

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
PROCESSOS**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA DISTRIBUIÇÃO DO
TAMANHO DE PARTÍCULAS EMPREGANDO
PENEIRAMENTO E CYCLOSIZER EM PROCESSOS
MINERAIS**

Ligia Mara Gonzaga

ORIENTADOR: Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto

Campina Grande – PB
Dezembro/2021

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
PROCESSOS**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA DISTRIBUIÇÃO DO
TAMANHO DE PARTÍCULAS EMPREGANDO
PENEIRAMENTO E CYCLOSIZER EM PROCESSOS
MINERAIS**

Ligia Mara Gonzaga

Defesa de tese apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos, área de concentração: Desenvolvimento de Processos. Orientador: Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto

G642m Gonzaga, Ligia Mara.

Modelagem matemática da distribuição do tamanho de partículas empregando peneiramento e cyclosizer em processos minerais / Ligia Mara Gonzaga. – Campina Grande, 2022.
85 f.: il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciência e Tecnologia, 2021.

"Orientação: Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto".
Referências.

1. Cyclosizer. 2. Peneiramento. 3. Modelo. 4. Ajuste. 5. Função de Distribuição. I. Farias Neto, Severino Rodrigues de. II. Título.

CDU 539.12(043)

MODELAGEM MATEMÁTICA DA DISTRIBUIÇÃO DO TAMANHO DE PARTÍCULAS EMPREGANDO PENEIRAMENTO E CYCLOSIZER EM PROCESSOS MINERAIS

Defesa de tese apresentado ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia de Processos da
Universidade Federal de Campina Grande por
Ligia Mara Gonzaga

Aprovado em 20 de dezembro de 2021.

Membros da Banca:



Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto

Orientador – UFCG



Prof(a). Dr(a). Adriana Lemos Porto

Examinadora Externo – IFPB



Prof. Dr. Boniek Evangelista Leite

Examinador Interno – UFCG



Prof. Dr. João Batista Monteiro de Sousa

Examinador Externo – IFRN



Prof. Dr. Júlio Cesar de Pontes

Examinador Externo – IFRN

Dedico esse trabalho aos meus pais Edivaldo (in memoriam) e Maria de Fátima, com todo meu amor e gratidão, por tudo que fizeram por mim ao longo de minha vida. Desejo poder ter sido merecedora do grande esforço dedicado por vocês em todos os aspectos, especialmente quanto à minha formação.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela minha vida, e por me permitir ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo da realização deste trabalho. À minha mãe Maria e ao meu pai Edivaldo “*in memorian*”, a meus irmãos, Ewerton e Gilmara e ao meu esposo Manuel, que me incentivaram nos momentos difíceis e compreenderam a minha ausência enquanto eu me dedicava à realização deste trabalho.

Ao professor Severino Farias, por ter sido meu orientador e ter desempenhado tal função com dedicação e amizade.

Aos membros da banca, Severino Farias, Adriana Porto, Boniek Evangelista Leite, João Batista e Júlio Pontes que dedicaram parte do seu tempo para a leitura do material, e a Dr^a Kerolly Kedma Felix do Nascimento por ter me auxiliado na finalização dos resultados.

A todos que participaram, direta ou indiretamente do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, enriquecendo o meu processo de aprendizado, em especial ao meu colega de Trabalho Elias Nunes e ao servidor do Cetem Fábio Novaes que me auxiliaram na realização dos ensaios.

A empresa Arnil, pelo fornecimento das amostras que foram fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa que possibilitou a realização deste trabalho.

A instituição de pesquisa Cetem, por possibilitar a realização dos ensaios.

Por fim, ao meu filho Guillermo José, que nasceu durante a realização dessa pesquisa, me dando mais força e motivação para concluir esse trabalho.

Gonzaga, L.M. MATHEMATICAL MODELING OF SIZE DISTRIBUTION USING A AND CYCLOSIZER IN MINERALS PROCESSING, Doctoral thesis, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos, Universidade Federal de Campina Grande, Brazil (2021).

RESUMO

A distribuição de tamanhos de partículas é uma das variáveis mais importantes em processamento mineral, e existem diversos métodos diretos e indiretos para a sua determinação. Contudo, os resultados gerados por diferentes métodos, necessariamente, divergem quando comparados ou quando há um cruzamento dos dados. Neste trabalho foram medidas as distribuições de tamanho de partículas, obtidas utilizando o cyclosizer e o peneiramento convencional, a fim de definir uma função de distribuição empírica, capaz de determinar a distribuição do tamanho de partícula por peneiramento empregando medidas feitas no cyclosizer, utilizando o peneiramento híbrido entre as técnicas utilizadas. Foi realizado um peneiramento híbrido, que permitiu correlacionar dois diâmetros obtidos por diferentes técnicas utilizando a função de distribuição empírica de Gaudin-Schuhmann e a série de Fourier. A avaliação da adequação dos modelos às séries foi feita pelas medidas de erro *Root Mean Square Error* (RMSE) e *R-square* (R²). Para todas as bases de dados investigadas, o ajuste pelo modelo de Fourier revelou-se melhor em comparação ao obtido pelo modelo de Gaudin-Schuhmann. Dada a comparação foi possível observar que entre as faixas de 75 a 14 µm ocorreu a melhor adequação entre as técnicas utilizadas, a distribuição empírica de Gaudin-Schuhmann representou muito bem as faixas granulométricas mais finas, já a série de Fourier apresentou boa adequação tanto na faixa fina como também na faixa mais grossa. Vale ressaltar que o método é geral e pode ser aplicado a partículas de forma irregular.

Palavras-chave: Cyclosizer. Peneiramento. Modelo. Ajuste. Função de distribuição.

ABSTRACT

The particle size distribution is one of the most important variables in mineral processing, and there are several direct and indirect methods for its determination. However, the results generated by different methods necessarily diverge when compared or when there is a crossing of data. In this work, particle size distributions, obtained using the cyclosizer and conventional sieving, were measured in order to define an empirical distribution function, capable of determining the particle size distribution by sieving using measurements made in the cyclosizer, using the sieving hybrid between the techniques used. A hybrid sieving was carried out which allowed the correlation of two diameters obtained by different techniques using the empirical Gaudin-Schuhmann distribution function and the Fourier series. The evaluation of the adequacy of the models to the series was carried out using the *Root Mean Square Error* (RMSE) and *R-square* (R²) error measures. For all investigated databases, the adjustment by the Fourier model was better compared to the one obtained by the Gaudin-Schuhmann model. Given the comparison, it was possible to observe that between the ranges from 75 to 14 μm there was a better fit between the techniques used, the empirical distribution of Gaudin-Schuhmann represented very well the finer particle size ranges, whereas the Fourier series presented good adequacy both in thin band as well as thicker band. It is noteworthy that the method is general and can be applied to irregularly shaped particles.

Keywords: Cyclosizer. Sieving. Model. Adjustment. Distribution function.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1- Peneirador Vibratório.....	31
Figura 2-2- Cicloclassificador com hidrociclones invertidos em série, existente no CETEM.	33
Figura 2-3- Fator de correção de temperatura.....	34
Figura 2-4- Fator de correção da Massa específica.....	35
Figura 2-5- Fator de correção da vazão.....	35
Figura 2-6- Fator de correção do tempo.....	36
Figura 2-7- Hidrociclone.....	37
Figura 2-7- Pipeta de Andreasen.....	40
Figura 2-8- Sedigraph (existente no CETEM).....	41
Figura 2-9- Difração a Laser (Malvern Mastersizer 2000E).....	42
Figura 2-10- Comparação das distribuições granulométricas obtidas para o material (escória) menor que 74 μm	47
Figura 3-1- Coleta das amostras.....	51
Figura 3-2- Fluxograma de preparação das amostras.....	52
Figura 3-3- Pilha longitudinal (alongada).....	53
Figura 3-4- Peneiramento convencional.....	54
Figura 3-5- Cicloclassificador (Cyclosizer).....	55
Figura 4-1- Distribuição granulométrica para as amostras estudadas.....	58
Figura 4-2- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Feldspato.....	644
Figura 4-3- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Albita.....	644
Figura 4-4- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Calcita.....	645
Figura 4-5- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Dolomita.....	645
Figura 4-6- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Bentonita.....	64
Figura 4-7- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Talco.....	65
Figura 4-8- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Feldspato via Fourier.....	68

Figura 4-9- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Feldspato via Gaudin-Schuhmann.	6969
Figura 4-10- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Albita via Fourier.	69
Figura 4-11- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Albita via Gaudin-Schuhmann	700
Figura 4-12- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Calcita via Fuorier.....	71
Figura 4-13- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Calcita via Gaudin-schuhmann	71
Figura 4-14- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Dolomita via Fuorier.....	72
Figura 4-15- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Dolomita via Gaudin Schumann.....	72
Figura 4-16- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Bentonita via Fuorier.....	73
Figura 4-17- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Bentonita via Gaudin- Schumann.....	73
Figura 4-18- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Talco via Fuorier.....	74
Figura 4-19- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Talco via Gaudin- Schumann.....	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Faixas de tamanho recomendadas para cada método de determinação de tamanho de partículas.....	21
Tabela 2.2 - Dimensões limites de separação para o cicloclassificador nas condições padrão.	33
Tabela 2.3 - Referências base da pesquisa.	44
Tabela 4.1 – Condições operacionais (Feldspato).	59
Tabela 4.2 – Tamanho efetivo do corte (Feldspato).	59
Tabela 4.3 – Condições operacionais (Albita).	60
Tabela 4.4 – Tamanho efetivo do corte (Albita).	60
Tabela 4.5 – Condições operacionais (Calcita).	60
Tabela 4.6 – Tamanho efetivo do corte (Calcita).	61
Tabela 4.7 – Condições operacionais (Dolomita).	61
Tabela 4.8 – Tamanho efetivo do corte (Dolomita).	61
Tabela 4.9 - Condições operacionais (Bentonita).	62
Tabela 4.10 - Tamanho efetivo do corte (Bentonita).	62
Tabela 4.11 - Condições operacionais (Talco).	62
Tabela 4.12 - Tamanho efetivo do corte (Talco).	63
Tabela 4.13 – Desvio padrão das amostras.	68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ISO – *Organização Internacional e Normalização*

ABNT – *Associação Brasileira de Normas Técnicas*

NBR – *Sigla de Norma Brasileira Aprovada pela ABNT*

CETEM – *Centro de Tecnologia Mineral*

P(dp) – *Fração mássica de partículas em uma população com tamanho menor ou igual a dp*

pi(dp) – *Função densidade de distribuição de tamanhos de partícula*

Δdp – *Distribuição densidade discreta*

G – *Função de distribuição Gaussiana ou Normal*

dp* – *Tamanho de partícula para o qual $P(dp^*) = 0,5$, que corresponde ao tamanho mediano*

dp – *Tamanhos representativo das partículas medidos por peneiramento*

dp_e – *Tamanhos representativo das partículas medidos por equivalente*

ψ – *Esfericidade*

g – *Aceleração da gravidade*

μ – *Viscosidade do fluido*

ρ_s – *Densidade do sólido*

ρ_f – *Densidade do fluido*

V_∞ – *Velocidade terminal de sedimentação*

d_v – *Diâmetro da esfera com mesmo volume que a partícula*

d_s – *Tamanho superficial, que representa o diâmetro da esfera com a mesma área superficial da partícula*

V_p – *Volume da partícula, determinado por picnometria*

A_p – *Área superficial, a qual pode ser determinada por permeamtria ou adsorção gasosa pelo método BET (Brunauer, Emmett e Teller)*

d_e – *Dimensão efetiva de separação das partículas*

d_i – *Dimensão limite de separação do hidrociclone*

f₁ – *Fator de correção da temperatura ajustada a da análise*

f₂ – *Fator de correção da massa específica da partícula*

f₃ – *Fator de correção da vazão real de água para o ensaio*

f₄ – *Fator de correção do tempo real utilizado*

v – *Velocidade terminal da partícula (m/s)*

d – *Diâmetro da partícula (m)*

μ – *Viscosidade dinâmica do fluido ($\text{Pa}\cdot\text{s} = \text{kg}/\text{m}^{-1} \text{s}^{-2}$)*

ρ_s – Massa específica do sólido (kg/m^3)

ρ_f – Massa específica do fluido (kg/m^3)

g – Aceleração da gravidade (m/s^2)

h – Distância percorrida na sedimentação (m)

t – Tempo de sedimentação (s)

$P(\mathbf{M}|\mathbf{D})$ – Distribuição de tamanho de esfera equivalente

\bar{M}_D^V – Momento da distribuição de tamanho medido para partículas do tamanho D

\mathbf{M} – Diâmetro da esfera

\mathbf{D} – Diâmetro da peneira

\bar{M}_D – Média da distribuição de tamanho medida para partículas de tamanho D

$F(\mathbf{X}, \mathbf{x})$ – Fração mássica acumulativa de partículas com tamanho menor do que X

\mathbf{x} – Tamanho de abertura de peneiras

μ – Valores característicos empíricos do material estudado (constantes adimensionais)

λ – Valores característicos empíricos do material estudado (constantes adimensionais)

$P(\mathbf{M})$ – Distribuição de tamanhos medida no granulômetro a laser

$P(\mathbf{M}/\mathbf{D})$ – Distribuição de tamanhos medidos, gerada por partículas de tamanho D

\mathbf{M} – Tamanho medido

Λ – Parâmetro calculado a partir das distribuições medidas no difratômetro a laser, após normalização com o parâmetro α

r – Distância instantânea do centro do hidrociclone

D_u – Diâmetros do apex

D_o – Diâmetro do apex, do vortex finder

D_c – Diâmetro do ciclone, respectivamente, dados em cm

ϕ – Fração de sólidos em volume na alimentação

h – Distância do vortex finder até o apex (em cm)

H – Pressão da alimentação do ciclone (carga estática da polpa) (m)

Q – Vazão de polpa (litros/min)

$P(\mathbf{x})$ – Fração mássica da população

Cos – Cosseno

Sen – Seno

$P(\mathbf{x})$ – Função de distribuição de densidade

T – Temperatura

r – Leitura do Rotâmetro

t – *Tempo de Elutriação*

F_c – *Força de Gravidade*

F_d – *Força de arraste*

S – *Repartição do fluido*

D_u – *Diâmetro do Apex*

D_o – *Diâmetro do Vortex Finder*

D_c – *Diâmetro do ciclone*

V_r – *Recuperação volumétrica*

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	16
1.1 Objetivos.....	18
1.1.1 Objetivo Geral	18
1.1.2 Objetivos Específico.....	18
CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
2.1 Aspectos Gerais da Importância do Peneiramento nas Operações de Processamento Mineral	19
2.2 Minerais não-metálicos	22
2.3 Tamanho de Partícula e Funções de Distribuição	22
2.3.1 Distribuições empíricas	25
2.3.2 Função Densidade de Distribuição	28
2.3.3 Fator de Forma	28
2.4 Técnicas de Análise de Tamanho de partícula	29
2.4.1 Peneiramento.....	30
2.4.2 Sedimentação e Elutriação.....	31
2.4.3 Cicloclassificador.....	32
2.4.4 Hidrociclone	36
2.4.5 Modelagem Matemática	37
2.4.6 Pipeta de Andreasen.....	39
2.3.5 Sedígrafo.....	41
2.3.6 Difração a laser.....	41
2.5 Comparação entre as Técnicas de Análise de Tamanho de Partícula	43
2.6 Equação Geral Estereológica para Distribuição de Tamanhos de Partículas	47
2.7 Distribuição de Tamanho de Partículas Determinados por Diferentes Metodologias.....	49
2.7.1 Conversão Sedígrafo versus Peneiras	49
2.7.2 Conversão Malvern versus Peneiras	49
CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA	51
3.1 Materiais e Métodos	51
3.1.1 Coleta das amostras	51
3.1.2 Preparação das amostras	52

3.1.3 Picnometria	53
3.1.4 Análise granulométrica	54
3.1.5 Análise cyclosizer	55
3.1.6 Conversão <i>Cyclosizer versus</i> Peneiras	56
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÃO	58
4.1 Análise Granulométrica	58
4.2 Análise no Cyclosizer	59
4.3 Peneiramento Híbrido	67
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES	76
5.1 Conclusões.....	76
5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros	77
REFERÊNCIAS	78
ANEXO I.....	81

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O conhecimento do tamanho e a distribuição do tamanho de partícula é um pré-requisito fundamental para muitas operações na área de processamento mineral, tal como na indústria mineral, mais especificamente na área de processos, que tem como objetivo a obtenção de produtos com propriedades específicas.

Nas usinas de beneficiamento de minérios, as partículas minerais possuem forma e tamanho definido. Esse fato exige o uso do conceito de tamanho equivalente, que é determinado pela medida de uma propriedade dependente do tamanho da partícula, relacionando-a a uma dimensão linear. Nesse contexto, a distribuição do tamanho de partícula influencia de maneira significativa em várias etapas de produção e exerce um papel de extrema importância desde o minério lavrado até o concentrado final.

A análise granulométrica de um material compreende parte da sua caracterização, por meio da determinação do tamanho de partículas e da frequência com que ocorrem em uma determinada faixa de tamanhos. Na área de tratamento de minérios a sua importância é verificada na determinação do grau de liberação dos minerais e em outras etapas do beneficiamento, como na eficiência do peneiramento, nas curvas de partição dos classificadores, e ainda, no controle das especificações do produto final. O tamanho de partícula é uma variável de grande interesse para muitos processos, com impacto direto na qualidade do produto final (KING E SCHNEIDER, 1993).

A avaliação das características das partículas é de vital importância no tratamento de minérios. Em alguns casos torna-se simples, ao visar apenas uma adequação de tamanho. Em outros, mais complexa, quando representa uma variável de controle nos processos de cominuição, classificação e concentração. As partículas possuem estruturas tridimensionais e, na sua grande maioria, são irregulares e apresentam diferentes propriedades físico-químicas. Os métodos comumente empregados para determinação do tamanho de partícula, fornecem números com o qual se representa essa grandeza física. Nesse contexto, a esfera é a única forma

geométrica que pode ser completamente representada por um único número no espaço tridimensional (KING E SCHNEIDER, 1998).

Para obtenção da distribuição de tamanhos de partículas existem métodos diretos e indiretos para a sua determinação. Entretanto, os resultados gerados por diferentes métodos divergem, quando comparados ou quando há um cruzamento dos dados.

O método de determinação da distribuição de tamanhos de partículas mais utilizado na área de tecnologia mineral é o tamanho de peneira, que é obtido por peneiramento em uma malha quadrada, ou seja, o tamanho de uma partícula é, normalmente, definido como a menor abertura em uma peneira de malha quadra por onde a partícula é capaz de atravessar (KING, 2001). A determinação da distribuição de tamanhos por peneiramento de partículas finas, menores que 38 μm é, no entanto, considerada pouco eficiente, isso porque as peneiras mais finas são relativamente frágeis, susceptíveis a perfurações e deformações. Além disso, a malha mais fina comercialmente disponível no mercado é a de 20 μm (WILLS, 1997).

