

Breno Sant'Anna Santos

Avaliação de Desempenho de Malhas de Controle

Campina Grande, Brasil

24 de fevereiro de 2021

Breno Sant'Anna Santos

Avaliação de Desempenho de Malhas de Controle

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

Centro de Engenharia Elétrica e Informática - CEEI

Departamento de Engenharia Elétrica - DEE

Orientador: George Acioli Júnior, D.Sc.

Campina Grande, Brasil

24 de fevereiro de 2021

Breno Sant'Anna Santos

Avaliação de Desempenho de Malhas de Controle

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Trabalho aprovado em: / /

George Acioli Júnior, D.Sc.
Orientador

Péricles Rezende Barros, Ph.D
Convidado

Campina Grande, Brasil
24 de fevereiro de 2021

Dedico este trabalho aos meus pais, Roneival Carvalho dos Santos e Sheila Silva de Santana Santos.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a Deus por ter me proporcionado diversas bênçãos durante minha vida. Em segundo, a todas as pessoas que sempre me incentivaram e apoiaram meus estudos, meus pais Roneival Carvalho dos Santos e Sheila Silva de Santana Santos, meus avós Durval Galeão, Neide Carvalho, João Álvaro e Francismar Silva e também aos meus tios-avós Teomar Soledade Junior e Maria Luiza Santana Soledade.

Por último, porém não menos importante, gostaria de agradecer a todos os meus professores, orientadores, colegas de curso e amigos que fizeram parte da minha jornada, sendo digno de destaque meu grande amigo e irmão Rodrigo Kalil Prisco.

"Creio firmemente em uma lei de compensação. As verdadeiras recompensas são sempre proporcionais ao esforço e aos sacrifícios feitos"
Nikola Tesla.

Resumo

O objetivo principal dos sistemas de controle é maximizar os lucros aumentando a produtividade. No entanto, os sistemas de controle vão se deteriorando com o tempo, e conseqüentemente a produtividade é afetada. Dessa maneira, faz-se necessário realizar manutenções periódicas nos sistemas de controle para manter a qualidade dos processos. Com o intuito de mudar a prática de manutenção de controle nas indústrias de processo, de programadas ou reativas à antecipatórias, centradas na avaliação e previsão contínuas da degradação do desempenho dos sistemas de controle, são estudadas nesse trabalho, diferentes técnicas de avaliação de malhas, para auxiliar no diagnóstico dos principais problemas de controle. A maior parte das técnicas estudadas neste trabalho foram desenvolvidas a partir da teoria da predição ótima e do controle de variância mínima e foram implementadas no software de avaliação desenvolvido ao decorrer deste trabalho.

Palavras-chaves: Avaliação de malhas; Teoria da Predição Ótima, Variância Mínima, Desenvolvimento de software.

Abstract

The main objective of control systems is to maximize profits by increasing productivity. However, control systems will deteriorate over time, and consequently productivity is affected. Thus, it is necessary to carry out periodic maintenance on the control systems to maintain the quality of the processes. In order to change the practice of maintaining control in the process industries, from scheduled or reactive to anticipatory, centered on the continuous assessment and forecast of the degradation of the performance of the control systems, different loop assessment techniques are studied in this work, to assist in the diagnosis of the main control problems. Most of the techniques studied in this work were developed from the theory of optimal prediction and the minimum variance control, and were implemented in the evaluation software developed during this work.

Key-words: Loop Assessment; Optimal Prediction Theory, Minimum Variance, Software Development.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Descrição do modelo.	3
Figura 2 – Descrição do modelo canônico.	4
Figura 3 – Variância do erro de predição em função do horizonte de predição	8
Figura 4 – Sistema em Malha Fechada	8
Figura 5 – Sistema em Malha Fechada sob ação do IMC	16
Figura 6 – Divisão da região do plano-z em partes: boa, ruim e de fase não mínima.	18
Figura 7 – Tela Inicial	24
Figura 8 – Tela de Seleção do Arquivo de Dados	24
Figura 9 – Tela de Tratamento de Dados	25
Figura 10 – Cadastro de uma nova malha	26
Figura 11 – Seleção de malha existente	26
Figura 12 – Seleção de referência histórica	27
Figura 13 – Configuração Alarmes	27
Figura 14 – Resultados dos índices	28
Figura 15 – Avaliação salva	29
Figura 16 – Diagrama de simulação do exemplo 1	30
Figura 17 – Dados da primeira simulação do exemplo 01	30
Figura 18 – Avaliação da primeira simulação do exemplo 01	31
Figura 19 – Índice de horizonte estendido versus horizonte de predição.	32
Figura 20 – Simulação da Degradação da Planta do exemplo 01 com o tempo.	33
Figura 21 – Avaliação da vigésima simulação do exemplo 01	34
Figura 22 – Dados da primeira simulação do exemplo 02	35
Figura 23 – Avaliação da primeira simulação do exemplo 02	35
Figura 24 – Índice de horizonte estendido versus horizonte de predição.	36
Figura 25 – Simulação da Degradação da Planta do exemplo 02 com o tempo.	37
Figura 26 – Avaliação da vigésima simulação do exemplo 02	37

Lista de tabelas

Tabela 1 – Requisitos Funcionais	23
Tabela 2 – Valores dos índices de avaliação para primeira simulação do exemplo 01	31
Tabela 3 – Valores dos índices de avaliação para a primeira simulação do exemplo 02	36

Lista de abreviaturas e siglas

AR	Auto-regressive
ARMA	Auto-regressive moving average
EHPI	Extended-horizon performance index
FCOR	Filtering and correlation analysis
HIS	Historical data benchmark
IMC	Internal model control
MSE	Mean squared error
MV	Minimum variance
MVC	Minimum variance control
RHP	Right-half plane
SISO	Single-Input and Single-Output

Lista de símbolos

G_c	Função de transferência do controlador
G_p	Função de transferência da planta
G_e	Função de transferência da perturbação
G_F	Função de transferência do filtro
G_{IMC}	Função de transferência do controlador IMC
q	Operador de deslocamento
q^{-1}	Operador unitário de atraso
Var	Variância
σ_{MV}^2	Variância mínima
σ_y^2	Variância da saída
η_{MV}	Índice de Variância Mínima
$\eta_{MV_{LS}}$	Índice de Variância Mínima estimativa por mínimos quadrados
$\eta_{MV_{FCOR}}$	Índice de Variância Mínima calculado por análise de filtragem e correlação
η_{HE}	Índice baseado na abordagem do horizonte estendido
η_{IMC}	Índice baseado no método IMC
η_{HIS}	Índice baseado em dados históricos

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	3
2.1	Descrição do Sistema	3
2.2	Teoria da Predição Ótima	4
2.3	Projeto do Controlador de Variância Mínima	8
2.4	Índice de Variância Mínima	9
2.4.1	Estimativa a partir da Análise de Séries Temporais	10
2.4.2	Algoritmos de Estimção	12
2.4.2.1	Estimativa Direta por Mínimos Quadrados	12
2.4.2.2	Análise por Filtragem e Correlação (FCOR)	14
2.5	Abordagem do Horizonte Estendido	15
2.6	Algoritmo de Avaliação Baseado no IMC	16
2.6.1	Projeto IMC	17
2.6.2	Índice baseado em IMC	18
2.7	Índice Baseado em Histórico de Dados	21
3	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	22
3.1	Software de Avaliação	22
3.1.1	Guia do Software	23
3.2	Simulações	29
3.2.1	Exemplo 1	29
3.2.2	Exemplo 2	34
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
	REFERÊNCIAS	40

1 Introdução

O objetivo principal dos sistemas de controle é maximizar os lucros, transformando matérias-primas em produtos, satisfazendo critérios como especificações de qualidade do produto, restrições operacionais, regulamentos ambientais e de segurança. Existem duas etapas importantes para solucionar problemas de controle, a primeira consiste no projeto, sintonia e implementação de controladores e quando realizada adequadamente, o resultado deve ser um sistema de controle que funcione bem. No entanto, após algum tempo de operação, alterações podem levar à degradação do desempenho do controle. Portanto, a segunda etapa deve ser a supervisão das malhas de controle e a detecção precoce da deterioração do desempenho (JELALI, 2012).

Os sistemas de controle geralmente apresentam desempenho ineficiente devido a várias razões internas e externas. Podemos enumerar as causas mais importantes, como supervisão e manutenção diárias insuficientes, flutuações do processo, mau funcionamento de instrumentação, lógica de controle inadequada, sintonia inadequada, condições operacionais variáveis, falta de pessoal experiente, perturbações, ruídos, interações humanas, etc (DOMAŃSKI; DOMAŃSKI; DITZINGER, 2020). O intuito da segunda etapa na solução dos problemas de controle é mudar a prática de manutenção de controle nas indústrias de processo, de programadas ou reativas a antecipatórias, centradas na avaliação e previsão contínuas da degradação do desempenho dos sistemas de controle.

O desempenho de uma malha de controle existente é frequentemente medido em relação a alguns tipos de *benchmarks*, como deslocamento da referência, sobressinal, tempo de subida e variância. Para o controle regulatório, a variância da saída é uma importante medida de desempenho, pois muitos critérios do processo são baseados na variância (KING et al., 2008). Em 1989, Harris mostrou que o limite inferior teórico da variância de saída em malha fechada pode ser estimado a partir de dados operacionais de rotina em malha fechada, desde que o atraso do sistema seja conhecido, ou possa ser estimado com precisão suficiente. Uma característica importante do método é que não é necessário perturbar a operação de rotina do processo com sinal de teste estranho. O célebre índice de desempenho baseado em Variância Mínima (MV) ficou conhecido como índice de Harris (HARRIS, 1989).

No entanto, o benchmark de MV considera apenas a limitação mais fundamental de desempenho de malhas de controle devido a existência de atraso no tempo. Portanto, um desempenho ruim em relação ao índice de MV não implica necessariamente em um controlador ruim (JELALI, 2012). Sendo assim, com o intuito de realizar uma avaliação mais robusta a respeito de uma malha de controle é necessário utilizar outros índices

além do Harris, que permitam realizar a avaliação em relação a outras limitações de desempenho, ou especificações de projeto.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Descrição do Sistema

Para os desenvolvimentos descritos neste trabalho, será assumido um processo com apenas uma entrada u e uma saída y (SISO), linear e invariante no tempo. As dinâmicas do processo são caracterizadas por:

$$x(k) = \frac{B_1(q)}{A_1(q)}u(k), \quad (2.1)$$

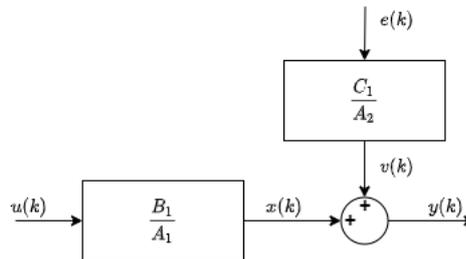
em que $B_1(q)$ e $A_1(q)$ são polinômios do operador de avanço. Também será assumido que as perturbações podem ser descritas como um ruído branco filtrado:

$$v(k) = \frac{C_1(q)}{A_2(q)}e(k), \quad (2.2)$$

em que $C_1(q)$ e $A_2(q)$ são polinômios do operador de avanço, e $e(k)$ é uma sequência de números aleatórios independentes e decorrelacionados com média zero e desvio padrão σ . A perturbação $v(k)$ pode ser um processo aleatório estacionário ou flutuante, um vez que o polinômio A_2 pode ser instável. Assim, a saída do sistema será dada por:

$$y(k) = x(k) + v(k). \quad (2.3)$$

Figura 1 – Descrição do modelo.



Fonte: autoria própria.

O modelo do processo e seu ambiente ilustrados na Figura 1 podem ser reduzidos a uma forma padrão. Substituindo as Equações 2.1 e 2.2 em 2.3, e introduzindo os termos:

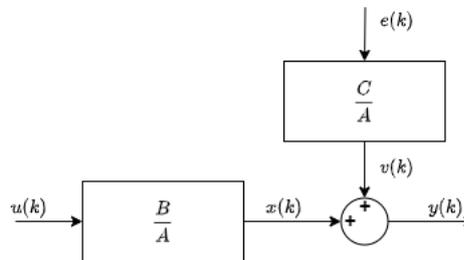
$$\begin{aligned} A &= A_1A_2 \\ B &= B_1A_2 \\ C &= C_1A_1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

o seguinte modelo será obtido:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k). \quad (2.5)$$

Este é o modelo canônico, que será utilizado como base deste trabalho e está ilustrado na Figura 2. Ele também pode ser normalizado, para que os coeficientes principais dos polinômios $A(q)$ e $C(q)$ sejam unitários. Tais polinômios são chamados de mônicos. O polinômio C pode ser multiplicado por uma potência arbitrária de q , pois isso não afeta a estrutura de correlação de $C(q)e(k)$. Este artifício pode ser utilizado para normalizar C para que $\deg C = \deg A$.

