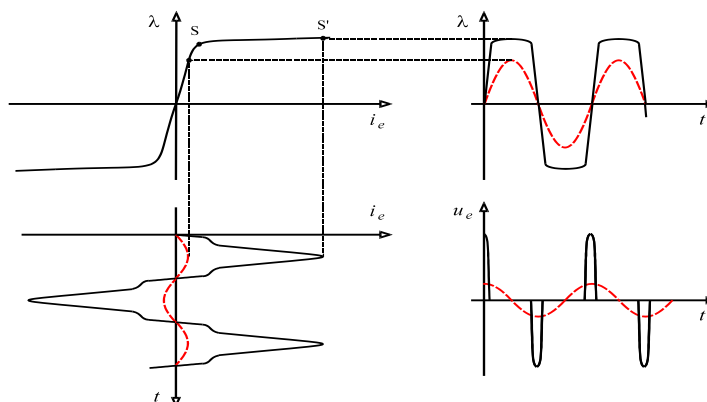
A liga ferro-silício (3,2% Si) de grãos não orientados (GNO) laminada a quente exibe como características importantes perdas elevadas e permeabilidades magnéticas muito menores e ponto de saturação bem mais alto (0,8 a 1,0 T). Assim sendo, não são tidos como aconselháveis para produção de TCs.

A liga ferro-silício de grãos orientados (GO) laminada a frio fornece perdas magnéticas e permeabilidades conforme as necessidades de fabricação dos TCs, sobretudo para aqueles de proteção. Apresenta uma elevada indução de saturação (1,2 a 1,7 T) como grande vantagem. São desenvolvidos para trabalhar com valores de indução de pico inferiores a 0,1 T, ainda podem trabalhar em região de não saturação para correntes com valores de até 20 vezes a corrente primária nominal, com carga nominal.

➤ Carga no secundário

Como o enrolamento primário do TC é ligado em série ao sistema de potência, a corrente secundária  $I_1'$  depende apenas da corrente primária. Como  $I_1' = I_2 + I_e$ , o aumento da impedância da carga, faz com que a componente  $I_e$  seja cada vez mais significativa na soma fasorial, elevando os erros de relação e de fase. Logo, a impedância total ligada ao secundário deve ser a menor possível. Para melhor avaliação, considera-se o lugar geométrico descrito pelos valores de pico de  $\lambda$  e  $i_e$ , o que resulta em uma curva singular, denominada *curva de saturação*, mostrada na figura 7 (GUERRA, 2007).

**Figura 7**– Influência da impedância da carga no funcionamento do TC.



Fonte: GUERRA, 2007.

Como o laço de histerese é muito estreito para as ligas de Fe-Si, ignora-se a área no interior do tal laço para obter a curva. A indutância diferencial de magnetização, até no ponto de joelho S, possui uma variação muito pequena,  $L_m \approx d\lambda/di_e \approx \lambda/i_e$ . E as formas de onda de  $\lambda$ ,  $i_e$  e  $u_e = d\lambda/dt$  (mostradas de modo tracejado) podem ser assumidas como senóides.

Ao passo que se eleva a impedância da carga, o núcleo começa a operar em de saturação, região a qual tem como relevante característica indutâncias incrementais  $L_m$  muito baixas. Assim sendo, grande parte da corrente secundária vem a circular por  $L_m$ , levando ao surgimento de altos picos de corrente de excitação (onda de traço cheio). Como decorrência disso, surgem erros e, devido a estes, o instrumento ligado ao secundário não será propriamente sensibilizado.

Para mais, as seguintes consequências são atentadas:

- Um descomedido aquecimento do núcleo, gerado pelas excessivas perdas magnéticas (histeréticas, parasíticas clássicas e anômalas).
- Picos de tensão que se apresentam como um trem de polaridades alternadas e de curta duração e que tem seu aparecimento acarretado graças ao fluxo concatenado que, em região não saturada, possui uma forma de onda muito inclinada, sucedendo em tensões de excitação de valores exorbitantes no secundário ( $u_e = d\lambda/dt$ ). Por outro lado, pode-se perceber que o fluxo  $\lambda$  é aproximadamente constante quando na saturação, pois  $u_e = d\lambda/dt \approx 0$ .

#### 2.4. DESEMPENHO DOS TCS DE PROTEÇÃO

Fazendo  $\lambda = \lambda_m \sin(\omega t)$  no núcleo, a tensão de excitação secundária, de acordo com a equação (8), é:

$$u_e = \frac{d\lambda}{dt} = \omega \lambda_m \cos \omega t \quad (8)$$

Como já sabido através da equação (21), a tensão  $U_e$  depende da corrente primária e da impedância no secundário.

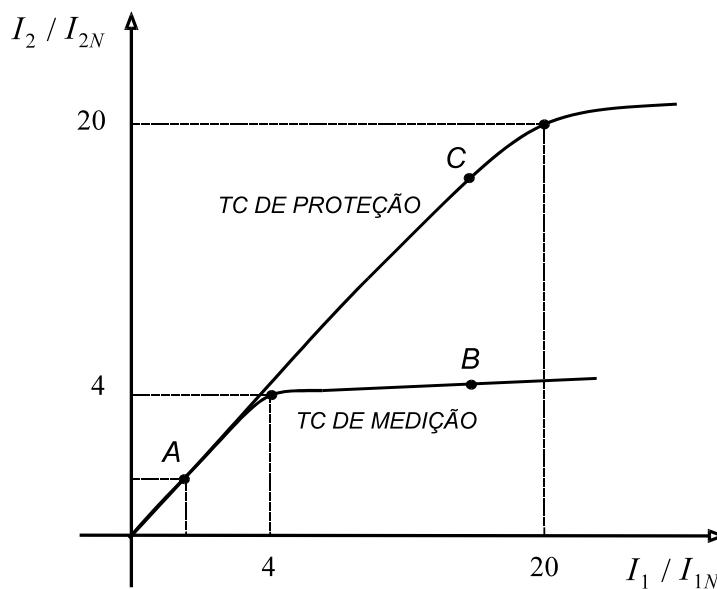
Sabendo que  $\omega = 2\pi f$  e  $\lambda_m = N_2 A B_m$ , percebe-se que, para certa frequência, o TC seria menor, mais leve e mais em conta caso fosse concebido com o menor valor possível do produto  $N_2 A$ . Portanto, não ocorrerá saturação do núcleo se houver uma escolha de um material com alto valor de indução,  $B_S$ , no ponto de joelho da curva

de excitação secundária, de forma que  $B_m < B_s$  em todos os prováveis casos de operação.

No caso de TCs de proteção, deve haver reprodução fiel no secundário dos valores elevados de  $I_1$  causados por curtos-circuitos no sistema primário, de modo a não ocorrer saturação no núcleo. Uma prática comum é projetar os mesmos com núcleo de liga Fe-Si GO, ( $B_s = 1,2$  a  $1,7$  T, na Fig. 6), para trabalharem em regime normal com induções de pico  $B_m$  inferiores a  $0,1$  T. Isto faz com que as correntes primárias possam alcançar até 20 vezes o valor da corrente primária nominal do TC sem que haja saturação, com a carga nominal ligada ao secundário (GUERRA, 2007).

É importante perceber que os TCs de proteção não devem ser usados com a função de medição e vice-versa. Isto ocorre pois a precisão do de proteção não é suficiente para o de medição já que as classes de exatidão do primeiro é de 2,5 e 10 e para o segundo requerem-se valores de 0,3, 0,6, 1,2 e 3 em suas aplicações. E, por outro lado, aqueles de medição não são aplicados na tarefa daqueles que tem como função a proteção, pois saturaram com menores valores de corrente primária, como é possível compreender pela figura 8.

**Figura 8** – Influência da impedância da carga no funcionamento do TC

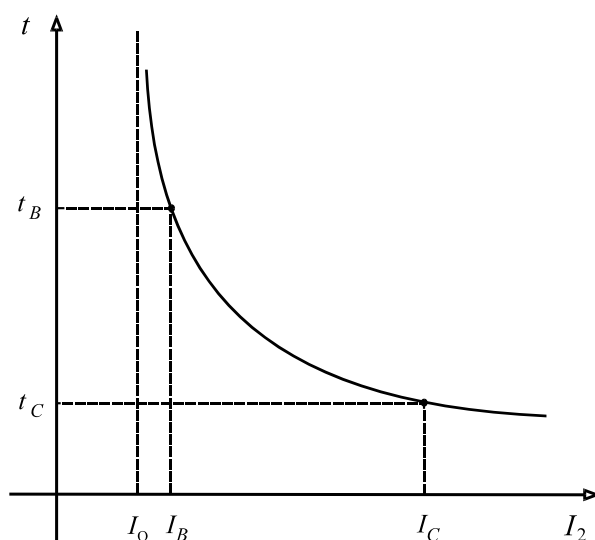


Fonte: Medeiros Filho, S. (1980).

Primeiramente, no ponto A, tem-se uma corrente primária que possui valores

equivalentes das correntes no secundário de ambos TCs de medição e proteção. Porém, logo em seguida, quando a corrente primária encontra-se na faixa compreendida entre  $4I_{1N}$  e  $20 I_{1N}$ , as correntes secundárias apresentam valores imensamente distintos ( $I_B \ll I_C$ ). Tal fato intervém radicalmente no funcionamento dos relés de proteção e, conseqüentemente, no desempenho do relé de sobrecorrente que levaria um maior tempo para operarem caso de utilização de um TC de medição ( $I_B \ll I_C$  e  $t_B \gg t_C$ ), como pode-se observar na figura 9.

**Figura 9** – Influência do TC no desempenho de relés de sobrecorrente

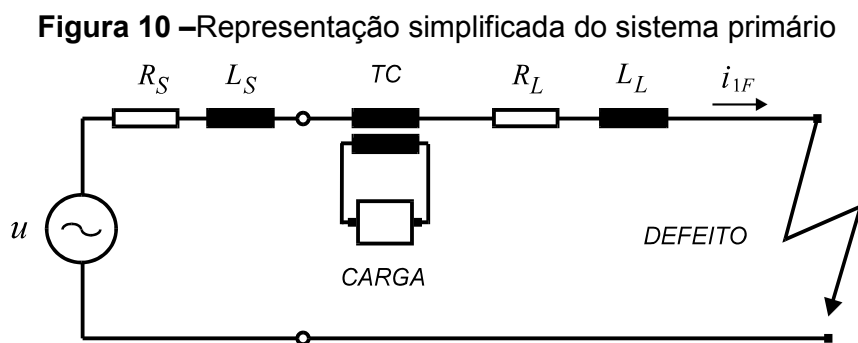


Fonte: Medeiros Filho, S. (1980).

