

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

TROCA DE SABOR EM EXTENSÕES DO MODELO PADRÃO
Aubery Vital de Andrade

CAMPINA GRANDE

- 2012 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

TROCA DE SABOR EM EXTENSÕES DO MODELO PADRÃO

Aubery Vital de Andrade

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

CAMPINA GRANDE

- 2012 -

A553t Andrade, Aubery Vital de.
Troca de sabor em extensões do modelo padrão / Aubery Vital de
Andrade. – Campina Grande, 2012.
67 f.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina
Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2012.
"Orientação: Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte".
Referências.

1. Física. I. Aponte, Diego Alejandro Cogollo. II. Título.

CDU 53(043)

TROCA DE SABOR EM EXTENSÕES DO MODELO PADRÃO

Aubery Vital de Andrade

APROVADA EM 21 DE JUNHO DE 2012.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte
Orientador

Prof. Dr. Carlos Pires
Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Francisco de Assis Brito
Universidade Federal de Campina Grande

A minha querida Avó (In Memoriam).

AGRADECIMENTOS

-À Deus que me deu forças e perseverança para começar e concluir este projeto.

-À Meu Orientador o Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo pela orientação, sugestão, estímulo e competência com que conduziu este trabalho. Também o agradeço por todo o aprendizado que me proporcionou e pela paciência que teve comigo.

-Aos Professores da Unidade Acadêmica de Física que contribuíram pra minha formação com suas aulas e discussões nos momentos de dúvida.

-Aos Professores do departamento de Física de UEPB, em especial aos professores: Jean Spinelly, Lourivaldo Motta, Edivaldo de Oliveira Alves (Mará) e Elialdo Andriola que me incentivaram bastante a fazer esta pós-graduação e contribuíram bastante para minha formação antes e durante o período em que estive neste mestrado

- Aos meus pais e familiares, em especial ao meu pai (in memorian) que se esforçou bastante para que eu conseguisse me manter no mestrado durante o ano em que eu estava sem bolsa e que faleceu quando eu estava ainda no início desta jornada. À minha mãe por se contentar em passar mais um tempo longe de mim para que eu continuasse meus estudos.

-Aos meus colegas de pós-graduação: Alyson, Robson, Nikson, Jardel, Wagner, Neymar, Camilla, Raoni, Wellington, Fábio Alves, Gonzales, Suzana, Luiz Cordeiro, Jessé,

Moézio, César, Paulo Sérgio. Estes contribuíram com incentivo, apoio moral e acima de tudo, parceria nos momentos de estudo. Graças a eles consegui aprender muita coisa.

-A dona Dalva que contribuiu bastante durante o período de falta de dinheiro me vendendo fiado. Mas eu paguei tudo. Podem perguntar pra ela.

-À CAPES pelo suporte financeiro.

-A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

RESUMO

A troca de sabor nas correntes neutras (*Flavor Changed Neutral Currents*) surge naturalmente no modelo $3 - 3 - 1$ com neutrinos de mão direita, referido na literatura como 331_{RHN} , mediadas por um bóson de gauge não padrão Z' . Seguindo trabalhos anteriores nós calculamos estas fontes e derivamos novas fontes de FCNC mediadas por escalares com CP-par e CP-ímpar que aparecem devido a suas interações não diagonais com os quarks físicos padrão. Além disso, usando uma textura de quatro zeros para as matrizes de massa dos quarks, derivamos os termos de diferença de massa para os sistemas de mésons neutros $K^0 - \bar{K}^0$, $D^0 - \bar{D}^0$ e $B^0 - \bar{B}^0$ e mostramos que embora a contribuição do Z' seja a mais relevante para propósitos de oscilação de mésons, as contribuições escalares tem um papel importante nestes processos e por tanto é necessário investigá-los. Em particular, estudando o sistema $B^0 - \bar{B}^0$ nós estabelecemos os vínculos $M_{Z'} \gtrsim 4.2$ TeV e $M_{S_2}, M_{T_3} \gtrsim 7.5$ TeV.

ABSTRACT

Sources of Flavor Changed Neutral Currents (FCNC) emerge naturally from a well motivated framework called 3-3-1 with right-handed neutrinos model, 331_{RHN} for short, mediated by an extra neutral gauge boson Z' . Following previous works we calculate these sources and in addition we derive new ones coming from CP-even and -odd neutral scalars which appear due to their non-diagonal interactions with the physical standard quarks. Furthermore, by using 4 texture zeros for the quark mass matrices, we derive the mass difference terms for the neutral mesons systems $K^0 - \bar{K}^0$, $D^0 - \bar{D}^0$ and $B^0 - \bar{B}^0$ and show that, though one can discern that the Z' contribution is the most relevant one for mesons oscillations purposes, scalars contributions play a role also in this processes and hence it is worthwhile to investigate them and derive new bounds on space of parameters. In particular, studying the $B^0 - \bar{B}^0$ system we set the bounds $M_{Z'} \gtrsim 4.2$ TeV and $M_{S_2}, M_{I_3} \gtrsim 7.5$ TeV in order to be consistent with the current measurements.

Conteúdo

Lista de Figuras	p. iv
1 Introdução	p. 1
2 Teorias de Gauge	p. 3
2.1 Invariância de Gauge na Mecânica Quântica	p. 4
2.2 Invariância de Gauge na Teoria de Campos	p. 8
2.2.1 Invariância de Gauge em Teorias Abelianas	p. 9
2.2.2 Invariância de Gauge em Teorias não-Abelianas	p. 10
3 O Modelo Padrão	p. 14
3.1 Estrutura do Modelo Padrão	p. 14
3.2 Lagrangiana do Modelo Padrão	p. 15
3.2.1 Lagrangiana de Férmions	p. 16
3.2.2 Lagrangiana de Gauge	p. 17
3.2.3 Lagrangiana Escalar	p. 17
3.2.4 Lagrangiana de Yukawa	p. 18
3.3 Quebra Espontânea de Simetria (QES) no MP	p. 18
3.3.1 Massa para os Léptons	p. 20
3.3.2 Massa para os Quarks	p. 20

3.4	Os Bósons de Gauge Físicos	p. 22
3.5	Correntes do Modelo Padrão	p. 25
3.5.1	Correntes Carregadas	p. 25
3.5.2	Correntes Neutras	p. 26
3.6	Troca de Sabor	p. 28
4	O Modelo $3 - 3 - 1$	p. 30
4.1	Estrutura do Modelo $3 - 3 - 1$	p. 30
4.2	Lagrangiana do Modelo $3 - 3 - 1$	p. 32
4.2.1	Lagrangiana de Férmions	p. 33
4.2.2	Lagrangiana de Gauge	p. 34
4.2.3	Lagrangiana Escalar	p. 34
4.2.4	Lagrangiana de Yukawa	p. 34
4.3	Massa Para Quarks do Modelo $3 - 3 - 1$	p. 35
5	Novas fontes de troca de sabor nas correntes do modelo $3-3-1_{RHN}$	p. 38
5.1	Interação dos Quarks Padrão com novos escalares	p. 38
5.2	As correntes neutras no modelo $3 - 3 - 1_{RHN}$	p. 41
5.3	Troca de Sabor nas Correntes Neutras e Oscilação de Mesons	p. 44
5.3.1	Contribuição do Bóson Z'	p. 44
5.3.2	Contribuição dos Escalares I_3 e S_2	p. 47
6	Resultados e Discussões	p. 51
	Apêndice A – Sistema de Unidades Naturais	p. 56

Apêndice B – Mecânica Lagrangiana e Hamiltoniana	p. 59
B.1 Formulação Lagrangiana da Mecânica	p. 59
B.2 Mecânica Hamiltoniana	p. 61
B.2.1 Parênteses de Poisson	p. 62
Apêndice C – Procedimentos de Quantização Canônica	p. 63
C.1 Quantização de Bosons	p. 63
C.2 Quantização de Férmions	p. 65
Referências	p. 66

Lista de Figuras

- 1 Comportamento de Δm_K em função de $M_{Z'}$. As regiões cinza e verde representam diferentes restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva vermelha é a contribuição do Z' para o (Δm_K) . p. 53
- 2 Comportamento de Δm_K em função de M_{S_2, I_3} . As regiões cinza e verde representam diferentes restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva azul é a contribuição do S_2 e o I_0^3 para o (Δm_K) . S_2 e I_0^3 têm a mesma contribuição para o Δm_K , por isso mostramos uma curva só para os dois. p. 53
- 3 Comportamento de (Δm_D) em função de $M_{Z'}$. As regiões cinza e verde representam restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva vermelha é a contribuição do Z' para o (Δm_D) p. 54
- 4 Comportamento de (Δm_D) em função de M_{S_2, I_3} . As regiões cinza e verde representam restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva azul é a contribuição do S_2 e o I_0^3 para o (Δm_D) . S_2 e I_0^3 têm a mesma contribuição para o Δm_D , por isso mostramos uma curva só para os dois. p. 54
- 5 Comportamento de (Δm_{B_d}) em função de $M_{Z'}$. As regiões cinza e verde representam restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva vermelha é a contribuição do Z' para o (Δm_{B_d}) p. 55

6 Comportamento de (Δm_{B_d}) em função de M_{S_2, I_3} . As regiões cinza e verde representam restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva azul é a contribuição do S_2 e o I_0^3 para o (Δm_{B_d}) . S_2 e I_0^3 têm a mesma contribuição para o (Δm_{B_d}) , por isso mostramos uma curva só para os dois. p. 55

1 *Introdução*

Os processos envolvendo oscilação de mésons neutros como $K^0 - \bar{K}^0$, $D^0 - \bar{D}^0$ e $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ são usadas com frequência para testar a consistência do Modelo Padrão (MP) assim como a viabilidade de novos modelos físicos. Sabe-se que a oscilação de mésons é proibida a nível de árvore no MP, mas podem ser gerados tomando correções de loops ou introduzindo operadores de 6 dimensões [1]. No caso do modelo $3 - 3 - 1$ [2, 3] a troca de sabor nas correntes neutras (FCNC) acontecem a nível de árvore de maneira natural porque o novo bóson neutro Z' se acopla de uma maneira diferente com a terceira família de quarks, levando a interações não universais.

Até agora, pensava-se que o bóson Z' era a única fonte de FCNC do modelo 331_{RHN} [4, 5]. Neste trabalho observamos a existência de outras fontes induzidas por escalares com CP-Par e CP-Ímpar.

Nós adotamos uma textura de quatro zeros para as matrizes de massa dos quarks [6] no cálculo das diferenças de massa para os sistemas de mésons neutros $K^0 - \bar{K}^0$, $D^0 - \bar{D}^0$ e $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, conseqüentemente conclusões diferentes podem surgir em uma aproximação mais geral.

Para explicar estas novas contribuições iremos colocar-las em perspectiva, primeiro resumindo os aspectos chave do modelo e posteriormente estudando as interações neutras tanto no Modelo Padrão, quanto no 331_{RHN} , que apresenta possibilidade de uma física além do MP. Focaremos nossa atenção nas interações dos escalares físicos do 331_{RHN} com

os quarks padrão, o que nos conduzirá a processos de FCNC até então proibidas a nível de árvore no MP. No capítulo 2 discutimos de forma sistemática as Teorias de Gauge e sua importância no estudo de Física de Partículas. No capítulo 3 nos referimos de forma resumida às características mais importantes do Modelo Padrão, lembrando como ele surge como uma extensão da Eletrodinâmica Quântica. No capítulo 4 nos referimos à alguns aspectos importantes do modelo 331_{RHN} , no capítulo 5 apresentamos as novas fontes de trocas de sabor nas correntes neutras (FCNC) e no capítulo 6 apresentamos nossos resultados e discussões.

2 *Teorias de Gauge*

No último século, a maior parte das teorias físicas desenvolveu-se por meio do estudo das simetrias. As simetrias sempre simplificam o estudo de problemas físicos: Por exemplo, na análise de equações diferenciais complicadas que descrevem sistemas físicos, muitas vezes, podemos obter soluções qualitativas sem inferir nenhuma solução para a equação apenas olhando para as simetrias envolvidas no problema. Além disso, as simetrias estão ligadas à conservação de quantidades físicas como energia, momento, corrente elétrica entre outras [8]. Para a Teoria Quântica de Campos (**QFT**¹) e a Física de partículas este resultado provém do Teorema de Noether. Se uma ação é invariante sob algum grupo de transformações (simetria), então, a cada transformação está associada uma quantidade conservada(constante do movimento).

Na Teoria Quântica de Campos, o estudo das interações entre campos surge quando se impõe às lagrangianas uma invariância por transformação de gauge local (também chamada de invariância de gauge). Neste sentido, é importante o estudo deste tipo de simetria, que como veremos é a base para o surgimento da Eletrodinâmica Quântica [10](**QED**²). Para entender-mos como se dá esse processo, vamos estudar na seção 2.1 como a invariância de gauge está inserida na Mecânica Quântica e na seção 2.2.1 veremos como a invariância de gauge leva ao acoplamento entre férmions e fótons e trataremos de teorias de gauge não abelianas na seção 2.2.1.

¹Abreviação de Quantum Field Theory

²Abreviação de Quantum Electrodynamics

2.1 Invariância de Gauge na Mecânica Quântica

Sabemos da mecânica Newtoniana e do eletromagnetismo que uma partícula de carga q movendo-se sob a ação de um campo eletromagnético (\vec{E}, \vec{B}) estará sujeita à ação da força de Lorentz

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right). \quad (2.1.1)$$

Para determinar-mos as variáveis dinâmicas relacionadas com esta partícula, isto é sua velocidade $\vec{v}(t)$ e sua posição $\vec{r}(t)$, devemos resolver a equação fundamental da dinâmica

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}. \quad (2.1.2)$$

Desta forma, dadas a posição inicial \vec{r}_0 e a velocidade inicial \vec{v}_0 , caracterizamos completamente o movimento da partícula. Porém, a Mecânica Newtoniana na sua formulação usual não é a única ferramenta que temos para resolver o problema da interação de uma partícula carregada com o campo eletromagnético. Podemos utilizar formulações equivalentes da Mecânica tão úteis quanto esta, e que se mostram em certo sentido, mais gerais que forma como costumamos abordar as Leis de Newton. Essas formulações são a formulação Lagrangiana e a Hamiltoniana, cujo resumo é feito no Apêndice B.

Estamos interessados em saber como a partícula interage, ponto a ponto com o campo eletromagnético. Um boa forma de saber isso é determinar os campos \vec{E} e \vec{B} e isso pode ser feito partindo das equações de Maxwell(2.1.3 - 2.1.6)³

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2.1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.1.4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.1.5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (2.1.6)$$

³Apresentamos aqui a versão das equações para o vácuo, com fonte. Estamos adotando aqui o Sistema Internacional de Unidades para a escrita dessas equações

A partir de (2.1.3-2.1.6) é possível observar que os campos \vec{E} e \vec{B} podem ser escritos em termos de potenciais na forma

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}, t), \quad (2.1.7)$$

e

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi(\vec{r}, t) - \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.1.8)$$

sendo que obtemos (2.1.7) do fato de que a divergência do campo magnético é nula e (2.1.8) do fato de que a lei de Faraday (2.1.5) juntamente com a equação da continuidade

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) - \frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0, \quad (2.1.9)$$

nos conduzem ao rotacional de uma soma de vetores que é nula. Também podemos observar que, se fizermos as seguintes transformações particulares para os potenciais $\vec{A}(\vec{r}, t)$ e $\phi(\vec{r}, t)$,

$$\begin{aligned} \vec{A}(\vec{r}, t) &\rightarrow \vec{A}'(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}, t) + \vec{\nabla}\chi(\vec{r}, t), \\ \phi(\vec{r}, t) &\rightarrow \phi'(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}, t) - \frac{\partial \chi(\vec{r}, t)}{\partial t}, \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

os campos \vec{E} e \vec{B} permanecem inalterados. As transformações (2.1.10) são conhecidas como transformações de gauge e a invariância por esse tipo de transformação é chamada de invariância de gauge.