Para corrigir essas falhas são utilizadas metodologias indiretas de distribuição de tamanho de partículas, utilizando equipamentos que medem outras grandezas físicas e as recalculam para distribuições de diâmetros de esferas equivalentes. Apesar de existirem diversos métodos indiretos, os mais utilizados em tecnologia mineral são os baseados em sedimentação gravitacional fundamentado na Lei de Stokes (XU, 2002). Uma partícula pode ser representada por diferentes esferas, com base em algumas propriedades, tais como: área superficial, volume, velocidade de sedimentação, entre outras. O princípio da esfera equivalente relaciona alguma dessas propriedades com o diâmetro de uma esfera (ALLEN, 1997; SAMPAIO, FRANÇA E BRAGA, 2017).

Todos os métodos indiretos geram distribuições de tamanho de esferas equivalentes, de modo que estes valores poderiam ser utilizados ao invés dos tamanhos de peneira, se as partículas fossem esféricas. Neste caso, é importante que os dados de equivalentes esféricos sejam convertidos para tamanhos de peneira, por uma função de transformação (XU, 2002).

Com o crescente aumento das aplicações de materiais particulados, diversas técnicas de caracterização físicas têm sido desenvolvidas, especificamente para tamanho de partícula, existe uma grande variedade de técnicas disponíveis, a exemplo o difratômetro (ou granulômetro) a laser. A determinação de valores exatos de tamanho de partícula é extremamente difícil e encontra obstáculos diferentes para cada uma das técnicas. Como cada técnica de análise é baseada em princípios físicos diferentes, os resultados obtidos por estas análises podem também ser diferentes. Além disso, os fabricantes de equipamentos de análise

usam projetos de construção distintos, o que pode acarretar resultados diferentes mesmo entre equipamentos que utilizam o mesmo princípio físico (JILLAVENKATESA; 2001).

Nesse contexto, com o crescente aumento das aplicações de materiais particulados, diversas técnicas de caracterizações físicas têm sido desenvolvidas, porém nenhuma que correlacione a distribuição do tamanho de partícula medidos diretamente no cyclosizer *versus* peneiramento.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

- Elaborar a modelagem matemática da distribuição do tamanho de partícula empregando peneiramento e cyclosizer em processos minerais a partir da avaliação da distribuição do tamanho de partículas via peneiramento híbrido entre cyclosizer e peneiramento.

1.1.2 Objetivos Específico

- Definir uma função de distribuição empírica, capaz de determinar a distribuição do tamanho de partícula por peneiramento empregando medidas feitas no cyclosizer, utilizando o peneiramento híbrido entre as técnicas utilizadas;
- Comparar os resultados da distribuição de tamanho via peneiramento e via cyclosizer;
- Avaliar a precisão da correlação proposta na estimativa da distribuição de tamanho das partículas.

Capítulo 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Aspectos Gerais da Importância do Peneiramento nas Operações de Processamento Mineral

O conhecimento da distribuição do tamanho de partícula é um pré-requisito fundamental e necessário para controlar as características dos materiais particulados, que alimentam os equipamentos de concentração, a fim de garantir uma operação mais eficiente. Existem dois tipos gerais de separadores granulométricos: peneiras, que são usadas nas separações em granulometrias grossas e classificadores, que encontram maior aplicação nas separações em granulometrias mais finas.

As operações de processamento mineral exploram as propriedades físicas que influenciam o comportamento das partículas quando sujeitas à concentração nos diferentes equipamentos. As duas principais propriedades utilizadas são a granulometria (tamanho de partícula) e a composição mineralógica. As operações de cominuição e classificação dependem essencialmente do tamanho da partícula, mais podem ser influenciadas por outras propriedades, por exemplo a densidade, a suscetibilidade magnética entre outras.

Outro fator importante a ser considerado na determinação da distribuição do tamanho de partícula é a dimensão da partícula a ser medida. Uma esfera pode ter o seu tamanho definido por um único valor: o diâmetro. Porém partículas com formatos irregulares necessitam de mais de uma medida para a quantificação do seu tamanho (RHODES; 2008).

De acordo com Rhodes (2008), a caracterização de tamanhos só pode ser realizada de forma fácil e acurada para populações que contenham apenas partículas esféricas ou cúbicas. Entretanto, é preciso lembrar que partículas reais possuem formas que requerem mais de uma dimensão para descrevê-las. Partículas diferem umas das outras em vários aspectos. A diferença é que as operações de processamento mineral exploram são propriedades físicas que influenciam o comportamento da partícula quando sujeita à concentração no equipamento. Outras características como formato, densidade específica, área superficial, suscetibilidade

magnética, hidrofobicidade, também são muito importantes e, em muitas operações de processamento mineral, são as que dominam o comportamento do material.

Para partículas de formas irregulares não existe uma única definição de tamanho. Faz-se necessário definir o tamanho da partícula por uma única dimensão, definido como diâmetro característico equivalente. Dentre estes diâmetros, podem ser citados o diâmetro em termos de volume, definido como o diâmetro de uma esfera cujo volume é igual ao da partícula, o diâmetro de Stokes, que corresponde ao diâmetro de uma esfera que apresenta a mesma velocidade de sedimentação da partícula, em um fluxo laminar e o diâmetro de peneira que corresponde a aresta da menor abertura quadrada da peneira através da qual a partícula passará. É importante ressaltar que o valor do diâmetro característico equivalente depende da técnica utilizada para sua determinação (ALLEN, 1981).

Observa-se que uma alternativa prática e comum é o uso combinado das características de tamanho e forma de uma partícula para definir o diâmetro característico equivalente como sendo o diâmetro de uma esfera. Porém, mesmo tomando-se uma partícula que tem uma forma irregular e uma esfera, ambas com massas ou volumes iguais, essas não necessariamente apresentarão um mesmo tamanho medido por determinada técnica, isso porque a forma e o peso específico da partícula afetam o resultado. Para análise dos resultados de distribuição de tamanhos de partículas, é comum o uso de fatores de forma que permitam, por exemplo, correlacionar dois diâmetros obtidos por diferentes técnicas. Quanto maiores as diferenças entre esses diâmetros, mais as partículas divergem da forma esférica (ALLEN, 1981).

Nesse contexto, para expressar este valor em um único número, normalmente adota-se o valor de uma esfera equivalente. As partículas de interesse no processamento mineral não apresentam formatos regulares como esferas e cubos o que proporcionaria uma melhor analogia. Dessa maneira, uma medida indireta de tamanho é normalmente empregada em tecnologia mineral.

O tamanho de uma partícula é, normalmente, definido como a menor abertura em uma peneira de malha quadrada através da qual a partícula é capaz de atravessar (TAVARES, 2012). Essa definição é uma consequência do uso convencional do peneiramento na análise da distribuição de tamanhos de partículas.

O peneiramento convencional é a técnica mais empregada para medir a distribuição de tamanho de partícula. Entretanto, quando as partículas se tornam demasiadamente finas, torna-se impraticável a aplicação do peneiramento (CARRISSO E CORREIA, 2004). Nesse contexto, outras metodologias de distribuição de tamanho de partículas, utilizando equipamentos que

medem outras grandezas físicas e as recalculam para distribuições de diâmetros de esferas equivalentes.

A classificação, de uma forma geral, consiste na separação de partículas com base nas dimensões físicas das partículas. Os processos de classificação são divididos em peneiramento e classificação propriamente dita. O peneiramento é um processo mecânico de separação de partículas que se utiliza de uma superfície perfurada para tal. As partículas com dimensões superiores à da abertura considerada e tendem a ficar retidas na superfície, e as com dimensões inferiores tendem a atravessá-la. Os mecanismos envolvidos compreendem basicamente estratificação e segregação. Os equipamentos tradicionalmente utilizados são as peneiras vibratórias, rotativas e estáticas.

Segundo Davies (2001) os métodos de análise de tamanho de partículas podem ser classificados em seis grupos, sendo eles: métodos visuais, métodos de separação, métodos de varredura de fluxo, métodos de varredura de campo, sedimentação e métodos de superfície. Cada método possui uma faixa de aplicação, conforme ilustrado na Tabela 2.1, que é dada pelos limites de medição e de detecção.

Tabela 2.1- Faixas de tamanho recomendadas para cada método de determinação de tamanho de partículas.

Método	Seco ou úmido	Fracionamento da amostra	Faixa de aplicação (μm)
Peneiramento	Úmido	Sim	5 – 100.00
Difração a laser	Úmido	Não	0.1 – 2.000
Microscopia óptica	Úmido	Não	0.2 – 50
Microscopia eletrônica de varredura	Seco	Não	0.005 – 100
Elutriação (Cyclosizer)	Úmido	Sim	4 – 45
Sedimentação (gravidade)	Úmido	Sim	1 – 40
Sedimentação (centrífuga)	Úmido	Sim	0.05 - 5

Fonte: Wills e Napier-Munn (2006)

2.2 Minerais não-metálicos

Segundo Martins (1995), os minerais não-metálicos são aqueles que não possuem metais em sua composição ou possuem em pequena quantidade. São encontrados, ao contrário dos metálicos e dos fósseis, em grande quantidade na natureza. Grande parte deles são utilizados na construção civil como por exemplo a areia, além dos utilizados nas indústrias químicas e de fertilizantes.

Os bens minerais não-metálicos são muito importantes para o atendimento às necessidades da população. A infraestrutura de transporte, habitação, saneamento e mesmo da produção de energia hidrelétrica baseia-se no uso de grandes quantidades desses materiais. Além da grande importância de fertilizantes minerais, fundamentais para a produção de alimentos. Nesse contexto os bens minerais não-metálico apresentam uma importância fundamental na economia mineral (MARTINS, 1995).

Normalmente os minerais não metálicos podem ser utilizados em processos industriais diretamente após sua extração ou após algum tipo de tratamento. Entre os minerais não metálicos estão Argilas, o Diamante, Calcário, Feldspatos, Dolomita, Bentonita, Talco e Areia, além de diversos sais, substâncias de grande utilidade industrial.

2.3 Tamanho de Partícula e Funções de Distribuição

De acordo com King (2001), o desempenho dos equipamentos de processamento minerais depende da natureza das partículas individuais que serão processadas. O número de partículas que estão envolvidas nessa etapa é muito grande e seria impossível desenvolver procedimentos ou métodos que pudessem descrever detalhadamente o comportamento de cada partícula individual. Isso porque as partículas diferem umas das outras em vários aspectos.

No processamento mineral são exploradas as propriedades físicas que influenciam o comportamento da partícula quando ela sujeita à concentração no equipamento. As duas principais propriedades fundamentais são a granulometria e a composição mineralógica da partícula. Outras características também como o formato, densidade específica, área superficial, suscetibilidade magnética, hidrofobicidade, são também importantes e, em muitas operações de processamento mineral são as que dominam o comportamento do material.

As operações de cominuição e classificação dependem, principalmente, do tamanho da partícula, mas também são influenciadas pela composição, densidade, fragilidade e outras propriedades que também podem influenciar o comportamento de partículas em maior ou

menor magnitude. A concentração gravimétrica, por exemplo, explora as diferenças de densidade específica entre as partículas e, portanto, diferentes espécies minerais podem ser separadas umas das outras.

As propriedades físicas não são necessariamente independentes umas das outras. Por exemplo, a densidade de uma partícula individual depende da sua composição mineralógica, uma vez que as densidades de diferentes minerais são distintas. Nesse contexto, se faz necessário a descrição das propriedades das partículas na população do material, que considere a variabilidade da população de partículas. Essa descrição somente é viável por meio do uso de funções de distribuição.

A função de distribuição define quantitativamente como os valores de alguma propriedade de interesse se distribuem entre as partículas de uma população. A propriedade mais amplamente utilizada em funções de distribuição é o tamanho de partícula. A função de distribuição é a distribuição de tamanhos de partícula $P(dp)$ definida como a fração mássica de partículas em uma população com tamanho menor ou igual a dp .

A função $P(dp)$ apresenta algumas características importantes:

1. $P(0) = 0$
2. $P(\infty) = 1$
3. $P(dp)$ aumenta de 0 a 1 à medida que dp aumenta de 0 a ∞ .

De acordo com as características 1 e 2 nenhuma partícula da população pode apresentar tamanho menor ou igual a 0 e todas partículas possuem tamanho menor que infinito. A característica 3 indica que a fração da população que possui granulometria igual ou inferior a dp_1 deve conter pelo menos todas aquelas partículas com granulometria dp_2 ou inferior, se $dp_2 \leq dp_1$.

As partículas de interesse no processamento mineral não apresentam formatos regulares facilmente identificáveis como esferas e cubos. O tamanho de uma esfera pode ser definido pelo seu diâmetro. Analogamente, o tamanho de um cubo poderia ser definido como o comprimento de uma aresta, mas outra dimensão poderia ser igualmente usada, como o comprimento da diagonal.

Dessa maneira, o tamanho de uma partícula não possui um único significado, mesmo para partículas com formatos regulares. Na área de tecnologia mineral, uma medida indireta de tamanho é normalmente empregada. O tamanho de uma partícula é, normalmente, definido como a menor abertura em uma peneira de malha quadrada através da qual a partícula é capaz de atravessar.

Essa definição é uma consequência do uso natural do peneiramento para a análise da distribuição de tamanhos de partícula. O peneiramento é a técnica mais empregada para medir a distribuição de tamanhos de partículas. Entretanto, quando partículas se tornam excessivamente finas, torna-se impraticável a aplicação do peneiramento. Nesses casos, outras medidas indiretas são usadas, como a velocidade terminal em um fluido de viscosidade e densidade conhecidas (WILLS,1997).

O valor de P pode ser medido experimentalmente através de tamanhos fixos que correspondem às aberturas de um conjunto de peneiras. Esses dados são normalmente apresentados em forma de gráficos, o que nos permite avaliar e entender melhor o comportamento e a distribuição granulométrica do material em análise.

Diferentes sistemas de coordenadas têm sido empregados com o intuito de tornar o gráfico da função de distribuição o mais próximo de uma linha reta. O eixo de tamanhos de partícula (abscissa) é normalmente lançado em gráfico em escala logarítmica. A escala das ordenadas irá depender da função de distribuição a ser usada na representação dos dados, seja log-log, log-normal ou Rosin-Rammler.

Vale ressaltar que de acordo com Allen (1981) e Kelly e Spottswood (1982), a escala log-log que corresponde ao gráfico de Gaudin-Schuhmann este irá expandir a faixa fina, que constitui, geralmente, a faixa de maior interesse, mas comprime a faixa grossa. Nesse contexto, quando o interesse em relação à faixa grossa é significativo, deve-se optar por outras formas de apresentação dos resultados, tais como o gráfico Rosin-Rammler. Segundo Allen (1981) e Kelly e Spottswood (1982), essa forma de apresentação tem a vantagem de expandir as faixas grossa e fina da distribuição granulométrica. Na faixa mais fina de tamanhos, os resultados apresentados pela distribuição Rosin-Rammler se aproximam daqueles obtidos por Gaudin-Schuhmann.

As aberturas de uma série padrão de peneiras variam como uma progressão geométrica, porque a experiência tem mostrado que tal classificação irá resultar em quantidades aproximadamente equivalentes de sólidos em cada uma das peneiras em uma análise de tamanhos. Dessa maneira, cada abertura de peneira é um fator constante maior que a anterior. Fatores de $\sqrt[4]{2}$ ou $\sqrt{2}$ são normalmente utilizados.

Embora a função acumulada de distribuição $P(dp)$ seja bem definida e adequada à medição direta no laboratório, ela não é diretamente útil para a modelagem de operações de processamento mineral. Para esse propósito, a função de densidade é utilizada. A função densidade de distribuição de tamanhos de partícula $pi(dp)$ é definida como:

$$p_i(d_p) = \int_{D_i}^{D_{i-1}} dP(d_p) = P(D_{i-1}) - P(D_i) = \Delta P_i \quad (2.1)$$

A fração em massa da população de partículas com granulometria entre D_{i-1} e D_i . $p_i(d_p)$ é chamada de distribuição densidade discreta. Frequentemente o d_p é omitido sem risco de confusão.

O $\Delta d_p = D_{i-1} - D_i$ é a largura da classe e não é normalmente constante, mas varia de acordo com o tamanho. A largura finita da classe de tamanhos definida por Δd_p é importante no desenvolvimento das técnicas de modelagem. A classe de tamanhos representa todas as partículas da população que apresentam tamanho dentro dos limites d_p e $d_p + \Delta d_p$. É costume designar os limites da classe por meio de subscritos, a fim de distingui-los claramente. Eles serão sempre designados pelo símbolo D_i , o qual indica o limite inferior da classe de tamanhos i , ou simplesmente a abertura da peneira. Dessa maneira, a população inteira é conceitualmente classificada dentro de classes, cada qual definida pelos seus limites superior e inferior.

Convenciona-se utilizar o número das classes de tamanhos maiores a menores que $D_i \geq D_{i+1}$. A classe correspondente às partículas mais grosseiras (“*top size*”) possui apenas um limite D_1 e inclui todas partículas que possuem granulometria maior que D_1 . O conceito de classes de partículas efetivamente torna possível formular modelos por meio da descrição do comportamento de classes de partículas, ao invés do comportamento de partículas individuais. Um tamanho representativo está associado a cada classe de tamanhos e assume-se que todas partículas na classe irão se comportar em nossos sistemas de processamento como se elas tivessem o mesmo tamanho.

Para que essa descrição seja o mais próximo o possível da realidade, é necessário que as classes granulométricas sejam suficientemente estreitas.

2.3.1 Distribuições empíricas

Algumas funções de distribuição empíricas têm sido propostas para representar a distribuição de tamanhos de partículas. As mais utilizadas frequentemente são:

Distribuição de **Gaudin-Schuhmann**:

$$P(d_p) = \left(\frac{d_p}{D_0}\right)^\alpha \text{ para } d_p \leq D_0 \quad (2.2)$$

onde D_0 corresponde o limite da classe (*top size*)

Distribuição de **Rosin-Rammler**:

$$P(d_p) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{d_p}{d_p^*}\right)^\alpha\right] \quad (2.3)$$

onde d_p corresponde ao tamanho de partícula

Distribuição de **Gaudin-Meloy**:

$$P(d_p) = 1 - \left(\frac{1-d_p}{D_0}\right)^n \text{ para } d_p \leq D_0 \quad (2.4)$$

Distribuição de **Harris**:

$$P(d_p) = 1 - \left[1 - \left(\frac{d_p}{D_0}\right)^s\right]^n \text{ para } d_p \leq D_0 \quad (2.5)$$

Distribuição **Log-normal**:

$$P(d_p) = G\left(\ln\left(\frac{d_p}{d_p^*}\right)\right) \quad (2.6)$$

onde $G(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^X e^{-t^2/2} dt$

A função G é chamada de função de distribuição Gaussiana ou Normal. Nessa distribuição o parâmetro d_p^* é o tamanho de partícula para o qual $P(d_p^*) = 0,5$, que corresponde ao tamanho mediano.

Com a exceção da distribuição de Harris, as demais distribuições mencionadas acima, apresentam apenas dois parâmetros, podendo ser ajustados para melhor descrever dados de distribuição granulométrica obtidos experimentalmente em laboratório.

