UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

LIMITES PARA MODELOS QUE VIOLAM A INVARIÂNCIA DE LORENTZ ATRAVÉS DAS ONDAS ELETROMAGNÉTICA E GRAVITACIONAL

Campina Grande - PB
Fevereiro de 2017

GILVAN BONFIM E SOUZA

LIMITES PARA MODELOS QUE VIOLAM A INVARIÂNCIA DE LORENTZ ATRAVÉS DAS ONDAS ELETROMAGNÉTICA E GRAVITACIONAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Campina Grande como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos

Campina Grande - PB
Fevereiro de 2017

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

S729l Souza, Gilvan Bonfim e.

Limites para modelos que violam a invariância de Lorentz através das ondas eletromagnética e gravitacional / Gilvan Bonfim e Souza. – Campina Grande, 2018.

29 f.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.

"Orientação: Prof. Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos".

Referências.

1. Eletrodinâmica. 2. Violação de Lorentz. 3. Ondas Eletromagnéticas. 4. Ondas Gravitacionais. I. Passos, Eduardo Marcos Rodrigues dos. II. Título.

CDU 537.8(043)

GILVAN BONFIM E SOUZA

LIMITES PARA MODELOS QUE VIOLAM A INVARIÂNCIA DE LORENTZ ATRAVÉS DAS ONDAS ELETROMAGNÉTICA E GRAVITACIONAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Campina Grande como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em de fevereiro de 2017, pela seguinte Banca Examinadora:

Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos (Orientador)
UAF/Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Marcos Antônio Anacleto – (Membro Interno)
UAF/Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Francisco Geraldo da Costa – (Membro Externo)
Instituto Federal de Educação Ciências e Tecnologia da Paraíba

Campina Grande - PB
Fevereiro de 2017

Se quer viver uma vida feliz, amarre-se a uma meta, não às pessoas nem às coisas.

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por sempre me conceder saúde.

Ao Prof. Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos, pela orientação e oportunidade de realização deste trabalho.

À todos os professores que contribuíram para minha formação acadêmica.

Aos amigos do departamento pela de Física, em especial Leonardo Colaço, Ozório, Herbert, Lázaro que propiciaram que o ambiente fosse agradável para realização do trabalho. Como também meus amigos de Campina Grande, Damião Renato, Marcos Douglas, Tuti e João Paulo.

À minha família sempre me apoiar em minha decisões.

Ao Programa de Pós-Graduação em Física da UFCG, pela oportunidade da realização do mestrado em Física.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela concessão da bolsa.

RESUMO

Nesta dissertação calculamos alguns limites fenomenológicos para a eletrodinâmica e gravitação massiva em altas ordens derivativas, supondo que é possível ter um processo astrofísico que gere simultaneamente ondas gravitacionais e eletromagnéticas. Apresentamos operadores de altas ordens derivativas que viola a invariância de Lorentz, seguindo a abordagem de Myers-Pospelov para descrição de ondas gravitacionais massivas e eletromagnéticas. Calculamos as equações de movimento desses modelos, suas relações de dispersão e as velocidades. Os parâmetros que controlam a violação no setor gravitacional ξ_g e eletromagnético ξ_γ, são obtidos por duas abordagens diferentes: o atraso temporal e diferença de velocidades dos fótons e grávitons . Estes parâmetros dependem das suas respectivas escalas de massa pela qual os efeitos da violação de Lorentz se tornam relevantes, setor eletromagnético dado por M e o setor gravitacional dado M_1. A razão entre os parâmetros ξ_g e ξ_γ é de interesse do ponto de vista fenomenológico se $M \gg M_1$. Determinamos também a diferença entre as velocidades dos fótons e grávitons, e como resultado, obtemos $v_\gamma - v_g \lesssim 0.62 \times 10^{-17}$ compatível com os resultados apresentados anteriormente na literatura.

Palavras-Chave: Violação de Lorentz, Ondas Gravitacionais e Ondas Eletromagnéticas.

ABSTRACT

In this work, we compute some phenomenological bounds for the electromagnetic and massive gravitational high-derivative extensions supposing that it is possible to have an astrophysical process that generates simultaneously gravitational and electromagnetic waves. We present a Lorentz-violating LIV higher-order derivative, following the Myers-Pospelov approach, to electrodynamics and massive gravitational waves. We compute the corrected equation of motion of these models, their dispersion relations and the velocities. The LIV parameters for the gravitational ξ_g and electromagnetic sector ξ_γ respectively were also obtained for two different approaches: time delay of flight and the difference of graviton and photon velocities. These LIV parameters depend on the mass scales where the LIV-terms become relevant, M for the electromagnetic sector and M_1 for the gravitational one. The relation between the parameters ξ_g and ξ_γ is of interest from the phenomenological point of view if $M \gg M_1$. We determine the difference between the velocities of the photon and the graviton was calculated and our result, $v_\gamma - v_g \lesssim 0.62 \times 10^{-17}$, is compatible with the results already presented in the literature.

Key-words: Invariance Lorentz Violation, Gravitational Wave and Gamma-Ray Bursts.

Sumário

Capítulo 1

Introdução

A possibilidade da violação da invariância de Lorentz (LIV em inglês) têm sido ativamente explorada tanto no ponto de vista teórico quanto no experimental. Grande parte das motivações de se considerar tal possibilidade surge da visão de que o espaço-tempo nas escalas de energias próximas a escala de Planck, se comporte completamente diferente de sua conhecida descrição continua, e assim, deixando algumas evidências em baixas energias (uma idéia que tem sido muito recorrente em teorias que se candidatam a ser fundamentais).

Estudos sobre a LIV já foram realizados nos seguintes contextos: teoria de cordas [1, 2], extensão do modelo padrão [3], teoria do espaço-tempo espumoso [4], geometria não-comutativa [5], relação de dispersão modificada [6], teoria de campos em altas ordens derivativas [7], teoria de hořava-lifshitz [8], etc. A faixa de previsões desses modelos que investigam a LIV, abrange todo o setor da matéria e da gravidade e são verificadas por um grande número de testes experimentais (veja uma tabela na Ref.[9]). No momento, os melhores limites para a LIV são obtidos através de observações astrofísicas de comportamentos na emissão de fótons. Por exemplo, para birrefringência do vácuo tem-se limites de $k_{AF} < 2 \times 10^{-42}$GeV para o parâmetro que controla a LIV do modelo de Carrol-Field-Jackiw [10, 11] e através de raios cósmicos ultra-energéticos, tem-se limite de $\xi < 10^{-15}$ para o parâmetro que controla a LIV do modelo de Myers-Pospelov [12, 13].

Neste trabalho, estudamos a LIV no contexto de teoria de campos efetivas com um ingrediente extra a ser incorporado pela presença de termos de altas ordens derivativas ou operadores de dimensão mais elevadas do que os operadores usuais de teoria de campos. O uso de operadores de altas ordens derivativas para descrever a LIV tem se tornado mais popular nos últimos anos. Um exemplo é o modelo de Myers-Pospelov no qual a LIV é introduzida por operadores de dimensão-cinco construído através de derivadas parciais ao longo de um quadri-vetor não-dinâmico para fémions, fótons e campos escalares. Devemos considerar operadores análogos ao de Myers-Pospelov para fótons e grávitons massivos.

Nosso foco é o desenvolver uma sondagem efetiva para testar a LIV como conseqüência direta da física de altíssimas energias tal como as caracterizada pela escala de Planck.

No limite das altas energias tem-se que os possíveis efeitos devido a influência da LIV caracterizam-se pelas velocidades de propagação de partículas dependentes da helicidades e das energias. Por exemplo, pode-se inferir sobre certos parâmetros que controlam a LIV pela determinação do tempo da viagem de fótons de diferentes energias emitidos simultaneamente de um mesmo objeto astrofísico [14]. No sentido de medir tais limites, deve-se levar em consideração um fenômeno ultra-energético tal como uma explosão de raios gama [15, 16, 17, 18] ou um colapso de um núcleo galático ativo [19, 20]. Outra possibilidade de se restringir modelos de LIV é realizada pela medida na mudança da direção de polarização de feixes de raios-x cosmológicos em função da energia [21]. Observações desse tipo têm sido usadas frequentemente como laboratório astrofísicos de verificação da ocorrência da LIV na natureza [22, 23, 24, 25]. O principal objetivo desse trabalho é estudar limites para LIV usando detecções simultâneas das ondas gravitacionais e eletromagnéticas.

A detecção de ondas gravitacionais (GW), divulgada pelo Laboratório de Interferometria a Laser de Ondas Gravitacionais (LIGO) e a colaboração Virgo [26] abre novas perspectivas na cosmologia e na astrofísica observacionais. Particularmente na astrofísica, esta constatação abre a possibilidade de ter conhecimento de processos antes inacessíveis pelo uso de ondas eletromagnéticas. A questão que surge então, é a de qual física fundamental pode-se extrair através de observações de ondas gravitacionais, em particular, o evento registrado pelo LIGO em 14 de setembro de 2015 (GW150914). Como exemplos, a colaboração LIGO divulgou em seus trabalhos [27], uma estimativa para o limite inferior para a massa do gráviton, $m_g < 10^{-22}$ eV e sugerindo que observações de eventos de fusões de buracos negros binários podem ser usados para limitar modelos de física quântica [28].