Com essas novas formas para os campos \vec{E} e \vec{B} em termos dos potenciais \vec{A} e Φ podemos escrever a formulação lagrangiana das equações de movimento da partícula carregada interagindo com o campo eletromagnético. Devemos observar que a lagrangiana deve ter a forma usual

$$\mathbf{L} = \mathbf{T} - \mathbf{V}, \quad (2.1.11)$$

e neste caso \mathbf{T} a energia cinética da partícula e \mathbf{V} a energia potencial. Utilizando as

expressões (2.1.8) e (2.1.7), podemos escrever

$$\begin{aligned}\mathbf{T} &= \frac{1}{2}m\vec{v}^2, \\ \mathbf{V} &= q\left(\phi(\vec{r}, t) - \vec{v} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t)\right).\end{aligned}\quad (2.1.12)$$

E dessa forma a lagrangiana toma a forma

$$L = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 - q\left(\phi(\vec{r}, t) - \vec{v} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t)\right), \quad (2.1.13)$$

que deve ser solução da equação de Euler-Lagrange (Ver apêndice B.1). A partir de (2.1.13) podemos construir a hamiltoniana do sistema que deve ter a seguinte forma

$$H = \mathbf{T} + \mathbf{V}, \quad (2.1.14)$$

e esta construção é feita por meio das transformações de legendre [11]

$$\mathbf{H} = p_i \cdot \dot{r}_i - \mathbf{L}, \quad (2.1.15)$$

onde \vec{p} é o momento conjugado de \vec{r}^A . Deste modo, a Hamiltoniana clássica para a eletrodinâmica é

$$H = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} - q\vec{A}(\vec{r}, t)\right)^2 + q\phi(\vec{r}, t), \quad (2.1.16)$$

O procedimento canônico de quantização, seguindo a idéia da Mecânica Quântica consiste em fazer as seguintes substituições

$$\begin{aligned}\vec{p} &\rightarrow -i\hbar\vec{\nabla}, \\ \mathbf{E} &\rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t},\end{aligned}\quad (2.1.17)$$

e com isso a nossa hamiltoniana (2.1.16) fica escrita, na sua forma quantizada como

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(-i\hbar\vec{\nabla} - q\vec{A}(\hat{\vec{r}}, t)\right)^2 + q\phi(\hat{\vec{r}}, t). \quad (2.1.18)$$

⁴Devemos lembrar que $\vec{p} = \vec{\nabla}_{\vec{r}}L(\vec{r}, \vec{v}, t)$ não deve ser confundido com o momento mecânico $m\vec{v}$. De fato, podemos verificar a partir de (2.1.13) que eles são diferentes [7]

Desta forma, a equação de Schrödinger para essa partícula é

$$\left[\frac{1}{2m} \left(-i\hbar\vec{\nabla} - q\vec{A}(\vec{r}, t) \right)^2 + q\phi(\vec{r}, t) \right] \psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (2.1.19)$$

A equação (2.1.19) pode ser escrita ainda de uma forma mais compacta

$$\frac{1}{2m} \left(-i\vec{D} \right)^2 \psi(\vec{r}, t) = iD_0 \psi(\vec{r}, t), \quad (2.1.20)$$

onde o fizemos a seguinte identificações

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \hbar\vec{\nabla} - iq\vec{A}(\vec{r}, t), \\ D_0 &= \hbar\frac{\partial}{\partial t} + iq\phi(\vec{r}, t). \end{aligned} \quad (2.1.21)$$

A equação (2.1.20) é a equação de onda que descreve, na Mecânica Quântica usual, quais os estados possíveis de uma partícula carregada e suas variáveis dinâmicas podem ser obtidas das equações de Heisemberg (Ver apêndice B.2)⁵. Ainda devemos lembrar que aqui, a posição \hat{r} e o momento \hat{p} são elevados a estatus de operador. Na representação $\{|\vec{r}\rangle\}$ o operador \hat{r} atua como uma multiplicação por r e \hat{p} atua como o operador diferencial $-i\hbar\vec{\nabla}$.

Observamos que a imposição do gauge (2.1.10) não deixa (2.1.20) invariante. Portanto, deve existir outro conjunto de transformações adicionais que devem ser feitas juntamente com (2.1.10) que deixarão (2.1.20) invariante de gauge. Isto é, deve existir uma transformação para a função de onda ψ tal que a equação que descreve a interação da partícula carregada como o campo eletromagnético permaneça invariante quando fazemos uma transformação de gauge do tipo (2.1.10). Tal transformação é do tipo

$$\psi'(\vec{r}, t) = e^{i\hbar\chi(\vec{r}, t)} \psi(\vec{r}, t), \quad (2.1.22)$$

⁵Devemos lembrar que, assim como na Mecânica Clássica a segunda lei de Newton é que descreve a dinâmica dos corpos em movimento, na mecânica quântica a dinâmica é ditada pela equação de Schrödinger no formalismo de função de onda (também chamada de representação de Schrödinger) ou pelas equações de Heisemberg na representação de Heisemberg

e desta forma a equação (2.1.20) fica invariante pelo seguinte conjunto de transformações.

$$\begin{aligned}
 \vec{A}(\vec{r}, t) &\rightarrow \vec{A}'(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}, t) + \vec{\nabla}\chi(\vec{r}, t), \\
 \phi(\vec{r}, t) &\rightarrow \phi'(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}, t) - \frac{\partial\chi(\vec{r}, t)}{\partial t}, \\
 \psi(\hat{r}, t) &\rightarrow \psi'(\vec{r}, t) = e^{i\hbar\chi(\hat{r}, t)}\psi(\hat{r}, t).
 \end{aligned}
 \tag{2.1.23}$$

2.2 Invariância de Gauge na Teoria de Campos

Em teoria quântica de campos e em física de partículas é comum utilizarmos o sistema de unidades naturais. Neste sistema $\hbar = c = K_B = 1$, Sendo c a velocidade da luz no vácuo, \hbar a constante de plank e K_B a constante de Boltzmann. Uma explicação resumida das conseqüências dessa escolha é feita no **Apêndice A**. A partir de agora ao invés de estudar o movimento de uma única partícula, estudaremos o comportamento de um conjunto de partículas que permeia todo o espaço e que são descritas por uma função de \vec{r} e t que a partir de agora denominaremos de campo. Esta função terá uma equação de movimento que será deduzida a partir de uma lagrangiana e por sua vez será quantizada⁶ por meio do procedimento de quantização canônica[10], o qual será relatado no apêndice C.

Dizemos que a lagrangiana de um campo é invariante por algum conjunto de transformações quando aplicamos a este as transformações mencionadas e a lagrangiana manter a mesma forma. Sempre que isto acontecer o teorema de Noether garante que existirão leis de conservação relacionadas com cada tipo de transformação para a qual a lagrangiana foi invariante.

Nesta seção iremos abordar as transformações de gauge e como sua imposição leva à construção da lagrangiana da *QED*, que é uma teoria abeliana. Veremos que neste caso essas transformações não afetam o tensor energia-momento obtido para a legrangiana da

⁶A necessidade de quantizar o campo está no fato de que podemos obter informações sobre o sistema físico apenas quando conhecemos o estado de cada entidade (quanta) que compõe o campo

QED. Também iremos abordar de forma um pouco mais geral as teorias de gauge nas teorias não abelianas.

2.2.1 Invariância de Gauge em Teorias Abelianas

Consideremos densidade lagrangiana de Dirac

$$\mathcal{L}_\psi = \bar{\psi}(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x), \quad (2.2.24)$$

onde $x \equiv x_\mu \equiv (t, -\vec{x})$ é o quadrivetor posição. Neste caso devemos lembrar que (2.2.24) é a densidade lagrangiana que leva à equação de Díracs, que por sua vez é a equação de movimento para os campos de partículas fermiônicas de spin $\frac{1}{2}$.

Uma análise de (2.2.24) nos mostra que ela não é invariante por transformações do tipo

$$\psi(x) \rightarrow \psi' = e^{-i\chi(x)} \psi(x), \quad (2.2.25)$$

uma vez que, ao substituirmos $\psi(x) \rightarrow \psi'(x)$, obtemos

$$\mathcal{L}'_\psi = \mathcal{L}_\psi + \bar{\psi} \gamma_\mu \psi (\partial^\mu \chi). \quad (2.2.26)$$

Contudo, se introduzirmos o campo de gauge $A_\mu \equiv (\phi, -\vec{A})$ através do acoplamento mínimo

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu + ieA_\mu, \quad (2.2.27)$$

a lagrangiana fica escrita como

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi. \quad (2.2.28)$$

Neste caso, devemos considerar que, assim como ψ , A_μ também propaga-se livremente, e essa propagação é dada pelo termo

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (2.2.29)$$

em que

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (2.2.30)$$

de modo que

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu, \quad (2.2.31)$$

em que o termo $e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$ é um termo de interação. Assim, (2.2.31) fica invariante pela transformação $\psi(x) \rightarrow \psi'(x)$, desde que A_μ se transforme como

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \chi. \quad (2.2.32)$$

Agora, uma particularidade de (2.2.31) é que podemos mostrar que as transformações de gauge não afetam o tensor energia-momento [10]. Neste caso, devemos lembrar que o tensor energia momento de (2.2.31) é dado por

$$\Theta^{\mu\nu} = \Theta_{Dirac}^{\mu\nu} + \Theta_{E.m.}^{\mu\nu} + \Theta_{int}^{\mu\nu}, \quad (2.2.33)$$

em que

$$\Theta_{Dirac}^{\mu\nu} = i\bar{\psi}\gamma^\nu\partial^\mu\psi - g^{\mu\nu}\bar{\psi}(i\gamma^\sigma\partial_\sigma - m)\psi, \quad (2.2.34)$$

$$\Theta_{E.m.}^{\mu\nu} = -F^{\mu\sigma}\partial^\nu A_\sigma + g^{\mu\nu}\frac{1}{4}F_{\sigma\tau}F^{\sigma\tau}, \quad (2.2.35)$$

$$\Theta_{int}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu}e\bar{\psi}\gamma^\sigma\partial_\sigma\chi. \quad (2.2.36)$$

Após realizar as transformações (2.2.25) e (2.2.32) observamos que

$$\Delta\Theta^{\mu\nu} = 0. \quad (2.2.37)$$

2.2.2 Invariância de Gauge em Teorias não-Abelianas

No capítulo anterior falamos de uma teoria de gauge Abeliana. No caso anterior as transformações de gauge não envolviam nenhuma relação de comutação entre os geradores do grupo em questão, isso porquê o grupo que envolve as interações eletromagnéticas

descritas pela QED é o grupo $U(1)$. No tratamento de teorias que envolvem grupos de dimensões maiores, devemos conhecer a maneira como cada elemento do grupo deve se transformar para que a teoria seja invariante por transformações de gauge. Os grupos em que estamos interessados neste trabalho são $SU(2)$ e $SU(3)$. De forma geral uma transformação local num elemento destes grupos é dada por

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = \hat{\Omega}\Psi(x), \quad (2.2.38)$$

Sendo

$$\hat{\Omega} \equiv e^{-\hat{t}^a \chi^a(x)}, \quad (2.2.39)$$

e \hat{t}^a os geradores desses grupos. No caso de $SU(2)$ \hat{t}^a são as matrizes de Pauli e em $SU(3)$ são as matrizes de Gell-Mann, que obedecem às relações de comutação

$$[\hat{t}^a, \hat{t}^b] = if_{abc}\hat{t}^c. \quad (2.2.40)$$

Neste caso, a derivada covariante para as teorias não-abelianas devem ter a seguinte forma

$$D_\mu = \partial_\mu - igt^a A_\mu^a, \quad (2.2.41)$$

sendo g a constante de acoplamento do grupo em questão e a um índice que varia de $1, \dots, n^2 - 1$. Quando tratamos a invariância de gauge na mecânica quântica, observamos que, desde que $(D_\mu\psi)$ se transformasse como (ψ) a invariância de gauge estaria garantida. Iremos partir deste ponto e tratar isso como sendo o essencial para definir invariância de gauge para nossa teoria mais complexa. Neste sentido, precisamos que

$$(D_\mu\Psi)' = \Omega D_\mu\Psi. \quad (2.2.42)$$

Essa imposição nos leva a exigir que os campos A_μ^a se transformem de uma forma particular, e podemos ver isso fazendo, em primeiro lugar, a seguinte aproximação

$$\hat{\Omega} \approx 1 - it^a \chi^a(x), \quad (2.2.43)$$

Neste caso, vemos que

$$\delta\Psi(x) = \Psi(x) - \Psi'(x) = -it^a\chi^a(x)\Psi(x), \quad (2.2.44)$$

o que nos conduz a

$$\begin{aligned} \delta(D_\mu\Psi) &= -it^a\chi^a D_\mu\Psi, \\ &= -it^a\chi^a\partial_\mu\Psi - gt^a t^b A_\mu^b\Psi. \end{aligned} \quad (2.2.45)$$

Por outro lado, levando em conta que a operação δ obedece à regras do produto de Leibniz, obtemos

$$\begin{aligned} \delta(D_\mu\Psi) &= \delta(\partial_\mu\Psi - ig\tau^b A_\mu^b\Psi), \\ &= \partial_\mu(\delta\Psi) - ig\tau^b(\delta A_\mu^b)\Psi - ig\tau^b A_\mu^b(\delta\Psi), \\ &= -i\tau^a(\partial_\mu\chi^a)\Psi - i\tau^a\chi^a(\partial_\mu\Psi) - ig\tau^b(\delta A_\mu^b)\Psi - \\ &\quad - g\tau^b\tau^a A_\mu^b\chi^a\Psi. \end{aligned} \quad (2.2.46)$$

Comparando (2.2.45) com (2.2.46) e levando em consideração as relações de comutação (2.2.40) chegamos à conclusão de que

$$A_\mu^a = A_\mu^a - \frac{1}{g}\partial_\mu\chi^a + f_{abc}\chi^b A_\mu^c. \quad (2.2.47)$$

Por outro lado a generalização do tensor de Maxwell para essas teorias é

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{abc}A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.2.48)$$

portanto a lagrangiana de Maxwell generalizada

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}, \quad (2.2.49)$$

que continua sendo invariante por transformações de gauge. Para construirmos lagrangianas que descrevam teorias não abelianas invariantes de gauge, devemos, então, utilizar a derviada covariante (2.2.41) para escrever os termos cinéticos da lagrangiana e exigir que o quadripotencial A_μ^a se transforme como (2.2.47)

3 O Modelo Padrão

3.1 Estrutura do Modelo Padrão

O Modelo Padrão foi construído com o propósito de descrever as interações fundamentais entre as partículas elementares e suas propriedades como massa, carga elétrica e outros números quânticos[9]. Observando que algumas propriedades das partículas obedecem a álgebra de determinados grupos os cientistas começaram a organizar as partículas como se elas fossem elementos de grupo. O Modelo Padrão (MP) é construído de forma a organizar as partículas de acordo com o grupo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Vamos nos focar em princípio no setor eletrofraco do MP, ou seja na parte que organiza partículas como elementos do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Devemos lembrar que as partículas fermiônicas fundamentais são classificadas como léptons ($e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$) e quarks (u, c, t, d, b, s).

Os léptons estão organizados em dubletos de isospin de mão esquerda do grupo $SU(2)$ e em singletos de mão direita do grupo $U(1)$. Porém, os neutrinos não tem massa na teoria descrita pelo MP e, portanto, não têm componente de mão direita. Assim, temos a seguinte organização para os léptons

$$f_L^a \equiv \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ \ell_L^a \end{pmatrix}; \quad \ell_R^a; \quad (3.1.1)$$

com $a = 1, 2, 3$; $\ell^1 = e$, $\ell^2 = \mu$ e $\ell^3 = \tau$; $\nu^1 = \nu^e$, $\nu^2 = \nu^\mu$ e $\nu^3 = \nu^\tau$. Devemos estar atentos ao fato de que (e, μ, τ) representam os sabores (tipos) leptônicos.

