



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA

Álison Pereira da Silva

**Determinação da difusividade térmica (e sua incerteza) para produtos acondicionados em recipientes cilíndricos durante seu aquecimento: Experimentação, Otimização e Simulação**

Campina Grande, Paraíba, Brasil

7 de dezembro de 2021



Álison Pereira da Silva

**Determinação da difusividade térmica (e sua incerteza)  
para produtos acondicionados em recipientes cilíndricos  
durante seu aquecimento: Experimentação, Otimização e  
Simulação**

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Professor Dr. Wilton Pereira da Silva

Campina Grande, Paraíba, Brasil

7 de dezembro de 2021

S586d

Silva, Álison Pereira da.

Determinação da difusividade térmica (e sua incerteza) para produtos acondicionados em recipientes cilíndricos durante seu aquecimento: experimentação, otimização e simulação / Álison Pereira da Silva. – Campina Grande, 2021.  
142 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2021.

"Orientação: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva".

Referências.

1. Aquecimento. 2. Geometria Cilíndrica. 3. Condução de Calor. 4. Regime Transiente. I. Silva, Wilton Pereira da. II. Título.

CDU 536.24(043)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
POS-GRADUACAO EM FISICA  
Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitário, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

## FOLHA DE ASSINATURA PARA TESES E DISSERTAÇÕES

**ÁLISON PEREIRA SILVA**

**Determinação da difusividade térmica (e sua incerteza) para produtos acondicionados em recipientes cilíndricos durante seu aquecimento: Experimentação, Otimização e Simulação**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física como pré-requisito para obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 26/11/2021

**Wilton Pereira da Silva**

Presidente da Comissão e Orientador

**Kennedy Leite Agra**

Examinador Interno

**Aluizio Freire da Silva Júnior**

Examinador Externo



Documento assinado eletronicamente por **WILTON PEREIRA DA SILVA, PROFESSOR 3 GRAU**, em 30/11/2021, às 17:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).

PRPG-Folha de Assinatura para Teses e Dissertações PPGF-PRPG 1860672 SEI 23096.065317/2021-16 / pg. 1



Documento assinado eletronicamente por **ALUIZIO FREIRE DA SILVA JUNIOR, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 30/11/2021, às 18:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **KENNEDY LEITE AGRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 01/12/2021, às 08:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **1860672** e o código CRC **46BB7F15**.

Referência: Processo nº 23096.065317/2021-16

SEI nº 1860672



*A minha família: Josineide, Ailton, Alan e Harryson. Como diz o provérbio “A verdadeira felicidade está na própria casa, entre as alegrias da família”.*



# Agradecimentos

- Primeiramente ao meu Deus, por sempre estar comigo diariamente, proporcionando-me força e incentivo especialmente para a elaboração deste trabalho e do conhecimento construído ao longo de toda a minha jornada acadêmica.
- Aos meus pais, Josineide Pereira e Ailton Clementino, por todo amor, conselhos e incentivo na busca do saber e a nunca desistir dos sonhos. Agradeço também pela cumplicidade dos meus Irmãos Alan Pereira e Harryson Pereira.
- Ao meu orientador Wilton Pereira, por ter acreditado que seria possível a construção desse trabalho, obrigado por todo aprendizado, motivação, paciência e por sempre está me apoiando na busca pelo conhecimento com garra e empenho em tudo que se fizer.
- A minha médica e amiga Antônia por cuidar tão bem da minha saúde nesses últimos anos, principalmente por me incentivar a estar sempre buscando crescer profissionalmente e como ser humano a cada dia.
- A minha amiga e colega de profissão Ione Almeida por todo apoio e incentivo fortemente para a realização do mestrado e também a minha prima/irmã Jordana por toda a colaboração e força que me destes ao longo de toda essa caminhada acadêmica.
- Aos demais amigos João Vitor, Seu Beto, Alana Laís, Leoni Brasil, Ianne, Felipe e Lívia que acreditaram no meu potencial para sempre estar buscando novos caminhos e vencendo desafios ao longo do meu percurso profissional, as quais por meio da fé e confiança acreditaram na minha aprovação no mestrado e receberia o título de mestre.
- Agradeço aos professores desta Unidade Acadêmica que contribuíram, de alguma forma, para minha formação acadêmica e científica. Especialmente ao Professor e atual coordenador João Rafael do Programa de Pós Graduação, por todo apoio aos alunos e incentivo a estar sempre progredindo nessa jornada pela busca do saber.
- De forma geral, a todos aqueles que ajudaram comprando minhas rifas, colaborando financeiramente para os gastos realizados ao longo do mestrado.
- A Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) por ter me recebido de portas abertas, com toda a base fornecida para este estudo e pela oferta especialmente desse importante Programa de Pós Graduação em Física.



*“Não tentes ser bem-sucedido,  
tenta antes ser um homem de valor”.*  
*(Albert Einstein)*



# Resumo

Esse estudo está fundamentado em uma abordagem teórico/experimental para a descrição da transferência de calor durante o processo de aquecimento de produtos (ágar gel, purê de tomate e polpa de caju) no estado pastoso, por meio da determinação de sua difusividade térmica aparente, considerando que a condução seja o único meio de transferência de energia térmica. Para tanto, foi realizado somente o experimento de aquecimento da polpa de caju, em que tal produto foi acondicionado em um recipiente cilíndrico, que foi mergulhado em água previamente aquecida a uma temperatura de  $65^{\circ}C$ , e para os demais produtos foram utilizados dados de aquecimentos já realizados. Assim sendo, colocou-se previamente um termopar no centro do cilindro e outro na parede interna do recipiente. As temperaturas destes pontos foram medidas a cada segundo, desde a temperatura ambiente até o equilíbrio térmico, utilizando a aquisição automática de dados. A partir desse feito, foi criado um solver, que é um programa executável contendo a solução analítica da equação de difusão para a geometria cilíndrica, apresentando a solução para os chamados problemas diretos de difusão de calor, o que requer que todos os parâmetros envolvidos na solução sejam conhecidos para descrição dos perfis de temperatura ao longo do tempo. A partir disso, para que utilizando perfis de temperaturas, possa-se determinar os parâmetros termo físicos do produto em aquecimento.

**Palavras-chave:** Aquecimento. Geometria cilíndrica. Condução de calor. Regime transiente.



# Abstract

This study is based on a theoretical / experimental approach to the description of heat transfer during the heating process of products (agar gel, tomato puree and cashew pulp) in the pasty state, by determining their apparent thermal diffusivity, whereas conduction is the only means of transferring thermal energy. For this purpose, only the cashew pulp heating experiment was carried out, in which the product was placed in a cylindrical container, which was immersed in water previously heated to a temperature of  $65^{\circ}C$ , and heating data were used for the other products performed. Therefore, a thermocouple was previously placed in the center of the cylinder and another in the inner wall of the pool. As these points were measured every second from room temperature to thermal equilibrium using automatic data acquisition. From this feat, a solver was created, which is an executable program containing the analytical solution of the diffusion equation for cylindrical geometry, the solution to the so-called direct heat diffusion problems, which requires all parameters linked in the solution are known for describing temperature profiles over time. From this, using temperature profiles, it is possible to determine the thermo-physical parameters of the heating product.

**Keywords:** Heating. Cylindrical geometry. Heat conduction. Transient regime.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Imagem do caju. . . . .	25
Figura 2 – A) Castanha de caju com a amêndoa em seu interior e B) Camadas da castanha de caju. . . . .	28
Figura 3 – Imagem do tomate/purê . . . . .	30
Figura 4 – Imagem do ágar gel . . . . .	36
Figura 5 – Posições dos termopares no recipiente cilíndrico. . . . .	78
Figura 6 – Equipamento Kacil modelo BM-02. . . . .	79
Figura 7 – Banho Maria marca Kacil modelo BM-02. . . . .	79
Figura 8 – Dimensões do recipiente utilizado para o processo de aquecimento. . . . .	81
Figura 9 – Esquema tridimensional para o exemplo do escoamento. . . . .	83
Figura 10 – Recipiente cilíndrico com simetria radial. . . . .	86
Figura 11 – Interseção de um cilindro infinito e uma parede infinita. . . . .	88
Figura 12 – Fluxograma da solução analítica . . . . .	94
Figura 13 – Arquivos que devem ser colocados juntos no diretório Otimização. . . . .	98
Figura 14 – Menu Arquivo. . . . .	98
Figura 15 – Caixa de diálogo com informações sobre o processo de otimização. . . . .	99
Figura 16 – Exemplo de arquivo exp.txt com conjunto de dados experimental a ser fornecido pelo usuário. . . . .	100
Figura 17 – Arquivo de exemplo Parameters.txt, fornecido pelo <i>Software LS Optimizer</i> , para ser usado pelo solucionador criado pelo usuário. . . . .	100
Figura 18 – Modificações no início do código-fonte original do solucionador para leia os arquivos exp.txt e parâmetros.txt. . . . .	101
Figura 19 – Este código deve ser adicionado para abrir um arquivo com o nome esperado por <i>LS Optimizer</i> antes do loop que calcula a variável dependente correspondente a cada valor da variável independente. . . . .	101
Figura 20 – Arquivo denominado Unsteady.txt gerado pelo solucionador e usado para cálculos no <i>LS Optimizer</i> . . . . .	102
Figura 21 – Menu File do <i>LS Optimizer</i> . . . . .	104
Figura 22 – Arquivos data e exp . . . . .	104
Figura 23 – Caixa de diálogo com informações iniciais para o processo de otimização	105
Figura 24 – Cinética de aquecimento e dados experimentais: A linha contínua é obtida por simulação usando os valores ótimos do parâmetro determinado pelo <i>LS Optimizer</i> para calcular a variável dependente nos mesmos valores da variável independente disponível no arquivo “exp.txt”, em que a abscissa $X$ corresponde ao tempo (s) e a ordenada $Y$ corresponde a temperatura ( $^{\circ}C$ ). . . . .	105

Figura 25 – Resultados . . . . .	106
Figura 26 – Arquivo de texto com os dados iniciais . . . . .	107
Figura 27 – Arquivo de texto com os dados experimentais . . . . .	107
Figura 28 – Tela inicial do <i>Software F – C – Third – K – Cooling</i> . . . . .	108
Figura 29 – Caixa de diálogo para informar a posição axial do círculo em que será apresentada a distribuição de temperatura . . . . .	108
Figura 30 – Cinética de aquecimento do ponto central do recipiente ( $r = 0$ e $y = 0$ ) ágar gel, em que a abscissa $X$ corresponde ao tempo ( $s$ ) e a ordenada $Y$ corresponde a temperatura ( $^{\circ}C$ ). . . . .	117
Figura 31 – Distribuição de temperaturas ágar gel ( $20, 1^{\circ}C$ a $24, 1^{\circ}C$ ), em círculos posicionados desde o centro do cilindro ( $y = 0.0$ ) até uma das extre- midades ( $y = 65.0mm$ ), predita pelo modelo matemático proposto no instante $t = 80s$ . . . . .	118
Figura 32 – Cinética de aquecimento do ponto central do recipiente com purê de tomate, em que a abscissa $X$ corresponde ao tempo ( $s$ ) e a ordenada $Y$ corresponde a temperatura ( $^{\circ}C$ ). . . . .	119
Figura 33 – Distribuição de temperaturas no purê de tomate ( $5, 2^{\circ}C$ a $80, 0^{\circ}C$ ), no círculo central do cilindro predita pelo modelo proposto no instante $t =$ $994 s$ . . . . .	119
Figura 34 – Cinética de aquecimento do ponto central do recipiente com polpa de caju, em que a abscissa $X$ corresponde ao tempo ( $s$ ) e a ordenada $Y$ corresponde a temperatura ( $^{\circ}C$ ). . . . .	120
Figura 35 – Distribuição de temperaturas na polpa de caju ( $25, 6^{\circ}C$ a $63, 1^{\circ}C$ ), no círculo central do cilindro predita pelo modelo proposto no instante $t =$ $794 s$ . . . . .	121

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Difusividade térmica e indicadores estatísticos para o aquecimento do ágar gel. Intervalo com 95,4% de confiança. Fonte: Autoria Própria . . .	117
Tabela 2 – Difusividade térmica e indicadores estatísticos para o aquecimento do purê de tomate. Intervalo com 95,4% de confiança. Fonte: Autoria Própria. . . . .	118
Tabela 3 – Difusividade térmica e indicadores estatísticos para o aquecimento da polpa de caju. Intervalo com 95,4% de confiança. Fonte: Autoria Própria.	120



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>23</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>25</b>
<b>2.1</b>	<b>Aspectos físico-químicos do caju</b>	<b>25</b>
2.1.1	Pedúnculo do caju	26
2.1.2	Castanha do caju	28
<b>2.2</b>	<b>Aspectos físico-químicos do tomate</b>	<b>30</b>
2.2.1	Composição do tomate	30
2.2.2	Senescência	32
2.2.3	A cor	33
2.2.4	Extrato do tomate	34
2.2.5	O purê do tomate	35
<b>2.3</b>	<b>Aspectos físico-químicos do ágar gel</b>	<b>35</b>
2.3.1	Propriedade: Gelificação	36
<b>2.4</b>	<b>Polpa de fruta</b>	<b>37</b>
2.4.1	Composição centesimal de alimentos	38
<b>2.5</b>	<b>Técnicas de conservação de alimentos</b>	<b>40</b>
2.5.1	Conservação pelo uso de calor	41
2.5.2	Pasteurização	42
2.5.3	Branqueamento	44
2.5.4	Esterilização	45
<b>2.6</b>	<b>Fenômenos de transporte</b>	<b>45</b>
<b>2.7</b>	<b>Transferência de energia térmica</b>	<b>46</b>
2.7.1	Condução	46
2.7.1.1	Lei de resfriamento de Newton	48
2.7.2	Convecção	49
2.7.3	Radiação	49
<b>2.8</b>	<b>Propriedades termo físicas</b>	<b>50</b>
2.8.1	Densidade	52
2.8.2	Calor específico	53
2.8.3	Condutividade térmica	54
2.8.4	Difusividade térmica	55
2.8.4.1	Técnicas de determinação da difusividade térmica	57
2.8.5	Coeficientes de transferência de calor	58
<b>2.9</b>	<b>Equação de balanço (conservação de energia térmica)</b>	<b>58</b>

<b>2.10</b>	<b>Equação de difusão</b> . . . . .	<b>60</b>
<b>2.11</b>	<b>Soluções da equação de difusão</b> . . . . .	<b>61</b>
2.11.1	Soluções analíticas . . . . .	62
2.11.2	Soluções numéricas . . . . .	64
2.11.3	Métodos dos elementos finitos . . . . .	66
2.11.4	Método das diferenças finitas . . . . .	66
2.11.5	Método dos volumes finitos . . . . .	66
<b>2.12</b>	<b>Condições de contorno</b> . . . . .	<b>67</b>
<b>2.13</b>	<b>Fluidodinâmica Computacional</b> . . . . .	<b>67</b>
<b>2.14</b>	<b>Condições iniciais e de equilíbrio</b> . . . . .	<b>68</b>
<b>2.15</b>	<b>Tratamento térmico</b> . . . . .	<b>69</b>
<b>2.16</b>	<b>Algumas pesquisas relacionadas ao aquecimento</b> . . . . .	<b>69</b>
<b>2.17</b>	<b>Processamento térmico</b> . . . . .	<b>75</b>
2.17.1	Processo convencional . . . . .	75
2.17.2	Método de aquecimento ôhmico . . . . .	76
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b> . . . . .	<b>77</b>
<b>3.1</b>	<b>Aquecimento de produtos</b> . . . . .	<b>77</b>
3.1.1	Experimento 1 . . . . .	79
3.1.2	Experimento 2 . . . . .	80
3.1.3	Experimento 3 . . . . .	80
3.1.4	Confecção dos recipientes . . . . .	80
3.1.4.1	O recipiente para acondicionamento dos produtos . . . . .	80
<b>3.2</b>	<b>A aquisição dos dados de temperatura</b> . . . . .	<b>80</b>
<b>3.3</b>	<b>Procedimentos experimentais</b> . . . . .	<b>81</b>
<b>3.4</b>	<b>Equação geral de transporte e equação de difusão</b> . . . . .	<b>82</b>
<b>3.5</b>	<b>A equação de difusão bidimensional para um cilindro finito</b> . . . . .	<b>85</b>
3.5.1	A condição de contorno do terceiro tipo . . . . .	86
3.5.2	Solução analítica de equação de difusão: O problema direto . . . . .	87
3.5.3	A condição de contorno do primeiro tipo . . . . .	89
<b>3.6</b>	<b>Soluções da equação de difusão</b> . . . . .	<b>91</b>
<b>3.7</b>	<b>O método da bissecção</b> . . . . .	<b>92</b>
<b>3.8</b>	<b>Fluxograma da solução analítica da equação de difusão para cilindro finito</b> . . . . .	<b>93</b>
<b>3.9</b>	<b>Otimização</b> . . . . .	<b>94</b>
<b>3.10</b>	<b>Determinação de parâmetros – O <i>software LS Optimizer</i></b> . . . . .	<b>97</b>
<b>3.11</b>	<b>Modelo Proposto</b> . . . . .	<b>103</b>
3.11.1	Problema direto: O solver desenvolvido . . . . .	103
3.11.2	Problema inverso: determinação dos parâmetros . . . . .	104
<b>3.12</b>	<b>O problema inverso: Desenvolvimento do <i>Software LS Optimizer</i></b> . . . . .	<b>109</b>

3.12.1	Processo Iterativo . . . . .	109
<b>3.13</b>	<b>Determinação de parâmetros de uma equação diferencial . . . . .</b>	<b>112</b>
<b>3.14</b>	<b>Etapas para determinar parâmetros de equações diferenciais (ou</b> <b>funções) . . . . .</b>	<b>112</b>
<b>3.15</b>	<b>Incertezas dos parâmetros . . . . .</b>	<b>113</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .</b>	<b>115</b>
<b>4.1</b>	<b>Penetração de calor nos produtos - resultados preliminares . . . . .</b>	<b>116</b>
4.1.1	A penetração do calor . . . . .	116
<b>4.2</b>	<b>Experimento 1: Ágar gel . . . . .</b>	<b>117</b>
<b>4.3</b>	<b>Experimento 2: Purê de tomate . . . . .</b>	<b>118</b>
<b>4.4</b>	<b>Experimento 3: Polpa de caju . . . . .</b>	<b>120</b>
<b>4.5</b>	<b>Discussão inicial . . . . .</b>	<b>121</b>
4.5.1	<i>Software</i> de otimização desenvolvido . . . . .	121
4.5.2	Aquecimento do Ágar gel . . . . .	122
4.5.3	Aquecimento de purê de tomate . . . . .	125
4.5.4	Aquecimento da polpa de caju . . . . .	127
4.5.5	Discussão final . . . . .	130
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>133</b>
<b>5.1</b>	<b>Considerações preliminares . . . . .</b>	<b>133</b>
<b>5.2</b>	<b>Conclusões preliminares . . . . .</b>	<b>133</b>
<b>5.3</b>	<b>Conclusões a partir das discussões . . . . .</b>	<b>133</b>
<b>5.4</b>	<b>Sugestões para futuros trabalhos . . . . .</b>	<b>134</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>137</b>



# 1 Introdução

De início, tem-se que devido ao tempo insuficiente para o processo de aquecimento, a saúde de algumas pessoas pode ser comprometida pelo consumo de produtos no estado pastoso, produzidos de forma inadequada, mediante a ineficaz inativação de agentes patogênicos. A causa deste fato pode ser o uso de valores inadequados de propriedades térmicas no cálculo do tempo de imersão. Diante disto, tem-se como base a formulação de contribuições que promovam um melhor desenvolvimento no processo de aquecimento, a partir de modelos termo físicos.

A motivação para escrever este trabalho está na realização de um estudo teórico/experimental para a descrição do processo de aquecimento de produtos (ágar gel, purê de tomate e a polpa de caju), com ênfase na fase do processo transiente de aquecimento, a partir da modelagem física de propriedades térmicas. Este estudo está constituído em cinco capítulos, cujo primeiro é a introdução propriamente dita sobre o que se abordará na pesquisa, abrangendo desde um estudo sobre a aplicabilidade perante o processo de transferência de calor ao longo do aquecimento.

No Capítulo 2, é realizado um breve estudo bibliográfico, com ênfase nos aspectos nutricionais e características relacionadas aos produtos utilizados neste estudo, tendo como base características físico-químicas, apresentando propriedades termo físicas relevantes para esse estudo de aquecimento. Dito isso, o conhecimento das propriedades térmicas dos alimentos são importantes para a agroindústria, pois por meio delas que podem ser projetados e calculados as máquinas e os custos relacionados aos processos que envolvam transferência de calor, como por exemplo, tratamento térmico, armazenamento de alimentos e bem como aquecimento de produtos. Dentre as principais propriedades termo físicas, pode-se citar a densidade, o calor específico, a condutividade e a difusividade térmica. Objetivando a conservação dos alimentos, as técnicas de transferência de calor são aplicadas e estudadas para melhor compreender sua aplicabilidade, sem que haja danos físicos e nutricionais aos produtos.

Assim sendo, o uso do calor visa eliminar ou reduzir os níveis de micro-organismos presentes nos alimentos e também desnaturam as enzimas [1]. Então, para descrever os processos de transferências de calor durante o processo de aquecimento, é relevante atentar-se ao uso de geometria e dimensões dos recipientes que contém o produto, além do conhecimento vinculado as propriedades termo físicas dos recipientes e bem como do produto em seu interior. Para tanto, a caracterização térmica de materiais corresponde à identificação das propriedades de transporte de calor, as quais são dependentes da composição química do alimento e das condições de processamento, principalmente umidade

e temperatura [2].

No Capítulo 3, estão abordados os materiais e métodos necessários para o processo de aquecimento transiente, denominação esta baseada na consideração de que a única forma de transferência de energia térmica é por meio da condução. Assim, tem-se experimentos de aquecimento de produtos acondicionados em recipientes de geometria cilíndrica, com termopar inserido no centro e na extremidade interna do recipiente contendo amostras dos produtos. Além disso, apresenta-se a solução da equação da difusão de calor para a geometria cilíndrica tanto para a condição de contorno do terceiro tipo quanto do primeiro tipo. Até então, emprega-se uma solução analítica da equação de difusão com condição de contorno do primeiro tipo para descrição do processo transiente de aquecimento dos produtos acondicionados nos recipientes cilíndricos. No presente capítulo, fazemos uso do *Software LS Optimizer*, mecanismo utilizado para a obtenção da difusividade térmica aparente durante o processo de aquecimento e bem como a sua incerteza. Assim, tem-se a análise dos dados relacionados a prática em laboratório, com base na simulação da transferência de calor pôr meio de parâmetros determinados, provendo a distribuição de temperatura em tempos previamente especificados. Em relação à determinação da difusividade térmica, tem-se o estudo de Ukarainczyk [3] que estudou essa propriedade em produtos pastosos armazenados em recipientes cilíndricos longos, assim como no desenvolvimento de um *Software* para resolver a equação da condução de calor em coordenadas cilíndricas, baseado no método das Diferenças finitas[4].

Posteriormente, no Capítulo 4, tem-se os resultados e perspectivas geradas ao longo deste estudo, com base em discussões desenvolvidas a partir dos experimentos realizados, simulações e bem como das otimizações, as quais foram formuladas a partir da obtenção da difusividade térmica de cada produto e características gráficas e variáveis relevantes obtidas através do *LS Optimizer*. Para tanto, foi realizado comparações dos valores e parâmetros obtidos neste estudo com os disponíveis na literatura.

Assim sendo, a difusividade térmica é importante na determinação da evolução de sistemas que sofrem processos de aquecimento. Essa propriedade permite prever a velocidade de penetração de calor no interior do alimento, sendo assim de fundamental importância para o projeto de equipamentos e para o cálculo do processamento térmico. Mediante isso, pode ser descrita como a razão entre a habilidade em transferir calor e a capacidade de armazená-lo em situações em que a transferência de calor ocorre em regime transiente [5].

Por fim, tem-se o Capítulo 5, no qual apresentam-se as considerações relacionadas a pesquisa, desde os procedimentos de experimentação realizados ao longo do aquecimento até as análises empíricas com base em variáveis abordadas nos *softwares*. Além disso, tem-se sugestões de possíveis trabalhos que podem ser desenvolvidos futuramente a partir de ideias abordadas nesta dissertação.

## 2 Revisão bibliográfica

### 2.1 Aspectos físico-químicos do caju

O caju segundo Lopes [6] é considerado em muitos casos como o fruto do cajueiro, embora seja um pseudofruto. É constituído de duas partes: a castanha que é a fruta propriamente dita, e o pedúnculo floral, pseudofruto confundido com o fruto. Esse se compõe de um pedúnculo piriforme, carnoso, amarelo, rosado ou vermelho. Assim sendo, o caju é uma cultura de fundamental importância, tanto economicamente quanto socialmente em especial para a região Nordeste, cuja colheita dessa cultura é realizada de agosto a janeiro. Na figura 1, pode-se identificar as partes constituintes do caju, a castanha (fruto) possui o tamanho variando de 3 a 5 cm e apresenta coloração escura e o pseudofruto formado pelo pedúnculo floral, constituindo a parte carnosa do caju.

Figura 1 – Imagem do caju.



Fonte: Autoria própria.

O caju é largamente cultivado em áreas do território nacional, no entanto, é na região nordeste que se concentra o maior setor de produção e consumo deste alimento. O caju de acordo com Lopes [6] possui características nutricionais importantes para o ser humano, como por exemplo, colabora na recuperação de pacientes que apresentam baixa imunidade e em melhorias de células do corpo.

O nome caju de acordo com Lopes [6] é oriundo da palavra indígena “acaiú”, que, em tupi, significa “noz que se produz”. Assim sendo, é um fruto muito utilizado para colorir, perfumar, enriquecer e diversificar pratos da culinária tropical, a partir da sua aparência exótica, aroma agradável e sabor singular. O caju é tido como uma das

frutas nativas de maior potencial para a exploração sustentada do Brasil, isso se deve a referência sensorial e nutricional da amêndoa e da polpa succulenta [8]. Na pós-colheita, a vida do fruto segundo Chitarra [9] se divide em cinco estágios fisiológicos, sendo eles o desenvolvimento, pré-maturação, maturação, amadurecimento e envelhecimento. No período de desenvolvimento o fruto sofre várias alterações em sua composição química, levando-o a um desejável equilíbrio de suas características, sabor e aroma.

Neste cenário, o caju em si é contribuinte para diversos setores da economia e na fabricação de produtos, como sucos, doces, entre outros, com base no seu processamento e comercialização. Assim, do processamento da castanha resulta também o líquido da castanha de caju (LCC), de elevado valor comercial por ser a matéria-prima básica para a fabricação de vernizes, tintas, plásticos, lubrificantes, inseticidas, e o tanino (composto fenólico), que é obtido da película da amêndoa, sendo utilizado com grande aplicação na indústria química [10].

### 2.1.1 Pedúnculo do caju

O pedúnculo é o pseudofruto do cajueiro referente à parte macia e succulenta de onde é extraída a polpa do caju, é consumido na visão de Pinho [11] pelo sabor especial e pelo alto valor nutritivo, relacionado principalmente ao elevado teor de vitamina C, apresentando 165 mg/100g de vitamina C/100g, teor cerca de 5 vezes maior do que o da laranja, contém ainda em quantidades menores, vitaminas A e do complexo B, há também ferro, cálcio, fósforo, entre outros nutrientes, contribuintes na proteção das células do sistema imunológico contra danos de radicais livres. Além destes, tem-se também açúcares, minerais (cálcio, ferro e fósforo), compostos fenólicos (taninos, carotenoides e antocianinas) e pigmentos naturais que dão ao caju a sua coloração amarela ou vermelha alaranjada presentes em sua película. É um pedúnculo hipertrofiado, carnoso, succulento, de alto valor nutricional, que apresenta grande variação de tamanho (3 até 20 cm de comprimento e de 3 até 12 cm de largura), seu peso varia de 15 a 200 gramas, apresenta diversos formatos (desde periforme, cilíndrico à fusiforme e alongado).

No olhar de Araújo [8] tem-se que ao consumir o pedúnculo *in natura*, sente-se uma sensação de “trava”, sensação essa provocada por uma propriedade presente em alguns frutos, denominada de adstringência. Essa propriedade é o resultado de substâncias complexas presentes no fruto conhecidas como taninos, em que são responsáveis pelo aroma adstringente do pedúnculo. Os taninos contribuem para atividade antioxidante, sendo capazes de auxiliar na prevenção de doenças cardiovasculares e câncer. Na literatura, são citados teores de tanino de 0,22; 0,28 e 0,58 g/100 ml, respectivamente, para sucos doce, ácido e adstringente [11]. Apesar de apresentar conteúdo elevado de taninos, e, assim, possuir uma barreira química contra infecções por microrganismos, não apresenta resistência física à penetração (conteúdo elevado de umidade e película de revestimento

bastante fina). Outro aspecto negativo que contribui para a degradação pós-colheita rápida é a elevada taxa de perda de peso durante o armazenamento, o que favorece decisivamente o murchamento acelerado [8]. Além disso, ele é altamente perecível, apresentando mecanismos aceleradores de degradação microbiológica e contribuindo, desta forma, para a rejeição ou perda de centenas de milhares de toneladas por ano do produto [11].

A qualidade do pedúnculo de caju, está relacionada principalmente, com o alto teor de açúcar, baixa adstringência e a coloração externa. Embora tenha excelentes características, a aceitação do pedúnculo fora do Brasil é reduzida em função da elevada adstringência, causada pela presença de tanino [10]. Sendo assim, apresenta grande potencial de uso industrial, pois o aproveitamento dessa matéria prima pode gerar diversos produtos em sua forma líquida (suco integral, clarificado, concentrado, néctares, refrigerante), como também em sua forma sólida (doces, compotas, produtos desidratados, entre outros). Logo, a maior parte desses produtos tem um processo bem definido industrialmente, porém ainda existem produtos obtidos de forma artesanal [8]. Assim sendo, Abreu [12] cita que o resíduo do caju além de ser rico em vitaminas, sais minerais e açúcares, também apresenta fibras e outros componentes com propriedades funcionais, ser fonte de polifenóis, carotenoides, luteína e o betacaroteno, além de ser uma fonte material para o mercado de corantes alimentícios. O bagaço do pedúnculo é obtido após a remoção da castanha e extração do suco do pedúnculo, sendo constituído pela película e polpa do pedúnculo remanescente, apresenta alto teor de fibras, uma vez que produtos feitos à base de fibras, obtidos a partir do resíduo deste fruto, podem ser formulados para prevenir doenças, relacionados principalmente ao trato gastrointestinal e ao coração [13]. A grande preocupação da geração de resíduos industriais está voltada para os prejuízos que eles podem gerar ao solo, água, ar e paisagem, pois, quando incorretamente gerenciados, podem tornar-se ameaça ao meio ambiente. Sendo assim, diversas pesquisas estão sendo desenvolvidas para o aproveitamento integral do pedúnculo.

Os principais aminoácidos presentes no pedúnculo do caju são os ácidos serina, aspártico, glicina, ácido glutâmico, alanina, treonina, isoleucina, leucina e lisina. Além do mais, se destaca por obter barreira química contra infecção por microrganismos em seu pseudofruto. Os principais açúcares encontrados no pedúnculo do caju são as maltoses, sacarose, glicose, rafinose e celobiose, sendo que a glicose representa o principal açúcar presente no pseudofruto seguido depois da frutose [14]. Apresenta também em sua estrutura compostos químicos como o zinco, magnésio e as gorduras insaturadas que ajudam a baixar o nível de colesterol no sangue e atuam no combate à prevenção de doenças crônicas degenerativas, câncer e diabetes e também os problemas cardiovasculares, que estão com um índice elevado a cada ano, superando estatísticas e deixando as lideranças governamentais da área de saúde preocupadas [15].

A partir disso, a elaboração segundo Barros [16] de produtos derivados do pedúnculo

do caju ainda é uma área não muito explorada, como nova forma de consumo. Visto que o fruto é altamente perecível, sendo que sua conservação após a colheita não ultrapassa 48 horas, o que acarreta altos índices de perdas pós colheita, por isso diversas pesquisas na área de conservação desse fruto devem ser incentivadas, tais como desidratação, secagem, congelamento, dentre outras [17].

### 2.1.2 Castanha do caju

A castanha segundo Araújo [8] é o verdadeiro fruto do cajueiro, em que é um aquênio reniforme de cor marrom-acinzentada composta pelo pericarpo e pela amêndoa (semente). Sendo assim, o pericarpo é composto pelo epicarpo, mesocarpo e endocarpo. Dessa forma, o epicarpo é a camada externa, de consistência coriácea, representando cerca de 65% a 70% do peso da castanha, o mesocarpo é a camada intermediária logo abaixo do epicarpo, apresentando um aspecto esponjoso, onde os alvéolos são preenchidos por um líquido cáustico inflamável, conhecido como líquido da casca da castanha (LCC). Assim, o endocarpo é a camada interna da castanha, com seu aspecto duro tem a função de proteger a amêndoa. Conforme observar-se na figura 2.

Figura 2 – A) Castanha de caju com a amêndoa em seu interior e B) Camadas da castanha de caju.



Fonte: Brandão [18].

A castanha é o fruto do caju, fruto não climatérico pequeno, duro e com forma de Pêra bastante conhecido em todo o mundo. Depois de torrada, é utilizada como petisco, sendo exportada para quase todo mundo, a castanha verde é usada em pratos quentes, além do que, a casca do caju é empregada no tratamento de afta e infecções na garganta. Além desta, a madeira também é aproveitada na construção civil, carpintaria, marcenaria, etc. A partir da parte líquida do caju, pode-se obter produtos como o suco integral, a cajuína, o néctar, bebidas fermentadas e destiladas. Com a parte fibrosa, os principais produtos adquiridos são a polpa, doces, sorvetes, licores, mel e a rapadura de caju, por exemplo [19].

Detalhando o desenvolvimento do caju, tem-se inicialmente, um crescimento rápido da castanha, a qual atinge seu máximo por volta da quinta semana (35 dias) após a

fecundação da flor. A amêndoa, localizada no interior da castanha, não segue o crescimento desta, de modo que, quando a castanha já atingiu o seu tamanho máximo, a amêndoa ainda está imatura. Após a castanha atingir o máximo de tamanho, inicia-se o processo de endurecimento da casca e o desenvolvimento do embrião. Nessa fase, ocorre a diminuição do tamanho da castanha, devido à perda de umidade, estimada em até 10% na época da colheita [18].

Com base nisso, Araújo [8] aborda que a castanha de caju tem grande importância socioeconômica na cadeia produtiva da amêndoa no Brasil, destacando-se no Nordeste nos estados do Ceará, Piauí e Rio Grande do Norte. Diante disso, as amêndoas da castanha apresentam excelentes valores nutricionais, sendo ricas em vitaminas, minerais, ácidos graxos monoinsaturados e aproximadamente 25% de proteínas. Além destes, as amêndoas do caju (fruto) são ricas em proteínas e lipídeos; dentre eles estão relacionados os ácidos graxos oléico e linoléico (gorduras insaturadas), vitaminas B1, B2, PP (vitamina niacina), fósforo e ferro. Em indústrias químicas, o líquido da casca da castanha do caju é muito utilizado na produção de materiais plásticos, isolantes e vernizes [15].

O Brasil e a Índia exportam quase que unicamente a castanha de caju sem casca, conhecida também como amêndoa, produto este industrializado e, de maior valor agregado. Assim, por volta de 90% da produção nacional é destinada à exportação, tendo como maiores compradores países como os Estados Unidos, posteriormente Canadá e a Holanda. Entre os anos de 2016 e 2017 houve um aumento na área plantada, na produção e no rendimento médio da castanha de caju passando de 562.426 para 607.379 hectares, de 79.765 para 118.004 toneladas e de 142 para 194 kg por hectare, respectivamente [20].

Assim sendo, a produção de caju é fundamental para a economia brasileira, trazendo importantes benefícios no ramo comercial e na saúde humana. Nesse estudo, ressalta-se que esse mercado tem crescido bastante nos últimos anos com o aumento do consumo do suco de caju e de produtos obtidos a partir de suas partes constituintes. Além do crescimento das indústrias de envasamento, que vêm disponibilizando o produto vigorosamente no varejo, principalmente nos supermercados, restaurantes e lanchonetes. Em geral, os produtores vendem diretamente o produto *in natura* para os intermediários, os atacadistas, os varejistas ou até mesmo ao consumidor final. Quando o fruto é industrializado, os produtores deslocam a produção para as indústrias locais ou intermediários das indústrias [15].

## 2.2 Aspectos físico-químicos do tomate

### 2.2.1 Composição do tomate

O tomate é um fruto climatérico e que amadurece após a colheita, assim a melhor qualidade do fruto para consumo *in natura* é atingida na proximidade do pico climatérico. Dito isso, o teor de cada componente químico depende da variedade, nutrição e condições de cultivo, o que dificulta a apresentação de valores precisos. Assim, o fruto fresco do tomateiro é rico em vitamina C e seu poder calórico é bastante modesto, devido a seu escasso conteúdo em matéria seca e gordura [21]. A figura 3 representa o tomate.

Figura 3 – Imagem do tomate/purê



Fonte: Internet [22].

Em suma, estudos científicos recentes mostram que os tomates não são somente deliciosos e versáteis, mas carregados de benefícios à saúde. Assim sendo, recentemente tem sido recomendado o seu consumo, principalmente em decorrência de pesquisas que revelam a presença de substâncias em sua composição que exercem papel preventivo, especialmente contra doenças crônicas [21].

Nesse contexto, a identificação de sua notável riqueza nutricional, especialmente quanto a presença de vitaminas, aliado ao seu agradável sabor e cor, contribuiu para a rápida popularização de seu consumo. Logo, o tomate é consumido *in natura* como o ingrediente preferido das saladas, sob a forma de suco, desidratado como integrante de sopas, em conservas, em extrato, coado e condimento tipo ketchup, ou na forma de picles, além do que os frutos verdes em alguns países são utilizados inclusive para o preparo de doces [21].

Em suma, o fruto do tomateiro é a parte comestível, apresentando também, excelente palatabilidade, em que o seu baixo valor energético torna-o recomendável àqueles indivíduos que desejam se submeter a dietas hipocalóricas ou que necessitam consumir um

alimento de fácil digestão. Além disso, os tomates verdes têm concentrações relativamente elevadas de amido, que podem superar 1% do peso fresco, mas decrescem a 0,1% nos frutos maduros [21].

Nesse cenário, os compostos nitrogenados diminuem desde a formação do fruto até o início da maturação, aumentando com a fertilização. Durante a maturação, os aminoácidos livres totais permanecem relativamente constantes, mas a concentração em ácido glutâmico, que surge predominante no tomate maduro, aumenta. Então, sua acidez é composta principalmente pelo ácido cítrico e em menor quantidade pelo málico. Assim sendo, a acidez concentra-se fundamentalmente na cavidade locular e é relativamente baixa no mesocarpo externo. A acidez máxima durante a maturação coincide com a aparição da cor rosada, decrescendo progressivamente, dependendo, em grande medida, da variedade [21].

Com base nisso, o sabor dos tomates resulta de uma interação complexa entre açúcares, ácidos orgânicos, minerais e componentes do aroma. A fração volátil do tomate está constituída por mais de 400 substâncias, entre as quais se encontram hidrocarbonetos, éteres, aminas e uma ampla gama de moléculas heterocíclicas. Desses componentes, menos que 30 são considerados de importância para o odor e estão incluídos etileno, hexanal, cis-3-hexanal, trans-2-hexanal, acetaldeído, 6-metil5-hepteno, geranilacetona,  $\beta$ -ionona, trans-2-heptenona, trans-2-heptenal, acetona, etanol, 2+3-metilbutanol, cis-3-hexanol, 2-isobutiltiazol e 1-nitro-2-feniletano [21].

Assim sendo, os açúcares constituem a maioria dos sólidos solúveis nas variedades comerciais de tomate, com valores de 1,5 a 4,0% do peso seco, o que equivale a 65% dos sólidos solúveis totais. Os açúcares livres mais abundantes são a glicose e a frutose, que se encontram em proporções similares. O teor de açúcares aumenta significativamente quando o fruto alcança uma cor amarelo-rosada e aumenta paulatinamente durante a maturação. Dito isso, Polissacarídeos são encontrados como constituintes das paredes vegetais e dentre eles estão a celulose, hemicelulose e as substâncias pécnicas. Logo, a concentração de lipídios no tomate é baixa, variando de 10 a 20mg de lipídios insaponificáveis por grama de matéria seca [21].

