



Universidade Federal de Campina Grande  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Arthur Francisco Andrade

Dissertação de Mestrado

Análise do Desempenho de Transformadores frente a  
Curtos-circuitos Empregando Simulações Computacionais

Campina Grande – PB

Fevereiro – 2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

# Análise do Desempenho de Transformadores frente a Curtos-circuitos Empregando Simulações Computacionais

Arthur Francisco Andrade

*Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre em Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Processamento de Energia

Orientador:

Prof. Edson Guedes da Costa, D. Sc.

Campina Grande – PB

Fevereiro – 2019

A553a

Andrade, Arthur Francisco.

Análise do desempenho de transformadores frente a curtos-circuitos empregando simulações computacionais / Arthur Francisco Andrade. – Campina Grande, 2019.

89 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2019.

"Orientação: Prof. Dr. Edson Guedes da Costa".

Referências.

1. Transformadores de Potência - Curtos-Circuitos. 2. Processamento de Energia. 3. Elevação de Temperatura. 4. Esforços Eletromecânicos. 5. Simulações Computacionais. I. Costa, Edson Guedes da. II. Título.

CDU 621.314.222(043)

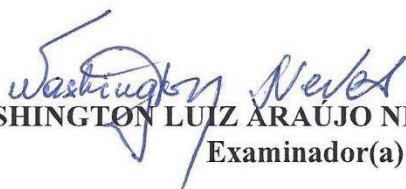
**"ANÁLISE DO DESEMPENHO DE TRANSFORMADORES FRENTE A CURTOS-  
CIRCUITOS EMPREGANDO SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS"**

**ARTHUR FRANCISCO ANDRADE**

**DISSERTAÇÃO APROVADA EM 25/02/2019**



**EDSON GUEDES DA COSTA, D.Sc., UFCG**  
Orientador(a)



**WASHINGTON LUIZ ARAUJO NEVES, Ph.D., UFCG**  
Examinador(a)



**EDGAR ROOSEVELT BRAGA FILHO, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)



**GEORGE ROSSANY SOARES DE LIRA, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)

**CAMPINA GRANDE - PB**

# Agradecimentos

Agradeço a Deus, Aquele que criou todas as coisas e nos concede o dom da vida.

A minha mãe Dilza e a minha irmã Ângela, pelo carinho e cuidado.

A meu orientador, prof. Edson Guedes, pela amizade e instrução, por me ajudar a pensar mais alto e ser um exemplo para mim durante esses quase seis anos de convivência.

Aos colegas do laboratório do Laboratório de Alta Tensão, pelo companheirismo e amizade, em especial a amiga Helem Monyelle.

Aos colegas de curso Saul Medeiros e Harrison Batista, pela companhia e amizade.

A Filipe e Jalberth, pelo suporte fornecido e discussões que vieram a contribuir com a elaboração deste trabalho.

A João Pedro, Clarice e Cynthia pela amizade, discussões, auxílio com algumas das simulações e com a revisão do texto.

Aos membros da comissão examinadora, pela disponibilidade em participar na avaliação deste trabalho e pelas valiosas contribuições fornecidas.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES).

*“[...] se alguém cuida saber alguma coisa, ainda não sabe  
como convém saber.”*

*1 Coríntios 8:2”*

## Resumo

Este trabalho avalia o desempenho de transformadores de potência frente a forças magnéticas provocadas por curto-circuito. A influência da temperatura, tipo de conexão e geometria atribuída aos enrolamentos sobre os esforços mecânicos foi analisada por meio de simulações computacionais. Inicialmente, com o objetivo de avaliar a influência dos fenômenos térmicos, foi calculada a elevação de temperatura dos enrolamentos durante o curto-circuito. Em seguida, simulações de esforços mecânicos considerando a variação da temperatura inicial dos enrolamentos foram realizadas. Forças magnéticas e o máximo estresse principal foram calculados. Posteriormente, foi feita uma análise comparativa dos circuitos e dos estresses de curto-circuito em um transformador e no autotransformador equivalente. Por fim, visando analisar a eficácia computacional e exatidão de diferentes representações geométricas de enrolamento, geometrias 3D e 2D de revolução foram simuladas e comparadas. Os resultados das simulações com variação da temperatura indicam que o máximo estresse principal aumenta com a elevação da temperatura do enrolamento. Também foi constatado que os estresses mecânicos de curto-circuito são maiores para um autotransformador, neste caso atingindo 231% com relação ao transformador. As análises das representações geométricas indicaram que o emprego de representações menos detalhadas subestima a densidade de força magnética nos condutores e as forças axiais.

*Palavras-chave:* Curtos-circuitos, elevação de temperatura, esforços eletromecânicos, simulações computacionais, transformadores de potência.

# Abstract

This work deals with the performance evaluation of power transformers against short-circuit magnetic forces. The influence of temperature, type of connection and level of geometric detail attributed to the winding simulation were analyzed by computer simulations. Initially, with the objective of evaluating the influence of the thermal phenomena, the temperature rise of the windings during short circuit was calculated. Then, simulations of mechanical stresses considering variation of the windings initial temperature were performed. Magnetic forces and maximum stresses were calculated. Subsequently, a comparative analysis of the circuits and short-circuit stresses was carried out on a transformer and on the equivalent autotransformer. Finally, in order to analyze the computational efficiency and accuracy of different geometric winding models, 3D and 2D axisymmetric geometric representations were simulated and compared. The results of the simulations with temperature variation indicate that the maximum main stress increases with the increase in winding temperature. It has also been confirmed that mechanical short-circuit stresses are higher for an equivalent autotransformer, in this case reaching 231% with respect to the transformer. The analysis of the geometric models indicated that the use of less detailed representations underestimates the magnetic force density in the conductors and the axial forces.

*Key-words:* Computer simulations, electromechanical stresses, short-circuits, power transformers, temperature rise.



## Lista de Ilustrações

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Colapso de um enrolamento devido a forças radiais (a) e efeitos de curtos-circuitos interno causados por deterioração do isolamento (b). ..... | 2  |
| Figura 2 – Um transformador de potência típico e seus principais componentes.   | 6  |
| Figura 3 – Fotografias de enrolamentos tipo (a) panqueca e (b) disco.....   | 6  |
| Figura 4 – Campo magnético e linhas de fluxo evidenciando a existência do fluxo de dispersão em um transformador.....                                     | 7  |
| Figura 5 – Circuito utilizado para o cálculo da corrente de curto-circuito. ....  | 8  |
| Figura 6 – Fator de assimetria em função do ângulo da tensão e razão X/R do circuito.....   | 10 |
| Figura 7 – Exemplo de corrente de curto-circuito.....   | 10 |
| Figura 8 – Fluxo de dispersão e forças eletromagnéticas nos enrolamentos.....   | 12 |
| Figura 9 – (a) Diagrama ilustrativo de um ensaio de estresse-deformação e (b) curva estresse-deformação típica (b).....                                   | 17 |
| Figura 10 – Ilustração do efeito de Poisson, em que uma tração na direção x reduz as dimensões do objeto nas direções y e z.....                          | 18 |
| Figura 11 – Diagrama de estresses coordenados.....  | 19 |
| Figura 12 – Representações gráficas dos transformadores analisados. ....  | 33 |
| Figura 13 – Malha de elementos finitos construída para o transformador B. ....  | 37 |
| Figura 14 – Curva obtida para a estimação do módulo de elasticidade em função da temperatura.....   | 39 |
| Figura 15 – Calor específico do cobre em função da temperatura. ....  | 42 |
| Figura 16 – Elevação de temperatura estimada por meio dos três métodos. ....  | 43 |
| Figura 17 – Elevação de temperatura em função da temperatura média inicial do enrolamento.....  | 46 |
| Figura 18 – Máximo estresse principal calculado em função da temperatura para os transformadores (a) A e (b) B.....                                       | 49 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 19 – Primeiro estresse principal, em MPa, nos enrolamentos dos transformadores (a) A e (b) B.....  | 51 |
| Figura 20 – Ligações de enrolamentos monofásicos como (a) transformador e (b) autotransformador.....  | 52 |
| Figura 21 – Força magnética na altura média dos enrolamentos durante o pico do curto-circuito.....  | 54 |
| Figura 22 – Representações de enrolamentos analisadas: (a) sólido, (b) discos e (c) condutores individuais. ....  | 56 |
| Figura 23 – Detalhe do enrolamento representado por condutores individuais..  | 57 |
| Figura 24 – Distribuição de campo magnético durante o pico durante o curto-circuito calculada para as representações geométricas (a), (b), (c) e (d)..... | 59 |
| Figura 25 – Retas escolhidas para análise de campo e forças magnéticas.....   | 60 |
| Figura 26 – Campo magnético ao longo da reta da Figura 25a para as representações analisadas. ....  | 60 |
| Figura 27 – Força radial ao longo da reta da Figura 25a para as representações analisadas.....  | 61 |
| Figura 28 – Campo magnético ao longo da reta da Figura 25b para as representações analisadas. ....  | 62 |
| Figura 29 – Campo magnético ao longo da reta da Figura 25c para as representações analisadas. ....  | 63 |
| Figura 30 – Força magnética ao longo da reta da Figura 25d para as representações analisadas. ....  | 64 |

## Lista de Tabelas

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 – Contribuições dos trabalhos correlatos.....   | 30 |
| Tabela 2 – Detalhes construtivos dos transformadores .....   | 32 |
| Tabela 3 – Resistências, reatâncias e ângulo de defasamento calculados.....  | 35 |
| Tabela 4 – Parâmetros obtidos para as correntes de curto-circuito calculadas..   | 35 |
| Tabela 5 – Parâmetros físicos dos materiais simulados .....  | 36 |
| Tabela 6 – Valores obtidos no cálculo de elevação de temperatura durante curto-circuito.....   | 45 |
| Tabela 7 – Forças totais calculadas nos enrolamentos dos transformadores analisados.....   | 48 |
| Tabela 8 – Máximo estresse principal calculado para os enrolamentos, em MPa.....   | 48 |
| Tabela 9 – Elevação do máximo primeiro estresse principal na faixa de temperatura analisada.....   | 50 |
| Tabela 10 – Comparação entre resultados magnéticos-mecânicos do curto-circuito para o transformador B e o autotransformador equivalente..... | 53 |
| Tabela 11 – Dados da malha gerada com as diferentes representações geométricas analisadas.....   | 57 |
| Tabela 12 – Forças magnéticas calculadas por meio do MEF e métodos analíticos.....   | 64 |

## Lista de Abreviaturas e Siglas

|        |  |
|--------|--|
| 2D     | Duas dimensões (representação geométrica bidimensional)  |
| 3D     | Três dimensões (representação geométrica tridimensional) |
| ABNT   | Associação Brasileira de Normas Técnicas                 |
| ASME   | American Society of Mechanical Engineers                 |
| f.d.a. | Função de distribuição acumulada                         |
| f.d.p. | Função de densidade de probabilidade                     |
| GSU    | <i>Generator step-up</i>                                 |
| IEC    | <i>International Electrotechnical Commission</i>         |
| IEEE   | Institute of Electrical and Electronics Engineers        |
| MEF    | Método dos elementos finitos                             |
| p.u.   | Por unidade  |
| RMSE   | <i>Root-mean-square error</i>                            |

## Lista de Símbolos

As unidades utilizadas no texto são as apresentadas entre colchetes, salvo indicação em contrário.

