



Universidade Federal  
de Campina Grande

Centro de Engenharia Elétrica e Informática - CEEI

Programa de Graduação

Túlio José de Araújo

# Estudo de Técnicas de Modelagem para Conversores CC-CC

Campina Grande - PB

2017

Túlio José de Araújo

# Estudo de Técnicas de Modelagem para Conversores CC-CC

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Elétrica, como requisito parcial para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica, Centro de Engenharia Elétrica e Informática da Universidade Federal de Campina Grande.

Orientador: João Batista Morais dos Santos, D. Sc.

Campina Grande - PB

2017

Túlio José de Araújo

## Estudo de Técnicas de Modelagem para Conversores CC-CC

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Elétrica, como requisito parcial para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica, Centro de Engenharia Elétrica e Informática da Universidade Federal de Campina Grande.

Trabalho aprovado em \_\_/\_\_/\_\_\_\_, Campina Grande - PB:

---

**Gutemberg Gonçalves dos S. Jr., D.  
Sc.**

Universidade Federal de Campina Grande  
Avaliador

---

**João Batista Morais dos Santos, D. Sc.**

Universidade Federal de Campina Grande  
Orientador

Campina Grande - PB

2017

Dedico este trabalho de conclusão de graduação a todos que veem na ciência e na educação a solução para os problemas do mundo.

# Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Rita e Geny, que sempre me ensinaram que a educação era libertadora.

À minha irmã, Thiara, que é a minha cúmplice e o meu exemplo de determinação.

À minha Vó Célia que sempre me mostrou o mundo das letras com encanto e sabedoria. Quero um dia dizer que sou metade do ser humano que és, Vovó.

Aos meus avós paternos, Chiquinha e Miguel, que são exemplos de pessoas simples e trabalhadoras.

Aos meus tios e tias, que cuidaram de mim e vibraram com as minhas conquistas.

A Hades que tem sido parte fundamental na minha caminhada neste último ano.

Ao Ramo Estudantil IEEE UFCG por ter sido minha inspiração nos últimos anos de graduação, aos todos os amigos ganhos e às experiências adquiridas.

Ao professor João Batista Moraes dos Santos, por todo seu apoio e orientação para conclusão deste trabalho.

A Adail e a Tchai por todo o suporte nesta reta final. Vocês são nossos faróis nas noites mais escuras.

A todos meus colegas, que fizeram destes anos mais divertidos e despreziosos.

Aos meus amigos, minha família escolhida, que ajudaram a aliviar a saudade de casa quando esta foi demais, e aonde encontrei ombros e palavras de ânimo quando precisei.

Por fim, agradeço a todas as coisas efêmeras que contribuíram para a construção do meu caráter e da minha personalidade, sem estas e os livros, eu não seria ninguém.

*“Nolite te bastardes carborundorum, bitches!”*  
*(Offred em The Handmaid’s Tale. Margaret Atwood)*

# Resumo

Neste trabalho é feito o estudo de técnicas de modelagem para conversores CC-CC. A escolha do modelo é essencial para o desenvolvimento das aplicações, uma vez que este decide quais informações do processo físico original são relevantes ou não às implementações. Os modelos estudados foram o chaveado e médio clássico com uma solução em espaços de estados. Nas últimas duas décadas, os conversores CC-CC foram largamente utilizados em equipamentos modernos bastante difundidos. Assim, o estudo de representações alternativas para estes se torna de grande interesse por parte da academia. Os conversores que serviram de base para fomentação do estudo foram o: Buck, Boost e Buck-Boost. Os resultados foram simulados no *MATLAB*<sup>©</sup> – *Simulink*<sup>©</sup>.

**Palavras-chave:** Modelagem, Conversores CC-CC, Modelo Chaveado, Modelo Médio Clássico, *MATLAB*<sup>©</sup> – *Simulink*<sup>©</sup>.

# Abstract

In this work, the modeling techniques for DC-DC converters are studied. The choice of the model is essential for the development of the applications, since it decides what information of the original physical process is relevant or not the implementations. The models studied were switched and the classical averaged model with a solution in states spaces. In the last two decades, DC-DC converters have been widely used in well-known modern equipment. Thus, the study of alternative representations for these becomes of great interest on the part of the academy. The converters that served as the basis for the study were: Buck, Boost and Buck-Boost. The results were simulated in the *MATLAB*<sup>©</sup> – *Simulink*<sup>©</sup>.

**Keywords:** Modeling, DC-DC Converters, Switched Model, Classical Averaged Model, *MATLAB*<sup>©</sup> – *Simulink*<sup>©</sup>.

# Lista de Figuras

Figura 1 – Conversor do tipo Buck . . . . .	16
Figura 2 – Relação entre a corrente do indutor ( $i_L$ ) e período de chaveamento . . .	17
Figura 3 – Tensão e corrente do indutor (L) no conversor Buck quando este está em MCC . . . . .	17
Figura 4 – Modo de Condução Descontínua . . . . .	18
Figura 5 – <i>Ripple</i> na corrente do indutor (L) no conversor Buck . . . . .	19
Figura 6 – Conversor do tipo Boost . . . . .	20
Figura 7 – Tensão e corrente do indutor (L) no conversor Boost quando este está em MCC . . . . .	20
Figura 8 – Conversor do tipo Buck-Boost . . . . .	21
Figura 9 – Tensão e corrente do indutor (L) no conversor Buck-Boost quando este está em MCC . . . . .	22
Figura 10 – Ilustração da Média Móvel . . . . .	28
Figura 11 – Comutador On-off . . . . .	29
Figura 12 – Sinal PWM . . . . .	29
Figura 13 – Erro entre a saída do Modelo Médio e a média da saída do Modelo Chaveado . . . . .	32
Figura 14 – As duas configurações possíveis para o circuito na Figura 1 . . . . .	37
Figura 15 – As duas configurações possíveis para o circuito na Figura 6 . . . . .	38
Figura 16 – As duas configurações possíveis para o circuito na Figura 8 . . . . .	39
Figura 17 – Diagrama de simulação dos modelos chaveados no <i>MATLAB</i> <sup>©</sup> – <i>Simulink</i> <sup>©</sup> . . . . .	41
Figura 18 – Configurações de simulação utilizadas no <i>MATLAB</i> <sup>©</sup> – <i>Simulink</i> <sup>©</sup> . . . . .	41
Figura 19 – Variáveis de estado ( $v_C$ e $i_L$ ) do conversor Buck para o modelo chaveado . . . . .	42
Figura 20 – Variáveis de estado ( $v_C$ e $i_L$ ) do conversor Bost para o modelo chaveado . . . . .	42
Figura 21 – Variáveis de estado ( $v_C$ e $i_L$ ) do conversor Buck-Bost para o modelo chaveado . . . . .	43
Figura 22 – Recorte ampliado da Figura 19 . . . . .	43
Figura 23 – Diagrama de simulação dos modelos médios no <i>MATLAB</i> <sup>©</sup> – <i>Simulink</i> <sup>©</sup> . . . . .	43
Figura 24 – Variáveis de estado ( $v_C$ e $i_L$ ) do conversor Buck para o modelo médio . . . . .	44
Figura 25 – Variáveis de estado ( $v_C$ e $i_L$ ) do conversor Bost para o modelo médio . . . . .	44
Figura 26 – Variáveis de estado ( $v_C$ e $i_L$ ) do conversor Buck-Bost para o modelo médio . . . . .	45
Figura 27 – Curvas das variáveis de estado do conversor Buck ampliadas para ambos os modelos . . . . .	45

Figura 28 – Diagrama de simulação do cálculo do erro dos modelos no <i>MATLAB</i> <sup>©</sup> – <i>Simulink</i> <sup>©</sup> . . . . .	46
Figura 29 – Diagrama dos blocos Média1 e Média2 no <i>MATLAB</i> <sup>©</sup> – <i>Simulink</i> <sup>©</sup> .	46
Figura 30 – Erro entre os modelos para o conversor Buck . . . . .	46
Figura 31 – Erro entre os modelos para o conversor Boost . . . . .	47
Figura 32 – Erro entre os modelos para o conversor Buck-Boost . . . . .	47

# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Parâmetros para o dimensionamento dos conversores . . . . .	36
Tabela 2 – Parâmetros do Conversor Buck . . . . .	36
Tabela 3 – Parâmetros do Conversor Boost . . . . .	36
Tabela 4 – Parâmetros do Conversor Buck-Boost . . . . .	36

# Lista de abreviaturas e siglas

CC	Corrente Contínua
DC	Direct Current
LED	<i>Light Emitting Diode</i>
MPPT	<i>Maximum Power Point Traking</i>
MCC	Modo de Condução Contínua
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>Conversores</b>	<b>16</b>
2.1	Conversor Buck	16
2.1.1	Modo de Condução Contínua	17
2.1.2	Dimensionamento de L e C	18
2.2	Conversor Boost	19
2.2.1	Modo de Condução Contínua	20
2.2.2	Dimensionamento de L e C	21
2.3	Conversor Buck-Boost	21
2.3.1	Modo de Condução Contínua	22
2.3.2	Dimensionamento de L e C	22
<b>3</b>	<b>Modelagem</b>	<b>23</b>
3.1	Modelo Chaveado	24
3.1.1	Forma Bilinear	25
3.1.2	Metodologia	26
3.1.3	Algoritmo Geral	26
3.1.3.1	Algoritmo 1	26
3.1.3.2	Algoritmo 2	27
3.2	Modelo Médio Clássico	27
3.2.1	Variável de Estado Média	28
3.2.2	Média de um Comutador	28
3.2.3	Média Completa de um Conversor	29
3.2.4	Metodologia	30
3.2.4.1	Método Gráfico	30
3.2.4.2	Método Analítico	31
3.3	Análise de Erros de Média	31
3.3.1	Modelo Exato de Dados Amostrados	32
3.3.2	Relação entre o Modelo de Dados Amostrados e o Modelo Médio Exato	33
<b>4</b>	<b>Desenvolvimento</b>	<b>36</b>
4.1	Dimensionamento dos Conversores	36
4.2	Modelos Chaveados	36
4.2.1	Conversor Buck	37
4.2.2	Conversor Boost	38
4.2.3	Conversor Buck-Boost	39
4.3	Modelos Médios	40

4.3.1	Conversor Buck . . . . .	40
4.3.2	Conversor Boost . . . . .	40
4.3.3	Conversor Buck-Boost . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Simulações e Resultados . . . . .</b>	<b>41</b>
<b>6</b>	<b>Considerações finais . . . . .</b>	<b>48</b>
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>49</b>
	<b>Apêndices . . . . .</b>	<b>50</b>
	<b>APÊNDICE A Modelo de Pequenos Sinais . . . . .</b>	<b>51</b>
	<b>Anexos . . . . .</b>	<b>52</b>
	<b>ANEXO A Código da S-Function . . . . .</b>	<b>53</b>

# 1 Introdução

Nas últimas duas décadas, os conversores CC-CC foram largamente utilizados em equipamentos modernos como fontes de energia, carregadores de bateria, *drivers* de LED, acionadores de motores CC e MPPT (TAN; HOO, 2015). Assim, o estudo de como estes administram e controlam o fluxo de energia é essencial para se alcançar a melhor condição de operação e, portanto, maior eficiência dos projetos. Além da sua importância na indústria, os conversores CC-CC são essenciais para o estudo da eletrônica de potência, facilitando o entendimento de técnicas de modelagem e controle (TAN; TEOW, 2014).

Apesar dos conversores possuírem implementação já consolidada, a escolha do modelo a ser utilizado pode ser um processo complexo. Muitas pesquisas científicas se destinam a estudar as suas diferenças e quais modelos melhor se adequam a determinados sistemas, já que a modelagem e simulação são muito importantes para análise dos processos na eletrônica de potência e ajudam na compreensão do funcionamento dos circuitos (MAKSIMOVIC et al., 2001).

A modelagem de um sistema ou de um processo é baseada na observação destes e depende da formulação de uma aproximação, mas que seja suficientemente compreensiva, tornando-se uma representação das características mais significantes do ponto de vista de uma aplicação. Em termos gerais, há duas abordagens principais para modelagem: os modelos caixa-preta, que são baseados na observação da resposta do processo a algumas entradas conhecidas, e outra que se baseia nas informações conhecidas sobre o sistema a ser modelado (BACHA; BRATCU; MUNTEANU, 2015).

O modelo baseado no circuito, em que a topologia do conversor é diretamente desenhada no ambiente de simulação, é o mais comum no estudo e análise de conversores CC-CC. Os conversores estudados foram modelados e simulados a partir da abordagem de espaço de estados, utilizando o modelo chaveado (*Switched Model*) e o modelo médio (*Average Model*). Vale salientar que não há muita literatura sobre modelagem e simulação usando esta abordagem (TAN; HOO, 2015).

Com base no que foi exposto, este trabalho propõe-se a seguir as diretrizes dadas por Bacha, Bratcu e Munteanu (2015), onde relata alguns tipos de técnicas de modelagens e controle. Portanto, propõe-se a apresentar um estudo compreensivo e apurado da modelagem e simulação dos conversores CC-CC do tipo Buck, Boost e Buck-Boost da abordagem de espaço de estados. Escolheu-se três dos mais simples conversores CC-CC como forma de sedimentar melhor o estudo das técnicas.

Este trabalho está estruturado da seguinte maneira. O capítulo 2 realiza uma breve revisão do funcionamento dos conversores citados e apresenta suas equações de

---

dimensionamento. Em seguida, no capítulo 3, discorre sobre as técnicas de modelagem estudadas e suas especificações. O capítulo 4 especifica os desenvolvimentos necessários para a realização das simulações. O capítulo 5 traz os resultados das simulações dos modelos, além das características de simulação. Por fim, as considerações finais e as referências são expostas em sequência.

## 2 Conversores

O termo conversor é usado para designar genericamente circuitos de eletrônica de potência que controlam o fluxo de potência entre uma fonte de energia elétrica e uma carga, operando na mudança do valor da tensão elétrica ou da forma de onda atual da fonte de energia por meio de uma sequência de comutações de chaves estáticas.

Os conversores de energia geralmente consistem em mais de um estágio de conversão de energia em que a operação dessas etapas é desacoplada de forma instantânea por meio de elementos de armazenamento de energia, como capacitores e indutores (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2002). O capítulo abordará os conversores do tipo CC-CC considerando o Modo de Condução Contínua (MCC).

