



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE
UNIDADE ACADÊMICA DE EDUCAÇÃO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RICARDO DA SILVA NASCIMENTO

MATEMÁTICA E MÚSICA: tópicos elementares
do monocórdio ao violão

Cuité - PB
2017

UFMG/BIBLIOTECA

RICARDO DA SILVA NASCIMENTO

**MATEMÁTICA E MÚSICA: tópicos elementares
do monocórdio ao violão**

TCC apresentado ao curso Graduação em Licenciatura em Matemática do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande em cumprimento às exigências do Componente Curricular Trabalho Acadêmico Orientado, para obtenção do grau de Graduado em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Ms. Marciel Medeiros de Oliveira

Cuité-PB

2017

UFCG/BIBLIOTECA



Biblioteca Setorial do CES.

Julho de 2021.

Cuité - PB

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA NA FONTE
Responsabilidade Jesiel Ferreira Gomes – CRB 15 – 256

N244m Nascimento, Ricardo da Silva.

Matemática e música: tópicos elementares do monocórdio ao violão. / Ricardo da Silva Nascimento. – Cuité: CES, 2017.

29 fl.

Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Centro de Educação e Saúde / UFCEG, 2017.

Orientador: Msc. Maciel Medeiros de Oliveira.

1. Matemática. 2. Música. 3. Monocórdio. I. Título.

Biblioteca do CES - UFCEG

CDU 51:7

RICARDO DA SILVA NASCIMENTO

MATEMÁTICA E MÚSICA: tópicos elementares do monocórdio ao
violão

Monografia apresentada à Banca Examinadora,
como exigência parcial à conclusão do Curso de
Licenciatura em Matemática, da Universidade
Federal de Campina Grande, sob orientação do
Prof. Ms. Marciel Medeiros de Oliveira

Aprovada em: 05/04/2017

BANCA EXAMINADORA

Marciel Medeiros de Oliveira

Prof. Ms. Marciel Medeiros de Oliveira
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Jaqueline Foratto Lixandrão Santos

Profa. Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos.
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Jussie Ubaldo da Silva

Prof. Ms. Jussie Ubaldo da Silva
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

CUITÉ - PB

2017

UFCG/BIBLIOTECA

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus que dar força e coragem em todos os momentos da minha vida. A minha família pelo apoio incondicional.

Aos amigos que dividiram comigo tantas alegrias e desafios...

Quero mencionar primeiramente o Professor Ms. Marciel Medeiros, orientador deste projeto, pela confiança em mim depositada na elaboração do mesmo. A Professora Maria Aparecida a qual tive o prazer de ter como professora durante meu ensino médio.

Agradeço as pessoas que consciente ou inconscientemente estiveram presentes comigo nessa jornada.

A todos que estiveram comigo nos momentos difíceis de saúde que passei, como meus familiares e Ana Cristina, por ter me dado apoio e sempre pronta a me ajudar quando necessário, assim como, a todos que me deram força, neste momento que passei.

Aos que compartilharam do mesmo sonho, meus colegas de curso, aos que me acolheram e ofereceram amizade nos momentos mais difíceis. Aos que me incentivaram e torceram pelo meu sucesso e conquista!

A todos, minha eterna gratidão e o meu mais sincero obrigado!

Venho dedicar esse trabalho a todos os meus professores que fizeram de me um ser humano mais capacitado e comprometido com a educação.

Aos meus amigos e professores Anderson Freire e Orlando Silva, os quais me mostraram a beleza da música através de suas aulas de violão, que foi onde tive a ideia de fazer essa fusão entre a Matemática e a Música.

Dedico também a minha família, que em meio a dificuldades nesse percurso sempre me apoiaram e me incentivaram, fazendo com que eu pudesse concluir com sucesso cada etapa dessa jornada.

Esse projeto também é dedicado a todos que veem a Matemática e a Música como elos que ligam a Ciência e a Arte.

Deus te dá dom da vida para que tu possas viver segundo seus costumes, mais também te dá o livre arbítrio para fazer o que o que achas que é certo.

Temos um tempo de vida determinado por Deus, também somos responsáveis por nossos atos, os quais trarão consequências boas ou ruins.

Seja dono das suas próprias vontades, siga sua vida segundo seus princípios, lute por aquilo que acha ser o melhor para você.

Cada dia que você acorda, é a continuidade do ontem e a espera do amanhã. Por isso levante-se e diga: eu vou, eu quero, eu consigo.