Os quarks estão também organizados em dubletos de isospin de mão esquerda e em

singletos de mão direita, na forma

$$Q_L^a \equiv \begin{pmatrix} u_L^a \\ d_L^a \end{pmatrix}; \quad u_R^a; \quad d_R^a \quad (3.1.2)$$

com $u^1 = u$, $u^2 = c$ e $u^3 = c$; $d^1 = d$, $d^2 = s$ e $d^3 = b$

3.2 Lagrangiana do Modelo Padrão

Agora que sabemos como as partículas fundamentais estão organizadas, devemos escrever a sua lagrangiana e, dado que queremos incluir interações, precisamos construí-la de forma que seja invariante por transformações locais de gauge. Desta forma, o termo de massa $m\bar{\psi}\psi$ não pode ser incluído diretamente nesta lagrangiana. Para gerar massa para as partículas temos que utilizar a Quebra Espontânea de Simetria. Devemos no entanto observar que o mecanismo mencionado aqui é a QES via Mecanismo de Higgs e isto exige, por sua vez, o acréscimo da lagrangiana escalar para tornar isso possível. Além disso, existe a possibilidade que o campo escalar também interaja com os férmions e isso não será possível a menos que exista um termo na lagrangiana que misture os campos de férmions com o campo escalar e este termo é conhecido como lagrangiana de Yukawa. Por fim, devemos acrescentar também a lagrangiana de gauge para incluir os termos cinéticos dos campos de gauge que irão surgir com a imposição da invariância de gauge. Assim, a lagrangiana do MP é dada por

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{fermions} + \mathcal{L}_{Escalar} + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{Gauge} \quad (3.2.3)$$

Agora vamos analisar cada termo desta lagrangiana separadamente

3.2.1 Lagrangiana de Férmons

A lagrangiana de férmions é basicamente uma lagrangiana tipo Díracs. Porém, temos que levar em consideração os estados de helicidade o que nos fornece a seguinte lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{fermions} = \sum_{a=1}^3 \left[\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a + \bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^a \right], \quad (3.2.4)$$

sendo $\psi_L^a = f_L^a$ e $\psi_R^a = \ell_R^a$ quando nos referimos à lagrangiana de léptons ou $\psi_L^a = Q_L^a$ e $\psi_R^a = u_R^a, d_R^a$ quando nos referimos à lagrangiana de quarks. Aqui D_μ^L e D_μ^R são dadas por

$$D_\mu^L = \partial_\mu + i\frac{g}{2}W_\mu^a\tau^a + \frac{ig'}{2}YB_\mu,$$

$$D_\mu^R = \partial_\mu + \frac{ig'}{2}YB_\mu. \quad (3.2.5)$$

É importante observar que aqui g é uma constante de acoplamento associada ao grupo $SU(2)$ e g' uma constante de acoplamento associada ao grupo $U(1)$ [8]. Também devemos observar que W_μ^a são os bósons vetoriais simétricos relativos ao grupo $SU(2)_L$ e B_μ o bóson vetorial simétrico do grupo $U(1)_Y$. Nas teorias de gauge o operador carga elétrica é uma combinação linear dos geradores diagonais do grupo:

$$\frac{Q}{e} = t_3 + \frac{Y}{2} \quad (3.2.6)$$

isso mostra que o operador carga elétrica tem a forma

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Y+1 \\ Y-1 \end{pmatrix} \quad (3.2.7)$$

Com ajuda de (3.2.7) podemos definir as hipercargas fracas $Y_{f_L} = -1$, $Y_{\ell_R^a} = -2$, $Y_{Q_L} = \frac{1}{3}$, $Y_{u_R^a} = \frac{4}{3}$ e $Y_{d_R^a} = -\frac{2}{3}$.

3.2.2 Lagrangiana de Gauge

A lagrangiana de gauge é a parte da lagrangiana do MP que descreve a parte cinética dos bósons de gauge. Sendo assim, temos:

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}W^{\mu\nu a}W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \quad (3.2.8)$$

com $W^{\mu\nu a} = \partial^\mu W^{a\nu} - \partial^\nu W^{a\mu} + gC^{abc}W^{b\mu}W^{c\nu}$ e $B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$, com $a = 1, 2, 3$. Contudo, os bósons $W^{a\mu}$ e B^μ apresentados em (3.2.8) são chamados de bósons de gauge simétricos por pertencerem a uma lagrangiana invariante por transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Neste nível inserir termos de massa na lagrangiana do MP levaria à quebra desta invariância. Portanto será necessário utilizar um mecanismo que gere massa para esses bósons.

3.2.3 Lagrangiana Escalar

Como já ressaltamos, a inserção de termos de massa para os férmions e para os bósons de gauge quebra explicitamente a invariância de gauge pretendida na construção do MP. Portanto, é importante criar um mecanismo que gere massa para as partículas do MP. O mecanismo atualmente utilizado é o mecanismo de quebra espontânea de simetria via mecanismo de Higgs, porém, para utilizar-mos tal mecanismo temos que inserir uma lagrangiana escalar

$$\mathcal{L}_{escalar} = (D^{\mu L}\Phi)^\dagger D_\mu^L\Phi - V(\Phi^\dagger\Phi) \quad (3.2.9)$$

com $V(\Phi^\dagger\Phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$. O campo Φ é um dubleto de isospin fraco com hipercarga $Y = 1$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi_0 \end{pmatrix} \quad (3.2.10)$$

Neste caso a lagrangiana escalar possui apenas componente de mão esquerda, uma vez

que no MP as componentes de mão direita das partículas são singletos e o campo Φ não a possui.

3.2.4 Lagrangiana de Yukawa

Uma vez que o campo escalar é introduzido no MP por meio da lagrangiana escalar, temos que incluir uma forma de interação entre estas partículas descritas pelo MP. Desta forma os termos de Yukawa para a lagrangiana do MP são

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \mathcal{L}_{Y,leptons} + \mathcal{L}_{Y,quarks} \quad (3.2.11)$$

sendo

$$\mathcal{L}_{Y,leptons} = -G_{ab} \left[\left(\bar{f}_L^a \Phi \right) \ell_R^b \right] + H.C. \quad (3.2.12)$$

e neste caso devemos ressaltar que G_{ab} são as constantes de acoplamento de Yukawa. Por outro lado a interação do campo escalar com os quarks é dada por

$$\mathcal{L}_{Y,quarks} = - \left[G_{ab}^D \left(\bar{Q}_L^a \Phi \right) d_R^a + G_{ab}^U \left(\bar{Q}_L^a \Phi \right) u_R^b \right] \quad (3.2.13)$$

com G_{ab}^D e G_{ab}^U sendo as constantes de acoplamento de Yukawa para os termos da lagrangiana que envolvem interações do quarks tipo d e tipo u com o campo escalar Φ , respectivamente.

3.3 Quebra Espontânea de Simetria (QES) no MP

Vamos agora analisar a QES via mecanismo de Higgs. Devemos antes de tudo lembrar que a lagrangiana do modelo é construída para ser invariante de gauge pelas transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, assim, os termos de massa não aparecem em

princípio. O meio correto de encontrar a massa de todos os férmions e bosons de gauge descritos pelo modelo se dá por meio deste mecanismo.

A QES é realizada na lagrangiana escalar, e tecnicamente se dá quando no potencial $\mu^2 < 0$, permitindo que a componente real do campo complexo Φ_0 adquira um valor esperado no vacuo diferente de zero, :

$$\langle \Phi^\dagger \Phi \rangle_0 = -\frac{\mu}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}, \quad (3.3.14)$$

lembrando que Φ é um dubleto de isospin de $SU(2)$, com hipercarga $Y = 1$ temos

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Phi_1 + i\Phi_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Phi_3 + i\Phi_4}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (3.3.15)$$

e dessa forma

$$\langle \Phi^\dagger \Phi \rangle_0 = \frac{\Phi_{10}^2 + \Phi_{20}^2 + \Phi_{30}^2 + \Phi_{40}^2}{2} = \frac{v^2}{2}. \quad (3.3.16)$$

Fazendo então a escolha $\Phi_{10} = 0$, $\Phi_{20} = 0$, $\Phi_{30} = v$ e $\Phi_{40} = 0$, temos

$$\langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (3.3.17)$$

Por outro lado, devemos ter em mente que a QES no MP deve ser tal que

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightsquigarrow U(1)_{EM}$$

para que possamos manter a simetria eletromagnética exata e, conseqüentemente, preservar a carga elétrica conservada. Como conseqüência, isso exige que o vácuo seja invariante por transformações de $U(1)_{EM}$, ou seja

$$e^{i\alpha Q} \langle \Phi \rangle_0 \simeq (1 + i\alpha Q) \langle \Phi \rangle_0 = \langle \Phi \rangle_0 \quad (3.3.18)$$

o que exige que

$$Q \langle \Phi \rangle_0 = 0. \quad (3.3.19)$$

Para excitações em torno do estado de vácuo poderíamos esperar que

$$\Phi' = \begin{pmatrix} \frac{\Phi_1}{\sqrt{2}} + \frac{i\Phi_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{\Phi_3}{\sqrt{2}} + \frac{i\Phi_4}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (3.3.20)$$

Mas, uma vez que a simetria da lagrangiana é local, nos permite realizar uma rotação de isospin diferente em cada ponto do espaço, assim, podemos reduzir Φ à forma

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}, \quad (3.3.21)$$

e neste caso H é o famoso bóson de Higgs. Com este valor de Φ gera-se massa para os campos fermiônicos e para os bósons de gauge, como veremos nas seções a seguir.

3.3.1 Massa para os Léptons

Após a QES devemos substituir o valor de Φ na lagrangiana de Yukawa para os léptons e fazendo isso, temos

$$\mathcal{L}_{Y,leptons} = -G_{ab} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^a & \bar{e}_L^a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e_R^b = -G_{ab} \bar{e}_L^a \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) e_R^b, \quad (3.3.22)$$

e desta forma observamos que a matriz de massa dos leptons é dada por

$$M_{ab} = \frac{v}{\sqrt{2}} G_{ab} = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{pmatrix}, \quad (3.3.23)$$

enquanto que o termo

$$G_{ab} \bar{e}_L^a \left(\frac{H}{\sqrt{2}} \right) e_R^b, \quad (3.3.24)$$

representa a interação dos leptons com o bóson de Higgs.

3.3.2 Massa para os Quarks

Para os quarks tipo d , temos

$$\mathcal{L}_{Y,quarks-d} = -G_{ab}^D \begin{pmatrix} \bar{u}_L^a & \bar{d}_L^a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} d_R^b = -G_{ab}^D \bar{d}_L^a \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) d_R^b, \quad (3.3.25)$$

com a matriz de massa dos quarks d é dada por

$$M_{ab}^D = \frac{v}{\sqrt{2}} G_{ab} = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} G_{11}^D & G_{12}^D & G_{13}^D \\ G_{21}^D & G_{22}^D & G_{23}^D \\ G_{31}^D & G_{32}^D & G_{33}^D \end{pmatrix}, \quad (3.3.26)$$

e o termo

$$G_{ab}^D \bar{d}_L^a \left(\frac{H}{\sqrt{2}} \right) d_R^b, \quad (3.3.27)$$

representa a interação dos quarks tipo d com o boson de Higgs. Por outro lado, para criar massa para os quarks tipo u temos que lembrar que

$$\bar{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \Phi^{0*} \\ -\Phi^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v+H}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.3.28)$$

deste modo, temos que

$$\mathcal{L}_{Y,quarks-u} = -G_{ab}^U \left(\bar{u}_L^a \quad \bar{d}_L^a \right) \begin{pmatrix} \frac{v+H}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} u_R^b = -G_{ab}^U \bar{u}_L^a \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) u_R^b, \quad (3.3.29)$$

e consequentemente a matriz de massa dos quarks tipo u é

$$M_{ab}^U = \frac{v}{\sqrt{2}} G_{ab} = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} G_{11}^U & G_{12}^U & G_{13}^U \\ G_{21}^U & G_{22}^U & G_{23}^U \\ G_{31}^U & G_{32}^U & G_{33}^U \end{pmatrix}, \quad (3.3.30)$$

e o termo que representa a interação dos quarks u com o boson de Higgs é

$$G_{ab}^U \bar{u}_L^a \left(\frac{H}{\sqrt{2}} \right) u_R^b. \quad (3.3.31)$$

Porém, como nem (3.3.26) nem (3.3.30) são diagonais, os termos de massa aparecem misturados. Além disso podemos somar (3.3.25) e (3.3.29) e obtemos

$$-\begin{pmatrix} \bar{d} & \bar{s} & \bar{b} \end{pmatrix} M_{ab}^D \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix} M_{ab}^U \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}. \quad (3.3.32)$$

A equação (3.3.32) está escrita na base de sabor. Assim, uma transformação conveniente que conecte os autoestados de sabor com os autoestados físicos seria dado por uma

transformação do tipo

$$\begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^U \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^D \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad (3.3.33)$$

sendo $V_{L,R}^D$ e $V_{L,R}^U$ matrizes unitárias 3×3 que diagonalizam as matrizes de massa para os dois tipos de quarks dados em (3.3.32). Assim,

$$(V_L^D)^{-1} M_{ab}^D (V_R^D) = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}, \quad (3.3.34)$$

$$(V_L^U)^{-1} M_{ab}^U (V_R^U) = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \quad (3.3.35)$$

3.4 Os Bósons de Gauge Físicos

Para encontrar os termos de massa dos bósons de gauge devemos examinar os termos da lagrangiana que envolvem interação com estes bósons e o campo escalar [14]. O único termo deste tipo é o termo cinético da parte escalar lagrangiana do MP. No entanto, para extrair-mos informações mais explícitas destes termos devemos escrever a derivada covariante na forma matricial. Lembrando que

$$D_\mu^L = \partial_\mu + \frac{ig}{2} \tau^a W_\mu^a + \frac{ig'}{2} Y B_\mu, \quad (3.4.36)$$

e somando os termos de (3.4.36) temos

$$\begin{aligned}
D_\mu^L &= \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig}{2}W_\mu^3 + \frac{ig'}{2}YB_\mu & \frac{ig}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \right\} \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) \right\} & \partial_\mu - \frac{ig}{2}W_\mu^3 + \frac{ig'}{2}YB_\mu \end{pmatrix}, \\
&= \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig}{2}W_\mu^3 + \frac{ig'}{2}YB_\mu & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^- & \partial_\mu - \frac{ig}{2}W_\mu^3 + \frac{ig'}{2}YB_\mu \end{pmatrix}, \tag{3.4.37}
\end{aligned}$$

onde definimos $W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2)$ e $W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2)$. Assim, substituindo o valor esperado de vácuo de Φ , após a QES, no termo cinético da lagrangiana escalar, temos

$$D_\mu^L \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig}{2}W_\mu^3 + \frac{ig'}{2}B_\mu & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ & \partial_\mu + \frac{ig}{2}W_\mu^3 + \frac{ig'}{2}B_\mu \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \tag{3.4.38}$$

e neste caso o termo ∂_μ só contém informações sobre a cinética do boson de Higgs, portanto não o consideraremos uma vez que estamos buscando termos de massa para os bosons de gauge. Assim, de (3.4.38), temos

$$D_\mu^L \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+v \\ -\frac{ig}{2\sqrt{2}}v(W_\mu^3 - tB_\mu) \end{pmatrix}, \tag{3.4.39}$$

e neste caso definimos

$$t = \frac{g'}{g}. \tag{3.4.40}$$

Então, a partir do resultado (3.4.39) encontramos

$$\begin{aligned}
(D_\mu^L \langle \Phi \rangle_0)^\dagger (D_\mu^L \langle \Phi \rangle_0) &= \begin{pmatrix} -\frac{ig}{2}W_\mu^-v & \frac{ig}{2\sqrt{2}}v(W_\mu^3 - tB_\mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+v \\ -\frac{ig}{2\sqrt{2}}v(W_\mu^3 - tB_\mu) \end{pmatrix}, \\
&= \frac{g^2v^2}{4}W_\mu^-W^{\mu+} + \\
&+ \frac{g^2v^2}{8}(W_\mu^3W^{\mu3} - 2tB_\mu W^{\mu3} + t^2B_\mu B^\mu), \tag{3.4.41}
\end{aligned}$$

e observamos que W_μ^\pm são autoestados de massa, ao passo que os termos que envolvem W_μ^3 e B_μ ainda estão misturados. Na base $\{W_\mu^3, B_\mu\}$ essa mistura é dada por

$$\frac{gv^2}{8} \begin{pmatrix} t^2 & -t \\ -t & 1 \end{pmatrix}.$$

Como autovetores, a matriz acima deve ter dois bosons, sendo um deles o fóton A_μ que é o bóson descrito pela QED e o bóson Z_μ . Neste caso, como não existem mais quebra espontânea de simetria no MP, A_μ e Z_μ são autoestados de massa e estão conectados com os autestados simétricos W_μ^3 e B_μ pela transformação

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_w & S_w \\ -S_w & C_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W^3 \end{pmatrix}, \quad (3.4.42)$$

com $C_w = \cos(\theta_w) = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}$, $S_w = \sin(\theta_w) = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}$ e θ_w é o ângulo de Weinberg. Os autovalores de (3.4.42) são

$$\begin{cases} \lambda_{A_\mu} = 0 \\ \lambda_{Z_\mu} = \frac{g^2 v^2}{8} (t^2 + 1) \end{cases}. \quad (3.4.43)$$

Um fato interessante de ser notado é que na interação entre os quarks mediada pelo boson de Higgs não existe troca de sabor, como podemos ver a seguir

$$\begin{pmatrix} \bar{u}'_L & \bar{c}'_L & \bar{t}'_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_L^U \end{pmatrix}^{-1} \frac{\mathcal{H}}{\sqrt{2}} G_{ab}^U V_R^U \begin{pmatrix} u'_R \\ c'_R \\ t'_R \end{pmatrix}, \quad (3.4.44)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{d}'_L & \bar{s}'_L & \bar{b}'_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_L^D \end{pmatrix}^{-1} \frac{\mathcal{H}}{\sqrt{2}} G_{ab}^D V_R^D \begin{pmatrix} d'_R \\ s'_R \\ b'_R \end{pmatrix}, \quad (3.4.45)$$

e isso ocorre porque as matrizes $V_{L,R}^D$ e $V_{L,R}^U$ diagonalizam as matrizes G_{ab}^D e G_{ab}^U e desta forma não é possível a comunicação entre gerações diferentes de quarks.