### 2.1 Conversor Buck

O conversor Buck é também conhecido como *abaixador*. Como o seu nome sugere, conversores abaixadores CC-CC são circuitos eletrônicos que produzem uma tensão de saída média menor que a tensão contínua de entrada.

A topologia de um conversor CC-CC do tipo Buck é mostrada na Figura 1, em que  $S_w$  opera como uma chave ideal fechada durante o tempo  $t_{on}$  e aberta durante  $t_{off}$ . O controle destes tempos é feito por um sinal PWM (*Pulse Width Modulation*).

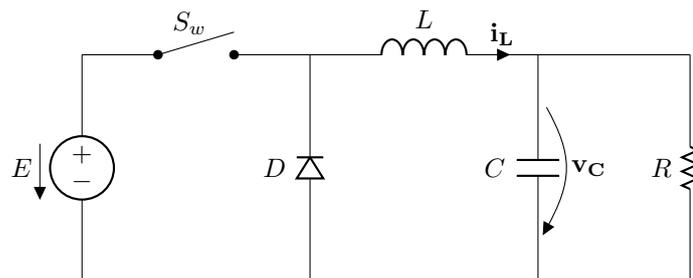


Figura 1 – Conversor do tipo Buck

Quando  $S_w$  está fechada, a potência de  $E$  é entregue para carga  $R$  através do indutor  $L$ . Despreza-se a tensão sobre  $S_w$ , pois esta foi considerada ideal. Durante este mesmo período, o diodo  $D$  está reversamente polarizado e o capacitor  $C$  está sendo carregado. Durante o  $t_{off}$ , a chave  $S_w$  estará aberta e com isso o indutor  $L$  inverte sua polarização para manter a corrente sobre ele. Sendo assim, o diodo  $D$  passa a conduzir garantindo a corrente na carga. A função do indutor  $L$  e do capacitor  $C$  é fazer com que a tensão de saída ( $V_C$ ) fique mais próxima de um sinal CC puro. A corrente sobre o indutor

$i_L$  é a mesma que a corrente da carga mais um *ripple* (Figura 2),  $\Delta i_L$ , devido à mudança de estado da chave.

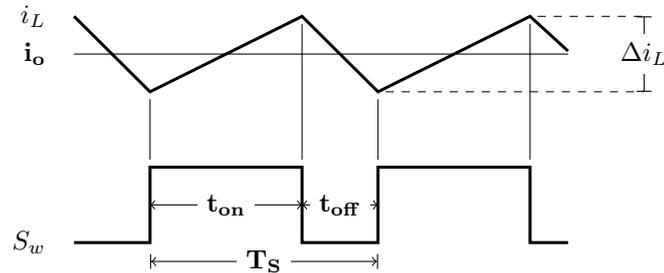


Figura 2 – Relação entre a corrente do indutor ( $i_L$ ) e período de chaveamento

### 2.1.1 Modo de Condução Contínua

A Figura 3 mostra as formas de onda para o modo de condução contínua (a corrente do indutor flui continuamente,  $i_L(t) > 0$ ) do conversor Buck. Assim, como dito a priori, quando a chave está fechada a corrente do indutor passa por ela e o  $D$  se torna inversamente polarizado, isso resulta numa tensão positiva no indutor ( $v_L = E - v_o$ ) (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2002). Essa tensão causa um aumento linear da corrente do indutor.

Quando a chave abre,  $i_L$  continua a fluir graças à energia armazenada no indutor. Agora, a corrente flui pelo diodo gerando uma tensão negativa nele igual a  $v_L = -v_o$ .

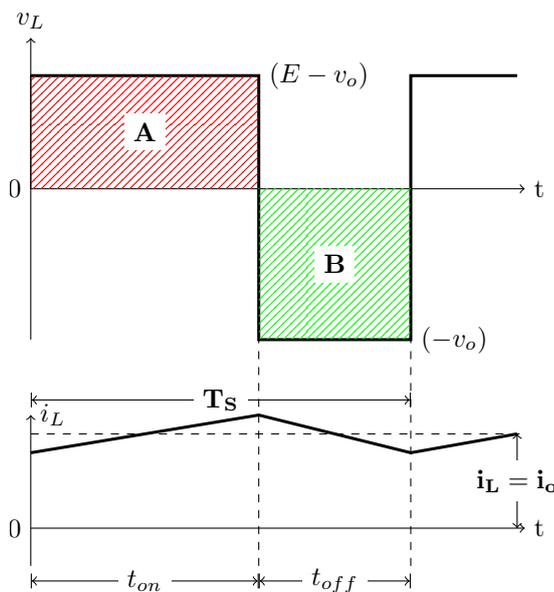


Figura 3 – Tensão e corrente do indutor (L) no conversor Buck quando este está em MCC

Uma vez que o regime permanente é alcançado, a forma de onda deve se repetir de um período a outro (característica periódica do sinal). Portanto, a integral da tensão do

indutor em um período deve ser zero:

$$\int_0^{T_S} v_L dt = \int_0^{t_{on}} v_L dt + \int_{t_{on}}^{t_{off}} v_L dt = 0. \quad (2.1)$$

A partir da Figura 3, diz-se que as áreas A e B são iguais, assim:

$$(E - v_o)t_{on} = v_o(T_S - t_{on}) \quad (2.2)$$

ou

$$\frac{v_o}{E} = \frac{t_{on}}{T_S} = D \quad (2.3)$$

### 2.1.2 Dimensionamento de L e C

A Figura 4 mostra as formas de onda para o modo de condução descontínua. Assim, a corrente do indutor fluirá descontinuamente quando seu valor médio for inferior à metade de seu valor de pico. A condição limite será tal que:

$$\Delta i_L = 2 \cdot i_{L_{min}}. \quad (2.4)$$

Assim, tem-se:

$$i_{L_{min}} = \frac{(E - v_o) \cdot D \cdot T_S}{2 \cdot L}, \quad (2.5)$$

substituindo 2.4 em 2.5 e considerando  $v_o = D \cdot E$ , obtém-se:

$$L_{min} = \frac{E(1 - D) \cdot D}{\Delta i_L \cdot f_S}. \quad (2.6)$$

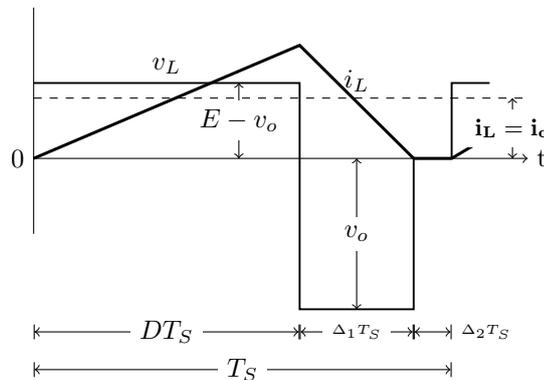


Figura 4 – Modo de Condução Descontínua

Considerando que  $P_o$  seja a potência de saída do conversor, tem-se:

$$i_o = \frac{P_o}{v_o} \quad (2.7)$$

Quanto ao capacitor, este pode ser definido a partir da variação da tensão (*ripple*) admitida. Enquanto a corrente pelo indutor for maior que  $i_o$  o capacitor se carrega e quando for menor o capacitor se descarrega levando a uma variação de tensão  $\Delta V_o$ .

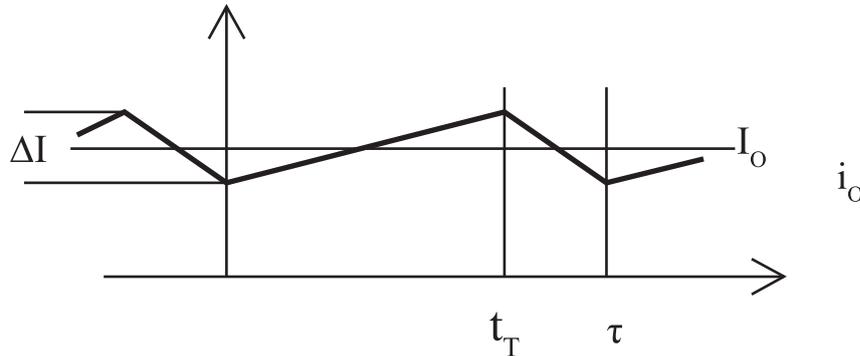


Figura 5 – *Ripple* na corrente do indutor (L) no conversor Buck

Considerando a Figura 5 e assumindo que toda componente de ripple flua pelo resistor, a área acima de  $I_o$  representa uma carga adicional de  $\Delta Q$  (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2002). Assim,  $\Delta V_o$  pode ser escrito da maneira a seguir:

$$\Delta V_o = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta I_L}{2} \cdot \frac{T_S}{2}. \quad (2.8)$$

Durante o momento  $t_{off}$  (Figura 3), tem-se:

$$\Delta I_L = \frac{V_o}{L}(1 - D)T_S, \quad (2.9)$$

substituindo 2.9 em 2.8, obtém-se:

$$C = \frac{V_o \cdot (1 - D) \cdot T_S^2}{8 \cdot \Delta V_o \cdot L}. \quad (2.10)$$

## 2.2 Conversor Boost

O conversor Boost é conhecido como *elevador*. Ou seja, este tipo de conversor CC-CC é um circuito eletrônico que produz uma tensão de saída média maior que a tensão contínua de entrada.

A topologia de um conversor CC-CC do tipo Boost é mostrada na Figura 6, em que  $S_w$  opera de forma análoga ao especificado para o conversor anterior.

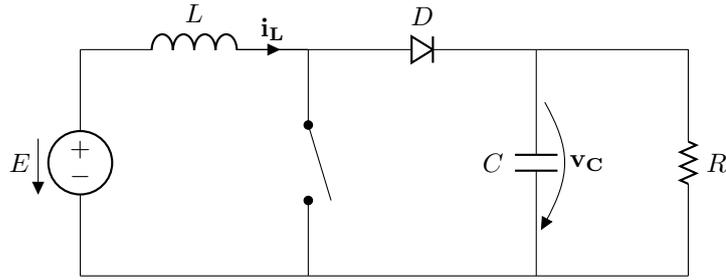


Figura 6 – Conversor do tipo Boost

Quando  $S_w$  está fechada, o diodo está reversamente polarizado, ou seja, isolando a tensão de entrada da saída. Assim, a fonte  $E$  carrega o indutor  $L$ . Quando a chave  $S_w$  estiver aberta, a saída do conversor recebe tanto energia da fonte  $E$  quanto do indutor  $L$ .

### 2.2.1 Modo de Condução Contínua

A Figura 7 mostra as formas de onda no regime permanente para quando o indutor conduz continuamente ( $i_L(t) > 0$ ).

No regime permanente, como dito anteriormente, a integral da tensão do indutor  $L$  em um período deve ser zero, portanto:

$$E \cdot t_{on} + (E - V_o) \cdot t_{off} = 0. \tag{2.11}$$

Fazendo as devidas manipulações, tem-se que 2.11 terá a seguinte forma:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{T_S}{t_{off}} = \frac{1}{1 - D}. \tag{2.12}$$

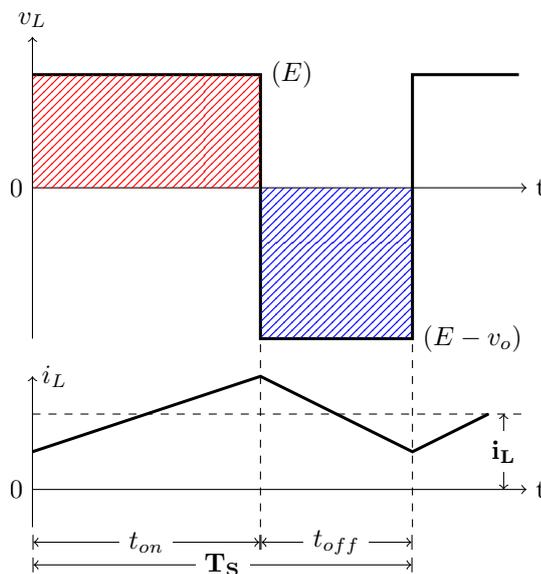


Figura 7 – Tensão e corrente do indutor (L) no conversor Boost quando este está em MCC

## 2.2.2 Dimensionamento de L e C

O limiar para a condução contínua é dado por:

$$\begin{aligned}
 I_i &= \frac{\Delta I_i}{2} = \frac{E \cdot t_{on}}{2 \cdot L} = \frac{V_o \cdot (1 - D) \cdot D \cdot T_S}{2 \cdot L} \\
 I_o &= \frac{\Delta I_i \cdot (T_S - t_{on})}{2 \cdot T_S} = \frac{E \cdot D \cdot (1 - D) \cdot T_S}{2 \cdot L} \\
 L_{min} &= \frac{E \cdot D \cdot (1 - D) \cdot T_S}{2 \cdot I_{o(min)}} \\
 L_{min} &= \frac{(1 - D)^2 \cdot D \cdot R}{2 \cdot f_S}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Para o cálculo do capacitor deve-se considerar a forma de onda da corrente de saída. Admitindo-se a hipótese que o valor mínimo instantâneo atingido por esta corrente é maior que a corrente média de saída,  $I_o$ , o capacitor se carrega durante a condução do diodo e fornece toda a corrente de saída durante a condução da chave (RASHID, 2001). Assim, tem-se que:

$$C_o = \frac{I_{o(max)} \cdot D \cdot T_S}{\Delta V_o} \tag{2.14}$$

## 2.3 Conversor Buck-Boost

O conversor Buck-Boost também é conhecido como *abaixador-elevador*. Neste conversor, a tensão de saída tem polaridade oposta à da tensão de entrada. A topologia do circuito está disposta na Figura 8.

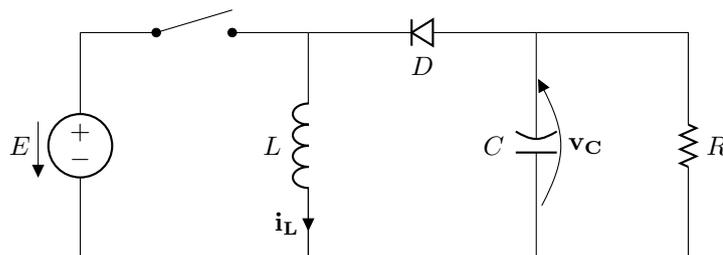


Figura 8 – Conversor do tipo Buck-Boost

Quando  $S_w$  está fechada, transfere-se energia da fonte para o indutor. O diodo não conduz e o capacitor alimenta a carga. Quando a chave desliga, a continuidade da corrente do indutor se faz pela condução do diodo. A energia armazenada em  $L$  é entregue ao capacitor e à carga.