A detecção de um sinal transiente (lampejos de luz de curta duração) de explosões de raios gama (GRB) em torno de 50 KeV após $0.40\,s$ da detecção do evento GW150914 foi divulgada pelo Fermi (GBM) [29], (satélite de monitoramento de GRB). Este fato observacional e o limite inferior estimado pelo LIGO para a massa do gráviton foram usados pelas Refs. [30, 31, 32, 48] para determinar limites entre as velocidades das ondas eletromagnética e gravitacionais e também para a escala de energia em possíveis efeitos da LIV possa emergir. Neste trabalho, pretendemos ampliar esses estudos usando como ferramenta teórica a introdução de operadores de altas ordens derivativas que violam explicitamente a invariância de Lorentz. Objetivamos em encontrar novas restrições fenomenológicas para a LIV pelo uso das medidas simultâneas de GRB e GW produzida por uma mesma fonte, isto é, assumindo que ambos os sinais sejam produzidos supostamente por uma fusão de um sistema binário de buracos negros, embora que este assunto esteja em intenso debate na literatura [34, 35, 36].

A estrutura da dissertação é a seguinte. No Cap.2, construímos operadores de altas ordens derivativas e os introduzimos como modificações da eletrodinâmica. Estudamos as modificações dos modos de propagação das ondas eletromagnéticas. No Cap.3, construímos também operadores de altas ordens derivativas e os introduzimos como modificações da gravidade linearizada massiva. Estudamos as modificações dos modos de propagação das ondas gravitacionais. No Cap.4, discutimos alguns limites fenomenológicos para LIV através de recentes observações astrofísicas. No Cap.5, apresentamos nossas conclusões e as intenções de novos trabalhos.

Ao longo de toda a dissertação adotaremos o sistema de unidades naturais: $c = \hbar = 1$. Assim com a métrica: $\eta_{\mu\nu} = (-1, +1, +1, +1)$.

Capítulo 2

A Violação da Invariância de Lorentz: campo eletromagnético

2.1 O Modelo de Carrol-Field-Jackiw

O modelo de Carrol-Field-Jackiw (CFJ) corresponde a uma modificação do setor do campo de calibre que prever, entre outras coisas, o efeito da birrefringência da luz no vácuo ao longo de um quadri-vetor não-dinâmico que controla a violação de Loretz. Devido a sua relevância, o mesmo tem sido usando como uma importante contribuição usada para a extensão do Modelo Padrão proposta por Colladay e Kostelecký [3]. A ação associada a este termo é dada na forma

$$
\begin{aligned}
S_{CFJ} &= \int d^4x\, k_\alpha \tilde{F}^{\alpha\nu} A_\nu \\
&= \frac{1}{2}\int d^4x \varepsilon^{\alpha\lambda\mu\nu} k_\alpha F_{\lambda\mu} A_\nu
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o tensor intensidade de campo eletromagnético e k_μ é um campo contante que caracteriza um ambiente de possível violação da simetria de Lorentz. Note que dimensão deste quadri-vetor é de massa e portanto todo o operador associado, pode ser considerado como um operador de dimensão-quatro. Note que $\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$ corresponde ao simbolo de Levi-Civita, que por sua vez, insere o caráter de CPT-ímpar para o modelo. Nesta seção usaremos a Eq.(2.1) como modificação da Lagrangeana de Maxwell e revisamos como esse conjunto modifica as equações de movimento e a relação de dispersão usuais.

2.1.1 As Equações de Movimento

A dinâmica do campo de calibre na presença do termo dado pela Eq.(2.1) e de uma corrente externa j^μ pode ser descrita como [37]

$$\mathcal{L}_{MCFJ} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2}k_\alpha \tilde{F}^{\alpha\nu}A_\nu - j^\mu A_\mu \tag{2.2}$$

e o segundo termo é o seu dual $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$, são definidos usualmente, temos o quadri-vetor constante k_μ que determina uma direção privilegiada no espaço-tempo, e assim, controlando a violação das simetrias de Lorentz e CPT.

Antes de mais nada, é importante verificar a invariância da Lagrangeana, Eq.(2.2) frente a uma transformação de calibre: $A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu\Lambda$ (com Λ sendo uma um escalar) tal que $\delta A_\mu = \partial_\mu\Lambda$. Isto deve implicar primeiro em $\delta F_{\mu\nu} = \delta F^{\mu\nu} = 0$ de tal forma que encontramos

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{L}_{MCFJ} &= k_\mu \tilde{F}^{\mu\nu}(\partial_\nu\Lambda) - j_\mu(\partial^\mu\Lambda) \\
&= \partial_\nu(k_\mu \tilde{F}^{\mu\nu}\,\Lambda) - (\partial_\mu j^\mu)\Lambda.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Assim, podemos concluir que a invariância de calibre pode ser assegurada a menos de um termo de derivação total (com a conservação da corrente, $\partial_\mu j^\mu = 0$).

Por outro lado, a equação de movimento associado a Lagrangeana, Eq.(2.2) podem ser obtidas através das equações de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial A^\rho} - \partial_\alpha \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial^\alpha A^\rho)} = 0 \tag{2.4}$$

para $\mathcal{L} \sim \mathcal{L}_{MCFJ}$. Primeiro obtemos as seguintes identidades:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4}\frac{\partial\big(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\big)}{\partial(\partial^\alpha A^\rho)} &= \frac{1}{2}\frac{\partial\big(\partial_\mu A_\nu\big)\big(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu\big)}{\partial\big(\partial^\alpha A^\rho\big)} \\
&= \frac{1}{2}\Big(\big(\delta^\alpha_\mu\delta^\rho_\nu\big)\big(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu\big) + \big(\partial_\mu A_\nu\big)\big(\delta^{\alpha\mu}\delta^{\rho\nu} - \delta^{\alpha\nu}\delta^{\rho\mu}\big)\Big) \\
&= \big(\partial^\alpha A^\rho - \partial^\rho A^\alpha\big) = F^{\alpha\rho},
\end{aligned} \tag{2.5a}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\big(k_\alpha \tilde{F}^{\alpha\nu}A_\nu\big)}{\partial(\partial^\alpha A^\rho)} &= \frac{\partial\big(k_\mu\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}(\partial_\lambda A_\sigma)A_\nu\big)}{\partial(\partial^\alpha A^\rho)} \\
&= k_\mu\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}\big(\delta^\alpha_\lambda\delta^\sigma_\rho\big)A_\nu \\
&= k_\mu\varepsilon^{\mu\nu\alpha\rho}A_\nu,
\end{aligned} \tag{2.5b}$$

$$\frac{\partial\big(k_\alpha \tilde{F}^{\alpha\nu} A_\nu - j_\mu A^\mu\big)}{\partial A^\rho} = k_\alpha \tilde{F}^{\alpha\rho} - j^\rho. \tag{2.5c}$$

Assim, inserindo as Eqs. (2.5a) - (2.5c) na Eq.(2.4) obtemos as seguintes equações de movimento:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} - 2k_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = j^\nu. \tag{2.6}$$

Introduzindo agora a notação $A_\mu = (A_0, A_i)$, $\epsilon^{0123} = \epsilon^{123} = 1$, podemos escrever os campos elétrico e magnético como

$$F^{0i} = E^i, \quad F^{ij} = -\epsilon^{ijk} B^k. \tag{2.7}$$

Em termos da notação vetorial:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} A_0, \tag{2.8a}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}. \tag{2.8b}$$

Assim, observamos que a Eq.(2.6) deve modifica as leis de Coulomb e Àmpere:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} - 2\vec{k} \cdot \vec{B} = \rho, \tag{2.9a}$$

$$-\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{B} + 2k_0 \vec{B} - 2\vec{k} \times \vec{E} = \vec{j} \tag{2.9b}$$

com $k_\mu = (k_0, \vec{k})$ and $j^\mu = (j_0 = \rho, \vec{j})$. A equações de Maxwell homogêneas permanecem inalteradas uma vez que a a relação entre o campos e os seus respectivos potenciais é a convencional.

2.1.2 A Relação de Dispersão Modificada

A forma da equação de movimento, Eq.(2.6) sugere que a relação de dispersão para a propagação de fótons livres, também sofrerá modificações. Podemos verificar isso reescrevendo a mesma equação de movimento como

$$(\partial^2 \eta^{\mu\nu} - \partial^\mu \partial^\nu - 2\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} k_\rho \partial_\sigma) A_\mu = 0. \tag{2.10}$$

Utilizando o termo de calibre na equação acima $\partial_\mu A^\mu = 0$ e aplicando a solução de ondas plana:

$$A_\mu(x) = \epsilon_\mu \exp(-ip \cdot x), \quad \text{com} \quad p_\mu \equiv (\omega, p_i), \tag{2.11}$$

obtém-se a seguinte equação:

$$(p^2 \eta^{\mu\nu} + 2i\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} k_\rho p_\sigma)\epsilon_\mu = 0. \tag{2.12}$$

Resolvendo o determinante associado ao operador obtemos a seguinte relação de dispersão associada ao modelo Maxwell-CFJ:

$$\big(p^4 - 4((p \cdot k)^2 - p^2 k^2)\big) = 0, \tag{2.13}$$

que nos oferecerá diferentes análises de acordo com a natureza do quadri-vetor constante k_μ tais como o caso tipo-tempo: $k_\mu = (k_0, \vec{0})$, caso tipo-espaço: $k_\mu = (0, \vec{k})$ e o caso tipo-luz: $k_\mu = (k_0, |\vec{k}|)$ para $k_0 \sim |\vec{k}|$. No que se segue vamos analisar apenas o caso tipo-tempo. Esta abordagem faz com que apenas o boots de Lorentz sejam violado (modelo isotrópico).