3.5 Correntes do Modelo Padrão

Para estudar as correntes do modelo padrão temos que examinar os termos que envolvem a interação dos bosons de gauge com os férmions do modelo. Neste caso, devemos substituir as derivadas covariantes D_μ^L e D_μ^R em termos dos bósons físicos A_μ e Z_μ (3.4.42).

Desta forma, D_μ^L fica escrito como

$$(D_\mu^L)_{1,1} = \partial_\mu + ig \left[S_w A_\mu \left(\frac{1}{2} + \frac{Y}{2} \right) + Z_\mu \left(\frac{C_w}{2} - \frac{S_w Y}{2C_w} \right) \right], \quad (3.5.46)$$

$$(D_\mu^L)_{1,2} = \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^+, \quad (3.5.47)$$

$$(D_\mu^L)_{2,1} = \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^-, \quad (3.5.48)$$

$$(D_\mu^L)_{2,2} = \partial_\mu + ig \left[S_w A_\mu \left(-\frac{1}{2} + \frac{Y}{2} \right) + Z_\mu \left(-\frac{C_w}{2} - \frac{S_w Y}{2C_w} \right) \right], \quad (3.5.49)$$

sendo $(D_\mu^L)_{1,1}$, $(D_\mu^L)_{1,2}$, $(D_\mu^L)_{2,1}$ e $(D_\mu^L)_{2,2}$ as componentes da matriz que representa D_μ^L .

Por outro lado, D_μ^R fica escrito como

$$D_\mu^R = \partial_\mu + \frac{ig'}{2} Y (C_w A_\mu - S_w Z_\mu). \quad (3.5.50)$$

Com estas formas para as derivadas covariantes, podemos estudar agora as correntes carregadas e neutras.

3.5.1 Correntes Carregadas

Sabemos que o termo da lagrangiana do MP que contém o conteúdo fermiônico (a lagrangian de férmions) é dada por

$$\mathcal{L}_{fermions} = \sum_{a=1}^3 \left[\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a + \bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^a \right], \quad (3.5.51)$$

e lembrando que as correntes carregadas devem ser mediadas pelos bósons carregados W_μ^+

e W_μ^- , utilizaremos apenas os termos $(D_\mu^L)_{1,2}$ e $(D_\mu^L)_{2,1}$ no lugar de D_μ^L . Também temos que ressaltar que D_μ^R não contribui para a corrente carregada, uma vez que não depende de termos envolvendo W_μ^+ e W_μ^- . Neste caso, quando fazemos $\psi_L^a = f_L^a$, temos

$$\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^a & \bar{\ell}_L^a \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ \ell_L^a \end{pmatrix}, \quad (3.5.52)$$

e quando fazemos $\psi_L^a = Q_L^a$, temos

$$\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a = \begin{pmatrix} \bar{u}_L^a & \bar{d}_L^a \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^a \\ d_L^a \end{pmatrix}. \quad (3.5.53)$$

Assim a lagrangiana para as interações carregadas dos férmions é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fermions}^{cc} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \ell_\mu^a W_\mu^+ + \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a W_\mu^- \right\} \\ &\quad -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{u}_L^a \gamma^\mu d_\mu^a W_\mu^+ + \bar{d}_L^a \gamma^\mu u_L^a W_\mu^- \right\}, \end{aligned} \quad (3.5.54)$$

3.5.2 Correntes Neutras

Para as interações neutras levamos em conta os termos $(D_\mu^L)_{1,1}$ e $(D_\mu^L)_{2,2}$ da matriz que representa D_μ^L , juntamente com D_μ^R . Neste caso devemos lembrar que para os léptons $Y_{f_L} = -1$, assim

$$(D_\mu^L)_{1,1} = \partial_\mu + \frac{ig}{2C_w} Z_\mu, \quad (3.5.55)$$

$$(D_\mu^L)_{2,2} = \partial_\mu + ig \left[-S_w A_\mu - (1 - 2S_w^2) \frac{Z_\mu}{2C_w} \right], \quad (3.5.56)$$

e a parte de mão esquerda da lagrangiana assume a seguinte forma

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{leptons}^{0L} &= \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^a & \bar{\ell}_L^a \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} \frac{ig}{2C_w} Z_\mu & 0 \\ 0 & ig \left[-S_w A_\mu - (1 - 2S_w^2) \frac{Z_\mu}{2C_w} \right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ \ell_L^a \end{pmatrix}, \\ &= -g \left\{ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a \frac{Z_\mu}{2C_w} + \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a \left[-S_w A_\mu - (1 - 2S_w^2) \frac{Z_\mu}{2C_w} \right] \right\}.\end{aligned}\quad (3.5.57)$$

Para o segundo termo da lagrangiana, devemos levar em conta $Y_{\ell_R} = -2$, e desta forma

$$D_\mu^R = \partial_\mu + ig'(S_w Z_\mu - C_w A_\mu), \quad (3.5.58)$$

e a corrente neutra para leptons de mão direita é

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{leptons}^{0R} &= \bar{\ell}_R^a i\gamma^\mu (ig' S_w Z_\mu - ig' C_w A_\mu) \ell_R^a \\ &= g' C_w (\bar{\ell}_R \gamma^\mu \ell_R) A_\mu - g' S_w (\bar{\ell}_R \gamma^\mu \ell_R) Z_\mu.\end{aligned}\quad (3.5.59)$$

Juntando (3.5.57) e (3.5.59) e definindo $e = g' C_w$ (Constante de acoplamento eletromagnético), temos

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{lepton}^{nc} &= e \left\{ \bar{\ell}^a \gamma^\mu \ell^a \right\} A_\mu - \frac{g}{2C_w} \left\{ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a \right\} Z_\mu \\ &\quad - \frac{g}{2C_w} \left\{ 2S_w^2 \bar{\ell}_R^a \gamma^\mu \ell_R^a + (2S_w^2 - 1) \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a \right\} Z_\mu.\end{aligned}\quad (3.5.60)$$

Para os quarks, temos $Y_{Q_L^a} = \frac{1}{3}$, assim

$$(D_\mu^L)_{1,1} = i \left[\frac{2e}{3} A_\mu + Z_\mu \left(C_w - \frac{S_w^2}{2C_w} \right) \frac{g}{2} \right] \quad (3.5.61)$$

$$(D_\mu^L)_{2,2} = i \left[-\frac{e}{3} A_\mu + Z_\mu \left(C_w + \frac{S_w^2}{3C_w} \right) \frac{g}{2} \right], \quad (3.5.62)$$

com isto,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{quarks}^{L(0)} &= -\bar{u}_L^a \left[\frac{2e}{3} A_\mu + Z_\mu \left(C_w - \frac{S_w^2}{2C_w} \right) \frac{g}{2} \right] u_L^a \\ &\quad - \bar{d}_R^a \left[-\frac{e}{3} A_\mu + Z_\mu \left(C_w + \frac{S_w^2}{3C_w} \right) \frac{g}{2} \right] d_L^a.\end{aligned}\quad (3.5.63)$$

e para o termo de mão direita da lagrangiana neutra para os quarks, devemos levar em

conta que $Y_{u_R} = \frac{4}{3}$ e $Y_{d_R} = -\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quarks}^{R(0)} &= \bar{u}_R^a \gamma^\mu \left[-\frac{2e}{3} A_\mu + \frac{2g}{3C_w} S_w^2 Z_\mu \right] u_R^a \\ &\quad + \bar{d}_R^a \gamma^\mu \left[\frac{e}{3} A_\mu - \frac{g}{3C_w} S_w^2 Z_\mu \right] d_R^a, \end{aligned} \quad (3.5.64)$$

e somando as duas contribuições (3.5.63) e (3.5.64), obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quarks}^{nc} &= \left\{ -\frac{2e}{3} \bar{u}^a \gamma^\mu u^a \right\} A_\mu + \left\{ \frac{e}{3} \bar{d}^a \gamma^\mu d^a \right\} A_\mu \\ &\quad - \frac{g}{2C_w} \bar{u}_L^a \gamma^\mu u_L^a Z_\mu + \frac{g}{2C_w} \bar{u}_R^a \gamma^\mu u_R^a Z_\mu \\ &\quad - \frac{g}{2C_w} \bar{d}_L^a \gamma^\mu \left(\frac{2S_w^2 - 3}{3} \right) d_L^a Z_\mu - \frac{g}{2C_w} \bar{d}_R^a \gamma^\mu \left(\frac{2S_w^2}{3} \right) d_R^a Z_\mu. \end{aligned} \quad (3.5.65)$$

3.6 Troca de Sabor

As correntes para os quarks escritas na seção anterior estão escritas na base de sabor. Se somarmos os termos com respeito ao índice a e utilizarmos as transformações (3.3.33), a corrente carregada fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quarks}^{cc} &\sim \left(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t} \right)_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \\ &\sim \left(\bar{u}' \quad \bar{c}' \quad \bar{t}' \right) \gamma^\mu (V_L^u)^\dagger (V_L^d) \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.6.66)$$

Observamos que existe mistura das gerações de quarks uma vez que o produto $(V_L^u)^\dagger (V_L^d)$ não é diagonal. Este produto é conhecido como matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

$$V_{CKM} = (V_L^u)^\dagger (V_L^d). \quad (3.6.67)$$

Por sua vez, para a corrente neutra mediada pelo boson Z , temos

$$\mathcal{L} \sim \left(\bar{u}' \quad \bar{c}' \quad \bar{t}' \right) \gamma^\mu Z (V_L^u)^\dagger (V_L^u) \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}, \quad (3.6.68)$$

o que indica que não há mistura de gerações na corrente neutra uma vez que o produto $(V_L^u)^\dagger (V_L^u)$ é diagonal. Portanto a troca de sabor nas correntes neutras do modelo padrão¹ são proibidas a nível de árvore.

¹A troca de sabor nas correntes neutras é conhecido na literatura como Flavor Change in Neutral Currents (FCNC)

4 *O Modelo 3 – 3 – 1*

O modelo baseado no grupo de gauge $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ é uma extensão do MP. Na literatura, esse modelo é conhecido como modelo 3 – 3 – 1, nós vamos estudar sua versão com neutrinos de mão direita ($3 - 3 - 1RH_\nu$). A extensão neste caso é feita no setor eletrofraco, onde o grupo de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é estendido a $SU(3)_L \otimes U(1)_N$. Como a alteração é feita apenas no setor eletrofraco, o grupo de gauge responsável pelas interações fortes continua sendo o grupo $SU(3)_C$. Vejamos agora alguns detalhes deste modelo.

4.1 Estrutura do Modelo 3 – 3 – 1

As partículas nesse modelo estão arranjadas da seguinte maneira:

Os leptons de mão esquerda estão arrajados na representação fundamental de $SU(3)$ e os léptons de mão direita estão na representação singleto

$$f_L^a = \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ \ell_L^a \\ (\nu_R^a)^c \end{pmatrix} \sim \left(1, 3, -\frac{1}{3}\right); e_{aR} \sim (1, 1, -1), \quad (4.1.1)$$

com $a = 1, 2, 3$ representando as três gerações (tipos) de leptons. O sinal " \sim " representa a transformação sob 3 – 3 – 1. É importante notar que surgem uma novas partículas

no setor leptônico que são os neutrinos de mão direita. Os quarks estão organizados da seguinte maneira: Uma das gerações de quarks de mão esquerda vem na representação de tripleto

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_{3L} \\ d_{3L} \\ U'_{3L} \end{pmatrix} \sim \left(3, 3, \frac{1}{3} \right), \quad (4.1.2)$$

enquanto que as outras duas vem na representação de anti tripleto

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_{iL} \\ -u_{iL} \\ D'_{iL} \end{pmatrix} \sim (3, \bar{3}, 0), \quad (4.1.3)$$

com $i = 1, 2$. Os quarks de mão direita vem também como singletos, assim como eram no MP

$$u_{iR} \sim \left(3, 1, \frac{2}{3} \right); d_{iR} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3} \right);$$

$$D'_{iR} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3} \right), \quad (4.1.4)$$

$$u_{3R} \sim \left(3, 1, \frac{2}{3} \right); d_{3R} \sim \left(3, 3, -\frac{1}{3} \right);$$

$$U'_{3R} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3} \right). \quad (4.1.5)$$

Neste caso, observamos que estão presentes neste modelo os quarks do MP e novos quarks que surgem como consequência da extensão. Esses novos quarks apresentam características de possuir tanto número bariônico como número leptônico. Da mesma forma que no MP o operador carga elétrica é uma combinação linear dos geradores diagonais de $SU(3)_L$ e de $U(1)_N$. Os geradores do grupo $SU(3)$ são as matrizes de Gell-Mann λ_a com $a = 1, 2, \dots, 8$, assim

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2} (\lambda_3 + \eta \lambda_8) + N I_{3 \times 3}, \quad (4.1.6)$$

sendo λ_3 e λ_8 os geradores diagonais de $SU(3)_L$ e η é um parâmetro a ser determinado.

Pela relação (4.1.6) observamos que

$$\frac{Q}{e} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right) + N \\ \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right) + N \\ \frac{\eta}{\sqrt{3}} + N \end{pmatrix}, \quad (4.1.7)$$

Para calibrar η vamos lembrar que após a primeira quebra de simetria $3 - 3 - 1 \rightarrow 3 - 2 - 1$ devemos recuperar o conteúdo leptônico do MP. Assim, de (3.2.7), observamos que as duas primeiras componentes de (4.1.6) devem obedecer às seguintes relações

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right) + N = 0, \quad (4.1.8)$$

$$\frac{1}{2} \left(-1 + \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right) + N = -1, \quad (4.1.9)$$

e assim, $-\frac{\eta}{\sqrt{3}} = (2N + 1)$ e consequentemente o valor da terceira componente de (4.1.6) torna-se

$$-\frac{\eta}{\sqrt{3}} + N = 3N + 1, \quad (4.1.10)$$

Como a terceira componente do conteúdo leptônico do nosso modelo é o $(\nu_R^c)^1$, $3N + 1 = 0$ e $\eta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. Desta forma o operador carga elétrica do modelo $3 - 3 - 1RH_\nu$ assume a seguinte forma

$$\frac{Q}{e} = \begin{pmatrix} N + \frac{1}{3} \\ N - \frac{2}{3} \\ 3N + 1 \end{pmatrix}. \quad (4.1.11)$$

4.2 Lagrangiana do Modelo 3 - 3 - 1

A lagrangiana do modelo $3 - 3 - 1$ no setor eletrofraco é dada por

$$\mathcal{L}_{331RH_\nu} = \mathcal{L}_{leptons}^{331RH_\nu} + \mathcal{L}_{quarks}^{331RH_\nu} + \mathcal{L}_{Yukawa}^{331RH_\nu} + \mathcal{L}_{Escalar}^{331RH_\nu} + \mathcal{L}_{Gauge}^{331RH_\nu}. \quad (4.2.12)$$

¹Num modelo $3-3-1$ qualquer a terceira componente do conteúdo leptônico poderia ser uma partícula diferente o que levaria a um valor diferente de η e consequentemente uma física diferente para descrevê-lo

De maneira análoga ao que fizemos no capítulo anterior vamos agora descrever cada termo dessa lagrangiana

4.2.1 Lagrangiana de Férmiões

Vamos escrever a lagrangiana de férmiões de forma separada. A lagrangiana de léptons é dada por

$$\mathcal{L}_{leptons}^{331RH\nu} = \sum_{a=1}^3 \left[\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a + \bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^a \right], \quad (4.2.13)$$

com $\psi_L^a = f_L^a$, $\psi_R^a = \ell_R^a$ e

$$D_\mu^L = \partial_\mu + \frac{ig}{2} W_\mu^a \lambda^a + ig_N N w_\mu^N, \quad (4.2.14)$$

$$D_\mu^R = \partial_\mu + ig_N N w_\mu^N,$$

com $a = 1, 2, \dots, 8$, W_μ^a =bosons de gauge simétricos do grupo $SU(3)_L$, w_μ^N =boson de gauge simétrico do grupo $U(1)_N$, λ_a = geradores do grupo $SU(3)_L$, g e g_N são as constantes de acoplamento dos grupos $SU(3)_L$ e $U(1)_N$ respectivamente, N = um número quântico.