Tanto a corrente de entrada quanto a de saída são descontínuas. A tensão a ser suportada pelo diodo e pela chave é igual a soma das tensões de entrada e de saída,  $E + V_o$ .

### 2.3.1 Modo de Condução Contínua

O conversor buck-boost pode ser obtido pela conexão de dois conversores básicos: um abaixador e um elevador. No regime permanente, a taxa de conversão deste é dada pelo produto dos conversores conectados em cascata (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2002).

A Figura 9 mostra as formas de onda para o MCC, onde a corrente do indutor conduz continuamente. Integrando a tensão do indutor em um período de tempo, tem-se:

$$\begin{aligned} E \cdot D \cdot T_S + (-V_o) \cdot (1 - D) \cdot T_S &= 0 \\ \therefore \frac{V_o}{E} &= D \cdot \frac{1}{1 - D} \end{aligned} \quad (2.15)$$

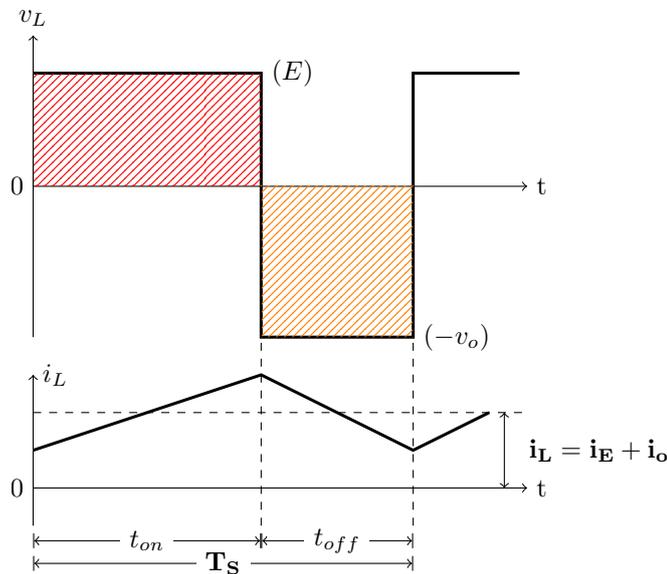


Figura 9 – Tensão e corrente do indutor (L) no conversor Buck-Boost quando este está em MCC

### 2.3.2 Dimensionamento de L e C

O limiar entre as situações de condução contínua e descontínua é dado por:

$$\begin{aligned} I_o &= \frac{\Delta I_L \cdot (T_S - t_{on})}{2 \cdot T_S} = \frac{V_o \cdot (T_S - t_{on}) \cdot (1 - D)}{2 \cdot L} = \frac{V_o \cdot T_S \cdot (1 - D)^2}{2 \cdot L} \\ L_{min} &= \frac{E \cdot T_S \cdot D \cdot (1 - D)}{2 \cdot I_{o(min)}} \\ L_{min} &= \frac{(1 - D)^2 \cdot R}{2 \cdot f_S \cdot ripple_{v_o}} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Quanto ao capacitor, como a forma de onda da corrente de saída é a mesma do conversor boost, o cálculo também segue a expressão 2.14.

### 3 Modelagem

Um modelo é uma idealização simplificada de um sistema que possui maior complexidade, mas que consegue reproduzir na sua essência o comportamento do sistema complexo que é o alvo de estudo e entendimento. A modelagem requer generalizações no sentido que o fenômeno estudado deve ser considerado no contexto de fenômenos semelhantes, características tão comuns podem ser extraídas.

As técnicas apresentadas neste trabalho usam a abordagem da informação, ou seja, o modelo será produzido a partir do conhecimento físico disponível sobre o conversor considerado. Informações físicas sobre um sistema resultam, geralmente, em descrições matemáticas das leis de conservação de massa e energia. Então, as variações de energia dos sistemas são descritas pelas chamadas *variáveis de estado*. No caso de conversores de energia, a informação é representada pelas leis de Kirchhoff, as leis de Ohm e, finalmente, pelo estado de condução de comutadores (BACHA; BRATCU; MUNTEANU, 2015).

Para implementação dos modelos a seguir algumas suposições foram feitas em ordem de simplificar os cálculos, porém suficientemente precisas de forma que a validade deste não fosse afetada (BACHA; BRATCU; MUNTEANU, 2015). Estas são as seguintes:

- i. Comutadores são considerados "perfeitos" no sentido que possuem comportamento com resistência zero quando estiverem conduzindo (estado chamado de *ON*) e com resistência infinita quando estiverem desligados (estado chamado de *OFF*).
- ii. O tempo de comutação é infinitamente pequeno.
- iii. Fontes de alimentação são consideradas "perfeitas", ou seja, no caso das fontes de tensão estas dispõem de energia infinita quando em curto.
- iv. Elementos passivos são considerados lineares e invariantes.

As três primeiras suposições são fáceis de entender, porém a quarta precisa ser tratada com cuidado. Considere um indutor cuja indutância é não linear e depende tanto da corrente quanto do tempo. A tensão neste indutor será dada pela equação a seguir:

$$v(t) = \frac{d}{dt}(L(i, t) \cdot i(t)) \quad (3.1)$$

Desenvolvendo a equação 3.1 por meio de frações parciais, tem-se:

$$v(t) = \left( \frac{\partial L(i, t)}{\partial t} + \frac{\partial L(i, t)}{\partial i} \cdot \frac{di(t)}{dt} \right) \cdot i(t) + L(i, t) \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (3.2)$$

Como o primeiro termo da equação 3.2 não é importante para a maioria das aplicações e a equação como tal é muito complicada e sem uso para modelagem. Bacha, Bratcu e Munteanu (2015) reforça que essas observações validam a adoção das suposições acima. Porém, pode-se aumentar a acurácia do modelo adicionando detalhes a este (introduzindo elementos dissipativos, por exemplo).

### 3.1 Modelo Chaveado

O modelo chaveado é o menos elaborado dos modelos de conversores por descrever equações para cada configuração do circuito, assim o número de equações aumenta proporcionalmente em relação ao número de comutadores. Geralmente é nomeado de *exact model* (modelo exato), pois dadas as suposições apresentadas na seção 3 descreve o comportamento exato do conversor.

Em razão das múltiplas combinações de estados de comutação, os conversores exibem uma sequência periódica de possíveis configurações em um certo intervalo de tempo. Este efeito é chamado de período de comutação (*switching period*). Assim, cada configuração representa, na verdade, um novo circuito, apresentando fontes e elementos passivos, que podem ser descritos matematicamente por meio de um conjunto de equações diferenciais (BACHA; BRATCU; MUNTEANU, 2015).

A partir das considerações feitas na seção 3, Bacha, Bratcu e Munteanu (2015 apud MAKSIMOVIC et al., 2001, p.-28) representa um conversor genérico que possui N configurações de comutação como um sistema dinâmico:

$$\frac{d}{dt}x(t) = \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{e}(t), t_i \leq t \leq t_{i+1}, \quad (3.3)$$

com

$$\sum_{i=1}^N (t_i - t_{i-1}) = T, \quad (3.4)$$

onde T é o tempo de comutação,  $t_i$  são diferentes pontos no tempo definindo a comutação entre as N configurações,  $\mathbf{A}_i$  e  $\mathbf{B}_i$  são matrizes  $n \times n$  de estado e  $n \times p$  matrizes de entrada respectivamente, correspondentes a configuração  $i$ ,  $\mathbf{x}(t)$  é o vetor de estado de dimensão  $n$  e  $\mathbf{e}(t)$  é o vetor de fontes independentes de dimensão  $p$ .

Uma forma mais compacta da equação 3.3 é a seguinte:

$$\frac{d}{dt}x(t) = \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{e}(t)) \cdot h_i, \quad (3.5)$$

onde  $h_i^1$  são funções de validação correspondentes a cada configuração possível do conversor. Essas funções podem assumir os valores de 1 ou 0 dependendo se suas configurações correspondentes estão ativadas ou não.

### 3.1.1 Forma Bilinear

A forma bilinear fornece uma representação compactada para o modelo chaveado de conversores de potência, ainda mostrando as entradas de controle. Diferentemente da equação 3.5, a forma bilinear não usa funções de validação para descrever as  $N$  configurações, e sim, agrupa as informações usando uma única alimentação com  $p$  funções binárias, denotadas por  $u_k$ , e chamadas de *funções de comutação*. O valor de  $p$  é tido como o menor inteiro que satisfaça a relação  $2^p \geq N$ .

Segundo Bacha, Bratcu e Munteanu (2015) a forma bilinear de um modelo chaveado é expressa pela seguinte equação geral:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \sum_{k=1}^p (\mathbf{B}_k \mathbf{x} + \mathbf{b}_k) \cdot u_k + \mathbf{d}, \quad (3.6)$$

onde, para cada  $k$  entre 1 e  $p$ ,  $\mathbf{B}_k$  são matrizes de dimensões  $n \times n$ ,  $\mathbf{b}_k$  e  $\mathbf{d}$  são vetores coluna de comprimento  $n$ . A equação 3.6 mostra explicitamente o vetor de entrada de controle  $\mathbf{u} = [u_1 u_2 \cdots u_p]^T$ . Expandindo a equação acima, tem-se:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} + \sum_{k=1}^p \mathbf{B}_k) \cdot \underbrace{\mathbf{x} \cdot u_k}_{\text{produto bilinear}} + \sum_{k=1}^p \mathbf{b}_k \cdot u_k + \mathbf{d}, \quad (3.7)$$

assim, o caráter bilinear da equação é assegurado pela presença de produtos entre as variáveis de estado e as entradas de controle.

Nota-se que qualquer conversor estático pode ser modelado a partir da equação 3.6, se adaptações forem feitas. Uma das vantagens desse modelo é a facilidade para conseguir o modelo de pequenos sinais com ele. Considerando o explicado no Apêndice A, temos que:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \tilde{\mathbf{u}}$$

onde,  $\tilde{\mathbf{x}}$  é o vetor das variações das variáveis de estado entorno do ponto  $\mathbf{x}_e$ , em resposta ao vetor  $\tilde{\mathbf{u}} = [u_{1e} u_{2e} \cdots u_{pe}]^T$ , em que  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_e$ . A matriz de estados  $\tilde{\mathbf{A}}$  e a de entradas

<sup>1</sup> Em caso de somente duas configurações, as respectivas funções de validação serão complementares.

$\tilde{\mathbf{B}}$  possuem a seguinte forma:

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \sum_{k=1}^p \mathbf{B}_k u_{ke} \\ \tilde{\mathbf{B}} = \sum_{k=1}^p (\mathbf{B}_k \mathbf{x}_e + \mathbf{b}_k) \end{cases} \quad (3.8)$$

### 3.1.2 Metodologia

A metodologia é baseada nas técnicas clássicas de teoria de sistemas. Podemos notar que durante os períodos de comutação quando a entrada de controle é constante, o sistema evolui continuamente no tempo, ou seja, este é caracterizado por variáveis com derivadas finitas. Isso quer dizer que durante os subintervalos de comutação o sistema pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais que obedecem as leis de conservação de energia (SANDERS, 1993; DIJK et al., 1995).

A escolha das variáveis de estado é feita de forma a expressar a variação da acumulação de energia no sistema. No caso dos conversores CC-CC, essas são as correntes que passam pelos indutores, as tensões dos capacitores e/ou combinações lineares/não-lineares de ambas.

Por consequência, pode-se afirmar que se  $n_C$  e  $n_L$  representam, respectivamente, o número de capacitores e o número de indutores do circuito, tem-se que a ordem do sistema ( $n$ ) é tal qual que:

$$n \leq n_C + n_L$$

### 3.1.3 Algoritmo Geral

Como especificado na seção 3, os modelos descritos são baseados nas informações físicas conhecidas dos conversores. Portanto, é indispensável que se possua algum conhecimento a priori sobre o circuito e suas características de operação. Seguindo as indicações de Bacha, Bratcu e Munteanu (2015), as diferentes formas de ondas dos conversores, as diferentes configurações durante o intervalo de comutação e as equações que as descrevem foram estudadas.

Existem várias maneiras de se obter um modelo chaveado, mas independente do método adotado, os passos a seguir podem ser aplicados para obtenção de modelos para a maioria das aplicações (BACHA; BRATCU; MUNTEANU, 2015).

#### 3.1.3.1 Algoritmo 1

Obter o modelo chaveado a partir das análises das configurações possíveis:

1. Estudar as formas de onda das configurações do circuito;
2. Escolher as variáveis de estado, sendo estas as tensões dos capacitores e as corrente dos indutores ou uma combinação coerente delas;
3. Escrever as equações para cada configuração que contenham as derivadas das variáveis escolhidas;
4. Identificar as condições de transição e escrever o modelo de forma compacta e as variáveis de controle de forma explícita.

### 3.1.3.2 Algoritmo 2

Obter o modelo chaveado a partir da identificação das variáveis de estado:

1. Escolher as variáveis de estado, sendo estas as tensões dos capacitores e as corrente dos indutores ou uma combinação coerente delas;
2. Identificar as variáveis de comutação, podendo estas serem as tensões dos transistores e as correntes dos diodos. Escrever as equações que dependem do estado das chaves e das variáveis de estado;
3. Escrever as equações do circuito baseadas nas Leis de Kirchhoff;
4. Adicionar a função de comutação  $\mathbf{u}$  e escrever as variáveis de comutações como função dela;
5. Substitua as variáveis de comutação nas equações do espaço de estados e obtenha a forma bilinear.

## 3.2 Modelo Médio Clássico

A maioria das aplicações de controle se interessa pelo comportamento de baixa frequência dos circuitos, assim os efeitos de chaveamentos são considerados parasitas e devem ser negligenciados. Algumas técnicas demandam que o modelo original descontínuo seja transformado em um modelo contínuo invariante no tempo que possa representar, da melhor maneira, o comportamento macroscópico do sistema (BACHA; BRATCU; MUNTEANU, 2015).