Figura 2 – Descrição do modelo canônico.



Fonte: autoria própria.

Se o polinômio $C(q)$ possuir raízes instáveis, este pode ser alterado por fatoração espectral de forma a que todos seus zeros resultem dentro do círculo unitário. Isto é conseguido fatorando-se C da seguinte forma:

$$C = C^+C^-, \quad (2.6)$$

onde C^+ contém as raízes estáveis e C^- contém as raízes instáveis. Assim, pode-se substituir C por C^+C^{-*} , onde C^{-*} é o recíproco de C^- , isto é: $C^*(q) = q^{-a}C(q)$ e a é a ordem de C . C^+C^{-*} é o polinômio equivalente a C no sentido que não altera suas propriedades espectrais.

2.2 Teoria da Predição Ótima

O índice de desempenho proposto por Harris em 1989, é baseado na teoria de controle de variância-mínima, que por sua vez, é derivada da teoria da predição ótima. A teoria de predição pode ser desenvolvida de diversas formas, cujas diferenças estão presentes nos pressupostos feitos sobre o processo. Neste trabalho os seguintes pressupostos são considerados:

- O processo que será predito é gerado por um ruído branco Gaussiano filtrado;

- O melhor preditor é o que minimiza o erro médio quadrático de predição;
- Um preditor admissível de m passos para $y(k + m)$ é uma função arbitrária de $y(k), y(k - 1), \dots$

Considerando a saída desejada $y = 0$, o sinal y gerado pelo modelo será:

$$y(k) = \frac{C(q)}{A(q)}e(k) = \frac{C^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})}e(k), \quad (2.7)$$

onde A^* e C^* são os polinômios recíprocos de A e C , e q^{-1} é o operador atraso no tempo. É conveniente que a análise seja feita em termos deste operador porque esta é baseada em causalidade. C e A são de ordem a . No tempo k a situação é a seguinte: as variáveis $y(k), y(k - 1), \dots$ foram observadas e deseja-se prever $y(k + m)$. Uma expansão em séries de C^*/A^* em q^{-1} resulta em:

$$\begin{aligned} y(k + m) &= \frac{C^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})}e(k + m) \\ &= \underbrace{e(k + m) + p_1e(k + m - 1) + \dots + p_{m-1}e(k + 1)}_{\text{Desconhecido no tempo } k} + \\ &\quad + \underbrace{p_me(k) + p_{m+1}e(k - 1) + \dots}_{\text{Conhecido no tempo } k}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde os termos p_i são equivalentes aos coeficientes da resposta ao impulso do sistema representado por C^*/A^* . É importante observar que os termos conhecidos no tempo k e os termos desconhecidos no tempo k são independentes entre si, pois $e(k)$ é uma sequência de variáveis aleatórias independentes. Além disso, se o polinômio C for estável, $e(i)$ pode ser computado a partir de $y(i), y(i - 1), \dots$.

O preditor ótimo é dado pelos termos conhecidos no tempo k :

$$\hat{y}(k + m|k) = p_me(k) + p_{m+1}e(k - 1) + p_{m+2}e(k - 2) \dots \quad (2.9)$$

E o erro de predição é dado pelos termos desconhecidos no tempo k :

$$\tilde{y}(k + m|k) = e(k + m) + p_1e(k + m - 1) + \dots + p_{m-1}e(k + 1) \quad (2.10)$$

Os coeficientes p_i formam um polinômio P que pode ser calculado da seguinte maneira: sendo $e(k)$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e $C(q)$ possuindo todos os zeros dentro do círculo unitário, a divisão de $q^{m-1}C$ por A tem como quociente um polinômio $F(q)$ cujos coeficientes são os primeiros $m - 1$ coeficientes de P e como resto um polinômio $G(q)/A(q)$ cujos coeficientes são os demais coeficientes de P . Assim

teremos a equação, que também pode ser resolvida como uma equação de Diophantus (ÅSTRÖM, 1970):

$$q^{m-1}C(q) = A(q)F(q) + G(q). \quad (2.11)$$

O preditor de variância mínima em m passos a frente é dado por:

$$\hat{y} = \hat{y}(k+m|k) = \frac{G(q)}{C(q)}y(k) = \frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})}y(k), \quad (2.12)$$

e o erro de predição, \tilde{y} , é uma média móvel do tipo:

$$\tilde{y}(k+m|k) = y(k+m) - \hat{y}(k+m|k) = F(q)e(k+1). \quad (2.13)$$

O erro de predição tem média zero e variância dada por:

$$\mathbf{E}\tilde{y}(k+m|k)^2 = (1 + f_1^2 + \dots + f_{m-1}^2) \sigma_e^2 \quad (2.14)$$

A prova das Equações 2.13 e 2.14 pode ser obtida executando os equacionamentos a seguir.

O polinômio F é monômico de grau $m-1$ e G é de grau menor que a . Seus coeficientes são equivalentes aos $m-1$ coeficientes p_i de 2.8:

$$\begin{aligned} F(q) &= q^{m-1} + f_1q^{m-2} + \dots + f_{m-1} \\ G(q) &= g_0q^{a-1} + g_1q^{a-2} + \dots + g_{a-1} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Equivalentemente:

$$\begin{aligned} F^*(q^{-1}) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{m-1}q^{-m+1} \\ G^*(q^{-1}) &= g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_{a-1}q^{-a+1} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Assim, a equação diophantiniana torna-se:

$$C^*(q^{-1}) = A^*(q^{-1})F^*(q^{-1}) + q^{-m}G^*(q^{-1}) \quad (2.17)$$

e então, equação de predição (2.8) pode então ser escrita como:

$$y(k+m) = \frac{C^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})}e(k+m) = F^*(q^{-1})e(k+m) + \frac{G^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})}e(k). \quad (2.18)$$

Ao utilizar a Equação 2.7 o sinal $e(k)$ no último termo da Equação 2.18 pode ser expresso em termos dos dados disponíveis no tempo k , portanto:

$$y(k+m) = F^*(q^{-1})e(k+m) + \frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})}y(k). \quad (2.19)$$

O primeiro termo do lado direito, da Equação 2.19, é uma função linear de $e(k+1)$, $e(k+2)$, \dots , $e(k+m)$, que são todos independentes dos dados $y(k)$, $y(k-1)$, $y(k-2)$, \dots

disponíveis no tempo k e por analogia com a Equação 2.8, este primeiro termo é o erro de predição. O segundo termo é uma função linear dos dados de saída, e em analogia com a equação 2.8, é o termo referente ao preditor ótimo.

Sendo \hat{y} uma função arbitrária de $y(k), y(k-1), y(k-2), \dots$, que se esteja querendo prever, então, a variância do erro de predição é dada por:

$$\begin{aligned} E(y(k+m) - \hat{y})^2 = & E\left(F^*(q^{-1})e(k+m)\right)^2 + E\left(\frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})}y(k) - \hat{y}\right)^2 + \\ & + 2E\left\{\left(F^*(q^{-1})e(k+m)\right)\left(\frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})}y(k) - \hat{y}\right)\right\}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

O último termo em 2.20 é zero pois todos os $e(k+m), e(k+m-1), \dots, e(k+1)$ têm média zero e são independentes dos termos de y (ÅSTRÖM, 1970), desta forma, tem-se:

$$E(y(k+m) - \hat{y})^2 = E\left(F^*(q^{-1})e(k+m)\right)^2 + E\left(\frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})}y(k) - \hat{y}\right)^2. \quad (2.21)$$

Sendo assim:

$$E(y(k+m) - \hat{y})^2 \geq E\left(F^*(q^{-1})e(k+m)\right)^2, \quad (2.22)$$

em que a igualdade é obtida quando o segundo termo do lado direito de 2.21 é zero, ou seja:

$$\hat{y} = \hat{y}(k+m|k) = \frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})}y(k), \quad (2.23)$$

que é equivalente ao preditor de variância mínima descrito na Equação 2.12. O erro de predição é descrito na Equação 2.13. A prova se torna completa ao tomar o valor médio do erro de predição quadrático (2.13). Que resulta em 2.14.

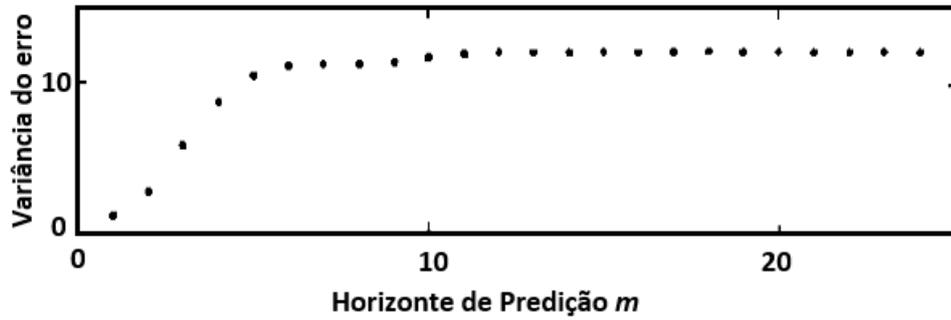
Observe que o melhor preditor é linear. A linearidade não depende criticamente do critério de variância mínima. Se a densidade de probabilidade de $y(k)$ é simétrica, o preditor de 2.12 é ótimo para todos os critérios da forma $Eg((y(k+m) - \hat{y})^2)$ para g simétrico.

Observe que a função:

$$J(m) = \sigma_e^2 \left(1 + f_1^2 + \dots + f_{m-1}^2\right), \quad (2.24)$$

é a variação do erro de predição ao longo do horizonte m . A função $J(m)$ se aproxima da variância de y quando $m \rightarrow \infty$. Neste momento, temos uma importante relação entre o horizonte de predição e o erro de predição, que pode ser observado na Figura 3, que ilustra está relação para um exemplo descrito em (ÅSTRÖM, 1970).

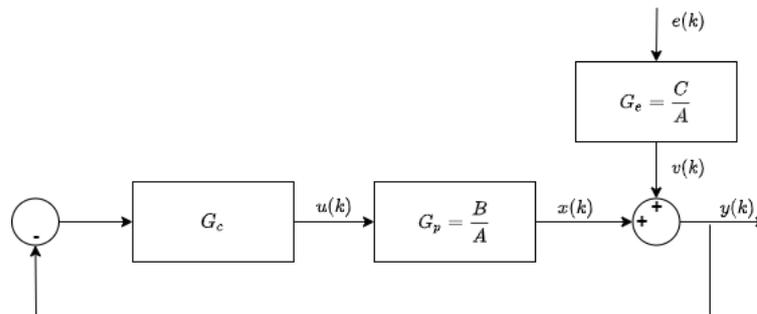
Figura 3 – Variância do erro de predição em função do horizonte de predição



Fonte: (ASTRÖM; WITTENMARK, 1997)

2.3 Projeto do Controlador de Variância Mínima

Figura 4 – Sistema em Malha Fechada



Fonte: Inspirado em (JELALI, 2012)

O desenvolvimento do projeto do controlador de Variância Mínima, tomará como base o sistema em malha fechada, descrito na Figura 4. Em que, G_c é a função de transferência do controlador, G_p é a função de transferência da planta e G_e é a função de transferência da perturbação. Sendo assim, têm-se:

$$y_t = \frac{G_e}{1 + q^{-\tau} \tilde{G}_p G_c} e_t, \tag{2.25}$$

em que \tilde{G}_p é a função de transferência da planta livre de atraso. Usando a identidade diophantiniana, explicita-se G_e da seguinte maneira:

$$G_e = \underbrace{t_0 + t_1 q^{-1} + \dots + t_{\tau-1} q^{-\tau+1}}_T + R q^{-\tau}, \tag{2.26}$$

onde t_i (para $i = 1, \dots, \tau - 1$) são coeficientes constantes e R é função de transferência racional própria restante. A Equação 2.25 pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
y_t &= \frac{T + q^{-\tau}R}{1 + q^{-\tau}\tilde{G}_p G_c} e_t \\
&= \left[T + \frac{R - T\tilde{G}_p G_c}{1 + q^{-\tau}\tilde{G}_p G_c} q^{-\tau} \right] e_t \\
&= T e_t + L e_{t-\tau}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

em que, $L = \frac{R - T\tilde{G}_p G_c}{1 + q^{-\tau}\tilde{G}_p G_c}$ é uma função de transferência própria. Um fato fundamental para o desenvolvimento do projeto do controlador de variância é que os dois termos do lado direito da Equação 2.27 são independentes (HUANG; SHAH, 1999), e como resultado:

$$\text{Var}(y_t) = \text{Var}(T e_t) + \text{Var}(L e_{t-\tau}). \tag{2.28}$$

Portanto:

$$\text{Var}(y_t) \geq \text{Var}(T e_t), \tag{2.29}$$

a igualdade é mantida quando $L = 0$, isto é:

$$R - T\tilde{G}_p G_c = 0, \tag{2.30}$$

isso resulta na lei de controle de variância mínima:

$$G_c = \frac{R}{\tilde{G}_p T}. \tag{2.31}$$

Como T é independente da função de transferência do controlador G_c , o termo $T e_t$, que é a saída do processo sob o controle de variação mínima, é invariante à realimentação do controlador. Portanto, se a saída de um processo estável y_t é modelada por um modelo de média móvel infinita, então seus primeiros τ termos constituem uma estimativa do termo de variância mínima $T e_t$. (JELALI, 2012) destaca um teste de autocorrelação, para identificar se o controle de variância mínima está sendo alcançado.