### 3 REGIME TRANSITÓRIO DOS TRANSFORMADORES DE CORRENTE

#### 3.1. REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO EM SATURAÇÃO E INSATURAÇÃO

Analisando o circuito da figura 10 e supondo que um curto-circuito ocorreu na linha de transmissão monofásica no momento  $t = 0$  e, considerando  $u(t) = U_m \text{sen}(\omega t + \theta)$ , tem-se  $u(0) = U_m \text{sen}\theta$ . Logo, o ângulo  $\theta$ , conhecido como *ângulo de incidência do defeito*, estabelece o valor da tensão no instante do curto-circuito.



Fonte: GUERRA (2007).

A impedância primária total são definidas nas seguinte equações:

$$Z_1 = Z_1 e^{j\phi_1} \quad (9)$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} \quad (10)$$

$$R_1 = R_S + R_L \quad (11)$$

$$L_1 = L_S + L_L \quad (12)$$

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left( \frac{\omega L_1}{R_1} \right) \quad (13)$$

E, logo, a equação do circuito é escrita pela equação (14):

$$L_1 \frac{di_{1F}}{dt} + R_1 i_{1F} = U_m \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (14)$$

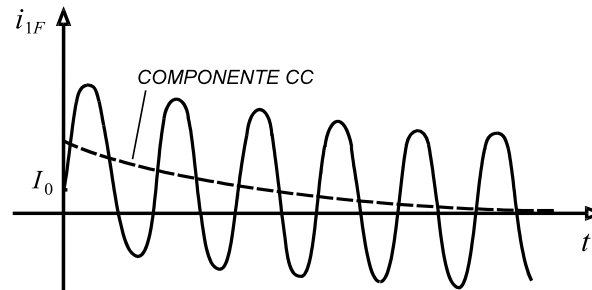
Como suposto anteriormente, o curto-circuito apontado na figura 27 sucede em  $t = 0$  e, admitindo que o valor instantâneo da corrente pré-falta é  $i_{1F}(0) = I_0$ , a solução de (14) é dada pela equação (15).



$$i_{1F} = \frac{U_m}{Z_1} \text{sen}(\omega t + \theta - \phi_1) + \left[ I_0 - \frac{U_m}{Z_1} \text{sen}(\theta - \phi_1) \right] e^{-t/T_1} \quad (15)$$

Destarte, percebe-se que a corrente  $i_{1F}$  é formada por duas componentes: uma primeira alternada, senoidal, e a segunda contínua, com decréscimo exponencial, como pode-se ver na figura 11.

**Figura 11**–Corrente assimétrica de curto-circuito



Fonte: SLEMON (1974).

No momento que o valor de  $\theta - \phi_1$  for equivalente a  $-\pi/2$  a componente contínua de  $i_1$  apresenta o maior valor admissível. Para as linhas de alta tensão o  $\phi_1$  vem a ser mais próximo de  $90^\circ$  à medida que a tensão nominal aumenta, assim, nessas condições, percebe-se que a maior assimetria da corrente de curto-circuito (circunstância mais desfavorável da conjuntura do defeito) acontece no momento que a onda de tensão  $u(t)$  toma valores perto de zero.

Para tornar a equação 8 mais simples, substitui-se  $I_0 = 0$  e  $\theta - \phi_1 = -\pi/2$ . Sabendo que  $I_{1F}$  é o valor eficaz da componente simétrica de  $i_{1F}$ , encontra-se a equação 16.

$$i_{1F} = \frac{U_m}{Z_1} (e^{-t/T_1} - \cos \omega t) = \sqrt{2} I_{1F} (e^{-t/T_1} - \cos \omega t) \quad (16)$$

### 3.1.1. Desempenho em Regime Não Saturado

A respeito do secundário, analisando o circuito da figura 11 e considerando que  $-\lambda_S \leq \lambda \leq \lambda_S$ , têm-se a equação 17:

$$\frac{d\lambda}{dt} = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (17)$$

Considerando  $H$  o campo magnético,  $l$  o comprimento médio do toróide,  $B$  a densidade de fluxo,  $\mu$  a permeabilidade magnética e  $A$  a área de seção reta do núcleo, encontra-se:

$$N_1 i_{1F} - N_2 i_2 = H l \quad (18)$$

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu N_2 A} \quad (19)$$

Substituindo a equação (18) na (19), tem-se:

$$i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_{1F} - \left( \frac{l}{\mu N_2^2 A} \right) \lambda \quad (20)$$

Logo, percebe-se que a expressão da indutância de magnetização do núcleo é:

$$L_m = \mu \frac{N_2^2 A}{l} \quad (21)$$

Substituindo a equação (21) na (20) e Fazendo  $K_N = N_2 / N_1$ , obtém-se:

$$i_2 = \frac{i_{1F}}{K_N} - \frac{1}{L_m} \lambda \quad (22)$$

E da união das equações (22) e (17) tem-se como resultado:

$$\frac{d\lambda}{dt} = R_2 \frac{i_{1F}}{K_N} - \frac{R_2}{L_m} \lambda + L_2 \frac{1}{K_N} \frac{di_{1F}}{dt} - \frac{L_2}{L_m} \frac{d\lambda}{dt} \quad (23)$$

Empregando a transformada de Laplace nas equações (16) e (23), tem-se:

$$I_{1F}(s) = \frac{U_m}{Z_1} \left( \frac{1}{s + 1/T_1} - \frac{s}{s^2 + \omega^2} \right) \quad (24)$$

$$\left( \frac{L_2 + L_m}{L_m} s + \frac{R_2}{L_m} \right) \lambda(s) = \frac{R_2 + s L_2}{K_N} I_{1F}(s) \quad (25)$$

E, finalmente, Substituindo (24) em (25), tem-se como resultado:

$$\frac{L_2 + L_m}{L_m} \left( s + \frac{R_2}{L_2 + L_m} \right) \lambda(s) = \frac{U_m L_2}{K_N Z_1} \left( s + \frac{R_2}{L_2} \right) \left( \frac{1}{s + 1/T_1} - \frac{s}{s^2 + \omega^2} \right) \quad (26)$$

Fazendo  $k_1 = \frac{U_m}{K_N Z_1}$ ,  $k_2 = \frac{R_2}{L_2}$ ,  $k_3 = \frac{R_2}{L_2 + L_m}$  e  $k_4 = \frac{1}{T_1}$ , e substituindo-as na

equação (26) juntamente com as impedâncias das equações 27 e 28 e os ângulos das equações 29 e 30 e retornando ao domínio do tempo, encontra-se a equação

31:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \quad (27)$$

$$Z_2' = \sqrt{R_2^2 + \omega^2 (L_2 + L_m)^2} \quad (28)$$

$$\phi_2 = \cos^{-1} \left( \frac{R_2}{Z_2} \right) \quad (29)$$

$$\phi_3 = \tan^{-1} \left[ \frac{\omega (L_2 + L_m)}{R_2} \right] \quad (30)$$

$$\lambda = k_1 L_m \left[ \frac{R_2}{L_2 + L_m} \frac{e^{-k_3 t} - e^{-k_4 t}}{k_4 - k_3} + \frac{L_2}{L_2 + L_m} \frac{k_4 e^{-k_4 t} - k_3 e^{-k_3 t}}{k_4 - k_3} + \frac{L_2 k_3 (k_2 - k_3) e^{-k_3 t}}{(L_2 + L_m)(k_3^2 + \omega^2)} - \frac{Z_2}{Z_2'} \cos(\omega t + \phi_2 - \phi_3) \right] \quad (31)$$

Primeiramente presume-se que o TC trabalha na região não saturada, com indutância  $L_m$  constante, de modo que  $L_m \gg L_2$  e  $\omega L_m \gg R_2$ . Logo, admi-se realizar as aproximações  $Z_2' \approx \omega L_m$  em (25) e  $\phi_3 \approx \pi / 2$  em (27), assim como descartar o segundo e o terceiro termo da equaçã0 (31). Desta é possível, então, escrever:

$$\lambda = \frac{k_1 R_2}{\omega} \left[ \omega \frac{e^{-k_3 t} - e^{-k_4 t}}{k_4 - k_3} - \frac{Z_2}{R_2} \text{sen}(\omega t + \phi_2) \right] \quad (32)$$

$$k_1 = \frac{U_m}{K_N Z_1} = \frac{\sqrt{2} I_{1F}}{K_N} \quad (33)$$

$$k_3 = \frac{R_2}{L_2 + L_m} \cong \frac{R_2}{L_m} = \frac{1}{T_2} \quad (34)$$

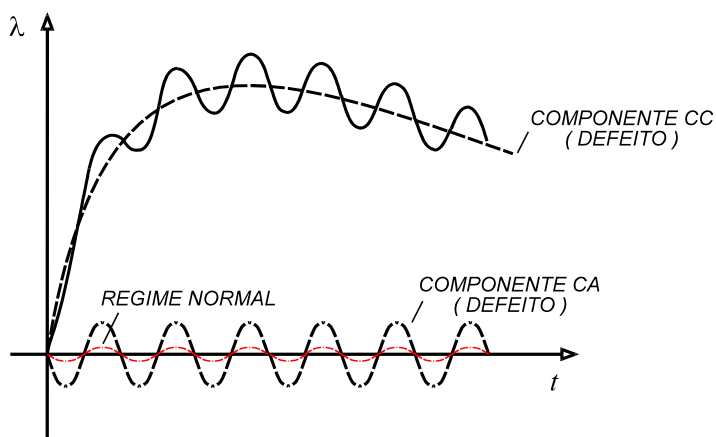
Considerando que  $I_{1F}$  é o valor eficaz da componente simétrica de  $i_{1F}$  e  $T_2 = L_m / R_2$  é a constante de tempo secundária. Substituindo as equações (33) e (34) em (22), obtém-se:

$$\lambda = \frac{\sqrt{2} I_{1F} R_2}{\omega K_N} \left[ \frac{\omega T_1 T_2}{T_2 - T_1} (e^{-t/T_2} - e^{-t/T_1}) - \frac{1}{\cos \phi_2} \text{sen}(\omega t + \phi_2) \right] \quad (35)$$

A equação (35) descreve a curva indicada com traço cheio na Figura 12, que corresponde à soma de uma componente alternada senoidal com uma componente contínua transitória, associadas às componentes senoidal e exponencial de  $i_{1F}$ , respectivamente. Assim, o núcleo do TC pode sofrer dois diferentes processos de saturação. Os fatores de influência no caso da saturação causada pela componente

alternada de  $i_{1F}$  são: o valor eficaz desta componente e a impedância da carga ligada ao secundário. No caso da saturação associada à componente contínua, além dos fatores citados, os valores das constantes de tempo  $T_1$  e  $T_2$  são de fundamental importância (GUERRA, 2007).