No que se concerne ao controle de conversores, procura-se modelos de fácil uso que relacionem o sinal modulado ou o *duty cycle* com a tensão de saída. Ou seja, deseja-se um modelo que relacione estas grandezas com a média local (média móvel) do sinal de tensão, já que os circuitos são projetados de forma a reduzir o *ripple* na saída (MAKSIMOVIC et al., 2001).

Considerando o sinal  $f(t)$  da Figura 10, se este possui valor médio numa janela de tempo  $T$ , e mais, se esta estiver deslocando-se ao longo do tempo, tem-se que a média móvel do sinal é denominada por:

$$\langle (f(t))_0(t) \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_{t-T}^t f(\tau) d\tau, \quad (3.9)$$

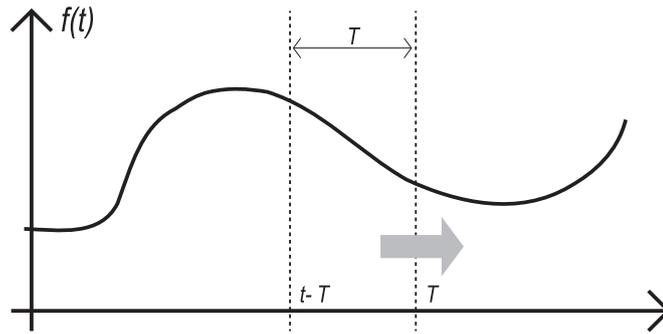


Figura 10 – Ilustração da Média Móvel

Uma propriedade fundamental da média móvel é que a derivada no tempo de uma média variável é igual a média variável da derivada do sinal, ou seja, a derivação no tempo e a média móvel são comutativas, assim:

$$\frac{d}{dt} \langle f(t) \rangle_0(t) = \left\langle \frac{d}{dt} f(t) \right\rangle_0(t). \quad (3.10)$$

### 3.2.1 Variável de Estado Média

Considerando a variável de estado  $x$ , cuja dinâmica é dada por:

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x, u, t), \quad (3.11)$$

sendo  $f$  uma função não linear qualquer, então sua média pode ser encontrada por meio da equação 3.9, então tem-se:

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_0(t) = \langle f(x, u, t) \rangle_0(t). \quad (3.12)$$

### 3.2.2 Média de um Comutador

Geralmente, um comutador possui um comportamento físico não linear, porém nesse trabalho foram considerados comutadores do tipo "On-off", tal como na Figura 11. O sinal de comutação ( $u$ ) pode ser representado por um sinal PWM (Modulação por Largura de Pulso). Este sinal está representado na figura a seguir.

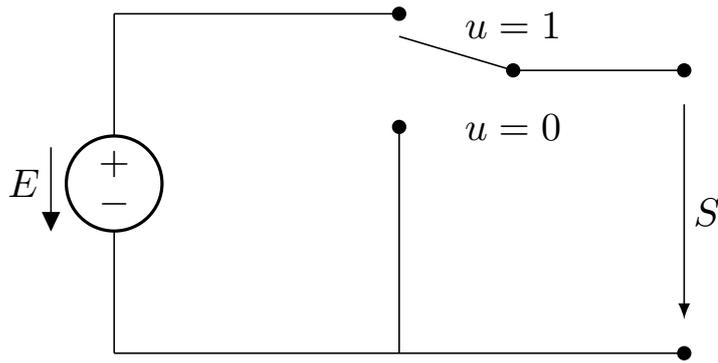


Figura 11 – Comutador On-off

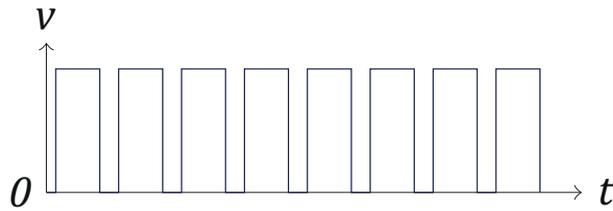


Figura 12 – Sinal PWM

Considerando o circuito comutador da Figura 11, sabe-se que  $S$  assume o valor de  $E \cdot u$ , assim seu valor médio é dado por:

$$\langle S \rangle_0 = \langle E \cdot u \rangle_0, \quad (3.13)$$

A partir da equação acima, dois casos se apresentam. Em um, temos a fonte de alimentação  $E$  constante e no outro variável. Isso resultará nas seguintes equações:

- $E$  constante:

$$\langle S \rangle_0 = E \cdot \langle u \rangle_0; \quad (3.14)$$

- $E$  variável:

$$\langle S \rangle_0 = \langle E \rangle_0 \cdot \langle u \rangle_0; \quad (3.15)$$

A equação 3.15 se justifica considerando o mínimo valor possível de *ripple*, ou seja, se o *ripple* do sinal foi considerado razoavelmente pequeno o seu valor é suficientemente próximo ao valor médio. Se  $E$  é dito constante, o seu valor é igual ao valor médio. Assim, se  $u$  for um sinal PWM (com máximo igual a um) seu valor médio será igual ao produto do valor de pico e o ciclo de trabalho do sinal.

### 3.2.3 Média Completa de um Conversor

A partir das considerações feitas no início deste capítulo, sabe-se que os elementos passivos do circuito são lineares e invariantes, assim as relações de tensão e corrente para estes são

as seguintes:

- Para um indutor L:  $v(t) = L \cdot \frac{d}{dt}i(t)$ ;
- Para um capacitor C:  $i(t) = C \cdot \frac{d}{dt}v(t)$ ;
- Para um resistor R:  $v(t) = R \cdot i(t)$ ;

De acordo com a equação 3.10, a derivada da média é igual a média da derivada, o que indica que as relações de corrente e tensão são as mesmas após suas médias. Os elementos passivos R, C e L não se alteram após a média do circuito, portanto observa-se que a configuração de um circuito composto por elementos passivos não muda após a média (KREIN et al., 1990).

Bacha, Bratcu e Munteanu (2015) fez os desmembramentos dessas conclusões considerando as equações para o conversor Boost. Tais desmembramentos serão mostrados a seguir:

$$\begin{cases} \langle v_C(1-u) \rangle_0 \approx \langle v_C \rangle \cdot \langle (1-u) \rangle_0 = \langle v_C \rangle_0 \cdot (1-\alpha) \\ \langle i_L(1-u) \rangle_0 \approx \langle i_L \rangle \cdot \langle (1-u) \rangle_0 = \langle i_L \rangle \cdot (1-\alpha), \end{cases} \quad (3.16)$$

em que  $\alpha$  é o tempo de ciclo correspondente ao valor médio do sinal  $u$ .

### 3.2.4 Metodologia

Como descrito acima, o modelo médio pode ser obtido diretamente do diagrama topológico, ou então, a partir das equações e leis que estabelecem o comportamento do circuito. Contudo, duas formas de se obter o modelo médio surgem: a analítica e a gráfica. Ambos métodos serão explicitado logo abaixo.

#### 3.2.4.1 Método Gráfico

Seguindo os passos abaixo e usando os desmembramentos de 3.16, o modelo médio clássico pode ser obtido de forma gráfica:

1. Estabelecer o diagrama do circuito equivalente, onde os termos acoplados são enfatizados;
2. Preservar a estrutura do diagrama e substituir as variáveis por suas médias;
3. Desenvolver os termos acoplados por meio de aproximações do produto de médias;
4. Deduzir as equações do modelo médio a partir dos circuitos.

### 3.2.4.2 Método Analítico

O método analítico usa as equações topológicas como premissa dos seus desmembramentos. Assim, como visto anteriormente, o conversor pode ser descrito pela equação 3.5:

$$\dot{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{e}) \cdot h_i, \quad (3.17)$$

em que o conversor comuta entre  $N$  configurações, o par de matrizes  $(A_i, B_i)$  representa o modelo de estado para a configuração  $i$ ,  $h_i$  representa as funções de validação e  $\mathbf{e}$  o vetor de alimentação.

Agora, aplica-se a média a equação 3.17 e considerando a relação 3.10 e obtém-se:

$$\frac{d\langle \mathbf{x} \rangle_0}{dt} = \left\langle \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{e}) \cdot h_i \right\rangle_0, \quad (3.18)$$

a equação acima pode ser rearranjada segundo o princípio da linearidade da média móvel:

$$\frac{d\langle \mathbf{x} \rangle_0}{dt} = \left\langle \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i h_i) \cdot \mathbf{x} + \sum_{i=1}^N (\mathbf{B}_i h_i) \cdot \mathbf{e} \right\rangle_0. \quad (3.19)$$

Após aproximações e os desmembramentos necessários tem-se:

$$\frac{d\langle \mathbf{x} \rangle_0}{dt} \approx \left\langle \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i h_i) \right\rangle \cdot \langle \mathbf{x} \rangle + \left\langle \sum_{i=1}^N (\mathbf{B}_i h_i) \right\rangle \cdot \langle \mathbf{e} \rangle_0. \quad (3.20)$$

Portanto, o modelo médio de um conversor pode ser escrito da seguinte forma:

$$\frac{d\langle \mathbf{x} \rangle_0}{dt} = \mathbf{A}_m \cdot \langle \mathbf{X}_0 \rangle + \mathbf{B}_m \cdot \langle \mathbf{e}_0 \rangle. \quad (3.21)$$

É necessário dizer que as matrizes  $\mathbf{A}_m$  e  $\mathbf{B}_m$  não são as matrizes de estados e entrada, respectivamente. Estas são dependentes do estado  $\mathbf{x}$  e da entrada de controle (BACHA; BRATCU; MUNTEANU, 2015).

## 3.3 Análise de Erros de Média

O procedimento de média infere um certo erro ao sistema, assim, o erro entre a média de uma dada solução por espaços de estados (modelo chaveado) e o modelo médio clássico é fácil de ser encontrado através de simulações numéricas.

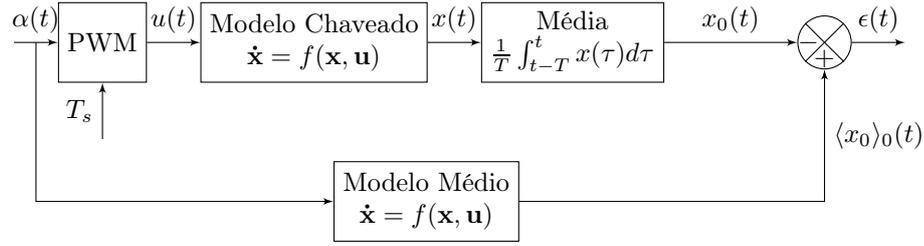


Figura 13 – Erro entre a saída do Modelo Médio e a média da saída do Modelo Chaveado

No diagrama da figura 13, tem-se o esquema de como calcular o erro associado ao modelo médio clássico. Sabendo que  $T_s$  é o período de chaveamento e  $\alpha(t)$  é a razão de ciclo associada ao ponto de operação do conversor, compara-se a saída do modelo médio com a média do sinal de saída do modelo chaveado, resultando no erro  $\epsilon(t)$ .

### 3.3.1 Modelo Exato de Dados Amostrados

Considerando um sistema linear que comuta entre duas configurações e  $\alpha$  sendo a razão de ciclo, este pode ser descrito pelo seguinte conjunto de equações diferenciais:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{cases} \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}_1, & \text{para } t \in [kT, (k + \alpha)T] \\ \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}_2, & \text{para } t \in [(k + \alpha)T, (k + 1)T], \end{cases} \quad (3.22)$$

onde é válido para cada período de comutação  $[kt, (k + 1)T]$ , em que  $k \in \mathbb{N}$ . Bacha, Bratcu e Munteanu (2015) propõe que o sistema (3.22) seja resolvido integrando cada configuração e garantindo a continuidade das variáveis de estado. Introduziu-se a notação da matriz de transição  $\Phi(t) = \exp(\mathbf{A} \cdot t)$ .

Assim, as matrizes de transição para as duas configurações acima são  $\Phi_1(t) = \exp(\mathbf{A}_1 \cdot t)$  e  $\Phi_2(t) = \exp(\mathbf{A}_2 \cdot t)$ .

Resolvendo a primeira equação de 3.22, tem-se:

$$\mathbf{x}[(k + \alpha)T] = \Phi_1(\alpha T) \cdot \mathbf{x}(kT) + \int_0^{\alpha T} \Phi_1(\tau) \cdot \mathbf{B}_1 \mathbf{e} \, d\tau$$

o que depois da integração resulta em:

$$\mathbf{x}[(k + \alpha)T] = \Phi_1(\alpha T) \cdot \mathbf{x}(kT) + \mathbf{A}_1^{-1} \cdot (\Phi_1(\alpha T) - \mathbf{I}_n) \cdot \mathbf{B}_1 \mathbf{e}, \quad (3.23)$$

em que  $\mathbf{I}_n$  é a matriz identidade de ordem igual a  $\mathbf{A}$ . Usando a mesma álgebra de 3.23 para a segunda equação de 3.22, obtém-se:

$$\mathbf{x}[(k + \alpha)T] = \Phi_2(\alpha T) \cdot \mathbf{x}(kT) + \mathbf{A}_2^{-1} \cdot (\Phi_2[(1 - \alpha)T] - \mathbf{I}_n) \cdot \mathbf{B}_2 \mathbf{e}. \quad (3.24)$$

A partir dos resultados de 3.23 e de 3.24, pode-se obter a seguinte equação recorrente:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi(\mathbf{x}_k, \alpha_k, \mathbf{T}). \quad (3.25)$$

As equações 3.24 e 3.25 são formas do modelo exato de dados amostrados. A equação recorrente 3.25 é muito complexa de se manipular, então para evitar os desenvolvimentos matemáticos pesados serão considerados sistemas com representações mais simples (BACHA; BRATCU; MUNTEANU, 2015). Isso pode ser obtido a partir da equação 3.24 e empregando uma mudança adequada de variável.

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{cases} \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x}, & \text{para } t \in [kT, (k + \alpha)T] \\ \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x}, & \text{para } t \in [(k + \alpha)T, (k + 1)T]. \end{cases} \quad (3.26)$$

Integrando a primeira equação de 3.26, obtém-se:

$$\mathbf{x}[(k + \alpha)T] = \Phi_1(\alpha T) \cdot \mathbf{x}(kT), \quad (3.27)$$

o que para segunda equação dará:

$$\mathbf{x}[(k + 1)T] = \Phi_2[(1 - \alpha)T] \cdot \mathbf{x}[(k + \alpha)T]. \quad (3.28)$$

Manipulando as equações 3.27 e 3.28, obtém-se:

$$\mathbf{x}[(k + 1)T] = \Phi_2[(1 - \alpha)T] \cdot \Phi_1(\alpha T) \cdot \mathbf{x}(kT), \quad (3.29)$$

sendo esta a forma recorrente da saída do modelo chaveado para instantes de chaveamento.