2.4 Índice de Variância Mínima

A avaliação baseada no MVC descrita pela primeira vez por (HARRIS, 1989), compara a variância real de saída do sistema σ_y com a variância de saída do sistema sob MVC σ_{MV}^2 . O índice Harris é então definido por:

$$\eta_{MV} = \frac{\sigma_{MV}^2}{\sigma_y^2}. \tag{2.32}$$

Este índice estará sempre dentro do intervalo $[0, 1]$, se projetado corretamente, onde valores próximos ao unitário indicam um bom controle em relação à variação de

saída teoricamente alcançável. "0" significa o pior desempenho, incluindo controle instável. Para o cálculo deste índice, independentemente do controlador atual, precisamos apenas das seguintes informações sobre o sistema:

- Dados de malha fechada coletados adequadamente para a variável controlada;
- Atraso de tempo do sistema conhecido ou estimado (τ).

Além de ser necessário poucas informações sobre o sistema para calcular o índice de MV, existem duas outras vantagens em usar esse índice em relação a uma métrica simples de variação de erro. A primeira é que a proporção das duas variâncias resulta em uma métrica (supostamente) independente dos distúrbios subjacentes - um recurso essencial em uma situação industrial, em que os distúrbios podem variar bastante. A segunda é que a métrica é independente da escala, delimitada entre 0 e 1. Essa é uma consideração importante para um usuário da planta, que pode ser confrontado com a avaliação de centenas ou mesmo milhares de malhas de controle.

2.4.1 Estimativa a partir da Análise de Séries Temporais

A partir dos dados de saída medidos (malha fechada), estima-se um modelo de série temporal, geralmente do tipo AR/ARMA:

$$y(k) = \frac{\hat{N}_{mf}(q)}{\hat{D}_{mf}(q)} e(k). \quad (2.33)$$

Como foi visto na seção do preditor ótimo, a expansão em series para o sistema em malha aberta é descrita na Equação 2.8, para o sistema em malha fechada essa expansão pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} y(k) &= \left(\sum_{i=0}^{\infty} v_i q^{-i} \right) e(k) \\ &= \underbrace{\left(v_0 + v_1 q^{-1} + v_2 q^{-2} + \dots + v_{\tau-1} q^{-(\tau-1)} \right)}_{\text{invariante à realimentação}} e(k) \\ &\quad + \underbrace{\left(v_{\tau} q^{-\tau} + v_{\tau+1} q^{-(\tau+1)} + \dots \right)}_{\text{variante à realimentação}} e(k), \end{aligned} \quad (2.34)$$

e utilizando a identidade diophantiniana, podemos estimar os primeiros τ termos da expansão em series descrita na Equação 2.34:

$$\hat{N}_{mf}(q) = \hat{H}_{\tau}(q) \hat{D}_{mf}(q) + q^{-\tau} \hat{J}_{\tau}(q). \quad (2.35)$$

Os termos invariantes à realimentação não são funções do modelo do processo e nem do controlador, eles dependem apenas das características da perturbação que age no

processo. É importante notar que o símbolo $\hat{\cdot}$ indica que os termos indicados são estimativas.

$\hat{H}_\tau(q)$ é o polinômio que representa os primeiros τ termos da expansão em séries descrita na Equação 2.34. E como esses termos são invariantes à realimentação eles são equivalentes aos τ primeiros termos presentes em 2.8. E portanto, se horizonte de predição m for igual ao atraso do sistema τ teremos que o polinômio $\hat{H}_\tau(q)$ será uma estimativa do polinômio $F(q)$.

Como os primeiros τ termos são invariantes, independentemente do controlador, a estimativa da variância mínima correspondente à parte invariante à realimentação, dada por:

$$\sigma_{MV}^2 = \sum_{i=0}^{\tau-1} v_i^2 \sigma_e^2, \quad (2.36)$$

o primeiro coeficiente da resposta ao impulso, e_0 , é normalmente normalizado para ser unitário.

A estimativa da variância da saída real pode ser diretamente calculada a partir das amostras de saída coletadas usando a relação padrão:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (y(k) - \bar{y})^2 \quad \text{com} \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k), \quad (2.37)$$

no entanto, sugere-se também a utilização do modelo de série temporal, já estimado, para avaliar a variância atual. A partir da expansão em série do modelo de série temporal, obtemos:

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=0}^{\infty} v_i^2 \sigma_e^2; \quad (2.38)$$

Uma vez que a variância da perturbação será cancelada na equação $\eta_{MV} = \sigma_{MV}^2 \setminus \sigma_y^2$, ela não é necessária nem afeta o índice de desempenho. Portanto, o índice pode ser desenvolvido como uma comparação da soma dos τ primeiros coeficientes de resposta ao impulso ao quadrado com a soma total;

O índice de desempenho η_{MV} corresponde à razão da variância, que teoricamente poderia ser alcançada sob controle de variância mínima, à variância real do sistema. Ele é um número entre 0 (longe do desempenho da variância mínima) e 1 (desempenho da variância mínima) que reflete a inflação da variância da saída sobre o limite da variação mínima teórica. Conforme indicado em (DESBOROUGH; HARRIS, 1992), é mais útil substituir σ_y^2 pelo erro médio quadrático de y para compensar o deslocamento;

$$\eta_{MV} = \frac{\hat{\sigma}_{MV}^2}{MSE} = \frac{\hat{\sigma}_{MV}^2}{\hat{\sigma}_y^2 + \bar{y}^2} \quad (2.39)$$

Embora $e(k)$ seja desconhecido, ele pode ser substituído por uma sequência de inovações estimada. Isso pode ser obtido pré-embranchando a variável de saída do sistema

$y(k)$ através da análise de séries temporais com base em um modelo AR ou ARMA (alternativamente, um modelo de inovação baseado em filtro Kalman na forma de espaço de estado). Uma estimativa para as perturbações aleatórias é então encontrada, por exemplo, invertendo o modelo estimado de ARMA, em que y é o vetor dos dados de saída:

$$e = \hat{D}_{mf}^{-1}(q)\hat{N}_{mf}(q)y. \quad (2.40)$$

O objetivo do pré-clareamento é rastrear a fonte de variações em um sistema regulatório de malha fechada para a excitação de ruído branco ("força motriz"). O processo de obtenção de um filtro de "branqueamento" é análogo à modelagem de séries temporais, onde o teste final da adequação do modelo, isto é, a validação, consiste em verificar se os resíduos são "brancos".

Algoritmo 2.1 Avaliação de Desempenho Baseado no Índice Harris.

1. Selecionar o tipo de modelo de série temporal e sua ordem;
2. Determinar/estimar o atraso de tempo do sistema τ ;
3. Identificar o modelo de malha fechada, a partir das amostras de saída coletadas (2.33);
4. Calcular a expansão em séries (resposta ao impulso) para o modelo estimado (2.34);
5. Estimar a variância mínima pela Equação 2.36;
6. Estimar a variância real da saída (2.37 ou 2.38);
7. Computar o índice Harris (2.32)

2.4.2 Algoritmos de Estimação

2.4.2.1 Estimativa Direta por Mínimos Quadrados

De acordo com (JELALI, 2012) a saída do processo, sob ação de qualquer controlador $G_c(q)$ pode ser expressa como:

$$y(k) = F(q)e(k) + q^{-\tau}H(q)y(k) \quad (2.41)$$

em que, $F(q)$ representa os τ primeiros termos presentes na expansão em séries da equação 2.8 e equivalentemente, os termos invariantes à realimentação presentes na Equação 2.34. Já o polinômio $H(q)$ está associado com os termos variantes à realimentação e aos valores passados da saída y .

Presumindo estabilidade em malha fechada, o segundo termo da equação anterior pode ser aproximado por um modelo AR de comprimento finito (n):

$$y(k) = \sum_{i=1}^n \Theta_i y(k - \tau - i + 1) + F(q)e(k), \quad (2.42)$$

com os parâmetros desconhecidos do modelo, Θ_i .

Executar k em uma faixa de valores e empilhar termos semelhantes gera:

$$y = X\Theta + F(q)e(k), \quad (2.43)$$

com:

$$y = \begin{bmatrix} y(N) \\ y(N-1) \\ \vdots \\ y(n+\tau) \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ \vdots \\ \Theta_n \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$X = \begin{bmatrix} y(N-\tau) & y(N-\tau-1) & \cdots & y(N-\tau-n+1) \\ y(N-\tau-1) & y(N-\tau-2) & \cdots & y(N-\tau-n) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ y(n) & y(n-1) & \cdots & y(1) \end{bmatrix}$$

O vetor de parâmetros Θ pode ser estimado com o método dos mínimos quadrados, isto é, ajustando os dados de malha fechada registrados y_1, y_2, \dots, y_N ao modelo. A solução segue como:

$$\hat{\Theta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2.45)$$

Uma estimativa da variância mínima pode ser determinada como o erro médio quadrático residual:

$$\hat{\sigma}_{\text{MV}}^2 = \frac{1}{N - \tau - 2n + 1} (y - X\Theta)^T (y - X\Theta), \quad (2.46)$$

enquanto a variância real resulta como:

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N - \tau - n + 1} y^T y. \quad (2.47)$$

O índice Harris pode então, ser formulado como:

$$\hat{\eta}_{\text{MV}}(\tau) = \frac{\hat{\sigma}_{\text{MV}}^2}{\hat{\sigma}_y^2} = \frac{N - \tau - n + 1}{N - \tau - 2n + 1} \frac{(y - X\Theta)^T (y - X\Theta)}{y^T y}, \quad (2.48)$$

ou

$$\hat{\eta}_{\text{MV}}(\tau) = \frac{\hat{\sigma}_{\text{MV}}^2}{\text{MSE}} = \frac{N - \tau - n + 1}{N - \tau - 2n + 1} \frac{(y - X\Theta)^T (y - X\Theta)}{y^T y + (N - \tau - n + 1)\bar{y}^2}. \quad (2.49)$$

É importante observar que o sinal $y(k)$ sempre deve ser subtraído do valor da referência antes do cálculo do índice.

2.4.2.2 Análise por Filtragem e Correlação (FCOR)

O método FCOR proposto em (HUANG; SHAH; KWOK, 1997), foi desenvolvido para calcular o índice de desempenho baseado em MVC, filtrando (pré-branqueamento) e realizando uma análise de correlação entre a saída livre de atraso e a estimativa da perturbação obtida com a filtragem. Ao realizar o cálculo de correlação, a necessidade de determinar os coeficientes da resposta ao impulso da função de transferência de malha fechada estimada é eliminada.