|                        |  |
|------------------------|--|
| $\alpha$               | Ângulo de fase da onda de tensão [rad]   |
| $\beta_k$              | Invariante do tensor de estresse   |
| $\epsilon$             | Deformação [m]   |
| $\vartheta$            | Ângulo de fase ( $\omega t$ ) [rad]  |
| $\kappa$               | Condutividade elétrica [S/m]   |
| $\lambda$              | Autovalor do tensor de estresse [Pa]   |
| $\mu$                  | Permeabilidade magnética [T·m/A]   |
| $\rho$                 | Resistividade elétrica [ $\Omega\cdot\text{m}$ ]   |
| $\rho_e$               | Densidade de carga elétrica [C/m <sup>3</sup> ]  |
| $\rho_m$               | Densidade (massa volumétrica) [kg/m <sup>3</sup> ]   |
| $\sigma$               | Estresse mecânico, matriz ou tensor de estresse (este último quando o símbolo é apresentado em negrito) [N/m <sup>2</sup> ou Pa] |
| $\sigma_1$             | Primeiro estresse principal [Pa]   |
| $\sigma_2$             | Estresse principal intermediário [Pa]  |
| $\sigma_3$             | Estresse principal mínimo [Pa]   |
| $\sigma_{\text{crit}}$ | Estresse crítico [Pa]  |
| $\tau$                 | Constante de tempo do circuito RL [s]  |
| $\nu$                  | Coefficiente de Poisson  |
| $\varphi$              | Ângulo da impedância equivalente [rad]   |
| $\Psi$                 | Ângulo entre densidade de corrente e campo magnético [rad]   |
| $\psi$                 | Variável de campo  |
| $\omega$               | Frequência angular [rad/s]   |
| $A$                    | potencial magnético vetor [T·m]  |
| $A_0$                  | Área [m <sup>2</sup> ]   |
| $B$                    | Campo magnético [T]  |

|                 |   |
|-----------------|---|
| $B_r$           | Componente radial do campo magnético de dispersão [T]                         |
| $B_z$           | Componente axial do campo magnético de dispersão [T]                          |
| $b$             | Vetor com condições de contorno no sistema de equações do MEF                 |
| $c$             | Calor específico [W/(m·K)]  |
| $E$             | Módulo de Young [Pa]  |
| $e_k$           | Vetores unitários de um sistema de coordenadas arbitrário                     |
| $F$             | Força magnética [N]   |
| $F_u$           | Força média em um grupo radial de condutores por unidade de comprimento [N/m] |
| $F_r$           | Componente radial da força magnética [N]                                      |
| $F_{tot}$       | Força radial total em um enrolamento [N]                                      |
| $f$             | Força magnética por unidade de volume [N/m <sup>3</sup> ]                     |
| $H$             | Campo magnetizante [A/m]  |
| $h$             | Altura média do enrolamento [m]   |
| $J$             | Densidade de corrente elétrica [A/mm <sup>2</sup> ]                           |
| $J_{cc}$        | Valor eficaz da densidade de corrente de curto-circuito [A/mm <sup>2</sup> ]  |
| $i$             | Corrente elétrica [A]   |
| $i_1$           | Corrente elétrica no enrolamento externo [A]                                  |
| $i_2$           | Corrente elétrica no enrolamento interno [A]                                  |
| $\hat{I}_{max}$ | Valor de pico da corrente de curto-circuito [A]                               |
| $I_k$           | Valor eficaz da corrente de curto-circuito em regime [A]                      |
| $K$             | Matriz do sistema de equações obtido por elementos finitos                    |
| $k$             | Fator de assimetria da corrente de curto-circuito                             |
| $L$             | Indutância [H]  |
| $m$             | Massa do enrolamento [kg]   |
| $N$             | Número de espiras   |
| $N_1$           | Número de espiras do enrolamento externo                                      |
| $N_2$           | Número de espiras do enrolamento interno                                      |
| $N_i^e$         | Função de interpolação  |
| $\hat{n}$       | Vetor unitário para definição de direção                                      |

|          |   |
|----------|---|
| $p$      | Potência elétrica instantânea [W]                           |
| $Q$      | Energia térmica absorvida pelo enrolamento [J]              |
| $R$      | Resistência [ $\Omega$ ]                                    |
| $R_1$    | Resistência do enrolamento de maior tensão                  |
| $R_2$    | Resistência do enrolamento de menor tensão                  |
| $R_{75}$ | Resistência a 75°C [ $\Omega$ ]                             |
| $R^2$    | Coefficiente de determinação                                |
| $r_m$    | Raio médio do enrolamento [m]                               |
| $S$      | Segundo tensor de estresse de Piola-Kirchoff                |
| $s$      | Comprimento ou posição [m]                                  |
| $T$      | Temperatura [°C]  |
| $t$      | Tempo [s]   |
| $t'$     | Variável muda para integração no tempo [s]                  |
| $u$      | Vetor de estresse [Pa]                                      |
| $v$      | Tensão elétrica [V]   |
| $V_p$    | Valor de pico da tensão elétrica [V]                        |
| $v$      | Volume [m <sup>3</sup> ]                                    |
| $X$      | Reatância [ $\Omega$ ]                                      |
| $w$      | Vetor com valores desconhecidos da variável de campo no MEF |
| $Z$      | Impedância [ $\Omega$ ]                                     |
| $Z_{pu}$ | Impedância por unidade                                      |

# Sumário

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 1.     | Introdução .....   | 1  |
| 1.1.   | <i>Motivação</i> .....   | 1  |
| 1.2.   | <i>Objetivos</i> .....   | 3  |
| 1.3.   | <i>Estrutura do Trabalho</i> .....   | 4  |
| 2.     | Fundamentação Teórica.....   | 5  |
| 2.1.   | <i>Componentes do Transformador de Potência</i> .....                                  | 5  |
| 2.2.   | <i>Corrente de Curto-circuito</i> .....  | 6  |
| 2.3.   | <i>Forças Eletromagnéticas</i> .....   | 11 |
| 2.4.   | <i>Efeito Térmico do Curto-circuito</i> .....  | 14 |
| 2.5.   | <i>Mecânica dos Sólidos</i> .....  | 15 |
| 2.5.1. | Definições .....   | 15 |
| 2.5.2. | Estresses Principais .....   | 18 |
| 2.6.   | <i>Método dos Elementos Finitos</i> .....  | 20 |
| 2.6.1. | Motivação para o Emprego do MEF .....  | 20 |
| 2.6.2. | Passos de Execução do MEF .....  | 21 |
| 3.     | Revisão Bibliográfica .....  | 24 |
| 4.     | Metodologia e Resultados .....   | 31 |
| 4.1.   | <i>Transformadores Empregados nas Análises</i> .....                                   | 32 |
| 4.2.   | <i>Elaboração das Simulações Computacionais</i> .....                                  | 33 |
| 4.3.   | <i>Modelagem dos Parâmetros Mecânicos do Cobre</i> .....                               | 38 |
| 4.4.   | <i>Cálculo de Elevação de Temperatura durante Curto-circuito</i> .....                 | 40 |
| 4.5.   | <i>Simulações Eletromecânicas considerando a Variação da Temperatura Inicial</i> ..... | 47 |
| 4.6.   | <i>Simulação de Curto-circuito em um Autotransformador</i> .....                       | 51 |
| 4.7.   | <i>Análise da Influência da Representação Geométrica dos Enrolamentos</i> .....        | 55 |
| 5.     | Considerações Finais.....  | 66 |
| 5.1.   | <i>Conclusões</i> .....  | 66 |
| 5.2.   | <i>Sugestões para Trabalhos Futuros</i> .....  | 68 |
| 5.3.   | <i>Publicações</i> .....   | 69 |
| 6.     | Referências .....  | 71 |
|        | Apêndice A – Obtenção da Expressão Analítica para a Corrente de Curto-Circuito         |    |
|        | 76   |    |
|        | Apêndice B – Análise Estatística da Amplitude da Corrente de Curto-circuito .....      | 78 |
|        | Apêndice C – Obtenção de Funções de Interpolação para um Elemento                      |    |
|        | Unidimensional.....  | 82 |
|        | Apêndice D – Método de Simulação com Modelo de Circuito Acoplado ao MEF ..             | 85 |



# 1. Introdução

## 1.1. Motivação

Transformadores são equipamentos indispensáveis ao funcionamento dos sistemas elétricos de potência. Sua função é transferir energia elétrica de um circuito de entrada para ao menos um circuito de saída, podendo alterar os níveis de tensão e corrente elétrica entre seus terminais. Desta forma, o emprego de transformadores possibilita a integração das diferentes etapas de transporte da energia elétrica: geração, transmissão e distribuição (HARLOW, 2004).

Além de possuir um papel vital na transmissão de energia em corrente alternada, o transformador apresenta custo e complexidade construtiva superiores quando comparado aos outros equipamentos elétricos, excetuando-se as máquinas girantes. Conseqüentemente, o projeto de um transformador requer diversos cuidados e deve assegurar confiabilidade não apenas em situação de operação normal, mas também na ocorrência de contingências tais como sobrecargas temporárias ou curtos-circuitos.

Curtos-circuitos podem submeter os enrolamentos de um transformador a severos esforços mecânicos provocados por forças eletromagnéticas (IEEE, 2006). Caso os esforços mecânicos excedam o limite suportável pelo enrolamento, eles podem deformá-los, danificar o isolamento sólido e até mesmo provocar falhas catastróficas. Exemplos de danos causados por esforços mecânicos durante curtos-circuitos são mostrados na Figura 1. A fotografia da Figura 1a registra deformações provocadas no enrolamento de menor tensão de um transformador elevador (*generator step-up* - GSU). Na fotografia da Figura 1b, é retratado um enrolamento de alta tensão de outro transformador GSU. Neste enrolamento, o

deslocamento dos condutores danificou o isolamento e deu início a curtos-circuitos internos, os quais finalmente ocasionaram a destruição do enrolamento.

Figura 1 – Colapso de um enrolamento devido a forças radiais (a) e efeitos de curtos-circuitos interno causados por deterioração do isolamento (b).



(a)

(b)

Fonte: Bertagnolli (2007).

A suportabilidade de um enrolamento frente a curtos-circuitos pode ser avaliada de dois modos: mediante testes de curto-circuito definidos por normas (IEC, 2006; ABNT, 2007, 2015) ou por meio de simulação computacional (HARLOW, 2004). A realização de testes de curto-circuito em laboratório apresenta algumas dificuldades inerentes, tais como a necessidade de uma fonte de alta potência e equipamentos especiais para o chaveamento e medição. Por fim, existe risco de dano ao equipamento, dado que o teste é um ensaio de tipo (BERTAGNOLLI, 2007).

O emprego de simulações computacionais permite contornar as dificuldades dos testes em laboratório e realizar uma avaliação de suportabilidade dos enrolamentos ainda na etapa de projeto. Ademais, as simulações permitem não apenas avaliar, mas aprimorar o projeto dos enrolamentos. Contudo, de acordo com Harlow (2004), a simulação de esforços mecânicos é uma etapa especial do

projeto de transformadores, dado que ela requer programas complexos para uma representação adequada dos fenômenos eletromagnéticos e mecânicos envolvidos.

Adicionalmente, Smeets, Derviskadic e Subramany (2018) relataram que, a despeito do amplo emprego de métodos de cálculo avançados, cerca de 20 a 30% dos transformadores falharam quando submetidos a testes de curto-circuito. No âmbito do teste, a falha significa uma deformação acima dos limites aceitáveis.

Nesse contexto, o presente trabalho tem o propósito de investigar possíveis aprimoramentos à análise de desempenho de enrolamentos sujeitos a curtos-circuitos. Pretende-se analisar os efeitos térmicos e mecânicos do curto-circuito, de modo a determinar se a temperatura de operação do transformador exerce influência sobre os esforços mecânicos durante um curto-circuito. Devido ao alto custo computacional associado à utilização de representações geométricas complexas dos enrolamentos, também se almeja avaliar a influência do tipo e nível de refinamento da representação geométrica sobre os resultados da simulação.

## 1.2. Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é apresentar uma metodologia baseada em simulações computacionais que possibilite uma análise mais abrangente do desempenho de transformadores submetidos a curtos-circuitos. Para tanto, são objetivos específicos:

- Determinar a influência da temperatura sobre os parâmetros mecânicos dos condutores;
- Analisar a elevação de temperatura do enrolamento durante o curto-circuito;
- Comparar as conexões transformador e autotransformador no que se refere aos esforços mecânicos nos enrolamentos;
- Avaliar a eficácia e eficiência de diferentes pressupostos associados à representação geométrica dos enrolamentos.

### 1.3. Estrutura do Trabalho

No capítulo 2, Fundamentação Teórica, são apresentados conceitos teóricos relacionados à estimativa analítica da corrente de curto-circuito, cálculo das forças eletromagnéticas, mecânica dos sólidos, modelagem térmica para cálculo de temperatura e o método dos elementos finitos.

No capítulo 3, Revisão Bibliográfica, trabalhos relacionados ao estado da arte e que foram utilizados como referência são listados e sucintamente discutidos. A contribuição do presente trabalho é destacada.

No capítulo 4, Metodologia e Resultados, os espécimes de transformador simulados são apresentados. Os pressupostos de modelagem, referenciais adotados e análises propostas são descritos, assim como as simulações computacionais baseadas no método dos elementos finitos. Os resultados coletados por meio da metodologia são apresentados e discutidos.