No que diz respeito as matrizes de transição  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$ , elas podem ser mais ou menos aproximadas de forma satisfatória quando usadas suas expansões (ASTROM; WITTENMARK, 1996).

### 3.3.2 Relação entre o Modelo de Dados Amostrados e o Modelo Médio Exato

A equação 3.29 dá a solução para o modelo chaveado e esta contém um produto de matrizes. Geralmente, o produto de matrizes não é comutativo, assim  $\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2 \neq \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1$  frequentemente é verdade.

Consideremos que o produto de  $\mathbf{A}_1$  e  $\mathbf{A}_2$  seja comutativo, portanto temos que:

$$\exp(\mathbf{A}_1) \cdot \exp(\mathbf{A}_2) = \exp(\mathbf{A}_2) \cdot \exp(\mathbf{A}_1) = \exp(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2). \quad (3.30)$$

Agora, considerando 3.29, tem-se que  $\Phi_{\mathbf{m}}(\alpha, \mathbf{T})$  é igual a:

$$\begin{aligned}\Phi_{\mathbf{m}} &= \Phi_2[(1 - \alpha)T] \cdot \Phi_1(\alpha T) = \Phi_2[(1 - \alpha)T] \cdot \Phi_1(\alpha T) \\ &= \exp\{[\mathbf{A}_1 \cdot \alpha + \mathbf{A}_2 \cdot (1 - \alpha)] \cdot \mathbf{T}\}\end{aligned}$$

Se considerarmos que  $\mathbf{A}_{\mathbf{m}}$  é a matriz de estados do modelo médio, tem-se que:

$$\Phi_{\mathbf{m}} = \exp(\mathbf{A}_{\mathbf{m}} \cdot T), \quad (3.31)$$

em que

$$\mathbf{A}_{\mathbf{m}} = \mathbf{A}_1 \cdot \alpha + \mathbf{A}_2 \cdot (1 - \alpha).$$

A equação acima representa a solução para o modelo médio

$$\frac{d}{dt}\langle x \rangle_0 = (\mathbf{A}_1 \cdot \alpha + \mathbf{A}_2 \cdot (1 - \alpha)) \cdot \langle x \rangle_0. \quad (3.32)$$

Infelizmente, considerar que o produto entre duas matrizes é comutativo é para quase totalidade dos casos falso, e assim, suas exponenciais não são comutativas. Assim, a equação 3.32 se torna:

$$\frac{d}{dt}\langle x \rangle_0 \approx (\mathbf{A}_1 \cdot \alpha + \mathbf{A}_2 \cdot (1 - \alpha)) \cdot \langle x \rangle_0. \quad (3.33)$$

Para o cálculo do erro, leva-se em consideração que a média (a partir do modelo de dados amostrados) do modelo chaveado (modelo exato) é suficientemente precisa para ser comparado com o modelo médio. Portanto, o valor absoluto do erro (**Err**) é:

$$\mathbf{Err} = \Phi_{\mathbf{m}}(\alpha, \mathbf{T}) - \Phi_2[(1 - \alpha)T] \cdot \Phi_1(\alpha T). \quad (3.34)$$

Aplicando as devidas aproximações de segunda-ordem as exponenciais matriciais, tem-se que:

$$\begin{aligned}
\Phi_{\mathbf{m}}(\alpha, T) &\approx \mathbf{I} + \mathbf{A}_{\mathbf{m}}\mathbf{T} + \frac{\mathbf{A}_{\mathbf{m}}^2\mathbf{T}^2}{2} \\
&= \mathbf{I} + [\mathbf{A}_1\alpha + \mathbf{A}_2(1-\alpha)]T + \frac{[\mathbf{A}_1\alpha + \mathbf{A}_2(1-\alpha)]^2}{T^2} \\
&= \mathbf{I} + [\mathbf{A}_1\alpha + \mathbf{A}_2(1-\alpha)]T + \frac{\mathbf{A}_1^2\alpha^2}{2} + \frac{\mathbf{A}_2^2(1-\alpha)^2}{2}T^2 \\
&\quad + (\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\frac{\alpha(1-\alpha)}{2}T^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_2[(1-\alpha)T] \cdot \Phi_1(\alpha T) &\approx \mathbf{I} + [\mathbf{A}_1\alpha + \mathbf{A}_2(1-\alpha)]T + \frac{[\mathbf{A}_1\alpha + \mathbf{A}_2(1-\alpha)]^2}{T^2} \\
&= \mathbf{I} + [\mathbf{A}_1\alpha + \mathbf{A}_2(1-\alpha)]T + \frac{\mathbf{A}_1^2\alpha^2}{2} + \frac{\mathbf{A}_2^2(1-\alpha)^2}{2}T^2 \\
&\quad + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\frac{\alpha(1-\alpha)}{2}T^2.
\end{aligned}$$

Depois das aproximações de segunda ordem feitas acima, temos que o **Err** (3.34) é reduzido a matriz **E**:

$$\mathbf{Err} \approx \mathbf{E} = (\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1)\frac{\alpha(1-\alpha)}{2}T^2. \quad (3.35)$$

Ou seja, se o produto das matrizes  $\mathbf{A}_1$  e  $\mathbf{A}_2$  for comutativo, nota-se que o erro tende a zero e os modelos são compatíveis.

## 4 Desenvolvimento

No presente capítulo serão obtidos os modelos baseados nas técnicas estudadas no Capítulo 3 para os conversores apresentados no Capítulo 2. Para isso, será necessário que se faça o dimensionamento dos elementos como explicitado nas seções do referente capítulo.

### 4.1 Dimensionamento dos Conversores

Para os três conversores estudados, considerou-se que a tensão de entrada ( $E$ ) é do tipo CC e com amplitude de 20 V. A potência ( $P_o$ ) na carga é de 60 W e a frequência de chaveamento ( $f_S$ ) de 50k Hz, além dos *ripples* da corrente do indutor e da tensão de saída ( $\Delta i_L$ ) de 5% e 1% respectivamente. Esses dados foram reunidos na tabela abaixo.

Tabela 1 – Parâmetros para o dimensionamento dos conversores

E (V)	$P_o$ (W)	$f_S$ (kHz)	<i>ripple</i> <sub><math>i_L</math></sub> (%)	<i>ripple</i> <sub><math>v_o</math></sub> (%)
20	60	50	5	1

Assim, usando as equações descritas nas seções 2.1.2, 2.2.2 e 2.3.2, encontrou-se os valores dos parâmetros para os conversores Buck, Boost e Buck-Boost. Estes foram reunidos nas tabelas a seguir.

Tabela 2 – Parâmetros do Conversor Buck

$V_o$ (V)	$i_o$ (A)	D	R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu F$ )
15	4	0.75	3.75	0.375	3.33

Tabela 3 – Parâmetros do Conversor Boost

$V_o$ (V)	$i_o$ (A)	D	R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu F$ )
40	1.5	0.5	26.7	1.3	37.5

Tabela 4 – Parâmetros do Conversor Buck-Boost

$V_o$ (V)	$i_o$ (A)	D	R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu F$ )
15	4	0.43	3.75	1.22	228.57

### 4.2 Modelos Chaveados

Aqui, realizar-se-á o equacionamento dos três conversores estudados para o modelo chaveado. Para tanto, utilizar-se-á o algoritmo 2 explicitado na seção 3.1.3.2.

### 4.2.1 Conversor Buck

A partir de uma análise preliminar, o conversor Buck operando em MCC pode assumir duas configurações, como mostra a Figura 14. Assim, os casos (a) e (b) correspondem a quando a chave  $S_w$  está fechada e aberta respectivamente. Portanto, para um conversor CC-CC com duas configurações temos  $u = h_1 = 1 - h_2$ , assim como visto na seção 3.1.

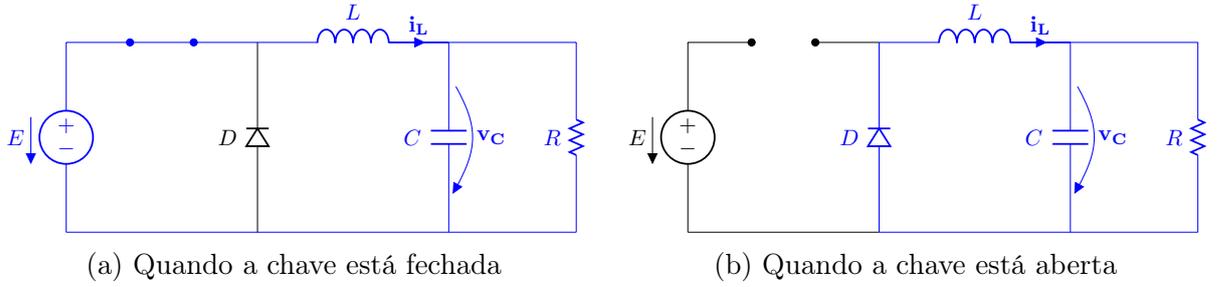


Figura 14 – As duas configurações possíveis para o circuito na Figura 1

As variáveis de estado serão a corrente do indutor ( $i_L$ ) e tensão do capacitor ( $v_C$ ). As equações de espaço de estados correspondentes as configurações são as seguintes:

$$\mathbf{u} = 1 : \begin{cases} \dot{i}_L &= \frac{E}{L} - \frac{v_C}{L} \\ \dot{v}_C &= \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}, \end{cases} \quad \mathbf{u} = 0 : \begin{cases} \dot{i}_L &= -\frac{v_C}{L} \\ \dot{v}_C &= \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}. \end{cases} \quad (4.1)$$

As equações 4.1 podem ser condensadas numa forma mais simples como na equação 3.5, em que as funções de validação  $h_1$  e  $h_2$  são iguais a:  $h_1 = u$  e  $h_2 = 1 - u$ .

$$\begin{cases} \dot{i}_L &= \frac{E-v_C}{L} \cdot u - \frac{v_C}{L} \cdot (1-u) \\ \dot{v}_C &= \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}, \end{cases} \quad (4.2)$$

de onde obtém-se o seguinte:

$$\begin{cases} \dot{i}_L &= u \cdot \frac{E}{L} - \frac{v_C}{L} \\ \dot{v}_C &= \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}. \end{cases} \quad (4.3)$$

As equações acima permitem que se obtenha a forma bilinear a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_A \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_b \cdot u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_d \quad (4.4)$$

com  $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (equação 3.6).

## 4.2.2 Conversor Boost

Assim como o conversor Buck, o conversor Boost operando em MCC pode assumir duas configurações, como mostra a Figura 15. Assim, os casos (a) e (b) correspondem a chave  $S_w$  quando fechada e quando aberta respectivamente.

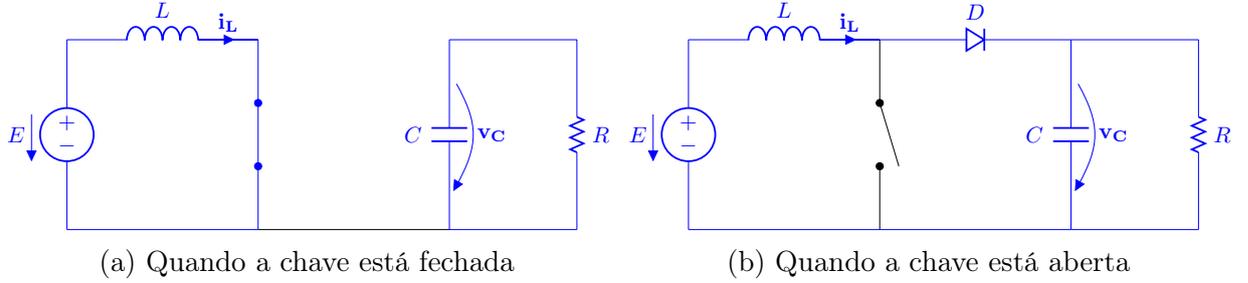


Figura 15 – As duas configurações possíveis para o circuito na Figura 6

As variáveis de estado serão a corrente do indutor ( $i_L$ ) e tensão do capacitor ( $v_C$ ). As equações de espaço de estados correspondentes as configurações são as seguintes:

$$\mathbf{u} = 1 : \begin{cases} \dot{i}_L &= \frac{E}{L} \\ \dot{v}_C &= \frac{-v_C}{RC}, \end{cases} \quad \mathbf{u} = 0 : \begin{cases} \dot{i}_L &= \frac{E}{L} - \frac{v_C}{L} \\ \dot{v}_C &= \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}. \end{cases} \quad (4.5)$$

As equações 4.5 podem ser condensadas numa forma mais simples como na equação 3.5, em que as funções de validação  $h_1$  e  $h_2$  são iguais a:  $h_1 = u$  e  $h_2 = 1 - u$ .

$$\begin{cases} \dot{i}_L &= \frac{E}{L} \cdot u + \frac{E-v_C}{L} \cdot (1-u) \\ \dot{v}_C &= -\frac{v_C}{RC} \cdot u + \left(\frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}\right) \cdot (1-u), \end{cases} \quad (4.6)$$

de onde obtém-se o seguinte:

$$\begin{cases} \dot{i}_L &= -(1-u) \cdot \frac{v_C}{L} + \frac{E}{L} \\ \dot{v}_C &= (1-u) \cdot \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}. \end{cases} \quad (4.7)$$

As equações acima permitem que se obtenha a forma bilinear a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_A \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}}_B \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} \cdot u + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_d \quad (4.8)$$

com  $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  (equação 3.6).

### 4.2.3 Conversor Buck-Boost

Assim como para os conversores anteriores, o conversor Buck-Boost operando em MCC pode assumir apenas duas configurações, como mostra a Figura 16. Assim, os casos (a) e (b) correspondem a chave  $S_w$  quando fechada e quando aberta respectivamente.