Para os quarks temos a seguinte lagrangiana

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quarks}^{331RH\nu} &= \bar{Q}_{3L} i\gamma^\mu D_\mu^L Q_{3L} + \sum_{i=1}^2 \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu^L Q_{iL} \\ &+ \bar{u}_{3R} i\gamma^\mu D_\mu^R u_{3R} + \bar{d}_{3R} i\gamma^\mu D_\mu^R d_{3R} \\ &+ \bar{U}'_{3R} i\gamma^\mu D_\mu^R U'_{3R} + \sum_{i=1}^2 \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu^R u_{iR} \\ &+ \sum_{i=1}^2 \bar{d}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu^R d_{iR} + \sum_{i=1}^2 \bar{D}'_{iR} i\gamma^\mu D_\mu^R D'_{iR}. \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

e neste caso para os termos que dependem de Q_3 as derivadas D_μ^L e D_μ^R são as dadas em (4.2.14), pois eles estão na representação de tripletos. Porém, para os termos que dependem de Q_i , as derivadas D_μ^L e D_μ^R são dadas por

$$D_\mu^L = \partial_\mu - \frac{ig}{2} W_\mu^a \lambda^{a*} + ig_N N B_\mu, \quad (4.2.16)$$

$$D_\mu^R = \partial_\mu + ig_N N B_\mu,$$

porque, neste caso, Q_i está na representação de antitripleto

4.2.2 Lagrangiana de Gauge

A lagrangiana de gauge do modelo $3 - 3 - 1$ tem a forma

$$\mathcal{L}_{Gauge}^{331RH\nu} = -\frac{1}{4}W^{a\mu\nu}W_{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B^{N\mu\nu}B_{N\mu\nu}, \quad (4.2.17)$$

e neste caso identificamos

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + gC^{abc}W_\mu^b W_\nu^c, \quad (4.2.18)$$

$$W_{\mu\nu}^N = \partial_\mu W_\nu^N - \partial_\nu W_\mu^N,$$

com a, b e $c = 1, 2, \dots, 8$ e C^{abc} a constante de estrutura do grupo $SU(3)_L$. Devemos lembrar que assim como no MP a lagrangiana de gauge do modelo $3 - 3 - 1RH_\nu$ também fornece as autointerações bosônicas

4.2.3 Lagrangiana Escalar

A lagrangiana escalar é dada por

$$\mathcal{L}_{Escalar}^{331RH\nu} = \sum_i (D^\mu \Phi_i)^\dagger (D_\mu \Phi_i) - V(\chi, \eta, \rho). \quad (4.2.19)$$

Os campos χ , η e ρ são tripletos de $SU(3)_L$

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi^0 \\ \chi^- \\ \chi'^0 \end{pmatrix}; \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho'^+ \end{pmatrix}; \eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta'^0 \end{pmatrix}. \quad (4.2.20)$$

É importante mencionar-mos que os campos η e χ transformando-se como $(1, 3, -\frac{1}{3})$ e $\rho \sim (1, 3, -\frac{2}{3})$

4.2.4 Lagrangiana de Yukawa

A lagrangiana de Yukawa do modelo $3 - 3 - 1$ que irá gerar massa para os férmions

exceto para neutrinos é

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}^{Yukawa} = & \lambda_{2ij}\bar{Q}_{iL}\chi^*D'_{jR} + \lambda_1\bar{Q}_3\chi U'_{3R} + \\
& +\lambda_{4ia}\bar{Q}_{iL}\eta^*d_{aR} + \lambda_{3a}\bar{Q}\eta u_{aR} + \\
& +\lambda_{1a}\bar{Q}_{3L}\rho d_{aR} + \lambda_{2ia}\bar{Q}_{iL}\rho^*u_{aR} + \\
& +G_{aa}f_{aL}\rho e_{aR} + \text{H.C.}
\end{aligned} \tag{4.2.21}$$

A massa para os quarks é obtida substituindo o valor esperado de vácuo de χ , ρ e η na lagrangiana (4.2.21) após a QES, os quais são dados por

$$\begin{aligned}
\chi' &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\chi'} + R_{\chi'} + iI_{\chi'}) \end{pmatrix}; \\
\rho &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\rho} + R_{\rho} + iI_{\rho}) \\ 0 \end{pmatrix}; \\
\eta &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\eta} + R_{\eta} + iI_{\eta}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{4.2.22}$$

4.3 Massa Para Quarks do Modelo 3 – 3 – 1

Após substituir os valores esperados no vácuo dos campos χ , ρ e η dados pela expressão (4.2.22) na lagrangiana(4.2.21), os termos de massa para os quarks exóticos U'_3 e D'_i são:

$$\mathcal{L}_{U',D'}^{Massa} = \begin{pmatrix} \bar{U}'_{3L} & \bar{D}'_{1L} & \bar{D}'_{2L} \end{pmatrix} M_{U'}^{D'} \begin{pmatrix} U'_{3R} \\ D'_{1R} \\ D'_{2R} \end{pmatrix}, \tag{4.3.23}$$

onde

$$M_{U'}^{D'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_1 v_{\chi'} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{211} v_{\chi'} & \lambda_{212} v_{\chi'} \\ 0 & \lambda_{221} v_{\chi'} & \lambda_{222} v_{\chi'} \end{pmatrix}. \tag{4.3.24}$$

O termo de massa para os quarks padrão tipo U é dado por

$$\mathcal{L}_U^{Massa} = \begin{pmatrix} \bar{u}_{1L} & \bar{u}_{2L} & \bar{u}_{3L} \end{pmatrix} M^U \begin{pmatrix} u_{1R} \\ u_{2R} \\ u_{3R} \end{pmatrix}, \quad (4.3.25)$$

onde

$$M^U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\lambda_{211}v_\rho & -\lambda_{212}v_\rho & \lambda_{213}v_\rho \\ -\lambda_{221}v_\rho & -\lambda_{222}v_\rho & \lambda_{223}v_\rho \\ \lambda_{31}v_\eta & \lambda_{32}v_\eta & \lambda_{33}v_\eta \end{pmatrix}. \quad (4.3.26)$$

O termo de massa para os quarks padrão tipo D é dado por

$$\mathcal{L}_D^{Massa} = \begin{pmatrix} \bar{d}_{1L} & \bar{d}_{2L} & \bar{d}_{3L} \end{pmatrix} M^D \begin{pmatrix} d_{1R} \\ d_{2R} \\ d_{3R} \end{pmatrix}, \quad (4.3.27)$$

onde

$$M^D = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{411}v_\eta & \lambda_{412}v_\eta & \lambda_{413}v_\eta \\ \lambda_{421}v_\eta & \lambda_{422}v_\eta & \lambda_{423}v_\eta \\ \lambda_{11}v_\rho & \lambda_{12}v_\rho & \lambda_{13}v_\rho \end{pmatrix}. \quad (4.3.28)$$

Porém, as matrizes de massa (4.3.26) e (4.3.28) não são diagonais. Assumimos então que os quarks tipo D e U , escritos nas bases (d_1, d_2, d_3) e (u_1, u_2, u_3) , respectivamente, são autoestados de sabor. A mudança de base

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}_{L,R} = \begin{pmatrix} V_{L,R}^U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \end{pmatrix}_{L,R}, \quad (4.3.29)$$

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}_{L,R} = \begin{pmatrix} V_{L,R}^D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d'_1 \\ d'_2 \\ d'_3 \end{pmatrix}_{L,R}. \quad (4.3.30)$$

conecta autoestados de sabor com as respectivas bases físicas (d'_1, d'_2, d'_3) e (u'_1, u'_2, u'_3) . No nosso caso $v_\eta = v_\rho = v/\sqrt{2}$, sendo $v=246$ Gev

Para quarks tipo D temos:

$$\begin{pmatrix} \bar{d}'_{1L} & \bar{d}'_{2L} & \bar{d}'_{3L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_L^D \end{pmatrix}^{-1} M^D \begin{pmatrix} V_R^D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d'_{1R} \\ d'_{2R} \\ d'_{3R} \end{pmatrix}, \quad (4.3.31)$$

onde

$$\left(V_L^D \right)^{-1} M^D \left(V_R^D \right) = \begin{pmatrix} m_{d'_1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{d'_2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{d'_3} \end{pmatrix}. \quad (4.3.32)$$

Para quarks tipo U :

$$\left(\bar{u}'_{1L} \quad \bar{u}'_{2L} \quad \bar{u}'_{3L} \right) \left(V_L^U \right)^{-1} M^D \left(V_R^U \right) \begin{pmatrix} u'_{1R} \\ u'_{2R} \\ u'_{3R} \end{pmatrix}, \quad (4.3.33)$$

onde

$$\left(V_L^U \right)^{-1} M^U \left(V_R^U \right) = \begin{pmatrix} m_{u'_1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{u'_2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{u'_3} \end{pmatrix}. \quad (4.3.34)$$

5 Novas fontes de troca de sabor nas correntes do modelo 3 – 3 – 1_{RHN}

Até agora mostramos alguns aspectos importantes do modelo 3 – 3 – 1_{RHN}. Neste capítulo, mostraremos que ele permite processos de FCNC a nível de árvore, o que não era possível no MP. Tais processos são importantes para obter-mos o fenômeno de oscilação de mésons sem que seja necessário fazer correções de loop nos diagramas de Feynman. Iremos nos concentrar em entender como essas oscilações acontecem no 3 – 3 – 1_{RHN} e quais as fontes que produzem tal processo.

5.1 Interação dos Quarks Padrão com novos escalares

No capítulo anterior utilizamos os valores de χ, η e ρ após a QES para obter os termos de massa para os quarks do modelo, porém devemos lembrar que a QES leva a $\chi^0, \rho^0, \eta^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\chi', \rho, \eta} + R_{\chi', \rho, \eta} + iI_{\chi', \rho, \eta})$, o que por sua vez implica em interação dos quarks com os campos $R_{\chi', \rho, \eta}$ e $I_{\chi', \rho, \eta}$. Após o processo de diagonalização dos escalares de CP-par os autoestados de massa estão conectados com os autoestados de sabor da

seguinte maneira [12, 13]:

$$\begin{aligned} S_1 &= R_{\chi'}, \\ S_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\eta - R_\rho), \\ H &= \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\eta + R_\rho), \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

sendo S_1 e S_2 dois novos escalares pesados próprios do $3 - 3 - 1$, enquanto que H é identificado como o boson de Higgs do MP.

Na forma matricial, podemos escrever H e S_2 Como

$$\begin{pmatrix} S_2 \\ H \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_\eta \\ R_\rho \end{pmatrix}. \quad (5.1.2)$$

Portanto é possível escrever R_η e R_ρ em função de S_2 e H

$$R_\eta = S_2 + H, \quad (5.1.3)$$

$$R_\rho = H - S_2,$$

e com isso, podemos agora encontrar os termos de interação mediados por S_2 e H . Na interação mediada pelo H temos

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \bar{d}_{1L} & \bar{d}_{2L} & \bar{d}_{3L} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{411}H & \lambda_{412}H & \lambda_{413}H \\ \lambda_{421}H & \lambda_{422}H & \lambda_{423}H \\ \lambda_{11}H & \lambda_{12}H & \lambda_{13}H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{1R} \\ d_{2R} \\ d_{3R} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \bar{u}_{1L} & \bar{u}_{2L} & \bar{u}_{3L} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\lambda_{211}H & -\lambda_{212}H & -\lambda_{213}H \\ -\lambda_{221}H & -\lambda_{222}H & -\lambda_{223}H \\ \lambda_{31}H & \lambda_{32}H & \lambda_{33}H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1R} \\ u_{2R} \\ u_{3R} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

vemos que a interação de H com os quarks padrão tem a mesma forma que as matrizes de massa (4.3.26) e (4.3.28). Ao realizar-mos a mudança de base nos quarks padrão da base de sabor para a base física, observamos que como já acontecia no MP as interações do Higgs são diagonais e H não media troca de sabor.

Para as interações mediadas pelo S_2 , obtemos

$$\begin{aligned} & \left(\bar{d}_{1L} \quad \bar{d}_{2L} \quad \bar{d}_{3L} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{411} S_2 & \lambda_{412} S_2 & \lambda_{413} S_2 \\ \lambda_{421} S_2 & \lambda_{422} S_2 & \lambda_{423} S_2 \\ -\lambda_{11} S_2 & -\lambda_{12} S_2 & -\lambda_{13} S_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{1R} \\ d_{2R} \\ d_{3R} \end{pmatrix} + \\ & + \left(\bar{u}_{1L} \quad \bar{u}_{2L} \quad \bar{u}_{3L} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{211} S_2 & \lambda_{212} S_2 & \lambda_{213} S_2 \\ \lambda_{221} S_2 & \lambda_{222} S_2 & \lambda_{223} S_2 \\ \lambda_{31} S_2 & \lambda_{32} S_2 & \lambda_{33} S_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1R} \\ u_{2R} \\ u_{3R} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.1.5)$$

Ao realizar-mos a mudança de base nos quarks padrão da base de sabor para a base física, observamos que a diferença do Higgs, o S_2 media interações com troca de sabor. Agora após realizarmos a diagonalização da matriz de massa dos escalares neutros de CP-ímpar obtemos:

$$\begin{aligned} I_1^0 & \sim I_{\chi'}, \\ I_2^0 & \sim \frac{1}{\sqrt{2}} (I_\rho - I_\eta), \\ I_3^0 & \sim \frac{1}{\sqrt{2}} (I_\rho + I_\eta). \end{aligned} \quad (5.1.6)$$

Porém, devemos lembrar que I_1^0 e I_2^0 são bósons de Goldstone absorvidos pelos bósons neutros Z^0 e Z' , e I_3^0 é um pseudo escalar com massa.

De modo análogo ao que fizemos com R_η e com R_ρ , procedemos com I_2^0 e I_3^0 , de modo que podemos escrever

$$\begin{aligned} I_\rho & \sim \frac{\sqrt{2}}{2} (I_2^0 + I_3^0), \\ I_\eta & \sim \frac{\sqrt{2}}{2} (I_2^0 - I_3^0). \end{aligned} \quad (5.1.7)$$

Portanto, a interação dos quarks tipo \mathbf{u} com o escalar físico I_3^0 é da forma:

$$\left(\bar{u}_{1L} \quad \bar{u}_{2L} \quad \bar{u}_{3L} \right) \frac{i}{2} \left\{ \left(\begin{array}{ccc} \lambda_{211} I_3^0 & \lambda_{212} I_3^0 & \lambda_{213} I_3^0 \\ \lambda_{221} I_3^0 & \lambda_{222} I_3^0 & \lambda_{223} I_3^0 \\ \lambda_{31} I_3^0 & \lambda_{32} I_3^0 & \lambda_{33} I_3^0 \end{array} \right) \right\} \left(\begin{array}{c} u_{1R} \\ u_{2R} \\ u_{3R} \end{array} \right), \quad (5.1.8)$$

observamos que I_3^0 terá interações não diagonais com os quarks físicos tipo \mathbf{u} o que nos leva à conclusão de que ele media processos de troca de sabor.

Finalmente mostramos que a interação do bóson físico I_3^0 com os quarks tipo \mathbf{d} é da forma

$$\left(\bar{d}_{1L} \quad \bar{d}_{2L} \quad \bar{d}_{3L} \right) \frac{i}{2} \left\{ \left(\begin{array}{ccc} -\lambda_{411} I_3^0 & -\lambda_{412} I_3^0 & -\lambda_{413} I_3^0 \\ -\lambda_{421} I_3^0 & -\lambda_{422} I_3^0 & -\lambda_{423} I_3^0 \\ \lambda_{11} I_3^0 & \lambda_{12} I_3^0 & \lambda_{13} I_3^0 \end{array} \right) \right\} \left(\begin{array}{c} d_{1R} \\ d_{2R} \\ d_{3R} \end{array} \right), \quad (5.1.9)$$

logo I_3^0 também media processos de FCNC.