Ricardo Nascimento

Resumo

O objetivo a ser trabalhado é fazer de modo elementar uma relação entre Matemática e a Música, desde a Grécia Antiga, nas quais serão abordadas algumas escalas musicais. Sabe-se mediante fatos históricos que Pitágoras foi o primeiro a iniciar esse processo de estudos onde envolvia a Matemática e a Música, juntamente com sus alunos. Foi até de um de seus alunos, Arquitas, que teria definido a música como uma das quatro ciências matemática a serem lecionadas na Europa na Idade Média. Este trabalho tenta apresentar de forma simples algumas interações entre Matemática e Música, fazendo uma análise de a algumas proporções musicais que auxiliam na observação da escala musical Pitagórica e suas particularidades, através do estudo do monocórdio. Introduziremos também, o conceito e as vantagens da escala temperada, aquela que é usada pelos músicos ocidentais atualmente. Pretendemos, ainda, analisar o processo de construção de algumas escalas musicais, dentre elas, os modos de escalas utilizadas na Grécia Antiga, baseada em razões de números inteiros e a Escala Temperada, largamente utilizada na música ocidental.

Palavras-chave: Matemática. Música. Monocórdio.

Abstract

The objective to be worked is to make elementary a relationship between Mathematics and Music, from Ancient Greece, in which will be approached some musical scales. It is known through historical facts that Pitágoras was the first to begin this process of studies where it involved Mathematics and Music together with its students. It was even one of his pupils, Architas, who would have defined music as one of the four mathematical sciences to be taught in Europe in the Middle Ages. This work tries to present in a simple way some interactions between Mathematics and Music, making an analysis of the some musical proportions that help in the observation of the musical scale Pythagorean and its particularities, through the study of the monochord. We will also introduce the concept and advantages of the tempered scale, the one that is used by Western musicians today. We also intend to analyze the process of construction of some musical scales, among them, the scales modes used in Ancient Greece, based on integer ratios and the Tempered Scale, widely used in western music.

Keywords: Mathematics. Music. Monocord.

Sumário

INTRODUÇÃO	9
1 TÓPICOS HISTÓRICOS SOBRE MATEMÁTICA E MÚSICA	11
2 RAZÃO E PROPORÇÃO NO ESTUDO DA MÚSICA E DA MATEMÁTICA	15
3 RELAÇÕES ENTRE A MATEMÁTICA ELEMENTAR E TEORIA MUSICAL	19
CONSIDERAÇÕES FINAIS	26
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	27

INTRODUÇÃO

Em nosso cotidiano, nos deparamos com situações que envolvem a Matemática junto às demais ciências. Na aplicação da Matemática no cotidiano, existem várias indagações sobre sua aplicabilidade. A partir disso, vamos fazer um estudo bastante elementar que relaciona os conceitos matemáticos de razão e proporção na elaboração das escalas musicais. Fazer o estudo dessas duas ciências é entender a contribuição Matemática e Musical que Pitágoras nos proporcionou e está presente até os dias atuais em nossas vidas.

O que será proposto nesse trabalho não conta com um grande número de publicações para estudo, por outro lado, dará oportunidade para aqueles que se interessam pelo tema, ter mais um meio uma fonte para pesquisar.

Para entender um pouco a música, temos que desmistificar a ideia de que Matemática é para poucos, busca-se aqui compreender que a matemática não é apenas números e abstrações e está presente em todos os ramos, e por isso, usaremos a Música para estabelecer elos entre o abstrato e o concreto.

Pretendemos com esse trabalho fazer com que as discussões entre Matemática e Música tenha o papel de aperfeiçoar o conhecimento matemático aplicado Música, além disso, fazer com que a Matemática tenha meios mais atrativos para motivar ainda mais os seus estudos. São duas áreas que fazem parte do nosso dia-a-dia e a través deste estudo pretendemos fazer com que o leitor tenha um melhor entendimento e compreensões na relação básicas existente entre essas duas ciências.

O que será tratado neste trabalho não é apenas para os amantes da música, mas também para os que buscam apreciar a Matemática elementar através de suas aplicações, além de proporcionar um estudo interdisciplinar, envolvendo a harmonia dos sons e a arte dos números.

Nesse sentido, este trabalho está organizado em três capítulos que vão tratar da relação das duas ciências. O primeiro capítulo nos mostrará alguns aspectos históricos que ligam a matemática e a música, através de algumas abordagens desde a Grécia Antiga. O segundo capítulo vai nos trazer conceitos matemáticos para entender a relação entre a música e a matemática, através das proporções matemáticas estudadas por Pitágoras. O terceiro capítulo nos mostra a junção entre matemática e música, trans-

pondo os estudos do Monocórdio para violão fazendo uma mistura entre matemática elementar e teoria musical.

Capítulo 1

TÓPICOS HISTÓRICOS SOBRE MATEMÁTICA E MÚSICA

Será trabalhado neste Capítulo a abordagem de alguns fatos históricos sobre a relação entre a Música e a Matemática.

Provavelmente as relações entre Música e Matemática remontam a Grécia antiga, pelo fato de que em várias civilizações era possível encontrar algum tipo de manifestação musical e Matemática.

A Música, provavelmente, advém da mitologia Grega por Orfeu, que tinha como instrumento de trabalho a Lira,

Figura 1.1: Lira



Fonte: Blog anonadirecao ¹

¹Disponível em: <https://anonadirecao.wordpress.com/2015/01/10/um-pouco-sobre-orfeu-e-os-hinos-orficos/>

Esse instrumento, tocado por Orfeu nos remete à alguns mitos, tais como: sustava rios, amansava animais e levantava pedras.