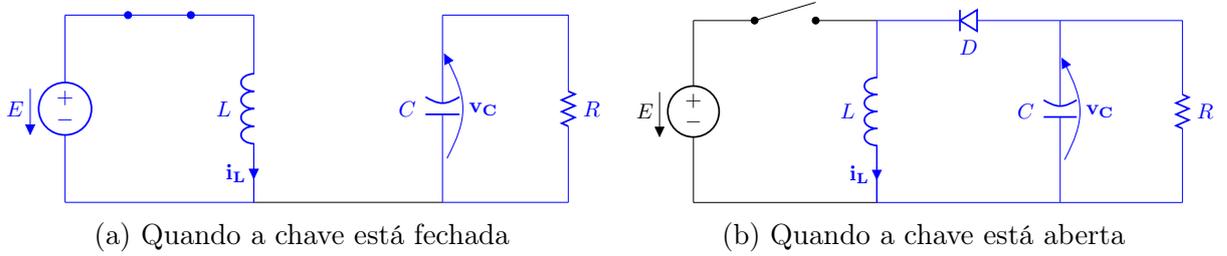


Figura 16 – As duas configurações possíveis para o circuito na Figura 8

As variáveis de estado serão novamente a corrente do indutor ( $i_L$ ) e tensão do capacitor ( $v_C$ ). As equações de espaço de estados correspondentes as configurações são as seguintes:

$$\mathbf{u} = 1 : \begin{cases} \dot{i}_L &= \frac{E}{L} \\ \dot{v}_C &= -\frac{v_C}{RC}, \end{cases} \quad \mathbf{u} = 0 : \begin{cases} \dot{i}_L &= \frac{v_C}{L} \\ \dot{v}_C &= -\frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}. \end{cases} \quad (4.9)$$

As equações 4.9 podem ser condensadas numa forma mais simples como na equação 3.5, em que as funções de validação  $h_1$  e  $h_2$  são iguais a:  $h_1 = u$  e  $h_2 = 1 - u$ .

$$\begin{cases} \dot{i}_L &= \frac{E}{L} \cdot u + \frac{v_C}{L} \cdot (1 - u) \\ \dot{v}_C &= -\frac{v_C}{RC} \cdot u + \left(-\frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}\right) \cdot (1 - u), \end{cases} \quad (4.10)$$

de onde obtém-se o seguinte:

$$\begin{cases} \dot{i}_L &= u \cdot \frac{E-v_C}{L} + \frac{v_C}{L} \\ \dot{v}_C &= u \cdot \frac{i_L}{C} - \frac{i_L}{C} - \frac{v_C}{RC}. \end{cases} \quad (4.11)$$

As equações acima permitem que se obtenha a forma bilinear a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_A \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \left( \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}}_B \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_b \right) \cdot u \quad (4.12)$$

com  $d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  (equação 3.6).

## 4.3 Modelos Médios

Aqui, realizar-se-á o equacionamento dos três conversores estudados para o modelo médio. Para tanto, utilizar-se-á o método analítico explicitado na seção 3.2.4.2.

O modelo médio exato pode ser obtido a partir das equações 4.4, 4.8 e 4.12. Substituindo as variáveis de estado  $i_L$  e  $v_C$  e os produtos destas com  $(1 - u)$  e/ou  $u$  por suas médias móveis.

### 4.3.1 Conversor Buck

A seguir estão as equações para o modelo médio clássico do conversor Buck.

$$\begin{cases} \langle \dot{i}_L \rangle_0 &= \alpha \cdot \frac{E}{L} - \frac{\langle v_C \rangle_0}{L} \\ \langle \dot{v}_C \rangle_0 &= \frac{\langle i_L \rangle_0}{C} - \frac{\langle v_C \rangle_0}{RC}. \end{cases} \quad (4.13)$$

### 4.3.2 Conversor Boost

A seguir estão as equações para o modelo médio clássico do conversor Boost.

$$\begin{cases} \langle \dot{i}_L \rangle_0 &= -(1 - \alpha) \cdot \frac{\langle v_C \rangle_0}{L} + \frac{E}{L} \\ \langle \dot{v}_C \rangle_0 &= (1 - \alpha) \cdot \frac{\langle i_L \rangle_0}{C} - \frac{\langle v_C \rangle_0}{RC}. \end{cases} \quad (4.14)$$

### 4.3.3 Conversor Buck-Boost

A seguir estão as equações para o modelo médio clássico do conversor Buck-Boost.

$$\begin{cases} \langle \dot{i}_L \rangle_0 &= \alpha \cdot \left( \frac{E}{L} - \frac{\langle v_C \rangle_0}{L} \right) + \frac{\langle v_C \rangle_0}{L} \\ \langle \dot{v}_C \rangle_0 &= \alpha \cdot \frac{\langle i_L \rangle_0}{C} - \frac{\langle i_L \rangle_0}{C} - \frac{\langle v_C \rangle_0}{RC}. \end{cases} \quad (4.15)$$

## 5 Simulações e Resultados

Para a realização deste trabalho utilizou-se do *software MATLAB*<sup>©</sup> – *Simulink*<sup>©</sup> na versão 2013a.

Para a simulação dos modelos chaveados utilizou-se o diagrama exposto na figura a seguir:

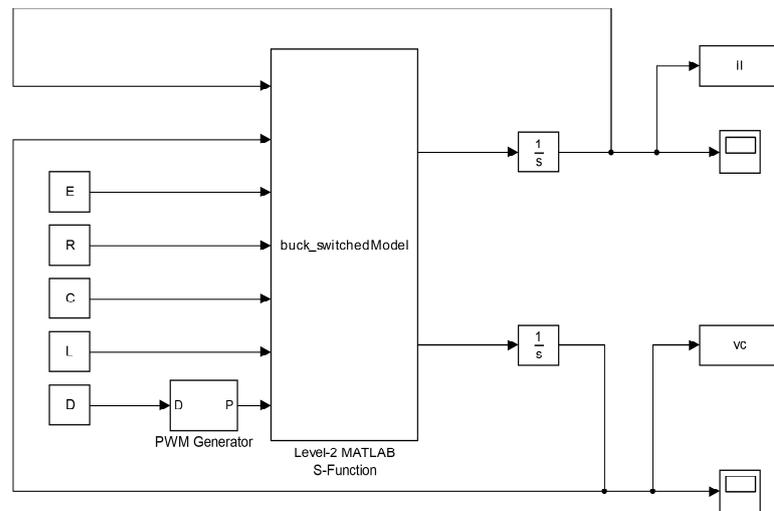


Figura 17 – Diagrama de simulação dos modelos chaveados no *MATLAB*<sup>©</sup> – *Simulink*<sup>©</sup>

Os blocos E, R, C, L e D são constantes. Os integradores são não saturados e para que se pudesse simular as equações de chaveamento, utilizou-se o bloco S-Function do *Simulink*. Este executa uma função escrita no Matlab, cujo código encontra-se no Anexo A<sup>1</sup>. Na figura abaixo estão as configurações utilizadas para realizar as simulações dos modelos chaveados.

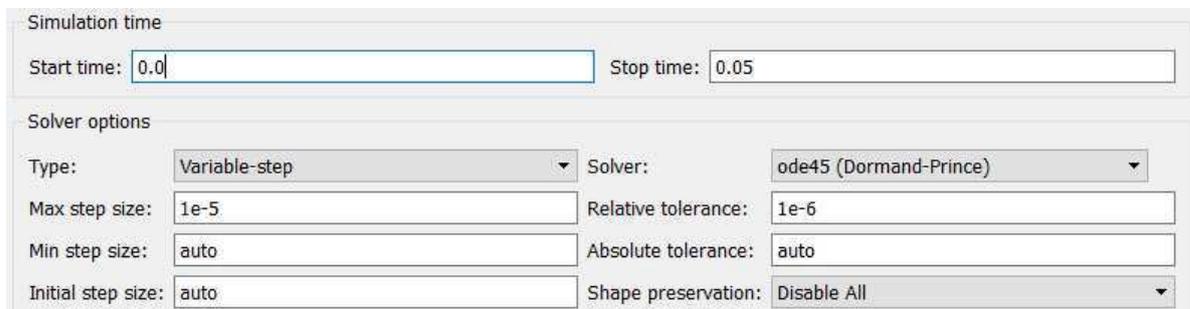


Figura 18 – Configurações de simulação utilizadas no *MATLAB*<sup>©</sup> – *Simulink*<sup>©</sup>

As imagens a seguir são os resultados das simulações dos três conversores estudados para os seus respectivos modelos chaveados.

<sup>1</sup> Vale salientar que as equações diferenciais devem ser mudadas para cada conversor

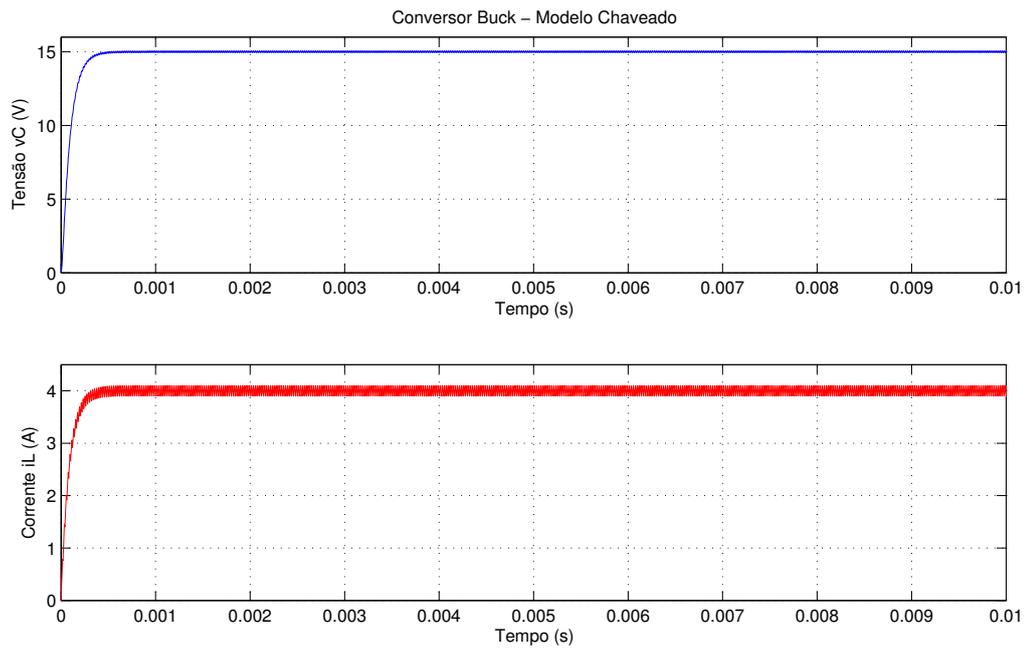


Figura 19 – Variáveis de estado ( $v_C$  e  $i_L$ ) do conversor Buck para o modelo chaveado

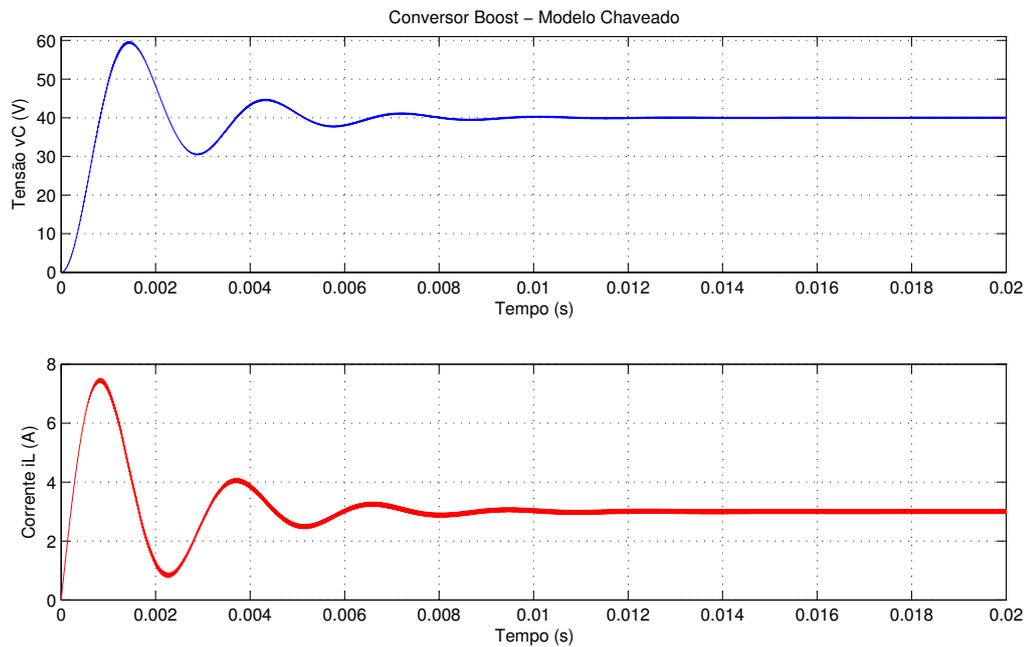


Figura 20 – Variáveis de estado ( $v_C$  e  $i_L$ ) do conversor Bost para o modelo chaveado

A título de ilustração, na Figura 22 encontram-se as curvas das variáveis de estado do conversor Buck ampliadas para que se possa observar a natureza do chaveamento do modelo.

Para a simulação dos modelos médios utilizou-se o diagrama exposto na Figura 23.