Considere o sistema de malha fechada (estável) descrito pelo processo de média móvel de ordem infinita na Equação 2.34. Multiplicando esta equação pelos termos de erro $e(k), e(k-1), \dots, e(k-\tau+1)$ respectivamente e, em seguida, tomando o valor esperado de ambos os lados da equação, têm-se:

$$\begin{aligned} r_{ye}(0) &= \mathbb{E}\{y(k)e(k)\} = f_0\sigma_e^2 \\ r_{ye}(1) &= \mathbb{E}\{y(k)e(k-1)\} = f_1\sigma_e^2 \\ r_{ye}(2) &= \mathbb{E}\{y(k)e(k-2)\} = f_2\sigma_e^2 \\ &\vdots \\ r_{ys}(\tau-1) &= \mathbb{E}\{y(k)e(k-\tau+1)\} = f_{\tau-1}\sigma_e^2, \end{aligned} \quad (2.50)$$

portanto, a variância mínima é:

$$\sigma_{\text{MV}}^2 = \sum_{i=0}^{\tau-1} f_i^2 \sigma_e^2 = \sum_{i=0}^{\tau-1} \left(\frac{r_y(i)}{\sigma_e^2} \right)^2 \sigma_e^2 = \sum_{i=0}^{\tau-1} r_{ye}^2(i) / \sigma_e^2. \quad (2.51)$$

Substituir a Equação 2.51 na Equação 2.32 leva ao índice de desempenho:

$$\eta_{\text{MV,cor}} = \sum_{i=0}^{\tau-1} r_{ye}^2(i) / (\sigma_y^2 \sigma_e^2) = \sum_{i=0}^{\tau-1} \rho_{ye}^2(i) = Z^T Z, \quad (2.52)$$

onde Z é o vetor de coeficiente de correlação cruzada entre $y(k)$ e $e(k)$ para defasagens de 0 a $\tau-1$ e é denotado:

$$Z := [\rho_{ye}(0), \rho_{ye}(1), \rho_{ye}(2), \dots, \rho_{ye}(\tau-1)]^T \quad (2.53)$$

A versão estimada do índice de desempenho é, portanto:

$$\hat{\eta}_{\text{MV,cor}} = \sum_{i=0}^{\tau-1} \hat{\rho}_{ye}^2(i) = \hat{Z}^T \hat{Z}, \quad (2.54)$$

onde:

$$\hat{\rho}_{ye}(l) = \frac{\sum_{k=1}^M y(k)e(k-l)}{\sum_{k=1}^M y^2(k) \sum_{k=1}^M e^2(k)} \quad (2.55)$$

$e(k)$ pode ser determinado a partir do pré-branqueamento de $y(k)$ por meio de séries temporais. O algoritmo FCOR completo é descrito no algoritmo a seguir.

Algoritmo 2.2 Método baseado em filtragem e correlação (FCOR).

1. Selecionar o tipo e a ordem do modelo de série temporal;
2. Determinar/estimar o atraso de tempo do sistema τ ;
3. Identificar um modelo de malha fechada a partir das amostras de saída coletadas $y(k)$;
4. Filtrar os dados de saída do sistema $y(k)$ para obter uma estimativa para o ruído branco $e(k)$ (Eq. 2.40);
5. Calcular os coeficientes de correlação cruzada entre $y(k)$ e $e(k)$ para atrasos de 0 a $\tau - 1$ (Eq. 2.50);
6. Usar a Eq. 2.54 para calcular o índice de desempenho.

2.5 Abordagem do Horizonte Estendido

Para considerar as especificações do usuário e evitar exigir o atraso temporal do sistema para o cálculo do índice de desempenho, (DESBOROUGH; HARRIS, 1992) e (THORNHILL; OETTINGER; FEDENCZUK, 1999) propuseram o uso do índice de desempenho de horizonte estendido (EHPI). A expressão geral para calcular o índice de desempenho é a seguinte:

$$\eta_{HE} = \frac{\sum_{i=0}^{b-1} e_i^2}{\sum_{i=0}^{\infty} e_i^2}, \quad (2.56)$$

onde b é o horizonte de predição. Se b for igual ao atraso temporal do sistema, η_{HE} torna-se igual ao índice Harris η_{MV} . Quando η_{HE} é calculado para um b maior que o atraso temporal, temos então o índice de horizonte estendido. Neste caso a interpretação é que η_{HE} fornece a porção da variância que pode ser computada a partir de um preditor de b passos à frente.

Para um b geral, o índice nos informa quão grande a porção da variância do sinal de controle provêm de ruídos anteriores a b . Dito isso, um aumento em η_{HE} significa que os coeficientes de resposta a impulsos mais antigos que b diminuíram em comparação com os primeiros b . Como consequência, o critério de avaliação não é mais o controle de variância mínima e a qualidade do controle no intervalo entre o atraso de tempo e o horizonte de previsão não é avaliada.

Uma prática comum ao se trabalhar com o método do horizonte estendido é construir um gráfico de η em função de diferentes valores do horizonte de predição. Esta prática ajuda a selecionar um valor apropriado do horizonte de previsão, a ser usado. Uma boa escolha é a região em que o índice não varie rapidamente.

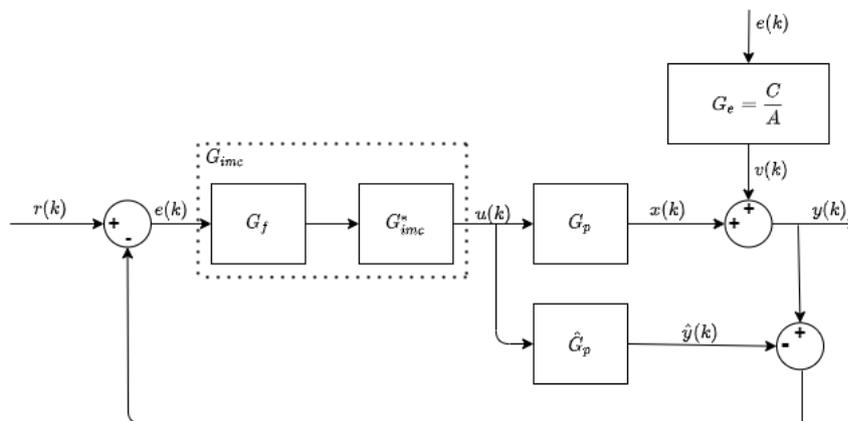
(INGIMUNDARSON; HÄGGLUND, 2005) recomendam selecionar o horizonte de predição em um limite de alerta a partir da sintonia da malha, ou seja, para atender às especificações do projeto. A cada instante de avaliação de desempenho, uma estimativa do índice é comparada com o limite de alerta, por exemplo, 0,8. Se a estimativa cair abaixo do limite de alerta, a malha não rejeitará os distúrbios como deveria. Essas informações são altamente desejáveis nos casos em que a equipe da fábrica está interessada em saber se o desempenho do controle é aceitável, mas não a que distância está do ideal.

Essa abordagem, possui a vantagem de não exigir do usuário nenhum parâmetro da planta. A escolha do horizonte de predição é subjetiva, e em conjunto com os dados de operação do sistema são suficientes para o cálculo do índice. É interessante observar que, mesmo no caso em que o atraso é conhecido ou estimado adequadamente, a abordagem do horizonte de previsão é útil para obter avaliações mais realistas. Destaca-se também, que deve existir um cuidado com a escolha do horizonte de predição, pois apesar de ser uma escolha subjetiva, uma boa escolha trás informações mais ricas.

2.6 Algoritmo de Avaliação Baseado no IMC

O *Internal Model Control* (IMC) é uma classe de projeto de controle baseado em modelo, comprovadamente com boas propriedades de desempenho e robustez contra incertezas de parâmetros. A Figura 5, representa a estrutura de um sistema sob ação do IMC.

Figura 5 – Sistema em Malha Fechada sob ação do IMC



Fonte: Inspirado em (JELALI, 2012)

Sua estrutura geralmente dividida em três partes:

- Um modelo de predição (\hat{G}_p) do processo;
- Um controlador (G_{IMC}^*) baseado na parte inversível do modelo do processo;

- Um filtro passa-baixa (G_F);

No esquema do IMC, o papel dos modelos de sistema é enfatizado, pois ele é usado diretamente como elemento dentro da malha de realimentação. O filtro é usado para introduzir robustez na estrutura do IMC, diante de erros de modelagem (reduzindo o ganho da malha), e também para suavizar sinais ruidosos e/ou de mudança rápida, reduzindo assim a resposta transitória do IMC.

2.6.1 Projeto IMC

O procedimento de projeto do IMC fornece um equilíbrio razoável entre desempenho e robustez. Consiste em duas etapas básicas (MORARI; ZAFIRIOU, 1989):

1. **Projeto de Desempenho Nominal:** O modelo do sistema é fatorado em uma parte (“ruim” passa tudo) (\hat{G}_p^+), que contém todos os elementos de fase não mínima (ou seja, todos os zeros RHP e atrasos de tempo) e uma parte fase mínima “boa” e invertível (\hat{G}_p^-):

$$\hat{G}_p = \hat{G}_p^+ \hat{G}_p^- \quad (2.57)$$

O controlador IMC é então usualmente ajustado para: $G_{IMC}^* = (\hat{G}_p^-)^{-1}$, que é fisicamente realizável, estável e causal, diferentemente da inversa de \hat{G}_p^+

2. **Garantindo estabilidade robusta e desempenho robusto:** Um filtro passa-baixas apropriado G_F é introduzido e projetado de forma que o controlador IMC final ($G_{IMC} = G_{IMC}^* G_F$) seja agora, além de estável e causal, próprio (no sentido de que não requer derivadas do sinal).

A inclusão do filtro fornece a troca necessária para a robustez e ação mais branda das variáveis manipuladas e implica que o controlador é dessintonizado para sacrificar o desempenho pela robustez. Geralmente, os parâmetros do filtro são fixados até o ganho do filtro λ usado para a sintonia (determinando a velocidade da resposta e a robustez do sistema de malha fechada).

Segundo (MOUDGALYA, 2007), para sistemas lineares (discretos no tempo), uma possível fatoração do modelo de processo é:

$$G_p(z) = z^{-\tau} \frac{B^s(z)B^-(z)B^{nm+}(z)}{A(z)} \quad (2.58)$$

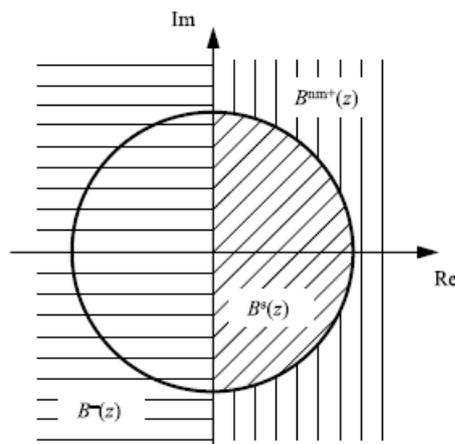
onde:

- $B^s(z)$ é o fator de $B(z)$ com raízes dentro do ciclo unitário e com parte real positiva;

- $B^-(z)$ denota o fator de $B(z)$ com raízes que possuem parte real negativa, independente de suas posições em relação ao ciclo unitário;
- $B^{nm+}(z)$ refere-se a parte de $B(z)$ que contem zeros de fase não mínima de $B(z)$ com parte real positiva.

Na Figura 6 é possível observar as regiões em que se encontraram as raízes de cada um dos polinômios decorrentes da fatoração.

Figura 6 – Divisão da região do plano- z em partes: boa, ruim e de fase não mínima.



Fonte: (JELALI, 2012)

Com essa fatoração, o IMC se torna:

$$G_{\text{IMC}}^*(z) = \frac{A(z)}{B^s(z)B_{\text{ss}}^-(z)B_{\text{rv}}^{\text{nm}+}(z)}, \quad (2.59)$$

onde $B_{\text{ss}}^-(z)$ é equivalente em estado estacionário de $B^-(z)$, i.e.

$$B_{\text{ss}}^-(z) = B^-(z) \Big|_{z=1}, \quad (2.60)$$

e $B_{\text{rv}}^{\text{nm}+}(z)$ é $B^{\text{nm}+}(z)$ com coeficientes reversos, i.e.

$$B_{\text{rv}}^{\text{nm}+}(z) = B^{\text{nm}+}(z) \mid \text{coeficientes reversos}. \quad (2.61)$$

Por exemplo, $B^{\text{nm}+}(z) = 1 - 1.3z^{-1} \Rightarrow B_{\text{rv}}^{\text{nm}+}(z) = z^{-1} - 1.3$.

