



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ARMANDO WILMANS NUNES DA FONSECA JÚNIOR

**MODELAGEM E ANÁLISE DE PROTÓTIPO DE PONTE ESTAIADA SOB CARGAS
DINÂMICAS INCORPORANDO MOLAS DE NITINOL SUPERELÁSTICAS PARA
SUPRESSÃO DE VIBRAÇÕES**

Campina Grande - PB

2018

ARMANDO WILMANS NUNES DA FONSECA JÚNIOR

MODELAGEM E ANÁLISE DE PROTÓTIPO DE PONTE ESTAIADA SOB CARGAS
DINÂMICAS INCORPORANDO MOLAS DE NITINOL SUPERELÁSTICAS PARA
SUPRESSÃO DE VIBRAÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Linha de pesquisa: Análise e Projeto de Sistemas Termomecânicos

Orientador: Prof. Dr. Antonio Almeida Silva

Campina Grande - PB

2018

F676m

Fonseca Júnior, Armando Wilmans Nunes da.

Modelagem e análise de protótipo de ponte estaiada sob cargas dinâmicas incorporando molas de nitinol superelásticas para supressão de vibrações / Armando Wilmans Nunes da Fonseca Júnior. - Campina Grande-PB, 2018.

182 f : il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2018.

"Orientação: Prof. Dr. Antonio Almeida Silva".

Referências.

1. Ponte Estaiada. 2. Controle de Vibrações. 3. Ligas com Memória de Forma. 4. Estruturas Inteligentes. I. Silva, Antonio Almeida. II. Título.

CDU 669.018.2(043)

MODELAGEM E ANÁLISE DE PROTÓTIPO DE PONTE ESTAIADA SOB CARGAS DINÂMICAS
INCORPORANDO MOLAS DE NITINOL SUPERELÁSTICAS PARA SUPRESSÃO DE VIBRAÇÕES

ARMANDO WILMANS NUNES DA FONSECA JUNIOR

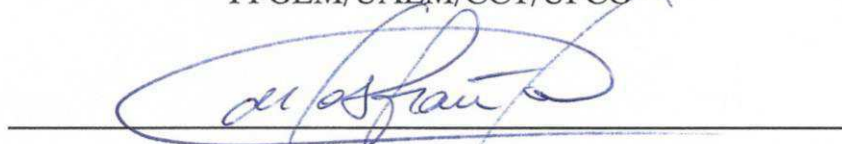
Dissertação Aprovada em 31/08/2018 pela Banca Examinadora constituída dos seguintes
membros:



Dr. Antonio Almeida Silva

Orientador

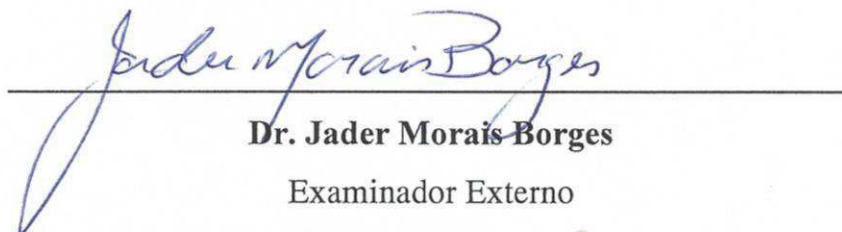
PPGEM/UAEM/CCT/UFCG



Dr. Carlos José de Araújo

Examinador Interno

PPGEM/UAM/CCT/UFCG



Dr. Jader Morais Borges

Examinador Externo

UAEM/UFCG

*A meus pais, razões do meu ser,
incentivadores de sonhos e meu porto
seguro.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela saúde física e mental que foram necessárias para a conclusão deste trabalho. Pelas bênçãos e oportunidades de conhecer pessoas extraordinárias durante esta jornada.

A minha família, especialmente aos meus pais, Armando Wilmans Nunes da Fonseca e Vera Maria Meira, pelos ensinamentos, transmissões de valores, pelo incentivo e, acima de tudo, por estarem sempre presentes em todas as etapas de minha vida.

Ao Prof. Dr. Antonio Almeida Silva, por acreditar na minha capacidade e prover a oportunidade de realizar este trabalho. Pelo compartilhamento de conhecimento, orientação, paciência e disponibilidade em todos os momentos.

Ao Prof. Rômulo Pierre Batista dos Reis, pelas discussões e por agir muitas vezes além de todas expectativas, resultando em uma enorme contribuição em nível técnico e de conhecimento dada ao trabalho.

Aos amigos Marcelo Ronnie, Aline Michelly, Brenner Dorneles, Filipe Damasceno, Felipe Silva, Paulo César e tantos outros, que torna-se até difícil não nomeá-los aqui, pois tive imensa felicidade em conhecê-los e são amigos que espero levar para toda a vida, pelas discussões, conversas, risadas e companheirismo que tornaram estes dois anos extremamente agradáveis e ajudaram a lidar com todos desafios que surgiram durante este período.

A Universidade Federal de Campina Grande e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, pela oportunidade de realizar este mestrado.

Ao Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI) e ao Laboratório Multidisciplinar de Materiais e Estruturas Ativas (LaMMEA), pela disponibilidade de equipamentos e suporte ao trabalho.

A CAPES pelo auxílio financeiro para a realização desta pesquisa.

“É uma lei universal - a intolerância é o primeiro sinal de uma educação inadequada. Uma pessoa mal educada porta-se com uma impaciência arrogante, enquanto a educação verdadeiramente profunda gera humildade ”.

Aleksandr Solzhenitsyn

FONSECA JÚNIOR, Armando Wilmans Nunes da. **MODELAGEM E ANÁLISE DE PROTÓTIPO DE PONTE ESTAIADA SOB CARGAS DINÂMICAS INCORPORANDO MOLAS DE NITINOL SUPERELÁSTICAS PARA SUPRESSÃO DE VIBRAÇÕES.** 2018, 182 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, Paraíba, 2018.

RESUMO

No decorrer dos anos, com a construção de pontes cada vez mais longas e leves, o comportamento dinâmico passa a ser um fator limitante no projeto dessas estruturas. Portanto, é de grande interesse que sistemas de controle de vibrações estruturais sejam desenvolvidos. Entre os vários materiais utilizados atualmente para supressão de vibrações, estão as ligas com memória de forma (LMF). Estas vêm ganhando popularidade graças a sua capacidade de sofrer grandes deformações reversíveis, aliadas às suas propriedades de dissipação de energia. Neste contexto, este trabalho tem como objetivo realizar o controle passivo de vibrações num protótipo de ponte estaiada, em escala reduzida, utilizando molas superelásticas de uma LMF Ni-Ti (Nitinol). Foram realizadas análises dinâmicas na estrutura utilizando ferramentas analíticas, numéricas e experimentais. Nos resultados experimentais, obteve-se uma redução de até 75% de transmissibilidade de força em vibração livre, em comparação com a estrutura com molas equivalentes, de aço. Em vibração forçada, o valor de redução de transmissibilidade de força chegou a um máximo de 85,5%. Os resultados numéricos mostraram boa coerência na determinação dos parâmetros modais da estrutura e na resposta em vibração livre, com maior erro associado aos resultados em vibração forçada, mais especificamente no segundo modo de vibrar do sistema. Concluiu-se que as molas de LMF têm capacidade de dissipação de energia vibracional para a aplicação em estruturas de pontes e os modelos numéricos permitem uma boa previsão da resposta da estrutura.

Palavras-chave: *Ponte estaiada, controle de vibrações, ligas com memória de forma, estruturas inteligentes.*

FONSECA JÚNIOR, Armando Wilmans Nunes da. **MODELING AND ANALYSIS OF A CABLE-STAYED BRIDGE PROTOTYPE UNDER DYNAMIC LOADS INCORPORATING SUPERELASTIC NITINOL SPRINGS FOR VIBRATION SUPPRESSION.** 2018, 182 p. Dissertation. (Master's degree in Mechanical Engineering). Federal University of Campina Grande, Campina Grande, Paraíba, 2018.

ABSTRACT

Over the years, with the construction of increasingly longer and lighter bridges, dynamic behavior becomes a limiting factor in the design of these structures. Therefore, it is important that structural vibration control systems are developed. Among the various materials currently used for vibration suppression are the shape memory alloys (SMA). These have been gaining popularity as a result of their ability to undergo large reversible deformations, coupled with their energy dissipating properties. In this context, the objective of this dissertation is to perform the passive vibration control of a cable-stayed bridge prototype, in small scale, using SMA Ni-Ti (Nitinol) superelastic springs. Dynamic analyses were performed using analytical, numerical and experimental tools. In the experimental results, a reduction of 75% of force transmissibility in free vibration was obtained, compared to the structure with equivalent steel springs. In forced vibration, the value of reduction of force transmissibility reached a maximum of 85.5%. The numerical results showed good coherence in the determination of the modal parameters of the structure and the response of the latter in free vibration, with the largest error associated to the second mode of vibration of the structure, in forced vibration. It was concluded that the SMA springs have the capacity to dissipate vibrational energy, for the application in bridges structures, and the numerical models allow a good prediction of the structure response.

Keywords: *Cable-stayed bridge, vibration control, shape memory alloys, smart structures.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Parte de uma ponte de vigas ilustrando seus termos técnicos.	33
Figura 2 – Vão principal da ponte Rio-Niterói, medindo 300m, sendo esta uma das maiores pontes de vigas do mundo.....	35
Figura 3 – (a) Viga sob carregamento (Momento fletor positivo). (b) Viga em corte, ilustrando os esforços de compressão e tração atuantes em sua área transversal.	36
Figura 4 – Componentes de uma ponte suspensa.....	37
Figura 5 – Esforços numa ponte suspensa.	38
Figura 6 – Ponte suspensa Akashi Kaikyo, com vão principal de 1991m.	38
Figura 7 – Diferentes configurações longitudinais de cabos	39
Figura 8 – Esforços numa ponte estaiada.	40
Figura 9 – Ponte da ilha Ruskky, com vão principal de 1104m.....	41
Figura 10 – a) Resposta de uma estrutura a um impacto. b) Curva de resposta em função do tempo.....	42
Figura 11 – Resposta de uma máquina sujeita a vibrações excessivas. a) No domínio do tempo. b) No domínio da frequência.	43
Figura 12 – Equipamentos utilizados em testes dinâmicos.....	44
Figura 13 – Resposta da estrutura. a) Em função do tempo. b) Em função da frequência.....	46
Figura 14 – a) Componentes utilizados no experimento. b) Martelo de impacto sobre plataforma móvel.....	47

Figura 15 – Método de liberação de carregamento usado para determinar as frequências laterais da estrutura.	48
Figura 16 – Diferentes tipos de <i>shakers</i> a) Eletrodinâmico sobre células de carga. b) Massa excêntrica. c) Servo-hidráulico.....	50
Figura 17 – Carregamento em função do tempo idealizado de uma pessoa com 800 N de peso para diferentes ritmos de passo.	52
Figura 18 – Aceleração vertical da ponte. (a) Em função do tempo. (b) Em função da frequência.....	54
Figura 19 – Colapso da ponte de Tacoma Narrows.	58
Figura 20 – Oscilações do vão central da ponte Rio-Niterói. (a) Vão central da estrutura com amplitude de oscilação de 60 cm para cima. (b) 2 segundos depois, vão central com amplitude de oscilação de 60 cm para baixo.	59
Figura 21 – Esquema de controle por dissipação passiva de energia (DPE).....	60
Figura 22 – Esquema de controle ativo de vibrações.....	61
Figura 23 – Esquema de controle híbrido de vibrações.	62
Figura 24 – Esquema de controle semiativo de vibrações.	63
Figura 25 – (a) Dispositivo amortecedor. (b) Após deformações.	64
Figura 26 – (a) Estai de uma ponte com elemento de amortecimento por atrito. (b) Princípio de funcionamento.	65
Figura 27 – (a) Amortecedor viscoelástico. (b) Uso de Amortecedores Viscoelásticos (AVE) em uma ponte.	66
Figura 28 – Componentes de um amortecedor viscoso.	67
Figura 29 – Efeito de um ADV na resposta da estrutura em função da razão de frequências.....	68

Figura 30 – (a) Esquema de um ADV utilizado na ponte Rio-Niterói. (b) Múltiplos ADVs instalados no interior de uma das vigas da ponte Rio-Niterói.....	69
Figura 31 – (a) Esquema do absorvedor dinâmico híbrido utilizado na torre de Shinjuku Park, Tóquio, Japão. (b) Princípio de funcionamento de um ADV híbrido.	70
Figura 32 – ADVA utilizado para reduzir as oscilações causadas por vento no edifício Kyobashi Seiwa em Tóquio, Japão.	71
Figura 33 – (a) Esquema de funcionamento de amortecedor semiativo. (b) Amortecedor semiativo.	72
Figura 34 – Relação entre densidade específica de energia de atuação e frequência de atuação para diferentes materiais ativos.	74
Figura 35 – Transformações martensíticas presentes em LMF.	76
Figura 36 – Transformações de fase induzidas por temperatura em LMF sem carregamento mecânico.	77
Figura 37 – Diagrama tensão-deformação do comportamento superelástico	78
Figura 38 – Diagrama tensão-deformação-temperatura exibindo o efeito de memória típico de uma LMF de Níquel-Titânio (NiTi) sob carregamento uniaxial.	79
Figura 39 – Carregamento cíclico típico de uma LMF superelástica.	81
Figura 40 – Uso de fios de LMF em uma chapa de fibra de carbono.	83
Figura 41 – Uso de tirantes de LMF em estrutura do tipo pórtico.	84
Figura 42 – Uso de LMF para isolamento de excitações de base.	85
Figura 43 – Uso de elementos de restrição para evitar colapso estrutural.	86
Figura 44 – Vista dos 4 cabos da ponte estaiada, onde: (A) cabo. (B) Dispositivo amortecedor de LMF. (C) Acelerômetro utilizado para realização de medições.	87
Figura 45 – Processo metodológico utilizado nesta pesquisa.	88

Figura 46 – (Continuação) Processo metodológico utilizado nesta pesquisa.	89
Figura 47 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 1).	90
Figura 48 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 2).	92
Figura 49 – Análise modal numérica do modelo bidimensional.	96
Figura 50 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 3).	98
Figura 51 – Modos de vibrar da estrutura em flexão.	99
Figura 52 – Representação da estrutura com estais. (a) Vista lateral. (b) Vista superior.	100
Figura 53 – Dimensões da mola M7 superelástica de NiTi utilizada no trabalho.	102
Figura 54 – Comportamento superelástico da mola M7 em função da temperatura de ensaio.....	103
Figura 55 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 4).	104
Figura 56 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 5).	106
Figura 57 – Analisador mecânico dinâmico.....	107
Figura 58 – Modelo 2-D com elementos Combin14.	108
Figura 59 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 6).	110
Figura 60 – Montagem do modelo experimental.	111
Figura 61 – Elementos dissipadores fixados na estrutura no ponto 1,125 m.	112
Figura 62 – Pré-tensionamento realizado na mola.....	113
Figura 63 – Montagem para realização de testes em vibração livre.	114
Figura 64 – Força do martelo de impacto sobre a estrutura.....	115
Figura 65 – Resposta da estrutura ao impacto do martelo.....	116
Figura 66 – <i>FRF</i> da estrutura sem molas em escala linear.....	117
Figura 67 – <i>FRF</i> da estrutura com molas de aço e de LMF em escala linear.	119

Figura 68 – Resposta da estrutura imposta ao deslocamento vertical de 7 mm.	121
Figura 69 – Montagem utilizada nos testes experimentais.....	123
Figura 70 – Esquema experimental utilizado para captar o sinal de entrada de força.	124
Figura 71 – Caracterização da mola de excitação.	124
Figura 72 – Comportamento do sinal da força atuando na estrutura em função do tempo.	125
Figura 73 – Diagrama de Bode das diferentes configurações da estrutura em vibração forçada.	126
Figura 74 – <i>FRF</i> em escala linear da estrutura com diferentes configurações.....	127
Figura 75 – Comportamento dos sinais do tempo da estrutura associados aos modos de vibrar da mesma.....	130
Figura 76 – Ensaio de força - deslocamento para as elongações de projeto.	133
Figura 77 – Comportamento dos sinais do tempo da estrutura com as molas de LMF associados aos modos de vibrar da mesma.	136
Figura 78 – Ensaio de força - deslocamento para as elongações de trabalho.	138
Figura 79 – Análise modal numérica do modelo bidimensional com estais.	142
Figura 80 – Resposta numérica dos modelos 2-D, 3-D e resposta experimental do protótipo sem elementos dissipadores em vibração livre.	147
Figura 81 – Resposta numérica dos modelos 2-D, 3-D e resposta experimental do protótipo com elementos dissipadores instalados em vibração livre.	149
Figura 82 – Ponto de aplicação da força harmônica nas modelagens numéricas.....	151
Figura 83 – <i>FFT</i> do sinal da força excitadora experimental.	154
Figura 84 – Comportamento dos sinais da força excitadora em função do tempo.....	155

Figura 85 – Resposta numérica dos modelos numéricos 2-D e 3-D sem elementos dissipadores em vibração forçada.....	156
Figura 86 – Resposta numérica dos modelos numéricos 2-D e 3-D com elementos dissipadores instalados em vibração forçada (parâmetros de projeto).	160
Figura 87 – Resposta numérica dos modelos numéricos 2-D e 3-D com elementos dissipadores instalados em vibração forçada (parâmetros de trabalho).	163

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Causas de grandes falhas estruturais em pontes reportadas entre 1970 e 2009.	27
Tabela 2 – Relações entre ritmo de passos, velocidade de avanço e comprimento de passos.	52
Tabela 3 – Parâmetros geométricos utilizados na estrutura.	93
Tabela 4 – Parâmetros do material utilizado na estrutura.	94
Tabela 5 – Frequências naturais e modos de vibrar analíticos da estrutura.	94
Tabela 6 – Modelos utilizados.	95
Tabela 7 – Frequências naturais analíticas e numéricas.	97
Tabela 8 – Frequências naturais analíticas, numéricas e experimentais da estrutura sem molas.	118
Tabela 9 – Valores de frequências naturais, amplitudes do sistema e redução de amplitudes para diferentes configurações em vibração livre.	120
Tabela 10 – Valores de período de atenuação e amortecimento para o sistema em vibração livre por deslocamento vertical imposto.	122
Tabela 11 – Valores de frequências naturais, amplitudes do sistema e redução de amplitudes para diferentes configurações em vibração forçada.	128
Tabela 12 – Valores de fatores de amortecimento para diferentes configurações.	129
Tabela 13 – Deslocamento do protótipo nos 3 primeiros modos de vibrar em flexão e alongação de projeto do elemento.	132

Tabela 14 – Elongação dos elementos com pré-carga aplicada e deformações de projeto.	132
Tabela 15 – Valores de rigidez, constante de amortecimento e fator de amortecimento histeréticos de projeto dos elementos dissipadores (1 mola).	134
Tabela 16 – Deslocamento do protótipo nos 3 primeiros modos de vibrar em flexão e alongação de trabalho do elemento.	137
Tabela 17 – Elongação dos elementos com pré-carga aplicada e deformações de trabalho.	137
Tabela 18 – Valores de rigidez, constante de amortecimento e fator de amortecimento histeréticos de trabalho dos elementos dissipadores (1 mola).	139
Tabela 19 – Frequências naturais dos modelos numéricos com estais (com rigidez de projeto) e protótipo experimental.	143
Tabela 20 – Frequências naturais dos modelos numéricos com estais (com rigidez de trabalho) e protótipo experimental.	144
Tabela 21 – Fatores de amortecimento viscoso do protótipo experimental associados aos modos de vibrar.	152
Tabela 22 – Amortecimentos β de Rayleigh associados aos modos de vibrar do modelo numérico.	153
Tabela 23 – Força excitadora sobre a estrutura em função dos modos de vibrar.	156
Tabela 24 – Amplitudes de deslocamento dos modelos numéricos e protótipo experimental associados aos três primeiros modos de vibrar em flexão.	157
Tabela 25 – Valores de projeto dos elementos dissipadores.	159
Tabela 26 – Amplitudes de deslocamento dos modelos numéricos e protótipo experimental com parâmetros de projeto dos elementos dissipadores.	161

Tabela 27 – Valores de trabalho dos elementos dissipadores.	162
Tabela 28 – Amplitudes de deslocamento dos modelos numéricos e protótipo experimental com parâmetros de trabalho dos elementos dissipadores.	164

LISTA DE SÍMBOLOS

LMF – Ligas com memória de forma

DPE – Dissipador passivo de energia

AVE – Amortecedores viscoelásticos

ADV – Absorvedores dinâmicos de vibração

ADVA – Absorvedores dinâmicos de vibração ativos

PMF – Polímeros com memória de forma

LMFM – Ligas com memória de forma magnéticas

EMF – Efeito de memória de forma

SE – Superelasticidade

Au-Cd – Ouro-Cádmio

Ni-Ti – Níquel-Titânio

In-Tl – Índio-Tálio

Cu-Zn – Cobre-Zinco

Cu-Al-Ni – Cobre-Alumínio-Níquel

M_s – Temperatura de início de transformação martensítica

M_f – Temperatura de fim de transformação martensítica

A_s – Temperatura de início de transformação austenítica

A_f – Temperatura de fim de transformação austenítica

σ^{M_s} – Tensão mecânica de início de transformação martensítica

σ^{M_f} – Tensão mecânica de fim de transformação martensítica

σ^{A_s} – Tensão mecânica de início de transformação austenítica

σ^{Af} – Tensão mecânica de fim de transformação austenítica

E – Módulo de elasticidade (Young)

ν – Coeficiente de Poisson

ρ – Densidade

LVI – Laboratório de Vibrações e Instrumentação

UFMG – Universidade Federal de Campina Grande

LVDT – *Linear Variable Differential Transformer*

Y_{\max} – Amplitude de vibração máxima

Y_{\min} – Amplitude de vibração mínima

A_{\max} – Elongação máxima dos estais

A_{\min} – Elongação mínima dos estais

ε – Elongação dos elementos

FRF – *Frequency Response Function*

FFT – *Fast Fourier Transform*

DMA – *Dynamic Mechanical Analyzer*

LaMMEA – Laboratório Multidisciplinar de Materiais e Estruturas Ativas

APDL – *Ansys Parametric Design Language*

ω_n – Frequência natural

ζ – Fator de amortecimento viscoso

F – Força

k_{mola} – Rigidez da mola de excitação

d_{shaker} – Deslocamento do *shaker*

d_{ponte} – Deslocamento do protótipo experimental

k_{LMF} – Rigidez da mola de liga com memória de forma

F_{max} – Amplitude máxima de força de um ciclo de histerese

F_{min} – Amplitude mínima de força de um ciclo de histerese

X_{max} – Deslocamento máximo de um ciclo de histerese

X_{min} – Deslocamento mínimo de um ciclo de histerese

h_{LMF} – Constante de amortecimento histerético

$A_{laço}$ – Área do laço histerético

X – Amplitude de deslocamento do laço histerético

η_{LMF} – Fator de amortecimento histerético

[M] – matriz de massa

[K] – matriz de rigidez

{ u } – vetor nodal de deslocamento

[C] – matriz de amortecimento

{ \ddot{u} } – vetor nodal de aceleração

{ \dot{u} } – vetor nodal de velocidade

{F(t)} – vetor de força

α – Amortecimento α de Rayleigh

β – Amortecimento β de Rayleigh

N_{ma} – número de materiais com amortecimento α de Rayleigh

N_{mb} – número de materiais com amortecimento β de Rayleigh

N_e – número de materiais com amortecimento especificado

[C_k] – matriz de amortecimento de elemento

f – frequência natural do modo de vibrar interesse (em Hz)

t – Tempo

Ω – Frequência de excitação (em rad/s)

m_j – coeficiente de amortecimento estrutural constante para o material j

g_j^E – coeficiente de amortecimento estrutural para o material j

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	27
1.1	Objetivo geral.....	30
1.2	Objetivos específicos.....	30
1.3	Justificativa.....	30
1.4	Delimitação do trabalho.....	31
2	REVISÃO DA LITERATURA.....	33
2.1	Pontes.....	33
2.1.1	Classificação de pontes.....	34
2.1.1.1	Pontes de vigas.....	34
2.1.1.2	Pontes suspensas.....	36
2.1.1.3	Pontes estaiadas.....	39
2.2	Análise dinâmica estrutural.....	41
2.2.1	Análise no domínio do tempo.....	42
2.2.2	Análise no domínio da frequência.....	43
2.3	Testes dinâmicos estruturais em pontes.....	44
2.3.1	Testes por vibração natural.....	45
2.3.2	Testes por vibração controlada.....	46
2.3.2.1	Vibração por impacto.....	47
2.3.2.2	Vibração por deslocamento imposto.....	48
2.3.2.3	Vibração por <i>shaker</i>	49
2.4	Cargas dinâmicas em pontes.....	50
2.4.1	Tráfego sobre pontes.....	51
2.4.1.1	Efeitos do tráfego de pedestres.....	51

2.4.1.2	Efeitos do tráfego de transportes ferroviários.....	53
2.4.1.3	Efeitos do tráfego de veículos.....	54
2.4.2	Efeito de colisões com pontes	55
2.4.3	Efeitos de terremotos em pontes	56
2.4.4	Efeitos de ventos em pontes	56
2.4.4.1	Efeitos devido à instabilidade aeroelástica	57
2.4.4.2	Efeitos devido à auto excitação	58
2.5	Métodos de controle de vibração	60
2.5.1	Dispositivos de controle passivo.....	63
2.5.1.1	Amortecimento por deformação metálica.....	63
2.5.1.2	Amortecimento por atrito	64
2.5.1.3	Amortecedores viscoelásticos	65
2.5.1.4	Amortecimento por fluido viscoso	66
2.5.1.5	Absorvedores dinâmicos de vibração (ADV).....	67
2.5.2	Dispositivos de controle ativo, híbrido e semiativo	69
2.5.2.1	Absorvedores dinâmicos híbridos (<i>Hybrid mass dampers</i>)	69
2.5.2.2	Absorvedores dinâmicos ativos	70
2.5.2.3	Amortecedores semiativos.....	71
2.6	Materiais multifuncionais.....	72
2.6.1	Ligas com memória de forma (LMF).....	74
2.6.1.1	Efeito de memória de forma.....	78
2.6.1.2	Superelasticidade	80
2.7	Aplicações de LMF no controle de vibrações estruturais	82
3	METODOLOGIA	88
3.1	Fase 1 – Definição do problema	90

3.2	Fase 2 – Determinação dos parâmetros e geometria para construção do experimento	91
3.3	Fase 3 – Escolha dos elementos dissipadores	97
3.4	Fase 4 – Implementação dos elementos dissipadores na estrutura e realização de testes em vibração livre e forçada.....	103
3.5	Fase 5 – Ajuste das modelagens numéricas	106
3.6	Fase 6 – Análise de dados e comparação dos resultados obtidos	109
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	111
4.1	Resultados experimentais.....	111
4.1.1	Implementação e pré-tensionamento dos elementos	112
4.1.2	Resultados experimentais em vibração livre	114
4.1.2.1	Resposta ao martelo de impacto	114
4.1.2.2	Resposta ao deslocamento imposto	121
4.1.3	Resultados experimentais em vibração forçada	123
4.1.4	Caracterização dos elementos dissipadores	131
4.1.4.1	Caracterização dos elementos pelo deslocamento de projeto	131
4.1.4.2	Caracterização dos elementos pelo deslocamento de trabalho	135
4.2	Resultados numéricos.....	139
4.2.1	Análise modal numérica	140
4.2.1.1	Análise modal com valor de rigidez de projeto do elemento dissipador	141
4.2.1.2	Análise modal com valor de rigidez de trabalho do elemento dissipador	143
4.2.2	Resultados numéricos em vibração livre	144
4.2.3	Resultados numéricos em vibração forçada.....	150
4.2.3.1	Resultados numéricos em vibração forçada com parâmetros de projeto dos elementos dissipadores.....	158
4.2.3.2	Resultados numéricos em vibração forçada com parâmetros de trabalho dos elementos dissipadores.....	162

5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	165
5.1	Conclusões	165
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	167
	REFERÊNCIAS.....	168
	APÊNDICE A – Modelagem matemática	174
	APÊNDICE B – Rotina desenvolvida no <i>Matlab</i> ® para análise modal da viga	182
	APÊNDICE C – Desenho técnico da estrutura.....	184

1 INTRODUÇÃO

Pontes são definidas como feitos do progresso e evolução da humanidade, desde os primórdios da sociedade sempre se buscou ligar caminhos ou vencer obstáculos com o intuito de melhorar as condições de vida e sobrevivência. As primeiras pontes surgiram como simples troncos de árvore que atravessavam rios ou desfiladeiros, no entanto, nos dias atuais estas servem como importantes estruturas que ligam sistemas de transportes, como rodovias ou ferrovias e, geralmente, são classificadas como pontos críticos da infraestrutura social moderna (PARKE; HEWSON, 2008).

Nos últimos anos com o desenvolvimento de novas técnicas de construção e materiais, pontes cada vez mais longas e leves vêm sendo construídas, desafiando parâmetros de engenharia pré-estabelecidos. No entanto, trazem consigo uma série de novas precauções que devem ser tomadas, tendo em vista que o comportamento dinâmico da estrutura passa a ser um fator que não pode mais ser desprezado para se ter um projeto seguro da mesma (LIN; YODA, 2017). A Tabela 1 ilustra algumas causas de grandes falhas estruturais em pontes que foram reportadas ao redor do mundo entre 1970 e 2009.

Tabela 1 – Causas de grandes falhas estruturais em pontes reportadas entre 1970 e 2009.

Causas		Incidentes nos EUA e Canadá	Incidentes na Europa	Incidentes Internacionais
Causas internas	Erros de projeto	1	1	0
	Construção	2	1	10
Causas externas	Sobrecarga	2	0	9
	Colisões	7	3	6
	Terremotos, ventos	7	5	3
	Enchentes	1	1	1
Total		20	11	29

Fonte – Adaptado de McInn (2009).

Pode-se perceber que grande parte destes colapsos são provenientes de fatores externos associados às cargas dinâmicas que atuam sobre a estrutura. Estas levam a mesma a oscilar e sofrer altos níveis de vibrações que não foram projetadas para suportar.

Neste contexto, vibrações podem ser caracterizadas como qualquer oscilação ou movimento que se repete ao longo de algum intervalo de tempo. De forma geral, estas podem ser tratadas como o estudo das relações de transformação de energia potencial em energia cinética e vice-versa, ou seja, um sistema vibratório deve possuir um componente que armazena energia potencial, como uma mola, por exemplo, e libere esta como energia cinética na forma de movimentação de uma massa. A dissipação de energia que ocorre durante estes ciclos é modelada usualmente como amortecimento ou um fator de perda.

A análise de vibrações tem se tornado cada vez mais importante ao longo dos anos, tendo em vista que estas ocorrem praticamente em todo o meio e em muitos casos afetam a natureza dos projetos de engenharia, onde as propriedades vibratórias de componentes são usualmente fatores limitantes de sua performance.

Construções e estruturas podem sofrer vibrações induzidas por máquinas, veículos, pessoas ou fenômenos naturais (efeitos de ventos ou terremotos). Se a frequência da força de excitação coincidir com a frequência natural do sistema, um fenômeno conhecido como ressonância ocorre, gerando aumento significativo das amplitudes de oscilação em sistemas com baixo amortecimento, podendo causar consequente fraturas ou rompimentos de elementos estruturais e resultar em efeitos catastróficos (INMAN, 2001).

Portanto é de grande interesse que sistemas de controle de vibrações sejam desenvolvidos. Estes, por sua vez, podem ser divididos entre passivos e ativos. Métodos de controle passivos englobam uma série de materiais ou dispositivos que atuam nas propriedades físicas de máquinas ou estruturas, alterando seus parâmetros de rigidez ou amortecimento. Os métodos de controle ativo, por outro lado, são

constituídos de sensores que detectam o distúrbio externo e controladores que atuam em conjunto com atuadores com o objetivo de dissipar este primeiro, tornando possível que erros que possam ocorrer sejam antecipados e compensados (SOONG; SPENCER, 2002).

Dentre os vários atuadores e materiais utilizados atualmente para supressão de vibrações, estão as ligas com memória de forma (LMF). Estas são materiais multifuncionais ativos que sofrem transformações entre fases sólidas a partir de mudanças de temperatura e/ou tensão. Tais ligas possuem uma série de propriedades desejáveis, destacando-se o efeito de memória de forma e a superelasticidade. Sendo estas propriedades geralmente usadas no controle ativo e passivo de vibrações, respectivamente (OTSUKA; WAYMAN, 1998).

As LMF vêm ganhando destaque em aplicações estruturais nos últimos anos devido a capacidade destas de sofrerem grandes deformações graças ao seu comportamento não-linear aliadas as propriedades de dissipação de energia da histerese criada por este. Além disso, como uma vantagem adicional, estas possuem uma complexidade funcional muito menor que os atuadores clássicos (MOHD JANI et al., 2014). Em exemplos de aplicações recentes, Andrawes, Asce e Desroches (2007) utilizaram elementos de LMF superelásticas como componentes de restrição em tabuleiros de pontes com o propósito de obter maiores níveis de deformação sem colapso estrutural mediante excitações sísmicas. Asgarian e Moradi (2011) utilizaram tirantes de LMF como reforços em edifícios para aumentar a resistência destes a excitações dinâmicas. Torra et al. (2013) mostraram a influência da dissipação de energia de fios de LMF associados a cabos de aço em uma estrutura estaiada.

Com estes conceitos estabelecidos, neste trabalho procura-se avaliar o desempenho de dissipadores na forma de molas com memória de forma no regime superelástico e a capacidade destes de atuarem como absorvedores de vibrações sobre uma estrutura contínua, na forma de viga, simulando uma ponte estaiada, em suas três primeiras frequências naturais de flexão.

1.1 Objetivo geral

Realizar uma análise numérico-experimental para avaliar o potencial de uso de molas superelásticas de Nitinol para o controle passivo de vibrações em um protótipo de ponte estaiada, em escala reduzida.

1.2 Objetivos específicos

Com o propósito de alcançar o objetivo geral especificado, foi necessário cumprir os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar parâmetros relevantes da resposta dinâmica de pontes estaiadas;
2. Conceber um protótipo experimental e elaborar modelos numéricos;
3. Avaliar influência das molas de Nitinol superelásticas nos parâmetros do protótipo;
4. Analisar a eficiência do sistema dissipador quando a estrutura for excitada em suas frequências naturais críticas;

1.3 Justificativa

Atualmente, com o desenvolvimento de novos materiais se busca um aumento da eficiência destes, seja na redução de seu peso e/ou ajuste de suas propriedades (rigidez, capacidade de suportar maiores tensões e deformações). No entanto, estes avanços podem trazer outros problemas. Por exemplo, devido à redução de massa, estruturas ou máquinas podem se tornar mais instáveis e sujeitas a altas cargas dinâmicas, comprometendo o funcionamento das mesmas.

Um dos maiores problemas surge devido a contínua repetição de movimentos, ou seja, quando o sistema está exposto a vibrações. Assim é de extremo interesse

atenuar ou controlar essas vibrações para aumentar a estabilidade do mesmo. Partindo desse contexto, faz-se necessário o desenvolvimento de sistemas de controle mais eficientes e modernos, onde não é mais desejável usar atuadores clássicos (motores, pistões hidráulicos), devido à excessiva complexidade funcional que trazem. Esses geralmente requerem uma fonte robusta de alimentação e trazem consigo um peso inerente, além de complexos arranjos para seu funcionamento adequado, podendo vir a causar um efeito contrário, isto é, desestabilizar ainda mais o sistema (PREUMONT, 2011). Além disso, o uso de materiais viscoelásticos como dissipadores para supressão de vibrações é limitado, pois apesar de apresentarem grandes coeficientes de amortecimento, não possuem capacidade de sofrer grandes deformações.

Uma das soluções atuais para esses problemas pode estar na utilização de ligas com memória de forma. Essas permitem o desenvolvimento de sistemas de controle de vibrações passivos e/ou ativos com um nível de complexidade funcional muito menor e maior versatilidade que os atuadores clássicos (CZECHOWICZ; LANGBEIN, 2015).

1.4 Delimitação do trabalho

O protótipo para esta pesquisa foi construído utilizando uma viga simplesmente apoiada em ambas as extremidades, com o propósito de simular o comportamento de um vão principal de uma estrutura do tipo ponte. A modelagem matemática foi baseada na teoria simplificada de vigas de Euler-Bernoulli, tendo em vista que esta representou de forma adequada o comportamento da estrutura. O modelo foi baseado em parâmetros de estruturas reais, porém adaptadas as condições laboratoriais disponíveis.

Devido aos baixos níveis de força aplicados ao protótipo e a necessidade dos elementos dissipadores de sofrer grandes deformações, estes foram escolhidos na forma de molas helicoidais.

Com o objetivo de verificar de forma mais clara a influência dos elementos dissipadores, estes foram implementados na estrutura em um menor número, totalizando 4 molas atuando como estais.

Este trabalho delimita-se a avaliar a influência de elementos de LMF superelásticos na dissipação de energia vibratória de um protótipo do tipo ponte estaiada. Não foram aqui consideradas medições dos níveis de tensões mecânicas ou variações de temperatura no elemento dissipador em regime de trabalho.

A avaliação dos elementos de LMF Nitinol na redução de amplitudes de vibrações será quantitativa (comparação da resposta da estrutura com molas de LMF ou com molas de aço).

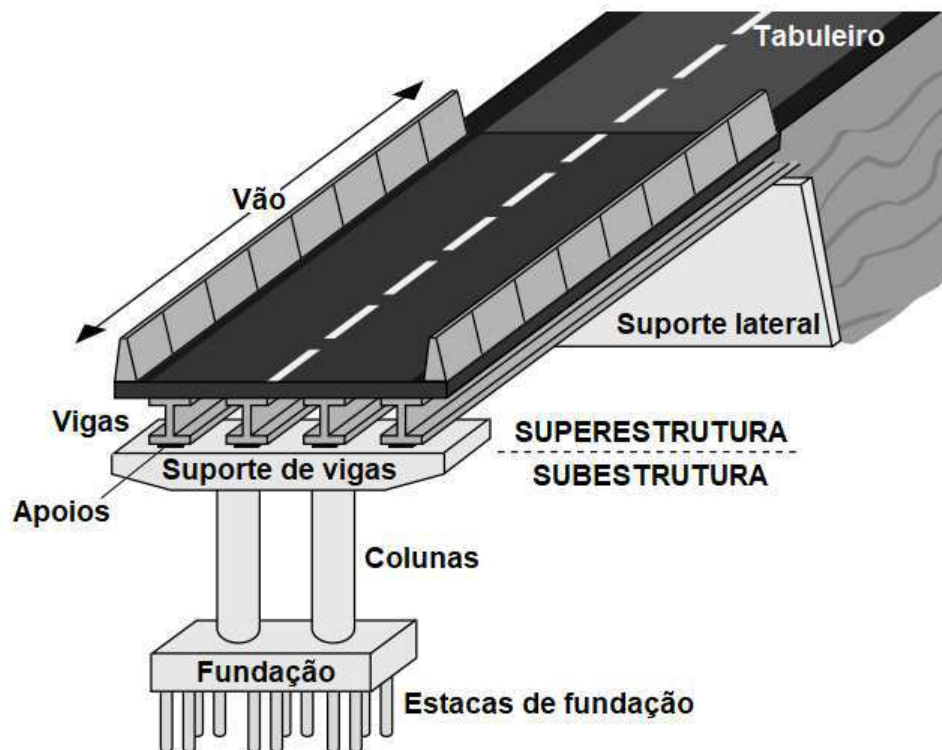
2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Pontes

Uma ponte é uma construção feita para sustentar o tráfego de pessoas, veículos ou outras cargas móveis e permitir o movimento destes sobre obstáculos, como rios, vales, baías ou outras construções (LIN; YODA, 2017).

Estas são compostas por uma superestrutura, apoios e subestrutura. A superestrutura é a parcela da ponte que é sustentada pelos apoios, incluindo o tabuleiro, vigas de suporte, treliças, cabos, torres ou quaisquer componentes que estejam acima destes. A Figura 1 ilustra os componentes típicos presentes em uma ponte de vigas.

Figura 1 – Parte de uma ponte de vigas ilustrando seus termos técnicos.



Fonte - Adaptado de Lee e Sternberg (2015).

Os apoios transmitem os carregamentos provenientes da superestrutura para a subestrutura, são responsáveis também por permitir uma quantidade limitada de movimento entre estas devido a efeitos de temperatura ou atividades sísmicas, reduzindo assim as tensões mecânicas que podem surgir.

A subestrutura é responsável por transmitir os carregamentos da superestrutura para o solo, esta é composta por pilares ou colunas, fundações ou quaisquer componentes que estejam abaixo dos apoios.

2.1.1 Classificação de pontes

As pontes podem ser classificadas de diversas formas, como em função dos materiais de construção, comprimento de vãos, tipos de seções transversais, uso, formas geométricas ou estruturais, sendo esta última geralmente a classificação mais utilizada.

Segundo Tang (2007), todas as pontes podem ser classificadas entre quatro formas estruturais básicas: pontes de vigas, pontes em arco, pontes suspensas e pontes estaiadas.

Neste trabalho, as pontes de vigas serão brevemente discutidas, devido a serem a base estrutural para todos os outros tipos de pontes, no entanto um maior foco será dado para as estruturas sustentadas por cabos.

2.1.1.1 Pontes de vigas

Pontes de vigas têm as formas estruturais mais simples, econômicas e comuns, sendo geralmente suportadas entre dois ou mais pilares.

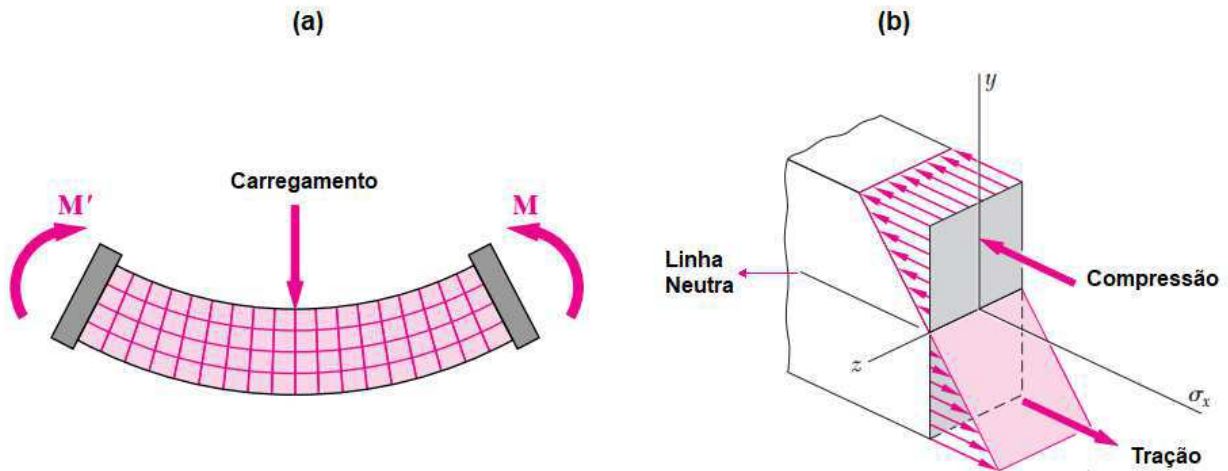
Figura 2 – Vão principal da ponte Rio-Niterói, medindo 300m, sendo esta uma das maiores pontes de vigas do mundo.



Fonte - Battista e Pfeil (2000).

O peso da viga e de outros carregamentos externos devem ser suportados pela própria, dando origem a esforços internos na forma de uma força cortante e um momento fletor. Quando a viga é submetida a um carregamento e, por consequência, um momento fletor positivo, a parte superior da mesma experimenta compressão, enquanto a parte inferior sofre tração, como ilustrado na Figura 3. Este tipo de esforço é mais complexo do que em um cabo, que sofre apenas tração, ou do que em um arco, que sofre, em sua maior parte, compressão. Logo, apenas materiais que podem resistir a ambas compressão e tração são adequados para a construção deste tipo de ponte, o que limita também o comprimento máximo que o vão destas podem ter.

Figura 3 – (a) Viga sob carregamento (Momento fletor positivo). (b) Viga em corte, ilustrando os esforços de compressão e tração atuantes em sua área transversal.

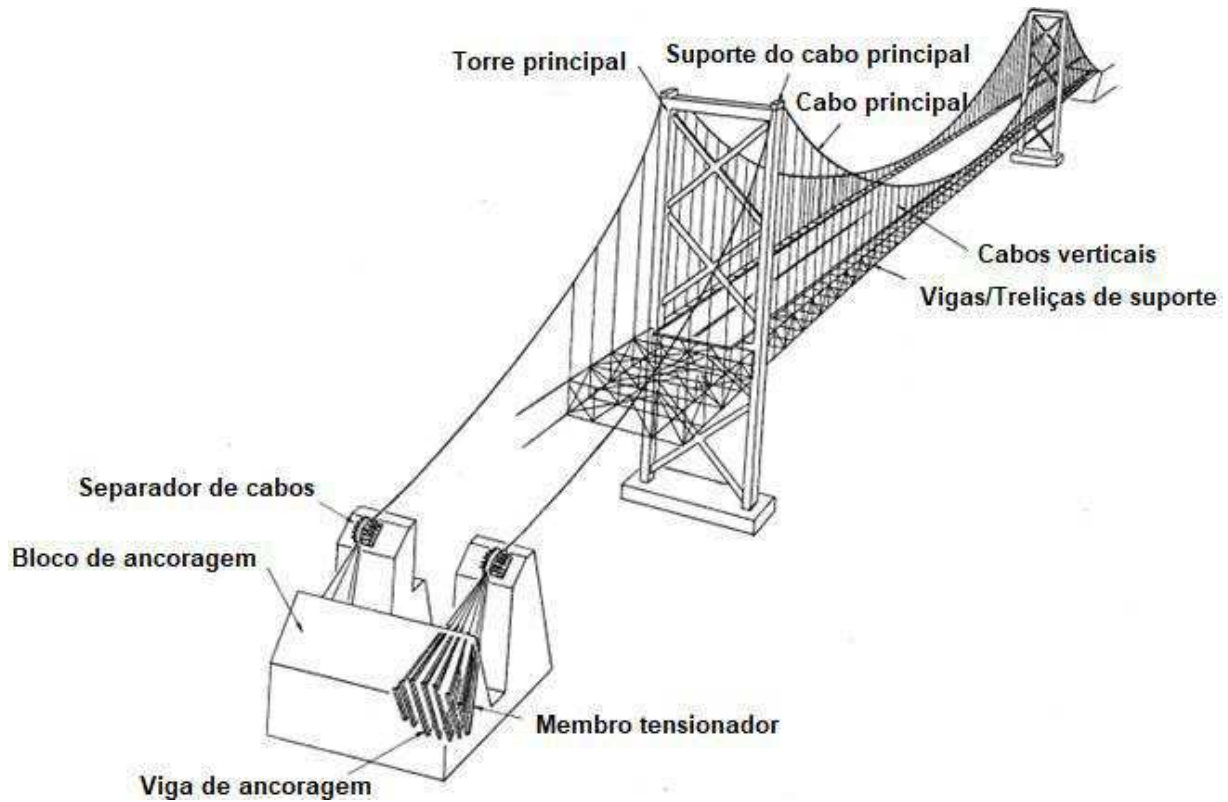


Fonte - Adaptado de Beer et al. (2011)

2.1.1.2 Pontes suspensas

Uma ponte suspensa (ou pênsil) típica é composta de uma viga contínua sustentada por cabos verticais que, por sua vez, transferem o peso e o carregamento da estrutura aos cabos principais que estão ligados a torres e ancorados em grandes fundações em ambos os lados da ponte, como ilustrado na Figura 4.