A distribuição de Gaudin-Schuhman pode ser transformada para:

$$\log[P(d_p)] = \alpha \log D_0 \quad (2.7)$$

A equação indica que, ao se representar um gráfico de $P(d_p)$ em função de d_p , com coordenadas log-log, irá proporcionar uma curva alinhada perfeitamente aos dados experimentais, caso os dados sigam a distribuição logarítmica. Vale ressaltar que para os materiais que seguem esta equação, a distribuição log-log da fração acumulada versus o diâmetro equivalente é representada por uma reta. A inclinação dessa reta corresponde ao módulo de distribuição do material e o intercepto da mesma, com $Pd_p = 1$, o módulo de tamanho do material. O módulo de distribuição indica a dispersão de tamanho da população das partículas, enquanto o módulo de tamanho fornece o tamanho máximo da distribuição, obtido através da extrapolação da reta de ajuste até o valor de percentagem acumulada igual a 100 (KELLY e SPOTTSWOOD, 1982).

Ainda segundo Kelly e Spottswood (1982) os parâmetros obtidos no gráfico Gaudin-Schuhmann podem ser utilizados para cálculo de fatores de forma, propiciando a correção de um diâmetro obtidos por diferentes técnicas. O fator de forma pode ser definido pela razão entre dois parâmetros característicos, tais como módulo de tamanho D_0 , d_{50} , d_{90} , ou outros, obtidos por diferentes métodos.

A distribuição de Rosin-Rammler pode ser transformada para:

$$\ln \ln \left(\frac{1}{1-Pd_p} \right) = \alpha \ln(d_p) - \alpha \ln(d_p^*) \quad (2.8)$$

A representação gráfica da Equação 2.8 em um gráfico de logaritmo duplo (log-log) em função do logaritmo de d_p irá produzir pontos também perfeitamente alinhados, desde que os dados sigam a distribuição de Rosin-Rammler.

A distribuição de Gaudin-Meloy pode ser transformada para:

$$\log[1 - P(d_p)] = n \log(D_0 - d_p) - n \log D_0 \quad (2.9)$$

Para esse caso, os dados experimentais irão formar uma linha reta no sistema de coordenadas log-log se lançadas em um gráfico $1-P(d_p)$ contra D_0-d_p . Para plotar tal gráfico é necessário saber o valor de D_0 , o que representa uma desvantagem dessa distribuição.

A distribuição Log-Normal pode ser transformada usando a função inversa $H(G)$ da função G . A função inversa é definida de maneira que $G(x) = g$ logo, $x = H(g)$.

A Equação 2.6 tem-se:

$$H[P(d_p)] = \frac{\ln\left(\frac{d_p}{d_p^*}\right)}{\sigma} \quad (2.10)$$

Para um gráfico de $H[P(d_p)]$ em função de d_p se aproximará de uma reta.

2.3.2 Função Densidade de Distribuição

De acordo com King (2001), nos trabalhos de modelagem teórica é conveniente trabalhar com uma função que seja derivada da função acumulada de distribuição por diferenciação. Considere x com qualquer característica de interesse da partícula. Então, $P(x)$ é a fração mássica da população de partículas que consiste em partículas que possuem um valor da característica menor ou igual a x . A função de distribuição de densidade $p(x)$ é definida por:

$$p_x = \frac{dP_x}{dx} \quad (2.11)$$

A função densidade discreta de distribuição definida pela Equação (2.1) é relacionada à função densidade contínua por:

$$p_i(d_p) = \int_{D_i}^{D_{i-1}} p(d_p) dd_p \quad (2.12)$$

$$p_i(d_p) = P(D_{i-1}) - P(D_i)$$

Uma analogia importante, a qual reflete que a soma de todas as frações é igual a um é:

$$\int_0^{\infty} p(x) dx = P(\infty) - P(0) = 1 \quad (2.13)$$

2.3.3 Fator de Forma

Embora, especificações com respeito ao tamanho sejam mais rigorosas do que aquelas com relação à forma, alguns formatos de partículas são importantes em diversas aplicações,

isso porque o formato da partícula afeta significativamente diversas propriedades do material, como a área superficial, a densidade aparente e o comportamento da partícula em um fluido (KING, 2001).

Para o caso de partículas irregulares, pode-se definir o fator de forma pela razão entre o volume médio das partículas em uma amostra e o cubo do diâmetro da partícula.

$$V_p = \beta d_p^3 = \frac{\pi}{6} d_{pe}^3 \quad (2.14)$$

onde d_p e d_{pe} são os tamanhos representativos das partículas medidos por peneiramento e o equivalente, respectivamente. Para partículas perfeitamente esféricas, $\beta = 0,524$; para partículas cúbicas, $\beta = 0,7$ e para partículas de formato tabular ou acicular, o fator de forma é tipicamente inferior a 0,5. Uma outra designação do formato de uma partícula muito utilizada é a esfericidade, que é dada por:

$$\psi = \frac{\text{Area superficial da esfera de mesmo volume}}{\text{Area superficial da partícula}} = \frac{\pi d_{pe}^2}{a_p} \quad (2.15)$$

Evidentemente $\psi = 1$ para partículas esféricas, sendo da ordem de 0,8 para partículas arredondadas, e entre 0,5 e 0,7 para partículas resultantes de moagem (KELLY e SPOTTSWOOD, 1982).

2.4 Técnicas de Análise de Tamanho de partícula

A técnica de peneiramento é o método mais usual para a análise de tamanhos de partículas no intervalo de vários decímetros a $38 \mu\text{m}$. A definição do tamanho de partícula no peneiramento está associada à menor abertura em uma peneira de malha quadrada através da qual a partícula é capaz de atravessar, entretanto, outras definições são usadas em associação a outras técnicas de medida.

As técnicas de análise baseadas no comportamento hidrodinâmico de partículas (sedimentação e elutrição) estão associadas à definição de tamanho de partícula dada pelo diâmetro de Stokes, o qual representa o diâmetro da esfera com a mesma velocidade terminal que a partícula (SPEDDEN, 1985).

$$d_p = \left[\frac{18\mu V_\infty}{g(\rho_s - \rho_f)} \right]^{1/2} \quad (2.16)$$

Sendo g a aceleração da gravidade, μ a viscosidade do fluido, ρ_s e ρ_f as densidades dos sólidos e do fluido respectivamente e V_∞ velocidade terminal de sedimentação.

Outras definições utilizadas de tamanho de partícula são o tamanho volumétrico (ou diâmetro da esfera equivalente), d_v , que representa o diâmetro da esfera com mesmo volume que a partícula, e o tamanho superficial d_s , que representa o diâmetro da esfera com a mesma área superficial da partícula, dados, por:

$$d_v = \left(\frac{6V_p}{\pi} \right)^{1/2} \quad (2.17)$$

$$d_s = \left(\frac{A_p}{\pi} \right)^{1/2} \quad (2.18)$$

onde, V_p é o volume da partícula, que pode ser determinado por picnometria, e A_p é a área superficial, a qual pode ser determinada por permeamtria ou adsorção gasosa pelo método BET (Brunauer, Emmett e Teller) (SPEDDEN,1985).

2.4.1 Peneiramento

O peneiramento é um dos métodos mais antigos na área de processamento mineral. Em termos técnicos, o peneiramento é compreendido como um processo de classificação de partículas por tamanho, que corresponde ao fracionamento de partículas usando uma série de peneiras com aberturas decrescentes. Embora fatores como a forma e a densidade das partículas sejam significativos nesse processo, o tamanho da partícula ainda é o fator predominante na classificação por tamanho (VALIRE E WENNEN,1980).

A simplicidade desta técnica apresenta a vantagem de permitir a separação da amostra em frações de tamanhos de partículas conhecidas, as quais podem ser analisadas quanto à composição química, mineralógica ou densimétrica. No contexto do peneiramento, o tamanho de partícula d_p é simplesmente definido como a média (geométrica ou aritmética) das aberturas das malhas, nas quais a partícula encontra-se imediatamente retida e passante (CARRISSO E CORREIA, 2004).

Com o avanço no processo de qualidade dos produtos, surgiu a necessidade de um padrão de referência para o peneiramento de minérios. Desse modo, apareceram os padrões de comparação, isto é, as chamadas séries de peneiras, como a Tyler.

Os procedimentos de peneiramento são normalizados para diferentes aplicações e em diferentes sistemas (ISO, ABNT, etc.). No Brasil ele segue as normas NBR 8629 (para carvão) e NBR NM ISO2395. O limite inferior prático para o peneiramento em laboratório, compreende a faixa granulométrica, de 38 μm (CARRISSO E CORREIA, 2004). Embora peneiras com aberturas ainda menores encontrem-se disponíveis, a obtenção de resultados confiáveis é considerada pouco eficientes.

O peneiramento normalmente é realizado com o auxílio de máquinas vibratórias, que utilizam oscilações e vibrações. Um exemplo de um peneirador comumente empregado em laboratório é apresentado na Figura 2.1.

Figura 2.1- Peneirador Vibratório



Fonte: Própria da autora.

2.4.2 Sedimentação e Elutriação

As técnicas de elutriação e sedimentação são as mais frequentemente usadas na análise de tamanhos de partículas abaixo do intervalo normalmente empregado no peneiramento. Dentre as técnicas mais usadas estão a elutriação centrífuga (usando o aparelho conhecido como cicloclassificador, ou Cyclosizer®) e a sedimentação gravitacional usando a pipeta de Andreasen ou o Sedígrafo (Sedigraph®) (WILLS,1997).

2.4.3 Cicloclassificador

A classificação de minérios pode ser feita por elutriação centrífuga utilizando um conjunto de hidrociclones ligados em série, conforme ilustrado na Figura 2.2 O cicloclassificador foi desenvolvido como uma ferramenta para a análise granulométrica de materiais abaixo do intervalo normalmente empregado no peneiramento, na faixa de, aproximadamente, 10 a 50 μm , para materiais com densidade similar à do quartzo ($2,65 \text{ g/cm}^3$). Essa faixa estende-se para granulometrias abaixo de 4 μm , caso dos minerais ou minérios mais pesados (SAMPAIO, FRANÇA E BRAGA, 2007).

As informações apresentadas aqui foram obtidas com base na literatura e no manual do equipamento da CIMAQ (KELSALL E MCADAM, 1963).

O cicloclassificador apresenta uma sequência de cinco hidrociclones invertidos de 75 mm de diâmetro com diâmetros de *vortex finder* decrescentes, sendo que o produto de cada *vortex finder* é a alimentação do ciclone seguinte. Entre 10 e 20 g de sólidos são empolpados em água e alimentados lentamente através do conjunto de ciclones a partir de um recipiente. Cada ciclone “corta” a um dado tamanho de partícula, sendo as dimensões limite de separação para o cicloclassificado, nas condições padrão para os ciclones de 1 a 5 são 44, 33, 23, 15 e 11, respectivamente, sendo os valores padrão:

1. Vazão da água 696 l/h;
2. Temperatura da água 20°C;
3. Massa específica $2,65 \text{ g/cm}^3$;
4. Tempo de elutriação equivalente ao infinito.

A vazão, temperatura da água a massa específica e o tempo de elutriação, são as variáveis mais importantes do processo de classificação no *Cyclosizer*, o controle dessas variáveis determina as dimensões efetivas de separação das partículas nos cinco hidrociclones.

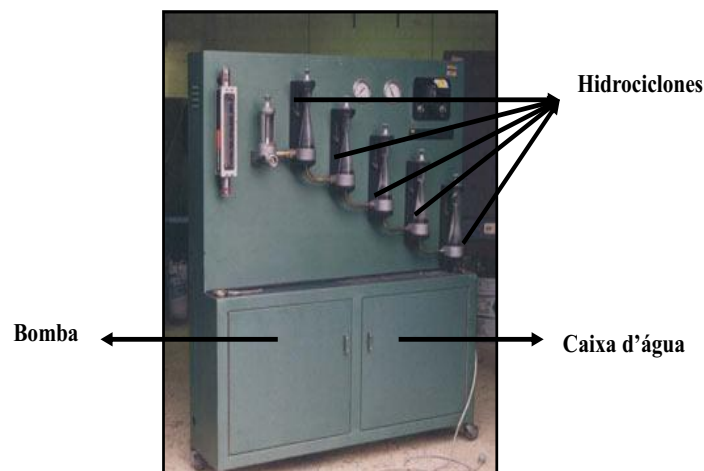
A Tabela 2.2 apresenta os valores das dimensões limites de separação para os cinco hidrociclones do cicloclassificador CIMAQ CL-501-005, existente no CETEM (Centro de Tecnologia Mineral), calibrado nas condições padrão de quartzo abaixo de 75 μm .

Tabela 2.2- Dimensões limites de separação para o cicloclassificador nas condições padrão

Hidro ciclones n°	Dimensão Limite (μm)
1	52,1
2	39,1
3	28,6
4	18,9
5	13,5

Fonte: Sampaio, França e Braga (2007)

O material mais grosso que o corte do ciclone é coletado na câmara apropriada do *apex*, a partir do qual pode ser recuperado e pesado no final do experimento. O *overflow* do ciclone 5 é perdido, embora possa ser coletado e, em alguns casos, processado em uma pequena centrífuga a fim de gerar uma fração adicional para análises química e mineralógica (KELSALL, E MCADAM, 1963). O material mais grosso que o corte do ciclone é coletado na câmara apropriada do *apex*, a partir do qual pode ser recuperado e pesado no final do experimento.

Figura 2-1 - Cicloclassificador com hidrociclones invertidos em série, existente no CETEM

Fonte: Própria da autora.

Nesse equipamento, a velocidade de sedimentação é definida pelas condições operacionais, em particular pela vazão de polpa e pelo diâmetro do *apex*. O tamanho real de corte em cada ciclone é, então, modificado por uma série de fatores de correção. A correção das variáveis é feita por meio de gráficos dos quais se obtém um fator de correção para cada variável, dentro da faixa operacional especificada (Figuras 2.3 a 2.6). Nesta etapa utilizam-se os fatores de correção das quatro variáveis, multiplicando-os pela dimensão limite de separação

de cada hidrociclone (Cicloclassificador s.d.). Para cada hidrociclone, a relação entre as dimensões limite e a efetiva de separação das partículas é dada pela Equação:

$$d_e = d_i * f_1 * f_2 * f_3 * f_4 \quad (2.19)$$

em que:

d_e - dimensão efetiva de separação das partículas;

d_i - dimensão limite de separação do hidrociclone;

f_1 - fator de correção da temperatura ajustada a da análise;

f_2 - fator de correção da massa específica da partícula;

f_3 - fator de correção da vazão real de água para o ensaio;

f_4 - fator de correção do tempo real utilizado.

As equações úteis para encontrar o fator de correção além das Figuras 2.3 a 2.6 são:

$$f_1 = \sqrt{\frac{1,65}{\rho_s - 1}} \quad (2.20)$$

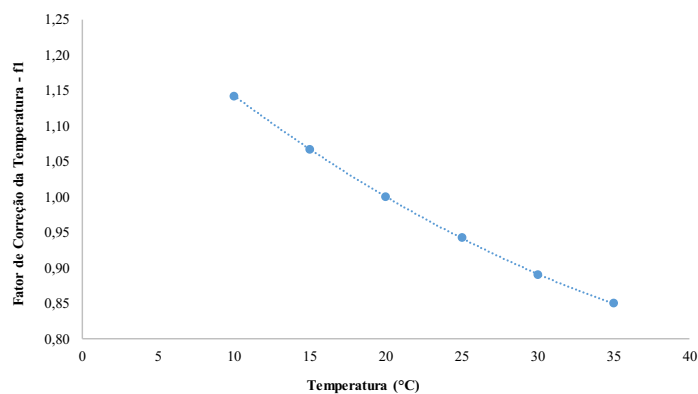
$$f_2 = 10^x \text{ sendo } x = \frac{1,3272(20-t) - 0,001053(T-20)^2}{2(t+105)} \quad (2.21)$$

$$f_3 = 0,002(r - 180) + \frac{180}{r} \quad (2.22)$$

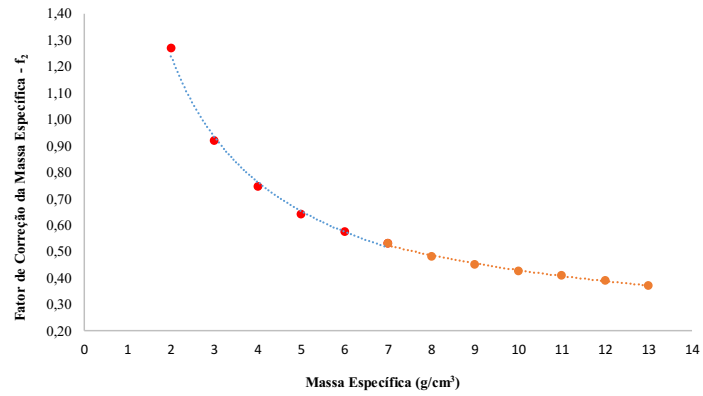
$$f_4 = 1,0 - \frac{0,9}{t} \quad (2.23)$$

Sendo T a temperatura (em °C), r a leitura no rotâmetro (em mm) e t o tempo de elutriação, em minutos.

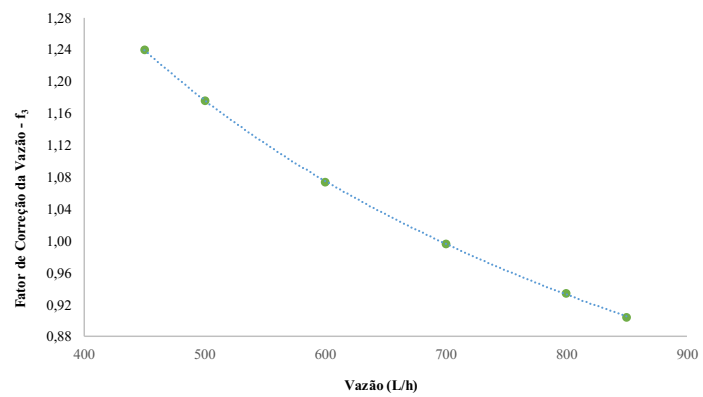
Figura 2-2- Fator de correção de temperatura



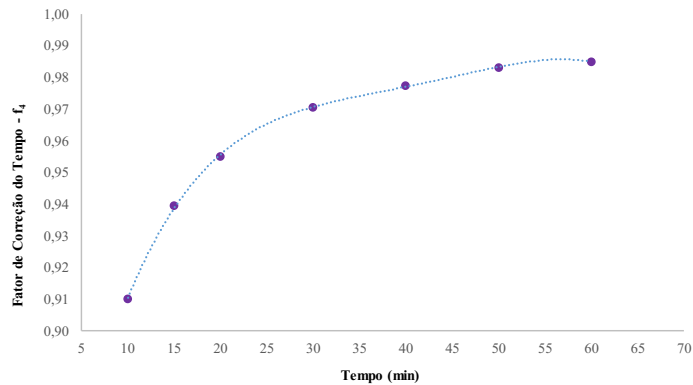
Fonte: Modificado de Manual do equipamento, Cimaq.

Figura 2-3- Fator de correção da Massa específica

Fonte: Modificado de Manual do equipamento, Cimaq

Figura 2-4- Fator de correção da vazão

Fonte: Modificado de Manual do equipamento, Cimaq

Figura 2-5- Fator de correção do tempo

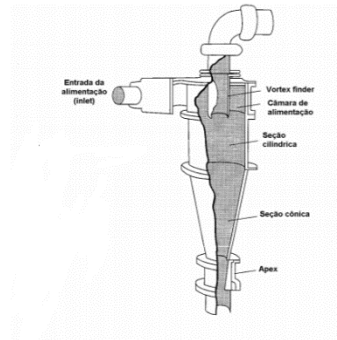
Fonte: Modificado de Manual do equipamento, Cimaq

Vale ressaltar que o cicloclassificador pode ser muito eficaz para a análise granulométrica dentro do intervalo em que o peneiramento não é aplicável, desde que precauções adequadas sejam tomadas, além da elevada importância para determinar os teores das amostras em cada fração granulométrica, algo impossível quando se trabalha com outros tipos de equipamentos como o *Malvern* e *Sedigraf* equipamentos mais modernos.