**Figura 12**—Fluxo  $\lambda$  no núcleo do TC em condição de curto-circuito no primário

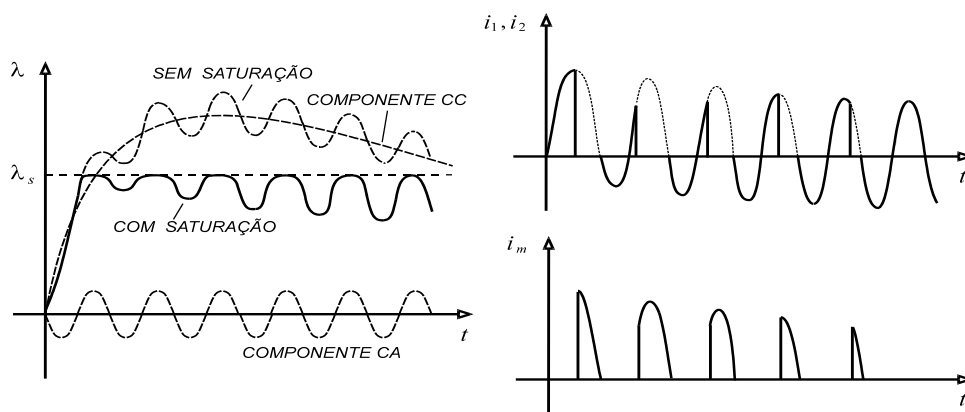


Fonte: SLEMON (1974).

### 3.1.2. Desempenho em Regime Saturado

Considera-se que na Fig.13 encontram-se curvas referentes a um TC com carga resistiva e com  $N_1 = N_2$ .

**Figura 13** – Fluxo  $\lambda$  e correntes  $i_1$ ,  $i_2$  e de  $i_m$



Fonte: SLEMON (1974).

Na região não saturada, onde  $-\lambda_S \leq \lambda \leq \lambda_S$ , a indutância  $L_m$  é alta e  $i_m$  é baixa. Em contrapartida, na região de saturação, o valor de  $L_m$  cai radicalmente. Então, no momento que ocorre a saturação do núcleo, a corrente  $i_1$  quase completa vem a circular pelo ramo de magnetização, e, por consequência, enormes deformações surgem na forma de onda da corrente secundária,  $i_2$ . Percebe-se também que a saturação no núcleo age sobre o fluxo coagido pela fonte impedindo o crescimento muito além do valor  $\lambda_S$  indicado.

Como dito anteriormente, os TCs de proteção podem operar, de acordo com as normas NBR 6856 – ABNT-1992 [1] e *IEEE Std. C57.13-1993* [4], com um fator de sobrecorrente igual a 20, ou seja, eles continuam trabalhando com correntes de valores eficazes que atingem até 20 vezes a corrente primária nominal, sem que haja saturação do núcleo. Por isso que em regime normal eles operam com valores baixos de densidades de fluxo no núcleo (menor que 0,1 T). Mas, esse alcance no valor da sobrecorrente apenas indica êxito no tocante à componente senoidal da corrente de curto-circuito.

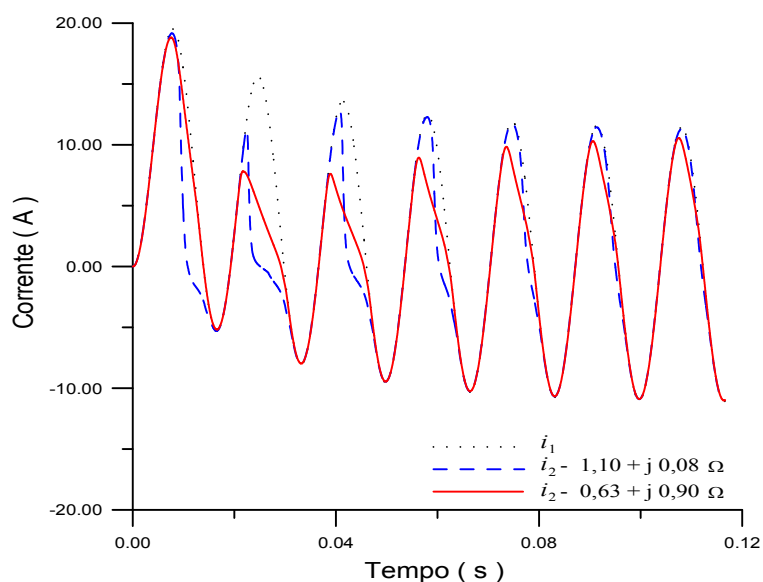
A componente CC do fluxo fomenta uma saturação que é insignificante quando se refere aos relés temporizados, já que seu tempo de intervenção age de forma que, no instante de atuação, a tal componente se encontra já atenuada, não intervindo na performance do relé. Entretanto, quando se trata de relés de atuação rápida, essa saturação é de imprescindível relevância. Se, por exemplo, o tempo de operação do relé concerne em 1 ciclo em 60 Hz, este será sensibilizado por uma corrente  $i_2$  consideravelmente distorcida.

De maneira geral, os acontecimentos que surgem devido a saturação em CA e em CC podem acarretar as seguintes complicações: os relés são sensibilizados impropriamente (como a título de exemplo tem-se os relés diferenciais); os relés não são sensibilizados em ocasiões que precisam ser, em virtude da diminuição do valor eficaz da corrente  $i_2$ ; os relés não são sensibilizados com a devida presteza, pela razão outrora aludida; os localizadores não indicam o lugar específico do defeito.

Os fenômenos mencionados são também responsáveis pelo surgimento em maiores proporções das irregularidades de natureza térmica e eletrodinâmica, supressão de seletividade da proteção, ausência de estabilidade do sistema e complicações em identificar o local do acontecimento do incidente, com compridas suspensões de suprimento de energia.

A figura 14 demonstra gráficos das correntes  $i_1$  e  $i_2$  no tempo levando em conta dois valores diferentes da impedância  $Z_2$  conectada ao enrolamento secundário de um TC com relação nominal de 1:1. Assim sendo, tem-se como constante de tempo primária  $T_1 = 26,5$  ms e como ângulo de incidência do defeito  $\theta = 0^\circ$ . É possível verificar que unicamente a componente continua do fluxo ocasiona a saturação, uma vez que, no decorrer do tempo, esta é atenuada e a onda da corrente de curto-circuito refletida para o secundário inclina-se a assumir um formato de aspecto senoidal. Logo, é notável que o TC encontra-se dimensionado de forma apropriada somente para a componente CA da corrente  $i_1$ .

**Figura 14** – Saturação causada pela componente CC de  $\lambda$ ,  $\theta = 0^\circ$



Fonte: GUERRA (2007).

Outro importante ponto a ser notado é que a corrente  $i_2$  em  $0,63 + j 0,90 \Omega$ , diferentemente do que acontece no tocante à impedância de  $1,10 + j 0,08 \Omega$ , não cai abruptamente para zero no período em que o núcleo entra em regime de saturação, em virtude de sua componente indutiva baixa. Em referência a primeira impedância, o valor grandioso de sua indutância leva ao surgimento de obstáculos a variações bruscas de  $i_2$ .

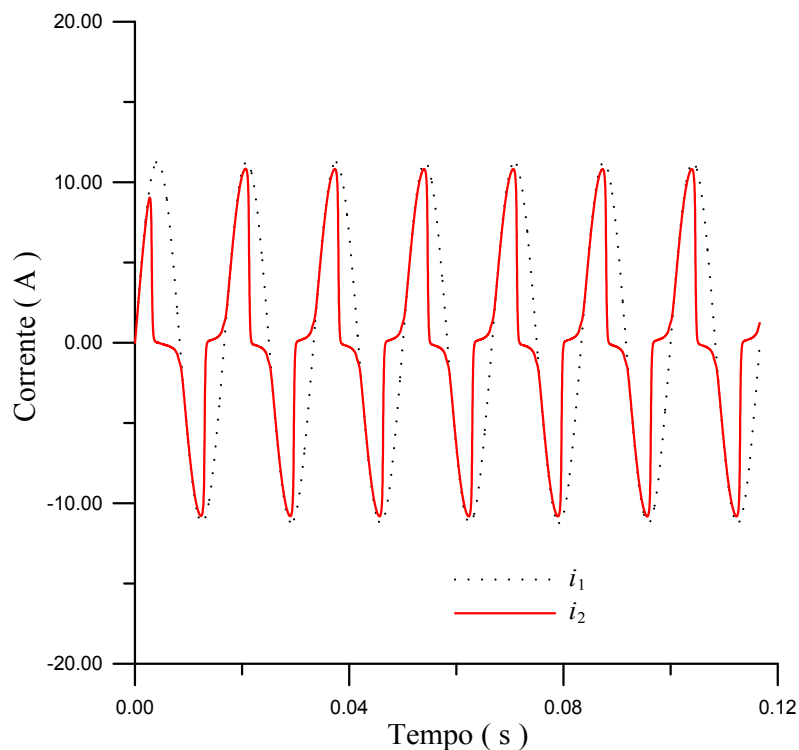
Foi dito que a distorção da corrente de curto-circuito é a menor possível quando  $\theta$ , ângulo de incidência da falha, se encontra próximo a  $90^\circ$ . O exemplo mostrado na figura 15 trata de uma ocorrência no qual o curto-circuito sucede em  $\theta =$

$84^\circ$ , que praticamente acarreta a supressão da componente contínua da corrente primária. Todavia, como a carga no secundário do TC tem seu valor aumentado para  $6,00 + j 0,10 \Omega$ , acontece a saturação em regime permanente, ocasionada somente pela componente CA da corrente  $i_1$ .