Regime isotrópico

Neste caso a Eq.(2.13) reduz-se a forma

$$(\omega^2 - p^2)^2 - 4k_0^2 p^2 = 0, \quad |\vec{p}| \equiv p. \tag{2.14}$$

Resolvendo esta equação, devemos obter a seguinte solução para freqüências positivas:

$$\omega_\lambda = p\sqrt{1 + 2\lambda \frac{k_0}{p}}, \tag{2.15}$$

onde $\lambda = \pm$ determina duas polarizações para as ondas. Para grandes momentos: $p \gg 2k_0$, e

$$\omega \approx |\vec{p}| + \lambda k_0. \tag{2.16}$$

Prevendo possíveis efeitos birrefringentes para a propagação de fótons.

A Velocidade de Grupo e a Velocidade de Fase

Para calcular a velocidade de grupo a partir da relação de dispersão usa-se a freqüência derivando-a em função de $v_g \equiv \frac{\partial \omega_\lambda}{\partial p}$. Assim obtemos,

$$v_g = \frac{\big(1 + \lambda(k_0/p)\big)}{\sqrt{1 + 2\lambda(k_0/p)}}. \tag{2.17}$$

Para calcular a a velocidade de fase, consideramos que $v_f = \frac{\omega}{p}$, tal que

$$v_f = \sqrt{1 + 2\lambda(k_0/p)}. \tag{2.18}$$

Note que para $(k_0/p) > 1$ (com $\lambda = +$) temos que tanto a velocidade de grupo quanto a velocidade de fase podem exceder a velocidade da luz. A diferença entre a velocidades de grupo e da fase é dada por:

$$v_g - v_f = -\frac{\lambda(k_0/p)}{\sqrt{1 + 2\lambda(k_0/p)}}. \tag{2.19}$$

Para o caso de fótons ultra-energéticos, isto é, $(k_0/p) \ll 1$ temos que a diferença entre as velocidades tende a zero. De forma equivalente ao caso da eletrodinâmica usual.

2.2 O Modelo Maxwell-Myers-Pospelov

O modelo de Myers-Pospelov (MP) é uma teoria efetiva que se propõem a estudar cenários da violação da simetria de Lorentz através de operadores de massa de dimensão-cinco ao longo de um campo não dinâmico que interagem com férmions, campos escalares e campo de calibre. Para o campo eletromagnético, a sua proposta é dada como

$$S_{MP} = -\frac{\xi}{M_{\mathrm{P}}} \int d^4x n^\alpha F_{\alpha\lambda}(n \cdot \partial) n_\beta \tilde{F}^{\beta\lambda} \tag{2.20}$$

onde n_μ é uma quantidade adimensional e não-dinâmica que define um novo tipo de de violação da invariância de Lorentz. Temos também que ξ é um parâmetro adimensional e M_{P} é a massa de Planck. É importante mencionar também que a construção de operadores tal como dado pela Eq.(2.20), segue alguns critérios: (i) quadrática nos mesmo campos; (ii) uma ou mais derivada a mais do correspondente termo cinético; (iii) obedece naturalmente a invariância de calibre; (iv) obedece a invariância de Lorentz, a menos das propriedades de n_μ; (v) não redutível a operadores de dimensão menores na equação de movimento; (vi) e não redutível a uma derivada total [47]. Ao compararmos as ações efetivas, Eq.(2.1) e Eq.(2.20) obtemos que

$$k_\mu = -(n\cdot\partial)^2 n_\mu. \tag{2.21}$$

Isto de alguma forma nos leva a pensar que ambas as ações efetivas podem funcionar com termos de uma série de operadores derivativos. Esse procedimento será introduzido a seguir. Além disso, estudamos as modificações exercida pela Eq.(2.20) quando inserida na Lagrangeana de Maxwell.

2.2.1 Extensão em Altas Ordens Derivativas

Neste seção, determinamos as ações efetivas de CFJ e MP com termos de uma série derivativa. Neste sentido devemos reescrever a ação efetiva de CFJ, Eq.(2.1) na forma

$$S_\gamma = -\frac{M\xi_\gamma}{4}\int d^4x\, \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha F_{\lambda\mu} A_\nu, \tag{2.22}$$

onde ξ_γ é um parâmetro adimensional e M é a escala de massa na qual a violação da invariância Lorentz possa emergir. Fazendo uma integração por partes na Eq.(2.22), obtemos

$$S_\gamma = \frac{M\xi_\gamma}{2}\int d^4x\, A_\mu \Pi^{\mu\nu} A_\nu, \tag{2.23}$$

onde $\Pi^{\mu\nu} = \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha \partial_\lambda$ pode ser considerado como um operador primitivo de primeira ordem na derivada e no campo constante que controla a violação da invariância de Lorentz. Segue algumas propriedades do operador $\Pi^{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned}
&\partial_\mu \Pi^{\mu\nu} = 0,\;\; n_\mu \Pi^{\mu\nu} = 0,\;\; \Pi_{\mu\nu}\Pi^{\mu\nu} = 2\left((n\cdot\partial)^2 - n^2\partial^2\right),\\
&\Pi_{\mu\nu}\Pi^{\nu\beta} = -\left[\delta_\mu^\beta\left((n\cdot\partial)^2 - n^2\partial^2\right)\right) - n^\beta\left(\partial_\mu(n\cdot\partial) - n_\mu\partial^2\right) - \\
&\partial^\beta\left(n_\mu(n\cdot\partial) - n^2\partial_\mu\right)\big]
\end{aligned} \tag{2.24}$$

A idéia central é a de transformar a quantidade $\xi_\gamma M \Pi^{\mu\nu}$ em uma série de potências preservando a natureza de paridade impar do operador $\Pi^{\mu\nu}$. Neste sentido, devemos encontrar

$$\begin{aligned}
M\xi_\gamma \Pi^{\mu\nu} &\to \sum_{l=1,3,...} \frac{\xi_{\gamma_l}}{(M)^{l-2}} (\Pi^{\mu\nu})^l \\
&\to \xi_{\gamma_1} M \Pi^{\mu\nu} + \frac{\xi_{\gamma_3}}{M}\left(\Pi^{\mu\alpha}\Pi_{\alpha\beta}\Pi^{\beta\nu} = \Pi^{\mu\nu}\hat{D}\right) + ... \\
&\to \xi_{\gamma_1} M \Pi^{\mu\nu} + \frac{\xi_{\gamma_3}}{M}\Pi^{\mu\nu}\hat{D} + ...
\end{aligned} \tag{2.25}$$

com $\hat{D} = \big((n\cdot\partial)^2 - n^2\partial^2\big)$ representando um operador covariante que controla a violação de invariância de Lorentz. Inserindo a Eq.(2.25) na Eq.(2.23) temos

$$S_\gamma \to \hat{S}_\gamma = -\frac{1}{4}\int d^4x\, A_\mu\Big(\xi_{\gamma 1} M \Pi^{\mu\nu} + \frac{\xi_{\gamma 3}}{M}\Pi^{\mu\nu}\hat{D} + ...\Big)A_\nu. \tag{2.26}$$

Através uso da integração por parte em conjunto com os seguintes calibres

$$\begin{aligned} \partial_\mu A^\mu &= 0 \quad \text{(calibre de Lorentz)},\\ n_\mu A^\mu &= 0 \quad \text{(calibre de Axial)} \end{aligned} \tag{2.27}$$

a Eq.(2.25) deve assumir a forma

$$\begin{aligned} S_\gamma \to \hat{S}_\gamma \;\; = \;\; & -\frac{1}{2}\int d^4x\,\Big[M\xi_{\gamma 1}\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha F_{\lambda\mu}A_\nu + \frac{\xi_{\gamma 3}}{M}\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha n^\nu n^\rho(\partial_\lambda F_{\mu\nu})F_{\rho\sigma} - \\ & \frac{\xi_{\gamma 3}}{M}\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha n^2 \eta^{\nu\rho}(\partial_\lambda F_{\mu\nu})F_{\rho\sigma} + ...\Big]. \end{aligned} \tag{2.28}$$

Para $\xi \equiv \xi_{\gamma 3}$ e $M \equiv M_{\rm Pl}$, temos que o segundo termo da expressão acima se equivale ao modelo de MP dado pela Eq.(2.20).

