



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS  
UNIDADE ACADEMICA DE ENGENHARIA CIVIL**

**TICIANO SILVA BARBOZA**

**MODELAGEM NUMÉRICA DE CONSOLO MUITO CURTO DE CONCRETO  
ARMADO**

**CAMPINA GRANDE, PARAIBA**

**2018**

TICIANO SILVA BARBOZA

**MODELAGEM NUMÉRICA DE CONSOLO MUITO CURTO DE CONCRETO  
ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao Curso de Engenharia Civil da Universidade  
Federal de Campina grande como requisito  
obrigatório para aprovação na disciplina de  
Trabalho de Conclusão de Curso

Área de concentração: Estruturas

ORIENTADOR: Prof. Dr. Marcos Antônio de Souza Simplicio

CAMPINA GRANDE, PARAÍBA

2018

TICIANO SILVA BARBOZA

**MODELAGEM NÚMÉRICA DE CONSOLO MUITO CURTO DE CONCRETO  
ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Campina Grande como requisito obrigatório para obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil, sob a orientação do Prof. Dr. Marcos Antônio de Souza Simplício

TCC defendido e aprovado em: \_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2018.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Orientador – Prof. Dr. Marcos Antônio de Souza Simplício  
(Universidade Federal de Campina Grande – UFCG)

---

Examinador Interno – Prof. Dra. Marília Marcy Cabral de Araújo  
(Universidade Federal de Campina Grande – UFCG)

---

Examinador Externo – Prof. Dra. Cássia Mendonça dos Anjos  
(Centro Universitário UNIFACISA)

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, José Barboza e Maria Aparecida, minha eterna gratidão por toda dedicação, apoio, exemplo de caráter e, acima de tudo, pela educação.

Às minhas irmãs, Micheline e Micherlane, por sempre acreditarem em mim, por todos os conselhos, carinho e amor. À minha sobrinha e afilhada Maria Alice, que chegou trazendo felicidade e luz para toda a família. Ao meu cunhado, Ary, que virou um irmão, por todos os ensinamentos, conselhos e, sobretudo pela amizade.

Aos meus padrinhos, Adalberto e Alaíde, por todo o incentivo e torcida que sempre fizeram por mim.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marcos Simplício, por todo conhecimento repassado e por sua orientação.

A todos os meus amigos que estiveram presentes ao longo dessa caminhada e que influenciaram direta ou indiretamente. Em especial, gostaria de agradecer aos amigos/irmãos que Campina Grande me deu, Alexandre e Lucas, por toda irmandade, conversas, ajudas nos momentos mais difíceis e por serem minha família longe de casa.

A todos os funcionários da obra do Centro Médico que participaram diretamente na minha formação prática e profissional. Aos estagiários Anne, Danielle, Everton, Maria Luiza, João Pedro, Jucimara, Renato, Raissa, Moisés, Lúcio e, principalmente, Mila, que acreditou em mim. Ao Engenheiro Leonel Amaro, que me deu a oportunidade do estágio profissional, por todos os ensinamentos, paciência e pelo exemplo de ser humano e profissional.

Aos demais professores por todo o conhecimento repassado.

## RESUMO

Consolos são elementos estruturais de ligação que desempenham a função de transferência de esforços de elementos horizontais e verticais à fundação, cuja aplicação se dá em estruturas pré-fabricadas de concreto simples ou concreto armado. A análise estrutural e o dimensionamento desses elementos são baseados em métodos analíticos, embora as ferramentas computacionais aliem uma solução rápida e de baixo custo, permitindo uma análise minuciosa de diferentes parâmetros do comportamento real, inclusive para situações críticas, a partir da implementação de um modelo matemático simplificado que reproduza a situação real. Neste sentido, o presente estudo realizou uma modelagem numérica de um consolo muito curto de concreto armado com a consideração de tirantes para uma análise não linear pelo método dos elementos finitos, utilizando o software Ansys. Os resultados obtidos foram satisfatórios, ocorrendo o rompimento por fendilhamento da biela comprimida, apresentando um modelo de fissuração semelhante ao apresentado no modelo experimental.

**Palavras-chave:** Consolos, elementos finitos, modelagem numérica.

## **ABSTRACT**

Corbels are structural connections elements that perform the function of transfer forces of horizontal and vertical members to the foundation whose application occurs in prefabricated structures of concrete or reinforced concrete. The structural analysis and design of these elements are based on analytical methods, although the computational tools combine a fast and low cost solution, allowing a detailed analysis of different parameters of the real behavior, even for critical situations, from the implementation of a simplified mathematical model that reproduces the real situation. In this sense, this study carried out a numerical modeling of a very short corbel of reinforced concrete with the consideration of the main reinforcement for a nonlinear analysis using the finite method. The results were satisfactory occurring the rupture by cracking of the compression strut, showing a cracking pattern similar to the presented in the experimental model.

**Keywords:** Corbels, finite elements, numerical modeling.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Trajetórias de tensão em consolos. ....	17
Figura 2 - Tensões principais de compressão e tração em consolos muito curtos .....	17
Figura 3- Armadura típica de consolos de concreto. ....	18
Figura 4 - Modelo de fissuração por esforços de flexão. ....	19
Figura 5 - Modelo de fissuração por fendilhamento da biela comprimida.....	19
Figura 6 - Modelo de fissuração por cisalhamento.....	20
Figura 7 - Modelo de análise e cálculo de consolos curtos .....	21
Figura 8 - Modelo Atrito-cisalhamento .....	21
Figura 9 - Modelo de treliça apresentado pelo PCI. ....	24
Figura 10 - Modelo proposto pelo EUROCODE 2 (a) e modelo simplificado (b). ....	26
Figura 11 - Elemento isoparamétrico utilizado para o concreto.....	27
Figura 12 - Elemento isoparamétrico quadrangular linear. ....	30
Figura 13 - Modelo distribuído para armadura.....	31
Figura 14 - Modelo incorporado para armadura.....	31
Figura 15 - Modelo discreto para armadura. ....	32
Figura 16 - Esquema geral do procedimento de modelagem. ....	34
Figura 17 - Elemento finito solid65.....	35
Figura 18 - Elemento finito link8. ....	36
Figura 19 - Detalhamento do modelo experimentado por Ouriques (2017).....	37
Figura 21 - Malha de elementos utilizada e elementos de barra da armadura.....	40
Figura 21 - Apoios e simetria do modelo numérico. ....	41
Figura 22 – Comparação entre modelo de fissuração experimental e numérico.....	45
Figura 23 - Fissuras no modelo com aplicação da carga de rompimento segundo a ABNT NBR 9062:2006. ....	46
Figura 24 – Consolo experimental e numérico rompido. ....	47

Figura 25.a –Deformação mecânica total antes do início do fendilhamento.....	48
Figura 25.b - Deformação mecânica total no início do fendilhamento.....	48
Figura 26.a - Início da formação da biela comprimida.....	49
Figura 26.b - Formação da biela comprimida.....	49
Figura 26.c - Biela comprimida bem definida (8º passo de carga) .....	50



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficientes do modelo atrito-cisalhamento recomendado pelo PCI (2010).....	25
Tabela 2 - Valores limites para a resistência ao cisalhamento da interface. ....	25
Tabela 3 - Propriedades do concreto do modelo experimental. ....	37
Tabela 4 - Dimensões dos elementos da malha. ....	40
Tabela 5 - Quantidade de elementos utilizados na modelagem. ....	41
Tabela 6 - Resumo das resistências utilizadas.....	43
Tabela 7 - Passos de carga utilizado.....	44
Tabela 8 - Resumo das cargas de fissuração e ruptura do modelo experimental e numérico. .	49

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
APDL	ANSYS Parametric Design Language
CRF	Concreto Reforçado com Fibras
CRFA	Concreto Reforçado com Fibras de Aço
MPa	Mega Pascal
MEF	Método dos elementos finitos
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
PCI	Precast/Prestressed Concrete Institute

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	distância entre a força aplicada e a face do pilar
$d$	altura útil do consolo
$U^e$	vetor de deslocamento nodais do elemento;
$N$	matriz de interpolação do elemento.
$K$	matriz de rigidez da estrutura;
$\varphi$	vetor dos deslocamentos atuantes na estrutura;
$P$	vetor das forças nodais atuantes na estrutura.
$\sigma_c$	tensão do concreto
$\varepsilon_c$	deformação específica do concreto
$\varepsilon_{c2}$	deformação específica de encurtamento do concreto
$F$	força de ruptura
$f_{yd}$	tensão de escoamento de projeto para o aço
$f_{cd}$	resistência à compressão de projeto do concreto
$f_{cm}$	resistência à compressão média do concreto
$b$	largura do consolo;
$c$	comprimento do consolo;
$\phi$	diâmetro da barra de ancoragem do tirante;
$c_c$	cobrimento de concreto na ponta do tirante
$A_s$	área de aço do tirante

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	14
1.1 OBJETIVOS .....	14
1.1.1 Objetivo geral .....	14
1.1.2 Objetivos específicos.....	15
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	16
2.1 CONSOLOS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO .....	16
2.2 MODOS DE RUPTURA DOS CONSOLOS.....	18
2.2.1 Ruptura por flexão .....	18
2.2.2 Ruptura por fendilhamento da biela comprimida .....	19
2.2.3 Ruptura por cisalhamento .....	19
2.3 METODOLOGIAS DE CÁLCULO SEGUNDO A ABNT NBR 9062:2006 .....	20
2.3.1 Método das Bielas e Tirantes.....	20
2.3.2 Método do Atrito e cisalhamento .....	21
2.4 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO A ABNT NBR 9062:2006 .....	22
2.5 METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO SEGUNDO O MANUAL DO PCI (2010) .....	23
2.6 METODOLOGIA DE CÁLCULO SEGUNDO O EUROCODE 2 (CEN, 2004) .....	26
2.7 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	26
2.8 ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO UTILIZANDO O MEF .....	29
2.9 ANÁLISE DA ARMADURA UTILIZANDO O MEF .....	31
2.10 SOFTWARE ANSYS .....	32
3 METODOLOGIA .....	34
3.1 ANÁLISE .....	35
3.1.1 Elementos finitos utilizado.....	35
3.1.1.1 Elemento <i>solid65</i> .....	35

3.1.1.2 Elemento <i>link8</i> .....	36
3.1.2 Modelos experimentais .....	36
3.1.2.1 Curva tensão deformação na compressão do concreto teórica .....	37
3.1.2.2 Curva da tensão deformação das armaduras de aço teórica .....	39
3.5.2.3 Malha e condições de contorno utilizadas.....	39
3.5.3 Modelo teórico segundo a ABNT NBR 9062:2006 .....	42
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	44
4.1 PADRÃO DE FISSURAÇÃO .....	44
4.2 DEFORMAÇÃO MECÂNICA TOTAL E BIELA COMPRIMIDA .....	47
4.3 PADRÃO DE FISSURAÇÃO E CAMINHO DAS TENSÕES .....	48
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	51
5.1 CONCLUSÕES .....	51
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	52
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
ANEXO	

# 1 INTRODUÇÃO

Os consolos de concreto armado são elementos, geralmente, utilizados em estruturas de concreto pré-moldado, que tem como função principal o apoio de uma, ou mais vigas, transmitindo, então as reações provocadas pelo carregamento das vigas para os pilares e, por consequência, para as fundações.

A avaliação dos consolos de concreto armado é notadamente complexa, por se tratar de um material composto e com características próprias. Atualmente, o dimensionamento destes dispositivos é baseado em simplificações dos modelos constitutivos para estruturas de concreto que na prática, segundo Carvalho et al. (2016), levam a uma quantidade exagerada de armadura. Os ensaios laboratoriais reproduzem o comportamento dos consolos quando solicitados, porém, são procedimentos que exigem dispêndio de tempo e recursos para preparação e execução do ensaio.

Ainda assim, modelos experimentais ou por soluções analíticas têm sido o foco de diversos estudos acerca do comportamento de consolos de concreto armado, enquanto existem efetivas lacunas em estudos mais amplos que contemplam simulações numéricas.

Com a modernização dos computadores, a modelagem computacional é apontada como uma tendência tecnológica que alia solução rápida e de baixo custo. Através da análise computacional é possível analisar diferentes parâmetros do comportamento real, inclusive para situações críticas, a partir da implementação de um modelo matemático simplificado que reproduza a situação real.

A fim de realizar uma análise de consolos de concreto armado classificados como muito curto, este estudo propõe-se a idealizar um modelo computacional de referência para simular o comportamento dessas estruturas sob condições distintas de efeitos físicos e mecânicos.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo realizar a modelagem numérica de consolos de concreto armado classificado como muito curto para uma análise não linear do comportamento estrutural na ferramenta computacional ANSYS.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Comparar os resultados dos comportamentos computacionais e experimentais, verificados por OURIQUES (2017), para validação do modelo proposto.
- Comparar os resultados do modelo numérico com um consolo dimensionado segundo a ABNT NBR 9062:2006.
- Analisar o panorama de fissuração apresentado pelo modelo numérico com o modelo experimental e o apresentado pela literatura.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 CONSOLOS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO

Consolos são elementos de ligação que funcionam em balanço com a finalidade de suportar vigas e pilares que, devido ao seu comprimento, são dimensionados de forma específica. Yassin et al. (2015) definem ainda consolos como vigas curtas que se projetam da face do interior de um pilar ou paredes para suportar grandes cargas concentradas proveniente de vigas.

A ABNT NBR 9062:2006 faz a classificação dos consolos com indicação do modelo de cálculo a ser utilizado:

- Longos:  $1,0 < a/d \leq 2,0$ ;
- Curtos:  $0,5 < a/d \leq 1,0$ ;
- Muito curtos:  $a/d < 0,5$

Onde,

$a$  é a distância entre a força aplicada e a face do pilar;

$d$  altura útil do consolo.

De acordo com Carvalho et al. (2016), a teoria da flexão não pode ser aplicada aos consolos de concreto, pois não se pode desprezar as tensões cisalhantes, uma vez que as seções planas não permanecem planas após o carregamento pelo fato do vão ser muito pequeno quando comparado com uma viga.