Nesse cenário, o potássio é o mineral mais abundante e o que tem maior influência na qualidade do fruto e, junto com nitratos e fosfatos, constitui 93% das substâncias minerais do tomate. Sendo assim, o cálcio deve estar por volta de 0,12% para evitar o risco do aparecimento de podridão apical. Além disso, o magnésio se distribui de maneira uniforme nas folhas e frutos e tem efeitos benéficos sobre as alterações da maturação especialmente quando os níveis de potássio são baixos [21].

A coloração do fruto maduro se deve à presença de carotenóides, particularmente licopeno (vermelho) e caroteno (amarelo). Logo, a proporção em que se encontram determina a intensidade de cor dos frutos, em que a distribuição dos pigmentos é diferente

na pele e na polpa e pode ser influenciada pela intensidade e qualidade da luz. Sendo assim, uma sombra moderada favorece a formação do licopeno, enquanto que o caroteno ocorre de forma mais abundante se o fruto for exposto à luz intensa [21].

Os carotenóides compõem um dos grupos de pigmentos naturais mais largamente encontrados na natureza, as quais são os responsáveis por colorações do amarelo ao vermelho de flores, folhas, frutas, algumas raízes, gema de ovo, lagosta e outros crustáceos, alguns peixes, pássaros, etc. Com base nisso, estima-se que a natureza produz mais de 100 milhões de toneladas de carotenóides por ano. Logo, atualmente já são conhecidos as estruturas de mais de 300 carotenóides [21].

A maioria dos cultivares de tomates possuem uma baixa capacidade de armazenamento, devido principalmente às perdas de peso, amolecimento excessivo e incidência de podridões. Um dos fatores que contribuem para a observação deste quadro é a colheita de tomates no ponto inadequado, que pode resultar não só na perda em peso colhido do produto, como também na aceleração da senescência em pós-colheita [21].

Para aumentar a vida de prateleira é necessário além de inibir o metabolismo respiratório e adiar a ocorrência do climatério, evitar a perda de água pelo fruto. Uma perda de água de apenas 5% resulta não só na perda de peso, mas também no murchamento e na perda de firmeza, fatores que afetam a aparência, fundamental para o consumo de muitos frutos [21].

Durante o armazenamento, a manutenção de baixas temperaturas e uma umidade relativa alta é o meio mais eficaz de reduzir a perda de água. Contudo, a umidade relativa alta favorece a multiplicação de microorganismos [21].

## 2.2.2 Senescência

Após a mudança de cor, o amolecimento do fruto é a transformação mais característica que ocorre durante sua maturação. É muito importante do ponto de vista econômico, já que afeta sua qualidade, resistência ao transporte, conservação e resistência ao ataque de microorganismos. A firmeza influencia consideravelmente na aceitação pelo consumidor, uma vez que é um indicador do estado de maturação. Para os produtores, ela está relacionada à vida de prateleira das frutas e para as indústrias, a comparação da textura de frutas de variedades diferentes pode ser de vital importância [21].

A firmeza dos produtos agrícolas se desenvolve por uma combinação de forças físicas originadas a partir dos seguintes processos:

- 1) Pressão de turgor dentro da célula intacta, criando uma tensão no tecido;
- 2) Forças coesivas dentro da célula, geradas pela composição química e propriedades físicas de cada parede celular;

- 3) Forças adesivas entre células, geradas pela composição química e propriedades físicas da lamela média e das cadeias de pectina;
- 4) Estrutura e forma externa de separar as células (dimensão das células e área de contato);
- 5) Estrutura e forma externa do tecido, como força e distribuição do tecido vascular.

Os primeiros três itens representam as forças químicas e físicas e os dois últimos itens representam a morfologia e a histologia. Cada processo e cada propriedade mencionada pode e tem efeito sobre a firmeza [21].

O amolecimento pode ser determinado de maneira subjetiva, aplicando-se a pressão dos dedos, ou objetiva, utilizando-se instrumentos como o penetrômetro, que indicam a força necessária para vencer a resistência dos tecidos vegetais [21].

A estrutura e alguns componentes intracelulares são os responsáveis pelo tipo e nível de firmeza em uma fruta ou vegetal, mas sua alteração durante a estocagem depende muito da forma e elasticidade da parede primária da célula. A pectina pode ser degradada pela ação enzimática da pectinametilesterase (PME) e da poligalacturonase (PG). A atividade da PME diminui o grau de metilação da cadeia de pectina e, a PG diminui o comprimento da cadeia de pectina. Assim, ambas as enzimas afetam primariamente a lamela média e conseqüentemente a força de adesão entre as células. A perda de água afetará o turgor e a tensão do tecido [21].

Estudos recentes mostraram que o amolecimento do tomate poderia ser também o resultado da reciclagem de alguns componentes da parede celular e da lamela média. Nesse processo ocorreria, durante a maturação do fruto, a síntese e incorporação de novos polímeros e a retirada simultânea de outros polissacarídeos. O resultado dessa permuta seria uma parede celular e uma lamela média menos rígidas [21].

### 2.2.3 A cor

A princípio, a mudança de cor que se observa durante a maturação de muitos frutos é uma transformação óbvia e, muito frequentemente, o critério mais importante utilizado pelo consumidor para julgar sua maturidade. A mudança mais comum consiste no desaparecimento da cor verde, seguido do aparecimento de várias cores que variam do amarelo ao vermelho [21].

Assim sendo, reações de escurecimento também ocorrem no tecido vegetal, devido à ação de enzimas quando há ruptura da célula. Este é um dos principais problemas na indústria de alimentos, pois a ação da enzima polifenol oxida-se e resulta na formação dos pigmentos escuros, as melaninas. Essas mudanças são frequentemente acompanhadas de mudanças indesejáveis na aparência e nas propriedades organolépticas do produto,

ocasionando a diminuição da vida de prateleira e do valor de mercado [21].

Nesse cenário, cor é uma palavra que descreve uma distribuição de energia radiante visível que impressiona os olhos, que parte de uma fonte de luz e reflete nos objetos, sob o ponto de vista físico. É o resultado de uma reação que ocorre com algumas moléculas, originando grupos, que quando excitados eletronicamente emitem radiação característica [21].

#### 2.2.4 Extrato do tomate

De acordo com Ferreira [23] estudo da EMBRAPA tratam que o tomate destinado ao processamento deverá apresentar coloração vermelho-intensa e ser uniforme, sem pedúnculo, fisiologicamente desenvolvido, maduro, limpo, com folha de textura firme e avermelhada, livre de danos mecânicos e fisiológicos e de pragas e doenças. No entanto, a presença de frutos com defeitos é tolerada dentro dos limites estabelecidos pela Portaria nº 278, de 30 de novembro de 1988, do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento.

Existem alguns defeitos que comprometem de forma branda a qualidade do tomate, como fruto queimado, murcho, amassado, descolorido, com coração preto, com rachadura superficial e fruto com pedúnculo. E existem os defeitos graves como fruto verde, bichado ou brocado, mofado, rachado, desintegrado, pequeno e com fundo preto [23].

A qualidade do fruto é o conjunto de atributos físicos, sensoriais e a composição química. As características como cor, aroma, sabor e textura necessita ser considerado o conjunto, pois separadamente não são representativos da qualidade [23].

Alguns parâmetros devem ser considerados de acordo com o destino dado à matéria-prima. Para o tomate destinado à indústria para obtenção de extrato (massa de tomate) a característica fundamental é o teor de sólidos, cor e pH [23].

Segundo a Comissão Nacional de Normas e Padrões de Alimentos, resolução nº 12 de 1978, extrato de tomate é o produto obtido da concentração da polpa de tomate. O extrato de tomate deve ser preparado com frutos maduros, escolhidos, sãos, sem pele e sementes. É tolerada a adição de 1% de açúcar e de 5% de cloreto de sódio [23].

Assim sendo, Ferreira [23] cita a CNNPA, resolução 12/78 a classificação do extrato de tomate se classifica em características físicas e químicas:

- Purê de tomate: substancia seca, menos cloreto de sódio, mínimo 9% p/p.
- Extrato de tomate simples concentrado: substancia seca, menos cloreto de sódio, mínimo 18% p/p.
- Extrato de tomate duplo concentrado: substancia seca, menos cloreto de sódio, mínimo 25% p/p.

- Extrato de tomate triplo concentrado: substância seca, menos cloreto de sódio, mínimo 35% p/p.

Cabe ao controle de qualidade assegurar que a matéria-prima destinada ao processamento esteja dentro dos parâmetros adequados como cor, consistência, pH e teor de sólidos solúveis, realizando análises físico-químicas, microbiológicas, sensoriais, treinando os funcionários que se encontram na etapa de seleção e classificação e avaliar o produto acabado, para que o mesmo esteja com características desejáveis e também esteja seguro no ponto de vista microbiológico [23].

### 2.2.5 O purê do tomate

É o produto obtido da polpa de frutos do tomateiro, devendo conter, no mínimo, 6% de sólidos naturais e podendo receber apenas sal e açúcar. Esses podem receber açúcar, sal, tempero, especiarias e outros ingredientes, contanto que não descaracterizem o produto [23].

O purê de tomate é um líquido espesso feito ao cozinhar e coar tomates. A diferença entre pasta de tomate, purê de tomate e molho de tomate é a consistência; o purê de tomate tem uma consistência mais espessa e um sabor mais profundo do que o molho. Vale a pena citar que as definições de purê de tomate variam de país para país [23].

## 2.3 Aspectos físico-químicos do ágar gel

O ágar é uma substância obtida a partir de algas vermelhas que possui diversas utilidades para o homem. O ágar é uma substância que é insolúvel em água fria, entretanto tem uma grande capacidade de absorver água. É uma substância atóxica formada principalmente por fibras, sais minerais, celulose, anidrogalactose e proteínas [24].

Em virtude de sua capacidade de formar gel na presença de água, o ágar é comumente utilizado na indústria alimentícia. Dentre os produtos em que há utilização de ágar, podemos citar os sorvetes, iogurtes, flans, balas, marrom-glacê, geleia de mocotó, patês, cobertura de bolo, entre outros produtos. Ele também é utilizado como antidessecante em produtos de padaria [24].

O agar-agar é um hidrocolóide extraído de algas marinhas que é largamente utilizado na indústria alimentícia como um agente gelificante. Entre as suas principais propriedades destacam-se seu alto poder gelificante, elevada força de gel a baixas concentrações, baixa viscosidade em solução, alta transparência, gel termo-reversível e temperaturas de fusão/gelificação bem definidas. O agar-agar pode apresentar-se em diversas formas: pó, flocos, barras e fios. Além da sua utilização como aditivo alimentar, o agar-agar é utilizado em menor escala em diversas aplicações de outros setores industriais [24]. Conforme

observa-se na figura 4.

Figura 4 – Imagem do ágar gel



Fonte: Empresa de Ágar gel [24].

Em seu estado natural, o agar-agar ocorre como carboidrato estrutural da parede celular das algas agarófitas, existindo na forma de sais de cálcio ou uma mistura de sais de cálcio e magnésio. É uma complexa mistura de polissacarídeos composto por duas frações principais: a agarose, um polímero neutro, e a agaropectina, um polímero com carga e sulfatado [24].

A agarose, fração gelificante, é uma molécula linear neutra, essencialmente livre de sulfatos, que consiste de cadeias repetidas de unidades alternadas  $\beta$ -1,3 D-galactose e  $\alpha$ -1,4 3,6-anidro-L-galactose. A agaropectina, fração não-gelificante, é um polissacarídeo sulfatado (3% a 10% de sulfato) composto de agarose e porcentagens variadas de éster sulfato, ácido D-glucurônico e pequenas quantidades de ácido pirúvico. A proporção destes dois polímeros varia de acordo com a espécie da alga sendo que a agarose compreende normalmente ao menos dois terços do agar-agar natural [24].

### 2.3.1 Propriedade: Gelificação

A capacidade de formar géis reversíveis simplesmente resfriando soluções aquosas quentes é a propriedade mais importante do agar-agar. Esta capacidade de formação de gel originou um grande número de aplicações práticas em que o agar-agar é utilizado como aditivo alimentar, ou em outras aplicações como microbiologia, bioquímica ou biologia molecular, bem como em aplicações industriais [24].

No que se refere ao poder de gelificação, o agar-agar é notável dentre os hidrocolóides. O gel de agar-agar pode ser obtido em soluções muito diluídas contendo uma fração de 0,5% a 1,0% de agar-agar. O gel é rígido, quebradiço, possui formas bem definidas, e pontos de fusão e gelificação precisos. Ademais, demonstra claramente os interessantes fenômenos de

sinérese (extrusão espontânea de água através da superfície do gel em repouso) e histerese (intervalo de temperatura entre as temperaturas de fusão e gelificação). A gelificação ocorre a temperaturas muito abaixo da temperatura de fusão. Uma solução de 1,5% de agar-agar forma um gel ao ser resfriado para uma temperatura de  $32^{\circ}\text{C}$  a  $45^{\circ}\text{C}$  e a fusão de tal gel não ocorre a temperaturas inferiores a  $85^{\circ}\text{C}$ . Este intervalo de histerese é uma propriedade moderna do agar-agar que encontra uma variedade de usos em aplicações alimentícias. A força de gel do agar-agar é influenciada pelos fatores concentração, tempo, pH e conteúdo de açúcar. O pH afeta notadamente a força de gel do agar-agar: o decréscimo do pH diminui a força de gel. O conteúdo de açúcar também tem um efeito considerável sobre o gel de agar-agar, pois seu aumento resulta em um gel com maior dureza porém com menor coesão [24].

Uma solução de agar-agar em água forma um gel característico com temperatura de fusão de  $85^{\circ}\text{C}$  a  $95^{\circ}\text{C}$ , e temperatura de gelificação de  $32^{\circ}\text{C}$  a  $45^{\circ}\text{C}$ . Esta propriedade física torna-o consideravelmente útil como ingrediente aditivo em diversas aplicações na indústria alimentícia [24].

O gel de agar-agar tem a interessante propriedade de inibir a liquefação característica que ocorre na ação enzimática de microorganismos. Esta propriedade encontra uma variedade de aplicações nas indústrias médica e farmacêutica onde o agar-agar é utilizado como substrato na preparação de meios de cultura bacteriana em microbiologia, como laxativo e agente terapêutico no tratamento de disfunções digestivas, como agente retardador e carregador na administração de remédios, antibióticos e vitaminas, como agente de suspensão de sulfato de bário em radiologia, como estabilizador de soluções de colesterol e como agente de suspensão em diversos tipos de emulsões. O agar-agar encontra ainda várias outras aplicações industriais onde um agente gelificante se faz necessário como em próteses dentárias, emulsões fotográficas, diferenciação de proteínas por eletroforese, cromatografia por exclusão de tamanho, moldagem de materiais e meios de cultura de tecido de plantas em biotecnologia [24].

## 2.4 Polpa de fruta

As polpas de frutas têm como características gerais, alta atividade de água (maior que 0,95), potencial de oxidação elevado e pH baixo, sendo a acidez um fator de inibição da microbiota deteriorante. Assim, deve-se levar em consideração este fato e submeter a polpa de fruta a algum tratamento de conservação de alimentos [25].

De acordo com a instrução normativa nº 01 de 7 de janeiro de 2000, instituída pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA), define polpa de fruta como o produto não fermentado, não concentrado, não diluído, obtido de frutos polposos, através de processo tecnológico adequado, em que possui um teor mínimo de sólidos totais,

proveniente da parte comestível do fruto [26].

A polpa de fruta poderá ser de constituição simples, quando originada de uma única fruta. Caso a constituição desta polpa seja formada por duas ou mais frutas, esta será designada como polpa mista, neste caso, o percentual de cada polpa terá que ser declarado no rótulo. Quanto ao quesito de segurança alimentar, este produto não deverá conter terra, sujidade, parasitas, fragmentos de insetos e pedaços das partes não comestíveis da fruta e da planta, como também terá que respeitar os limites máximos microbiológicos fixados. A soma de bolores e leveduras: máximo terá que ser de  $5 \times 10^3/g$  para polpa fresca, congelada ou não e  $2 \times 10^3$  para polpa conservada quimicamente e/ou que sofreu tratamento térmico. Para análise microbiológica, o padrão aceitável será de ausência de *Salmonella* em 25 g e tolerância de até  $1NMP.g^{-1}$  de coliformes [26].

Diante disso, polpa de frutas é um produto que atende às necessidades de vários segmentos da indústria de produtos alimentícios, tais como as indústrias de sucos naturais, sorvetes, laticínios, balas, doces, geléias, etc. Assim, para que cada etapa do processo de industrialização seja economicamente viável, é de fundamental importância o conhecimento das propriedades termofísicas e do comportamento das matérias-primas envolvidas [25].

### 2.4.1 Composição centesimal de alimentos

Nesse cenário, pode-se citar que a determinação da análise centesimal em alimentos é importante, uma vez que pelas análises físico-químicas, Químicas ou Físicas pode ser realizado o controle da qualidade de um alimento e sua avaliação de consumo ou até mesmo obter formulações de novos produtos [27]. Assim sendo, caracterizar um alimento envolve analisar as suas características físicas, sensoriais e constituição química. Então, a determinação da composição centesimal dos alimentos visa determinar principalmente os teores de umidade, cinzas, proteínas, carboidratos, fibras, lipídios, vitaminas e minerais. Além disso, outros parâmetros como a atividade de água, cor e textura que, também possuem grande importância na indústria de alimentos [28].

Diante disso, o pH de um alimento é avaliado através de processos denominados colorimétricos ou eletrométricos, nos quais são medidos a concentração dos íons hidrogênio presente em uma amostra. Em suma, os métodos colorimétricos utilizam indicadores que formam ou alteram a coloração em determinadas concentrações de íons hidrogênio, sendo, portanto, de aplicação limitada, por suas medidas serem aproximadas e por não se aplicarem em soluções intensamente coloridas ou turvas, onde o indicador pode ser absorvido apresentando um falso resultado. Assim, para a determinação simples, direta e precisa do pH são utilizados os processos eletrométricos, que são realizados por potenciômetro [29].

Com base nisso, existem vários fatores que tornam importante a determinação

do pH em um alimento, como a influência na palatabilidade, desenvolvimento de microorganismos, escolha da temperatura de esterilização, escolha do tipo de material de limpeza e desinfecção e até escolha de equipamento e aditivos utilizados para trabalhar nas indústrias [27].

Dito isso, uma das medidas mais importantes utilizadas nas análises de alimentos é a determinação de umidade, que está relacionada à estabilidade, qualidade e composição. Assim, o teor de umidade pode variar em cada alimento e pode ser afetado pela estocagem, embalagem e processamento. A umidade é o fator principal para os processos microbiológicos, estando relacionada com o desenvolvimento de fungos, leveduras e bactérias, ou até mesmo insetos. O teor de umidade é fundamental para a conservação, armazenamento, qualidade e comercialização dos produtos [30].

Segundo Ribeiro e Seravalli [31], a atividade de água dos alimentos designa a intensidade com que a água está associada aos constituintes não aquosos. Logo, esse parâmetro influencia na textura, na aparência, no sabor e na deterioração química e microbiológica dos alimentos. Em um alimento, a água pode ser encontrada na forma ligada e não-ligada e a relação entre o teor dessas formas é denominada atividade de água.

Falando dos lipídios, corresponde as substâncias que não se dissolvem em água, mas são solúveis em solventes orgânicos sendo os triacilgliceróis os lipídeos mais comuns, conhecidos como óleos e gordura. Assim, os lipídios constituem o dobro da energia proporcionada pelas proteínas e pelos carboidratos [31].

As fibras atuam na formação do esqueleto dos vegetais, sendo constituídas por polissacarídeos e lignina que não são digeridas pelas enzimas digestivas do homem. Com base nisso, as fibras alimentares se tornam importantes na dieta mesmo não fornecendo nutrientes para os organismos [28]. Nesse contexto, para assegurar a sobrevivência, todos os organismos necessitam da ingestão de nutrientes denominados vitaminas. Assim, elas são classificadas com base em sua solubilidade, podendo ser hidrossolúveis (complexo B e C) e lipossolúveis (A,D,E,K)[31].

Em amostras de alimentos, a determinação de cinzas é muito simples e consiste na queima de material orgânico sem a presença de resíduos de carvão. A partir disso, a composição das cinzas corresponde aos minerais presentes nos alimentos resultantes da perda por volatilização ou das reações entre os constituintes de uma amostra. Logo, apresentam na constituição das cinzas componentes químicos tais como potássio, sódio, cálcio, uma pequena presença de alumínio, ferro, cobre, manganês e até alguns traços de argônio, iodo e flúor [28].

Segundo Cecchi [30], a presença de ácidos orgânicos em alimentos pode influenciar na cor, odor, sabor, estabilidade e manutenção de qualidade. Assim, são encontrados em alimentos ácidos orgânicos como cítrico, succínico, málico, oxálico e tartárico.

Pode-se citar que os sólidos solúveis são usados como índice de maturidade e representam a quantidade de açúcares totais dos frutos. São formados por compostos solúveis em água, tais como açúcares, ácidos, vitamina C e algumas pectinas. A determinação de sólidos solúveis é uma medida muito utilizada no processamento e conservação de alimentos, podendo avaliar o grau de maturação e a qualidade das frutas [28].

Com relação as proteínas, são consideradas os maiores constituintes de toda célula viva, onde cada uma delas desempenha uma função biológica indispensável às atividades vitais. Além de apresentarem função nutricional, também possuem propriedades organolépticas e de textura, podendo ser combinadas com lipídeos e carboidratos. A grande importância desse composto é que fornecem aminoácidos ao organismo, uma vez que não podem ser sintetizados pelo metabolismo [28].

## 2.5 Técnicas de conservação de alimentos

A conservação de alimentos vem sendo praticada pelo homem ao longo da história, associada à necessidade de sobrevivência. Tal conservação, muito tem haver com o fato dos alimentos serem susceptíveis a alterações que se iniciam na colheita dos vegetais e abate dos animais. A princípio, pelas características nômades das civilizações primitivas, os alimentos eram constituídos basicamente da caça, pesca, frutas e raízes, procurados conforme as necessidades do momento (período Paleolítico). Com o tempo, grupos tribais começaram a se estabelecer em determinadas regiões, e então iniciaram o cultivo agrícola, domesticação de animais, aprimoramento de técnicas de pesca, entre outros, assim como o desenvolvimento de métodos rudimentares de conservação, visto que em alguns dias, a caça não era tão boa e em alguns períodos, os alimentos não eram abundantes [32].

Nesse contexto, com os gregos e romanos, a agricultura começou a se desenvolver através da rotação de cultivos, técnicas de avaliação do solo e uso dos fertilizantes. Já a idade do Ferro (1500 anos a.C.) proporcionou o surgimento do comércio em grande escala, por mar e por terra, que conseqüentemente fez-se melhorar as ferramentas na lavoura. Assim, na época das grandes navegações, algumas técnicas de conservação de alimentos foram fundamentais para a sobrevivência e o sucesso das expedições, pois tripulações inteiras morriam por falta de alimentos ou pelo péssimo estado de conservação destes. Outro fato importante é que muitos alimentos que eram típicos de determinadas regiões foram disseminados pelo mundo. Em um caso mais particular, os tropeiros utilizavam a salga das suas caças para o transporte em um clima muito hostil [32].

De forma geral, Ataíde [33] aborda que a história não tem registro preciso de como e quando foram descobertos os meios de conservação dos alimentos. Entretanto, a partir do século XIX, foram surgindo necessidades que levaram às descobertas e ao desenvolvimento de novas técnicas. Tanto a embalagem quanto o acondicionamento passaram a ter um

papel de destaque neste processo evolutivo [34]. Atualmente, esses assuntos são objetos de estudos em muitos centros de pesquisas e universidades em todo o mundo, em um processo contínuo de descobertas de novas metodologias de otimização da economia dos processos e da qualidade do produto com o intuito de que o alimento não cause nenhum dano à saúde da população consumidora [33].

Nesse contexto, pode-se citar que frutas e hortaliças quando são colhidas possuem um metabolismo acelerado, após a colheita continuam ocorrendo transformações químicas que promovem a utilização de reservas e os compostos orgânicos ricos em energia, como açúcares e amido, com o fim da manutenção da respiração e da produção de energia necessárias para se manterem vivas. Assim sendo, de todos os processos metabólicos que podem ocorrer após a colheita, a respiração é o mais importante, sendo a temperatura o fator de maior influência [35]. A partir disso, após a colheita, a vida útil das frutas é limitada pela deterioração fisiológica, devido ao seu amadurecimento, desenvolvimento de patógenos e perda de água, causando enrugamento e murchamento, prejudicando assim, o seu valor comercial e causando perdas.

Dentre as principais técnicas de conservação dos alimentos podem-se citar a secagem, a defumação, a salga, a fermentação, o congelamento, a ação do calor. As mesmas têm o objetivo de preservar os alimentos (processados ou *in natura*), pelo maior período de tempo possível, sob condições sanitárias e organolépticas satisfatórias. Os processos de conservação baseiam-se na eliminação parcial ou total dos agentes capazes de alterar os alimentos. Em outras palavras, tem-se que modificar ou suprimir um ou mais fatores do desenvolvimento microbiano, de maneira que o alimento propicie condições adversas a qualquer manifestação vital dos agentes patogênicos [36].

As diferenças que existem nos métodos de preservação de alimentos estão relacionadas com fatores tais como a natureza do alimento, o período de tempo pelo qual se deseja conservá-lo, a economia do processo de conservação, os agentes de deterioração envolvidos, a qualidade microbiológica desse alimento, entre outros. Em todos os casos, busca-se manter a segurança alimentar através de um alimento com o máximo possível das suas características originais e com o menor grau de alterações que possa ser conseguida [37].

### 2.5.1 Conservação pelo uso de calor

Os processos de conservação pelo calor agem diretamente, eliminando os microorganismos, enquanto os demais processos de conservação têm ação indireta, ou seja, inibem o seu desenvolvimento pelas modificações que provocam sobre os substratos [34].

No processamento de determinado produto, pode-se empregar o calor como sendo o método mais comum para aumentar a vida de prateleira dos produtos, possibilitando a

inativação ou inibição do crescimento de enzimas microrganismos [38].

A destruição dos microrganismos pela ação letal do calor é um dos procedimentos físicos de que dispõe a Tecnologia de Alimentos para aumentar a vida útil destes. Dito isso, a temperatura é um dos agentes que mais influem no crescimento microbiano, na atividade das enzimas e na velocidade de muitas reações químicas. Dessa forma, à medida que a temperatura do meio diminui, a atividade enzimática diminui proporcionalmente. Contudo, quando a referida atividade aumenta, chega um momento em que se perde a linearidade, devido à desativação da enzima pela ação do calor [39].

A maioria dos microrganismos patogênicos e deterioradores não resiste a temperaturas elevadas por determinados períodos de tempo, utilizadas nos processamentos, tanto domésticos como industriais empregados na produção ou na preparação dos alimentos. A escolha do tempo e da temperatura a serem empregados no tratamento de um determinado alimento dependerá de diversos fatores intrínsecos (tipo de microrganismos e a forma como se encontram) e extrínsecos (o pH, a atividade de água e a composição do meio de aquecimento); e de outros métodos de conservação que serão aplicados posteriormente como embalagens herméticas, refrigeração ou o emprego simultâneo de dois ou mais métodos de conservação [34].

Do ponto de vista bacteriológico, a bactéria encontra-se morta quando perde sua capacidade de reprodução. Dessa forma, o tratamento térmico deve destruir os microrganismos prejudiciais e retardar ou prevenir o desenvolvimento dos que conseguiram sobreviver ao tratamento. Entretanto, a intensidade e o tempo de exposição ao calor, além de sua vigorosa ação sobre os microrganismos, poderão alterar também o valor nutritivo e modificar a natureza histológica, física e química do alimento, reduzindo as suas qualidades organolépticas e nutricionais, tornando-o inadequado ao consumo humano e conseqüentemente, reduzindo seu valor comercial. Em outras palavras, a aplicação do calor como método de conservação necessita de um rigoroso controle, sob pena de destruir o alimento, ao invés de contribuir para a sua conservação [34].

Nos processos de conservação pela ação do calor, os mais frequentemente utilizados são: o branqueamento, a esterilização e a pasteurização. Em suma, estas informações básicas relacionadas ao calor e bem como as suas formas de propagação, são cruciais ao longo dessa pesquisa, como trabalharemos algumas necessariamente para o aquecimento de produtos, logo mais a seguir.

## 2.5.2 Pasteurização

O processo de pasteurização na visão de Gutierrez [40] é um tratamento térmico controlado e realizado com temperaturas inferiores a  $100^{\circ}\text{C}$ , em que o alimento é resfriado após um determinado tempo de aquecimento. Neste estudo, a palavra pasteurização é

empregada em homenagem a Louis Pasteur, cientista renomado que entre os anos de 1854 e 1864 contribuiu, de forma relevante, com base em experimentos para os métodos térmicos de conservação dos alimentos.

De acordo com Ataíde [33] grande parte das técnicas sobre fermentação e controle de microrganismos foram elaboradas pelo cientista francês Louis Pasteur no século XIX. Atualmente, em consequência do crescimento da bioquímica e do surgimento de pesquisas mais sofisticadas, o efeito da pasteurização tornou-se melhor compreendido.

Sabe-se que a série de reações químicas no interior da célula por meio das quais ela se alimenta e, com isso, pode sobreviver e se reproduzir, é feita por reações enzimáticas através dos chamados catalisadores biológicos. Estas proteínas revelam a presença de ácidos complexos chamadas nucleoproteínas [41]. Dessa forma, a pasteurização atua de imediato na estabilização da desnaturação proteica. Em seguida, sobre a respiração celular que é realizada através de processos fermentativos (reações oxidativas) que permitem a absorção de energia necessária à manutenção da célula, ou seja, os carboidratos também são destruídos, devido ao calor, diminuindo a quantidade de alimento para a célula [41].

De maneira geral, pode-se afirmar que a pasteurização atua inicialmente sobre os componentes mais importantes da vida celular através da desnaturação proteica (inativação dos microrganismos, impedindo sua reprodução) e sobre a respiração celular (morte dos microrganismos). Partindo do conceito de que para se realizar uma boa pasteurização utilizam-se temperaturas baixas e tempos curtos, pode parecer que se utilizar temperaturas mais elevadas em tempos menores se obteria o mesmo efeito bacteriológico. Isso ocorre até certo ponto, pois alguns alimentos em altas temperaturas desencadeiam acelerações em suas reações químicas e em seus processos físico-químicos, podendo inutilizar o produto final e, ao que se refere aos microrganismos termorresistentes, a pasteurização seria ineficaz [41].

Segundo Gava [34], para que ocorra uma boa pasteurização convém analisar a qualidade e quantidade dos microrganismos a destruir; o pH do produto; a velocidade de penetração do calor da periferia até o centro do recipiente; a temperatura e tempo de pasteurização; a temperatura inicial do produto. Estes itens devem ser estabelecidos para cada produto de forma qualitativa e quantitativa por meio de análise bacteriológica laboratorial.

De acordo com Fontana [41], uma má pasteurização ocorre quando não há destruição dos microrganismos desejados (subpasteurização), quando o produto permanece tempo excessivo sob a temperatura de pasteurização ou quando essa temperatura é alta demais (superpasteurização). Todas as situações geram alterações no produto final.

A partir disso, pode-se citar o exemplo do estudo de Teixeira [42], em que estudou a pasteurização da polpa de graviola, visando estabelecer condições simples e eficientes

para sua conservação. Inicialmente os pesquisadores realizaram análises microbiológica, enzimática e de cor da polpa, para identificar parâmetros a serem utilizados no acompanhamento da pasteurização. O produto foi submetido a tratamento térmico, em copos de inox, em diferentes tempos (1 a 300 s) e temperaturas ( $70^{\circ}\text{C}$  a  $90^{\circ}\text{C}$ ), para identificar o efeito destas variáveis sobre parâmetros de qualidade do produto. As pasteurizações foram realizadas em escala piloto, a  $80^{\circ}\text{C}$  e  $90^{\circ}\text{C}$ ; sendo os produtos estocados a  $25^{\circ}\text{C}$  e avaliados durante 120 dias. Ao fim, os pesquisadores verificaram a redução da atividade da peroxidase, da concentração de bactérias, bolores e leveduras a níveis aceitáveis, e a manutenção da cor. Assim, demonstraram a eficiência dos processos térmicos e a não necessidade da adição de conservante na polpa.

Outro exemplo relevante foi o estudo de Fontana [41] em que investigou os fenômenos de transferência de calor que ocorrem na pasteurização de cerveja engarrafada bem como elaborou um modelo analítico visando permitir um controle do processo térmico. Para a obtenção dos valores dos coeficientes de transferência de calor, foi projetada e construída uma bancada de testes que permitia recriar as mesmas condições existentes nas máquinas reais, bem como permitiu analisar os coeficientes de transferência de calor e suas relações com a massa e geometria do vasilhame em estudo. Os coeficientes obtidos atingiram uma boa confiabilidade do modelo para o caso estudado, além de permitir um conhecimento mais profundo sobre o processo térmico e seu comportamento fluidodinâmico.

A partir disso, de acordo com a literatura, cita-se que várias são as alternativas de processos utilizadas na elaboração e conservação da polpa, tais como a questão da pasteurização, conservação por aditivo químico e congelamento [25].

Dito isso, a pasteurização pode ser aplicada às polpas de frutas nas unidades de processamentos das cooperativas ou associações de pequenos produtores, por ser um processo relativamente barato, quando levado em consideração a manutenção da qualidade que pode ser obtida, tanto com relação à estabilidade microbiana quanto à fixação de nutrientes [36].

Nesse cenário, alguns autores abordam estudos relacionados a falta de boas práticas de higiene, que podem ser apresentadas desde o momento da aquisição da fruta até o seu manuseio no processamento para a produção da polpa [43].

### 2.5.3 Branqueamento

O branqueamento é um tratamento térmico brando que utiliza temperaturas entre  $70$  e  $100^{\circ}\text{C}$ , variando o tempo entre 1 e 5 minutos, em seguida é realizado o resfriamento para evitar que o produto permaneça por um longo período de tempo em temperatura elevada, resultando em um cozimento indesejado. Mediante isso, esse tratamento geralmente é aplicado em frutas e hortaliças, antes do congelamento ou desidratação [44].

O branqueamento objetiva principalmente a inativação de enzimas naturais, sua empregabilidade é feita pela combinação com o processo de descascamento. Este processo é considerado como um pré-tratamento ao invés de um processo de conservação [32]. Todavia, alguns autores analisaram a influência do branqueamento como pré-tratamento na desidratação em camada fina do pimentão verde nas temperaturas de 60, 70 e 80°C, e constatou que o branqueamento em solução de bicarbonato de sódio é o que mais favorece a perda de umidade [44].

#### 2.5.4 Esterilização

A esterilização nesse contexto é o tratamento térmico que se refere a completa destruição microbiana de um alimento ou produto. Isso significa dizer que toda flora microbiana patogênica ou deterioradora, inclusive as formas esporuladas, assim como enzimas, serão destruídas e/ou inativadas e o produto se apresentara estéril. Dentre as características principais deste processo, tem-se a aplicação de temperaturas acima de 100°C, destruição tanto das formas vegetativas quanto esporuladas de microrganismos e a necessidade de embalagens apropriadas, não permitindo a recontaminação dos alimentos [32].

## 2.6 Fenômenos de transporte

No âmbito deste estudo, tem-se que os fenômenos de transporte, encontrados na natureza, são basicamente de três tipos, que são o momento linear, massa e energia.

Com base nisso, o transporte de momento linear ocorre em várias situações na natureza. Assim, o escoamento de um fluido é um exemplo típico do transporte molecular de momento linear. Logo, a lei empírica que descreve esse fenômeno é conhecida como a Lei de Newton do movimento aplicada aos fluidos [45].

A partir disso, quando duas ou mais substâncias são colocadas em contato, começa um processo difusivo que as tornará homogêneas. As espécies químicas inicialmente mais concentradas em determinadas regiões do sistema deslocam-se para as regiões de menor concentração e vice-versa. Logo, o fluxo mássico das substâncias homogeneiza a concentração, cessando o fluxo quando as concentrações se tornarem constantes em todo sistema, apresentando apenas pequenas flutuações locais devido ao próprio movimento mássico. Então, o fluxo homogeneizador é um processo irreversível, consequência estatística do movimento aleatório das moléculas do fluido, conhecida como movimento browniano. A difusão mássica entre duas ou mais substâncias em que há diferença de concentração é um processo termodinâmico irreversível. Assim, a lei que descreve esse fenômeno é a da difusão de massa [46].

Portanto, dos três fenômenos de transporte, a transferência de calor é o principal em processos relacionados ao aquecimento e, em virtude disso, é relevante descrevê-lo com mais detalhes. A partir disso, nas próximas seções, abordam-se informações relacionadas a este estudo.

## 2.7 Transferência de energia térmica

A princípio, é importante citar que o calor é a energia térmica em trânsito devido a um gradiente de temperatura. Dito isso, sempre que houver uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios ocorrerá transferência de calor que flui das temperaturas mais altas (moléculas com maior energia cinética) para as temperaturas mais baixas (moléculas com menor energia cinética) [47]. Assim, essa energia térmica cessa quando não houver mais esta diferença de temperatura (equilíbrio térmico). Existem três mecanismos de transferência de calor, que são condução, convecção e irradiação, os quais podem ser reconhecidos a seguir.

### 2.7.1 Condução

A Condução corresponde a transferência de energia que ocorre em um meio estacionário, cujo estado físico pode ser um sólido ou um fluido, mediante à movimentação a nível molecular. Na condução a energia cinética dos átomos e moléculas é transferida por colisões entre átomos e moléculas em contato físico direto [47]. Nesse processo de propagação de calor, a energia térmica passa de partícula para partícula, em que ambas não se deslocam, mas permanecem vibrando em torno da sua posição de equilíbrio. Em suma, o transporte de calor se dá pela transferência de energia da parte de alta temperatura para de baixa temperatura pelo impacto direto das moléculas ou pelo movimento de elétrons livres.

Em outras palavras, a propagação do calor por condução ocorre quando não há movimento macroscópico de matéria no meio. Logo, a difusão ou condução térmica é o fenômeno da transferência de calor que ocorre como consequência do gradiente de temperatura, mas sem movimento macroscópico de matéria. Assim sendo, os átomos ou moléculas que se encontram numa região de maior temperatura vibram com mais intensidade do que aqueles que estão na região de menor temperatura. Os átomos e as moléculas que estão vibrando com mais intensidade passam parte da energia vibracional para aqueles que estão com menor energia, aumentando a energia vibracional destes últimos. A partir disso, a hipótese de que “o calor consiste num minúsculo movimento de vibração das partículas dos corpos” foi expressa por Newton em 1704 [48].

Nesse contexto, o fenômeno macroscópico observável é um fluxo de calor da região de maior temperatura para aquela de menor temperatura, fazendo com que haja uma

elevação da temperatura nessa região até que o equilíbrio será atingido se o meio não tiver fonte de calor. Em suma, a característica do fenômeno de transferência de calor por condução térmica, que foi descrita anteriormente, é a ausência de movimento macroscópico da matéria. Dessa forma, no estado sólido, a transferência de calor no interior do corpo se dá apenas por condução [49].

Sendo assim, em líquidos e gases, a condução ocorre devido às colisões, vibrações e difusões das moléculas em movimentos aléatórios, ao passo de que em sólidos ela ocorre devido à transmissão por elétrons livres e meio de vibrações ao longo da rede cristalina.

O valor da taxa de calor condutiva depende, em suma, da geometria analisada, de suas dimensões, do material analisado e do gradiente de temperatura estabelecido. Sendo assim, o cálculo do fluxo energético condutivo pode ser obtido pela lei de Fourier, batizada em homenagem ao matemático e físico Jean Joseph Fourier, que a expressou pela primeira vez em 1822:

$$q''_{COND} = -k \cdot \vec{\nabla}T \quad (2.1)$$

onde  $q''_{COND}$  é o fluxo de calor condutivo ( $W \cdot m^{-2}$ ),  $k$  a condutividade térmica do material ( $W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ) e  $\vec{\nabla}T$  é o gradiente de temperatura ( $^\circ C \cdot m^{-1}$ ). A condutividade térmica é uma variável termofísica dependente do material e do estado físico do sistema, sendo seu valor menor em gases e maior em sólidos. Assim, o gradiente de temperatura estabelece as variações espaciais de temperatura em cada uma das dimensões do problema. A equação a seguir, estabelece esse gradiente por coordenadas cilíndricas.

$$\vec{\nabla}T = \frac{\partial T}{\partial r}i + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi}j + \frac{\partial T}{\partial z}k \quad (2.2)$$

Assim sendo, durante o processamento térmico de alimentos, é de vital importância o conhecimento do perfil de temperaturas do produto. Diante disso, para conhecimento dessa variável em processos onde a troca térmica ocorre puramente por condução, deve-se resolver o balanço diferencial de energia que, para coordenadas cilíndricas, é expresso da seguinte forma:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S' \quad (2.3)$$

onde  $\rho$  é a massa específica ( $kg \cdot m^{-3}$ ),  $c_p$  é a capacidade calorífica a pressão constante ou calor específico ( $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ) e  $S'$  é a taxa volumétrica de geração de calor ( $W \cdot m^{-3}$ ). Logo, pode-se ressaltar que a solução da equação acima requer uma condição inicial, que diz respeito à distribuição de temperatura inicial do sistema, e condições de contorno

relativas ao conhecimento das condições nas fronteiras do problema. As condições de contorno mais usuais são as de temperatura especificada, fluxo de calor especificado ou troca de calor por convecção, que nessa dissertação, considera-se apenas a condução como forma de propagação de calor durante o processo de aquecimento transiente.