Figura 1.2: Ilustração de Orfeu tocando sua Lira



Fonte: Mitologia Grega BR- curiosidade sobre Deuses, Monstros e Heróis²

A Matemática por sua vez estava presente praticamente em todas as civilizações, a qual era utilizada na contagem de animais, de objetos, de habitantes e etc.

O que podemos falar em linhas gerais sobre a relação entre a Matemática e a Música é a busca para equacionar e solucionar o problema de consonância, que seria a união ou reunião de sons harmônicos, de modo que tivesse uma justificativa científica para tal conceito. Cada povo na sua determinada época possuía seu jeito de organizar suas escalas musicais,³ mas era possível encontrar alguma semelhança em comum. Os modos em que os gregos organizavam suas escalas, eram definidas da seguinte forma: Modo Jônico, Modo Dórico, Modo Frígio, Modo Lídio, Modo Mixolídio, Modo Eólico e Modo Lócrio, os quais serão melhor definidos no Capítulo 3 deste trabalho.

Adentrando no campo da teoria musical, faz sentido chamar atenção para os tetracordes⁴ que foram desenvolvidos pelos gregos e em seguida a escala musical com sete tons. Alguns teóricos da Música, tais como Pitágoras, que ao passar em frente a uma oficina de ferreiro escutou o som das batidas de diferentes martelos percebeu que mesmo os seus pesos sendo diferentes ressoavam com vibrações semelhantes e a partir disso, vendo que os pesos dos martelos eram proporcionais, começou seus estudos onde estabelecendo uma afinação que é conhecida como percursos de quinta,⁵ valorizando os intervalos das quintas para a obtenção das notas da escala chamada "Escala Pitagórica".

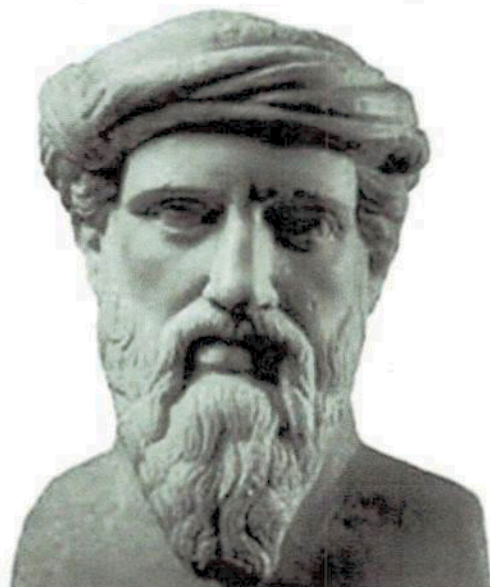
²Disponível em: <http://mitologiagrega.net.br/orfeu-o-poeta-que-desceu-ao-inferno/>

³Escalas musicais são as sequências de notas ordenadas.

⁴Tetracordes é uma série de quatro tons que preenchem um intervalo de quatro justas, numa frequência de proporção 4:3. Modernamente o termo é usado para qualquer segmento de escala ou série tonal de quatro notas.

⁵Quinta é o intervalo entre uma nota e outra, que esteja a quatro graus de distância da primeira, dentro de uma escala.

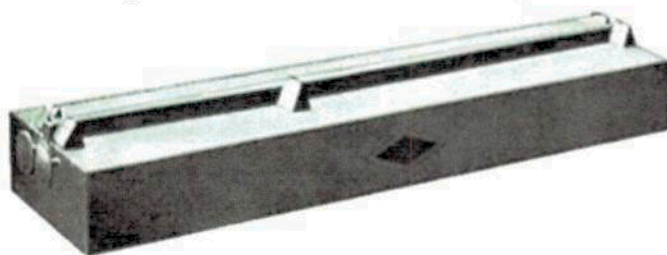
Figura 1.3: Busto de Pitágoras



Autor: Centro de Pesquisa da Antiguidade ⁶

O equipamento utilizado para os estudos de Pitágoras sobre Música foi desenvolvido por ele mesmo e recebeu o nome de "Monocórdio de Pitágoras". Esse equipamento era uma caixa acústica com um furo no meio e uma corda esticada e sobreposta a dois cavaletes fixos e um móvel que servia para ele fazer a divisão e conseqüentemente, o estudo da escala pitagórica na obtenção de suas frações.

Figura 1.4: Monocórdio de Pitágoras



Fonte: [http:// www.acanto.com.br](http://www.acanto.com.br)⁷

Segundo o estudioso Wisnik (1999), Pitágoras descobriu uma certa ordem numérica inerente ao som. E isso possibilitou fazer uma analogia entre duas séries: o som e o número, um princípio universal extensivo a outras ordens, como as dos astros celestes.