2.2.2 A Eletrodinâmica em Altas Ordens Derivativas

Considerando a segunda e a terceira contribuições da Eq.(2.28) um exemplo de eletrodinâmica em altas ordens derivativas ($\xi_{\gamma 3} \equiv \xi_\gamma$): Pode ser escrito como

$$\mathcal{L}_{AD} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{\xi_\gamma}{2M}\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha n^\rho n^\sigma(\partial_\lambda F_{\mu\rho})F_{\nu\sigma} + \frac{\xi_\gamma}{2M}\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha n^2 \eta^{\rho\sigma}(\partial_\lambda F_{\mu\rho})F_{\nu\sigma}. \tag{2.29}$$

Esta teoria preserva naturalmente a invariância de calibre. Através das Equações de Euler-Lagrange, temos que as equações de movimento associadas a Lagrangeana que pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{\xi_\gamma\partial_\beta}{2M}\Big[\frac{\partial\big(\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha n^\rho n^\sigma(\partial_\lambda F_{\mu\rho})F_{\nu\sigma}\big)}{\partial(\partial^\beta A^\theta)}\Big] \;\; &= \;\; \frac{\xi_\gamma}{2M}\Big[\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha n^\rho n^\sigma\big(\partial_\beta\partial_\lambda(\delta^\beta_\mu\delta^\theta_\rho - \delta^\beta_\rho\delta^\theta_\mu)F_{\nu\sigma} + \\ & \quad (\partial_\beta\partial_\lambda F_{\mu\rho})(\delta^\beta_\nu\delta^\theta_\sigma - \delta^\beta_\sigma\delta^\theta_\nu)\big)\Big] \\ &= -\frac{\xi_\gamma}{M}\varepsilon^{\alpha\lambda\nu\theta} n_\alpha n^\sigma (n\cdot\partial)\partial_\lambda F_{\nu\sigma} \\ &= \frac{2\xi_\gamma}{M}(n\cdot\partial)^2 n_\alpha \tilde{F}^{\alpha\theta} \end{aligned} \tag{2.30}$$

onde usamos as propriedades de simetria e o calibre Axial dado pela Eq.(2.27). Caminho similar pode ser aplicado a outra contribuição, e assim, obtemos

$$\frac{\xi_\gamma \partial_\beta}{2M}\Big[\frac{\partial\big(\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha n^2 \eta^{\rho\sigma}(\partial_\lambda F_{\mu\rho})F_{\nu\sigma}\big)}{\partial(\partial^\beta A^\theta)}\Big] = \frac{2\xi_\gamma}{M} n^2 \partial^2 n_\alpha \tilde{F}^{\alpha\theta}. \tag{2.31}$$

Então a forma final para equação de movimento na presença de uma fonte externa é dada pela expressão:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \frac{2\xi_\gamma}{M}\hat{D} n_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = j^\nu \tag{2.32}$$

sendo a sua forma vetorial dada por

$$\vec{\nabla} - \frac{2\xi_\gamma}{M}\hat{D}\vec{n}\cdot\vec{B} = \rho, \tag{2.33a}$$

$$-\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\nabla}\times\vec{B} - \frac{2\xi_\gamma}{M}\hat{D}\big(n_0\vec{B} - \vec{n}\times\vec{E}\big) = \vec{j}. \tag{2.33b}$$

Note que no caso no qual o parâmetro que controla a violação de Lorentz é puramente tipo-tempo, $n_\mu = (n_0, \vec{0})$, a lei de Gauss é restaurada enquanto a lei de Ampére modifica-se como

$$-\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\nabla}\times\vec{B} - \frac{2\xi_\gamma}{M} n_0^3 \partial_i^2 \vec{B} = \vec{j}. \tag{2.34}$$

2.2.3 A Relação de Dispersão Modificada

As modificação nas equações de movimento, sugere que a relação de dispersão também deva sofrer modificações. Primeiro consideramos a Eq.(2.32) livre de fontes externas e a reescrevemos como (no calibre de Lorentz $\partial_\mu A^\mu = 0$):

$$\big(\partial^2\eta^{\mu\nu} - 2g\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha \partial_\lambda \hat{D}\big) A_\mu = 0. \tag{2.35}$$

Expressando a solução como ondas planas:

$$A_\mu(x) = \epsilon_\mu(k)\exp(-ik\cdot x), \tag{2.36}$$

sendo agora $k_\mu = (k_0 = \omega, \vec{k})$ o quadri-momento, temos

$$(k^2\eta^{\mu\nu} - 2gin_\alpha\varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} k_\lambda \hat{D}(k)\big)\epsilon_\mu(k) = 0. \tag{2.37}$$

O operador $\hat{D}(k)$ é dado por

$$\hat{D}(k) = (k \cdot k)^2 - n^2 k^2. \tag{2.38}$$

Através do determinante do operador associado a Eq.(2.37) obtemos a seguinte relação de dispersão na forma covariante:

$$(k^2)^2 - \big(2\frac{\xi_\gamma}{M}\big)^2 \big((n.k)^2 - n^2.k^2\big)^3 = 0, \tag{2.39}$$

que coincide com o resultado obtido em [41]. A relação de dispersão relacionada o modelo de MP inicial pode ser vista em [42]. Tal como a relação de dispersão associada ao modelo de CFJ, a expressão acima modifica-se de acordo com a natureza do quadri-vetor que controla a violação da invariância de Lorentz (se é tipo-tempo, tipo-espaço e tipo-luz). No entanto, para futuros estudos devemos apenas considerar o caso tipo-tempo, $n_\mu = (n_{0=}1, \vec{0})$ (modelo isotrópico).

Regime Isotrópico

Admitindo-se que a violação da invariância de Lorentz afeta apenas o grupo das transformações por translações, temos que a Eq.(2.40) reduz a forma

$$(\omega^2 - k_\gamma^2)^2 - \big(2\frac{\xi_\gamma}{M}\big)^2 k_\gamma^6 = 0, \tag{2.40}$$

através da nossa notação definimos $k_\gamma \equiv \vec{k}_\gamma$. Note que a Eq.(2.40) representa a forma isotrópica de uma relação de dispersão sobre a influência de operadores de dimensão-cinco. Contudo, podemos generalizá-la para uma expressão que descreva a influência de operadores de dimensão-n. Segue a relação de dispersão generalizada

$$E_\gamma^2 - k_\gamma^2 - 2\lambda\xi_\gamma^{(n)} \frac{k_\gamma^n}{M^{n-2}} = 0 \tag{2.41}$$

como duas polarizações $\lambda = \pm 1$. Para $n = 3$, recuperamos as modificações cúbicas estudadas em [47]. E, para $n = 4, 5...$ temos novas expressões devido ao aumento do grau da dimensão operador que controla violação de invariância de Lorentz. Resolvendo a Eq.(2.41), obtemos

$$E_\gamma = k_\gamma \sqrt{1 + 2\lambda\xi_\gamma^{(n)} \big(k_\gamma/M\big)^{n-2}}. \tag{2.42}$$

A Velocidade de Grupo e a Velocidade de Fase

Para calcular a velocidade de grupo devemos considerar que $v_g \equiv \frac{\partial E_\gamma}{\partial k_\gamma}$ tal que

$$v_g = \frac{1 + n\lambda\xi_\gamma^{(n)}\big(k_\gamma/M\big)^{n-2}}{\sqrt{1 + 2\lambda\xi_\gamma^{(n)}\big(k_\gamma/M\big)^{n-2}}}. \tag{2.43}$$

Considerando uma expansão da Eq.(2.43) em torno de $(k_\gamma)^{n-2} \ll 1/\big(2\xi_\gamma(M)^{2-n}$. Isto conduz a

$$v_\gamma \approx 1 + \lambda(n-1)\xi_\gamma^{(n)}\left(\frac{k_\gamma}{M}\right)^{n-2}. \tag{2.44}$$

Observe que em $n \geq 3$ a velocidade $v_{\gamma(\lambda=+)}$ pode exceder a velocidade da luz e introduzindo assim um problema na causalidade (veja a Ref. [42]).

Por outro lado, a velocidade de fase, pode ser obtida como $v_f = \frac{E_\gamma}{k_\gamma}$:

$$v_f = \sqrt{1 + 2\lambda\xi_\gamma^{(n)}\big(k_\gamma/M\big)^{n-2}}. \tag{2.45}$$

Neste caso, a diferença entre a velocidade de grupo e a de fase é expressa como

$$v_g - v_f = \frac{(n-2)\lambda\xi_\gamma^{(n)}\big(k_\gamma/M\big)^{n-2}}{\sqrt{1 + 2\lambda\xi_\gamma^{(n)}\big(k_\gamma/M\big)^{n-2}}}. \tag{2.46}$$

Neste caso, a eletrodinâmica usual é recuperada num regime em que $\big(k_\gamma/M\big) \ll 1$, isto é, a escala de energia muito maior do que o momento dos fótons.

Capítulo 3

A Violação da Invariância de Lorentz: Campo Gravitacional

3.1 O Modelo com Campo Gravitacional

Em analogia a extensão eletromagnética dada pela Eq.(2.22), consideraremos uma contribuição gravitacional usada para estender a a ação de Fierz-Pauli (ou gravitação linearizada) violando a invariância de Lorentz, [53]:

$$S_g = -\frac{(M_1)^3\xi_g}{2}\int d^4x\, \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha h_{\rho\mu}\partial_\lambda h^\rho_\nu \tag{3.1}$$

onde ξ_g and n_α são parâmetros de mesma natureza da extensão eletromagnética e M_1 é escala de massa sensível para os grávitons na qual a invariância de Lorentz é quebrada. Aqui $h_{\mu\nu}$ é um tensor simétrico de segunda ordem responsável por pequenas flutuação na métrica, tem-se que $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}$, (veja que $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico do espaço curvo e $h = \eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu}$ é o traço de $h_{\mu\nu}$)[46].