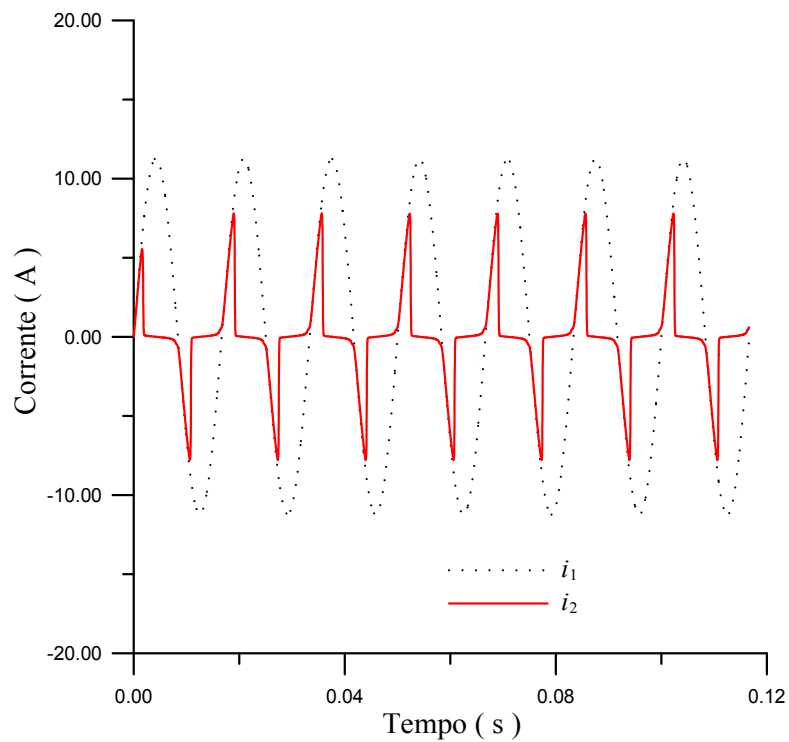
Variando a impedância da carga do TC mais uma vez para  $18,0+j 0,10 \Omega$ , pode-se observar na figura 16 que esse aumento da impedância torna a saturação ainda mais acentuada, acarretando em um nível de distorção ainda maior na corrente  $i_2$ .

E ainda na Figura 17 observa-se um caso em que  $\theta = 0^\circ$  e a impedância ligada ao secundário do TC é  $Z_2 = 5,00 + j0,10 \Omega$ . Tanto a assimetria da corrente e quanto a alta impedância imposta ao enrolamento secundário agem de modo que aconteça simultaneamente a saturação em ambas as componentes continua e alternada.

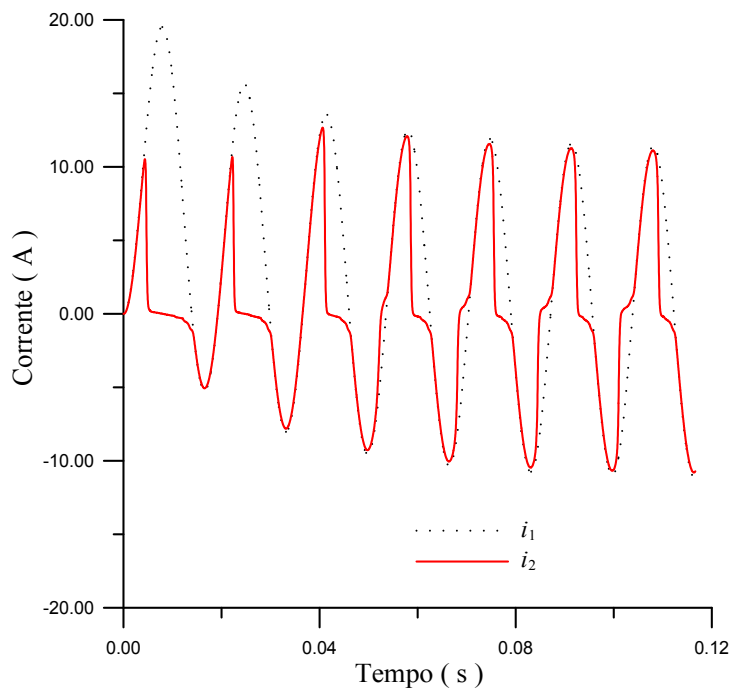
**Figura 15** –Saturação por componente CA de  $\lambda$  ( $\theta = 84^\circ$ ,  $Z_2 = 6,00 + j0,10 \Omega$ )



Fonte: GUERRA (2007).

**Figura 16**– Saturação por componente CA de  $\lambda$  ( $\theta = 84^\circ$ ,  $Z_2 = 18,00 + j0,10 \Omega$ )

Fonte: GUERRA (2007).

**Figura 17**– Saturação por componentes CA e CC de  $\lambda$  ( $\theta = 84^\circ$ ,  $Z_2 = 5 + j0,10 \Omega$ )

Fonte: GUERRA (2007).



#### 4 SATURAÇÃO E HISTERESE - MODELO DE JILES-ATHERTON

A teoria da histerese magnética proposta por Jiles-Atherton em 1984 é um dos mais populares desses modelos e permite o cálculo dos laços histeréticos, porém, só servindo para materiais isotrópicos (possuem mesmas propriedades físicas em todas as direções).

Primeiramente deve-se saber que os domínios são pequenas regiões do material ferromagnético onde existe um alinhamento mútuo de todos os momentos de dipolos magnéticos em uma mesma direção (DOMINIO... 2016). Os domínios vizinhos encontram-se separados pelas ditas paredes e cada um acha-se magnetizado com sua magnetização de saturação.

Sabendo disso, pode-se dizer que este modelo fundamenta-se nas propriedades físicas que diz respeito aos movimentos das paredes dos domínios magnéticos. E origina-se das seguintes proposições:

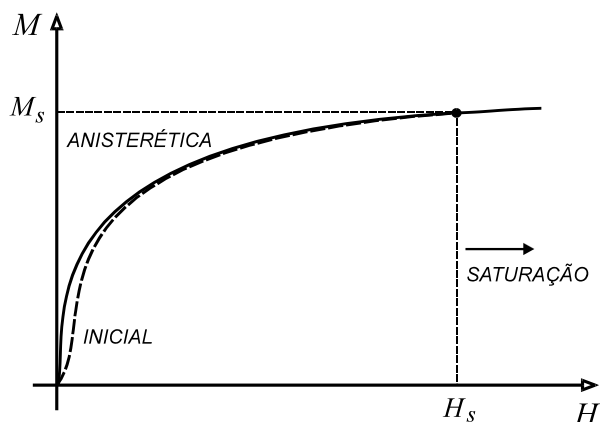
- Os locais nos quais ocorre o prendimento das paredes dos domínios são distribuídos de maneira uniforme no material, sem que haja nenhum discernimento entre os diversos tipos de locais prendedores (imperfeições cristalográficas, impurezas, regiões de fronteiras de grãos, etc).
- A relutância às alternâncias na magnetização é uniforme, isto é, admite-se que haja uma energia de prendimento média por cada local prendedor.

No modelo original de Jiles-Atherton, como pode ser visto na equação (44), a magnetização  $M$  pode ser expressa através da soma das componentes de magnetização reversível,  $M_r$ , com a de magnetização irreversível,  $M_i$ , ambas associadas aos mecanismos de movimento dos domínios magnéticos do material. A primeira devido à flexão das paredes e a última devido ao movimento de translação das mesmas na presença dos locais prendedores.

$$M = M_r + M_i \quad (44)$$

Na ausência de perdas, a magnetização no material deve seguir uma curva anisterética, que se trata de uma curva magnética adquirida em um sólido ideal, no absentismo dos locais prendedores, de maneira que não aconteça a histerese. A curva encontra-se localizada acima da curva de magnetização inicial, e, conforme o campo aumenta, aquela se aproxima desta, como pode-se ver na figura 18.

**Figura 18** –Curva de magnetização inicial e curva anisterética.



Fonte: Annakkage et all (2000).

Para descrever tal curva, utiliza-se a função de Langevin modificada, vista na equação 45, onde encontra-se a magnetização anisterética da curva  $M_a$ .

$$M_a = M_s \left[ \coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right], H_e \neq 0, M \neq 0 \quad (45)$$

O parâmetro  $M_s$  representa o ponto de magnetização no qual o material entra em estado de saturação e  $a$  é um coeficiente que caracteriza o formato da curva, ou seja, são parâmetros que devem ser obtidos do material.

Pressupondo ainda que a orientação dos domínios acontece em razão da ação do campo de Weiss, um campo em nível molecular que está relacionado à influência recíproca entre domínios vizinhos, que, inclinam-se a entrar em alinhamento, visto que essa configuração condiz com a energia mínima. O campo médio de Weiss é tido por  $\alpha M$ , no qual a constante de interação entre domínios magnéticos é  $\alpha$ , cuja grandeza é adimensional e depende das características do material. Logo, para um campo aplicado  $H$ , o domínio possui um campo efetivo  $H_e$  dado pela equação (46).

$$H_e = H + \alpha M \quad (46)$$

De (46), escreve-se:

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \quad (47)$$

Com base nas observações a respeito da energia necessária para as paredes se despregarem dos locais prendedores, foi determinado que:

$$\frac{dM_i}{dH_e} = \frac{M_a - M_i}{\delta k} \quad (48)$$

Onde o parâmetro  $k$  é dito como a constante de perdas ou constante de prendimento das paredes dos domínios e  $\delta$  é um coeficiente direcional que pode assumir o valor  $+1$  quando  $dH / dt \geq 0$ , ou  $-1$  quando  $dH / dt < 0$ .