2.6.2 Índice baseado em IMC

A força da abordagem IMC é que ela oferece uma boa relação entre desempenho e robustez para processar alterações e incompatibilidade entre a planta e o modelo, enquanto reduz os parâmetros de sintonia do controlador para um único coeficiente, a constante

de filtro λ (equivalente à constante de tempo em malha fechada). Considere o processo descrito pelo modelo:

$$y(k) = G_p u(k) + G_e e(k) = \frac{B(q)}{A(q)} q^{-\tau} u(k) + \frac{C(q)}{A(q)} e(k), \quad (2.62)$$

a partir do diagrama de blocos IMC podemos obter a relação geral:

$$y(k) = \frac{1}{1 + G_c G_p} G_e e(k) = \frac{1 - G_{\text{IMC}} G_p}{1 - G_{\text{IMC}} G_p + G_{\text{IMC}} \hat{G}_p} G_e e(k). \quad (2.63)$$

Se assumirmos um modelo perfeito, i.e., $\hat{G}_p = G_p$, a saída do processo será dada por:

$$y(k) = G_e e(k) - G_p G_{\text{IMC}} G_e e(k) = G_e e(k) - q^{-\tau} G_p^* G_{\text{IMC}} G_e e(k), \quad (2.64)$$

onde G_p^* é a parte do modelo do processo livre de atraso.

Considere a representação da resposta ao impulso da dinâmica do sistema de malha fechada:

$$y(k) = [E_\tau(q) + q^{-\tau} G_R(q)] e(k), \quad (2.65)$$

(HUANG; SHAH; KWOK, 1997) propôs, especificar G_R como:

$$G_R = \frac{1 - G_F}{R_\tau}, \quad (2.66)$$

onde G_F é o filtro IMC (estável e próprio), e R_τ a função de transferência própria definida pela equação de Diophantus:

$$G_e(q) = E_\tau(q) + q^{-\tau} R_\tau(q), \quad (2.67)$$

um filtro passa baixa com uma constante de tempo de malha fechada especificada λ , é normalmente incluído para garantir a troca entre desempenho e erros de modelo:

$$G_F(q) = \frac{(1 - \alpha)}{1 - \alpha q^{-1}}, \quad \alpha = e^{-(T_s/\lambda)}. \quad (2.68)$$

Substituindo a Equação 2.67 em 2.64 tem-se:

$$y(k) = E_\tau e(k) + q^{-\tau} [R_\tau - \tilde{G}_p \tilde{G}_{\text{IMC}} G_e] e(k), \quad (2.69)$$

comparando com a Equação 2.65 tem-se:

$$G_R = R_\tau - \tilde{G}_p G_{\text{IMC}} G_e \Rightarrow G_{\text{IMC}} = \frac{R_\tau - G_R}{G_p^* G_s}. \quad (2.70)$$

A partir das Equações 2.66 e 2.70 temos o controlador IMC:

$$G_{\text{IMC}} = \frac{G_F R_\tau}{G_p^* G_e}. \quad (2.71)$$

Uma vez que o controlador é estável e próprio, a resposta em malha fechada especificada na Equação 2.65 é alcançável. Substituindo na Equação 2.69 resulta em:

$$y(k) = E_\tau e(k) + q^{-\tau} R_\tau (1 - G_F) e(k), \quad (2.72)$$

sendo assim, é fácil observar que se $G_F = 1$, nós obtemos a resposta MVC. Para simplificar a tarefa de avaliação, vamos assumir o modelo da perturbação sendo do tipo caminhada aleatória (*random-walk*), i.e.:

$$G_\varepsilon(q) = \frac{1}{1 - q^{-1}}, \quad (2.73)$$

que pode ser expandido em uma divisão longa (Equação diophantiniana):

$$G_\varepsilon(q) = \underbrace{1 + q^{-1} + q^{-2} + \dots}_{E_\tau} + q^{-\tau} \underbrace{\frac{1}{1 - q^{-1}}}_{R_\tau}. \quad (2.74)$$

Substituindo R_τ na Equação 2.72 resulta em:

$$y(k) = E_\tau e(k) + q^{-\tau} \frac{\alpha}{1 - \alpha q^{-1}} e(k), \quad (2.75)$$

Portanto, a melhor variância alcançável IMC de y para uma constante de tempo de malha fechada desejada é:

$$\sigma_{\text{IMC}}^2 = \sigma_{\text{MV}}^2 + \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \sigma_e^2 = \tau \sigma_e^2 + \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \sigma_e^2 \quad (2.76)$$

A variância σ_{IMC}^2 , que claramente é maior que a variância mínima σ_{MV}^2 , pode ser utilizada para avaliar a degradação do desempenho devido aos requisitos de robustez no projeto do controlador. Para uma constante de tempo de malha fechada desejada λ , o melhor desempenho alcançável deve ser σ_{IMC}^2 . A Equação 2.76 também revela um conflito importante entre a variância mínima e a robustez: um α grande resulta em um controle mais robusto mas dramaticamente aumenta a variância do IMC alcançável. O índice de desempenho IMC pode ser então introduzido como:

$$\eta_{\text{IMC}} = \frac{\hat{\sigma}_{\text{IMC}}^2}{\hat{\sigma}_y^2} = \frac{\sum_{i=0}^{\tau-1} e_i^2 \sigma_e^2 + \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \sigma_e^2}{\sum_{i=0}^{\infty} e_i^2 \sigma_e^2} = \frac{\sum_{i=0}^{\tau-1} e_i^2 + \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2}}{\sum_{i=0}^{\infty} e_i^2}. \quad (2.77)$$

Observe que para calcular o índice η_{IMC} será necessário os dados de operação de rotina, um conhecimento/estimativa do atraso do sistema e o tempo de acomodação em malha fechada desejado para o sistema sob ação do IMC. Apenas o último é uma escolha subjetiva, e deverá ser escolhido de forma específica para cada malha avaliada, baseando-se em conhecimentos prévios sobre a malha.

2.7 Índice Baseado em Histórico de Dados

Na prática, muitas vezes é decidido especificar critérios de referência baseados em dados históricos durante um período em que o sistema de controle estava fazendo seu trabalho bem do ponto de vista dos engenheiros de controle ou manutenção. Essa abordagem requer conhecimento a priori de que o desempenho foi bom durante um determinado período, de acordo com algumas avaliações de especialistas. Para os dados de entrada e saída selecionados, o índice de referência histórico é definido como a razão:

$$\eta_{\text{his}} = \frac{J_{\text{his}}}{J_{\text{act}}}, \quad (2.78)$$

onde J_{his} é o valor do critério de desempenho selecionado, geralmente extraído de dados históricos, e J_{act} o valor atual do critério.

As técnicas de *benchmarking* histórico não exigem um modelo de processo ou o conhecimento do atraso do processo e, portanto, também são adequadas para monitorar processos não lineares com variação de tempo. No entanto, deve-se ter cuidado ao aplicar o *benchmarking* HIS e EHPI, pois eles podem ser muito subjetivos e confiar muito na situação atual de desempenho. Frequentemente, os dados do controlador considerado como referência possuem desempenho ruim em comparação com outros índices.

É interessante selecionar dados que, no julgamento do usuário, possuam bons desempenhos. Dito isso, dados de operação, produzidos imediatamente após uma sintonia do controlador, são promissores para se tornarem referência histórica.

3 Resultados Experimentais

Inicialmente, os índices descritos no capítulo anterior foram implementados no ambiente do *MATLAB/Simulink*, com o intuito de compreender os algoritmos para o cálculo de cada índice estudado. Para aplicá-los, são utilizados dados simulados que tomaram como base modelos descritos na bibliografia estudada. Em seguida, os mesmos modelos foram simulados e seus dados foram exportados para um software de avaliação de malhas, desenvolvido em C#, ao decorrer deste trabalho.

O cálculo do índice de variância mínima é realizado utilizando dois algoritmos, a estimativa por mínimos quadrados e o método de filtragem e correlação (FCOR). Para calcular o índice seguindo a estimativa por mínimos quadrados é necessário, além dos dados de saída, estimar o atraso do sistema e selecionar uma ordem para o modelo identificado durante o processo. Já o cálculo utilizando o método FCOR, é necessário os dados de saída bem como a estimativa do atraso do sistema e também a estimativa da variância da perturbação.

Para aplicar a abordagem do horizonte estendido, calcula-se o índice para diversos valores de horizonte de predição e então, graficamente, seleciona-se o horizonte de predição em que o controlador considerado possua um índice próximo à 0.8. Este horizonte, torná-se então, base para recalculá-lo este índice nas próximas avaliações. Por motivos de reaproveitamento de código, a função que calcula o índice de variância mínima pela estimativa dos mínimos quadrados, foi reutilizada de forma que o atraso do sistema estimado foi substituído pelo horizonte de predição desejado.

O índice baseado em IMC, por sua vez, precisa dos dados de saída, do tempo de acomodação desejado para o sistema de malha fechada e estimativas do atraso e da variância da perturbação. E no índice baseado em dados históricos, utilizou os dados da primeira simulação como referência.

3.1 Software de Avaliação

O objetivo geral do software desenvolvido é avaliar o desempenho de malhas de controle, oferecendo suporte no diagnóstico dos problemas e nas decisões a serem tomadas para solucioná-los. Ele foi escrito em C# e a seguir, na Tabela 1, podemos ver a lista de requisitos funcionais que nortearam o seu desenvolvimento.

Tabela 1 – Requisitos Funcionais

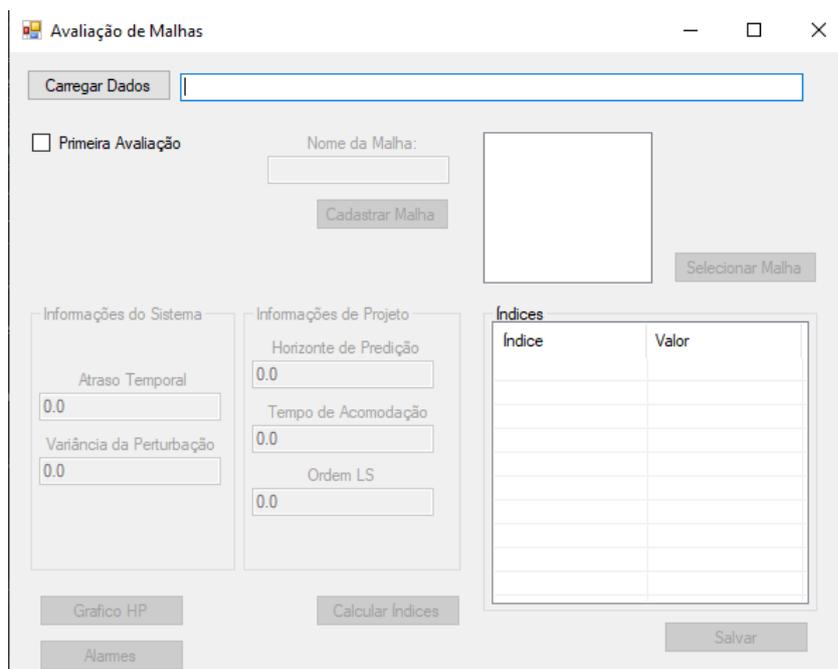
ID	Breve Descrição	Dependência	Prioridade	Mutabilidade
RF01	O programa deve apresentar melhor interface		Alta	Média
RF02	O programa deve permitir leitura de dados		Alta	Baixa
RF03	O programa deve permitir tratamentos para adequar os dados de avaliação	RF02	Média	Média
RF04	O programa deve solicitar do usuário informações necessárias para o cálculo dos índices		Alta	Média
RF05	O programa deve calcular índices de avaliação a partir dos dados	RF02, RF03, RF04	Alta	Baixa
RF06	O programa deve permitir o armazenamento dos índices para monitorar malhas específicas	RF05	Média	Baixa
RF07	O programa deve permitir a criação de alertas pelo usuário	RF05	Média	Média
RF08	O programa deve sinalizar os alertas ao usuário	RF07	Média	Alta
RF09	O programa deve armazenar as informações fornecidas pelo usuário sobre cada malha	RF04	Média	Baixa
RF10	O programa deve carregar as informações já disponíveis sobre a malha selecionada	RF09	Baixa	Média

Fonte: autoria própria.