3.1.1 A Invariância de Calibre

Neste ponto devemos fazer uma breve análise sobre a invariância de calibre associada a ação efetiva gravitacional. Observe que a seguinte transformação de calibre, no espaço-tempo,

$$\delta h_{\mu\nu} = \partial_\mu\xi_\nu + \partial_\nu\xi_\mu \tag{3.2}$$

depende do parâmetro local $\xi_\mu(x)$. Assim, a Eq.(3.1) implica na seguinte variação:

$$\delta\mathcal{L}_g \sim \int d^4x\, \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha \xi_\mu \partial_\lambda \partial_\rho h^\rho_\nu \tag{3.3}$$

que geralmente não deve se anular. Assim, temos que a ação efetiva S_g não possui invariância sobre as transformações calibre. Uma forma de remediar esse problema seria a de lançar mão de um tipo de procedimento conhecido como método de Stueckelberg usado para gravidade massiva [46]. Para aplicar esse procedimento no caso em questão, primeiro devemos redefinir o campo gravitacional na forma

$$h_{\mu\nu} \to h_{\mu\nu} + \partial_\mu A_\nu + \partial_\nu A_\mu \tag{3.4}$$

com A_μ sendo um campo auxiliar, e inserirmos na Eq.(3.1) (termo invariante de calibre). Obtemos,

$$S_g \to S_{mod} \equiv S_g - \frac{(M_1)^3\xi_g}{2} \int d^4x\, \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha \big(\partial_\lambda A_\mu \partial^2 A_\nu + 2h_{\mu\sigma}\partial_\lambda \partial^\sigma A_\nu\big). \tag{3.5}$$

Desta forma, podemos verificar que a ação S_{mod} é invariante frente a transformação de calibre, Eq.(3.2) com auxílio de

$$\delta A_\mu = -\xi_\mu. \tag{3.6}$$

A presença de termos que violam explicitamente a invariância de Lorentz no setor de gravidade pode gerar aparentes inconsistências tais como a quebra o difeomorfismo e conseqüentemente $\nabla_\mu T^{\mu\nu} \neq 0$ (com $T^{\mu\nu}$ sendo o tensor energia-momento). Contudo, esta inconsistência pode ser resolvida admitindo-se que quebra da invariância de Lorentz possa ocorrer de forma espontânea (veja a Ref.[39]). Contudo, na Ref.[40] foi mostrado que os resultados contidos em [39] são demasiadamente fortes e que a presença de contribuições que violam explicitamente a invariância de Lorentz na gravitação são perfeitamente permitidos, desde que obedeçam algumas condições de consistências. Isto também se aplica a gravitação massiva.

3.1.2 Extensão em Altas Ordens Derivativas

Neste ponto, devemos reescrever a ação efetiva dada pela Eq.(3.1) como uma série de operadores derivativos, tal como o procedimento eletromagnético. Primeiro reescrevemos,

$$S_g = -\frac{(M_1)^3\xi_g}{2} \int d^4x\, h_{\rho\mu} \Pi^{\mu\nu} h^\rho_\nu \tag{3.7}$$

com $\Pi^{\mu\nu} = \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha \partial_\lambda$ análogo ao caso eletromagnético. Temos,

$$\begin{aligned} M_1 \xi_g \Pi^{\mu\nu} &\rightarrow \sum_{l=1,3,...} \frac{\xi_{g_l}}{(M_1)^{l-2}} (\Pi^{\mu\nu})^l \\ &\rightarrow \xi_{g_1} M_1 \Pi^{\mu\nu} + \frac{\xi_{g_3}}{M_1} \big(\Pi^{\mu\alpha}\Pi_{\alpha\beta}\Pi^{\beta\nu} = \Pi^{\mu\nu}\hat{D}\big) + ... \end{aligned} \tag{3.8}$$

de acordo com as identidades mostradas pela Eq.(2.24). Inserindo a Eq.(3.8) na Eq.(3.7) obtemos as seguintes ações efetivas:

$$S_g \rightarrow \hat{S}_g = -\frac{(M_1)^2}{2} \int d^4x \left[M_1 \xi_{g_1} \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha h_{\rho\mu} \partial_\lambda h^\rho_\nu + \frac{\xi_{g_3}}{M_1} \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha h_{\rho\mu} \partial_\lambda \hat{D}\, h^\rho_\nu + ... \right]. \tag{3.9}$$

Portanto, também obtemos operadores de dimensão-cinco como contribuição de uma série de potência de operadores derivativos que certamente conduzirá a modificações cúbicas da relação de dispersão das ondas gravitacionais. Note que o termo extra dado pela Eq.(3.9) deve satisfazer todos os critérios de Myers-Pospelov para construção de operadores de dimensão mais elevada.

3.1.3 Gravidade Linearizada em Altas Ordens Derivativas

Neste ponto consideramos a segunda contribuição, Eq.(3.9) como modificação dinâmica da ação de Fierz-Pauli na presença de um termo de massa. Nosso objetivo é o de analisar alguns aspectos da relação de dispersão modificada para as ondas gravitacionais. A Lagrangeana é reescrita como ($\xi_{g_3} \equiv \xi_g$):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_g &= \frac{(M_1)^2}{2} \Big[\frac{1}{2} \partial_\lambda h_{\mu\nu} \partial^\lambda h^{\mu\nu} + \partial_\mu h_{\nu\lambda} \partial^\nu h^{\mu\lambda} - \partial_\mu h^{\mu\nu} \partial_\nu h + \frac{1}{2} \partial_\lambda h \partial^\lambda h + \\ &\quad \frac{1}{2} m_g^2 \big(h_{\mu\nu} h^{\mu\nu} - h^2\big) - \frac{\xi_g}{M_1} \varepsilon^{\alpha\mu\lambda\nu} n_\alpha h_{\rho\mu} \partial_\lambda \hat{D}\, h^\rho_\nu \Big], \end{aligned} \tag{3.10}$$

disposta a descrever a dinâmica de um campo massivo de spin-2 que viola a invariância de Lorentz. A invariância de calibre da Lagrangeana, Eq.(3.10) é perdida naturalmente pela presença do termo de massa. E este aspecto é reforçado pelo fato de que a extensão que viola a invariância de Lorentz também destrói a invariância de calibre tal como a ação efetiva, Eq.(3.1). Contudo, este problema pode ser remediado pelo uso do formalismo de Stuckelberg. Além do que já foi dito anteriormente, discussões mais elaboradas sobre possíveis inconsistências provocadas pela perda da invariância de calibre na gravitação com violação da invariância de calibre podem ser consultadas em [39, 40], (veja também em [43], [44], [45]).

3.2 As Equação de Movimento

Para obter a equação movimento associada a Lagrangeana gravitacional, Eq.(3.10), consideramos

$$\frac{\delta \mathcal{L}_g}{\delta h^{\mu\nu}} = 0. \tag{3.11}$$

Por razões didáticas os cálculos podem ser efetuados dividindo a Lagangreana gravitacional em três parcelas:

$$\mathcal{L}_g \to \mathcal{L}_g^{(01)} + \mathcal{L}_g^{(02)} + \mathcal{L}_g^{(03)} \tag{3.12}$$

onde $\mathcal{L}_g^{(01)}$ é termo usual da gravitação linearizada, $\mathcal{L}_g^{(02)}$ é o termo de massa e $\mathcal{L}_g^{(03)}$ a parte que viola a invariância de Lorentz. Aplicando a variação primeiro na parte usual, temos

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L}_g^{(01)} = &\frac{1}{2}\partial_\lambda(\delta h^{\mu\nu})\partial^\lambda h_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\lambda h_{\mu\nu}\partial^\lambda(\delta h^{\mu\nu}) + \partial^\lambda(\delta h^{\mu\nu})\partial_\nu h_{\mu\lambda} + \\ &\partial_\mu h_{\nu\lambda}\partial^\lambda(\delta h^{\mu\nu}) - \partial_\mu(\delta h^{\mu\nu})\partial_\nu h - \partial_\alpha h^{\alpha\beta}\partial_\beta\eta_{\mu\nu}(\delta h^{\mu\nu}) + \\ &\frac{1}{2}\partial_\lambda\eta_{\mu\nu}(\delta h^{\mu\nu})\partial^\lambda h + \frac{1}{2}\partial_\lambda h\partial^\lambda\eta_{\mu\nu}(\delta h^{\mu\nu})\end{aligned} \tag{3.13}$$

tal que

$$\frac{\delta\mathcal{L}_g^{(01)}}{\delta h^{\mu\nu}} = -\Box h_{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_\lambda h^\lambda_\nu - \partial_\nu\partial_\lambda h^\lambda_\mu + \partial_\mu\partial_\nu h + \eta_{\mu\nu}\partial^\alpha\partial^\beta h_{\alpha\beta} - \Box h\eta_{\mu\nu}. \tag{3.14}$$

Da mesma maneira, devemos obter

$$\frac{\delta\mathcal{L}_g^{(02)}}{\delta h^{\mu\nu}} = -m_g^2(h_{\mu\nu} - h\eta_{\mu\nu})\delta h^{\mu\nu}, \tag{3.15a}$$

$$\frac{\delta\mathcal{L}_g^{(03)}}{\delta h^{\mu\nu}} = \frac{2\xi_g}{M_1}\varepsilon^{\sigma\mu\lambda\beta}n_\sigma\partial_\lambda\hat{D}\eta^{\alpha\nu}h_{\alpha\beta}. \tag{3.15b}$$