O capítulo 5, Considerações Finais, apresenta as conclusões, propostas de trabalhos futuros e publicações oriundas do mestrado acadêmico.

## 2. Fundamentação Teórica

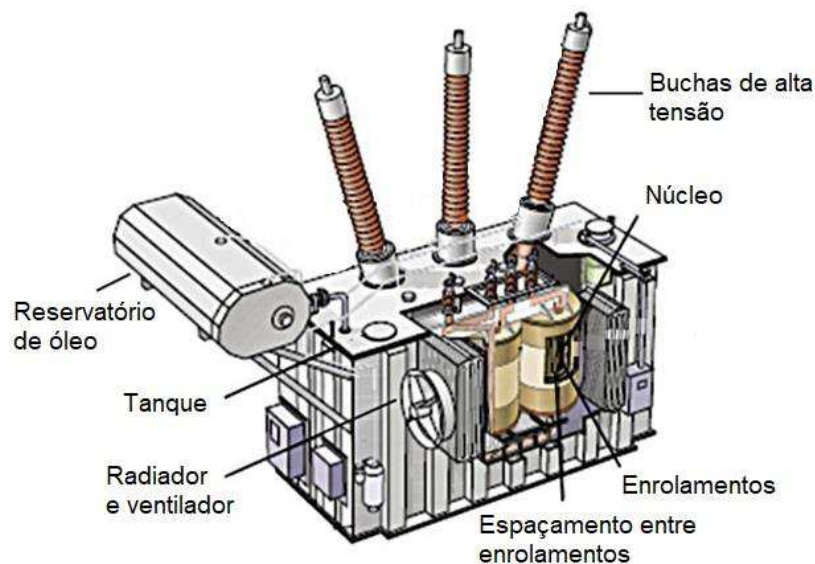
Neste capítulo, os componentes de um transformador de potência típico são apresentados, bem como conceitos teóricos relativos à corrente de curto-circuito e ao seu cálculo analítico. Em seguida, é abordada a distribuição de campo magnético nos enrolamentos de transformadores. Equações para o cálculo de campo magnético e forças magnéticas são apresentados. O cálculo de elevação de temperatura durante o curto-circuito é discutido, e posteriormente são apresentados conceitos de mecânica dos sólidos essenciais à simulação de esforços mecânicos. Por fim, é realizada uma explanação acerca do método dos elementos finitos (MEF).

### 2.1. Componentes do Transformador de Potência

Segundo Frontin (2013), o transformador é composto por uma parte ativa e um isolamento. A parte ativa, formada por enrolamentos e um núcleo magnético, é assim chamada por ser a responsável direta pelo fluxo de energia. Os enrolamentos são formados por uma série de bobinas condutoras, geralmente de cobre eletrolítico ou alumínio envernizado. O núcleo é composto em geral de material ferromagnético, e é responsável por prover um caminho de baixa relutância para o fluxo magnético. Na Figura 2, uma ilustração de um transformador de potência típico pode ser observada.

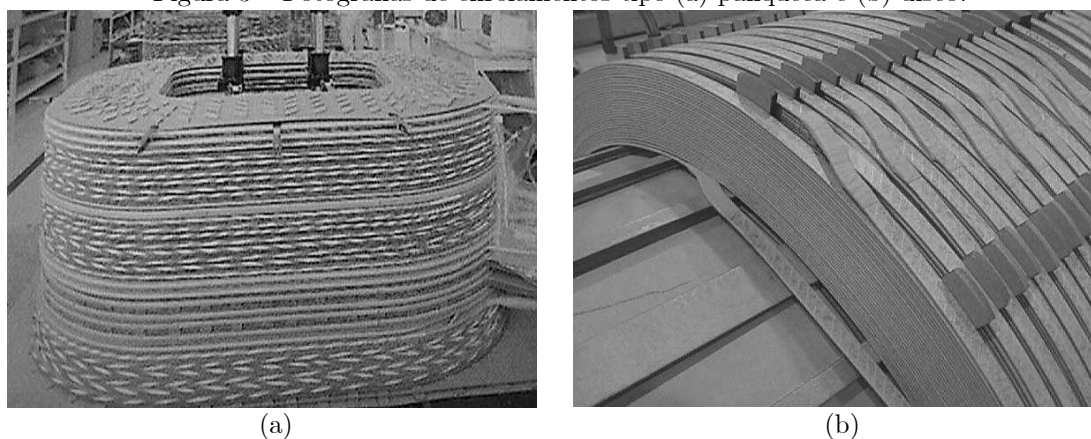
Cobre e alumínio são os materiais mais comumente utilizados para a confecção dos enrolamentos. Em transformadores de núcleo envolvente, os enrolamentos geralmente são dispostos de forma concêntrica em torno da correspondente perna do núcleo. Diferentes tipos de enrolamentos são utilizados. A título de ilustração, fotografias de enrolamentos dos tipos panqueca e disco são apresentados na Figura 3.

Figura 2 – Um transformador de potência típico e seus principais componentes.



Fonte: Tang, Hale e Thaker (2014), adaptado.

Figura 3 – Fotografias de enrolamentos tipo (a) panqueca e (b) disco.



Fonte: Harlow (2004).

## 2.2. Corrente de Curto-circuito

O curto-circuito é uma conexão anormal de impedância relativamente baixa, entre dois pontos de potenciais diferentes, estabelecida de forma intencional ou não. O curto-circuito pode ou não envolver um arco elétrico (IEEE, 2006) e pode ser classificado como monofásico, bifásico ou trifásico. A configuração que normalmente provoca as maiores sobrecorrentes é o curto-circuito trifásico e, portanto, de acordo com Bertagnolli (2007), este tipo de falta geralmente é o escolhido para avaliação de desempenho de transformadores.

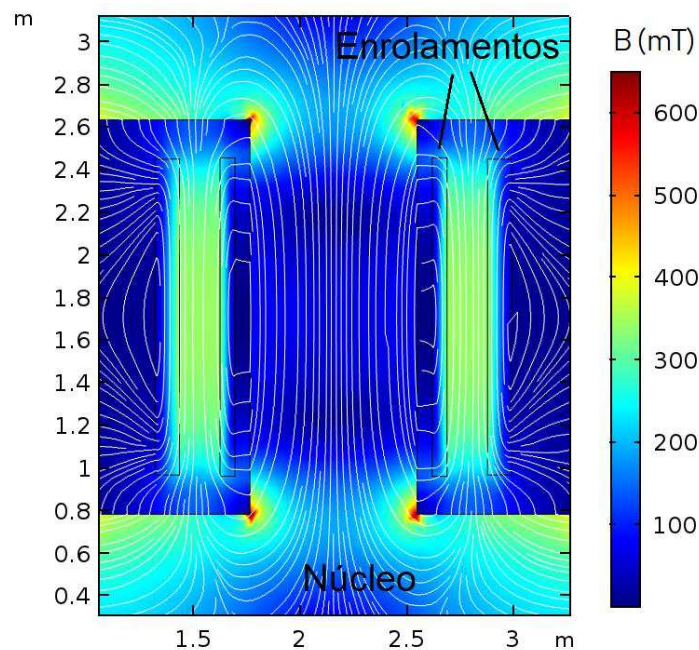


Além disso, a corrente do curto-circuito é, de modo geral, função da impedância de Thévenin do sistema no ponto de instalação do transformador e da impedância série do transformador, a qual é composta por dois termos: a resistência série e reatância de dispersão.

A resistência série é diretamente dependente das características geométricas e da resistividade elétrica dos condutores. Dado que a resistividade elétrica varia com a temperatura, o valor de resistência deve ser associado a uma temperatura de referência, em geral 75°C (IEC, 2011). Já a indutância de dispersão decorre do acoplamento imperfeito entre os enrolamentos. De fato, existe uma parcela do fluxo magnético, denominado fluxo de dispersão, exterior ao núcleo magnético e que não é compartilhado por ambos os enrolamentos. A distribuição do fluxo de dispersão nos enrolamentos é ilustrada no gráfico da Figura 4, obtido por meio de uma simulação de elementos finitos.

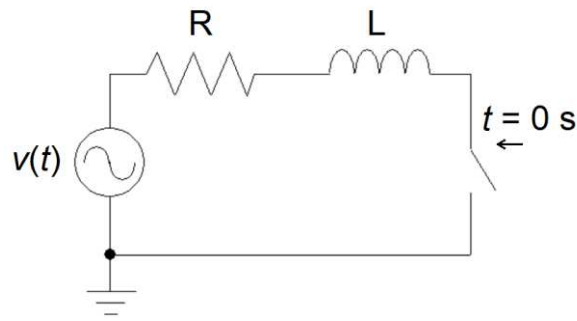
Um diagrama do circuito utilizado para o cálculo da corrente de curto-circuito é apresentado na Figura 5.

Figura 4 – Campo magnético e linhas de fluxo evidenciando a existência do fluxo de dispersão em um transformador.



Fonte: O autor.

Figura 5 – Circuito utilizado para o cálculo da corrente de curto-circuito.



Fonte: O autor.

No circuito da Figura 5, a resistência  $R$  representa a soma da resistência de Thévenin do sistema com a resistência série dos enrolamentos do transformador, referida a um de seus terminais. De forma análoga, a indutância  $L$  é a soma da indutância de Thévenin do sistema com a indutância de dispersão do transformador, referida a um de seus terminais. A impedância de falta é considerada nula. Assim, a corrente de falta pode ser obtida por meio da equação diferencial:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = v(t) = V_p \text{sen}(\omega t + \alpha), \quad (1)$$

com a condição inicial  $i(0) = 0 \text{ A}$ . Na Equação 1,  $V_p$  representa o valor de pico da tensão de Thévenin do sistema, em kV,  $\omega$  é a frequência angular do sistema, em rad/s, e  $\alpha$  é o ângulo da onda de tensão no instante da ocorrência da falta.

A condição inicial estabelecida não afeta significativamente o resultado, tendo em vista que a corrente inicial, conhecida como corrente pré-falta, é em geral diferente de zero, porém é uma ordem de grandeza menor que o pico da corrente de curto-circuito (BERTAGNOLLI, 2007). Isto se deve ao fato de que, em transformadores de potência, a impedância série equivalente é da ordem de 0,10 p.u. (IEC, 2006, p. 13).

Uma solução detalhada da Equação 1 é apresentada no Apêndice A. O resultado obtido é:



$$i(t) = \frac{V_p}{|Z|} \left[ \text{sen}(\omega t + \alpha - \varphi) - \text{sen}(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right], \quad (2)$$

em que:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (3)$$

é o módulo da impedância equivalente,

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (4)$$

é a constante de tempo que determina a duração da componente transitória, e:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{X}{R} \quad (5)$$

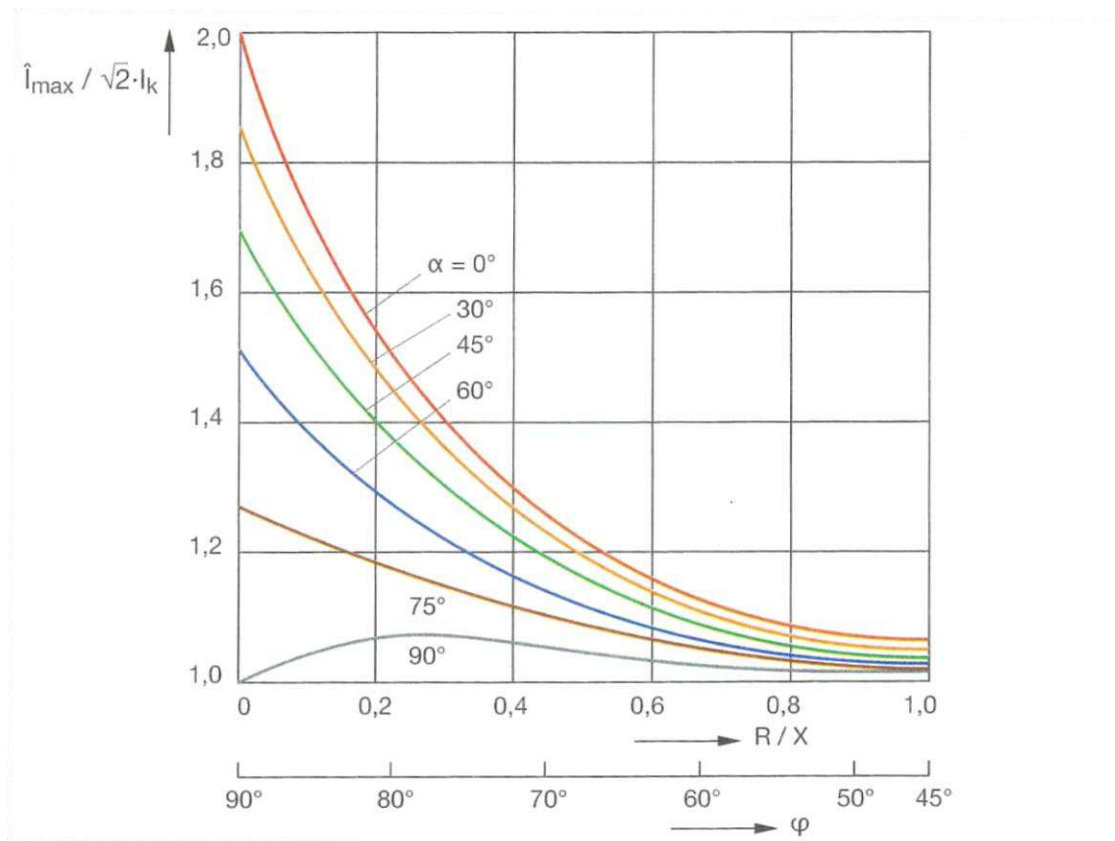
é o ângulo da impedância série equivalente. O ângulo  $\varphi$  determina o defasamento entre a tensão e a componente simétrica da corrente de curto-circuito.