Já segundo Abdounur (2000) Pitágoras continuou seus experimentos investigando a relação entre o comprimento de uma corda vibrante e o tom musical produzido por

⁶Disponível em: <https://cpantiguidade.wordpress.com/2010/03/10/pitagoras-a-musica-como-ponte-entre-a-filosofia-e-a-matematica/>

⁷Disponível em: <https://arquiteturaemusica.wordpress.com/2014/01/01/pitagoras-e-a-harmonia/>

ela. Isso pode ser considerado a primeira descoberta empírica. O experimento de Pitágoras é ainda o primeiro registrado na história da ciência, no sentido de isolar algum dispositivo para observar fenômenos de forma artificial.

Por outro lado, Arquitas de Tarento⁸, também teve uma grande participação no estudo da relação entre a Matemática e a Música, dando uma importante contribuição construindo sua musical escala baseada nas frações estudadas por Pitágoras. Arquitas é considerado um dos mais importantes teóricos musicais da época e também deu sua contribuição para desenvolvimento da Música. Na trilha da história, segundo Juliani (2003), na idade média, temos uma forte contribuição para o estudo entre Matemática e Música ocidental do escritor Boetius. Desse período até o Renascimento, a música ocidental sofreram mudanças substanciais, pois partiram de uma concepção exclusivamente melódica rumo a um caráter principalmente harmônico. Foi a partir do Renascimento que as interações entre a Matemática e Música se tornam ainda mais fortes com Gioseffe Zarlino e Marin Mersenne.

Diante do exposto entendemos q ue a Matemática e a Música se relacionam de muito perto e de há muito tempo, fato que se evidencia nos tópicos apresentados.

A seguir adentraremos mais fortemente na relação entre Matemática e Música.

⁸Matemático, astrônomo, músico e político grego, nascido em Tarento, cidade colonial grega hoje do sul da Itália, foi um dos principais responsáveis por algumas mudanças fundamentais na Matemática do quinto século antes de Cristo

Capítulo 2

RAZÃO E PROPORÇÃO NO ESTUDO DA MÚSICA E DA MATEMÁTICA

Como foi anunciado no Capítulo anterior, segundo a lenda, Pitágoras ao ter passado em frente a uma oficina e percebeu que as batidas dos martelos combinavam, em outras palavras, que esses sons eram harmônicos.

Talvez pensou Pitágoras, que cada som produzido dependia das mãos de quem estava batendo os martelos e para tirar sua dúvida, para que o ferreiro trocasse de martelo e usasse os quatro martelos que estavam à sua disposição. Com isso, ele percebeu que o som de cada martelo era o mesmo, isto é, produzia uma harmonia de sons.

Figura 2.1: Ilustração do martelo de Pitágoras



Fonte: Fondon Wikia¹

Depois de fazer essa observação, Pitágoras fez a pesagem nos referidos martelos e notou que o primeiro pesava 12, o segundo pesava 9, o terceiro pesava 8 e o quarto

¹Disponível em: <http://pt-br.hungryjoker.wikia.com/wiki/Martelo-de-PitC3A1goras>

pesava 6 unidades de peso de tal unidade usada na época, e não se sabe ao certo qual era essa unidade.

Nesse contexto, a misticidade dos números fica evidente quando se observam os denominadores das seguintes frações:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \text{ e } \frac{3}{4}$$

Note que se tomarmos a medida doze como sendo o número inteiro, as frações acima relacionavam os pesos dos martelos da oficina e cujos numeradores têm algumas propriedades, como se podemos observar abaixo:

$$\frac{12}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12} \text{ e } \frac{9}{12}$$

Observe ainda que:

i) $9 = \frac{6+12}{2}$ (**Média Aritmética** entre 6 e 12);

ii) $8 = \frac{2}{\frac{1}{6} + \frac{1}{12}}$ (**Média Harmônica** entre 6 e 12);

iii) $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ (Seis, oito, nove e doze formam uma **Proporção**).

Ainda seguindo nesse contexto, se considerarmos a proporção

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

com $b \neq 0$ e $c \neq 0$, para os gregos, a definição de média aritmética de dois números, dizia que é o número que excede o menor de uma mesma quantidade que é excedido pelo maior o que nos diz que,

$$b - a = a - c$$

$$2a = b + c$$

ou ainda,

$$a = \frac{1}{2}(b + c).$$

Ainda para os gregos, a média harmônica de dois números é definida como sendo o número cuja diferença para o maior dividida pela diferença com o menor é igual a divisão do maior pelo menor. Nesse caso,

$$\frac{b - d}{d - c} = \frac{b}{c}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

ou ainda

$$d = 2\left(\frac{bc}{b+c}\right)$$

Voltando a atenção para o que diz os pesos dos martelos e usando propriedades de simplificação de frações, percebemos algumas importantes relações:

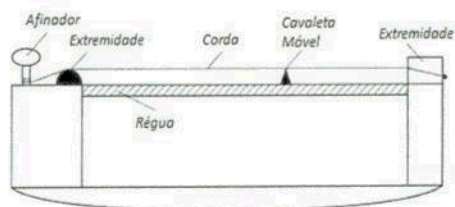
O martelo que pesava 6, correspondia ao peso do martelo que pesava 12, o que nos dava uma relação de um meio $\frac{1}{2}$.