5.2 As correntes neutras no modelo $3 - 3 - 1_{RHN}$

Na seção anterior, investigamos alguns detalhes do que acontece na interação dos quarks padrão \mathbf{u} e \mathbf{d} com os novos escalares preditos pela teoria. Porém, existe um bóson sobre o qual não falamos ainda. Este é o novo bóson de gauge que surge em decorrência das QES na lagrangiana escalar (4.2.19) que chamamos de Z' . Já dissemos anteriormente que a troca de sabor nas correntes neutras (FCNC) é proibida em nível de árvore no MP, mas no modelo $3 - 3 - 1_{RHN}$ surge naturalmente. É importante observar que, uma vez realizadas todas as QES do modelo, e de encontrar-mos os termos de massa para os bósons de gauge físicos, podemos escrever as correntes neutras em termos dos autoestados

de massa como [14]:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{iL} i \gamma^\mu Q_{iL} = & g \left\{ J_{z^1}^1 \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} Z_\mu^1 + J_{z^2}^1 \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} Z_\mu^2 + J_{z^1}^2 \bar{u}_{iL} \gamma^\mu u_{iL} Z_\mu^1 \right. \\ & + J_{z^2}^2 \bar{u}_{iL} \gamma^\mu u_{iL} Z_\mu^2 + \frac{S_W}{3} \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} A_\mu - \frac{2S_W}{3} \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} A_\mu \\ & \left. + J_{z^1}^3 \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} Z_\mu^1 + J_{z^2}^3 \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} Z_\mu^2 + \frac{S_W}{3} \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} A_\mu \right\}, \quad (5.2.10) \end{aligned}$$

para a primeira e a segunda família. Neste caso devemos ficar atentos ao fato de que

$$\begin{aligned} J_{z^1}^1 &= \frac{C_W C_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6C_W}, \\ J_{z^2}^1 &= -\frac{C_W S_\Phi}{2} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6C_W}, \\ J_{z^1}^2 &= -\frac{C_W C_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6C_W}, \\ J_{z^2}^2 &= \frac{C_W S_\Phi}{2} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6C_W}, \\ J_{z^1}^3 &= -\frac{t_W S_W C_\Phi}{3} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{3C_W}, \\ J_{z^2}^3 &= \frac{t_W S_W S_\Phi}{3} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{3C_W}. \end{aligned} \quad (5.2.11)$$

Aqui $C_W = \cos\theta_W$, $S_W = \sin\theta_W$, $t_W = \tan\theta_W$, $h_W = 3 - 4S_W^2$, θ_W é o ângulo de Weinberg, S_Φ e C_Φ são respectivamente o seno e o cosseno do ângulo Φ de mistura entre os bósons de gauge físicos Z^1 e Z^2 . A contribuição da terceira componente, por outro lado, têm a seguinte forma [14]

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{3L} i \gamma^\mu Q_{3L} = & -g \left\{ K_{z^1}^1 \bar{u}_{3L} \gamma^\mu u_{3L} Z_\mu^1 + K_{z^2}^1 \bar{u}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} Z_\mu^2 + K_{z^1}^2 \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d_{3L} Z_\mu^1 \right. \\ & + K_{z^2}^2 \bar{d}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} Z_\mu^2 + \frac{2S_W}{3} \bar{u}_{3L} \gamma^\mu u_{3L} A_\mu - \frac{S_W}{3} \bar{d}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} A_\mu \\ & \left. + K_{z^1}^3 \bar{u}'_{3L} \gamma^\mu u'_{3L} Z_\mu^1 + K_{z^2}^3 \bar{u}'_{3L} \gamma^\mu u'_{3L} Z_\mu^2 + \frac{2S_W}{3} \bar{u}'_{3L} \gamma^\mu u'_{3L} A_\mu \right\}, \quad (5.2.12) \end{aligned}$$

Com as constantes

$$\begin{aligned}
K_{z^1}^1 &= \frac{C_W C_\Phi}{2} - \frac{t_W S_W C_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
K_{z^2}^1 &= -\frac{C_W S_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
K_{z^1}^2 &= -\frac{C_W C_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
K_{z^2}^2 &= \frac{C_W S_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{6} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
K_{z^1}^3 &= -\frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{3C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{3\sqrt{h_W}} - \frac{2}{3} t_W S_W C_\Phi, \\
K_{z^2}^3 &= -\frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{3C_W} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{3\sqrt{h_W}} + \frac{2}{3} t_W S_W S_\Phi.
\end{aligned} \tag{5.2.13}$$

Porém, o ângulo Φ é da ordem $-3,979 \times 10^{-3} < \Phi < 1,309 \times 10^{-4}$, como foi mostrado em [15], o que nos permite assumir, por simplicidade, $\Phi = 0$. Neste limite, podemos identificar $Z^1 \equiv Z$ e $Z^2 \equiv Z'$.

As correntes mediadas pelo bóson Z são dadas por

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{u+d}^Z &= \frac{g}{2C_W} \bar{u}_{aL} \gamma^\mu \left(\frac{3 - 4S_W^2}{3} \right) u_{aL} Z_\mu \\
&\quad + \frac{g}{2C_W} \bar{d}_{aL} \gamma^\mu \left(\frac{2S_W^2 - 3}{3} \right) u_{aL} Z_\mu,
\end{aligned} \tag{5.2.14}$$

com $a = 1, 2, 3$. As correntes mediadas pelo bóson Z' são:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_u^{Z'} &= -\frac{g}{2C_W} \left\{ \bar{u}_{3L} \gamma^\mu \left[\frac{(3 - 2S_W^2)}{3\sqrt{3 - 4S_W^2}} \right] u_{3L} \right\} Z'_\mu \\
&\quad + \frac{g}{2C_W} \left\{ \bar{u}_{iL} \gamma^\mu \left[\frac{(3 - 4S_W^2)}{3\sqrt{3 - 4S_W^2}} \right] u_{iL} \right\} Z'_\mu,
\end{aligned} \tag{5.2.15}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_d^{Z'} &= -\frac{g}{2C_W} \left\{ \bar{d}_{3L} \gamma^\mu \left[\frac{(3 - 2S_W^2)}{3\sqrt{3 - 4S_W^2}} \right] d_{3L} \right\} Z'_\mu \\
&\quad + \frac{g}{2C_W} \left\{ \bar{d}_{iL} \gamma^\mu \left[\frac{(3 - 4S_W^2)}{3\sqrt{3 - 4S_W^2}} \right] d_{iL} \right\} Z'_\mu,
\end{aligned} \tag{5.2.16}$$

com $i = 1, 2$. Observamos que na lagrangiana (5.2.14) os processos de FCNC são

proibidos a nível de árvore. Porém nas lagrangianas (5.2.15) e (5.2.16) observa-se que é possível surgir tais processos, e isso é o que investigaremos a seguir.

5.3 Troca de Sabor nas Correntes Neutras e Oscilação de Mesons

Vamos agora encontrar as contribuições do Bóson de gauge Z' e dos escalares S_2 e I_3^0 a nível de árvore para a diferença de massa dos sistemas $K^0 - \bar{K}^0$, $D^0 - \bar{D}^0$ e $B_d^0 - \bar{B}_d^0$.

5.3.1 Contribuição do Bóson Z'

Em primeiro lugar, devemos notar que as lagrangianas (5.2.15) e (5.2.16) podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_u^{Z'} &= -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3-4S_W^2}} \right] \bar{u}_{3L} \gamma^\mu u_{3L} Z'_\mu \\ &\quad + \frac{g}{2C_W} \left[\frac{(3-4S_W^2)}{3\sqrt{3-4S_W^2}} \right] \bar{u}_{aL} \gamma^\mu u_{aL} Z'_\mu, \end{aligned} \quad (5.3.17)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_d^{Z'} &= -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3-4S_W^2}} \right] \bar{d}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} Z'_\mu \\ &\quad + \frac{g}{2C_W} \left[\frac{(3-4S_W^2)}{3\sqrt{3-4S_W^2}} \right] \bar{d}_{aL} \gamma^\mu d_{aL} Z'_\mu. \end{aligned} \quad (5.3.18)$$

Porém, o segundo termo em (5.3.17) e (5.3.18) não contribuem para processos de FCNC porque incluem as três famílias. Portanto, os termos que contribui são

$$\mathcal{L}_u^{Z'} = -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3-4S_W^2}} \right] \bar{u}_{3L} \gamma^\mu u_{3L} Z'_\mu, \quad (5.3.19)$$

$$\mathcal{L}_d^{Z'} = -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3-4S_W^2}} \right] \bar{d}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} Z'_\mu. \quad (5.3.20)$$

Agora, devemos lembrar que (5.3.19) e (5.3.20) está escrita na base de sabor e precisamos

reescrevê-las na base física através das transformações

$$\begin{aligned}
u_{aL} &= (V_L^u)_{ac} u'_{cL}, \\
\bar{u}_{al} &= \bar{u}'_{bL} (V^u)_{ab}^*, \\
d_{aL} &= (V_L^d)_{ac} d'_{cL}, \\
\bar{d}_{al} &= \bar{d}'_{bL} (V_L^d)_{ab}^*,
\end{aligned} \tag{5.3.21}$$

de modo que, sendo $a = 3$, nossas equações (5.3.19) e (5.3.20) tomam a forma

$$\mathcal{L}_u^{Z'} = -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3} - 4S_W^2} \right] \bar{u}'_{bL} (V_L^u)_{3b}^* \gamma^\mu (V_L^u)_{3c} u'_{cL} Z'_\mu, \tag{5.3.22}$$

$$\mathcal{L}_d^{Z'} = -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3} - 4S_W^2} \right] \bar{d}'_{bL} (V_L^d)_{3b}^* \gamma^\mu (V_L^d)_{3c} d'_{cL} Z'_\mu. \tag{5.3.23}$$

Agora, vamos investigar os termos da lagrangiana que contribuem para cada sistema. Para o sistema $K^0 - \bar{K}^0$ temos que, sendo o K^0 formado por um quark d e um antiquark \bar{s} e o \bar{K}^0 formado por um antiquark \bar{d} e um quark s , devemos então usar $b = 1$ e $c = 2$ em (5.3.23), de modo que,

$$\mathcal{L}_{Z'}^{K^0 - \bar{K}^0} = -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3} - 4S_W^2} \right] \left\{ (V_L^d)_{31}^* (V_L^d)_{32} \right\} |\bar{d}'_{1L} \gamma^\mu d'_{2L}| Z'_\mu. \tag{5.3.24}$$

Podemos observar da mesma forma que o termo da lagrangiana que contribue para a diferença de massa pro sistema $D^0 - \bar{D}^0$, neste caso sendo o méson D^0 formado por um quark u e um antiquark \bar{c} , assim o termo da lagrangiana é dado por

$$\mathcal{L}_{Z'}^{D^0 - \bar{D}^0} = -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3} - 4S_W^2} \right] \left\{ (V_L^u)_{31}^* (V_L^u)_{32} \right\} |\bar{u}'_{1L} \gamma^\mu u'_{2L}| Z'_\mu, \tag{5.3.25}$$

e para o sistema $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, sendo B_d^0 formado por um quark d e um antiquark b , temos

$$\mathcal{L}_{Z'}^{B_d^0 - \bar{B}_d^0} = -\frac{g}{2C_W} \left[\frac{6C_W^2}{3\sqrt{3} - 4S_W^2} \right] \left\{ (V_L^d)_{31}^* (V_L^d)_{33} \right\} |\bar{d}'_{1L} \gamma^\mu d'_{3L}| Z'_\mu, \tag{5.3.26}$$

De (5.3.24), (5.3.25) e (5.3.26) obtemos as seguintes lagrangianas efectivas:

$$\mathcal{L}_{Z' \text{ eff}}^{K_0-\bar{K}_0} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^4}{(3-4S_W^2)} \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} |(V_L^d)_{31}^* (V_L^d)_{32}|^2 |\bar{d}'_{1L} \gamma_\mu d'_{2L}|^2, \quad (5.3.27)$$

$$\mathcal{L}_{Z' \text{ eff}}^{D_0-\bar{D}_0} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^4}{(3-4S_W^2)} \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} |(V_L^u)_{31}^* (V_L^u)_{32}|^2 |\bar{u}'_{1L} \gamma_\mu u'_{2L}|^2, \quad (5.3.28)$$

$$\mathcal{L}_{Z' \text{ eff}}^{B_d^0-\bar{B}_d^0} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^4}{(3-4S_W^2)} \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} |(V_L^d)_{31}^* (V_L^d)_{33}|^2 |\bar{d}'_{1L} \gamma_\mu d'_{3L}|^2. \quad (5.3.29)$$

Estas lagrangianas efectivas concordam perfeitamente com trabalhos anteriores [6] no limite $Z_1 \equiv Z$ e $Z_2 \equiv Z'$ como estamos assumindo aqui. A diferença de massa para cada sistema é então obtida a partir destas lagrangianas effectivas:

$$(\Delta m_K)_{Z'} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^4}{(3-4S_W^2)} \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} |(V_L^d)_{31}^* (V_L^d)_{32}|^2 f_K^2 B_K \eta_K m_K, \quad (5.3.30)$$

$$(\Delta m_D)_{Z'} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^4}{(3-4S_W^2)} \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} |(V_L^u)_{31}^* (V_L^u)_{32}|^2 f_D^2 B_D \eta_D m_D, \quad (5.3.31)$$

$$(\Delta m_{B_d})_{Z'} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^4}{(3 - 4S_W^2)} \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} |(V_L^d)_{31}^* (V_L^d)_{33}|^2 f_B^2 B_B \eta_B m_B, \quad (5.3.32)$$

Onde B e f são o parâmetro *bag* e a constante de decaimento dos mesons respectivamente, e η correções vindas da QCD [16]. Usaremos os valores numéricos $G_F = 1,166 \times 10^{-5} GeV^{-2}$, $(\Delta m)_K = 3,438 \times 10^{-12} MeV$, $m_K = 467,614 MeV$, $\sqrt{B_K} f_K = 135 MeV$, $\eta_K = 0,57$; $(\Delta m)_D = 4,607 \times 10^{-11} MeV$, $m_D = 1865 MeV$, $\sqrt{B_D} f_D = 187 MeV$, $\eta_D = 0,57$; $(\Delta m)_{B_d} = 208 MeV$, $m_{B_d} = 5279,5 MeV$, $\sqrt{B_{B_d}} f_{B_d} = 208 MeV$, $\eta_{B_d} = 0,55$ de acordo com [17].

5.3.2 Contribuição dos Escalares I_3 e S_2

Os termos de diferença de massa associados com os escalares S_2 e I_3^0 são obtidos das interações entre os quarks mediadas por esses bósons. De acordo com (5.1.5), (5.1.8), (5.1.9), e usando as transformações (5.3.21) para mudar os quarks da base de sabor para a base física encontramos [18]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{S_2, I_3}^{K^0 - \bar{K}^0} = & \left\{ \frac{\lambda_{413}}{2} (V_L^d)_{11}^* (V_R^d)_{32} + \frac{\lambda_{423}}{2} (V_L^d)_{21}^* (V_R^d)_{32} \right. \\ & - \frac{\lambda_{13}}{2} (V_L^d)_{31}^* (V_R^d)_{32} + \frac{\lambda_{422}}{2} (V_L^d)_{21}^* (V_R^d)_{22} \\ & \left. - \frac{\lambda_{12}}{2} (V_L^d)_{31}^* (V_R^d)_{22} - \frac{\lambda_{11}}{2} (V_L^d)_{31}^* (V_R^d)_{12} \right\} [d_{1L}^{\bar{}} d_{2R}^{\prime}] (S_2, I_3), \end{aligned} \quad (5.3.33)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{S_2, I_3}^{D^0-\bar{D}^0} &= \left\{ \frac{\lambda_{31}}{2} (V_L^u)^* (V_R^u)_{12} + \frac{\lambda_{222}}{2} (V_L^u)^* (V_R^u)_{22} \right. \\
&+ \frac{\lambda_{32}}{2} (V_L^u)^* (V_R^u)_{22} + \frac{\lambda_{213}}{2} (V_L^u)^* (V_R^u)_{32} \\
&+ \left. \frac{\lambda_{223}}{2} (V_L^u)^* (V_R^u)_{32} + \frac{\lambda_{33}}{2} (V_L^u)^* (V_R^u)_{32} \right\} [u_{1L}^{\bar{}} u'_{2R}] (S_2, I_3),
\end{aligned} \tag{5.3.34}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{S_2, I_3}^{B_d^0-\bar{B}_d^0} &= \left\{ \frac{\lambda_{413}}{2} (V_L^d)^* (V_R^d)_{33} + \frac{\lambda_{423}}{2} (V_L^d)^* (V_R^d)_{33} \right. \\
&- \frac{\lambda_{13}}{2} (V_L^d)^* (V_R^d)_{33} + \frac{\lambda_{422}}{2} (V_L^d)^* (V_R^d)_{23} \\
&- \left. \frac{\lambda_{12}}{2} (V_L^d)^* (V_R^d)_{23} - \frac{\lambda_{11}}{2} (V_L^d)^* (V_R^d)_{13} \right\} [d_{1L}^{\bar{}} d'_{3R}] (S_2, I_3).
\end{aligned} \tag{5.3.35}$$