Um parâmetro muito utilizado na análise da corrente de curto-circuito é a razão entre o valor de pico da corrente total ( $\hat{I}_{\max}$ ) e o valor de pico da corrente simétrica ( $I_k/2$ ). Esta razão é denominada fator de assimetria  $k$  (IEC, 2006; GLOVER, SARMA e OVERBYE, 2012). O fator de assimetria é função do ângulo  $\alpha$  da tensão e da razão  $X/R$ , também descrita pelo ângulo  $\varphi$ , conforme os gráficos da Figura 6.

Como pode ser depreendido de uma inspeção da Figura 6, o maior fator de assimetria ocorre quando o ângulo  $\alpha$  é  $0^\circ$  e o ângulo  $\varphi$  se aproxima de  $90^\circ$ . Na Figura 7, é mostrado um exemplo de corrente de curto-circuito calculado considerando os valores  $\alpha = 0^\circ$  e  $\varphi = 86^\circ$ .

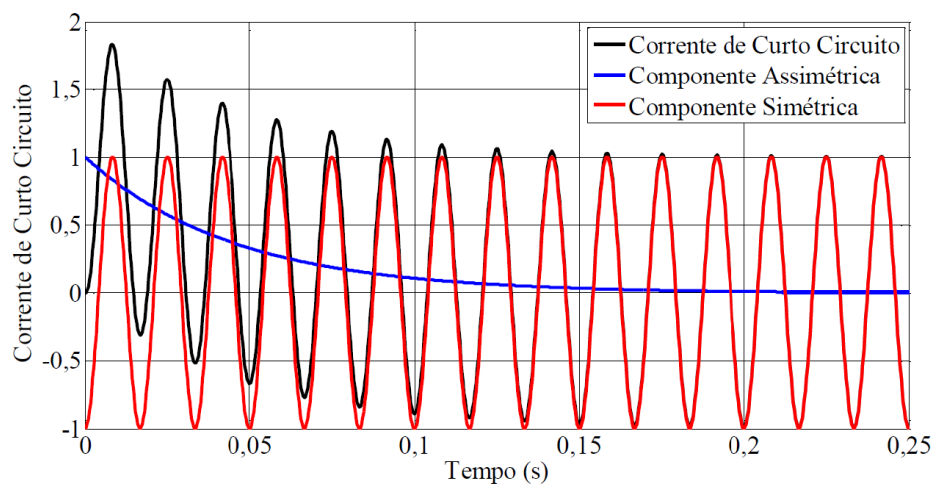
De modo geral, a razão  $X/R$  aumenta com o aumento da potência nominal do transformador, de modo que o ângulo de defasamento  $\varphi$  é, de fato, um valor próximo a  $90^\circ$  para grandes transformadores de potência.

Figura 6 – Fator de assimetria em função do ângulo da tensão e razão X/R do circuito.



Fonte: Bertagnolli (2007).

Figura 7 – Exemplo de corrente de curto-circuito.



Fonte: Araujo (2016).

No que se refere ao ângulo de tensão  $\alpha$ , o valor  $0^\circ$  geralmente é utilizado no cálculo da corrente de curto-circuito por representar a maior amplitude e, conseqüentemente, o pior caso. Entretanto, o ângulo de ocorrência do curto-circuito é, na realidade, uma variável aleatória, o que significa que o próprio valor

de pico da corrente de curto-circuito é, também, uma variável aleatória. Uma abordagem estatística para a descrição do curto-circuito é discutida no Apêndice B.

### 2.3. Forças Eletromagnéticas

Cargas elétricas são submetidas à chamada força de Lorentz (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2013), descrita pela Equação 6:

$$\vec{f} = \rho_e \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}, \quad (6)$$

em que:

- $\vec{f}$  representa a força por unidade de volume atuando em um ponto, em N/m<sup>3</sup>;
- $\rho_e$  é a densidade líquida de carga elétrica, expressa em C/m<sup>3</sup>;
- $\vec{E}$  é o campo elétrico, em N/C;
- $\vec{J}$  é o vetor densidade de corrente elétrica, com unidade de A/m<sup>2</sup>;
- $\vec{B}$ , dado em T, é o campo magnético.

Dado que, no interior de um condutor, a densidade líquida de carga  $\rho_e$  pode ser considerada nula, apenas a componente da força de Lorentz associada ao campo magnético é efetiva. Assim, a densidade de força resultante no condutor é expressa pela Equação 7:

$$\vec{f} = \vec{J} \times \vec{B}. \quad (7)$$

Como  $\vec{f}$  é uma densidade de força, a Equação 7 deve ser integrada no volume de interesse de modo a calcular a força líquida resultante no condutor.

Para o caso de condutores filamentosos tais como os utilizados em enrolamentos de transformadores, a Equação 7 pode ser integrada na forma de uma integral de linha:

$$\vec{F} = \int_C i d\vec{s} \times \vec{B}. \quad (8)$$

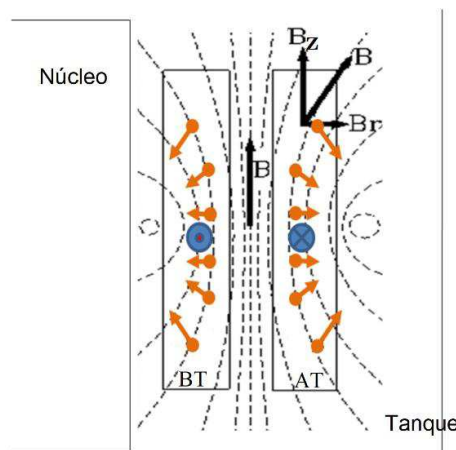
Se o campo magnético possui magnitude e ângulo  $\Psi$  em relação à corrente uniformes, a Equação 8 pode ser simplificada para:

$$\vec{F} = isB \text{ sen } \Psi \hat{n}. \quad (9)$$

Na Equação 9,  $s$  representa o comprimento do condutor. Tanto a densidade de corrente elétrica quanto o campo magnético de dispersão são proporcionais à corrente elétrica no enrolamento. Assim, é correto afirmar que a força obtida pelo cálculo de qualquer das Equações 7 a 9 tem amplitude proporcional ao quadrado da corrente elétrica no enrolamento.

Como os enrolamentos apresentam uma simetria de revolução quase total, é conveniente utilizar um sistema de coordenadas cilíndricas com eixo no centro da coluna do núcleo envolta pelas bobinas. Assim, o campo magnético e as forças de Lorentz podem ser decompostos em uma componente radial, indicada pelo índice  $r$ , e outra axial, indicada pelo índice  $z$ . Na Figura 8, o campo magnético de dispersão e as forças de Lorentz são ilustrados.

Figura 8 – Fluxo de dispersão e forças eletromagnéticas nos enrolamentos.



Fonte: Ahn, Lee e Kim (2011), adaptado.

Como mostrado na Figura 8, o campo magnético na região situada entre os enrolamentos é mais intenso, quase uniforme e tem direção predominantemente

axial. Ainda dentro da região, à medida que se afasta do centro dos enrolamentos, o fluxo magnético passa a se dispersar e o campo magnético se torna cada vez mais radial.

Devido ao produto vetorial nas Equações 7, 8 e 9, a força magnética em cada ponto é ortogonal tanto à corrente elétrica quanto ao campo magnético. Assim, as forças produzidas na região central dos enrolamentos são radiais, e atuam no sentido de contrair o enrolamento interno e expandir o enrolamento externo, podendo provocar deformações como a mostrada na Figura 1a. As forças produzidas nas extremidades do enrolamento apresentam uma componente axial, que atua no sentido de comprimir ambos os enrolamentos na direção vertical.

O campo magnético entre os enrolamentos pode ser aproximado pela Equação 10, obtida a partir da aplicação da lei de Ampère:

$$B_z = \frac{\mu_0 Ni}{h}, \quad (10)$$

em que  $B_z$  é o campo magnético axial,  $\mu_0$  denota a permeabilidade magnética do vácuo,  $Ni$  é a força magnetomotriz e  $h$  representa a altura média do enrolamento. Aplicando a Equação 10, Bertagnolli (2007) apresenta as seguintes expressões para a força radial média por unidade de comprimento e força total no enrolamento, respectivamente:

$$F_u = \frac{1}{2} B_z i \quad (11)$$

e

$$F_{\text{tot}} = 2\pi N r_m F_u = \frac{\mu_0 \pi r_m (Ni)^2}{h}. \quad (12)$$

Nas Equações 11 e 12,  $F_u$  representa a força média no conjunto radial de condutores por unidade de comprimento,  $F_{\text{tot}}$  é a força radial total no enrolamento e  $r_m$  é o raio médio do enrolamento. Há que se ressaltar que a Equação 12 pressupõe que ambos os enrolamentos possuem a mesma altura média.

Devido ao acoplamento magnético, pode-se assumir que o produto  $Ni$ , que representa a força magnetomotriz, é aproximadamente o mesmo para todos os enrolamentos de uma mesma coluna do núcleo.

## 2.4. Efeito Térmico do Curto-circuito

Durante um curto-circuito em um transformador, os enrolamentos sofrem uma elevação de temperatura devido à alta quantidade de energia dissipada por efeito Joule. De acordo com a IEC (2006), o aquecimento de curto-circuito pode ser considerado um processo adiabático, considerando que a duração do curto-circuito<sup>1</sup> seja menor que 10 s. Em um processo adiabático, os efeitos de troca de calor com o meio externo podem ser desprezados (ÇENGEL; GHAJAR, 2012). Assim, a elevação de temperatura depende apenas da energia térmica absorvida, do calor específico e massa do objeto.

A potência absorvida e entrada de energia no enrolamento podem ser obtidas a partir das expressões:

$$p(t) = Ri^2(t) \quad (13)$$

e

$$Q(t) = \int_0^t Ri^2(t')dt' \quad (14)$$

Na Equação 14,  $p$  e  $i$  são a potência e corrente elétrica instantâneas, respectivamente.  $Q$  representa a energia térmica absorvida. A resistência  $R$  do enrolamento é, a rigor, também uma variável, dado que ela depende da temperatura. Entretanto, caso seja considerado que a variação de temperatura ao

---

<sup>1</sup> Esta condição é amplamente satisfeita nos sistemas elétricos de potência, dado que o tempo de abertura típico de disjuntores de alta tensão é da ordem de algumas unidades de ciclo (IEEE, 2006). Assim, no caso provável de os sistemas de proteção principal e de retaguarda funcionarem adequadamente, curtos-circuitos típicos apresentam duração da ordem de milissegundos.

longo do curto-circuito é pequena o suficiente, um valor fixo pode ser atribuído à resistência.