De acordo com o modelo dos autores, a componente  $M_r$  varia de maneira linear com a diferença entre a magnetização anisterética e a magnetização irreversível ( $M_a - M_i$ ). O parâmetro adimensional  $c$  é a constante de flexão das paredes dos domínios, considerando esta moderada, tem-se:

$$M_r = c(M_a - M_i) \quad (49)$$

Ajustando as equações (48) e (49), encontra-se:

$$M = M_i + c(M_a - M_i) \quad (50)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_i}{dH} + c \left( \frac{dM_a}{dH} - \frac{dM_i}{dH} \right) \quad (51)$$

Utilizando a regra da cadeia e substituindo na equação (47), tem-se:

$$\frac{dM_a}{dH} = \frac{dM_a}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_a}{dH_e} \left( 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (52)$$

$$\frac{dM_i}{dH} = \frac{dM_i}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_i}{dH_e} \left( 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (53)$$

E, por fim, encontra-se a seguinte expressão para a susceptibilidade diferencial:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \frac{dM_i}{dH_e} + c \frac{dM_a}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_a}{dH_e} - \alpha (1-c) \frac{dM_i}{dH_e}} \quad (54)$$

Todavia, esta equação pode encontrar como solução valores negativos para  $dM/dH$  (respostas sem sentido físico) quando o campo magnético diminui partindo da extremidade do laço, em circunstâncias tais que a magnetização irreversível  $M_i$  é menor que a magnetização anisterética  $M_a$ , quando no primeiro quadrante, ou maior que  $M_a$ , quando no terceiro quadrante. A explanação dos autores a respeito é que nesta conjuntura, as paredes dos domínios encontram-se ligadas aos locais prendedores, de forma que  $dM_i/dH = 0$ ; logo, a partir do decaimento de  $H$  na extremidade do laço até que  $M$  atinja  $M_a$ , as alterações no valor de  $M$  são

praticamente consequência da magnetização reversível, isto é,  $dM/dH \approx dM_r/dH$ . Isto sucede na mudança da fórmula:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c)\frac{dM_i}{dH_e} + c\frac{dM_a}{dH_e}}{1-\alpha c\frac{dM_a}{dH_e} - \alpha(1-c)\frac{dM_i}{dH_e}}, \delta (M_a - M) \geq 0 \quad (55)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{c\frac{dM_a}{dH_e}}{1-\alpha c\frac{dM_a}{dH_e}}, \delta (M_a - M) < 0 \quad (56)$$

As equações (12) e (16) encontra os valores de  $M_a$  e  $dM_i/dH_e$ ; daí tira-se:

$$\frac{dM_a}{dH_e} = M_s \left\{ \frac{1}{a} \left[ 1 - \coth^2 \left( \frac{H_e}{a} \right) \right] + \frac{a}{H_e^2} \right\}, H \neq 0, M \neq 0 \quad (57)$$

Nota-se que a função de Langevin, da forma  $\coth(x) - 1/x$ , não se aplica na origem, logo, utiliza-se a expansão em série de Taylor e encontra-se que para  $|H_e/a| < 0,1$ :

$$M_a = \frac{M_s H_e}{a} \left[ \frac{1}{3} - \frac{H_e^2}{45a^2} + \frac{2H_e^4}{945a^4} - \dots \right] \quad (58)$$

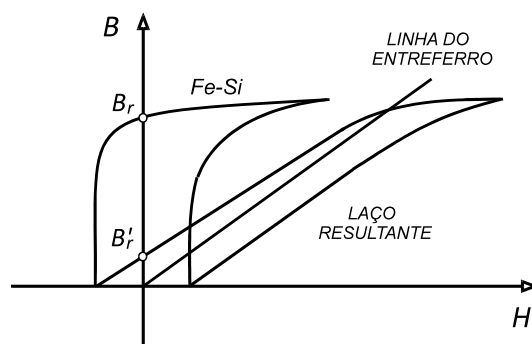
$$\frac{dM_a}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[ \frac{1}{3} - \frac{H_e^2}{15a^2} + \frac{10H_e^4}{945a^4} - \dots \right] \quad (59)$$

## 5 MODELOS DE TRANSFORMADOR DE CORRENTE

### 5.1. INSERÇÃO DE ENTREFERROS EM NÚCLEOS DE TCS

Para aperfeiçoar a performance dos TCs em regime transitório faz-se uso de uma técnica que reside em inserir entreferrros no núcleo magnético para diminuir o fluxo remanescente, como pode-se observar nas características  $B - H$  da figura 19.

**Figura 19**– Efeito de entreferro em núcleo magnético de liga Fe-Si



Fonte: (IEEE PSRC, 1990).

Apesar da importância do tema, não são muitas as publicações que tratam de métodos de limitação do fluxo remanescente no núcleo de TCs através de entreferrros. O *IEEE Power System Relay Committee (IEEE PSRC, 1976)* publicou um extenso trabalho onde foram abordados importantes aspectos do desempenho de TCs em regime transitório, incluindo os de núcleo com entreferro, bem como a influência em diferentes esquemas de proteção. O mesmo grupo voltou a publicar outro trabalho (*IEEE PSRC, 1990*) onde são discutidas as características e o desempenho de TCs com pequenos entreferrros (0,0001 a 0,0003 pu do comprimento da trajetória magnética média considerada) (GUERRA, 2007).

As normas americanas não determinam especificações quanto a categorização de transformadores de corrente com entreferro. Entretanto, na norma *IEC 60044-6* duas classes são tomadas em conta:

- TPY, a qual compreende os TCs que têm um pequeno entreferro, dispendo de remanência com valor de 10% abaixo daquele assumido por um TC de núcleo fechado apresentando as mesmas dimensões;

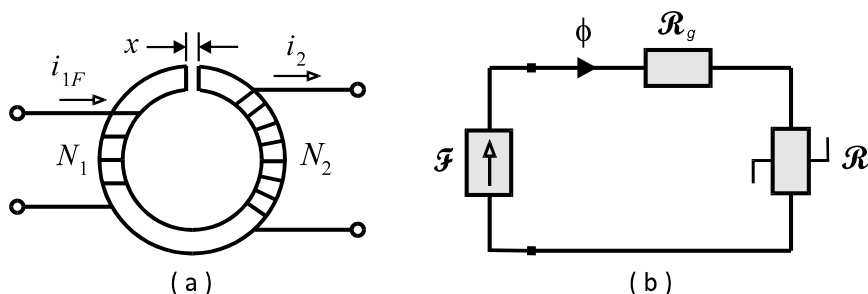
- TPZ, que representa os TCs que possuem um entreferro de tamanho superior ou vários entreferros menores com características consideravelmente lineares e remanência ínfima.

A norma mencionada também classifica em TPX, que equivale a classe de TCs sem entreferro, cujo valor de remanência não é estabelecido (a remanência pode consistir em até 90% do fluxo de saturação).

## 5.2. CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE E MODELAGEM DE UM TC COM ENTREFERRO

Vê-se na figura 20 um transformador de corrente de posse de um núcleo toroidal com entreferro não magnético cujo comprimento é  $x$ , assim como seu circuito magnético equivalente ideal, que baseia-se na associação em série de uma fonte de força magnetomotriz,  $F$ , e de uma relutâncias não linear,  $\mathcal{R}_f$ , condizente ao ferro, a outra linear,  $\mathcal{R}_g$ , correspondente ao entreferro.

**Figura 20** – (a) Núcleo com entreferro; (b) circuito magnético equivalente



Fonte: Guerra (2007).

Julga-se que o núcleo possua uma área de seção reta  $A$  e comprimento médio de trajetória magnética  $l$ . A relutância equivalente vale:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_f + \mathcal{R}_g \quad (60)$$

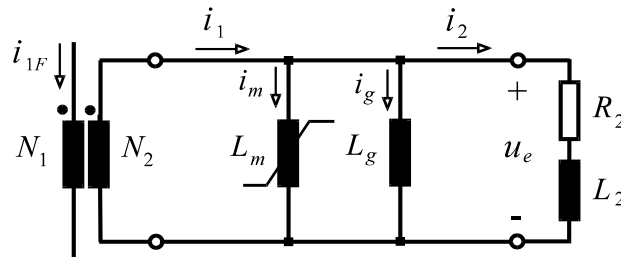
E a indutância equivalente do TC vale:

$$L = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_f + \mathcal{R}_g} = \frac{1}{\frac{\mathcal{R}_f}{N_2^2} + \frac{\mathcal{R}_g}{N_2^2}} = \frac{1}{\frac{1}{L_f} + \frac{1}{L_g}} \quad (61)$$

A equação (2) evidencia que a indutância equivalente do TC constitui-se de duas indutâncias ligadas em paralelo, uma correspondente ao ferro, cuja característica é não linear, ea outra relacionada entreferro inserido, linear.

Na figura 21 encontra-se o circuito elétrico equivalente do referido TC. De mesma forma que antes, as constantes  $R_2$  e  $L_2$  representam a resistência e a indutância da carga. E desprezam-se as perdas dinâmicas no núcleo magnético.

**Figura 21**– Circuito elétrico equivalente do TC com entreferro – Modelos 1 e 2



Fonte: SLEMON (1974).

Quando  $x \ll l$  a indutância  $L_g$  é segue a seguinte expressão (SLEMON, 1974):

$$L_g = \mu_0 \frac{N_2^2 A}{x} \quad (62)$$

Em relação ao circuito da figura 21, tem-se as seguintes equações:

$$\frac{d\lambda}{dt} = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (63)$$

$$i_2 = i_1 - i_m - i_g \quad (64)$$

$$\lambda = L_g i_g \quad (65)$$

$$\frac{d\lambda}{di_m} = L_m \quad (66)$$

$$i_m = f(\lambda) \quad (67)$$

Combinando essas expressões, chega-se a:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{R_2 \left[ i_1 - f(\lambda) - \frac{\lambda}{L_g} \right] + L_2 \frac{di_1}{dt}}{1 + \left( \frac{1}{L_m} + \frac{1}{L_g} \right) L_2} \quad (68)$$

Ainda a respeito das Figuras 20 (a) e 21, encontra-se para o núcleo magnético:

$$N_2 A \frac{dB}{dt} = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (69)$$

$$Hl + \frac{B}{\mu_0} x = N_1 i_{1F} - N_2 i_2 \quad (70)$$

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (71)$$

Onde a constante  $\mu_0$  representa a permeabilidade magnética do ar e a variável  $M$  exprime o vetor magnetização no interior do material. Relacionando as últimas equações, acha-se:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{R_2 \left( \frac{N_1}{N_2} i_{1F} - \frac{l}{N_2} H - \frac{x}{\mu_0 N_2} B \right) + L_2 \frac{N_1}{N_2} \frac{di_{1F}}{dt}}{N_2 A + \frac{L_2}{N_2} \left( l \frac{dH}{dB} + \frac{x}{\mu_0} \right)} \quad (72)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dH}{dB} \frac{dB}{dt} \quad (73)$$

$$\frac{dM}{dt} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dt} - \frac{dH}{dt} \quad (74)$$

$$\frac{dH}{dB} = \frac{1}{\mu_0 \left( 1 + \frac{dM}{dH} \right)} \quad (75)$$

O termo  $dM/dH$  refere-se a susceptibilidade diferencial do núcleo, encontrada através do modelo de Jiles-Atherton anteriormente explicado. Para obter a resposta desse sistema aplica-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem, com um degrau de tempo  $h = 1 \mu s$ .