Inserindo as expressões, Eq.(3.14), Eq.(3.15a) e Eq.(3.15b) na Eq.(3.11), obtemos

$$\begin{aligned}&\Box h^{\mu\nu} - \partial_\lambda\partial^\mu h^{\lambda\nu} - \partial_\lambda\partial^\nu h^{\lambda\mu} + \eta^{\mu\nu}\partial_\lambda\partial_\sigma h^{\lambda\sigma} + \partial^\mu\partial^\nu h \\ &-\eta^{\mu\nu}\Box h + m_g^2\big(h^{\mu\nu} - \eta^{\mu\nu}h\big) - \frac{2\xi_g}{M_1}\varepsilon^{\sigma\mu\lambda\beta}n_\sigma\partial_\lambda\hat{D}\,\eta^{\alpha\nu}h_{\alpha\beta} = 0.\end{aligned} \tag{3.16}$$

Assumindo que $m_g \neq 0$ podemos submeter a Eq.(3.16) a duas condições. A primeira condição adimite que $\partial_\mu h^{\mu\nu} = \partial^\nu h$, e reduzindo assim, a equação de movimento a forma

$$\Box h^{\mu\nu} - \partial^\mu \partial^\nu h + m_g^2 (h^{\mu\nu} - \eta^{\mu\nu} h) - \frac{2\xi_g}{M_1} \varepsilon^{\sigma\mu\lambda\beta} n_\sigma \partial_\lambda \hat{D}\, \eta^{\alpha\nu} h_{\alpha\beta} = 0 \tag{3.17}$$

que pode ser associada a uma segunda condição de traço nulo: $h = 0$. Diante das condições, a Eq.(3.16), reduz mais ainda

$$\Big[\big(\Box + m_g^2\big) \eta^{\alpha\mu} \eta^{\beta\nu} - \frac{2\xi_g}{M_1} \varepsilon^{\sigma\mu\lambda\beta} n_\sigma \partial_\lambda \hat{D}\, \eta^{\alpha\nu} \Big] h_{\alpha\beta} = 0, \tag{3.18}$$

Note que mesmo na forma reduzida, a Eq.(3.18) pode modificar a relação de dispersão para a propagação das ondas gravitacionais.

3.2.1 A Relação de Dispersão

Como foi feito anteriormente, para obtermos relação de dispersão associada a Eq.(3.18), primeiro devemos reescrever esta equação no espaço dos momentos:

$$\Big[\big(k^2 - m_g^2\big) \eta^{\alpha\mu} \eta^{\beta\nu} + 2i \big(\xi_g / M_1\big) \varepsilon^{\sigma\mu\lambda\beta} n_\sigma \partial_\lambda \hat{D}(k)\, \eta^{\alpha\nu} \Big] \epsilon_{\alpha\beta}(k) = 0. \tag{3.19}$$

com $\hat{D}(k)$ dado no capítulo anterior. Através do cálculo do determinante, obtemos a seguinte relação covariante:

$$\big(k^2 - m_g^2\big)^2 - \big(2\xi_g / M_1\big)^2 \big((n \cdot k)^2 - n^2 k^2\big)^3 = 0. \tag{3.20}$$

Note que para $m_g = 0$, a equação acima se equivale ao caso eletromagnético. Analisaremos esta expressão apenas para o caso isotrópico, $n_\mu = (1, \vec{0})$.

Regime Isotrópico

A forma isotrópica da Eq.(3.20) é escrita como ($k_g \equiv |\vec{k}|$):

$$E_g^2 - k_g^2 - m_g^2 - 2\lambda \frac{\xi_g}{M_1} k_g^3 = 0 \tag{3.21}$$

a qual a sua forma generalizada para operadores de dimensão-n é da forma

$$E_g^2 - k_g^2 - m_g^2 - 2\lambda \xi_g^{(n)} \frac{k_g^n}{M_1^{n-2}} = 0. \tag{3.22}$$

Com $\lambda = \pm$ definindo dois modos de polarização para as ondas gravitacionais.

Ao resolvermos a Eq.(3.22) obtemos as seguintes soluções:

$$E_g = k_g\sqrt{1 + 2\lambda\xi_g^{(n)}\big(k_g/M_1\big)^{n-2} + \big(m_g/k_g\big)^2}. \tag{3.23}$$

No limite $\xi_g \to 0$ devemos recuperar o caso usual da gravitação massiva [50]. Por outro lado, no regime de $\big(m_g/k_g\big) \ll 1$ a Eq.(3.23) se equivale a propagação dos fótons obtidas no capítulo anterior.

A Velocidade Grupo e a Velocidade de Fase

De acordo com a Eq.(3.23) temos que a velocidade dos grávitons massivos sofrem modificações devido a violação da invariância de Lorentz. Note que a velocidade de grupo definida como $v_g \equiv \frac{\partial E_g}{\partial k_g}$ nos fornece

$$v_g = \frac{1 + n\lambda\xi_g^{(n)}\big(k_g/M_1\big)^{n-2}}{\sqrt{1 + 2\lambda\xi_g^{(n)}\big(k_g/M_1\big)^{n-2} + (m_g/k_g)^2}}. \tag{3.24}$$

Considerando uma expansão da Eq.(3.24) em torno de $k_g^2 \gg m_g^2$ desde que $(k_g)^{n-2} \ll 1/\big(2\xi_g(M_1)^{2-n}$, temos

$$v_g \approx 1 - \frac{m_g^2}{2k_g^2} + \lambda(n-1)\xi_g^{(n)}\left(\frac{k_g}{M_1}\right)^{n-2} \tag{3.25}$$

no limite de $M_1 \gg m_g$. Enquanto que a velocidade de fase definida por $v_f \equiv \frac{E_g}{k_g}$ deve reproduzir

$$v_f = \sqrt{1 + 2\lambda\xi_g^{(n)}\big(k_g/M_1\big)^{n-2} + \big(m_g/k_g\big)^2}. \tag{3.26}$$

A diferença entre as velocidades, Eq.(3.24) e a Eq.(3.26) é dada por

$$v_g - v_f = \frac{(n-2)\lambda\xi_g^{(n)}\big(k_g/M_1\big)^{n-2} - \big(m_g/k_g\big)^2}{\sqrt{1 + 2\lambda\xi_g^{(n)}\big(k_g/M_1\big)^{n-2} + \big(m_g/k_g\big)^2}}. \tag{3.27}$$

E, expandindo a Eq.(3.27), temos ainda

$$\begin{aligned} v_g - v_f \;\approx\; & -\left(\frac{m_g}{k_g}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m_g}{k_g}\right)^4 + (n-2)\lambda\xi_g^{(n)}\left(\frac{k_g}{M_1}\right)^{n-2} - \\ & \frac{1}{2}(n-4)\lambda\xi_g^{(n)}\left(\frac{k_g}{M_1}\right)^{n-4}\left(\frac{m_g}{M_1}\right)^2 \end{aligned} \tag{3.28}$$

que se reduz mais ainda se $M_1 \gg m_g$ apenas em primeira ordem no fator m_g^2/k_g^2:

$$v_g - v_f \approx -\left(\frac{m_g}{k_g}\right)^2 + (n-2)\lambda\xi_g^{(n)}\left(\frac{k_g}{M_1}\right)^{n-2}. \tag{3.29}$$

Note que a presença da massa do graviton é de extrema importância para extrair alguns limites a cerca da violação da invariância de Lorentz. Um exemplo disso é se admitimos que ambas as velocidades de grupo e de fase sejam iguais $(v_{g)} = v_f$. Neste regime devemos obter

$$\frac{\xi_g^{(n)}}{(M_1)^{n-2}} = \frac{1}{(n-2)}\frac{m_g^2}{(k_g)^n} \tag{3.30}$$

Esta expressão será útil para futuros cálculos de fenomenologia.

Capítulo 4

Limites Fenomenológicos

Neste capítulo, devemos usar alguns aspectos das velocidades de propagações dos fótons e dos grávitons massivos e impor limites sobre os parâmetros que controlam a violação da invariância de Lorentz no electromagnetismo, ξ_γ e na gravitação, ξ_g. Para este fim, devemos usar uma relação nas observações do Fermi (GMB) e LIGO (GW150914) que reproduz uma medida no atraso temporal de $\Delta t \sim 0.40\,\mathrm{s}$ entre o as propagações das ondas eletromagnéticas e gravitacionais [52]. Recentemente, uma abordagem gravitacional que viola a invariância de Lorentz foi introduzido de tal maneira a se investigar o seus efeitos na propagação das ondas gravitacionais [54]. Contudo, não é considerado os efeitos simultâneos da violação de Lorentz nos setores eletromagnéticos e gravitacionais. A seguir mostraremos um caminho diferente.