A norma IEC 60076-5 (2006) estabelece expressões analíticas para a estimativa da temperatura média atingida por um enrolamento após o curto-circuito. A expressão definida para enrolamentos de cobre é:

$$T = T_0 + \frac{2 \cdot (T_0 + 235)}{\frac{106.000}{J_{cc}^2 t} - 1}. \quad (15)$$

Na Equação 15,  $T$  e  $T_0$  são as temperaturas médias final e inicial do enrolamento, respectivamente, e  $J_{cc}$  é a densidade de corrente de curto-circuito. Na Equação 15, é considerada apenas a variação da resistência do enrolamento com a temperatura inicial. Para a modelagem da variação de resistência e calor específico do material durante o curto-circuito, a equação diferencial:

$$dQ = R(T) \cdot i^2(t) dt = m \cdot c(T) dT \quad (16)$$

deve ser empregada. Na Equação 16,  $m$  é a massa do enrolamento e  $c$  é o calor específico do material condutor.

## 2.5. Mecânica dos Sólidos

### 2.5.1. Definições

A resistência mecânica de um material pode ser definida em termos de estresse mecânico e deformação (SHACKELFORD, 2015). De acordo com Callister Junior (1994), o estresse mecânico (*mechanical stress*)  $\sigma$  em um objeto é definido pela Equação 17:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad (17)$$

em que  $F$  é a força instantânea aplicada a um material e  $A_0$  a área de seção reta original – antes da aplicação da carga. O estresse pode ser uma tração, compressão ou cisalhamento. A deformação  $\epsilon$  provocada pelo estresse é definida como a variação relativa  $\Delta l$  na dimensão  $l_0$  do objeto, no sentido do estresse aplicado, ou seja,

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (18)$$

O grau de deformação a que uma estrutura é submetida depende da amplitude do estresse mecânico aplicado. Para a maioria dos metais tensionados em níveis suficientemente baixos, estresse mecânico e deformação são proporcionais e relacionados de acordo com a lei de Hooke, expressa na Equação 19:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (19)$$

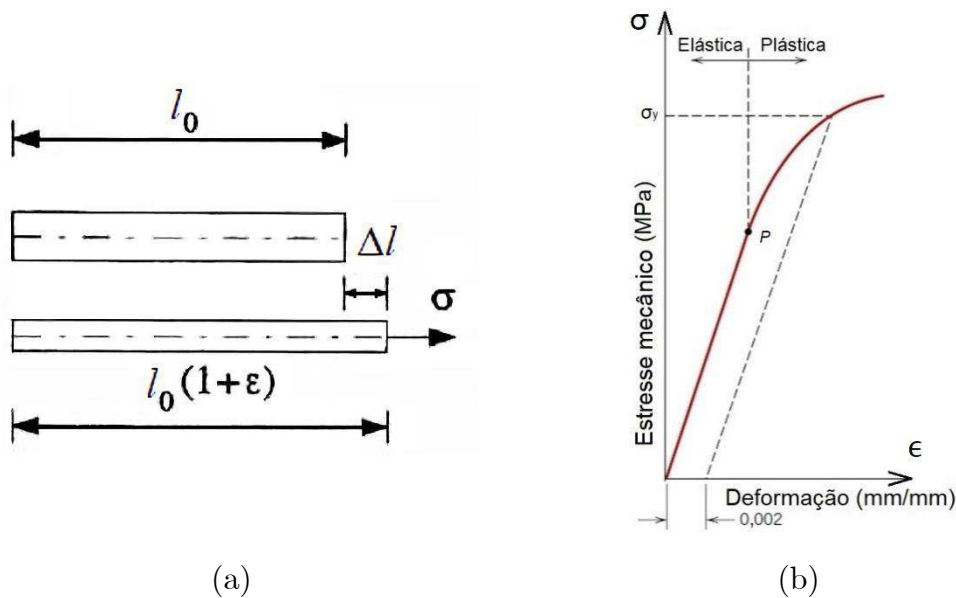
em que  $E$  é um parâmetro conhecido como módulo de elasticidade ou módulo de Young. Quanto maior o módulo de elasticidade, mais rígido é o material.

Uma deformação pode ser classificada em elástica ou plástica. A deformação elástica ocorre na região linear da curva  $\sigma$ - $\epsilon$ , para a qual a Equação 19 é válida. A deformação elástica não é permanente, ou seja, quando a carga aplicada é retirada, o material retorna a seu formato original. Para a maioria dos metais, a deformação é elástica até alcançar cerca de 0,5% da dimensão inicial (CALLISTER JUNIOR, 1994). A partir desse ponto, a deformação é denominada plástica, de caráter permanente.

Na Figura 9, as variáveis relacionadas à estresse e deformação são apresentadas graficamente. Um diagrama de estresse e deformação é apresentado na Figura 9a. A Figura 9b contém um gráfico típico de curva estresse-deformação. Nela,  $\sigma_y$  é chamado de limite de elasticidade (*yield strength*), e é o valor de estresse caracterizado pela intersecção da curva estresse-deformação com a reta paralela que passa pelo ponto de 0,2% de deformação.



Figura 9 – (a) Diagrama ilustrativo de um ensaio de estresse-deformação e (b) curva estresse-deformação típica (b).



Fontes: Irgens (2008), adaptado e Callister Junior (1994) apud Andrade (2016), adaptado.

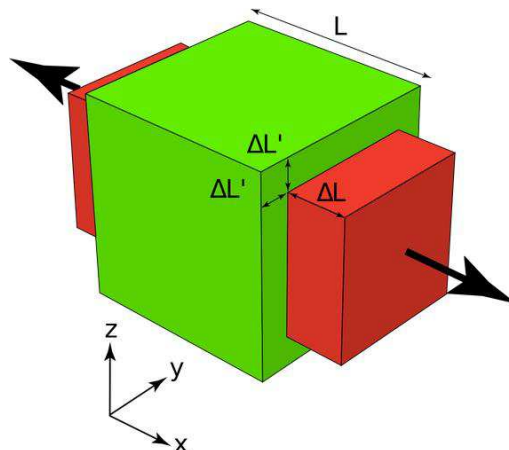
Quando uma tração é imposta a um corpo metálico, além do alongamento que ocorre na direção do estresse aplicado, ocorre uma contração nas direções perpendiculares. O coeficiente de Poisson, denotado por  $\nu$ , é definido em materiais isotrópicos como a razão entre as deformações radiais e axiais, de acordo com a Equação 20,

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_z}. \quad (20)$$

Na Equação 20,  $z$  é a direção paralela à tração, enquanto  $x$  e  $y$  são as direções perpendiculares. O sinal é negativo devido ao fato de  $\epsilon_x$  e  $\epsilon_z$  apresentarem sinais opostos para a maioria dos materiais. A exceção são os chamados materiais auxéticos.

Uma ilustração do fenômeno descrito pela Equação 20 e pelo coeficiente de Poisson pode ser visualizada na Figura 10. Nela, pode-se observar uma diminuição das dimensões do objeto nas direções  $y$  e  $z$ , ortogonais à tração aplicada na direção  $x$ .

Figura 10 – Ilustração do efeito de Poisson, em que uma tração na direção  $x$  reduz as dimensões do objeto nas direções  $y$  e  $z$ .



Fonte: Rocke (2016).

### 2.5.2. Estresses Principais

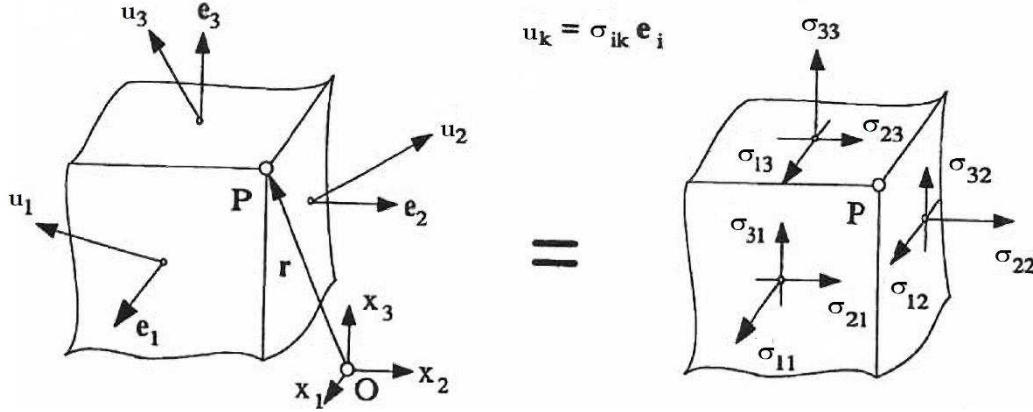
Falhas nos materiais podem ter diferentes causas. Um material pode falhar quando submetido a estresses de amplitude superior à sua suportabilidade mecânica. Assim, critérios de falha mecânica são definidos para avaliar a ocorrência de falha de um material submetido a estresses mecânicos. Dois exemplos de critérios comumente empregados são o critério do máximo estresse mecânico e o critério de Von Mises.

O critério do máximo estresse mecânico prevê a ocorrência de falha plástica quando um parâmetro denominado *primeiro estresse principal*  $\sigma_1$  for superior a um valor crítico de estresse para o material em questão. Ou seja,

$$\sigma_1 > \sigma_{\text{crit.}} \quad (21)$$

O primeiro estresse principal, por sua vez, é definido como o maior dos três autovalores do tensor de estresse. Na mecânica do *continuum*, o tensor de estresse é definido como um conjunto de nove componentes que relacionam os vetores de estresse  $\mathbf{u}_k$  aos vetores unitários  $\mathbf{e}_i$  que constituem a base do sistema de coordenadas, conforme ilustrado na Figura 11:

Figura 11 – Diagrama de estresses coordenados.



Fonte: Irgens (2008), adaptado.

Em notação matricial, a relação  $\mathbf{u}_k = \sigma_{ik} \mathbf{e}_i$  indicada na Figura 11 se torna:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

A matriz definida na Equação 22 é denominada matriz de estresse  $\sigma$  em um ponto P, a qual também define o tensor de estresse  $\boldsymbol{\sigma}$ . Os seus componentes são conhecidos como estresses coordenados (IRGENS, 2008, pp. 47, 52).

É possível demonstrar que, em um determinado ponto do *continuum*, existem três planos ortogonais para os quais os vetores base  $\mathbf{n}_i$  são paralelos aos correspondentes vetores de estresse  $\mathbf{u}_k$ , ou seja, não existe tensão de cisalhamento. Esta condição é satisfeita para um dado plano se:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \lambda \mathbf{n}, \quad (23)$$

em que  $\lambda$  é o autovalor que fornece o estresse principal referente ao plano. A resolução da Equação 22 equivale ao problema do cálculo de autovalores:

$$\det \begin{bmatrix} \lambda - \sigma_{11} & -\sigma_{12} & -\sigma_{13} \\ -\sigma_{21} & \lambda - \sigma_{22} & -\sigma_{23} \\ -\sigma_{31} & -\sigma_{32} & \lambda - \sigma_{33} \end{bmatrix} = 0, \quad (24)$$

que resulta na equação de terceiro grau:

$$\lambda^3 - \beta_1 \lambda^2 + \beta_2 \lambda - \beta_3 = 0. \quad (25)$$

Na Equação 25, os coeficientes  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  são denominados invariantes do tensor de estresse. A resolução da Equação 25 fornece três valores reais para os autovalores  $\lambda$ , comumente ordenados como  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  e denominados como primeiro estresse principal, estresse principal intermediário e estresse principal mínimo. Pode-se demonstrar, adicionalmente, que o estresse  $\sigma_1$  é o máximo estresse obtido, qualquer que seja o plano considerado. Demonstrações detalhadas são apresentadas em Irgens (2008, pp. 60 – 64, 68).

## 2.6. Método dos Elementos Finitos

### 2.6.1. Motivação para o Emprego do MEF

Uma vasta gama de problemas físicos pode ser expressa por meio da definição de equações diferenciais que regem o comportamento de uma variável de campo sobre um domínio de interesse. Em geral, um problema é descrito por geometria e condições de contorno especificadas. Caso a geometria seja complexa ou irregular, raramente é possível obter soluções analíticas com um nível satisfatório de exatidão. Assim, métodos numéricos devem ser empregados para a resolução do problema.

Um exemplo de método numérico é o método dos elementos finitos (MEF), um método desenvolvido nos primeiros decênios do século XX e cujas primeiras aplicações se deram na resolução de problemas de análise de estruturas e mecânica de meios contínuos (HUEBNER, 1975; SADIKU, 2012).