Franz e Niedenhoff (1963, apud Leonhardt; Mönning, 1978, apud Oliveira, 2012) fizeram estudos em consolos com uma relação  $a/d$  com aplicação de carga vertical e observaram que as cargas se comportavam conforme Figura 1, onde:

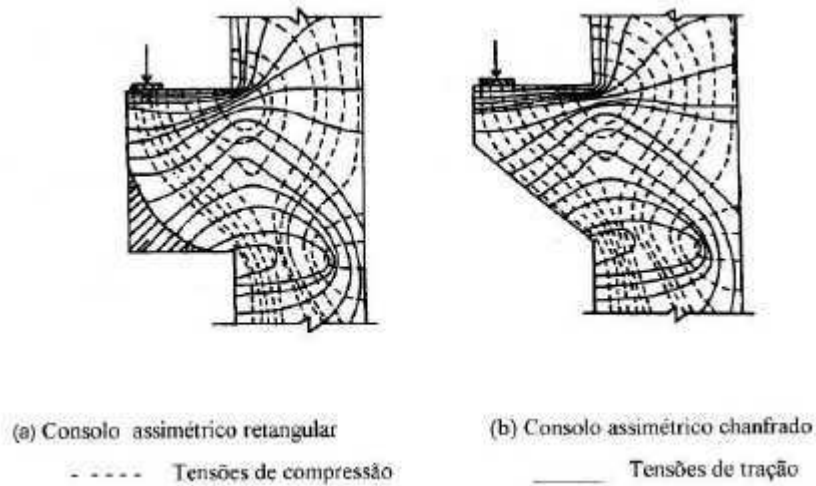
- As tensões de tração na face superior do consolo apresentam-se constantes do ponto de aplicação da carga até a face do pilar;
- Surgem tensões de compressão do ponto de aplicação da carga até a base do consolo;
- Praticamente não existem tensões na parte inferior dos consolos retangulares, podendo-se utilizar consolos com altura variável.

Devido ao seu comportamento particular, o dimensionamento de tais elementos é objeto de recomendações específicas. Carvalho et al. (2016) fizeram simulações do



comportamento, a partir do carregamento de um consolo muito curto de concreto armado, que apresentaram o caminho das tensões de compressão e tração conforme Figura 2.

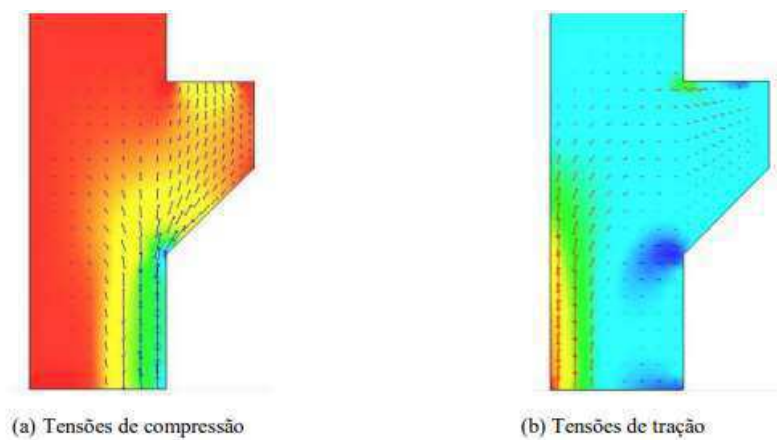
Figura 1 - Trajetórias de tensão em consolos.



Fonte: Torres (1998) apud Oliveira (2012).

Segundo Carvalho et al. (2016), para que não ocorra ruptura brusca, é fundamental a verificação quanto ao esmagamento da biela comprimida e ao cisalhamento, devido as tensões de compressão (a) cruzarem a interface entre o consolo e o pilar. No que se refere as tensões de tração (b), estas atuam no centro do consolo, o que confirma a importância da utilização da armadura de costura, sendo o seu uso obrigatório em consolos de concreto, de forma a dar mais ductilidade às peças e evitar rupturas bruscas (KRIZ E RATHS, 1963, apud CARVALHO et al., 2016).

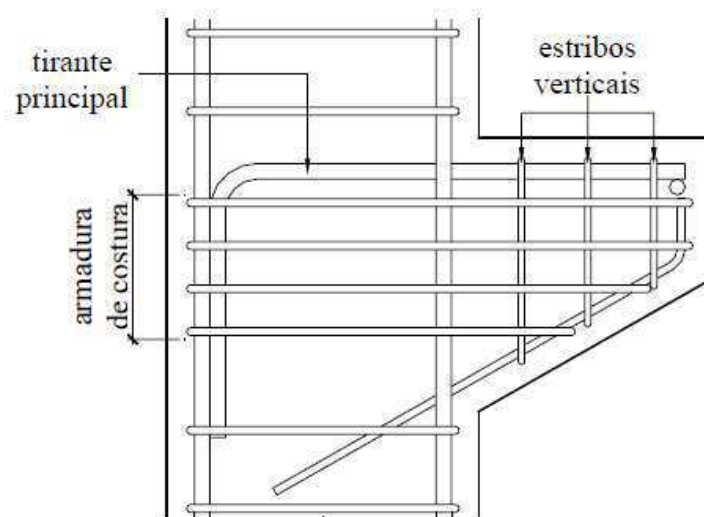
Figura 2 - Tensões principais de compressão e tração em consolos muito curtos



Fonte: Carvalho et al. (2016)

Em relação aos estribos verticais (Figura 3), Leonhardt e Mönning (1978) afirmam que estes não têm função de transmitir esforços, servem apenas para efeito construtivo, enquanto que os estribos horizontais, quando dispostos com espaçamento curto, aumentam a capacidade resistente das bielas de compressão.

Figura 3- Armadura típica de consolos de concreto.



Fonte: El Debs (2000) apud Costa (2009).

## 2.2 MODOS DE RUPTURA DOS CONSOLOS.

Segundo Park e Paulay (1983), é possível resumir os principais modos de ruptura em: ruína por flexão, fendilhamento da biela comprimida e cisalhamento.

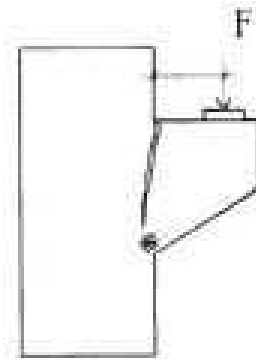
O modo de ruptura do consolo depende, essencialmente, da quantidade de armadura utilizada, resistência à compressão do concreto e da razão  $a/d$ . Em alguns casos, é difícil se definir entre dois modos de ruptura, principalmente em consolos com fibras (COSTA, 2009).

### 2.2.1 Ruptura por flexão

A ruptura por flexão, caracterizada por uma fissura aberta ao longo da interface do consolo/pilar, é devido ao escoamento da armadura do tirante acompanhado do esmagamento do concreto da biela.

Segundo Costa (2009), este tipo de ruptura é a desejável, do ponto de vista de segurança, pois apresenta grandes deformações e fissuras, indicando um futuro rompimento da seção (Figura 4).

Figura 4 - Modelo de fissuração por esforços de flexão.



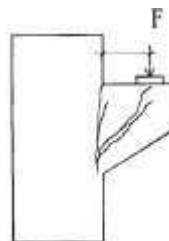
Fonte: Torres (1998) apud Oliveira (2012).

### 2.2.2 Ruptura por fendilhamento da biela comprimida

Oliveira (2012) afirma que este tipo de ruptura ocorre devido à seção insuficiente de concreto na região da biela comprimida ou por falta de armadura ao longo da altura do consolo, deixando-o com pouca ductilidade acarretando o efeito de fendilhamento do consolo.

As fissuras, geralmente, aparecem a  $45^\circ$ , ao longo de uma linha que vai da junção inferior do consolo com o pilar ao ponto de aplicação da carga (Figura 5).

Figura 5 - Modelo de fissuração por fendilhamento da biela comprimida.



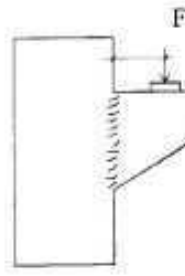
Fonte: Torres (1998) apud Oliveira (2012).

### 2.2.3 Ruptura por cisalhamento

De acordo com Oliveira (2012), este tipo de ruína ocorre geralmente em consolos muito curtos, com elevadas taxas de armadura para flexão, apresentando fissuras na junção do consolo com o pilar (Figura 6).

Para Costa (2009), este tipo de ruptura acontece quando o ponto de aplicação do esforço é muito próximo ao pilar, provocando um escorregamento do consolo em relação ao pilar.

Figura 6 - Modelo de fissuração por cisalhamento.



Fonte: Torres (1998) apud Oliveira (2012).

### 2.3 METODOLOGIAS DE CÁLCULO SEGUNDO A ABNT NBR 9062:2006

Os consolos de concreto armado não respeitam a hipótese de manutenção das seções transversais planas depois da ocorrência da flexão, característica fundamental da Teoria das Vigas de Navier, devido suas dimensões não serem suficientemente longas a ponto de dissiparem as perturbações localizadas. Oliveira (2012) cita que para analisar os consolos pode-se utilizar modelos lineares ou não, modelo de Bielas e Tirantes ou modelo do Atrito e cisalhamento, conforme apresentado na NBR 6118:2014.

#### 2.3.1 Método das Bielas e Tirantes

O modelo surgiu no início do século XX, proposto por Ritter (1899) e Mörsh (1909), como uma alternativa de cálculo as hipóteses de cálculo de Bernoulli. Sendo elaborado a partir de uma série de experimentos realizados a partir da analogia de uma treliça, onde se tem o banzo superior da treliça como a parte comprimida da viga, sendo resistida pelo concreto e o banzo inferior, onde se tem a flexão sendo resistida pelas armaduras de flexão. Porém, Carvalho et al (2016) comentam que este modelo leva a um dimensionamento antieconômico das armaduras transversais das estruturas.

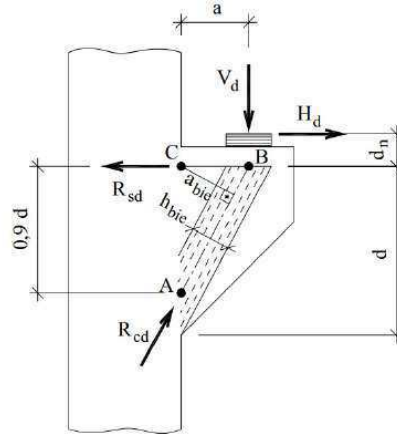
Diante disto Schlaich (1987) propôs o modelo das Bielas e Tirantes como um modelo racional que discretiza os campos de tensão em elementos de concreto armado, permitindo uma análise simultânea das cargas: normal, momento, cortante e torção.

Oliveira (2012) destaca que para que um consolo tenha um comportamento dúctil é essencial que os tirantes rompam antes das bielas ou regiões nodais.

Diante disto, Leonhardt e Monning (1978) apud Oliveira (2012) propuseram para o dimensionamento de um consolo curto utilizar o modelo constituído de uma treliça com uma

biela e um tirante, conforme apresentado na Figura 7. Modelo que também é adotado pela NBR 9062:2006.

Figura 7 - Modelo de análise e cálculo de consolos curtos



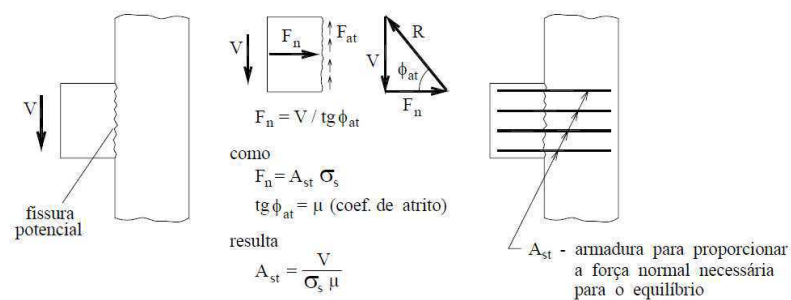
Fonte: Adaptado de El Debs (2000).

### 2.3.2 Método do Atrito e cisalhamento

Um dos principais modelos para cálculo de consolos muito curtos (relação  $a/d < 0,5$ ) é o de atrito-cisalhamento. Esse modelo supõe que ocorra ruptura por cisalhamento na interface consolo-pilar (EL DEBS, 2000). No ACI 318 (2008) encontra-se que, para situações em que se tenha interface entre materiais diferentes, idades diferentes ou fissura potencial, deve-se utilizar o modelo do Atrito e cisalhamento para avaliar a resistência ao cisalhamento da ligação.

Este modelo prevê a transferência de esforços de cisalhamento através de um plano por meio de uma armadura de cisalhamento para que ocorra o equilíbrio conforme ilustrado na Figura 8. Oliveira (2012) salienta ainda que essa armadura deve atravessar o plano de fissuração sendo devidamente ancorada em ambos os lados por ganchos ou solda, apresentado na Figura 7.

Figura 8 - Modelo Atrito-cisalhamento



Fonte: El Debs (2000)

Torres (1998) destaca que a armadura principal calculada para consolos muito curtos, calculada pelo modelo atrito-cisalhamento, não deve ser menor do que a área de aço calculada pelo modelo de bielas e tirantes.

Da Silva et al (2013) destaca que os dimensionamentos de consolos normalmente são feitos a partir de modelos das bielas e tirantes, sendo possível, pois as linhas de tensão que se formam caracterizam regiões tracionadas e comprimidas, formando aproximadamente uma treliça.

#### 2.4 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO A ABNT NBR 9062:2006

A norma brasileira adota valores de coeficientes de minoração e majoração, valores característicos e valores de cálculo baseado na norma de concreto armado: ABNT NBR 6118:2014 e a norma de ações e segurança nas estruturas – procedimento: ABNT NBR 8681:2003, multiplicando os coeficientes de majoração por um fator  $\gamma_n$  de acordo com as características do consolo, por exemplo:

- Peças pré-fabricadas em usinas:
  - $\gamma_n = 1,0$ ; quando a carga permanente for preponderante;
  - $\gamma_n = 1,1$ ; demais casos.
- Para demais casos:
  - $\gamma_n = 1,1$ ; quando a carga permanente for preponderante;
  - $\gamma_n = 1,2$ ; em caso contrário.

A norma recomenda que a verificação da biela comprimida seja feita em função da tensão de cisalhamento atuando na interface do consolo ( $\tau_{wd}$ ). Portanto, a tensão aplicada deverá ser menor ou igual ao menor dos seguintes valores preconizados em norma:

$$\tau_{wd} \leq \left\{ \begin{array}{l} \bullet \tau_{wd} = 3,0 + 0,9\rho f_{yd} \\ \bullet \tau_{wd} \leq 0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} \\ \bullet \tau_{wd} \leq 8 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

Onde,

$\tau_{wd}$  é a tensão de cisalhamento resistente na interface

$f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto

$f_{yd}$  é tensão de escoamento de projeto do aço

$\rho$  é a relação entre a área de aço do tirante e a área da seção transversal do consolo

A armadura total do tirante é calculada conforme a Equação 1:

$$A_{s,tir} = A_{sv} + \frac{H_d}{f_{yd}} \quad (1)$$

A parcela correspondente a área de aço que irá resistir a força vertical aplicada ( $A_{sv}$ ) é dada pela Equação 2:

$$A_{sv} = \frac{0,8V_d}{f_{yd}\mu} \quad (2)$$

Os valores do coeficiente atrito-cisalhamento efetivo ( $\mu$ ) podem ser:

- $\mu = 1,4$  para o concreto lançado monoliticamente
- $\mu = 1,0$  para concreto lançado sobre concreto endurecido com rugosidade mínima de 0,5 cm à 3,0 cm
- $\mu = 0,6$  para concreto lançado sobre concreto endurecido com interface lisa

Para a verificação da armadura de costura ( $A_{s,cost}$ ), a norma adota a relação apresentada na Equação 3 para verificação da área de aço:

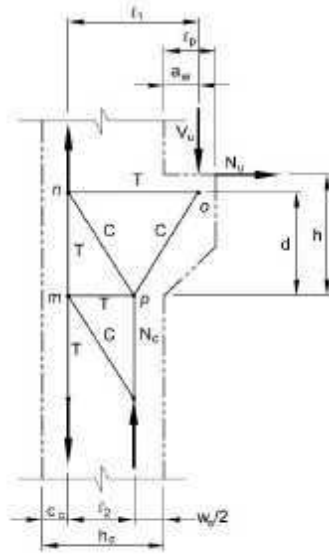
$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_{cost} \geq 0,5\left(\frac{A_{sv}}{d}\right) \quad (3)$$

A norma recomenda ainda que a distribuição da armadura de costura deve ser feita em  $2d/3$  a partir do tirante, completando o terço restante com armadura mínima.