2.4.4 Hidrociclone

O princípio básico da separação empregado nos ciclones é a sedimentação centrífuga. O desempenho de um ciclone é influenciado pelas variáveis de projeto (dimensões) e pelas variáveis operacionais, assim como pelas propriedades físicas dos sólidos e da polpa alimentada.

O hidrociclone (Figura 2.7) consiste em uma câmara cilíndrica acoplada a um cone invertido, equipado com uma entrada tangencial e duas saídas dispostas ao longo do eixo vertical do equipamento. A polpa é injetada sob pressão no aparelho, através de um duto (*inlet*) situado na parte superior da câmara cilíndrica e, como resultado de sua entrada tangencial, é criado no seu interior um redemoinho. As partículas mais grosseiras e mais densas são arremessadas às paredes e descarregadas pela abertura inferior (chamada *apex*), constituindo o *underflow*. As partículas mais finas e parte do fluido são dirigidas para o centro do ciclone e saem por um cilindro na parte superior do aparelho, denominado *vortex finder*, vindo a constituir o *overflow* (KING, 2001).

Figura 2-6- Hidrociclone

Fonte: King (2001)

O mais significativo padrão de fluxo dentro do hidrociclone é o da espiral dentro de outra espiral. Essas espirais são geradas pela alimentação tangencial e revolvem na mesma direção, a reversão da velocidade se aplica somente à componente vertical. Algumas das vantagens dos hidrociclones são (SAMPAIO, FRANÇA E BRAGA, 2007):

1. Elevada capacidade em relação ao seu volume e à área ocupada;
2. Relativa facilidade de seu controle operacional;
3. Pequeno custo de investimento.

Algumas das suas desvantagens, entretanto, são:

1. Operação é muito afetada por oscilações na alimentação;
2. Controle estrito do processo exige instrumentação sofisticada;
3. Desgaste dos ciclones e bombas pode ser elevado quando o minério for abrasivo;
4. Incapacidade de armazenar grande volume de polpa e, portanto, atuar como um regulador no circuito.

2.4.5 Modelagem Matemática

King (2001) relata que uma partícula dentro de um hidrociclone é sujeita a duas forças opostas: uma força gravitacional e uma de arraste. Se for considerado o caso de uma partícula esférica fina, tem-se que:

$$F_c = \frac{\pi d^3 (\rho_s - \rho_f) v(t)^2}{6r} \quad (2.24)$$

Onde r é a distância do centro do hidrociclone. Se for considerado as condições de escoamento laminar predominam, temos que a força de arraste do fluido pode ser dada pela Equação (2.25).

$$F_D = 3\pi d\mu V_r \quad (2.25)$$

Quando F_c excede F_D , a partícula se move em direção à parede do ciclone e pode reportar para o *underflow* se F_c é menor que F_D , se a partícula se move em direção ao eixo e pode deixar o equipamento através do *overflow*. A separação das partículas, então, depende dos valores relativos de $v(r)$ e $v(t)$.

Igualando as Equações (2.24) e (2.25), calcularemos o tamanho de partícula no qual a partícula tem igual probabilidade de reportar a qualquer um dos produtos do hidrociclone. Isso corresponde ao d_{50} , dado por:

$$d_{50} = \left[\frac{18\mu v_r r}{(\rho_s - \rho_f)} \right]^{1/2} \quad (2.26)$$

Essa derivação segundo King (2001) é baseada na chamada “hipótese do equilíbrio orbital”. A aplicação desse método exige o conhecimento detalhado da hidrodinâmica da partícula no ciclone, o qual pode ser medido experimentalmente usando um anemômetro de efeito doppler. O estudo da fluidodinâmica da partícula no ciclone vem recebendo contribuições teóricas significativas, o que faz prever que em futuro próximo o projeto e análise do desempenho desse equipamento deixem de ser fundamentalmente empíricos (RAJAMANI E DEVULAPALLI, 1994).

Diversos modelos empíricos têm sido propostos para descrever o desempenho de hidrociclones, o principal deles é o modelo de Plitt (1976). O desempenho de um ciclone é influenciado pelo curto circuito para o *underflow*, o qual é determinado pela repartição do fluxo entre o *underflow* e o *overflow*. A repartição do fluxo é primordialmente uma função da razão dos diâmetros do *apex* e do *vortex finder*, mas também é função da taxa de alimentação. À medida que aumenta a vazão mássica no hidrociclone, o diâmetro do núcleo de ar também aumenta, provocando, eventualmente, o entupimento do *underflow*. De modo geral, entretanto, poderemos estimar a repartição do fluxo dada por:

$$S = \frac{1,9 \left(\frac{D_u}{D_o} \right)^{3,31} (D_u^2 + D_o^2)^{0,36} h^{0,54} \exp(0,54\phi)}{D_c^{1,11} H^{0,24}} \quad (2.27)$$

onde D_u , D_o e D_c são os diâmetros do *apex*, do *vortex finder* e do ciclone, respectivamente, dados em cm. ϕ é a fração de sólidos em volume na alimentação, h é a distância do *vortex finder* até o *apex* (em cm) e H é a pressão da alimentação do ciclone (carga estática da polpa) (m). A recuperação volumétrica ao *underflow* é relacionada a S por:

$$R_v = \frac{S}{S+1} \quad (2.28)$$

Na análise de desempenho, assim como na modelagem matemática de hidrociclones, é comum assumir que a fração de by-pass α é igual à fração de água que reporta ao *underflow* R_f e isso é relacionado à recuperação de sólidos R_s por:

$$R_v = R_s \phi + R_f (1 - \phi) \quad (2.29)$$

$$R_f = \frac{R_v - R_s \phi}{1 - \phi} \quad (2.30)$$

Plitt (1975) usa um modelo empírico que requer dois parâmetros: d_{50} e λ . Plitt correlaciona esses parâmetros em termos da geometria do ciclone e variáveis operacionais.

$$D_{50c} = \frac{50,5 D_c^{0,46} D_i^{0,6} D_o^{1,21} \exp(6,3\phi)}{D_u^{0,71} h^{0,38} Q^{0,45} (\rho_s - \rho_f)^{1/2}} \quad (2.31)$$

onde ρ_s e ρ_f são a densidade dos sólidos e do fluido, respectivamente (em g/cm^3), e Q é a vazão de polpa (litros/min). O parâmetro λ_R é correlacionado por:

$$\lambda_R = 1,94 \exp(-1,58 R_v) \left(\frac{D_c^2 h}{Q} \right)^{0,15} \quad (2.32)$$

Apesar do caráter empírico do modelo de Plitt (1976) do hidrociclone, ele provou ser robusto na prática. Em geral, é considerado que a principal fonte de incerteza no modelo é o valor de S . Um fator que influencia significativamente o desempenho do hidrociclone é a fração de água da alimentação que reporta ao *underflow*, R_f . Isso se deve ao fato de que ela está intimamente relacionada à proporção de sólidos da alimentação que curto-circuitam ao *underflow* ($R_f = \alpha$).

2.4.6 Pipeta de Andreasen

A pipeta de Andreasen consiste em um cilindro graduado (0 a 20 cm de altura) e volume entre 500 e 600 mL, por meio do uso da pipeta de Andreasen (Figura 2.7), as partículas sedimentam sob a influência da força da gravidade. É uma técnica de análise granulométrica que se baseia na lei de Stokes, válida para regime de escoamento laminar cuja fórmula é a seguinte (ALLEN, 1981):

$$v = \frac{d^2 g (\rho_s - \rho_f)}{18\mu} = \frac{h}{t} \quad (2.33)$$

onde:

v - Velocidade terminal da partícula (m/s);

d - Diâmetro da partícula (m);

μ - Viscosidade dinâmica do fluido (Pa.s = kg.m⁻¹s⁻²);

ρ_s - Massa específica do sólido (kg.m⁻³);

ρ_f - Massa específica do fluido (kg.m⁻³);

g - Aceleração da gravidade (m.s⁻²);

h - Distância percorrida na sedimentação(m);

t - Tempo de sedimentação (s).

O diâmetro crítico de partícula em que a lei de Stokes pode ser aplicada é calculado pela seguinte fórmula:

$$d = \left[\frac{3,6 \mu^2}{g \rho_f (\rho_s - \rho_f)} \right] \quad (2.34)$$

O intervalo de tamanho típico de aplicação dessa técnica é de 100 a 1 μ m. Uma das vantagens do método são a simplicidade e o baixo custo do equipamento. Entretanto, desvantagens do método estão associadas ao fato que a suspensão é perturbada toda vez que uma amostra é retirada. Além disso, o volume da suspensão diminui após a retirada de cada amostra, alterando a altura de sedimentação.

Figura 2-7 - Pipeta de Andreasen



Fonte: Dalla (1948)

2.3.5 Sedígrafo

O sedígrafo (Figura 2.8) (*SediGraph*®) é um método de determinação de distribuição de tamanho de partículas baseado na Lei de Stokes, no qual a distribuição de tamanho de partículas é medida em uma célula vertical, em função do tempo de sedimentação e posição na célula, com quantificação a partir da absorção de raios-X (WEBB, 2004).

Figura 2-8 - Sedigraph (existente no CETEM)



Fonte: Própria da autora

No sedígrafo, a concentração é medida por atenuação de raios-X, de maneira que a suspensão não é perturbada. Pela medida da atenuação dos raios-X, a concentração de partículas é determinada em função do tempo, permitindo usar tanto leitura da altura de sedimentação quanto o tempo para o cálculo da velocidade de sedimentação, sendo seu intervalo de aplicação variando de 0,1 a 100 μm (WEBB, 2004). O Sedígrafo mede partículas abaixo de 45 μm , porém, não é indicado para partículas muito pequenas por ter como princípio a lei de Stokes, que considera a velocidade terminal de sedimentação das partículas.

Algumas das vantagens do equipamento são o tempo curto de duração de cada análise, em torno de 30 minutos, e o fato que ele não requer qualquer processamento dos dados, pelo fato do próprio equipamento já fornece a distribuição granulométrica da amostra. As desvantagens estão associadas a necessidade de uma boa dispersão deve ser atingida para cada material como nos métodos de sedimentação e elutrição (NAPIER-MUNN *et al*, 1996).

2.3.6 Difração a laser

Nas últimas décadas, instrumentos baseados na difração de luz laser tem sido a técnica mais utilizada na determinação do diâmetro de partículas. O Granulômetro a laser (Figura 2.9) é um equipamento que possibilita as medidas em diversos meios: ar, suspensões, emulsões e

aerossóis. Possui amplitude de 0,01 a 3500 μm , dependendo do equipamento, sendo a faixa de aplicação recomendada de 0,1 a 3000 μm (MALVERN, 1996a).

Figura 2-9- Difração a Laser (MALVERN; MASTERSIZER, 2000E).



Fonte: Própria da autora.

O Mastersizer 2000 é um aparelho que realiza uma medição rápida e confiável de uma ampla variedade de amostras, com alta resolução. O equipamento possui um sistema de detectores com luz vermelha, que detectam o espalhamento frontal, lateral e posterior. Possui uma fonte de luz vermelha, o laser néon de Hélio, cujo comprimento de onda define a faixa de tamanho de partícula que o aparelho mede (MALVERN, 1996b).

Para a elaboração das curvas de distribuição granulométrica podem ser utilizados dois princípios de medida denominados: *Mie* e *Fraunhofer*. A teoria de *Mie* descreve a medida de tamanho de partícula por esferas homogêneas de tamanho arbitrário. Para partículas não esféricas, a teoria de *Mie* considera o diâmetro esférico equivalente por volume-peso. Nesse caso é necessário que se saiba o índice de refração da partícula.

Essa teoria não tem limitação quanto ao tamanho de partícula a ser medido e apresenta uma teoria é a mais rigorosa, gerando resultados bem próximos à realidade. Com relação a teoria de *Fraunhofer*, essa por ser uma aproximação, não leva em consideração o índice de refração do material. Ela apresenta uma grande limitação, pois para partículas muito pequenas, com tamanho muito inferior ao comprimento de onda do feixe a ser utilizado, o resultado apresenta um maior erro. Além disso, partículas planas ou transparentes não podem ser medidas através dessa teoria (ENGLAND, 2003).

2.5 Comparação entre as Técnicas de Análise de Tamanho de Partícula

Comparações entre os diferentes métodos de análise de tamanho de partícula tem sido objeto de trabalhos há várias décadas. Diversos trabalhos têm sido publicados neste sentido, como descrito abaixo e conforme a Tabela 2.3.

No final dos anos 60, época que ainda não havia equipamentos de análise de imagem, as análises microscópicas eram realizadas com medidas manuais. Hunt e Woolf (1969) já comparavam os resultados de diferentes métodos (contador Coulter, peneiras eletroformadas, pipeta de Andreasen). As análises mostraram que as diferenças entre os resultados obtidos pela microscopia e contador Coulter, foram comparáveis com as variações estatísticas, contudo, pequenos desvios sistemáticos foram encontrados. As maiores diferenças entre os resultados com ocorreram entre a microscopia e as peneiras eletroformadas, que apresentaram maior quantidade de material passante do que o previsto.

Na década de oitenta, com o aumento da automatização e do número de técnicas e equipamentos disponíveis no mercado, surgiu um maior interesse no estudo e na comparação dos resultados obtidos por estas novas e diferentes técnicas.

Hostomsky (1986) compararam as técnicas de foto-sedimentação e microscopia, analisando pós de diferentes formas, e chegaram à conclusão que, para a correlação dos resultados, há a necessidade de se adotar formas de partículas parecidas com as originais, em detrimento da forma esférica.

Valery Júnior, Eveline e Oliveira (1990) compararam os métodos de peneiramento, sedimentação (Sedigraph e Pipeta de Andreasen) e espalhamento de luz (Malven e Microtac) em diversos tipos de materiais com diferentes granulometrias. Os autores concluíram que se pode obter resultados bem diferentes para uma mesma amostra, dependendo do princípio físico do método a ser utilizado.

Guardani (1993) analisaram a distribuição granulométrica de pós com diferentes formas pelas técnicas de difração de laser e análise de imagem. Os autores concluíram que existe um aumento da dispersão dos valores medidos por difração a laser com a diminuição da circularidade das partículas, como também o diâmetro medido por difração a laser de partículas não esféricas não corresponde ao diâmetro de uma esfera com o mesmo volume.

Etzer e Deanne (1997) compararam os resultados dos equipamentos de difração de laser, usando o modelo de Mie na análise dos dados em diferentes pós. Os resultados com o método de Mie não foi capaz de corrigir as diferenças apresentadas entre as análises por difração a laser

e tempo de voo ou microscopia, por esta razão, os autores recomendam cautela no uso de difração de a laser para caracterizar pós finos.

O National Institute of Standards and Technology (NIST) avaliou uma série de testes envolvendo 21 organizações, para uma comparação de resultados de análise de tamanho de partícula de diferentes amostras de cimento Portland, utilizando a difração a laser, sensoriamento de zona elétrica, microscopia eletrônica de varredura, sedimentação e peneiramento (Ferraris *et al*, 2002). O estudo concluiu que os participantes podem ter usado parâmetros diferentes ou incorretos, como também as condições experimentais também podem ter variado de um participante para outro. Quando realizado comparações entre os vários métodos utilizados, as diferenças são ainda maiores e não há uma coerência nos resultados.

A Tabela 2.3 apresenta os principais estudos (referências) e seus principais resultados a respeito da temática a ser desenvolvida.

Tabela 2.3 - Referências base da pesquisa

Referência	Principais Resultados
King, R. P. Determination of the distribution of size of irregularly shaped particles from measurements on sections or projected areas (1982).	O método é desenvolvido para a conversão da distribuição das medições feitas em seções ou áreas projetadas para a distribuição granulométrica. O método é geral e pode ser aplicado a partículas de forma irregular.
HASSEN, M.A e DAVIS, R.H. Effects of Particle Interactions on the Determination of Size Distributions by Sedimentation (1989).	Os autores realizaram uma análise de tamanho de partículas por sedimentação homogênea com monitoramento por extinção de luz, para determinar a influência das interações de partículas.
AUSTIN, L.G e SUTHERLAND, D.N. Corrections to Cyclosizer Data for Liberation Calculations (1992).	Os autores utilizam um método sistemáticos para analisar o material coletado de cada hidrociclone do cyclosizer, em frações equivalentes ao tamanho de peneira utilizando análise de imagem <i>QUEM SEM</i> . Um método simples proposto para corrigir os dados do Cyclosizer para frações de tela equivalentes conhecendo as classes e densidades composicionais dentro das frações. Foi

	<p>utilizado análises de imagem QEM*SEM para estimar estas classes dando resultados consistentes e lógicos sobre o grau de liberação em vários intervalos de tamanho retirados de um produto de um moinho SAG. Um fator de forma de 1,15 foi usado para converter o diâmetro de Stokes em tamanho de peneira equivalente.</p>
<p>BAZIN, C e HODOUIN, D. Processing Assays of Size Fractions From Sieve and Cyclosizer Analyses (1996).</p>	<p>O artigo propõe um método para reconciliar as distribuições de tamanhos de peneiras e ciclozizer utilizando dados de um hidrociclone e uma extensão do algoritmo BILMAT para produzir um ajuste nos ensaios do balanço mineral que pertencem a um determinado intervalo de tamanho utilizando uma progressão geométrica.</p>
<p>King, R. e Schneider, C. Stereological Correction of Linear Grade Distributions for Mineral Liberation (1998).</p>	<p>Foi estabelecido um método confiável para o cálculo da correção estereológica que foi aplicada à distribuição da composição que foi medida usando medidas lineares e de secções areolares. As medições lineares ou areais foram obtidas a partir de imagens SEM de cortes polidos através de uma amostra representativa da população de partículas. Sendo estabelecido um procedimento completo para a medição e parametrização do núcleo de transformação para a correção estereológica de partículas mineralógicas reais. O procedimento requer frações de partículas de grau estreito, de tamanho estreito.</p>
<p>Schneider, C. L., Neumann, R., e Souza, A. S. Determination of the distribution of size of irregularly shaped particles from laser diffractometer measurements (2007).</p>	<p>A equação de transformação estereológica para distribuição granulométrica a partir de medições em espaços dimensionais inferiores foi aplicada a medições com difratômetro a laser. A função</p>

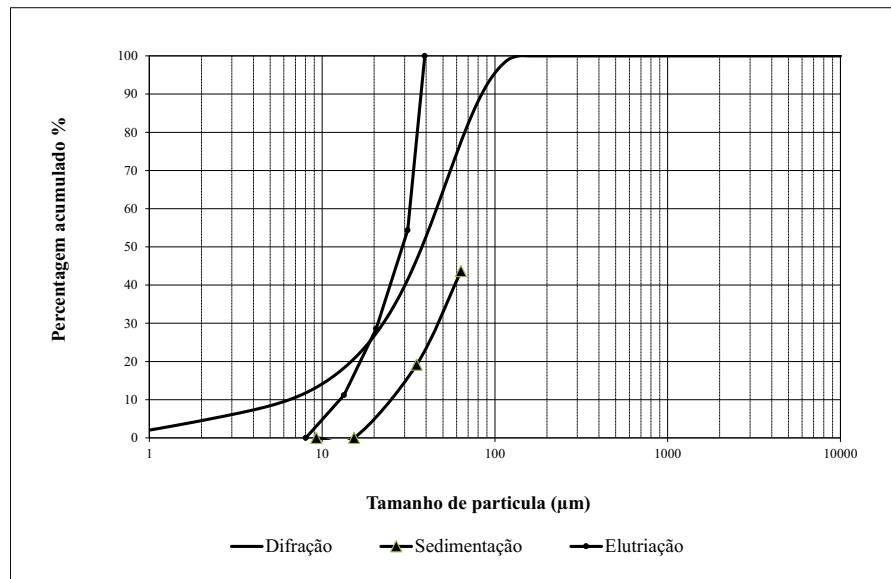
	<p>de transformação das partículas de minério de ferro foi medida experimentalmente, e modelada. A solução foi testada em relação aos dados da função de transformação medida, bem como distribuições compostas da amostra original. A distribuição de tamanho natural da amostra foi retirada de um circuito de moagem e foi medida por uma combinação de peneiração padrão e cicloclassificador, e o resultado foi comparado com a distribuição de tamanho transformado calculado a partir de medições do difratômetro a laser. A técnica de transformação estereológica foi bem executada em todos os casos.</p>
--	---

Fonte: Própria da autora

A temática requer a necessidade de um profundo conhecimento dos princípios de análise de cada técnica empregada, bem como as características dos materiais que se pretende analisar, em razão da grande diversidade de técnicas, equipamentos e materiais estudados.