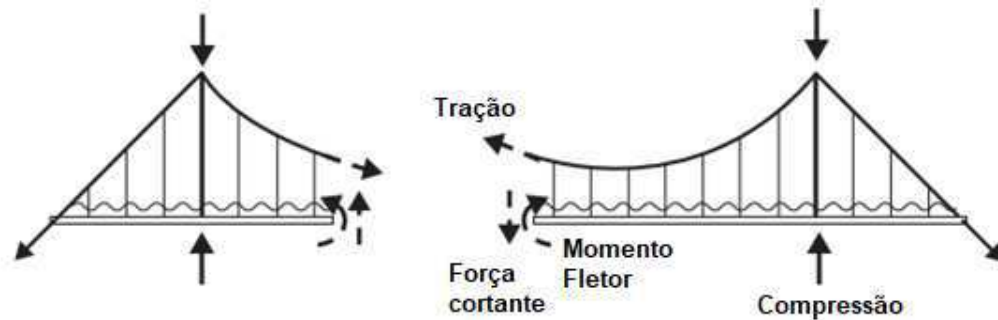
Figura 4 – Componentes de uma ponte suspensa.



Fonte – Adaptado de Chen e Duan (2000).

Os principais esforços são na forma de tração nos cabos e de compressão nas torres. O peso da estrutura é transferido para os cabos e, em seguida, para as torres que, por sua vez, transferem este para as fundações onde os cabos estão ancorados e finalmente para o solo. Isto permite o uso de vigas de suporte mais esbeltas e, por consequência, menor peso próprio.

Figura 5 – Esforços numa ponte suspensa.



Fonte – Adaptado de Blockley (2012).

A forma da curva dos cabos principais em suspensão lembra a forma de um arco. No entanto, estes podem apenas suportar trações, diferente das forças de compressão do arco. Por esta razão, os cabos nunca irão flambar e o uso eficiente de materiais de alta resistência permite que este tipo de ponte alcance os maiores valores de vão principal entre todas as outras.

A Figura 6 ilustra uma das maiores pontes suspensas do mundo, Akashi Kaikyo, localizada no Japão, com vão principal de 1991m.

Figura 6 – Ponte suspensa Akashi Kaikyo, com vão principal de 1991m.



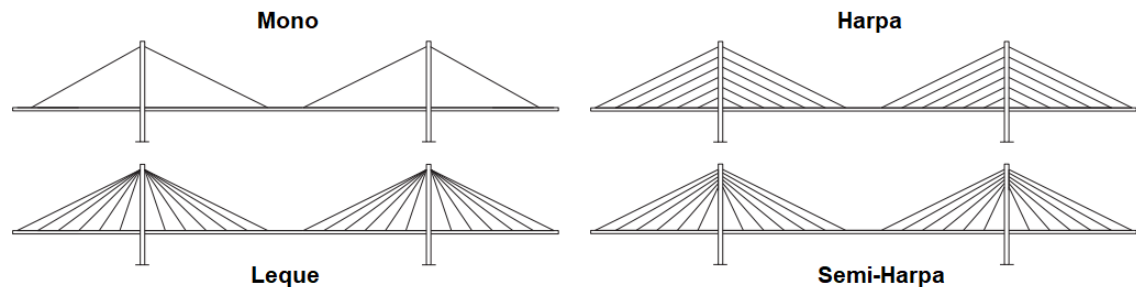
Fonte - Kashima et al. (2001)

2.1.1.3 Pontes estaiadas

Uma ponte estaiada é uma estrutura composta de uma ou mais vigas principais que têm ao longo de seu comprimento cabos presos, inclinados, tensionados e fixados em torres. Este tipo de ponte vem ganhando popularidade nos últimos anos devido a sua relativa fácil construção e custo reduzido, se comparada a pontes suspensas.

Os cabos podem ter diferentes arranjos, destacando-se as configurações em mono, leque, harpa e combinações destas duas últimas, como ilustrada na Figura 7.

Figura 7 – Diferentes configurações longitudinais de cabos



Fonte – Adaptado de Lin e Yoda (2017).

Na configuração em leque, todos os cabos estão conectados ou passam pelo topo da torre. Este tipo de arranjo possui diversas vantagens, pois os estais possuem uma maior inclinação, portanto uma maior componente vertical da força e, por consequência, menores esforços axiais no tabuleiro, que necessita de menores seções transversais para suportar o carregamento estrutural. A maior desvantagem desta configuração está relacionada ao alto peso no topo das torres devido a convergência da ancoragem dos estais, requerendo um reforço da mesma.

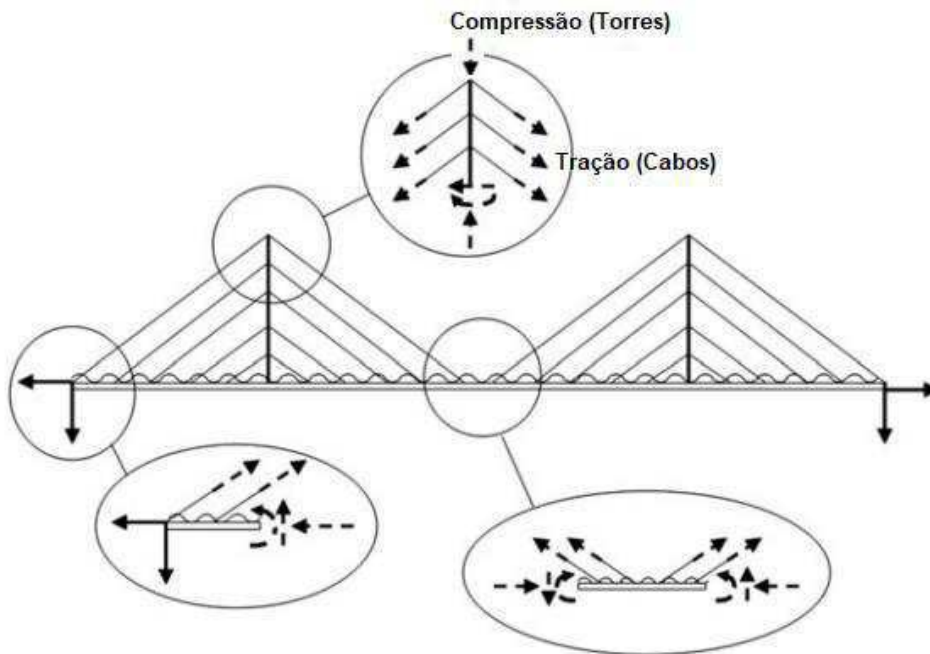
Na configuração em harpa os cabos se dispõem paralelamente, de modo que a altura de sua fixação na torre é proporcional à distância de suas posições no tabuleiro.

Este tipo de arranjo não possui vantagens estruturais sobre a configuração em leque, sendo mais utilizado devido a fatores estéticos.

A configuração em semi-harpa é utilizada quando se deseja evitar a aglomeração de cabos no topo da torre. Permitindo melhor acesso a estes em casos de inspeção em manutenção (GIMSING; GEORGAKIS, 2012).

Em comparação a pontes de vigas simples, os esforços devido ao peso próprio e ao carregamento da estrutura são muito menores, graças aos componentes desta trabalharem em sua maior parte em tensão (cabos) e compressão (torres), ambos esforços axiais, como ilustrado na Figura 8. Além disso os momentos gerados pela ancoragem dos estais nas torres são balanceados devido a simetria entre estes.

Figura 8 – Esforços numa ponte estaiada.



Fonte - Adaptado de Blockley (2012).

Isto permite que estas utilizem tabuleiros muito esbeltos e alcancem o segundo maior valor de vãos principais entre os outros tipos de ponte. A Figura 9 ilustra uma das

maiores pontes estaiadas do mundo, a ponte da ilha Ruskky, localizada na Rússia, com vão principal de 1104m.

Figura 9 – Ponte da ilha Ruskky, com vão principal de 1104m.



Fonte – Nevozhay (2016).

2.2 Análise dinâmica estrutural

O principal objetivo da análise estrutural é identificar o comportamento de uma estrutura física quando submetida a uma força. Esta pode surgir na forma de um carregamento provocado pelo peso de diversas fontes, tais como pessoas, veículos, objetos em geral ou o próprio peso da estrutura, ou ainda na forma de excitações de causas naturais, como terremotos ou ventos.

A análise dinâmica é utilizada quando o carregamento gera oscilações de amplitudes significativas na estrutura que variam rapidamente ao longo do tempo. Se este é aplicado de forma suficientemente lenta, as forças inerciais podem ser ignoradas

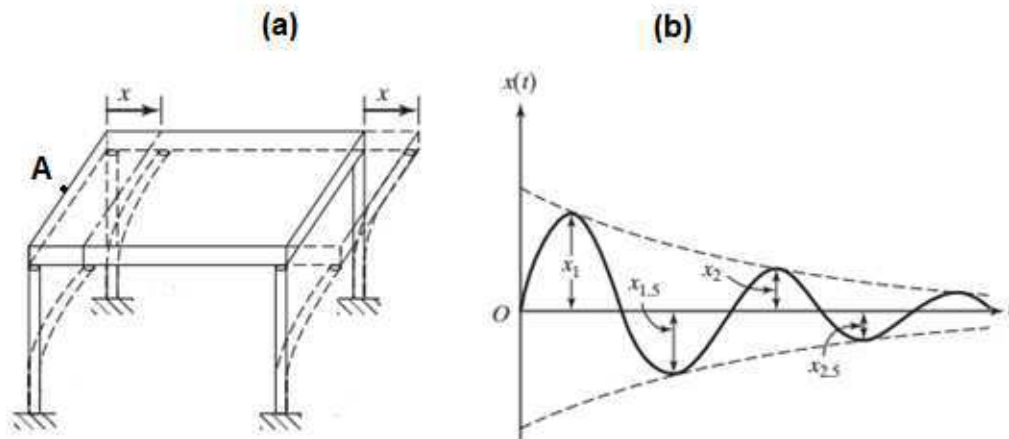
e a análise pode ser simplificada para aquela do tipo estática. Logo, a análise dinâmica é um tipo de análise estrutural que trata do comportamento de estruturas sujeitas a carregamentos dinâmicos (CHOPRA, 2012).

2.2.1 Análise no domínio do tempo

A análise no domínio do tempo trata do sinal de resposta da estrutura em função do tempo.

A Figura 10(a) ilustra uma estrutura (como uma edificação com apenas um andar) responde ao impacto lateral realizado no ponto A. As linhas tracejadas mostram o movimento da estrutura à medida que esta vibra em torno de seu ponto de equilíbrio.

Figura 10 – a) Resposta de uma estrutura a um impacto. b) Curva de resposta em função do tempo.



Fonte - Adaptado de Rao (2010).

O gráfico da Figura 10(b) provê informações que ajudam a caracterizar o comportamento da estrutura ao longo do tempo, seja através da medição de vibração máxima (pico máximo de amplitude de vibração), da periodicidade entre os picos ou

estimação da taxa de decaimento (o tempo que o sistema leva até a amplitude decair para zero). Estes parâmetros são típicos da análise no domínio do tempo.

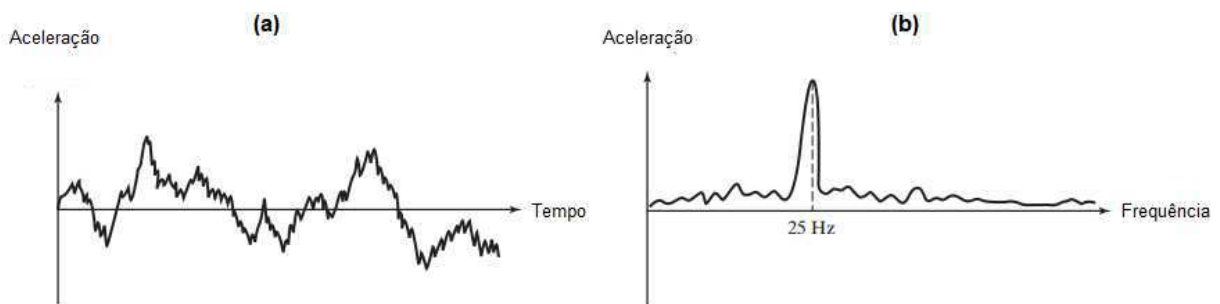
2.2.2 Análise no domínio da frequência

Qualquer sinal no domínio do tempo pode ser transformado para o domínio da frequência através de algumas técnicas matemáticas, entre elas a Transformada de Laplace ou a Transformada de Fourier, sendo essa última geralmente mais utilizada devido a sua relativa fácil implementação em circuitos analógicos ou algoritmos em analisadores de sinais.

A teoria da Transformada de Fourier diz que qualquer sinal, periódico ou não, pode ser representado por uma série de senos que o compõe. Essa propriedade é de grande importância na análise dinâmica, pois permite identificar a influência de determinadas frequências na amplitude do sinal original.

A Figura 11(a) ilustra a resposta da aceleração de uma máquina em função do tempo, percebe-se que é difícil obter informações sobre as possíveis causas de vibração apenas com este gráfico. No entanto, se esta curva for transformada para o domínio da frequência, torna-se possível identificar quais destas são críticas para o sistema, como mostrado na Figura 11(b).

Figura 11 – Resposta de uma máquina sujeita a vibrações excessivas. a) No domínio do tempo. b) No domínio da frequência.

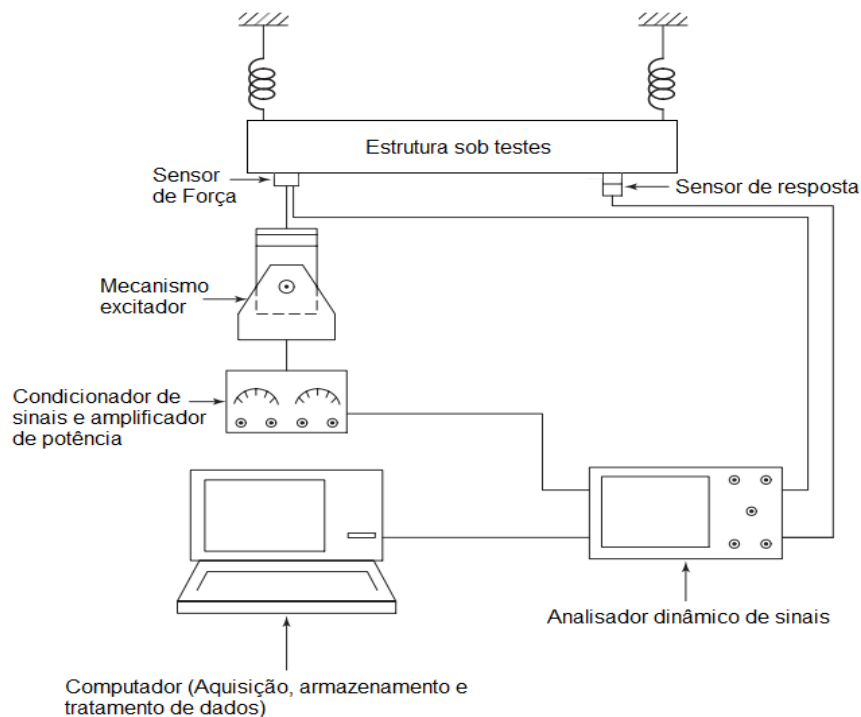


Fonte - Adaptada de Rao (2010).

2.3 Testes dinâmicos estruturais em pontes

Testes dinâmicos em estruturas são realizados por uma variedade de razões, seja a obtenção de parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibrar, amortecimento), estudo da resposta aerodinâmica, correlação entre simulações numéricas e experimentos ou monitoramento de condições de trabalho. Para cada condição distinta, diferentes métodos de análise são aplicados. Estes são divididos entre duas principais categorias: testes por vibração natural e testes por vibração controlada (FARRAR; DUFFEY; CORNWELL, 1999). A Figura 12 ilustra o arranjo geral de equipamentos usados em testes dinâmicos experimentais.

Figura 12 – Equipamentos utilizados em testes dinâmicos.



Fonte – Adaptado de Rao (2010).

2.3.1 Testes por vibração natural

A excitação natural é definida como aquela que a estrutura sofre sob sua condição normal de operação. Todas as pontes estão sujeitas à excitação natural de fontes como tráfego, vento, movimentos de ondas ou abalos sísmicos. Esse tipo de excitação tem sido usado durante testes dinâmicos de ambas grandes e pequenas estruturas. Tipicamente, durante estes testes, é difícil captar a variável de entrada do sistema, geralmente optando-se por não medi-la. Para grandes pontes a excitação natural é a única forma prática de excitar a estrutura, tendo em vista que a capacidade de aparatos mecânicos de prover energia ao sistema se torna cada vez mais inviável à medida que o tamanho desta aumenta e isto se torna ainda mais crítico em altas frequências devido à necessidade de o mecanismo ter que superar grandes quantidades de inércia. O uso de excitações naturais provê um meio de medir a resposta da estrutura mediante as condições de operações de que se têm interesse.

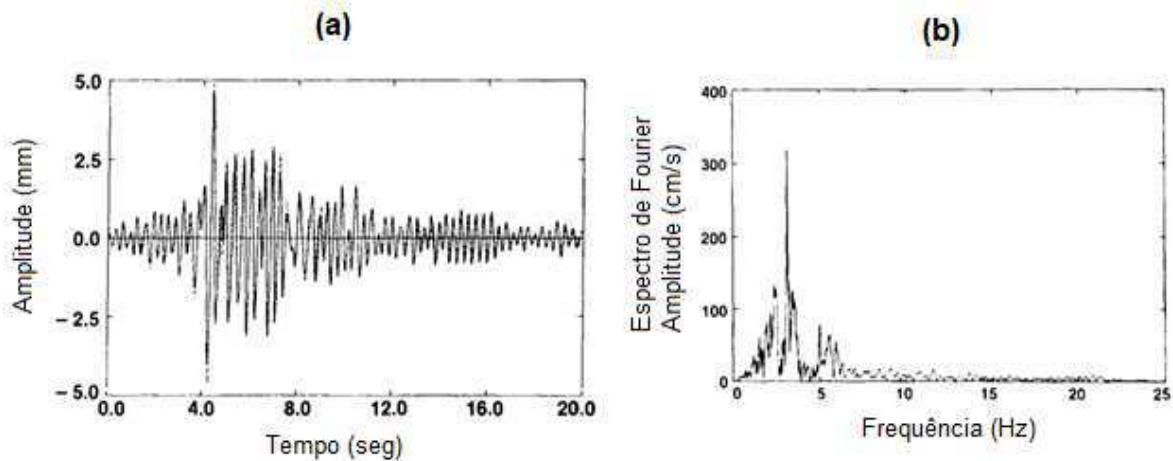
A principal desvantagem deste tipo de teste se dá ao fato de que há enorme dificuldade de verificar se a fonte de excitação atua nas frequências de interesse ou o quão uniforme esta é.

Algumas formas de excitação natural podem ser realizadas através de veículos de testes, onde estes são usados para simular o comportamento do tráfego em diferentes condições sobre a estrutura e identificar a resposta da mesma (SWANNELL; MILLER, 1987). Por exemplo, Agarwal e Billing (1990) chegaram à conclusão que estruturas que têm seu primeiro modo de vibrar em flexão na faixa de 2.5 a 4.0 Hz sofrerão grandes níveis de amplitude de vibração devido à coincidência dessa faixa com a frequência de trabalho de suspensões de veículos modernos. Para pontes que não podem ser retiradas de serviço, a forma de carregamento por tráfego é o principal método de excitar a estrutura.

Vibrações causadas por abalos sísmicos são de extrema importância para a análise estrutural, no entanto, são fenômenos que não podem ser previstos e ocorrem de forma aleatória, entretanto, Wilson (1986) obteve os primeiros registros de vibrações sísmicas utilizando equipamentos de aquisição instalados em uma ponte durante o

terremoto de 1979 em Coyote Lake, Califórnia, Estados Unidos, como ilustrado na Figura 13. Resultados de diferentes abalos sísmicos e a influência destes sob a estrutura foram obtidos também por Werner et al. (1987) e Levine e Scott (1989).

Figura 13 – Resposta da estrutura. a) Em função do tempo. b) Em função da frequência.



Fonte – Adaptado de Wilson (1986).

Isto permite que engenheiros e sismólogos utilizem estes dados para elaborar normas de projetos de estruturas que possam suportar estes níveis de excitações.

2.3.2 Testes por vibração controlada

Os métodos para identificação dos parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibrar e amortecimento) de estruturas submetidas a vibrações controladas já são bem estabelecidos, particularmente quando a força excitadora é bem caracterizada. No teste de pontes, uma grande variedade de técnicas de vibrações controladas é utilizada, algumas destas serão abordadas nos próximos tópicos.

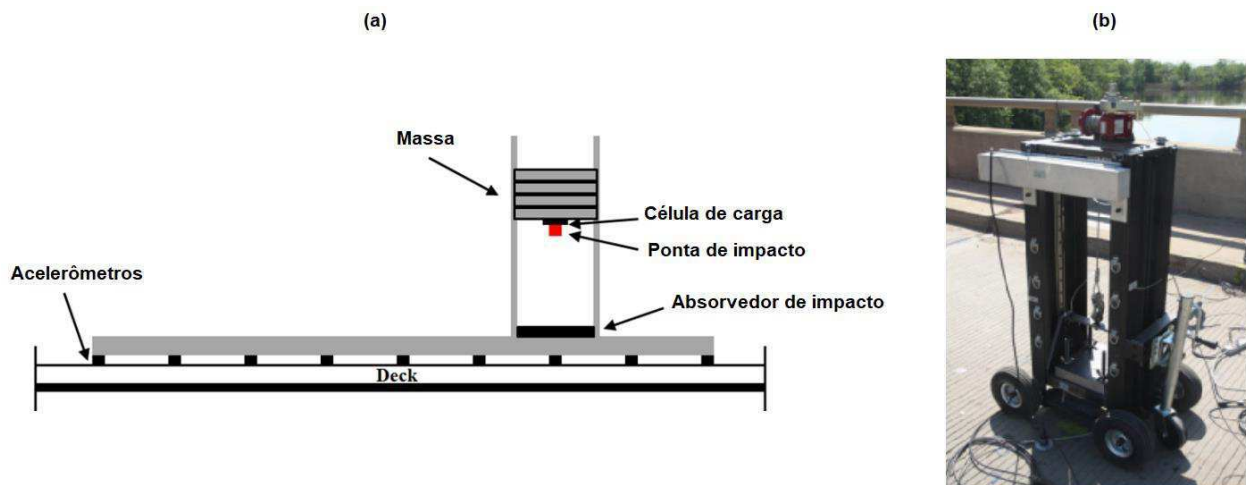
2.3.2.1 Vibração por impacto

Testes de vibração por impacto já vêm sendo usados ao longo dos anos para estruturas e pontes de pequena escala. Este tipo de excitação oferece como vantagens um rápido tempo de preparação, mobilidade e a capacidade de excitar uma grande faixa de frequências. No entanto, deve-se ter cautela para evitar múltiplos impactos e, em geral, este não é prático quando se deseja excitar os modos laterais de vibração da estrutura.

Testes para identificar as frequências naturais e o amortecimento de uma ponte de pedestres de concreto foram realizados por Askegaard e Mossing (1988). Testes similares foram feitos em uma ponte de concreto não danificada e, subsequentemente danificada por Agardh (1991). Ambos realizaram a excitação soltando pesos sobre um absorvedor de impacto instalado sobre a ponte com o objetivo de evitar um segundo pico de força.

Prader (2012) utilizou como fonte de excitação um martelo de impacto em diferentes locais da estrutura, como mostrado na Figura 14.

Figura 14 – a) Componentes utilizados no experimento. b) Martelo de impacto sobre plataforma móvel.

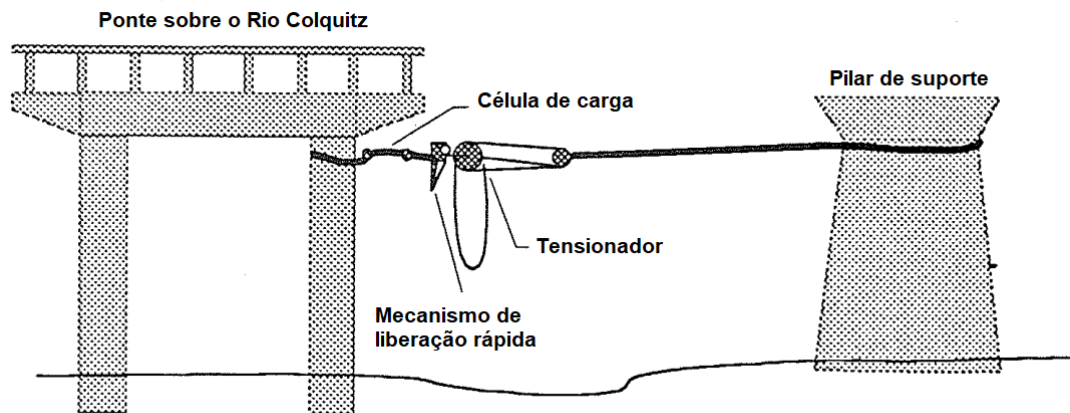


Fonte - Adaptado de Prader (2012).

2.3.2.2 Vibração por deslocamento imposto

Este tipo de excitação tipicamente envolve a liberação súbita de um carregamento que foi aplicado em algum ponto da estrutura, podendo excitar uma grande faixa de frequências. O método mais comum de aplicar uma força na ponte é através do uso de um ou mais cabos tensionados, estes então podem ser cortados remotamente via uso de explosivos ou mecanismos. Células de carga ou extensômetros são usados para monitorar a força nos cabos, como ilustrado na Figura 15.

Figura 15 – Método de liberação de carregamento usado para determinar as frequências laterais da estrutura.



Fonte - Adaptado de Ventura, Felber e Stierner (1996).

As desvantagens deste método estão associadas aos perigos de se trabalhar com cabos tensionados e ao fato de que há a possibilidade de se obter medidas indesejadas se estes causarem um impacto sobre a estrutura quando forem liberados. Além disto, os modos que têm nós nos pontos de contato, onde a força está sendo aplicada, não irão contribuir para a resposta da estrutura.

Um dos primeiros testes utilizando este método foi realizado por Marecos, Catanheta e Trigo (1969) em uma grande ponte suspensa. Testes similares foram realizados por Ohlsson (1986) em uma ponte estaiada na Suécia, onde este cita a dificuldade de se utilizar este método neste tipo de estrutura devido ao distúrbio causado por excitações ambientais na forma de ventos. Richardson e Douglas (1987) realizaram testes numa ponte de concreto utilizando macacos hidráulicos com mecanismos de rápida liberação como uma alternativa aos cabos.

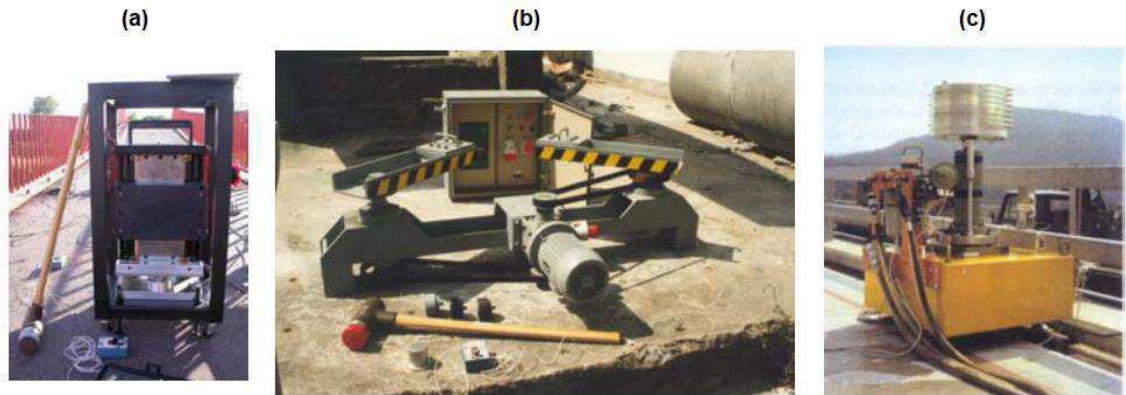
Comparações entre excitações ambientais e por deslocamento imposto foram realizadas por Ventura, Felber e Stiemer (1996) e Gentile e Martinez Y Cabrera (1997), onde, em geral, houve uma boa semelhança entre as propriedades dinâmicas identificadas utilizando ambos os métodos.

2.3.2.3 Vibração por *shaker*

Muitas excitações em pontes são realizadas através do uso de *shakers*, podendo estes ser eletrodinâmicos, servo-hidráulicos ou na forma de massas desbalanceadas em rotação. A maior vantagem em seu uso se dá ao fato de que é possível controlar o sinal de entrada, que é tipicamente harmônico, aleatório ou *sweep* de seno.

Como desvantagens, *shakers* eletrodinâmicos têm dificuldade de produzir excitações em baixas frequências e são limitados pela amplitude de força que pode ser gerada. *Shakers* servo-hidráulicos podem gerar maiores níveis de força, mas têm dificuldade em produzir excitações acima de 100 Hz. *Shakers* de massas excêntricas, por sua vez, são raramente usados devido à dificuldade de excitar a estrutura apenas na direção vertical. Além disso, todos precisam de uma infraestrutura considerável para sua operação, como fontes de potência, *hardware* de controle e sistemas de resfriamento. Em geral, têm um custo elevado e baixa portabilidade.

Figura 16 – Diferentes tipos de *shakers* a) Eletrodinâmico sobre células de carga. b) Massa excêntrica. c) Servo-hidráulico.



Fonte - Adaptado de Cunha e Caetano (2005).

Kuribayashi e Iwasaki (1973) determinaram as características modais de 30 diferentes pontes de tráfego de veículos utilizando excitações harmônicas via *shakers* de massa excêntrica. Salawu e Williams (1994) conduziram testes de vibração forçada em pontes de concreto utilizando atuadores hidráulicos como fonte de excitação. Miloslav, Vladimir e Michal (1994) realizaram testes com sinais do tipo *sweep* de seno utilizando *shakers* eletrodinâmicos em uma ponte de pedestres em Praga, República Checa.

2.4 Cargas dinâmicas em pontes

Numa sequência típica, durante o projeto de uma ponte determinam-se os carregamentos que esta irá sofrer e comparam-se estes aos limites de resistência da mesma com o propósito de atingir os requerimentos necessários para a sua construção, ou seja, que esta irá operar sem problemas quando se levar em consideração seu peso próprio e a faixa de carregamentos esperada durante sua vida útil. Com estes fatores bem estabelecidos, deve-se então levar em consideração os eventos extremos, isto é,

se a estrutura se comportará bem durante os efeitos intensos de forças externas, pois estes são os incidentes mais perigosos para uma ponte bem construída (LEE; STERNBERG, 2015). Alguns destes incidentes serão melhores discutidos nos próximos tópicos.

2.4.1 Tráfego sobre pontes

As cargas em pontes podem ser divididas em duas: As “cargas inoperantes” que se referem ao peso próprio da estrutura e as “cargas dinâmicas” que são constituídas pelo peso e efeitos do tráfego, sendo estes últimos os principais responsáveis por efeitos de sobrecargas (MCLINN, 2009).

Com o aumento de projetos de pontes cada vez mais longas e leves, vibrações induzidas por tráfego, seja na forma de pedestres, veículos ou transportes ferroviários podem gerar carregamentos dinâmicos consideráveis sobre a estrutura.

2.4.1.1 Efeitos do tráfego de pedestres

As forças geradas pelo tráfego de pessoas podem ser caracterizadas pelo ritmo de passos, velocidade de avanço e carregamento em função do tempo. O ritmo de passos determina o carregamento dinâmico resultante. Algumas vezes este é expresso em função do número de passos por segundo, no entanto, é mais útil quando expresso em Hertz. A velocidade de avanço pode ser deduzida a partir do ritmo de passos através do comprimento de passos. Naturalmente, diferentes pessoas têm diferentes comprimento de passos para uma mesma velocidade de avanço. A Tabela 2 apresenta uma média da relação entre esses três parâmetros, baseado em um número de estudos.

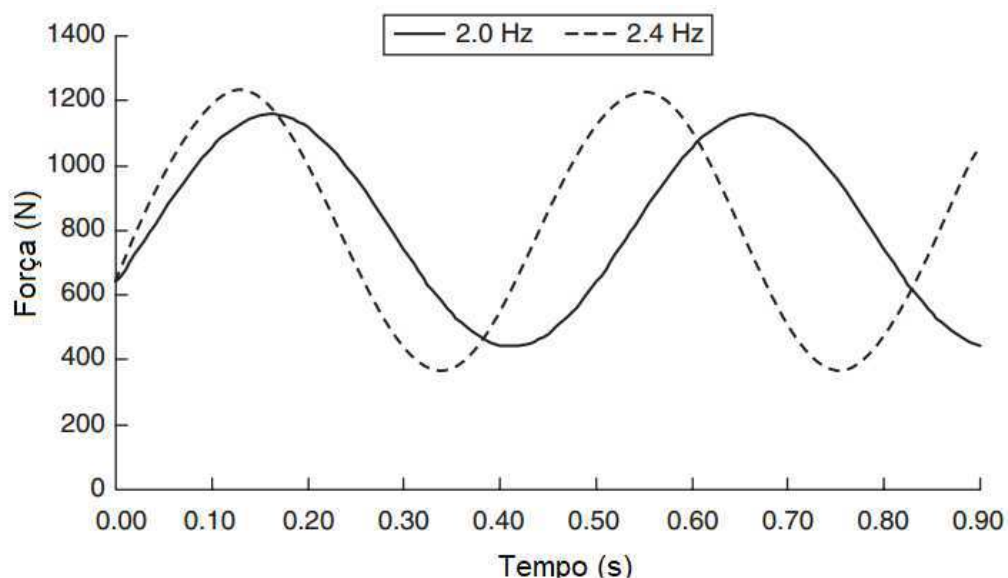
Tabela 2 – Relações entre ritmo de passos, velocidade de avanço e comprimento de passos.

	Ritmo de passos (Hz)	Velocidade de avanço (m/s)	Comprimento de passos (m)
Caminhada lenta	~1.7	1.1	0.60
Caminhada normal	~2.0	1.5	0.75
Caminhada rápida	~2.3	2.2	1.00
Corrida lenta	~2.5	3.3	1.30
Corrida rápida	>3.2	5.5	1.75

Fonte - Adaptado Parke e Hewson (2008).

O carregamento em função do tempo é baseado nas forças verticais e horizontais que uma pessoa exerce quando se movimenta e é caracterizado em função do peso, gênero e ritmo de passos desta, além de levar em conta parâmetros como o tipo de calçado usado e características da superfície onde o movimento ocorre. A Figura 17 mostra dois carregamentos em função do tempo para diferentes ritmos de passos.

Figura 17 – Carregamento em função do tempo idealizado de uma pessoa com 800 N de peso para diferentes ritmos de passo.



Fonte - Adaptado Parke e Hewson (2008).

Um dos casos mais recentes de vibrações induzidas por tráfego de pessoas aconteceu na Ponte do Milênio, uma ponte suspensa de pedestres, em Londres, 2000. Durante sua inauguração, esta sofreu altos níveis de vibração lateral, alcançando 70 mm de amplitude no vão central. Isto aconteceu devido a ressonância criada pela passagem de pedestres. Era estimado que a frequência do ritmo de passos na direção vertical estivesse entre 1.2 e 2.2 Hz, no entanto, como o movimento alternativo entre os passos aplica forças na direção lateral, a frequência de excitação lateral é a metade destes valores, entre 0.6 e 1.1 Hz, coincidindo com uma das frequências naturais laterais da estrutura (DALLARD et al., 2001).

2.4.1.2 Efeitos do tráfego de transportes ferroviários

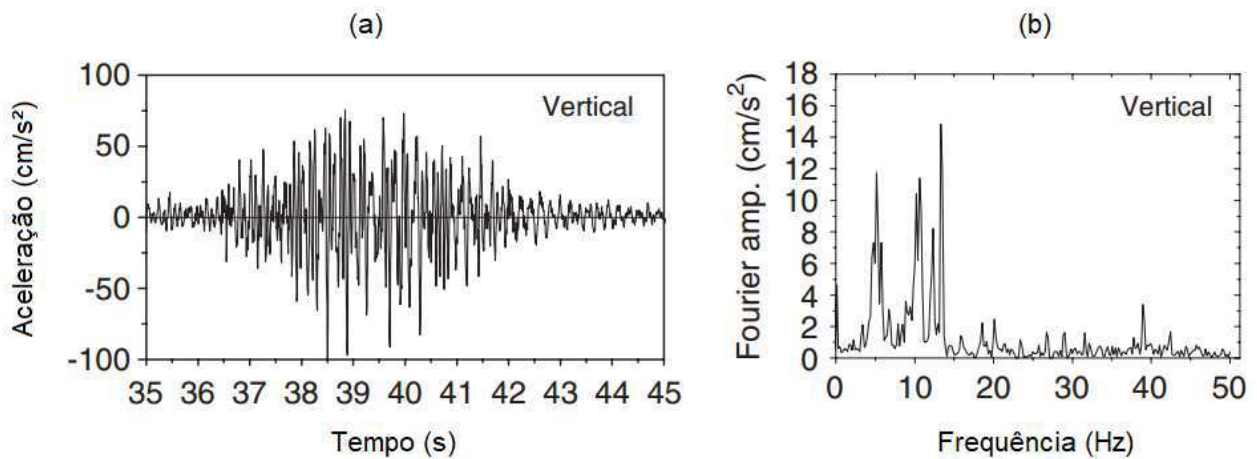
No passado, com a relativa baixa velocidade dos transportes ferroviários, estes eram modelados como cargas estáticas e procurava-se apenas limitar a deflexão total e evitar a coincidência com a frequência fundamental da ponte. No entanto, ao passar dos anos, a velocidade destes vem aumentando consideravelmente e a análise da resposta dinâmica da estrutura se torna cada vez mais importante.

Os principais fatores que influenciam a resposta dinâmica do sistema são a velocidade do tráfego sobre a ponte, o amortecimento, as frequências naturais e os modos de vibrar de toda a estrutura, o número de eixos do transporte, o espaçamento entre os eixos e o peso que cada um destes sustenta. Tendo em vista que as suspensões destes veículos são relativamente rígidas e as irregularidades da superfície dos trilhos são removidas constantemente devido a manutenções, estes dois fatores geralmente não são levados em consideração.

O espaçamento entre eixos é um fator de extrema importância, pois a coincidência da frequência de passagem destes sobre a estrutura com a frequência natural da mesma pode gerar altíssimos níveis de vibração, além disto, com o aumento da velocidade, estes podem excitar novos modos, não só de flexão, mas também de torção, principalmente se a ponte tiver múltiplas linhas férreas.

A Figura 18 mostra a aceleração do vão central de uma ponte após excitações induzidas por um trem. O vão tem um comprimento relativamente baixo de 35 metros, logo a passagem do trem sobre este dura aproximadamente 4 segundos, no entanto é o suficiente para causar altos níveis de oscilação, excitando várias frequências naturais da estrutura (LEE et al., 2006).

Figura 18 – Aceleração vertical da ponte. (a) Em função do tempo. (b) Em função da frequência.



Fonte – Lee et al. (2006).

2.4.1.3 Efeitos do tráfego de veículos

Pontes de tráfego de veículos são raramente vulneráveis a vibrações prejudiciais causadas por estes devido a sua massa e configuração de como foram projetadas. No entanto, ocasionalmente é necessário checar a resposta das mesmas a este tipo de excitação.

As frequências de vibrações geradas variam numa faixa extensa dependendo do tipo de veículo, velocidade, manutenções e do estado da superfície da estrutura. Em geral chegou-se à conclusão de que o tráfego rodoviário usualmente gera vibrações acima de 5 Hz que podem excitar elementos individuais, como cabos, tendões externos

ou partes do tabuleiro, mas são raramente críticos para o comportamento global da ponte. Uma possível exceção é a combinação de defeitos na estrutura com tráfego pesado, que pode gerar carregamentos na forma de impactos significativos (PARKE; HEWSON, 2008).

2.4.2 Efeito de colisões com pontes

Colisões acidentais com pontes ocorrem principalmente por conta de veículos ou embarcações se chocando contra a estrutura. A análise do impacto geralmente é feita em razão da conservação de energia, apesar da relação entre veículo ou embarcação e ponte durante a colisão ser um problema dinâmico complexo.

A colisão de veículos contra a estrutura é um problema de menor escala, pois testes mostram que até 80% da energia de impacto é dissipada pela própria deformação do veículo, sendo o restante absorvido pelos suportes da estrutura.

Quando pontes são localizadas em águas navegáveis, a possibilidade da colisão de embarcações se torna um grave problema devido à grande quantidade de inércia que, mesmo em baixas velocidades, estas conseguem transferir em forma de quantidade de movimento para a estrutura. A destruição causada pelo impacto depende da massa, velocidade e de como a embarcação colidiu com a estrutura.

Um dos acidentes mais graves envolvendo embarcações ocorreu no dia 15 de setembro de 2011, no Texas, Estados Unidos. Quatro barcaças carregadas colidiram em uma coluna de suporte fazendo com que três vãos da ponte viessem a entrar em colapso. Estes se localizavam próximo ao ponto mais alto da estrutura e motoristas que se aproximavam não conseguiam ver a descontinuidade criada, resultando em vários veículos caindo na água, causando oito mortes (LEE; STERNBERG, 2015).

2.4.3 Efeitos de terremotos em pontes

Terremotos são uma das forças naturais mais destrutivas no planeta. O projeto de estruturas em regiões sismicamente ativas deve ser feito com extremo zelo com o intuito de evitar o colapso da mesma quando exposta a este fenômeno. Ocorrem normalmente como uma série de movimentos cíclicos na superfície do planeta devido a súbita liberação de energia na crosta terrestre geralmente proveniente de choques entre placas tectônicas.

O movimento do solo é medido por sismógrafos que são sensíveis a pequenos níveis de vibração e são registrados mais comumente em razão da escala Richter que varia de 0 até 9.5, sendo este último a maior medida registrada até hoje (Terremoto no Chile de 1960). É uma escala logarítmica que mede a energia de deformação da superfície liberada no epicentro do terremoto. Um evento de magnitude 5 não causaria danos estruturais significativos, no entanto, um evento de magnitude 6.9, como o terremoto de Northridge em 1994, causou 72 fatalidades e um dano estimado de US\$ 12.5 bilhões, sendo grande parte deste número de vítimas atribuído ao colapso de pontes e viadutos.

2.4.4 Efeitos de ventos em pontes

Ventos podem ser definidos como o resultado do movimento de partículas de ar na atmosfera terrestre. A energia que causa este movimento é decorrente da radiação solar em conjunto com a radiação da superfície da terra. Isto produz um gradiente de temperatura e pressão que, por sua vez, causa a aceleração das partículas de ar entre áreas de baixa e alta pressão.

Todas pontes estão sujeitas a vento, no entanto, alguns tipos são mais suscetíveis a resposta dinâmica do que outras. Para as pontes mais simples suas frequências naturais são suficientemente altas para evitar uma alta resposta dinâmica, todavia estruturas mais esbeltas geralmente têm frequências naturais mais baixas e a

resposta aerodinâmica das mesmas pode ser significativa, nestes casos o projeto destas deve ser examinado cuidadosamente para evitar que instabilidades ocorram e as excitações estejam dentro dos limites aceitáveis.

O efeito do vento em estruturas é o de induzir deflexões. Estas deflexões podem ter o potencial de alterar as condições de contorno do vento incidente ao ponto de que o padrão de escoamento ao redor da estrutura é alterado. Isto resulta em deflexões oscilatórias da mesma, um fenômeno comumente conhecido como instabilidade aeroelástica. Todas instabilidades aerodinâmicas surgem de forças aerodinâmicas que atuam em conjunto com o movimento da estrutura. Estas estão divididas em duas grandes categorias.

2.4.4.1 Efeitos devido à instabilidade aeroelástica

Inclui fenômenos como *galloping*, *stall flutter* e *flutter* clássico que resultam de oscilações que crescem rapidamente e devem ser evitadas a fim de prevenir falha estrutural. O colapso da ponte de Tacoma Narrows, em 1940, ocorreu devido à *flutter* clássico (Figura 19). O fenômeno de *flutter* ocorre quando uma perturbação torsional na estrutura aumenta o ângulo de incidência do vento sobre o tabuleiro da ponte. O tabuleiro responde sofrendo uma maior torção. Eventualmente, o ângulo de ataque aumenta até alcançar estol e a ponte começa a torcer na direção oposta. No caso da ponte de Tacoma Narrows, este modo era amortecido negativamente (ou tinha *feedback* positivo), de forma que este aumentava a amplitude de excitação com cada ciclo porque o vento entregava mais energia do que a estrutura conseguia dissipar via deflexão. Eventualmente, a amplitude do movimento causou falha na base dos cabos, o que resultou no colapso progressivo estrutural.

Figura 19 – Colapso da ponte de Tacoma Narrows.