### 2.7.1.1 Lei de resfriamento de Newton

Como embasamento bibliográfico, tem-se um estudo desenvolvido por Silva et al [50] baseado na lei de resfriamento de Newton, em que é um caso simplificado de condução de calor, em que essa técnica investiga como o corpo e o sistema perdem calor para o meio ambiente antes e após a imersão do corpo em questão, caso a parte particularmente falando, relevante no estudo termodinâmico de sistemas envolvendo aquecimento ou resfriamento.

Assim, pode-se partir de uma exemplificação, supondo que tal sistema esteja em um ambiente cuja temperatura seja  $T_a$ , sendo  $T_a < T$ , haverá um fluxo de calor do mais quente para o mais frio. Assim, observações experimentais indicam que a corrente térmica estabelecida, ou seja, a quantidade de calor transferida do mais quente para o mais frio por unidade de tempo,  $\frac{dQ}{dt}$ , é proporcional à diferença de temperaturas ( $T - T_a$ ) entre o sistema e o ambiente.

$$\frac{dQ}{dt} = hA(T - T_a) \quad (2.4)$$

em que  $h$  é uma constante característica de cada sistema e  $A$  é a área de contato entre o sistema e o meio. Para o caso em que o sistema seja considerado um “reservatório finito” de calor e o ambiente, um “reservatório infinito”, a temperatura  $T$  do sistema varia com o tempo mas a temperatura  $T_a$  do ambiente não. Então, lembrando que a transferência de uma quantidade infinitesimal de calor  $dQ$  do sistema ao ambiente é igual a  $-CdT$ , onde  $C$  é a capacidade calorífica de tal sistema e  $dT$  é a sua variação infinitesimal de temperatura devido à transferência, pode-se reescrever a equação acima da seguinte forma:

$$\frac{dT}{(T - T_a)} = -1(1/\tau)dt \quad (2.5)$$

em que  $\tau = C/(hA)$ . A equação (2.5) é uma equação diferencial em que a variável do primeiro membro é a temperatura  $T$  do sistema enquanto que a do segundo membro é o tempo  $t$  de resfriamento. Assim, admitindo que no instante  $t = t_0$  a temperatura atua no sistema seja  $T_0$ , e integrando o primeiro membro da equação acima de  $T_0$  a  $T$  e o segundo membro de  $t_0$  até um instante  $t$ , ao final tem-se o seguinte:

$$T = T_a + (T_0 - T_a) \exp^{-(t-t_0)/\tau} \quad (2.6)$$

Portanto, a equação (2.6) descreve a forma como um reservatório finito de calor (sistema) é resfriado perdendo calor para um reservatório infinito (meio ambiente), ao longo do tempo.

### 2.7.2 Convecção

A Convecção é a transferência de energia que ocorre entre uma superfície e um fluido em movimento. O fluido com maior temperatura é menos denso que o fluido com menor temperatura de modo que o fluido de menor temperatura desce e força o fluido de maior temperatura a subir. O fluido de menor temperatura é então aquecido pela fonte de calor e o processo é repetido [47]. Esse processo de transmissão de calor ocorre apenas em fluidos, em que o calor é transferido de uma região para outra tendo como agente o próprio fluido. Assim, a energia térmica muda de local acompanhando o deslocamento do próprio material aquecido. A partir disso, o meio está em movimento e surgem as chamadas correntes de convecção.

Em suma, a convecção é o tipo de transferência de calor predominante nos fluidos, em que dois mecanismos acompanham esse processo. Assim, além da transferência de calor devido ao movimento aleatório das moléculas de fluido como consequência do gradiente de temperatura (difusão), há também, a transferência de calor devido ao movimento coletivo das moléculas, movimento interno do próprio fluido, que constitui a corrente de convecção [46]. Mediante isto, tem-se que um fluido aquecido lentamente, em geral, diminui a sua densidade, e como consequência tende a subir. Assim sendo, por convecção é também a forma através da qual o calor é transferido entre a superfície de um sólido e um fluido adjacente, em movimento, e envolve a combinação dos efeitos de condução e do movimento do fluido [51].

Vale a pena citar que o calor pode ainda ser transportado entre dois pontos por advecção. Dito isso, para que o calor seja transportado por advecção, é necessário que o fluido como um todo esteja em movimento. Sendo assim, a transferência de calor devido ao deslocamento de ar na atmosfera ou devido ao movimento das águas de um rio são exemplos de transferência de calor por advecção [46].

### 2.7.3 Radiação

A Radiação ocorre quando, na ausência de um meio interveniente, existe uma troca líquida de energia (emitida na forma de ondas eletromagnéticas) entre duas superfícies. A transferência de calor por radiação geralmente envolve a faixa do espectro conhecida por infravermelho. Qualquer objeto libera energia radiante, entretanto, as qualidades físicas de um objeto é que determinam a capacidade do mesmo absorver ou refletir radiação [47].

Em outras palavras, a radiação é a forma como o calor se propaga quando não há

matéria entre a fonte e o receptor. O calor é transportado através do vácuo, na forma de ondas eletromagnéticas com velocidade de propagação igual à da luz. No espectro eletromagnético, o calor corresponde às ondas eletromagnéticas cujos comprimentos são maiores do que os comprimentos do espectro visível e são menores do que os comprimentos das micro-ondas, ( $7 \times 10^{-7} < \lambda < 10^{-3}$ )m. Essa faixa do espectro eletromagnético é conhecida como região do infravermelho [52].

Assim sendo, para descrever a transferência de calor para o tipo de produto estudado, as propriedades termofísicas referentes a condução, convecção, radiação devem ser conhecidas. Contudo, em muitas ocasiões apenas o mecanismo de condução é utilizado para descrever a transferência de calor e, conseqüentemente, os parâmetros envolvidos no processo são considerados como aparente [53].

## 2.8 Propriedades termo físicas

As propriedades termo físicas estão entre aquelas de maior importância no processo de transferência de calor e seu conhecimento é de grande relevância, pois está associado às diversas formas de transformação industrial, além das variadas formas de utilização em diferentes produtos [54].

Diante disso, as propriedades térmicas dos produtos hortícolas resumem-se à sua habilidade de transferir calor, sendo essenciais na análise da transferência de calor que ocorre em processos térmicos tais como refrigeração, congelamento e aquecimento, bem como otimização do desempenho de equipamentos de transferência de calor; sendo o conhecimento destas propriedades essencial para o desenvolvimento da ciência de alimentos e agrícola [55].

Os dados das propriedades termo físicas de acordo com Silva [55] são importantes valores utilizados nos cálculos de projetos, manutenção e para futuras modificações/atualizações em equipamentos empregados nas indústrias de alimentos, como bombas, misturadores, filtros e evaporadores. Portanto, um projeto industrial correto requer dados adequados dessas propriedades, que facilitam a otimização dos parâmetros de qualidade do produto.

Nesse cenário, o principal objetivo ao estudar-se a condução de calor, é a determinação do campo das temperaturas em um meio resultante das condições impostas em sua fronteira, isto é, desejamos conhecer a distribuição de temperaturas, que representa como a temperatura varia com a posição no meio, que também pode ser representado pela obtenção do perfil de temperatura dentro do meio, variando suas posições e o tempo [46].

Em suma, conhecendo o perfil de temperatura no meio, pode-se aplicar a lei de Fourier diretamente para obtenção do fluxo de calor em qualquer ponto do meio ou na

superfície. Assim, a partir do conhecimento do perfil de temperatura de um sólido, pode-se verificar a sua integridade estrutural por meio da determinação de tensões, expansões e deflexões térmicas. Além disso, outras aplicações importantes a partir do conhecimento do perfil de temperaturas, é a questão da otimização da espessura de um material isolante e também para a determinação da compatibilidade entre revestimentos especiais ou adesivos usados como material [46].

O procedimento para obtenção do perfil de temperatura deve obedecer de acordo com Ataíde[33] a lei de conservação de energia, neste caso, energia térmica, independentemente de qual seja a aplicação. Assim, a lei pode ser aplicada a um volume finito, resultando em uma expressão que rege todo o comportamento do sistema, além de poder também ser aplicada a um volume infinitesimal, o qual resulta em uma equação diferencial, que pode ser resolvida para condições pontuais do sistema.

Dito isso, elencam-se uma sequência clara na metodologia para determinação da distribuição de temperatura [46], em que temos o seguinte:

- A princípio, define-se um volume de controle, delimitando a superfície com uma linha tracejada;
- Posteriormente, define-se uma base de tempo;
- Especificam-se os processos relevantes de troca de energia e faz-se uma representação gráfica do mesmo em um diagrama;
- Por último, escreve-se a equação de conservação de energia térmica, bem como as expressões apropriadas para as taxas de transferência de calor que devem substituir os respectivos na equação de balanço energético.

Nesse contexto, é fundamental a empregabilidade de algumas propriedades termo físicas para uma melhor compreensão de como este processo funciona, como é o caso da densidade, calor específico, condutividade térmica e difusividade térmica. Esta última, é uma propriedade de grande relevância para processos de transferência de calor em estado não estacionário, pois estabelece a rapidez com que o calor se difunde no produto e a relação entre o tempo e a temperatura. Logo, determinar essas propriedades termo físicas são importantes para projetar o tratamento térmico aplicado a qualquer alimento. Além disso, essas propriedades são fundamentais em estudos de modelagem, simulação e otimização de processos industriais, principalmente quando os custos operacionais e bem como a qualidade e segurança alimentar são os principais elementos a serem avaliados [56].

Assim, ainda que existam modelos de predição teórica presentes na literatura, no qual são baseados na composição centesimal do alimento, é comum que tais modelos apresentem erros. Então, em muitos casos, vê-se a indispensabilidade da obtenção de dados de forma prática, bem fundamentados e confiáveis [57].

O conhecimento das propriedades termofísicas e seu comportamento durante o processo de aumento de temperatura são essenciais para a compreensão do fenômeno. As propriedades termofísicas de materiais biológicos dependem das características de cada produto, como, umidade, estrutura, composição centesimal, que podem variar dependendo do processo realizado. Assim sendo, a temperatura é outro fator que pode causar uma variação de diversas propriedades, como por exemplo, o calor específico e a condutividade térmica, em que identificar sua influência nessas propriedades é de grande importância para uma correta formulação do fenômeno físico [58].

Nesse contexto, pode-se citar que uma outra forma de se determinar as propriedades termo físicas dos alimentos são pelos métodos inversos, que são baseados na solução analítica ou numérica do problema de transferência de calor transiente, seguido por um procedimento de otimização para obter os parâmetros nele considerados. Entretanto, essa metodologia é complexa devido a grande quantidade de informação necessária [58]. Vejamos a seguir algumas propriedades termo físicas citadas.

### 2.8.1 Densidade

A massa específica de uma substância é definida como a massa por unidade de volume e expressa em  $kgm^{-3}$  no sistema internacional de unidade [36].

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.7)$$

em que:

$\rho$ : densidade ( $kg.m^{-3}$ );

$m$ : massa (kg);

$V$ : volume ( $m^3$ ).

Nesse contexto, a densidade dos produtos não é constante e altera-se com a temperatura (temperaturas mais elevadas reduzem a densidade dos materiais) e com a pressão. Assim sendo, isso é particularmente importante para fluídos (principalmente gases), nos quais a diferença na densidade causam correntes de convecção [36].

Logo, a densidade de líquidos é uma medida direta da relação massa/volume sob uma temperatura determinada, porém para sólidos particulados e pós existem duas formas de densidade: a densidade dos pedaços individuais e a densidade do conjunto do material, que também inclui os espaços de ar entre os pedaços. Esta última medida é denominada densidade a granel e é a massa de sólidos pelo volume bruto. A densidade a granel do material depende da densidade do sólido e da geometria, do tamanho e das propriedades superficiais das partículas individuais [36].

Em suma, na maioria dos problemas de Engenharia, sólidos e líquidos são considerados incompressíveis, ou seja, a densidade é pouco afetada por mudanças moderadas de temperatura e pressão. Além do que, as diferenças de densidades de fluidos aquecidos são responsáveis pela convecção natural. Assim sendo, na maioria dos casos, a densidade decresce com o aumento da temperatura [58].

### 2.8.2 Calor específico

Outra propriedade termo física relevante é o calor específico de um material, em que pode ser definido como a quantidade de energia térmica (J) necessária para elevar a sua temperatura em 1 grau Celsius por unidade de massa. Quanto menor o calor específico de uma substância, mais facilmente esta pode sofrer variações em sua temperatura. Assim, é uma propriedade que depende da substância e não da quantidade total de massa, sendo importante para se determinar a quantidade de energia a ser adicionada ou removida em processos neste caso, de aquecimento [59].

Assim, o calor específico é uma propriedade termo física primária, que pode ser usada para calcular outras propriedades, como o coeficiente de expansão térmica e a compressibilidade isotérmica [59]. Dito isso, tem-se que é importante determinar a quantidade de energia a ser adicionada ou removida no processo de aquecimento, por exemplo. Logo, o calor específico dá uma indicação do gasto de energia, que em um processo contínuo, tende a influenciar o tamanho do equipamento, em que o calor específico do alimento é significativamente afetado pela quantidade de água e estado físico. Além do que, um alimento congelado com alto teor de água pode ter valores de calor específico aproximadamente metade dos valores correspondentes em um estado fresco [60].

O calor específico depende da natureza do processo de adição de calor, ou seja, se ele ocorre à pressão constante ou a volume constante. Assim sendo, o calor específico dos alimentos sólidos e líquidos dependem da temperatura, mas não é sensível à pressão, já que estes materiais podem ser considerados incompressíveis na maior parte das aplicações típicas. Ainda, como a maior parte das operações de processamento dos alimentos ocorrem à pressão atmosférica, o calor específico para alimentos é usualmente apresentado à pressão constante  $c_p$  [18].

Diante disso, o conhecimento do calor específico é necessário para o cálculo do calor transferida nas operações de processamento térmico dos alimentos. Além disso, o estado da água nos alimentos pode ser identificado pela medida desta propriedade, bem como a estrutura cristalina dos alimentos, através da determinação, via análise térmica em um calorímetro diferencial de varredura, dos pontos de transição vítrea dos alimentos [18].

### 2.8.3 Condutividade térmica

A condutividade térmica define a quantidade de calor que é transmitida por unidade de tempo entre duas superfícies, através de uma unidade de área, devido a um gradiente de temperatura. É classificada como uma propriedade de transporte e fornece uma indicação da taxa na qual a energia é transferida pelo processo de difusão. Essa propriedade depende da estrutura física da matéria, atômica e molecular, que está relacionada ao estado da matéria. Este parâmetro diminui com o decréscimo do conteúdo de água [61].

Assim, a condutividade térmica dos alimentos e a sua relação com o teor de água é uma das propriedades de transporte mais importantes e necessárias para a modelagem de processos envolvendo trocas de massa e energia. Logo, é considerada uma das propriedades mais influentes durante o processo que envolve a transferência de calor e é altamente dependente da composição e temperatura do alimento. Portanto, a condutividade térmica mede a capacidade de um material para conduzir a energia térmica relativamente à sua capacidade de armazenamento [61].

Dito isso, esta propriedade é inerente a uma substância e está relacionada à condução de calor e ao desempenho de qualquer sistema. Assim sendo, a quantidade de calor conduzida e/ou transferida dentro de um gradiente de temperatura a uma espessura unitária perpendicular a uma área de superfície unitária é chamada de condutividade térmica e é denotada pelo símbolo  $k$  ou  $\lambda$  e a unidade é  $W/m.K$ . Além do que, depende principalmente do volume de partículas, tamanho e forma das partículas e da temperatura das partículas [62].

Sendo assim, pode-se citar a equação (2.8) que define a condutividade térmica associada à condução de calor na direção  $x$ , e sua unidade é  $(Wm^{-1}K^{-1})$ . Porém, para um material isotrópico a condutividade térmica é independente da direção de transferência,  $k_x = k_y = k_z = k$ .

$$k_x = \frac{q_x''}{\partial T / \partial x} \quad (2.8)$$

em que:

$k_x$  é a condutividade térmica associada à condução na direção  $x$ ;

$q_x''$  é o fluxo de calor na direção  $x$ ;

$T$  é a temperatura.

Assim sendo, da Equação (2.8) tem-se que, para um dado gradiente de temperatura, o fluxo térmico por condução aumenta com o aumento da condutividade térmica. A condutividade térmica é considerada uma das mais importantes propriedades térmicas dos alimentos, e é utilizada na análise de processos que envolvem transferência de calor, como secagem e o aquecimento, por exemplo [18].

Segundo Brandão [18] os valores de condutividade variam com a composição química, estrutura física, temperatura e estado da matéria. No caso de materiais biológicos, a temperatura é menos influente na condutividade térmica que a estrutura celular, a densidade e a umidade.

Em suma, a taxa na qual o calor flui por condução através de um material pode ser predita pela lei de Fourier:

$$Q = k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \quad (2.9)$$

onde  $Q$  é a taxa de calor [ $J \cdot S^{-1}$ ],  $A$  é a área de transferência de calor normal à direção de escoamento [ $m^2$ ] e  $(\frac{dT}{dx})$  é o gradiente de temperatura na direção de  $x$ . Dessa forma, a condutividade térmica de um material é a medida de sua habilidade em condução de calor. Em alimentos, a condutividade térmica depende principalmente da composição, mas também é função dos fatores que afetam a trajetória do calor ao longo do material, tais como percentual de espaços vazios, formato, tamanho e distribuição dos espaços vazios, homogeneidade e orientação das fibras, como por exemplo, em carnes congeladas.

Nesse contexto, Brandão [18] cita a divisão das técnicas de determinação experimental da condutividade térmica em três grupos principais, todos eles baseados na solução da equação para a condução de calor, tais como técnicas em estado estacionário, técnicas em estado pseudo-estacionário e técnicas em regime transiente.

O método da fonte linear de aquecimento, desenvolvido por Van der Held e Van Drumem em 1949, é o mais usado para alimentos particulados, grãos, pós, líquidos e frutas inteiras e se baseia na solução da equação de Fourier de condução de calor por uma fonte de calor semi-infinita, homogênea e isotrópica. Na aplicação prática, um fluxo de calor constante é aplicado em uma célula cilíndrica produzindo um aumento da temperatura na mesma. A condutividade térmica é determinada em função do tempo de resposta da mudança de temperatura da amostra contida na célula [18].

A condutividade térmica de um material pode ser estimada a partir do conhecimento das demais propriedades termofísicas, como por exemplo, massa específica, calor específico e a difusividade térmica do material, uma vez que tais propriedades apresentam uma relação direta entre si. Este método possui o inconveniente de adicionar os erros experimentais obtidos na determinação de cada uma das propriedades e, desta forma, pode ser usada apenas como uma maneira de se estimar a condutividade térmica de forma aproximada.

#### 2.8.4 Difusividade térmica

A princípio, tem-se que a difusividade térmica ( $\alpha$ ) é importante na determinação da evolução de sistemas que sofrem processos de aquecimento, neste caso. Ela mede

a capacidade do material de conduzir energia térmica em relação à sua capacidade de armazená-la [63].

Assim, essa propriedade permite prever a velocidade da penetração de calor no interior do alimento, sendo de fundamental importância para o projeto de equipamentos e para o cálculo do processamento térmico. Além disso, a previsão de alterações nutricionais e microbianas que ocorrem nos alimentos durante o processamento térmico requer o conhecimento da condutividade térmica dos alimentos. Materiais com elevados  $\alpha$  responderão rapidamente a mudanças nas condições térmicas a eles impostas, enquanto materiais com reduzidos  $\alpha$  responderão mais lentamente, levando mais tempo para atingir uma nova condição de equilíbrio [64].

A partir disso, a difusividade térmica é de fundamental importância, por ser uma propriedade de transporte necessária na modelagem e nos cálculos de transferência de calor transiente. Assim, esta é relevante para a simulação durante o aquecimento no interior de um alimento, tornando-se de grande valia para a indústria, pois sem ela não seria possível calcular a transferência de calor nas substâncias [63]. Em suma, materiais de difusividade térmica alta irão responder mais rapidamente às mudanças na temperatura ambiente, enquanto os materiais de menor difusividade irão responder mais lentamente, levando mais tempo para chegar à nova condição de equilíbrio [64].

Nesse cenário, os métodos de medição da difusividade térmica são classificados em medição direta e indireta. Então, a difusividade térmica pode ser obtida a partir dos valores experimentalmente determinados de condutividade térmica, calor específico e densidade, na medição indireta. Essa medida indireta requer muito tempo e experimentação [64].

Assim sendo, a difusividade térmica está relacionada com a condutividade térmica ( $k$ ), com o calor específico a pressão constante ( $c_p$ ) e com a densidade ( $\rho$ ). Como apresentado a seguir [64].

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2.10)$$

Nesse cenário, a determinação experimental da difusividade térmica ( $\alpha$ ) de produtos agrícolas tem recebido especial atenção de pesquisadores da área de alimentos baseado na determinação da condutividade térmica de alimentos a partir de dados da evolução temporal de temperaturas medidas no interior da amostra [64].

O conhecimento desta propriedade é fundamental para o projeto de processos que envolvem a difusão transiente de calor. Segundo Brandão [18] a principal aplicação da difusividade térmica no processamento de alimentos é na estimativa dos tempos de processamento no aquecimento, cozimento, congelamento, entre outros.

### 2.8.4.1 Técnicas de determinação da difusividade térmica

Usando a equação (2.10), a difusividade térmica pode ser calculada a partir dos valores das três propriedades determinadas experimentalmente, esta alternativa, no entanto, requer um tempo considerável e uma instrumentação elaborada. Outra alternativa é a condução de um experimento com o qual se realiza a medição direta da difusividade térmica. Assim sendo, Brandão [18] comenta brevemente a respeito de uma revisão sobre estes métodos e, a seguir, são discutidos sucintamente os quatro métodos que, segundo este autor, são os mais comumente utilizados.

O primeiro consiste na Estimativa por Mínimos Quadrados (*Least - Squares Estimation*). Nesse método, inicialmente é medido o histórico de temperatura no centro de um objeto de dimensões bem definidas, tais como um cilindro infinito, uma placa infinita ou uma esfera. A solução analítica apropriada da equação diferencial é então programada numericamente para prever a temperatura em vários instantes de tempo para alguns valores de difusividade térmica arbitrários. Obviamente que, dependendo do valor de difusividade térmica selecionado, os valores preditos e experimentais de temperatura poderão não coincidir. Entretanto, usando técnicas iterativas, o valor da difusividade térmica pode ser alterado até que as diferenças entre as temperaturas preditas e as experimentais sejam estaticamente não significativas. O método estima o valor da difusividade térmica que fornece a mínima norma de quadrados médios dos erros entre a temperatura medida experimentalmente.

A utilização de curvas de penetração de calor é outro método que pode ser utilizado na determinação da difusividade térmica. Em muitas situações reais de transferência de calor, o primeiro termo da série da equação geral pode ser suficiente na estimativa do perfil de temperaturas do objeto.

O uso de cartas tempo-temperatura é o terceiro método que pode ser empregado no estudo da difusividade térmica. As soluções analíticas das equações governantes que descrevem a transferência de calor por condução, foram reduzidas as cartas tempo-temperatura [18]. Estas cartas contêm os números adimensionais de Fourier e de Biot e a temperatura adimensional. Se a temperatura adimensional é determinada experimentalmente para uma posição particular de um objeto em um instante de tempo conhecido, a carta tempo-temperatura pode ser usada para a estimativa do número de Fourier que fornece o valor da difusividade térmica [18].

O uso de soluções analíticas é o quarto método, em que as soluções em séries, convergem rapidamente depois de transcorrido certo tempo de troca térmica, geralmente se o número de Fourier for menor que 0,2. Dessa forma, a determinação experimental da temperatura em uma posição conhecida de um objeto com dimensões conhecidas é usada no primeiro termo da série para a determinação da difusividade térmica [18].

Nesse contexto, Tres [65] cita o método de Dckerson [66] em que é um dos mais utilizados na determinação direta da difusividade térmica dos alimentos; aplica-se ao estudo desta propriedade em alimentos, sólidos, granulares e nas forma de pós, bem como para líquidos e géis. Segundo Dckerson [66], a precisão de seu método é da ordem de 5% e os dados não obtidos com até duas horas de experimento sem a necessidade de medida de fluxo de calor. O aparato da medição proposta consiste em uma célula cilíndrica de latão cromado com duas tampas de teflon. Um termopar soldado na superfície externa da célula monitorada a temperatura da amostra no raio  $R$  (raio externo) enquanto que outro termopar indica a temperatura no centro da amostra [66].

Depois de atingido o equilíbrio térmico entre a célula e o banho, inicia-se o aquecimento da água no banho a uma taxa de elevação de temperatura constante, sendo as temperaturas monitoradas ao longo de todo o processo. Os dados obtidos servem de base para o tratamento gráfico dos perfis de evolução das temperaturas externa (no raio  $R$ ) e interna (no centro da amostra).

### 2.8.5 Coeficientes de transferência de calor

Nesse cenário, o coeficiente de transferência de calor ( $h_H$ ) é outro parâmetro importante e depende das características do produto alimentício (forma e dimensões), mudanças na temperatura e rugosidade da superfície e características do escoamento (velocidade e turbulência) em torno do próprio produto [18].

O coeficiente de transferência de calor convectivo ( $h$ ) é a taxa de transferência de calor para cada grau de diferença de temperatura através da interface sólido-fluido por unidade de área da superfície do material sólido. Esta propriedade está relacionada com o coeficiente de transferência de calor ( $h_H$ ), com o calor específico ( $c_p$ ) e com a densidade ( $\rho$ ) pela equação (2.11).

$$h = \frac{h_H}{\rho c_p} \quad (2.11)$$

## 2.9 Equação de balanço (conservação de energia térmica)

A determinação de um perfil de temperatura em um objeto, tem como principal objetivo a compreensão da distribuição da temperatura neste meio, como resultado das condições que são impostas ao seu entorno [67].

A equação da condução de calor é uma equação diferencial cuja solução fornece a distribuição de temperatura em um meio estacionário. Assim sendo, ela é originada aplicando a conservação de energia num volume de controle infinitesimal, considerando que o único mecanismo de transferência de calor é a condução. Logo, para deduzi-la,

considera-se um volume de controle de forma arbitrária [67]. Assim sendo, a dedução da equação do balanço relacionada a conservação de energia térmica é realizada no capítulo 3.

O método do balanço de energia térmica em um volume de controle infinitesimal, consiste na perspectiva de Farias [67] em um volume de controle que estará no interior do objeto de interesse. Logo, pode-se considerar um volume de controle dados em coordenadas cartesianas e dimensões em  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  e aceitar as hipóteses que estão em um meio homogêneo e estacionário, portanto, sem movimentação global no seu interior e sem transporte de energia térmica por advecção. Isso implica que no interior desse volume de controle não terá variação de energia mecânica, na realização de trabalho mecânico.

A partir disso, Farias [67] ressalta que o balanço de energia térmica no volume de controle será a taxa de armazenamento de energia térmica em nosso volume de controle, em termo das taxas líquidas de entrada e saída de energia térmica e de geração e consumo de energia térmica neste mesmo volume de controle.

Assim sendo, pode-se dizer que a taxa líquida de entrada e saída de energia térmica deste volume de controle será dada unicamente pela energia térmica de condução de calor, então pode-se usar uma expansão das séries de Taylor e Fourier para calcular as taxas em cada uma das faces deste volume de controle em comum com a lei de Fourier para um material isotrópico (suas propriedades mecânicas são as mesmas em todas as direções) para concluir que é a taxa líquida total de entrada e saída de calor atrás das faces deste volume de controle. Assim, pode-se concluir em outro termo, a taxa de geração e consumo [68].

Esse termo é calculado pela taxa líquida volumétrica de geração de energia térmica de consumo e sendo um termo volumétrico precisa ser multiplicado pelo volume para fornecer a taxa como exige o balanço de energia térmica. Para tanto, avalia-se a taxa de armazenamento de energia térmica no volume de controle, para isso, define-se a capacidade calorífica volumétrica que mede a habilidade de um material em armazenar energia térmica e então vai ser usada para fornecer a taxa de acúmulo de energia térmica no volume de controle [68].

Por fim, usando-se todos esses termos no balanço de energia térmica, chega-se à equação da difusão de calor. Em um sistema de coordenadas cartesianas, para descrever a equação de difusão estará também em coordenadas cartesianas, assim como para um sistema em coordenadas cilíndricas, estará também em coordenadas cilíndricas e assim por diante [68].

## 2.10 Equação de difusão

O fenômeno da difusão é descrito a partir da equação geral de transporte para o caso em que a velocidade do meio seja nula, e o termo fonte seja igual a zero [67], daí teremos:

$$\frac{\partial(\lambda\phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{\Gamma}^\phi \nabla \phi) \quad (2.12)$$

Então, para que a equação (2.12) seja utilizada como equação de transporte de calor por difusão, deve-se fazer algumas atribuições a suas variáveis. Sendo assim, no primeiro membro da equação é atribuído a  $\lambda$  o valor correspondente ao produto da densidade pelo calor específico, a pressão constante da grandeza estudada. Logo, no segundo membro da equação o coeficiente  $\mathbf{\Gamma}^\phi$  é atribuído a variável condutividade térmica [67]. Em ambos os termos a variável dependente  $\phi$ , genérica, é considerada como a temperatura. Sendo assim,  $\lambda = \rho c_p$ ,  $\mathbf{\Gamma}^\phi = k$  e  $\phi = T$ , podendo-se escrever a equação de condução de calor da seguinte maneira:

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{k} \nabla T) \quad (2.13)$$

em que:

$T$ : temperatura;

$\rho$ : densidade do meio;

$c_p$ : calor específico à pressão constante;

$k$ : condutividade térmica do meio.

Na equação da condução de calor (2.13) a grandeza transportada é a energia interna e a variável dependente é a temperatura. No segundo membro da equação (2.13), o termo entre parênteses é caracterizado pela taxa de transferência de calor por unidade de área perpendicular à direção de transferência (fluxo de calor), conhecido por lei de Fourier cuja unidade, no Sistema Internacional, é  $J/(sm^2)$  [68]:

$$\vec{q} = -k \nabla T \quad (2.14)$$

Diante disso, caso a densidade e o calor específico a pressão constante forem considerados constantes, pode-se considerar então que o operador derivada temporal atua somente na temperatura do sistema e a equação (2.13) reescrita da seguinte maneira [68]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{k}}{\rho c_p} \nabla \mathbf{T} \right) \quad (2.15)$$

Uma vez que, levando-se em consideração que a densidade ( $\rho$ ) e o calor específico a pressão constante ( $c_p$ ) são constantes, a razão da condutividade térmica pelo produto da densidade e calor específico é chamado de difusividade térmica, e é dada pela equação (2.16) [68].

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2.16)$$

em que:

$\alpha$  é a difusividade térmica.

Logo, a equação (3.15) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla \mathbf{T}) \quad (2.17)$$

## 2.11 Soluções da equação de difusão

A solução da equação de difusão segundo Maliska [68] e Farias [67] necessita basicamente das informações sobre as condições iniciais e da escolha das condições de contorno mais adequadas. Dito isso, as condições de contorno podem ser de primeiro tipo, segundo tipo ou terceiro tipo. Sendo assim, as condições de contorno são enunciados matemáticos que especificam a variável dependente ou sua derivada, nos limites ou fronteiras do domínio do problema.

Assim sendo, a condição de contorno do primeiro tipo, também chamada de condição de contorno de equilíbrio, condição de contorno prescrita, ou ainda, condição de contorno de Dirichlet, a distribuição de temperatura na superfície do contorno pode ser conhecida em função do tempo, isto é,  $T = T_s(t)$ , em que  $T$  é a temperatura na superfície de contorno para um dado valor de tempo. Além disso, tem-se a condição de contorno do segundo tipo, em que é possível conhecer o valor do fluxo na superfície de contorno. Já a condição de contorno do terceiro tipo, também chamada de condição de contorno convectiva ou ainda de condição de contorno de Cauchy, expressa a igualdade entre o fluxo difusivo de calor no interior do corpo e o fluxo convectivo, nas vizinhanças da superfície do corpo.

De forma fundamental, a análise de qualquer situação física dispõe de três maneiras para resolver o problema relacionado à situação estudada, as quais são as soluções analíticas,

soluções numéricas e experimentação em laboratório. É importante ressaltar que este estudo está voltado para o uso de soluções analíticas.

A partir disso, as soluções analíticas e numéricas de acordo com Lins [69] fazem parte do chamado método teórico e requer um modelo matemático que descreva o fenômeno físico. Assim, tal procedimento resulta em um conjunto de equações diferenciais cuja complexidade é definida pelo problema físico, pela geometria do corpo, pelas condições iniciais e de contorno. A experimentação em laboratório, por sua vez, tem a grande vantagem de tratar o fenômeno físico em sua configuração real, sendo recomendada sempre que possível. No entanto, ela apresenta alguns inconvenientes como os custos envolvidos, dificuldade de reprodução das condições reais, questões envolvendo segurança, dentre outros. Porém, na ausência de modelos matemáticos estabelecidos e em geometrias extremamente complexas, muitas vezes esta é a única alternativa disponível.

Nesse cenário, podendo considerar-se variáveis segundo Silva [70] as propriedades termo físicas usadas no modelo e aplicá-las em qualquer domínio para resolver problemas complexos com condições de contorno gerais, as soluções numéricas praticamente não apresentam restrições. Já as soluções analíticas podem fornecer uma solução exata das equações diferenciais em um domínio contínuo. Para qualquer ponto em qualquer instante, pode-se obter o valor da grandeza de interesse. Para isso, o modelo de difusão é utilizado na descrição do processo físico, a forma do corpo em estudo pode ser aproximada para uma geometria regular e as condições de contorno podem ser simplificadas, reduzindo a dificuldade em obter a solução analítica da equação. Contudo, as soluções analíticas muitas vezes podem se distanciar demasiadamente do fenômeno físico real devido ao universo das complexas equações necessárias para descrever situações reais [69].

### 2.11.1 Soluções analíticas

Nesse contexto, Silva [70] aborda que a utilização de soluções analíticas proporciona a possibilidade de se conhecer a variável de interesse em qualquer instante de tempo e em qualquer ponto do domínio. Para isso, devem ser estabelecidas hipóteses simplificadoras tais como difusividade constante, geometria simples, meio homogêneo e isotrópico, dentre outras.

Em suma, as soluções analíticas não devem ser descartadas, e uma das suas importantes aplicações é, exatamente, para validar casos limites de modelos numéricos e auxiliar no desenvolvimento de método numéricos mais robustos de determinado estudo. Uma vantagem significativa é a obtenção da solução em forma fechada, em que é possível calcular os valores das variáveis dependentes para um número infinito de pontos, requerendo para isso, baixíssimos tempos de computação. Na literatura pesquisada são encontrados vários trabalhos nos quais a equação de difusão é resolvida analiticamente [67] e [46].

Segundo Maliska [68], se um método analítico for suficiente para resolver o problema de interesse, dentro dos níveis de precisão e exigências necessários, ele deve ser preferido, pois uma regra básica que deve ser sempre observada em engenharia é o uso da ferramenta adequada ao tamanho do problema que se quer resolver.

Nesse cenário, quando o corpo em estudo pode ser aproximado para uma parede infinita, retângulo ou paralelepípedo é necessário usar apenas a equação da difusão num sistema de coordenadas cartesianas. Entretanto, nos casos em que a difusão ocorre em corpos com a forma cilíndrica ou esférica, deve-se usar sistemas de coordenadas onde as fronteiras da região coincidam com as superfícies coordenadas, nestes casos, coordenadas cilíndricas e esféricas, respectivamente, em que a análise vale para sistemas uni, bi e tridimensional. A equação de difusão transiente unidimensional nos sistemas de coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas podem ser compactadas em uma única equação [67].

$$\frac{\partial(\lambda\phi)}{\partial t} = \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^n \Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) \quad (2.18)$$

Se

- $n = 0$  implica coordenadas cartesianas;
- $n = 1$  implica coordenadas cilíndricas;
- $n = 2$  implica coordenadas esféricas;
- $\lambda$  e  $\Gamma^\phi$  são parâmetros de transporte;

No âmbito desse estudo, tem-se por base o  $n = 1$  relacionado a equação da difusão em coordenadas cilíndricas. Nesse contexto, pode-se destacar alguns métodos de soluções analíticas para resolver a equação de difusão, em que são: Separação de variáveis, Método de Galerkin (funções de base) e Transformada Integral (transformada de Laplace).

Assim sendo, Lins [69] realizou um estudo analítico e numérico das propriedades termo físicas durante o processo de transferência de calor em produtos pastosos de forma cilíndrica. Para isso, solucionou a equação de difusão com condição de contorno do primeiro tipo, cujo objetivo foi estudar o fenômeno da difusão transiente de calor em alimentos pastosos (ágar gel, purê de tomate e creme custard) contidos em recipientes cilíndricos. Dessa forma, o autor desenvolveu ferramentas analíticas para a descrição da difusão de calor no qual foram validadas através de dados obtidos por simulação numérica tanto para o cilindro infinito quanto para o finito.

### 2.11.2 Soluções numéricas

No âmbito da modernidade atual, o grande desenvolvimento tecnológico segundo Farias [67] permite a utilização de computadores cada vez mais velozes e com maior capacidade de armazenamento. Dessa forma, mesmo reconhecendo a importância das soluções analíticas para problemas de difusão, tornou-se mais frequente pelos pesquisadores a utilização de técnicas numéricas na solução de problemas complexos nas mais diversas áreas de interesse.

De acordo com Silva [70] no método analítico se resolve um sistema de equações diferenciais no qual obtém-se uma solução de forma fechada e é possível, assim, calcular os valores das variáveis dependentes para um número infinito de pontos. No método numérico, por sua vez, se resolve uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvam a função incógnita, obtendo-se um sistema de equações no qual as variáveis são os valores da grandeza a ser calculada. Dessa forma, a solução obtida é dada para um número discreto de pontos, com um determinado erro e, quanto maior for esse número de pontos, mais perto da solução exata será a solução numérica. Uma vantagem evidente da solução numérica sobre a analítica reside na possibilidade de aproximar o modelo objeto de estudo para as condições físicas reais [67].

O modelo matemático de acordo com Lins [69] é o ponto de partida de qualquer método numérico. Dessa forma, a escolha de um modelo apropriado é fundamental na resolução do método numérico que é normalmente desenvolvido com o intuito de encontrar uma solução aproximada de um conjunto particular de equações. Isso decorre devido ser impraticável criar-se um método de resolução que seja aplicável em todas as situações. Após ser selecionado o modelo matemático, escolhe-se o método de discretização que melhor se adequa. Em outras palavras, busca-se um método de aproximação das equações diferenciais em um sistema de equações algébricas com o intuito de que as variáveis do problema sejam obtidas em localizações discretas no espaço e no tempo.

Os métodos numéricos, por sua vez, praticamente não apresentam restrições, podendo resolver problemas complexos com condições de contorno gerais, definidos em geometrias também complexas e apresentando resultados com uma rapidez muito grande. O aumento da capacidade de processamento e armazenamento dos computadores, permitiu aos pesquisadores, com mais frequência, a utilização das técnicas numéricas na solução de problemas complexos nas mais diversas áreas de interesse. Então, na solução numérica, um domínio contínuo é substituído por um domínio discreto, e a equação diferencial parcial é substituída por equações algébricas, uma para cada volume de controle [67].

Nesse cenário, em geral é possível estabelecer três formulações ao se usar o método numérico para resolver a equação de difusão, de acordo com o tempo que é definido

para representar a grandeza de interesse, ao se expressar as derivadas parciais, são elas: formulação explícita, formulação implícita e a formulação totalmente implícita. Na formulação explícita, a variável de interesse para expressar as derivadas espaciais é avaliada no instante inicial ( $t$ ) do intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) e, portanto, seu valor já é conhecido. Na formulação implícita, a variável de interesse que define as derivadas espaciais é uma média ponderada dos seus valores no início e no fim do intervalo de tempo. Por outro lado, na formulação totalmente implícita, a variável de interesse em todos os volumes de controle deve ser avaliada no final do intervalo de tempo, no instante ( $t + \Delta t$ ), e seus valores são, portanto, desconhecidos [70].