Todos os parâmetros presentes nas equações 5.3.33-5.3.35 são conhecidos, sendo os acoplamentos de Yukawa determinados através das matrizes de massa dos quarks, e os elementos de matriz são tais que $V_{CKM} = (V_L^u)^\dagger (V_L^d)$ [19, 20]. Encontramos os λ s comparando as matrizes

$$M_u \cong \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4,53 \\ 0 & 0,01187 & 9,2318160 \\ 4,5348 & 9,2318 & 170 \end{pmatrix}, \tag{5.3.36}$$

$$M_D \cong \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,12716 \\ 0 & 2,69 \times 10^{-2} & 0,2688 \\ 0,12716 & 0,2628 & 2,89 \end{pmatrix}, \tag{5.3.37}$$

propostas em [6], com as matrizes de massa (4.3.26) e (4.3.28) e fazendo $v_\rho = v_\eta = \frac{v}{\sqrt{2}}$, sendo $v = 246$ GeV. Desta forma encontramos os seguintes valores para os acoplamentos

de Yukawa [18]

$$\begin{aligned}
\lambda_{411} &= \lambda_{412} = \lambda_{423} = \lambda_{211} = \lambda_{212} = \lambda_{221} = 0, \\
\lambda_{11} &= 1,033 \times 10^{-3}, \lambda_{12} = 2,1 \times 10^{-3}, \lambda_{13} = 2,3 \times 10^{-2}, \\
\lambda_{413} &= 1,03388 \times 10^{-3}, \lambda_{422} = 2,193 \times 10^{-4}, \lambda_{423} = 2,18 \times 10^{-3}, \quad (5.3.38) \\
\lambda_{213} &= 3,68 \times 10^{-2}, \lambda_{222} = 9,65 \times 10^{-5}, \lambda_{223} = 7,5 \times 10^{-2}, \\
\lambda_{31} &= 3,68 \times 10^{-2}, \lambda_{32} = 7,5 \times 10^{-2}, \lambda_{33} = 1,38.
\end{aligned}$$

Também de [6], as matrizes de mistura são dadas por

$$V_L^u = V_R^u = \begin{pmatrix} 0,89 & -0,45 & 2,6 \times 10^{-2} \\ -0,45 & -0,89 & 5,4 \times 10^{-2} \\ 4,6 \times 10^{-2} & 6 \times 10^{-2} & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.3.39)$$

$$V_L^d = V_R^d = \begin{pmatrix} 0,97 & -0,22 & -0,33 \times 10^{-2} \\ -0,22 & -0,97 & 5,4 \times 10^{-2} \\ -1,7 \times 10^{-2} & 5,8 \times 10^{-2} & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.3.40)$$

Os termos da diferença de massa associados com as lagrangianas (5.3.33–5.3.35) são estimados usando a aproximação descrita em [21] que é similar ao procedimento adotado para o bóson Z' , o que nos fornece

$$\begin{aligned}
(\Delta m_K)_{S_2, I_3^0} &= \frac{A_1}{4M_{S_2, I_3^0}^2} \frac{m_K^3 f_K^2}{(m_d + m_s)^2}, \\
(\Delta m_D)_{S_2, I_3^0} &= \frac{A_2}{4M_{S_2, I_3^0}^2} \frac{m_D^3 f_D^2}{(m_u + m_c)^2}, \\
(\Delta m_{B_d})_{S_2, I_3^0} &= \frac{A_3}{4M_{S_2, I_3^0}^2} \frac{m_B^3 f_B^2}{(m_d + m_b)^2},
\end{aligned} \quad (5.3.41)$$

sendo A_1 , A_2 e A_3 os valores numéricos que encontramos quando somamos os coeficientes entre chaves nas equações (5.3.33)–(5.3.35), respectivamente, e elevar o resultado

dessa soma ao quadrado. Para estes coeficientes encontramos os seguintes valores:

$$\begin{aligned}A_1 &= 26,1121 \times 10^{-10}, \\A_2 &= 49 \times 10^{-10}, \\A_3 &= 23,1361 \times 10^{-8}.\end{aligned}\tag{5.3.42}$$

É claro que m_u , m_d , m_c , m_s e m_b são as massas dos respectivos quarks padrão.

6 *Resultados e Discussões*

O estudo de fontes de FCNC no modelo $3 - 3 - 1_{RHN}$ nos levou a enxergar novas contribuições vindas dos escalares S_2 e I_3 . Essas fontes contribuem com novos termos na diferença de massa de mésons neutros, representadas pelas equações (5.3.41).

Vamos agora mostrar nossos resultados apartir das equações (5.3.30–5.3.32) e (5.3.41) as quais representam todas as contribuições vindas do modelo à oscilação de mésons. Estas podem ser reescritas em termos das massas dos mediadores após substituir nelas todos os parametros e constantes.

$$(\Delta m_K)_{Z'} = \frac{2.066 \times 10^{-9}}{M_{Z'}^2} (\text{GeV}), \quad (6.0.1)$$

$$(\Delta m_K)_{S_2, I_3^3} = \frac{1.47725 \times 10^{-10}}{M_{S_2}^2, M_{I_3}^2} (\text{GeV}), \quad (6.0.2)$$

$$(\Delta m_D)_{Z'} = \frac{1.48657 \times 10^{-8}}{M_{Z'}^2} (\text{GeV}), \quad (6.0.3)$$

$$(\Delta m_D)_{S_2, I_3^3} = \frac{2.53 \times 10^{-12}}{M_{S_2}^2, M_{I_3}^2} (\text{GeV}), \quad (6.0.4)$$

$$(\Delta m_{B_d})_{Z'} = \frac{5.66828 \times 10^{-6}}{M_{Z'}^2} (\text{GeV}), \quad (6.0.5)$$

$$(\Delta m_{B_d})_{S_2, I_3^3} = \frac{1.8304 \times 10^{-8}}{M_{S_2}^2, M_{I_3}^2} (\text{GeV}), \quad (6.0.6)$$

Na nossa análise utilizamos o valor limite para a massa do Higgs ($M_H \simeq 120$ GeV) de acordo às recentes observações [22], como também o vínculo relacionado ao bóson Z' ($M_{Z'} \gtrsim 1.6\text{TeV}$) [23] e as medidas das diferenças de massa [24].

Uma vez que fixamos o valor da massa do Higgs, a massa dos mediadores passa a depender apenas de $v_{\chi'}$, como pode ser visto a seguir nas equações de autovalores:

$$\begin{aligned} M_{S_1}^2 &= \frac{v^2}{4} + 2v_{\chi'}^2 \lambda_1, \\ M_{S_2}^2 &= \frac{1}{2}(v_{\chi'}^2 + 2v^2(2\lambda_2 - \lambda_6)), \\ M_H^2 &= v^2(2\lambda_2 + \lambda_6), \end{aligned} \quad (6.0.7)$$

$$M_{I_1^0}^2 = 0, \quad M_{I_2^0}^2 = 0, \quad M_{I_3^0}^2 = \frac{1}{2}(v_{\chi'}^2 + \frac{v^2}{2}), \quad (6.0.8)$$

$$\begin{aligned} m_{W^\pm}^2 &= \frac{1}{4}g^2 v_{SM}^2, \quad m_Z^2 = m_{W^\pm}^2 / C_W^2, \\ m_{Z'}^2 &= \frac{g^2}{4(3 - 4S_W^2)} \left[4C_W^2 v_{\chi'}^2 + \frac{v^2}{C_W^2} + \frac{v^2(1 - 2S_W^2)^2}{C_W^2} \right], \\ m_{V^\pm}^2 &= \frac{1}{4}g^2(v_{\chi'}^2 + v^2), \quad m_{U^0}^2 = \frac{1}{4}g^2(v_{\chi'}^2 + v^2), \end{aligned} \quad (6.0.9)$$

logo nossos resultados passam a depender apenas de um parametro livre $v_{\chi'}$.

Na figura 1 exibimos Δm_K em função da massa de Z' e na figura 2 como função das massas de S_2 e I_3 . Em ambas as figuras a região cinza é uma região excluída pelo valor de Δm_K . A região verde reflete a limitação em $M_{Z'} \geq 1.6$ TeV reportado por CMS e ATLAS [23]. É importante ressaltar que este limite na massa do Z' reportado por CMS e ATLAS

pode não se aplicar ao modelo 331, mas estamos sendo conservadores e aplicando essa restrição aos nossos resultados. Assim para que o $(\Delta m_K) \leq 3.483 \times 10^{-15}$ GeV na figura 1 teremos que $M_{Z'} \gtrsim 770$ GeV, e da figura 2 $M_{S_2, I_3} \gtrsim 200$ GeV. Porém como já foi dito anteriormente a massa do Z' e dos escalares depende apenas de $v_{\chi'}$, assim o requerimento $M_{Z'} \gtrsim 770$ implica que $v_{\chi'} \gtrsim 1945$ GeV o que impoe que $M_{S_2}, M_{I_3} \gtrsim 1376$ GeV. Portanto este sera o limite que tomaremos para o sistema $K^0 - \bar{K}^0$.

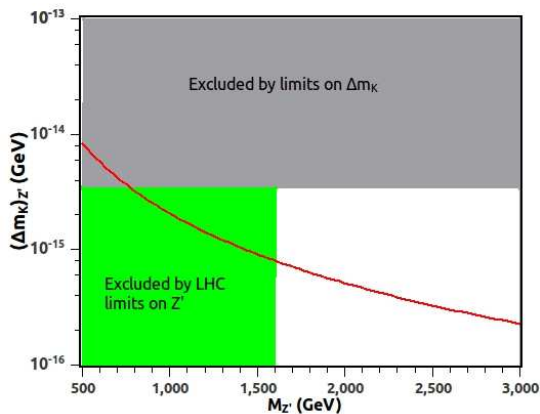


Figura 1: Comportamento de Δm_K em função de $M_{Z'}$. As regiões cinza e verde representam diferentes restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva vermelha é a contribuição do Z' para o (Δm_K) .

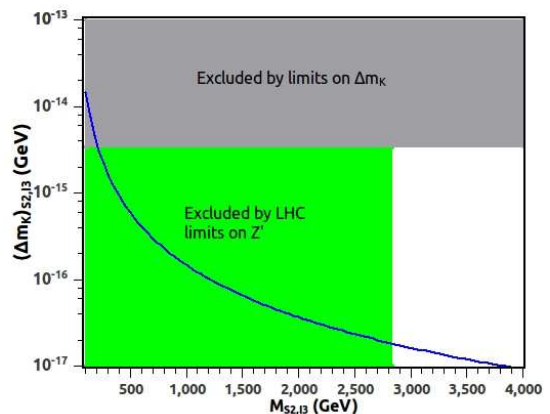


Figura 2: Comportamento de Δm_K em função de M_{S_2, I_3} . As regiões cinza e verde representam diferentes restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva azul é a contribuição do S_2 e o I_0^3 para o (Δm_K) . S_2 e I_0^3 têm a mesma contribuição para o Δm_K , por isso mostramos uma curva só para os dois.

Na figura 3 exibimos (Δm_D) em função de $M_{Z'}$ e na figura 4 em função de M_{S_2, I_3} . A região cinza é a região excluída devido aos limites experimentais de (Δm_D) e a região verde são restrições impostas pelo limite $M_{Z'} \geq 1.6$ TeV conforme relatado na literatura. Também já mencionamos no caso anterior, mas cabe aqui repetir, que o limite imposto pela região verde pode não ser aplicado ao modelo 331, mas resolvemos ser conservadores e continuar aplicando esse limite aos nossos resultados. Assim para que o $(\Delta m_D) \leq 4.607 \times 10^{-14}$ GeV na figura 3 teremos que $M_{Z'} \gtrsim 550$ GeV, e da figura 4 $M_{S_2, I_3} \gtrsim 1$ GeV.

Denovo lembrando que a massa do Z' e dos escalares estão relacionadas pelo $v_{\chi'}$, obtemos nosso limite para o sistema $D^0 - \bar{D}^0$ como $M_{Z'} \gtrsim 550$ GeV e $M_{S_2}, M_{I_3} \gtrsim 980$ GeV.

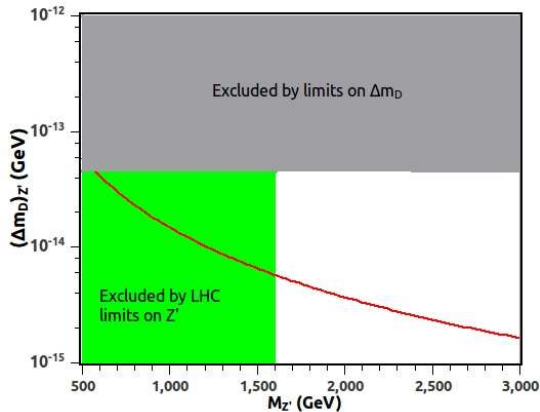


Figura 3: Comportamento de (Δm_D) em função de $M_{Z'}$. As regiões cinza e verde representam restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva vermelha é a contribuição do Z' para o (Δm_D) .

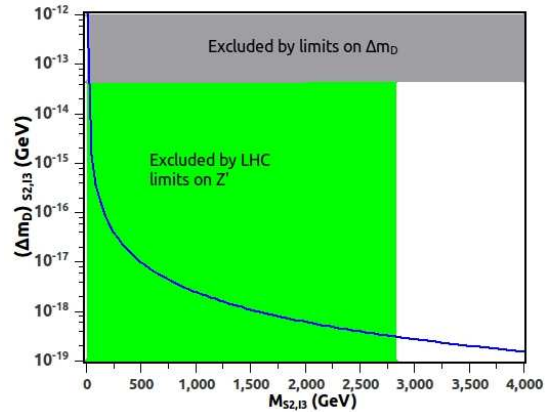


Figura 4: Comportamento de (Δm_D) em função de M_{S_2, I_3} . As regiões cinza e verde representam restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva azul é a contribuição do S_2 e o I_0^3 para o (Δm_D) . S_2 e I_0^3 têm a mesma contribuição para o Δm_D , por isso mostramos uma curva só para os dois.

Na figura 5 exibimos como Δm_{B_d} varia em função de $M_{Z'}$ e na figura 6 em função de M_{S_2, I_3} . A região cinza em ambas as figuras é a região excluída devido aos limites experimentais de (Δm_{B_d}) e a região verde são restrições impostas pelo limite $M_{Z'} \geq 1.6$ TeV. Mais uma vez ressaltamos que o limite representado na região verde pode não ser aplicado ao caso do modelo 331. Na figura 5 para que $(\Delta m_{B_d}) \leq 3.33 \times 10^{-13}$ GeV teremos que $M_{Z'} \gtrsim 4.2$ TeV, o que implica $v_{\chi'} \gtrsim 10.6$ TeV, e conseqüentemente $M_{S_2}, M_{I_3} \gtrsim 7.5$ TeV. Podemos ver que este limite é mais forte que o limite imposto pelo LHC na massa do Z' o que faz a detecção deste bóson no LHC pouco provável.

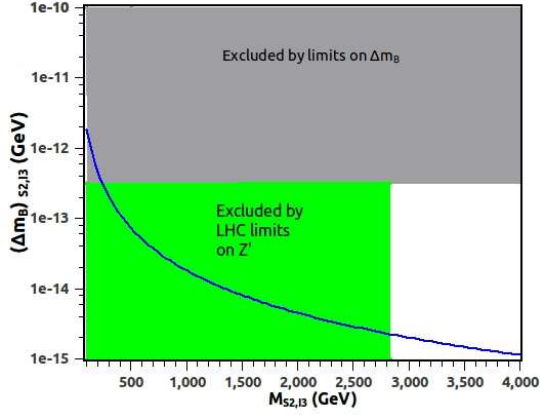


Figura 5: Comportamento de (Δm_{B_d}) em função de $M_{Z'}$. As regiões cinza e verde representam restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva vermelha é a contribuição do Z' para o (Δm_{B_d}) .

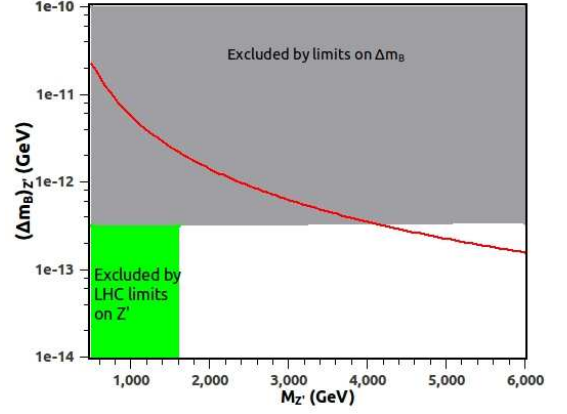


Figura 6: Comportamento de (Δm_{B_d}) em função de M_{S_2, I_3} . As regiões cinza e verde representam restrições impostas aos nossos resultados conforme explicado no texto. A curva azul é a contribuição do S_2 e o I_0^3 para o (Δm_{B_d}) . S_2 e I_0^3 têm a mesma contribuição para o (Δm_{B_d}) , por isso mostramos uma curva só para os dois.

Em resumo, mostramos que o bóson Z' não é o unico mediador de FCNC no modelo 331_{RHN} , em vez disso, dispomos de duas novas contribuições vindas dos escalares S_2 e I_3 . Também mostramos que os vinculos mais fortes sobre a massa dos bósons mediadores de FCNC foram derivados do sistema $B_d^0 - \bar{B}_d^0$. As expressões analíticas (Δm_K) , (Δm_D) , (Δm_{B_d}) , foram construidas assumindo uma textura de quatro zeros nas matrizes de massa dos quarks padrão. É importante resaltar aqui que em um cenário mais geral em respeito às matrizes de massa dos quarks, outras conclusões poderam ser obtidas.