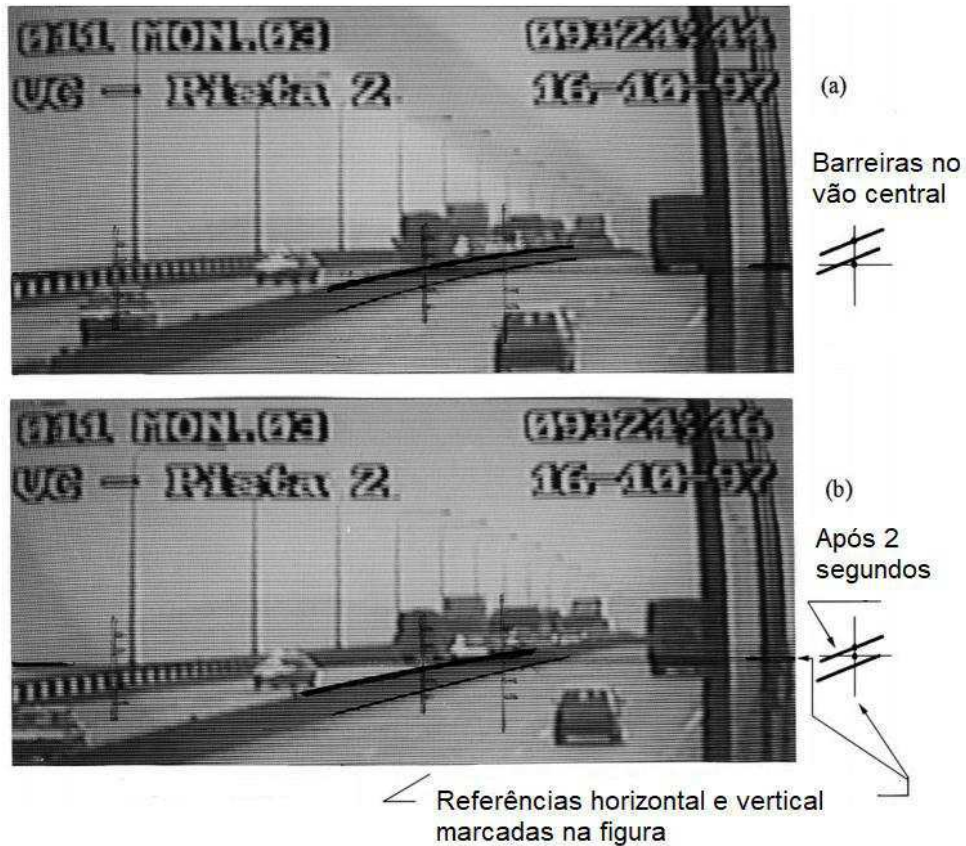
Fonte – Ammann e Kármán (1941).

2.4.4.2 Efeitos devido à auto excitação

Inclui fenômenos como oscilações induzidas por desprendimento cadenciado de vórtices e respostas turbulentas que podem causar danos por fadiga ou resultar em sobrecargas. Oscilações induzidas por vórtices são resultados do escoamento alternado do ar sobre as superfícies superiores e inferiores do tabuleiro da ponte, ocorrendo em velocidades críticas do vento. Se estas estiverem próximas da frequência natural da estrutura, seja em flexão ou torção, ressonância irá ocorrer. A oscilação irá ocorrer se o escoamento tiver energia o suficiente numa faixa de frequências particular da estrutura (PARKE; HEWSON, 2008).

Até o ano de 2004, quando foram implementados dispositivos de controle de vibrações, a ponte Rio-Niterói sofria grandes níveis de oscilações devido ao vento lateral que atingia os três principais vãos da mesma, como ilustrado na Figura 20.

Figura 20 – Oscilações do vão central da ponte Rio-Niterói. (a) Vão central da estrutura com amplitude de oscilação de 60 cm para cima. (b) 2 segundos depois, vão central com amplitude de oscilação de 60 cm para baixo.



Fonte – Adaptado de Battista e Pfeil (2000).

. Em outubro de 1997, ventos entre 55 e 60 km/h atingiram a estrutura durante 7 minutos induzindo oscilações por vórtices que atuavam na primeira frequência natural em flexão da mesma, em 0.32 Hz. Estima-se que o vão central da estrutura chegou a oscilar 60 cm para cima e para baixo (BATTISTA; PFEIL, 2000).

2.5 Métodos de controle de vibração

Segundo Soong e Spencer (2002) e Preumont (2011) os métodos de controle de vibração podem ser divididos em dois grandes grupos: dissipação passiva de energia e controle ativo.

Sistemas de dissipação passiva de energia englobam uma grande faixa de materiais ou dispositivos que têm como função atuar nas propriedades intrínsecas de estruturas ou máquinas, ou seja, aprimorar o amortecimento, rigidez ou resistência destas.

Um elemento de dissipação passiva de energia atua diretamente na estrutura alterando suas propriedades e, por consequência, sua resposta a excitações externas, conforme Figura 21.

Figura 21 – Esquema de controle por dissipação passiva de energia (DPE).

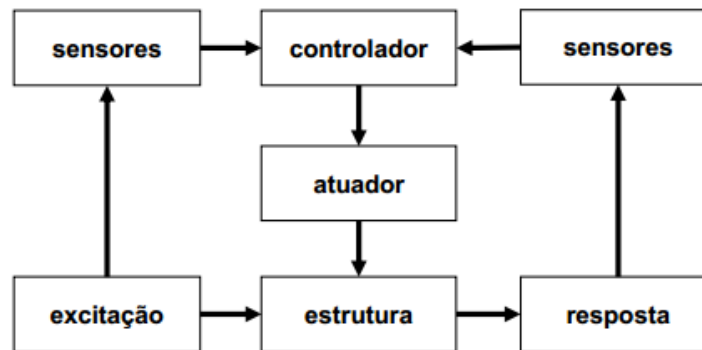


Fonte – Adaptado de Soong e Spencer (2002).

O controle ativo de estruturas pode ser considerado uma evolução natural dos métodos passivos e pode se dividir ainda em controles híbridos e semiativos. São caracterizados como dispositivos compostos por sensores, controladores e atuadores que têm como função monitorar distúrbios na estrutura e atuar sobre estes.

O controle ativo tem configuração mostrada na Figura 22.

Figura 22 – Esquema de controle ativo de vibrações.



Fonte – Adaptado de Soong e Spencer (2002).

Os elementos que constituem este são:

- 1 – Sensores localizados sobre a estrutura para medir excitações externas e/ou sua resposta;
- 2 – Controladores que devem processar as informações medidas e computar as forças de controle necessárias baseadas em um algoritmo de controle;
- 3 – Atuadores, geralmente alimentados por uma fonte de energia externa, que devem produzir as forças de controle requeridas.

Quando apenas a resposta da estrutura é medida, a configuração do sistema é chamada de controle por *feedback*, tendo em vista que esta resposta é monitorada continuamente e a informação é utilizada para realizar correções na força de controle aplicada. Um controle por *feedforward* acontece quando as forças de controle são reguladas exclusivamente pela medição da excitação aplicada à estrutura. Quando ambas excitação e resposta estrutural são utilizadas para projetos de controle, o termo controle por *feedback-feedforward* é utilizado.

Algumas das vantagens do controle ativo são:

- 1 – Eficiência aprimorada no controle da resposta, limitada apenas pela capacidade do sistema de controle;

2 – Aplicabilidade para diversas excitações externas, este pode se adaptar a diferentes esforços que atuam na estrutura, controlando a amplitude de movimento desta durante terremotos ou fortes ventos, por exemplo;

3 – Seleção dos objetivos de controle; durante condições normais de operação o controle pode ser realizado para garantir o conforto de pessoas sobre a estrutura e, durante carregamentos dinâmicos severos, este pode priorizar a segurança estrutural do sistema.

No entanto, sua maior desvantagem reside no fato de que este precisa de uma fonte de alimentação de energia externa e, no caso desta falhar, o sistema deixará de atuar. Além disso, sua implementação em estruturas civis pode se tornar complexa devido a fenômenos de não-linearidade relacionados a propriedades físicas das mesmas e distúrbios externos como ventos e terremotos; a escala das forças envolvidas pode ser consideravelmente alta e existe apenas um número limitado de sensores e atuadores que podem trabalhar de tal forma.

Algumas formas de controle ativo tentam diminuir essas desvantagens utilizando dispositivos de dissipação passiva de energia.

O termo controle híbrido geralmente se refere a uma combinação de controle passivo e ativo atuando simultaneamente na estrutura, como mostrado na Figura 23. Como uma parcela do controle é realizada pela dissipação de energia passiva, os esforços de controle ativo são menores, logo menores quantidades de energia para alimentar este são necessárias.

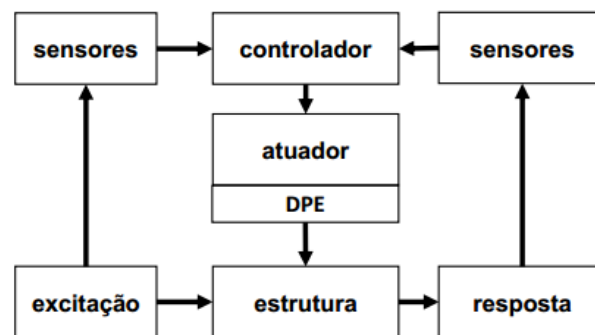
Figura 23 – Esquema de controle híbrido de vibrações.



Fonte – Adaptado de Soong e Spencer (2002).

Reduções de energia similares podem ser alcançadas utilizando o esquema de controle semiativo mostrado na Figura 24, onde os atuadores não agem diretamente sobre a estrutura e sim sobre o elemento de dissipação de energia, garantindo assim a estabilidade inicial do sistema.

Figura 24 – Esquema de controle semiativo de vibrações.



Fonte – Adaptado de Soong e Spencer (2002).

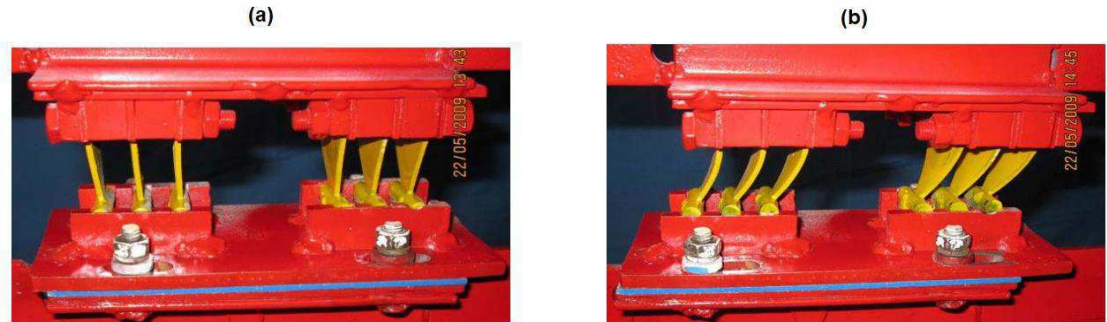
Na falta de energia externa, estes sistemas trazem consigo o benefício de prover algum controle estrutural devido aos componentes passivos instalados, diferente de um sistema totalmente ativo.

2.5.1 Dispositivos de controle passivo

2.5.1.1 Amortecimento por deformação metálica

Um dos mecanismos disponíveis para dissipação de energia de uma estrutura devido a excitações externas se dá através da deformação plástica de metais. Muitos destes dispositivos usam chapas de aço de baixo carbono em formato triangular ou em “X”, como ilustrado na Figura 25.

Figura 25 – (a) Dispositivo amortecedor. (b) Após deformações.



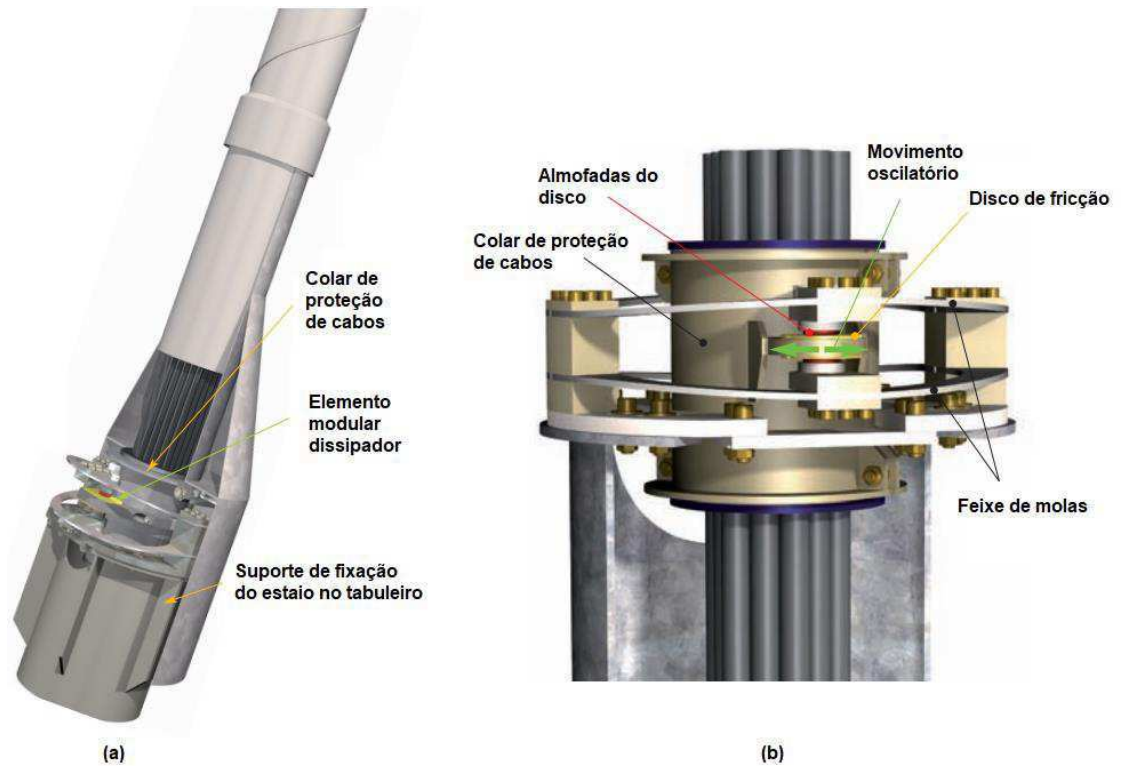
Fonte – Li, Li e Wang (2014).

Por conta de seu formato, as chapas experimentam deformações uniformes em flexão em todo seu comprimento. Durante deformações cíclicas, estas alcançam seu limite de escoamento e a deformação plástica destas consome uma porção substancial da energia de vibração estrutural. Após deformação estes elementos devem ser substituídos, o que acarreta em manutenções adicionais e paradas de funcionamento da estrutura.

2.5.1.2 Amortecimento por atrito

Amortecedores por atrito utilizam o mecanismo de fricção que ocorre quando dois corpos sólidos escorregam, um relativo ao outro, para promover a dissipação de energia desejada.

Figura 26 – (a) Estai de uma ponte com elemento de amortecimento por atrito. (b) Princípio de funcionamento.

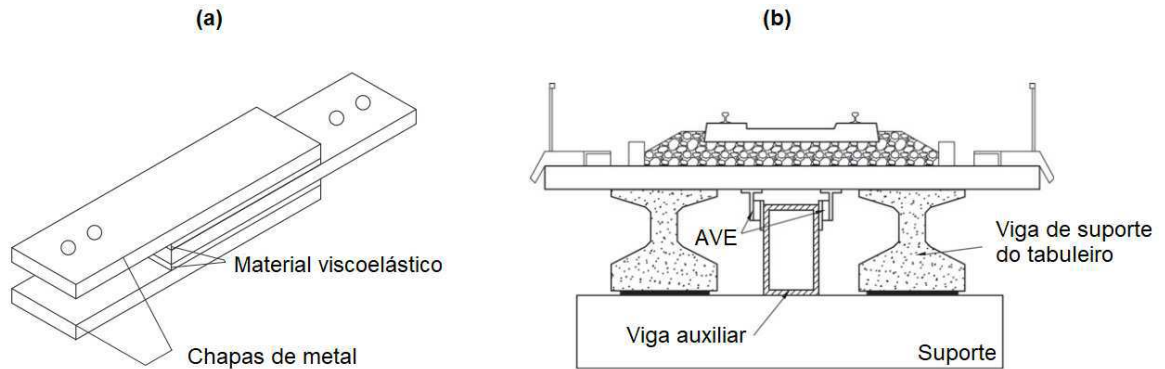


Fonte – Adaptado de Vorspann System Losinger (2014).

2.5.1.3 Amortecedores viscoelásticos

Materials viscoelásticos usados em estruturas são geralmente na forma de polímeros ou substâncias vítreas que dissipam energia via tensões de cisalhamento. Um amortecedor viscoelástico típico é mostrado na Figura 27, este consiste de camadas viscoelásticas acopladas em chapas de aço.

Figura 27 – (a) Amortecedor viscoelástico. (b) Uso de Amortecedores Viscoelásticos (AVE) em uma ponte.



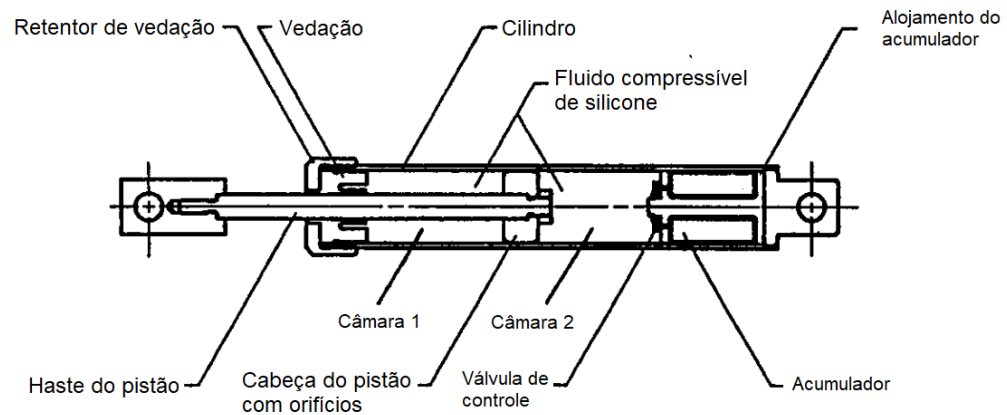
Fonte – Adaptado de Moliner, Museros e Martínez-Rodrigo (2012).

Quando montado em uma estrutura, vibrações induzem movimento relativo entre as chapas e, por consequência, o material viscoelástico sofre deformações graças as tensões de cisalhamento criadas, assim dissipando energia.

2.5.1.4 Amortecimento por fluido viscoso

Amortecedores de fluido viscoso vêm sendo usados nas indústrias automotivas, aeronáuticas e militares durante anos e recentemente têm sido adaptados para uso em estruturas civis. Geralmente consistem de um pistão alojado em um cilindro que é preenchido com um composto de silicone ou óleos com viscosidade similar. O pistão pode ter um número de pequenos orifícios por onde o fluido pode passar de um lado da câmara do cilindro para o outro.

Figura 28 – Componentes de um amortecedor viscoso.



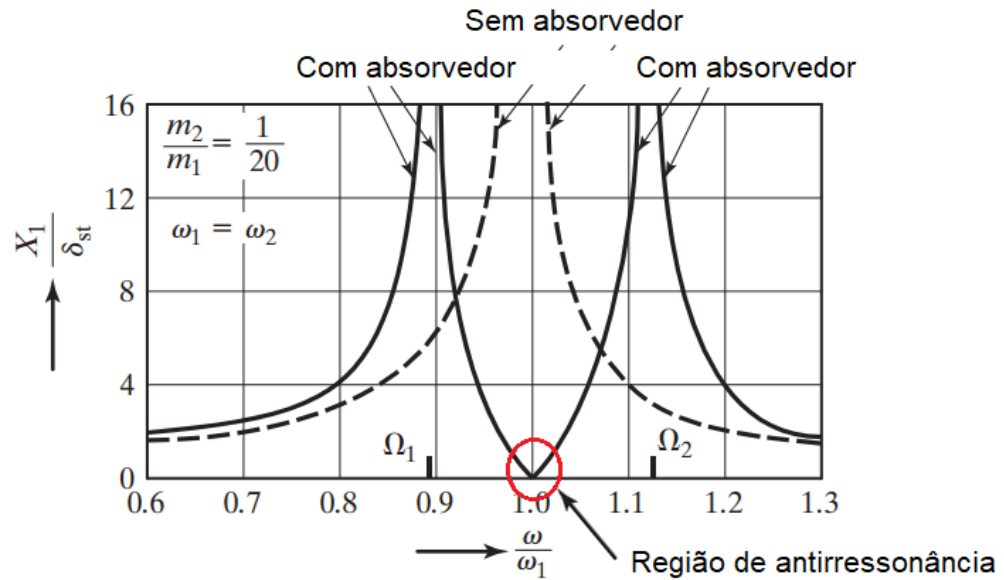
Fonte – Constantinou, Symans e Tsopelas (1993).

Logo, estes amortecedores dissipam energia via movimento de um pistão em um fluido altamente viscoso e do mecanismo de escoamento destes através de orifícios.

2.5.1.5 Absorvedores dinâmicos de vibração (ADV)

ADVs são dispositivos mecânicos usados para reduzir ou eliminar vibrações indesejadas em estruturas ou máquinas. Consistem em um conjunto massa-mola que é acoplado ao sistema que precisa ser protegido de oscilações. O novo sistema possui um grau de liberdade adicional devido ao movimento da segunda massa, tendo uma nova frequência natural e uma região de antirressonância, como ilustrado na Figura 29. Mediante sintonia da frequência do sistema, o conjunto estrutural pode trabalhar na região de antirressonância, praticamente livre de vibrações.

Figura 29 – Efeito de um ADV na resposta da estrutura em função da razão de frequências

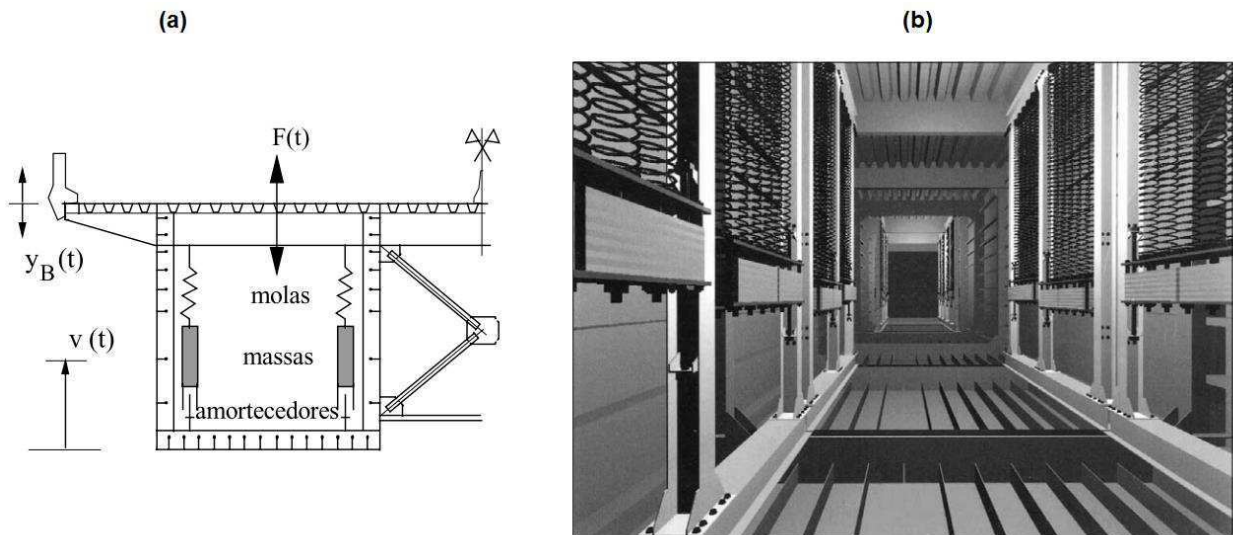


Fonte - Adaptado de Rao (2010).

Vale notar que um ADV passivo pode ser apenas sintonizado em uma única frequência estrutural e, enquanto este pode atenuar completamente a vibração nesta, os outros modos de vibrar da estrutura podem ter sua amplitude aumentada.

A Figura 30 ilustra o esquema e múltiplos ADV instalados no interior de uma das vigas do vão central da ponte Rio-Niterói com o objetivo de atenuar vibrações devido a coincidência da frequência natural do primeiro modo de vibrar em flexão da estrutura com a velocidade da passagem do vento sobre a mesma.

Figura 30 – (a) Esquema de um ADV utilizado na ponte Rio-Niterói. (b) Múltiplos ADVs instalados no interior de uma das vigas da ponte Rio-Niterói.



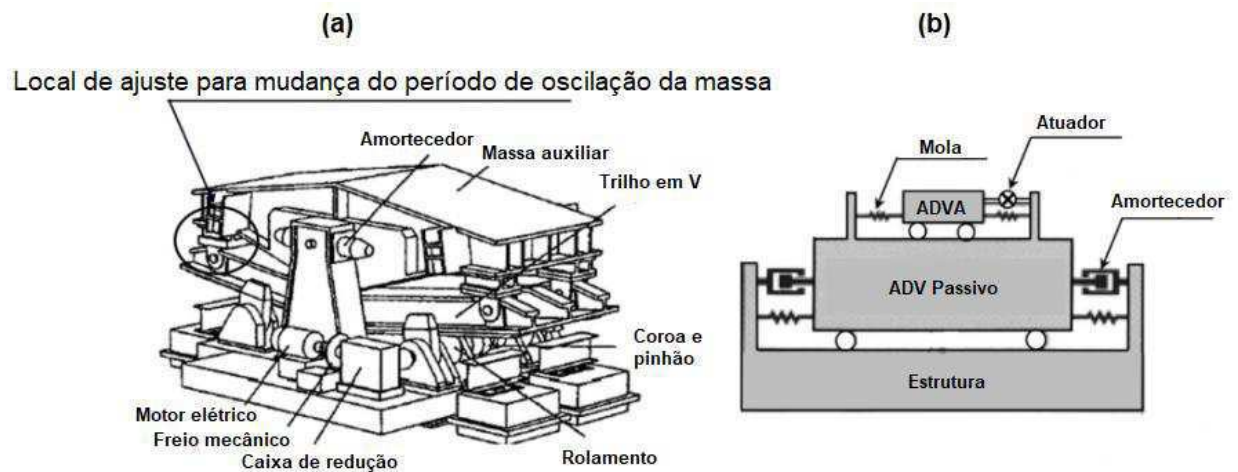
Fonte – Battista e Pfeil (2005).

2.5.2 Dispositivos de controle ativo, híbrido e semiativo

2.5.2.1 Absorvedores dinâmicos híbridos (*Hybrid mass dampers*)

São uma combinação de um ADV convencional passivo e atuadores ativos regidos por um controlador. A habilidade deste dispositivo de reduzir a resposta estrutural depende principalmente do movimento natural do ADV. As forças de controle do atuador são empregadas para aumentar a eficiência do sistema e aprimorar sua robustez a mudanças nas características dinâmicas da estrutura. A energia e forças requeridas para operar um típico ADV híbrido são bem menores que aquelas para operar um sistema totalmente ativo com performances comparáveis.

Figura 31 – (a) Esquema do absorvedor dinâmico híbrido utilizado na torre de Shinjuku Park, Tóquio, Japão. (b) Princípio de funcionamento de um ADV híbrido.

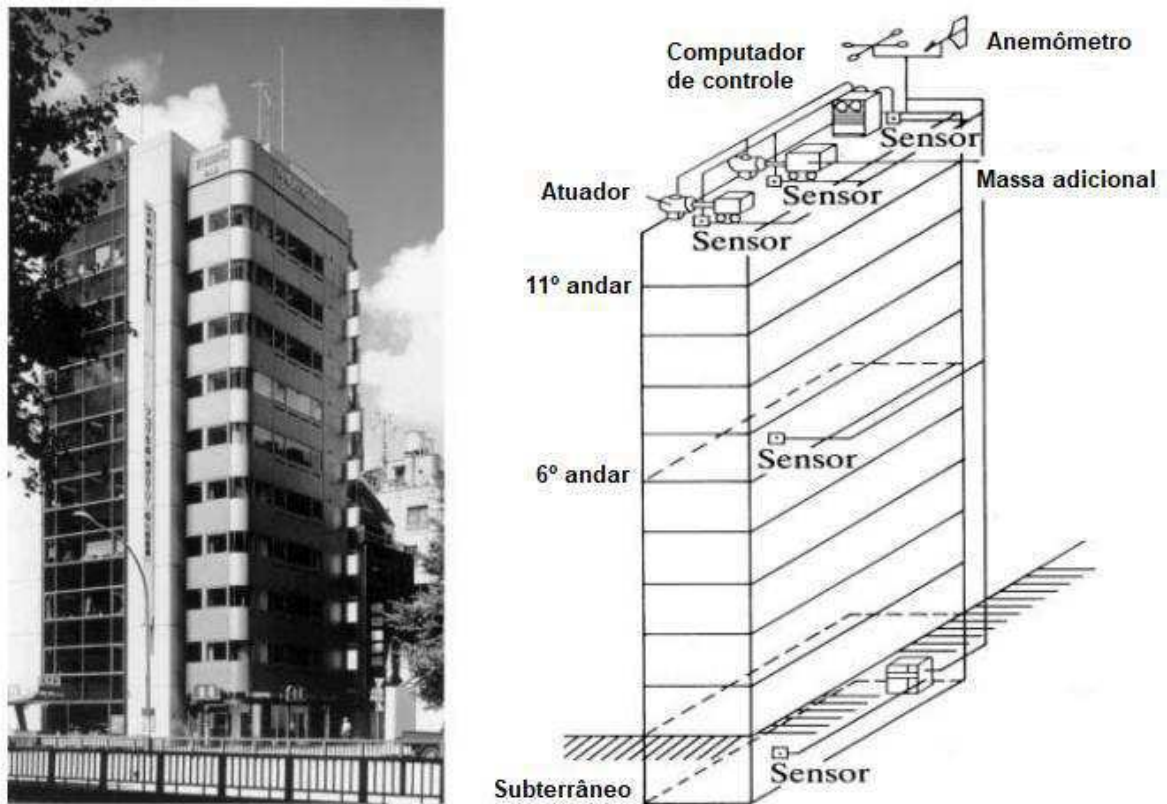


Fonte - Pastia et al. (2005).

2.5.2.2 Absorvedores dinâmicos ativos

Absorvedores dinâmicos de vibração ativos (ADVA) possuem o mesmo princípio de um ADV convencional, no entanto, a resposta estrutural é completamente dependente das forças de controle do atuador. Um exemplo de ADVA é ilustrado na Figura 32.

Figura 32 – ADVA utilizado para reduzir as oscilações causadas por vento no edifício Kyobashi Seiwa em Tóquio, Japão.

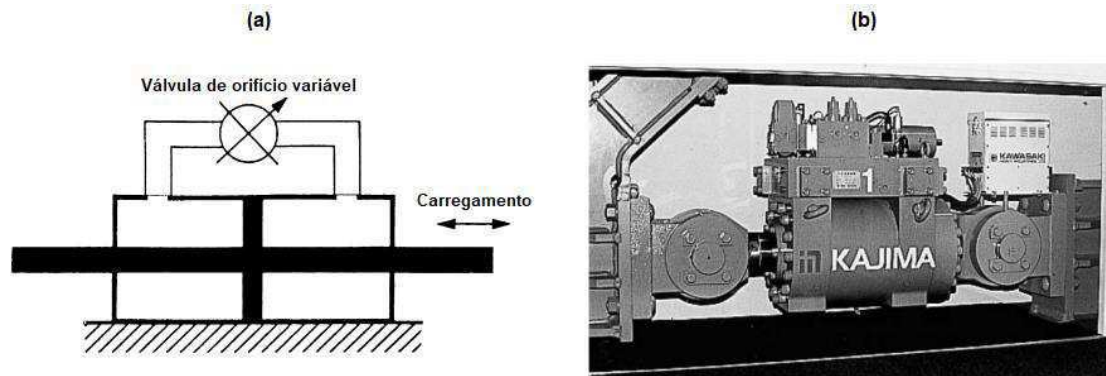


Fonte – Adaptado de Kobori (1994) apud Soong e Spencer (2002).

2.5.2.3 Amortecedores semiativos

Estratégias de controle baseadas em dispositivos semiativos tentam combinar as melhores características de ambos sistemas de controle ativo e passivo. Dispositivos semiativos podem ser na forma de válvulas de orifício variável controladas eletromecanicamente, como mostrado na Figura 33.

Figura 33 – (a) Esquema de funcionamento de amortecedor semiativo. (b) Amortecedor semiativo.



Fonte - Kurata et al. (1999) apud Soong e Spencer (2002).

Tal mecanismo permite a variação das forças de amortecimento mediante o controle da passagem de fluidos pelos orifícios do cilindro.

2.6 Materiais multifuncionais

Materiais multifuncionais possuem propriedades que vão além das características de resistência e rigidez que tipicamente movem a ciência e engenharia de materiais para sistemas estruturais. Estes podem existir naturalmente ou ser especialmente projetados para ter novas propriedades, como integração elétrica, magnética, ótica, dissipação de energia ou outras funcionalidades que trabalham em sinergia para prover vantagens que superam a soma de suas capacidades individuais (NEMAT-NASSER et al., 2005).

Um subgrupo dos materiais multifuncionais são os materiais ativos, estes últimos possuem propriedades que possibilitam seu uso como sensores, ou seja, realizam conversão de um sinal de entrada mecânico em um sinal de saída não-mecânico (como uma tensão elétrica, por exemplo) e atuadores que, por sua vez, convertem um sinal de entrada não-mecânico (potência elétrica) em um sinal de saída mecânico.

Materiais ativos podem ainda ser divididos entre materiais que exibem acoplamento físico direto ou indireto. Acoplamento direto implica em dizer que, se o sinal de entrada for mecânico, o sinal de saída será não-mecânico e vice-versa. Entre os materiais ativos com acoplamento direto estão:

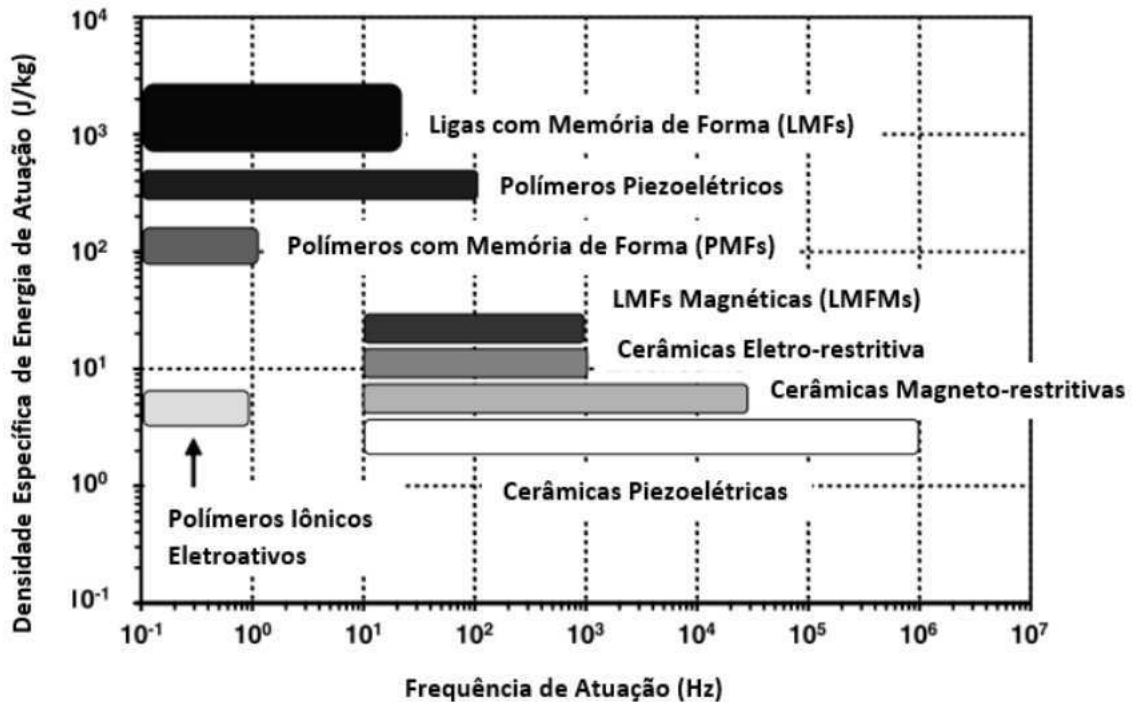
- Materiais piezoelétricos e piezoresistivos: Acoplamento entre tensão elétrica e deformação mecânica;
- Materiais piezoelétricos e magnetostrictivos: Acoplamento entre campo magnético e deformação mecânica;
- Materiais com memória de forma: Acoplamento entre gradiente de temperatura e deformação mecânica.

Em contraste, materiais como fluídos eletro reológicos ou magneto reológicos exibem acoplamento indireto, ou seja, uma mudança no campo elétrico ou magnético se acopla indiretamente com o comportamento mecânico destes através de uma mudança na viscosidade do fluído. Isso implica em dizer que o fenômeno físico não é recíproco e só pode ser reproduzido em um sentido, ou seja, um sinal de entrada não-mecânico gerando sinal de saída mecânico (LAGOUDAS, 2008).

A aptidão de um material ativo para aplicações de atuação depende de muitos fatores. Dois principais pontos de projeto são: densidade de energia de atuação (trabalho realizado por unidade de volume) e frequência de atuação. Um material ativo ideal teria ambas altas densidades de energia e frequência de atuação.

A Figura 34 ilustra a relação entre densidade específica de energia de atuação (trabalho realizado por unidade de massa) e frequência de atuação de diferentes materiais ativos com acoplamentos físicos diretos.

Figura 34 – Relação entre densidade específica de energia de atuação e frequência de atuação para diferentes materiais ativos.



Fonte – Adaptado de Lagoudas (2008).

É possível fazer uma comparação entre os diversos materiais e verificar que as ligas com memória de forma (LMF) possuem um alto nível de densidade específica de energia de atuação para baixas frequências, devido a esta razão, nos últimos anos estes materiais vêm ganhando popularidade em seu uso em sistemas estruturais.

2.6.1 Ligas com memória de forma (LMF)

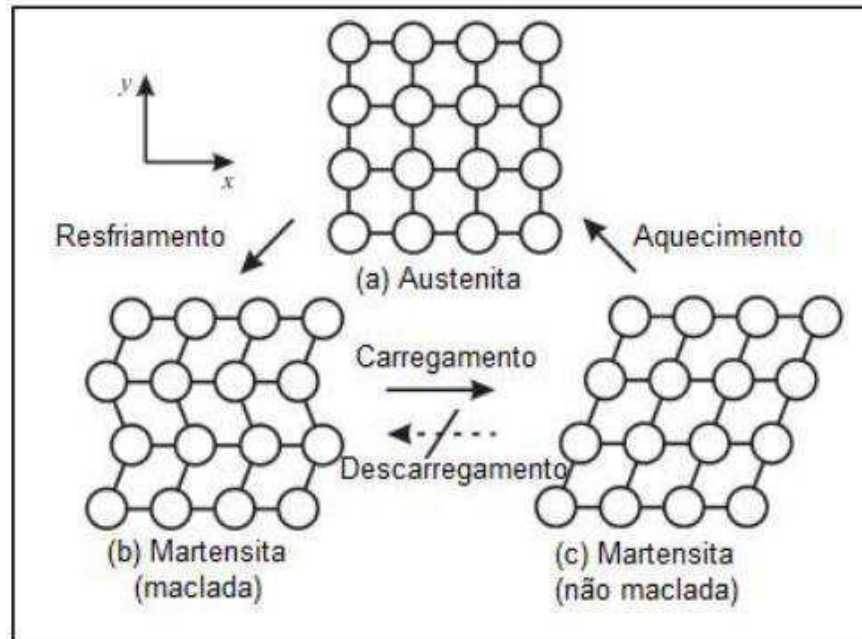
Ligas com memória de forma (LMF) são ligas metálicas que sofrem transformações entre fases sólidas induzidas por mudanças de temperatura e/ou tensões apropriadas e que podem recuperar deformações aparentemente permanentes. Tais ligas possuem uma série de propriedades desejáveis, destacando-se o efeito de memória de forma (EMF) e a superelasticidade (SE).

Estas propriedades foram primeiro observadas em uma liga de Au-Cd e depois de forma mais pronunciada em ligas de Ni-Ti. Outras ligas como In-Tl, Cu-Zn e Cu-Al-Ni também apresentam estes efeitos.

O efeito de memória de forma envolve uma transformação cristalina termicamente induzida entre uma fase dúctil e de baixa temperatura (Martensita) e uma fase de alta resistência e de alta temperatura (Austenita). Enquanto na fase de baixa temperatura, as LMF são facilmente deformáveis e, quando aquecidas, transformam-se em austenita e recuperam sua forma original (OTSUKA; WAYMAN, 1998).

Mediante resfriamento e na ausência de carregamento aplicado, a estrutura cristalina muda de austenita para martensita, esse fenômeno é chamado de transformação direta. Cada cristal de martensita pode se formar com diferentes direções de orientação conhecidas como variantes, entre estas as duas principais formas são: martensita maclada, de auto acomodação que forma-se após resfriamento do material na ausência de carregamento e a martensita não maclada, que ocorre quando o material, em seu estado maclado, sofre um carregamento mecânico. Com o aumento da temperatura a fase martensítica torna-se instável e a estrutura cristalina se transforma novamente em austenita, este fenômeno é chamado de transformação reversa. Ambos fenômenos são ilustrados na Figura 35.

Figura 35 – Transformações martensíticas presentes em LMF.

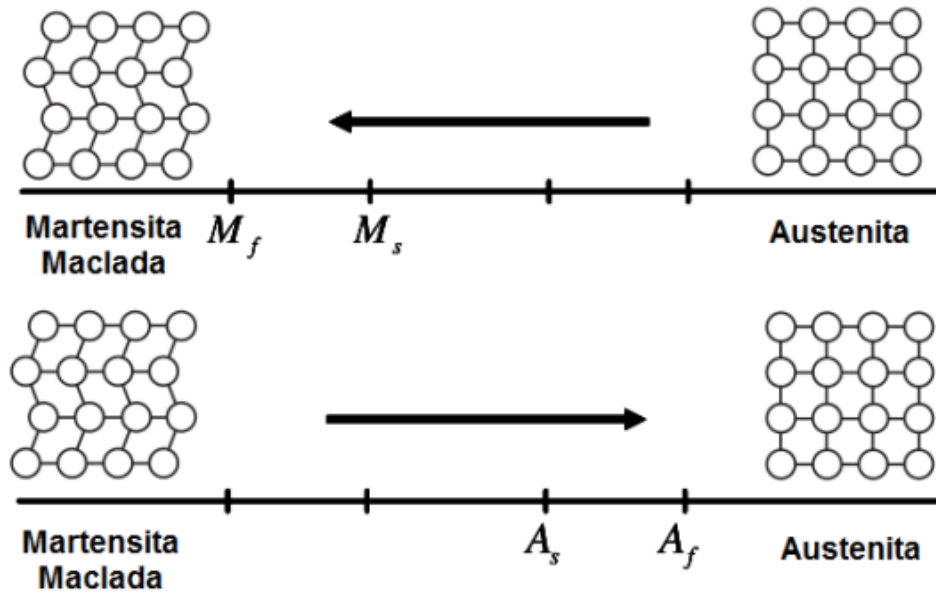


Fonte – adaptado de Uehara, Tamai e Ohno (2006).

Vale notar que o processo de transformação de martensita maclada em martensita não maclada não é reversível, ou seja, mediante retirada do carregamento, o material continuará com a estrutura na forma de martensita não maclada.

Existem quatro temperaturas características associadas com as transformações de fases. Durante a transformação direta, austenita, com ausência de carregamento, começa a se transformar em martensita maclada na temperatura de início de transformação martensítica (M_s) e completa sua transformação em martensita na temperatura final de transformação martensítica (M_f). Neste estágio, a transformação está completa e o material se encontra completamente como martensita maclada. Da mesma forma, durante o aquecimento, a transformação reversa se inicia na temperatura de início de transformação austenítica (A_s) e esta é finalizada na temperatura final de transformação austenítica (A_f). A Figura 36 ilustra estes fenômenos.

Figura 36 – Transformações de fase induzidas por temperatura em LMF sem carregamento mecânico.

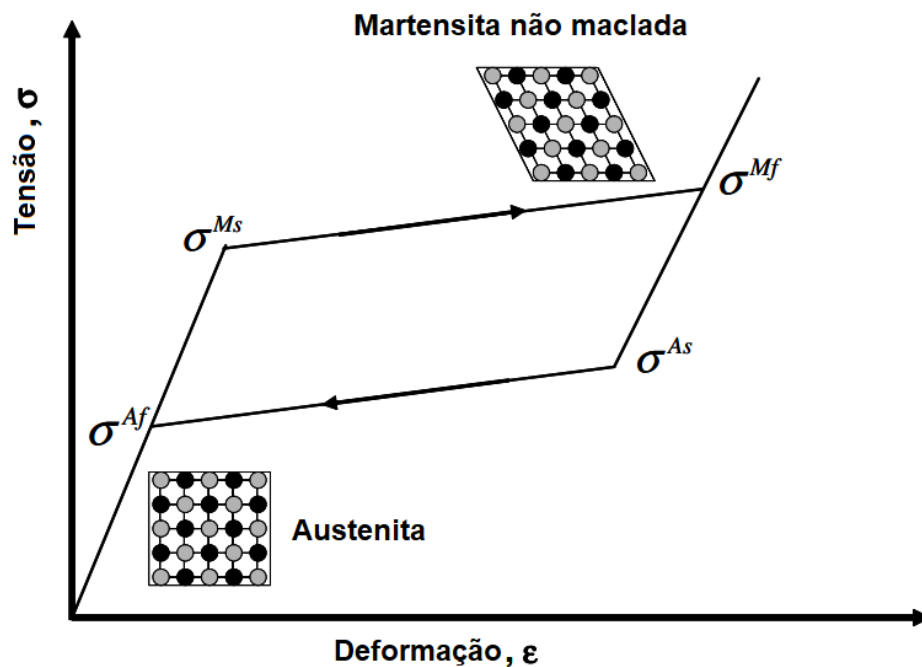


Fonte - Adaptado de Lagoudas (2008).