Tradicionalmente, existem diversos métodos para solucionar a equação de difusão. Assim sendo, esses tem por objetivo trazer um método de aproximar as equações diferenciais em um sistema de equações algébricas com o intuito de que as variáveis do problema sejam obtidas em localizações discretas no espaço e no tempo. Dentre os métodos mais utilizados na solução numérica de equações diferenciais, tem-se Método dos Elementos Finitos (MEF), Método das Diferenças Finitas (MDF) e Método dos Volumes Finitos (MVF). Se a malha (conjunto de elementos adjacentes que limitam um espaço numa estrutura reticular) for suficientemente boa, todos os tipos de métodos produzem o mesmo resultado. Entretanto, alguns métodos são mais apropriados para determinadas classes de problemas [70].

Em suma, pode-se mencionar que algumas hipóteses para a solução numérica da equação de difusão em geometria cilíndrica. Dito isso, o método matemático utilizado na solução numérica da equação de difusão para descrição da condução de calor no interior de gêneros alimentícios em forma cilíndrica, tem como base as seguintes hipóteses simplificadoras:

- O produto é considerado homogêneo e isotrópico;
- A distribuição de temperatura no produto é inicialmente uniforme e permanecerá simétrica em relação ao eixo de revolução;
- A temperatura do meio de aquecimento deve ser constante;
- Não deve haver mudança de fase no produto durante o processo;
- Ausência de fluxos convectivos dentro da amostra. Portanto, o único mecanismo de transporte de calor do produto é a condução;
- A condição de contorno é do primeiro tipo;
- O volume do produto não é afetado pelo processo de difusão;
- A geração de calor é insignificante durante o processo;

### 2.11.3 Métodos dos elementos finitos

Na perspectiva de Silva [55] o Método dos Elementos Finitos é similar ao Método dos Volumes Finitos em vários aspectos. Sua solução baseia-se numa “integral” da equação e faz-se a aproximação da solução por uma função definida num subdomínio resultante da discretização do domínio. O aspecto que diferencia os referidos métodos é o fato das equações utilizadas no Método dos Elementos Finitos serem multiplicadas por uma função peso antes de serem integradas sobre todo o domínio.

De acordo com Silva [55] uma vantagem do Método dos Elementos Finitos é a capacidade para lidar-se com geometrias arbitrárias. As malhas são facilmente refinadas em regiões de interesse, tornando relativamente fácil a análise matemática. O principal inconveniente, que é partilhado com todos os métodos que usam malhas não estruturadas, é o fato das matrizes das equações linearizadas não serem tão bem estruturadas como as das malhas estruturadas fazendo com que seja mais difícil encontrar métodos de resolução eficientes.

### 2.11.4 Método das diferenças finitas

Neste contexto, Silva [55] cita que este é um método de resolução de Equações Diferenciais Parciais no qual, sua solução consiste na substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico. O ponto de partida é a conservação da equação na forma diferencial.

Inicialmente, o Método das Diferenças Finitas segundo Silva [55] pode ser aplicado a qualquer tipo de malha, entretanto, este método tem sido aplicado a malhas estruturadas no qual se torna muito simples e eficaz. As desvantagens deste método é o fato da conservação não ser inerente ao mesmo, com algumas exceções. Outra desvantagem refere-se às geometrias simples quando se tem problemas complexos.

### 2.11.5 Método dos volumes finitos

Nesse estudo, tem-se como base o Método dos Volumes Finitos, em que utiliza como ponto de partida a forma integral da equação da conservação. Assim sendo, sua solução consiste na divisão do domínio físico sob estudo em um número finito de subdomínios de volumes elementares denominados de volumes de controle ou volumes finitos e satisfaz a conservação da propriedade em questão em nível desses volumes elementares. A discretização é feita integrando todos os termos da equação que governa o fenômeno, sobre cada volume de controle, no espaço e no tempo. A solução resultante implica que a conservação da grandeza de interesse é satisfeita em qualquer volume de controle e, conseqüentemente, em todo domínio físico estudado. Este método é largamente utilizado

na resolução de problemas envolvendo transferência de calor e/ou massa, e em mecânica de fluídos [67].

O Método dos Volumes Finitos possui a vantagem de poder ser aplicado a qualquer tipo de malha e, conseqüentemente, adapta-se às geometrias complexas. Já a desvantagem, em relação ao Método das Diferenças Finitas, dá-se pelo fato de métodos superiores a segunda ordem, serem mais difíceis de desenvolver em problemas tridimensionais, com malhas não estruturadas [67].

## 2.12 Condições de contorno

Nesse contexto, para determinar a distribuição de temperaturas em um meio, é necessário resolver a forma apropriada da equação do calor. No entanto, tal solução depende das condições físicas existentes nas fronteiras ou contorno do meio, e se a situação variar com o tempo, a solução também depende das condições existentes no meio em algum instante inicial.

A partir disso, tem-se que os três tipos de condições de contorno, frequentemente encontrados na transferência de calor, são os seguintes:

1) Condição de contorno de Dirichlet ou condição de contorno do primeiro tipo: corresponde a situação na qual o valor da grandeza genérica  $\phi$  é conhecido na superfície do sólido. Neste caso tem-se o valor de  $\phi$  prescrito, em que a grandeza assume instantaneamente o seu valor de equilíbrio  $\phi_{eq}$  na superfície do corpo.

2) Condição de contorno de Neumann ou condição de contorno de segundo tipo: corresponde à existência de um fluxo térmico conhecido na superfície do produto. Esse fluxo térmico está relacionado ao gradiente de temperatura na superfície pela Lei de Fourier.

3) A condição de contorno de terceiro tipo corresponde à existência, na superfície, de um fluxo por convecção e é obtida a partir de um balanço de energia e/ou massa na superfície.

## 2.13 Fluidodinâmica Computacional

A Fluidodinâmica Computacional (ou CFD – *Computational Fluid Dynamics*) trata-se de uma poderosa ferramenta na análise de problemas em sistemas que envolvem desde fluidos em escoamentos: como a análise de turbulência e aerodinâmica em geometrias diversas; bem como transferência de calor: difusão, convecção e radiação em superfícies; além de outros fenômenos associados com reações químicas, como por exemplo, a combustão interna em motores do ciclo Diesel e Otto. As técnicas de CFD baseiam-se no entendimento

do comportamento físico do escoamento de fluidos em um volume de controle através de simulação computacional, que discretiza as equações parciais que descrevem o escoamento (equações de conservação da energia, massa e quantidade de movimento) utilizando uma geometria virtual ou malha computacional [18].

De acordo com Brandão [18], as etapas importantes do processo de simulação utilizando CFD são:

**Pré-processamento:** definição da geometria ou domínio de estudo que se pretende trabalhar; geração da malha dividindo o domínio em pequenos subdomínios responsáveis por receber os cálculos referente às soluções das equações de conservação pelos métodos numéricos; e, a definição das propriedades do domínio de estudo (densidade, viscosidade, vazão volumétrica de cada fase, etc.), bem como as condições iniciais e de contorno do escoamento;

**Solver:** nesta etapa as técnicas numéricas de solução são implementadas para resolver os problemas físicos do caso em estudo. Ocorre a transformação do sistema de equações diferenciais parciais em um sistema de equações algébricas que será resolvido por métodos numéricos, podendo ser diretos (Eliminação de Gauss e Decomposição LU) ou iterativos (Método de Gauss Seidel, Método de Jacobi e Método das Sobre-Relaxações Sucessivas).

**Pós-processamento:** aqui os dados encontrados através da etapa anterior são organizados e trabalhados através de gráficos, imagens, etc., para uma melhor interpretação dos resultados.

## 2.14 Condições iniciais e de equilíbrio

As condições iniciais definem o valor da variável de interesse em cada ponto do domínio e são fatores determinantes para se obter uma solução correta da equação de difusão. Normalmente, em processos como aquecimento, o produto é colocado em repouso por um determinado período para entrar em equilíbrio com o meio, antes de ser submetido ao processamento. Sendo assim, o produto é aquecido a partir de uma temperatura inicial, comum que normalmente é a temperatura ambiente, mediante a temperatura de equilíbrio térmico.

Assim sendo, para garantir que o produto entrará em equilíbrio térmico, na temperatura desejada para cada produto, deve-se monitorar a grandeza de interesse, através de um termopar, posicionado no centro do produto, ou seja, naquele ponto que atinge a temperatura desejada por último. No caso do aquecimento, o tempo mínimo do processo transiente é estabelecido de forma a garantir que o ponto mais frio possa entrar em equilíbrio térmico com todos os outros pontos do produto.

## 2.15 Tratamento térmico

O tratamento térmico é o método de preservação mais tradicional utilizado na indústria de alimentos, pois são efetivos na inativação e destruição de enzimas indesejáveis e microrganismos patogênicos, sendo também importante no desenvolvimento de propriedades sensoriais dos alimentos. Os processos convencionais de tratamento térmico dependem de mecanismos de transferência de calor (condução e convecção) para produtos alimentícios, sendo geralmente limitados devido às propriedades termo físicas dos alimentos, viscosidade e incrustação na superfície de contato com o calor. Com isso, o tempo de exposição do alimento ao calor acaba sendo longo, comprometendo suas características nutricionais e sensorias [71].

## 2.16 Algumas pesquisas relacionadas ao aquecimento

De início, pode-se citar o estudo de Carbonera et al [5] em que analisaram três métodos para determinar a difusividade térmica aparente de massa de tomate comercial com 18% de sólidos, cujos métodos foram o de Ball e Olso [72], o método da otimização associado ao modelo condutivo e o outro baseado na própria definição da difusividade térmica aparente. Sendo assim, os métodos analisados por estes pesquisadores não são comumente usados para determinar a difusividade térmica aparente, que é uma importante propriedade termo física, pois permite determinar a evolução de sistemas que sofrem o processo de aquecimento particularmente.

Assim sendo, tem-se Markowski et al [73], que em suas pesquisas, determinaram a difusividade térmica aparente de salsichas do tipo lyoner durante o aquecimento e o resfriamento em banho térmico. Essas salsichas, feitas de carne bovina e suína picadas, são muito populares na Polônia, além do que o maior perigo é de no processo de produção, as salsichas serem contaminadas por agentes patogênicos. Dito isso, Markowski et al [73] determinaram dois métodos para calcular a difusividade térmica aparente das referidas salsichas, as quais podem-se citar que um dos métodos tinha como base a solução analítica simplificada da equação da condução de calor nos sólidos, já o outro tinha como base a solução numérica. Logo, na comparação feita pelos pesquisadores entre os dois métodos e os dados experimentais, puderam verificar que os resultados obtidos através da solução numérica estavam de acordo com os dados disponíveis na literatura. Entretanto, os resultados obtidos através da solução analítica diferiram significativamente dos dados publicados por vários produtos alimentícios.

Dito isso, a partir dos resultados obtidos por Markowski et al [73], foi possível deduzir segundo Lins [49] que a difusividade térmica aparente não é um parâmetro constante. De acordo com as conclusões obtidas pelos pesquisadores, a difusividade térmica aparente deste tipo de salsicha, nas condições físicas a que foram submetidas, dependia não apenas

das propriedades termo físicas do material, mas também de sua estrutura interna. Outra conclusão interessante a que chegaram é a de que a difusividade térmica aparente das salsichas do tipo lyoner, quando aquecidas, era diferente da difusividade térmica aparente quando elas estavam sendo resfriadas, além disso, dependia também da quantidade de gordura e da água contidas nas amostras.

Nesse contexto, tem-se que Glavina et al [74] utilizaram três métodos para calcular a difusividade térmica aparente de três materiais, que neste caso, foram cilindros de poliamida e de batata e carne picada embalados em recipientes cilíndricos. Mediante isso, os métodos empregados foram o método da função de transferência, o método *log* e método analítico.

Diante disso, segundo Lins [49] no estudo acima, as estimativas feitas pelos pesquisadores para as difusividades térmicas aparentes dos produtos pesquisados, empregando o método analítico, foram obtidas a partir da solução da equação de difusão, assumindo que os materiais eram isotrópicos e considerando as condutividades térmicas e as condições de contornos constantes.

Pode-se citar que o método da função de transferência de um sistema no domínio da transformada de Laplace é definido como a razão entre a variável de saída  $y(s)$  e a de entrada  $x(s)$ . Além disso, a variável de entrada para o caso em estudo, corresponde a temperatura ambiente e a de saída corresponde a temperatura do centro geométrico do material pesquisado, ponto crítico da amostra. A partir da expressão da temperatura do ponto crítico  $T_c(t)$  obteve-se a expressão da temperatura adimensional  $T^*(t)$ . Além do que, foi preciso obter parâmetros  $j$  e  $f$  dos gêneros alimentícios pesquisados, para através da equação de Ball e Olso [72] pudesse estimar a difusividade térmica aparente do produto pesquisado [49].

Em suma, Segundo Lins [49] o método logarítmico faz uso da equação empírica de Holdsworth [75] para obter a temperatura adimensional, no centro do cilindro em função dos parâmetros  $j$  e  $f$ . O valor de  $f$  está relacionado com a difusividade térmica e o de  $j$  com o atraso no estabelecimento de uma taxa de aquecimento uniforme. Por isso, esse método usa apenas alguns pontos da curva de aquecimento para a determinação da difusividade térmica aparente e a determinação de quais pontos serão inclusos, envolve um certo grau de subjetividade [74].

De acordo com o que foi dito anteriormente, Glavina et al [74] concluíram que a solução encontrada utilizando o método que usa a função de transferência fornece uma boa aproximação com os dados experimentais e tem uma formulação matemática bem mais simples do que o método analítico. Mas, os resultados obtidos foram sempre menores do que os resultados encontrados pelos métodos analíticos e logarítmico. Em contra partida, a vantagem do método que usa a função de transferência sobre o método logarítmico é que ele leva em consideração todos os valores experimentais para estimar a difusividade

térmica aparente.

É relevante citar que a modelagem matemática e a simulação têm se mostrado muito úteis na investigação, previsão e bem como na otimização de processos térmicos na industrialização de alimentos [49]. Logo, com base em modelos matemáticos de placas trocadoras de calor, foi desenvolvido um método de otimização para se encontrar a melhor configuração para processos de conservação de alimentos [76].

Nesse cenário, Bairi et al [77] utilizaram um método simples para calcular a difusividade térmica aparente de gêneros alimentícios em uma dimensão, tendo como base a solução analítica da equação de Fourier aplicada à geometria cilíndrica. Dito isso, a propagação de calor através de um cilindro, dependendo da relação entre raio e o comprimento, pode ser considerada em uma ou duas dimensões. Conseqüentemente, para cilindros muito longos, a transferência de calor se dá quase que exclusivamente pela superfície lateral, transformando-se o problema da difusão de calor de duas para apenas uma dimensão.

Além disso, nos estudos de Bairi et al [77], o cilindro foi considerado infinito, a propagação do calor em apenas 1D, além do que, foi utilizado o método de separação de variáveis desenvolvidos por estes, para obter a temperatura adimensional. As medidas de temperatura mostraram claramente uma curva exponencial para qualquer posição do termopar. Em suma, determinaram a difusividade térmica aparente do azeite de oliva e da carne vermelha picada, com uma precisão de aproximadamente 4%. Sendo assim, o pequeno erro cometido e a simplificação dos cálculos justificaram a aplicação do método em problemas de engenharia e particularmente para pesquisas em produtos alimentícios. Porém, o experimento mostrou que os melhores resultados foram obtidos quando o termopar se encontrou próximo ao eixo do cilindro, entre 35 e 73°C, com a difusividade térmica da água aumentando com a temperatura média.

Outro estudo relevante foi o de Ukrainczyk [3] que estimou a difusividade térmica aparente do glicerol, da areia de ottawa e do ágar gel, a partir da solução da equação da condução de calor unidimensional em coordenadas cilíndricas. Então, para determinar a difusividade térmica aparente, foi usado um método iterativo baseado na soma da função quadrática com o método de Levenberg - Marquardt com o objetivo de minimização da função objetivo  $S$  na solução da equação de condução do calor em uma dimensão.

Assim, a rápida variação da temperatura na fronteira do cilindro, quando o sistema era imerso em banho térmico, mostrou que a condição de contorno do primeiro tipo pode ser aplicada nesse caso. As curvas de temperatura,  $T(r = 0, t)$ , obtidas a partir de dados experimentais e por simulação, estão em perfeita concordância entre si, o que confirmou as hipóteses da pesquisa, as quais eram a transferência de calor por condução unidimensional e que o algorítmico de Levenberg - Marquardt pode ser aplicado para o caso estudado. Logo, no resfriamento de forma semelhante ao primeiro banho térmico, a temperatura da

parede do tudo de cobre entrou em equilíbrio térmico quase que instataneamente e houve novamente concordância entre a curva obtida através dos dados experimentais e a obtida por simulação computacional Ukrainczyk [3].

Além disto, tem-se que Betta et al [78] desenvolveram um método rápido, confiável e de fácil utilização para estimar a difusividade térmica aparente de vários gêneros alimentícios. Dito isso, o método utilizado para encontrar a solução da equação de difusão foi o da aproximação pelas diferenças finitas. Logo, esse método discretiza o domínio contínuo e as variáveis dependentes são consideradas apenas em determinados pontos do domínio. As derivadas são aproximadas por diferenças e a equação diferencial parcial adquiriu uma representação algébrica. Dessa forma, um problema de cálculo transforma-se em um problema algébrico.

Com base nisso, é relevante citar que Betta et al [78] desenvolveram um *software* baseado no método dos mínimos quadrados não - linear (NLLS) e das diferenças finitas para obter a solução da equação de Fourier. Então, com o propósito de diminuir os erros sistemáticos no posicionamento do termopar que capta os dados da temperatura, foi projetada e desenvolvida uma célula para medir com mais precisão esse posicionamento. Os resultados obtidos pelo novo método foram validados tanto experimentalmente quanto pela comparação com os resultados obtidos por outros três métodos disponíveis. Assim, estimaram as propriedades termo físicas de vários alimentos, como por exemplo, produtos industrializados de tomate, patê de azeitona, massas, creme custard, geleia de damasco e em ambos os casos, o método trouxe resultados eficazes. Por isso, foram considerados as seguintes hipóteses simplificadas para construir a modelagem matemática como foram o caso da amostra cilíndrica finita, homogênea e isotrópica, propriedades termo físicas constantes, geração de calor desprezível dentro da amostra, coeficiente de transferência de calor infinito na superfície e ausência de fluxos convectivos no interior da amostra. Logo, nessas condições o fluxo de calor ocorreu em duas dimensões que são a axial e a radial [78].

Dito isso, Betta et al [78] concluíram também que os métodos numéricos são os mais indicados para resolver a equação de difusão. Na modelagem matemática, os pesquisadores consideraram como condição de contorno que a temperatura da superfície do cilindro, isto é,  $T_b$ , era constante durante todo o banho térmico. A partir disso, no início do processo de pasteurização, a temperatura em todo cilindro era,  $T_i$ . Assim, a determinação do campo de temperatura foi possível a partir da solução da equação de difusão em coordenadas cilíndricas.

Pode-se também citar o estudo de Silva et al [79] que obtiveram uma solução numérica para a equação de difusão com condições de contorno convectiva aplicada a sólidos de revolução usando-se coordenadas generalizadas. Logo, o problema da transferência de calor e massa em sólidos foi resolvido usando-se o método dos volumes finitos com coordenadas generalizadas e a formulação completamente implícita. Dito isso, a solução

numérica foi acoplada a um otimizador baseado no método inverso e o *software* produzido pode ser usado para simular a cinética de vários fenômenos físicos, tais como a secagem de banana e arroz, resfriamento de pepino com a difusividade térmica variável.

Sendo assim, a solução numérica proposta por Silva et al [79] para a equação de difusão, com condição de contorno de terceiro tipo, para sólidos de revolução usando-se malhas estruturadas bidimensionais não-ortogonais, produziu resultados compatíveis com os testes de validação.

No âmbito desse estudo, Silva et al [80] pesquisaram a influência da geometria na simulação numérica da cinética de secagem de bananas à temperatura constante. Dito isso, esses pesquisadores supuseram que o modelo de difusão fosse aplicável ao processo de secagem com condição de contorno do primeiro tipo e a difusividade térmica fosse função da umidade local. Escolheram o cilindro infinito, o cilindro finito e o elipsóide como as figuras geométricas mais aproximadas para representar a banana. Não foi considerado a variação de volume do fruto, devido ao processo de perda da umidade, pois o objetivo era comparar os resultados da simulação numérica com os dados de outros trabalhos disponíveis na literatura os quais consideravam o volume do corpo constante.

Diante disso, tem-se que das formas geométricas testadas em suas pesquisas, a que apresentou os melhores resultados ao se ajustar a curva simulada aos dados experimentais da cinética de secagem foi o elipsóide. Entretanto, o tempo necessário para o processo de otimização era cem vezes maior do que quando se usava a forma geométrica do cilindro infinito para representar a banana [49].

Nesse cenário, Carciofi et al [81] utilizaram dois métodos para estimar a difusividade térmica efetiva da mortadela. No primeiro, usaram a fórmula empírica de Ball e Olson [72] para determinar a difusividade térmica efetiva e estudar alguns aspectos da transferência de calor na mortadela durante o processo de cocção. Assim, verificaram que a difusividade térmica efetiva,  $\alpha$ , aumentava duas vezes após a desnaturação das proteínas que ocorre a sua temperatura de aproximadamente  $70^{\circ}C$ . Já no segundo método utilizaram a equação da difusão.

Logo, para simplificar o problema da transferência de calor, a mortadela foi considerada um cilindro finito de raio  $R$ , comprimento  $2L$  e difusividade térmica efetiva constante,  $\alpha$ . A equação de difusão foi resolvida numericamente pelo método das diferenças finitas, com o eixo do cilindro dividido em vinte intervalos e o raio em dez, com incremento temporal de um segundo. Neste trabalho, a solução da equação de difusão poderia ter sido obtida pelo método analítico, uma vez que, a difusividade térmica efetiva foi considerada constante e a geometria usada para descrever a mortadela, cilindro finito.

Além disso, Marcotte et al [82] avaliaram as propriedades termo físicas de várias emulsões de carne e de produtos avícolas entre  $20$  e  $80^{\circ}C$ . Foi observado nessa pesquisa

que a difusividade térmica aparente aumentava linearmente com a temperatura entre 20 e 60°C, mas permanecia constante entre 60 e 80°C, com uma única exceção que é a mortadela.

Assim sendo, para avaliar a condutividade térmica de várias amostras de emulsões, usou-se o método de sonda, em que consistiu em aquecer a amostra por meio de um fio. Logo, Marcotte et al [82] observaram que a condutividade térmica aumentava com a temperatura, que a capacidade térmica era uma função linear da temperatura e que a densidade variava muito pouco. Dessa forma, concluíram que a difusividade térmica aparente das emulsões de carne e aves variavam com a temperatura, uma vez que, a difusividade térmica aparente está relacionada com as três propriedades termo físicas que são a densidade, condutividade e a capacidade térmica.

Rinaldi et al [83] estimaram experimentalmente os coeficientes aparentes de transferência de massa  $h_m$ , e calor  $h$ , a difusividade térmica aparente  $\alpha$  e o coeficiente de difusão de massa  $D$ , a partir do processo de cozimento da mortadela, em três diferentes temperaturas de cozimento, que foram 80, 90 e 100°C. Assim, essas propriedades termo físicas foram usadas para desenvolver um modelo sistemático para simular a transferência simultânea de calor e massa durante o processo de cozimento. Sendo assim, Rinaldi et al [84] concluíram que a difusividade térmica aparente da mortadela está linearmente correlacionada com a temperatura cocção. Dito isso, o método desenvolvido foi validado por meio de testes experimentais com um erro entre 3,5% e 4%.

No âmbito citado, tem-se Silva et al [85] que estudaram a influência da representação geométrica na solução numérica da cinética de resfriamento de pepino, considerando o modelo de difusão, por ser o que melhor se adaptava à propagação de calor de pepino. Além disso, admitiram também que as propriedades termo físicas e as dimensões do pepino eram constantes durante o processo de transferência de calor, o que permitem a solução da equação de difusão por meio analíticos. A condição de contorno do terceiro tipo foi a que melhor representa a interação do sistema com o meio externo.

Além disso, pode-se mencionar sobre Jaramillo - Flores e Hernandez - Sanchez [86] a qual calcularam a difusividade térmica aparente da polpa de graviola (*Annona muricata*) contida em pequenas latas cilíndricas. Logo, dois tipos de experimentos foram realizados, um com polpas de frutas verdes e o outro com polpas de frutas maduras. Assim, na primeira experiência a polpa era congelada a  $-19^\circ\text{C}$  e em seguida colocada num banho térmico a  $29^\circ\text{C}$  até que a polpa atingisse a temperatura de  $24^\circ\text{C}$ . Já com relação a segunda polpa, à temperatura ambiente, era colocada num banho térmico de  $89^\circ\text{C}$ , até que atingisse a temperatura de  $87^\circ\text{C}$ .

## 2.17 Processamento térmico

Nos últimos anos, uma série de novas tecnologias vem sendo estudadas com o intuito de prover ao consumidor produtos mais próximos de suas características naturais, bem como diminuir o custo de processos industriais. Essas novas tecnologias são conhecidas como tecnologias emergentes e são exemplos dessa classe o uso de altas pressões, processos de separação por membranas, ozonização e aquecimento ôhmico. Sendo assim, nessa seção tem-se breves revisões relacionadas a aspectos referentes ao processamento térmico por aquecimento convencional e por aquecimento ôhmico.

### 2.17.1 Processo convencional

De forma tradicional, no processo de Aquecimento Convencional (AC) um fluido quente (tradicionalmente água) é utilizado para aquecer o produto até a temperatura do processo, no qual o alimento deve ser mantido por um determinado período de tempo. Dessa forma, o tempo depende basicamente da temperatura na qual o processo ocorre: temperaturas mais altas geram processos mais curtos e vice-versa [71].

O efeito deletério do calor nos microrganismos diz respeito basicamente à desnaturação das estruturas terciárias e quaternárias das proteínas, causando desnaturação de enzimas necessárias para o metabolismo microbiano. Além disso, em menor escala, também estão presentes fenômenos de rompimento da parede celular. O processamento pode ser conduzido em trocadores de calor contínuos ou em batelada, com o auxílio de serpentinas ou camisas de aquecimento, por exemplo [71].

Como o AC ocorre devido à troca de calor entre um fluido quente e o produto alimentício (principalmente por mecanismos condutivos ou convectivos), gradientes de temperatura significativos são observados. Assim, para o correto dimensionamento do tempo de conservação por meio do calor mediante o tipo de tratamento térmico empregado, deve-se assegurar que o ponto mais frio do produto passe pelo binômio tempo-temperatura relativo à 5 ciclos logarítmicos de uma espécie de microrganismos chave do processo (i.e, o binômio deve ser calculado tendo como referência a temperatura do ponto mais frio do alimento). Devido aos gradientes de temperatura observados, altos tempos de processamento são observados em alguns produtos com propriedades termo físicas que não beneficiem a troca térmica (como baixa condutividade térmica, observada em fluidos de forma geral) [71].

Paralelamente, sabe-se que o AC provoca perdas de compostos desejáveis do produto. Em sucos de frutas, perdas de vitamina C, carotenóides e compostos aromáticos já foram relatadas. Em adição, diversos estudos têm demonstrado níveis inaceitáveis de contaminação fúngica (concentração > 10/espores/mL) em sucos mesmo após os processos tradicionalmente utilizados. Considerando esse cenário, o estudo de tecnologias emergentes

aplicadas ao processamento de sucos pode ser uma alternativa para superar as limitações existentes no AC [71].

### 2.17.2 Método de aquecimento ôhmico

Nesse contexto, diversos estudos recentes têm sugerido que o Aquecimento Ôhmico (AO) pode ser uma alternativa ao AC. De forma semelhante ao AC, a inativação de micro-organismos no AO também se dá pela aplicação de calor ao produto, embora o mecanismo físico da aplicação de energia seja diferente. No AO, o aumento de temperatura é provocado por geração interna no alimento, através do efeito joule. Nesse sentido, dois eletrodos são inseridos no compartimento no qual o produto será aquecido e uma diferença de potencial elétrico é aplicada entre os eletrodos. Os íons presentes no produto se orientam em direção ao eletrodo que possui carga elétrica contrária à sua. Como a corrente aplicada é alternada, a partir de uma relação estabelecida pela frequência do equipamento, isso faz com que os íons estejam em constante movimento e se choquem continuamente durante o processo, o que resulta em conversão de energia elétrica em energia térmica. Assim, devido o aquecimento ocorrer por geração de energia, os gradientes de temperatura são consideravelmente reduzidos no processo [71].

As seguintes vantagens estão relacionadas ao AO em comparação ao AC: menor tempo de processo, aquecimento uniforme de alimentos bifásicos (desde que possuam condutividades elétricas semelhantes), maior eficiência energética e maior independência de algumas propriedades termo físicas (como a condutividade térmica do produto). Como consequência do menor tempo de processo, compostos desejáveis tendem a ser mais preservados no AO. As maiores desvantagens do AO estão relacionadas a perda de material dos eletrodos, bem como a alta dependência do processo com o conteúdo iônico do produto [71].

Inicialmente, acreditava-se que os valores das constantes dos modelos primários/secundários eram iguais nos aquecimentos convencional e ôhmico. Entretanto, pesquisas dos últimos 20 anos têm demonstrado fenômenos adicionais de inativação microbiana relacionadas à aplicação da corrente elétrica. A magnitude desses fenômenos tende a ser proporcional à constituição do meio analisado, à espécie de micro-organismo, à temperatura do processo, ao campo elétrico aplicado à frequência do equipamento [71].

Logo, o método de aquecimento ôhmico que consiste em um processo de passar uma corrente elétrica alternada através do alimento, gerando um calor intermitente no produto e promovendo o aquecimento mais rápido e homogêneo. O tratamento Ôhmico tem como principal vantagem a rapidez e a uniformidade durante o processamento térmico, reduzindo as perdas em níveis estruturais, nutricionais e sensoriais. O tratamento ôhmico tem sido aplicado com êxito no tratamento térmico e concentração de sucos e polpas de frutas [71].

## 3 Materiais e Métodos

Neste capítulo, descrevem-se a parte experimental e a modelagem matemática empregada, necessários para o desenvolvimento das ferramentas que foram utilizadas nas otimizações e no processo de simulação da transferência de calor, particularmente vinculados ao aquecimento de produtos (ágar gel, purê de tomate e polpa de caju) em estado pastoso, acondicionados em recipientes cilíndricos. A partir disso, é importante citar que a forma do recipiente define a escolha do sistema de coordenadas usado para descrever o fenômeno de condução de calor mediante o aquecimento em coordenadas cilíndricas.

Vale ressaltar que a condução é a única forma de transferência de calor considerada, pois no estado pastoso, os efeitos convectivos podem ser desprezados. Assim como exemplo, nos estudos realizados por Betta et al [4] e Ukrainczyk [3] que adotaram esse procedimento padrão em pesquisas.

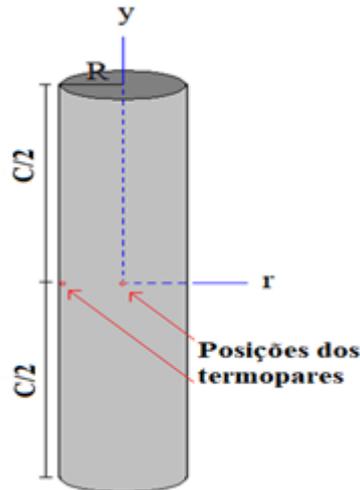
### 3.1 Aquecimento de produtos

Três experimentos foram conduzidos para estudar o aquecimento do ágar gel (0,7%), do purê de tomate (obtido da polpa de tomate madura sem aditivo) e a polpa do caju. Os experimentos foram realizados no município de Campina Grande, Paraíba, Brasil, no Laboratório de Transferência de Calor e Massa (LTCM), da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Nos três experimentos, os produtos a serem aquecidos foram colocados dentro de recipientes metálicos com geometria cilíndrica, nos quais foram previamente colocados dois termopares tipo K para medir as temperaturas no centro e na parede interna do recipiente, a cada segundo, conforme é mostrado na figura 5.

O raio  $R$  e a altura  $L$  do cilindro de cada experimento foram medidos com um paquímetro Digimess 100.170 (São Paulo, Brasil), que também foi usado para medir a espessura  $C$  das paredes dos recipientes. Cada recipiente com o produto foi colocado na bancada do laboratório, que tem temperatura controlada, e a tampa do recipiente cilíndrico foi selada com cola de silicone. Após algumas horas, cada conjunto (produto + recipiente) entrou em equilíbrio térmico com o meio, numa temperatura  $T_0$ , que foi medida com um termômetro digital TH-095 de dois canais, da marca Instrutherm (São Paulo, Brasil).

O processo de aquecimento foi realizado em banho-maria, utilizando um aparelho Kacil modelo BM-02C (Pernambuco, Brasil), com capacidade para 9 L de água. Este dispositivo opera na faixa de temperatura ambiente a  $70^{\circ}\text{C}$ , com resolução de  $0,1^{\circ}\text{C}$ , e possui controle eletrônico de temperatura (Proporcional, Integral e Derivativo - Controlador

Figura 5 – Posições dos termopares no recipiente cilíndrico.



Fonte: Elaborada pelo autor.

PID). Também, possui resistência tubular blindada, o que reduz consideravelmente o tempo aquecimento da água, possibilitando melhor estabilização do banho na temperatura desejada. Além dessas características, o modelo BM-02C é equipado com mecanismo magnético de circulação de água, garantindo a uniformidade da temperatura neste líquido. O equipamento foi regulado para manter a água quente numa temperatura  $T_{eq}$ , e cada recipiente cilíndrico foi mergulhado nessa água quente contida no interior do equipamento. Deve-se observar que o volume de água quente do banho-maria é muito maior que o volume de cada recipiente cilíndrico, de tal forma que essa água quente pode ser considerada como uma fonte infinita de calor.

Algumas medidas de precaução são necessárias para a utilização deste equipamento, não se deve utilizar o equipamento sem água suficiente para encobrir o sensor de temperatura que se encontra acima da base de proteção da resistência. A ausência de água na cuba causará um dano permanente à resistência. Jamais utiliza-se o equipamento sem a base de proteção da resistência, pois a falta da base de proteção prejudica o controle de temperatura, além de deixar a resistência desprotegida. Conforme mostrado o aparelho na figura 6 e 7.

Os termopares, posicionados conforme a figura 5, foram conectados ao termômetro digital TH-095 de dois canais, e o aquecimento transiente foi acompanhado até que o produto dentro do recipiente cilíndrico atingisse um novo equilíbrio térmico, na temperatura da água quente,  $T_{eq}$ . O termômetro digital registrou os dados de temperatura nos dois canais automaticamente, ao longo do tempo, por meio de sua conexão a um notebook Core i5 via USB-0/RS-232, utilizando o *software* disponibilizado pelo fabricante para a plataforma Windows, e os dados foram armazenados em um arquivo de extensão txt.

Deve-se observar que, devido ao tipo de produto estudado neste estudo, pode-se

Figura 6 – Equipamento Kacil modelo BM-02.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 7 – Banho Maria marca Kacil modelo BM-02.



Fonte: Elaborada pelo autor.

desprezar possíveis correntes de convecção no interior do cilindro. Também, como o efeito da radiação não foi considerado no modelo matemático de transferência de calor a ser apresentado, somente o efeito da condução de calor foi analisado. Neste sentido, a difusividade térmica obtida pode ser denominada como “difusividade térmica aparente” [3].

### 3.1.1 Experimento 1

No primeiro experimento realizado, o produto ágar gel foi aquecido de  $T_0 = 20,1^{\circ}C$  até  $T_{eq} = 24,9^{\circ}C$ . As dimensões internas do recipiente com geometria cilíndrica foram:  $R = 0,013m$  e  $L = 0,130m$ . A espessura das paredes do recipiente cilíndrico foi  $C = 0,70mm$ .

### 3.1.2 Experimento 2

No segundo experimento, o purê de tomate maduro foi aquecido de  $T_0 = 5,2^\circ C$  até  $T_{eq} = 80,0^\circ C$ . As dimensões internas do recipiente com geometria cilíndrica foram:  $R = 0,040m$  e  $L = 0,125m$ . A espessura das paredes do recipiente cilíndrico foi  $C = 0,75mm$ .

### 3.1.3 Experimento 3

No terceiro experimento, a polpa de caju foi aquecida de  $T_0 = 25,6^\circ C$  até  $T_{eq} = 63,1^\circ C$ . As dimensões internas do recipiente com geometria cilíndrica foram:  $R = 3,75 \times 10^{-2}m$  e  $L = 8 \times 10^{-2}m$ . A espessura das paredes do recipiente cilíndrico foi  $C = 0,5mm$ .

### 3.1.4 Confeção dos recipientes

O recipiente utilizado foi de geometria cilíndrica, nesse caso, um cilindro metálico, como forma de empregabilidade da equação da difusão em coordenada cilíndrica, favorecendo uma modelagem matemática aplicável a condições de contorno com base no recipiente.

#### 3.1.4.1 O recipiente para acondicionamento dos produtos

Para o processo de aquecimento dos produtos, foi confeccionado um recipiente de material de zinco em formato cilíndrico com raio interno da seção circular aproximadas de 7,5 cm e comprimento de 8 cm e furos de 0,5 cm conforme a figura 8. Esse recipiente é constituído de uma tampa e dois furos para inserir-se os fios dos termopares.

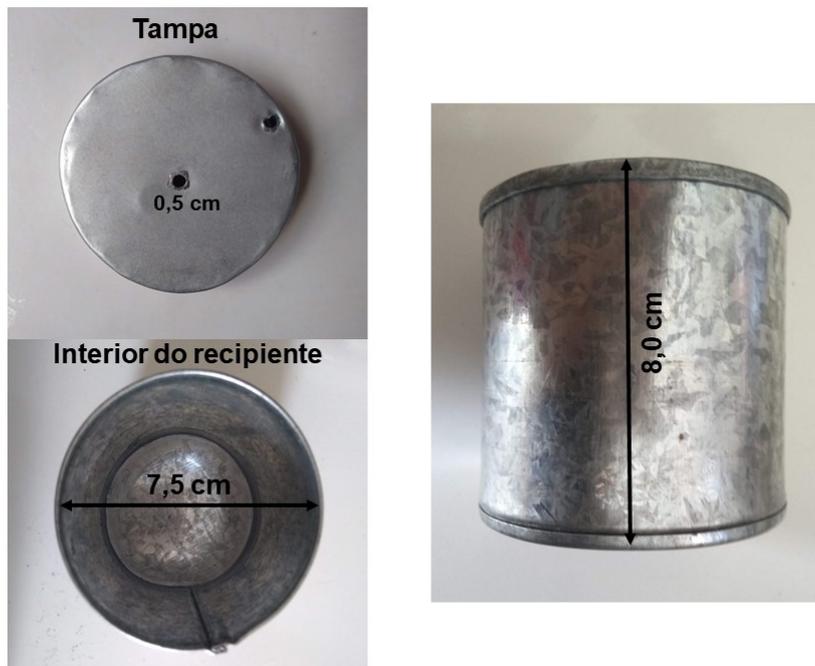
Neste recipiente estão dispostos dois furos para a inserção dos termopares (Tipo k), termopares estes empregados por serem obtidos de forma acessível economicamente e que suprem a necessidade do trabalho desempenhado. Um deles está localizado no ponto central do recipiente, enquanto o segundo localiza-se na sua superfície interna lateral.

## 3.2 A aquisição dos dados de temperatura

O acompanhamento da distribuição do calor mediante o processo de aquecimento transiente foi realizado através dos sensores de temperatura inseridos na amostras dos produtos e conectados a um termômetro digital portátil, modelo TH – 095.

As medidas das temperaturas foram aferidas com os termopares da marca Instrutherm, do tipo K, os quais foram dispostos na parede interna do recipiente e o outro termopar foi posicionado no centro do recipiente, inseridos na altura média do recipiente, este foi completamente preenchida com os produtos trabalhados. Ao fim deste processo, o recipiente foi levado ao banho maria para dar-se início ao processo de aquecimento.

Figura 8 – Dimensões do recipiente utilizado para o processo de aquecimento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.3 Procedimentos experimentais

Como dito anteriormente, o processo de aquecimento foi realizado no Laboratório de Transferência de Calor e Massa (LTCM) da Unidade Acadêmica de Física (UAF), da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), Paraíba. Sendo assim, após o equilíbrio térmico das amostras com o ambiente, estas foram colocadas dentro de recipientes cilíndricos, com o auxílio de uma colher, até se encontrarem totalmente preenchidos. Em seguida, os recipientes foram tampado e lacrado com dois pedaços de fita adesiva, dispostas longitudinalmente ao longo dos recipientes, de tal forma que elas não estivessem posicionadas próximo ao termopar localizado na superfície interna.