3.1.1 Guia do Software

Ao executar o software de avaliação será exibida a tela inicial que pode ser vista na Figura 7. É possível observar que muitos dos controles estarão bloqueados, exigindo que o usuário selecione os dados que serão avaliados, clicando no botão Carregar Dados.

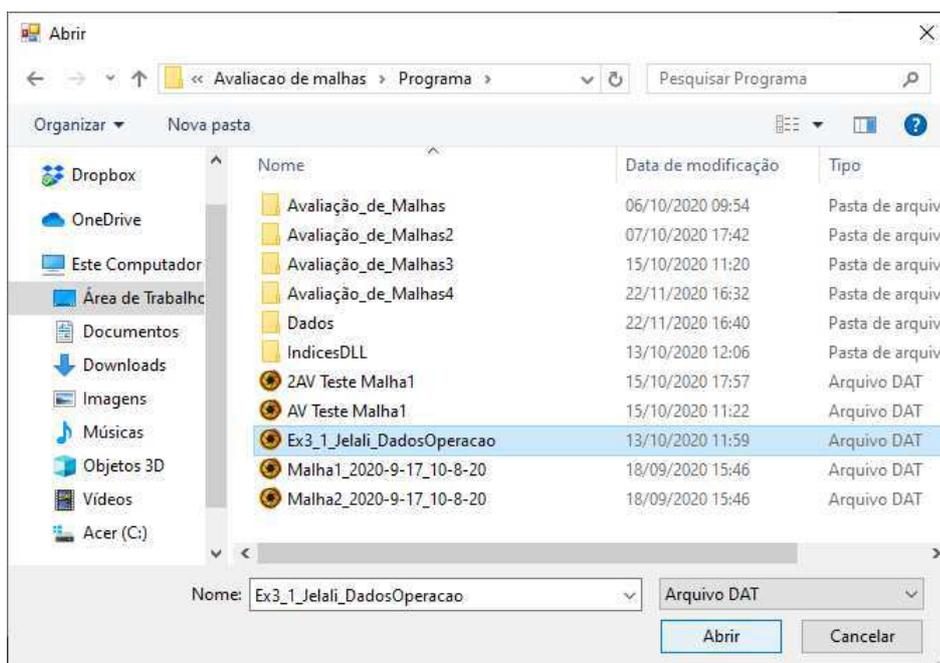
Figura 7 – Tela Inicial



Fonte: autoria própria.

Após clicar no botão carregar dados será aberta uma tela para que o usuário possa selecionar o arquivo de dados, como exibido na Figura 8.

Figura 8 – Tela de Seleção do Arquivo de Dados

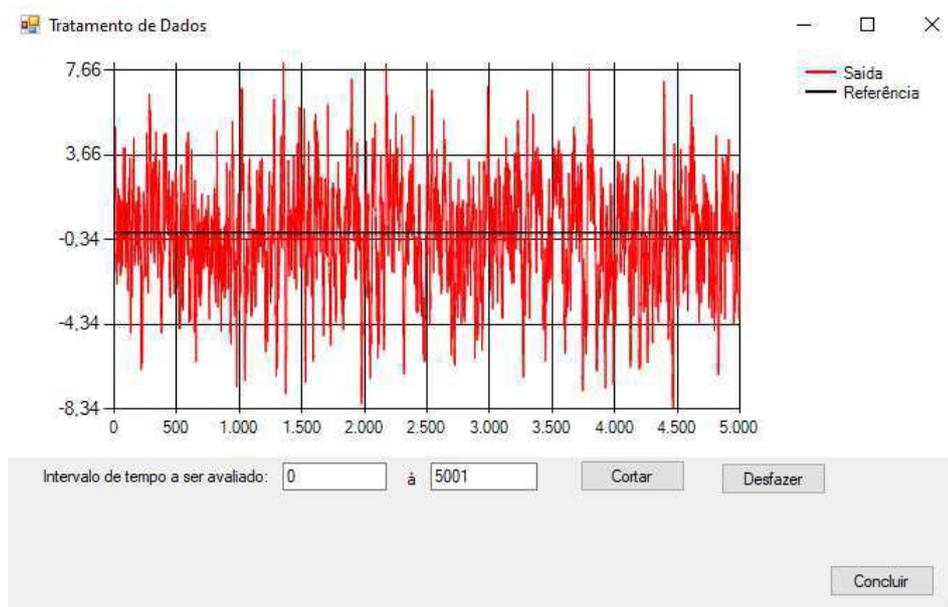


Fonte: autoria própria.

Com o arquivo de dados selecionado, o usuário será automaticamente redirecionado

para uma tela de tratamento de dados, Figura 9 aonde será possível cortar os dados presentes no arquivo, selecionando apenas a parte que lhe for de interesse nos cálculos de avaliação.

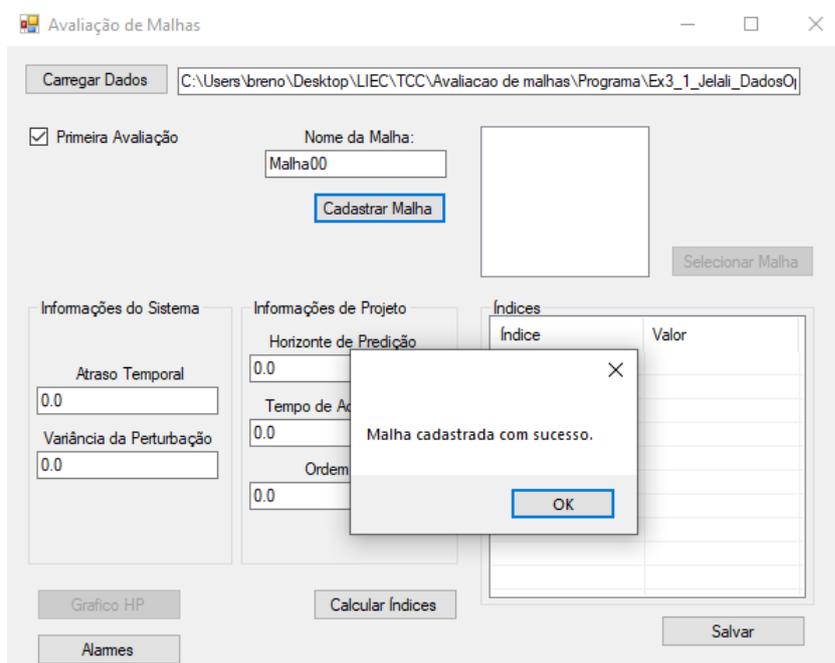
Figura 9 – Tela de Tratamento de Dados



Fonte: autoria própria.

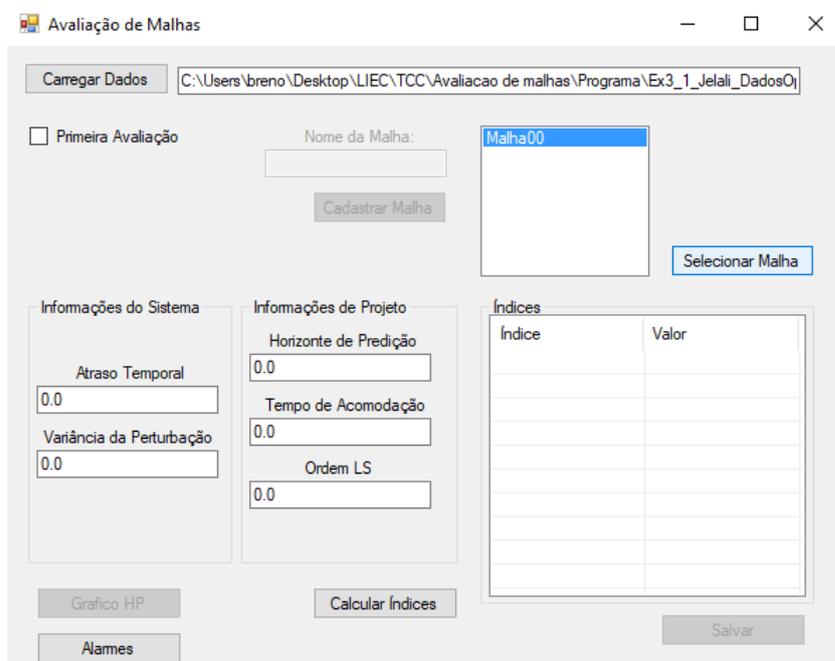
Em posse dos dados tratados, o usuário possuirá duas opções. Caso seja a primeira avaliação da malha em questão, deverá selecionar o *CheckBox* Primeira Avaliação e realizar um cadastro para esta malha, Figura 10. No entanto, se a malha em questão já possuir um cadastro, o usuário deverá desmarcar o *CheckBox* Primeira Avaliação, e selecionar na lista de malhas cadastradas a malha que será avaliada Figura 11.

Figura 10 – Cadastro de uma nova malha



Fonte: autoria própria.

Figura 11 – Seleção de malha existente



Fonte: autoria própria.

Ao selecionar uma malha existente, as últimas informações fornecidas pelo usuário sobre esta malha serão carregadas automaticamente, e além disso uma nova janela será aberta, Figura 12 com histórico dos índices, então será solicitado que o usuário selecione

Já sobre o projeto dos índices, o usuário deverá fornecer qual o horizonte de previsão será utilizado no cálculo do índice de horizonte estendido, qual o valor do tempo de acomodação desejado em malha fechada para o cálculo do índice IMC, e qual a ordem será utilizada no estimador de mínimos quadrados utilizado na índice de variância mínima. Uma observação importante é que todas essas informações deverão ser fornecidas em quantidades de amostras.

Tendo o usuário fornecido todas essas informações ele poderá clicar no botão Calcular Índices para que o programa exiba os resultados encontrados, Figura 14.

Figura 14 – Resultados dos índices

A captura de tela mostra a interface de usuário do software 'Avaliação de Malhas'. O formulário contém os seguintes campos e controles:

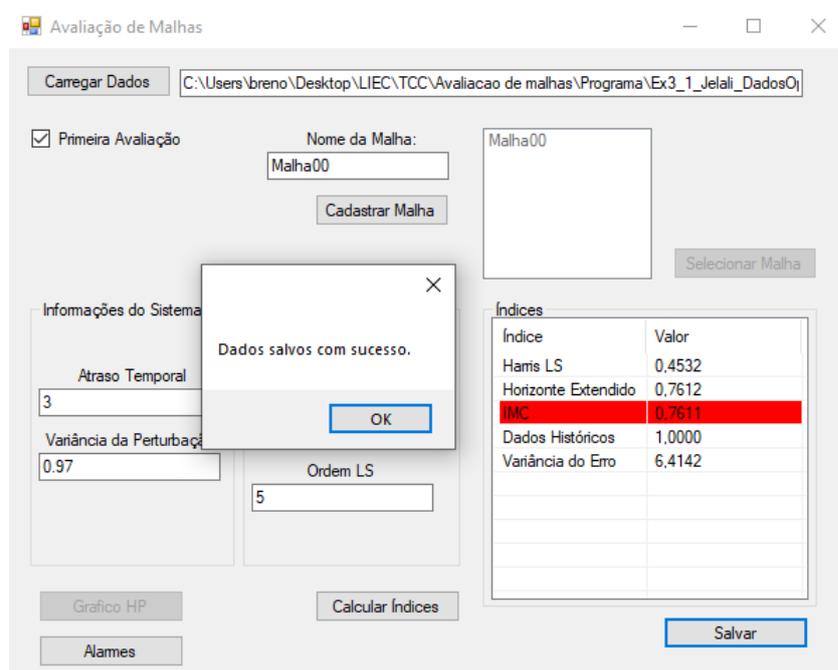
- Botão 'Carregar Dados' e campo de texto com o caminho de arquivo: `C:\Users\breno\Desktop\LIEC\TCC\Avaliacao de malhas\Programa\Ex3_1_Jelali_DadosOj`
- Caixa de seleção 'Primeira Avaliação' (marcada).
- Campo 'Nome da Malha:' com o valor 'Malha00' e botão 'Cadastrar Malha'.
- Botão 'Selecionar Malha'.
- Seção 'Informações do Sistema' com campos: 'Atraso Temporal' (3), 'Variância da Perturbação' (0.97).
- Seção 'Informações de Projeto' com campos: 'Horizonte de Predição' (6), 'Tempo de Acomodação' (5), 'Ordem LS' (5).
- Botões 'Grafico HP', 'Alarms' e 'Calcular Índices' (destacado com um retângulo azul).
- Botão 'Salvar'.
- Tabela de resultados dos índices:

Índice	Valor
Hams LS	0.4532
Horizonte Estendido	0.7612
IMC	0.7611
Dados Históricos	1.0000
Variância do Erro	6.4142

Fonte: autoria própria.