Além da transformação de fase induzida termicamente, a transformação pode também ser induzida pela aplicação de uma carga mecânica suficientemente alta ao material na fase austenítica. O resultado deste carregamento é martensita totalmente não maclada criada a partir da austenita. Se a temperatura do material está acima de A_f , este retorna a seu formato original após a retirada do carregamento. Este comportamento é chamado de efeito superelástico (ou pseudoelástico).

Um caminho do carregamento mostrando o comportamento superelástico num diagrama tensão-deformação é ilustrado esquematicamente na Figura 37. Os níveis de tensão em que a transformação martensítica se inicia e completa-se são denotados como σ^{M_s} e σ^{M_f} , respectivamente. De forma similar, à medida que o carregamento é retirado, os níveis de tensão em que o material inicia e completa sua transformação reversa para austenita são denotados como σ^{A_s} e σ^{A_f} , respectivamente.

Figura 37 – Diagrama tensão-deformação do comportamento superelástico



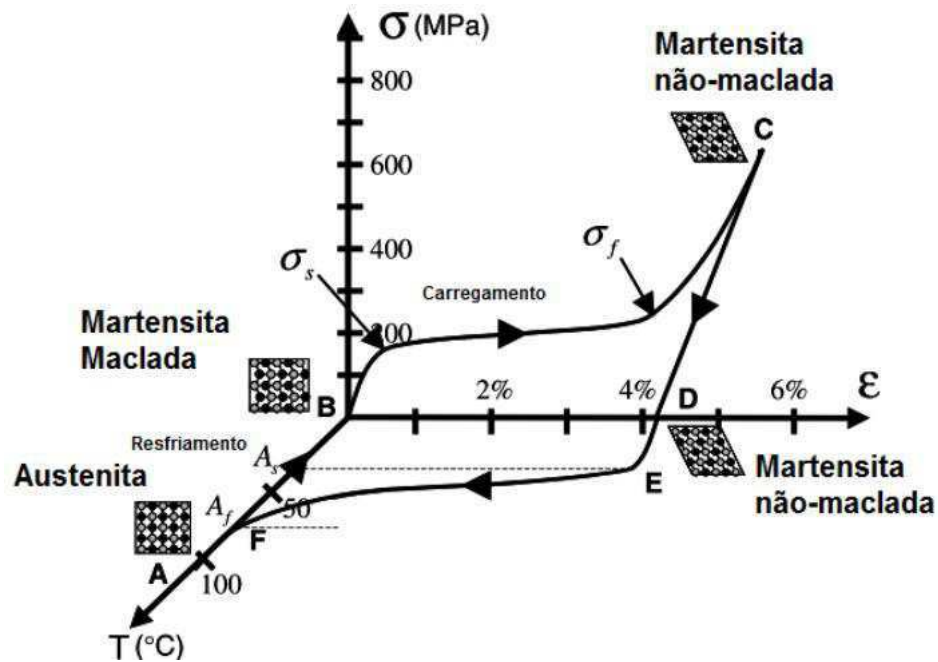
Fonte - Adaptado de Lagoudas (2008).

Portanto, percebe-se que é de extrema importância saber quais são as temperaturas de transformação de fase, para o efeito de memória de forma e as tensões de transformação de fase para a superelasticidade.

2.6.1.1 Efeito de memória de forma

Uma LMF exibe o efeito de memória de forma (EMF) quando é deformada e se encontra na fase de martensita maclada com a temperatura abaixo de A_s , mediante retirada de carregamento e subsequente aquecimento acima de A_f , esta retorna a sua forma original através de transformação reversa em austenita. A natureza do EMF pode ser melhor entendida observando-se o diagrama de tensão-deformação-temperatura da Figura 38.

Figura 38 – Diagrama tensão-deformação-temperatura exibindo o efeito de memória típico de uma LMF de Níquel-Titânio (NiTi) sob carregamento uniaxial.



Fonte - Adaptado de Lagoudas (2008).

- A partir do ponto A, o resfriamento sem presença de carregamento da austenita abaixo da temperatura de transformação direta (M_s e M_f) resulta na formação de martensita maclada (ponto B);
- Quando a martensita maclada é sujeita a uma tensão aplicada que excede o nível de tensão inicial (σ_s), o processo de reorientação é iniciado, resultando no crescimento orientado de certas variantes de martensita que crescem à custa de outras variantes menos favorecidas;
- O processo de transformação de martensita maclada em não maclada é completado no nível de tensão final σ_f . O material é então descarregado elasticamente de C até D e a estrutura de martensita não maclada permanece;
- Após aquecimento e na ausência de tensões, a transformação reversa se inicia a medida que a temperatura alcança A_s , (em E) e é completada na

temperatura A_f (ponto F), onde apenas a fase austenítica existe e a deformação residual é completamente recuperada;

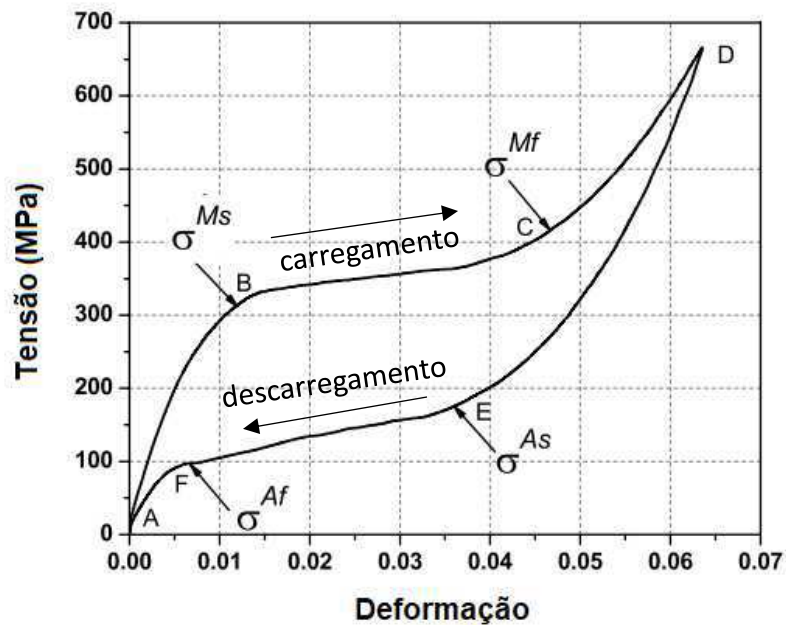
- Na ausência de deformação plástica e mediante resfriamento o estado de martensita maclada é obtido, a LMF retorna ao seu formato original e o ciclo pode ser repetido novamente.

2.6.1.2 Superelasticidade

O comportamento superelástico (ou pseudoelástico) das LMFs está associado à capacidade destas de sofrer altas deformações induzidas por tensões a partir de carregamento aplicado e recuperar-se completamente destas mediante descarregamento. Este fenômeno ocorre apenas em temperaturas acima de A_f , onde o material se encontra totalmente no estado austenítico.

A Figura 39 ilustra o comportamento pseudoelástico típico de LMFs através de um diagrama tensão-deformação.

Figura 39 – Carregamento cíclico típico de uma LMF superelástica.



Fonte - Adaptado de Lagoudas (2008).

- Quando um carregamento é aplicado, a fase austenítica experimenta deformação elástica (A → B);
- Em B, o nível de tensão σ^{Ms} é alcançado e inicia-se o processo de transformação em martensita. Este processo é acompanhado por uma alta deformação inelástica (B → C);
- A transformação continua até σ^{Mf} , após este nível de tensão o material se encontra completamente no estado martensítico;
- Um aumento na tensão aplicada não causa nenhuma transformação adicional, apenas deformação elástica da martensita não maclada (C → D);
- Quando a tensão diminui mediante retirada de carregamento, a martensita recupera sua deformação elasticamente pelo caminho (D → E);
- Em E, a tensão σ^{As} é alcançada, o que resulta na martensita começar a se transformar novamente em austenita. Este processo é acompanhado de uma recuperação da deformação;

- O fim da transformação é denotado pelo ponto F, onde o material atinge a tensão σ^{Af} e, abaixo desta, se encontra totalmente no estado austenítico;
- Por fim, a austenita recupera sua deformação elasticamente até o ponto A e o ciclo pode voltar a se repetir.

Pode-se notar que, durante o ciclo superelástico, as tensões de transformação direta ($\sigma^{Ms} \rightarrow \sigma^{Mf}$) e reversa ($\sigma^{As} \rightarrow \sigma^{Af}$) são diferentes. Isto resulta em uma histerese de tensão mecânica. O tamanho da histerese depende do material da LMF e das condições de teste utilizadas.

Fisicamente, essa histerese representa a energia recebida pelo material para sofrer a deformação. Durante o carregamento, a liga absorve energia para deformar-se e, mediante descarregamento, apenas parte dessa energia retorna ao sistema, sendo o restante dissipado para o meio na forma de calor. Isto implica em dizer que o material tem capacidade de dissipar uma parcela da energia utilizada para realizar o ciclo superelástico. Logo, quanto maior a histerese, maior a energia dissipada por cada ciclo. É devido a esta propriedade que as LMF superelásticas estão sendo cada vez mais utilizadas em dispositivos de controle passivo de vibrações.

2.7 Aplicações de LMF no controle de vibrações estruturais

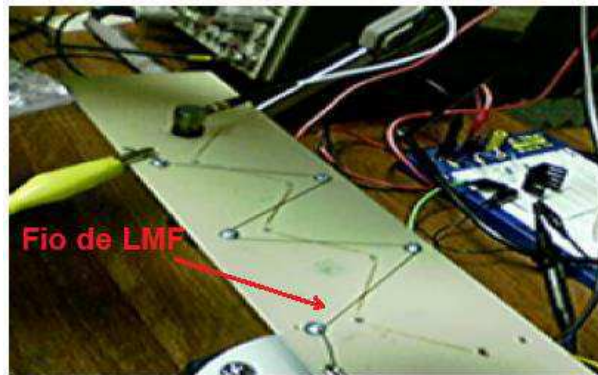
O uso de ligas com memória de forma (LMF) em estruturas vem crescendo rapidamente nas últimas décadas. Muitos pesquisadores vêm intensamente conduzindo atividades com o objetivo de explorar dispositivos e aplicações inovadoras com estes materiais.

Para uma estrutura que vibra em sua frequência de ressonância, a vibração pode ser reduzida através da realização da sintonia de sua frequência natural. Isto pode ser realizado utilizando a propriedade do efeito de memória de forma. Mediante aquecimento, um atuador de LMF instalado na estrutura aumentará sua rigidez e, por consequência, a rigidez estrutural, permitindo o ajuste da frequência natural do sistema.

Este é o princípio básico de controle ativo ou semiativo de vibrações estruturais utilizando LMF (SONG; MA; LI, 2006).

John e Hariri (2008) utilizaram este conceito para realizar o ajuste da frequência natural de um compósito incorporando fios de LMF.

Figura 40 – Uso de fios de LMF em uma chapa de fibra de carbono.



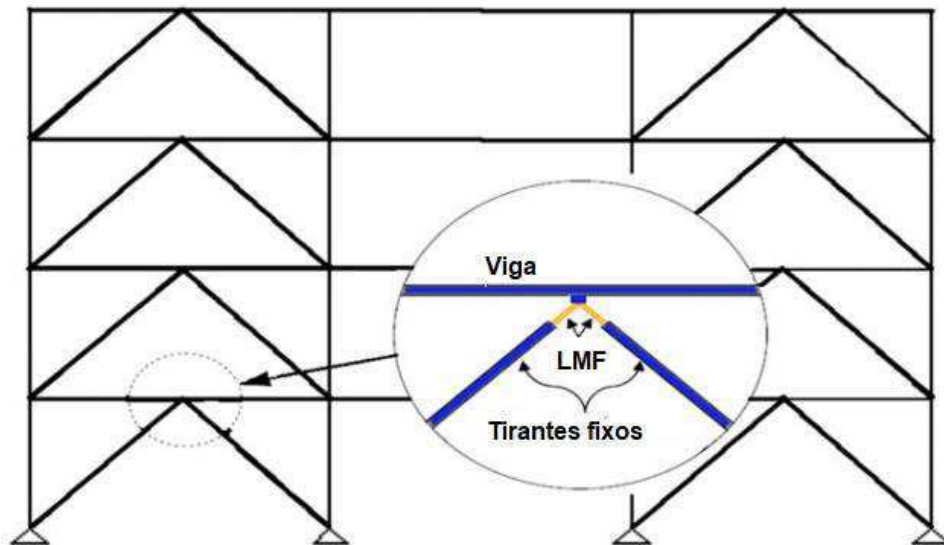
Fonte – Adaptado de John e Hariri (2008).

Devido ao tamanho das estruturas civis e a necessidade de grandes forças atuantes nas mesmas geralmente é inviável utilizar o efeito de memória de forma para aplicações no controle ativo de vibrações estruturais, tendo em vista os altos níveis de materiais e energia que seriam necessários para realizar tal feito (JANKE et al., 2005).

A superelasticidade, por outro lado, é a propriedade mais explorada nestes casos, pois permite dissipação de energia de forma passiva graças a sua histerese de tensão mecânica, trazendo consigo todos os benefícios do controle passivo de vibrações.

Asgarian e Moradi (2011) utilizaram tirantes de LMF como reforços em estruturas do tipo pórtico para aumentar a resistência destas a excitações sísmicas, obtendo uma redução de até 30% na amplitude de vibração, se comparada aos mesmos reforços de aço comum.

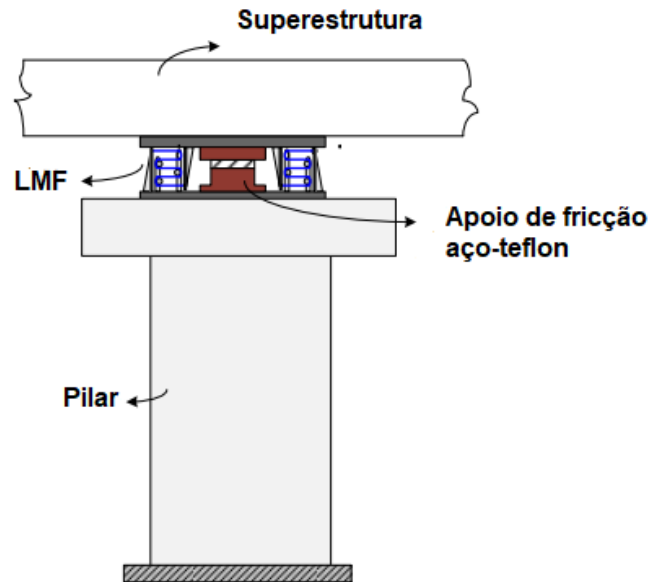
Figura 41 – Uso de tirantes de LMF em estrutura do tipo pórtico.



Fonte – adaptado de Asgarian e Moradi (2011).

Ozbulut e Hurlbaeus (2010) utilizaram um dispositivo usando LMF em conjunto com apoios por fricção com o objetivo de isolar vibrações na superestrutura de uma ponte induzidas por atividades sísmicas. O estudo foi realizado em uma faixa de temperaturas variando de 0 e 40° com o propósito de verificar mudanças no amortecimento e uma variação máxima de 8% foi observada na queda deste, validando a viabilidade do sistema.

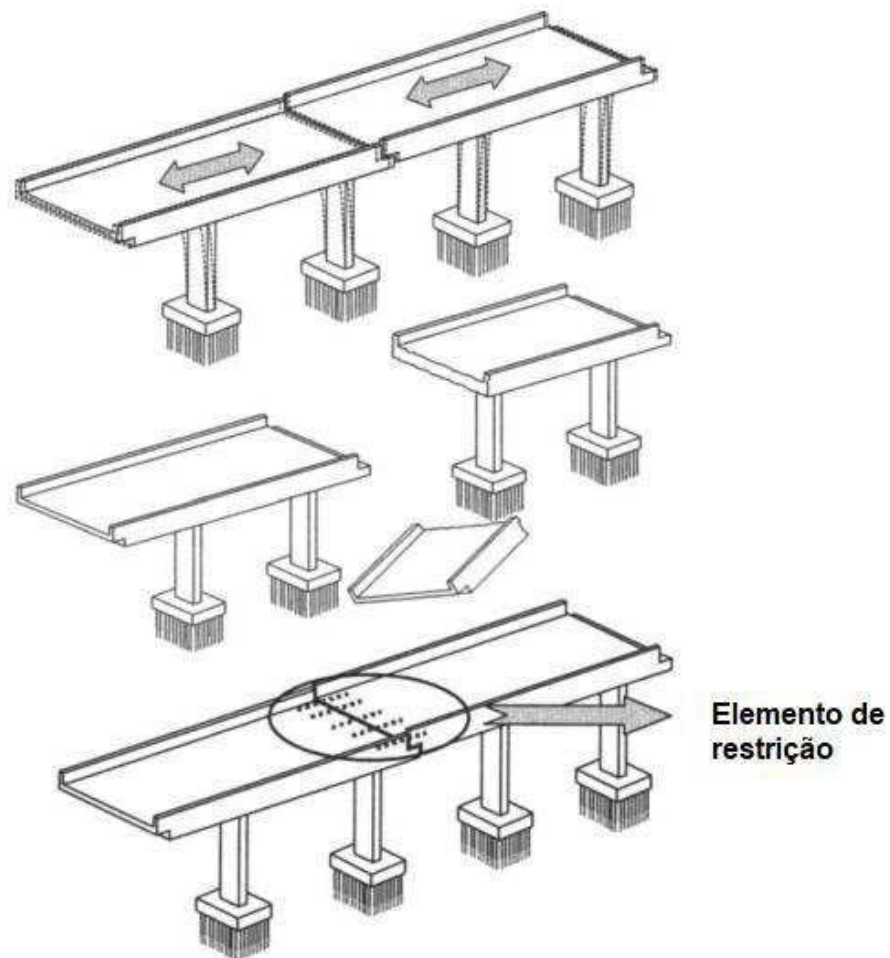
Figura 42 – Uso de LMF para isolamento de excitações de base



Fonte – adaptado de Ozbulut e Hurlebaus (2010)

Andrawes, Asce e Desroches (2007) utilizaram em simulações computacionais barras de LMF superelásticas como elementos de restrição no tabuleiro de uma ponte com o objetivo de dissipar vibrações longitudinais causadas por abalos sísmicos e permitir maior deformação deste com o intuito de evitar colapso estrutural. Em comparação com elementos típicos usados para restringir movimentos longitudinais, obteve-se uma queda de até 30% nas amplitudes de vibração.

Figura 43 – Uso de elementos de restrição para evitar colapso estrutural



Fonte - adaptado de Andrawes, Asce e Desroches (2007).

Torra et al. (2013) utilizaram um fio de LMF superelástico em conjunto com cabos de uma ponte estaiada com o intuito de aumentar o amortecimento destes e da estrutura.

Figura 44 – Vista dos 4 cabos da ponte estaiada, onde: (A) cabo. (B) Dispositivo amortecedor de LMF. (C) Acelerômetro utilizado para realização de medições.



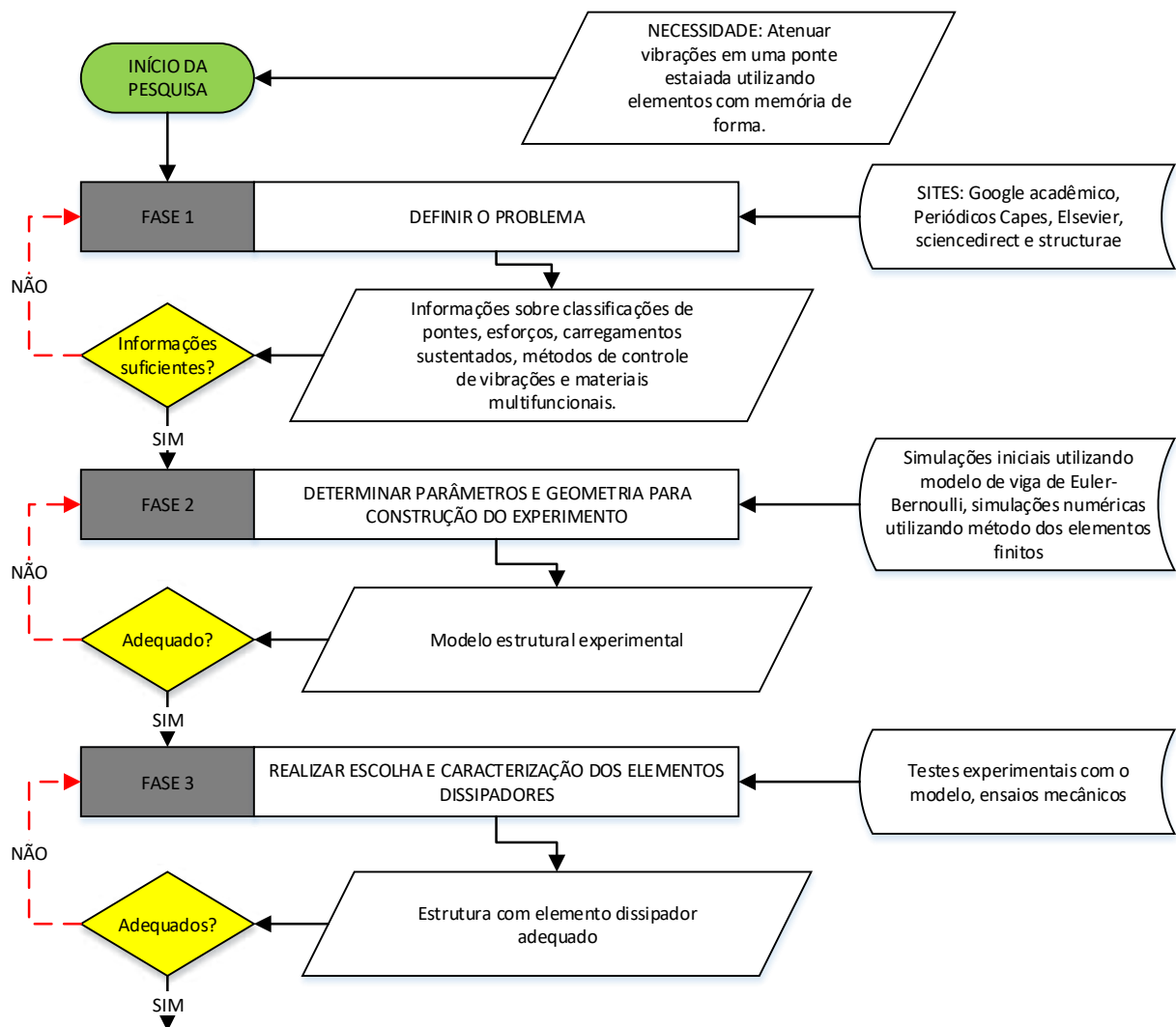
Fonte - Torra et al. (2013).

Os testes foram realizados numa faixa de temperatura variando de -20 a 40° C, com a finalidade de observar o comportamento do sistema no inverno e verão. Os resultados experimentais mostraram uma redução de até 50% nas amplitudes de oscilações sofridas pela estrutura com o uso dos fios de LMF.

3 METODOLOGIA

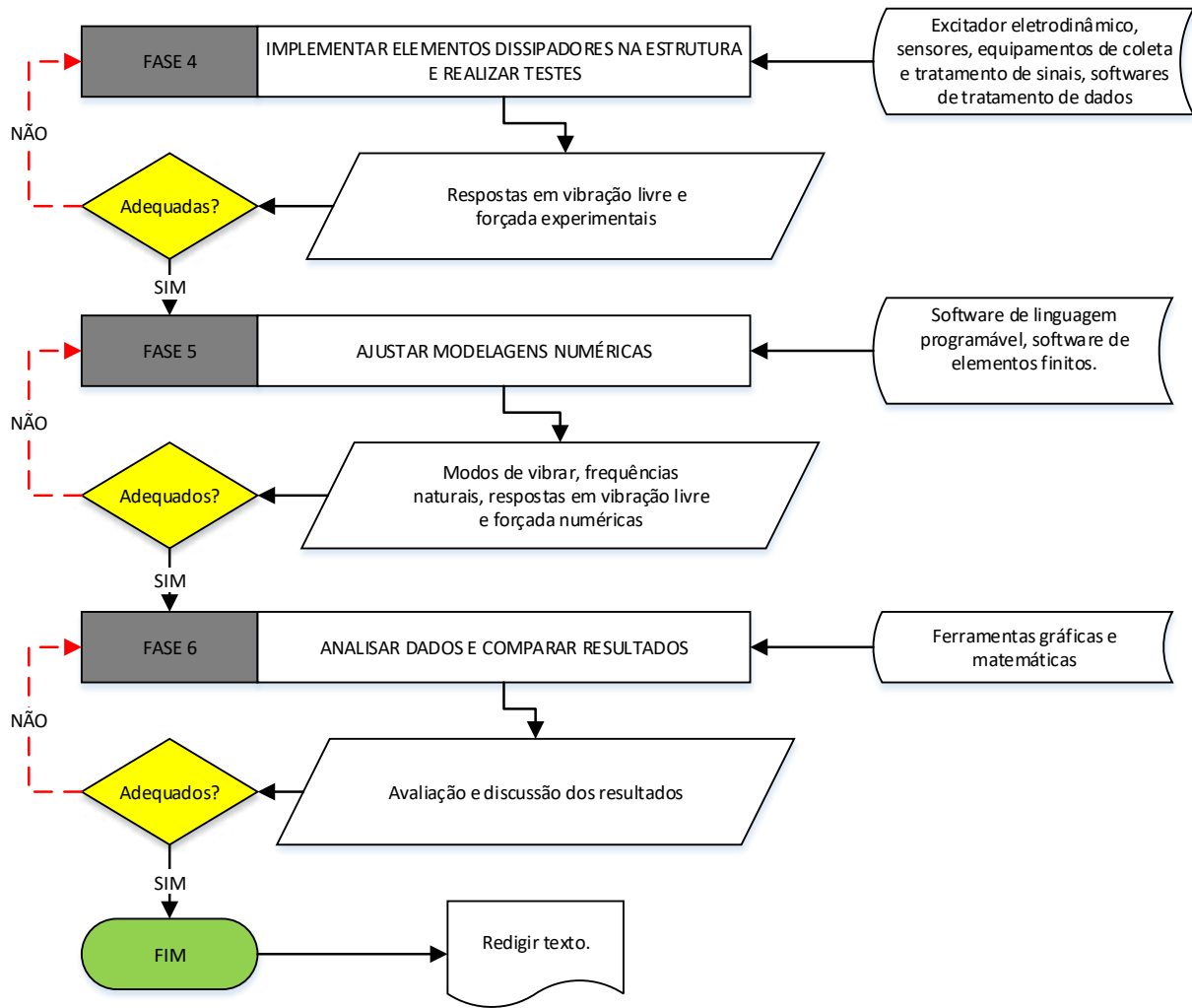
Esta seção tem como objetivo apresentar a metodologia utilizada para a realização da pesquisa. O fluxograma do processo metodológico é ilustrado na Figura 45 e Figura 46.

Figura 45 – Processo metodológico utilizado nesta pesquisa.



Fonte – Autoria própria.

Figura 46 – (Continuação) Processo metodológico utilizado nesta pesquisa.



Fonte – Autoria própria.

A necessidade que deu origem ao trabalho foi a de atenuar vibrações em uma ponte estaiada utilizando elementos com memória de forma. A partir desta iniciaram-se as atividades de pesquisa.

As atividades foram divididas em seis fases, sendo elas: Fase 1 – Definir o problema; Fase 2 – Determinar parâmetros e geometria para construção do experimento; Fase 3 – Realizar escolha e caracterização dos elementos dissipadores; Fase 4 – Implementar elementos dissipadores na estrutura e realizar testes; Fase 5 –

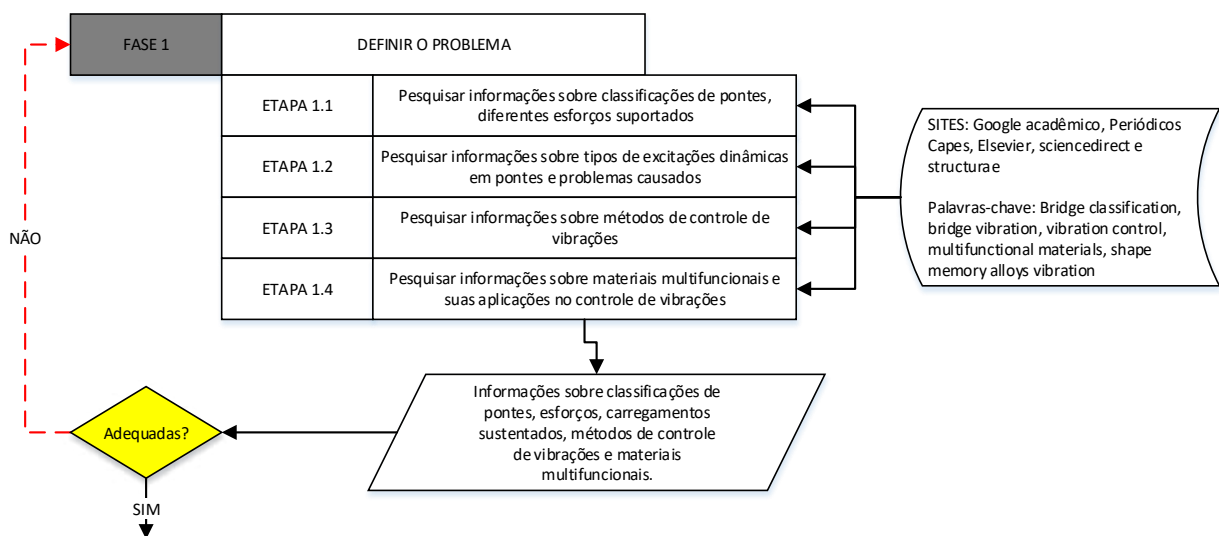
Calibrar modelagens analítica e numérica; Fase 6 – Analisar dados e comparar resultados.

Cada uma destas fases se decompõe em etapas a serem cumpridas com suas respectivas ferramentas de auxílio.

3.1 Fase 1 – Definição do problema

Na Fase 1, define-se a necessidade que levou ao início da pesquisa. Realiza-se a revisão da literatura com o objetivo de se levantar conhecimentos sobre o tema em estudo. Esta fase se subdivide em quatro etapas ilustradas na Figura 47. Sendo estas: Pesquisar informações sobre classificações de pontes e diferentes esforços suportados (Etapa 1.1), pesquisar informações sobre tipos de excitações dinâmicas em pontes e problemas causados por estas (Etapa 1.2), pesquisar informações sobre métodos de controle de vibrações (Etapa 1.3) e pesquisar informações sobre materiais multifuncionais e suas aplicações no controle de vibrações (Etapa 1.4).

Figura 47 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 1).



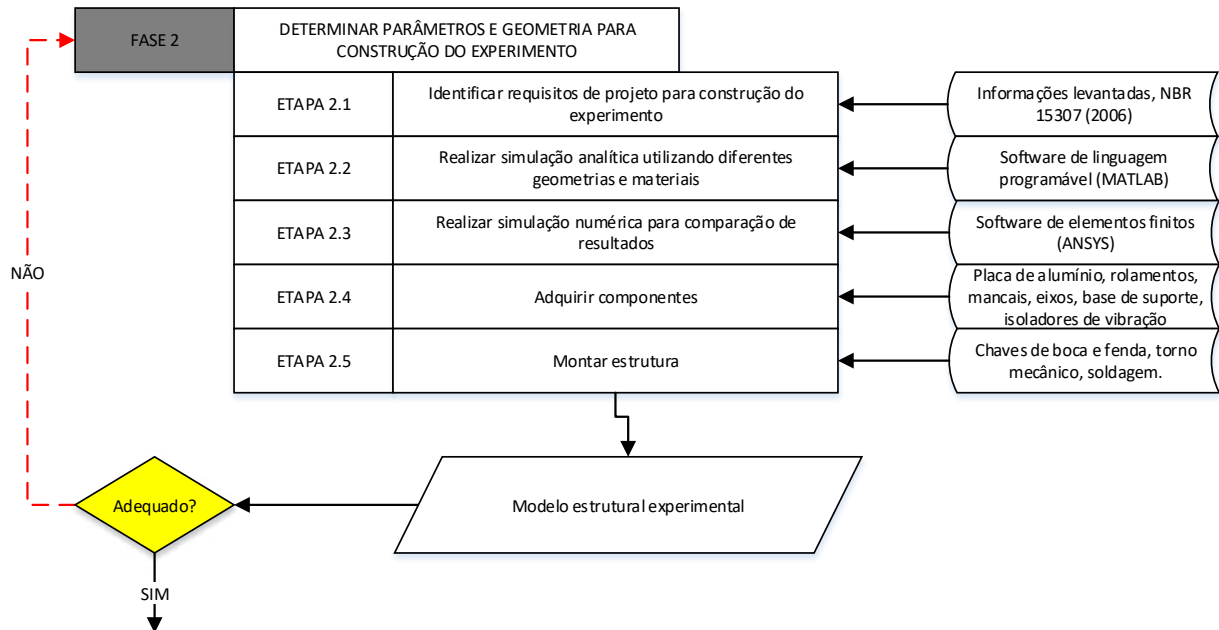
Fonte – Autoria própria.

As pesquisas foram realizadas através de livros, catálogos e em materiais disponíveis em *sites online* como Google acadêmico, Periódicos Capes, Elsevier, sciencedirect e strucutare, com o uso das seguintes palavras-chave: *bridge classification, bridge vibration, vibration control, multifunctional materials, shape memory alloys vibration*. Com a conclusão desta fase foi possível entender as diferentes classificações de pontes e as vantagens e desvantagens associadas a estas. Os diferentes tipos de excitações dinâmicas que podem ocorrer e os problemas que estas podem gerar. Parâmetros que influenciam no comportamento e resposta da estrutura e métodos de controle de vibração e suas aplicações. Ainda nesta fase, foi possível também entender como o uso de materiais funcionais, mais especificamente ligas com memória de forma podem ajudar no controle de vibrações e os benefícios destes em relação a materiais clássicos.

3.2 Fase 2 – Determinação dos parâmetros e geometria para construção do experimento

A Fase 2 destina-se a determinação dos parâmetros e geometria do experimento e subsequente construção deste, como ilustrado na Figura 48.

Figura 48 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 2).



Fonte – Autoria própria.

Esta fase se subdivide em cinco etapas que serão discutidas abaixo:

Na etapa 2.1 são identificados os requisitos para construção do experimento, sendo estes:

- Frequência natural fundamental abaixo de 10 Hz com o propósito de simular estruturas reais. Segundo revisão da literatura levantada e a norma ABNT NBR 15307 (2006), estruturas civis do tipo ponte possuem grande parte de suas primeiras frequências naturais abaixo do valor de 10 Hz e estas, geralmente, são as mais críticas para o sistema.
- Primeira frequência natural acima de 1 Hz e peso total do modelo abaixo de 58N devido a limitações do mecanismo excitador.
- Uso de materiais com características mecânicas bem estabelecidas na literatura para realizar as simulações iniciais.

Na Etapa 2.2 é realizada a simulação analítica da ponte via modelo de viga de Euler-Bernoulli, sendo esta simplesmente apoiada em ambas as extremidades com o

propósito de simular condições de contorno similares a pontes reais. Este modelo foi escolhido devido a representar de forma coerente o comportamento do protótipo, tendo em vista que este último consiste de uma viga esbelta, considerada isotrópica, logo os efeitos dos escorregamentos (cisalhamentos) dos planos devido ao esforço cortante podem ser desprezados. Diferentes materiais e geometrias são testados em um software de linguagem programável (*Matlab*®) com o intuito de se atender os requisitos estabelecidos na etapa anterior. A modelagem matemática utilizada e a rotina desenvolvida no software *Matlab*® se encontram nos Apêndices A e B, respectivamente.

A conclusão desta etapa resulta na escolha do material e geometria preliminar da estrutura. Os parâmetros geométricos podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros geométricos utilizados na estrutura.

Parâmetro	Valor
Comprimento	1,5 m
Largura	0,25 m
Espessura	0,002 m

Fonte – Autoria própria.

O material preliminar escolhido para construção do experimento foi o alumínio, com as características ilustradas na Tabela 4.


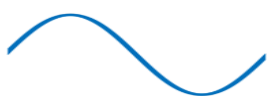


Tabela 4 – Parâmetros do material utilizado na estrutura

Parâmetro	Valor
Módulo de elasticidade (E)	71 GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,33
Densidade (ρ)	2770 kg/m ³

Fonte – Callister Jr (2008).

Com estes parâmetros estabelecidos, foi possível calcular as frequências naturais e modos de vibrar associados a estas, ilustrados na Tabela 5.

Tabela 5 – Frequências naturais e modos de vibrar analíticos da estrutura.

Modo	Frequências naturais (Hz)	Modos de vibrar
1º (Flexão)	2,0406	
2º (Flexão)	8,1626	
3º (Torção)	16,6085	
4º (Flexão)	18,3657	

Fonte – Autoria própria.

Na Etapa 2.3 realiza-se a simulação numérica via método dos elementos finitos utilizando o software comercial *Ansys® Mechanical APDL (Ansys Parametric Design Language) Release 16.0* com a finalidade de se comparar os resultados com a modelagem analítica.

Uma análise modal foi realizada utilizando dois diferentes tipos de modelos. Os elementos utilizados nas modelagens são ilustrados na Tabela 6.

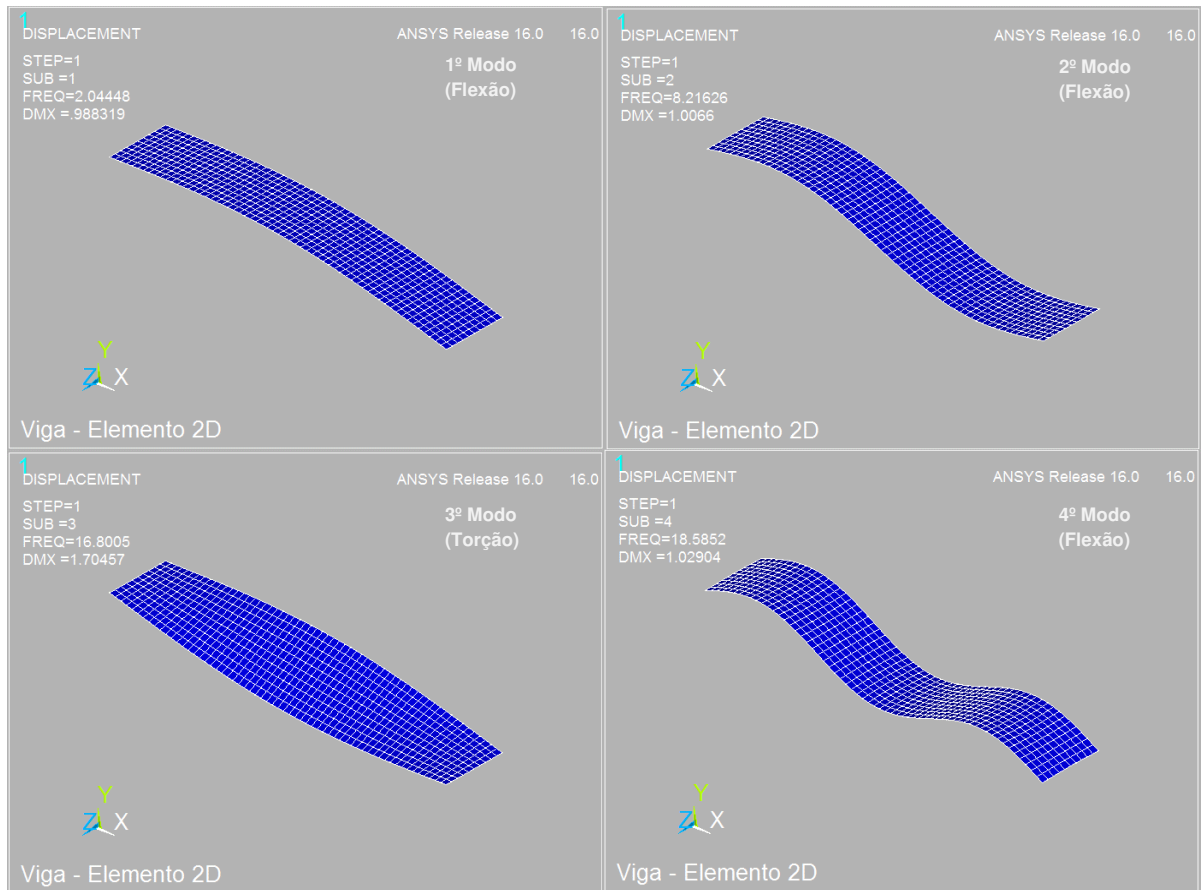
Tabela 6 – Modelos utilizados

Modelo	Elemento	Número de elementos
Bidimensional (2-D)	Elemento casca (SHELL181)	600
Tridimensional (3-D)	Elemento sólido (SOLID186)	16536

Fonte – Autoria própria.

A análise modal numérica 2-D é ilustrada na Figura 49.

Figura 49 – Análise modal numérica do modelo bidimensional.



Fonte – Autoria própria.

A Tabela 7 ilustra as frequências naturais obtidas através da análise modal analítica e das diferentes análises modais numéricas.

Tabela 7 – Frequências naturais analíticas e numéricas.

Modo	Frequências naturais (Hz)		
	Analítica	Modelo 2-D	Modelo 3-D
1º (Flexão)	2,040	2,044	2,043
2º (Flexão)	8,162	8,216	8,200
3º (Torção)	16,608	16,800	16,786
4º (Flexão)	18,365	18,585	18,493

Fonte – Autoria própria.

Concluída essa etapa é possível verificar a coerência das análises e define-se o material e a geometria final do experimento.

A Etapa 2.4 destina-se a aquisição dos materiais e componentes para construção do experimento, como placa de alumínio, rolamentos, mancais, eixos, base de suporte e isoladores de vibração.

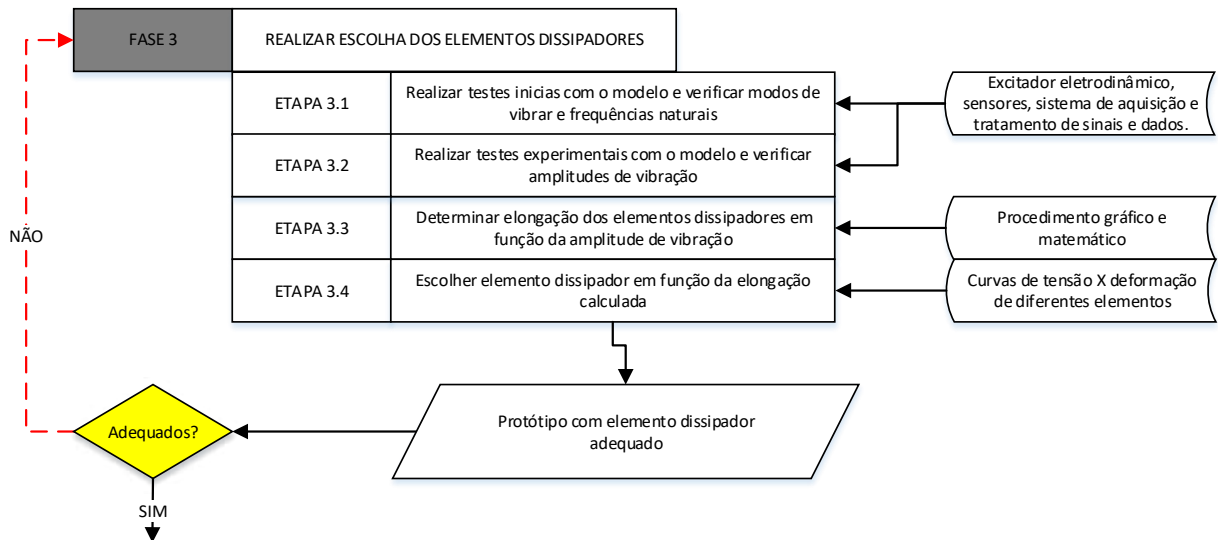
Na Etapa 2.5 é realizada a montagem do experimento. Esta ocorreu no Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI) com auxílio da oficina mecânica, ambas situadas na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG).

O desenho técnico do modelo experimental pode ser visto no apêndice C.

3.3 Fase 3 – Escolha dos elementos dissipadores

Na Fase 3, realiza-se a escolha e caracterização dos elementos dissipadores que serão utilizados na estrutura. Esta fase se subdivide em quatro etapas, como ilustrado na Figura 50.

Figura 50 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 3).

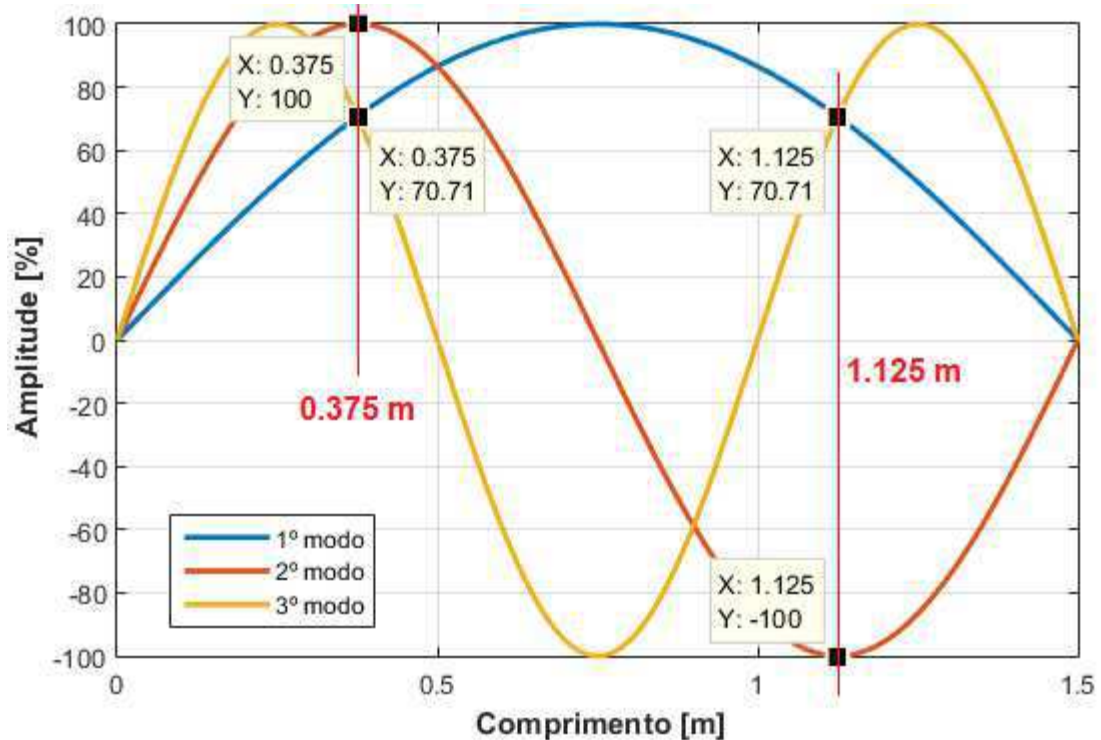


Fonte – Autoria própria.