O martelo que pesava 8, correspondia ao peso do martelo que pesava 12, o que nos dava uma relação de dois terços $\frac{2}{3}$.

O martelo que pesava 9, correspondia ao peso do martelo que pesava 12, o que nos dava uma relação de três quartos $\frac{3}{4}$.

Todas essas relações foram fundamentais para que Pitágoras pudesse fazer seus estudos no Monocórdio e criar escala pitagórica.

Figura 2.2: Monocórdio um pouco mais detalhado



Fonte: Minigatos (2006)

Fazendo a utilização dos pesos, Pitágoras usou as proporções e aplicou as mesmas no comprimento da corda do Monocórdio. Nas observações feitas percebeu ao pressionar e tocar a corda ao meio (ou $\frac{1}{2}$), ele produzia o mesmo som, só que mais agudo, o que representa na música uma oitava² da corda tocada inteira.

Fazendo um comparativo com um violão, ao tocar a primeira corda de baixo pra cima escutamos o som de um MI e se tocar a mesma ao meio também escutamos um MI só que mais agudo que é uma oitava do MI³. Ao fazer o mesmo processo, só que tocando agora a corda em dois terços $\frac{2}{3}$, Pitágoras notou que o som produzido era harmonioso com a nota tocada inicialmente, o que representa uma quinta. Reproduzindo isso no violão, tocando na mesma corda MI, vamos encontrar uma nota chamada de SI⁴ que tem uma boa harmonia com o MI. Continuando o processo, pressionou a corda em três quartos $\frac{3}{4}$ da corda estudada inicialmente, o som também ressoava harmonicamente, o que é a quarta⁵ da corda padrão tocada no início. Fazendo o mesmo no violão na corda

²Oitava é o intervalo entre uma nota musical ou outra com a metade ou o dobro de sua frequência.

³é a representação musical da nota MI na música.

⁴é a representação musical da nota SI na música.

⁵Quarta é o intervalo entre uma nota e outra, que esteja a três graus de distância da primeira, dentro de uma escala.

MI, vamos encontrar uma nota chamada de LÁ,⁶ também harmoniosa com o MI. O quadro abaixo mostra os intervalos musicais e suas referidas frequências.

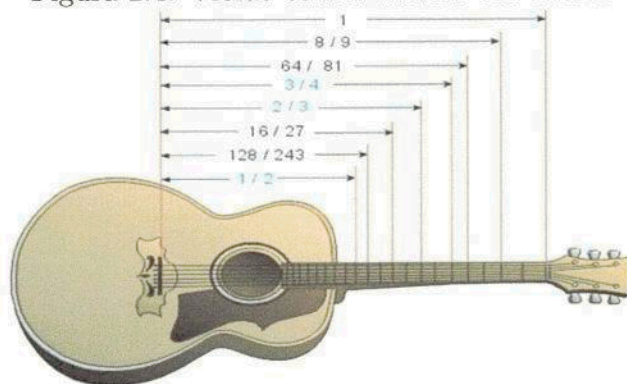
Figura 2.3: Quadro de frequência e intervalos

INTERVALOS	RAZÃO ENTRE O COMPRIMENTO DAS CORDAS
OITAVA	2:1
QUINTA	3:2
QUARTA	4:3
SEXTA	27:16
TERÇA	81:64
SEGUNDA	9:8
SÉTIMA	243:128

Fonte: Própria autoria.

Essas razões entre o comprimento das cordas e as referidas notas musicais podem ser vistas de melhor forma ilustrada na imagem a seguir.

Figura 2.4: Violão com a divisão das razões



Fonte: Blogava⁷

Com o exposto percebemos o papel importante da Matemática, mais precisamente dos conceitos de razão e proporção, no desenvolvimento da teoria Musical.

⁶é a representação musical da nota LÁ na música.

⁷Disponível em: <http://joseaugustogava.blogspot.com.br/2013/11/o-toque-fundamental-de-pi-da-serie.html>

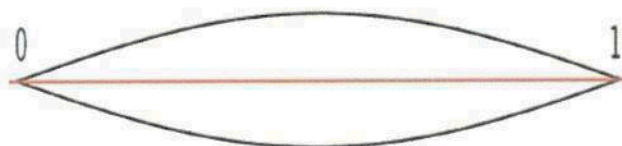
Capítulo 3

RELAÇÕES ENTRE A MATEMÁTICA ELEMENTAR E TEORIA MUSICAL

Vimos no Capítulo anterior que na Grécia Antiga, Pitágoras fez as grandes descobertas para a Música utilizando conceitos Matemáticos. Trazendo para nosso contexto utilizamos o violão como instrumento a ser aplicado as descobertas de feitas por Pitágoras, uma vez que podemos mostrar na prática algumas dessas descobertas.