4.0.2 O Atraso Temporal na Propagação entre Fótons e Grávitons

A diferença entre as propagações das ondas gravitacionais e eletromagnéticas: $\Delta t = \Delta t_g - \Delta t_\gamma$, é dada por [48]:

$$\Delta t = \Delta t_a - (1+z)\Delta t_e. \tag{4.1}$$

Onde Δt_a (a quantidade medida) é o atraso na chegada na terra e Δt_e (a quantidade desconhecida) é o atraso de emissão da fonte em função do redshift z. Aqui nós assumimos que $\Delta t_e = 0$ para as velocidades dos grávitons e dos fótons e assim, obter limites sobre a violação de invariância de Lorentz. Ao considerarmos um modelo de universo espacialmente plano, $\Omega_k = 0$ admitimos a propagação de fótons e grávitons superluminais. Neste cenário, a expressão para o atraso temporal é dada como

$$\Delta t_a = \Delta t_g - \Delta t_\gamma = H_0^{-1}\int_0^z \left(\frac{1}{v_{g(+)}} - \frac{1}{v_{\gamma(+)}}\right)\frac{dz'}{\sqrt{\Omega_m(1+z')^3 + \Omega_\Lambda}} \tag{4.2}$$

onde $H_0 = 67.8\,\mathrm{Km}\,(\mathrm{s\,Mpc})^{-1}$ é a constante de Hubble ($H_0^{-1} = 4.55 \times 10^{17}\,\mathrm{s}$), Ω_m é parâmetro que define a quantidade de matéria no universo e Ω_Λ é o parâmetro de densidade de energia escura. Usando as Eq.(2.44) e Eq.(3.25) temos primeiro:

$$\left(\frac{1}{v_{g(+)}} - \frac{1}{v_{\gamma(+)}}\right) \approx \frac{m_g^2}{2k_g^2} - (n-1)\left(\xi_g^{(n)}\left(\frac{k_g}{M_1}\right)^{n-2} - \xi_\gamma^{(n)}\left(\frac{k_\gamma}{M}\right)^{n-2}\right) \tag{4.3}$$

que associada a Eq.(3.30) devemos obter

$$\left(\frac{1}{v_{g(+)}} - \frac{1}{v_{\gamma(+)}}\right) \approx -\left(\frac{n}{(n-2)}\frac{m_g^2}{2k_g^2} - (n-1)\xi_\gamma^{(n)}\left(\frac{k_\gamma}{M}\right)^{n-2}\right). \tag{4.4}$$

Inserindo a Eq.(4.4) na Eq.(4.2), encontramos finalmente

$$\Delta t_a = -H_0^{-1}\left(\frac{n}{(n-2)}\frac{m_g^2}{2k_g^2} - (n-1)\xi_\gamma^{(n)}\left(\frac{k_\gamma}{M}\right)^{n-2}\right)\int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_m(1+z')^3 + \Omega_\Lambda}}. \tag{4.5}$$

tal que

$$\frac{\xi_\gamma^{(n)}}{(M)^{n-2}} = \frac{(k_\gamma)^{2-n}}{(n-1)}\left[\frac{n}{(n-2)}\frac{m_g^2}{2k_g^2} - \frac{\Delta t_a}{(n-1)H_0^{-1}}\left(\int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_m(1+z')^3 + \Omega_\Lambda}}\right)^{-1}\right]. \tag{4.6}$$

Agora resolvendo a integral da Eq.(4.6) para $\Omega_m = 0.31$, $\Omega_\Lambda = 0.69$ e o redshift $z = 0.09$ e usando os seguintes valores: $\Delta t_a = 0.40\,\mathrm{s}$, $k_g \sim 4.13 \times 10^{-13}$ eV, $m_g \sim 10^{-22}$eV e $k_\gamma \sim 50\,\mathrm{keV}$ sendo a energia dos fótons emitidos de explosões de raios gama monitorada pelo Fermi(GMB)[29]. Obtemos

$$\xi_\gamma^{(n)} \lesssim \frac{\big((0.29)n^2 - (10.19)n - 19.80\big) \times 10^{-(4n+11)}}{(n-1)(n-2)(5.0)^{n-2}}\left(\frac{M}{\mathrm{eV}}\right)^{n-2}, \tag{4.7}$$

a qual para $n = 3$, tem-se:

$$\xi_\gamma^{(n=3)} \lesssim (3.0\,M) \times 10^{-22}(\mathrm{eV})^{-1}, \tag{4.8}$$

que corresponde a um parâmetro dependente da escala de massa. Em particular, ao considerar $M \sim 10^{28}$eV, como sugerido em [51, 31] na Eq.(4.8)devemos obter $\xi_\gamma^{(n=3)} \sim 10^6$. Portanto para essa escala de massa, o resultado não é adequado fenomenologicamente. Conclui-se então que o valor para M necessita de ajustes talvez para uma escala intermediária tal como a de Horăva-Lifshitz (veja em [49]).

Note que através da Eq.(3.30) devemos encontrar

$$\xi_g^{(n=3)} \lesssim \frac{10^{-44+13n}}{(4.13)^n(n-2)}\left(\frac{M_1}{\mathrm{eV}}\right)^{n-2} \tag{4.9}$$

a qual para $n = 3$, tem-se

$$\xi_g^{(n=3)} \lesssim \big(1.4\, M_1\big) \times 10^{-7} \big(\mathrm{eV}\big)^{-1} \tag{4.10}$$

Portanto uma relação que podemos obter é dada através de

$$\frac{\xi_g^{(n=3)}}{\xi_\gamma^{(n=3)}} = 2.1 \times 10^{15} \left(\frac{M_1}{M}\right). \tag{4.11}$$

Note que se for considerado $M \gg M_1$ temos que a razão acima tende a valores realisticamente fenomenológicos.

4.0.3 Diferença Entre as Velocidades dos Fótons e Grávitons

Diante dos resultados obtidos anteriormente, podemos impor limites para a diferença entre as velocidades dos fótons e grávitons. Primeiro determinamos a velocidade para o grávitons. Neste caso, inserindo a Eq.(3.30) na Eq.(3.25), obtemos

$$\begin{aligned} v_g &= 1 - \left(1 - \frac{\lambda(n-1)}{(n-2)}\right) \frac{m_g^2}{2k_g^2} \\ &= 1 - (0.5)\left(1 - \frac{\lambda(n-1)}{(n-2)}\right) \times 10^{-18} \end{aligned} \tag{4.12}$$

que independe explicitamente da influência da violação de Lorentz, mesmo assim, ainda dependente da polarização. Claro, levando em conta o caso particular que as velocidade de grupo e de fase sejam iguais. Para $(\lambda = -1)$ e $n = 3$, temos:

$$v_g = 1 - 1.50 \times 10^{-18}. \tag{4.13}$$

Agora inserindo a equação Eq.(4.7) na equação Eq.(2.44), temos a velocidade de grupo do fóton:

$$v_\gamma = 1 + \lambda \frac{\big((0.29)n^2 - (10.19)n - 19.80\big) \times 10^{-(4n+11)}}{(n-2)(5.0)^{(n-2)}} \left(\frac{k_\gamma}{\mathrm{eV}}\right)^{n-2}. \tag{4.14}$$

Assim, obtemos para $(\lambda = -1)$ e $n = 3$:

$$v_\gamma \lesssim 1 + 4.77 \times 10^{-18}. \tag{4.15}$$

E conseqüentemente, diferença entre as velocidades dos fótons e grávitons é

$$v_\gamma - v_g \lesssim 0.62 \times 10^{-17} \tag{4.16}$$

que é aproximadamente os limites encontrados em [31] (veja também [32]).

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho, tomamos como base o modelo de Myers-Pospelov e estudamos os efeitos da LIV pela introdução de operadores de altas ordens derivativas como extensões efetivas das teorias eletromagnética e gravitacional massiva. Então calculamos as equações de movimento e as relações de dispersão para ambos os setores. Em seguida, fizemos análise detalhadas das velocidades dos fótons e dos grávitons massivos, bem como, as possíveis relações entre elas.

Assumindo-se que as ondas detectadas (eletromagnéticas e as gravitacionais) sejam produzidas pelo mesmo processo astrofísicos, limites sobre os parâmetros que controlam a LIV nos setores eletromagnético, ξ_γ e gravitacional, ξ_g, são obtidos através do significado das velocidades associadas, o atraso temporal na propagação dos fótons e gráviotons e entre as velocidades dos fótons e grávitons. Para alguns casos, verificamos uma dependência de ξ_γ e ξ_g das respectivas escalas de massa, M e M_1 pelas quais os efeitos da LIV tornam-se relevantes. Quando consideramos valores específicos para as escalas M_1 e M encontramos valores associados a ξ_g e ξ_γ inconsistentes do ponto de vista fenomenológico. Contudo, quando consideramos a razão entre ξ_g e ξ_γ até pode ser interessante do ponto de vista fenomenológico, se $M \gg M_1$. Finalmente, estimamos um valor entre as velocidades do fóton e do gráviton que é compatível com alguns resultados já apresentados na literatura.

As diversas determinações de restrições de modelos que violam a simetria de Lorentz através de dados astrofísicos compõem uma linha de pesquisa bastante atual e frutífera. Neste sentido, nosso trabalho pode gerar outros novos estudos. Como exemplo, pode-se manter os mesmos modelos abordados aqui e testá-los pelo uso de outros eventos de GRB e GW. Além disso, pode-se construir modelos fermiônicos em altas ordens derivativas e determinar suas restrições através de dados de detecção de neutrinos oriundos de eventos de supernova.

Referências Bibliográficas

[1] V. A. Kostelecky and S. Samuel, Phys. Rev. D **39**, 683 (1989); 40, 1886 (1989).