## 2.5 METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO SEGUNDO O MANUAL DO PCI (2010)

O manual do PCI (PCI, 2010) sugere que os consolos sejam calculados considerando a treliça mostrada na Figura 9, a qual é formada por quatro nós (m, n, o, p) que são localizados conforme o fluxo de tensões do consolo.

Figura 9 - Modelo de treliça apresentado pelo PCI.



Fonte: PCI, 2010.

O dimensionamento segundo o Manual PCI (2010) utilizando o modelo atrito-cisalhamento tem o cálculo da armadura perpendicular ao plano de fissuração segundo a Equação 4 e Equação 5:

$$A_{sv} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu_e} \quad (4)$$

Onde:

$$\mu_e = \frac{6894 \lambda A_c \mu}{V_u} \quad (5)$$

Onde,

$A_{sv}$  é a área de aço resistente a força vertical aplicada;

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço do tirante, limitada em 420 Mpa;

$V_u$  é a força cisalhante que atua no plano de fissuração;

$\phi$  é o coeficiente redutor de resistência, igual a 0,85;

$\mu_e$  é o coeficiente de atrito cisalhamento efetivo, sendo observado na Tabela 1;

$\lambda$  é o fator modificador que representa a redução nas propriedades mecânicas do concreto, sendo 1,0 para concreto de densidade normal e 0,75 para concreto leve;

$A_c$  é a área na interface da fissura potencial, em m<sup>2</sup>;



$\mu$  é o coeficiente de atrito-cisalhamento mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Coeficientes do modelo atrito-cisalhamento recomendado pelo PCI (2010).

<b>Tipo de interface</b>	<b><math>\mu</math> recomendado</b>	<b>Maximo <math>\mu_e</math></b>
Concreto moldado monoliticamente	1,4 $\lambda$	3,4
Concreto moldado contra o concreto endurecido com superfície intencionalmente rugosa, com ranhuras de profundidade de aproximadamente 6 mm	1,0 $\lambda$	2,0
Concreto moldado contra concreto endurecido com superfície lisa	0,6 $\lambda$	2,2
Concreto ligado a estrutura de aço	0,7 $\lambda$	2,5

Fonte: PCI (2010) apud SILVA (2015).

O PCI ainda limita a força cisalhante que atua no plano de fissuração por meio da Equação 6.

$$V_u = \phi V_n \quad (6)$$

As verificações, portanto, não se restringem apenas à verificação das bielas e tirantes, existe também a verificação nos nós da treliça.

Segundo o ACI 318 (2008) apud Oliveira (2012), os valores da resistência ao cisalhamento ficam limitados aos valores da Tabela 2.

Tabela 2 - Valores limites para a resistência ao cisalhamento da interface.

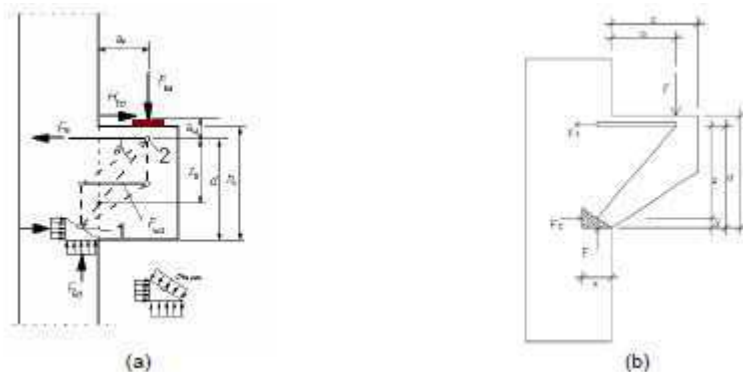
<b>Tipos de interface</b>	<b><math>V_n</math> máximo</b>
Concreto moldado monoliticamente	0,2 $f_c' A_c$
	(3,3 + 0,08 $f_c'$ ) $A_c$
	11 $A_c$
Concreto moldado contra concreto endurecido com superfície intencionalmente rugosa, com ranhuras de profundidade, aproximadamente 6 mm	0,2 $f_c' A_c$
	(3,3 + 0,08 $f_c'$ ) $A_c$
	11 $A_c$
Concreto moldado contra concreto endurecido com superfície lisa	0,2 $f_c' A_c$
	5,5 $A_c$
Concreto liso a estrutura em aço	0,2 $f_c' A_c$
	5,5 $A_c$

Fonte: ACI 318 (2008) apud Oliveira (2012).

## 2.6 METODOLOGIA DE CÁLCULO SEGUNDO O EUROCODE 2 (CEN, 2004)

O modelo é baseado no método de cálculo das bielas e tirantes. Figura 10 (a), porém Oliveira (2012) comenta que, para o dimensionamento do consolo curto, foi adotado um modelo simplificado apresentado na Figura 10 (b), tornando-o semelhante a norma brasileira, com exceção da verificação do nó 1.

Figura 10 - Modelo proposto pelo EUROCODE 2 (a) e modelo simplificado (b).



Fonte: CEN (2004) apud Oliveira (2012).

## 2.7 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

De acordo com Rao (1999) apud Souza (2006), a ideia central do Método dos Elementos Finitos (MEF) é a simplificação de um problema complexo em vários outros problemas de resolução simplificada. O resultado através da resolução com o MEF não é exato e sim uma aproximação de valor. Devido à falta de métodos de resolução mais poderosos, a análise a partir do MEF se torna um procedimento bastante eficaz.

Do ponto de vista da obtenção dos esforços solicitantes, a análise não linear entra nesse contexto com peso mais de verificação do que determinação de fato desses esforços (NOGUEIRA et al, 2010). Conforme aumenta o carregamento na estrutura, tem-se uma evolução das fissuras que resulta numa perda de rigidez da estrutura, impossibilitando o carregamento total sobre a estrutura e tornando inviável a análise não linear para obtenção dos esforços atuantes em estruturas de concreto armado.

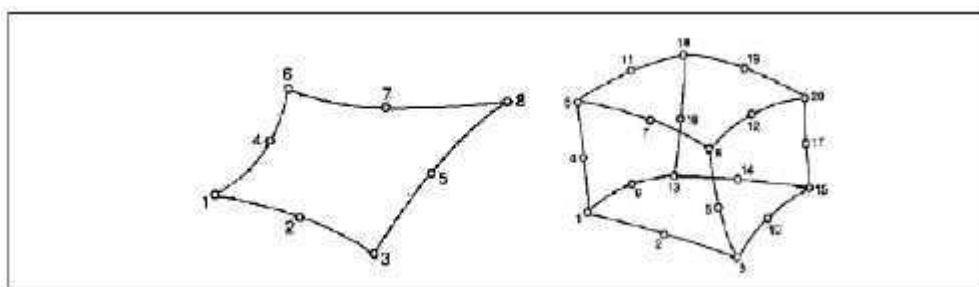
Como dito por Nogueira et al. (2010), o que se faz é uma análise estrutural elástica com dimensionamento, segundo as características elástica do concreto armado. Posteriormente, dependendo do tipo da estrutura e seu uso, faz-se uma verificação a partir de modelos numéricos da estrutura em serviço.

A solução de problemas de engenharia estrutural com o uso do MEF, segundo Rao (1999) apud Souza (2006), pode ser obtida a partir dos seguintes passos:

1) Divisão em elementos

Divide-se a estrutura em vários elementos, escolhendo número, tipo, tamanho e arranjo de cada um deles, os quais podem ser unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais. Normalmente, utiliza-se elementos isoparamétricos, ou seja, com três nós ao longo de vários eixos do elemento (Figura 11).

Figura 11 - Elemento isoparamétrico utilizado para o concreto.



Fonte: Kotsovos; Pavlovic (1995) apud Souza (2006).

Souza (2006) comenta ainda que o tamanho dos elementos escolhidos tem influência significativa nos resultados, portanto devem ser escolhidos com bastante cuidado. Recomenda-se para elementos uni e bidimensionais uma razão unitária entre a maior e menor dimensão do elemento.

É natural achar que o tamanho dos elementos escolhidos implica em um resultado mais preciso, mas deve-se atentar ao fato de que quanto maior o número de elementos, maior o poder computacional exigido para solução do problema. Vale ressaltar que existe ainda um limite para o qual a resposta não pode ser mais melhorada.

Na modelagem, regiões com concentrações de tensão, cantos e reentrâncias devem ter um cuidado especial, sendo até mesmo necessária uma malha própria para análise das tensões daquela área.

2) Seleção de um modelo adequado de deslocamento ou interpolação

Visto que a solução dos deslocamentos de uma estrutura sob a ação de forças atuando em seu contorno não são obtidas com precisão, deve-se assumir uma hipótese adequada para os elementos, pois o modelo deve ser simples do ponto de vista computacional e satisfazer aos requisitos de convergência.

### 3) Obtenção das matrizes de rigidez dos elementos e dos vetores de carga

Depois de um modelo de deslocamento assumido, a matriz de rigidez  $[K(e)]$  e o vetor de cargas  $[P(e)]$  do elemento “e” são obtidos através de equações do equilíbrio ou princípios variacionais (SOUZA, 2006).

### 4) Reunião dos elementos para obtenção das equações de equilíbrio

Souza (2006) comenta que como a estrutura é composta de vários elementos finitos, tem-se que as matrizes de rigidez de cada elemento são reunidas em uma única, descrevendo assim o comportamento da estrutura como um todo. Sendo assim, a equação de equilíbrio pode ser descrita de acordo com a Equação 7:

$$[K]\varphi = P \quad (7)$$

Onde,

$K$  é a matriz de rigidez da estrutura;

$\varphi$  é o vetor dos deslocamentos atuantes na estrutura;

$P$  é o vetor das forças nodais atuantes na estrutura;

#### Solução dos deslocamentos desconhecidos

Para problemas lineares, o vetor  $\varphi$  pode ser resolvido através de dois métodos disponíveis para solução: os métodos diretos e os iterativos (SOUZA, 2006).

Para os métodos diretos, temos um número finito de operações aritméticas que devido aos erros de truncamento pode não apresentar bons resultados. São métodos diretos: “Método de Eliminação Gaussiana” e o “Método de Cholesky”.

Já os métodos iterativos são aqueles que começam com uma aproximação inicial e, após diversas iterações, convergem para uma solução cada vez mais refinada e, conseqüentemente, mais aproximada. São métodos de iteração: “Método de Gauss-Seidel” e o de “Newton”.

Segundo Kotsovos; Pavlovic (1995) apud Souza (2006), nas análises não lineares, o sistema não pode ser resolvido diretamente, sendo necessário o emprego de técnicas iterativas, baseadas em soluções sucessivas até que ocorra uma convergência do resultado.

Os tipos mais frequentes de solução de equações não lineares, de acordo com Souza (2006), se dão através do “Método Direto” (“Módulo Secante” ou “Rigidez Variável”) e do

“Método de Newton-Raphson” (“Método da Rigidez Tangencial”). Em geral o “Método da Rigidez Tangencial” apresenta uma convergência mais rápida e mais estável que o “Método Direto”.

#### 5) Cálculo das tensões e deformações nos elementos.

Uma vez com os deslocamentos nodais resolvidos a partir do vetor  $\varphi$ , as deformações e tensões nos elementos podem ser calculadas a partir das equações classificadas da Mecânica dos Materiais (SOUZA, 2006).

Atualmente no mercado, existem soluções utilizando o MEF a partir de softwares que são capazes tanto de gerar as malhas de forma automática e fornecer os resultados gráficos, como o usuário tem a opção de controlar a malha, comportando-se como um verdadeiro laboratório virtual.

Souza (2006) destaca alguns *softwares* que utilizam resolução baseada no MEF, nos dias de hoje, recebendo atualizações para melhoria de seu processamento. Citam-se os seguintes programas: ABAQUS, ADINA, ANSYS, DIANA, MILENIUM, NASTRAN, PASTRAN, ROBOT e SAP2000.

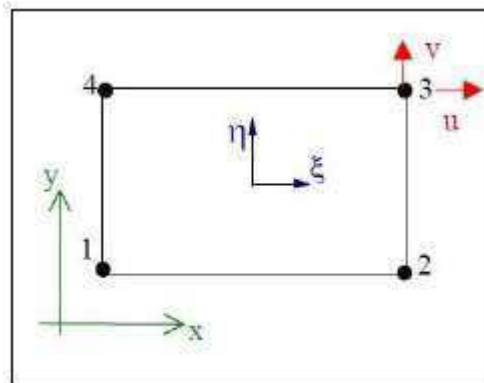
## 2.8 ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO UTILIZANDO O MEF

Atualmente, a análise das estruturas nos projetos de Engenharia Civil ainda é baseada em conceitos de comportamento elástico dos materiais (concreto e aço). Tratando-se de uma análise linear da estrutura para obtenção dos esforços e posteriormente, o dimensionamento é baseado em hipóteses que consideram a ruptura ou escoamento dos materiais (NOGUEIRA, 2010).

De acordo com D’Ávila (2003) apud Goulart (2015), o modelo de elementos finitos mais adequado para simular o comportamento do concreto é um modelo bidimensional para o estado plano de tensões com solução em deslocamentos que consegue simular, desta forma, o comportamento do material intacto e com fissuração distribuída.

Conforme Bathe (1996) apud Goulart (2015), para obter uma relação entre deslocamento do elemento em qualquer ponto, assim como os deslocamentos dos nós, é de fundamental importância a formulação do elemento finito isoparamétrico (Figura 12) que, a partir de interpolações obtém-se estes resultados.

Figura 12 - Elemento isoparamétrico quadrangular linear.



Fonte: D'ávila (2003) apud Goulart (2015).

Para calcular os deslocamentos no interior deste elemento, Goulart (2015) cita que pode ser resolvida a expressão conforme Equação 8:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = NU^e \quad (8)$$

Onde,

$u$  e  $v$  são vetores unitário na direção do deslocamento;

$N$  é a matriz de interpolação do elemento;

$U^e$  é o vetor deslocamento nodal do elemento.