APÊNDICE A – Sistema de Unidades Naturais

Em Física de Partículas, bem como em Teoria Quântica de Campos, é comum utilizar um sistema de unidades naturais que torna mais simples e menos cansativo os já extensos cálculos dessas teorias. Por essa razão é importante repetí-lo, ainda que seja redundante, uma vez que um leitor menos informado possa acompanhar o texto deste trabalho, tirando dele o maior proveito possível, mesmo que seja um leigo da área.

No sistema natural de unidades utilizamos a seguinte convenção

$$\hbar = c = 1 \tag{A.1}$$

Essa convenção acarreta uma série de conseqüências. A primeira que podemos citar é que, a velocidade, que no sistema internacional de unidades tinha dimensões

$$[v] = [L] [T]^{-1} \tag{A.2}$$

agora passa a ter a ser adimensional e, conseqüentemente, obtemos a seguinte relação.

$$[L] = [T] \tag{A.3}$$

o que implica que tempo e comprimento passam a representar a mesma dimensão. Podemos agora ver o que acontece com a dimensão da energia e de mometo linear. Da relação

de energia-momento relativística temos:

$$E = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (\text{A.4})$$

e como $c = 1$, observamos que energia e momento tem dimensão de massa. Em geral nos referimos a momentos e Energias em unidades como ' MeV/c ' ou ' GeV/c '. Tais unidades passam a ser escritas agora como MeV ou GeV '.

Analizando as conseqüências resultante de fazer $\hbar = 1$, observamos que como

$$[\hbar] = [M] [L]^2 [T]^{-1} \quad (\text{A.5})$$

e como comprimento e tempo são a mesma dimensão e $\hbar = 1$ obtemos a seguinte conseqüência

$$[M] = \frac{1}{[L]} \quad (\text{A.6})$$

o que nos leva a também observar-mos que energia e momento linear tem dimensões de $\frac{1}{[L]}$. Com estas avaliações podemos observar que

$$[M] = [L]^{-1} = [T]^{-1} \quad (\text{A.7})$$

Vamos analisar o que acontece com a constante de Boltzmann usada na termodinâmica. Sabemos que a energia interna de um gás ideal monoatômico é

$$E_{int} = \frac{3}{2} N K_B T \quad (\text{A.8})$$

e neste caso, a dimensão da constante de Boltzmann é $\frac{[M]}{[\mathcal{T}]}$, sendo a letra \mathcal{T} utilizada aqui para representar a dimensão de temperatura. Por outro lado, devemos lembrar que a temperatura expressa uma medida da energia de uma partícula por grau de liberdade. Sendo assim, podemos admitir que $[\mathcal{T}] = [E] = [M]$ e assim concluímos que $[K_B] = 1$.

Podemos também nos perguntar se essa convenção feita é apenas mais uma convenção dos físicos ou se ela tem relação com uma tendência de normalização da natureza. A verdade é que este sistema, proposto por Max Planck tem como base algumas constantes

definidas em termos de constantes fundamentais e que acaba levando às relações aqui obtidas. Desta forma, o nome Sistema de Unidades Naturais vem porque a normalização aqui apresentada é fruto de uma relação entre constantes universais da natureza.

APÊNDICE B – Mecânica Lagrangiana e Hamiltoniana

Existem formalismos usados para descrever a Mecânica Newtoniana e outras teorias físicas de um modo elegante e geral. São estes o formalismo Lagrangiano e o formalismo Hamiltoniano. Nesses formalismos Podemos escrever as equações de movimento por uma equação de Euler–Lagrange no caso da Mecânica Lagrangiana ou por meio das equações de Hamilton no caso da Mecânica Hamiltoniana. Este apêndice irá abordar de modo resumido essas formulações apenas para facilitar o entendimento das teorias abordadas ao longo dessa dissertação.

B.1 Formulação Lagrangiana da Mecânica

A Mecânica Lagrangiana é uma forma equivalente de descrever a mecânica newtoniana por meio de um formalismo mais geral, baseado no princípio de Hamilton. Tal princípio pode ser enunciado da seguinte maneira:

Seja um certo sistema dado por N coordenadas generalizadas. A configuração do sistema no instante t_1 é dada pelos valores das N coordenadas e das N velocidades generalizadas, no instante dado.

Caracterizamos os sistema por certa função escalar L que depende das N coordenadas generalizadas e das N velocidades generalizadas, podendo depender também do tempo.

Assim,

$$L = L(q_1, q_2, \dots, q_N, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N, t) \quad (\text{B.1})$$

onde q_1, q_2, \dots, q_N são as N coordenadas generalizadas e $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N$ são as N velocidades generalizadas. De forma compacta podemos escrever simplesmente

$$L = L(q, \dot{q}, t) \quad (\text{B.2})$$

Qualquer alteração sofrida pelo sistema é caracterizada por uma quantidade chamada de **ação** (S) que é definida por

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt \quad (\text{B.3})$$

O princípio de Hamilton, também chamado de princípio de mínima ação estabelece que:

“A evolução do sistema da configuração 1 para a configuração 2 é tal que a ação é um mínimo”

Se a ação é um mínimo, isso implica como vimos na seção anterior em

$$\delta S = 0 \quad (\text{B.4})$$

E desta forma, resulta que

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0, i = 1, 2, \dots, N \quad (\text{B.5})$$

que é conhecida como equação de Euler–Lagrange.

Para sistemas descritos pela Mecânica Clássica, a Lagrangiana adotada é sempre dada por:

$$L = T - V \quad (\text{B.6})$$

onde $T = \frac{1}{2}mv^2$ é a energia cinética e V (que em geral depende de \vec{r} e de t) é a energia potencial. Em função das coordenadas generalizadas podemos escrever a lagrangiana

como:

$$L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - V(q, t) \quad (\text{B.7})$$

Observe que

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = m\dot{q} = \vec{p} \quad (\text{B.8})$$

e que:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \dot{q} = m\dot{q}^2 \quad (\text{B.9})$$

de modo que a quantidade

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \dot{q} - L = m\dot{q}^2 - \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - (-V) = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 + V = T + V \quad (\text{B.10})$$

pode ser definida como a energia total do sistema (H).

B.2 Mecânica Hamiltoniana

A Mecânica Hamiltoniana é uma formulação da Mecânica de Newton que procura escrever as equações de movimento em função das coordenadas q_i e \dot{q}_i . Podemos derivá-la da Mecânica Lagrangiana, escrevendo a energia a partir das transformações de Legendre

$$H = p_i \dot{q}_i - L, \quad (\text{B.11})$$

e neste caso, definimos o momento canônico

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}; i = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{B.12})$$

A partir (B.11) com a ajuda de (B.12), encontramos

$$dH = \sum_{i=1}^n (\dot{q}_i dp_i - p_i d\dot{q}_i) - \frac{\partial L}{\partial t}, \quad (\text{B.13})$$

de onde tiramos que

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}; \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial L}{\partial t}. \quad (\text{B.15})$$

As equações (B.14) são as equações de Hamilton e H é uma função chamada Hamiltoniana. Essas equações são as equações de movimento de um sistema mecânico com energia total $H = T + V$.

B.2.1 Parênteses de Poisson

Vamos supor que $J(q, p, t)$ é uma variável dinâmica, ou seja, é uma função que depende das variáveis canônicas q e p . Assim,

$$\frac{dJ}{dt} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial J}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial J}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) + \frac{\partial J}{\partial t}. \quad (\text{B.16})$$

Definimos a quantidade

$$\{J, H\} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial J}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial J}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right), \quad (\text{B.17})$$

em que $\{J, H\}$ são os parêntesis de Poisson. A partir deles, obtemos que

$$\frac{dJ}{dt} = \{J, H\} + \frac{\partial J}{\partial t}. \quad (\text{B.18})$$

Com todas essas informações definimos que a derivada temporal das variáveis dinâmicas como

$$\dot{q}_i = \{q_i, H\}, \quad (\text{B.19})$$

$$\dot{p}_i = \{p_i, H\}. \quad (\text{B.20})$$

APÊNDICE C – Procedimentos de Quantização Canônica

A Física de Partículas é um ramo da Física que se baseia na Teoria Quântica de Campos. O objetivo aqui é interpretar o quantum de cada campo como uma partícula, por isso, dado que um campo descreve certo tipo de partícula o procedimento de quantização nos permite encontrar informações sobre a partícula, sua criação e destruição, sua energia, massa, momento, spin, etc. O procedimento que utilizamos para quantizar os campos se baseia nas relações canônicas da Mecânica Quântica para o comutador entre o operador posição \hat{x} e o operador momento \hat{p} e nos formalismos Lagrangiano e Hamiltoniano da Mecânica Clássica.

Uma diferença sistemática entre partículas bosônicas e partículas fermiônicas é que as partículas fermiônicas devem obedecer o princípio da exclusão de Pauli. Desse modo, não podem existir duas partículas de spin semi-inteiro com todos os mesmos números quânticos, mas para os bosons essa regra não se aplica. Portanto, quando vamos quantizar partículas fermiônicas e partículas bosônicas de maneiras diferentes.

C.1 Quantização de Bosons

Para quantizar bosons o procedimento seguido é o seguinte.

1. Dado um campo Γ que descreva um tipo de partícula bosônica, devemos encontrar uma densidade lagrangiana \mathcal{L} a partir da qual, pelas equações de Euler-Lagrange

possamos encontrar a equação de movimento desse campo.

- Devemos encontrar a partir de \mathcal{L} um campo conjugado de Γ que faça o papel de momento e que é chamado de momento conjugado o qual deve ser dado por

$$\pi_\Gamma \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Gamma}} \quad (\text{C.1})$$

- Devemos então interpretar π_Γ e Γ como operadores e exigir que para relação de comutação em tempos iguais,

$$[\Gamma(x), \pi_\Gamma(x')] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{x}') \quad (\text{C.2})$$

- Devemos expandir Γ em termos de fourrier e interpretar os coeficientes de expansão como operadores de criação (a_Γ^\dagger) ou de aniquilação (a_Γ) a partir dos quais podemos encontrar um operador número ($N \equiv a_\Gamma^\dagger a_\Gamma$) associado ao campo Γ de modo que

$$\begin{aligned} a_\Gamma |0\rangle &= 0 \\ a_\Gamma^\dagger |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle \\ N_\Gamma |n\rangle &= n |n\rangle \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

- Calculamos os Hamiltoniano a partir das fammosas transformações de legendre, experssando-o em função de N_Γ . Obviamente, em alguns tipos de campo é necessário fazer uma normalização chamada de produto normal ordenado. Essa normalização que consiste em escrever o mesmo hamiltoniano obtido a partir das transformações de legendre colocando todos os operadores de aniquilação à direita dos operadores de criação. Este procedimento é adotado para excluir a energia do estado de vácuo, que em algumas teorias é impossível.

Definimos o produto normal de dois campos χ e Σ como

$$N[\chi\Sigma] = \chi^{(+)}\Sigma^{(+)} + \chi^{(-)}\Sigma^{(+)} + \Sigma^{(-)}\chi^{(+)} + \chi^{(-)}\Sigma^{(-)} \quad (\text{C.4})$$

em que $\Sigma^{(+)}$ e $\chi^{(+)}$ são proporcionais a a_Γ e $\Sigma^{(-)}$ e $\chi^{(-)}$ são proporcionais a a_Γ^\dagger .

6. calcular o comutador entre $\Gamma(x)$ e $\Gamma^\dagger(x')$ para x e x' em tempos diferentes. Este comutador nos fornecerá a famosa função de Pauli Jordan $\Delta_\Gamma(x - x')$ para o tipo de partícula em questão que estaremos estudando. Depois é preciso calcular o valor esperado do estado de vácuo do produto de tempos ordenados dos campos $\Gamma(x)$ e $\Gamma^\dagger(x')$ para obter o propagador de Feynman desse tipo de partícula.

Definimos o produto de tempos ordenados entre os campos $A(x)$ e $B(x')$ como

$$T(A(x)B(x')) \equiv A(x)B(x')\Theta(x_0 - x'_0) + B(x')A(x)\Theta(x'_0 - x_0) \quad (\text{C.5})$$

em que $\Theta(x_0 - x'_0)$ é uma função degrau, ou seja

$$\Theta(x_0 - x'_0) = \begin{cases} 1, & \text{se } x_0 > x'_0 \\ 0, & \text{se } x_0 < x'_0 \end{cases}$$

Este procedimento nos dará o todas as ferramentas necessárias para estudar os bosons como quantum de um campo $\Gamma(x)$.

C.2 Quantização de Férmions

Uma vez que os férmions obedecem a estatística de Fermi-Dírac eles devem estar sujeitos ao princípio da exclusão de Pauli que diz que duas partículas fermiônica não podem possuir todos os números quânticos iguais. Para quantizar, no formalismo canônico, um campo de férmions seguiremos a mesma sequência do item anterior com uma pequena diferença: deveremos impor que as relações de anti-comutação (e não de comutação) entre o campo e seu conjugado, em tempos iguais, é que devem satisfazer às relações canônicas da mecânica quântica para o comutador de x e p . Fora isso seguiremos o mesmo procedimento atribuindo todos os resultados obtidos com relações de comutação para as relações de anticomutação.

Referências

- [1] A. Ghosal, Y. Koide and H. Fusaoka, Phys. Rev. D **64** 053012 (2001); J.I. Illana and T. Riemann, Phys. Rev. D **63**, 053004 (2001); D. Delepine, F. Vissani, Phys. Lett. B **522** 95-101 (2001); T. Rador, Phys. Rev. D **59** 095012 (1999)
- [2] F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **46** 410 (1992)
- [3] P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69** 2889-2891 (1992)
- [4] J. C. Montero, F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **47** 2918-2929 (1993); R. Foot, H. N. Long, and T. A. Tran, Phys. Rev. D **50**, R34 (1994)
- [5] H. N. Long, Phys. Rev. D **53**, 437-445 (1996)
- [6] R. H. Benavides, Y. Giraldo and W. A. Ponce. Phys. Rev. D **80**, 113009 (2009)
- [7] Claude Cohen-Tanoudji, Bernard Diu e Frank Laloe, Quantum Mechanics, Wiley, (1978).
- [8] C. Quigg, Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions, Addison-Wesley Pub. Co., Menlo Park, (1983).
- [9] D. Griffiths, Introduction to Elementary Particles, John Wiley & Sons, (1976).
- [10] W. Greiner e J. Reinhardt, Field Quantization, Springer, (1996).
- [11] H. Golstein, C. Poole e J. Safko, Classical Mechanics, Addison Wesley, (2002).
- [12] J.K. Mizukoshi, C.A. de S.Pires, F. S. Queiroz, P. S. Rodrigues da Silva, Phys.Rev. D **83** 065024 (2011); D. T. Huong, C.S. Kim, H. N. Long, N. T. Thuy, arXiv:1110.1482 (2011)
- [13] C. A. De S. Pires and P. S Rodrigues da Silva. JCAP **0712:012** (2007)
- [14] D. Cogollo, Quebra Espontânea da Simetria Leptônica no Modelo 3-3-1 com Neutrinos de Mão Direita, Universidade Federal da Paraíba, (2009).
- [15] D. Cogollo, H. Diniz, C. A. De S. Pires and P. S Rodrigues da Silva, Modern Physics Letters A **23** 3405-3410 (2008) [arXiv:0709.2913]; R. Martinez and F. Ochoa, Braz.J.Phys. **37** 637-641 (2007).
- [16] F. J. Gilman and M. B. Wise, Phys. Rev. D **27**, 1128 (1983); M. Blake et al, JHEP **12**, 003 (2006)
- [17] Particle Data Group. Journal of Physics G. 075021:37 (2010); S. Durr et al, [arXiv:1106.3230v2]; Nicolas Garron, [arXiv:1102.1671v1]; P A Boyle, PoS KAON09 (2009) 002 [arXiv:0911.4317].

- [18] D. Cogollo, F.S. Queiroz, P.R. Teles, A. Vital de Andrade. *Eur. Phys. J. C* **72**, 2029 (2012)
- [19] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* 10, 531-533 (1963).
- [20] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** 652-657 (1973)
- [21] Diego Guadagnoli and Rabindra N. Mohapatra. *Phys. Lett. B* 694 386-392 (2011) [arXiv:1008.1074].
- [22] ATLAS Collaboration, arXiv:1202.1408 (2012)
- [23] ATLAS Collaboration, CERN-PH-EP-2011-123; CMS Collaboration, *JHEP* **1105:093** (2011)
- [24] Particle Data Group. *Journal of Physics G.* **075021:37** (2010); S. Durr et al, arxiv:1106.3230v2 (2011); Nicolas Garron, arxiv:1102.1671v1 (2011); P A Boyle, PoS KAON09 002 (2009)