As equações da corrente secundária e da corrente de excitação são:

$$i_2 = \frac{1}{N_2} \left( N_1 i_{1F} - Hl - \frac{B}{\mu_0} x \right) \quad (76)$$

$$i_e = \frac{N_1}{N_2} i_{1F} - i_2 \quad (77)$$

No caso dos TCs sem entreferro, realiza-se a operação  $x = 0$  nas equações (72) e (76).

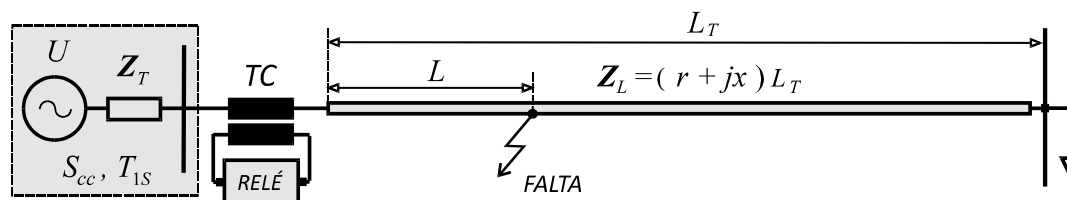


## 6 SIMULAÇÃO

Realizou-se simulações tais que o sistema primário é mostrado na figura 22 e os dados a ele relacionados podem ser vistos abaixo:

- Tensão nominal,  $U_N$ : 230 kV.
- Corrente nominal,  $I_N$ : 800 A.
- Comprimento da linha,  $L_T$ : 85 km.
- Resistência em série,  $r$ : 0,0319  $\Omega$ /km.
- Reatância em série,  $x$ : 0,3311  $\Omega$ /km.
- Capacitância *shunt*,  $c$ : 12,333 nF/km.
- Potência de curto-circuito na barra de 230 kV,  $S_{CC}$ : 7,2 kVA.
- Constante de tempo equivalente da barra de 230 kV,  $T_{1S}$ : 35 ms.
- Impedância de Thévenin da barra de 230 kV,  $Z_T = 0,56 + j 7,35 \Omega = 7,37 \angle 85,64^\circ$ .

**Figura 22** –Diagrama unifilar do sistema primário



Fonte: Pereira (2015).

O TC de núcleo toroidal tem como dados:

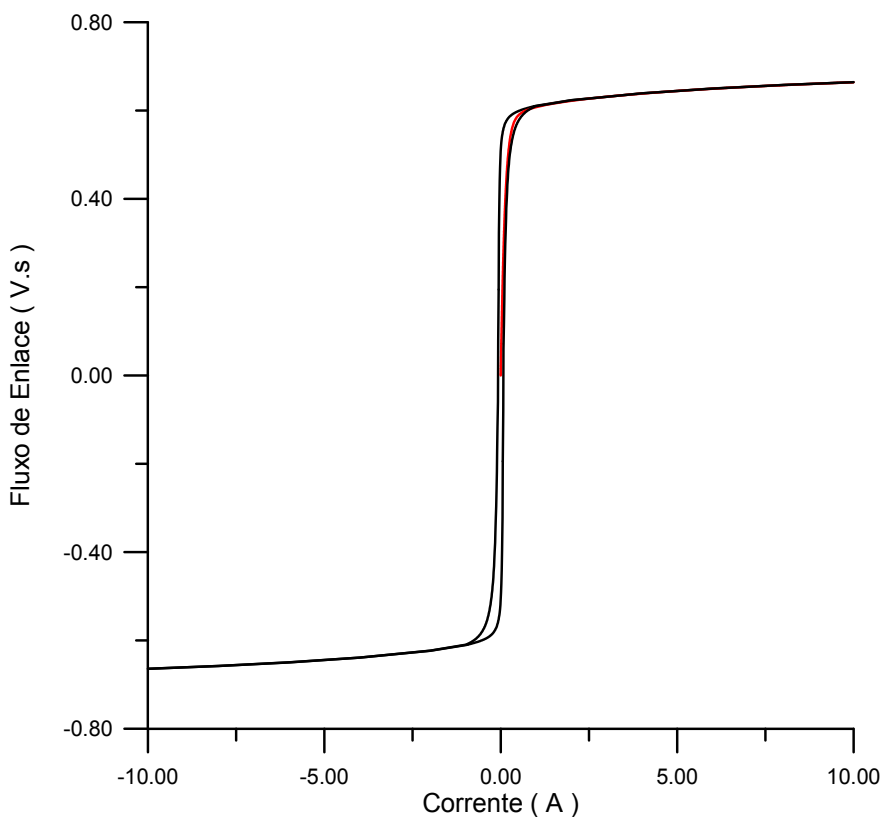
- Corrente primária nominal: 900 A.
- Corrente secundária nominal: 5 A.
- Relação de espiras: 180 : 1.
- Comprimento médio do núcleo: 0,50 m.
- Área de seção reta do núcleo:  $1,91 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ .
- Resistência dos enrolamentos: 0,25  $\Omega$ .
- Reatância dos enrolamentos: desprezível.
- Fator de sobrecorrente: 20.

A curva anisterética é aproximada pela equação apresentada por ANNAKAGE *et al.* (2000). As constantes do modelo de Jiles-Atherton para o núcleo

apresentadas neste trabalho são:  $M_s = 1,72 \times 10^6$ ;  $\alpha = 1,32 \times 10^{-5}$ ;  $c = 0,1$ ;  $k = 39,2$ ;  $a_1 = 2730$ ;  $a_2 = 3209$ ;  $a_3 = 20294$ ;  $n = 2$ ;  $\gamma = 0,96$ .

Pode-se ver na figura 23 a curva de saturação e o laço maior de histerese, alcançado pelas constantes acima.

**Figura 23** –Curva de saturação e laço maior de histerese do TC

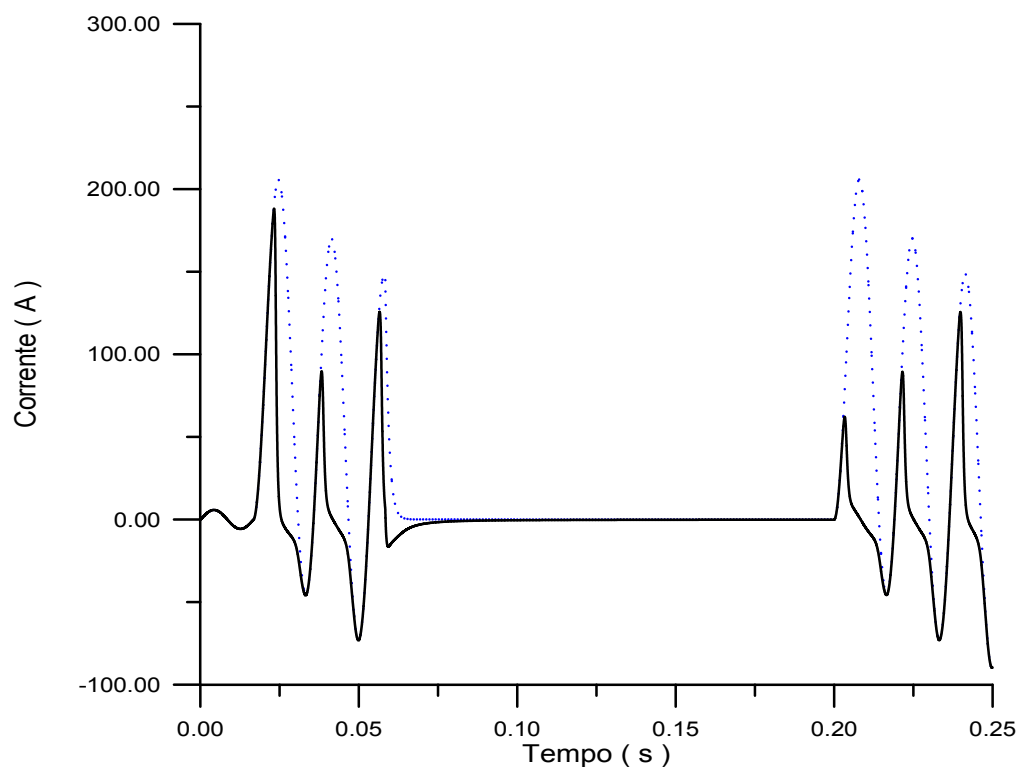


Fonte: ANNAKAGE et all (2000).