Goulart (2015) desenvolve a Equação 9 através de interpolações e integrações, encontrando a equação de equilíbrio global da estrutura, após a soma de todas as contribuições entre armadura e concreto. Pela resolução do sistema a seguir, obtém-se todos os deslocamentos dos nós da estrutura.

$$KU = P \quad (9)$$

Onde:

$K$  = matriz de rigidez global;

$U$  = vetor de deslocamento nodal;

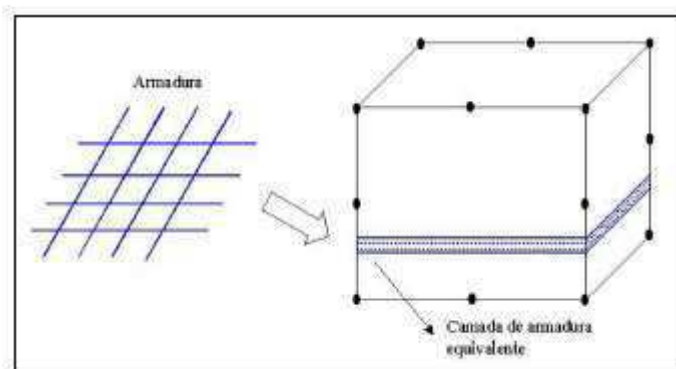
$P$  = vetor de cargas nodais aplicadas na estrutura.

## 2.9 ANÁLISE DA ARMADURA UTILIZANDO O MEF

De acordo com Bono (2008) a inclusão de armadura para análise não linear deve ser de forma simples e precisa, de modo que podem ser utilizados três modelos para representar barras de aço no MEF: modelo distribuído, modelo incorporado e modelo discreto.

Para o modelo distribuído, tem-se a distribuição uniforme da armadura no elemento, admitindo aderência perfeita entre os materiais, ou seja, coloca-se uma camada bidimensional com espessura e áreas equivalentes para que exerça a função do conjunto de barras. Para Bono (2008) este modelo é bem representado para os casos em que se tenha uma taxa de armadura alta (Figura 13).

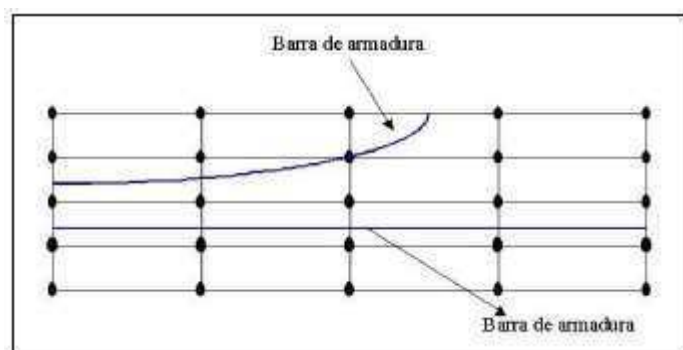
Figura 13 - Modelo distribuído para armadura.



Fonte: Bono (2008) apud Goulart (2015).

Quando se tem o modelo incorporado, a representação das barras se dá como linhas de um material mais forte, de acordo com a Figura 14.

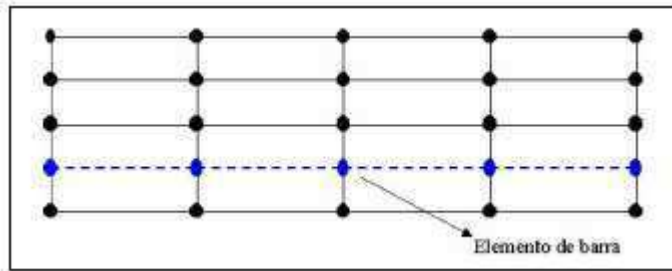
Figura 14 - Modelo incorporado para armadura.



Fonte: Bono (2008) apud Goulart (2015).

No modelo discreto, a armadura será representada por elementos de barra que coincidem os nós de extremidade e da malha do MEF, conforme Figura 15.

Figura 15 - Modelo discreto para armadura.



Fonte: Bono (2008) apud Goulart (2015).

## 2.10 SOFTWARE ANSYS

O ANSYS é um software de elementos finitos que pode ser aplicado nas mais diversas classes de problemas de engenharia. Que possui diversos tipos de análises de estruturas que podem ser executados, dentre elas pode-se destacar: análise estática, modal, harmônica, dinâmica transiente, espectral, dinâmica explícita.

Análise estática é utilizada para avaliar deslocamentos, tensões, deformações, etc. sob condição de carga estática. Tendo ainda dois tipos de análises estáticas, linear e não linear, sendo que nas análises não-lineares estão incluídas análises de plasticidade, tensão, rigidez, grandes deformações, superfície de contato, hiperelasticidade e fissuração.

O software ANSYS apresenta flexibilidade no que se refere a entrada de dados. Uma das formas é através de comandos (APDL) onde se define a geometria através de coordenadas no plano cartesiano do programa, condições de contorno e carga, juntamente com a análise pós-processamento que pode ser feita a partir de comandos (análises não-lineares, estática, dinâmica, transiente, modal, etc.). Uma outra forma é a partir da interação com o programa gerando a geometria, condições de contorno, carga e tipo de análises através do próprio layout do ANSYS (Workbench).

A análise computacional é dividida em três partes principais: Pré-processamento, Solução e Pós-processamento.

- Pré-processamento, é feita a modelagem da estrutura, materiais, tipos de armadura, condições de contorno (apoio, ações de carga, etc), malha de elementos finitos, nós de monitoramento e método de análise (Newton-Rhapson ou Arc-Lenght).
- Solução, é realizado a análise computacional e acompanhamento das ações (incremento de forças) e reações (deformações e fissuração) na estrutura.



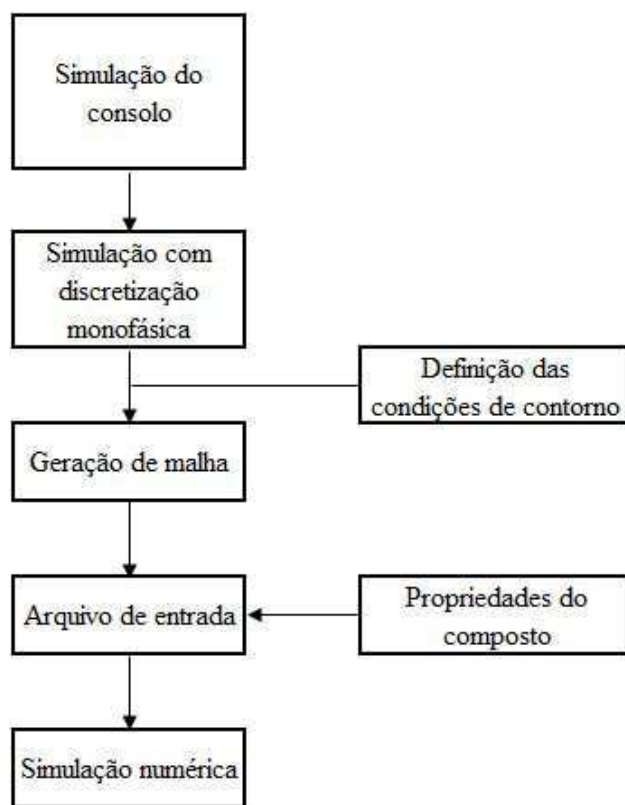
- Pós-processamento, são apresentados os resultados da análise anterior com auxílio de elementos gráficos que mostram o comportamento da estrutura sob diversos ângulos e situações que são definidas pelo usuário.

### 3 METODOLOGIA

Para a realização da simulação numérica, foi necessário a concepção de um modelo físico representativo do problema, através da reprodução da geometria, seleção dos materiais e definição de seus parâmetros característicos, mas também da escolha de uma malha adequada e condições de contorno baseadas nos ensaios experimentais com os consolos.

Após a definição do escopo geral, os dados foram implementados para simulação numérica no ANSYS, software de criação, monitoramento e avaliação de resultados baseado no MEF. Ressalta-se que a configuração do problema foi obtida com base nos resultados experimentais do trabalho de Ouriques (2017), sendo o material considerado na modelagem um composto monofásico com a condição de aderência perfeita entre a armadura e o concreto. Na Figura 16 é apresentado o esquema geral que foi utilizado para a modelagem.

Figura 16 - Esquema geral do procedimento de modelagem.



Fonte: Autor (2018).

### 3.1 ANÁLISE

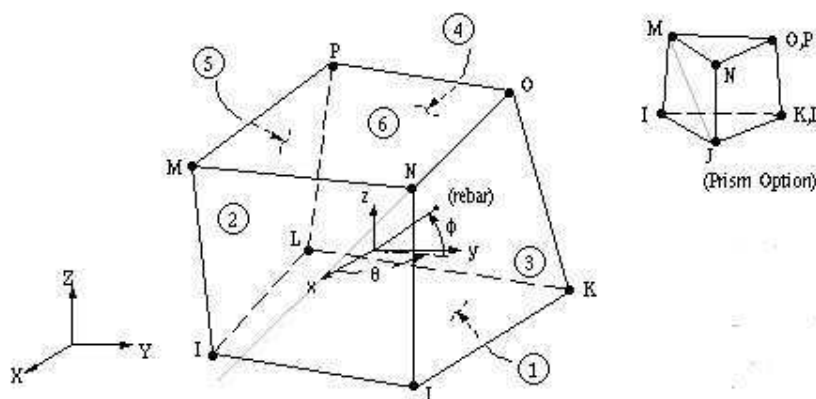
#### 3.1.1 Elementos finitos utilizado

Os modelos numéricos utilizados foram desenvolvidos com base em elementos pré-definidos que estão disponibilizados na biblioteca interna do ANSYS. A escolha dos elementos foi feita levando em consideração aspectos como número de graus de liberdade, esforço computacional e, principalmente, fidelidade do modelo perante ao que foi experimentado.

##### 3.1.1.1 Elemento *solid65*

Para modelagem do concreto, foi utilizado o elemento *solid65* que apresenta 3 graus de liberdade por nó, com translações segundo as direções x, y e z. O elemento é constituído por 8 pontos de integração que podem simular o comportamento do concreto, ou seja, comportamento linear elástico até que ocorra fissuração, quando ultrapassada a tensão de tração, e esmagamento quando a tensão de compressão for ultrapassada. A Figura 17 apresenta o elemento finito *solid65* com seus nós e barras de armadura que podem ser inseridas em três direções quaisquer.

Figura 17 - Elemento finito *solid65*.



Fonte: ANSYS (1998).

O modelo apresenta, basicamente, duas aproximações para descrever as fissuras que são: o modelo das fissuras discretas e o modelo das fissuras distribuídas.

O elemento *solid65* utiliza o modelo de fissuras discretas que, segundo Simplicio (2008), cada fissura é representada individualmente, através de uma descontinuidade na malha. O critério utilizado para avaliação da fissuração do elemento consiste em verificar se o nível de tensão dos pontos de integração dos elementos alcançou a superfície de ruptura. Caso seja

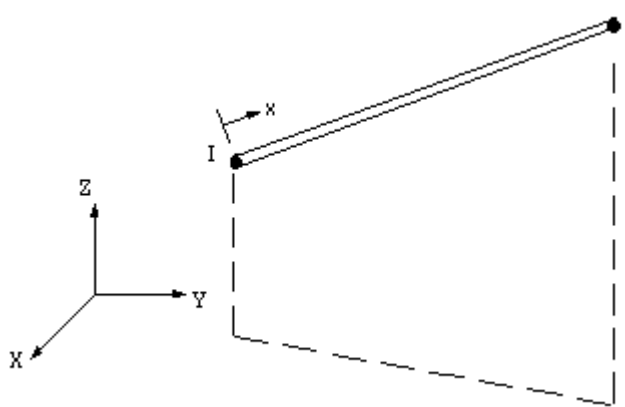
atingido, considera-se a formação de uma fissura ortogonal ao plano da tensão que a despertou e o elemento se torna não-linear. A transferência dos esforços de cisalhamento através de uma fissura pode ser completa ou nula.

A armadura, quando utilizada, é considerada distribuída em todo o volume do sólido.

### 3.1.1.2 Elemento *link8*

Um dos elementos disponíveis na biblioteca do ANSYS para simular o comportamento das armaduras é o *link8* que apresenta 3 graus de liberdade por nó, com translações nos eixos x, y e z, além de características comportamentais como: plasticidade, fluência e grandes deformações. O elemento permite ainda ser discretizado como barra de aço ou vigas. A figura 18 apresenta o elemento finito *link8* com a definição de seu eixo x.

Figura 18 - Elemento finito link8.



Fonte: ANSYS (1998).

### 3.1.2 Modelos experimentais

No trabalho que foi realizado por Ouriques (2017), foram ensaiados consolos duplos simétricos conforme apresentado na Figura 20. Foi utilizado um concreto de densidade normal, com resistência à compressão pretendida de 28 MPa aos 28 dias, armadura de aço CA50 para os tirantes e armadura do pilar e aço CA60 para os estribos. A Tabela 3 apresenta o resultado do ensaio de compressão simples do concreto utilizado no ensaio.

Como não foi realizado ensaio de tração simples nos corpos de prova, a resistência à tração média ( $f_{ct,m}$ ) do concreto foi calculada segundo a Equação 10 apresentada na NBR 6118:2014.

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (10)$$

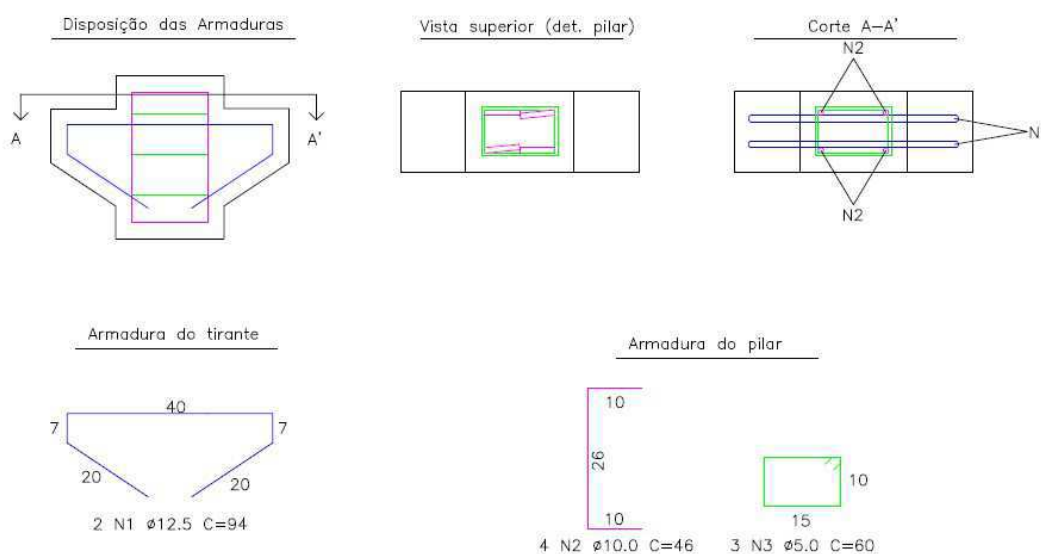
Os dados referentes a geometria e armação do consolo utilizado estão na Figura 29.