Em seguida, foi conectado os termopares ao termômetro digital portátil, que possui dois canais e pode ser alimentado através de uma bateria ou uma fonte de 9 V. Nesta montagem, os dados foram transmitidos instantaneamente do termômetro para um computador através de um cabo RS – 232. O termômetro é acompanhado do *software* DL 2005 que possibilita o armazenamento dos dados em um arquivo de formato txt. Nesta experiência, os dados coletados pelos termopares foram armazenados com um intervalo de tempo de 1 (um). Tal procedimento foi dado simultaneamente com o aquecimento.

As três informações no arquivo são separadas por vírgulas. A primeira informação é um número que expressa o tempo em que a temperatura foi medida pelos termopares. Nesta experiência, os números ímpares representaram a leitura do termopar localizado

no centro geométrico da amostra e, os números pares o termopar localizado na superfície interna do experimento. A segunda informação também corresponde a um número e, neste caso, representa a temperatura da amostra. Já a terceira informação expressa à unidade de medida na qual se encontra a temperatura (pode ser informada em  $^{\circ}C$  ou  $K$ ).

No próximo capítulo ocorre a validação e discussão do *software* utilizado, por comparação dos resultados obtidos com as ferramentas desenvolvidas neste trabalho e aqueles disponíveis na literatura, bem como a apresentação e discussão dos resultados obtidos nos procedimentos experimentais.

### 3.4 Equação geral de transporte e equação de difusão

Nesta seção, trabalha-se aspectos matemáticos empregados para se chegar à equação de conservação da energia térmica, essencial para este estudo. Sendo assim, ela está fundamentada em um material utilizado no curso de Tópicos de Transferência de Calor, ministrado pelo professor Dr. Wilton Pereira da Silva, para auxílio ao longo da pesquisa. Assim, as modelagens matemáticas a seguir, abordadas nessa seção estão fundamentadas em Slattery [87], Bird e Stewart [88], Livi [89] e Maliska [68].

Dito isso, pode-se partir de uma situação envolvendo escoamento, baseado nas seguintes informações. Seja definir a expressão:

$$U = m \cdot c_p \cdot T \quad (3.1)$$

em que  $m$  é a massa de um fluido,  $c_p$  é o seu calor específico, e  $T$  é sua temperatura. Lembrando que a densidade  $\rho$  é definida como:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (3.2)$$

em que  $m = \rho \cdot V$ , assim  $V$  é o volume ocupado pelo fluido, logo tem-se:

$$U = \rho \cdot V \cdot c_p \cdot T \quad (3.3)$$

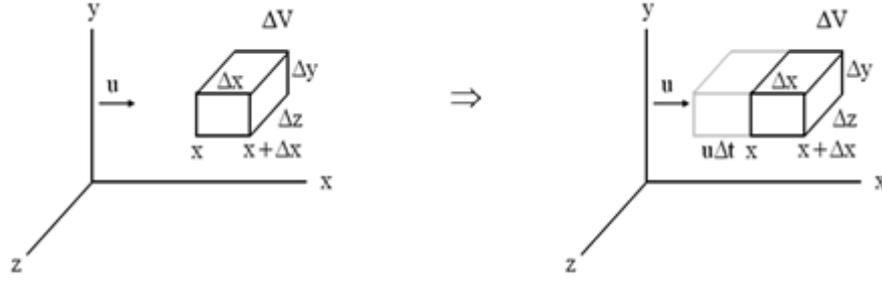
A expressão  $U$  é um termo auxiliar, cuja diferença define a energia térmica a ser transferida para um volume de controle (VC) de volume ( $\Delta V$ ) devido ao momento do fluido (advecção). Vale salientar que, apesar da notação, o termo  $U$  não define uma variável de estado.

Assim sendo, para um fluxo de fluido na direção de  $x$ , com velocidade  $u$ , pode-se esquematizar a figura 9.

Assim, tem-se a energia líquida que entra em  $\Delta V$ , na posição  $x$ , devido ao escoamento por  $\Delta y \Delta z$  em  $\Delta t$  segundos (devido ao fluxo de massa):

A partir disso, temos:

Figura 9 – Esquema tridimensional para o exemplo do escoamento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$U_{xin}^{Adv} = \rho(u\Delta t\Delta y\Delta z)c_p T |_x \quad (3.4)$$

Já a energia que deixa  $\Delta V$  em  $x + \Delta x$  é dada por uma expressão análoga:

$$U_{xout}^{Adv} = \rho(u\Delta t\Delta y\Delta z)c_p T |_{x+\Delta x} \quad (3.5)$$

Logo:

$$U_{xin}^{Adv} - U_{xout}^{Adv} = -(\rho(u\Delta t\Delta y\Delta z)c_p T |_{x+\Delta x} - \rho(u\Delta t\Delta y\Delta z)c_p T |_x) \quad (3.6)$$

Analogamente, na direção  $y$  temos o seguinte:

$$U_{yin}^{Adv} - U_{yout}^{Adv} = -(\rho(v\Delta t\Delta x\Delta z)c_p T |_{y+\Delta y} - \rho(v\Delta t\Delta x\Delta z)c_p T |_y) \quad (3.7)$$

em que  $v$  é a componente da velocidade do fluido na direção  $y$ . Já em  $z$ :

$$U_{zin}^{Adv} - U_{zout}^{Adv} = -(\rho(w\Delta t\Delta x\Delta y)c_p T |_{z+\Delta z} - \rho(w\Delta t\Delta x\Delta y)c_p T |_z) \quad (3.8)$$

em que  $w$  é a componente da velocidade do fluido na direção  $z$ . Por outro lado, energia térmica pode penetrar ou abandonar  $\Delta V$  por condução (difusão). Dessa forma, pode-se citar a lei experimental de Fourier para a condução de calor que, para a direção  $x$ , é dada assim:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.9)$$

em que se tem o fluxo de calor por unidade de área por segundo.

Mediante isso, devido à difusão na direção  $x$ , tem-se que a energia líquida em  $\Delta V$  durante  $\Delta t$  segundos, é dada por:

$$U_{xin}^{Dif} - U_{xout}^{Dif} = k \frac{\partial T}{\partial x} \Delta y \Delta z \Delta t |_{x+\Delta x} - k \frac{\partial T}{\partial x} \Delta y \Delta z \Delta t |_x \quad (3.10)$$

Analogamente, em y temos:

$$U_{yin}^{Dif} - U_{yout}^{Dif} = k \frac{\partial T}{\partial y} \Delta x \Delta z \Delta t \Big|_{y+\Delta y} - k \frac{\partial T}{\partial y} \Delta x \Delta z \Delta t \Big|_y \quad (3.11)$$

e em z, tem-se:

$$U_{zin}^{Dif} - U_{zout}^{Dif} = k \frac{\partial T}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta t \Big|_{z+\Delta z} - k \frac{\partial T}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta t \Big|_z \quad (3.12)$$

Deve-se mencionar que calor pode ser gerado ou absorvido no próprio volume  $\Delta V$ , resultado de uma reação química ou nuclear, pode-se ainda considerar em um balanço de energia o termo fonte, que se trata da energia térmica gerada ou absorvida por unidade de volume por segundo. Vale citar também que as reações químicas correspondem as reações endotérmicas (ocorre quando fornecemos temperatura a um sistema em equilíbrio, favorecendo assim a absorção de calor) e as reações exotérmicas (ocorre quando diminuirmos a temperatura do sistema, favorecendo assim a liberação de calor).

Assim, a energia líquida no volume  $\Delta V$  em  $\Delta t$  segundos é:

$$\Delta U^S = S \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (3.13)$$

Logo, a variação total de energia térmica em  $\Delta V$  durante  $\Delta t$  segundos é expressa como:

$$\begin{aligned} \Delta U = & -(\rho(u \cdot \Delta t \Delta y \Delta z) \cdot c_p \cdot T \Big|_{x+\Delta x} - \rho(u \cdot \Delta t \Delta y \Delta z) \cdot c_p \cdot T \Big|_x) - \\ & (\rho(v \cdot \Delta t \Delta x \Delta z) \cdot c_p \cdot T \Big|_{y+\Delta y} - \rho(v \cdot \Delta t \Delta x \Delta z) \cdot c_p \cdot T \Big|_y) - \\ & (\rho(w \cdot \Delta t \Delta x \Delta y) \cdot c_p \cdot T \Big|_{z+\Delta z} - \rho(w \cdot \Delta t \Delta x \Delta y) \cdot c_p \cdot T \Big|_z) + \\ & k \frac{\partial T}{\partial x} \Delta y \Delta z \Delta t \Big|_{x+\Delta x} - k \frac{\partial T}{\partial x} \Delta y \Delta z \Delta t \Big|_x + \\ & k \frac{\partial T}{\partial y} \Delta x \Delta z \Delta t \Big|_{y+\Delta y} - k \frac{\partial T}{\partial y} \Delta x \Delta z \Delta t \Big|_y + \\ & k \frac{\partial T}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta t \Big|_{z+\Delta z} - k \frac{\partial T}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta t \Big|_z + S \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (3.14)$$

Da equação (3.3), tem-se que:  $U = \rho \cdot c_p \cdot T \Delta x \Delta y \Delta z$ . Então, substituindo esta expressão no primeiro membro da equação (3.14) e dividindo a nova equação por  $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta(\rho \cdot c_p \cdot T)}{\Delta t} = & - \frac{\rho \cdot u \cdot c_p \cdot T|_{x+\Delta x} - \rho \cdot u \cdot c_p \cdot T|_x}{\Delta x} - \\
& \frac{\rho \cdot v \cdot c_p \cdot T|_{y+\Delta y} - \rho \cdot v \cdot c_p \cdot T|_y}{\Delta y} - \frac{\rho \cdot w \cdot c_p \cdot T|_{z+\Delta z} - \rho \cdot w \cdot c_p \cdot T|_z}{\Delta z} + \\
& \frac{k \frac{\partial T}{\partial x}|_{x+\Delta x} - k \frac{\partial T}{\partial x}|_x}{\Delta x} + \frac{k \frac{\partial T}{\partial y}|_{y+\Delta y} - k \frac{\partial T}{\partial y}|_y}{\Delta y} + \frac{k \frac{\partial T}{\partial z}|_{z+\Delta z} - k \frac{\partial T}{\partial z}|_z}{\Delta z} + S
\end{aligned} \quad (3.15)$$

Sendo assim, fazendo  $\Delta t, \Delta x, \Delta y$  e  $\Delta z$  tender a zero, no limite a equação (3.15) torna-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta(\rho \cdot c_p \cdot T)}{\Delta t} = & - \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot c_p \cdot T)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot c_p \cdot T)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot c_p \cdot T)}{\partial z} + \\
& \frac{\partial(k \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(k \frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y} + \frac{\partial(k \frac{\partial T}{\partial z})}{\partial z} + S
\end{aligned} \quad (3.16)$$

A equação (3.16) ainda pode ser escrita do seguinte modo:

$$\frac{\partial(\rho \cdot c_p \cdot T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v} \cdot c_p \cdot T) = \nabla \cdot (k \cdot \nabla T) + S \quad (3.17)$$

Em que expressa a conservação de energia térmica, onde:  $\nabla \cdot (\vec{H})$  é o divergente de  $\vec{H}$  e  $\nabla F$  é o gradiente de  $F$ .

Nesse cenário, a forma mais geral da equação de transporte para um volume elementar é dada por [87]:

$$\frac{\partial(\lambda \phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \vec{v} \phi) = \nabla \cdot (\Gamma^\phi \nabla \phi) + S \quad (3.18)$$

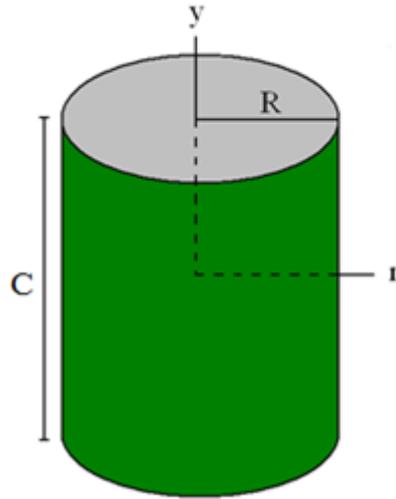
em que:  $\phi$  é a variável dependente de interesse;  $\lambda$  e  $\Gamma^\phi$  são os coeficientes de transporte;  $\vec{v}$  é o vetor velocidade do meio e  $S$  é o termo fonte.

### 3.5 A equação de difusão bidimensional para um cilindro finito

Seja um recipiente cilíndrico, contendo um produto sujeito a um processo de difusão com simetria radial, como é mostrado na figura 10.

Conforme pode ser observado na descrição dos experimentos, na Seção 3.1, é esperado que o processo de condução de calor no interior dos cilindros metálicos tenha

Figura 10 – Recipiente cilíndrico com simetria radial.



Fonte: Elaborada pelo autor.

simetria radial (axi-simétrico). Assim, a equação de difusão bidimensional ( $\frac{\partial(\rho \cdot c_p \cdot T)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T)$ ) aplicada à condução de calor pode ser escrita, em coordenadas cilíndricas, da seguinte forma:

$$\frac{\partial(\rho \cdot c_p \cdot T)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.19)$$

em que  $T$  é a temperatura;  $\rho$  é a densidade do produto,  $c_p$  é o seu calor específico e  $k$  é a sua condutividade térmica, suposta constante. Na Equação (3.19),  $r$  é a posição radial definida em relação ao eixo central do cilindro finito e, juntamente com a posição axial  $y$  (direção do eixo central), define a localização de um ponto no interior do sólido a ser estudado. Conforme Matheus [90], o termo  $\rho c_p$  pode ser considerado constante durante o aquecimento. Neste caso, a equação de difusão ainda pode ser escrita como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.20)$$

em que  $\alpha$  é a difusividade térmica ( $\alpha = \frac{k}{(\rho c_p)}$ ).

### 3.5.1 A condição de contorno do terceiro tipo

A condição de contorno segundo Farias [67] é expressa através da imposição de igualdade entre o fluxo interno (difusivo) na superfície do cilindro finito e o fluxo externo (convectivo) nas vizinhanças dessa superfície. Para o fluxo de calor radial, a condição de contorno do terceiro tipo é expressa, para o cilindro como:

$$-k \frac{\partial T(r, y, t)}{\partial r} \Big|_{r=R} = h_H [T(r, y, t) \Big|_{r=R} - T_{eq}], \quad (3.21)$$

em que  $R$  é o raio do cilindro,  $h_H$  é o coeficiente de transferência de calor ( $Wm^{-2}K^{-1}$ ),  $T(r, y, t) \Big|_{r=R}$  é a temperatura ( $K$ ) no contorno localizado na posição  $r = R$  e  $T_{eq}$  é a temperatura do meio externo ( $K$ ) que, neste estudo, é a água quente do banho-maria. Se a Equação (3.21) for dividida por  $\rho c_p$ , uma nova equação pode ser escrita para a condição de contorno do terceiro tipo:

$$-\alpha \frac{\partial T(r, y, t)}{\partial r} \Big|_{r=R} = h [T(r, y, t) \Big|_{r=R} - T_{eq}], \quad (3.22)$$

em que  $h = \frac{h_H}{(\rho c_p)}$  é o coeficiente de transferência de calor convectivo ( $ms^{-1}$ ).

Para a tampa e o fundo do cilindro, a condição de contorno do terceiro tipo para é dada por:

$$-k \frac{\partial T(r, y, t)}{\partial y} \Big|_{y=\pm L/2} = h_H [T(r, y, t) \Big|_{y=\pm L/2} - T_{eq}], \quad (3.23)$$

em que  $L$  é o comprimento do cilindro,  $T(r, y, t) \Big|_{y=\pm L/2}$  ( $K$ ) é a temperatura nos limites circulares localizados nas posições  $y = \pm L/2$ . A Equação (3.23) dividida pelo fator  $\rho c_p$ , é obtida:

$$-\alpha \frac{\partial T(r, y, t)}{\partial y} \Big|_{y=\pm L/2} = h [T(r, y, t) \Big|_{y=\pm L/2} - T_{eq}], \quad (3.24)$$

Neste estudo, é aceitável assumir o mesmo valor de  $h$  para todas as superfícies do recipiente cilíndrico com o produto. Assim, as equações (3.20), (3.22) e (3.24) podem ser consideradas válidas para produtos homogêneos e isotrópicos acondicionados em recipientes cilíndricos de raio  $R$  e comprimento  $L$ , com temperatura inicial uniforme  $T_0$  e temperatura final de equilíbrio  $T_{eq}$ .

### 3.5.2 Solução analítica de equação de difusão: O problema direto

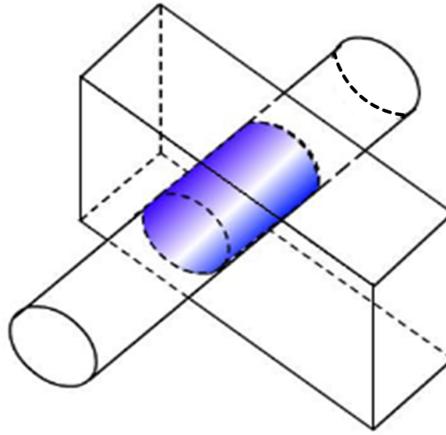
De acordo com Luikov [91], a solução  $T(r, y, t)$  da Equação (3.20), para as condições de contorno definidas pelas Equações (3.22) e (3.24), é obtida por separação de variáveis, resultando em:

$$T(r, y, t) = T_{eq} + (T_0 -$$

$$T_{eq}) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{n,1} A_{m,2} J_0 \left( \mu_{n,1} \frac{r}{R} \right) \cos \left( \mu_{m,2} \frac{y}{C/2} \right) \cdot \exp \left[ - \left( \frac{\mu_{n,1}^2}{R^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{(C/2)^2} \right) \alpha t \right] \quad (3.25)$$

Assim sendo, nessa solução apresentada está implícita a ideia de que um cilindro finito pode ser obtido pela interseção de dois sólidos ainda mais simples, um cilindro infinito de raio  $R$  e uma parede infinita de espessura  $C$ , conforme a Figura 11.

Figura 11 – Interseção de um cilindro infinito e uma parede infinita.



Fonte: Silva [70]

Retornando à Equação (3.25), deve ser observado que  $T(r, y, t)$  é a temperatura numa posição  $(r, y)$  do cilindro num instante  $t$ , e  $\alpha$  é a difusividade térmica do produto colocado em seu interior. Ainda com relação à Equação (3.25), os coeficientes  $A_{n,1}$  e  $A_{m,2}$  são definidos como segue:

$$A_{n,1} = \frac{2Bi_1}{J_0(\mu_{n,1})(Bi_1^2 + \mu_{n,1}^2)} \quad (3.26)$$

e

$$A_{m,2} = (-1)^{m+1} \frac{2Bi_2(Bi_2^2 + \mu_{m,2}^2)^{1/2}}{\mu_{m,2}(Bi_2^2 + Bi_2 + \mu_{m,2}^2)} \quad (3.27)$$

Na Equação (3.26),  $Bi_1$  é o número de Biot para a transferência de calor em um cilindro infinito de raio  $R$ , sendo dado por:

$$Bi_1 = \frac{hR}{D} \quad (3.28)$$

Na Equação (3.27),  $Bi_2$  é o número de Biot para transferência de calor referente à uma parede infinita de espessura  $L$ , sendo dada pela expressão:

$$Bi_2 = \frac{hL/2}{D} \quad (3.29)$$

Nas Equações (3.22), (3.24), (3.28) e (3.29),  $h$  é o coeficiente de transferência convectiva de calor e, na solução apresentada, foi imposto o mesmo valor de  $h$  para todas as superfícies do cilindro finito.

Nas Equações (3.25) e (3.26),  $\mu_{n,1}$  são as raízes da equação característica para o cilindro infinito, e são calculadas através da seguinte equação transcendental:

$$\frac{J_0(\mu_{n,1})}{J_1(\mu_{n,1})} = \frac{\mu_{n,1}}{Bi_1} \quad (3.30)$$

sendo  $J_0$  e  $J_1$  as funções de Bessel de primeiro tipo de ordens 0 e 1, respectivamente.

Nas Equações (3.25) e (3.27),  $\mu_{m,2}$  são as raízes da equação característica para a parede infinita, e são calculadas através da seguinte equação transcendental:

$$\cot \mu_{m,2} = \frac{\mu_{m,2}}{Bi_2} \quad (3.31)$$

Nessa solução, para valores especificados de  $Bi_1$  e  $Bi_2$ , 200 raízes  $\mu_{n,1}$  e  $\mu_{m,2}$  serão calculadas através do método da bisseção, apresentado a seguir. Portanto, para solução da Equação (3.25) são utilizados 200 termos para cada somatório, o que foi possível a partir da utilização do método da bisseção para cálculo das raízes.

### 3.5.3 A condição de contorno do primeiro tipo

Para os experimentos que serão conduzidos, os produtos foram acondicionados em recipientes cilíndricos, de paredes metálicas, e cada conjunto (recipiente + produto) estava, inicialmente, a temperatura  $T_0$ , quando foi imerso em água quente, numa temperatura  $T_{eq}$ . Para esta situação física, a condição de contorno da equação de condução de calor que descreve o aquecimento pode ser considerada do primeiro tipo. Assim, o estudo prévio apresentado deve sofrer uma adequação para esta condição de contorno, o que é feito a seguir.

A Equação (3.26) pode ser escrita partindo do seguinte:

$$A_{n,1} = \frac{2Bi_1}{J_0(\mu_{n,1})[Bi_1^2 + \mu_{n,1}^2]} \quad (3.32)$$

Assim, colocando  $Bi_1^2$  em evidência no denominador da equação, obtemos:

$$A_{n,1} = \frac{2Bi_1}{J_0(\mu_{n,1})Bi_1^2[1 + \frac{\mu_{n,1}^2}{Bi_1^2}]} \quad (3.33)$$

Então, simplificando, tem-se que:

$$A_{n,1} = \frac{2}{J_0(\mu_{n,1})Bi_1[1 + \frac{\mu_{n,1}^2}{Bi_1^2}]} \quad (3.34)$$

Da equação (3.30), como  $J_0(\mu_{n,1})Bi_1 = \mu_{n,1}J_1(\mu_{n,1})$ , a equação anterior pode ser escrita como:

$$A_{n,1} = \frac{2}{\mu_{n,1}J_1(\mu_{n,1})[1 + \frac{\mu_{n,1}^2}{Bi_1^2}]} \quad (3.35)$$

Logo, para  $Bi_1 \rightarrow \infty$ , temos que o termo  $\frac{\mu_{n,1}^2}{Bi_1^2} \rightarrow 0$ . Sendo assim:

$$A_{n,1} = \frac{2}{\mu_{n,1}J_1(\mu_{n,1})} \quad (3.36)$$

Com um raciocínio similar, a equação (3.27), para a condição de contorno do primeiro tipo, pode ser escrita como:

$$A_{m,2} = (-1)^{m+1} \frac{2Bi_2 \sqrt{Bi_2^2 + \mu_{m,2}^2}}{\mu_{m,2}[Bi_2^2 + Bi_2 + \mu_{m,2}^2]} \quad (3.37)$$

Sendo assim, colocando  $Bi_2^2$  em evidência, temos:

$$A_{m,2} = (-1)^{m+1} \frac{2Bi_2^2 \sqrt{1 + \frac{\mu_{m,2}^2}{Bi_2^2}}}{Bi_2^2 \mu_{m,2} [1 + \frac{1}{Bi_2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{Bi_2^2}]} \quad (3.38)$$

Logo, simplificando  $Bi_2^2$ , obtemos:

$$A_{m,2} = (-1)^{m+1} \frac{2\sqrt{1 + \frac{\mu_{m,2}^2}{Bi_2^2}}}{\mu_{m,2} [1 + \frac{1}{Bi_2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{Bi_2^2}]} \quad (3.39)$$

A partir disso, fazendo  $Bi_2 \rightarrow \infty$ , que é a condição de contorno do primeiro tipo, tem-se que:  $\frac{\mu_{m,2}^2}{Bi_2^2} \rightarrow 0$  e  $\frac{1}{Bi_2} \rightarrow 0$ . Assim:

$$A_{m,2} = (-1)^{m+1} \frac{2}{\mu_{m,2}} \quad (3.40)$$

Para a condição de contorno do primeiro tipo, uma vez que  $Bi_1$  e  $Bi_2$  tendem para infinito, as equações (3.30) e (3.31) tornam-se  $J_0(\mu_{n,1}) = 0$  e  $\cot \mu_{m,2} = 0$ . Dessa forma, as raízes destas equações transcendentais podem ser determinadas, por exemplo, pelo método da bisseção.

Com o estudo apresentado anteriormente, um solver para o problema direto foi criado com o uso da linguagem *FORTRAN*. Embora o solver para a Equação (3.25) tenha sido criado para o termopar de interesse colocado numa posição qualquer, no presente estudo foi acompanhado  $T(0,0,t)$  durante o aquecimento transiente, uma vez que este termopar foi colocado no centro do cilindro ( $r = 0$  e  $y = 0$ ). Isso foi feito baseado no estudo de Huang [92] e Kiziltas et al [93], que mostraram que este ponto resulta no menor erro na determinação da difusividade usando o método inverso. Por outro lado, é interessante observar que este solver foi usado tanto na determinação das difusividades térmicas dos produtos acondicionados em recipientes cilíndricos (problema inverso), como nas várias simulações (problema direto) utilizadas na descrição dos processos transientes. Para o problema inverso, o estudo apresentado a diante foi utilizado.

## 3.6 Soluções da equação de difusão

Em linhas gerais, a modelagem matemática para a solução da equação de difusão no caso da condução de calor dentro de alimentos em formato cilíndrico é baseada nas seguintes hipóteses:

- A massa cilíndrica deve ser considerada homogênea e isotrópica;
- A temperatura do meio permanece constante durante todo o processo de aquecimento;
- As dimensões do recipiente permanecem inalteradas durante o processo difusivo;
- A difusividade térmica efetiva do produto estudado não pode variar durante o processo de transferência de calor;
- A condição de contorno para a solução da equação de difusão é a do primeiro tipo;
- Não há fonte geradora de calor no interior do produto;

Para a solução da equação de difusão de acordo com Costa [94] é necessário conhecer previamente as condições físicas relacionadas ao fenômeno estudado, tais como, condição de contorno e pelas condições iniciais em que o sistema se encontra. Outro fator a ser considerado é a geometria com que o objeto de estudo se apresenta, quando estes não possuem uma forma geométrica definida como paralelepípedo, cilindro ou esfera, sendo assim pode-se realizar hipóteses simplificadoras para aproximar a forma geométrica do objeto em estudo para uma forma geométrica simples.

De acordo com Lins [69] para conseguir uma solução de um problema de engenharia, primeiramente deve-se observá-lo em suas condições naturais (fenômeno real) e como este problema se comporta, em seguida, escolhe-se uma metodologia para seguir em busca da solução. As metodologias utilizadas podem ser, a dos métodos experimentais ou métodos teóricos, o primeiro trata com o fenômeno real, onde seu estudo é baseado em experimento realizado em laboratório e apresentam erros experimentais. Os métodos teóricos são equações que representam matematicamente o fenômeno real, dividindo-se em métodos analíticos e métodos numéricos.

A partir disso, este estudo está voltado para o uso do método analítico, em que obtém as soluções analíticas as quais segundo Silva [70] possuem como característica para a solução do problema a necessidade de algumas hipóteses simplificadoras, para que a equação se torne mais simples e possa ser resolvida, aplicam-se a problemas com geometrias e condição de contorno e iniciais simplificados, esta solução não se aplica a problemas para os quais não existem modelos matemáticos e podem apresentar erros de modelagem.

### 3.7 O método da bisseção

O método da bisseção, também chamado de truncamento binário, divisão do intervalo na metade ou método de Bolzano, é um método numérico utilizado para calcular raízes de funções reais. Esse método de acordo com Silva [70] se torna viável quando o método analítico, para determinação de raízes, se torna difícil ou não pode ser aplicado, como no caso das Equações (3.30) e (3.31).

Com base nisso, é um método de busca de raízes, do tipo incremental, que consiste em: dado um intervalo  $[a, b]$ , se nele existir somente uma raiz da função, então o produto do valor da função, nos extremos do intervalo é um número negativo, ou seja,  $f(a) \cdot f(b) < 0$ . Verificado a existência de uma única raiz no intervalo, divide-se o intervalo ao meio, transformando-o em dois, cuja amplitude é a metade do primeiro. Se uma função muda de sinal em um intervalo, calcula-se o valor da função em seu ponto médio,  $c = \frac{(a+b)}{2}$ . A posição da raiz é determinada como sendo o ponto médio do subintervalo no qual a mudança de sinal ocorre, ou seja, ou  $[a, c]$  se  $f(a) \cdot f(c) < 0$  ou  $[c, b]$  se  $f(c) \cdot f(b) < 0$ . Esse processo é repetido para obter estimativas refinadas e a raiz é obtida a partir de um

critério de tolerância [95].

Logo, na primeira iteração se reduz a amplitude do intervalo, onde se encontra a raiz, à metade do intervalo inicial. O processo deve ser repetido  $n$  vezes e após a  $n$ -ésima iteração, a amplitude do intervalo encontrado será  $2^n$  vezes menor do que a amplitude do intervalo inicial. Ao final dessas iterações, os intervalos estarão tão pequenos, que o módulo da função nos extremos e no ponto médio serão praticamente iguais entre si e muito próximo a zero. A próxima raiz será determinada deslocando-se o intervalo inicial de um valor próximo ao período da função, em que para grandes raízes, tende para  $\pi$ . O algoritmo utilizado consiste, basicamente, dos seguintes passos:

1. Seja  $y = f(x)$  uma função contínua em um intervalo  $[a, b]$  que contém uma, e só uma, raiz,  $\xi$ , da equação  $f(x) = 0$ , esse método consiste em dividir o intervalo  $[a, b]$ , de forma iterativa, ao meio;
2. Verifica se a raiz está contida na primeira ou na segunda metade do intervalo inicial. O intervalo no qual se encontra a raiz da função é aquele cujo produto da função nos extremos for menor do que zero;
3. Em seguida, o processo é repetido para aquela metade que contém a raiz de  $f(x) = 0$ , ou seja, aquela em que a função,  $y = f(x)$ , tem valores numéricos com sinais opostos nos seus extremos;
4. Dada uma precisão  $\xi$  (tolerância), o processo iterativo é finalizado quando o erro na obtenção da raiz for menor do que um determinado valor,  $|f(x)| < \xi$ , isto é, quando se obtém um intervalo cujo tamanho é menor ou igual a  $\xi$ , então qualquer ponto nele contido pode ser tomado como uma estimativa para a raiz; ou quando for atingido um número máximo de iterações.

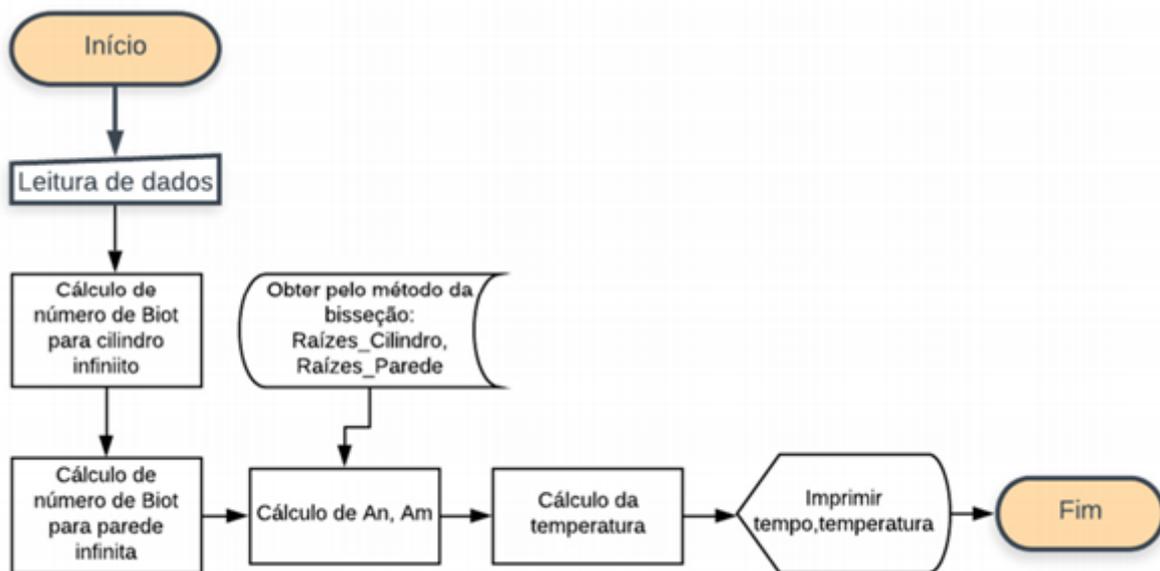
Usando-se o método da bisseção, foi possível determinar as 200 primeiras raízes da Equação (3.30) e também da Equação (3.31). Essas raízes foram calculadas considerando uma tolerância de  $10^{-10}$  e serão usadas para se obter a solução analítica da temperatura tanto no centro do cilindro finito  $T(0, 0, t)$  quanto em outras posições  $T(r, y, t)$ .

## 3.8 Fluxograma da solução analítica da equação de difusão para cilindro finito

De início, a figura 12 mostra o fluxo da rotina da solução analítica para encontrar  $T(r, y, t)$  da Equação (3.25). Dito isso, essa solução foi aprimorada posteriormente para obtenção da cinética de aquecimento do ponto central dos produtos, dando origem ao solver, desenvolvido em linguagem *FORTTRAN*. Nessa solução, os parâmetros iniciais são fornecidos a seguir:

- 1) A posição axial ( $y$ ) e radial ( $x$ ) de onde está sendo obtida a temperatura;
- 2) A temperatura inicial  $T_0$  do produto a ser aquecido;
- 3) A temperatura de equilíbrio  $T_{eq}$ ;
- 4) O raio do cilindro homogêneo e isotrópico  $R$ ;
- 5) O comprimento do cilindro homogêneo e isotrópico  $L$ ;
- 6) A difusividade térmica  $\alpha$ ;
- 7) O coeficiente de transferência convectivo de calor  $h$ ;
- 8) Obtenção por meio de arquivo das raízes para cilindro infinito;
- 9) Obtenção por meio de arquivo das raízes para parede infinita;
- 10) O tempo para cálculo da temperatura.

Figura 12 – Fluxograma da solução analítica



Fonte: Souto [96]

### 3.9 Otimização

Nesse contexto, tem-se que basicamente dois métodos são usados para determinar as propriedades termofísicas de produtos agrícolas durante um processo de difusão transiente: correlações empíricas e otimização [97], [98]. Assim, para determinar o  $\alpha$  por otimização, a função objetivo foi definida pelo qui-quadrado referente ao ajuste da curva simulada aos dados experimentais da cinética do processo. Dito isso, utiliza-se o qui-quadrado para reduzir a dispersão entre os dados experimentais da grandeza de interesse  $\Phi_i^{exp}$  com

os valores da mesma grandeza obtidos por simulação  $\Phi_i^{sim}$ . Logo, a expressão para o qui-quadrado envolvendo o ajuste de uma curva simulada aos dados experimentais é dada por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} (\phi_i^{exp} - \phi_i^{sim})^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (3.41)$$

onde,  $\Phi_i^{exp}$  é o valor experimental da variável  $\Phi$  medido no ponto “ $i$ ” e  $\Phi_i^{sim}$  é o valor obtido por simulação de mesma variável  $\Phi$  no mesmo ponto.  $N_p$  é o número de pontos experimentais e  $\frac{1}{\sigma_i^2}$  é o peso estatístico do ponto “ $i$ ”. Se, por exemplo, os pesos estatísticos não forem medidos, todos deverão ter o mesmo peso, por exemplo, 1 (um). Então, pela equação (3.41) verifica-se que o qui-quadrado depende de  $\Phi_i^{sim}$ , que por sua vez depende do parâmetro  $\Gamma^\phi$ . Assim, caso o processo de difusão envolva a propriedade  $\Gamma^\phi$  com valores variáveis, os valores nos pontos nodais são obtidos através de uma função do tipo:

$$\Gamma^\phi = f(\phi, a, b) \quad (3.42)$$

Nesse cenário, no processo de otimização, será usada uma nova abordagem de minimização denominada OREP (Optimal removal of experimental points), para minimizar os erros na determinação de parâmetros termo físicos em processos de difusão, descritos por pontos experimentais e uma solução analítica representada apenas pelo primeiro termo da série, para a condição de contorno do terceiro tipo. O algoritmo proposto por Silva et al [70] é baseado na determinação da melhor remoção de pontos experimentais antes do ajuste da solução analítica ao conjunto de dados. Entretanto, Silva et al [70] concluíram que tanto os erros no cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção,  $h$ , quanto os erros no cálculo da difusividade térmica,  $\alpha$ , aumentam quando o número de Biot aumenta. Assim sendo, para o número de Biot menor que 2,0 os erros na determinação destes parâmetros são desprezíveis. Mas se o número de Biot for maior que 7,0, tais erros são significativos e conseqüentemente, o algorítmico proposto falha. Assim, investigou-se que para a condição de contorno do primeiro tipo (número de Biot infinito), uma adaptação do algoritmo produziria bons resultados, já que o algoritmo original falha neste caso. Sendo assim, o algoritmo proposto está baseado na obtenção do melhor ajuste, o que significa minimizar o qui - quadrado, definido da seguinte forma:

O algoritmo adaptado para a solução analítica da equação de difusão para a condição de contorno do primeiro tipo deve obedecer aos passos propostos a seguir.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} (T_i^{exp} - T_i^{sim})^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (3.43)$$

onde  $T_i^{exp}$  é a  $i$ -ésima temperatura experimental ( $^{\circ}C$ ) medida em um ponto dentro do cilindro,  $T_i^{sim}$  é a  $i$ -ésima temperatura simulada correspondente ( $^{\circ}C$ ) obtida a partir da solução analítica,  $N_p$  é o número de pontos experimentais e  $\frac{1}{\sigma_i^2}$  é o peso estatístico do  $i$ -ésimo ponto.

A equação (3.43) é uma particularização da equação (3.41), quando a grandeza estudada é a temperatura do sistema. O algoritmo adaptado para a solução analítica da equação de difusão para a condição de contorno do primeiro tipo deve obedecer aos passos propostos a seguir, no âmbito analítico bidimensional.

Etapa 1 - Usar as equações (3.28) e (3.29) para determinar as raízes  $\mu_n$  e os coeficientes  $A_n$  dados pelas equações (3.26) e (3.27) (por exemplo, para os primeiros 200 termos da série);

Etapa 2 - Usar regressão não linear, determinar o valor de  $\alpha$  a partir do conjunto de dados experimentais e das equações em questão.

Etapa 3 - Calcular  $T(r, t)$  em relação aos mesmos tempos do conjunto de dados experimental. Observe que  $T(r, t) = T_i^{sim}$ . No somatório, use o número de termos para os quais as raízes são conhecidas (por exemplo, 200). Calcule  $\chi^2$ .

Etapa 4 - Remover um ponto experimental (do região inicial) e, usando regressão não linear, ajuste a equação em questão para os pontos restantes. Uma vez que um novo valor de  $\alpha$  é calculado, repita o procedimento da etapa 3, envolvendo todo o conjunto de dados, ou seja, usando todos os dados experimentais;

Etapa 5 - Comparar o último valor de  $\chi^2$  com o anterior. Retornar ao passo 4 enquanto o mais recente o valor  $\chi^2$  é menor que o anterior.

O valor ideal para a difusividade térmica é aquele relativo ao qui-quadrado mínimo.

Além disso, pode-se citar a questão de algorítmico de otimização usando solução numérica, em que os parâmetros  $a$  e  $b$  podem ser determinados através da minimização da função objetivo, Equação (3.42), a qual é realizada em ciclos envolvendo os seguintes passos:

Passo 1 - Informar o valor inicial do parâmetro " $a$ " e " $b$ " da Equação (3.42). Resolver a equação de difusão e determinar o qui-quadrado;

Passo 2 - Apresentar o valor para a correção de " $a$ ";

Passo 3 - Corrigido o parâmetro " $a$ " e, mantendo-se o parâmetro " $b$ " com um valor constante, resolve-se a equação de difusão e se calcula o qui-quadrado;

Passo 4 - Comparar o último valor calculado do qui-quadrado com o valor anterior. Se o último for menor, volte para o passo 2; caso contrário, diminua a última correção do valor de " $a$ " e vá ao passo 5;

Passo 5 - Informar o valor para a correção de “ $b$ ”;

Passo 6 - Corrigir o parâmetro “ $b$ ” e manter o parâmetro “ $a$ ” com um valor constante. Resolva a equação de difusão e calcule o qui-quadrado;

Passo 7 - Comparar o último valor calculado do qui-quadrado com o anterior. Se o último valor for menor, retorne para o passo 5; caso contrário, diminua a última correção do valor de “ $b$ ” e proceda ao passo 8;

Passo 8 - Começar um novo ciclo, voltando ao passo 2, até que a convergência estipulada para os parâmetros “ $a$ ” e “ $b$ ” seja alcançada.