Por fim o usuário poderá salvar a avaliação realizada no arquivo correspondente à malha em questão para poder monitorá-la com o decorrer do tempo, Figura 15.

Figura 15 – Avaliação salva



Fonte: autoria própria.

3.2 Simulações

3.2.1 Exemplo 1

O primeiro modelo utilizado nas simulações foi retirado de um exemplo presente em (JELALI, 2012), que por sua vez foi retirado de (ASTRÖM; WITTENMARK, 1997):

$$y(k) = \frac{0.63q^{-3}}{1 - 0.37q^{-1}}u(k) + \frac{1}{1 - q^{-1}}e(k), \quad (3.1)$$

em que, a perturbação é assumida possuir variância unitária. Para este exemplo foi projetado um controlador de ação integral, descrito em 3.2.

$$G_c = \frac{0.1}{1 - q^{-1}}. \quad (3.2)$$

Com o intuito de observar nos índices de desempenho o efeito que as alterações no sistema - desgaste, troca de peças, etc - exercem na qualidade do sistema de controle, ao decorrer do tempo.

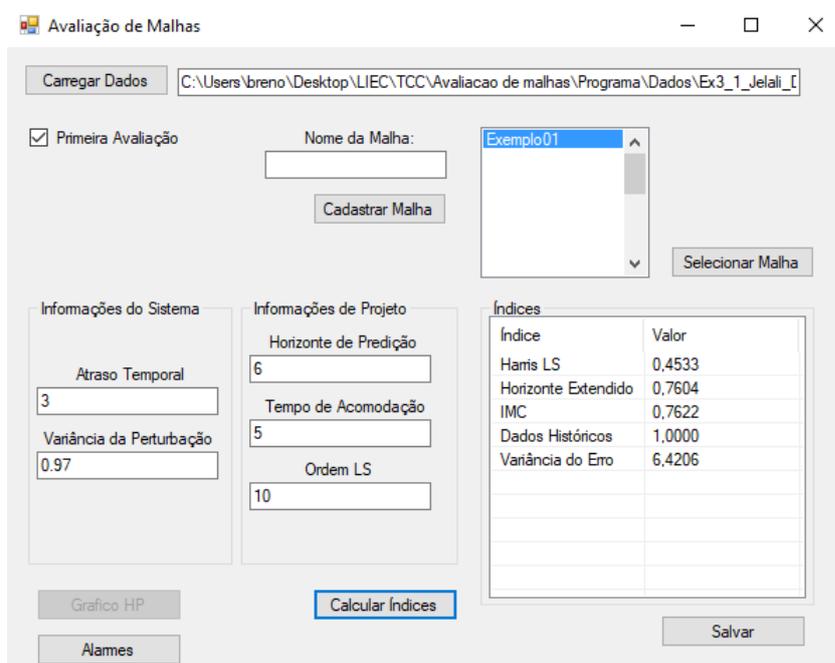
Elaborou-se então no *Simulink*, um diagrama de simulação em malha fechada para o sistema descrito, como ilustrado na Figura 16. A referência do sistema em malha fechada foi escolhida como 0, o tempo de amostragem é de 1s e a duração da simulação é de 5000s. Todos os dados simulados foram salvos e reavaliados no software de avaliação.

Tabela 2 – Valores dos índices de avaliação para primeira simulação do exemplo 01

$\eta_{MV_{LS}}$	$\eta_{MV_{FCOR}}$	η_{HE}	η_{IMC}	η_{HIS}
0.45	0.44	0.76	0.76	1.00

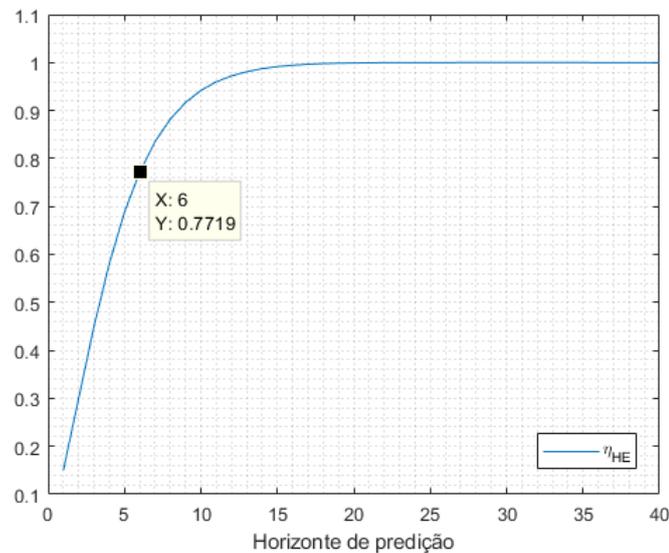
Fonte: autoria própria.

Figura 18 – Avaliação da primeira simulação do exemplo 01



Fonte: autoria própria.

Figura 19 – Índice de horizonte estendido versus horizonte de predição.

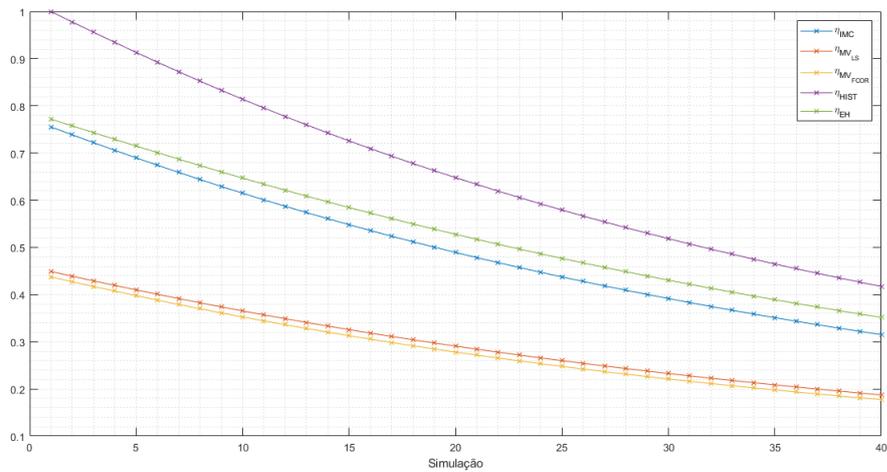


Fonte: autoria própria.

Após a primeira simulação, com o intuito de observar o efeito que as alterações no modelo da planta causam no desempenho do controlador, e portanto nos valores dos índices, foram executadas mais 39 simulações e a cada nova simulação o modelo da planta foi corrompido, o seu ganho a localização seu polo foram atenuados por fatores 0.98 e 0.97, respectivamente. Na Figura 20 é possível observar os valores dos índices para cada nova simulação.

Observando os valores dos índices, é possível perceber a importância da utilização de índices diferentes para avaliar a malha de controle. Na primeira simulação é notável a diferença entre os valores dos índices e conseqüentemente as informações que eles trazem. Os índices de variância mínima (η_{MVLS} e η_{MVFCOR}) já apontam um desempenho ruim na primeira simulação, o que indica que há muito espaço para melhoria do controlador, em quanto os índices de horizonte estendido (η_{HE}) e IMC (η_{IMC}) apontaram um desempenho bom, o que indica que apesar de ter muito espaço para melhorias esse controlador possui um desempenho satisfatório e por isso não há, ainda, necessidade de realizar uma nova sintonia. Por sua vez, o índice baseado em dados históricos, por tomar como referência a primeira simulação, apontou um desempenho perfeito.

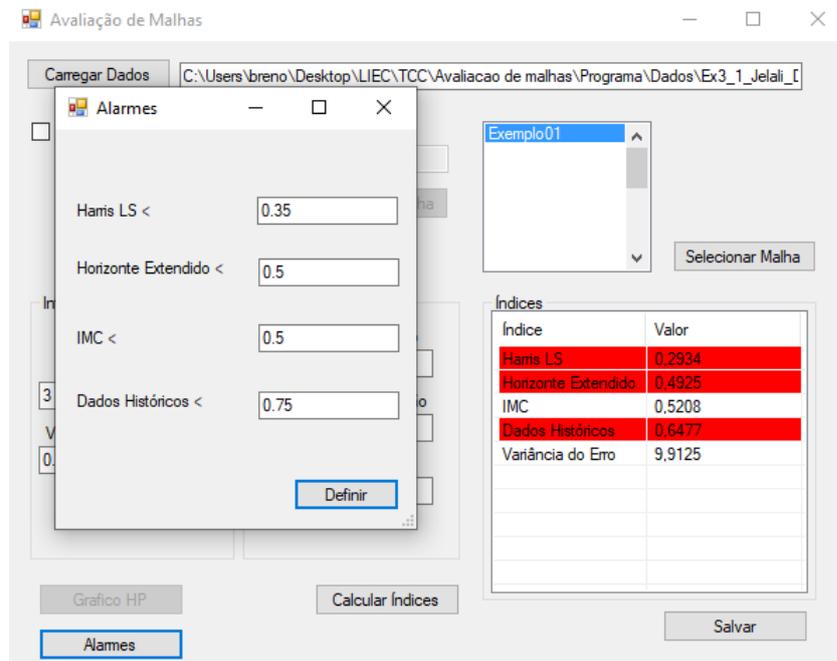
Figura 20 – Simulação da Degradação da Planta do exemplo 01 com o tempo.



Fonte: autoria própria.

Com as alterações do modelo da planta, podemos observar a degradação dos valores de todos os índices, de tal maneira que, chegará a um ponto em que o avaliador precisará intervir e sugerir uma nova sintonia do controlador. Por exemplo, na vigésima simulação, Figura 21 os índices η_{HE} e η_{IMC} possuem valores entre 0.45 e 0.55, começando a apontar um desempenho ruim da malha de controle e o índice η_{HIS} possui um valor próximo à 0.65 indicando que é necessário reduzir 35% da variância da saída atual para ter um desempenho semelhante ao que existia na primeira simulação. Com isso é possível acompanhar a deterioração do desempenho do sistema de controle, auxiliando na avaliação das malhas.

Figura 21 – Avaliação da vigésima simulação do exemplo 01



Fonte: autoria própria.

3.2.2 Exemplo 2

O sistema utilizado nas simulações deste exemplo foi retirado de (KO; EDGAR, 2004):

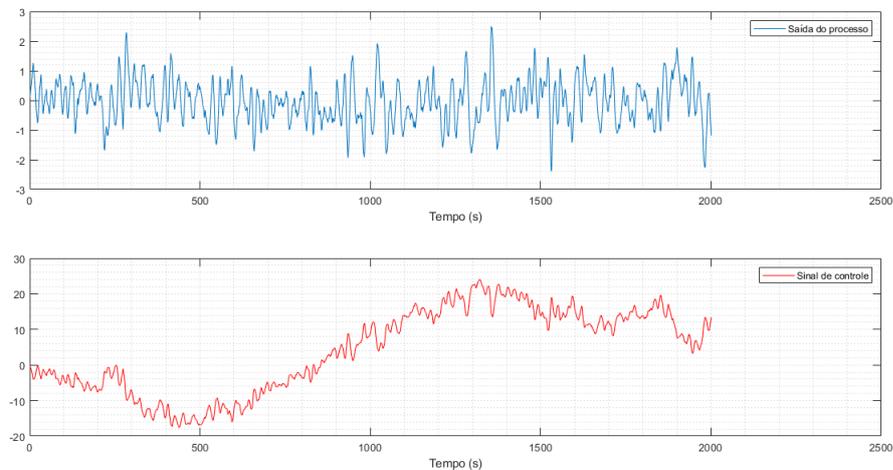
$$G_p = \frac{0.1}{1 - 0.8q^{-1}} q^{-6} \quad (3.3)$$

$$G_e = \frac{1}{(1 - q^{-1})(1 - 0.7q^{-1})} \quad (3.4)$$

$$G_c = \frac{2.3 - 2.1q^{-1}}{1 - q^{-1}} \quad (3.5)$$

Realizou-se então o mesmo procedimento do Exemplo 1 com o intuito de observar as variações dos índices para alterações introduzidas no modelo da planta. Uma primeira simulação de 2000 pontos foi realizada com o sistema intacto, considerando a variância da perturbação como 0.01. Na Figura 22 é possível observar os dados da simulação.