A premissa básica do MEF é que uma região pode ser representada pela união de um número finito de elementos discretos. Como os elementos podem ser montados em uma variedade de formas, eles podem ser utilizados para representar geometrias extremamente complexas. Esta é uma das grandes vantagens do MEF

quando comparado a métodos clássicos como, por exemplo, o método das diferenças finitas (MDF).

Atualmente, plataformas de simulação baseadas no MEF são amplamente empregadas para a resolução de problemas físicos de diversas áreas, tais como mecânica de estruturas, transferência de calor e eletromagnetismo (AZEVEDO, 2003). As plataformas permitem que o usuário se abstraia de grande parte dos procedimentos matemáticos ditos de baixo nível envolvidos nas etapas de solução numérica. Desse modo, cabem ao usuário as tarefas de definição do tipo de estudo (estacionário, dependente do tempo, em frequência etc.), elaboração da geometria, especificação de parâmetros dos materiais, condições de contorno e definição de parâmetros da malha.

### 2.6.2. Passos de Execução do MEF

O MEF pode ser dividido em etapas (HUEBNER, 1975). Uma explanação acerca das etapas envolvidas é apresentada nos tópicos seguintes:

#### A. *Discretização do domínio*

A discretização consiste em dividir a região do domínio em elementos. Uma variedade de formatos pode ser aplicada, ou mesmo diferentes formatos em uma mesma região.

#### B. *Seleção das funções de interpolação*

Após a discretização do domínio, a cada elemento devem ser atribuídos nós. Uma função de interpolação para representar a variável de campo no elemento deve ser definida. Frequentemente funções polinomiais são escolhidas, devido à facilidade com que elas podem ser integradas e derivadas. O grau do polinômio deve ser escolhido com base no número de nós do elemento e de incógnitas associadas a cada nó. A expressão para a solução em um elemento é dada pela Equação 26:

$$\psi^e = \sum_{i=1}^n N_i^e \psi_i^e, \quad (26)$$

na qual:

- $n$  é o número de nós do elemento;
- $\psi^e$  representa a variável de campo no elemento;
- $N_i^e$  são as funções de interpolação;
- $\psi_i^e$  são os valores de  $\psi$  em cada um dos  $i$  nós do elemento.

Um exemplo de obtenção de funções de interpolação para um elemento unidimensional é apresentado no Apêndice C.

### C. Obtenção das propriedades do elemento

Uma vez que o modelo do elemento finito foi determinado, equações matriciais expressando as propriedades do elemento devem ser elaboradas. Para a realização desta tarefa, três abordagens são comumente empregadas: direta, variacional ou o método de Garlekin (REZENDE, 2005). O resultado desta etapa é um sistema de equações na forma:

$$\mathbf{K}\mathbf{w} = \mathbf{b}. \quad (27)$$

Na Equação 27,  $\mathbf{K}$  é a matriz que sistema de equações obtido a partir da aplicação do MEF ao problema. Alguns autores, por razões históricas, a denominam “matriz de rigidez” (*stiffness matrix*) (HUEBNER, 1975).  $\mathbf{w}$  é o vetor com a variável de campo a ser calculada nos nós dos elementos e  $\mathbf{b}$  é um vetor que contém condições de contorno associadas aos nós dos elementos.

### D. Resolução do sistema de equações

Após a obtenção do sistema de equações, tem-se um problema de cálculo numérico. Para a resolução do sistema, deve-se levar em conta se as equações são lineares ou não. Caso as equações sejam não lineares, sua solução é mais difícil de ser obtida.

### *E. Realização de cálculos adicionais*

Em alguns casos, variáveis de interesse necessitam ser calculadas e podem ser obtidas diretamente da variável de campo obtida no passo D. Grandezas relacionadas podem ser obtidas diretamente da grandeza calculada, sem a necessidade de uma nova execução do MEF. Um exemplo de cálculo adicional é visto em problemas de cálculo de campo magnético, nos quais a solução comumente obtida é o potencial magnético vetor  $\vec{A}$ . A partir do potencial vetor, o campo magnético  $\vec{B}$  pode ser calculado por meio da equação  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ .

Neste capítulo, foram apresentados conceitos teóricos relacionados à estimativa analítica da corrente de curto-circuito, cálculo das forças eletromagnéticas, mecânica dos sólidos, modelagem térmica para cálculo de temperatura e o método dos elementos finitos.

No próximo capítulo, os principais trabalhos relacionados ao tema da pesquisa serão listados e suas respectivas contribuições serão discutidas.

### 3. Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, os trabalhos mais relevantes, segundo a avaliação do autor, relacionados à análise e simulação de curto-circuito em enrolamento de transformadores, são apresentados e discutidos em ordem cronológica. O intuito é expor o desenvolvimento do tema até o estado da arte atual. As principais variáveis utilizadas na análise do desempenho de enrolamentos frente a curtos-circuitos têm sido campo magnético, forças e estresses mecânicos.

O primeiro trabalho encontrado acerca do cálculo de forças mecânicas em transformadores foi um artigo escrito por Clem (1927). Já nessa época, Clem ressaltou que, de modo a projetar uma estrutura de suporte adequada, faz-se necessário pré-determinar a intensidade das forças mecânicas a que os enrolamentos são submetidos. Ele apresentou um método para o cálculo de forças axiais entre solenoides coaxiais ou entre solenoides e espiras. Para tanto, ele apresentou expressões baseadas na indutância mútua, determinada de forma analítica a partir de séries infinitas e integrais elípticas. Clem realizou medições de reatância para testar a eficácia de seu método.

Posteriormente, Billig (1946) analisou as forças e estresses mecânicos em enrolamentos de transformadores submetidos a curtos-circuitos internos, externos e a surtos de chaveamento. O autor empregou aproximações analíticas em sua análise, e foi um dos primeiros a classificar as forças atuantes nos enrolamentos em forças axiais e radiais. Ele considerou o efeito das derivações e apresentou uma fórmula para estimar o estresse térmico provocado pela diferença de temperatura entre os enrolamentos e a estrutura de suporte.

Já no decênio de 1950, Bean e Wentz (1954) e Norris (1957) apontaram a progressiva elevação da potência dos sistemas elétricos, com o conseqüente emprego de transformadores maiores e aumento dos níveis de corrente de curto-circuito. Bean e Wentz (1954) relataram a impossibilidade de realização de testes



de curto-circuito à época, e analisaram o cálculo de fluxo magnético de dispersão e forças magnéticas para um enrolamento tipo panqueca. Eles elaboraram um arranjo experimental para medição de corrente e deflexão mecânica entre bobinas. Norris (1957), por sua vez, estudou os efeitos de deformação radial progressiva causada por curtos-circuitos sucessivos em enrolamentos do tipo disco. Assim, ele também propôs uma equação analítica para estimar o número de curtos-circuitos suportáveis por um transformador, ainda que admitindo as incertezas e imprecisões inerentes às suas hipóteses.

Os trabalhos supracitados utilizaram cálculos baseados em expressões analíticas simplificadas ou em valores tabelados para o cálculo de força magnética, estresses e deslocamentos. A partir do decênio de 1960, com o advento do computador digital, simulações computacionais passaram a ser utilizadas para um tratamento do problema. Assim, tornou-se possível considerar geometrias mais próximas do transformador real.

Um dos primeiros trabalhos em que se utilizou um computador para a simulação digital foi o de Watts (1963). O autor utilizou um modelo de equações diferenciais lineares baseado em diagrama de elementos massa-mola em série para representar condutores e isolamento. Dois métodos de resolução do problema foram analisados e comparados. O primeiro método é o clássico, consistindo na resolução analítica do sistema de equações diferenciais. Watts ressaltou que a resolução via método clássico é de difícil implementação. O segundo método é a resolução por meio de computador digital, após a obtenção de equações de diferenças equivalentes. O autor enfatizou que o emprego de simulações digitais permite analisar o problema com um nível de detalhamento consideravelmente maior. Há situações nas quais o método clássico seria mesmo impraticável, tais como o caso de se considerar que os parâmetros do material variam ao longo da simulação. Watts também comparou os resultados dinâmicos das simulações digital com medições.

Kojima et al. (1980) empregaram simulações computacionais para estudar as forças radiais nos enrolamentos internos e estimar a deformação radial causada

por curtos-circuitos. Para tanto, eles empregaram análise por elementos finitos para grandes deflexões. Os autores constataram que as forças no enrolamento interno são trativas e calcularam a deflexão do enrolamento em função da força eletromagnética média.

A maioria dos trabalhos relacionados ao tema tratou estudos de caso baseados em transformadores com enrolamentos separados. Martin, Wendling e Tournier (1980) apresentaram uma clara análise teórica acerca da distribuição de correntes e fluxo magnético em transformadores submetidos a curtos-circuitos. Os autores analisaram as seguintes possibilidades: curto-circuito estabelecido antes ou após a energização, no enrolamento interno ou externo e, no caso de um autotransformador, curto-circuito no terminal de maior ou menor tensão. Resultados de medições em laboratório também foram descritos. Os autores concluíram que curtos-circuitos em certas configurações de autotransformadores podem ocasionar a saturação do núcleo e uma corrente de saturação que irá se sobrepor à corrente de curto-circuito.

A partir do decênio de 1990, o MEF passou a ser amplamente empregado para a análise de transformadores. Um dos primeiros trabalhos em que MEF foi computacionalmente empregado na análise de enrolamentos submetidos a curtos-circuitos foi um artigo de Yun-Qiu, Jing-Qiu e Zi-Hong (1990). Neste trabalho, os autores calcularam as forças de curto-circuito nos enrolamentos de um transformador trifásico de 17 MVA empregando o MEF e uma geometria 2D. A principal contribuição deste trabalho foi a definição de pressupostos de análise que foram replicados por vários trabalhos posteriores, a saber: a igualdade entre as forças magnetomotrizes dos enrolamentos durante o curto-circuito e o emprego de um modelo de circuito simplificado para o cálculo prévio das correntes.

Kladas, Papadopoulos e Tegopoulos (1994) estudaram a distribuição do campo magnético de dispersão em um transformador de distribuição aplicando o MEF a representações geométricas 2D e 3D. Eles compararam valores de campo magnético medidos empregando um gaussímetro de efeito Hall com valores obtidos mediante simulação. Uma concordância razoável foi constatada. Estes

autores também realizaram comparação entre valores de força eletromagnética calculados por meio de expressões analíticas e os valores obtidos com o MEF, concluindo que os resultados são, em geral, divergentes.

Krause, Goetz e Heinrich (2002) investigaram os efeitos da temperatura sobre o papel isolante que envolve os enrolamentos. Eles destacaram a função compressiva que o isolamento exerce durante curto circuitos, de modo a prevenir deformações. Medições da força de compressão de uma amostra submetida a um ciclo diário de temperatura foram realizadas. Os pesquisadores concluíram que as forças de compressão exercidas pelo papel isolante dependem fortemente da temperatura, apresentando uma excursão de cerca de  $\pm 50\%$  em torno de valor médio ao longo de um dia para o estudo de caso realizado.

Faiz, Ebrahimi e Noori (2008) empregaram o MEF para estudar e comparar forças resultantes de correntes de curto circuito trifásico e energização (*inrush*) em um transformador trifásico de 66/11 kV e potência aparente de 40 MVA. Simulações em 2D e 3D foram analisadas. Os autores ressaltaram a diferença entre os dois tipos de evento no que se refere à frequência de ocorrência, amplitude, duração e simetria. Eles constataram que, para o transformador analisado, correntes de energização podem produzir forças axiais mais intensas que a corrente do curto circuito trifásico.

Muitos transformadores de potência contêm mais de dois enrolamentos. Nesse sentido, Zhang et al. (2014) realizaram simulação de curto-circuito em um transformador monofásico de 150 MVA e três enrolamentos. Os autores realizaram uma análise em duas etapas empregando o MEF para a análise dinâmica de campo magnético e forças mecânicas. Para tanto, uma representação em geometria 2D de revolução foi utilizada inicialmente para cálculo de fluxo de dispersão. Em seguida, para o cálculo de forças mecânicas, estresses e deslocamentos, uma representação 3D foi empregada. Uma característica elástica não linear obtida de medições foi atribuída aos espaçadores. Entretanto, eles não teceram comentários acerca das possíveis diferenças de desempenho frente a curto-

circuito que um transformador de três enrolamentos poderia apresentar quando comparado a um transformador de dois enrolamentos.