Sendo assim, em cada ciclo, a correção de cada parâmetro pode ser inicialmente pequena, compatível com a tolerância da convergência imposta ao problema. Para um dado ciclo, que se retorne ao passo 2 ou 5, a nova correção pode ser multiplicada pelo fator 2. Se a correção informada não minimizar a função objetiva, então, no próximo ciclo, a correção pode ser multiplicada pelo fator -1. Com este procedimento, o algoritmo permite aumentar ou diminuir o valor do parâmetro, sempre diminuindo a função objetiva. Note que, mesmo começando-se cada ciclo com um valor corretivo pequeno para o parâmetro, tais correções crescem geometricamente, assegurando-se um processo de otimização rápida. Outro aspecto importante para a duração do processo de otimização é o valor inicial de cada parâmetro a ser determinado. Os valores iniciais dos parâmetros podem ser estimados dos valores obtidos de produtos similares já disponíveis na literatura ou através de alguma correlação empírica. Por outro lado, se  $\Gamma^\phi$  for suposta constante, os passos 5, 6 e 7 não serão necessários.

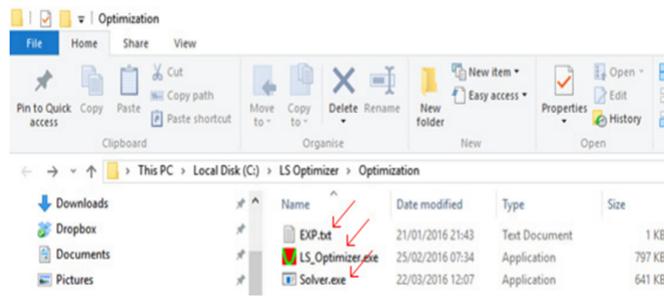
### 3.10 Determinação de parâmetros – O software *LS Optimizer*

O software *LS Optimizer* é utilizado para determinar os parâmetros da equação diferencial através de dados experimentais conhecidos. O usuário deve fornecer um solucionador para a equação diferencial supondo parâmetros conhecidos, bem como um conjunto de dados experimental. Assim, o *LS Optimizer* utiliza o método dos mínimos quadrados (algoritmo de Levenberg-Marquardt) para determinar os parâmetros de uma dada equação diferencial, incluindo a covariância matriz: incertezas dos parâmetros e covariância entre eles.

Para realizar um processo de otimização, três arquivos devem ser colocados juntos, conforme mostrado na Figura 13.

O arquivo “exp.txt” contém o conjunto de dados experimentais (mínimo 6 e máximo 97 pontos) como será mostrado a seguir. “LS Optimizer.exe” é o arquivo executável do software apresentado aqui, enquanto “solver.exe” é um arquivo que deve ser fornecido pelo do utilizador. Este solucionador deve resolver a equação diferencial para os valores

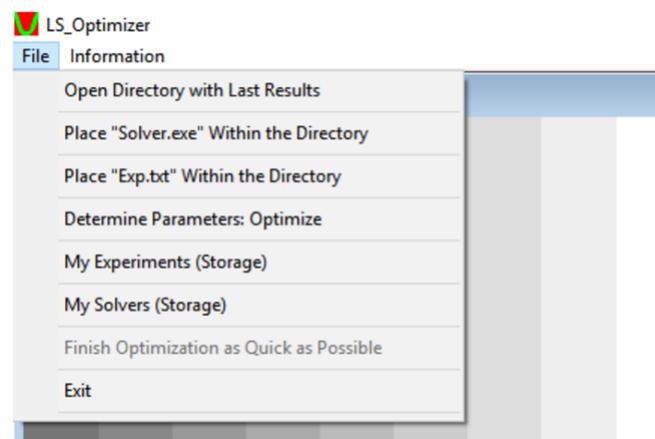
Figura 13 – Arquivos que devem ser colocados juntos no diretório Otimização.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

dos parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$  especificados pelo “LS Optimizer”. Para acessar o diretório que contém os três arquivos, o usuário deve clicar no item do menu Coloque “Solver.exe” dentro do Diretório ou coloque “Exp.txt” no diretório e essas opções estão disponíveis no Menu de arquivo mostrado na Figura 14. Quando um processo de otimização é executado, os últimos resultados são excluídos. Portanto, o “LS Optimizer” fornece o item de menu *Open Directory With Last Results* (14) permitindo que o usuário salve tais resultados antes que um novo processo de otimização seja iniciado. Já que os arquivos “solver.exe” e “exp.txt” são fornecidos pelo usuário, é suficiente um clique no item de menu *Determine Parameters : Optimizer* (conforme mostrado na Figura 14) para realizar um processo de otimização.

Figura 14 – Menu Arquivo.

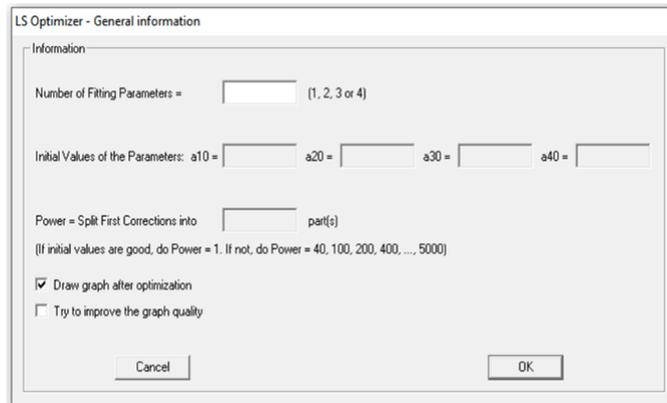


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Quando um clique é dado no item de menu *Determine Parameters : Optimizer*, o usuário recebe um aviso de que os últimos resultados serão perdidos. Depois disso, uma caixa de diálogo é fornecida conforme mostrado na Figura 15.

Cada informação ser fornecida na caixa de diálogo, com um clique em OK botão, o processo de otimização é iniciado.

Figura 15 – Caixa de diálogo com informações sobre o processo de otimização.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

- *LS Optimizer*: Criando o solucionador:

Para usar o *software LS Optimizer*, é necessário realizar algumas mudanças no código-fonte original relacionadas à solução numérica da equação diferencial (solucionador). No início do programa, após as definições dos tipos de variáveis, dois arquivos devem ser lidos.

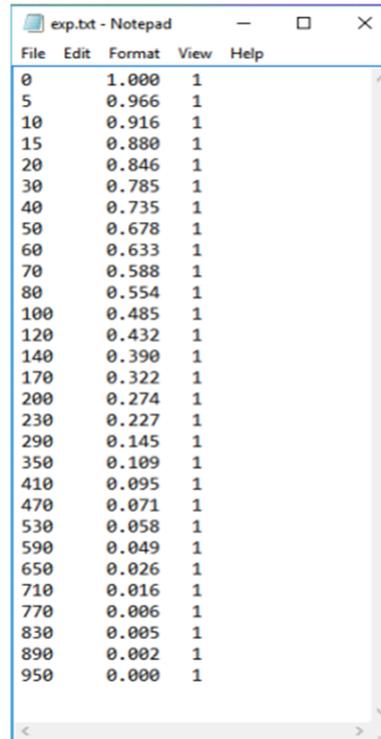
O primeiro arquivo, contendo o conjunto de dados experimentais, deve ser nomeado como “Exp.txt” e deve ser lido pelo solucionador para identificar os valores da variável independente (por exemplo, tempo), em que a variável dependente será obtida por simulação (por exemplo, teor médio de umidade). A Figura 11 apresenta um arquivo de exemplo “Exp.txt”. Nesta figura, a primeira coluna mostra os valores da variável independente; a segunda coluna envolve os valores medidos para a variável dependente e a terceira coluna contém o valor do peso estatístico para cada valor do dependente variável. Se os pesos estatísticos não estiverem disponíveis, como no arquivo mostrado na Figura 13, o valor igual a 1 deve ser atribuído, indicando que todas as medidas têm o mesmo peso.

O arquivo “parameters.txt” é gerado pelo *Software LS Optimizer* com informações que devem ser lidas e usadas pelo solucionador da equação diferencial. O arquivo de exemplo “parameters.txt” pode ser visto na Figura 13. O primeiro valor será lido pelo solucionador como uma variável inteira chamada “informação”. O segundo valor fornecido pelo *Software LS Optimizer* será lido pelo solucionador como uma variável inteira chamada “N—Param” que indica o número de parâmetros envolvidos na solução da equação diferencial. Por fim, a terceira informação está relacionada aos valores estabelecidos pelo *Software LS Optimizer* para os parâmetros ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$ ).

O primeiro valor do arquivo “parameters.txt” pode ser 0, 1, 2, 3 e 4. Quando o valor é 0, o solucionador deve armazenar os resultados da simulação (variável independente e variável dependente, em duas colunas) em um arquivo denominado “unsteady.txt”. Se o

valor for 1, o os resultados da simulação devem ser gravados em um arquivo denominado “unsteady—a1.txt”. Se o valor for 2, o os resultados da simulação devem ser gravados em um arquivo denominado “unsteady—a2.txt”. Além disso, para os valores 3 e 4, os arquivos devem ser nomeados “unsteady—a3.txt” e “unsteady—a4.txt”, respectivamente.

Figura 16 – Exemplo de arquivo exp.txt com conjunto de dados experimental a ser fornecido pelo usuário.



Time	Value	Constant
0	1.000	1
5	0.966	1
10	0.916	1
15	0.880	1
20	0.846	1
30	0.785	1
40	0.735	1
50	0.678	1
60	0.633	1
70	0.588	1
80	0.554	1
100	0.485	1
120	0.432	1
140	0.390	1
170	0.322	1
200	0.274	1
230	0.227	1
290	0.145	1
350	0.109	1
410	0.095	1
470	0.071	1
530	0.058	1
590	0.049	1
650	0.026	1
710	0.016	1
770	0.006	1
830	0.005	1
890	0.002	1
950	0.000	1

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 17 – Arquivo de exemplo Parameters.txt, fornecido pelo *Software LS Optimizer*, para ser usado pelo solucionador criado pelo usuário.



```

0
2
2.0000000000000000E-008 2.0000000000000000E-005 0.0000000000000000E+000
0.0000000000000000E+000

```

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

O solucionador a ser manipulado pelo *LS Optimizer* pode ser criado em qualquer linguagem de programação. No caso do *FORTTRAN (QuickWin Application)*, as mudanças no início do código-fonte original, visando ler os arquivos “exp.txt” e “Parameters.txt” pode ser feito conforme indicado na figura 15

Figura 18 – Modificações no início do código-fonte original do solucionador para leia os arquivos `exp.txt` e `parâmetros.txt`.

```

program solver
use DFLIB ← TO BE ADDED

Types and definitions of variables ← TO BE ADDED

LOGICAL(4) result
TYPE (qinfo) winfo
double precision time(100), a1, a2, a3, a4
integer icont_, info_, N_Param, information

i = setexitqq(QMINSEXITNOPERSIST) !the program is closed at the finish
! Minimize frame window
winfo%TYPE = QMIN$MIN
result = SETNSIZEQQ(QMIN$FRAMEWINDOW, winfo)

icont_ = 0
info_ = 0
open(unit = 5, file = 'exp.txt')
do while (info_ == 0)
  if(info_ == 0) icont_ = icont_ + 1 ← READ EXPERIMENTAL TIMES
  read(5,*, iostat = info_) time(icont_)
end do
close(5)

open(unit = 5, file = 'parameters.txt')
read(5, *) information !unsteady.txt, unsteady_a1.txt, unsteady_a2.txt, unsteady_a3.txt, unsteady_a4.txt
read(5, *) N_Param !number of parameters provide by optimizer
read(5, *) a1, a2, a3, a4 !parameters provide by optimizer
close(5)

```

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Um exemplo para a solução analítica tridimensional da equação da difusão com condição de contorno de primeiro tipo, em coordenadas cartesianas, está disponível em *LS Optimizer Solvers Analytical Example Analytical.f90*.

Deve-se lembrar que os resultados da simulação são armazenados em arquivos com até 5 nomes diferentes, dependendo do valor da variável “informação”. Assim, quando os resultados são obtidos pelo solucionador (variável independente, variável dependente, em colunas), tais resultados devem ser escritos nos arquivos especificados anteriormente (`unsteady.txt`, `unsteady—a1.txt`, `unsteady—a2.txt`, `unsteady—a3.txt`, `unsteady—a4.txt`). Por outro lado, no código—fonte, a variável dependente deve ser calculada para os mesmos valores de a variável independente especificada no conjunto de dados experimental (“`exp.txt`”), e então escritos nos arquivos especificados acima. Assim, antes do loop (em que o dependente variável é calculado), devem ser adicionados ao código-fonte original os comandos como mostrado na Figura 17, para o caso de código em *FORTRAN*, tem-se a ilustração na Figura 19.

Figura 19 – Este código deve ser adicionado para abrir um arquivo com o nome esperado por *LS Optimizer* antes do loop que calcula a variável dependente correspondente a cada valor da variável independente.

```

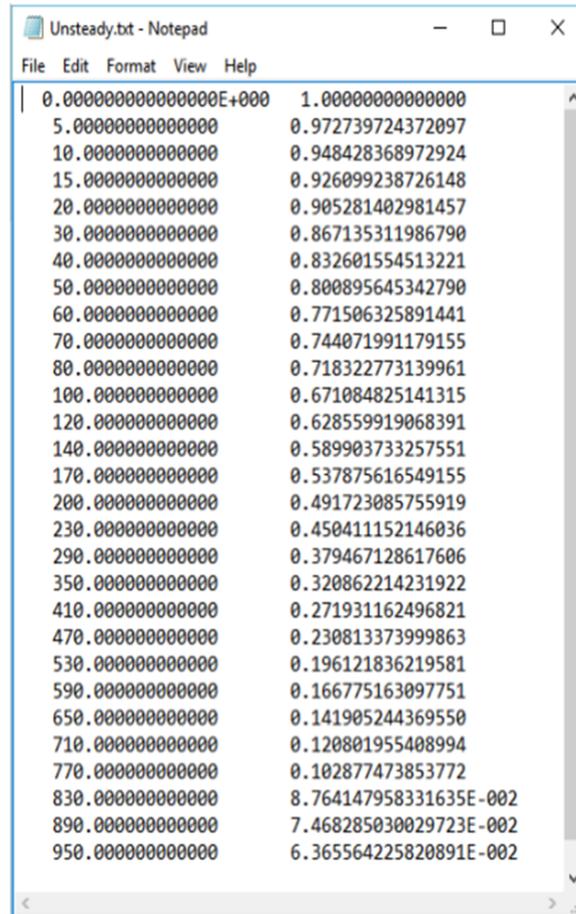
if(information == 0) open(unit = 10, file = 'Unsteady.txt')
if(information == 1) open(unit = 10, file = 'Unsteady_a1.txt')
if(information == 2) open(unit = 10, file = 'Unsteady_a2.txt')
if(information == 3) open(unit = 10, file = 'Unsteady_a3.txt')
if(information == 4) open(unit = 10, file = 'Unsteady_a4.txt')

```

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

O arquivo “unsteady.txt” gerado pelo solucionador (assim como os arquivos unsteady—a1.txt, unsteady—a2.txt, unsteady—a3.txt, unsteady—a4.txt) tem a aparência como é mostrado na Figura 20.

Figura 20 – Arquivo denominado Unsteady.txt gerado pelo solucionador e usado para cálculos no *LS Optimizer*.



Value 1	Value 2
0.000000000000E+000	1.000000000000
5.000000000000	0.972739724372097
10.000000000000	0.948428368972924
15.000000000000	0.926099238726148
20.000000000000	0.905281402981457
30.000000000000	0.867135311986790
40.000000000000	0.832601554513221
50.000000000000	0.800895645342790
60.000000000000	0.771506325891441
70.000000000000	0.744071991179155
80.000000000000	0.718322773139961
100.000000000000	0.671084825141315
120.000000000000	0.628559919068391
140.000000000000	0.589903733257551
170.000000000000	0.537875616549155
200.000000000000	0.491723085755919
230.000000000000	0.450411152146036
290.000000000000	0.379467128617606
350.000000000000	0.320862214231922
410.000000000000	0.271931162496821
470.000000000000	0.230813373999863
530.000000000000	0.196121836219581
590.000000000000	0.166775163097751
650.000000000000	0.141905244369550
710.000000000000	0.120801955408994
770.000000000000	0.102877473853772
830.000000000000	8.764147958331635E-002
890.000000000000	7.468285030029723E-002
950.000000000000	6.365564225820891E-002

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

O arquivo mostrado na Figura 20, bem como os arquivos unsteady—a1.txt, unsteady—a2.txt, unsteady—a3.txt, unsteady—a4.txt, são usados pelo *LS Optimizer* para calcular os qui-quadrados e sensibilidades relacionadas a cada parâmetro de ajuste (a1, a2, a3 e a4).

Importante: certifique-se de que seu solucionador seja capaz de determinar a variável dependente para qualquer valor a ser especificado para a variável independente no arquivo “exp.txt”.

Um exemplo usando “solver.exe” e “exp.txt” disponível no *LS Optimizer*

- 1) No menu Arquivo, clique no item de menu Meus Experimentos (Armazenamento).
- 2) Selecione o arquivo “Exp—Numerical.txt” e copie-o. Depois disso, feche o diretório “Experiências”.

3) No menu Arquivo, clique no item de menu Colocar “Exp.txt” no diretório. Dentro o diretório “Otimização”, apague o arquivo atual “exp.txt” e cole o arquivo “Exp—Numerical.txt”. Depois disso, renomeie “Exp—Numerical.txt” para “Exp.txt”.

4) No menu Arquivo, clique no item de menu Meus Solucionadores (Armazenamento).

5) Em Exemplos Numéricos, selecione o arquivo “Solver—2Param.exe” e copie-o. Depois feche o diretório “Solvers”.

6) No menu Arquivo, clique no item de menu Colocar “Solver.exe” no diretório. No diretório “Otimização”, apague o arquivo atual “Solver.exe” e cole o arquivo “Solver—2Param.exe”. Depois disso, renomeie “Solver—2Param.exe” para “Solver.exe”.

7) O diretório “Otimização” contém os três arquivos desejados, conforme mostrado na Figura 13. Neste exemplo, o solver contém a solução numérica da equação da difusão em coordenadas cartesianas para um paralelepípedo com condição de contorno do terceiro tipo (grade com  $30 \times 30 \times 50$ ; 1900 intervalos de tempo). Esta solução usa o Método dos volumes finitos (formulação totalmente implícita) e permite simular a secagem de fatias de manga, incluindo encolhimento. O parâmetro  $a_1$  é a difusividade de massa efetiva e o parâmetro  $a_2$  é o coeficiente de transferência de massa convectiva, considerado neste exemplo como um valor constante. O arquivo “exp.txt” contém dados experimentais relacionados à média taxa de umidade ( $\theta$ ) ao longo do tempo ( $t$ ).

8) Feche o diretório “Otimização” e, no menu Arquivo, clique no item de menu Determine os parâmetros: Otimize. Com relação à pergunta da caixa de mensagem, responda “NÃO”.

## 3.11 Modelo Proposto

### 3.11.1 Problema direto: O solver desenvolvido

Nesse cenário, a equação (3.25) pode ser utilizada para determinar  $T(r, y, t)$  para valores previamente definidos de  $h$  e  $\alpha$ . Para tanto, os números de Biot devem ser calculados pelas Equações (3.28) e (3.29); e as raízes das equações características devem ser calculadas através das Equações (3.26) e (3.27). Neste trabalho, as primeiras 200 raízes da Equação (3.30) e também da Equação (3.31) foram calculadas pelo método da bisseção com uma tolerância de  $10^{-10}$ . Isto permitiu determinar os primeiros 200 coeficientes  $A_{n,1}$  e  $A_{m,2}$  que são dados pelas Equações (3.26) e (3.27), respectivamente. Assim, para o problema direto, um solver que permite a simulação da cinética de aquecimento de um ponto previamente especificado dentro do cilindro finito foi criado em *FORTRAN*. O *software* desenvolvido foi criado no *Compaq Visual Fortran Professional Studio*, Edição V. 6.6.0, usando uma opção de linguagem de programação chamada *QuickWin Application*.

### 3.11.2 Problema inverso: determinação dos parâmetros

Após ser fornecido ao *LS Optimizer* os arquivos “solver.exe” e “exp.txt”, é possível iniciar a execução da otimização, a partir de uma interface gráfica, clicando na opção do item de menu “Determine Parameters: Optimizer” na figura 21.

Figura 21 – Menu File do *LS Optimizer*



Fonte: Autoria Própria

Quando um clique é dado no item de menu “Determine Parameters: Optimizer”, o usuário recebe um aviso de que os últimos resultados serão perdidos. Após isso, uma caixa de diálogo é exibida, em que são fornecidos pelo usuário o número de parâmetros de ajuste, os valores iniciais dos parâmetros que neste caso é o da difusividade térmica e o número de subdivisões.

Figura 22 – Arquivos data e exp

Data Agar Gel	14/07/2021 08:14	Documento de Te...	1 KB
Data	14/07/2021 08:14	Documento de Te...	1 KB
EXP Agar Gel	14/07/2021 08:15	Documento de Te...	1 KB
EXP	14/07/2021 10:13	Documento de Te...	1 KB
LS Optimizer	31/10/2020 09:18	Aplicativo	853 KB
Solver Alison	22/06/2021 15:41	Aplicativo	545 KB
Solver	22/06/2021 15:41	Aplicativo	545 KB

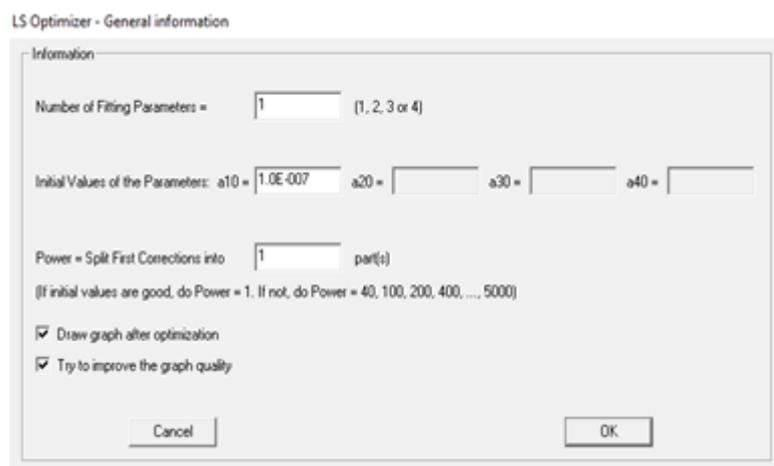
Fonte: Autoria Própria

A partir disso, informou-se os dados relacionados a seção anterior, como mostrado a seguir na figura 23.

Sendo assim, uma vez que o conjunto de dados experimentais para o produto trabalhado que, foi obtido com o tempo dado em segundos, o valor inicial foi estabelecido como  $\alpha_0 = 1 \times 10^{-07} m^2/S$ , o número de parâmetros foi 1 e o as subdivisões também foi 1, além da opção de visualizar os gráficos mediante o comportamento cinético por otimizações.

Após cada informação ser fornecida na caixa de diálogo, o processo de otimização é iniciado após um clique no botão “OK”. Logo depois de alguns minutos e 3 iterações (no

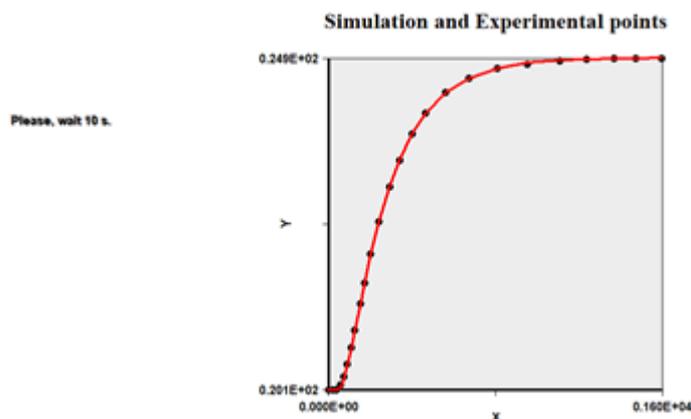
Figura 23 – Caixa de diálogo com informações iniciais para o processo de otimização



Fonte: Autoria Própria

caso da otimização dos dados do ágar gel), os resultados são apresentados através de cinco arquivos. O primeiro arquivo é chamado de “Results.txt”, neste é exibido o histórico do processo de otimização, valores dos parâmetros, incertezas e a matriz de covariância, entre outros resultados. Os arquivos “Graph.bmp” e “Main results.bmp” são mostrados adiante.

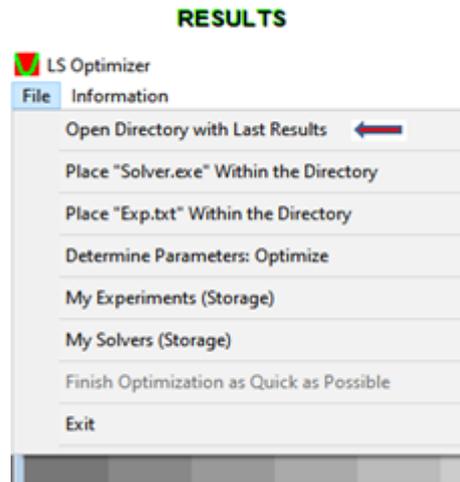
Figura 24 – Cinética de aquecimento e dados experimentais: A linha contínua é obtida por simulação usando os valores ótimos do parâmetro determinado pelo *LS Optimizer* para calcular a variável dependente nos mesmos valores da variável independente disponível no arquivo “exp.txt”, em que a abscissa  $X$  corresponde ao tempo ( $s$ ) e a ordenada  $Y$  corresponde a temperatura ( $^{\circ}C$ ).



Fonte: Autoria Própria

Logo, o arquivo “Residuals.txt” mostra a diferença entre os valores calculados pelo modelo analítico (simulados) e os experimentais; por fim, o arquivo “Simulation.txt” mostra os valores preditos obtidos pelo modelo analítico utilizado. Para acessar os arquivos gerados pelo *LS Optimizer*, basta clicar em “File” e em seguida no item de menu “Open Directory With Last Results”, como mostrado na figura 25.

Figura 25 – Resultados



Fonte: Autoria Própria

Além do solver, sem interface gráfica e com propósito de otimização, também foi criado um programa com interface gráfica, o *F – C – Third – K – Cooling*, para estudar vários outros aspectos das simulações, tais como: a cinética de aquecimento dos produtos com geometria cilíndrica tanto na região central como na sua superfície; a diferença máxima de temperatura entre o centro e a superfície do produto e em que instante esta diferença ocorre; valores das raízes obtidas pelo método da bisseção tanto para parede infinita quanto para o cilindro infinito; valores da temperatura num determinado instante em posição radial. Para execução inicial deste, se faz necessário que o usuário forneça dois arquivos de texto: “Dados.txt” e “Exp.txt”. Em “Dados.txt” na figura 26 tem-se as informações concernentes aos dados de dimensões do cilindro finito (raio e comprimento), temperatura inicial e de equilíbrio, a fração de tempo em que será apresentada a distribuição de temperatura, valores ótimos dos parâmetros da difusividade, a posição radial e axial do sensor de temperatura no cilindro finito. O arquivo “Exp.txt”, mostrado na figura 27, possui os valores experimentais.

Ao executar o *Software F – C – Third – K – Cooling*, é fornecido ao usuário uma tela com dados referentes aos valores da difusividade (Figura 28), os números de Biot para parede infinita e cilindro infinito, os valores estatísticos do qui-quadrado e do coeficiente de determinação, a máxima diferença de temperatura entre o centro e a superfície e o tempo em que esta ocorre. Simultaneamente surge uma caixa de diálogo em que o usuário pode optar por visualizar os gráficos da cinética de aquecimento.

Assim sendo, o *Software F – C – Third – K – Cooling* ainda permite que o usuário forneça, a partir da caixa de diálogo mostrada na figura 30, a posição axial em que será possível visualizar a distribuição de temperatura na área circular do cilindro finito. No presente trabalho são apresentados gráficos de distribuição de cores tendo em vista descrever

Figura 26 – Arquivo de texto com os dados iniciais

```

Data - Bloco de Notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
1.476-07 !Difusividade térmica

0.040d+00 !Raio do cilindro

0.125d+00 !Comprimento do cilindro

0.15d+00 !Fração de tempo em que será apresentada a distribuição de T

5.2d+00 !Temperatura inicial

80.0d+00 !Temperatura de equilíbrio

0.00d+00 !Posição r do sensor. Obs: 0 raio foi definido antes

0.00d+00 !Posição y do sensor. Do meio (0.0) até a extremidade: E / 2

```

Fonte: Autoria Própria

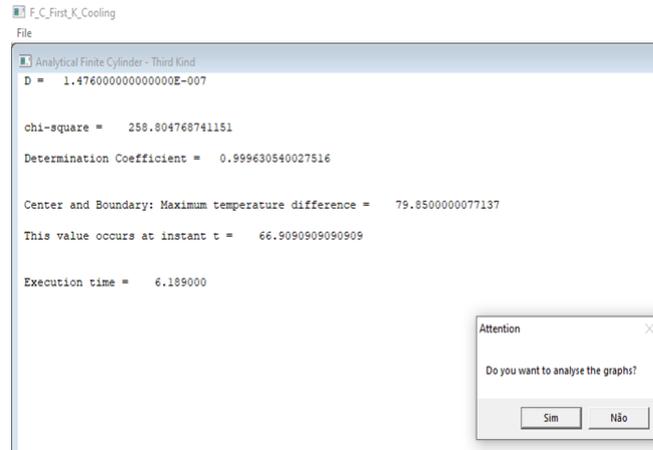
Figura 27 – Arquivo de texto com os dados experimentais

```

EXP Agar Gel - Bloco de Notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
| 0.000000E+00 0.201398E+02 1
0.203498E+02 0.201398E+02 1
0.381558E+02 0.201505E+02 1
0.559618E+02 0.202151E+02 1
0.737679E+02 0.203333E+02 1
0.915739E+02 0.205161E+02 1
0.109380E+03 0.207527E+02 1
0.127186E+03 0.210108E+02 1
0.152623E+03 0.213871E+02 1
0.172973E+03 0.216882E+02 1
0.203498E+03 0.221075E+02 1
0.241653E+03 0.225699E+02 1
0.292528E+03 0.230753E+02 1
0.340859E+03 0.234624E+02 1
0.401908E+03 0.238387E+02 1
0.465501E+03 0.241398E+02 1
0.562162E+03 0.244409E+02 1
0.671542E+03 0.246452E+02 1
0.808903E+03 0.247849E+02 1
0.953895E+03 0.248495E+02 1
0.110906E+04 0.248925E+02 1
0.123625E+04 0.249140E+02 1
0.136598E+04 0.249247E+02 1
0.147027E+04 0.249247E+02 1
0.159746E+04 0.249247E+02 1

```

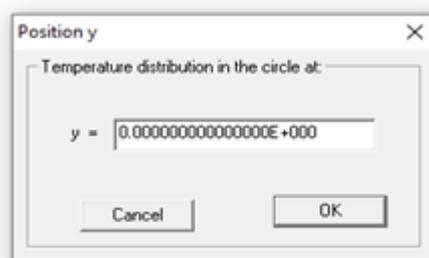
Fonte: Autoria Própria

Figura 28 – Tela inicial do *Software F – C – Third – K – Cooling*

Fonte: Autoria Própria

a distribuição de temperatura no interior dos cilindros finitos. Para isto, utilizou-se o *Software Contour Cylinder* [99]. Deste modo, o *Software F – C – Third – K – Cooling* desenvolvido, foi programado para gerar os arquivos de dados necessários à criação dos gráficos de distribuição de cores, os quais ficam armazenados no arquivo de texto: “Radial distribution at the specified position y.txt”. Portanto, após a escolha ou não pela análise dos gráficos, é aberta outra caixa de diálogo onde o usuário deve informar a posição axial da região circular para a qual pretende gerar os dados para o *Software Contour Cylinder*.

Figura 29 – Caixa de diálogo para informar a posição axial do círculo em que será apresentada a distribuição de temperatura



Fonte: Autoria Própria

## 3.12 O problema inverso: Desenvolvimento do *Software LS Optimizer*

Na pesquisa científica, um fenômeno pode frequentemente ser representado por meio de equações diferenciais ou funções matemáticas. No caso de um fenômeno que permite a realização de um experimento, com a conseqüente aquisição de dados, os valores específicos dos parâmetros da equação diferencial ou função que representa esse fenômeno podem ser determinados utilizando, por exemplo, o algoritmo de Levenberg-Marquardt [100] e [101]. A seguir, serão apresentados os fundamentos de um programa de otimização desenvolvido neste estudo, baseado no algoritmo de Levenberg-Marquardt.

### 3.12.1 Processo Iterativo

Para apresentar os fundamentos da regressão de uma função em que  $t_1, t_2, \dots, t_m$  são suas  $m$  variáveis independentes, esta função foi assumida como não linear nos  $n$  parâmetros de ajuste  $a_1, a_2, \dots, a_n$ :

$$y = f(t_1, t_2, \dots, t_m, a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (3.44)$$

Suponha que a função se ajuste a um conjunto de  $N$  pontos experimentais para valores específicos de  $a_1, a_2, \dots, a_n$  a serem determinados, e que o  $i$ -ésimo ponto experimental é dado por:  $(t_{1i}, t_{2i}, \dots, t_{mi}, y_i \pm \sigma_{y_i})$ . Deve-se notar que  $\sigma_{y_i}$  é a incerteza do  $i$ -ésimo valor da variável dependente,  $y_i$ , e que as variáveis independentes são, a princípio, consideradas livres de erros.

Em relação ao ajuste de uma função aos dados experimentais, segundo Silva et al [85], o problema da não linearidade pode ser superado expressando inicialmente qual é a modificação  $\Delta f$  da função causada pelas modificações  $\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n$  dos parâmetros de ajuste:

$$\Delta f = \left( \frac{\partial f}{\partial a_1} \right) \Delta a_1 + \left( \frac{\partial f}{\partial a_2} \right) \Delta a_2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial a_n} \right) \Delta a_n \quad (3.45)$$

Na equação (3.45),  $\partial f$  pode ser interpretado como uma função corretiva associada com  $f$ , na qual as derivadas parciais são calculadas tornando o valor de cada parâmetro  $a_k$ , desconhecido, igual a um valor inicial  $a_{k0}$ . É importante notar que a expressão obtida para  $\partial f$  é aproximada porque, a rigor, na expansão de  $f$  na série de Taylor, os termos de segunda ordem em diante foram desconsiderados. Supondo que  $a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0}$  sejam os valores iniciais atribuídos aos parâmetros, ou seja, antes das modificações

$\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n$ , os valores  $\Delta f_i$  da função corretiva correspondentes aos independentes as variáveis  $t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i}$  podem ser calculadas da seguinte forma:

$$\Delta f(t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i}) =$$

$$f(t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i}, a_1, a_2, \dots, a_n) - f(t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i}, a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0}) \quad (3.46)$$

Na equação (3.46), os valores de  $f(t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i}, a_1, a_2, \dots, a_n)$  podem ser identificados com os valores experimentais  $y_i$ , conhecidos, enquanto  $f(t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i}, a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0})$  são valores aproximados, obtidos através da substituição das estimativas  $a_{k_0}$  dos parâmetros da função. Como, para um determinado conjunto de parâmetros  $a_{k_0}$ , as diferenças  $\Delta f$  dependem apenas dos valores de  $t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i}$ , essas diferenças foram simplesmente denotadas por  $\Delta f(t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i})$ . Por outro lado, fazendo

$$z = f(t_1, t_2, \dots, t_m) \quad (3.47)$$

e

$$x_k = \left. \frac{\partial f}{\partial a_k} \right|_{a_k = a_{k_0}} \quad (3.48)$$

e a equação (3.45) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$z = \Delta a_1 x_1 + \Delta a_2 x_2 + \dots + \Delta a_n x_n \quad (3.49)$$

É fácil perceber que “ $z$ ” é uma função linear com ( $n$ ) variáveis independentes ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) e é possível determinar os coeficientes  $\Delta a_k$  usando o método dos mínimos quadrados, minimizando o qui-quadrado ( $\chi^2$ ) em relação às correções  $\Delta a_k$  desta função corretiva  $z$ :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \Delta a_k} = 0, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (3.50)$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N [z_i - z(x_{1_i}, x_{2_i}, \dots, x_{n_i}, \Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n)]^2 \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}, \quad (3.51)$$

onde  $\sigma_{y_i} = \sigma_{z_i}$  são as incertezas das ordenadas dos pontos e é chamado de peso estatístico. A igualdade para as incertezas de  $y_i$  e  $z_i$  se justifica porque as variáveis independentes da função a ser ajustada foram consideradas livres de erros. Minimizar o qui-quadrado da função corretiva leva a um sistema de equações para calcular as correções  $\Delta a_k$ , e este sistema pode ser escrito da seguinte forma:

$$[M][\Delta A] = [C], \quad (3.52)$$

onde

$$[M] = \begin{bmatrix} \sum \frac{x_{1i}^2}{\sigma_{y_i}^2} & \sum \frac{x_{1i}x_{2i}}{\sigma_{y_i}^2} & \dots & \sum \frac{x_{1i}x_{ni}}{\sigma_{y_i}^2} \\ \sum \frac{x_{1i}x_{2i}}{\sigma_{y_i}^2} & \sum \frac{x_{2i}^2}{\sigma_{y_i}^2} & \dots & \sum \frac{x_{2i}x_{ni}}{\sigma_{y_i}^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum \frac{x_{1i}x_{ni}}{\sigma_{y_i}^2} & \sum \frac{x_{2i}x_{ni}}{\sigma_{y_i}^2} & \dots & \sum \frac{x_{ni}^2}{\sigma_{y_i}^2} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

e também

$$[\Delta A] = \begin{bmatrix} \Delta a_1 \\ \Delta a_2 \\ \vdots \\ \Delta a_n \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

e

$$[C] = \begin{bmatrix} \sum \frac{z_i x_{1i}}{\sigma_{y_i}^2} \\ \sum \frac{z_i x_{2i}}{\sigma_{y_i}^2} \\ \vdots \\ \sum \frac{z_i x_{ni}}{\sigma_{y_i}^2} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Nas Equações (3.53) e (3.55), todas as somas variam de  $i$  igual a 1 a  $N$ . Nessas equações, se os valores de  $\sigma_{y_i}$  não forem conhecidos, eles podem ser artificialmente igualados a 1, inicialmente, para determinar as correções  $\Delta a_k$  dos parâmetros. Por outro lado, ao determinar as correções  $\Delta a_k$ , é possível recalculer os valores dos parâmetros  $a_k$  ( $a_k = a_{k0} + \Delta a_k$ ), e repetir o processo iterativamente, até que um critério de convergência seja atendido. Em geral, este critério de convergência consiste em  $|\Delta a_k/a_k| < tol$ , em que  $tol$  é um valor previamente estipulado, e tal critério encerra o processo iterativo.

### 3.13 Determinação de parâmetros de uma equação diferencial

Para uma equação diferencial, cuja solução é dada por um programa executável, que foi chamado de “solucionador” neste estudo, as derivadas definidas pela equação (3.48) para um parâmetro previamente estabelecido,  $a_{k_0}$ , podem ser calculadas para cada ponto experimental, do seguinte modo. Os valores de  $f(t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i})$  são determinados pelo solver, supondo que todos os parâmetros tenham os valores previamente estipulados,  $a_{k_0}$ . Em seguida, o solucionador é utilizado para calcular novos valores  $f'(t_{1_i}, t_{2_i}, \dots, t_{m_i})$  para o parâmetro previamente estabelecido modificado, por exemplo, como 0,5% ( $a'_{k_0} = a_{k_0} + 0,005xa'_{k_0}$ ), com os demais parâmetros mantidos com seus valores originais  $a_{k_0}$ . Este procedimento permite estimar as derivadas definidas pela Equação (3.48), referidas como sensibilidade, e essas estimativas devem ser realizadas para os  $n$  parâmetros  $a_k$ . Assim, as bases para a determinação dos parâmetros de uma função, apresentadas neste estudo, podem ser utilizadas para determinar os parâmetros das equações diferenciais através dos passos apresentados a seguir, supondo um valor previamente estipulado para a tolerância de convergência.