Tabela 3 - Propriedades do concreto do modelo experimental.

Resistência do concreto à compressão, $f_{cm}$ (Mpa)	Resistência à tração, $f_c$ (MPa)	Idade
28,01	2,77	22 dias

Fonte: Autor (2018).

Figura 19 - Detalhamento do modelo experimentado por Ouriques (2017).



Fonte: Adaptado de Ouriques (2017).

A prensa utilizada nos ensaios experimentais foi a LOSENHAUSEN (com velocidade controlada pelo operador), sendo aplicadas cargas até que fosse rompido o modelo.

A análise da fissuração foi realizada de forma visual, considerando a forma de ruptura após o consolo atingir a força última, ou seja, a força na qual o modelo não suportava mais incrementos de carga. No modelo em questão, surgiu fissura na biela de compressão do consolo, ocorrendo uma ruptura de forma brusca ao atingir uma carga de 95 kN, onde Ouriques (2017) caracterizou como uma ruptura por fendilhamento da biela comprimida.

### 3.1.2.1 Curva tensão deformação na compressão do concreto teórica

Para a curva tensão x deformação do concreto foi utilizada a Equação 11, proposta na norma brasileira NBR 6118:2014 que prevê representa de forma genérica. Para concretos com valores de resistência à compressão menor que 50 MPa, a norma NBR 6118:2014 recomenda adotar o valor de  $n$  igual a 2.

$$\sigma_c = 0,85fcd \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (11)$$

Onde,

$\sigma_c$  é a tensão de compressão do concreto;

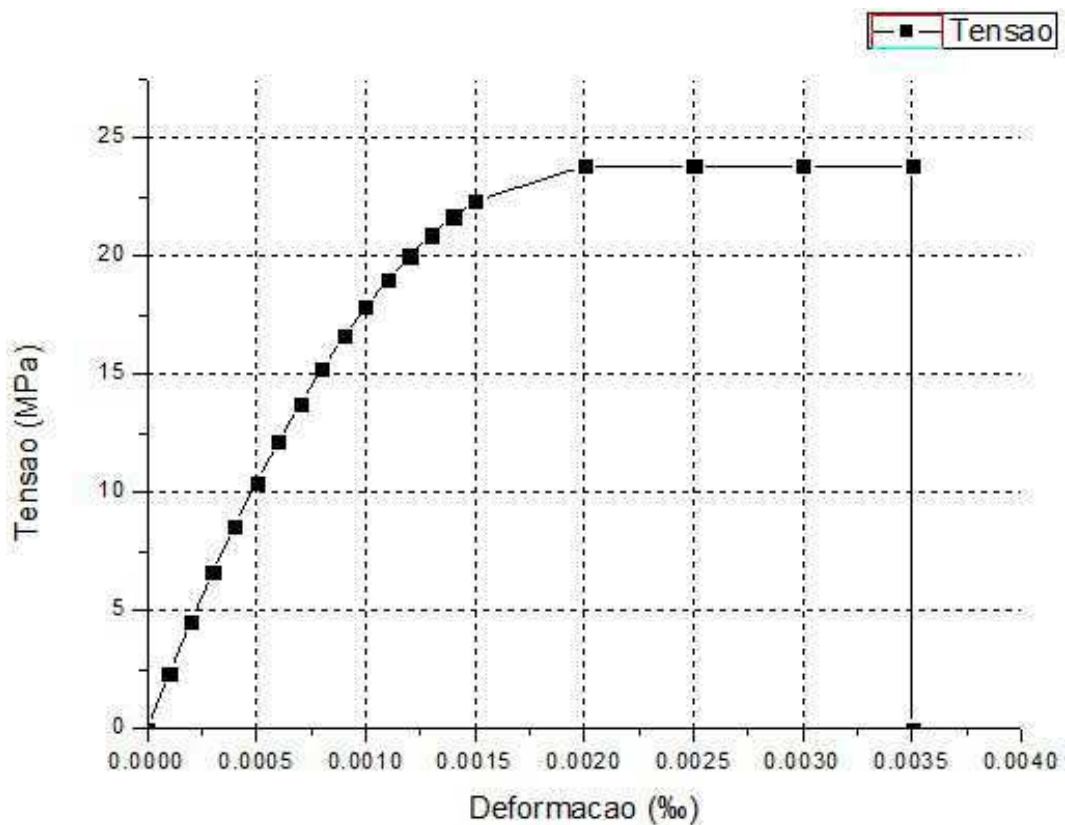
$fcd$  é a resistência a compressão de projeto do concreto;

$\varepsilon_c$  é a deformação específica de encurtamento do concreto;

$\varepsilon_{c2}$  é a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar elástico.

Para a construção do gráfico, foram atribuídos valores de deformação até que se atingisse a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura, estabelecida em 0,35%, conforme se vê no Gráfico 1. Para efeito de entrada de dados na modelagem, a partir da deformação de 0,35%, foi atribuída uma resistência à compressão de 0, indicando que o modelo não suporta mais incremento de cargas.

Gráfico 1 – Curva tensão x deformação do modelo experimental.

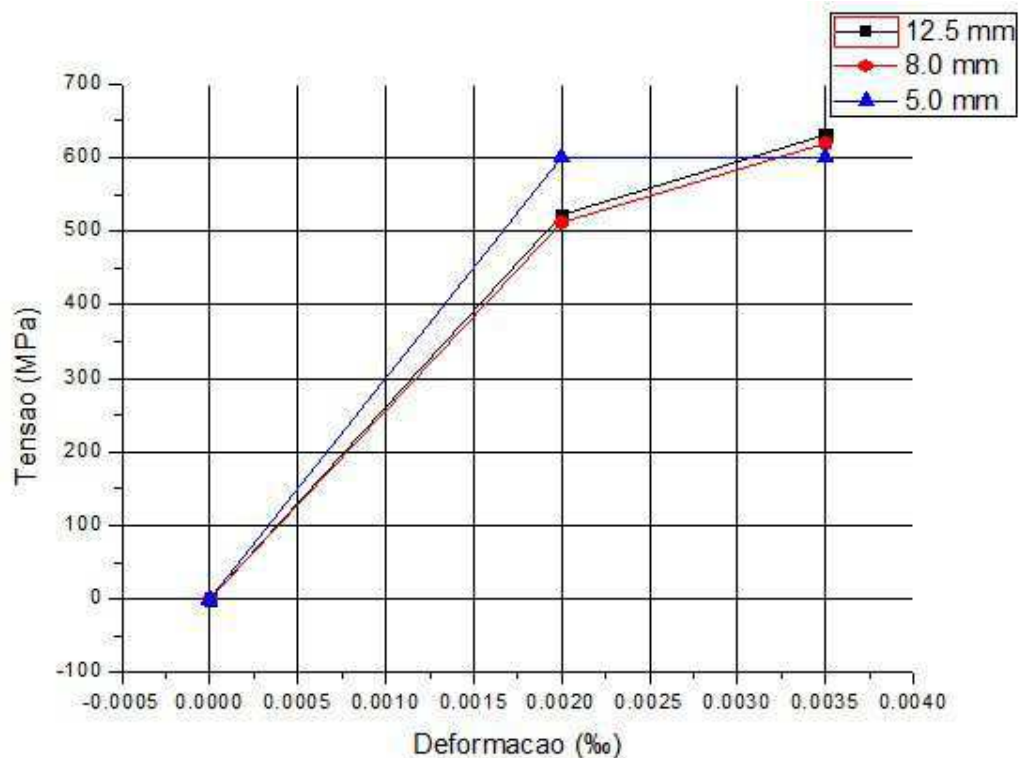


Fonte: Autor (2018).

### 3.1.2.2 Curva da tensão deformação das armaduras de aço teórica

Para traçar os gráficos da curva tensão x deformação, representado no Gráfico 2, foram utilizados dados experimentais dos ensaios de tração realizado por OURIQUES (2017). Na barra de 5.0 mm, devido à falta de dados experimentais, foi adotada uma tensão de escoamento de 600 MPa.

Gráfico 2 – Tensão x deformação das armaduras do modelo experimental.



Fonte: Autor (2018).

### 3.5.2.3 Malha e condições de contorno utilizadas

A escolha da malha utilizada está diretamente ligada à resolução do método dos elementos finitos e da convergência do resultado, bem como o poder computacional envolvido na análise. Por isso, foi escolhida a malha apresentada na Figura 21. Devido a simetria em relação ao eixo longitudinal, apenas metade do consolo foi modelada.

A análise foi feita com uma malha formada por elementos cúbicos na maior parte do modelo, porém na região inclinada do consolo foi necessário utilizar elementos prismáticos. As dimensões estão apresentadas na Tabela 4. Os elementos de barra utilizados para representar as armaduras do modelo experimental foram modelados utilizando os mesmos nós dos elementos *solid65* considerando uma aderência perfeita entre as barras e o concreto. Para

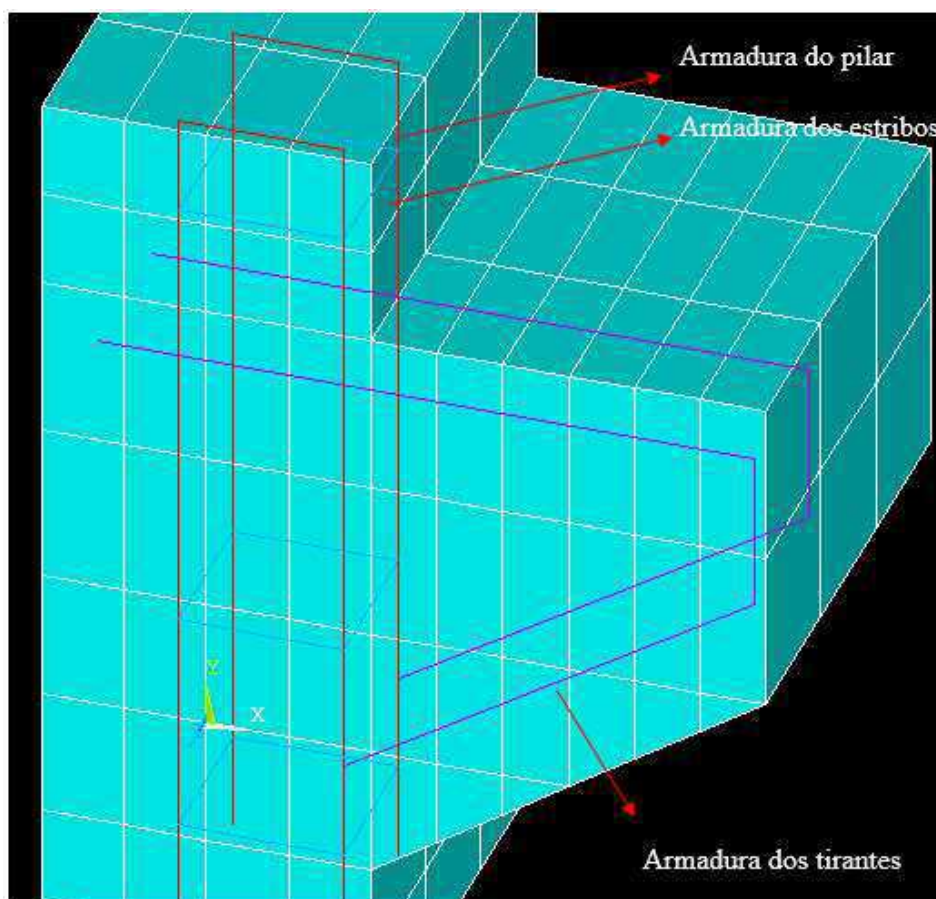
simular as condições de ensaio experimental de maneira mais realista, as cargas foram aplicadas em passos de carga e, quando necessário, os passos de carga foram aplicados em *substeps*, até que o modelo parasse de convergir, indicando seu rompimento por completo.

Tabela 4 - Dimensões dos elementos da malha.

Elemento	Base (mm)	Altura (mm)	Profundidade (mm)
1	25	30	50
2	25	40	50
3	20	50	50

Fonte: Autor (2018).

Figura 20 - Malha de elementos utilizada e elementos de barra da armadura.



Fonte: Autor (2018).

O modelo contém um total de 2994 graus de liberdade. A Tabela 5 apresenta a quantidade de elementos utilizados.



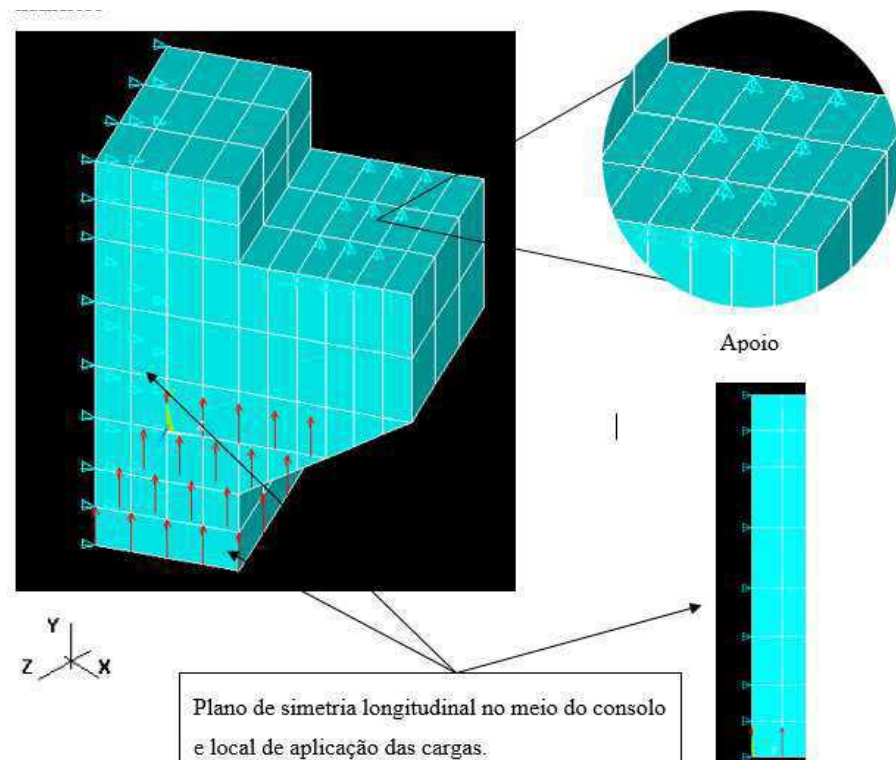
Tabela 5 - Quantidade de elementos utilizados na modelagem.

Elemento	Quantidade
<i>solid65</i>	219
<i>link8</i>	61

Fonte: Autor (2018).