Tomando como base do violão a corda MI (E), ao tocarmos ele vai ter uma vibração segundo mostra afigura abaixo.

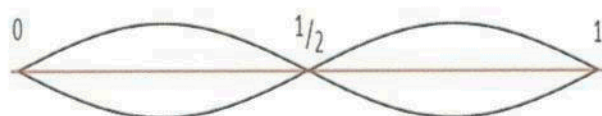
Figura 3.1: Vibração de uma corda inteira



Fonte: Própria autoria.

Ao fazer a divisão dessa corda ao meio, $(\frac{1}{2})$, assim como Pitágoras fez no Monocórdio, o som produzido será o mesmo MI da corda tocada solta, só que um MI mais agudo, ou seja, uma oitava a cima.

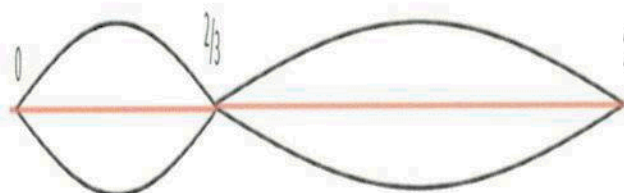
Figura 3.2: Vibração de uma corda tocada ao meio



Fonte: Própria autoria.

Continuando com esse processo de divisão da corda, vamos dividir esta corda MI em partes iguais e tocá-la na posição de $\frac{2}{3}$.

Figura 3.3: Vibração de uma corda tocada na posição de dois terços

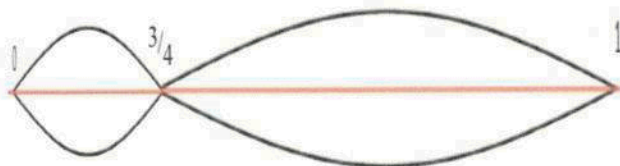


Fonte: Própria autoria.

Da mesma forma que Pitágoras observou, é possível entender que o som que ressoa não é o mesmo que o anterior, pois, seria um SI. Mas por outro lado, se unirmos esses sons percebemos uma harmonização entre ambos, que é agradável ao ouvido. Esses sons são agradáveis pelo fato de que essas divisões até o possuem uma relação matemática entre si.

Ao dividirmos essa mesma corda em quatro partes iguais como Pitágoras fez no Monocórdio, e tocarmos na posição $\frac{3}{4}$, como mostra a figura a seguir (Figura 3.4), vamos obter com uma nota LÁ. Essa nota, não tem o mesmo som encontrado nas anteriores, mas uma harmonização agradável quando tocada junto às outras.

Figura 3.4: Vibração de uma corda tocada na posição de três quartos



Fonte: Própria autoria.

Ao dividir ainda mais a corda e combinando matematicamente e foi possível a Pitágoras criar algumas escalas musicais que são usadas até os dias atuais, com alguns aperfeiçoamentos.

É importante chamar atenção que através dessas proporções foram criados alguns instrumentos musicais.

Entendendo como foram formadas as escalas, podemos compreender melhor a divisão das escalas musicais utilizadas atualmente e suas semelhanças na Grécia Antiga.

O primeiro modo musical era o Modo Jônico, que era representado por: (C, D, E, F, G, A, B) ¹

Figura 3.5: Desenho musical do Modo Jônico



Fonte: Apostila de Teoria Musical ²

O segundo era o Modo Dórico e era representado por: D, E, F, G, A, B, C.

Figura 3.6: Desenho musical do Modo Dórico



Fonte: Apostila de Teoria Musical ³

¹Essas letras (C, D, E, F, G, A, B), significam a representação das notas musicais DÓ, RÉ, MI, FÁ, SOL, LÁ e SÍ respectivamente, usadas na formação das harmonias musicais.

²Disponível em: <http://www.descomplicandoamusica.com/modos-gregos/>

³Disponível em: <http://www.descomplicandoamusica.com/modos-gregos/>

O terceiro era o Modo Frígio e era representado por: E, F, G, A, B, C, D.

Figura 3.7: Desenho musical do Modo Frígio

T
A
B

Fonte: Apostila de Teoria Musical ⁴

O quarto era o Modo Lídio e era representado por: F, G, A, B, C, D, E.

Figura 3.8: Desenho musical do Modo Lídio

T
A
B

Fonte: Apostila de Teoria Musical ⁵

O quinto era o Modo Mixolídio e era representado por: G, A, B, C, D, E, F.