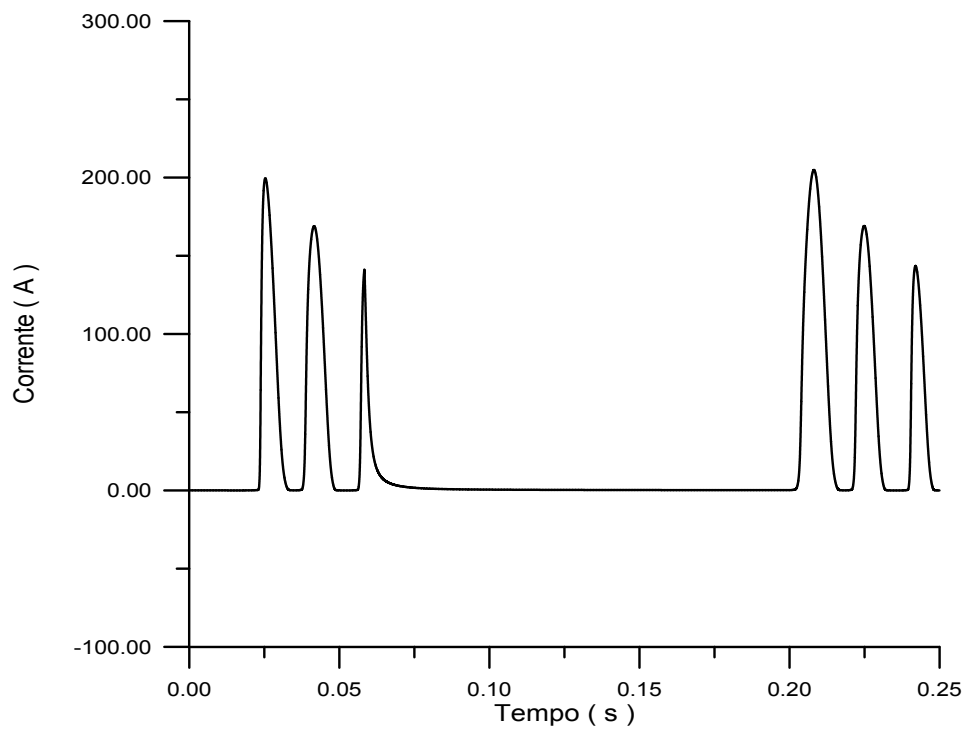
Para uma impedância  $Z_2 = 1,30 + j 0,10 \Omega$  ligada ao secundário do TC, o seguimento de acontecimentos utilizado é: defeito a 5 km do terminal emissor da linha durante 2,5 ciclos, com ângulo de incidência  $\theta_1 = 0^\circ$ ; desligamento (tempo morto), com duração de 8,5 ciclos; religamento em situação de defeito, com  $\theta_2 = 0^\circ$ . A princípio o núcleo é tido como sem entreferro. Para o exemplo, foi definido que este se achava inicialmente desmagnetizado, isto é,  $B(0) = 0$ . Para este modelo encontrou-se os resultados que podem ser observados nas figuras 24, 25, 26 e 27. Na figura 24 observa-se a diferença da corrente secundária ideal e distorcida em função do tempo. Na 25, percebe-se que a corrente de magnetização torna-se

distorcida no religamento. Na imagem 26 infere-se que há um aumento no fluxo de enlace durante o religamento. E, por último, na figura 27 encontra-se o gráfico da corrente de magnetização pelo fluxo de enlace.

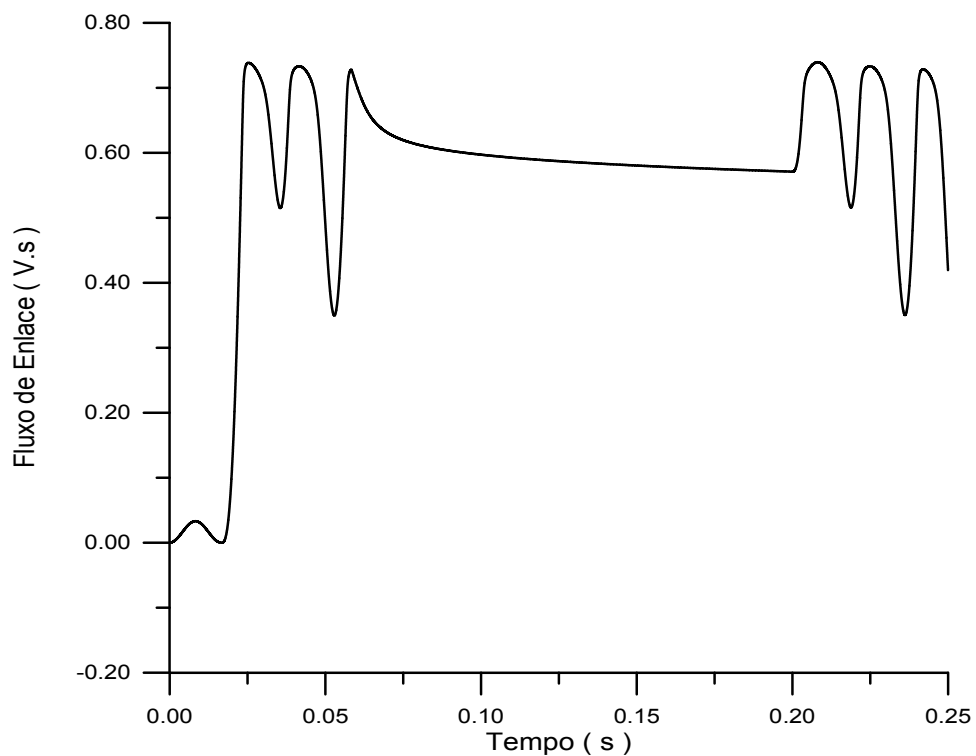
**Figura 24**– Corrente Secundária Ideal (tracejada) e Corrente secundária Distorcida (traço cheio)



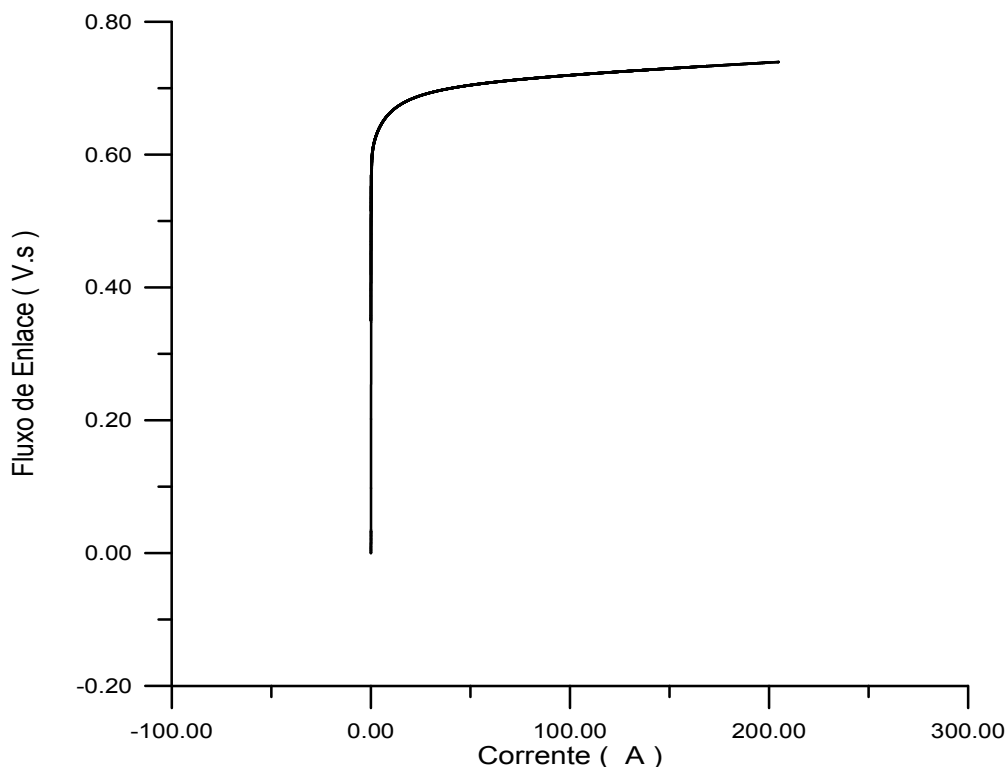
Fonte: Simulação.

**Figura 25**– Corrente de Magnetização (Distorcida no Religamento)

Fonte: Simulação.

**Figura 26** – Fluxo de Enlace em função do tempo

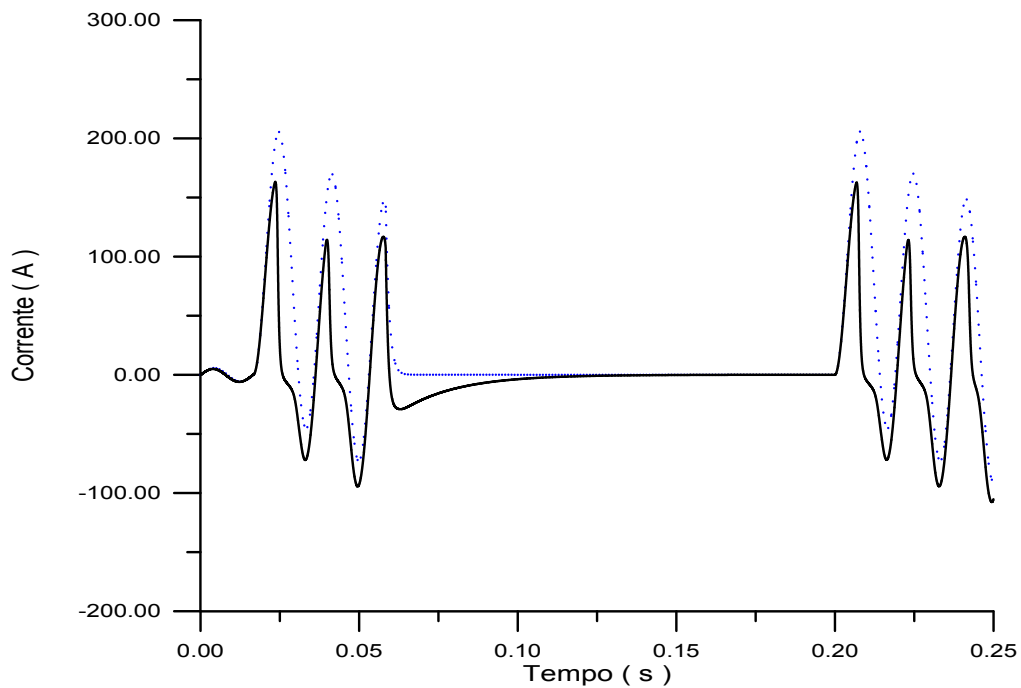
Fonte: Simulação

**Figura 27 – Corrente de Magnetização pelo Fluxo de Enlace**

Fonte: Simulação.