O bloco E é uma constante e o bloco *Space-State* recebe as matrizes de espaços de

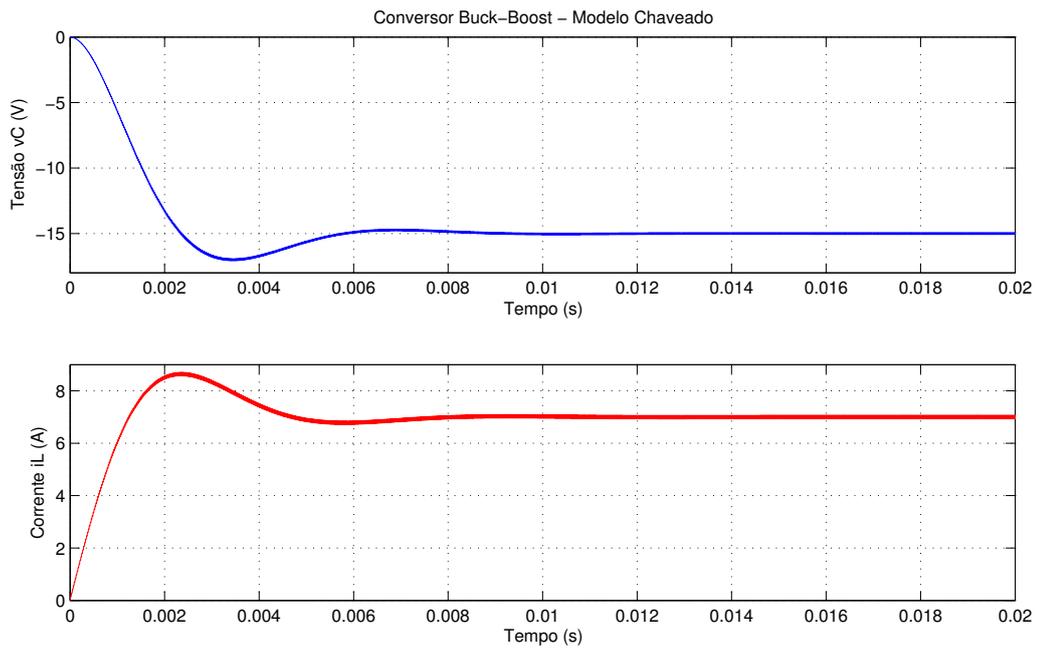
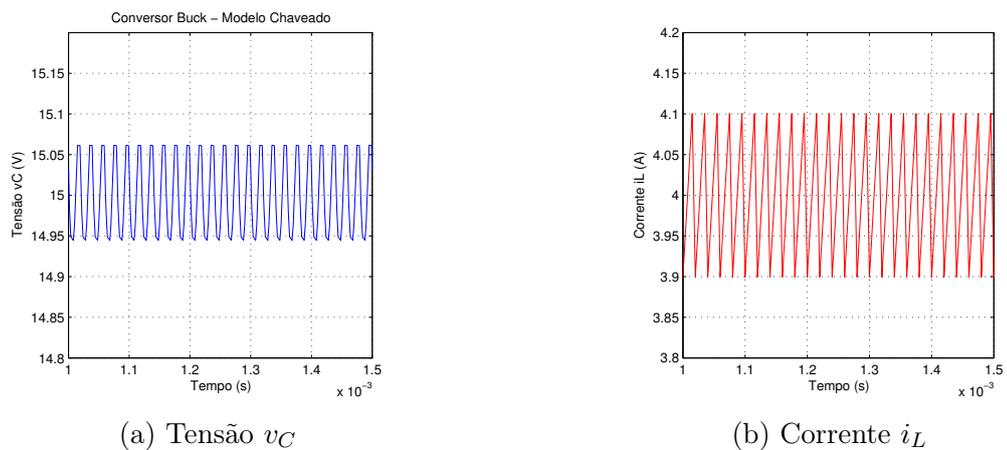


Figura 21 – Variáveis de estado ( $v_C$  e  $i_L$ ) do conversor Buck-Bost para o modelo chaveado



(a) Tensão  $v_C$

(b) Corrente  $i_L$

Figura 22 – Recorte ampliado da Figura 19

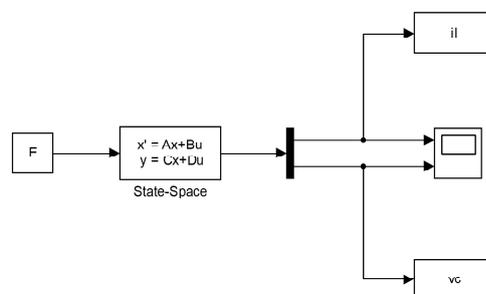


Figura 23 – Diagrama de simulação dos modelos médios no *MATLAB*® – *Simulink*®

estado como parâmetro. As configurações utilizadas para realizar as simulações foram as mesmas dos modelos chaveados. As imagens a seguir são os resultados das simulações dos

três conversores estudados para os seus respectivos modelos médios.

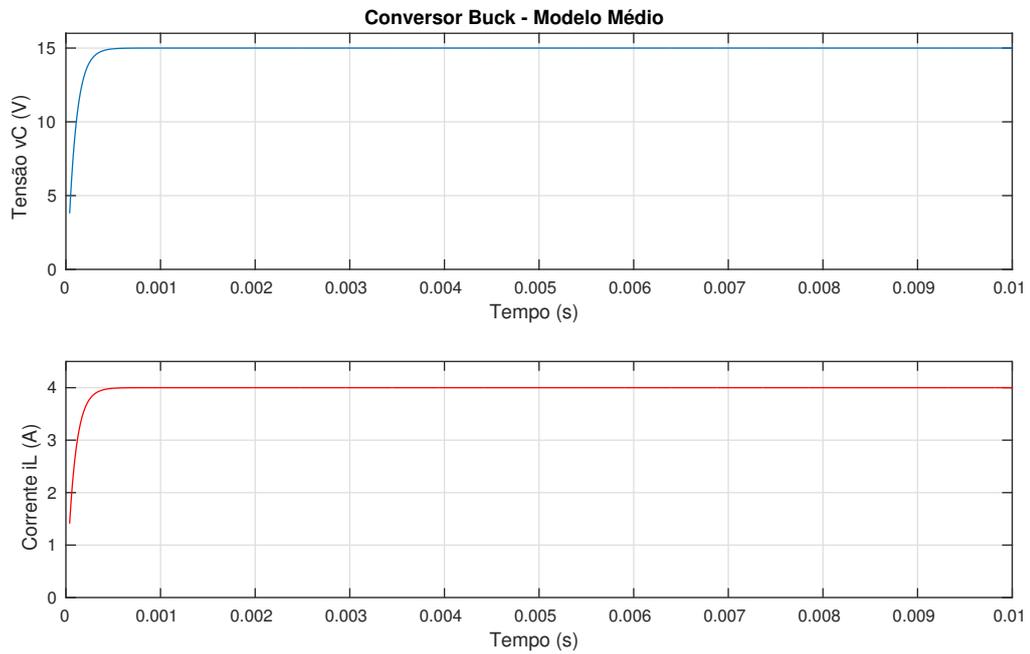


Figura 24 – Variáveis de estado ( $v_C$  e  $i_L$ ) do conversor Buck para o modelo médio

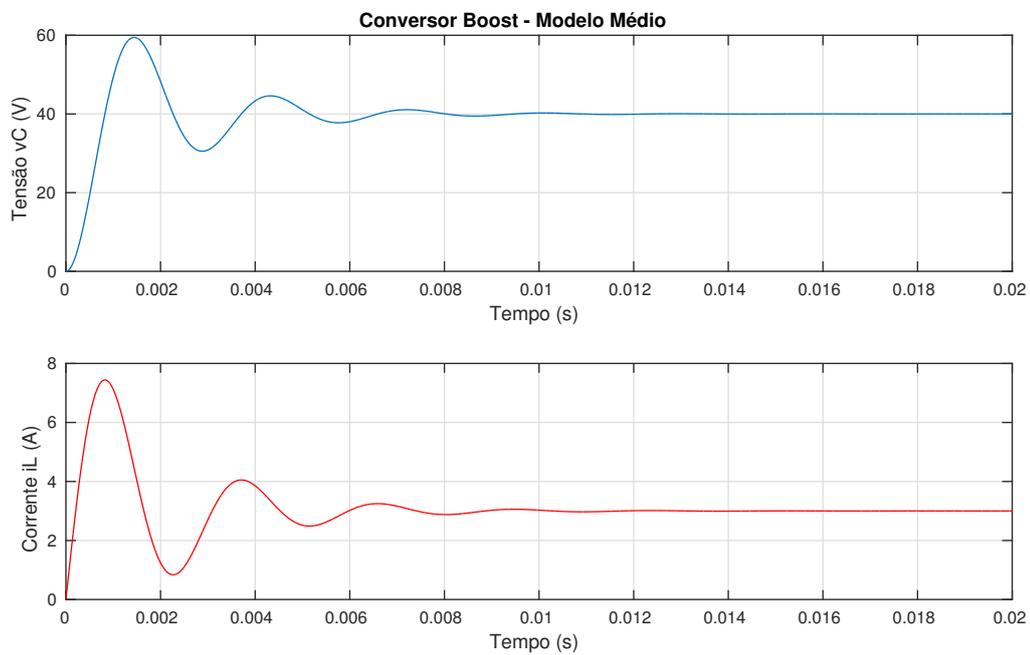


Figura 25 – Variáveis de estado ( $v_C$  e  $i_L$ ) do conversor Bost para o modelo médio

Na Figura 27 temos as curvas das variáveis de estado do conversor Buck ampliadas para os dois modelos.

Por fim, calculou-se o erro dos modelos utilizando as curvas das variáveis de estado. Na Figura 28 tem-se o diagrama utilizado para se calcular o erro.

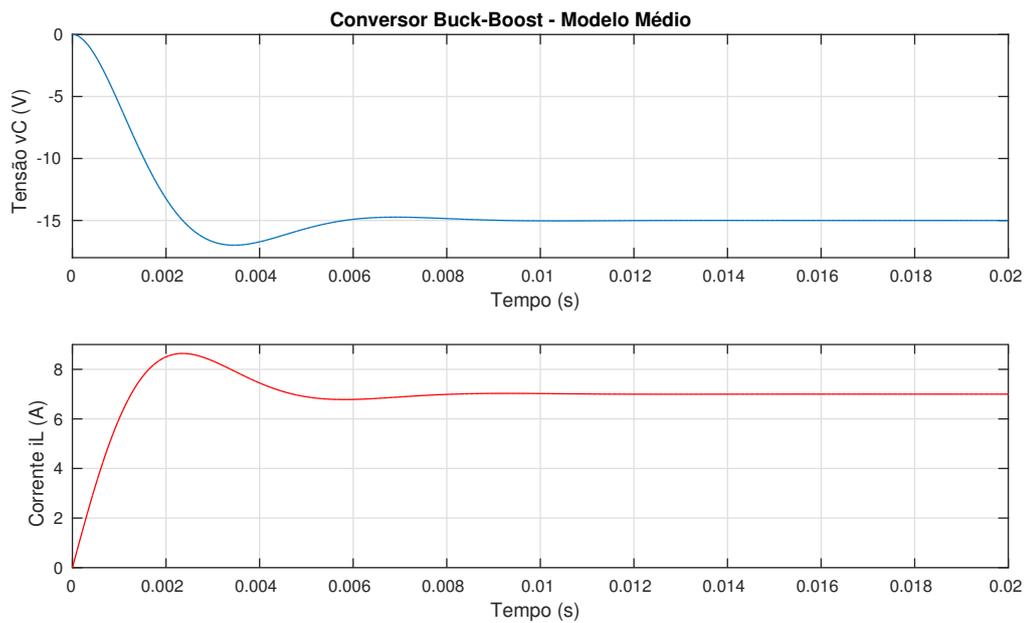


Figura 26 – Variáveis de estado ( $v_C$  e  $i_L$ ) do conversor Buck-Bost para o modelo médio

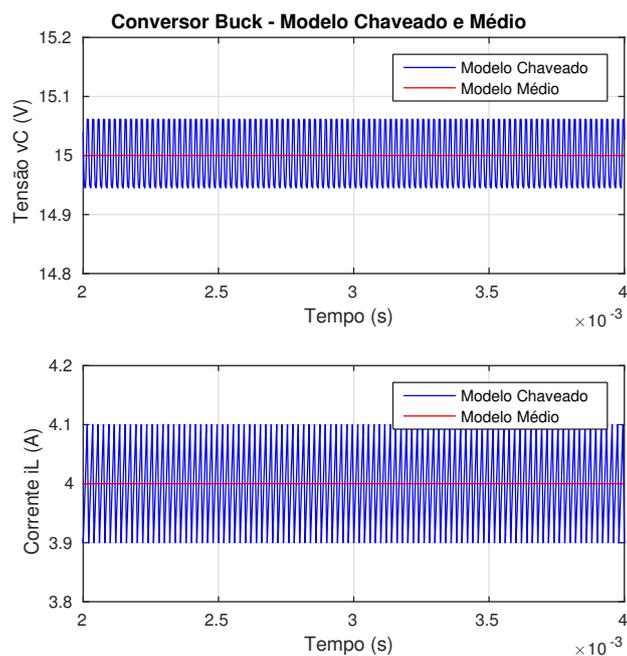


Figura 27 – Curvas das variáveis de estado do conversor Buck ampliadas para ambos os modelos

Os blocos Modelos Chaveado e Modelo Médio já tiveram suas configurações apresentadas acima. A configuração dos blocos Média1 e Média2 está disposta na Figura 29.

As Figuras 30, 31 e 32 dispõem os erros calculados a partir das curvas para os três conversores estudados.