O modelo experimental foi realizado posicionando o consolo de forma invertida (Figura 22), fazendo com que a carga fosse aplicada no pilar e os consolos fossem apoiados num apoio do primeiro gênero. Entre o apoio cilíndrico do suporte da prensa e os consolos, foi colocada uma faixa de borracha. No modelo numérico, foram colocados apoios de primeiro grau com restrição no eixo y. Para simular o apoio ao longo de toda a profundidade do modelo, as restrições foram aplicadas em 12 nós dos elementos, conforme Figura 21. Já no plano de simetria foi aplicada restrição no eixo perpendicular à simetria.

Figura 21 - Apoios e simetria do modelo numérico.



Fonte: Autor (2018).

Os apoios foram colocados a uma distância de início de 4 cm a partir da face externa do pilar e termino a 8 cm para que o centro do apoio ficasse igual ao modelo experimental, distando 6 cm da face externa do pilar garantindo a relação  $a/d$  adotada.

### 3.5.3 Modelo teórico segundo a ABNT NBR 9062:2006

A ABNT NBR 9062:2006 traz o cálculo do consolo muito curto pelo modelo do atrito-cisalhamento, desta forma a ruptura pode ocorrer pelo cisalhamento na interface do pilar com o consolo, onde a área de aço do tirante é determinada pela Equação 12.

$$A_{s,tir} = A_{sv} + \frac{Hd}{f_{yd}} \quad (12)$$

Como não se tem aplicação de carga horizontal, a área de aço do tirante será igual a área de aço das armaduras verticais, como se deseja saber o quanto de carga o modelo experimental suporta, logo deixando a Equação 12 em função da força  $F$  tem-se a Equação 13.

$$V_d = \frac{A_{s,tir} * f_{yd} * \mu}{(0,8)} \quad (13)$$

Onde,

$V_d$  é a força de ruína do consolo devido ao escoamento do tirante;

$A_{s,tir}$  é a área de aço do tirante;

$\mu$  é o coeficiente em função do tipo de ligação pilar x consolo;

$f_{yd}$  é a tensão de escoamento do aço, valor de cálculo.

Para o cálculo da biela comprimida, a ABNT NBR 9062:2006 possibilita determinar a força de ruína do consolo ( $F$ ) pelo rompimento da biela comprimida através da Equação 14.

$$F_{bie} = \frac{F}{\sin\theta}$$

$$f_{cd}b(l\sin\theta) = \frac{F}{\sin\theta}$$

$$F = f_{cd}b * 2(c - a - \phi - c_c)\sin^2\theta$$

$$F = \frac{2f_{cd}bd^2(c-\phi-c_c-a)}{d^2+(c-c_c-\phi)^2} \quad (14)$$

Onde,

$F$  é a ruína do consolo devido à ruptura da biela comprimida;

$f_{cd}$  é a resistência à compressão do concreto, valor de cálculo;

$b$  é a largura do consolo;

$c$  é o comprimento do consolo;

$\phi$  é o diâmetro da barra de ancoragem do tirante;

$c_c$  é o cobrimento de concreto na ponta do tirante.

De acordo com as Equações 13 e 14, foi calculada a resistência teórica do modelo experimental apresentado na Tabela 6.

Tabela 6 - Resumo das resistências utilizadas.

<b>Resistência pelo escoamento do tirante</b>	<b>Resistência pela ruptura da biela comprimida com fator de segurança</b>	<b>Resistência pela ruptura da biela comprimida sem fator de segurança</b>
313,29 kN	82,91 kN	116 kN

Fonte: Autor (2018).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o intuito de validar a modelagem adotada e descrita na metodologia, os resultados do modelo numérico foram comparados com os dados experimentais apresentados por Ouriques (2017) e com o dimensionamento segundo a ABNT NBR 9062:2006. No presente trabalho, foram utilizadas as duas formas de entrada de dados permitida pelo Ansys.

Os arquivos de entrada referentes à geração dos elementos, propriedades e condições de apoio estão listados no Anexo I. A carga foi aplicada no consolo em forma de passos de carga com incremento de 5% referente ao último passo aplicado, de forma que o quinto passo de carga se refere à carga de ruptura do modelo experimental e o último passo de carga foi a carga de ruptura teórica calculado segundo a norma, ultimando a tensão de compressão média ( $f_{cm}$ ). Os passos estão demonstrados na Tabela 7.

Tabela 7 - Passos de carga utilizado.

Passo	Carga (kN/nó)	Carga total (kN)
1	1,995	78,8
2	2,095	83,8
3	2,22	88,8
4	2,31	92,4
5	2,375	95,0
6	2,494	99,76
7	2,618	104,72
8	2,75	110,0
9	2,9	116,0

Fonte: Autor (2018).

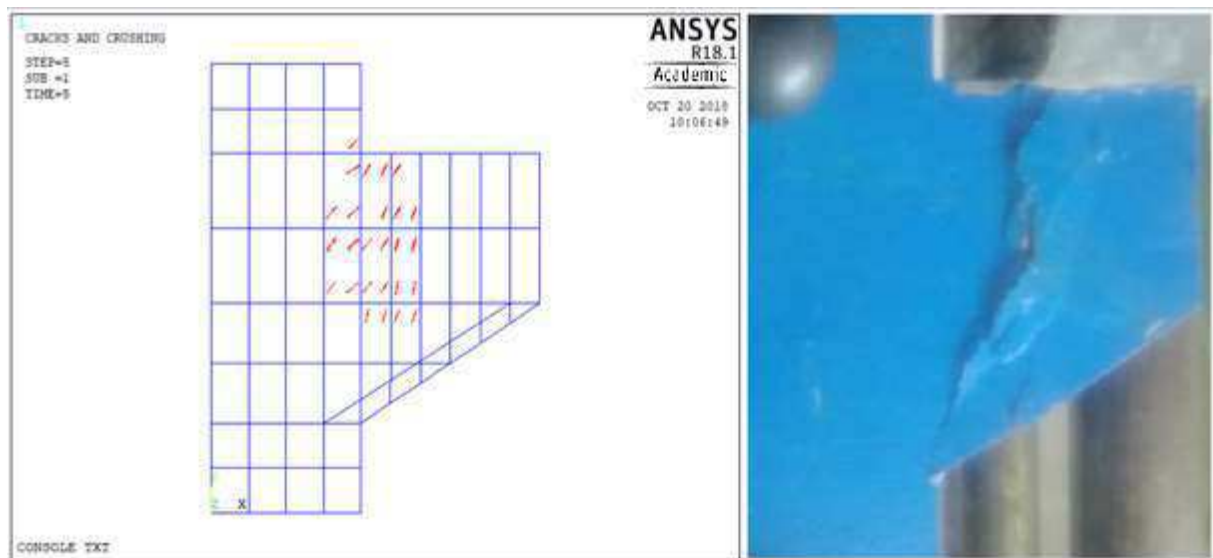
### 4.1 PADRÃO DE FISSURAÇÃO

Como foi utilizada a simetria no modelo numérico, onde apenas metade do consolo foi modelada, aplicou-se apenas metade da carga de ruptura do modelo experimental. Para a modelagem em questão, as cargas foram aplicadas nos 20 nós da base do consolo, portanto a carga de ruptura experimental foi dividida por 40, assim como a carga de ruptura da biela comprimida calculada por norma.

A Figura 22 apresenta uma comparação entre o quadro de fissuras do modelo experimental com o modelo numérico para a mesma carga aplicada, correspondente ao 5º passo de carga da Tabela 7. As fissuras observadas na modelagem numérica (linhas tracejadas em vermelho) mostram o mesmo padrão do modelo experimental e ao encontrado na literatura para ruptura por fendilhamento da biela comprimida.

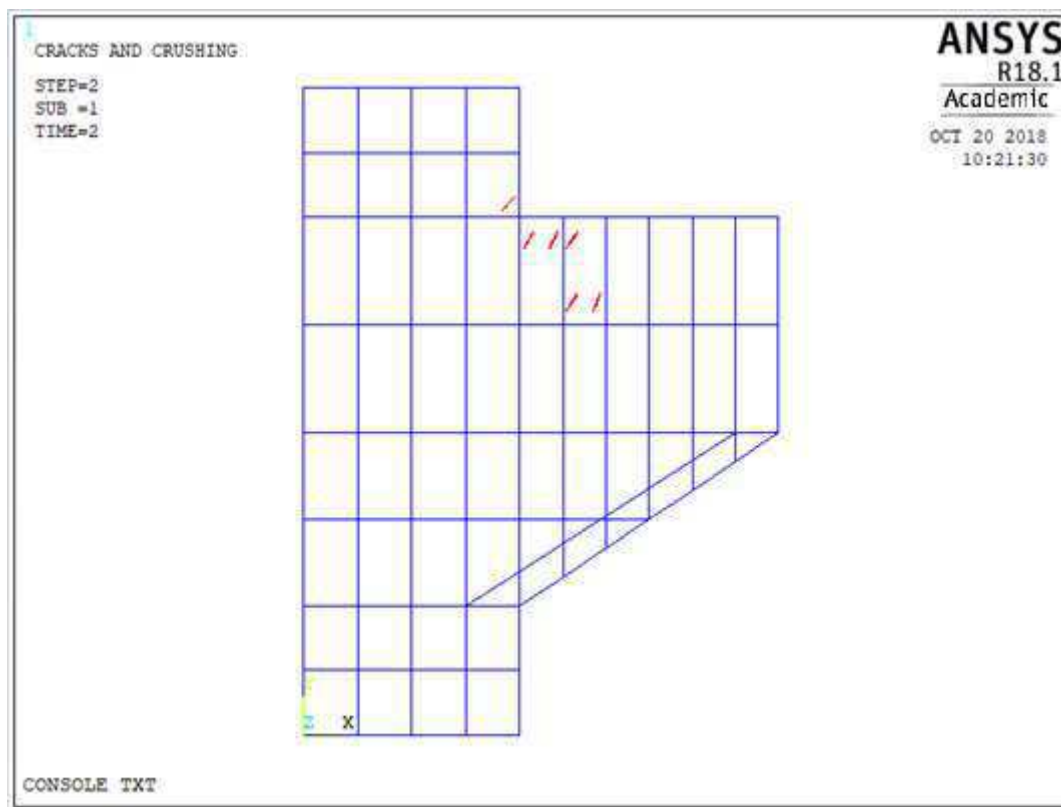
Quando aplicada a carga máxima, calculada segundo a norma brasileira, pode-se observar o início da formação de fissuras conforme apresentado na Figura 23. Essas fissuras não foram identificadas no modelo experimental uma vez que as primeiras fissuras foram visualizadas com a carga de 95kN.

Figura 22 – Comparação entre modelo de fissuração experimental e numérico.



Fonte: Autor (2018); Ouriques (2017).

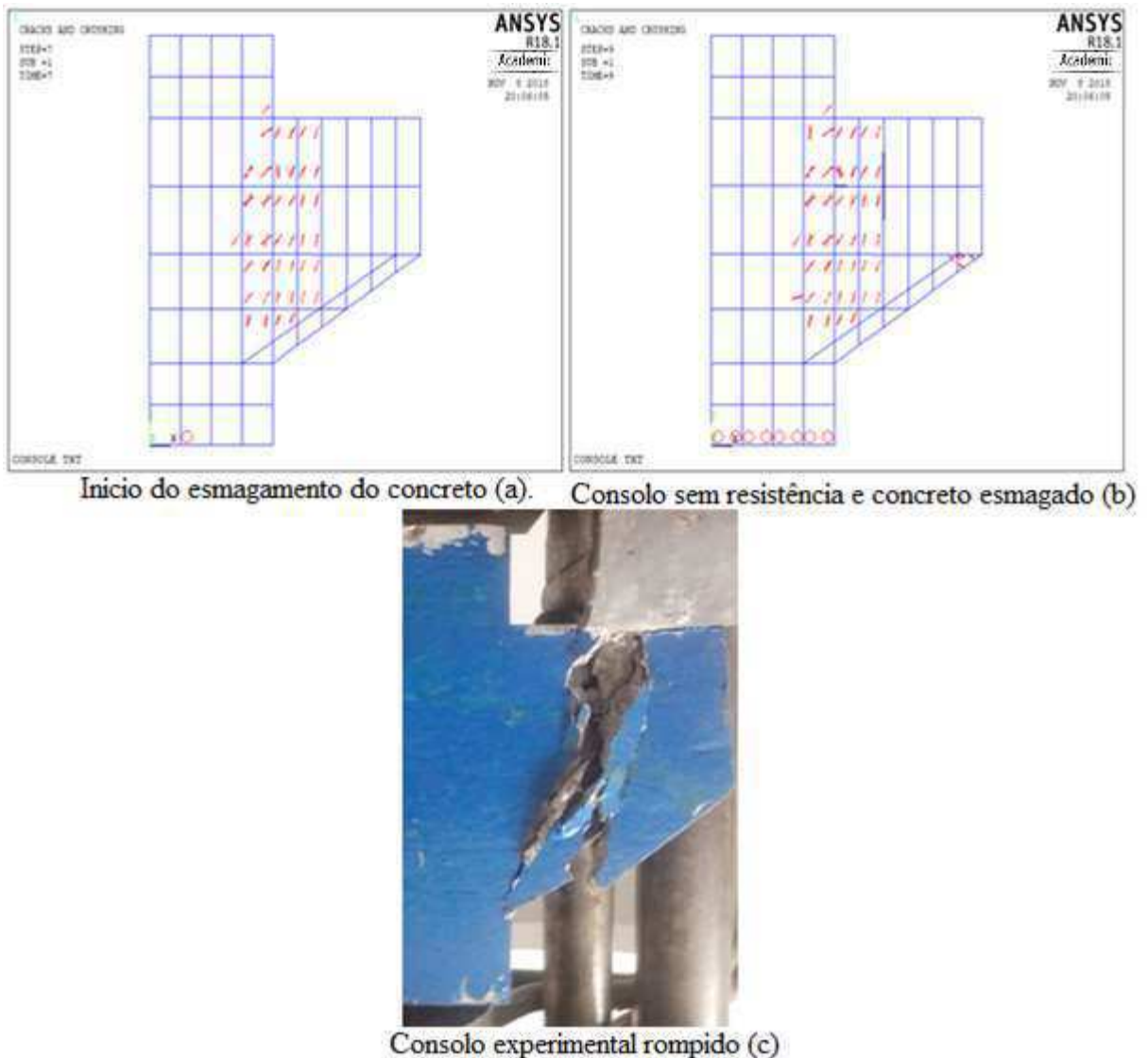
Figura 23 - Fissuras no modelo com aplicação da carga de rompimento segundo a ABNT NBR 9062:2006.



Fonte: Autor (2018).