Na Etapa 3.1 são realizados testes iniciais com o protótipo para comparar as frequências naturais e modos de vibrar experimentais, analíticos e numéricos. Nesta etapa os três primeiros modos em flexão foram detectados de forma pronunciável. A partir do 4º modo em flexão a estrutura já não apresentava amplitudes significativas de vibração, além disso, não foi possível detectar de forma expressiva os modos de vibrar em torção da mesma.

Ainda nesta etapa um estudo foi realizado a partir de uma análise dos três primeiros modos de vibrar em flexão da estrutura com o objetivo de identificar os pontos onde o mecanismo excitador deveria ser colocado com o objetivo de evitar pontos de nó (onde o modo da estrutura não responderia à vibração imposta) e o melhor ponto para a fixação dos elementos dissipadores em função da amplitude de vibração, como ilustrado na Figura 51.

Figura 51 – Modos de vibrar da estrutura em flexão.



Fonte – Autoria própria.

O ponto 0,375 m (e, por simetria 1,125 m) do comprimento inicial do tabuleiro do modelo estrutural foi escolhido por apresentar a melhor relação entre as amplitudes máximas dos três modos de vibrar de interesse da estrutura, sendo estas de 70,71%, 100% e 70,71% para o primeiro, segundo e terceiro modo de vibrar em flexão, respectivamente.

Na Etapa 3.2, com o mecanismo excitador no ponto 0,375 m, novos testes são realizados para verificar as amplitudes de vibração da estrutura. Esta etapa é de suma importância tendo em vista que a capacidade de dissipação de energia da LMF é dependente da deformação que esta pode sofrer. Os testes foram realizados utilizando um gerador de sinais modelo 33220A da fabricante *Agilent®*, amplificador de sinais modelo 2100E21 e como fonte de excitação um *shaker* eletrodinâmico modelo 2025E, ambos do fabricante *PCB®*, os *sinais* de entrada (excitação) e saída (resposta) da estrutura foram captados através de sensores LVDT's (*Linear Variable Differential*

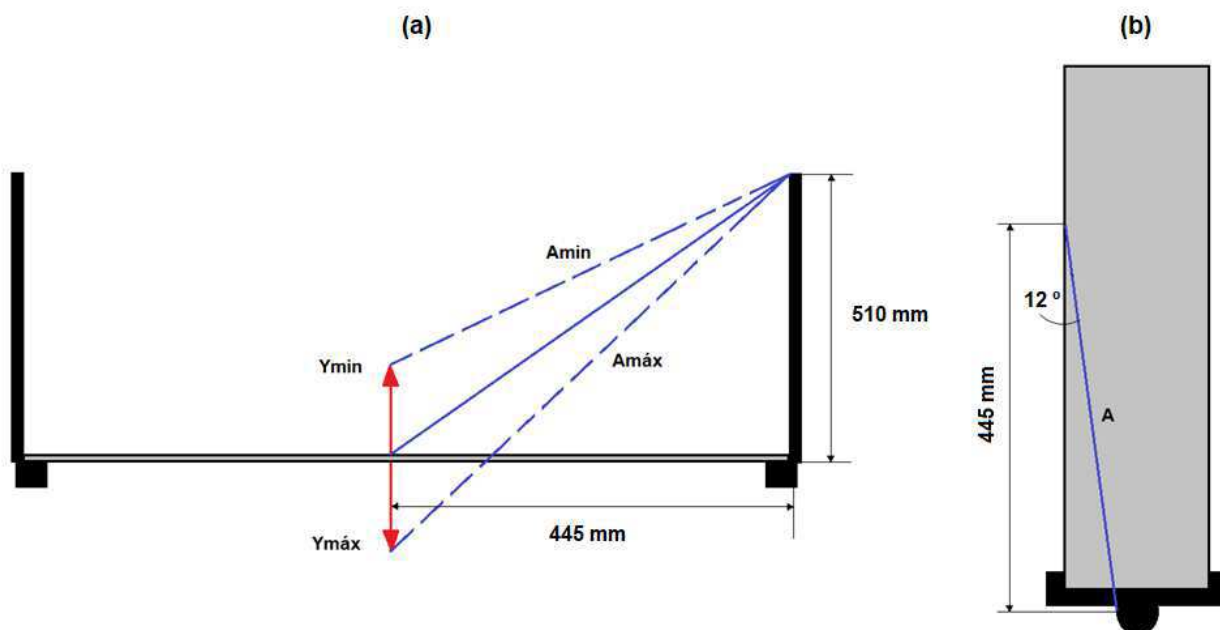
Transformer), modelos *WI/10 mm-T* e *WA/20 mm-L*, ambos do fabricante *HBM*®. Os sinais foram registrados pelo sistema de aquisição de dados modelo *QuantumX*® *MX840A* em conjunto com o software de análise de sinais *CatmanEasy*®, com uma taxa de aquisição de 2400 Hz. O tratamento dos dados foi realizado com auxílio do software *Matlab*®.

Com o término desta etapa, foi possível obter a resposta do tabuleiro do modelo estrutural com uma amplitude máxima de 7 mm.

Na Etapa 3.3 determina-se a elongação que os elementos dissipadores irão sofrer em função da amplitude de vibração da estrutura.

A partir da Figura 52(a) é possível estabelecer uma relação entre amplitudes de vibração máxima ($Y_{m\acute{a}x}$) e mínima ($Y_{m\acute{i}n}$) da estrutura e elongação máxima dos estais ($A_{m\acute{a}x}$) e mínima ($A_{m\acute{i}n}$) através de uma aproximação utilizando o Teorema de Pitágoras, como ilustrado nas Eq. 1 e 2.

Figura 52 – Representação da estrutura com estais. (a) Vista lateral. (b) Vista superior.



Fonte – Autoria própria.

$$A_{m\acute{a}x} = \sqrt{(510 + Y_{m\acute{a}x})^2 + 445^2} \quad (1)$$

$$A_{m\grave{i}n} = \sqrt{(510 - Y_{m\grave{i}n})^2 + 445^2} \quad (2)$$

Portanto, é possível obter a alongação dos elementos (ε), utilizando a Eq. 3.

$$\varepsilon = A_{m\acute{a}x} - A_{m\grave{i}n} \quad (3)$$

No entanto, devido à inclinação dos estais, como ilustrado na Figura 52(b), a alongação real dos elementos se dá na forma da Eq. 4.

$$\varepsilon = \frac{A_{m\acute{a}x} - A_{m\grave{i}n}}{\cos(12^\circ)} \quad (4)$$

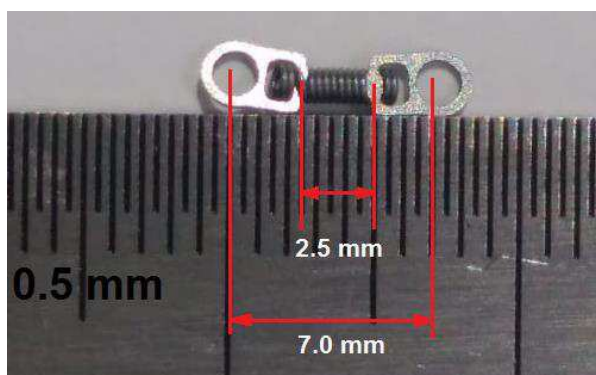
Com o término desta etapa, foi possível chegar a estimava de que o elemento dissipador sofrerá uma alongação total de 10,73 mm, ou seja, este sofrerá uma alongação de +5,365 mm quando a estrutura estiver em seu nível de amplitude máxima e -5,365 mm quando esta estiver em seu nível de amplitude mínima.

Na Etapa 3.4 é realizada a escolha do elemento dissipador em função da alongação calculada.

Devido aos baixos níveis de força utilizadas no experimento e necessidade de gerar deformação significativa nos elementos dissipadores, estes foram escolhidos na forma de molas helicoidais de tração de Níquel-Titânio (Nitinol) no regime superelástico em temperatura ambiente, ou seja, em seu estado austenítico. Estas originalmente têm função ortodôntica e são comercializadas pela empresa Dental Morelli com comprimentos que variam de 7,0, 9,0, 12,0 e 15,0 mm entre os olhais.

As molas com comprimento de 7,0 mm foram escolhidas por apresentarem as melhores condições de deformação em função das amplitudes de vibração da estrutura e, por consequência, maiores níveis de dissipação de energia. Uma destas molas é ilustrada Figura 53.

Figura 53 – Dimensões da mola M7 superelástica de NiTi utilizada no trabalho.

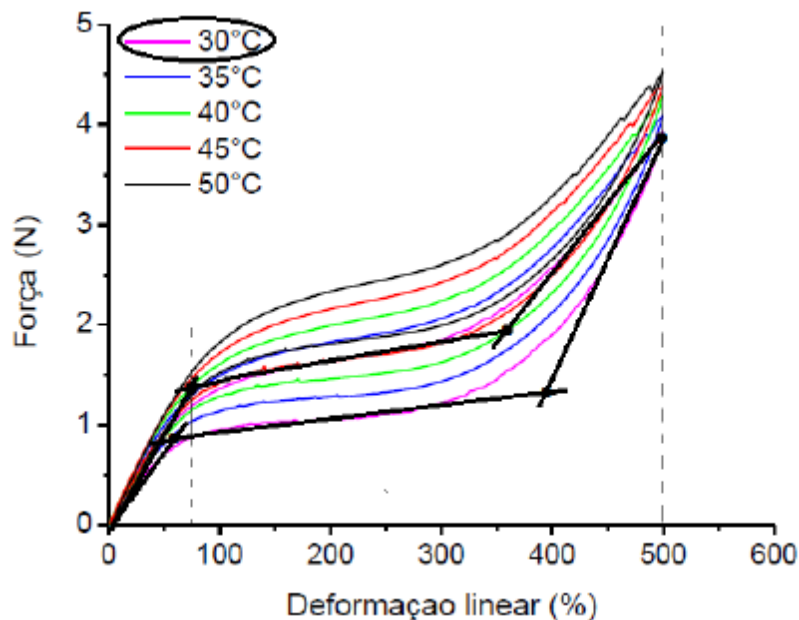


Fonte – Autoria própria.

Em seu estado original a mola se encontra completamente fechada, com as espiras em contato entre si. O número de espiras ativas é 9 e o ângulo de espira inicial é zero. Para o cálculo de deformação experimentada foi considerado um comprimento útil de 2,5 mm. Como as molas são provenientes do mesmo fabricante e características geométricas similares foram observadas entre estas, todas foram consideradas iguais. O fabricante não informa dados sobre composição da liga ou suas temperaturas de transformação, apenas que são de NiTi superelásticas.

A Figura 54 ilustra as curvas de força/deformação para a mola M7 em função da temperatura de ensaio. As linhas tracejadas marcam os valores de porcentagem de deformação mínimos e máximos para que o material apresente comportamento superelástico. A curva de cor rosa (em destaque) corresponde à temperatura mais próxima da temperatura ambiente, com valor de 30° C, utilizada neste trabalho.

Figura 54 – Comportamento superelástico da mola M7 em função da temperatura de ensaio.



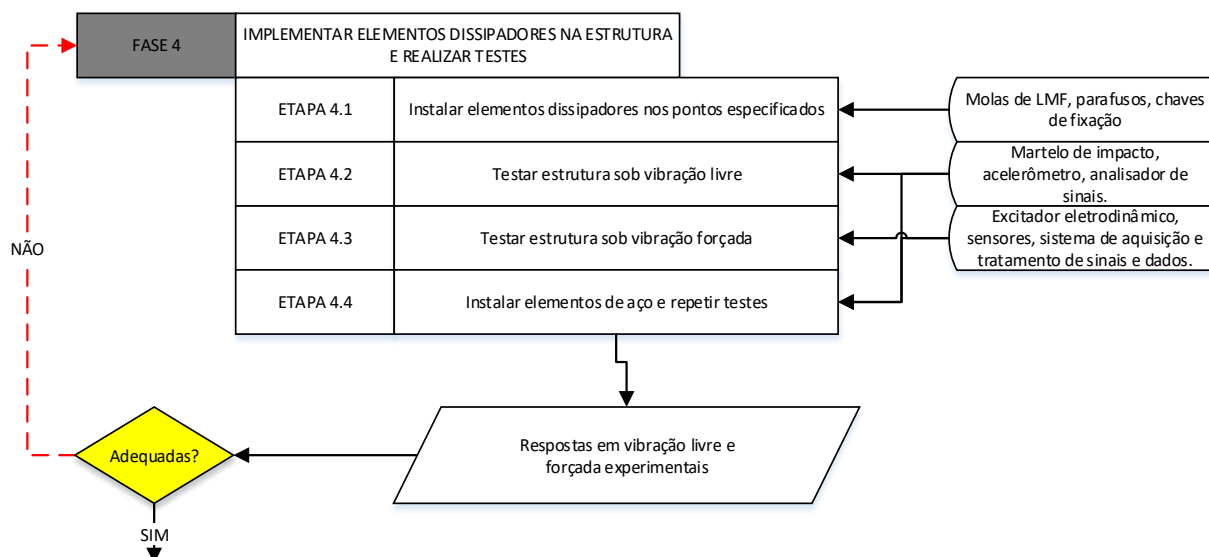
Fonte – Adaptado de Grassi (2014) apud Moraes (2017).

O maior valor de energia dissipada pela mola se dá quando esta percorre o maior laço histerético e, de acordo com Grassi (2014), isto ocorre quando esta sofre deformações entre 80 e 500%. Logo, com o propósito de se otimizar a dissipação de energia e evitar que os elementos sofram deformações plásticas ou deixem de trabalhar dentro do laço histerético, faz-se necessário que as deformações sofridas por estes estejam dentro desta faixa.

3.4 Fase 4 – Implementação dos elementos dissipadores na estrutura e realização de testes em vibração livre e forçada

A Fase 4 destina-se a implementação dos elementos dissipadores na estrutura, realização de testes, coleta e comparação dos resultados, como ilustrado na Figura 55. Esta Fase se subdivide em quatro etapas a serem discutidas abaixo.

Figura 55 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 4).



Fonte – Autoria própria.

Na Etapa 4.1 os elementos dissipadores são instalados nos pontos especificados pelo estudo realizado na Etapa 3.1. Dois elementos são instalados em cada lado do tabuleiro, no ponto 0,375 m, e outros dois elementos são instalados em cada lado do tabuleiro no ponto 1,125 m do comprimento inicial da estrutura, totalizando quatro elementos instalados.

Na Etapa 4.2 foram realizados os testes em vibração livre no ponto de 0,375 m do comprimento inicial da estrutura. Como forma de excitação foi utilizado um martelo de impacto modelo *PCB® 086D05* com o intuito de gerar um sinal de entrada na forma de um impulso. Um sensor do tipo acelerômetro modelo *PCB® 353B01 SN 79532* foi utilizado para obter o sinal de resposta da estrutura. Ambos os sinais foram captados por um analisador dinâmico de sinais, modelo *Agilent® 37670A* e por fim o tratamento destes foi realizado com auxílio do software *Matlab®*.

Estes experimentos têm como objetivo principal obter a resposta da estrutura em função do tempo e observar o efeito dos elementos dissipadores. Além disso, foi possível também identificar as frequências naturais do sistema através do uso de uma

FRF (*Frequency Response Function*) gerada pelo analisador dinâmico de sinais que relaciona a resposta da estrutura com a força imposta sobre a mesma e permite identificar parâmetros do sistema.

Em experimentos subsequentes a estrutura foi imposta a um deslocamento vertical de 7 mm utilizando um cabo e cortando o mesmo com o objetivo de observar o comportamento do sistema mediante liberação súbita do tensionamento gerado por este. O valor de 7 mm foi escolhido com o propósito de não danificar os elementos dissipadores e analisar a resposta da estrutura sob um nível de deslocamento crítico. A resposta do sistema foi coletada através de um *LVDT* modelo *WA/20 mm-L*.

Na Etapa 4.3 foram realizados os testes em vibração forçada, utilizando a mesma montagem usada na Etapa 3.2 com os mesmos parâmetros de excitação. No entanto, nesta etapa os experimentos são realizados com os elementos dissipadores instalados no modelo estrutural.

Após obtenção dos sinais de entrada (excitação) e saída (resposta) do sistema em função do tempo foi possível obter estes em função da frequência utilizando uma *FFT* (*Fast Fourier Transform*), um algoritmo que permite realizar de forma rápida uma Transformada de Fourier e identificar os maiores níveis de amplitude de um sinal e as frequências associadas a estes. Com ambos os sinais em função da frequência é possível então relacioná-los e obter a *FRF* (divisão dos sinais de entrada sobre os de saída) da estrutura e identificar as características da mesma. O tratamento dos sinais foi realizado através de rotinas desenvolvidas no software *Matlab*®.

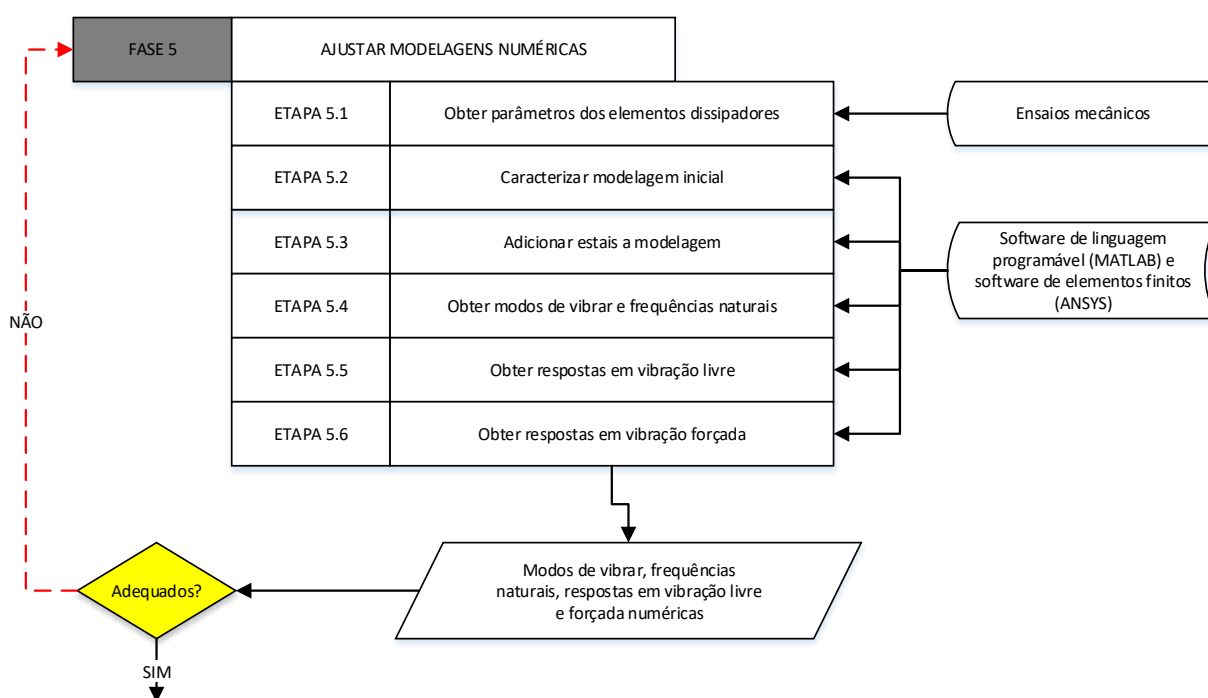
Por fim, na Etapa 4.4 os elementos dissipadores são retirados e em seu lugar são instalados elementos de aço, com objetivo de comparar o valor da dissipação de energia gerada pelos elementos com memória de forma. Esta etapa é essencial, tendo em vista que a comparação só será válida se as estruturas tiverem características similares (rigidez, frequência natural), ou seja, para isto os elementos de aço devem possuir rigidez similar aos elementos com memória de forma.

Os elementos de aço foram fornecidos pelo LVI e, após instalação no modelo estrutural, os testes em vibração livre (Etapa 4.2) e forçada (Etapa 4.3) foram repetidos.

3.5 Fase 5 – Ajuste das modelagens numéricas

Na Fase 5 são realizados os ajustes das modelagens numéricas com o objetivo de melhor representar o protótipo estrutural experimental utilizado nesta pesquisa. Esta Fase se subdivide em seis etapas, como ilustrado na Figura 56.

Figura 56 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 5).

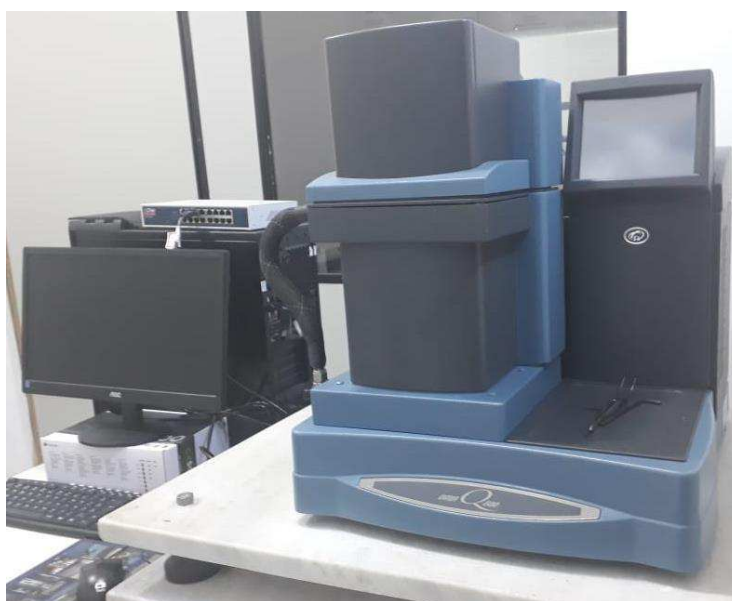


Fonte – autoria própria.

Na Etapa 5.1 são realizados os ensaios de força – deslocamento dos elementos dissipadores em um analisador mecânico dinâmico (Dynamic Mechanical Analyzer, DMA). O propósito destes foi o de caracterizar as molas superelásticas e identificar suas propriedades de rigidez e dissipação de energia para diferentes níveis de deslocamentos impostos.

Os ensaios foram realizados no DMA, modelo *Q800* da fabricante *TA instruments* (Figura 57) pertencente ao Laboratório Multidisciplinar de Materiais e Estruturas Ativas (LaMMEA). A escolha deste equipamento deve-se a sua alta precisão, controle de temperatura de ensaio e disponibilidade de garras mecânicas capazes de fixar os elementos dissipadores.

Figura 57 – Analisador mecânico dinâmico



Fonte – Autoria própria.

A realização dos ensaios foi de caráter quase estático e isotérmicos a uma temperatura de 30° C devido a problemas no controle de temperatura abaixo deste valor.

Foram realizadas duas baterias de ensaios. Na primeira delas as molas foram submetidas aos deslocamentos de projeto, ou seja, as amplitudes que estas iriam sofrer decorrentes das oscilações do protótipo, sem a presença de elementos dissipadores.

Na segunda bateria de ensaios, as molas foram impostas aos deslocamentos de trabalho após a instalação destas na estrutura. Devido ao seu comportamento, estas

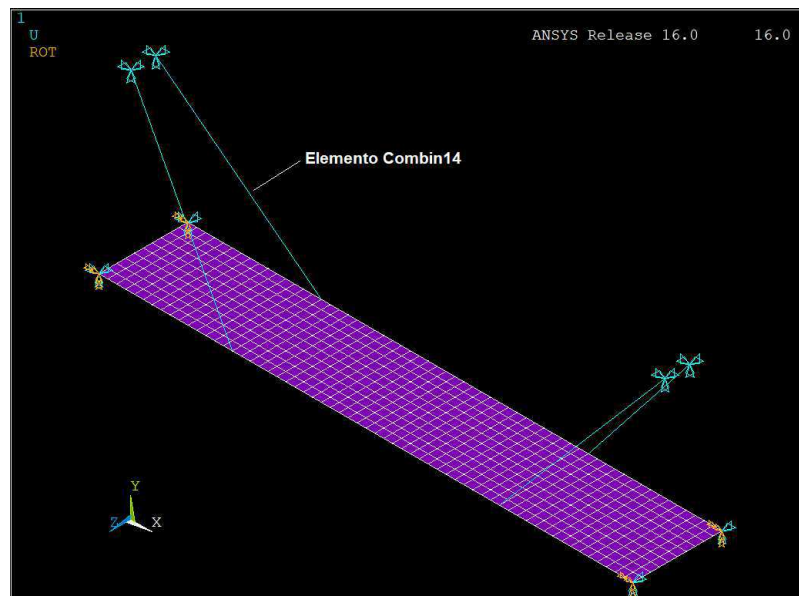
alcançam um estado de equilíbrio, dissipando parte da energia vibratória do protótipo, o que resulta em menores níveis de oscilações e, por consequência, menores deslocamentos sofridos.

Na Etapa 5.2 é realizada a caracterização da modelagem inicial (sem estais). Essa é alimentada com os fatores de amortecimentos obtidos experimentalmente associados a cada modo de vibrar. O objetivo desta etapa é melhorar a representação da resposta numérica em vibração livre (Etapa 5.5) e forçada (Etapa 5.6) e observar a influência do amortecimento estrutural intrínseco ao protótipo, tornando possível a comparação das respostas experimentais e numéricas do sistema sem elementos dissipadores em etapas subsequentes.

Na Etapa 5.3 os estais são adicionados as modelagens numéricas, mais especificamente sob a forma do elemento mola/amortecedor COMBIN14, que possui associado a si uma constante de rigidez e amortecimento viscoso.

Este elemento foi instalado nas modelagens 2-D e 3-D com o intuito de observar o comportamento do mesmo nestas últimas e as respostas em vibração livre e forçada dos novos sistemas. Um dos modelos com os elementos pode ser visualizado na Figura 58.

Figura 58 – Modelo 2-D com elementos Combin14.



Fonte – autoria própria.

As modelagens são então alimentadas com os parâmetros de rigidez e amortecimento dos elementos dissipadores encontrados na Etapa 5.1

Na Etapa 5.4 são calculados os modos de vibrar e as frequências naturais das novas modelagens obtidas, utilizando a ferramenta *modal analysis* do software *Ansys® Mechanical APDL*.

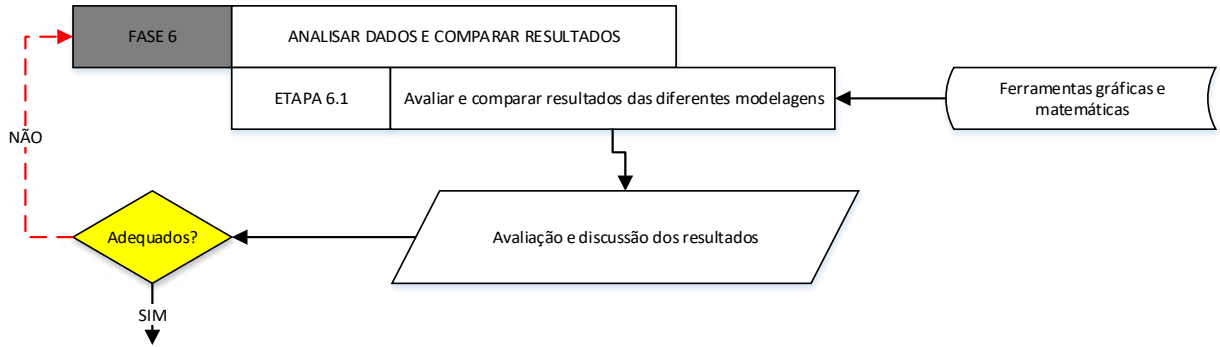
Na Etapa 5.5 são obtidas as respostas das modelagens em vibração livre utilizando a ferramenta de análise estrutural, mais especificamente, *transient analysis* do software *Ansys® Mechanical APDL*, com um deslocamento inicial vertical imposto de 7 mm com o intuito de observar a resposta numérica em vibração livre da estrutura sem e com a presença dos elementos dissipadores.

Por fim, na Etapa 5.6, as simulações são alimentadas com os valores de força associados a cada modo de vibrar e são obtidas as respostas das modelagens em vibração forçada utilizando a ferramenta *harmonic analysis* do mesmo software, onde o comportamento da estrutura sem e com os elementos dissipadores foi observado numa faixa de frequências variando de 0 a 25 Hz, com uma resolução de 0,1 Hz.

3.6 Fase 6 – Análise de dados e comparação dos resultados obtidos

A Fase 6 destina-se a análise dos dados obtidos e comparação dos resultados dos diferentes tipos de modelagem usadas. Esta consiste apenas de uma Etapa, como mostrado na Figura 59.

Figura 59 – Fluxograma da metodologia utilizada durante a pesquisa (Fase 6).



Fonte – Autoria própria.

Na Etapa 6.1 fez-se uso de softwares e ferramentas gráficas (*Microsoft Excel, Matlab®*, *ANSYS®*) com o intuito de realizar a comparação dos resultados obtidos.

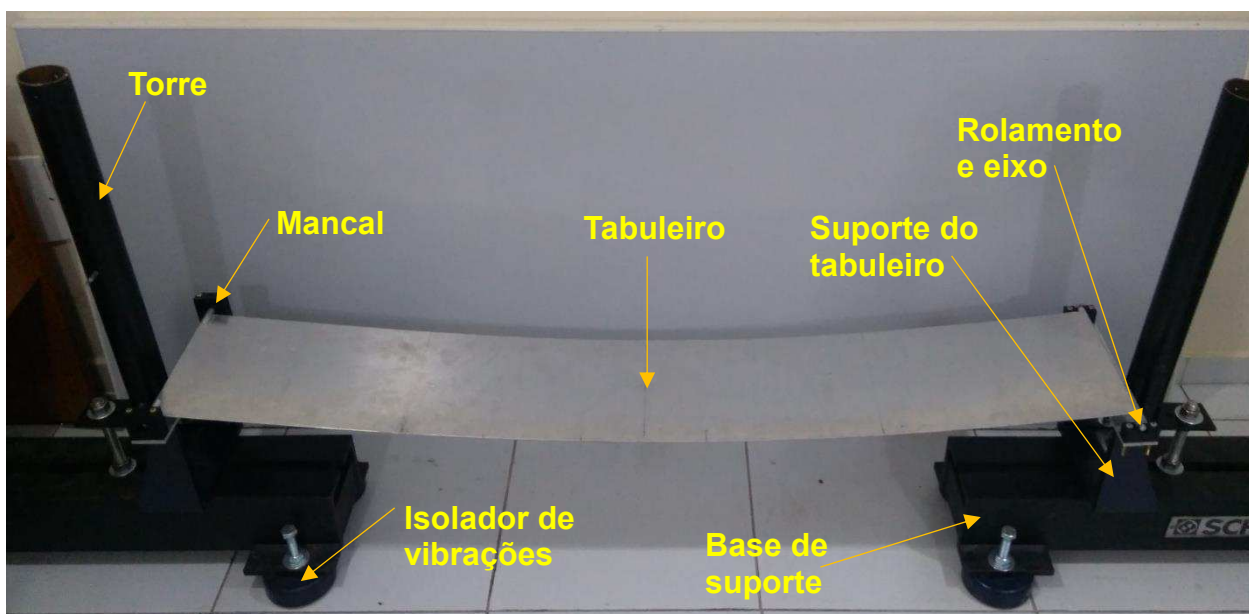
Com o término da Fase 6, prossegue-se para a redação do texto.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Resultados experimentais

A montagem do protótipo estrutural se inicia pela disposição da base de suporte e montagem dos isoladores de vibração. Em seguida são montados os dois elementos que irão suportar os mancais que, por sua vez, abrigam os rolamentos e eixos que irão suportar a placa de alumínio simulando o tabuleiro da ponte. Por fim se monta as duas torres que irão servir de apoio para estai dos cabos. A montagem da estrutura usada nos experimentos pode ser vista na Figura 60.

Figura 60 – Montagem do modelo experimental.



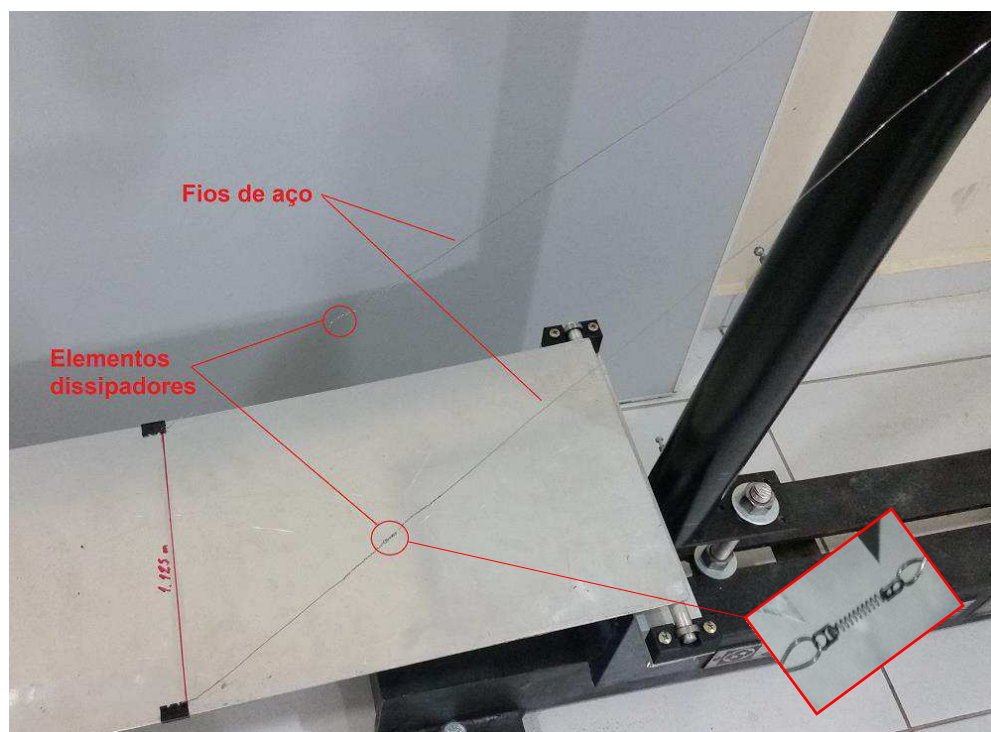
Fonte – Autoria própria.

4.1.1 Implementação e pré-tensionamento dos elementos

Os elementos dissipadores são instalados nos pontos especificados pela etapa 4.1 do processo metodológico, como ilustrado na Figura 61. Os olhais das molas foram fixados em fios de aço comum que, por sua vez, se conectam ao tabuleiro e torres do modelo estrutural.

Tendo em vista que os fios de aço possuem rigidez muito maior que as molas e que estes estão conectados em série, a rigidez total dos estais pode ser aproximada da rigidez destas últimas. Além disso, pode-se considerar que o acréscimo de amortecimento a estrutura deve ser associado apenas as molas, considerando que as deformações dos fios de aço são desprezíveis.

Figura 61 – Elementos dissipadores fixados na estrutura no ponto 1,125 m.



Fonte – Autoria própria.

Os elementos são então pré-tensionados com o objetivo de se encontrar na posição central do laço histerético e, mediante oscilação entre amplitudes máximas e mínimas, apresentar a maior dissipação de energia possível. O valor de pré-tensionamento escolhido foi de 6,25 mm (correspondente a 250% de deformação), ou seja, totalizando um comprimento de 13,25 mm entre os olhais da mola, como ilustrado na Figura 62.

Figura 62 – Pré-tensionamento realizado na mola.



Fonte – Autoria própria.

Este valor foi escolhido com o propósito de se obter a melhor relação entre dissipação de energia e evitar que o elemento entrasse no regime plástico, tendo em vista que, com os cálculos executados na Etapa 3.3 do processo metodológico, este sofreria uma alongação de aproximadamente $\pm 5,365$ mm, ou seja, mediante pré-tensionamento de 6,25 mm, o elemento trabalharia entre os 35,4 e 464,6% de deformação (0,885 mm e 11,615 mm de alongação, respectivamente).

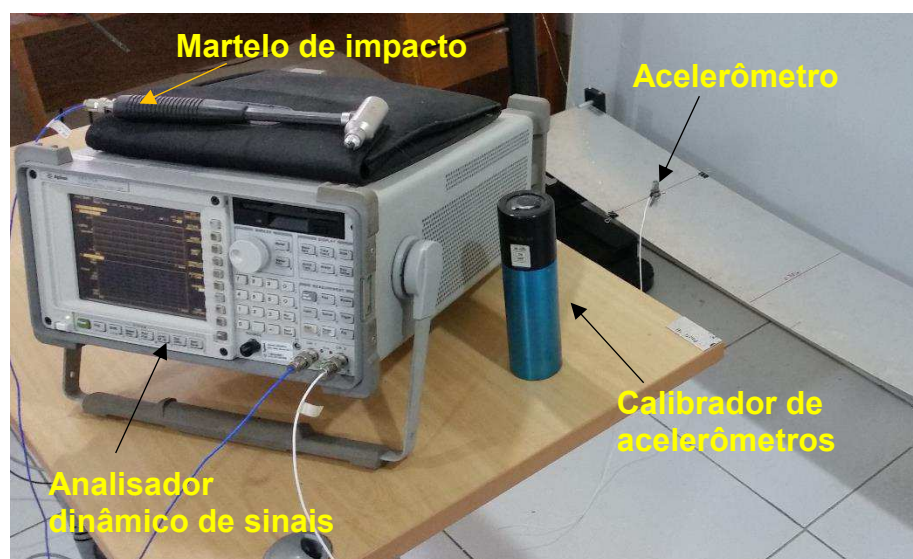
4.1.2 Resultados experimentais em vibração livre

4.1.2.1 Resposta ao martelo de impacto

Os experimentos utilizando o martelo de impacto permitem obter a resposta da aceleração da estrutura em função do tempo e avaliar qual o período necessário para que esta pare de vibrar. Os testes foram realizados mediante coleta do sinal de entrada (impacto do martelo) e resposta (aceleração da estrutura) durante um intervalo de 16 segundos.

A montagem para realização dos experimentos em vibração livre utilizando o martelo de impacto segue os procedimentos metodológicos da etapa 4.2 e pode ser vista na Figura 63.

Figura 63 – Montagem para realização de testes em vibração livre.

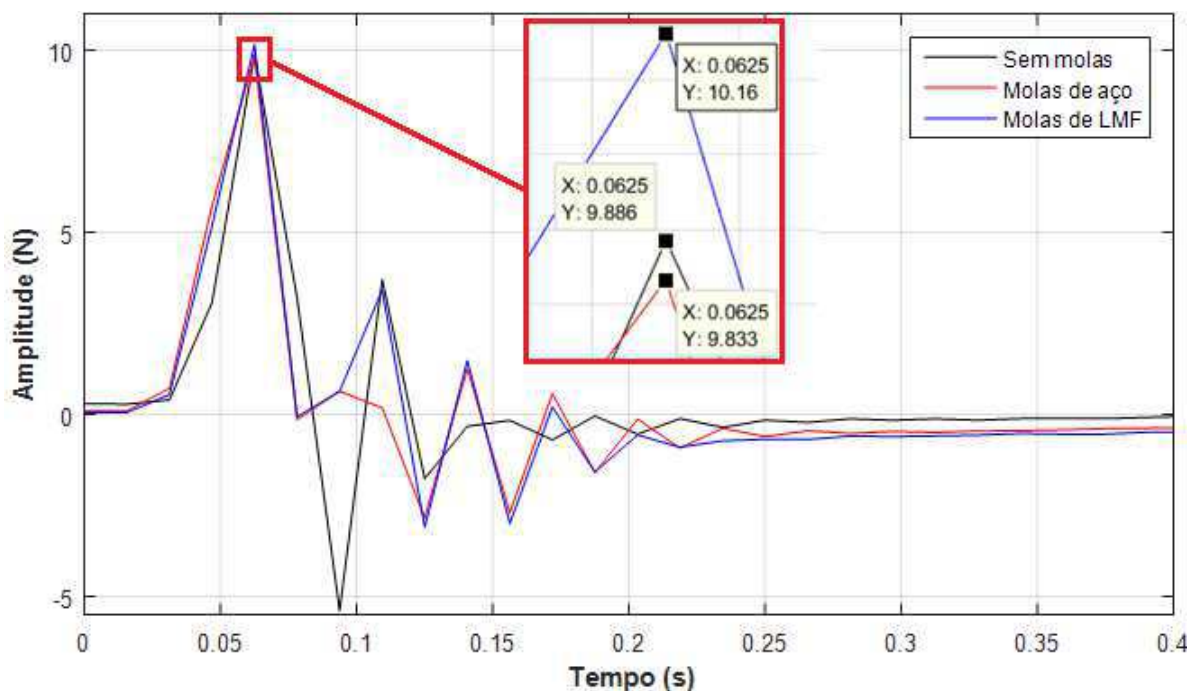


Fonte – Autoria própria.

A Figura 64 ilustra os diferentes valores de força gerados pelo martelo de impacto sobre a estrutura. É possível observar um valor mínimo de 9,833 N aplicado no

sistema com molas de aço e um valor máximo de 10,16 N com molas de LMF, resultando numa variação de 3%, o que torna válida a comparação da resposta da estrutura com diferentes configurações a estes níveis de força.

Figura 64 – Força do martelo de impacto sobre a estrutura.

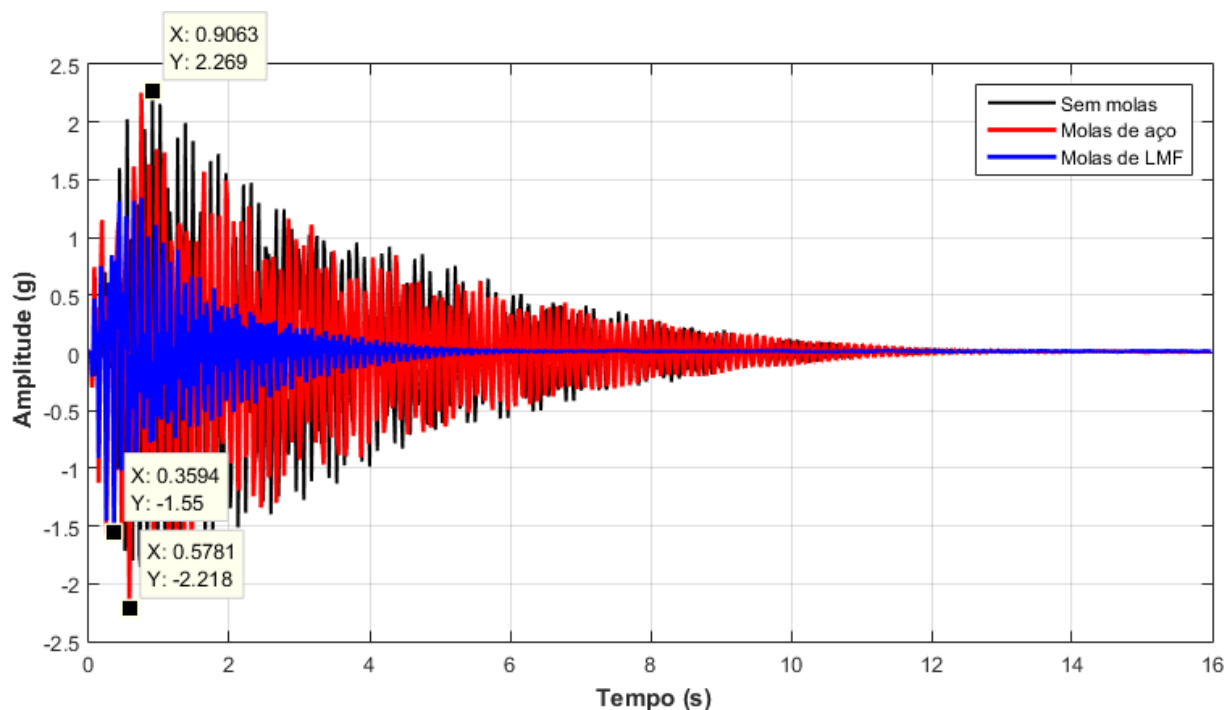


Fonte – Autoria própria.

A Figura 65 ilustra a resposta das diferentes configurações da estrutura ao impacto do martelo em função do tempo. É possível verificar os níveis de amplitude máxima de aceleração para cada configuração adotada, além disso, nota-se que o nível de resposta da estrutura sem elementos é muito próximo da resposta da mesma com molas de aço, isso se deve ao fato de que estas últimas não dissipam energia, transformando a energia proveniente da inércia do sistema em energia potencial e devolvendo essa na forma de energia cinética no ciclo seguinte. No entanto, nota-se uma maior redução da amplitude de resposta do sistema com as molas de LMF, comprovando inicialmente a capacidade destas de dissipar uma parcela da energia vibracional da estrutura. Este fato pode ser melhor validado mediante comparação dos

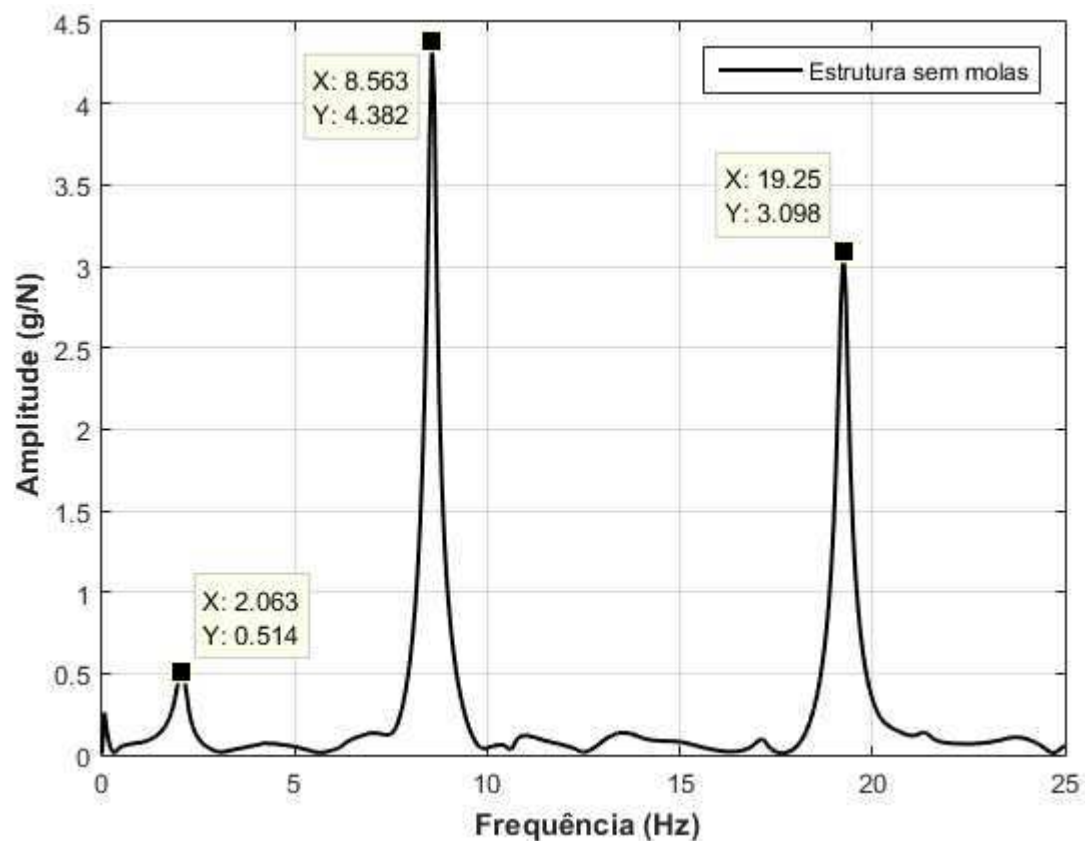
períodos que o sistema leva para voltar ao seu estado de repouso, sendo estes de aproximadamente 13 segundos para a estrutura sem elementos e com molas de aço e de 6 segundos para a mesma com as molas de LMF.