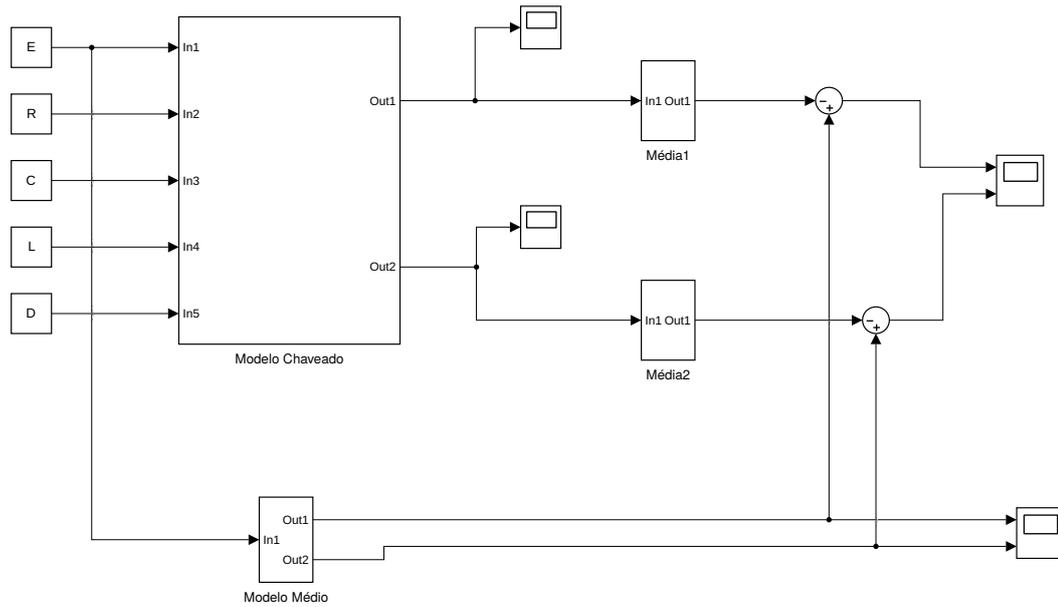


Figura 28 – Diagrama de simulação do cálculo do erro dos modelos no *MATLAB*<sup>®</sup> – *Simulink*<sup>®</sup>

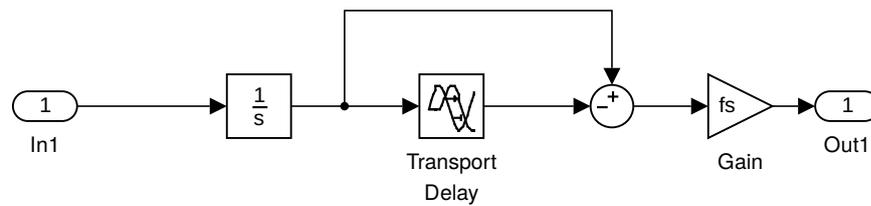


Figura 29 – Diagrama dos blocos Média1 e Média2 no *MATLAB*<sup>®</sup> – *Simulink*<sup>®</sup>

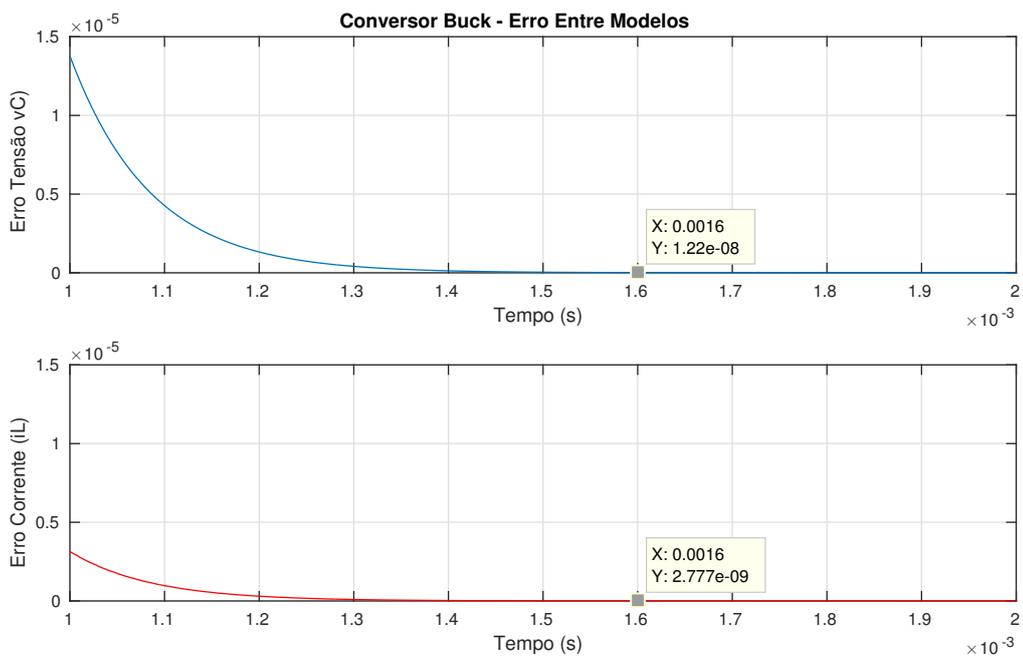


Figura 30 – Erro entre os modelos para o conversor Buck

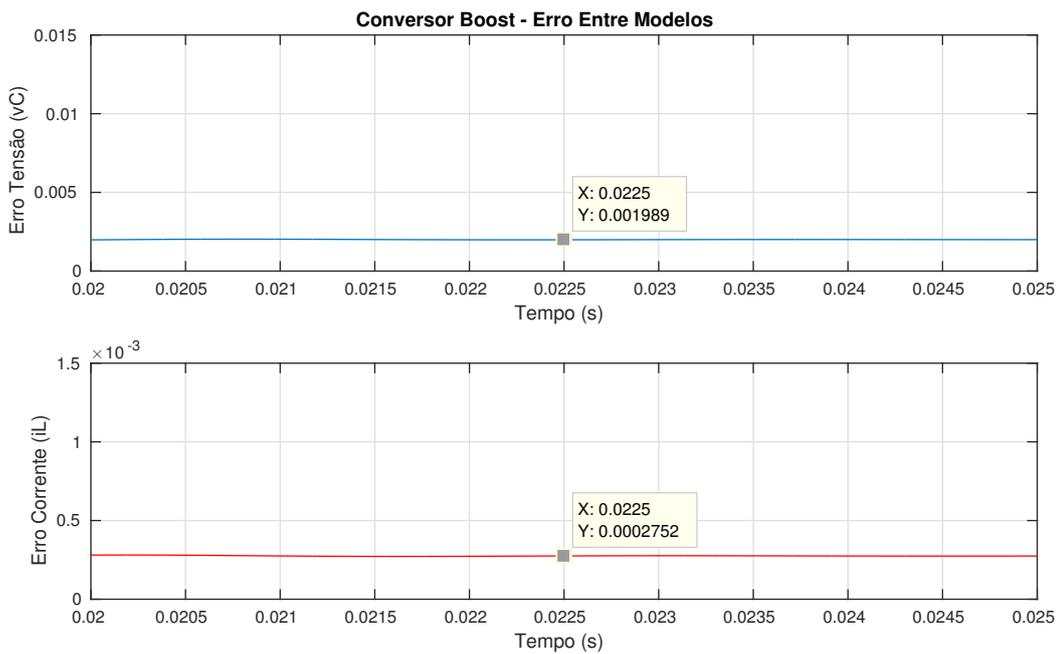


Figura 31 – Erro entre os modelos para o conversor Boost

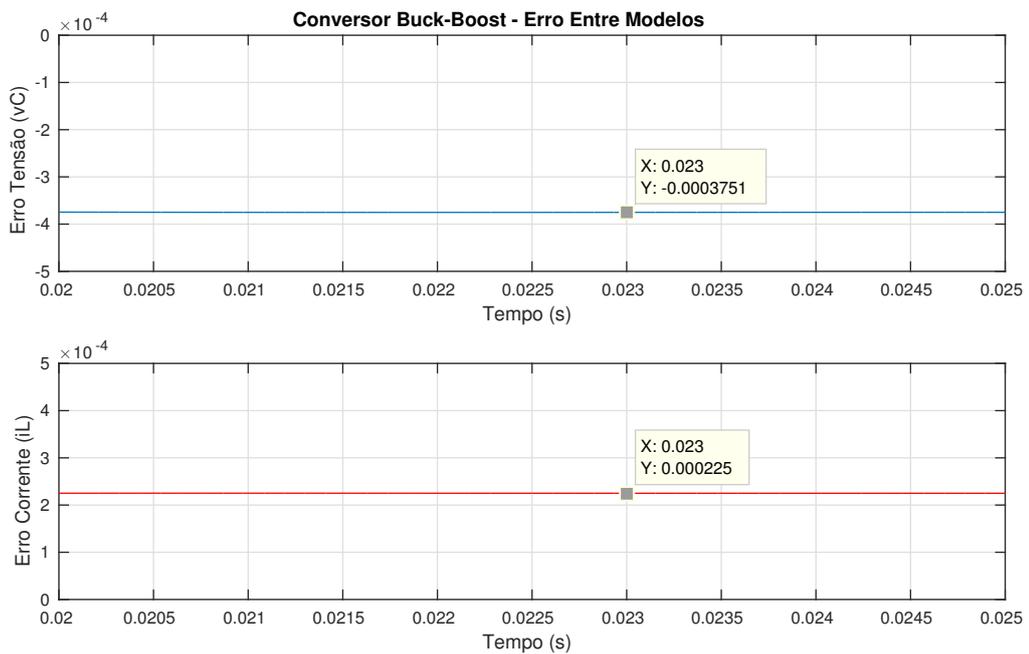


Figura 32 – Erro entre os modelos para o conversor Buck-Boost

Concluiu-se que o erro em regime permanente é muito pequeno para todos os conversores para a frequência escolhida (50kHz).

## 6 Considerações finais

Com a conclusão deste trabalho, pode-se fomentar conceitos vistos durante o curso de graduação, além de explorar novas maneiras de estudar estes assuntos. Nas últimas décadas os conversores CC-CC se fizeram presentes nas mais várias aplicações, justificando, assim, o contínuo estudo de seus comportamentos e de formas de representá-los para atender aos diversos estudos na área.

Apesar dos conversores possuírem implementação já consolidada, o estudo de modelos não convencionais como o chaveado com solução por espaços de estados é importante para análise dos processos na eletrônica de potência. Neste trabalho foram estudados duas importantes técnicas de modelagem e apresentou-se algoritmos de implementação, deixando fácil suas replicações para outros tipos de conversores CC-CC. Além do estudo em si, pensou-se na simulação dessas técnicas no *Simulink*<sup>®</sup>, o que não é muito comum.

Em relação a suas implementações, o modelo chaveado se apresentou como uma boa solução ao modelos exatos de circuitos, possuindo, de fato, o comportamento chaveado desejado. Já o modelo médio clássico em conjunto com o chaveado se apresentaram como meios facilitadores para o desenvolvimento de modelos de pequenos sinais, altamente importantes para implementação de técnicas de controle.

Por fim, vale ressaltar que os modelos apresentaram erro irrisório e bem próximo daquilo previsto na literatura, provando sua eficácia e confiabilidade.

# Referências

- ASTROM, K.; WITTENMARK, B. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. [S.l.]: PRENTICE HALL, 1996. ISBN 0133148998. Citado na página 33.
- BACHA, S.; BRATCU, A. I.; MUNTEANU, I. *Power Electronic Converters Modeling and Control*. [S.l.]: Springer, 2015. ISBN 978-1-4471-5477-8. Citado 10 vezes nas páginas 14, 23, 24, 25, 26, 27, 30, 31, 32 e 33.
- DIJK, E. V. et al. Pwm-switch modeling of dc-dc converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 10, n. 6, p. 659–665, Nov 1995. ISSN 0885-8993. Citado na página 26.
- KREIN, P. T. et al. On the use of averaging for the analysis of power electronic systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 5, n. 2, p. 182–190, Apr 1990. ISSN 0885-8993. Citado na página 30.
- MAKSIMOVIC, D. et al. Modeling and simulation of power electronic converters. *Proceedings of the IEEE*, v. 89, n. 6, p. 898–912, Jun 2001. ISSN 0018-9219. Citado 3 vezes nas páginas 14, 24 e 27.
- MOHAN, N.; UNDELAND, T. M.; ROBBINS, W. P. *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. 3. ed. [S.l.]: Wiley, 2002. ISBN 0471226939. Citado 4 vezes nas páginas 16, 17, 19 e 22.
- RASHID, M. H. *Power Electronics Handbook*. 1. ed. [S.l.]: Academic Press, 2001. (Academic Press Series in Engineering). ISBN 0125816502,9780125816502. Citado na página 21.
- SANDERS, S. R. On limit cycles and the describing function method in periodically switched circuits. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, v. 40, n. 9, p. 564–572, Sep 1993. ISSN 1057-7122. Citado na página 26.
- TAN, R. H. G.; HOO, L. Y. H. Dc-dc converter modeling and simulation using state space approach. In: *2015 IEEE Conference on Energy Conversion (CENCON)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 42–47. Citado na página 14.
- TAN, R. H. G.; TEOW, M. Y. W. A comprehensive modeling, simulation and computational implementation of buck converter using matlab/simulink. In: *2014 IEEE Conference on Energy Conversion (CENCON)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 37–42. Citado na página 14.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Modelo de Pequenos Sinais

As vezes, para que se possa realizar uma análise modal ou estabelecer leis de controle lineares, é necessário desenvolver modelos lineares em intervalos do ponto de operação. Então, usa-se a expansão de primeira ordem da Série de Taylor para alcançar um modelo linearizado chamado de *pequenos sinais*.

Considere o caso geral de um sistema contínuo não linear:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\mathbf{x} = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y} = h(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Zerando as derivadas obtém-se a equação característica do espaço de estado e o local dos pontos de equilíbrio. Este podem ser apresentados pela curva não linear no plano de entrada-saída por:

$$\mathbf{y}_e = g(\mathbf{u}_e). \quad (\text{A.2})$$

Agora, considere as seguintes pequenas variações nos estados e nas entradas  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_e$ ,  $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_e$  e  $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_e$ , dadas em torno do ponto de equilíbrio  $\mathbf{y}_e$ . Então, o sistema linearizado em torno deste ponto pode ser escrito da maneira a seguir:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{D} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

sendo

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \left( \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right)_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e} & \mathbf{B} = \left( \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right)_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e} \\ \mathbf{C} = \left( \frac{\partial h(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right)_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e} & \mathbf{D} = \left( \frac{\partial h(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right)_{\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

# Anexos

# ANEXO A – Código da S-Function

```

1 function buck_switchedModel(block)
2
3 setup(block);
4
5 function setup(block)
6
7 block.NumInputPorts = 7;
8 block.NumOutputPorts = 2;
9
10 block.SetPreCompInpPortInfoToDynamic;
11 block.SetPreCompOutPortInfoToDynamic;
12
13 block.NumDialogPrms = 0;
14
15
16 block.SampleTimes = [0 0];
17
18
19 block.SimStateCompliance = 'DefaultSimState';
20
21 block.RegBlockMethod('Outputs', @Outputs); % Required
22 block.RegBlockMethod('SetInputPortSamplingMode', @SetInpPortFrameData);
23 block.RegBlockMethod('Terminate', @Terminate); % Required
24
25
26 function Outputs(block)
27
28 x1 = block.InputPort(1).Data;
29 x2 = block.InputPort(2).Data;
30
31 Vi = block.InputPort(3).Data;
32 R = block.InputPort(4).Data;
33 C = block.InputPort(5).Data;
34 L = block.InputPort(6).Data;
35
36 u = block.InputPort(7).Data;
37
38
39
40 block.OutputPort(1).Data = -(x2)/L + (Vi/L)*(u);
41 block.OutputPort(2).Data = (x1 - x2/R)*(1/C);

```

```
42
43 function SetInpPortFrameData(block, idx, fd)
44
45 block.InputPort(idx).SamplingMode = fd;
46 for i= 1:block.NumOutputPorts
47     block.OutputPort(i).SamplingMode = fd;
48 end
49
50
51 function Terminate(block)
```