Os resultados gerados por diferentes métodos necessariamente divergem quando comparados ou quando há um cruzamento dos dados, um exemplo dessas divergências é ilustrado na Figura 2.10. Como cada técnica utiliza princípios de análises distintos, há uma necessidade de adaptá-los para que uma comparação ou uma correlação dos resultados possa ser feita.

Figura 2-10- Comparação das distribuições granulométricas obtidas para o material (escória) menor que 74 μm



Fonte: Própria da autora

2.6 Equação Geral Estereológica para Distribuição de Tamanhos de Partículas

King, em 1982, desenvolveu um método para a conversão da distribuição do tamanho de partícula, através de medições feitas em seções ou áreas projetadas. O método é geral e pode ser aplicado a partículas de forma irregular. O método não requer que as partículas tenham forma geométrica regular.

Foi desenvolvido um método estereológico para a determinação da distribuição do tamanho das partículas de uma amostra de partículas de forma irregular, a partir de medições automatizadas em seções ou áreas projetadas.

A análise de imagem é frequentemente um procedimento atrativo para a determinação da distribuição de tamanho para tais populações de partículas sempre que outras técnicas mais convencionais sejam inconvenientes ou imprecisas. Pesquisas em estereologia levaram a vários métodos para a conversão de dados obtidos em seções ou áreas projetadas. No entanto, todos os métodos existentes são limitados devido à sua dependência de uma ou mais das seguintes hipóteses restritivas:

1. As partículas são todas de uma forma geométrica conhecida e exclusivamente definida cúbica, esférica, elipsoidal;
2. Todas as partículas com o mesmo tamanho na população são congruentes;
3. As partículas são convexas;

4. A distribuição dos tamanhos pode ser adequadamente representada por alguma função de distribuição estatística padrão conhecida, como o log-normal ou Rosin-Rammler ou uma classe de funções como o Gram Charlier.

A invocação de qualquer um destes pressupostos torna um método inadequado para o problema geral e, na melhor das hipóteses, adequado para classes de partículas muito restritas. O método utilizado por King foi bem sucedido e evitou as suposições limitadoras mencionadas acima, ao mesmo tempo em que não se baseou em outras suposições igualmente restritivas. O resultado foi um método exequíveis e preciso que pode ser aplicado a uma ampla classe de populações de partículas interessantes e úteis.

A Equação geral estereológica (2.35) para a distribuição granulométrica proposta por King (1982) é utilizada até hoje por pesquisadores da área como mencionado nos tópicos acima.

$$P(M) = \mu_v \int_0^{\infty} P(M/D) \frac{f(D)}{\bar{M}_D^v} dD \quad (2.35)$$

Na Equação (2.24), o termo $P(M|D)$ representa a distribuição de tamanho de esfera equivalente que é medida a partir de partículas de forma irregular do tamanho da peneira D . μ_v é o momento da distribuição do tamanho de partícula medida e \bar{M}_D^v é o momento da distribuição de tamanho medido para partículas do tamanho D . Sendo M (diâmetro da esfera) e D (diâmetro da peneira) tridimensionais, $v=1$, os momentos se tornam médias, logo a Equação (2.35) pode ser simplificada para:

$$P(M) = \mu \int_0^{\infty} P(M/D) \frac{f(D)}{\bar{M}_D} dD \quad (2.36)$$

Sendo μ é a média da distribuição de tamanho medida e \bar{M}_D é a média da distribuição de tamanho medida para partículas de tamanho D . Estas médias podem ser facilmente calculadas a partir das distribuições correspondentes as integrais, como mostra as Equações abaixo (2.37) e (2.38).

$$\mu = \int_0^{\infty} M_p dM \quad (2.37)$$

$$\bar{M}_D = \int_0^{\infty} M_p(M/D) dM \quad (2.38)$$

A integral usada aqui permite uma definição precisa das relações que existem entre as distribuições de probabilidade envolvidas, enquanto revela a natureza estatística do problema. A solução para Eq. (2.36) requer um conhecimento prévio sobre tamanho da peneira e a distribuição de tamanho de esfera equivalente $p(M | D)$.

2.7 Distribuição de Tamanho de Partículas Determinados por Diferentes Metodologias

2.7.1 Conversão Sedígrafo versus Peneiras

Cho e Austin (1998) apresentam uma técnica de conversão da distribuição do tamanho de partículas obtida pelo *Sedigraph* em tamanho de peneira equivalente. A metodologia proposta foi determinar, no *Sedigraph*, a distribuição granulométrica de uma amostra obtida por meio de ensaio de peneiramento a úmido. A faixa granulométrica de aplicação está entre 53 e 37 μm . A obtenção dos parâmetros é baseada na seguinte equação:

$$F(X, x) = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{x}{\mu x}\right)^{-\lambda}\right]} \quad (2.39)$$

Em que:

- $F(X, x)$ é a fração mássica acumulativa de partículas com tamanho menor do que X ;
- x é o tamanho de abertura de peneiras;
- μ e λ que são valores característicos empíricos do material estudado (constantes adimensionais).

2.7.2 Conversão Malvern versus Peneiras

Schneider e Neumann (2007) utilizaram uma metodologia de transformação da distribuição de tamanho de partícula medida no equipamento *Malvern Mastersizer* para distribuição correspondente em tamanhos de peneiras (que utiliza o princípio de esferas equivalentes).

A metodologia foi baseada na conversão estereológica, a partir de análise de imagem para distribuição tridimensional de tamanho. A metodologia de conversão foi utilizada para distribuição de tamanho de partículas abaixo de 45 μm , faixa em que o peneiramento é menos preciso.

A fim de correlacionar medidas de distribuição por peneiramento com medidas por difratometria a laser Schneider e Neumann (2007), utilizaram a equação geral estereológica para distribuição de tamanhos de partículas de King (1982), com solução proposta por King e Schneider (1998). A função de transformação (2.41) é estabelecida com base em um modelo logístico (2.40).

$$P(M) = \frac{1}{1 + \left(\frac{M_{50}}{M}\right)^\lambda} \quad (2.40)$$

$$P(M/D) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\alpha D}{M}\right)^\lambda} \quad (2.41)$$

Dessa forma, $P(M)$ é a distribuição de tamanhos medida no granulômetro a laser. Por sua vez, $P(M/D)$ é a distribuição de tamanhos medidos, gerada por partículas de tamanho D , e M é o tamanho medido. O parâmetro α é obtido a partir da normalização da equação da linha de tendência do gráfico dos valores medianos das medições das esferas equivalentes contra tamanhos representativos de peneira (d_p), equivalentes às médias geométricas das faixas estreitas de tamanho de partículas. O parâmetro λ é calculado a partir das distribuições medidas no difratômetro a laser, após normalização com o parâmetro α (SCHNEIDER E NEUMANN; 2007).

Capítulo 3

METODOLOGIA

3.1 Materiais e Métodos

As amostras de minério utilizadas neste trabalho foram fornecidas pela Empresa Arnil Mineração do Nordeste, localizada no Estado de Rio Grande do Norte, no centro da província pegmatítica da Borborema, mais precisamente na cidade de Parelhas/RN. Os Minerais industriais não metálicos utilizados no segmento da indústria cerâmica são de grande importância econômica e científica, como matéria-prima para o desenvolvimento de abrasivos, viscosificante em fluidos de perfuração, desenvolvimento de vidros especiais entre outros. Os bens minerais não-metálicos são muito importantes para o atendimento das necessidades da população, pois contribuem para a criação de inúmeros empregos diretos e indiretos, justamente por oferecer matéria prima para variados tipos de indústria.

A metodologia utilizada neste estudo envolveu seis etapas:

- Coleta das amostras;
- Preparação das amostras;
- Determinação da densidade do material;
- Execução dos ensaios de análise granulométrica convencional;
- Execução dos ensaios de análise no Cyclosizer;
- Conversão da distribuição do tamanho de partícula por peneiramento empregando medidas feitas no cyclosizer.

3.1.1 Coleta das amostras

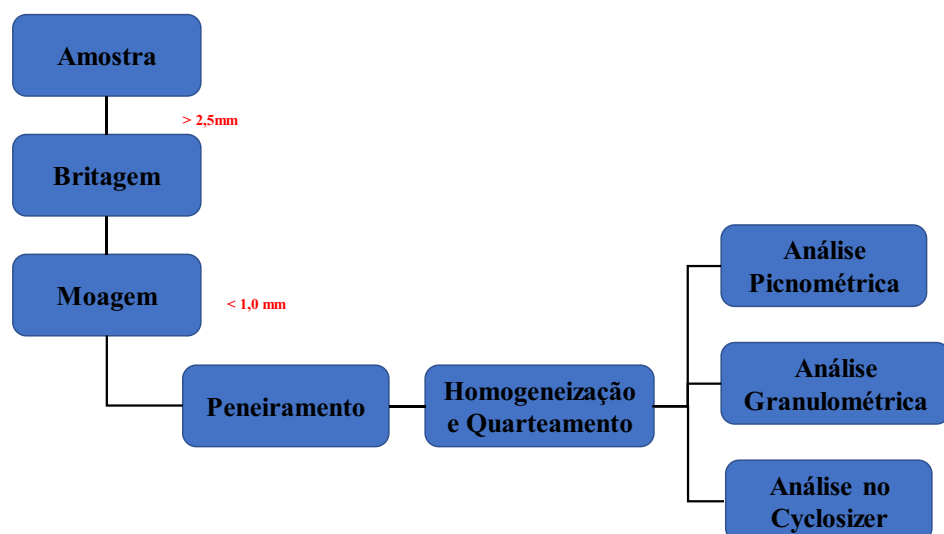
Foram coletadas seis amostras de 50 Kg cada uma (Feldspato potássico, Albita sódica, Calcita, Dolomita, Bentonita e Talco) Figura 3.1.

Figura 3-1- Coleta das amostras

Fonte: Própria da autora.

3.1.2 Preparação das amostras

Quando coletadas as amostras se encontravam com granulometria maiores que aproximadamente 2,5 mm. A primeira etapa de preparação das amostras consistiu na britagem e moagem das amostras em laboratório. Tal processo permitiu adequar a granulometria do material para as etapas subsequentes. A Figura 3.2 apresenta o fluxograma de preparação das amostras.

Figura 3-2- Fluxograma de preparação das amostras

Fonte: Própria da autora.

Na primeira etapa de preparação das amostras, constituiu-se à britagem (britador de mandíbulas) seguida de moagem para adequação da granulometria. Nessa etapa, gerou-se um produto com granulometria mais fina que, posteriormente, alimentou o moinho de barras. Nessa etapa inicial, o material foi todo peneirado abaixo de 1,0 mm, independentemente da malha ótima de liberação dos minerais. Desta forma foram preparados, aproximadamente, 3 kg de material para cada amostra, com o objetivo da realização de todos os ensaios do projeto. Em seguida, o material foi homogeneizado, por meio da formação de pilhas longitudinais, conforme mostra a Figura 3.3, a partir das quais foram retiradas amostras representativas (aproximadamente 500 g) para a realização dos ensaios de densidade, análise granulométrica convencional e análise no cyclosizer.

3.1.3 Picnometria

Os ensaios de densidade por picnometria, utilizando gás Hélio (He), tiveram como objetivo avaliar a densidade e volume real das amostras estudadas.

O ensaio foi realizado utilizando a comparação da variação de pressão do gás Hélio entre uma câmara de volume conhecido, e uma câmara com a amostra a ser analisada. Utiliza-se o gás Hélio para se obter maior precisão da análise, devido a facilidade dele de penetrar na amostra e preencher os vazios desta, revelando a densidade e o volume real do material.

Figura 3-3- Pilha longitudinal (alongada)



Fonte: Própria da autora

3.1.4 Análise granulométrica

A fim de analisar a distribuição granulométrica das amostras dos minerais estudados, foram realizados ensaios de peneiramento convencional, com o auxílio de uma máquina vibratória (Figura 3.4), sendo utilizadas as seguintes peneiras com malhas (μm): 850; 710; 600; 500; 425; 300; 212; 150; 106; 75; 53; 45; 38 e 20.

Figura 3-4- Peneiramento convencional



Fonte: Própria da autora.

3.1.5 Análise cyclosizer

O método de peneiramento não possui uma grande eficiência para a determinação da distribuição granulométrica de material com tamanhos menores que 75 μm . É exatamente por este motivo que foi utilizado o método de elutriação para a classificação por granulometria do material particulado.

O método de elutriação é o método mais comum para analisar a granulometria de materiais com intervalo de tamanho inferior a 75 μm . Este processo é realizado através de uma sequência de cinco hidrociclones invertidos. Cada um com 75 mm de diâmetro com diâmetros de *vortex finder* decrescentes. O produto de cada *vortex finder* é a alimentação do ciclone seguinte.

O cicloclassificador (Figura 3.5) está calibrado para amostras de quartzo com densidade diferente das amostras utilizadas. Logo, foi necessário calcular os fatores de correção para o cicloclassificador. Nesse trabalho foi utilizado o Cyclosizer da CIMAQ CI-501-005, nas condições padrão (existente no CETEM) para os ciclones de 1 a 5 que são 52,1; 39,1; 28,6; 18,9 e 13,5 respectivamente.

Antes de iniciar os ensaios de análise granulométrica, o equipamento foi ligado somente com água para verificar se não havia vazamento. O recipiente da amostra foi lubrificado e ajustado, a válvula de controle foi ligada, de modo que o fluxo de água passou através dos hidrociclones, examinando se o funcionamento estava satisfatório. Verificou-se também que não havia nenhum vazamento nos cones e nas câmeras, e em seguida ligou-se e desligou-se a bomba várias vezes, esvaziando todo o ar existente e em seguida as análises foram processadas.

Para os ensaios no cicloclassificador, após a preparação da amostra, selecionou-se a vazão adequada à elutriação e, então, procedeu-se à rotina de análise (conforme o manual em Anexo I).

Figura 3-5- Cicloclassificador (Cyclosizer)



Fonte: Própria da autora.

3.1.6 Conversão *Cyclosizer* versus Peneiras

Para a comparação da distribuição do tamanho de partículas por peneiramento, a partir de medidas realizadas no cyclosizer, foi realizado um peneiramento híbrido, que é a junção entre os resultados gerados pelas duas técnicas. O peneiramento híbrido permitiu correlacionar

dois diâmetros obtidos por diferentes técnicas utilizando a função de distribuição empírica de Gaudin-Schuhmann (Equação 2.2) e a série de Fourier (Equação 2.42).

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cos(iwx) + b_i \sin(iwx) \quad (2.42)$$

sendo x cada observação do peneiramento híbrido a_0 , a_1 , b_1 , i e w parâmetros do modelo e em nosso caso, $1 \leq n \leq 4$ é usado para manter o número de coeficientes baixo devido ao baixo número de séries temporais disponíveis para classificação (CHATTERJEE E MALIK; 2018).

Os ajustes nas curvas do peneiramento híbrido foram realizados no software *Matlab*® com a toolbox *curve fitting*. Foram utilizados modelos da série de Fourier e a distribuição empírica de Gaudin-Schuhmann para realizar o ajuste nas curvas do peneiramento híbrido das seis séries estudadas. A avaliação da adequação dos modelos às séries foi feita pelas medidas de erro *Root Mean Square Error* (RMSE) e *R-square* (R^2). Foi utilizado o Método *Nonlinear Least Squares* (mínimos quadrados não linear). Para todas as bases de dados investigadas, o ajuste pelo modelo de Fourier revelou-se melhor em comparação ao obtido pelo modelo de Gaudin-Schuhmann.

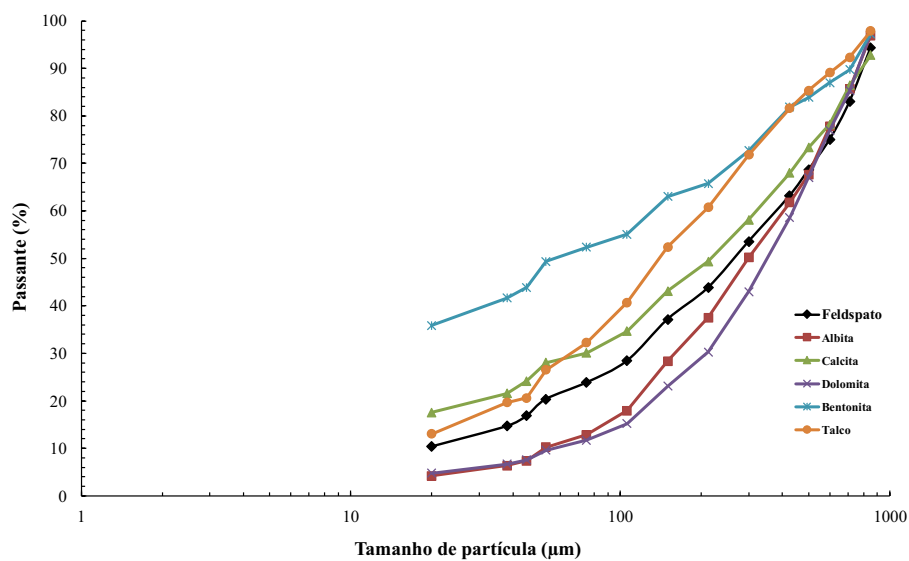
Capítulo 4

RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Análise Granulométrica

Os resultados da medida da distribuição granulométrica da amostra global para os minerais estudados estão representados na Figura 4.1. Os resultados mostram que há uma porção significativa de massa na faixa (710 μm) para o feldspato, para a calcita, dolomita e bentonita na faixa (300 μm) e para albita e talco na faixa de (212 μm).