### 3.14 Etapas para determinar parâmetros de equações diferenciais (ou funções)

1- Os valores iniciais  $a_{k_0}$  dos parâmetros devem ser fornecidos ao otimizador, que os grava em um arquivo (extensão “.txt”), e devem ser lidos pelo solucionador criado para a equação diferencial;

2- Os dados experimentais, fornecidos em arquivo “.txt”, devem ser lidos pelo otimizador e pelo solucionador;

3- Com os valores experimentais das variáveis independentes e os parâmetros  $a_{k_0}$ , o otimizador executa o solucionador para que ele determine os valores simulados das variáveis dependentes correspondentes aos valores experimentais da variável independente;

4- Através dos valores experimentais ( $y_i^{\text{exp}}$ ) e simulados ( $y_i^{\text{sim}}$ ), o otimizador determina o qui-quadrado referente à simulação, dado pela seguinte expressão: ( $\chi^2 = \frac{(y_i^{\text{exp}} - y_i^{\text{sim}})^2}{\sigma_{y_i}^2}$ ). Se os valores de  $\sigma_{y_i}$  não forem conhecidos, eles podem ser tornados iguais a 1 durante o processo iterativo;

5- Por meio dos valores da variável dependente obtidos pelo solucionador (para ambos  $a_{k_0}$  e  $a_{k_0} + 0,005xa_{k_0}$ ), o otimizador determina as sensibilidades definidas pela Equação (3.48), por meio de aproximação numérica de primeira ordem, para cada parâmetro  $a_{k_0}$ ;

6- O otimizador calcula todos os elementos das matrizes dadas pelas Equações

(3.53) e (3.55);

7- O otimizador determina as correções  $\Delta a_k$  através da equação (3.52) e também os novos valores corrigidos para  $a_k$  ( $a_k = a_{k0} + \Delta a_k$ );

8- Se  $|\Delta a_k/a_k| < tol$  para todo  $k$ , o otimizador finaliza o processo de determinação dos parâmetros  $a_k$ . Caso contrário, o otimizador estabelece  $a_{k0} = a_k$  e o processo iterativo retorna para a etapa 3.

## 3.15 Incertezas dos parâmetros

A incerteza de cada parâmetro  $a_k$  é calculada ao final do processo iterativo, por meio da matriz de covariâncias, que é dada pelo inverso da última matriz  $[M]$  do processo iterativo. Os elementos da diagonal principal de  $[M]^{-1}$  representam os quadrados das incertezas dos parâmetros determinados. Se as incertezas dos pontos experimentais ( $\sigma_{y_i}$ ) não forem conhecidas a princípio (e neste caso, devem ter sido estabelecidas artificialmente com um valor igual a 1), é possível determinar o desvio padrão associado ao processo de otimização, dado por;

$$\sigma f(t_1, t_2, \dots, t_m) = \sqrt{\frac{\sum (y_i^{\text{exp}} - y_i^{\text{sim}})^2}{N - n}} \quad (3.56)$$

Assim, ao final do processo iterativo, pode-se impor e recalculas as matrizes  $[M]$  e  $[M]^{-1}$ , obtendo-se assim as incertezas dos parâmetros determinados. Como informação adicional, o software de otimização desenvolvido, denominado “*LS Optimizer*”, está disponível gratuitamente em [http : //www.labfit.net/LS.htm](http://www.labfit.net/LS.htm); e foi desenvolvido em *FORTRAN*, através da opção de programação *QuickWin Application*. Por outro lado, o solucionador utilizado neste estudo, que é executado pelo programa *LS Optimizer*, embora tenha sido criado em *FORTRAN*, pode ser desenvolvido em qualquer linguagem de programação que gere um arquivo executável. As informações fornecidas pelo *LS Optimizer* ao solucionador, e vice-versa, são feitas por arquivos “.txt”, escritos por um software e lidos por outro.



## 4 Resultados e Discussões

No capítulo anterior, foram apresentados os modelos matemáticos necessários para o desenvolvimento das ferramentas disponibilizadas para a simulação da transferência de calor em sólidos geométricos com formato cilíndrico, além da metodologia experimental utilizada neste trabalho. Assim sendo, neste capítulo é feita a validação e discussão do *software* utilizado, por comparação dos resultados obtidos com as ferramentas desenvolvidas neste trabalho e aqueles disponíveis na literatura, além da apresentação e discussão dos resultados obtidos.

Dito isso, os produtos foram aquecidos em laboratório, mediante procedimentos experimentais aliados a simulações e otimizações como base essencial para leitura e análises, assim como também ao uso de mecanismos termo físicos de grande relevância nesse ramo, as quais colaborem para o estudo da penetração do calor no produto com modelos analíticos. Falando nisso, a difusividade térmica aparente é uma grandeza relevante nesse cenário, sua determinação foi feita a partir de um aparato experimental por meio da coleta de dados relacionados aos produtos mediante a técnica de aquecimento, cuja geometria é feita com geometria cilíndrica.

No estudo da transferência de calor, a equação da difusão é crucial para o fornecimento dos dados termo físicos. Assim sendo, tem-se o empregado de condições de contorno do primeiro tipo, cujas soluções baseiam-se no ramo analítico, em que os fornecimentos de dados tendem a ser descritos por meio de ferramentas do *Software LS Optimizador*. Assim, tem-se a relevância de um estudo vinculado a simulação que por exemplo, pode servir como base para prever o quanto tempo vão gastar para inativar os elementos patogênicos presentes em alimentos. Dito isso, tem-se dados baseados em simulações em que podem servir de norteamento para as agroindústrias, por exemplo, no processo de conservação de alimentos e garantir seus benefícios nutritivos de forma segura. Uma vez que a expressão para a difusividade térmica aparente em função da temperatura local seja conhecida para a otimização, será possível determinar através de simulações o tempo mínimo necessário para o processo de aquecimento transiente com base na geometria cilíndrica.

As propriedades termo físicas como a difusividade térmica, por exemplo, controlam a transferência de energia térmica e as transformações ocorridas em determinado material quando aquecido. Dito isso, diversos modelos estão disponíveis na literatura e fornecem equações que relacionam estas propriedades com seus constituintes majoritários (água, proteínas, carboidratos, gordura) e a temperatura, no entanto, existem diferenças significativas entre os valores estimados e os obtidos experimentalmente, devido à complexa estrutura físico-química dos alimentos [102].

A partir disso, Sarkis [102] cita que diferentes métodos foram descritos para a determinação da difusividade térmica. Logo, as principais metodologias para medição da difusividade térmica são o método dos mínimos quadrados, a utilização de curvas de penetração de calor, o uso de cartas tempo-temperatura e de soluções analíticas.

Em suma, este estudo analisa os valores obtidos para a difusividade térmica de cada produto submetido ao aquecimento, além das implicações de tal propriedade física de forma constante no estudo de transferência de calor durante o aquecimento de alimentos colocadas em latas (recipientes cilíndricos). Para este fim, o método dos volumes finitos foi usado para obter uma solução numérica da equação de difusão em estado transiente, considerando a difusividade térmica como constante ou variável e esta solução foi acoplada a um otimizador baseado no método inverso. Então, várias simulações foram realizadas para descobrir se um determinado modelo matemático para a difusividade térmica é adequado para uma descrição precisa do investigado processo de aquecimento. Nesse estudo, para as simulações, a equação de difusão foi resolvida numericamente pelo método dos volumes finitos, com formulação totalmente implícita.

## 4.1 Penetração de calor nos produtos - resultados preliminares

Nesse cenário, durante o processo de aquecimento transiente do ágar gel, purê de tomate e da polpa de caju, foi verificado as temperaturas no interior do cilindro em que cada produto estava contido, através de um termopar na parte da superfície interna da parede lateral e outro no ponto central geométrico do recipiente.

### 4.1.1 A penetração do calor

De início, é relevante citar que a Difusividade térmica aparente é sensível à temperatura de um produto no qual ocorre transferência de calor. Assim, se existir uma distribuição de temperatura no produto, a consideração de uma expressão para a difusividade térmica aparente em função da temperatura local ( $\alpha(t)$ ), é uma opção para melhorar os resultados obtidos na discretização da equação de transferência de calor.

O valor inicial  $\alpha_0$ , utilizado nos três processos iterativos, foi estabelecido como  $1 \times 10^{-07} m^2 s^{-1}$ ; e a tolerância de convergência foi estipulada pelo critério  $|\Delta\alpha_k/\alpha_k| \leq 1 \times 10^{-5}$ . Os resultados obtidos são apresentados a seguir.

Na literatura, a suposição de difusividade térmica constante durante o aquecimento é comum, mas para os casos analisados, tal hipótese resultou em ajustes tediosos. Assim, tem-se que melhores resultados foram obtidos supondo uma expressão crescente para a difusividade térmica, em função da temperatura local. Nesse caso, os erros dos dados experimentais sobre a solução numérica podem ser considerados aleatoriamente distribuídos.

No contexto de penetração de calor em produtos, tem-se que a indústria de produção de alimentos normalmente envolve um estágio em que o calor é removido ou transferido para o produto. Esta etapa é fundamental para a preservação de diversos tipos de alimentos e está presente, por exemplo, em secagem de produtos agrícolas.

## 4.2 Experimento 1: Ágar gel

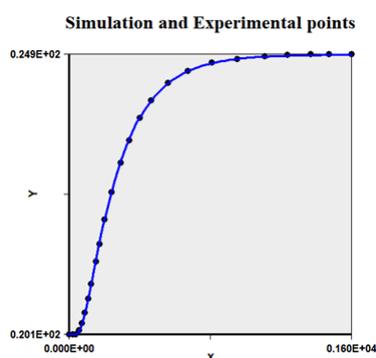
Para o ágar gel, os resultados obtidos por otimização para a difusividade térmica e sua incerteza (definindo um intervalo com 95,4% de confiança), bem como os indicadores estatísticos qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e coeficiente de determinação ( $R^2$ ) são apresentados na tabela 1.

Tabela 1 – Difusividade térmica e indicadores estatísticos para o aquecimento do ágar gel. Intervalo com 95,4% de confiança. Fonte: Autoria Própria

$\alpha(m^2s^{-1})$	$\chi^2$	$R^2$
$(1,429 \pm 0,005) \times 10^{-7}$	$4,2541 \times 10^{-3}$	0,999963

Os resultados apresentados foram obtidos na iteração 4. Por outro lado, com o valor obtido para a difusividade térmica dado na tabela 1, a cinética de aquecimento do ponto central do produto pode ser simulada através da equação 3.25, e o resultado obtido é apresentado juntamente com os pontos experimentais, através da Figura 30.

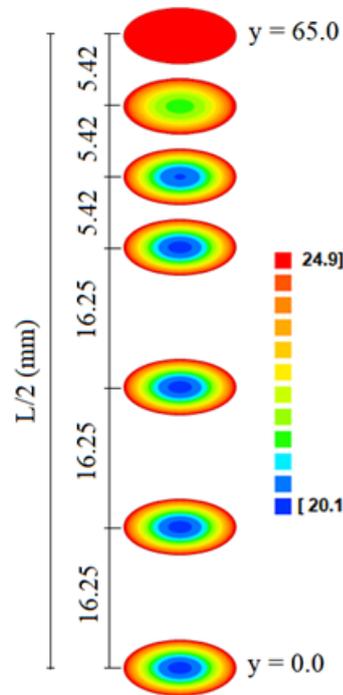
Figura 30 – Cinética de aquecimento do ponto central do recipiente ( $r = 0$  e  $y = 0$ ) ágar gel, em que a abscissa  $X$  corresponde ao tempo (s) e a ordenada  $Y$  corresponde a temperatura ( $^{\circ}C$ ).



Fonte: Autoria Própria

Os resultados obtidos por otimização para a difusividade térmica são apresentados na tabela 1 também possibilitam apresentar a distribuição de temperatura em círculos posicionados em várias distâncias estipuladas do centro do cilindro com ágar gel, como é mostrado através da figura 31 para  $t = 80s$ .

Figura 31 – Distribuição de temperaturas ágar gel ( $20,1^{\circ}\text{C}$  a  $24,1^{\circ}\text{C}$ ), em círculos posicionados desde o centro do cilindro ( $y = 0.0$ ) até uma das extremidades ( $y = 65.0\text{mm}$ ), predita pelo modelo matemático proposto no instante  $t = 80\text{s}$ .



Fonte: Autoria Própria

### 4.3 Experimento 2: Purê de tomate

Para o purê de tomate, os resultados obtidos para o valor da difusividade térmica (e de sua incerteza, com 95,4% de confiança), bem como os indicadores estatísticos qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e coeficiente de determinação ( $R^2$ ) são apresentados na tabela 2, dada a seguir.

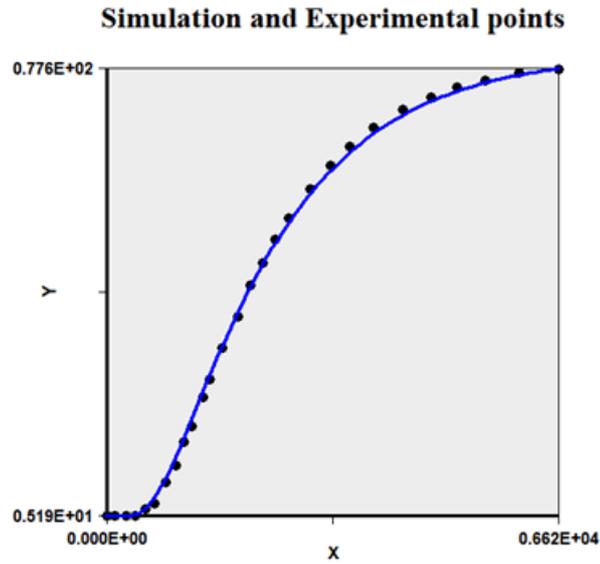
Tabela 2 – Difusividade térmica e indicadores estatísticos para o aquecimento do purê de tomate. Intervalo com 95,4% de confiança. Fonte: Autoria Própria.

$\alpha(m^2s^{-1})$	$\chi^2$	$R^2$
$(1,476 \pm 0,014) \times 10^{-7}$	13,3051	0,999632

Vale salientar que os resultados da tabela 2 foram obtidos na iteração 5. Por outro lado, a cinética de aquecimento do ponto central de purê de tomate pode ser simulada através da equação 3.25, e o resultado é apresentado juntamente com os pontos experimentais, através da Figura 35.

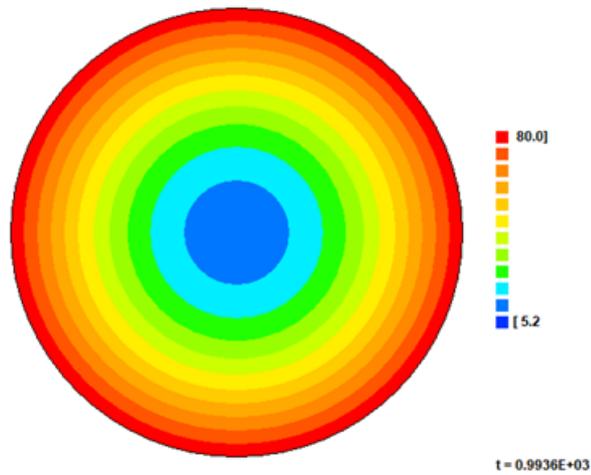
A distribuição de temperatura na seção circular localizada no centro do recipiente ( $y = 0$ ) pode ser observada na Figura 33, para o instante  $t = 994\text{s}$ .

Figura 32 – Cinética de aquecimento do ponto central do recipiente com purê de tomate, em que a abscissa  $X$  corresponde ao tempo (s) e a ordenada  $Y$  corresponde a temperatura ( $^{\circ}C$ ).



Fonte: Autoria Própria

Figura 33 – Distribuição de temperaturas no purê de tomate ( $5,2^{\circ}C$  a  $80,0^{\circ}C$ ), no círculo central do cilindro predita pelo modelo proposto no instante  $t = 994$  s.



Fonte: Autoria Própria

## 4.4 Experimento 3: Polpa de caju

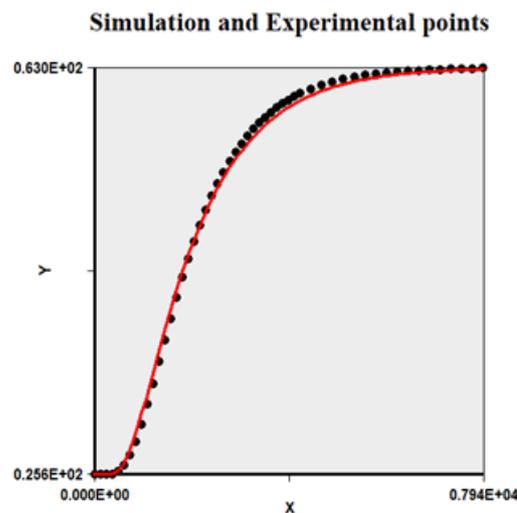
Para a polpa de caju, os resultados obtidos para o valor da difusividade térmica (e de sua incerteza, com 95,4% de confiança), bem como os indicadores estatísticos qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e coeficiente de determinação ( $R^2$ ) são apresentados na tabela 3, dada a seguir.

Tabela 3 – Difusividade térmica e indicadores estatísticos para o aquecimento da polpa de caju. Intervalo com 95,4% de confiança. Fonte: Autoria Própria.

$\alpha(m^2s^{-1})$	$\chi^2$	$R^2$
$(1,354 \pm 0,014) \times 10^{-7}$	15,7481	0,999132

Os resultados da tabela 3 foram obtidos na iteração 4. Por outro lado, com o valor obtido para a difusividade térmica dado na tabela 3, a cinética de aquecimento do ponto central da polpa de caju pode ser simulada através da equação 3.25, e o resultado obtido é apresentado juntamente com os pontos experimentais, através da Figura 34.

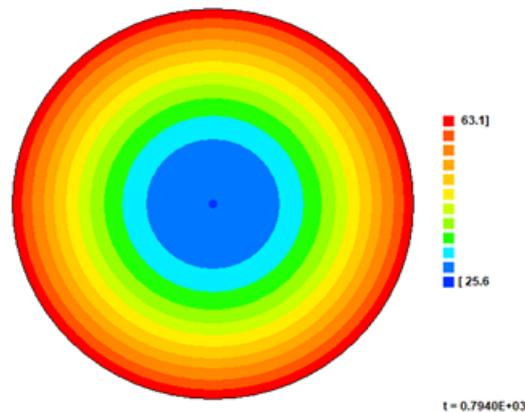
Figura 34 – Cinética de aquecimento do ponto central do recipiente com polpa de caju, em que a abscissa  $X$  corresponde ao tempo (s) e a ordenada  $Y$  corresponde a temperatura ( $^{\circ}C$ ).



Fonte: Autoria Própria

A distribuição de temperatura na seção circular localizada no centro do recipiente ( $y = 0$ ) pode ser observada na Figura 35, para o instante  $t = 794$  s.

Figura 35 – Distribuição de temperaturas na polpa de caju ( $25,6^{\circ}C$  a  $63,1^{\circ}C$ ), no círculo central do cilindro predita pelo modelo proposto no instante  $t = 794$  s.



Fonte: Autoria Própria

## 4.5 Discussão inicial

### 4.5.1 *Software* de otimização desenvolvido

A princípio, é interessante notar que alguns algoritmos disponíveis na literatura empregam um método robusto que propõe correções de parâmetros por tentativas sucessivas, visando minimizar uma função objetiva. O uso desse tipo de algoritmo é relativamente frequente na literatura para determinar parâmetros de equações diferenciais parciais, principalmente no processamento de alimentos. Alguns algoritmos baseados em tentativas sucessivas podem ser encontrados acoplados a soluções analíticas e soluções numéricas dessas equações [103]. Existem também outros tipos de algoritmos na literatura para resolver problemas inversos. Como exemplo, Mariani [104], para estimar a difusividade térmica aparente de bananas durante a secagem, utilizou a solução da equação de difusão unidimensional, em coordenadas cilíndricas, associada a um algoritmo de otimização que utiliza a técnica de Evolução Diferencial. Em seus estudos, a temperatura versus tempo foi obtida experimentalmente no centro do produto, e o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção foi obtido com base no número de Nusselt. Assim, apenas a difusividade térmica, considerada variável, foi determinada por otimização. Segundo os autores, esta abordagem de otimização foi implementada no ambiente *MATLAB*. Por outro lado, Ukrainczyk [3] usou um procedimento iterativo, minimizando uma soma de quadrados com o método de Levenberg-Marquardt para resolver um problema inverso. O pesquisador utilizou uma abordagem numérica para obter a estimativa da difusividade térmica dos materiais durante a resposta térmica transitória no eixo das amostras cilíndricas, medida quando a temperatura limite é alterada repentinamente. O problema direto envolveu a solução da equação de difusão unidimensional, em coordenadas cilíndricas, com condição de

contorno de primeiro tipo, supondo a difusividade térmica com valor constante. Segundo o autor, o modelo de condução de calor e as determinações de sensibilidade foram realizadas no *MATLAB*. Esse mesmo ambiente também foi utilizado por Muramatsu et al [105] para determinar a difusividade térmica de alimentos de baixa umidade, usando um método inverso. As amostras foram enlatadas e aquecidas à superfície em banho-maria a cerca de  $70^{\circ}\text{C}$ . Temperatura versus tempo foi medida no centro da lata, e o problema de condução de calor transiente unidimensional para coordenadas radiais foi resolvido com um modelo de diferenças finitas. Assim, é crucial citar que esse estudo está voltado para a condução de calor transiente bidimensional.

Dentre os estudos disponíveis na literatura envolvendo o método inverso aplicado ao processamento de produtos alimentícios, nota-se que há um predomínio daqueles baseados em ensaios sucessivos, apesar da lentidão desse tipo de método [85]. Ainda são poucos os estudos baseados em algoritmos que utilizam Levenberg-Marquardt e Evolução Diferencial, entre outros. Além disso, o método inverso é geralmente aplicado em ambientes específicos como o *MATLAB* [100], [101]. É interessante mencionar que, para o ambiente *MATLAB*, diversos códigos como *OptiPa*, *SBtoolbox2* e *AMIGO2* estão disponíveis para estimar parâmetros de *ODE* e *PDE*. Ressalta-se também que, ao contrário do grande número de programas de computador disponíveis para ajuste de funções e de uma abundante bibliografia propondo algoritmos para resolver problemas inversos, praticamente não existem no mercado softwares prontos para uso para este tipo de problema. Para ser instalado diretamente na plataforma Windows, sem a necessidade do ambiente *MATLAB*. Pode-se observar que, em alguns dos estudos citados acima, o algoritmo referente ao problema inverso está acoplado à solução da equação diferencial relativa ao problema específico a ser estudado. Por conta disso, outros pesquisadores não conseguem utilizar esses otimizadores, utilizando seu próprio solucionador. No entanto, o *software* de otimização desenvolvido neste estudo (denominado *LS Optimizer*), baseado no algoritmo Levenberg-Marquardt, pode ser instalado diretamente na plataforma Windows e utilizado por qualquer pesquisador que modelou um fenômeno para o qual um conjunto de dados está disponível, além de ter criado um solver capaz de simular tal fenômeno.

#### 4.5.2 Aquecimento do Ágar gel

A princípio, foi determinado a difusividade térmica, obtida com um nível de confiança de 95,4%, de forma constante, assim como proposto em estudos de Ukrainczyk [3] e de Betta et al [78]. Dito isso, Ukrainczyk [3] estimou esta propriedade para produtos pastosos armazenados em recipientes cilíndricos longos, usando o método inverso e uma solução numérica da equação de condução de calor em uma dimensão. Desenvolveram-se um *software* para resolver a equação de condução de calor em coordenadas cilíndricas, baseado no método das diferenças finitas. Além disso, usou geometria unidimensional

e não determinou a incerteza para a difusividade térmica. Para estimar a difusividade térmica usando o método inverso, esses autores mediram a temperatura no ponto central de produtos armazenados em recipientes cilíndricos ao longo do tempo, durante a etapa de aquecimento de produtos. O método proposto pelos autores assume uma temperatura de aquecimento constante ou variável, mas é limitado ao meio bidimensional (2D) em recipientes cilíndricos e à determinação da difusividade térmica com um valor constante, não considerando possíveis variações deste parâmetro com a distribuição da temperatura no interior do produto durante o aquecimento [78].

Assim sendo, um exemplo da abordagem deste trabalho foi o mesmo empregado por Silva et al [55] que desenvolveu um algorítmico para determinar  $\alpha$ , o OREP. Sendo assim, o experimento realizado por Ukrainczyk [3] e analisado por Silva et al [55] está relacionado a cinética de aquecimento do ágar gel (água gelatinosa 0,7%) que foi colocada dentro de um recipiente cilíndrico de cobre. O recipiente com o produto, inicialmente em  $20,1^{\circ}\text{C}$ , em que foi imerso em água quente a  $24,9^{\circ}\text{C}$  e a temperatura do ponto central do produto foi medida ao longo do tempo durante 16000 s. Como conclusão, Silva et al [55], teve-se que mediante o experimento analisado, o algorítmico proposto produziu bons resultados, assim, a consideração de  $\alpha$  como um valor constante não introduziu erros sistemáticos significativos nos resultados, portanto, o algorítmico utilizado por meio de uma solução analítica da equação de condução de calor é considerado útil em processos em que pequenas variações de temperatura estão envolvidas.

Nesse cenário, a fim de descrever a transferência de calor para os tipos de produtos estudados, as propriedades termofísicas referentes à convecção, radiação, mudança de fase, fontes de calor e condução devem ser conhecidas. Em muitas ocasiões, apenas o mecanismo de condução é usado para descrever a transferência de calor e, conseqüentemente, os parâmetros envolvidos no processo são considerados aparentes. No entanto, tais simplificações podem contribuir para erros sistemáticos na descrição do processo, bem como na medição de instrumentos. Se os erros sistemáticos afetam os primeiros pontos experimentais de uma maneira diferente dos últimos, a abordagem OREP pode produzir piores resultados do que aqueles obtidos aqui. Mesmo assim, como os qui-quadrados são calculados envolvendo todos os pontos experimentais, o algoritmo proposto minimiza erros, quando comparada com a técnica atual, na qual a difusividade térmica é calculada com base em usando a última região experimental [53].

Dito isso, este estudo tem relevância quando comparado com os de Carbonera et al [5], Mohamed [106], Silva et al [55], Muramatsu et al [105] e Silva et al [103], em que dentre os métodos para determinar a difusividade térmica de produtos, empregou-se um deles relacionado a medição de temperatura ao longo do tempo para um ponto escolhido dentro do produto durante um processo transitório de aquecimento ou resfriamento, sendo que a equação da condução de calor foi ajustada ao conjunto de dados experimentais.

A partir dos testes de validação, pode-se concluir que a abordagem OREP modificada apresenta bons resultados no cálculo da difusividade térmica em processos envolvendo condução de calor em que a condição de contorno do primeiro tipo é apropriado para a equação de condução de calor. O melhor resultado foi obtido com a simulação do termopar colocado no centro do cilindro. Para neste caso, segundo a literatura a precisão (indica a qualidade da medição, sem garantir que a medição esteja correta) e a exatidão (fornece informações sobre o quão próximo o valor medido está em relação ao valor verdadeiro) do resultado foram, respectivamente, 0,02 e 0,17%. Assim, pode-se concluir que a abordagem OREP modificada melhora significativamente os resultados obtidos com algoritmos usuais encontrados na literatura [55].

Com a aplicação da OREP modificada se obteve a difusividade térmica do ágar gel com uma precisão de 0,24%. Sendo assim, Ukrainczyk [3] usando uma solução numérica e um procedimento iterativo na otimização baseado no algorítmico de Levenberg - Marquardt, obteve a difusividade térmica aparente do ágar gel,  $\alpha = 1,459 \times 10^{-7} m^2 s^{-1}$ , com uma precisão de 0,6% e comparou o resultado encontrado com o obtido por Lemmon et al [107] que foi de  $\alpha = 1,444 \times 10^{-7} m^2 s^{-1}$ , em que a acurácia do resultado foi de 1%. Comparando o resultado obtido, neste trabalho para a difusividade térmica aparente do ágar gel, com precisão de 0,17%, com o resultado obtido por Lemmon et al [107], a acurácia do resultado obtido foi de 0,48% que é menor do que a obtida por Ukrainczyk [3].

Assim sendo, para o conjunto de dados experimental referente ao aquecimento do ágar gel, a aplicação do algoritmo proposto por Silva [55] também produz bons resultados. Dito isso, comparando os indicadores estatísticos para a difusividade térmica obtidos através de a abordagem OREP modificada com aqueles obtidos através da combinação de solução numérica e algoritmo de otimização baseado em Levenberg – Marquardt [100], a precisão e a exatidão do resultado obtido em seus estudos foram, respectivamente, 0,38 e 0,6%; enquanto em na literatura esses indicadores eram de 0,6 e 1,0%. Isso significa que a abordagem OREP modificada apresenta resultados equivalentes aos obtidos por sofisticados métodos. Além disso, com o uso do algoritmo proposto, toda a cinética de aquecimento pode ser descrita em detalhes.

Logo, a abordagem OREP, apresentada por Silva [55] para condição de contorno de terceiro tipo, com modificações aqui propostas, habilita adequadamente a determinar a difusividade térmica com erros aceitáveis, quando a condução de calor é governada pela fronteira da condição de contorno de primeiro tipo para a condução de calor equação.

Diante disso, tem-se a questão da discrepância no cálculo da difusividade térmica aparente para o ágar gel, em que usando o algorítmico proposto neste cenário quando comparado com a difusividade térmica aparente para o ágar gel obtido pelo método usado por Ukrainczyk [3] foi de 1,6%. Sendo que este trabalho solidifica a ideia da aplicabilidade do método trabalhado para problemas de penetração de calor em produtos pastosos,

em recipientes cilíndricos e com condição de contorno do primeiro tipo. Assim sendo, o algorítmico proposto produziu bons resultados quando aplicado aos dados do ágar gel usado por Ukrainczyk [3].

Os indicadores estatísticos para a difusividade térmica aparente obtida através da OREP modificada apresenta resultados equivalentes àqueles obtidos por métodos sofisticados. Outro ponto relevante é que com o algorítmico é possível descrever em detalhes toda a cinética da penetração de calor. A partir dos resultados obtidos usando os dados experimentais do aquecimento do ágar gel, é possível afirmar que o algorítmico proposto é útil para determinar a difusividade térmica aparente quando o fenômeno físico estudado pode ser descrito através da solução analítica da equação de difusão bidimensional e com a condição de contorno do primeiro tipo.

### 4.5.3 Aquecimento de purê de tomate

Os resultados obtidos na figura 34 para o purê de tomate estão de acordo com os resultados obtidos por Betta et al [78]. No entanto, esses autores determinaram a difusividade térmica para purê de tomate sem informações sobre as incertezas de seus resultados. Esta informação é muito importante porque permite saber a precisão do valor determinado e utilizado nas simulações.

Assim sendo, a técnica abordada nesse estudo do aquecimento transiente é útil assim como foi trabalhada por Silva [85], tendo relevância para determinar a difusividade térmica (ou condutividade térmica) de diversos produtos como purês e cremes armazenados em latas. Diante disso, tem-se que na técnica atual encontrada no literatura, normalmente o logaritmo é aplicado na expressão adimensional da temperatura dada por  $(T - T_{eq})/(T_0 - T_{eq})$ , e apenas a parte linear é usada para determinar  $\alpha$  por meio de regressão linear, tendo concordância de acordo com estudos de Maskwsiet et al [73], Panas e Sypek [108] e Erdogdu [109] e Erdogdu et al [110].

Dito isso, esta porção linear é identificada por uma inspeção visual do gráfico obtido com a linearização, e a outros pontos fora da linha reta são descartados antes a regressão linear. Este procedimento envolve um certo grau de subjetividade em relação ao número de pontos a serem removidos. Nesse cenário, o número dos pontos a serem removidos não depende da visual inspeção ou linearização. Este número é determinado através do algoritmo aqui apresentado, que se baseia no conceito de otimização. Uma observação na Figura 34 indica que, como esperado, quanto mais próximo o termopar estiver do limite, mais rápido será a temperatura se aproxima de um valor constante,  $T_{eq}$ . Como pode ser observado, a retirada do experimental pontos é usado apenas para determinar a difusividade térmica por ajuste de equação para uma parte do conjunto de dados experimental. Sendo assim, o número de pontos removidos é determinado pelo qui-quadrado obtido na simulação envolvendo todo o conjunto de dados, usando equação

(3.25) e o valor de  $\alpha$  obtido por regressão não linear.

A partir disso, tem-se o estudo de Cleide, Lins, Costa e Silva [85] que analisaram os resultados obtidos para os conjuntos de dados simulados, cuja validação foi baseada numa inspeção nos valores obtidos permitiu observar que os resultados adquiridos para o valor de  $\alpha$  é aceitável, principalmente se o relação  $r/R$ , que define a posição do termopar, é menor de 0,5. Assim ressaltaram que os resultados são particularmente bons quando a posição  $r$  do termopar é zero, ou seja, quando o termopar é colocado no centro do cilindro. Por esta situação, a precisão do resultado obtidos foi de 0,17% e a precisão é 0,02%. Além disso, os indicadores estatísticos do simulação são  $\chi^2 = 1,25287 \times 10^{-5}$ ,  $R^2 = 0,99999989$ , o primeiro é perto de zero e o segundo é muito próximo de 1. Além do que, tais indicadores encorajam os autores a afirmarem que a abordagem OREP modificada apresenta excelente desempenho na determinação da difusividade térmica, permitindo descrever todo aquecimento, quando a condição de contorno de Dirichlet está envolvida no processo. No entanto, uma inspeção na Figura 35 torna possível concluir que a precisão do resultado para o difusividade térmica diminui fortemente se o termopar posição está perto do limite. Assim, como resultado do processo de validação, pode-se observar que quanto mais próximo do centro estiver o termopar, melhores serão os resultados.

Por outro lado, pode-se citar Silva [85] em que realizou um estudo para determinar a difusividade térmica da polpa de tomate, armazenada em latas cilíndricas (2D) durante a pasteurização, assumindo que este parâmetro varia com o valor local da temperatura. Por isso Silva [85] resolveu numericamente a equação de difusão, em coordenadas cilíndricas, para a condição de contorno de primeiro tipo. De acordo com este estudo, os melhores resultados foram obtidos assumindo um expressão exponencial para difusividade térmica, aumentando com o valor local da temperatura. Se a geometria do recipiente é uma esfera, um cilindro ou um paralelepípedo, os sistemas apropriados para analisar a transferência de calor são as coordenadas esféricas, cilíndricas e cartesianas, respectivamente. Esse tipo de domínio é algumas vezes referido na literatura como geometria regular [111].

Se a geometria do domínio for diferente das anteriores mencionado, o domínio é conhecido como irregular, complexo ou domínio arbitrário [112]. Neste caso, um sistema de coordenadas ajustado por limite Da Silva [55], também denominado sistema de coordenadas generalizadas, facilita estudos sobre transferência de calor neste domínio. Se a geometria arbitrária for completamente irregular, sem simetria, uma equação tridimensional generalizada coordenadas devem ser usadas para descrever um processo de difusão. Se houver simetria de revolução na geometria arbitrária, uma equação bidimensional pode ser suficiente para descrever a difusão [55].

A literatura consultada no presente estudo permite afirmar que a descrição da transferência de calor em produtos armazenados em recipientes com geometria arbitrária é escasso. Em alguns estudos, *software* comerciais foram desenvolvidos para o estudo da Di-

nâmica de Fluidos Computacional (CFD), como *CFX*, *Ansys*, *COMSOL Multiphysics* e *Fluent*, as quais são usados na simulação tridimensional de transferência de calor [18]. No entanto, devido à sua complexidade e o esforço dos recursos computacionais necessários, esses programas não são normalmente usados para a determinação de parâmetros termofísicos através de algoritmos de otimização. Por outro lado, existem poucos estudos na literatura que propor soluções da equação de difusão em domínio arbitrário, explorando possíveis simetrias para reduzir o esforço computacional exigido nas simulações. No entanto, é importante mencionar que este tipo de solução pode ser útil para a determinação, através da otimização, de parâmetros termofísicos em calor processos de transferência.

#### 4.5.4 Aquecimento da polpa de caju

Este estudo teve como objetivo a determinação da difusividade térmica de produtos, um deles foi a polpa de caju. Assim sendo, o método empregado para tal feito foi compatível e apresentou diferenças significativas com melhorias de precisão, quando comparados com trabalhos disponíveis na literatura para frutas [103], [5], [1], [78], [86]. Assim, é importante citar que é conhecido que a difusividade térmica de produtos em equilíbrio térmico aumente com o aumento da temperatura de equilíbrio [113], [114]. A partir disso, vários autores, como Kurozawa et al [115] determinaram a difusividade térmica para produtos em equilíbrio térmico em diferentes temperaturas. Porém, poucos estudos na literatura indicam que durante o aquecimento de polpas, ou seja, durante um estado transiente, aumentando expressões dadas em função da temperatura local, representam bem a difusividade térmica [85],[103].

Segundo os estudos experimentais realizados por Ataíde [33], para verificar a penetração do calor na polpa do caju, realizou-se cinco experiências com um termopar na superfície interna do recipiente e outro no centro geométrico, em que apenas o aquecimento foi considerado. A partir de suas análises gráficas para cada experimento para o caju, percebeu que a temperatura da parede interna do recipiente não assume instantaneamente a temperatura da água após a imersão. Mesmo assim, da mesma forma que ocorreu nos trabalhos de Ukrainczyk [3], Betta [78], Lins [49] e Silva [55], a condição de contorno do primeiro tipo pode ser considerada uma boa aproximação para essa situação física.

Além disso, Ataíde [33] percebeu que a maior variação de temperatura, nos instantes iniciais do processo de aquecimento, ocorre no termopar que se encontra na superfície interna da parede do recipiente. Assim, as temperaturas deste termopar são as que se aproximam mais rapidamente da temperatura de equilíbrio. Já para o termopar no centro geométrico do recipiente, a variação de temperatura no início do aquecimento iniciou com um fator de atraso em torno de 150 s . Verificou que a temperatura de equilíbrio no centro é atingida por volta de 1800 s, bem depois que se atinge a temperatura na superfície interna. Ressaltou que em todas as otimizações utilizou-se um valor qualquer

para a difusividade térmica constante, pois, nesta fase, o valor da difusividade térmica é apenas lido, não é usado pelo *software*.

A difusividade térmica de um material é influenciada pela temperatura, umidade, massa específica e porosidade. Os frutos não fogem à regra, assim, o conhecimento dessas propriedades são fundamentais para obter a difusividade térmica dos frutos. Os trabalhos de Carbonera [5], são alguns que enfatizam a variação da difusividade térmica em consequência da variação da temperatura e da umidade do produto, durante o processamento. Ademais, muitos produtos alimentícios não são homogêneos e a difusividade térmica pode variar de um local para outro dentro do mesmo produto. Apesar do exposto, é comum encontrar na literatura diversos resultados que expressa constante, a difusividade térmica aparente dos produtos pesquisados [81], [73], [107], [74], [1], [77], [92], [78], [3], [55].

Nesse contexto, vários autores, citam sobre a determinação da difusividade térmica para produtos em equilíbrio térmico em diferentes temperaturas. No entanto, poucos estudos consideram que essas propriedades são variáveis, por exemplo, em função da temperatura local, durante um processo de transferência de calor em regime transiente [104], [85] [115], [65], [112], [49], [55]. Além disso, os produtos são geralmente armazenados em recipientes com geometria simples, como cilindros [78], [3], [5].

Diante disso, Ataíde [33] considerou constante a difusividade térmica aparente, a qual obteve-se o valor de  $\alpha = 1,36 \times 10^{-7} m^2 s^{-1}$  para a polpa do caju e  $\alpha = 1,37 \times 10^{-7} m^2 s^{-1}$  para a polpa do mamão. Sendo que não há diferenças significativas quando comparados com os encontrados na literatura para frutas [78]. Nos experimentos realizados por Ataíde [33] para a polpa do caju, o aquecimento ocorreu entre as temperaturas de  $22^\circ C$  e  $66^\circ C$ , a difusividade média desta função e a difusividade constante entre as temperaturas de  $22,2^\circ C$  e  $65,0^\circ C$ . Em todas as situações analisadas, os dados experimentais estão no estado transiente do processo de aquecimento e a difusividade térmica aparente deve ser relacionada à temperatura local, do interior da polpa do caju. Analisando os valores expostos obtidos por Ataíde durante o aquecimento da polpa de caju, quando comparado juntamente com os valores deste trabalho, apesar de não existir diferenças significativas, eles não expressam a difusividade térmica aparente com precisão. Dessa forma, é possível encontrar na literatura alguns autores que assumem a difusividade térmica aparente como uma função da temperatura local.