Figura 22 – Dados da primeira simulação do exemplo 02



Fonte: autoria própria.

Após a primeira simulação os valores dos índices foram registrados na Tabela 3 e na Figura 23. O valor escolhido para o horizonte de predição foi de 8 amostras, selecionado a partir da Figura 24 de forma em que o η_{HE} possuisse o valor mais próximo à 0.8. Para o tempo de acomodação desejado em malha fechada, escolheu-se 10 amostras por ser considerado um bom tempo de referência.

Figura 23 – Avaliação da primeira simulação do exemplo 02

Avaliação de Malhas

Carregar Dados C:\Users\breno\Desktop\LIEC\TCC\Avaliacao de malhas\Programa\Dados\ex2\ExPID.dat

Primeira Avaliação Nome da Malha: Exemplo01
Exemplo02
Cadastrar Malha Selecionar Malha

Informações do Sistema
Atraso Temporal 6
Variância da Perturbação 0.01

Informações de Projeto
Horizonte de Predição 8
Tempo de Acomodação 10
Ordem LS 10

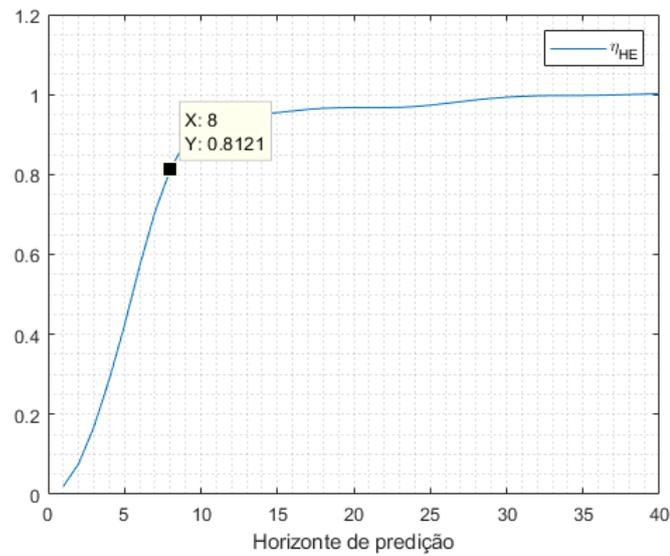
Índices

Índice	Valor
Hamis LS	0,5723
Horizonte Extendido	0,8121
IMC	0,6529
Dados Históricos	1,0000
Variância do Erro	0,5242

Grafico HP Alames Calcular Índices Salvar

Fonte: autoria própria.

Figura 24 – Índice de horizonte estendido versus horizonte de predição.



Fonte: autoria própria.

Tabela 3 – Valores dos índices de avaliação para a primeira simulação do exemplo 02

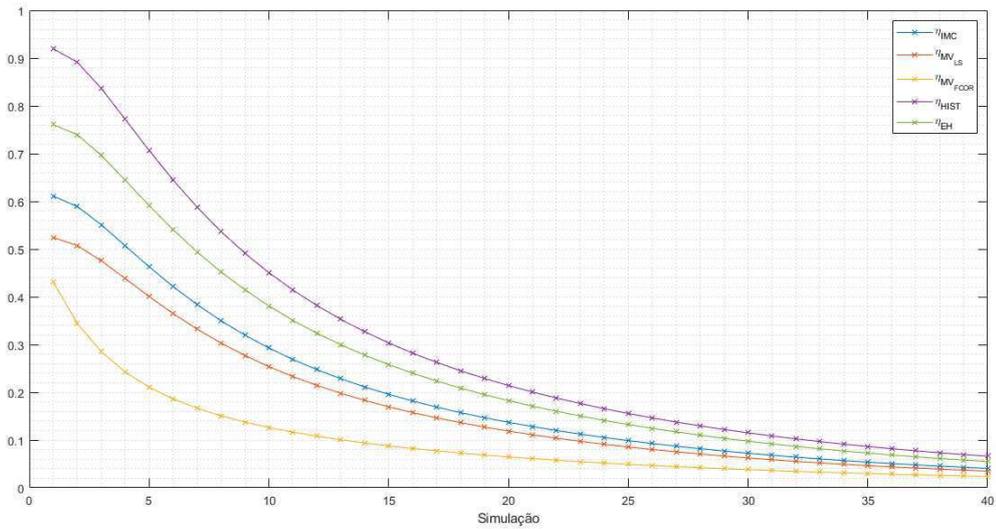
η_{MVLS}	η_{MVFCOR}	η_{HE}	η_{IMC}	η_{HIS}
0.57	0.47	0.81	0.66	1.00

Fonte: autoria própria.

Em seguida, como realizado no exemplo 1, foram introduzidas alterações no modelo da planta, de forma que a cada nova simulação o seu ganho e a localização do seu polo foram atenuadas por fatores de 0.96 e 0.97 respectivamente.

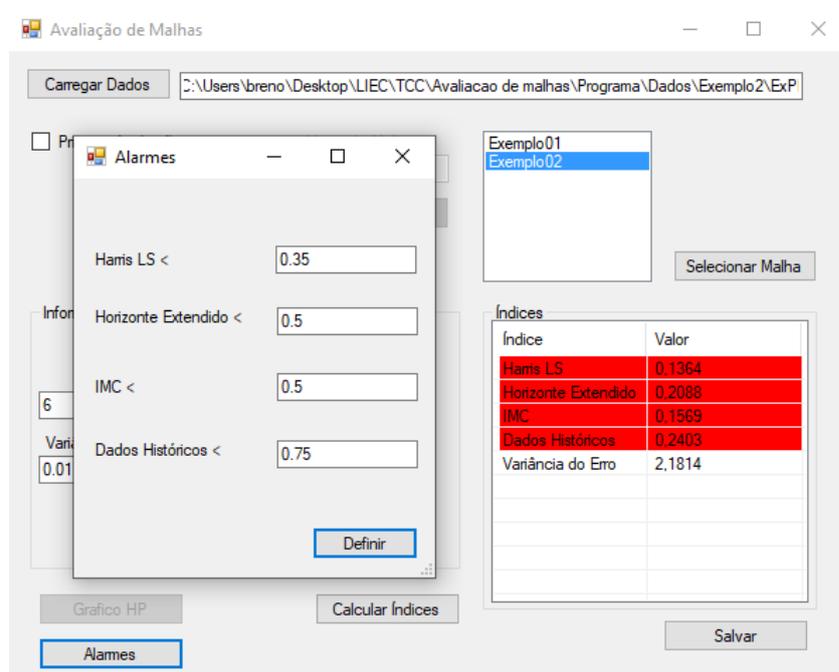
Assim como no exemplo 01, podemos monitorar a degradação do sistema de controle, do exemplo 02, por meio dos valores dos índices de avaliação. A Figura 25 traz os valores dos índices para mais 39 simulações e na Figura 26 podemos observar a avaliação realizada na vigésima simulação do exemplo 02.

Figura 25 – Simulação da Degradação da Planta do exemplo 02 com o tempo.



Fonte: autoria própria.

Figura 26 – Avaliação da vigésima simulação do exemplo 02



Fonte: autoria própria.

É importante notar que, os índices η_{HE} e η_{IMC} são projetados de formas diferentes ao exemplo 01 e portanto não podemos comparar as duas malhas com base nestes índices. No entanto, como o índice η_{MVLS} toma como referência o controle de variância mínima da malha em questão, é possível comparar o desempenho de malhas distintas utilizando este

índice. Conclui-se assim, que a malha do exemplo 02 possui um desempenho levemente melhor na primeira simulação comparado ao desempenho da malha do exemplo 01. Ao analisar o índice η_{HIS} , também é possível perceber que na vigésima simulação a malha do exemplo 02 sofreu um desgaste maior sendo necessário reduzir aproximadamente 75% da variância da saída para restaurar o desempenho que esta malha possuía na primeira simulação, e por sua vez a malha do exemplo 01 precisa reduzir 35%.

4 Considerações Finais

Neste trabalho, foi apresentado o estudo e a aplicação diferentes técnicas de avaliação de malhas de controle. Foi tratado todo o procedimento relacionado aos cálculos dos índices de desempenho, desde as suas fundamentações teóricas até a concepção das equações que devem ser empregados os dados de operação do sistema.

Foram detalhadas as técnicas de avaliação de variância mínima, horizonte estendido, baseado em IMC e baseada em dados históricos, trazendo à tona uma abordagem relacionada a sistemas SISO, apresentando, assim, a estratégia que pode ser empregada para a utilização destas técnicas em sistemas com esta configuração de entrada e saída.

Baseado nos conceitos apresentados, foi desenvolvido um software de avaliação em que se implementou as quatro técnicas de avaliação estudadas. Além do software de avaliação utilizou-se o ambiente do *MATLAB/Simulink* para aplicar as técnicas em exemplos simulados. Isto permitiu uma exemplificação prática do uso dos conhecimentos apresentados durante o trabalho, provando a relevância dos mesmos dentro do contexto de atuação de um engenheiro.

O trabalho em questão proporcionou ao aluno um contato mais direto com elementos práticos relacionados a conhecimentos adquiridos em diferentes disciplinas ao longo da graduação, como Controle Digital e Controle Analógico, e também em atividades extra curriculares, o que demonstra a importância de um trabalho desta natureza dentro do processo de formação de um engenheiro.

Diante disso, é possível concluir que os índices foram implementados com sucesso, tanto no software desenvolvido quanto no *MATLAB/Simulink*. E com a associação dos índices foi possível realizar avaliações mais robustas sobre o desempenho dos dados. Com relação a trabalhos futuros, podem ser implementadas: outras técnicas de avaliação, como técnicas *Data Driven*; melhorias no software de avaliação, como tratamento de exceções, testes de erros e novas funcionalidades; e testes em plantas reais.

Referências

- ÅSTRÖM, K. J. *Introduction to stochastic control theory*. [S.l.]: Courier Corporation, 1970. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 7.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Computer-controlled systems: theory and design*. [S.l.], 1997. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 29.
- DESBOROUGH, L.; HARRIS, T. Performance assessment measures for univariate feedback control. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Wiley Online Library, v. 70, n. 6, p. 1186–1197, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 15.
- DOMAŃSKI, P. D.; DOMAŃSKI, P. D.; DITZINGER. *Control Performance Assessment: Theoretical Analyses and Industrial Practice*. [S.l.]: Springer, 2020. Citado na página 1.
- HARRIS, T. J. Assessment of control loop performance. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Wiley Online Library, v. 67, n. 5, p. 856–861, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 9.
- HUANG, B.; SHAH, S.; KWOK, E. Good, bad or optimal? performance assessment of multivariable processes. *Automatica*, Elsevier, v. 33, n. 6, p. 1175–1183, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 19.
- HUANG, B.; SHAH, S. L. *Performance assessment of control loops: theory and applications*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1999. Citado na página 9.
- INGIMUNDARSON, A.; HÄGGLUND, T. Closed-loop performance monitoring using loop tuning. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 15, n. 2, p. 127–133, 2005. Citado na página 16.
- JELALI, M. *Control performance management in industrial automation: assessment, diagnosis and improvement of control loop performance*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado 8 vezes nas páginas 1, 8, 9, 12, 16, 18, 29 e 30.
- KING, I. et al. A neural network approach to control performance assessment. *International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics*, Emerald Group Publishing Limited, 2008. Citado na página 1.
- KO, B.-S.; EDGAR, T. F. Pid control performance assessment: The single-loop case. *AIChE Journal*, Wiley Online Library, v. 50, n. 6, p. 1211–1218, 2004. Citado na página 34.
- MORARI, M.; ZAFIRIOU, E. *Robust process control*. [S.l.]: Morari, 1989. Citado na página 17.
- MOUDGALYA, K. M. *Digital control*. [S.l.]: Wiley Online Library, 2007. Citado na página 17.
- THORNHILL, N.; OETTINGER, M.; FEDENCZUK, P. Refinery-wide control loop performance assessment. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 9, n. 2, p. 109–124, 1999. Citado na página 15.