Figura 4-1- Distribuição granulométrica para as amostras estudadas



Fonte: Própria da autora

4.2 Análise no Cyclosizer

Nesta etapa utilizam-se os fatores de correção das quatro variáveis, multiplicando-os pela dimensão limite de separação para cada hidrociclone. Esse cálculo foi feito com auxílio da Equação (2.16).

Usando esse fator de correção total, calculou-se o tamanho efetivo de corte para cada ciclone. Os resultados podem ser verificados a seguir.

Condições operacionais para o Feldspato (Tabela 4.1).

Tabela 4.1 – Condições operacionais (Feldspato)

Tempo °C	20
Massa específica g/cm ³	2,57
Vazão L/h	575
Tempo Elutriação min	15
Fator total correlação	1,0476

Fonte: Própria da autora.

Tamanho efetivo de corte para cada ciclone para o Feldspato (Tabela 4.2).

Tabela 4.2 – Tamanho efetivo do corte (Feldspato)

Certificado de calibração		Tamanhos corrigidos
Ciclone 1	52,1	54,6
Ciclone 2	39,1	41,0
Ciclone 3	28,6	30,0
Ciclone 4	18,9	19,8
Ciclone 5	13,5	14,1

Fonte: Própria da autora

Condições operacionais para a Albita (Tabela 4.3).

Tabela 4.3 – Condições operacionais (Albita)

Tempo °C	20
Massa específica g/cm ³	2,63
Vazão L/h	575
Tempo Elutriação min	15
Fator total correlação	1,0302

Fonte: Própria da autora

Tamanho efetivo de corte para cada ciclone para a Albita (Tabela 4.4).

Tabela 4.4 – Tamanho efetivo do corte (Albita).

Certificado de calibração		Tamanhos corrigidos
Ciclone 1	52,1	53,7
Ciclone 2	39,1	40,3
Ciclone 3	28,6	29,5
Ciclone 4	18,9	19,5
Ciclone 5	13,5	13,9
Ciclone 1	52,1	53,7

Fonte: Própria da autora

Condições operacionais para a Calcita (Tabela 4.5).

Tabela 4.5 – Condições operacionais (Calcita)

Tempo °C	20
Massa específica g/cm ³	2,74
Vazão L/h	575
Tempo Elutriação min	15
Fator total correlação	1,0021

Fonte: Própria da autora

Tamanho efetivo de corte para cada ciclone para a calcita (Tabela 4.6).

Tabela 4.6 – Tamanho efetivo do corte (Calcita).

Certificado de calibração		Tamanhos corrigidos
Ciclone 1	52,1	52,2
Ciclone 2	39,1	39,2
Ciclone 3	28,6	28,7
Ciclone 4	18,9	18,9
Ciclone 5	13,5	13,5

Fonte: Própria da autora.

Condições operacionais para a Dolomita (Tabela 4.7).

Tabela 4.7 – Condições operacionais (Dolomita)

Tempo °C	20
Massa específica g/cm ³	2,85
Vazão L/h	575
Tempo Elutriação min	15
Fator total correlação	0,9738

Fonte: Própria da autora

Tamanho efetivo de corte para cada ciclone para a Dolomita (Tabela 4.8).

Tabela 4.8 – Tamanho efetivo do corte (Dolomita)

Certificado de calibração		Tamanhos corrigidos
Ciclone 1	52,1	50,7
Ciclone 2	39,1	38,1
Ciclone 3	28,6	27,8
Ciclone 4	18,9	18,4
Ciclone 5	13,5	13,1

Fonte: Própria da autora

Condições operacionais para a Bentonita (Tabela 4.9).

Tabela 4.9 - Condições operacionais (Bentonita)

Tempo °C	20
Massa específica g/cm ³	2,41
Vazão L/h	575
Tempo Elutriação min	15
Fator total correlação	1,0951

Fonte: Própria da autora

Tamanho efetivo de corte para cada ciclone para a Bentonita (Tabela 4.10).

Tabela 4.10 - Tamanho efetivo do corte (Bentonita)

Certificado de calibração		Tamanhos corrigidos
Ciclone 1	52,1	57,1
Ciclone 2	39,1	42,8
Ciclone 3	28,6	31,3
Ciclone 4	18,9	20,7
Ciclone 5	13,5	14,8

Fonte: Própria da autora

Condições operacionais para o Talco (Tabela 4.11).

Tabela 4.11 - Condições operacionais (Talco)

Tempo °C	20
Massa específica g/cm ³	2,65
Vazão L/h	575
Tempo Elutriação min	15
Fator total correlação	1,0510

Fonte: Própria da autora

Tamanho efetivo de corte para cada ciclone para o Talco (Tabela 4.12).

Tabela 4.12 - Tamanho efetivo do corte (Talco)

Certificado de calibração		Tamanhos corrigidos
Ciclone 1	52,1	54,8
Ciclone 2	39,1	41,1
Ciclone 3	28,6	30,1
Ciclone 4	18,9	19,9
Ciclone 5	13,5	14,2

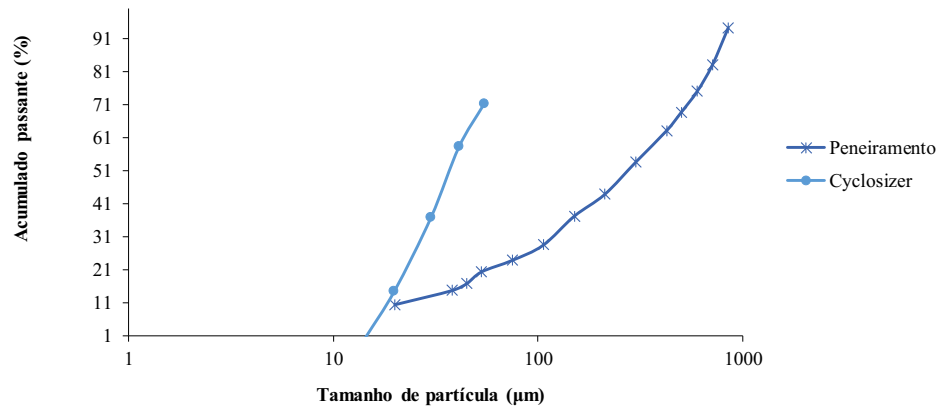
Fonte: Própria da autora

Uma vez que os diferentes métodos (peneiramento e cyclosizer) abrangem tamanhos e intervalos diferentes, as distribuições de tamanho de diferentes métodos podem precisar ser combinadas para fornecer uma melhor distribuição de tamanho de partícula. As Figuras 4.2 a 4.7, apresentam os resultados gerados pelas duas técnicas.

A análise por diferentes métodos geralmente produzirá resultados diferentes, por causa da alteração no princípio de medição, e por serem técnicas diferentes e utilizam processos de análise distintos. Logo, os resultados não são iguais, pois cada uma reflete grandezas físicas diferentes. A diferença está relacionada à forma da partícula. Esses resultados necessariamente divergem quando há um cruzamento de dados, como pode ser observado a seguir. Vale ressaltar que cada método cobriu parte do mesmo intervalo de tamanho para tornar a comparação possível.

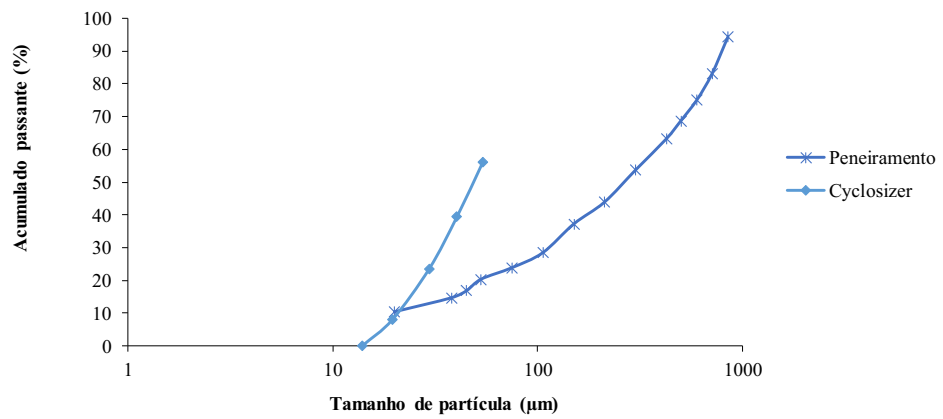
Salienta-se ainda o fato das partículas não serem esféricas e, por isso, tanto a separação realizada no cyclosizer, quanto a realizada pelo peneiramento convencional apresentam, em certas ocasiões, partículas fora da faixa granulométrica, o que é um comportamento esperado, devido as características de separação de cada técnica.

Figura 4-2- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Feldspato



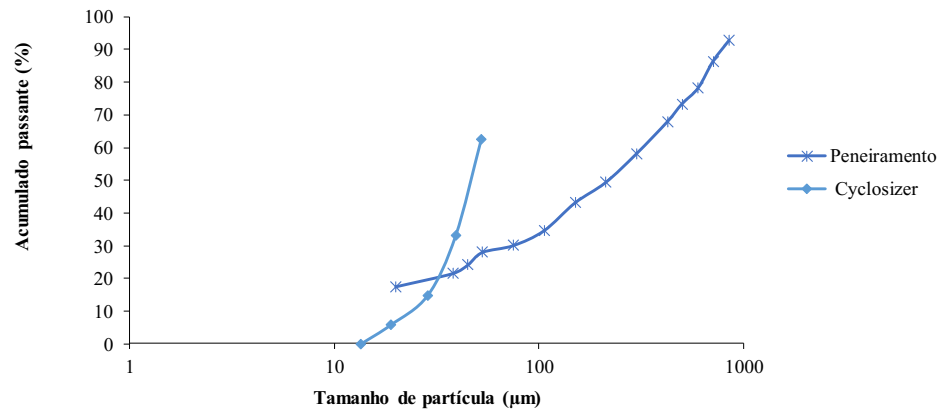
Fonte: Própria da autora.

Figura 4-3- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Albita



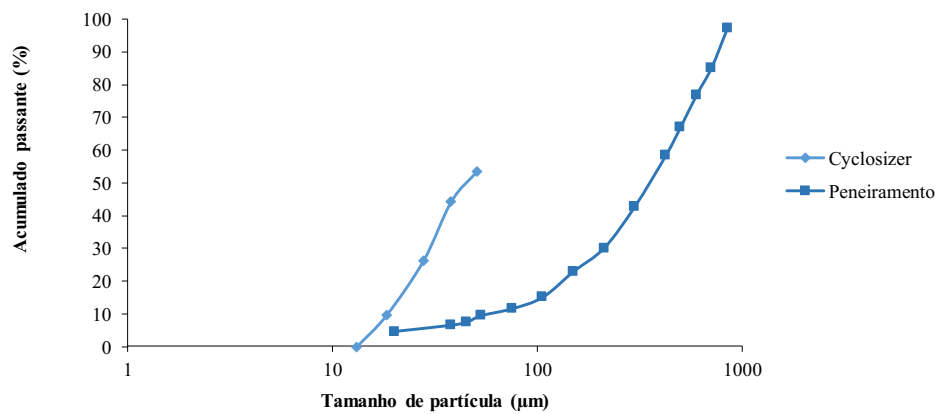
Fonte: Própria da autora

Figura 4-4- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Calcita



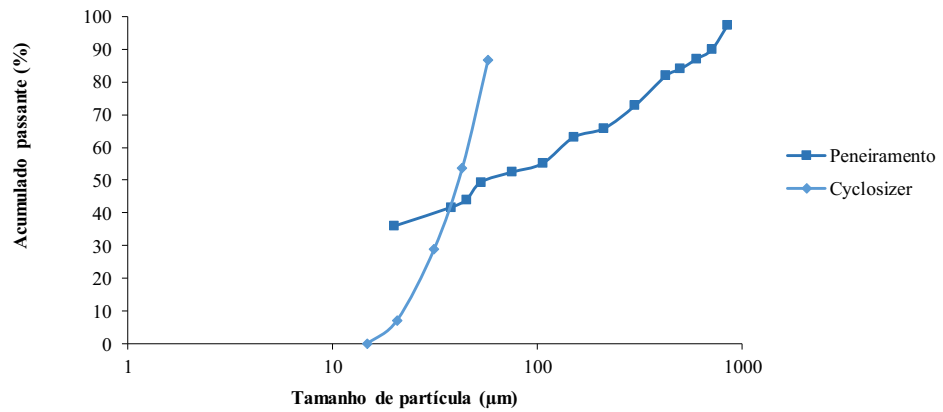
Fonte: Própria da autora.

Figura 4-5- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Dolomita



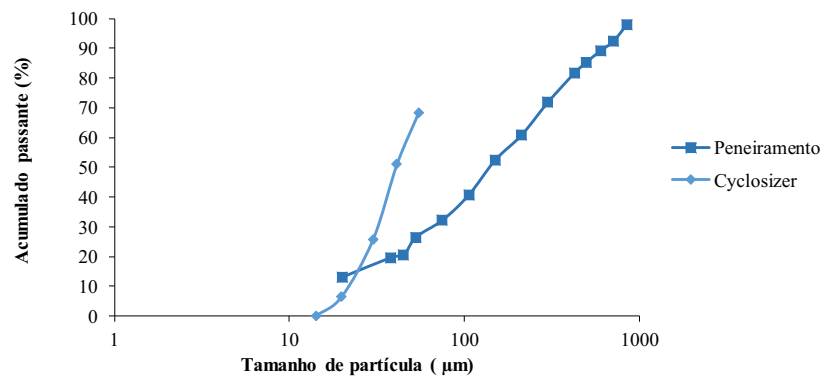
Fonte: Própria da autora.

Figura 4-6- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Bentonita



Fonte: Própria da autora

Figura 4-7- Resultados obtidos na classificação com cyclosizer e peneiramento para amostra de Talco



Fonte: Própria da autora.

4.3 Peneiramento Híbrido

As Figuras 4.8 a 4.19 apresentam os ajustes para o peneiramento híbrido. Foi possível observar uma boa adequação para a série de Fourier e a distribuição empírica de Gaudin-Schuhmam para as amostras analisadas sendo que o modelo que melhor se adequou para a amostra de talco foi a série de Fourier apesar do problema numérico ocorrido, as demais amostras tanto a série de Fourier quanto a distribuição empírica de Gaudin-Schuhmam apresentaram uma boa adequação o que corrobora com os trabalhos de Austin e Sutherland de 1992 e com os trabalhos de Bazin e Hadouin de 1996.

Dada a comparação, foi possível, observar que entre as faixas de 75 a 14 μm ocorreu a melhor adequação entre as técnicas utilizadas com um nível de confiança de 95% (IC 95%). Vale ressaltar que o método é geral e pode ser aplicado a partículas de forma irregular.

Vale ressaltar, entretanto, que a presença de partículas fora do diâmetro da faixa granulométrica é um comportamento esperado para o cyclosizer. Isto é uma característica dessa técnica, uma vez que o diâmetro de corte é determinado pelo seu d_{50} , que apresenta o diâmetro médio abaixo do qual se encontra 50% das partículas. Portanto, as outras partículas que compõe os outros 50% podem ir tanto para o *overflow* quanto para o *underflow*, o que leva a possibilidade de se encontrar partículas fora do seu diâmetro de corte.

Salienta-se ainda, que a amostra de feldspato apresenta 50% passante na faixa de 41 μm , a amostra de albita 50% passante na faixa de 54 μm , a amostra de calcita 50% passante na faixa de 39 μm , a amostra de dolomita 50% passante na faixa de 51 μm , a amostra de bentonita 50% passante na faixa de 43 μm e para a amostra de talco 50% passante na faixa de 41 μm .

Os gráficos em anexo (Figuras A1 a A6), apresentam o cálculo do resíduo médio para as seis amostras estudadas. Como podem ser observadas as amostras de Feldspato, Calcita e Dolomita, apresentam um modelo bem ajustado, resíduos bem dispersos aleatoriamente em torno do zero (comportamento esperado para a distribuição dos erros), concentrados em torno de -2 e 2 e pouquíssimos acima de 3 e -3. Já as amostras de Albita, Talco e Bentonita, a distribuição dos resíduos indica erros heterocedásticos, com resíduos muito elevados, indicando que não é bem ajustado pela reta.

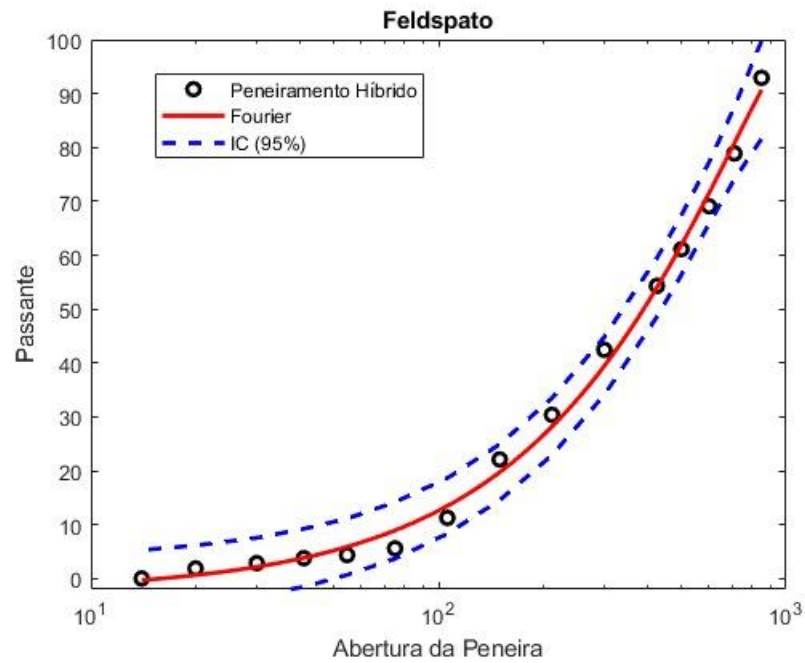
Para todas as bases de dados investigadas, o ajuste pela série de Fourier revelou-se melhor em comparação ao obtido pela distribuição empírica de Gaudin-Schuhmann.

Os desvios padrões apresentaram valores amostrais bem distribuídos como pode ser observado na Tabela 4.13.