Figura 65 – Resposta da estrutura ao impacto do martelo.



Fonte – Autoria própria.

Para avaliar o comportamento da estrutura em função da frequência foi realizada uma *FFT* dos sinais de entrada (martelo de impacto) e de saída (resposta da estrutura) através de uma função própria do analisador de sinais com o objetivo de obter as características do sistema através da *FRF* do mesmo, como ilustrado na Figura 66. A *FRF* foi realizada numa faixa de 0 a 25 Hz com a finalidade de abranger as frequências de interesse da estrutura.

Figura 66 – *FRF* da estrutura sem molas em escala linear.

Fonte – Autoria própria.

A partir da *FRF* foi possível realizar uma comparação entre as frequências naturais experimentais da estrutura sem molas e aquelas obtidas via modelagens analíticas e numéricas, como ilustrado na Tabela 8.

Pode-se também notar a ausência da frequência de torção no protótipo experimental, como citado anteriormente na Etapa 3.1 do procedimento metodológico utilizado neste trabalho. Por esta razão, apenas as 3 primeiras frequências naturais de flexão serão analisadas.

Tabela 8 – Frequências naturais analíticas, numéricas e experimentais da estrutura sem molas.

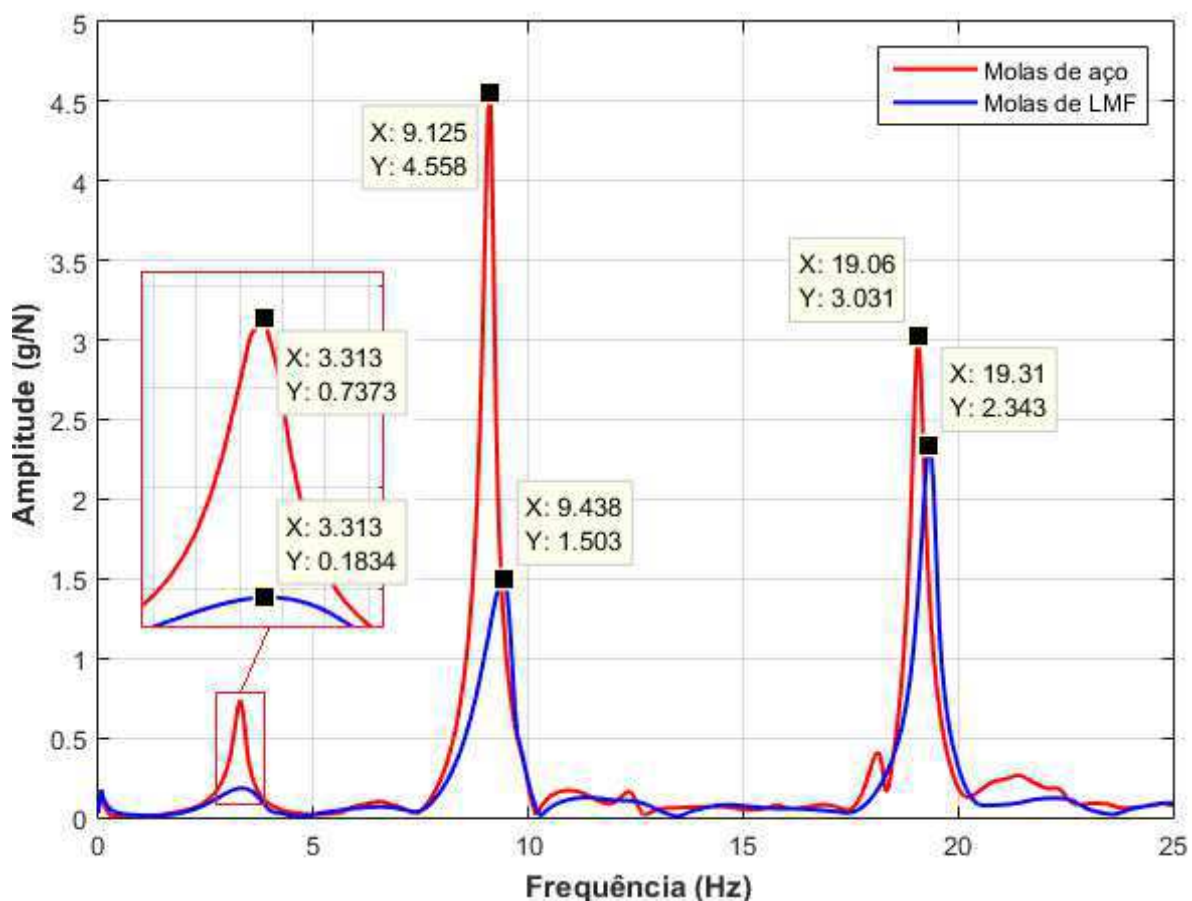
Modo	Frequências naturais (Hz)			
	Analítica	Modelo 2-D	Modelo 3-D	Experimental
1º (Flexão)	2,040	2,044	2,043	2,063
2º (Flexão)	8,162	8,216	8,200	8,563
3º (Flexão)	18,365	18,585	18,493	19,250

Fonte – Autoria própria.

Nota-se uma boa coerência entre os valores analíticos, numéricos e experimentais, com o maior erro associado ao terceiro modo de vibrar em flexão da estrutura, com erro relativo de 4,8%. Isto ocorre devido aos modelos analíticos e numéricos não possuírem uma representação adequada da rigidez da estrutura para os modos de vibrar mais elevados.

Com o objetivo de avaliar os níveis de redução de amplitudes da estrutura devido a implementação das molas de LMF foi necessário comparar dois sistemas com características semelhantes, ou seja, rigidezes e frequências naturais similares. A Figura 67 ilustra a *FRF* da estrutura com as molas de LMF e de aço, onde é possível observar as amplitudes de vibração e as frequências naturais das diferentes configurações.

Figura 67 – *FRF* da estrutura com molas de aço e de LMF em escala linear.



Fonte – Autoria própria.

A partir da *FRF* é possível validar o comportamento do sistema, como observado anteriormente na resposta deste em função do tempo. Mediante excitação via martelo de impacto nota-se a dissipação de energia que as molas de LMF adicionaram a estrutura. A Tabela 9 ilustra, para as duas configurações, os valores de frequência natural, amplitude do sistema e a redução da amplitude de resposta da estrutura com os elementos de LMF em relação a essa com as molas de aço.

Tabela 9 – Valores de frequências naturais, amplitudes do sistema e redução de amplitudes para diferentes configurações em vibração livre.

Configuração do sistema	1º Modo (Flexão)			2º Modo (Flexão)			3º Modo (Flexão)		
	ω_{n1} (Hz)	Ampl. (g/N)	Redução (%)	ω_{n2} (Hz)	Ampl. (g/N)	Redução (%)	ω_{n3} (Hz)	Ampl. (g/N)	Redução (%)
Molas de aço	3,313	0,737	-	9,125	4,558	-	19,06	3,031	-
Molas de LMF	3,313	0,183	75,2	9,438	1,503	67,0	19,31	2,343	22,7

Fonte – Autoria própria.

Os valores de frequências naturais das configurações com molas de aço e de LMF da Tabela 9 comprovam a semelhança entre as estruturas, permitindo uma comparação entre estes dois sistemas, que indica reduções de amplitude de vibração de 75%, 67% e 22,7% associados ao primeiro, segundo e terceiro modo de vibrar da estrutura, respectivamente.

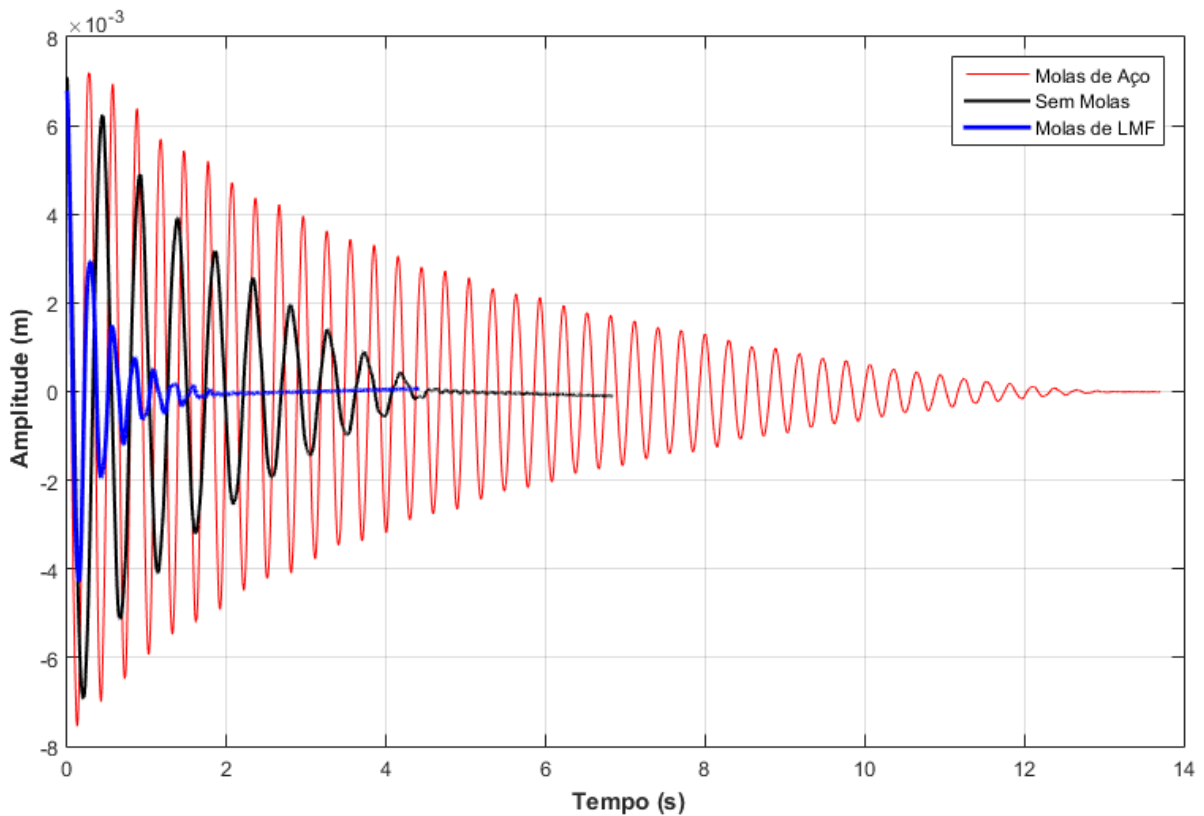
Como comentário adicional, fazendo uma comparação qualitativa entre as *FRF* da estrutura sem elementos (Figura 66) e a *FRF* dessa com elementos de aço e de LMF (Figura 67), é possível perceber que as molas de aço têm um efeito contrário quando instaladas, pois essas aumentam de forma significativa os níveis de amplitude de vibração associados ao primeiro modo da estrutura, chegando a 43,4% de amplificação. Só possuindo um efeito de atenuação no terceiro modo de vibrar dessa, com uma redução de apenas 2% de amplitude. Por outro lado, pode-se notar a diminuição significativa da amplitude associada a todos os modos de vibrar da estrutura com os elementos de LMF, com um valor máximo de 65,7% de redução.

4.1.2.2 Resposta ao deslocamento imposto

Com o intuito de observar a maior dissipação de energia que os elementos de LMF poderiam oferecer a estrutura, esta foi imposta a um deslocamento vertical de 7 mm e liberada subitamente com o objetivo de analisar o comportamento do sistema vibrando livremente.

A Figura 68 ilustra a resposta das diferentes configurações da estrutura em função do tempo ao deslocamento de 7 mm.

Figura 68 – Resposta da estrutura imposta ao deslocamento vertical de 7 mm.



Fonte – Autoria própria.

A partir desta figura nota-se a grande capacidade que as molas de LMF têm de dissipar energia vibratória da estrutura, tendo em vista que esta retornou ao repouso em menos de 2 segundos. Além disso, é possível identificar que as molas de aço pioraram a condição de estabilidade do sistema, elevando o período para que este parasse de oscilar de 5 para 13 segundos. Os amortecimentos associados as configurações com elementos de aço e de LMF foram calculados utilizando o método do decremento logarítmico e podem ser melhor comparados através da Tabela 10.

Tabela 10 – Valores de período de atenuação e amortecimento para o sistema em vibração livre por deslocamento vertical imposto.

Configuração do sistema	Período de atenuação (s)	Fator de amortecimento (ζ)	Acréscimo de amortecimento (%)
Molas de aço	12,96	0,010	-
Molas de LMF	1,805	0,093	830
Sem molas	4,675	0,039	-

Fonte – Autoria própria.

Realizando uma comparação do aumento de amortecimento das molas de LMF em relação às molas de aço, obtém-se um valor de 830%. Isto se deve ao fato de que as molas de LMF possuem maior capacidade de dissipar energia à medida que estas sofrem maiores deformações (desde que estas não excedam seu limite elástico), ou seja, quanto maior a amplitude de vibração do sistema, maior a quantidade de energia dissipada pelo elemento.

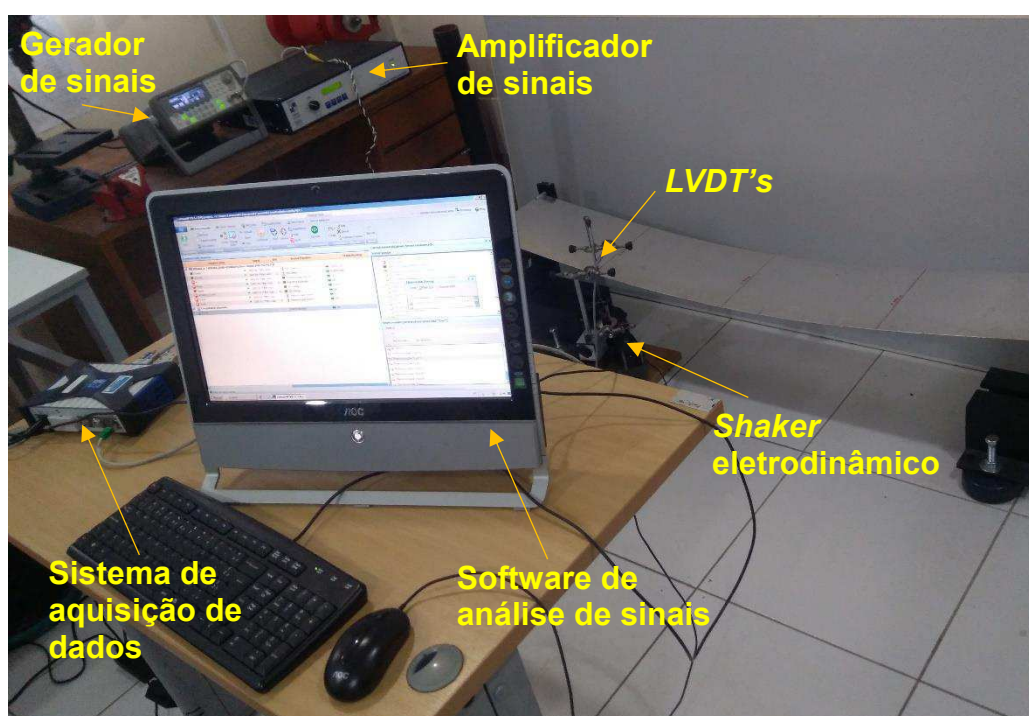
Além disso, tendo em vista que a estrutura possui um fator do amortecimento (ζ) de 0,039 e realizando uma comparação qualitativa, é possível observar que os elementos de aço reduziram o amortecimento do sistema em 74,36%. As molas de LMF, no entanto, aumentaram o amortecimento da estrutura em 138,46%.

4.1.3 Resultados experimentais em vibração forçada

Os testes em vibração forçada da estrutura seguem os procedimentos ilustrados na metodologia (Etapas 3.2 e 4.3).

A montagem usada nos testes experimentais é mostrada na Figura 69.

Figura 69 – Montagem utilizada nos testes experimentais.



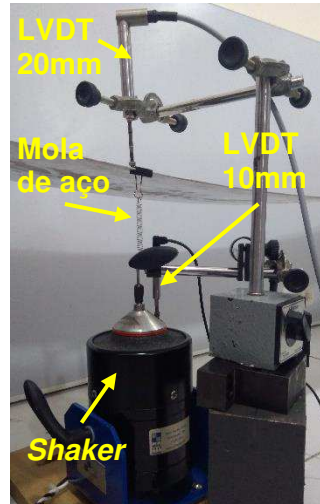
Fonte – Autoria própria.

O sinal de entrada foi transformado em um sinal de força através da utilização de uma mola de aço de tração como fonte de rigidez e a captura dos sinais de deslocamento do *shaker* (entrada) e da estrutura (saída), utilizando o princípio da Lei de Hooke, como ilustrado na Eq 5. O esquema experimental utilizado pode ser visto na Figura 70.

$$F = k_{mola}(d_{shaker} - d_{ponte})$$

(5)

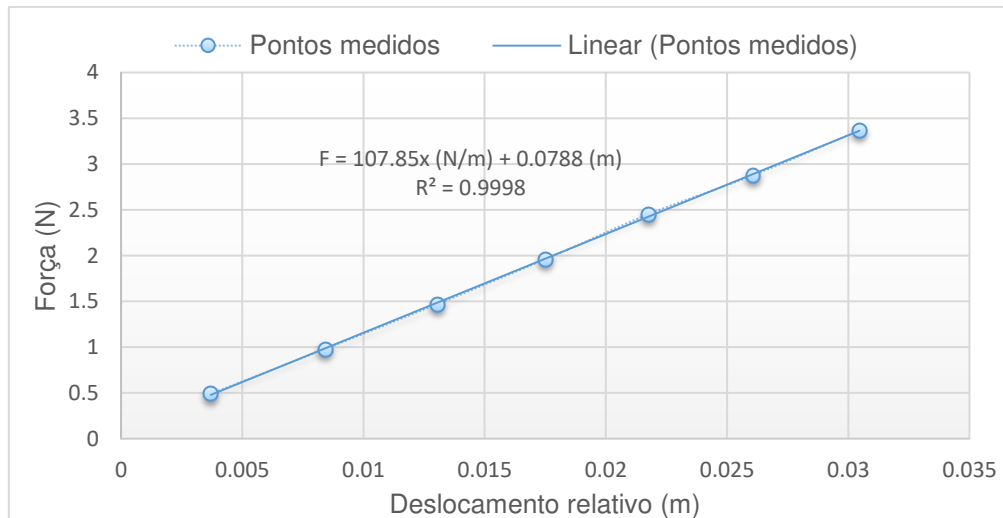
Figura 70 – Esquema experimental utilizado para captar o sinal de entrada de força.



Fonte – Autoria própria.

A Figura 71 ilustra a caracterização da rigidez da mola de excitação.

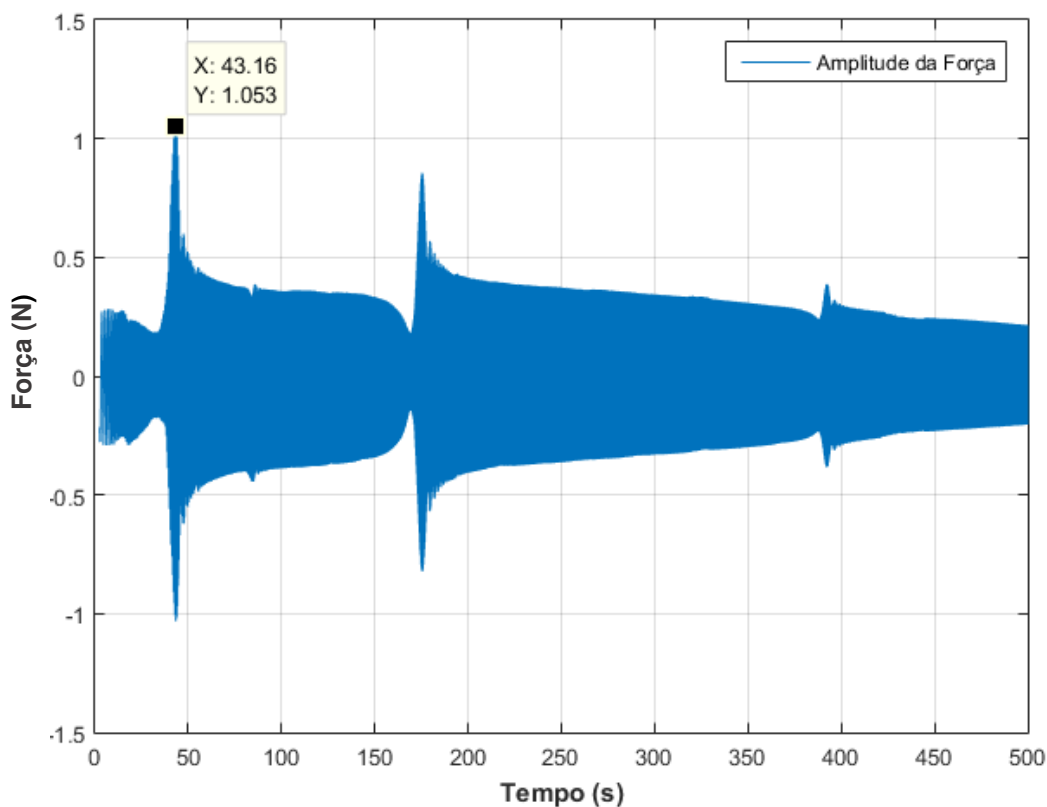
Figura 71 – Caracterização da mola de excitação.



Fonte – Autoria própria.

A estrutura foi excitada utilizando um sinal na forma de *sweep* de seno durante 500 segundos com o propósito de varrer a faixa de frequências de interesse, mais especificamente, de 0,5 a 25 Hz. O *shaker* excitou a estrutura com uma amplitude de deslocamento média de 3,5 mm para cima e para baixo gerando um pico de força de entrada de 1,05 N, como ilustrado na Figura 72.

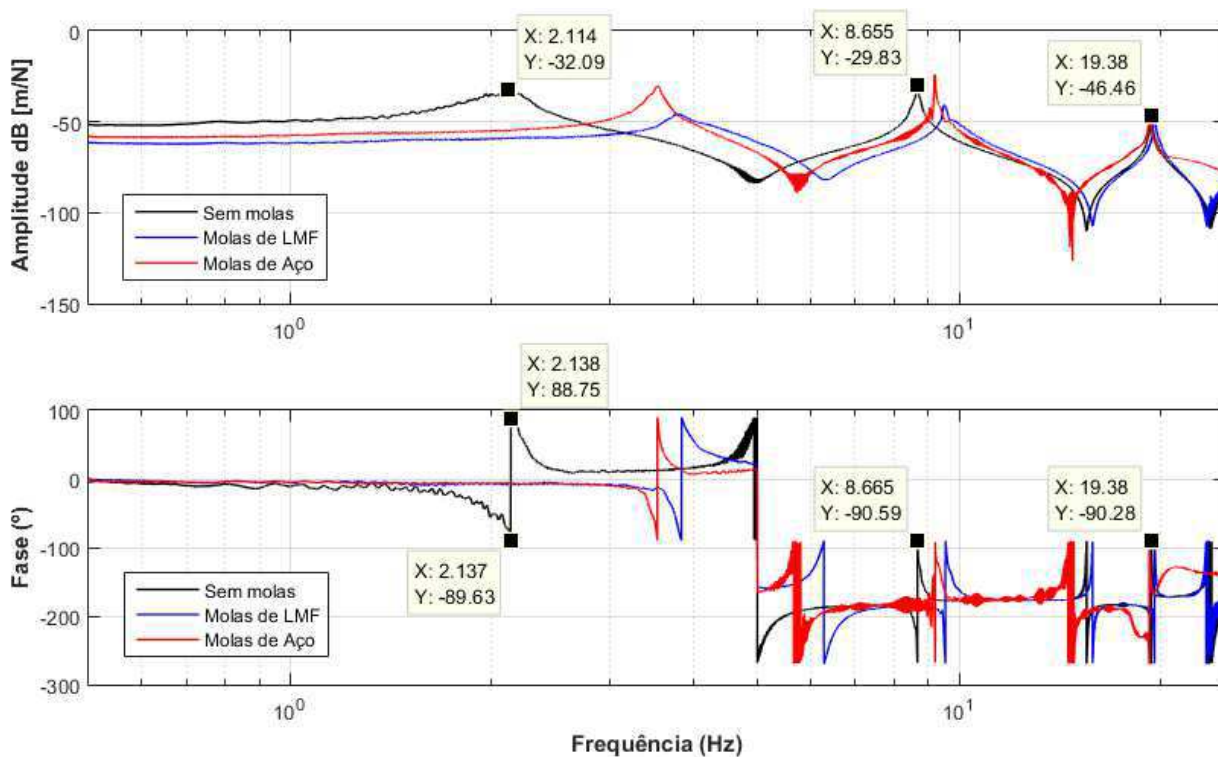
Figura 72 – Comportamento do sinal da força atuando na estrutura em função do tempo.



Fonte – Autoria própria.

A Figura 73 ilustra o Diagrama de Bode das diferentes configurações do sistema em vibração forçada, onde é possível verificar os três picos associados aos três modos de vibrar da estrutura. Este diagrama permite identificar as regiões de ressonância do sistema através do gráfico de fase e constatar a mudança destas em 180° .

Figura 73 – Diagrama de Bode das diferentes configurações da estrutura em vibração forçada.

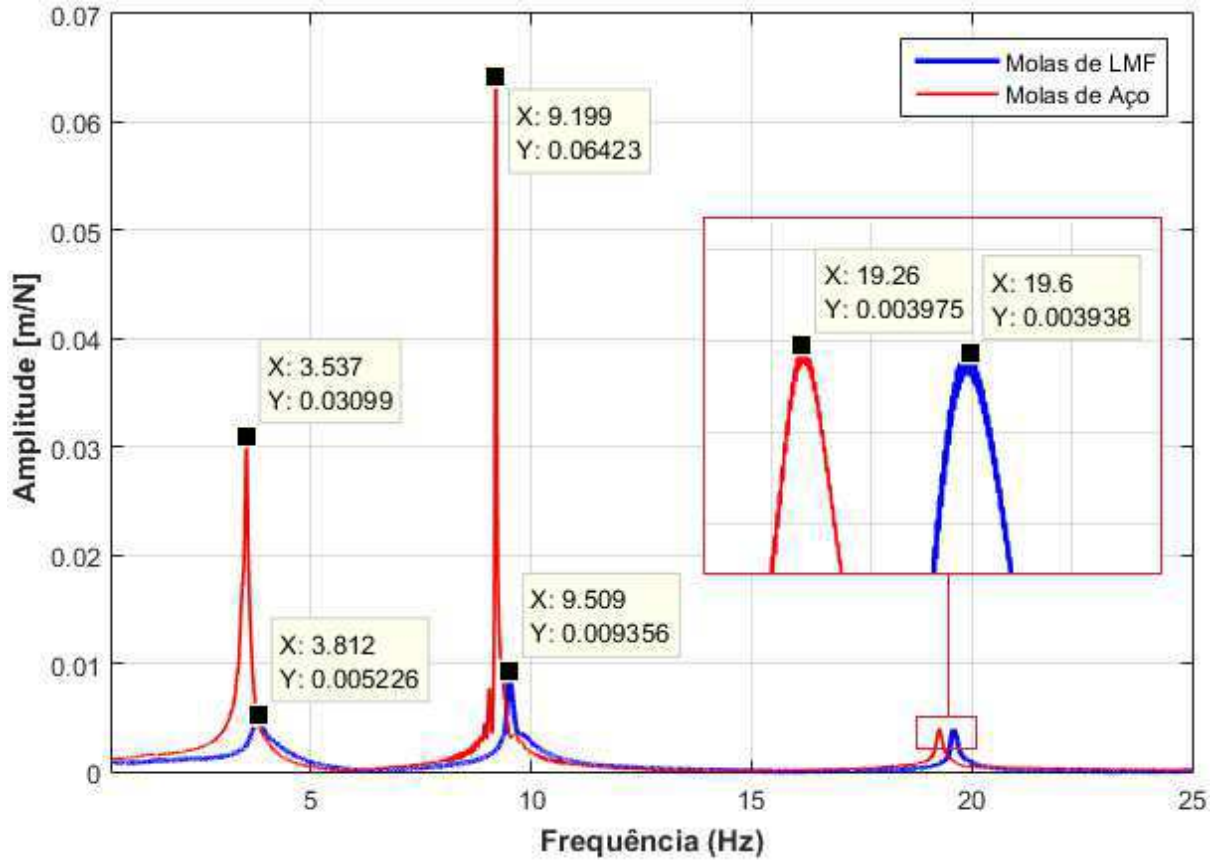


Fonte – Autoria própria.

A pequena diferença da primeira frequência natural apresentada entre os gráficos de amplitude e de fase se deve as dificuldades do mecanismo excitador (*shaker*) de trabalhar em baixas frequências.

Para realizar a comparação de estruturas similares e observar suas frequências naturais, amplitudes e os níveis de redução, foi gerada a *FRF* do sistema com molas de LMF e elementos de aço em escala linear, como ilustrado na Figura 74.

Figura 74 – FRF em escala linear da estrutura com diferentes configurações



Fonte – Autoria própria.

Similar aos experimentos em vibração livre, mais uma vez os elementos de LMF proveram uma redução significativa de amplitude em todos os modos de vibrar analisados. As relações entre os valores de frequência natural, amplitudes e porcentagens de redução dessas últimas são ilustradas na Tabela 11.

Tabela 11 – Valores de frequências naturais, amplitudes do sistema e redução de amplitudes para diferentes configurações em vibração forçada.

Configuração do sistema	1º Modo (Flexão)			2º Modo (Flexão)			3º Modo (Flexão)		
	ω_{n1} (Hz)	Ampl. (m/N)	Redu. (%)	ω_{n2} (Hz)	Ampl. (m/N)	Redu. (%)	ω_{n3} (Hz)	Ampl. (m/N)	Redu. (%)
Molas de aço	3,537	0,03099	-	9,199	0,06423	-	19,26	0,00397	-
Molas de LMF	3,812	0,00522	83,2	9,509	0,00935	85,4	19,6	0,00393	1

Fonte – Autoria própria.

A redução dos níveis de amplitude de oscilação da estrutura com molas de LMF em comparação com os elementos de aço foi de 83,2, 85,4 e 1% associados ao primeiro, segundo e terceiro modo de vibrar em flexão do sistema, respectivamente.

Similar aos experimentos anteriores, realizando uma comparação qualitativa da estrutura sem elementos e com a implementação de molas de aço e de LMF, pode-se concluir que os elementos de aço aumentaram significativamente a amplitude do sistema, com um valor máximo de 99,2% no segundo modo de vibrar em flexão da estrutura, agindo como atenuador apenas no terceiro modo de vibrar da mesma, com um valor de 16,7%. Por outro lado, os elementos de LMF agiram como atenuadores em todos os modos de vibrar em flexão da estrutura, com um valor máximo de 79% associado ao primeiro modo de vibrar da mesma.

A partir do diagrama de Bode foi também possível calcular os valores de fatores de amortecimento (ζ) associados a cada modo de vibrar das diferentes configurações através do método de largura de banda em meia potência. No entanto, neste método só é válido comparar os valores de amortecimento da estrutura com molas de aço e com

elementos de LMF, pois apresentam características de rigidez e frequências naturais similares. Os valores calculados podem ser encontrados na Tabela 12.

Tabela 12 – Valores de fatores de amortecimento para diferentes configurações.

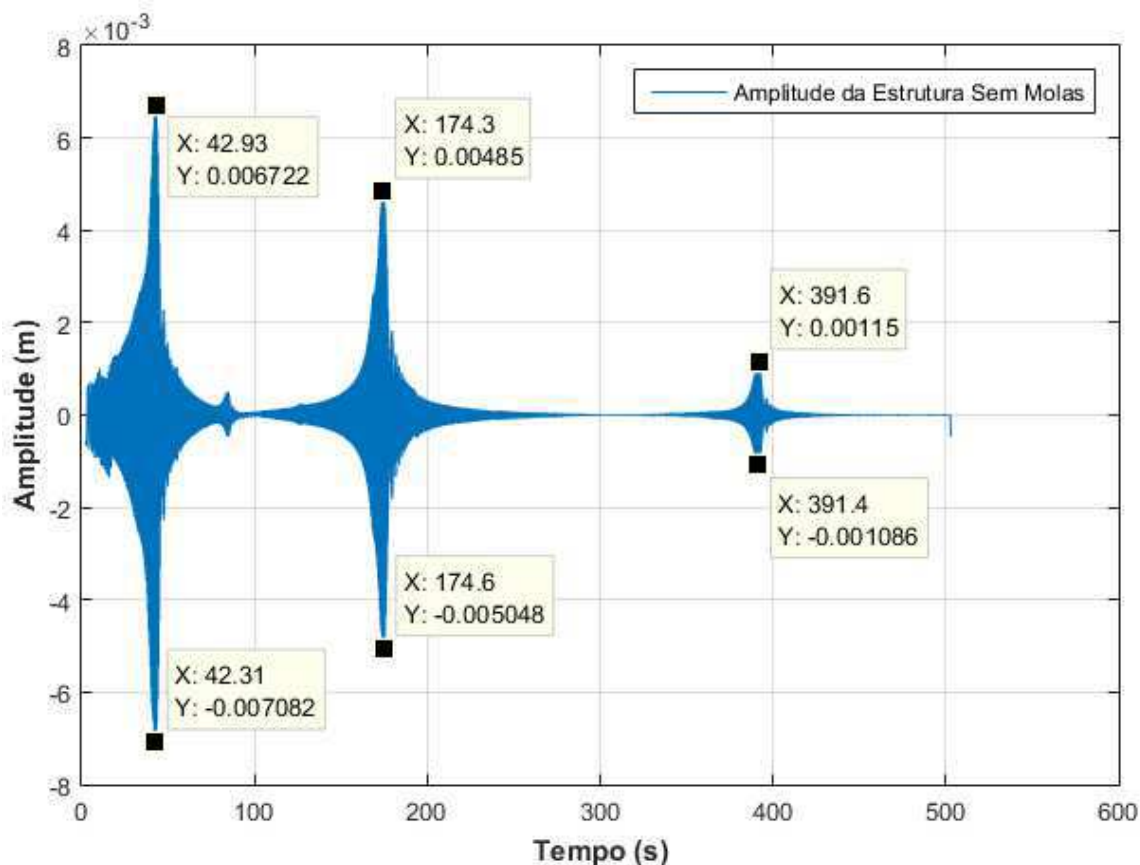
Configuração do sistema	1º Modo (Flexão)		2º Modo (Flexão)		3º Modo (Flexão)	
	ζ_1	Acréscimo (%)	ζ_2	Acréscimo (%)	ζ_3	Acréscimo (%)
Molas de aço	0,0109	-	0,0018	-	0,0033	-
Molas de LMF	0,0354	224,7	0,0063	250,0%	0,0040	21,2

Fonte – Aatoria própria.

Pode ser observado um aumento significativo do fator de amortecimento do sistema com elementos de LMF para os dois primeiros modos de vibrar da estrutura se comparados aos elementos de aço. Os valores estão coerentes com as análises já realizadas anteriormente, tendo em vista que o fator de amortecimento da estrutura sob vibração forçada com elementos de aço no primeiro modo de vibrar é muito próximo do valor calculado em vibração livre, o que permite identificar que este modo é predominante nesta última análise.

Além disso, durante todas as análises foi possível notar uma queda na capacidade que os elementos de LMF têm de reduzir a amplitude de vibração do sistema à medida que a frequência de excitação deste aumenta. A razão disto acontecer se deve ao fato de que a estrutura possui menores amplitudes de oscilação nos modos mais altos de vibrar, como ilustrado na Figura 75. Esse fenômeno ocorre devido ao sistema ter um comprimento finito e, nos modos de vibrar mais elevados, capacidade limitada de se deformar em múltiplas direções.

Figura 75 – Comportamento dos sinais do tempo da estrutura associados aos modos de vibrar da mesma.



Fonte – Autoria própria.

Pode-se notar que a amplitude de vibração cai de um valor máximo de 7 mm associado ao primeiro modo de vibrar em flexão, para um valor de 5 mm associado ao segundo modo e por fim para um valor de 1,1 mm associado ao terceiro modo. Isto resulta numa menor deformação sofrida pelo elemento de LMF à medida que os modos de vibrar aumentam e, por consequência, um menor laço histerético e capacidade de dissipar energia.

Outro fenômeno de menor impacto se dá na mudança da frequência natural da estrutura devido a mudança de rigidez dos elementos de LMF, maiores deformações resultam em transformações de fase mais coerentes entre as fases de austenita e martensita, diminuindo a rigidez total, mas aumentando o valor de amortecimento.

Menores deformações resultam em menores amortecimentos e maiores níveis de rigidez associadas à fase austenítica.

4.1.4 Caracterização dos elementos dissipadores

Como citado anteriormente na Etapa 5.1 do processo metodológico utilizado nesta pesquisa, foram realizadas duas baterias de ensaios com o propósito de caracterizar os elementos dissipadores, estas serão melhores discutidas nos tópicos a seguir.

4.1.4.1 Caracterização dos elementos pelo deslocamento de projeto

Na primeira bateria de ensaios os elementos foram caracterizados utilizando três diferentes níveis de deslocamentos associados as oscilações sofridas pela estrutura, sendo estas de 7 mm no primeiro modo, 5 mm no segundo e 1,1 mm no terceiro modo de vibrar em flexão, como ilustrado anteriormente na Figura 75.

Estas medidas foram escolhidas por serem os parâmetros de projeto preliminar, com o intuito de prever quais deslocamentos máximos os elementos dissipadores irão sofrer em regime de trabalho.

Com posse desses valores, é possível estimar as elongações que as molas sofrerão utilizando as Eq. 1, 2, 3 e 4, da Etapa 3.3 do processo metodológico, obtendo assim os valores da Tabela 13.

Tabela 13 – Deslocamento do protótipo nos 3 primeiros modos de vibrar em flexão e alongação de projeto do elemento.

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Deslocamento do protótipo estrutural	7 mm	5 mm	1,1 mm
Elongação de projeto do elemento	10,78 mm	7,7 mm	1,7 mm

Fonte – Autoria própria.

Tendo em vista que o elemento dissipador sofreu uma pré-carga de 6,25 mm, equivalente a 250% de seu comprimento linear útil com o propósito de se encontrar no meio do laço histerético, pode-se calcular a porcentagem de deformação que este irá sofrer devido as amplitudes de oscilação dos diferentes modos de vibrar da estrutura. Estes valores são ilustrados na Tabela 14.

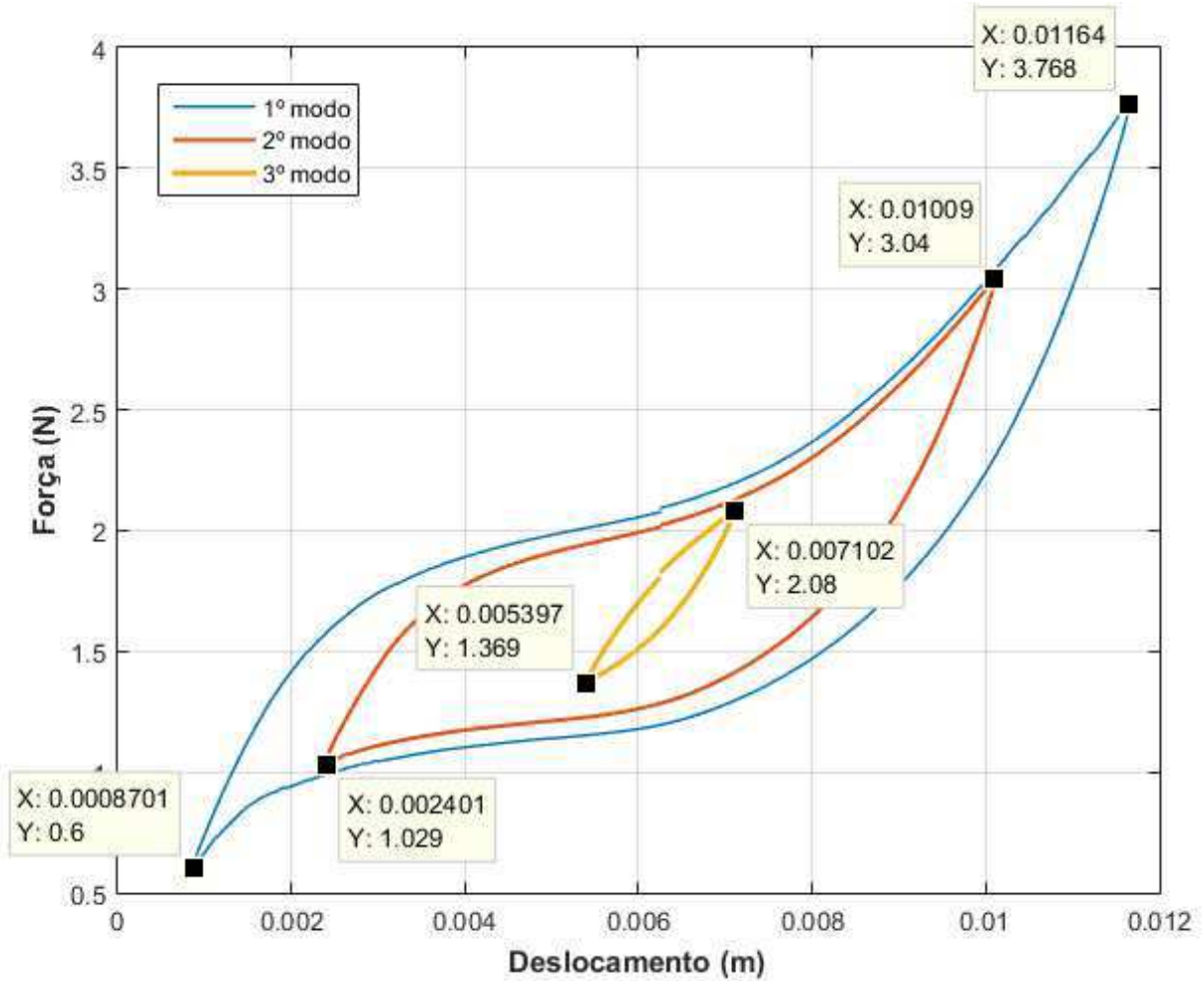
Tabela 14 – Elongação dos elementos com pré-carga aplicada e deformações de projeto.

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Elongação do elemento com pré-carga	6,25 ± 5.39 mm	6,25 ± 3,85 mm	6,25 ± 0,85 mm
Deformação de projeto	34,4 a 465%	96 a 404%	216 a 284%

Fonte – Autoria própria.

Com estes valores de alongação, foram realizados os ensaios de força – deslocamento dos elementos dissipadores, ilustrados na Figura 76.

Figura 76 – Ensaio de força - deslocamento para as elongações de projeto.



Fonte – Autoria própria.

E, por fim, foi possível obter a rigidez equivalente (k_{LMF}) e a constante de amortecimento histerético (h_{LMF}) dos elementos para os diferentes deslocamentos impostos utilizando as Eq. 6 e 7, respectivamente.

$$k_{LMF} = \frac{F_{max} - F_{min}}{X_{max} - X_{min}} \quad (6)$$

$$h_{LMF} = \frac{A_{\text{laço}}}{\pi X^2} \quad (7)$$

Onde F_{\max} e F_{\min} são as forças máximas e mínimas de um ciclo e X_{\max} e X_{\min} são os deslocamentos máximos e mínimos de um ciclo, respectivamente. $A_{\text{laço}}$ é a área do laço histerético e X é a amplitude de deslocamento do laço histerético.

Além disso, segundo Rao (2010) é possível calcular o fator de amortecimento histerético (η_{LMF}) utilizando a Eq 8.

$$\eta_{LMF} = \frac{h_{LMF}}{k_{LMF}} \quad (8)$$

Esta é uma constante adimensional que indica a quantidade de energia dissipada pelo elemento em um ciclo.

Os valores calculados podem ser visualizados na Tabela 15.

Tabela 15 – Valores de rigidez, constante de amortecimento e fator de amortecimento histeréticos de projeto dos elementos dissipadores (1 mola).

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Rigidez equivalente (k_{LMF})	293,86 N/m	260,88 N/m	417,33 N/m
Constante de amortecimento histerético (h_{LMF})	21,013 N/m	23,08 N/m	28,34 N/m
Fator de amortecimento histerético (η_{LMF})	0,071	0,088	0,068

Fonte – Autoria própria.

Pode-se perceber que, apesar do elemento sofrer um maior deslocamento no 1º modo, em comparação ao 2º, este possui uma rigidez maior, isso se deve à fase austenítica, presente quando a mola se encontra a um valor abaixo de 80% de deformação.