A carga de ruptura do modelo numérico pode ser observada na aplicação do 7º passo de carga, referente a uma carga de 99,76 kN, pois na base do consolo se dá o início do esmagamento do concreto sendo indicado pelos círculos representados na Figura 24.a, apontando que o consolo já não resiste a novos incrementos de carga. Experimentalmente, essa situação verifica-se na Figura 24.c. Quando aplicadas cargas superiores, nota-se um aumento da região de esmagamento do concreto da base até que o modelo para de convergir, no 9º passo de carga, indicando que o consolo não suporta mais incrementos de carga, apresentado na Figura 24.b.

Figura 24 – Consolo experimental e numérico rompido.

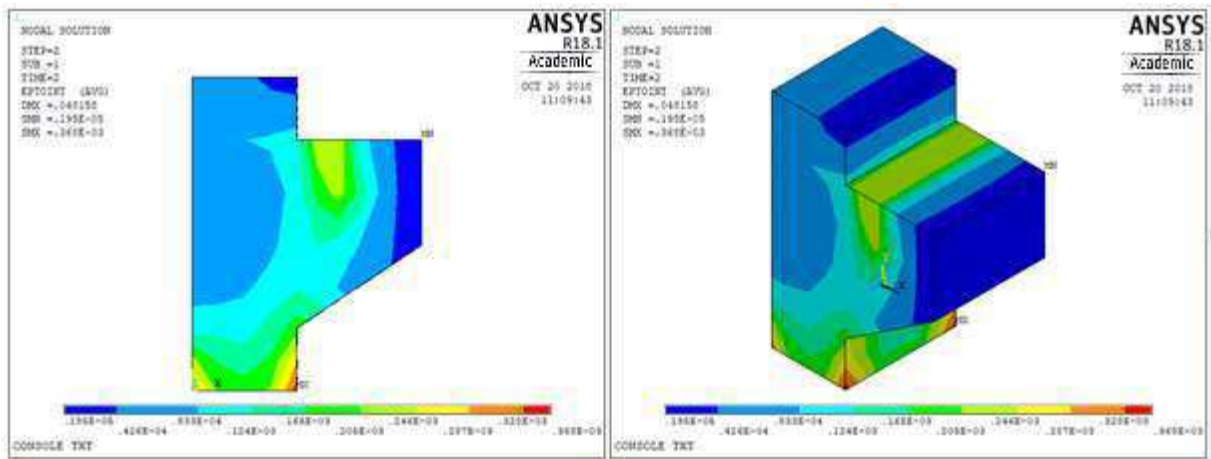


Fonte: Autor (2018).

#### 4.2 DEFORMAÇÃO MECÂNICA TOTAL E BIELA COMPRIMIDA

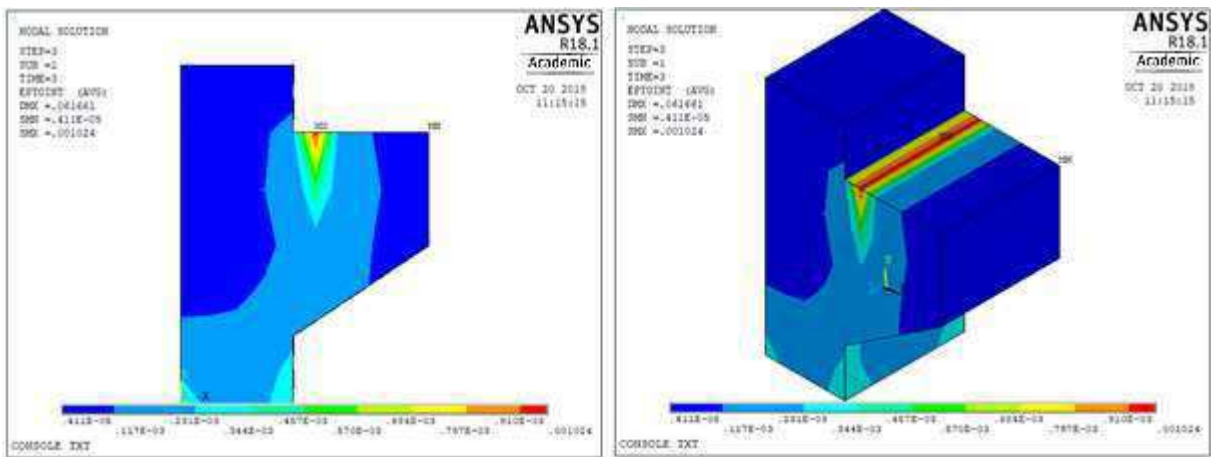
A Figura 25.a apresenta o início das fissuras pela aplicação da carga de ruptura, calculada pela norma ABNT NBR 9062:2006, confirmando o início do rompimento do consolo por fendilhamento da biela comprimida. Quando analisada a intensidade da deformação mecânica total (*total mechanical strain intensity*), para o passo de carga referente à força calculada teoricamente, pode-se observar que ainda não ocorreu o fendilhamento da biela comprimida e, a partir do 3º passo de carga o concreto, inicia a perda da resistência, ocorrendo o início do fendilhamento, percebido pelo excesso de deformação na região de apoio do consolo, conforme apresentado na Figura 25.b.

Figura 255.a – Deformação mecânica total antes do início do fendilhamento.



Fonte: Autor (2018).

Figura 25.b - Deformação mecânica total no início do fendilhamento.



Fonte: Autor (2018).

### 4.3 PADRÃO DE FISSURAÇÃO E CAMINHO DAS TENSÕES

Na Figura 26, foi analisado o caminho em que as tensões percorrem após a aplicação da força, relacionando-as com o ponto de aplicação, onde foi possível observar o quão assertivo é o método das bielas e tirantes.

Pode-se observar a formação da biela comprimida no 2º passo de carga (força máxima por norma, com coeficiente de segurança), representado na Figura 26.a. Em seguida, quando aplicada a carga de ruptura do modelo experimental, nota-se um estreitamento da biela comprimida, conforme Figura 26.b. Para cargas acima do 5º passo de carga, tem-se a formação bem definida da biela de compressão do consolo muito próximo a interface do pilar com o consolo, conforme Figura 26.c.



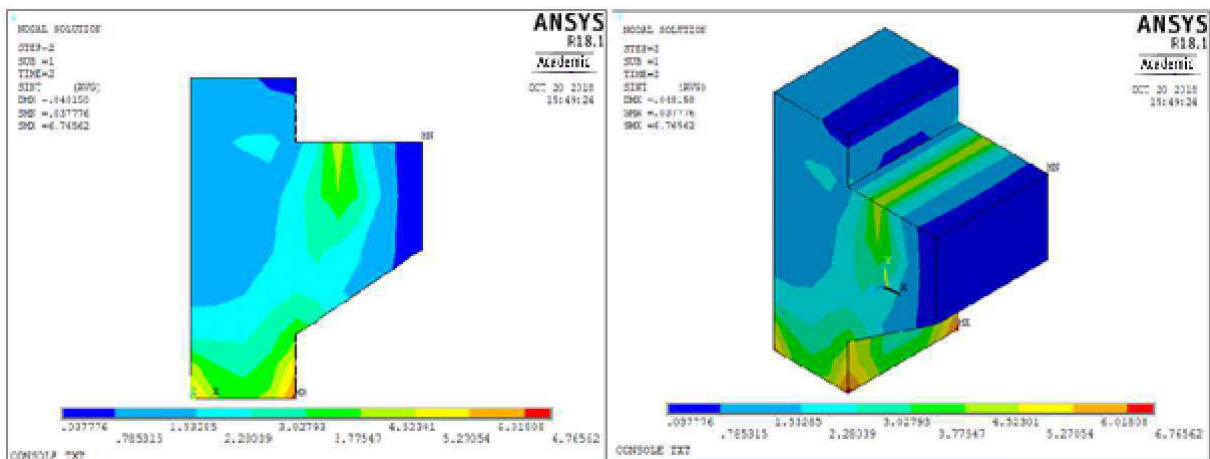
Na Tabela 8, é apresentado uma tabela comparativa entre a carga de fissuração e de rompimento para o modelo experimental e numérico.

Tabela 8 - Resumo das cargas de fissuração e ruptura do modelo experimental e numérico.

	Modelo experimental	Modelo teórico
Carga de fissuração (kN)	95,0	83,80
Carga de ruptura (kN)	95,0	99,76

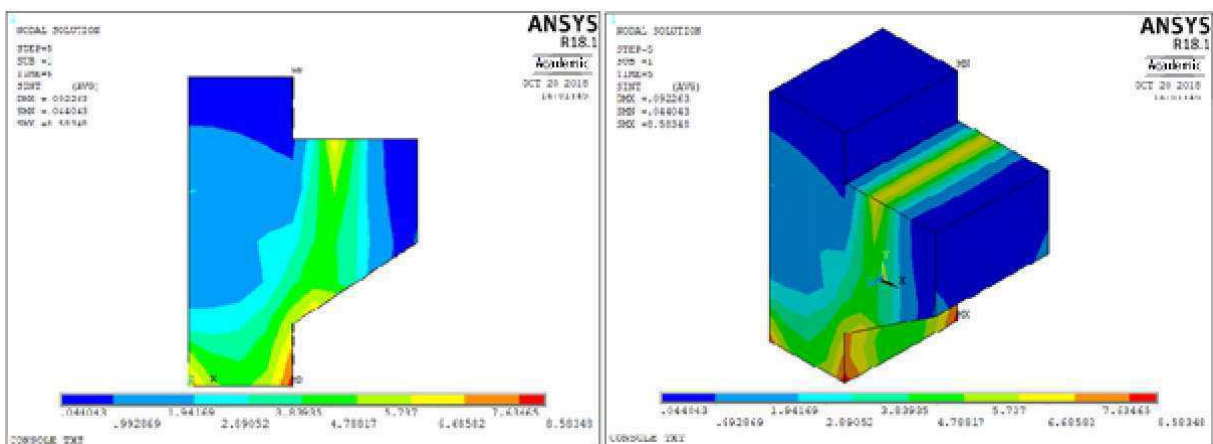
Fonte: Autor (2018).

Figura 266.a - Início da formação da biela comprimida.



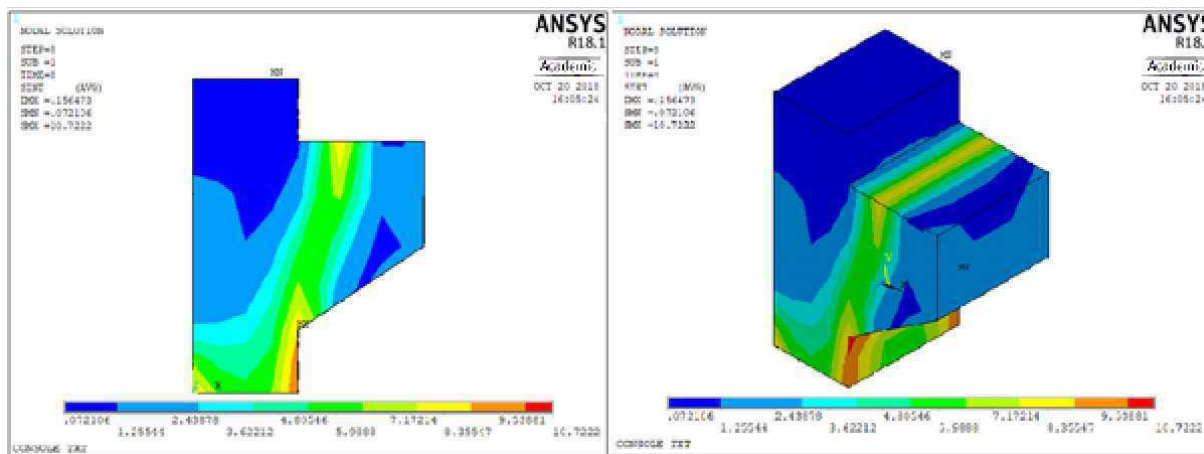
Fonte: Autor (2018).

Figura 26.b - Formação da biela comprimida.



Fonte: Autor (2018).

Figura 26.c - Biela comprimida bem definida (8º passo de carga).



Fonte: Autor (2018).

## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho buscou desenvolver uma estratégia para validar uma modelagem numérica pelo Método dos Elementos Finitos através do software ANSYS que fosse o mais próximo possível do modelo experimental e dos valores teóricos calculados pela norma vigente no Brasil, principalmente no que tange ao modo de fissuração do consolo.

### 5.1 CONCLUSÕES

A validação da modelagem se deu por comparação entre os dados experimentais e o modelo numérico formulado, avaliando o panorama das fissuras, caminho das tensões e deformação mecânica total, permitindo concluir que:

- O comportamento computacional, quando aplicada a mesma carga de ruptura do modelo experimental, mostrou-se similar ao consolo ensaiado por Ouriques (2017), apresentando fissuras com panorama próximo ao rompimento por fendilhamento da biela comprimida e, com o aumento da carga, apareceram fissuras pelo efeito do cisalhamento. Assim, confirmou-se o comportamento similar ao modelo experimental ensaiado por Ouriques (2017), que rompeu por fendilhamento da biela comprimida, e as teorias dos estudos de diversos autores, tais como: Yassin et al (2015), El Debs (2005), Torres (1998), Leonhardt e Mönning (1978) que afirmam que consolos muito curtos rompem por cisalhamento;
- O início da fissuração ocorreu quando a força aplicada ultrapassou a força de compressão máxima calculada pela ABNT NBR 6092:2006, validando o modelo da norma brasileira;
- As primeiras fissuras são apresentadas no modelo numérico com uma carga menor do que as primeiras fissuras observadas no modelo experimental, indicando que as fissuras, provavelmente, não foram detectadas a olho nu;
- Quando analisado o caminho de tensões apresentado no consolo, foi observada a formação da biela comprimida, porém muito próxima à interface do consolo com o pilar, levando a um rompimento misto, tanto por cisalhamento como fendilhamento da biela comprimida, e confirmando o que Costa (2009) afirma sobre a dificuldade de definir o modo de ruptura dos consolos, sendo validado o modelo de cálculo do atrito-cisalhamento para o modelo em questão.

## 5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Fazer uma modelagem numérica dos consolos com a adição de fibras e comparar com o modelo apenas com armadura de tirante;
- Fazer uma análise numérica com outros elementos que não seguem as teorias de vigas como Dente Gerber e Viga-parede;
- Fazer uma modelagem numérica considerando a aderência entre a armadura e o concreto;
- Aplicar a metodologia utilizada para consolos curtos e longos com adição de fibras e sem fibras;
- Fazer uma modelagem de consolos com o caso de forças horizontais, a exemplo de forças decorrente de ponte rolante.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Committee 318, **Building Code Requirements for Structural Concrete**, ACI 318-02, Detroit, USA, 2008.

ANSYS 5.5 Theory Reference Manual. KOHNKE, P. editor. 8º ed. 1998. Academic version.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2006.

BONO, G. F. F. **Modelos Constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 208 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

CARVALHO, D. C. S. et al. **Análise computacional de consolos de concreto armado de alta resistência**. In: CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, Brasília, nov. 2016.