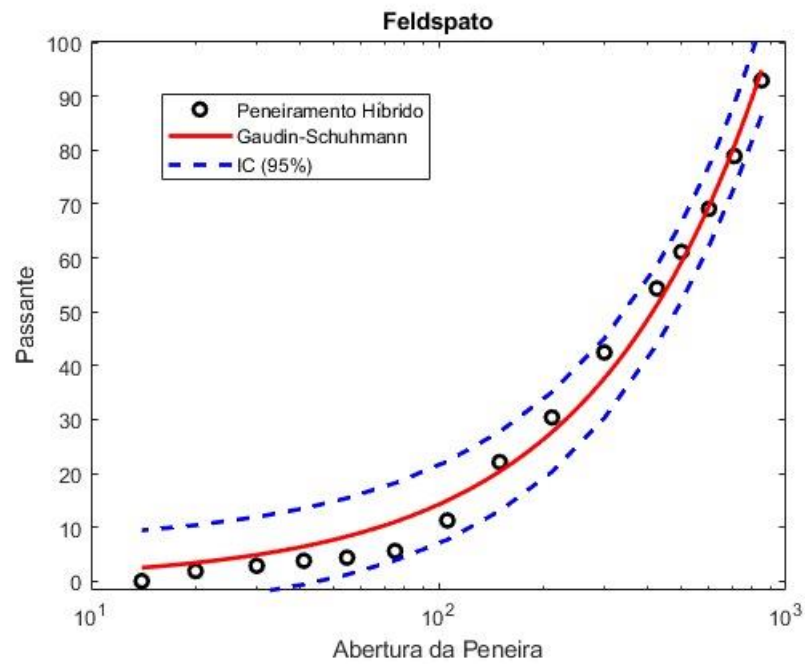
Tabela 4.13 – Desvio padrão das amostras

Amostras	Desvio padrão para Abertura de peneira	Desvio padrão para Passante
Feldspato	278,23	31,97
Albita	279,22	35,02
Calcita	279,49	32,97
Dolomita	278,94	34,89
Bentonita	277,81	33,90
Talco	278,21	37,51

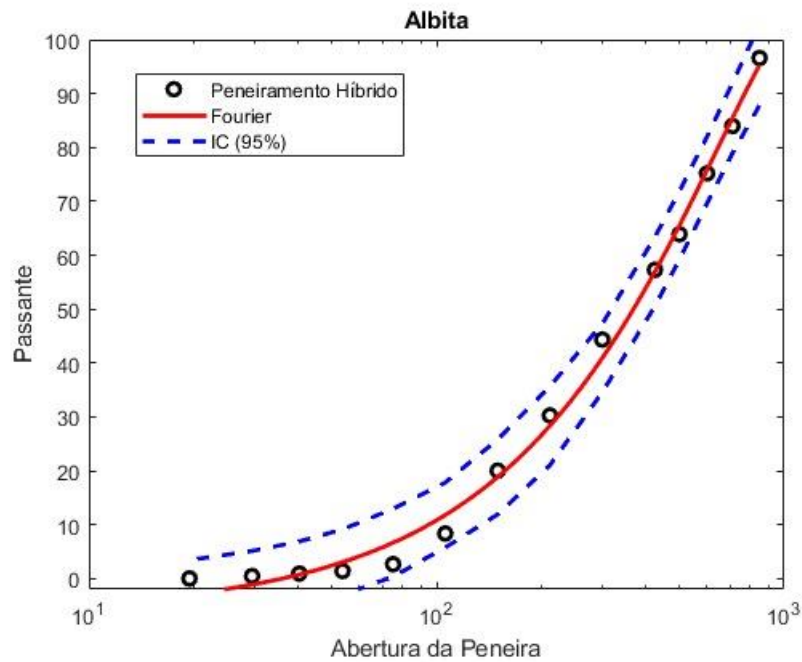
Fonte: Própria da autora

Figura 4-8- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Feldspato via Fourier

Fonte: Própria da autora

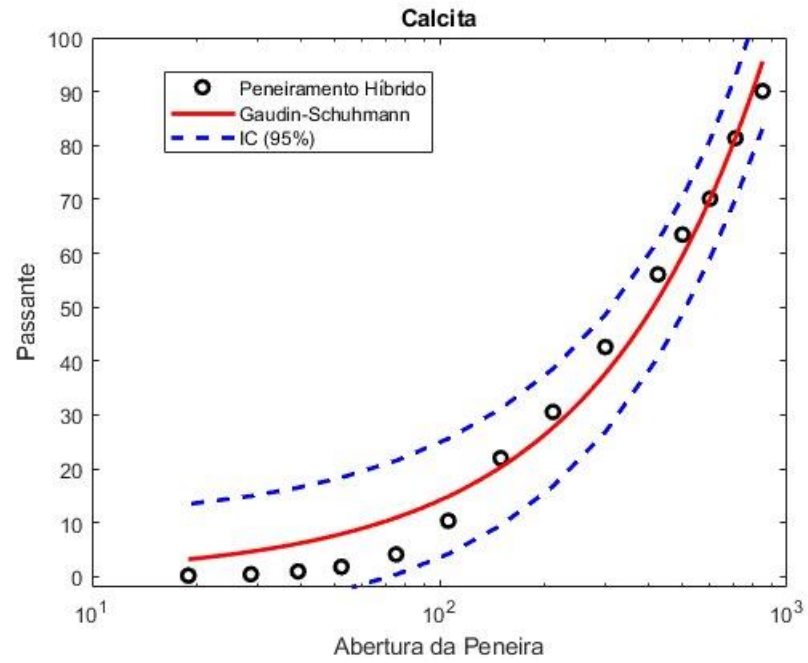
Figura 4-9- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Feldspato Via Gaudin-Schuhmann

Fonte: Própria da autora

Figura 4-10- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Albita via Fourier

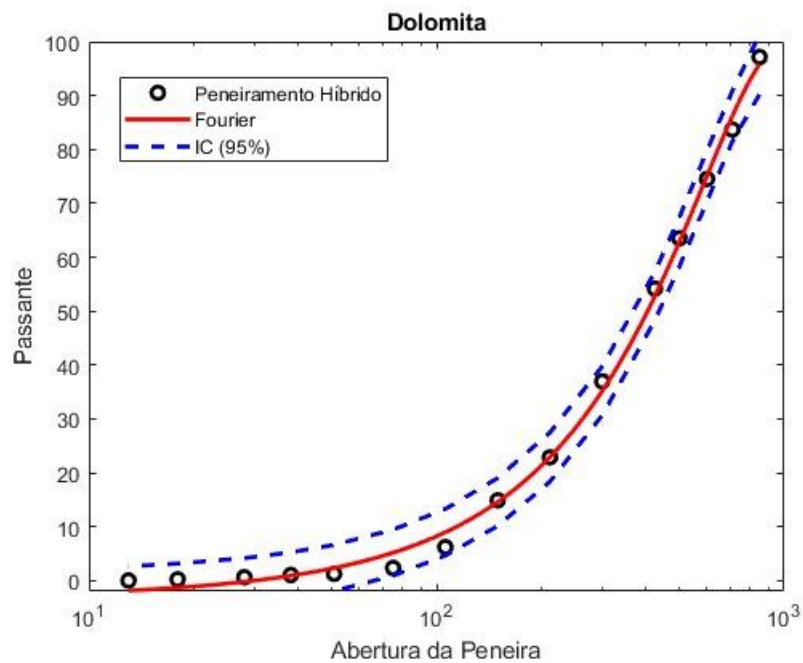
Fonte: Própria da autora

Figura 4-13- Ajuste do peneiramento híbrido para amostra de Calcita via Gaudin-Shchumann



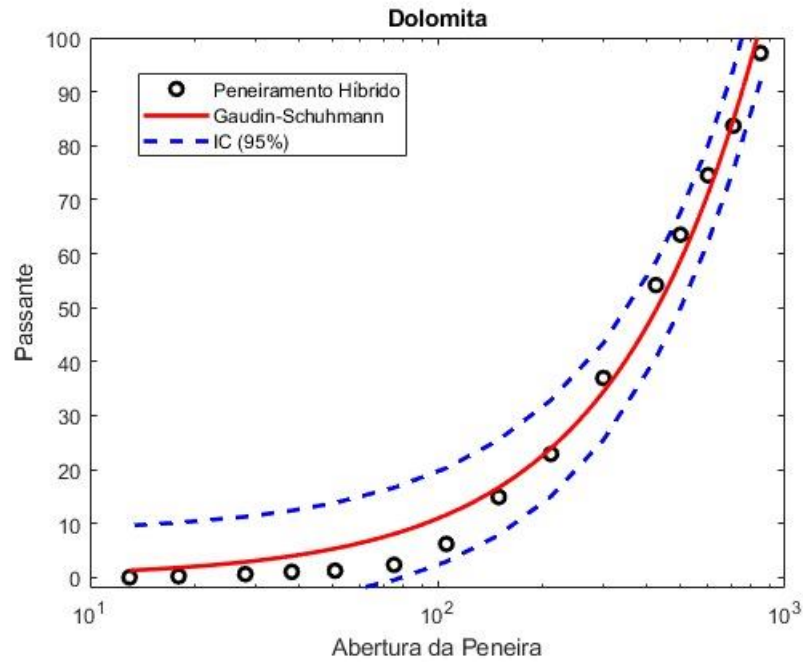
Fonte: Própria da autora.

Figura 4-14- Ajuste do peneiramento híbrido para a amostra de Dolomita via Fourier



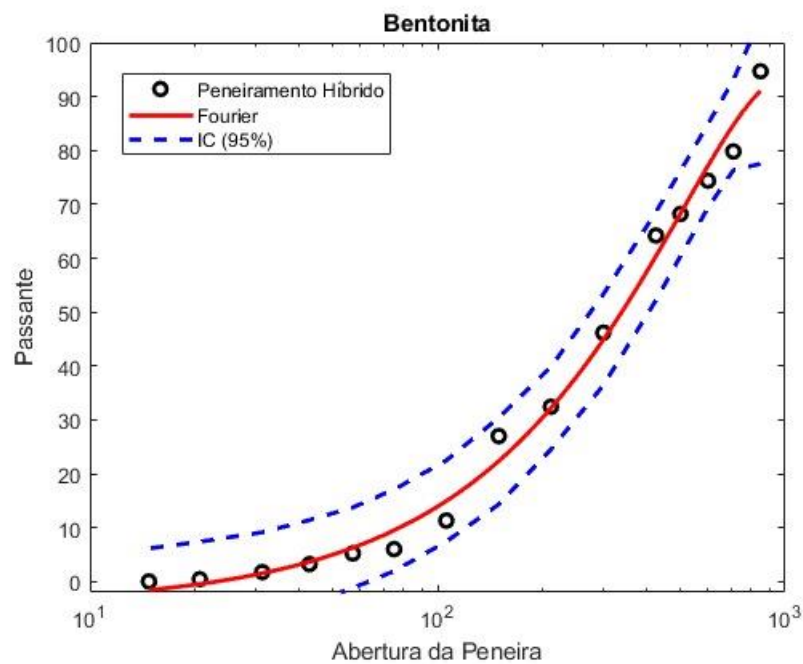
Fonte: Própria da autora.

Figura 4-15- Ajuste do peneiramento híbrido para a amostra de Dolomita via Gaudin-Schuhmann



Fonte: Própria da autora

Figura 4-16- Ajuste do peneiramento híbrido para a amostra de Bentonita via Fourier



Fonte: Própria da autora

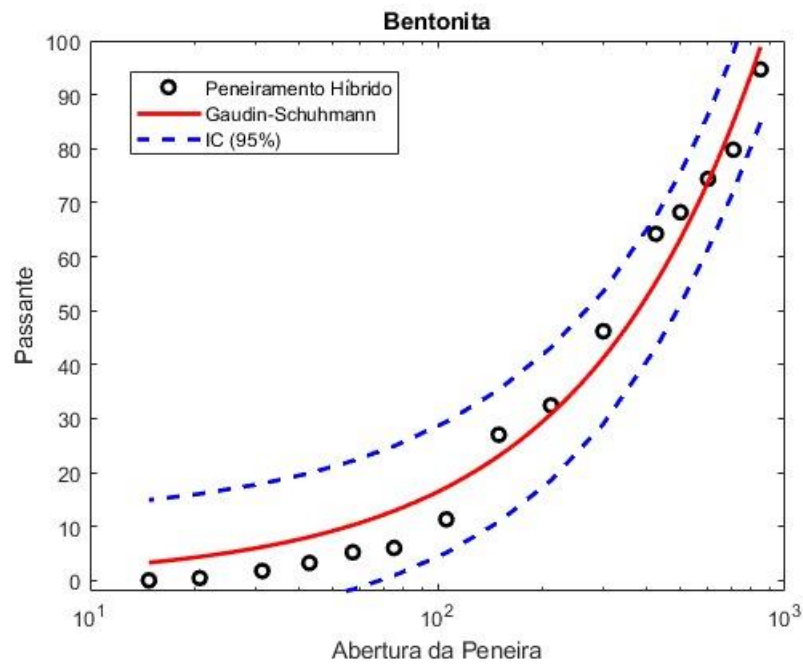
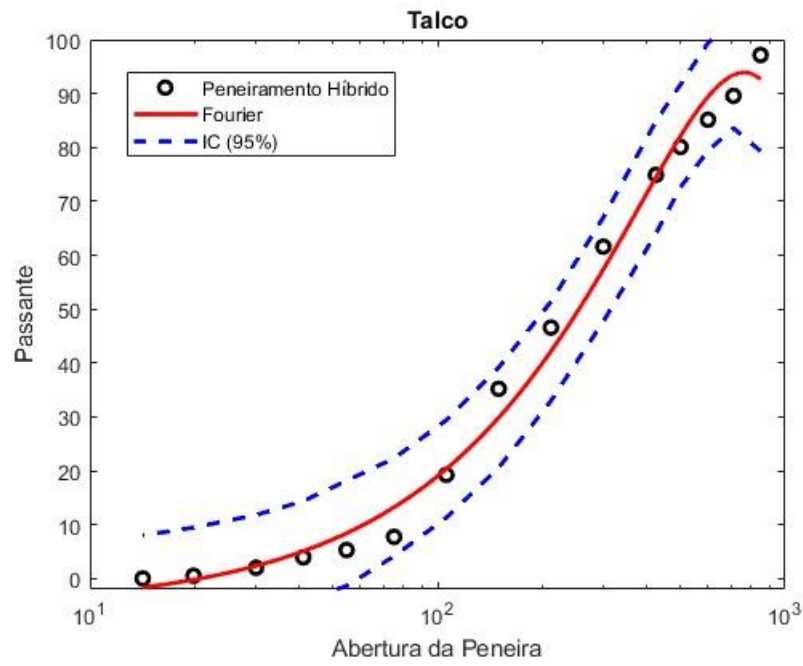
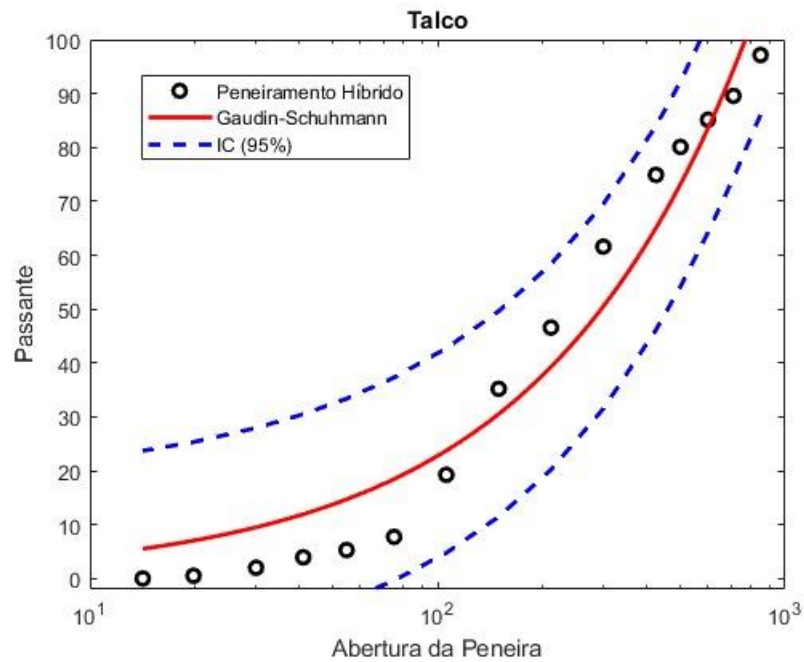
Figura 4-17- Ajuste do peneiramento híbrido para a amostra de Dolomita via Gaudin-Schuhmann**Figura 4-18-** Ajuste do peneiramento híbrido para a amostra de Talco via Fourier

Figura 4-19- Ajuste do peneiramento híbrido para a amostra de Talco via Gaudin-Schuhmann



Capítulo 5

CONCLUSÕES

5.1 Conclusões

Viu-se a discrepância entre as técnicas mencionadas e a necessidade de um modelo matemático capaz de representar a distribuição do tamanho de partícula por peneiramento empregando medidas feitas no cyclosizer.

Os métodos de separação granulométrica, em certas ocasiões, apresentarão partículas fora da sua faixa granulométrica, o que é um comportamento esperado para ambos os métodos. Isso porque, apesar do peneiramento ser uma medida direta, ele fornece resultados em termos de intervalos de tamanho absoluto, de modo que não garante que a partícula passante não possa ter dimensão superior a abertura da peneira.

Já em relação ao cyclosizer, o diâmetro de corte é determinado pelo seu d_{50} , ou seja, diâmetro médio abaixo do qual 50% das partículas se encontram. Logo, existe a possibilidade dos outros 50% se dirigirem para o *overflow* quanto para o *underflow*. Portanto, encontrar partículas fora de sua faixa granulométrica é uma característica dessa técnica.

A série de Fuorier e a distribuição empírica de Gaudin-Schuhmam apresentaram boa adequação para o peneiramento híbrido, corroborando com os trabalhos de Austin e Sutherland de 1992 e com os trabalhos de Bazin e Hadouin de 1996.

Dada a comparação foi possível observar que entre as faixas de 75 a 14 μm ocorreu a melhor adequação entre as técnicas utilizadas, com um nível de confiança de 95% (IC 95%). A distribuição empírica de Gaudin-Schuhmam representou muito bem as faixas granulométricas mais grossa, já a série de Fuorier apresentou boa adequação, tanto na faixa fina como também na faixa mais grossa. Vale ressaltar que o método é geral e pode ser aplicado a partículas de forma irregular.

Para todas as bases de dados investigadas, o ajuste pelo modelo de Fourier revelou-se melhor em comparação ao obtido pelo modelo de Gaudin-Schuhmann.

Por fim, é necessário destacar que o peneiramento e a análise granulométrica, apesar de serem processos simples, carregam consigo uma importância enorme nos processos de cominuição e concentração.

5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

- Estudo de caracterização tecnológica;
- Modelagem matemática visando melhoria no desempenho do circuito de moagem.

REFERÊNCIAS

- ALLEN, T. Particle size measurement. In: Chapman & Hall, Power sampling and particle size measurement. 5^a. ed. London, v.1, 1997.
- ALLEN, T. Incremental Methods of Sedimentation Size Analysis. Chapter 9. In: Particles Size Measurement. Powder Technology. Third Edition. Scarlett, B. Editor, p.267-297. 1981.
- AUSTIN, L.G; SUTHERLAND, D. N. Corrections to Cyclosizer Data for Liberation Calculations, 1992.
- BAZIN, C.; HODOUIN, D. Processing Assays of Size Fractions From Sieve and Cyclosizer Analyses, 1996.
- Cicloclassificador. Manual do equipamento. Cimaq, [s.d.].
- CARRISSO, R. C. C.; CORREIA, J. C. G. In: Classificação e peneiramento. Tratamento de minérios. 4^a. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, p. 197-240. 2004.
- CHO, H. YLDIRIM, K.; AUSTIN, L. G. The conversion of sedigraph size distributions to equivalent sub-sieve screen size distributions. Powder Technology, Cidade, v. 95, p. 109-117, 1998.
- DAVIES, R. Size measurement. In: MASHUDA, H. Boca Raton Powder technology handbook. Edited by: CRC Press. p. 13-32, 2001.
- DALLA, V. J. M. Micromeritics: The Technology of Fine Particles. Reino Unido, Pitman Publishing Corporation, 1948.
- ENGLAND. M. Instruments Ltd. 1998,1999. MAN 0247: Operators Guide. Editora: England, 2003.
- ETZER, F. M. DEANNE, R. Particle Size Analysis: A Comparison of Various Methodsn, Part. Part. Syst. Charact, Cidade, v. 18, p. 278-282, 1997.
- FERRARIS, C. F, HACLEY, V. A. Analysis of the ASTM Round-Robin Test on Particle Size Distribution of Portland Cement: Phase I -NISTR 6883, NIST, Bakersville, 2002.
- GUARDANI, R. Efeito da Forma de Partícula Sobre a Distribuição Granulométrica Medida por Difração de Laser. In: XX ENEMP – Encontro Nacional de Meios Poroso. São Carlos. Anais. Univ. Fed. S. Carlos, v. 2, p. 369-380, 1993.