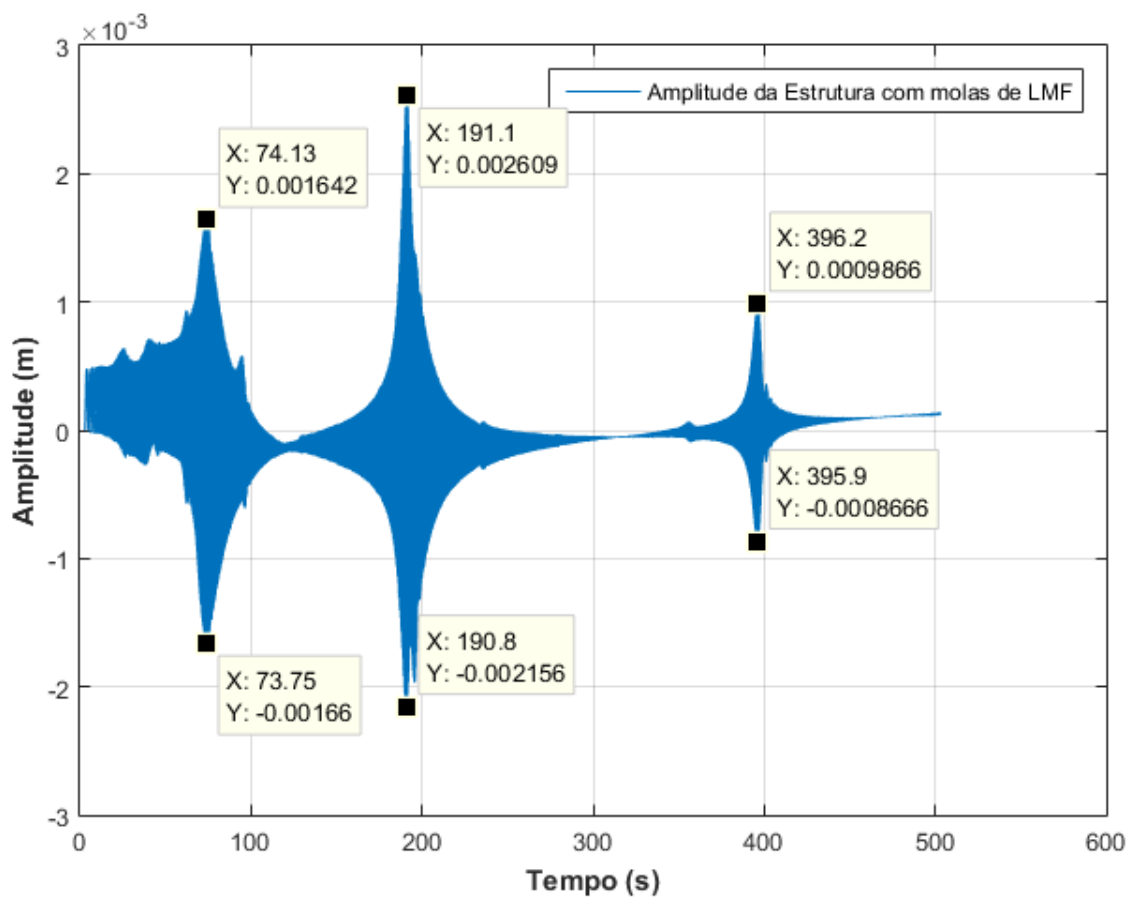
Durante a alongação causada pelo primeiro modo de vibrar da estrutura, o elemento sofre deformações estimadas entre 34,4 e 465%, fazendo com que este deixe o laço histerético (80 a 500% de deformação) brevemente, resultando no aparecimento da fase austenítica de forma mais pronunciada, o que resulta em uma maior rigidez equivalente. Isto resulta em um menor fator de amortecimento histerético, tendo em vista que este é inversamente proporcional a rigidez do elemento.

4.1.4.2 Caracterização dos elementos pelo deslocamento de trabalho

Na segunda bateria de ensaios, os elementos foram impostos aos deslocamentos de trabalho, sofridos devido as oscilações da estrutura após a instalação destes na mesma. Estes ensaios foram realizados com o propósito de alimentar as simulações com os valores de deslocamento reais que os elementos dissipadores sofrem e realizar comparações.

Mediante instalação dos elementos dissipadores, a estrutura não oscila mais na condição anterior (7 mm no primeiro modo, 5 mm no segundo e 1,1 mm no terceiro modo de vibrar em flexão), para que as molas foram projetadas para trabalhar, entrando em um estado de equilíbrio devido a dissipação de energia causada por estas. Isto pode ser visto a partir da Figura 77.

Figura 77 – Comportamento dos sinais do tempo da estrutura com as molas de LMF associados aos modos de vibrar da mesma.



Fonte – Autoria própria.

Os deslocamentos médios sofridos pelo protótipo estrutural com os elementos dissipadores passam a ser de 1,65 mm no primeiro modo, 2,35 mm no segundo e 0,9 mm no terceiro modo de vibrar em flexão.

Sendo assim, mais uma vez é possível calcular as elongações que os elementos irão sofrer, utilizando as Eq. 1, 2, 3 e 4, da Etapa 3.3 do processo metodológico, obtendo os valores da Tabela 16.

Tabela 16 – Deslocamento do protótipo nos 3 primeiros modos de vibrar em flexão e alongação de trabalho do elemento.

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Deslocamento do protótipo estrutural	1,65 mm	2,35 mm	0,9 mm
Elongação de trabalho do elemento	2,5 mm	3,6 mm	1,38 mm

Fonte – Autoria própria.

Levando em consideração a pré-carga de 6,25 mm, calcula-se então o deslocamento e deformação que os elementos irão sofrer, ilustrados na Tabela 17.

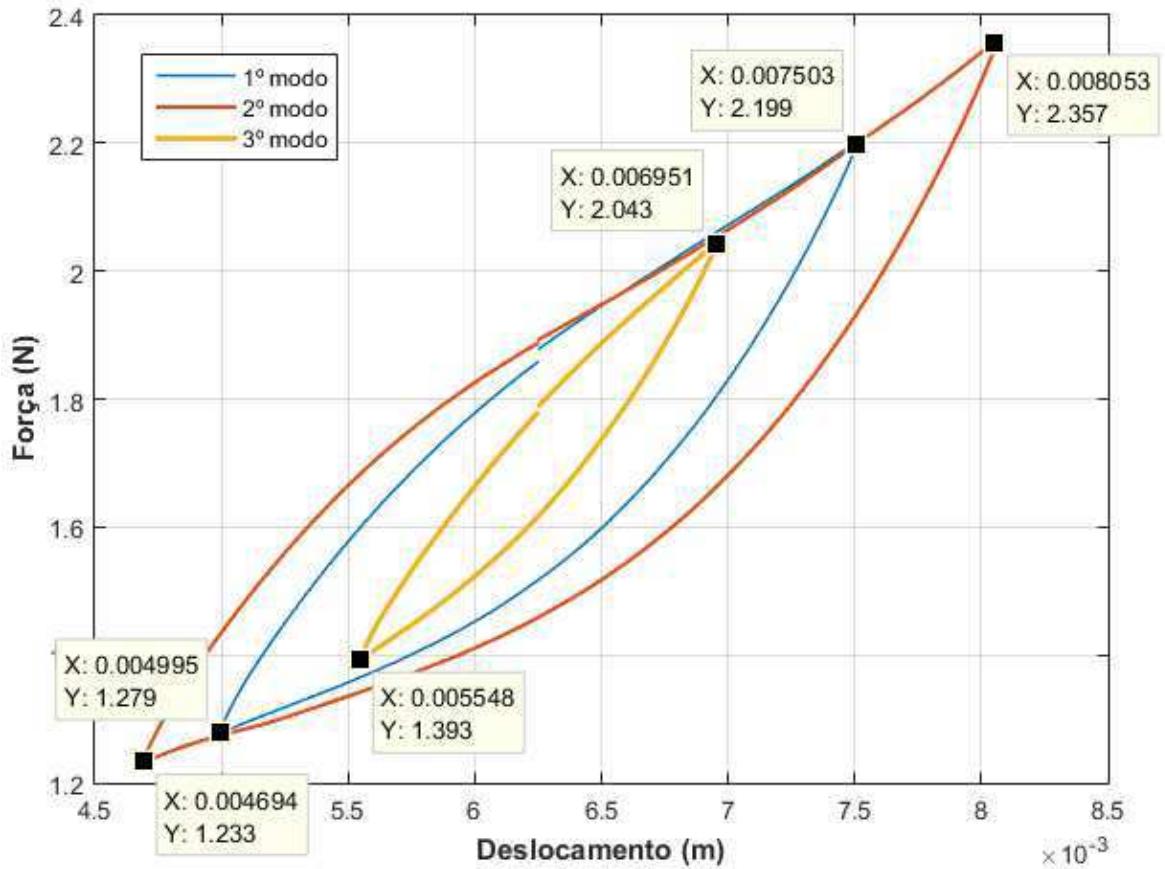
Tabela 17 – Elongação dos elementos com pré-carga aplicada e deformações de trabalho.

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Elongação do elemento com pré-carga	6,25 ± 1,25 mm	6,25 ± 1,80 mm	6,25 ± 0,69 mm
Deformação de trabalho	200 a 300%	178 a 322%	222 a 278%

Fonte – Autoria própria.

Com estes valores, foram então realizados os novos ensaios de força – deslocamento dos elementos dissipadores, como ilustrado na Figura 78.

Figura 78 – Ensaio de força - deslocamento para as elongações de trabalho.



Fonte – Autoria própria.

Obtendo assim os valores de rigidez equivalente (k_{LMF}), constante de amortecimento histerético (h_{LMF}) e fator de amortecimento histerético (η_{LMF}) dos elementos dissipadores novamente utilizando as Eq. 6, 7 e 8, respectivamente. Estes valores podem ser encontrados na Tabela 18.

Tabela 18 – Valores de rigidez, constante de amortecimento e fator de amortecimento histeréticos de trabalho dos elementos dissipadores (1 mola).

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Rigidez equivalente (k_{LMF})	367,38 N/m	334,89 N/m	463,37 N/m
Constante de amortecimento histerético (h_{LMF})	30,48 N/m	27,25 N/m	25,90 N/m
Fator de amortecimento histerético (η_{LMF})	0,083	0,082	0,056

Fonte – Aatoria própria.

Os resultados dos ensaios com a elongação de trabalho sofrida pelas molas se mostra mais coerente, tendo em vista que a medida que o deslocamento destas aumenta, a rigidez equivalente diminui.

Isso acontece devido aos elementos trabalharem dentro do laço histerético (80 a 500% de deformação) em todos os modos de vibrar, evitando o aparecimento pronunciado da fase austenítica.

4.2 Resultados numéricos

As simulações numéricas utilizadas na Fase 2 do processo metodológico, com o objetivo de representar quais parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibrar) o protótipo teria, são aqui ajustadas com o intuito de reproduzir de forma mais coerente o comportamento do mesmo quando os elementos dissipadores são instalados.

Isso é realizado com a adição de elementos na forma de mola/amortecedor (mais especificamente o elemento COMBIN14) no modelo geométrico estrutural, atuando como estais dissipadores.

Dois modelos geométricos foram utilizados, um bidimensional (2-D) e outro tridimensional (3-D).

Foram realizadas um total de três análises para cada modelo, sendo elas:

- Análise modal, com o objetivo de obter as frequências naturais e modos de vibrar do novo sistema;
- Análise transiente, com o intuito de observar o comportamento do sistema em vibração livre;
- Análise harmônica, com o propósito de investigar a resposta da estrutura em vibração forçada.

Estas análises serão melhores detalhadas nos próximos tópicos.

4.2.1 Análise modal numérica

Na análise modal procura-se obter as frequências naturais e modos de vibrar de uma estrutura ou sistema, esta foi realizada utilizando a ferramenta *structural analysis*, mais especificamente *modal analysis* do software *Ansys® Mechanical APDL*.

Tendo em vista que a análise modal consiste na resolução da Eq. 9.

$$([K] - \omega_n^2[M])\{u_n\} = 0 \quad (9)$$

Também conhecido como problema de autovalores (ω_n , frequências naturais) e autovetores (u_n , *modos de vibrar*).

Onde:

- $[M]$ – matriz de massa;
- $[K]$ – matriz de rigidez;
- ω_n – Frequência natural associada ao n-ésimo modo de vibrar;
- $\{u_n\}$ – vetor nodal de deslocamento;

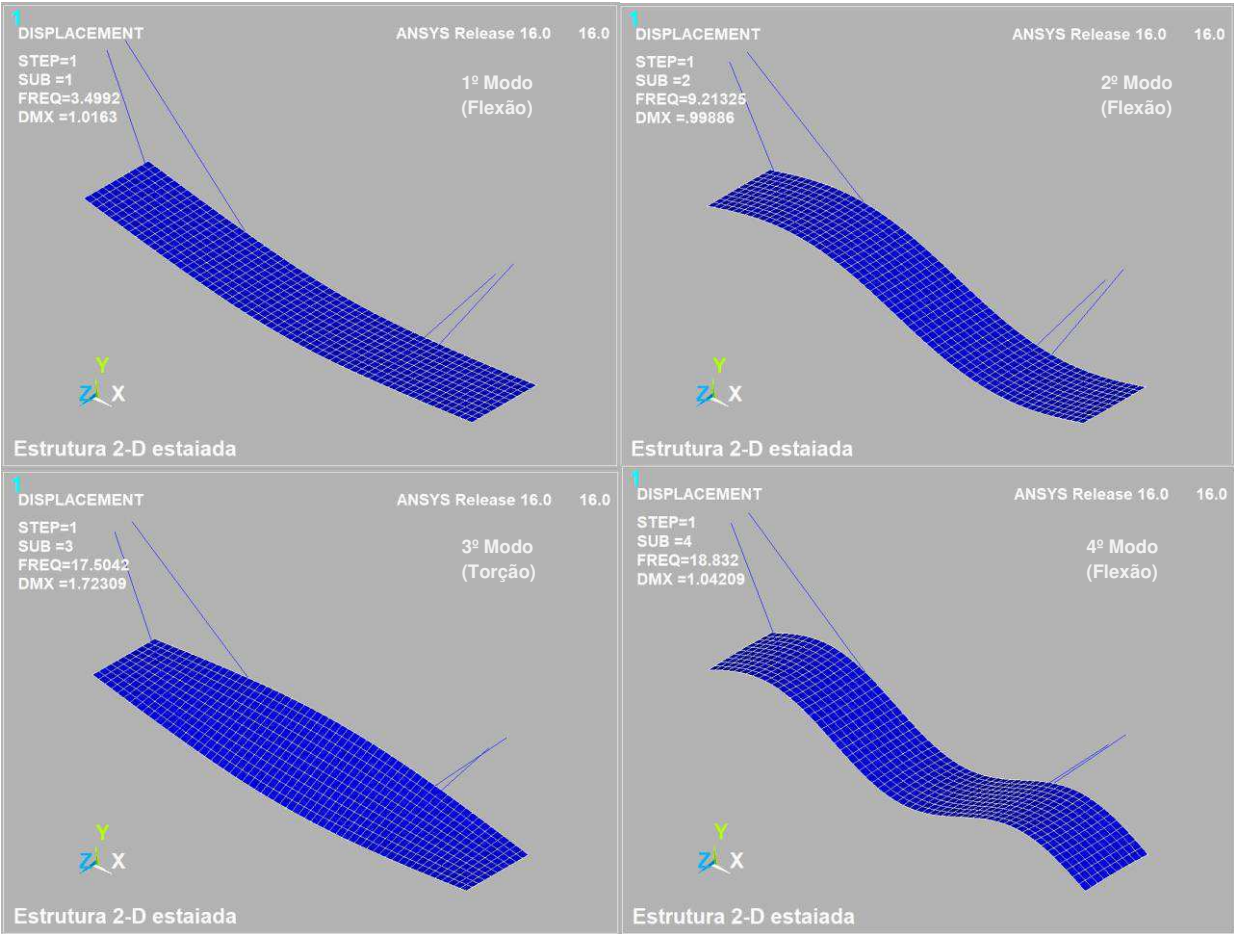
Pode-se perceber que esta é uma equação linear, logo apenas um valor de rigidez associado ao elemento dissipador foi escolhido, sendo este valor associado ao 1º modo de vibrar da estrutura, pois este é o mais sensível às mudanças de rigidez do sistema.

Foram realizadas duas análises, uma delas com os valores de rigidez de projeto dos elementos dissipadores e outra com os valores de rigidez de trabalho, obtidos na seção 4.1.4.

4.2.1.1 Análise modal com valor de rigidez de projeto do elemento dissipador

Nesta fase o valor de rigidez de projeto do elemento dissipador, associado ao primeiro modo de vibrar ($k_{LMF} = 293,86$ N/m) obtido na Tabela 15, é utilizado para alimentar o parâmetro de rigidez do elemento Combin14, tornando assim possível a análise modal. A análise modal numérica 2-D é ilustrada na Figura 79.

Figura 79 – Análise modal numérica do modelo bidimensional com estais.



Fonte – Autoria própria.

A Tabela 19 permite comparar os valores das frequências naturais dos modelos numéricos e do protótipo experimental.

Tabela 19 – Frequências naturais dos modelos numéricos com estais (com rigidez de projeto) e protótipo experimental.

Modo	Frequências naturais (Hz)		
	Modelo 2-D	Modelo 3-D	Experimental
1º (Flexão)	3,49	3,50	3,81
2º (Flexão)	9,21	9,19	9,50
3º (Flexão)	18,83	18,73	19,6

Fonte – Autoria própria.

É possível notar uma leve variação das frequências naturais numéricas e experimentais, com o maior erro relativo de 8,39% associado ao primeiro modo de vibrar da estrutura. Isso ocorre devido ao valor da rigidez de projeto do elemento dissipador ser menor do que o valor da rigidez de trabalho. Além deste valor variar para o 2º e 3º modos de vibrar, o que não foi levado em consideração.

Com estes valores, comprova-se que o 1º modo de vibrar da estrutura é o mais sensível às mudanças de rigidez do sistema, como afirmado anteriormente.

4.2.1.2 Análise modal com valor de rigidez de trabalho do elemento dissipador

Nesta seção o valor de rigidez de trabalho do elemento dissipador, associado ao primeiro modo de vibrar ($k_{LMF} = 367,38$ N/m) obtido na Tabela 18, é utilizado para alimentar o parâmetro de rigidez do elemento Combin14.

Com este parâmetro definido é possível realizar a análise modal e comparar os valores das frequências naturais numéricas e experimentais. Estes são ilustrados na Tabela 20.

Tabela 20 – Frequências naturais dos modelos numéricos com estais (com rigidez de trabalho) e protótipo experimental.

Modo	Frequências naturais (Hz)		
	Modelo 2-D	Modelo 3-D	Experimental
1º (Flexão)	3,76	3,77	3,81
2º (Flexão)	9,44	9,42	9,50
3º (Flexão)	18,89	18,79	19,6

Fonte – Autoria própria.

Pode-se perceber que o maior erro relativo foi de 4,13%, associado ao terceiro modo de vibrar da estrutura, proveniente da dificuldade dos modelos numéricos de representar os modos de vibrar mais elevados. No entanto, é possível notar uma maior coerência entre as frequências naturais numéricas e experimentais de todos os modos de vibrar quando o valor de rigidez de trabalho do elemento dissipador é utilizado, em comparação com o valor da rigidez de projeto da seção anterior.

4.2.2 Resultados numéricos em vibração livre

Os resultados numéricos em vibração livre foram obtidos através da ferramenta de análise estrutural, mais especificamente, *full transient analysis* do software *Ansys® Mechanical* APDL, este consiste da resolução da Eq. 10.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} = 0 \quad (10)$$

Onde:

- $[M]$ – matriz de massa;

- $[C]$ – matriz de amortecimento;
- $[K]$ – matriz de rigidez;
- $\{\ddot{u}\}$ – vetor nodal de aceleração;
- $\{\dot{u}\}$ – vetor nodal de velocidade;
- $\{u\}$ – vetor nodal de deslocamento;
- $\{F(t)\}$ – vetor de força.

Com o intuito de obter simulações coerentes, os modelos numéricos sem elementos dissipadores foram primeiramente alimentados com o fator de amortecimento encontrado experimentalmente de $\zeta = 0,039$. No entanto, devido a forma de como a matriz de amortecimento da análise transiente completa é definida (Eq. 11):

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] + \sum_{i=1}^{N_{ma}} \alpha_i^m [M_i] + \sum_{j=1}^{N_{mb}} \beta_j^m [K_j] + \sum_{k=1}^{N_e} [C_k] \quad (11)$$

Onde:

- $[C]$ – matriz de amortecimento;
- α – multiplicador global da matriz de massa;
- $[M]$ – matriz de massa;
- β – multiplicador global da matriz de rigidez;
- $[K]$ – Matriz de rigidez;
- N_{ma} – número de materiais com amortecimento α de Rayleigh;
- α_i^m – multiplicador de massa para material i ;
- $[M_i]$ – parcela da matriz de massa estrutural associada ao material i ;
- N_{mb} – número de materiais com amortecimento β de Rayleigh;
- β_j^m – multiplicador de rigidez para o material j ;
- $[K_j]$ – parcela da matriz de rigidez estrutural associada ao material j ;
- N_e – número de materiais com amortecimento especificado;

- $[C_k]$ – matriz de amortecimento de elemento.

O Fator de amortecimento não pôde servir de parâmetro para alimentar a simulação diretamente, tendo que ser transformado em um amortecimento β de Rayleigh, utilizando a Eq. 12.

$$\beta = \frac{\zeta}{\pi f} \quad (12)$$

Onde:

- ζ – fator de amortecimento viscoso;
- f – frequência natural do modo de vibrar interesse (em Hz).

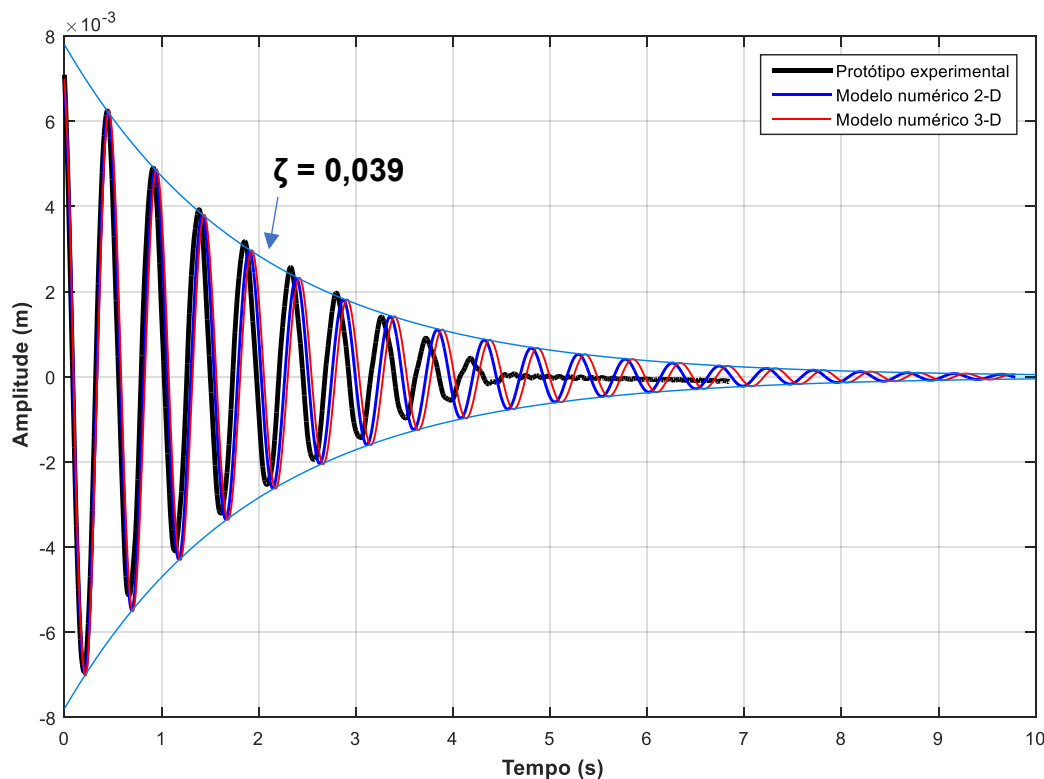
O amortecimento β de Rayleigh está associado ao amortecimento estrutural (histerético), enquanto o amortecimento α está relacionado ao amortecimento por atrito (Coulomb) e foi desprezado.

Logo, utilizando a Eq. 12 e fazendo uso da primeira frequência natural da estrutura sem elementos dissipadores ($\omega_1 = 2,063$ Hz) obtém-se $\beta = 6 \times 10^{-3}$ s.

O modelo geométrico foi imposto a um deslocamento inicial vertical de 7 mm no ponto de 0,375 m do comprimento da estrutura, com o objetivo de simular o comportamento semelhante ao realizado em vibração livre experimental.

Com estes valores, foi possível realizar a análise transiente completa, verificar a resposta dos modelos numéricos em função do tempo e comparar essa a resposta experimental, como ilustrado na Figura 80.

Figura 80 – Resposta numérica dos modelos 2-D, 3-D e resposta experimental do protótipo sem elementos dissipadores em vibração livre.



Fonte – Autoria própria.

Nota-se que o protótipo experimental sem elementos dissipadores parou de oscilar em aproximadamente 5 segundos, enquanto este valor é de aproximadamente 8 segundos para ambos modelos numéricos. Isto ocorre devido a forma de como o amortecimento estrutural foi modelado. No modelo experimental, existe uma composição de amortecimentos atuando sobre o sistema. Apesar da estrutura ser apoiada sobre rolamentos, ainda há contribuição de fatores como atrito, o que faz o protótipo parar de vibrar bruscamente e experimentar comportamento não linear após pouco mais de 4 segundos, características do amortecimento de Coulomb. Por outro lado, o amortecimento da modelagem numérica é aproximado apenas de um amortecimento viscoso, dependente da velocidade e associado ao primeiro modo de vibrar da estrutura, isto pode ser confirmado observando a forma de decaimento da amplitude dos modelos numéricos (exponencial decrescente). A ausência de outros

tipos de amortecimento atuando sobre o sistema resulta em um número maior de ciclos do modelo numérico ao longo do tempo.

A pequena defasagem entre os modelos 2-D e 3-D ocorre devido a este último ter uma menor rigidez global graças ao maior número de elementos em sua malha.

Com a conclusão dessa fase, os elementos dissipadores (Combin14) são adicionados aos modelos numéricos e esses são então alimentados com as rigidezes e amortecimentos calculados na seção 4.1.4.

Tendo em vista que o elemento Combin14, além da constante de rigidez, possui associado a si uma constante de amortecimento viscoso, é necessário calcular essa última a partir da constante de amortecimento hysterético, utilizando a Eq. 13.

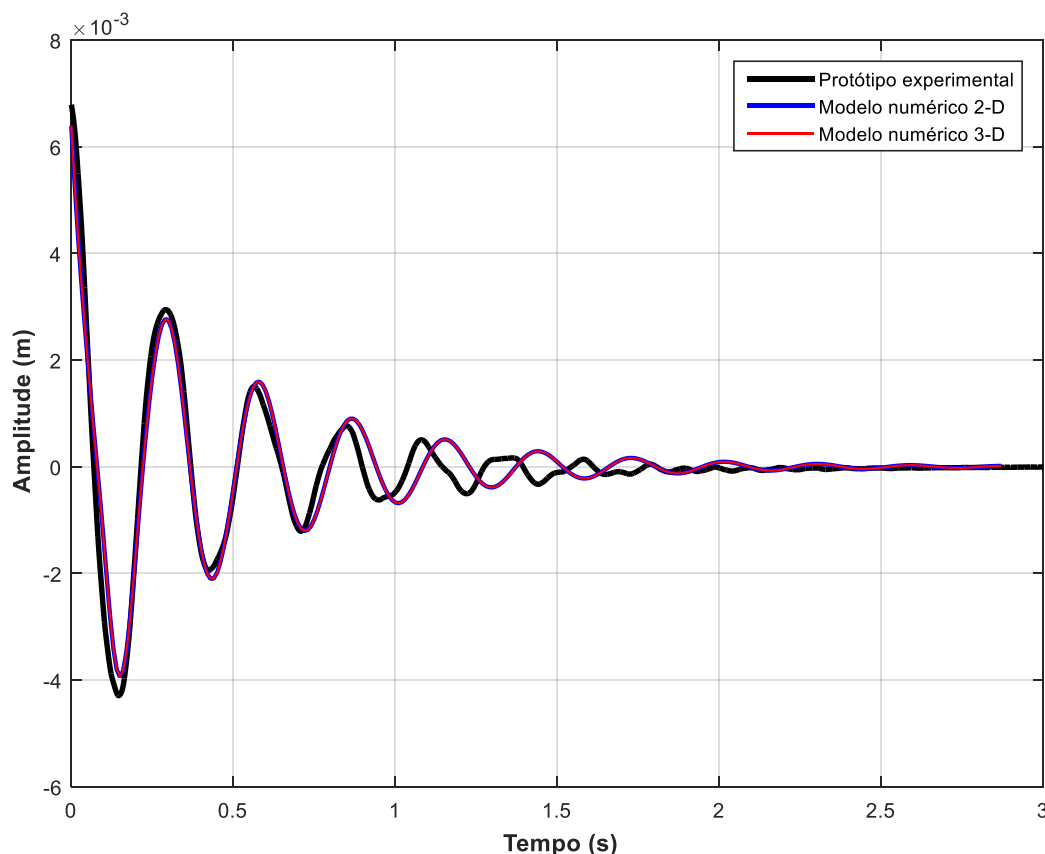
$$c_{eq} = \frac{h_{LMF}}{2\pi f} \quad (13)$$

Onde c_{eq} é a constante de amortecimento viscoso equivalente, h_{LMF} é a constante de amortecimento hysterético e f é a frequência de interesse (em Hz).

Considerando que o primeiro modo de vibrar da estrutura é o modo dominante em vibração livre e essa sofre um deslocamento inicial de 7 mm, é possível obter da Tabela 15 o valor da constante de amortecimento hysterético dos elementos dissipadores ($h_{LMF} = 21,013 \text{ N/m}$) e, utilizando o valor da frequência natural calculada na análise modal numérica (Tabela 19), obtém-se $f = 3,49 \text{ Hz}$, portanto $c_{eq} = 0,9583 \frac{N.s}{m}$.

Com posse desse valor uma nova análise transiente completa é executada. A resposta dos modelos numéricos e protótipo experimental é ilustrada na Figura 81.

Figura 81 – Resposta numérica dos modelos 2-D, 3-D e resposta experimental do protótipo com elementos dissipadores instalados em vibração livre.



Fonte – Autoria própria.

Pode-se observar um comportamento similar ao do protótipo experimental sem elementos dissipadores. Após 1 segundo de oscilação, a estrutura tem comportamento típico de amortecimento de Coulomb, além disto, há ainda a contribuição do amortecimento não-linear provido pelas molas de LMF, caracterizando a composição de amortecimentos que atuam sobre o sistema.

No entanto, este fenômeno é muito menos acentuado mediante implementação dos elementos dissipadores, tendo em vista que os modelos numéricos se mostraram bem mais coerentes, descrevendo adequadamente a resposta da estrutura experimental, onde ambas as oscilações cessaram pouco antes de 2 segundos.

A leve defasagem de frequências naturais entre modelos numéricos e protótipo experimental ocorre devido a mudança de rigidez das molas de LMF. À medida que estas sofrem menores oscilações ao longo do tempo provenientes da estrutura, sua rigidez aumenta e, por consequência, também aumenta a frequência natural do protótipo experimental.

4.2.3 Resultados numéricos em vibração forçada

Os resultados numéricos em vibração forçada foram obtidos através da ferramenta de análise estrutural, mais especificamente, *full harmonic analysis* do software *Ansys® Mechanical APDL*. Similar à vibração livre, este consiste da resolução da Eq. 10. No entanto, o vetor de força assume a forma:

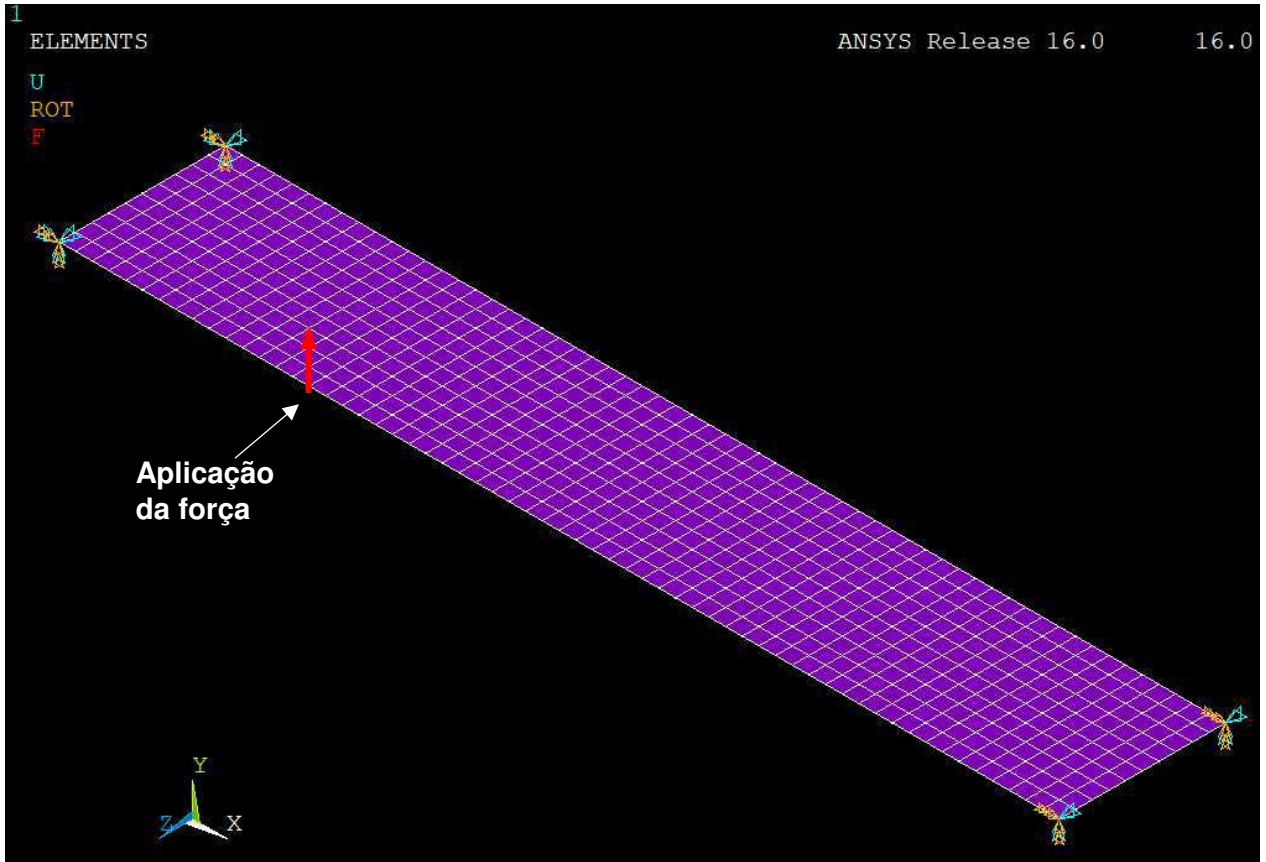
$$\{F(t)\} = F_0 \cos(\omega t) \quad (14)$$

A análise harmônica é usada para determinar a resposta de estruturas lineares onde a força excitante varia harmonicamente (na forma de uma senoidal) com o tempo. O objetivo dessa análise é calcular o comportamento da estrutura em frequências de interesse e obter um gráfico da resposta em alguma variável física (geralmente deslocamento) em função da frequência.

Esta técnica de análise calcula apenas a vibração forçada em regime permanente da estrutura. As vibrações transientes que ocorrem no início da excitação não são levadas em consideração.

Com o propósito de simular condições similares ao experimento, uma força harmônica foi aplicada no ponto de 0,375 m do comprimento da estrutura, na lateral da mesma, como ilustrado na Figura 82.

Figura 82 – Ponto de aplicação da força harmônica nas modelagens numéricas



Fonte – Autoria própria.

Além disso, com o intuito de realizar uma melhor caracterização baseado no protótipo experimental, os modelos numéricos sem elementos dissipadores foram alimentados com os fatores de amortecimento viscosos encontrados experimentalmente, calculados via método de largura de banda em meia potência. Estes valores podem ser vistos na Tabela 21.

Tabela 21 – Fatores de amortecimento viscoso do protótipo experimental associados aos modos de vibrar.

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Fator de amortecimento viscoso(ζ)	0,039	0,0034	0,0036

Fonte – Autoria própria.

Apesar do amortecimento estrutural (histerético) ser independente da frequência, este é dependente da amplitude de oscilação do sistema, isso explica porque, para diferentes modos de vibrar, existem diferentes amortecimentos associados a estes.

Devido a forma de como a matriz de amortecimento é definida na análise harmônica completa (Eq. 15):

$$\begin{aligned}
 [C] = & \alpha[M] + \left(\beta + \frac{1}{\Omega}g\right)[K] + \sum_{i=1}^{N_{ma}} \alpha_i^m [M_i] + \sum_{j=1}^{N_m} \left[(\beta_j^m + \frac{2}{\Omega}m_j + \frac{1}{\Omega}g_j^E)\right][K_j] \\
 & + \sum_{k=1}^{N_e} [C_k]
 \end{aligned} \tag{15}$$

Onde:

- $[C]$ – matriz de amortecimento;
- α – multiplicador global da matriz de massa;
- $[M]$ – matriz de massa;
- β – multiplicador global da matriz de rigidez;
- g – Coeficiente de amortecimento estrutural constante;
- Ω – Frequência de excitação (em rad/s);
- $[K]$ – Matriz de rigidez;

- N_{ma} – número de materiais com amortecimento α de Rayleigh;
- α_i^m – multiplicador de massa para material i ;
- $[M_i]$ – parcela da matriz de massa estrutural associada ao material i ;
- N_m – número de materiais com amortecimento β de Rayleigh;
- β_i^m – multiplicador de rigidez para o material j ;
- m_j – coeficiente de amortecimento estrutural constante para o material j ;
- g_j^E – coeficiente de amortecimento estrutural para o material j ;
- $[K_j]$ – parcela da matriz de rigidez estrutural associada ao material j ;
- N_e – número de materiais com amortecimento especificado;
- $[C_k]$ – matriz de amortecimento de elemento.

Os fatores de amortecimento associados a cada modo de vibrar não puderam servir de parâmetro para alimentar a simulação diretamente, sendo necessário transformar estes em amortecimentos β de Rayleigh, associados as frequências naturais do modelo, utilizando a Eq 12.

Fazendo uso das frequências naturais (em vibração forçada) $\omega_1 = 2,114$ Hz, $\omega_2 = 8,65$ Hz e $\omega_3 = 19,38$ Hz (Figura 73), foi possível obter os amortecimentos β de Rayleigh associados a cada modo de vibrar da estrutura sem elementos dissipadores, estes podem ser vistos na Tabela 22.

Tabela 22 – Amortecimentos β de Rayleigh associados aos modos de vibrar do modelo numérico.

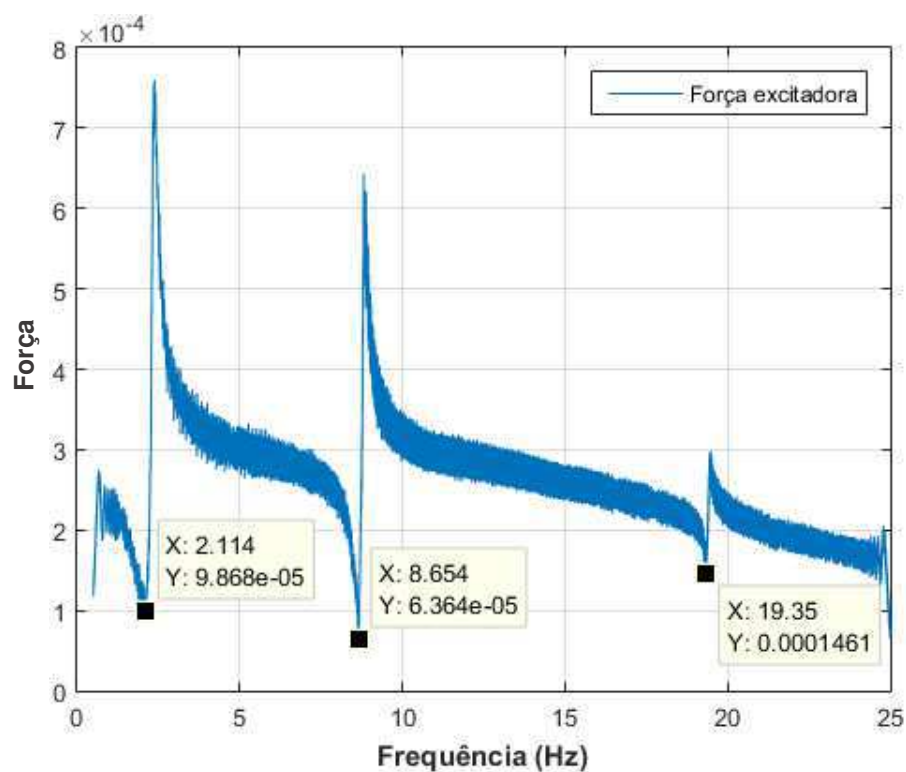
	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Amortecimento β de Rayleigh	6×10^{-3} s	$1,25 \times 10^{-4}$ s	$5,91 \times 10^{-5}$ s

Fonte – Autoria própria.

Estes amortecimentos foram então associados as frequências naturais dos modelos numéricos (Tabela 8), com o propósito de simular os diferentes modos de vibrar da estrutura.

Devido a forma de como o experimento em vibração forçada foi realizado (utilizando uma mola de aço como meio de excitação), existem três níveis diferentes de força associados a cada modo de vibrar da estrutura. Com o objetivo de identificar estes valores, primeiro é realizada uma análise qualitativa da *FFT* do sinal da força excitadora sobre a estrutura experimental, como ilustrado na Figura 83.

Figura 83 – *FFT* do sinal da força excitadora experimental.



Fonte – Autoria própria.

Não é possível utilizar os valores de amplitudes da *FFT* da força excitadora, pois estes atuam sobre a estrutura na forma de um sweep de seno, onde a frequência de excitação varia com o tempo, fazendo com que a *FFT* tenha um caráter estatístico e

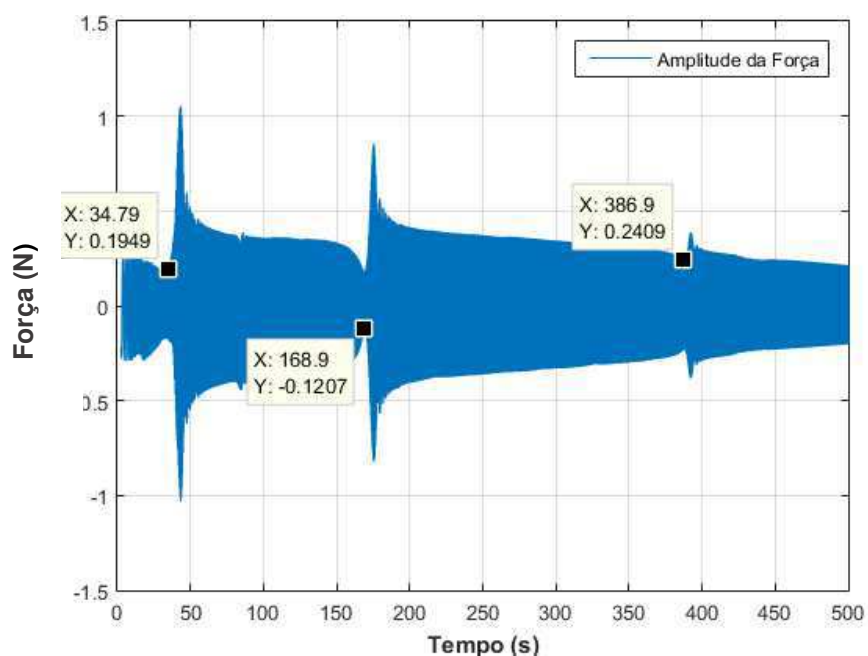
sendo necessário o uso de uma *FRF* com o propósito de extrair os parâmetros do sistema.

No entanto, é possível observar os níveis de amplitude de força associados as frequências e, pode-se notar que nas frequências naturais da estrutura se encontram os menores níveis de força. Isto ocorre porque durante o ciclo inicial na região de ressonância (estrutura em deslocamento mínimo), a mola de excitação se encontra em compressão, logo com menor deslocamento relativo e, por consequência, menor amplitude de força, porém com a maior quantidade de energia potencial.

No ciclo subsequente, a mola sofre tração devido ao deslocamento máximo da estrutura, transformando sua energia potencial em energia cinética aplicada ao sistema. O que explica o pico de força posterior que pode ser observado na figura.

Com estes conceitos bem estabelecidos, então é possível adquirir a amplitude real da força de excitação sobre a estrutura a partir dos sinais desta no tempo, como ilustrado na Figura 84 e Tabela 23.

Figura 84 – Comportamento dos sinais da força excitadora em função do tempo.



Fonte – Autoria própria.