Em seu trabalho de dissertação, Andrade (2016) estudou os esforços eletromecânicos decorrentes da circulação de correntes de curto circuito, além de analisar a proximidade de falha dos enrolamentos por meio da comparação de dois critérios de falha mecânica, o critério do máximo estresse e o critério de Von Mises. Os esforços foram estudados em dois transformadores, um, monofásico, de 75 MVA e outro, trifásico, de 180 MVA. O autor empregou um *software* de modelagem via MEF e comparou representações geométricas do transformador em 2D e 3D.

De forma semelhante, Araujo (2016) utilizou uma metodologia para estimar o número de curtos circuitos suportáveis pelos enrolamentos. A metodologia foi baseada no uso do MEF e de dois critérios de falha mecânica: os critérios de Von Mises e de fadiga. A partir dos resultados obtidos, ele constatou a possibilidade de ocorrência de falhas mecânicas nos enrolamentos, por fadiga, para valores de estresse mecânico abaixo dos valores de estresse crítico. Adicionalmente, o autor correlacionou o número de curtos circuitos suportáveis pelos enrolamentos, a intensidade da corrente de curto circuito e a redução percentual de vida útil dos enrolamentos.

Embora a aplicação do MEF com geometria 3D seja, a princípio, a mais acurada, seu alto custo computacional motiva a pesquisa de métodos alternativos de cálculo que sejam capazes de fornecer resultados semelhantes. Com esse objetivo, Jimenez-Mondragon et al. (2017) propuseram uma metodologia para decompor a representação tridimensional de um transformador em geometrias 2D e 2D de revolução acopladas. Os autores modelaram um transformador trifásico de 31,5 MVA e tensões de 132 kV Y/33 kV  $\Delta$ . Por meio da definição de terminais elétricos, eles acoplaram uma simulação em geometria 2D para a representação do núcleo com três representações 2D de revolução que correspondiam aos enrolamentos. Correntes nominais e de curto-circuito foram simuladas com os *softwares* Flux- 2D e 3D. As variáveis analisadas foram a corrente elétrica e o

campo magnético. As diferenças entre os resultados obtidos com a metodologia proposta e os resultados obtidos com a geometria 3D completa foram menores que 1% para a condição de curto-circuito.

A revisão da literatura indicou que há uma carência de trabalhos que tratam do efeito da temperatura sobre os parâmetros mecânicos dos condutores que compõe os enrolamentos. Ademais, devido ao alto custo computacional associado à utilização de representações geométricas complexas dos enrolamentos e ao fato de diversos trabalhos utilizarem representações simplificadas, torna-se necessário analisar a influência que o tipo e nível de refinamento da representação geométrica exerce sobre os resultados das simulações.

Assim, com o intuito de investigar estes aprimoramentos à avaliação de desempenho de enrolamentos sujeitos a curtos-circuitos, este trabalho analisa os efeitos térmicos e também os efeitos mecânicos do curto-circuito. A elevação de temperatura durante o curto-circuito e a influência da temperatura inicial sobre os parâmetros mecânicos do condutor são consideradas. Em seguida, um comparativo entre enrolamentos separados e conectados como autotransformador é realizado. Posteriormente, a influência do nível de refinamento da representação geométrica adotada sobre os resultados da simulação também é considerada. São realizadas análises de resultados em função da dimensão da geometria (2D de revolução ou 3D), representação da característica magnética do núcleo e da geometria adotada para representar o enrolamento.

As contribuições dos trabalhos apresentados são sintetizadas na Tabela 1, que também contém as contribuições do presente trabalho.

Neste capítulo, os trabalhos considerados mais relevantes ao tema proposto foram listados e sucintamente discutidos. A contribuição do presente trabalho foi resumida.

No próximo capítulo, a metodologia proposta para as análises é exposta. As especificações dos transformadores utilizados, pressupostos de modelagem e etapas da análise são descritos. Os resultados obtidos em cada etapa são apresentados e discutidos.

Tabela 1 – Contribuições dos trabalhos correlatos.

| Trabalho                        | Contribuições |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------------------------------|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|                                 | A             | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
| Clem (1927)                     | ✓             |   | ✓ |   |   |   |   |   |   |   |
| Billig (1946)                   | ✓             |   | ✓ | ✓ |   |   |   | ✓ |   |   |
| Bean e Wents (1954)             | ✓             | ✓ | ✓ | ✓ |   |   |   |   |   |   |
| Norris (1957)                   | ✓             |   | ✓ | ✓ |   |   |   |   |   |   |
| Watts (1963)                    | ✓             |   | ✓ | ✓ |   |   |   |   | ✓ |   |
| Kojima et al. (1980)            | ✓             |   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |   |   |   |   |
| Martin et al. (1980)            |               | ✓ |   |   |   |   |   |   |   | ✓ |
| Yun-Qiu et al. (1990)           |               | ✓ | ✓ |   | ✓ | ✓ |   |   |   |   |
| Kladas et al. (1994)            | ✓             | ✓ | ✓ |   | ✓ | ✓ | ✓ |   | ✓ |   |
| Krause et al. (2002)            |               |   |   |   |   |   |   |   | ✓ |   |
| Faiz et al. (2008)              |               | ✓ | ✓ |   | ✓ | ✓ | ✓ |   | ✓ |   |
| Zhang et al. (2014)             |               |   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |   |   |   |
| Andrade (2016)                  | ✓             |   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |   |   |   |
| Araujo (2016)                   |               |   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |   |   |   |
| Jimenez-Mondragon et al. (2017) |               | ✓ |   |   | ✓ | ✓ | ✓ |   | ✓ |   |
| Este trabalho                   | ✓             | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |

Legenda:

- A. Estimativas analíticas de campo ou força magnética
- B. Análise do fluxo magnético
- C. Cálculo de forças mecânicas
- D. Cálculo de estresses ou deslocamento
- E. Utilização do MEF
- F. Emprego de representação geométrica 2D
- G. Emprego de representação geométrica 3D
- H. Investigação dos efeitos mecânicos da temperatura
- I. Comparação entre desempenho de representações geométricas ou modelos
- J. Análise da configuração autotransformador

Fonte: O autor.

## 4. Metodologia e Resultados

Neste capítulo, a metodologia elaborada é descrita, e os resultados obtidos em cada etapa são apresentados e discutidos. Inicialmente, os transformadores utilizados nas análises e a elaboração da simulação com o MEF são descritos.

A investigação dos efeitos da temperatura foi dividida em duas etapas. Na primeira delas, com o objetivo de determinar se a temperatura de operação afeta as propriedades mecânicas dos condutores, a relação entre os parâmetros mecânicos do cobre com a temperatura foi modelada. Em seguida, de modo a quantificar se a elevação de temperatura durante o curto-circuito deveria ser considerada, o seu cálculo foi realizado considerando diferentes modelos e condições iniciais.

Após a modelagem inicial dos efeitos da temperatura e da elevação de temperatura, simulações de enrolamentos submetidos a curto-circuito foram realizadas considerando os efeitos da temperatura inicial. As forças magnéticas e estresses mecânicos calculados em função da temperatura inicial do enrolamento, para a corrente de pico de curto-circuito são mostrados. Posteriormente, de modo a avaliar o impacto da conexão como autotransformador sobre o desempenho mecânico, simulações comparando as conexões transformador e autotransformador foram realizadas. Resultados comparativos de campo e forças magnéticas do curto-circuito no transformador e no autotransformador equivalente são descritos.

Por fim, com o objetivo de avaliar o impacto da representação geométrica dos enrolamentos sobre os esforços mecânicos obtidos, estudos de caso foram realizados considerando diferentes representações geométricas. Os resultados da análise comparativa de campo e forças magnéticas calculadas empregando as diferentes representações geométricas são analisados.

## 4.1. Transformadores Empregados nas Análises

De modo a se elaborar modelos de simulação baseados em transformadores reais, dois espécimes de transformadores foram utilizados como referência. Eles são transformadores trifásicos de 100 MVA e 180 MVA. Os transformadores de 100 MVA e 180 MVA são denominados de transformadores A e B, respectivamente. Suas principais características construtivas são apresentadas na Tabela 2.

Na Figura 12, representações gráficas dos transformadores A e B são mostradas. As representações foram construídas por meio de um programa de desenho auxiliado por computador.

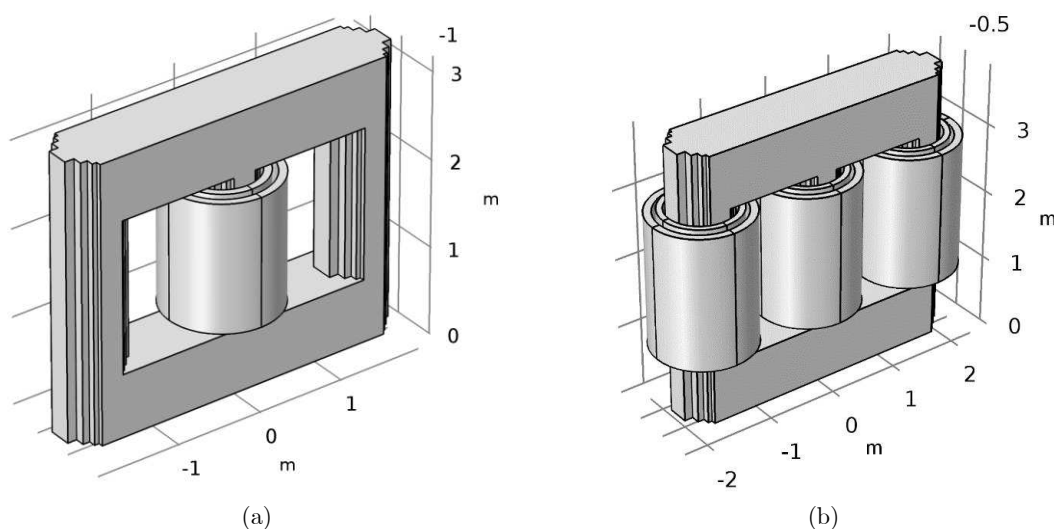
Tabela 2 – Detalhes construtivos dos transformadores

| Transformador  | A        | B        |        |
|--|----------|----------|--------|
| Potência (MVA)   | 100      | 180      |        |
| Número de fases  | 3        | 3        |        |
| Impedância nominal (%)                                   | 13,18    | 13,29    |        |
| Relação de tensões de fase (kV/kV)                       | 69/132,8 | 69/132,8 |        |
| Correntes de fase (A/A)                                  | 483/251  | 870/452  |        |
| Número de espiras do enrolamento                         | Interno  | 422      | 320    |
|  | Externo  | 749      | 568    |
| Altura do enrolamento                                    | Interno  | 1660     | 1990   |
|  | Externo  | 1660     | 1910   |
| Diâmetro médio do enrolamento (mm)                       | Interno  | 905      | 985    |
|  | Externo  | 1188     | 1272   |
| Área da seção transversal do condutor (mm <sup>2</sup> ) | Interno  | 125,9    | 191,5  |
|  | Externo  | 2×44,7   | 4×32,2 |
| Espessura radial do enrolamento (mm)                     | Interno  | 71       | 84     |
|  | Externo  | 96       | 106    |
| Largura do núcleo (mm)                                   | 3700     | 4095     |        |
| Altura do núcleo (mm)                                    | 3330     | 3870     |        |
| Largura da janela (mm)                                   | 713      | 780      |        |
| Altura da janela (mm)                                    | 1850     | 2230     |        |

Fonte: Andrade (2016) e Araujo (2016), adaptado.



Figura 12 – Representações gráficas dos transformadores analisados.



Fonte: O autor.

Em ambos os transformadores, o enrolamento analisado foi o da coluna central, sem perda de generalidade. Os desenhos da Figura 12 correspondem ao caso base, no qual representações geométricas tridimensionais foram utilizadas e os enrolamentos foram aproximados por anéis cilíndricos. A representação dos enrolamentos empregando geometria 2D de revolução será discutida na seção [4.7](#), que também aborda a influência do nível de detalhamento da representação geométrica dos enrolamentos.

## 4.2. Elaboração das Simulações Computacionais

A análise eletromecânica do transformador envolve cálculo numérico de campo magnético, forças e estresses. Para a realização dos cálculos numéricos por meio do MEF, a plataforma computacional COMSOL *Multiphysics*<sup>®</sup> foi empregada.