HASSEN, M. A.; DAVIS, R. H. Effects of Particle Interactions on the Determination of Size Distributions by Sedimentation, 1989.

JILLAVENKATESA, A. Particle Size Characterization, NIST Recommended Practice guide – Special Publication 960-1, Washington, 2001.

KING, R. P. Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems. Butterworth–Heinemann. 403 pp 2001.

KING, R. P. Determination of the distribution of size of irregularly shaped particles from measurements on sections of projected areas. Powder Technology 32, 87–100, 1982.

KING, R. P.; SCHNEIDER, C. L. An effective SEM-based image analysis system for quantitative mineralogy, KONA Powder and Particle, vol. 11, pp. 165-177, 1993.

KING, R.P. SCHNEIDER, C.L. Stereological correction of linear grade distributions for mineral liberation. Powder Technology 98, 21–37, 1998.

KING, R.P. SCHNEIDER, C.L. Stereological correction of linear grade distributions for mineral liberation. Powder Technology 98, 21–37, 1998.

KELSALL D.F. MCADAM J.C.H. Design and operating characteristics of a hydraulic cyclone elutriator. Trans. Instn. Chem. Engrs. Vol 41, 1963.

KELLY, E.G. SPOTTSWOOD, D.J Introduction to Mineral Processing. New York John Wiley & Sons, p. 21-43, 1982.

MALVERN INSTRUMENTS. Getting Started, Manual MAN 0106, Issue 1.0, 1996a.

MALVERN INSTRUMENTS. Sample Dispersion & Refractive Index Guide, Manual MAN 0079, Version 3.0, 1996b.

MARTINS, L.A.M. (adap.) Os recursos físicos da terra. Bloco 2. Materiais de construção e outras matérias brutas. Campinas, Unicamp/Open University, 89 p.1995.

NAPIER-MUNN, T. J. Mineral Comminution Circuits: Their Operation and Optimization, JKMRRC Monograph Series in Mining and Mineral Processing, vol. 2, 1996.

XU, R. Particle characterization: Light scattering methods. Particle Technology Series, 13. Kluwer Academic Publishers, pp 397, 2002.

HOSTOMSKY, J. Size Analysis of Non-Spherical Particles - A Correlation Between the Results of Photosedimentation Technique and Microscopy, Powder Technol, v. 49, p. 45-51, 1986.

HUNT, C. M.; WOOLF, A. R. Comparison of Some Different Methods for Measuring Particle Size Using Microscopically Calibrated Glass Beads, Powder Technol, v. 3, p. 9-23, 1969.

PLITT, L.R. A mathematical Model of the hydrocyclone classifier, CIM Bulletin, p. 114-123, 1976.

RAJAMANI, R.K. & DEVULAPALLI, B. Hydrodynamic modeling of swirling flow and particle classification in large-scale hydrocyclones, *KONA Powder and Particle*, No. 12, p. 95-104, 1994.

RHODES, M. *Introduction to fine particle technology*. 2^a. ed. Willey: West Sussex. 450 p, 2008.

SCHNEIDER, C. L. NEUMANN, R. SOUZA, A. S. Determination of the distribution of size of irregularly shaped particles from laser diffractometer measurements. *International Journal of Mineral Processing*, v. 82(1), p. 30-40, 2007.

SAMPAIO, J. A. FRANÇA, S. C. A. BRAGA, P. F. A. *Tratamento de minérios: práticas laboratoriais*. Rio de Janeiro: CETEM, 570p. 2007.

SPEDDEN, H.R. Sampling and testing, In: *SME Mineral Processing Handbook* (N. L. Weiss, ed.), Section 30, vol. 2, p. 30-1 a 30-121, 1985.

TAVARES, L. M. M. *Processamento Mineral. Notas de aulas*, Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais. Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. 2012.

VALIRE, S. B.; WENNEN, J. E. Screening in Mineral Processing Operations. In: Mular, A. L., Bhappu, R.B. *Mineral Processing Plant Design*, 2nd Edition. Littleton, USA: SME, p.917-928, 1980.

VALERY JUNIOR, W. SIMPÓSIO EPUSP DE CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA NA ENGENHARIA E INDÚSTRIA MINERAL, [S.I.], 1990, São Paulo, SP: EPUSP. P. 179-209. InTema: Comparação de técnicas de análise granulométrica de partículas finas e ultrafinas. 1990.

WEEB, P. A. The Perseverance of Sedigraph method in particle sizing. *Micromeritics*, January, 2004.

WILLS, B. A. NAPIER- MUNN, T. *Wills's mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. Elsevier, 2006.

WILLS, B.A. *Mineral Processing Technology*, Butterworth-Heinemann, 6a edição, 1997.

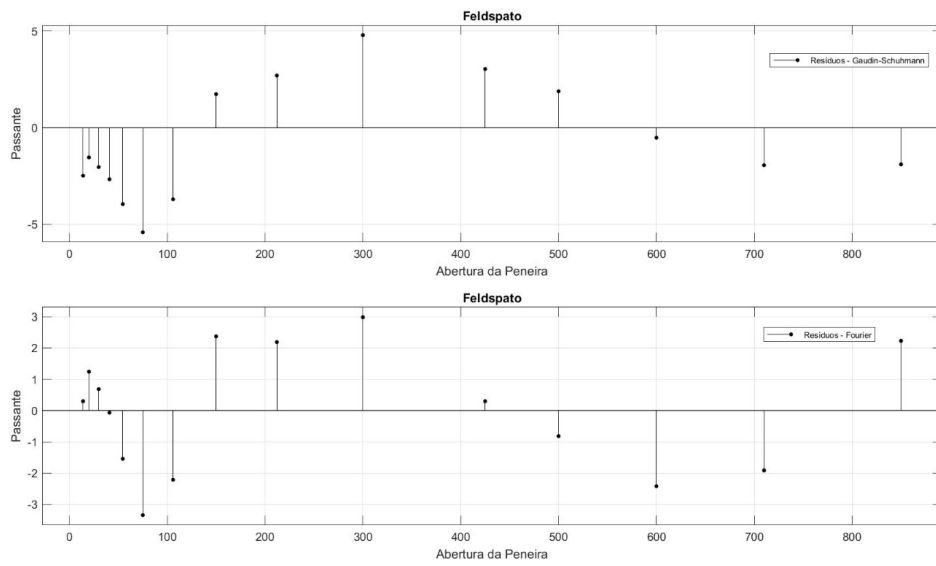
ANEXO I

A análise no cyclosizer foi realizado conforme manual abaixo:

1. Retirou-se o recipiente de amostras do seu suporte, girando-o até que um dos lados do metal ficasse voltado para o operador. O procedimento foi realizado com a bomba desligada;
2. Abriu-se completamente a válvula do recipiente e esvaziou-se toda a água do recipiente;
3. Verteu-se a amostra para análise no recipiente, em seguida à amostra foi totalmente isolada dentro do recipiente, logo após foi removido todo ar existente no interior do mesmo;
4. Completou-se o recipiente da amostra com água até o nível atingir a meia altura da fita externa e, em seguida moveu-se o volante da válvula até fechá-la. Em seguida, retornou-se o recipiente para o seu suporte;
5. Ligou-se o fornecimento de água, para encher o tanque até que válvula da boia interrompesse o suprimento de água;
6. Ajustou-se o temporizador para 5 minutos;
7. Com a válvula de controle fechada ligou-se a bomba, acionando a chave do painel de controle para a posição “I”. Nesta posição o temporizador não é acionado;
8. Abriu-se a válvula de controle, permitindo a saída do ar da tubulação, até que a vazão ficasse acima da vazão desejada à elutriação;
9. Drenou-se o ar dos hidrociclones, abrindo as válvulas do apex, uma de cada vez, começando pelo primeiro hidrociclone;
10. Com o valor da vazão acima daquele desejado à de elutriação, acionou-se a chave do painel de controle para a posição “II”. Nesta posição começa a funcionar o temporizador, em seguida abriu-se a válvula do recipiente de amostra, cerca de um quarto de volta, nos primeiros 2 min;
11. Ajustou-se o temporizador para o tempo de decantação desejado;
12. Quando o alarme disparou, acionou-se a chave do painel de controle da posição “II” para a posição “I”. Com esta manobra, o alarme parou de soar e o ponteiro volta à posição limitada pelo ponteiro maior, já ajustado para o tempo desejado;
13. Fechou-se a válvula de controle até que o medidor de vazão indicasse a vazão de elutriação desejada;

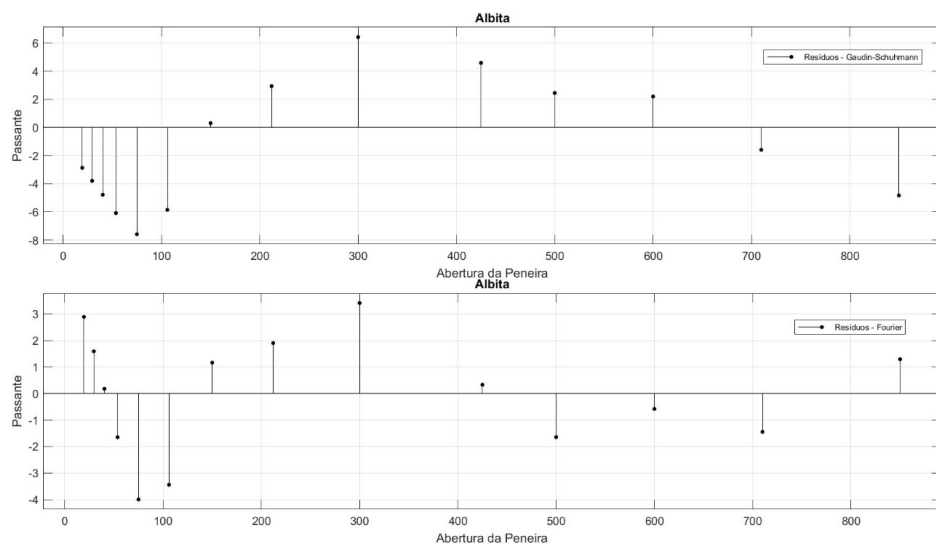
14. Acionou-se o temporizador, movendo a chave novamente para a posição “II”;
15. Quando o alarme disparou (final do tempo de elutriação)etornou-se a chave do painel de controle à posição “I”. Em seguida, abriu-se válvula de controle de vazão, de modo que a mesma fique acima da vazão de elutriação;
16. Descarregou-se, separadamente, os sólidos da sua câmara de cada hidrociclone em um béquer, iniciando-se pelo hidrociclone nº 5;
17. Fechou-se a válvula de descarga do hidrociclone nº 5 e essa mesma manobra no hidrociclone 4 e, assim, sucessivamente, até completar a descarga dos sólidos de todos os hidrociclones, anotando a temperatura da água;
18. Deixou-se os béqueres devidamente identificados em repouso por 20 min para decantar a água em excesso. Neste intervalo, procedeu-se com à limpeza de todo o cicloclassificador, deixando o sistema nas condições operacionais para o próximo teste;
19. Em seguida realizou-se à filtragem e a secagem das frações coletadas;
20. Calculou-se a percentagem de material descarregado pelo hidrociclone nº 5, subtraindo do peso inicial o correspondente à soma dos pesos das frações.

Figura A1- Gráfico de resíduo para a amostra de Feldspato



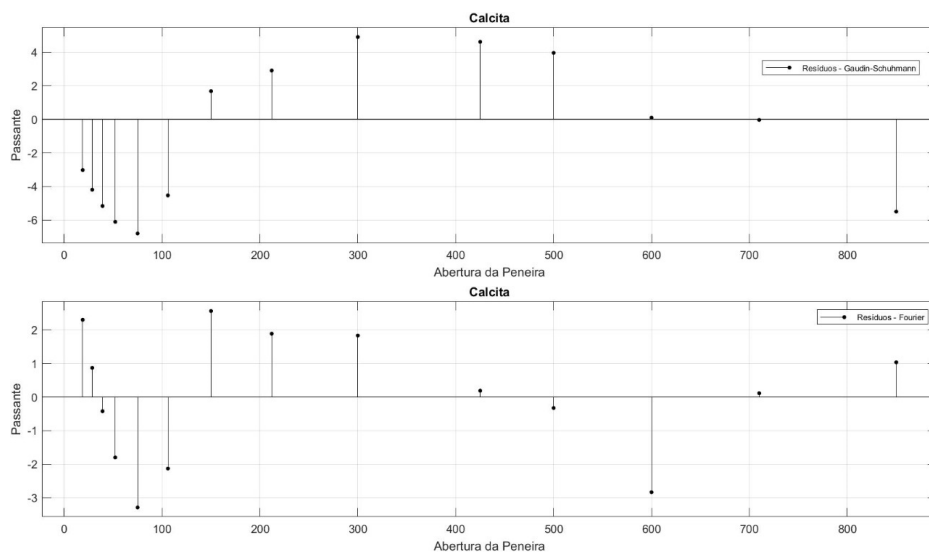
Fonte: Própria da autora

Figura A2- Gráfico de resíduo para a amostra de Albita



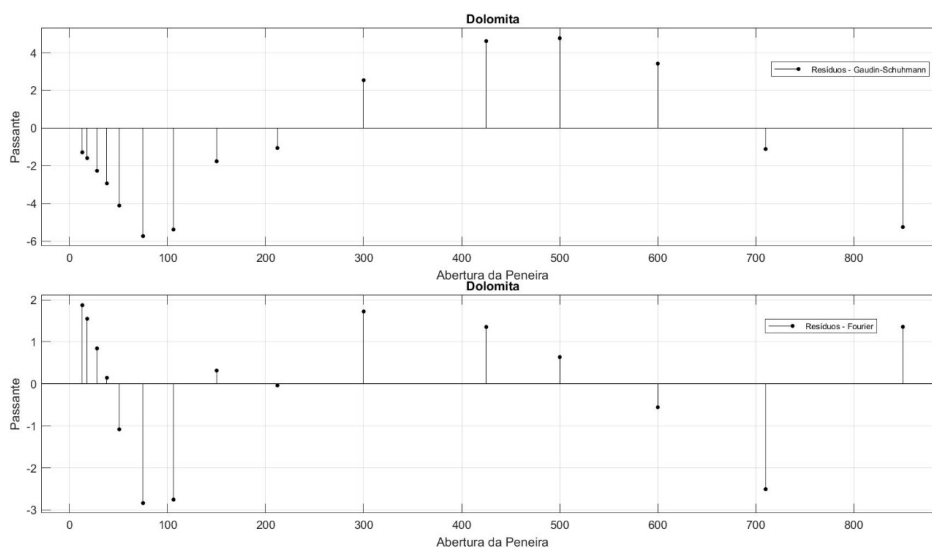
Fonte: Própria da autora

Figura A3- Gráfico de resíduo para a amostra de Calcita



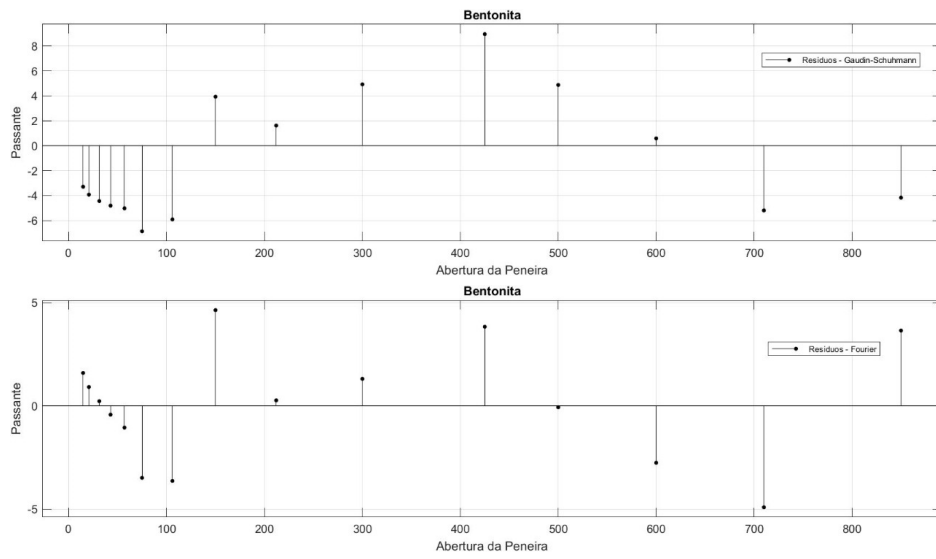
Fonte: Própria da autora

Figura A5- Gráfico de resíduo para a amostra de Dolomita



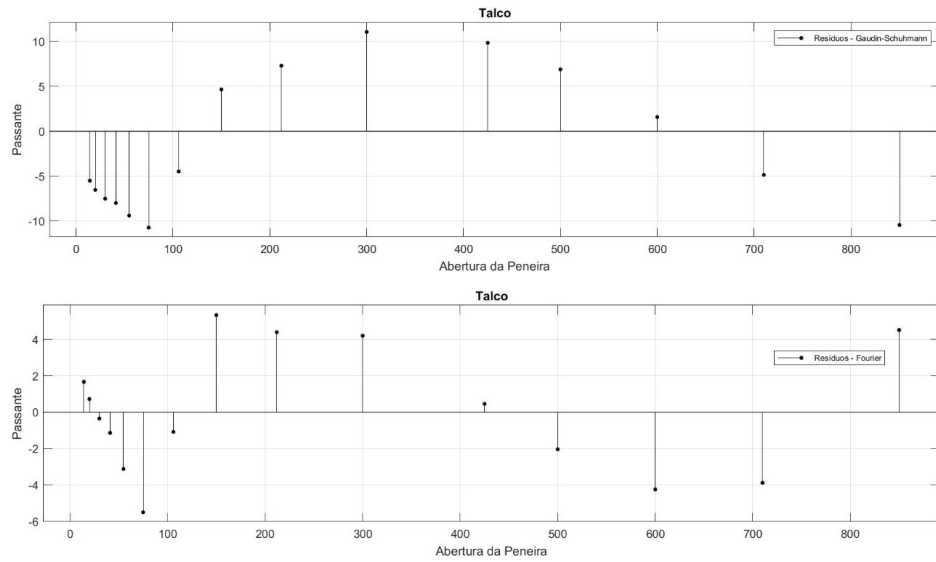
Fonte: Própria da autora

Figura A5- Gráfico de resíduo para a amostra de Bentonita



Fonte: Própria da autora

Figura A6- Gráfico de resíduo para a amostra de Talco



Fonte: Própria da autora