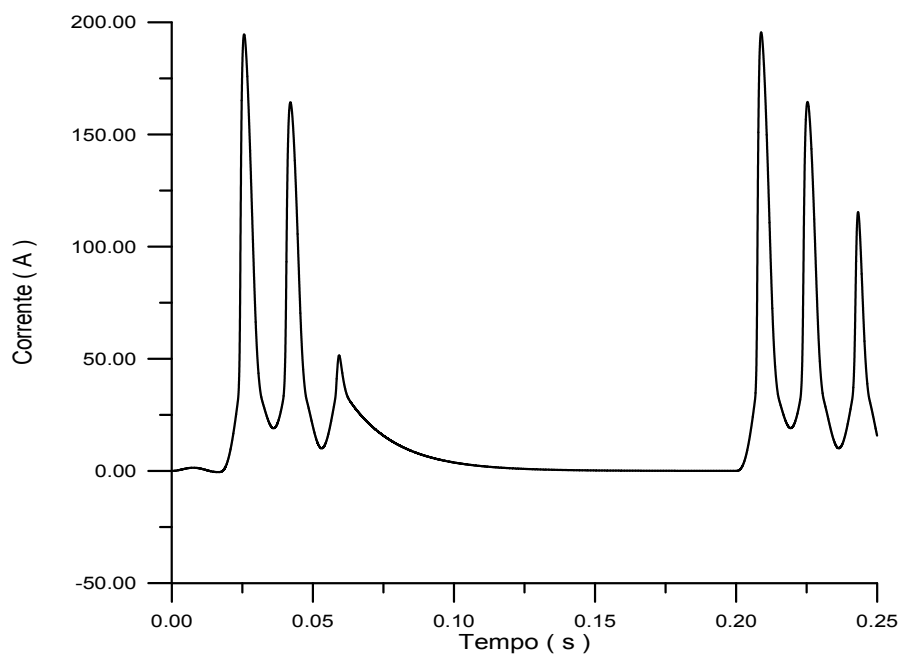
Neste segundo plano o núcleo é tratado com entreferro de 4 centímetros. Pare este modelo encontrou-se os resultados que podem ser observados nas figuras 28, 29, 30 e 31. Na figura 28 observa-se que a diferença da corrente secundária ideal e distorcida é bem menor, comparada com aquela encontrada quando utilizado um núcleo sem gap. Na figura 30 infere-se que a presença do gap infere numa queda no fluxo residual durante o religamento e logo observa-se uma menor distorção. E, por último, na figura 31 encontra-se o gráfico da corrente de magnetização pelo fluxo de enlace, o qual possui uma maior inclinação que o seu correspondente sem gap, visto que o entreferro oferece uma menor permeabilidade. Logo, percebe-se que o aumento da relutância infere num aumento dos erros em regime permanente. Entretanto, em regime transitório os erros durante o período de religamento serão menores devido ao fluxo residual reduzido.

**Figura 28** – Corrente Secundária Ideal (Tracejada) e Corrente Secundária Distorcida (Traço Cheio)

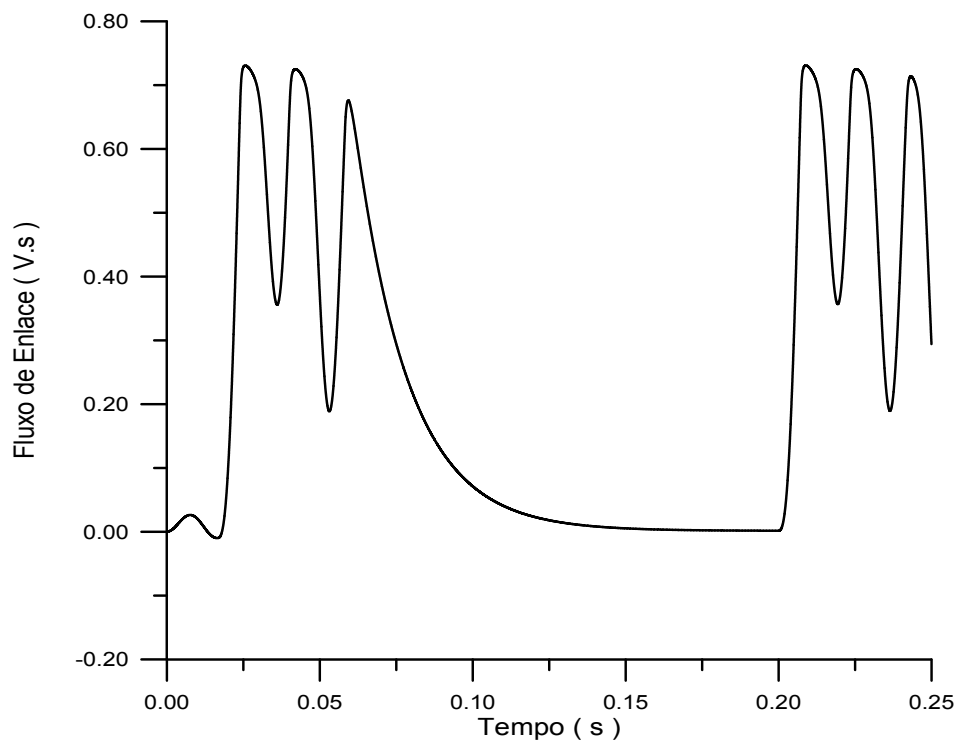


Fonte: Simulação.

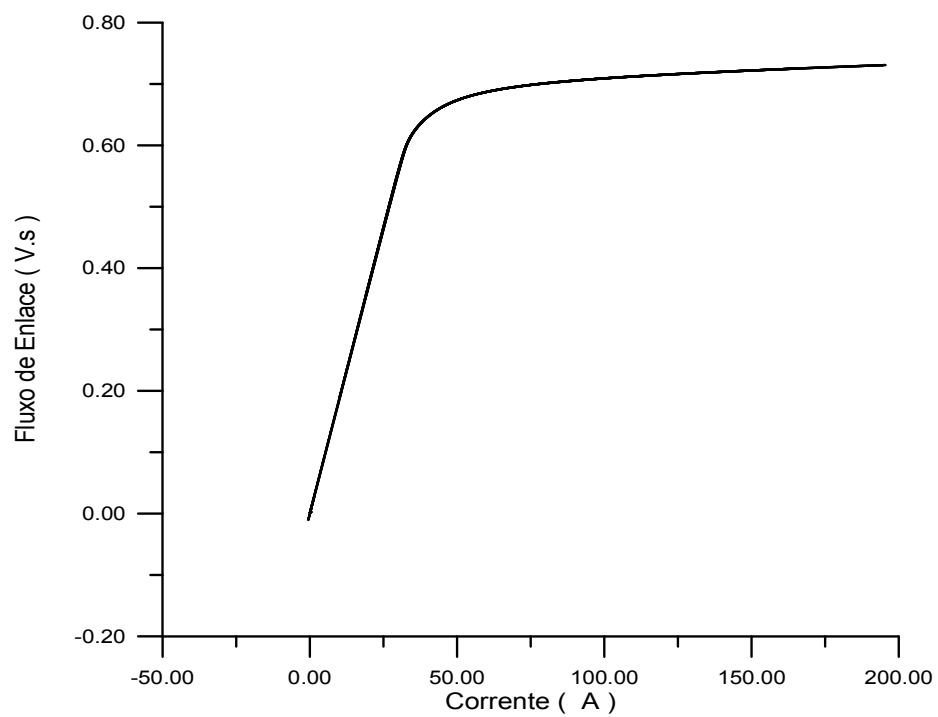
**Figura 29** – Corrente de Magnetização em Função do Tempo



Fonte: Simulação.

**Figura 30 – Fluxo de Enlace no Tempo**

Fonte: Simulação.

**Figura 31 – Fluxo de Enlace pela Corrente de Magnetização**

Fonte: Simulação.

## **7 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Uma vez realizado este trabalho foi possível obter um maior aprofundamento sobre os TCS, seu desempenho e funcionamento, bem como conhecer os fatores que influenciam o erro nestes dispositivos e seus regimes de saturação e insaturação.

No tocante ao entreferro, observa-se que sua inserção no núcleo garante uma melhor operação do dispositivo, apresentando corrente secundária distorcida com valores mais próximos da real, queda no fluxo residual durante o religamento com menor distorção e que o entreferro oferece uma menor permeabilidade ao fluxo de enlace.



## REFERÊNCIAS

- ABNT (1992) - NBR 6856. **Transformadores de Corrente**: Especificação.
- Glover, J. D. ; Sarma, M. S. (2001). *Power System Analysis and Design, Vol. 1, 3rd. ed.*, Books / Cole, Pacific Grove, USA.
- GUERRA, F. C. F. (2007). **Modelos de Transformador de Corrente para Estudos em Baixas Frequências**, Tese de Doutorado, Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB.
- DOMINIO magnético**. Disponível em:  
<[https://es.wikipedia.org/wiki/Dominio\\_magnético](https://es.wikipedia.org/wiki/Dominio_magnético)>. Acesso em: 24 jan. 2016
- IEC Std. 60044-1 (1996). **Instrument Transformers - Part I: Current Transformers**.
- IEEE Std. C57.13 (1993). **IEEE Standard Requirements for Instrument Transformers**.
- \_\_\_\_\_. C37.110 (1996). **IEEE Guide for the Application of Current Transformers Used for Protective Relaying Purposes**.
- JILES, D. C., ATHERTON, D. L.(1986). **Theory of ferromagnetic hysteresis**, **Journal of Magnetic Materials**, 61: 48-60.
- LEITE, Jean Viane. **Contribuição à modelagem vetorial da histerese magnética**. 2006. Disponível em:  
<<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/88845/223355.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 24 jan. 2016.
- Materiais Magnéticos**. Disponível em <[http://coral.ufsm.br/cograça/graca9\\_1.pdf](http://coral.ufsm.br/cograça/graca9_1.pdf)>
- Annakkage, U.D., McLaren, P.G., Dirks, E., et all. (2000) A current transformer model based on the Jiles-Atherton theory of ferromagnetic hysteresis. IEEE Transactions on Power Delivery, 15, 57-61.

MEDEIROS FILHO, S. (1980). **Medição de Energia Elétrica**. 2ª. ed.,Ed. Universitária - UFPE / Eletrobrás, Recife –PE, Brasil.

WESTINGHOUSE (1979). **Applied Protective Relaying**, A Silent Sentinels Publication, Coral Springs - FL, USA.

ZOCHOLL, S. E. (2004). **Analysing and Applying Current Transformers**, SEL, Pullman - WA, USA.