Figura 3.9: Desenho musical do Modo Mixolídio

T
A
B

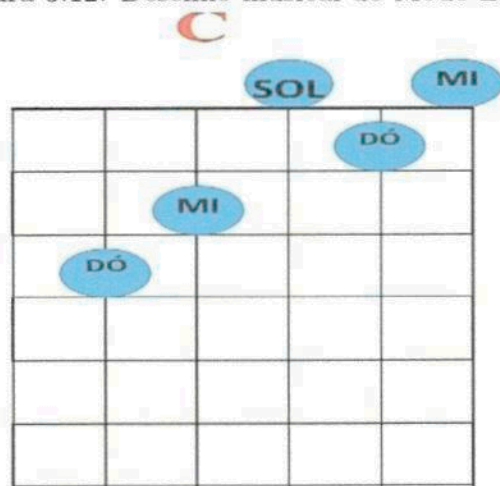
Fonte: Apostila de Teoria Musical ⁶

⁴Disponível em: <http://www.descomplicandoamusic.com/modos-gregos/>

⁵Disponível em: <http://www.descomplicandoamusic.com/modos-gregos/>

⁶Disponível em: <http://www.descomplicandoamusic.com/modos-gregos/>

Figura 3.12: Desenho musical do Modo Lócrio



Fonte: Própria autoria.

Podemos observar que para tocar o acorde DÓ MAIOR (C), utilizamos cinco notas, mas dessas cinco notas duas são repetidas, ficando assim com apenas três notas distintas que são: DÓ, MI e SOL. Essas três notas forma o acorde de DÓ MAIOR (C) a qual chamamos essa junção de tríade.¹⁰

Para aprimorar essas escalas no decorrer dos tempos foram feitas inúmeras outras divisões para que fosse possível tocar os instrumentos que se adaptaram as proporções estudadas por Pitágoras. Um exemplo dessas divisões está na escala cromática (Figura 3.13), que se estuda inicialmente ao aprender alguns instrumentos que utilizam tais divisões.

Figura 3.13: Escala Temperada usada no ensino da música

DÓ SUSTENIDO	RE SUSTENIDO	FA SUSTENIDO	SOL SUSTENIDO	LA SUSTENIDO							
C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B
DÓ	RE	MI	FÁ	SOL	LÁ	SI					

Fonte: Própria autoria

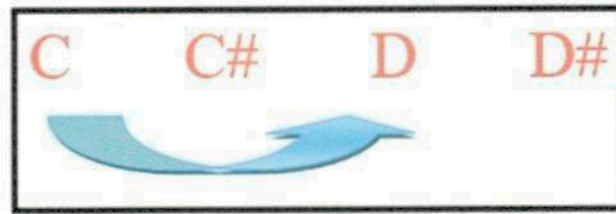
Essas divisões musicais são chamadas de intervalos¹¹. Sobre estes, podemos dizer ainda, que os intervalos podem ser divididos em duas partes, a saber, intervalo de um tom, que é a distância entre dois tons¹², como distância do DÓ MAIOR (C) para o RÉ MAIOR (D), ou ainda, o intervalo de um semitom, como por exemplo, a distância do RÉ MAIOR (D) para o RÉ Sustenido MAIOR (D#).

¹⁰Tríade é a união de três notas harmônica para a formação de uma nota.

¹¹Intervalos é a distância entre dois sons.

¹²Tons é a distância entre dois sustenidos ou dois bemóis.

Figura 3.14: Exemplo de distância de um tom



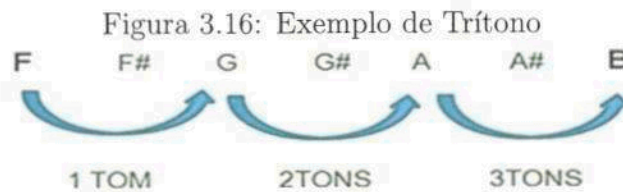
Fonte: Própria autoria

Figura 3.15: Distância de um semitom



Fonte: Própria autoria

Retomando a questão da harmonização entre três notas, existe um caso curioso que é o trítono, ele foi obtido a partir da relação $\frac{32}{45}$, uma relação complexa e inexata, fator que leva nosso cérebro a considerar esse som instável e tenso. A figura seguinte mostra um exemplo claro de trítono¹³.



Fonte: Apostila de Teoria Musical¹⁴

As músicas que reproduziam sons estáveis como o trítono, foram proibidas durante algum tempo na igreja ocidental, por ressoar um som meio que tenebroso. A igreja via esse som como sendo maligno, pois os que eram harmônicos traduziam a perfeição de Deus.

Tal conceito do trítono recebeu o nome de *diabolus in música*, sendo extremamente proibido a ser tocado na Idade Média, tal desobediência pelos compositores teria como castigo, a fogueira. Porém por falta embasamento bíblico, o trítono, ou como chamavam, *diabolus in música* foi liberado para compor as músicas da igreja ao longo da Idade Média..

¹³Trítono é o intervalo de três tons inteiros entre duas notas. Ou seja, quando tocamos simultaneamente duas notas que possuem três tons de distância entre si, estamos tocando um trítono.