[2] V. A. Kostelecky and R. Potting, Nucl. Phys. B**359**, 545 (1991); Phys. Rev. D **51**, 3923 (1995).

[3] D. Colladay and V. A. Kostelecky, Phys. Rev. D **55**, 6760 (1997); Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998).

[4] G. Amelino-Camelia, J. R. Ellis, N. E. Mavromatos, D. V. Nanopoulos, and S. Sarkar, Nature (London) **393**, 763 (1998).

[5] S. M. Carroll, J. A. Harvey, V. A. Kostelecky, C. D. Lane, and T. Okamoto, Phys. Rev. Lett. **87**, 141601 (2001); J. Lukierski, H. Ruegg, and W. J. Zakrzewski, Ann. Phys. (N.Y.) **243**, 90 (1995); G. Amelino-Camelia and S. Majid, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 4301 (2000); J. Gamboa, J. Lopez- Sarrion, and A. P. Polychronakos, Phys. Lett. B **634**, 471 (2006).

[6] G. Amelino-Camelia, Int. J. Mod. Phys. D **11**, 35 (2002); J. Magueijo and L. Smolin, Phys. Rev. Lett. **88**, 190403 (2002); T. Jacobson, S. Liberati, and D. Mattingly, Phys. Rev. D **67**, 124011 (2003).

[7] R. C. Myers and M. Pospelov, Phys. Rev. Lett. **90**, 211601 (2003).

[8] P. Horava, Phys. Lett. **B** 694, 172 (2011).

[9] V. A. Kostelecky and N. Russell, arXiv:0801.0287.

[10] S. M. Carroll, G. B. Field, and R. Jackiw, Phys. Rev. D **41**, 1231 (1990).

[11] V. A. Kostelecky and M. Mewes, Astrophys. J. **689**, L1 (2008); Phys. Rev. D **80**, 015020 (2009).

[12] M. Galaverni and G. Sigl, Phys. Rev. Lett. **100**, 021102 (2008).

[13] L. Maccione, S. Liberati, A. Celotti, and J. G. Kirk, J. Cosmol. Astropart. Phys. **10**, 013 (2007); L. Maccione and S. Liberati, J. Cosmol. Astropart. Phys. **08**, 027 (2008).

[14] G. Amelino-Camelia, J. R. Ellis, N. E. Mavromatos, D. V. N anopoulos, and S. Sarkar, Nature (London) **393**, 763 (1998).

[15] P. Laurent, D. Gotz, P. Binetruy, S. Covino and A. Fernandez-Soto, Phys. Rev. D **83**, 121301 (2011).

[16] F. Ahmadi, J. Khodagholizadeh and H. R. Sepangi, Astrophys. Space Sci. **342** , 487 (2012).

[17] H. Krawczynski *et al.*, arXiv:1303.7158 [astro-ph.HE].

[18] A. A. Abdo, M. Ackermann, M. Ajello, *et al.*, Nature (London) **462**, 331 (2009); V. Vasileiou, *et al.*, Phys. Rev. D **87**, 122001 (2013).

[19] . Aharonian, A. G. Akhperjanian, U. Barres de Almeida, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 402 (2008).

[20] J. Albert, **et al.** [MAGIC and Other Contributors Collaborations], Phys. Lett. B **668**, 253 (2008).

[21] R. Gambini and J. Pullin, Phys. Rev. D **59**, 124021 (1999).

[22] R. J. Gleiser and C. N. Kozameh, Phys. Rev. D **64**, 083007 (2001).

[23] G. Amelino-Camelia, New J. Phys. **6**, 188 (2004).

[24] D. Mattingly, Living Rev. Rel. **8**, 5 (2005).

[25] L. Maccione and S. Liberati, JCAP **0808**, 027 (2008).

[26] B. P. Abbott *et al.*, Phys. Rev. Lett. **116**, no. 6, 061102 (2016).

[27] B. P. Abbott *et al.* [LIGO Scientific and Virgo Collaborations], Phys. Rev. Lett. **116**, no. 24, 241103 (2016) [arXiv:1606.04855 [gr-qc]].

[28] S. B. Giddings, [arXiv:1602.03622 [gr-qc]].

[29] V. Connaughton *et al.*, Astrophys. J. **826**, no. 1, L6 (2016) [arXiv:1602.03920 [astro-ph.HE]].

[30] D. Blas, M. M. Ivanov, I. Sawicki and S. Sibiryakov, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **103**, no. 10, 708 (2016) [JETP Lett. **103**, no. 10, 624 (2016)] [arXiv:1602.04188 [gr-qc]].

[31] J. Ellis, N. E. Mavromatos and D. V. Nanopoulos, Mod. Phys. Lett. A **31**, no. 26, 1675001 (2016) [arXiv:1602.04764 [gr-qc]].

[32] G. Calcagni, arXiv:1603.03046 [gr-qc] (2016); M. Arzano and G. Calcagni, Phys. Rev. D **93**, no. 12, 124065 (2016) Addendum: [Phys. Rev. D **94**, no. 4, 049907 (2016)] [arXiv:1604.00541 [gr-qc]].

[33] V. Branchina and M. De Domenico, arXiv:1604.0853 [gr-qc] (2016).

[34] M. Lyutikov, [arXiv:1602.07352 [astro-ph]] (2016).

[35] A. Loeb, Astrophys. J. **819**, no. 2, L21 (2016) .

[36] B. J. Morsony, J. C. Workman and D. M. Ryan, Astrophys. J. **825**, no. 2, L24 (2016).

[37] A.J. Hariton and Ralf Lehnert, Center for Theoretical Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139 (Dated: December 15, 2006)

[38] Lewis H. Ryder. Quantum Field Theory. Cambridge University Press, (1995); Ramond Pierre. Field Theory. A modern Primer. The Benjiamin Cummings Publishing Company, Inc., (1983).

[39] V. A. Kostelecky, Phys. Rev. D **69**, 105009 (2004) [hep-th/0312310].

[40] R. Bluhm, Phys. Rev. D **91**, no. 6, 065034 (2015) [arXiv:1401.4515 [gr-qc]].

[41] C. A. G. Almeida, M. A. Anacleto, F. A. Brito, and E. Passos, Eur. Phys. J. C **72**, 1855 (2012) [arXiv:1111.0093 [hep-ph]].

[42] C. M. Reyes, Phys. Rev. D 82, 125036 (2010).

[43] L. S. Grigorio, M. S. Guimaraes, R. Rougemont, C. Wotzasek and C. A. D. Zarro, Phys. Rev. D **86**, 027705 (2012) [arXiv:1202.3798 [hep-th]]; M. S. Guimaraes, R. Rougemont, C. Wotzasek and C. A. D. Zarro, Phys. Lett. B **723**, 422 (2013) [arXiv:1209.3073 [hep-th]]; L. S. Grigorio, M. S. Guimaraes, R. Rougemont, C. Wotzasek and C. A. D. Zarro, Phys. Rev. D **88**, 065009 (2013) [arXiv:1307.1035 [hep-th]]; J. R. Nascimento, A. Y. Petrov, C. Wotzasek and C. A. D. Zarro, Phys. Rev. D **89**, no. 6, 065030 (2014) [arXiv:1403.0786 [hep-th]].

[44] S. Elitzur, Phys. Rev. D **12**, 3978 (1975).

[45] R. Rougemont, J. Noronha, C. A. D. Zarro, C. Wotzasek, M. S. Guimaraes and D. R. Granado, JHEP **1507**, 070 (2015) [arXiv:1505.02442 [hep-th]].

[46] K. Hinterbichler, Rev. Mod. Phys. **84**, 671 (2012) [arXiv:1105.3735 [hep-th]].

[47] R. C. Myers and M. Pospelov, Phys. Rev. Lett. **90**, 211601 (2003).

[48] V. Branchina and M. De Domenico, arXiv:1604.0853 [gr-qc] (2016).

[49] E. Passos, E. M. C. Abreu, M. A. Anacleto, F. A. Brito, C. Wotzasek and C. A. D. Zarro, Phys. Rev. D **93**, no. 8, 085022 (2016) [arXiv:1603.01558 [hep-th]].

[50] K. Hinterbichler, Rev. Mod. Phys. **84**, 671 (2012) [arXiv:1105.3735 [hep-th]].

[51] J. Albert *et al.* [MAGIC and Other Contributors Collaborations], Phys. Lett. B **668**, 253 (2008) doi:10.1016/j.physletb.2008.08.053 [arXiv:0708.2889 [astro-ph]].

[52] V. Connaughton *et al.*, Astrophys. J. **826**, no. 1, L6 (2016) [arXiv:1602.03920 [astro-ph.HE]].

[53] A. Ferrari, M. Gomes, J. R. Nascimento, E. Passos, A. Y. Petrov, and A. J. da Silva, Phys. Lett. B **652**, 174 (2007).

[54] Q. G. Bailey, A. Kostelecký and R. Xu, Phys. Rev. D **91**, no. 2, 022006 (2015) [arXiv:1410.6162 [gr-qc]]; V. A. Kostelecký and M. Mewes, Phys. Lett. B **757**, 510 (2016) [arXiv:1602.04782 [gr-qc]]; A. Kostelecky and M. Mewes, arXiv:1611.10313 [gr-qc];