Assim, Ataíde [33] verificou que havia concordância entre os valores obtidos para a difusividade térmica constante,  $\alpha = 1,36 \times 10^{-7} m^2 s^{-1}$  e a média da difusividade térmica variável com a temperatura local,  $\alpha = 1,33 \times 10^{-7} m^2 s^{-1}$ , fornecendo a difusividade térmica em função da temperatura para o caju na forma:  $\alpha = 1,201 \times 10^{-7} \cosh(1,979 \times 10^{-4} T^2)$  [99]. Além disso, observou os contornos das isothermas para a polpa do caju em cinco instantes do processo de aquecimento. As curvas isotérmicas mostraram que a cinética da propagação do calor ocorre da superfície interna para o centro no qual, o gradiente

da temperatura, em qualquer ponto, possui a mesma forma geométrica do corpo sem apresentar variação na direção. Qualquer deslocamento na direção do eixo do recipiente não apresenta variação de temperatura, corresponde a deslocamentos sobre superfícies isotérmicas.

Neste estudo e de De acordo com Da Silva et al [99] a difusividade térmica aparente da polpa do caju pode ser dada pela função  $b \cosh(aT^2)$ . Assim, esses resultados sugerem que esta função pode ser útil para representar a difusividade térmica de outras polpas e purês durante o processo de aquecimento. Assim sendo, a difusividade térmica aparente foi relacionada com a temperatura local no interior do recipiente, pois os dados experimentais estavam em estado transiente do processo de aquecimento, com uma grande variação entre as temperaturas inicial e final. Devido a este fato, realizou-se otimizações para a cinética de penetração do calor no centro do recipiente usando várias expressões crescentes que representam a difusividade térmica aparente como função da temperatura local. Nos trabalhos de Silva [85], entre outros, consideram para as frutas que a difusividade térmica aparente é variável com a temperatura local.

Para tanto, Korese et al [116] observaram que a principal vantagem das simulações de computador e procedimentos numéricos é a sua capacidade de avaliar o efeito de vários parâmetros físicos sobre perfis de aquecimento, particularmente, de frutas e vegetais. Além disso, tais pesquisadores observaram também que uma desvantagem das ferramentas de modelagem disponíveis é que ambas precisam de um alto nível de sofisticação matemática para soluções e aplicações. Sendo assim, pode-se dizer que há poucos artigos na literatura considerando a difusividade térmica em função da temperatura local. Sendo assim, muitas vezes emprega-se uma equação tridimensional do calor e técnicas de otimização via método inverso.

Além disso, no estudo de Silva et al [117] para a determinação da difusividade térmica da polpa de coco verde, analisaram-se cinco expressões, em que uma com valor constante e quatro com expressões crescentes, dadas como função da temperatura local. Assim, o pior resultado para descrever o processo de aquecimento foi obtido com difusividade térmica constante, que mostrou com os outros quatro resultados. Três expressões exponenciais mostraram bons resultados para simular o aquecimento do produto, mas o cosseno hiperbólico usado para representar a difusividade térmica em função da temperatura local teve bons resultados estatísticos de indicadores superiores e uma distribuição de erro que pode ser considerada aleatória, com frequência absoluta versus erros próximo ao de uma distribuição gaussiana.

Nesse cenário, pode-se citar o estudo de Sarkis, Marczak e Tessaro [102] em que determinaram a difusividade térmica da polpa de mirtilo com diferentes teores de sólidos totais e em diferentes temperaturas. A determinação da difusividade térmica foi obtida através da solução analítica da transferência de calor em estado transiente para um cilindro

longo. O método foi baseado no experimento realizado por Bairi e outros pesquisadores e o aparato experimental utilizado foi explicado detalhadamente por Bairi et al [77] e o aparato experimental utilizado é explicado por Souza et al [118]. O equipamento consiste em células cilíndricas de cobre, com diâmetro de  $11\text{mm}$  e comprimento de  $105\text{mm}$ , preenchidas com  $10\text{g}$  de amostra da qual quer se determinar a difusividade. No centro geométrico da parte interna da célula foi fixado um termopar tipo T, previamente calibrado, e nas extremidades foram colocados rolhas de silicone.

A amostra já inserida na célula cilíndrica, foi colocada em um banho termostático de temperatura constante de modo que a temperatura externa não estivesse nenhuma variação, sendo que esta temperatura é a temperatura do início do experimento  $T_0$ . Após o equilíbrio térmico, o cilindro foi transferido para um segundo banho termostático com temperatura aproximadamente  $30^\circ\text{C}$  mais que a anterior. Neste, a amostra foi mantida até atingir a temperatura de equilíbrio  $T_e$ . A temperatura no interior da célula foi monitorada durante todo o experimento com o mesmo sistema de aquisição de dados utilizado na determinação do calor específico [77]. A difusividade térmica foi determinada na temperatura média entre o banho inicial ( $T_0 = 25^\circ\text{C}$ ) e o banho de aquecimento ( $T_e = 55^\circ\text{C}$ ).

Assim, Azoubel et al [119] avaliaram a propriedade para o suco de caju com diferentes concentrações e observaram que a difusividade térmica aumentou linearmente com a diminuição da concentração, se aproximando do valor da água. Os valores encontrados variaram entre  $1,29$  e  $1,48 \times 10^{-7}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ . Os valores encontrados para o mirtilo foram similarmente aos determinados por Souza et al [118], que analisou este e outros frutos. Assim sendo, também estão na mesma faixa dos experimentos de Moura et al [120] para a polpa de cupuaçu, açaí e graviola.

#### 4.5.5 Discussão final

Nos processos de aquecimento, é relevante o conhecimento dos parâmetros termo físicos dos produtos com o intuito de descrever tal processo, definir o tempo, os custos destas operações e garantir a segurança alimentar [112], [65]. Assim, nesse estudo, de posse dos parâmetros termo físicos, pode-se realizar simulações da penetração do calor nos pontos mais desfavoráveis, de modo a determinar o tempo necessário para inativar agentes, por exemplo.

Assim sendo, tem-se que a difusividade térmica de um material é influenciada pela temperatura, umidade, massa específica e porosidade. Então, os frutos não fogem à regra, assim, o conhecimento dessas propriedades são fundamentais para obter a difusividade térmica dos frutos. Os estudos de Farias [112] e Carbonera [5], são alguns que enfatizam a variação da difusividade térmica em consequência da variação da temperatura e da umidade do produto, durante o processamento. Ressalta-se que muitos produtos alimentícios não são homogêneos e a difusividade térmica pode variar de um local para outro dentro do

mesmo produto. Entretanto, é comum encontrar na literatura diversos resultados que expressa constante, a difusividade térmica aparente dos produtos pesquisados [5],[107], [1], [78] e [3].

Em suma, nos experimentos descritos neste estudo, os produtos aquecidos foram inseridos em recipientes com geometria cilíndrica e a equação de difusão foi resolvida com o objetivo de estudar a cinética de penetração de calor, considerando as simplificações:  $\lambda = 1$ ,  $\Gamma^\phi = \alpha = \frac{k}{\rho c_p}$  e  $\Phi = T$ . Assim, a difusividade térmica aparente foi relacionada com a temperatura local no interior do recipiente, pois os dados experimentais estavam em estado transiente do processo de aquecimento, com variação entre as temperaturas inicial e final. Assim, realizou-se otimizações para a cinética de penetração do calor no centro do recipiente usando várias expressões crescentes que representam a difusividade térmica aparente como função da temperatura local.

Diante disso, é notório que esta pesquisa tem sua relevância no fato de possibilitar a simulação de aquecimento que foi o foco deste estudo e ou de resfriamento de produtos contidos em recipientes cilíndricos, servindo de vantagem numa perspectiva industrial. Sendo assim, pode-se alterar as embalagens fazendo-se necessário apenas realizar uma simulação com o *software* desenvolvido, com o intuito de verificar o tempo necessário em que todo o produto estará na temperatura de inativação dos agentes patogênicos.



## 5 Conclusões

### 5.1 Considerações preliminares

No capítulo anterior, realizou-se a validação e discussão do *software* desenvolvido, por comparação dos resultados obtidos com as ferramentas desenvolvidas neste trabalho e aquelas disponíveis na literatura, bem como a apresentação e discussão dos resultados obtidos. No capítulo que aqui se inicia, são apresentadas as principais conclusões obtidas, bem como sugestões para possíveis trabalhos futuros, a partir de ideias trabalhadas ao longo desta dissertação.

### 5.2 Conclusões preliminares

Nesse contexto, diante dos resultados obtidos, tanto nos testes de validação quanto nas aplicações aos dados experimentais dos produtos (ágar gel, purê de tomate e polpa de caju), é possível apresentar algumas conclusões que serão enumeradas a seguir.

- A solução analítica da equação de difusão bidimensional em coordenadas cilíndricas apresentou resultados consistentes e coerentes, em todos os testes realizados com dados disponíveis na literatura.

- O *software* desenvolvido para simular o processo de difusão de calor mediante o aquecimento transiente dos produtos na determinação de parâmetros termo físicos forneceu resultados condizentes com a literatura para o caso da geometria cilíndrica.

- O *software* utilizado nesse trabalho foi validado a partir de vários conjuntos de dados obtidos por simulação numérica. Os resultados obtidos com o uso do *software* proposto para o cálculo da difusividade térmica aparente foram compatíveis com os valores apresentados na literatura para este parâmetro.

- O *software* desenvolvido, bem como o *LS Optimizer*, foi bem sucedido na descrição do processo de difusão de calor para a condição de contorno do primeiro tipo em corpos com geometria cilíndrica.

### 5.3 Conclusões a partir das discussões

No âmbito deste estudo de aquecimento, para os alimentos utilizados (ágar gel, purê de tomate e polpa de caju), tem-se apenas os valores globais da difusividade térmica. Uma ferramenta de *software* apropriada, com base na otimização de mínimos quadrados de uma solução de diferença finita, com base na equação do calor.

Sendo assim, tem-se um método rápido e fácil de se usar para a estimativa desenvolvida para a difusividade térmica. O método foi validado experimentalmente e seus resultados comparados com os obtidos por outros estudos nesse ramo. O *software* desenvolvido também permitiu estimar a difusividade térmica via curvas de penetração de calor obtidas por limite variável de temperatura. Então, foi possível excluir a contribuição do recipiente a partir da estimativa da difusividade térmica dos alimentos e o caso de temperatura variável também foi estudado corretamente. Em suma, o método estudado acaba sendo uma ferramenta útil para o ramo científico de diversos processos, como esterilização, pasteurização, além de contribuições no controle e eliminação de agentes patogênicos presentes em alimentos, tanto nos que foram base para este estudo, quanto nos demais de forma abrangente.

Neste estudo, mostramos como uma ideia simples melhora os resultados obtidos para a difusividade térmica, por meio da utilização de dois termos das séries que representam o analítico da solução da equação de condução de calor com fronteira na condição de contorno de primeiro tipo, mantendo a maior quantidade de informações estatísticas. Além disso, o algoritmo proposto evita a subjetividade sobre o número de pontos experimentais a serem eliminados, a fim de usar 2 termos na determinação da térmica difusividade aparente.

As ferramentas analíticas desenvolvidas - algorítmico de otimização e solução analítica - foram validados a partir de vários conjuntos de dados obtidos por simulação numérica, através de um *software* disponível na literatura. Os resultados obtidos com o uso do algorítmico proposto para o cálculo da difusividade térmica aparente foram compatíveis com o valor pré-estabelecido para este parâmetro, através da qual os dados foram gerados por simulação numérica na região central do cilindro.

Em termos de contribuição, tem-se que as ferramentas analíticas desenvolvidas foram bem sucedidas na descrição do processo de difusão de calor para a condição de contorno do primeiro tipo. Os resultados obtidos foram corroborados por dados experimentais disponíveis na literatura.

Além do que, tem-se a abordagem OREP apresentada para a condição de contorno do terceiro tipo, com as modificações citadas, para determinar a difusividade térmica aparente com erros aceitáveis, quando a transferência de calor se dá por condução e é governada pela condição de contorno do primeiro tipo.

## 5.4 Sugestões para futuros trabalhos

Como sugestões para futuras pesquisas, podem-se citar as seguintes:

- Aplicação da metodologia proposta para aquecimento de produtos acondicionados

em recipiente em formato cilíndrico.

- Aplicação da metodologia proposta para outros produtos alimentícios em estado pastoso.

- Fazer simulações de aquecimento em outras faixas de temperatura para os produtos cilíndricos aplicados nesta pesquisa.

- Aplicação da metodologia proposta para o congelamento de produtos acondicionados em recipiente com geometria cilíndrica.

- Considerar que os parâmetros termo físicos e as dimensões do domínio sejam variáveis ao longo do processo e aplicar a solução analítica bidimensional para os produtos com geometria cilíndrica, utilizando parte da metodologia proposta.

- Determinar outras propriedades termo físicas, além da difusividade térmica, por meio do *LS Optimizer*.

- Empregar os produtos trabalhados em outras condições de contorno, além de outras geometrias.



## Referências

- 1 PLAZL, I.; LAKNER, M.; KOLOINI, T. Modeling of temperature distributions in canned tomato based dip during industrial pasteurization. *Journal of Food Engineering*, v. 75, n. 3, p. 400–406, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 23, 127, 128 e 131.
- 2 OLIVEIRA, E. P. *Estimação da difusividade térmica de iogurtes comerciais – aplicação do método flash*. 120 f p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal da Paraíba, 2009. Citado na página 24.
- 3 NEVEN, U. Thermal diffusivity estimation using numerical inverse solution for 1 d heat conduction. *Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 52, n. 25-26, p. 5675–5681, 2009. Citado 13 vezes nas páginas 24, 71, 72, 77, 79, 121, 122, 123, 124, 125, 127, 128 e 131.
- 4 BETTA, G. et al. A quick method for thermal diffusivity estimation: Application to several foods. *Journal of Food Engineering*, v. 91, n. 1, p. 34–41, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 77.
- 5 CARBONERA, L. et al. Determinação experimental da difusividade térmica de uma massa de tomate comercial. *Brazilian Journal of food Technology*, v. 6, n. 2, p. 285 – 290, 2003. Citado 7 vezes nas páginas 24, 69, 123, 127, 128, 130 e 131.
- 6 LOPES, P. *Caju*. Brasil Escola, 2021. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/frutas/caju.htm>>. Citado na página 25.
- 7 GALO, J. Q. B. et al. Conservação pós-colheita de mamão 'sunrise solo' com uso de quitosana. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 36, n. 2, p. 305–312, 2014. Nenhuma citação no texto.
- 8 ARAUJO, J. P. P. Agronegócio caju: Práticas e inovações. *Embrapa Informação Tecnológica*, n. 1, p. 532, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 26, 27, 28 e 29.
- 9 CHITARRA, M. I. F.; CHITARRA, A. B. Pós-colheita de frutos e hortaliças: Fisiologia e manuseio. Lavras: UFLA, 2005. Citado na página 26.
- 10 ALCANTARA, S. R. Isotermas de adsorção do pedúnculo seco do caju. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, Campina Grande/PB, v. 13, n. 1, p. 81–87, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- 11 PINHO, L. X. Aproveitamento de resíduo do pedúnculo de caju (*anacardium occidentale* l) para alimentação humana. 2009. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- 12 ABREU, F. A. P. d. Extrato de bagaço de caju rico em pigmentos. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Química, XVIII., Foz do Iguaçu, p. 9697–9703, 2001. Citado na página 27.
- 13 UCHOA, A. M. A. et al. Parâmetros físico-químicos, teor de fibra bruta e alimentar de pós alimentícios obtidos de resíduos de frutas tropicais. Citado na página 27.

- 14 ALVES, F. M. S.; MACHADO, A. V.; QUEIROGA, K. H. Alimentos produzidos a partir de farinha, obtida por secagem. *Revista Verde*, Mossoró/RN, v. 6, n. 3, p. 131–138. Citado na página 27.
- 15 AGOSTINI-COSTA, T. d. S.; VIEIRA, R. F.; NAVES, R. V. Caju, identidade tropical que exala saúde. Disponível em: <<https://noticias.ambientebrasil.com.br/artigos/2005/12/23/22345-caju-identidade-tropical-que-exala-saude.html>. Acesso em: 18 set. 2021>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 29.
- 16 BARROS, L. d. M. *Tecnologia do caju vai contribuir com educação alimentar*. 2021. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/busca-de-noticias/-noticia/18011524/tecnologia-do-caju-vai-contribuir-com-educacao-alimentar>. Acesso em: 26 de junho de 2021>. Citado na página 27.
- 17 BARROS, L. M. *Árvore do conhecimento - Caju*. 2017. Disponível em: <<http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/caju/arvore/CONT000fi8wxjm202wyiv80z4s473zfkkt9.html>. Acesso em: 25 de junho de 2021>. Citado na página 28.
- 18 BRANDAO, V. A. A. *Resfriamento e congelamento de sólidos com forma complexa via técnica da fluidodinâmica computacional. Estudo de caso: Pedúnculo do caju*. 158 f p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2016. Citado 10 vezes nas páginas 28, 29, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 68 e 127.
- 19 MORAES, F. P. d. *Suco desidratado de Caju (Anacardium occidentale L.) por atomatização: caracterização físico-química, bioativa e estudo da vida de prateleira do produto*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN, 2014. Citado na página 28.
- 20 BRAINER, M. S. C. P.; VIDAL, M. F. Cajucultura. Disponível em: <[https://www.bnb.gov.br/documents/80223/7106244/114\\_Caju.pdf/b0348238-45be-b060-3629-488c2e70a499](https://www.bnb.gov.br/documents/80223/7106244/114_Caju.pdf/b0348238-45be-b060-3629-488c2e70a499). Acesso em: 01 de julho de 2021.> Citado na página 29.
- 21 LUIZ, K. M. B. *Avaliação das características físico-químicas e sensoriais de tomates (Lycopersicon esculentum Mill) armazenados em refrigeradores domésticos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2005. Citado 5 vezes nas páginas 30, 31, 32, 33 e 34.
- 22 INTERNET. *Tomate*. 2021. Disponível em: <<https://pt.dreamstime.com/fotografia-de-stock-tomates-e-purC3A9-do-tomate-image28487792>. Acesso em: 20 de agosto de 2021>. Citado na página 30.
- 23 FERREIRA, P. F. Qualidade físico-química do extrato de tomates. Faculdade de Tecnologia SENAC, p. 30 f, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.
- 24 GEL, E. g. *Ágar gel*. 2021. Disponível em: <<https://agargel.com.br/agar-agar/>. Acesso em: 16 de agosto de 2021>. Citado 3 vezes nas páginas 35, 36 e 37.
- 25 PEREIRA, J. M. A. T. et al. Avaliação da qualidade físico-química, microbiológica e microscópica de polpas de frutas congeladas comercializadas na cidade de viçosa-mg. *Alimentos e Nutrição Araraquara*, v. 17, n. 4, p. 437– 442, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 37, 38 e 44.

- 26 BRASIL. Instrução normativa nº 01, de 7 de janeiro de 2000. aprova o regulamento técnico geral para fixação dos padrões de identidade e qualidade para polpa de frutas (e suco de frutas). Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, 2000. Citado na página 38.
- 27 CHAVES, M. d. C. V. e. a. Caracterização físico-química do suco da acerola. *Revista de Biologia e Ciências da Terra*, v. 4, n. 2, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- 28 PARK, K. J.; ANTÔNIO, G. C. Análise de materiais biológicos. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/16289290-Analises-de-materiais-biologicos.html>. Acesso em: 19set.2021>. Citado 3 vezes nas páginas 38, 39 e 40.
- 29 LUTZ, I. A. Métodos físico-químicos para análise de alimentos. São Paulo, 2008. Citado na página 38.
- 30 CECCHI, H. M. Fundamentos teóricos e práticos em análise de alimentos. Unicamp, São Paulo, p. 208, 2003. Citado na página 39.
- 31 RIBEIRO, E. P.; SERAVALLI ELISENA, A. G. *Química de Alimentos*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blicher Ltda., 2007. Citado na página 39.
- 32 VASCONCELOS, M. A. d. S.; FILHO, A. B. d. M. *Conservação de Alimentos*. 1. ed. Recife: EDUFRPE, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 45.
- 33 ATAIDE, J. S. P. d. *Transferência de calor durante o processo de pasteurização de polpas de frutas armazenadas em recipientes obtidos por revolução de áreas planas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande/PB, 2014. Citado 6 vezes nas páginas 40, 41, 43, 51, 127 e 128.
- 34 GAVA, A. J. *Princípios de Tecnologia de Alimentos*. 2. ed. São Paulo: Nobel, 2009. 242 p. Citado 3 vezes nas páginas 41, 42 e 43.
- 35 TERUEL, J. M. B. Tecnologia de resfriamento de frutas e hortaliças. *Revista Brasileira de Agrociência*, v. 14, n. 2, p. 199–220, 2008. Citado na página 41.
- 36 FELLOWS, P. *Food processing technology: principles and practice*. 2. ed. [s.n.]. Disponível em: <[https://lms.ead1.com.br/webfolio/Mod4916/tecnologia\\_de\\_alimentos\\_v1.pdf](https://lms.ead1.com.br/webfolio/Mod4916/tecnologia_de_alimentos_v1.pdf). Acesso em: 20set.2021.> Citado 3 vezes nas páginas 41, 44 e 52.
- 37 WOJSLAW, E. B. *Tecnologia de alimentos*. Brasília: [s.n.], 2013. Citado na página 41.
- 38 ELES-MARTINEZ P.; MARTIN-BELLOSO, O. *Effects of high intensity pulsed electric field processing conditions on vitamin C and antioxidant capacity of orange juice and gazpacho, a cold vegetable soup*. 1. ed. [S.l.]: Food Chem, 2007. v. 102. 201-209 p. Citado na página 42.
- 39 AZEREDO, H. M. C. d. *Fundamentos de Estabilidade de alimentos*. 2. ed. Brasília: Técnica, 2004. 326 p. Citado na página 42.
- 40 GUTIERREZ, C. G. C. C. *Distribuição do tempo de residência em processo de pasteurização com trocador de calor a placas*. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Escola de São Paulo, Departamento de Engenharia Química, São Paulo, 2008. Citado na página 42.

- 41 FONTANA, D. H. G. *Elaboração de um modelo para o controle do processo de pasteurização em cerveja envasada (in-package)*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.
- 42 TEIXEIRA, C. K. B.; NEVES, E. C. A.; PENA, R. S. Estudo da pasteurização da polpa de graviola. *Alimentos e Nutrição*, v. 17, n. 3, p. 251–257, 2006. Citado na página 43.
- 43 BRASIL, A. S. et al. Evaluation of physicochemical quality of frozen fruit pulp marketed in the city of cuiabámt. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 1, n. 38, p. 167–175, 2016. Citado na página 44.
- 44 SILVA A. S. AND ALMEIDA, F. et al. Desidratação e efeito de pré-tratamentos no extrato seco do pimentão verde. *Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais*, v. 10, n. 1, p. 27–34, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- 45 HAUKE, G. *An introduction to fluid mechanics and transport phenomena*. [S.l.]: Springer Science and Business Media, 2008. v. 6. 296 p. Citado na página 45.
- 46 INCROPERA, F.; BERGMAN, T.; DEWITT, D. Fundamentos de transferência de calor e de massa. Barueri LTC, p. 643, 2008. Citado 5 vezes nas páginas 45, 49, 50, 51 e 62.
- 47 GUIMARÃES, I. et al. Filme comestível à base de amido e micro/nanofibrilas de celulose de cenoura prolonga a vida útil de cenoura minimamente processada. *Boletim do CEPPA*, v. 34, n. 1, p. 85–110, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 49.
- 48 NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica - fluidos, oscilações, ondas e calor*. 4. ed. São Paulo/SP: Editora Edgard Blucher Ltda, 2005. 328 p. Citado na página 46.
- 49 LINS, M. A. A. *Estudo analítico e numérico das propriedades termo-físicas durante o processo de transferência de calor em produtos de forma cilíndrica*. 262 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2013. Citado 7 vezes nas páginas 47, 69, 70, 71, 73, 127 e 128.
- 50 SILVA, W. P. d. et al. Medida de calor específico e lei de resfriamento de newton: Um refinamento na análise dos dados experimentais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 25, n. 4, p. 1–7, 2003. Citado na página 48.
- 51 ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. *Transferência de Calor e Massa: Uma abordagem prática*. 4. ed. São Paulo/SP: McGraw Hill Brasil, 2009. 906 p. Citado na página 49.
- 52 SEARS, F. W. e. a. *Física IV: Termodinâmica e Ondas*. 12. ed. São Paulo/SP: Pearson Addison Wesley, 2009. Citado na página 50.
- 53 FARIAS, V. S. O. et al. Drying of solids with irregular geometry: numerical study and application using a threedimensional model. *Heat Mass Transfer*, v. 49, n. 5, p. 695–709, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 123.
- 54 BONDUELLE, G. M. et al. Análise da massa específica e da retrabilidade da madeira de tectona grandiz nos sentidos axial e radial do tronco. *Revista Floresta*, v. 45, n. 4, p. 671–680, 2015. Citado na página 50.

- 55 WILTON, P. d. S.; CLEIDE, M. e. S.; MARCOS, A. L. Optimal removal of experimental points to determine apparent thermal diffusivity of canned products. *Journal of Food Engineering.*, v. 1, n. 10, p. 223–231, 2014. Citado 7 vezes nas páginas 50, 66, 123, 124, 126, 127 e 128.
- 56 COSTA, H. C. B.; SILVA, D. O.; VIEIRA, L. G. M. Physical properties of açai-berry pulp and kinetics study of its anthocyanin thermal degradation. *Journal of Food Engineering*, v. 2, n. 239, p. 104–113, 2018. Citado na página 51.
- 57 MOURA, S. C. S. R. et al. Physical and rheological properties of fruit products. *Journal of Food Technology*, v. 19, n. 2, 2016. Citado na página 51.
- 58 ZABALAGA, R. F.; FUENTE, C. I. A.; TADINI, C. C. Experimental determination of thermophysical properties of unripe banana slices (*musa cavendishii*) during convective drying. *Journal of Food Engineering*, v. 187, n. 35, p. 62–69, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.
- 59 LIN, L.; KEDZIERSKI, M. A. Specific heat of aluminum-oxide nanolubricants. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 126, p. 1168–1176, 2018. Citado na página 53.
- 60 GIAROLA, T. M. O.; PEREIRA, C. G.; RESENDE, J. V. Thermal conductivity of mango pulp (*mangifera indica* l) cultivar "ubari" in freezing temperatures. *International Journal of Food Properties*, v. 19, n. 2, p. 385–394, 2016. Citado na página 53.
- 61 GUINE, R. P. F. et al. Evaluation of thermophysical properties and drying kinetics of carrots in a convective hot air drying system. *Agricultural Engineering International*, v. 18, n. 3, p. 245–257, 2016. Citado na página 54.
- 62 MAHBUBUL, I. M. Thermophysical properties of nanofluids preparation, characterization, properties and application of nanofluid. *Micro and Nano Technologies*. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/336825286\\_Preparation\\_Characterization\\_Properties\\_and\\_Application\\_of\\_Nanofluid](https://www.researchgate.net/publication/336825286_Preparation_Characterization_Properties_and_Application_of_Nanofluid).Acessoem22set.2021.> Citado na página 54.
- 63 FEITOSA, R. M. et al. Cinética de congelamento e difusividade térmica efetiva do feijão fava. *Revista Agropecuária Técnica*, v. 38, n. 3, p. 147–152, 2017. Citado na página 56.
- 64 GOMES, F. M. P.; COELHO, N. A.; PEDROSO, L. J. Uma solução analítico-numérica para a difusividade do calor em um cilindro com e sem geração de calor. *Revista Interdisciplinar em Pesquisa e Engenharia*, v. 2, n. 12, p. 142–180, 2016. Citado na página 56.
- 65 TRES, M. V. et al. Determinação da difusividade térmica de alimentos: Medidas experimentais e simulação numérica. *Perspectiva, Erechim*, v. 35, n. 131, p. 43–56, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 58, 128 e 130.
- 66 DICKERSON, G. M. An apparatus for measurement of thermal diffusivity of foods. *Food Technology.*, v. 22, p. 37–52, 1965. Citado na página 58.
- 67 FARIAS, V. S. d. O. *Difusão 3D em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2011. Citado 9 vezes nas páginas 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 67 e 86.

- 68 MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. [S.l.]: Rio de Janeiro: LTC Editora S, A, 2004. 453 p. Citado 5 vezes nas páginas 59, 60, 61, 63 e 82.
- 69 LINS, M. A. A. *Estudo analítico e numérico das propriedades termo-físicas durante o processo de transferência de calor em produtos de forma cilíndrica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 62, 63, 64 e 92.
- 70 SILVA, C. M. D. P. d. S. e. *Ferramentas analíticas e numéricas para a descrição da secagem de sólidos na forma de cilindros e de elipsóides*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2012. Citado 6 vezes nas páginas 62, 64, 65, 88, 92 e 95.
- 71 MULLER, W. A. *Aspectos cinéticos e térmicos da inativação do fungo *Aspergillus fumigatus* em suco de maçã sob aquecimento convencional e ôhmico*. 133 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio grande do Sul, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 69, 75 e 76.
- 72 BALL, C. O.; OLSON, F. C. W. Sterilization in food technology. *Theory, Practice and Calculation*. Disponível em: <<https://www.cabdirect.org/cabdirect/abstract/19580401739>. Acesso em 16 de agosto de 2021>. Citado 3 vezes nas páginas 69, 70 e 73.
- 73 MARKOWSKI, M. et al. Determination of thermal diffusivity of lyoner type sausages during water bath cooking and cooling. *Journal of Food Engineering*, v. 65, n. 4, p. 591–598, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 69, 125 e 128.
- 74 GLAVINA, M. Y. et al. Estimation of thermal diffusivity of foods using transfer functions. *Science @direct*, v. 39, p. 455–459, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 70 e 128.
- 75 HOLDSWORTH, S. D.; SIMPSON, R. *Thermal processing of packaged food*. [S.l.]: Springer International Publishing., 2016. v. 3. 516 p. Citado na página 70.
- 76 GUT, J. A. W.; PINTO, J. M. Selecting optimal configurations for multisection plate heat exchangers in pasteurization processes. *Industrial and Engineerin Chemistry Research.*, v. 42, p. 6112–6124, 2003. Citado na página 71.
- 77 BAIRI, A.; LARAQI, N.; MARIA, J. M. G. D. Determination of thermal diffusivity of foods using id fourier cylindrical solution. *Journal of Food Engineering.*, v. 78, n. 2, p. 669–675, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 71, 128 e 130.
- 78 BETTA, G. et al. A quick method for thermal diffusivity estimation: application to several foods. *Journal of Food Engineering.*, v. 91, n. 1, p. 34–41, 2009. Citado 7 vezes nas páginas 72, 122, 123, 125, 127, 128 e 131.
- 79 SILVA, W. P. d. et al. Mass and heat transfer study in solids of revolution via numerical simulations using finite volume method and generalized conordinates for the cauchy boundary condition. *International Journal of Heat Transfer.*, v. 52, n. 21-22, p. 1183–1194, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 72 e 73.
- 80 SILVA, W. P. d. et al. Influence of the geometry on the numerical simulation of isothermal drying kinetics of bananas. *World Applied Sciences Journal.*, v. 7, n. 7, p. 846–855, 2009. Citado na página 73.

- 81 CARCIOFI, B. A. M.; FAISTEL, J.; ARAGÃO G. M. F LAURINDO, J. B. Determination of thermal diffusivity of mortadella using actual cooking process data. *Journal of Food Engineering.*, v. 55, p. 89–94, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 73 e 128.
- 82 MARCOTTE, M.; ALI, R. T.; YOUSEF, K. Thermophysical properties of processed meat and poultry products. *International Journal of Food Engineering.*, v. 88, n. 3, p. 315–322, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 73 e 74.
- 83 RINALD, M. et al. Simulation and experimental validation of simultaneous heat and mass transfer for cooking process of mortadella bologna. *International Journal of Food Science and Technology.*, v. 46, n. 3, p. 586–593, 2011. Citado na página 74.
- 84 RINALD, M.; CHIAVARO, E.; MASSINI, R. Apparent thermal diffusivity estimation for the heat transfer modelling of pork loin under air/steam cooking treatments. *International Journal of Food Science and Technology.*, v. 45, n. 9, p. 1909–1917, 2010. Citado na página 74.
- 85 WILTON, P. d. S.; CLEIDE, M. e. S.; MARCOS, A. L. Determination of expressions for the thermal diffusivity of canned foodstuffs by the inverse method and numerical simulations of heat penetration. *International Journal of Food Science and Technology.*, v. 46, n. 4, p. 811 – 818, 2011. Citado 8 vezes nas páginas 74, 109, 122, 125, 126, 127, 128 e 129.
- 86 JARAMILLO-FLORES, M. E.; HERNANDEZ-SANCHEZ, H. Thermal diffusivity of soursop (*annoma muricara* l) pulp. *Journal of Food Engineering.*, v. 46, n. 2, p. 139–143, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 74 e 127.
- 87 SALTERRY, J. C. *Advanced Transport Phenomena*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1999. 709 p. Citado 2 vezes nas páginas 82 e 85.
- 88 BIRD, R. B.; STEWART, W. E. N. *Transport phenomena*. [S.l.]: New York: John Wiley e Sons, 2001. 912 p. Citado na página 82.
- 89 LIVI, C. P. *Fundamentos de fenômenos de transporte*. 2. ed. [S.l.]: Barueri: LTC, 2012. 254 p. Citado na página 82.
- 90 MEDEIROS, M. S. d. *Determinação da difusividade térmica e descrição da transferência de calor durante o processo de pasteurização da polpa do coco verde*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande/PB, 2020. Citado na página 86.
- 91 LUIKOV, A. V. *Analytical heat diffusion theory*. 1. ed. [S.l.]: Academic Press, 1968. 685 p. Citado na página 87.
- 92 HUNAG, L. Computer simulation of heat transfer during in-package pasteurization of beef frankfurters by hot water immersion. *Journal of Food Engineering*, v. 80, n. 3, p. 839–849, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 91 e 128.
- 93 KIZILTAS, S.; ERDOGDU, F.; PALAZOGLU, T. K. K. Simulation of heat transfer for solid-liquid mixtures in cans and model validation under pasteurization conditions. *Journal of Food Engineering*, v. 97, n. 4, p. 449–456, 2010. Citado na página 91.

- 94 COSTA, W. S. d. *Descrição da transferência de calor em produtos alimentares submetidos a processos com condição de contorno variável*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2015. Citado na página [92](#).
- 95 CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. *Métodos numéricos para engenharia*. 5. ed. [S.l.]: Porto Alegre: AMGH, 2011. 825 p. Citado na página [93](#).
- 96 SOUTO, L. M. d. *Propriedades termofísicas e descrição do resfriamento de produtos agrícolas com geometria cilíndrica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande/PB, 2020. Citado na página [94](#).
- 97 LIMA, A. G. B.; QUEIROZ, M. R.; NEBRA, A. S. Simultaneous moisture transport and shrinkage during drying of solids with ellipsoidal configuration. *Chemical Engineering Journal*, v. 86, n. 1, p. 85–93, 2002. Citado na página [94](#).
- 98 SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LINS, M. A. A. Determination of expressions for the thermal diffusivity of canned foodstuffs by the inverse method and numerical simulations of heat penetration. *International Journal of Food Science and Technology*, v. 46, n. 4, p. 811–818, 2011. Citado na página [94](#).
- 99 SILVA, W. D. et al. Heat transfer during pasteurization of fruit pulps stored in containers with arbitrary geometries obtained through revolution of flat areas. *Journal of Food Engineering*, v. 53, n. 5-6, p. 1183–1194, 2018. Citado 3 vezes nas páginas [108](#), [128](#) e [129](#).
- 100 LEVENBERG, K. A method for the solution of certain problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, v. 2, p. 164 – 168. Citado 3 vezes nas páginas [109](#), [122](#) e [124](#).
- 101 MARQUARDT, D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 11, n. 2, p. 431–441, 1963. Citado 2 vezes nas páginas [109](#) e [122](#).
- 102 SARKIS, J. R.; MARCZAK, L. D. F.; TESSARO, I. C. Determinação das propriedades físicas da polpa de martilo com diferentes teores de sólidos totais. In: *Oktoberforum - PPGEQ, IX.*, p. 1–8, 2010. Citado 3 vezes nas páginas [115](#), [116](#) e [129](#).
- 103 SILVA, W. P. et al. Mathematical model for determining thermal properties of whole bananas with peel during the cooling process. *Journal of Food Engineering*, v. 227, n. 1, p. 11 – 17. Citado 3 vezes nas páginas [121](#), [123](#) e [127](#).
- 104 MARIANI, V.; AMARANTE, A.; COELHO, L. Estimation of apparent thermal conductivity of carrot puree during freezing using inverse problem. *International Journal of Food Science and Technology*, v. 44, p. 1292 – 1303. Citado 2 vezes nas páginas [121](#) e [128](#).
- 105 MURAMATSU, Y. et al. Rapid inverse method to measure thermal diffusivity of low-moisture foods. *Food Research International*, v. 45, n. 2, p. 695–699, 2017. Citado 2 vezes nas páginas [122](#) e [123](#).
- 106 MOHAMED, I. O. Determination of cold spot location for conduction-heated canned foods using inverse approach. *International Journal of Food Processing and Technology*, v. 2, n. 4, p. 10–17, 2015. Citado na página [123](#).

- 107 LEMMON, E.; MCLINDEN, M.; FRIEND, D. Thermophysical properties of fluid systems. National Institute of Standards and Technology., n. 69, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 124, 128 e 131.
- 108 PANAS, A. J.; SYPEK, J. Validation of the thermal diffusivity from modified monotonic heating regime procedure. International Journal of Thermophysics., v. 27, n. 6, p. 58–1844, 2006. Citado na página 125.
- 109 ERDOGDU, F. A review on simultaneous determination of thermal diffusivity and heat transfer coefficient. Journal of Food Engineering, v. 86, n. 3, p. 453–459, 2008. Citado na página 125.
- 110 ERDOGDU, F. et al. Experimental determination of thermal conductivity and thermal diffusivity of whole green (unripe) and yellow (ripe) cavendish bananas under cooling conditions. Journal of Food Engineering, v. 128, p. 46–52, 2014. Citado na página 125.
- 111 PATANKAR, S. Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation, v. 1, 1980. Citado na página 126.
- 112 FARIAS, V. et al. Transient diffusion in arbitrary shape porous bodies: numerical analysis using boundary-fitted coordinates. Numerical Anal Heat Mass Transf Porous Media – Adv Structured Mater, v. 46, n. 27, p. 85–119, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 126, 128 e 130.
- 113 FRICKE, B. A.; BECKER, B. R. Evaluation of thermophysical property models for foods. HVACR Research., v. 7, n. 4, p. 330–331, 2001. Citado na página 127.
- 114 SAHIN, S.; SUMNU, S. G. Refrigeration handbook: Chapter 9 - thermal properties of foods. Disponível em: <[https://www.academia.edu/38874329/THERMAL\\_PROPERTIES\\_OF\\_FOODS](https://www.academia.edu/38874329/THERMAL_PROPERTIES_OF_FOODS).Acessoem22deAgostode2021>. Citado na página 127.
- 115 KUROZAWA, L. E. et al. Thermal conductivity and thermal diffusivity of papaya (carica papaya l.) and cashew apple (anacardium occidentale l. Brazilian Journal Food Technology., v. 11, n. 1, p. 78–85, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 127 e 128.
- 116 KORESE, J. K. et al. Simulation of transient heat transfer during cooling and heating of sweet potato (ipomoca batatas (l. lam.) roots under forced-air conditions. Applied Thermal Enrineeering., v. 111, p. 117–1171, 2017. Citado na página 129.
- 117 SILVA, W. P.; MEDEIROS, M. S.; GOMES, J. P. Improvement of methology for determining local thermal diffusivity and heating time of green coconut pulp during its pasteurization. Journal of Food Engineering., v. 285, p. 80–117, 2020. Citado na página 129.
- 118 SOUZA, D.; MARCZAK, L. D. F.; TESSARO, I. C. *Determinação das propriedades físicas de polpas e héctares de pequenos frutos*. 191 f p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio grande do Sul, 2008. Citado na página 130.
- 119 AZOUBEL et al. Effect of concentration on the physical properties of cashew juice. Journal of Food En ginnering., v. 66, n. 4, p. 413–417, 2005. Citado na página 130.

120 MOURA, S. C. R. D. et al. Propriedades físicas e reológicas de produtos à base de frutas. *Journal of Food Engineering.*, v. 19, n. 2, 2016. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bjft/a/Wsc8sSJxfwWk7RJXDLSdnqd/?lang=pt&format=pdf.Acessoem16deagostode2021>>. Citado na página 130.