¹⁴Disponível em: <http://www.descomplicandoamusica.com/modos-gregos/>

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo possibilitou, entender alguns elementos que unem essas duas artes que são, a Matemática e a Música. Estes, permitiram a compreensão de alguns padrões necessários para a construção das escalas musicais no decorrer dos tempos fazendo com que pudéssemos conhecer a estrutura que divide as notas musicais, assim como, suas características físicas.

Através da descobertas teóricas desenvolvidas por Pitágoras, juntamente com as práticas analisadas por ele, podemos obter uma conexão entre os dois eixos estudados. Após as comprovações serem verdadeiras, o estudo dessas artes deixou de ser apenas algo chamativo e passou a ser muito mais atrativo, principalmente para aqueles que tem um interesse maior pela Música, mostrando também a presença direta da Matemática e o quanto ela é aplicável na Música.

Foi a partir dos estudos do Monocórdio feito por Pitágoras e seus alunos, que foi possível a construção de instrumentos que utilizam as escalas musicais desenvolvidas por Pitágoras, instrumentos esses que tiveram bastante influência em algumas áreas, como, na mitologia e na religiosa, nesta última, de início não foi aceita por completo por acharem algumas de suas melodias inadequadas.

Vale salientar que a Música nos dias de hoje, deve muito a esses Matemáticos que fizeram esse grande trabalho na Grécia Antiga, estudos esses que continuaram sendo estudados e desenvolvidos até os dias atuais, os quais serviram bastante para o desenvolvimento de um dos nossos instrumentos de trabalho, que foi o violão. Ainda podemos falar que a Música, apesar do seu gênero ou estilo, consegue ser atrativa por conta de sua harmonização e o poder de despertar vários sentimentos a cada um de nós.

Podemos concluir, portanto, alcança nossa meta, ou seja apresentar algumas ligações elementares entre Matemática e Música, dando com isso, plano de fundo para que novos estudos mais aprofundados sejam feitos sobre esta relação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDOUNUR, O. J. *Matemática e Música: O pensamento analógico na construção de significados*. Escrituras, 2000.

FONSECA, D. F. *Aspectos Estruturais e Históricos que Relacionam a Matemática e a Música*. Lavras, 2013.

JEANDOT, N. *Explorando o Universo da Música*. Editora Scipione; São Paulo, 1997

JULIANE, J. P. *Matemática e Música*, São Carlos, 2003.

MINGATOS, D. S. *Matemática e música a partir do estudo do monocórdio e de figuras musicais*. São Paulo. SP. 2006.

MORAES, M. V. G. *Álgebra dos Tons*. Brasília, 2005.

PEREIRA, M. C. *Matemática e Música de Pitágoras aos dias de hoje*. Rio de Janeiro, 2013.

SANTOS, J. B. O. *Matemática e Música*. Jussara, 2013.

WISNIK, J. M. *O Som e o Sentido: Uma outra história das músicas*. Companhia das Letras, 1999.

MÚSICA NA GRÉCIA ANTIGA postado por FBI Music Department. Disponível em: <<http://fbimusicdepartment.blogspot.com.br/2012/03/musica-na-grecia-antiga.html>>. Acesso em: 15/01/2017.

DEWAR, Leonard. *Um pouco sobre Orfeu e Os Hinos Órficos*. Disponível em: <<https://anonadirecao.wordpress.com/2015/01/10/um-pouco-sobre-orfeu-e-os-hinos-orficos/>>. Acesso em: 15/01/2017.

ORFEU, O POETA QUE DESCEU AO INFERNO. Disponível em: <<http://mitologiagrega.net.br/orfeu-o-poeta-que-desceu-ao-inferno/>>. Acesso em: 17/01/2017.

LEÃO, Larissa. *Pitágoras: a música como ponte entre a filosofia e a matemática*. Disponível em: < <https://cpantiguidade.wordpress.com/2010/03/10/pitagoras-a-musica-como-ponte-entre-a-filosofia-e-a-matematica/>>. Acesso em: 20/02/2017.

PITÁGORAS E A HARMONIA. Disponível em: < <https://arquiteturaemusica.wordpress.com/2014/01/01/pitagoras-e-a-harmonia/>>. Acesso em: 20/02/2017.

MARTELO DE PITÁGORAS. Disponível em: < <http://pt-br.hungryjoker.wikia.com/wiki/Martelo-de-PitC3A1goras> >. Acesso em: 27/02/2017.

O TOQUE FUNDAMENTAL DO PI DA SÉRIE. Disponível em: < <http://joseaugustogava.blogspot.com.br/2013/11/o-toque-fundamental-de-pi-da-serie>>. Acesso em: 15/03/2017.

APOSTILA DE TEORIA MUSICAL. Disponível em: < <http://www.descomplicandoamusica.com/modos-gregos/>>. Acesso em: 15/03/2017.

APOSTILA DE TEORIA MUSICAL. Disponível em: < <http://www.descomplicandoamusica.com/modos-gregos/>>. Acesso em: 17/03/2017.