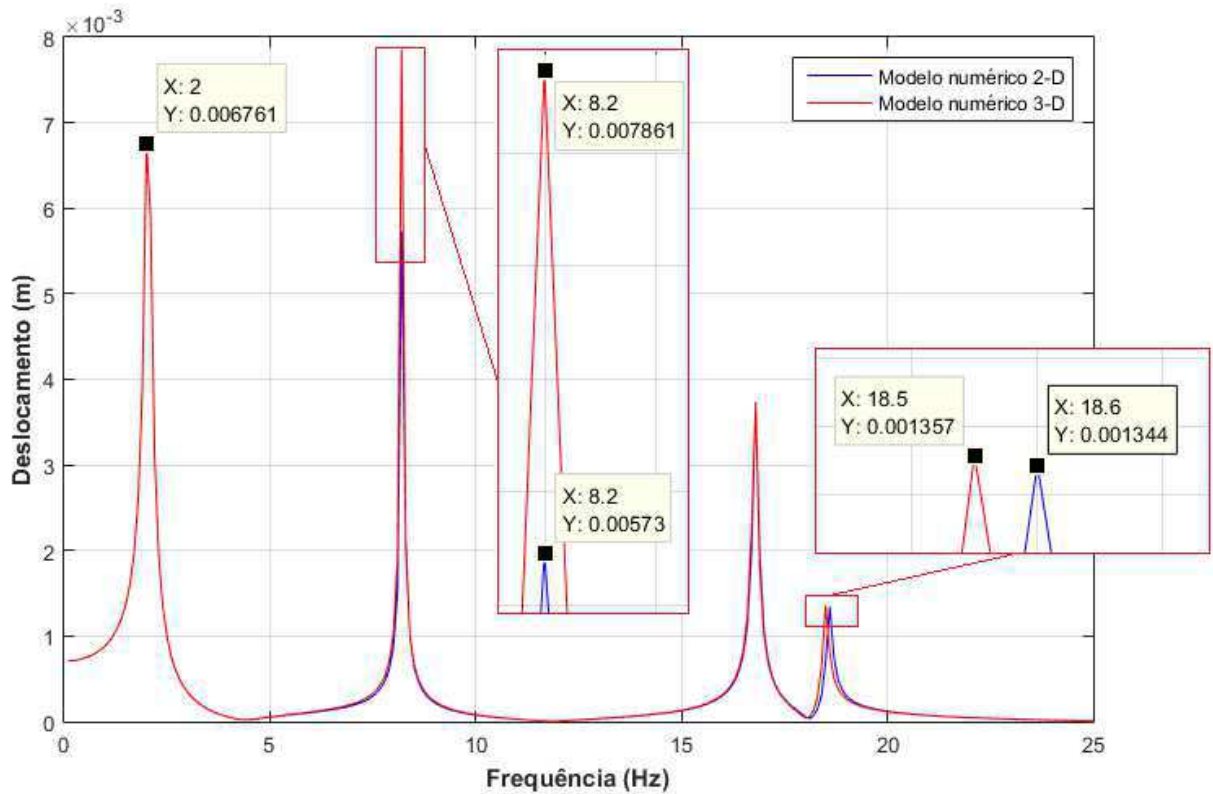
Tabela 23 – Força excitadora sobre a estrutura em função dos modos de vibrar.

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Força de excitação (N)	0,195	0,120	0,240

Fonte – Autoria própria.

Com posse dessas informações é possível realizar a análise harmônica completa e obter a resposta do deslocamento dos modelos numéricos sem elementos dissipadores em função da frequência, como ilustrado na Figura 85.

Figura 85 – Resposta numérica dos modelos numéricos 2-D e 3-D sem elementos dissipadores em vibração forçada.



Fonte – Autoria própria.

A presença do terceiro pico na faixa de 17 Hz ocorre devido a primeira frequência natural em torção de ambos os modelos numéricos. Este modo não foi observado no protótipo experimental.

É possível então realizar uma comparação das amplitudes de deslocamento nos três primeiros modos de vibrar em flexão dos modelos numéricos e protótipo experimental (a partir da Figura 75), sem a presença de elementos dissipadores. Estes valores podem ser visualizados na Tabela 24.

Tabela 24 – Amplitudes de deslocamento dos modelos numéricos e protótipo experimental associados aos três primeiros modos de vibrar em flexão.

Modo	Amplitude (mm)		
	Modelo 2-D	Modelo 3-D	Experimental
1º (Flexão)	6,726	6,761	7,082
2º (Flexão)	5,730	7,861	5,048
3º (Flexão)	1,344	1,357	1,150

Fonte – Autoria própria.

Nota-se uma boa coerência entre os valores da modelagem numérica bidimensional (2-D) e do protótipo experimental, com o maior erro relativo de 16% associado ao terceiro modo de vibrar em flexão. Isto acontece devido a problemas da modelagem numérica de representar de forma fiel os modos de vibrar mais elevados.

A modelagem tridimensional (3-D) apresenta uma boa aproximação dos valores de deslocamento, exceto no segundo modo de vibrar em flexão, com erro relativo de 55%. A razão disto ocorrer se deve ao fato de que o modelo 3-D possui uma menor rigidez graças a um maior número de elementos utilizados em sua malha. Além disso, o segundo modo de vibrar em flexão tem o menor coeficiente de amortecimento da

estrutura, o que contribui para um aumento significativo das amplitudes de deslocamento de ambos os modelos numéricos, sendo o modelo 3-D mais afetado.

Com a conclusão dessa fase, os elementos dissipadores (Combin14) são adicionados aos modelos numéricos e novas análises harmônicas são executadas. Estas se dividem em duas, uma delas utilizando os valores de rigidez e amortecimento de projeto dos elementos dissipadores, enquanto a outra utiliza os valores de trabalho.

4.2.3.1 Resultados numéricos em vibração forçada com parâmetros de projeto dos elementos dissipadores

Com a obtenção das frequências naturais que a estrutura terá com a implementação dos elementos dissipadores através da análise modal numérica (Seção 4.2.1.1), é possível realizar o cálculo do amortecimento viscoso equivalente destes últimos utilizando a Eq. 13 e os dados da Tabela 15. Estes valores podem ser visualizados na Tabela 25.

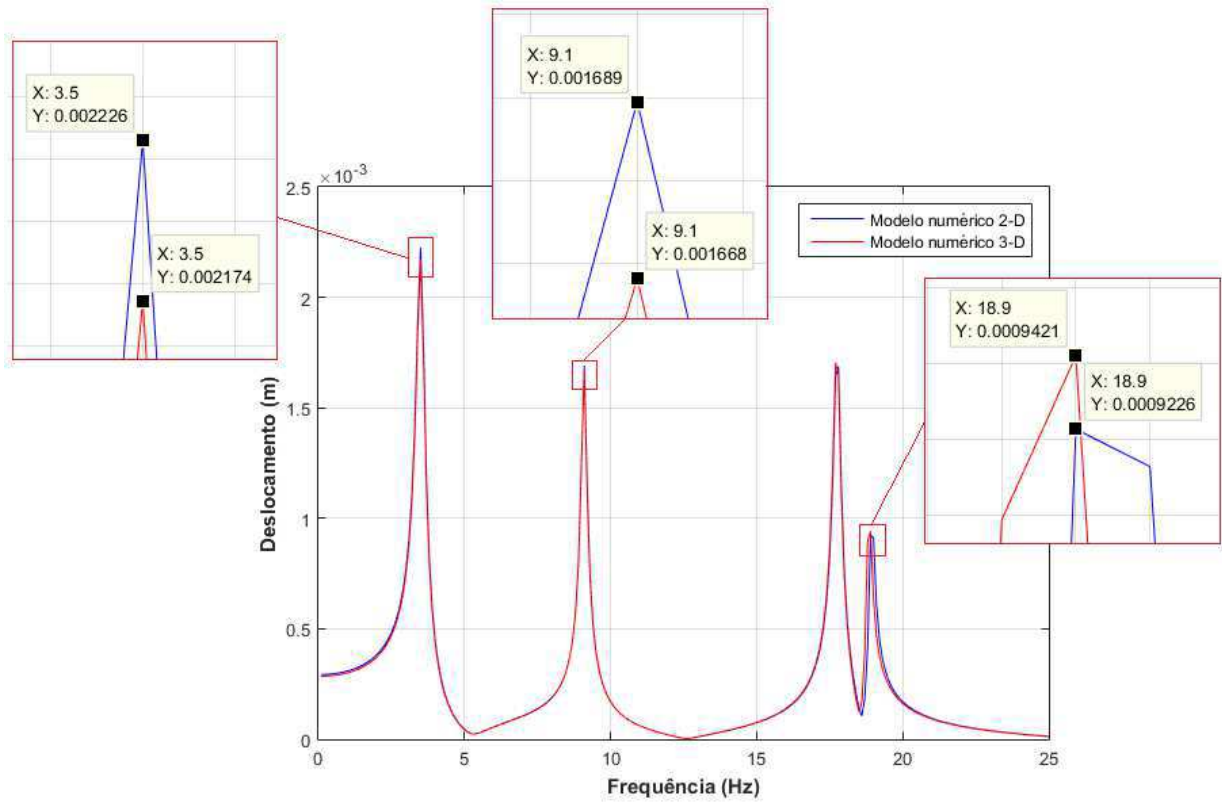
Tabela 25 – Valores de projeto dos elementos dissipadores.

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Rigidez equivalente (k_{LMF})	293,86 N/m	260,88 N/m	417,33 N/m
Constante de amortecimento histerético (h_{LMF})	21,013 N/m	23,08 N/m	28,34 N/m
Frequência natural (ω_n)	3,49 Hz	9,20 Hz	18,80 Hz
Coefficiente de amortecimento viscoso equivalente (c_{eq})	0,958 N.s/m	0,399 N.s/m	0,239 N.s/m

Fonte – Autoria própria.

As diferentes rigidezes e amortecimentos das molas de LMF são adicionadas aos elementos dissipadores (Combin14) em função da frequência, com o intuito de reproduzir as mudanças de propriedades que estas sofrem devido ao deslocamento dos diferentes modos de vibrar da estrutura. Com a conclusão dessa fase, são realizadas novas análises harmônicas, ilustradas na Figura 86.

Figura 86 – Resposta numérica dos modelos numéricos 2-D e 3-D com elementos dissipadores instalados em vibração forçada (parâmetros de projeto).



Fonte – Autoria própria.

Com esta análise é possível então realizar uma comparação das amplitudes de deslocamento associadas aos três primeiros modos de vibrar em flexão dos modelos numéricos e protótipo experimental (a partir da Figura 77), ilustrada na Tabela 26.

Tabela 26 – Amplitudes de deslocamento dos modelos numéricos e protótipo experimental com parâmetros de projeto dos elementos dissipadores

Modo	Amplitude (mm)		
	Modelo 2-D	Modelo 3-D	Experimental
1º (Flexão)	2,22	2,17	1,66
2º (Flexão)	1,68	1,66	2,35
3º (Flexão)	0,92	0,94	0,98

Fonte – A autoria própria.

Nota-se uma defasagem significativa entre os valores numéricos e experimentais, com o maior erro relativo de 33% associado ao primeiro modo de vibrar do modelo bidimensional (2-D). Isto ocorre porque as rigidezes e amortecimentos de projeto das molas de LMF não são as que atuam na estrutura quando estas estão em sua condição de trabalho.

Os valores de projeto são parâmetros preliminares, com o intuito de avaliar inicialmente qual a deformação que o elemento dissipador terá que resistir e dimensionar o mesmo com base nesta última. No entanto, mediante instalação das molas de LMF, estas entram em um regime de equilíbrio, dissipando parcela da energia vibratória da estrutura e trabalhando com menores deformações e, por consequência, diferentes níveis de rigidez e amortecimento daqueles estimados.

Com o intuito de observar a resposta numérica da estrutura quando os modelos são alimentados com os valores de rigidez e amortecimento de trabalho, foram realizadas as análises harmônicas da próxima seção.

4.2.3.2 Resultados numéricos em vibração forçada com parâmetros de trabalho dos elementos dissipadores

Realizando procedimentos similares aos executados na seção anterior, obtêm-se os valores da Tabela 27.

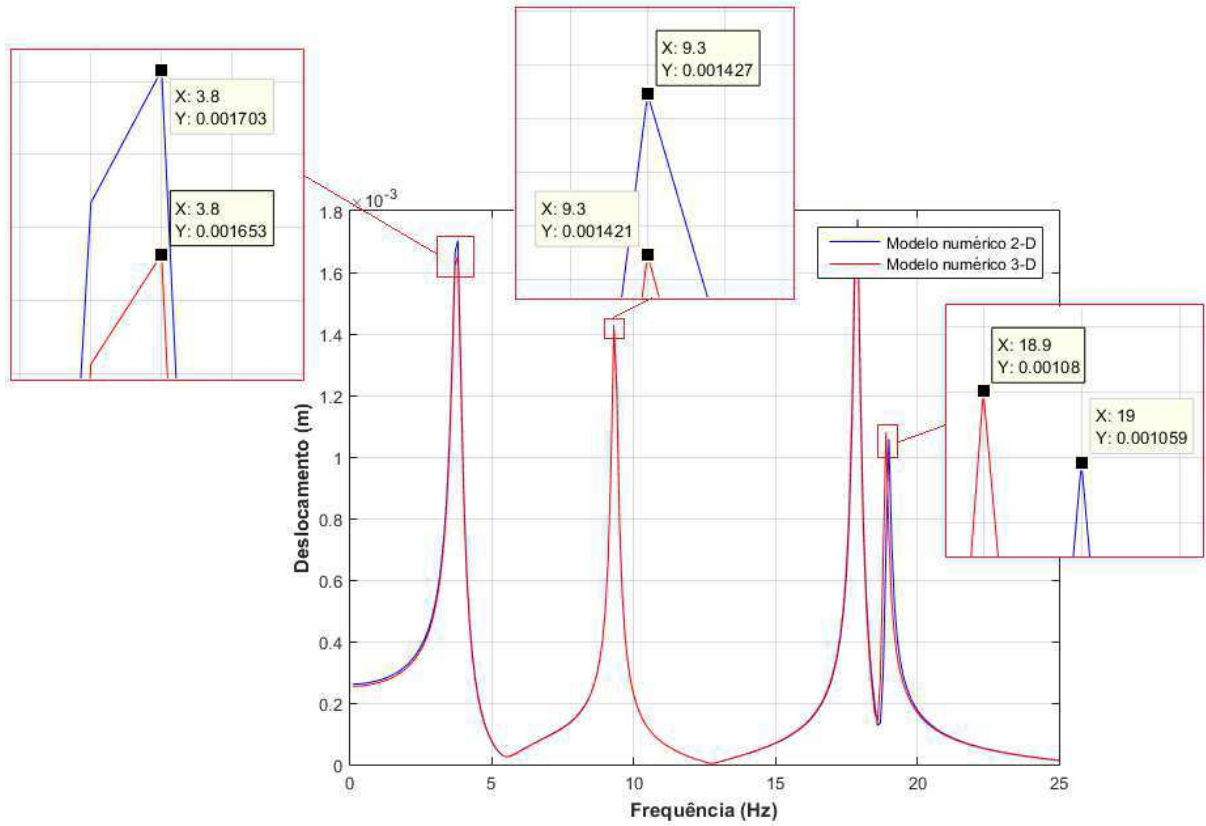
Tabela 27 – Valores de trabalho dos elementos dissipadores.

	1º Modo (Flexão)	2º Modo (Flexão)	3º Modo (Flexão)
Rigidez equivalente (k_{LMF})	367,38 N/m	334,89 N/m	463,37 N/m
Constante de amortecimento histerético (h_{LMF})	30,48 N/m	27,25 N/m	25,90 N/m
Frequência natural (ω_n)	3,77 Hz	9,44 Hz	18,80 Hz
Coefficiente de amortecimento viscoso equivalente (C_{eq})	1,287 N.s/m	0,459 N.s/m	0,219 N.s/m

Fonte – Autoria própria.

Com a obtenção desses valores, os modelos numéricos são alimentados e são realizadas novas análises harmônicas, ilustradas na Figura 87.

Figura 87 – Resposta numérica dos modelos numéricos 2-D e 3-D com elementos dissipadores instalados em vibração forçada (parâmetros de trabalho).



Fonte – Autoria própria.

Com esta análise é possível mais uma vez realizar a comparação das amplitudes de deslocamento associadas aos três primeiros modos de vibrar em flexão dos modelos numéricos e protótipo experimental, ilustrada na Tabela 28.

Tabela 28 – Amplitudes de deslocamento dos modelos numéricos e protótipo experimental com parâmetros de trabalho dos elementos dissipadores.

Modo	Amplitude (mm)		
	Modelo 2-D	Modelo 3-D	Experimental
1º (Flexão)	1,70	1,65	1,66
2º (Flexão)	1,42	1,42	2,35
3º (Flexão)	1,06	1,08	0,98

Fonte – A autoria própria.

Utilizando os valores de trabalho de rigidez e amortecimento dos elementos dissipadores, é possível notar uma maior coerência do primeiro e terceiro modo de vibrar em flexão de ambas as modelagens numéricas com a resposta do protótipo experimental, com um erro relativo máximo de 8% no terceiro modo de vibrar entre o modelo 2-D e o protótipo experimental.

No entanto, pode-se observar uma grande defasagem dos valores de amplitude no segundo modo de vibrar, com o maior erro relativo de 39%. Em todas as modelagens realizadas, pôde-se notar que o segundo modo de vibrar é o mais suscetível a quaisquer variações de parâmetros, isso se deve, em parte, à como o experimento foi realizado.

Os pontos de captação de sinal de resposta e de aplicação de força têm o maior impacto no segundo modo de vibrar, como mostrado na Etapa 3.1 do processo metodológico utilizado neste trabalho. Além disso, a forma como a força excitadora foi aplicada (através do deslocamento de uma mola de excitação), aliadas as aproximações e linearizações que foram realizadas, torna a modelagem deste modo mais complexa.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusões

A partir dos resultados obtidos é possível concluir que a metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho foi adequada e possibilitou o projeto de um protótipo de ponte estaiada em escala reduzida capaz de dissipar grande parcela de sua energia vibracional.

Os resultados analíticos e numéricos iniciais descreveram de forma coerente os parâmetros de frequência natural e modos de vibrar do protótipo experimental, com um erro máximo da ordem de 4,8%, associado ao terceiro modo de vibrar da estrutura.

Os experimentos em vibração livre com o martelo de impacto mostraram uma redução da amplitude de vibração de até 75% em comparação com a estrutura com as molas equivalentes, de aço. As frequências naturais do sistema com as configurações com elementos de LMF e de aço se mostraram muito próximas, ou seja, tratam-se de estruturas similares, validando o resultado obtido.

Baseado nos resultados em vibração livre via deslocamento imposto de 7 mm foi possível observar a capacidade máxima que os elementos de LMF têm de dissipar energia, resultando em um acréscimo de até 830% de amortecimento em relação a estrutura com molas de aço.

Os experimentos em vibração forçada refletiram os resultados obtidos nas etapas anteriores. Os elementos de LMF geraram uma redução de amplitude vibracional de até 85,5% em comparação com os elementos de aço, com o menor valor de amortecimento associado ao terceiro modo de vibrar em flexão da estrutura, devido aos baixos níveis de oscilações associados a este.

Após implementação dos elementos dissipadores nos modelos numéricos e fazendo uso da análise modal por meio do software *Ansys® Mechanical* APDL, foi possível obter resultados com uma boa coerência utilizando os parâmetros de projeto das molas de LMF. Resultados numéricos muito próximos dos valores obtidos no

protótipo experimental foram encontrados quando as simulações foram alimentadas com os parâmetros de trabalho dos elementos dissipadores, para as três primeiras frequências naturais de flexão, com o maior erro relativo de 4,13%.

Os resultados numéricos em vibração livre mostraram boa concordância com os resultados experimentais. A simulação da estrutura sem elementos dissipadores descreveu de forma adequada a resposta do protótipo experimental, com leve defasagem nos ciclos finais de oscilação, graças a composição de amortecimentos experimentais, que não foi levada em consideração no modelo numérico. A simulação da estrutura com elementos dissipadores mostrou resultados muito próximos daqueles obtidos experimentalmente, tendo em vista que ambas as oscilações cessaram pouco antes de 2 segundos.

A resposta numérica em vibração forçada do modelo 2-D da estrutura sem elementos dissipadores se mostrou muito próxima daquela obtida a partir do protótipo experimental. Por outro lado, apesar do modelo 3-D representar de forma adequada o primeiro e terceiro modo de vibrar em flexão da mesma, houve uma diferença significativa de resultados no segundo modo de vibrar. Este comportamento se repetiu nas simulações com os elementos dissipadores. Houve uma dificuldade de modelar o segundo modo de vibrar da estrutura, decorrente de como o experimento em vibração forçada foi executado e das aproximações e linearizações que foram realizadas.

Os resultados numéricos em vibração forçada com elementos dissipadores, utilizando os parâmetros de projeto destes últimos, apresentaram baixa coerência com aqueles obtidos do protótipo experimental. No entanto, graças a estes, foi possível chegar à conclusão de que são necessários estudos mais aprofundados, com o propósito de identificar quais as propriedades que os elementos dissipadores irão ter após serem instalados na estrutura e alcançar o equilíbrio energético.

Por outro lado, os resultados numéricos utilizando os parâmetros de trabalho dos elementos dissipadores se mostraram muito próximos do comportamento apresentado pelo protótipo experimental, para o primeiro e terceiro modo de vibrar, com maior erro relativo de 10%. Isto indica a capacidade que os modelos numéricos têm de prever a

resposta da estrutura, mediante conhecimento dos parâmetros de trabalho dos elementos dissipadores.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com base nos resultados obtidos e conclusões deste trabalho, propõem-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Realizar experimentos com diferentes quantidades de elementos dissipadores ou pontos de suspensão da estrutura e comparar resultados;
- Realizar experimentos com diferentes tipos de amortecimento (viscoso, viscoelástico, por atrito) atuando na estrutura e comparar resultados ao amortecimento gerado pelos elementos dissipadores de LMF;
- Elaborar controle ativo de vibrações utilizando diferentes atuadores (piezoelétricos, elementos com efeito de memória de forma) e comparar vantagens e desvantagens;
- Realizar montagem experimental com *shaker* suspenso com o propósito de observar mudanças na resposta da estrutura, alimentar as modelagens numéricas e verificar se há coerência entre os resultados;
- Desenvolver metodologia capaz de prever a amplitude de deslocamento e comportamento que o elemento dissipador terá após ser instalado na estrutura e alcançar o equilíbrio energético.

REFERÊNCIAS

- AGARDH, L. Modal Analysis of Two Concrete Bridges in Sweden. **Structural Engineering International**, v. 4, p. 34–39, 1991.
- AGARWAL, A. C.; BILLING, J. R. Dynamic Testing of the St. Vincent Street Bridge. **Proceedings of the Annual Conference, Canadian Society for Civil Engineering**, v. IV, p. 163–181, 1990.
- AMMANN, O. H.; KÁRMÁN, T. VON. **The Failure of the Tacoma Narrows Bridge**. [s.l.: s.n.]. Disponível em: <<http://resolver.caltech.edu/CaltechAUTHORS:20140512-105559175>>.
- ANDRAWES, B.; ASCE, A. M.; DESROCHES, R. Comparison between Shape Memory Alloy Seismic Restrainers and Other Bridge Retrofit Devices. **Journal of Bridge Engineering**, v. 12, n. December, p. 700–709, 2007.
- ASGARIAN, B.; MORADI, S. Seismic response of steel braced frames with shape memory alloy braces. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 67, n. 1, p. 65–74, 2011.
- ASKEGAARD, V.; MOSSING, P. Long Term Observation of RC-bridge Using Changes in Natural Frequencies. **Nordic Concrete Research**, v. 7, p. 20–27, 1988.
- BATTISTA, R. C.; PFEIL, M. S. Reduction of vortex-induced oscillations of Rio–Niterói bridge by dynamic control devices. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 84, n. 3, p. 273–288, 2000.
- BATTISTA, R. C.; PFEIL, M. S. Múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados para controle das oscilações induzidas pelo vento na Ponte Rio-Niterói. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, v. 2, p. 73–95, 2005.
- BEER, F. P. et al. **Mecânica dos Materiais**. 5. ed. Porto Alegre, RS: [s.n.].
- BLOCKLEY, D. **Bridges: The Science and Art of the World's Most Inspiring Structures**. New York: Oxford University Press, 2012.

CALLISTER JR, W. D. **Ciência e Engenharia de Materiais: Uma introdução**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

CHEN, W.-F.; DUAN, L. **Bridge Engineering Handbook**. [s.l.] CRC Press, 2000.

CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering**. 4. ed. [s.l.] Pearson Education, 2012.

CONSTANTINOU, M. C.; SYMANS, M. D.; TSOPELAS, P. Fluid viscous dampers in applications of seismic energy dissipation and seismic isolation. **ATC 17-1 on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Control**, v. 2, n. December 2014, p. 581–591, 1993.

CUNHA, A.; CAETANO, E. **From input-output to output-only modal identification of civil engineering structures**. 1st International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2005, p. 1–22, 2005.

CZECHOWICZ, A.; LANGBEIN, S. **Shape Memory Alloy Valves**. [s.l.] Springer, 2015. v. 2

DALLARD, B. P. et al. **London Millennium Bridge: Pedestrian-induced Lateral Vibration**. Journal of Bridge Engineering, v. 1, n. December, p. 412–417, 2001.

FARRAR, C.; DUFFEY, T.; CORNWELL, P. **Excitation methods for bridge structures**. Society for Experimental Mechanics, Inc , 17th International Modal Analysis Conference, Anais de conferência, 1999. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.5.5136&rep=rep1&type=pdf>>

GENTILE, C.; MARTINEZ Y CABRERA, F. **Dynamic investigation of a repaired cable-stayed bridge**. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 26, n. 1, p. 41–59, 1997.

GIMSING, N. J.; GEORGAKIS, C. T. **Cable Supported Bridges: Concept and Design**. 3rd. ed. [s.l.] Wiley, 2012.

GRASSI, E. N. D. **COMPORTAMENTO TERMOMECÂNICO DE MOLAS**

SUPERELÁSTICAS DE NiTi: INFLUÊNCIA DE TRATAMENTOS TÉRMICOS.

Campina Grande, PB: UFCG, 2014. 115 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2014.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 3. ed. Upper Saddle River: [s.n.].

JANKE, L. et al. **Applications of shape memory alloys in civil engineering structures - Overview, limits and new ideas**. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, v. 38, n. 279, p. 578–592, 2005.

JOHN, S.; HARIRI, M. **Effect of shape memory alloy actuation on the dynamic response of polymeric composite plates**. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, v. 39, n. 5, p. 769–776, 2008.

KASHIMA, S. et al. **Monitoring the Akashi Kaikyo Bridge: First experiences**. *Structural Engineering International: Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)*, v. 11, n. 2, p. 120–123, 2001.

KOBORI, T. **Future Direction on Research and Development of Seismic-Response- Controlled Structures**. 1st World Conference on Structural Control. *Anais de conferência*, 1994.

KURATA, N. et al. **Actual seismic response controlled building with semi- active damper system**. *International Association for Earthquake Engineering*, v. 28, n. 11, p. 1427–1447, 1999.

KURIBAYASHI, E.; IWASAKI, T. **Dynamic properties of highway bridges**. 5th World Conference on Earthquake Engineering. *Anais de conferência*, 1973.

LAGOUDAS, D. C. **Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications**. New York: Springer, 2008. v. 1

LEE, C. G.; STERNBERG, E. **Bridges: Their Engineering and Planning**. New York: State University of New York Press, 2015.

LEE, C. H. et al. **Dynamic response of a monorail steel bridge under a moving train**. *Journal of Sound and Vibration*, v. 294, n. 3, p. 562–579, 2006.

LEVINE, B. M. B.; SCOTT, R. F. **Dynamic Response Verification of Simplified Bridge Foundation Mode**. ASCE Journal of Geotechnical Engineering, v. 115, n. 2, p. 246–260, 1989.

LI, H.; LI, G.; WANG, S. **Study and Application of Metallic Yielding Energy Dissipation Devices in Buildings**. Tenth U.S. National Conference on Earthquake Engineering. Anais de conferência, 2014. Disponível em: <<https://nees.org/resources/11508/download/10NCEE-000566.pdf>>

LIN, W.; YODA, T. **Bridge Engineering: Classifications, Design Loading and Analysis Methods**. Oxford: Butterworth-Heineman, 2017.

MARECOS, J.; CATANHETA, M.; TRIGO, J. T. **Field Observations of Tagus River Suspension Bridge**. ASCE Journal of the Structural Division, v. 95, p. 555–583, 1969.

MCLINN, J. **Major Bridge Collapses in the US, and Around the World**. IEEE Reliability Society 2009 Annual Technology Report, p. 2–6, 2009.

MILOSLAV, B.; VLADIMIR, B.; MICHAL, P. **Dynamic Behaviour of Footbridge by Analysis and Test**. 13th International Modal Analysis Conference. Anais de conferência, 1994.

MOHD JANI, J. et al. **A review of shape memory alloy research, applications and opportunities**. Anais de conferência,, v. 56, p. 1078–1113, 2014.

MOLINER, E.; MUSEROS, P.; MARTÍNEZ-RODRIGO, M. D. **Retrofit of existing railway bridges of short to medium spans for high-speed traffic using viscoelastic dampers**. Engineering Structures, v. 40, p. 519–528, 2012.

MORAES, Y. J. O. **ANÁLISE DINÂMICA APLICADA AO CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURA DO TIPO PÓRTICO INCORPORANDO MOLAS SUPERELÁSTICAS DE NITINOL**. Campina Grande, PB, 2017. 122 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – PPGEM/UAEM, Universidade Federal de Campina Grande, 2017.

NEMAT-NASSER, S. et al. **Multifunctional Materials**. Biomimetics: Biologically Inspired technologies, v. 12, p. 340, 2005.

- NEVOZHAY, D. **Russky Bridge: Russia's Billion-Dollar Vanity Bridge**. Disponível em: <<http://www.amusingplanet.com/2016/01/russky-bridge-russias-billion-dollar.html>>. Acesso em: 15 mar. 2018.
- OHLSSON, S. **Modal Testing of the Tjorn Bridge**. 4th International Modal Analysis Conference. Anais de conferência, 1986.
- OTSUKA, K.; WAYMAN, C. M. **Shape Memory Materials**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- OZBULUT, O. E.; HURLEBAUS, S. **Evaluation of the performance of a sliding-type base isolation system with a NiTi shape memory alloy device considering temperature effects**. Engineering Structures, v. 32, n. 1, p. 238–249, 2010.
- PARKE, G.; HEWSON, N. **ICE manual of bridge engineering**. [s.l.: s.n.].
- PASTIA, C. et al. **Structural control systems implemented in civil engineering**. Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy, v. LI (LV), n. 1–2, p. 41–49, 2005.
- PRADER, J. B. **Rapid Impact Modal Testing for Bridge Flexibility: Towards Objective Evaluation of Infrastructures**. [s.l.] Drexel University, 2012.
- PREUMONT, A. **Vibration Control of Active Structures, An Introduction**. 3 ed. Springer Netherlands, p. 436, 2011.
- RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 5 ed. Upper Saddle River: Perason Education, 2010. v. 67
- RICHARDSON, J. A.; DOUGLAS, B. M. **Identifying Frequencies and Three-Dimensional Mode Shapes From a Full Scale Bridge Test**. 5th International Modal Analysis Conference. Anais de conferência, 1987.
- SALAWU, O. S.; WILLIAMS, C. **An Excitation System for Dynamic Testing of Large Structures**. Journal of Testing and Evaluation, v. 22, n. 4, p. 370–375, 1994.
- SONG, G.; MA, N.; LI, H. N. **Applications of shape memory alloys in civil structures**. Engineering Structures, v. 28, n. 9, p. 1266–1274, 2006.
- SOONG, T. T.; SPENCER, B. F. **Supplemental energy dissipation: state-of-the-art**

and state-of-the-practice. Engineering Structures, v. 24, n. 3, p. 243–259, 2002.

SWANNELL, P.; MILLER, C. W. **Theoretical and Experimental Studies of a Bridge Vehicle System.** Institute of Civil Engineers. Anais d conferência, 1987.

TANG, M. C. **Rethinking Bridge Design—A New Configuration.** Civil Engineering Magazine of American Society of Civil Engineers, v. 77, n. 7, 2007.

TORRA, V. et al. **Built in dampers for stayed cables in bridges via SMA. The SMARTeR-ESF project: A mesoscopic and macroscopic experimental analysis with numerical simulations.** Engineering Structures, v. 49, p. 43–57, 2013.

UEHARA, T.; TAMAI, T.; OHNO, N. **Molecular Dynamics Simulations of Shape-Memory Behavior Based on Martensite Transformation and Shear Deformation.** JSME International Journal Series A, v. 49, n. 3, p. 300–306, 2006.

VENTURA, C. E.; FELBER, A. J.; STIEMER, S. F. **Determination of the dynamic characteristics of the Colquitz River Bridge by full-scale testing.** Canadian Journal of Civil Engineering, v. 23, n. 2, p. 536–548, 1996.

VORSPANN SYSTEM LOSINGER. **VSL - Damping systems for stay cables.** [s.l.: s.n.].

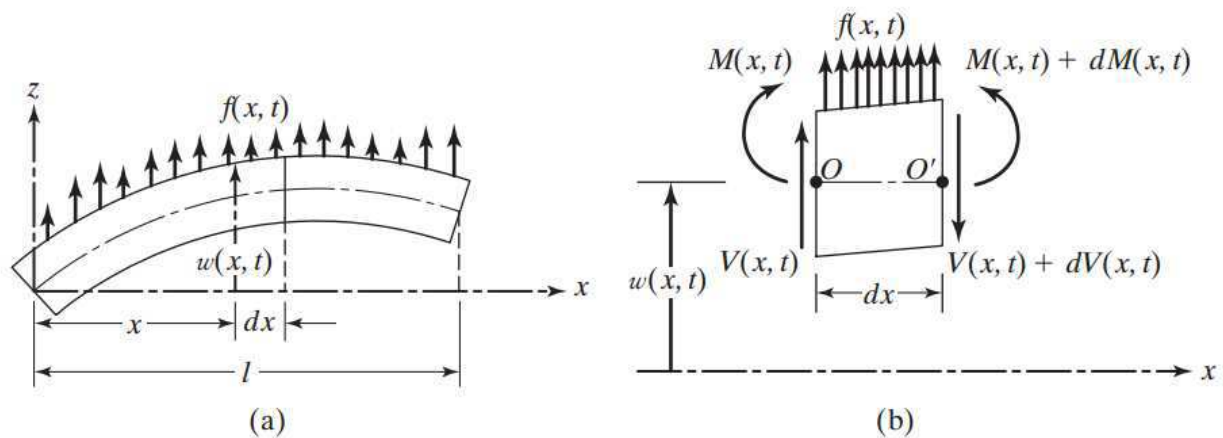
WERNER, S. D.; BECK, J. L.; LEVINE, M. B. **Seismic response evaluation of Meloland Road Overpass using 1979 imperial Valley earthquake records.** Earthquake Engineering & Structural Dynamics, v. 15, n. 2, p. 249–274, 1987.

WILSON, J. C. **Analysis of the Observerd Seismic Response of a Highway Bridge.** Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 14, n. Abril 1985, p. 339–354, 1986.

APÊNDICE A – Modelagem matemática

Considere o diagrama de corpo livre de um elemento de viga mostrado na Figura , onde $M(x,t)$ é o momento fletor, $V(x,t)$ é a força cortante, e $f(x,t)$ é a força externa por unidade de comprimento da viga. Ignorando os efeitos de inércia rotacional e deformação do elemento.

Figura 1A – Diagrama de corpo livre de viga em flexão.



Fonte – Rao (2010).

A força inercial atuando no elemento de viga pode ser definida como:

$$\rho A(x) dx \frac{\delta^2 w}{\delta t^2}(x, t) \quad (\text{A1})$$

Aplicando a segunda lei de Newton na direção z, tem-se:

$$\left(\sum F \right)_z = ma$$

$$-(V + dV) + f(x, t) dx + V = \rho A(x) dx \frac{\delta^2 w}{\delta t^2}(x, t) \quad (\text{A2})$$

Onde ρ é a densidade do material e $A(x)$ a seção transversal da viga. Aplicando a equação de equilíbrio de momento ao redor do eixo y , passando pelo ponto O , na Figura resulta em:

$$(M + dM) - (V + dV)dx + f(x, t)dx \frac{dx}{2} - M = 0 \quad (\text{A3})$$

Escrevendo:

$$dV = \frac{\delta V}{\delta x} dx \quad \text{e} \quad dM = \frac{\delta M}{\delta x} dx$$

Desprezando os termos envolvendo as segundas potências em dx , as Eq. A1 e A3 podem ser escritas como:

$$-\frac{\delta V}{\delta x}(x, t) + f(x, t)dx = \rho A(x)dx \frac{\delta^2 w}{\delta t^2}(x, t) \quad (\text{A4})$$

$$\frac{\delta M}{\delta x}(x, t) - V(x, t) = 0 \quad (\text{A5})$$

Usando a relação $V = \frac{\delta M}{\delta x}$ da Eq. A5, a Eq. A4 se torna:

$$-\frac{\delta^2 M}{\delta x^2}(x, t) + f(x, t)dx = \rho A(x)dx \frac{\delta^2 w}{\delta t^2}(x, t) \quad (\text{A6})$$

Do modelo de viga de Euler-Bernoulli, a relação entre o momento fletor e a deflexão da viga pode ser expressa como:

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\delta^2 w}{\delta x^2}(x, t) \quad (\text{A7})$$

Essa teoria é válida para vigas com relação entre comprimento por espessura acima de 20 ou mais, ou seja: $\frac{L}{h} > 20$.

Onde E é o módulo de elasticidade do material e $I(x)$ é o momento de inércia de área transversal da viga ao redor do eixo y . Inserindo a Eq. A7 na Eq. A6, obtém-se a equação de movimento para vibração lateral forçada de uma viga não-uniforme:

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2} \left[EI(x) \frac{\delta^2 w}{\delta x^2}(x, t) \right] + \rho A(x) dx \frac{\delta^2 w}{\delta t^2}(x, t) = f(x, t) dx \quad (\text{A8})$$

Para uma viga uniforme, a Eq. A8 se reduz à:

$$EI(x) \frac{\delta^4 w}{\delta x^4}(x, t) + \rho A(x) dx \frac{\delta^2 w}{\delta t^2}(x, t) = f(x, t) dx \quad (\text{A9})$$

Em vibração livre, $f(x, t) = 0$, logo a equação de movimento se torna:

$$c^2 \frac{\delta^4 w}{\delta x^4}(x, t) + \frac{\delta^2 w}{\delta t^2}(x, t) = 0 \quad (\text{A10})$$

Onde:

$$c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (\text{16})$$

Como a equação do movimento envolve uma derivada de segunda ordem no tempo e uma derivada de quarta ordem no espaço, duas condições iniciais e quatro condições de contorno são necessárias a fim de encontrar uma solução única para $w(x, t)$. Usualmente, os valores de deslocamento e velocidade lateral são definidos como $w_0(x)$ e $w_{.0}(x)$ em $t = 0$, de forma que as condições iniciais se tornam:

$$w(x, t = 0) = w_0(x) \quad (\text{A12})$$

$$\frac{\delta w}{\delta t}(x, t = 0) = \dot{w}_0(x) \quad (\text{A13})$$

A solução em vibração livre pode ser encontrada utilizando o método de separação de variáveis, da forma:

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (\text{A14})$$

Substituindo a Eq. A14 na Eq. A10 e rearranjando esta última, tem-se:

$$\frac{c^2}{W(x)} \frac{d^4 w}{dx^4}(x) = -\frac{1}{T(t)} \frac{\delta^2 T}{\delta t^2}(t) = a = \omega^2 \quad (\text{A15})$$

Onde $a = \omega^2$ é uma constante positiva. A Eq. A15 pode então ser escrita como duas equações.

$$\frac{d^4 w}{dx^4}(x) - \beta^4 W(x) = 0 \quad (\text{A16})$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2}(t) + \omega^2 T(t) = 0 \quad (\text{A17})$$

Onde:

$$\beta = \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \text{ (Equação da viga)} \quad (\text{A18})$$

Quando a viga oscila em um modo normal de vibração, a deflexão em qualquer ponto da mesma varia harmonicamente com o tempo, logo a solução da Eq. A17 pode ser expressa como:

$$T(t) = W(A\cos\omega t + B\sin\omega t) \quad (\text{A19})$$

Onde W é uma função de x que define a forma da viga em um de seus modos (normais) de vibrar e A e B são constantes que podem ser encontradas a partir das condições iniciais. Para a solução da Eq. A16, assume-se:

$$W(x) = Ce^{sx} \quad (\text{A20})$$

Onde C e s são constantes, derivando e substituindo, a equação característica se torna:

$$s^4 - \beta^4 = 0 \quad (\text{A21})$$

As raízes dessa equação são:

$$s_{1,2} = \pm\beta, s_{3,4} = \pm\beta i \quad (\text{A22})$$

Portanto, a solução da Eq. A16 se torna:

$$W(x) = C_1 e^{\beta x} + C_2 e^{-\beta x} + C_3 e^{i\beta x} + C_4 e^{-i\beta x} \quad (\text{A23})$$

Onde C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são constantes. A Eq. A23 pode também ser expressa como:

$$W(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \quad (17)$$

Ou ainda:

$$W(x) = C_1(\cos \beta x + \cosh \beta x) + C_2(\cos \beta x - \cosh \beta x) + C_3(\sin \beta x + \sinh \beta x) + C_4(\sin \beta x - \sinh \beta x) \quad (A25)$$

Onde as constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 da Eq. A25 são diferentes das constantes da Eq. A24. Estas podem ser encontradas através das condições de contorno. As frequências naturais da viga podem ser computadas a partir da Eq. A18, onde:

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = (\beta l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \quad (A26)$$

A função $W(x)$ é conhecida como o modo normal (ou de vibrar) ou a função característica da viga e ω é chamada a frequência natural de vibração. Para qualquer viga, existirão infinitos números modos normais (ou de vibrar) com uma frequência natural associada a cada modo. As constantes desconhecidas C_1 a C_4 nas Eq. A24 e A25 e o valor de β na Eq. A26 podem ser determinados através das condições de contorno da viga, como indicado abaixo.

Esforços de uma viga:

Momento fletor: $EI \frac{\delta^2 w}{\delta x^2}$

Força cortante (de cisalhamento): $\frac{\delta}{\delta x} \left(EI \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \right)$

Deflexão: w

Inclinação: $\frac{\delta w}{\delta x}$

As condições de contorno mais comuns em pontes são de simplesmente apoiada, portanto, têm-se:

$$\text{Deflexão: } w(0) = 0, \text{ Momento fletor: } EI \frac{\delta^2 w}{\delta x^2}(0) = 0$$

$$\text{Deflexão: } w(L) = 0, \text{ Momento fletor: } EI \frac{\delta^2 w}{\delta x^2}(L) = 0$$

Pode-se então encontrar os modos de vibrar e as frequências naturais de uma viga bi apoiada:

Para $W(0) = 0$:

$$W(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x$$

$$0 = C_1 + C_3$$

Para $\frac{\delta^2 w}{\delta x^2}(0) = 0$:

$$\dot{W}(x) = -C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x + C_3 \sinh \beta x + C_4 \cosh \beta x$$

$$\ddot{W}(x) = -C_1 \cos \beta x - C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x$$

$$0 = -C_1 + C_3$$

A única forma destas condições serem possíveis será se $C_1 = C_3 = 0$.

Para $W(L) = 0$:

$$0 = C_2 \sin \beta L + C_4 \sinh \beta L$$

Para $\frac{\delta^2 w}{\delta x^2}(L) = 0$:

$$0 = -C_2 \operatorname{sen} \beta L + C_4 \operatorname{senh} \beta L$$

Ou seja:

$$C_2 \operatorname{sen} \beta L = C_4 \operatorname{senh} \beta L$$

Como $\beta L \neq 0$, $\operatorname{senh} \beta L \neq 0$, logo $C_4 = 0$.

Como $C_2 \operatorname{sen} \beta L = 0$ e $C_2 \neq 0$ a fim de evitar que $W = 0$ e se obtenha uma solução trivial, então $\operatorname{sen} \beta L = 0$.

Portanto a solução no espaço será: $W(x) = C_2 \operatorname{sen} \beta x$ e as soluções de $\operatorname{sen} \beta L = 0$ nos dão as frequências naturais, essas são:

$$\beta = 0, \frac{\pi}{L}, \frac{2\pi}{L}, \frac{3\pi}{L}, \dots$$

Logo, da Eq. A18 e Eq. A26:

$$\omega = 0, \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \dots$$

$\beta=0$, $\omega= 0$ é uma solução trivial porque a viga se encontra em repouso.

APÊNDICE B – Rotina desenvolvida no *Matlab*® para análise modal da viga

```

close all; clear all; clc;

%Cálculo de frequências naturais da viga em flexão;

%Estrutura
%Dados
l = 1.5; %Comprimento (m)
ro = 2770; %Massa específica (kg/m^3) - Alumínio;

esp = 0.002; %espessura (m)
lar = 0.25; %largura (m)

A = esp*lar; %Área (m^2)
I = (1/12)*((lar)*(esp^3)); %Momento de inércia de área (m^4)

E = 71e+09; %Módulo de elasticidade - Alumínio;
G = 27e+09; %Módulo de cisalhamento

%Condições de contorno: Simplesmente apoiada em ambos os apoios;

b1l = pi;
b2l = 2*pi;
b3l = 3*pi;

%Cálculo da frequência natural
w1 = ((b1l)^2)*(sqrt(((E*I)/(ro*A*(l^4))))); %Primeira frequência natural;
whz1 = (1/(2*pi))*w1; %rad/s para hz;

w2 = ((b2l)^2)*(sqrt(((E*I)/(ro*A*(l^4))))); %Segunda frequência natural;
whz2 = (1/(2*pi))*w2; %rad/s para hz;

w3 = ((b3l)^2)*(sqrt(((E*I)/(ro*A*(l^4))))); %Terceira frequência natural;
whz3 = (1/(2*pi))*w3; %rad/s para hz;

%Plot do modo de vibrar
x = 0:0.001:l;
b1 = (b1l/l);
b2 = (b2l/l);
b3 = (b3l/l);

v1 = sin(b1*x); %Apoiada em ambos os apoios;
v2 = sin(b2*x);
v3 = sin(b3*x);

figure(1)
title('Modo de vibrar em flexão')
plot(x,v1,x,v2,x,v3,'LineWidth',2)
grid on
legend('1° modo','2° modo','3° modo')
xlabel('\bf Comprimento [m]')

```

```

ylabel('\bf Amplitude [%]')

%Cálculo de frequências naturais da viga em torção

y = (lar*(esp^3))*((1/3) - (0.21*(esp/lar))*(1-((esp^4)/(12*(lar^4)))));
%Constante torsional para uma seção retangular
Jp = ((lar*esp)/12)*((lar^2) + (esp^2)); %Momento polar

c = sqrt((G*y)/(ro*Jp));

n = 1; %Modo de vibrar em torção;
wt = ((n*pi*c)/l);
wthz = (1/(2*pi))*wt; %rad/s para hz;

teta = cos((n*pi*x)/l);

figure(2)
title('Modo de vibrar em torção')
plot(x,teta, 'LineWidth',2)
grid on
legend('1° modo')
xlabel('\bf Comprimento [m]')
ylabel('\bf Amplitude [%]')

```

APÊNDICE C – Desenho técnico da estrutura