COSTA, J. B. A. **Estudo experimental de consolos de concreto com fibras moldados em etapas distintas dos pilares**, 124 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

DA SILVA, A. P. N., ARAÚJO, D. L., OLIVEIRA, E.M., TENÓRIO, H.O. **Comparação entre modelos de cálculo de consolos para estruturas de concreto pré-moldado**. Caderno de Estruturas de São Carlos, v. 15, n. 64, p. 17-30, 2013.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: Fundamentos e aplicações**. 1. ed. São Carlos: EESC-USP, 2000, 441 p.

FERNANDES, R. M.: EL DEBS, M. K. **Análise da capacidade resistente de consolos de concreto armado considerando a contribuição da armadura de costura**. Caderno de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 7, n. 25, p.103-128, 2005.

GOULART, J. D. **Análise numérica de vigas de concreto armado reforçadas com compósito contendo fibras de juta através do método dos elementos finitos.** 83 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2015.

LEONHARDT, F., MÖNNING, E – **Construções de Concreto**, Vol. 1. Rio de Janeiro, 1978.

NOGUEIRA, C. G. et al. **Modelo para análise não-linear de estruturas de concreto armado usando o método dos elementos finitos.** In: SIMPÓSIO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL, São João Del-Rei, maio 2010.

OLIVEIRA, E. M. **Consolos de concreto moldado em duas etapas: Influência do tratamento da interface e da adição de fibras de aço.** 155 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2012

OURIQUES, R. Y. **Estudo experimental de consolos muito curtos de concreto reforçado com fibras de aço.** 88 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2017.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE – PCI (2010). **PCI Design Handbook.** 7<sup>th</sup> Edition.

SILVA, E. M. O. **Análise da abertura de junta e adição de fibras de aço em consolos confeccionados em etapa distinta do pilar.** 169 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2015.

SOUZA, M. B. S. **Modelagem numérica de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.** 183 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2006.

SIMPLÍCIO, M. A. S. **Estudo sobre a aderência entre barras de aço e concreto reforçado com fibras.** 263 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2008.

TORRES, F. M. **Análise teórico-experimental de consolos de concreto armado.** 111 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

YASSIN, L. A. G., SAYHOOD, E. K., HASAN, Q. A. M. **Reinforced Concrete Corbels – State of the Art.** Journal of Materials and Engineering Structures, n 2, 180–204, 2015.

## ANEXO

/PREP7  
/TITLE,CONSOLE TXT

antype,static

/MODELAGEM DO CONSOLO M1

!DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA

/COM NÓS DOS ELEMENTOS DE CONCRETO

N,1,0,0,0

N,2,25,0,0

N,3,50,0,0

N,4,75,0,0

N,5,100,0,0

NGEN,3,5,1,5,,,30,,

NGEN,3,5,11,15,,,40,,

NGEN,3,5,21,25,,,50,,

NGEN,3,5,31,35,,,30,,

N,46,120,73.3333,0

N,47,140,86.6667,0

N,48,160,100,0

N,49,180,113.3333,0

N,50,200,126.6667,0

N,51,120,100,0

N,52,140,100,0

N,53,120,140,0

N,54,140,140,0

N,55,160,140,0

N,56,180,140,0

N,57,200,140,0

N,58,220,140,0

NGEN,3,6,53,68,,,50,,

NGEN,4,70,1,70,,,50

et,1,solid65

keyopt,1,7,1

r,1

mp,ex,1,23809

mp,nuxy,1,0.2

tb,miso,1,1,21

tbpt,DEFI,0,0

tbpt,DEFI,0.0001,2.3809



tbpt,DEFI,0.0002,4.523  
tbpt,DEFI,0.0003,6.607  
tbpt,DEFI,0.0004,8.57106  
tbpt,DEFI,0.0005,10.416  
tbpt,DEFI,0.0006,12.142  
tbpt,DEFI,0.0007,13.749  
tbpt,DEFI,0.0008,15.237  
tbpt,DEFI,0.0009,16.606  
tbpt,DEFI,0.001,17.856  
tbpt,DEFI,0.0011,18.988  
tbpt,DEFI,0.0012,19.999  
tbpt,DEFI,0.0013,20.892  
tbpt,DEFI,0.0014,21.666  
tbpt,DEFI,0.0015,22.320  
tbpt,DEFI,0.002,23.808  
tbpt,DEFI,0.0025,23.809  
tbpt,DEFI,0.003,23.809  
tbpt,DEFI,0.0035,23.809  
tbpt,DEFI,0.003501,0  
tb,concr,1  
tbdata,1,0.15,0.98,2.77,23.808  
/com elemento 1  
type,1  
real,1  
mat,1  
E,1,2,7,6,71,72,77,76  
E,2,3,8,7,72,73,78,77  
E,3,4,9,8,73,74,79,78  
E,4,5,10,9,74,75,80,79  
E,6,7,12,11,76,77,82,81  
E,7,8,13,12,77,78,83,82  
E,8,9,14,13,78,79,84,83  
E,9,10,15,14,79,80,85,84  
E,11,12,17,16,81,82,87,86  
E,12,13,18,17,82,83,88,87  
E,13,14,19,18,83,84,89,88  
E,14,15,20,19,84,85,90,89  
E,16,17,22,21,86,87,92,91  
E,17,18,23,22,87,88,93,92

E,18,19,24,23,88,89,94,93  
E,19,20,25,24,89,90,95,94  
E,21,22,27,26,91,92,97,96  
E,22,23,28,27,92,93,98,97  
E,23,24,29,28,93,94,99,98  
E,24,25,30,29,94,95,100,99  
E,26,27,32,31,96,97,102,101  
E,27,28,33,32,97,98,103,102  
E,28,29,34,33,98,99,104,103  
E,29,30,35,34,99,100,105,104  
E,31,32,37,36,101,102,107,106  
E,32,33,38,37,102,103,108,107  
E,33,34,39,38,103,104,109,108  
E,34,35,40,39,104,105,110,109  
E,36,37,42,41,106,107,112,111  
E,37,38,43,42,107,108,113,112  
E,38,39,44,43,108,109,114,113  
E,39,40,45,44,109,110,115,114  
E,15,46,51,20,85,116,121,90  
E,20,51,53,25,90,121,123,95  
E,25,53,59,30,95,123,129,100  
E,30,59,65,35,100,129,135,105  
E,46,47,52,51,116,117,122,121  
E,51,52,54,53,121,122,124,123  
E,53,54,60,59,123,124,130,129  
E,59,60,66,65,129,130,136,135  
E,47,48,52,52,117,118,122,122  
E,52,48,55,54,122,118,125,124  
E,54,55,61,60,124,125,131,130  
E,60,61,67,66,130,131,137,136  
E,48,49,56,55,118,119,126,125  
E,55,56,62,61,125,126,132,131  
E,61,62,68,67,131,132,138,137  
E,49,50,57,56,119,120,127,126  
E,56,57,63,62,126,127,133,132  
E,62,63,69,68,132,133,139,138  
E,50,58,57,57,120,128,127,127  
E,57,58,64,63,127,128,134,133  
E,63,64,70,69,133,134,140,139

E,71,72,77,76,141,142,147,146  
E,72,73,78,77,142,143,148,147  
E,73,74,79,78,143,144,149,148  
E,74,75,80,79,144,145,150,149  
E,76,77,82,81,146,147,152,151  
E,77,78,83,82,147,148,153,152  
E,78,79,84,83,148,149,154,153  
E,79,80,85,84,149,150,155,154  
E,81,82,87,86,151,152,157,156  
E,82,83,88,87,152,153,158,157  
E,83,84,89,88,153,154,159,158  
E,84,85,90,89,154,155,160,159  
E,86,87,92,91,156,157,162,161  
E,87,88,93,92,157,158,163,162  
E,88,89,94,93,158,159,164,163  
E,89,90,95,94,159,160,165,164  
E,91,92,97,96,161,162,167,166  
E,92,93,98,97,162,163,168,167  
E,93,94,99,98,163,164,169,168  
E,94,95,100,99,164,165,170,169  
E,96,97,102,101,166,167,172,171  
E,97,98,103,102,167,168,173,172  
E,98,99,104,103,168,169,174,173  
E,99,100,105,104,169,170,175,174  
E,101,102,107,106,171,172,177,176  
E,102,103,108,107,172,173,178,177  
E,103,104,109,108,173,174,179,178  
E,104,105,110,109,174,175,180,179  
E,106,107,112,111,176,177,182,181  
E,107,108,113,112,177,178,183,182  
E,108,109,114,113,178,179,184,183  
E,109,110,115,114,179,180,185,184  
E,85,116,121,90,155,186,191,160  
E,90,121,123,95,160,191,193,165  
E,95,123,129,100,165,193,199,170  
E,100,129,135,105,170,199,205,175  
E,116,117,122,121,186,187,192,191  
E,121,122,124,123,191,192,194,193  
E,123,124,130,129,193,194,200,199

E,129,130,136,135,199,200,206,205  
E,117,118,122,122,187,188,192,192  
E,122,118,125,124,192,188,195,194  
E,124,125,131,130,194,195,201,200  
E,130,131,137,136,200,201,207,206  
E,118,119,126,125,188,189,196,195  
E,125,126,132,131,195,196,202,201  
E,131,132,138,137,201,202,208,207  
E,119,120,127,126,189,190,197,196  
E,126,127,133,132,196,197,203,202  
E,132,133,139,138,202,203,209,208  
E,120,128,127,127,190,198,197,197  
E,127,128,134,133,197,198,204,203  
E,133,134,140,139,203,204,210,209  
E,141,142,147,146,211,212,217,216  
E,142,143,148,147,212,213,218,217  
E,143,144,149,148,213,214,219,218  
E,144,145,150,149,214,215,220,219  
E,146,147,152,151,216,217,222,221  
E,147,148,153,152,217,218,223,222  
E,148,149,154,153,218,219,224,223  
E,149,150,155,154,219,220,225,224  
E,151,152,157,156,221,222,227,226  
E,152,153,158,157,222,223,228,227  
E,153,154,159,158,223,224,229,228  
E,154,155,160,159,224,225,230,229  
E,156,157,162,161,226,227,232,231  
E,157,158,163,162,227,228,233,232  
E,158,159,164,163,228,229,234,233  
E,159,160,165,164,229,230,235,234  
E,161,162,167,166,231,232,237,236  
E,162,163,168,167,232,233,238,237  
E,163,164,169,168,233,234,239,238  
E,164,165,170,169,234,235,240,239  
E,166,167,172,171,236,237,242,241  
E,167,168,173,172,237,238,243,242  
E,168,169,174,173,238,239,244,243  
E,169,170,175,174,239,240,245,244  
E,171,172,177,176,241,242,247,246

E,172,173,178,177,242,243,248,247  
E,173,174,179,178,243,244,249,248  
E,174,175,180,179,244,245,250,249  
E,176,177,182,181,246,247,252,251  
E,177,178,183,182,247,248,253,252  
E,178,179,184,183,248,249,254,253  
E,179,180,185,184,249,250,255,254  
E,155,186,191,160,225,256,261,230  
E,160,191,193,165,230,261,263,235  
E,165,193,199,170,235,263,269,240  
E,170,199,205,175,240,269,275,245  
E,186,187,192,191,256,257,262,261  
E,191,192,194,193,261,262,264,263  
E,193,194,200,199,263,264,270,269  
E,199,200,206,205,269,270,276,275  
E,187,188,192,192,257,258,262,262  
E,192,188,195,194,262,258,265,264  
E,194,195,201,200,264,265,271,270  
E,200,201,207,206,270,271,277,276  
E,188,189,196,195,258,259,266,265  
E,195,196,202,201,265,266,272,271  
E,201,202,208,207,271,272,278,277  
E,189,190,197,196,259,260,267,266  
E,196,197,203,202,266,267,273,272  
E,202,203,209,208,272,273,279,278  
E,190,198,197,197,260,268,267,267  
E,197,198,204,203,267,268,274,273  
E,203,204,210,209,273,274,280,279  
/com elemento armadura do tirante N1 - 12.5mm  
et,2,link8  
r,2,125  
mp,ex,2,25575  
tb,miso,2,1,7  
tbpt,DEFI,0,0  
tbpt,DEFI,0.002,511.5  
tbpt,DEFI,0.035,619.5  
type,2  
real,2  
mat,2

/com geração do elemento

e,84,127

e,127,133

e,133,96

e,154,197

e,197,203

e,203,166

/com elemento do pilar N3 - 10.0

et,3,link8

r,3,78.54

mp,ex,3,261000

tb,miso,3,1,7

tbpt,DEFI,0,0

tbpt,DEFI,0.002,522

tbpt,DEFI,0.035,630.5

type,3

real,3

mat,3

/com geração do elemento

E,74,79

E,79,84

E,84,89

E,89,94

E,94,99

E,99,104

E,104,109

E,109,108

E,108,107

E,144,149

E,149,154

E,154,159

E,159,164

E,164,169

E,169,174

E,174,179

E,179,178

E,178,177

E,72,77

E,77,82

E,82,87  
E,87,92  
E,92,97  
E,97,102  
E,102,107  
E,107,108  
E,108,109  
E,142,147  
E,147,152  
E,152,157  
E,157,162  
E,162,167  
E,167,172  
E,172,177  
E,177,178  
E,178,179  
/com estribos 5.0  
et,4,link8  
r,4,20  
mp,ex,4,210000  
tb,miso,4,1,7  
tbpt,DEFI,0,0  
tbpt,DEFI,0.001,200  
tbpt,DEFI,0.032,640  
tbpt,defi,0.0036,660  
tbpt,defi,0.0056,718.1  
tbpt,defi,0.012,788  
type,4  
real,4  
mat,4  
/com geração dos elementos  
e,77,78  
e,78,79  
e,79,149  
e,149,148  
e,148,147  
e,147,77  
  
e,87,88

e,88,89  
e,89,159  
e,159,158  
e,158,157  
e,157,87

e,102,103  
e,103,104  
e,104,174  
e,174,173  
e,173,172  
e,172,102

/com displacements

D,1,UX  
D,6,UX  
D,11,UX  
D,16,UX  
D,21,UX  
D,26,UX  
D,31,UX  
D,36,UX  
D,41,UX  
D,71,UX  
D,76,UX  
D,81,UX  
D,86,UX  
D,91,UX  
D,96,UX  
D,101,UX  
D,106,UX  
D,111,UX  
D,141,UX  
D,146,UX  
D,151,UX  
D,156,UX  
D,161,UX  
D,166,UX  
D,171,UX



D,176,UX  
D,181,UX  
D,211,UX  
D,216,UX  
D,221,UX  
D,226,UX  
D,231,UX  
D,236,UX  
D,241,UX  
D,246,UX  
D,251,UX  
D,66,UY  
D,67,UY  
D,68,UY  
D,136,UY  
D,137,UY  
D,138,UY  
D,206,UY  
D,207,UY  
D,208,UY  
D,276,UY  
D,277,UY  
D,278,UY