Na metodologia empregada, as correntes de curto-circuito são parâmetros de entrada, as quais foram calculadas em uma etapa anterior à simulação

propriamente dita<sup>2</sup>. A Equação 2 foi utilizada para o cálculo da corrente  $i_1$  considerando excitação pelo enrolamento de maior tensão, externo. A corrente  $i_2$  no enrolamento interno foi calculada empregando o pressuposto da equivalência entre as forças magnetomotrizes nos enrolamentos durante o curto-circuito, ou seja:

$$N_1 i_1 = N_2 i_2. \quad (28)$$

A Equação 28 considera que há forte acoplamento magnético entre os enrolamentos, o que implica que o núcleo não entra em saturação durante o curto-circuito. Esta constatação é discutida no Apêndice D.

Para a aplicação da Equação 2 se faz necessário obter as resistências e reatâncias equivalentes dos transformadores. As reatâncias de ambos os transformadores utilizados são fornecidas pelos fabricantes. No caso do transformador A, as resistências de enrolamento foram também fornecidas. Para o transformador B, entretanto, a resistência dos enrolamentos foi calculada a partir de dados geométricos, empregando a expressão aproximativa:

$$R = \frac{2\pi r_m N \rho}{A}. \quad (29)$$

Na Equação 29, foi empregado o valor de resistividade  $\rho = 2,09 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ , corresponde à temperatura de 75°C.

Após o cálculo da resistência dos enrolamentos, a resistência equivalente referida ao lado de maior tensão do transformador é dada por:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2. \quad (30)$$

---

<sup>2</sup> Uma metodologia alternativa para a o cálculo das correntes envolve a escolha da tensão elétrica do sistema como parâmetro de entrada, com o cálculo das correntes elétricas realizado a partir da própria simulação. No Apêndice D, este método de resolução do problema é descrito e discutido.

Na Equação 30, as resistências dos enrolamentos de maior e menor tensão são, respectivamente, denotadas por  $R_1$  e  $R_2$ . Na Tabela 3, são mostrados os parâmetros dos enrolamentos e ângulos de defasamento calculados.

Tabela 3 – Resistências, reatâncias e ângulo de defasamento calculados.

| Transformador | $R_1$ ( $\Omega$ ) | $R_2$ ( $\Omega$ ) | $R_{eq}$ ( $\Omega$ ) | $X$ ( $\Omega$ ) | $\Phi$ ( $^\circ$ ) |
|---------------|--------------------|--------------------|-----------------------|------------------|---------------------|
| A             | 0,6549             | 0,1995             | 1,283                 | 69,72            | 88,95               |
| B             | 0,755              | 0,109              | 1,098                 | 39,06            | 88,39               |

Fonte: O autor.

A Equação 2 foi então utilizada para ambos os transformadores. Na Tabela 4, os parâmetros das correntes de curto-circuito obtidas são mostrados.

Tabela 4 – Parâmetros obtidos para as correntes de curto-circuito calculadas.

| Transformador | Corrente de pico<br>(kA) |       | Corrente<br>simétrica<br>(kA) |      | Constante de<br>tempo $\tau$<br>(ms) | Fator de<br>assimetria |
|---------------|--------------------------|-------|-------------------------------|------|--------------------------------------|------------------------|
|               | AT                       | BT    | AT                            | BT   |                                      |                        |
| A             | 5,24                     | 9,29  | 1,90                          | 3,38 | 144                                  | 1,944                  |
| B             | 9,21                     | 16,35 | 3,40                          | 6,03 | 94                                   | 1,916                  |

Fonte: O autor.

Para o cálculo dos parâmetros apresentados na Tabela 2, a variação da resistividade e resistência dos enrolamentos com a temperatura foi desconsiderada. O motivo é que, em transformadores de potência de grande porte, a reatância-série é geralmente uma ordem de grandeza maior que a resistência-série e, portanto, é ínfima a influência da resistência sobre o módulo da impedância e a amplitude da corrente de curto-circuito. No caso dos transformadores analisados, a razão reatância/resistência é de cerca de 54,3 e 35,6 para os transformadores A e B, respectivamente.

Os valores de pico das correntes foram utilizados como dados de entrada para as simulações. Após o cálculo das correntes de curto-circuito, a próxima etapa foi a importação dos desenhos do transformador para o *software* de simulação.

Os parâmetros físicos dos materiais simulados são detalhados na Tabela 5. Embora a condutividade do aço-silício não seja de fato nula, como indicado na Tabela 5, o objetivo do estudo não era analisar diretamente as perdas no núcleo. As perdas no núcleo resultam também em elevação de temperatura. Entretanto, no presente estudo, a temperatura inicial média do enrolamento foi considerada como uma variável de entrada para as análises, sendo abstraídas as fontes de perdas que a originam. Assim, a forma representação das perdas no núcleo não exerce influência sobre a análise pretendida. Para a representação da característica magnética do núcleo, foi avaliada tanto a utilização de permeabilidade constante quanto da curva  $BH$ , porém não se constatou impacto da característica não linear do núcleo sobre os esforços mecânicos resultantes.

Tabela 5 – Parâmetros físicos dos materiais simulados

| Parâmetro                     | Aço silício | Cobre             |
|-------------------------------|-------------|-------------------|
| Densidade ( $\text{kg/m}^3$ ) | 7660        | 8700              |
| Condutividade elétrica (S/m)  | 0           | $6,00 \cdot 10^7$ |
| Permeabilidade relativa       | 8000        | 1                 |
| Permissividade relativa       | 1           | 1                 |
| Módulo de elasticidade (GPa)  | 221         | $E(T)$            |
| Coefficiente de Poisson       | 0,29        | $\nu(T)$          |

Fonte: O autor.

As simulações realizadas acoplam as físicas eletromagnética e mecânica. Na física magnética, o potencial magnético vetor  $\vec{A}$  é a variável que deve ser inicialmente calculada a partir das equações:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (31)$$

e

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (32)$$

associadas às relações constitutivas:

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (33)$$

e

$$\vec{J} = \kappa \vec{E}. \quad (34)$$

Nas Equações 31 e 32,  $rot$  denota o operador rotacional. Na Equação 33,  $\mu_r$  representa a permeabilidade relativa,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  T·m/A é a permeabilidade magnética do espaço livre e  $\vec{H}$  é o campo magnetizante. Na Equação 34,  $\kappa$  representa a condutividade elétrica.

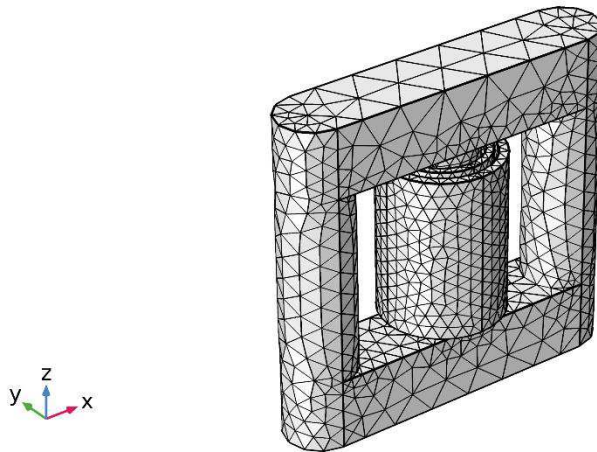
Após o cálculo do potencial magnético vetor, campo e forças magnéticas podem ser obtidos por meio das Equações 31 e 7. Em seguida, a física mecânica recebe a força magnética como uma variável de entrada e calcula deslocamentos e estresses mecânicos a partir da resolução da Equação 35:

$$\operatorname{div} \mathbf{S} + \vec{f} = \rho_m \frac{\partial^2 \vec{\epsilon}}{\partial t^2}. \quad (35)$$

Na Equação 35,  $\mathbf{S}$  representa o segundo tensor de estresse de Piola-Kirchhoff,  $\vec{f}$  é a densidade de força calculada na etapa da física magnética,  $\rho_m$  denota a densidade e  $\epsilon$  é o vetor deslocamento.

Após a definição das físicas empregadas, a próxima etapa é a geração da malha de elementos finitos. Um exemplo de malha obtida por meio de *software* para o transformador B é mostrado na Figura 13.

Figura 13 – Malha de elementos finitos construída para o transformador B.



Fonte: O autor.

### 4.3. Modelagem dos Parâmetros Mecânicos do Cobre

Após a determinação do método de simulação, é necessário modelar como a temperatura afeta os parâmetros mecânicos do cobre que constitui os enrolamentos. A modelagem dos parâmetros mecânicos do cobre consistiu em determinar funções analíticas que descrevessem a variação do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson com a temperatura. O módulo de elasticidade foi modelado a partir de dados obtidos da ASME (2008) e de Hewitt (1998, apud MPEI, 2007).

Os dois conjuntos de dados obtidos foram unidos e um ajuste de curvas foi realizado empregando o método dos mínimos quadrados. Um modelo polinomial de segunda ordem foi utilizado para o ajuste, ou seja,

$$E(T) = aT^2 + bT + c, \quad (36)$$

em que  $E$  representa o módulo de elasticidade, em GPa, e  $T$  é a temperatura, em °C. Os coeficientes obtidos foram:

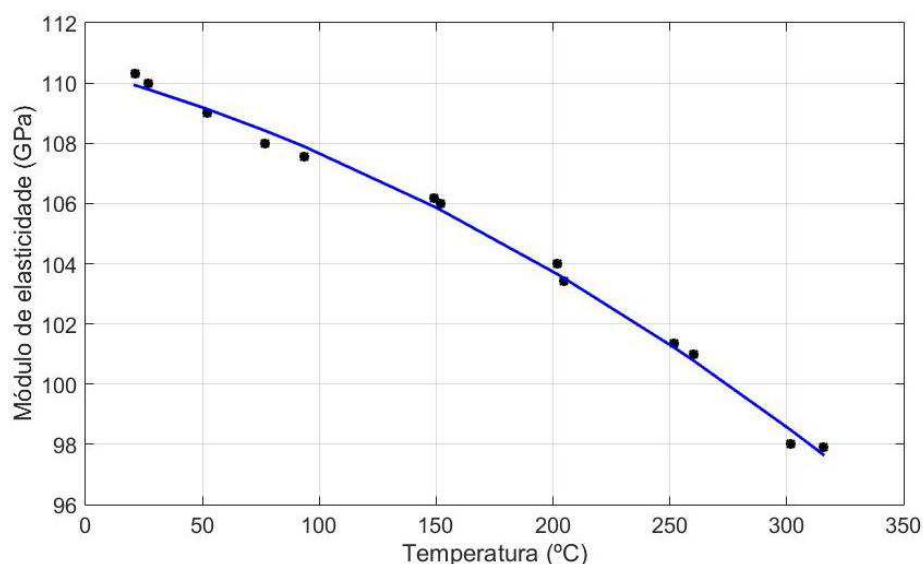
- $a = -6,099 \cdot 10^{-5} \text{ GPa}/^\circ\text{C}^2$ ;
- $b = -0,02112 \text{ GPa}/^\circ\text{C}$ ;
- $c = 110,4 \text{ GPa}$ .

O valor eficaz do erro<sup>3</sup> (RMSE) entre a curva ajustada e os dados experimentais foi de 0,28%. Os pontos utilizados e a curva ajustada são mostrados na Figura 14.

---

<sup>3</sup> O RMSE mensura o ajuste entre um estimador e os valores observados. A definição utilizada neste trabalho foi o RMSE normalizado, dado por  $\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right)^2}$ , em que  $n$  é o número de pontos utilizado para o ajuste,  $y$  é o conjunto de dados a ser estimado e  $\hat{y}$  é o estimador.

Figura 14 – Curva obtida para a estimação do módulo de elasticidade em função da temperatura.



Fonte: O autor.

No que se refere ao coeficiente de Poisson do cobre, em Kaye e Laby (2005), o valor  $\nu = 0,343$  é relatado para uma temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$ . Além disso, Schaefer (1901, apud Köster e Franz, 1961) descreve um aumento de 3,5% do valor do coeficiente para um aumento de temperatura em  $100^{\circ}\text{C}$ , dentro da faixa de  $20^{\circ}\text{C}$  a  $150^{\circ}\text{C}$ . Assim, a Equação 37 foi proposta para descrever a variação do coeficiente de Poisson  $\nu$  do Cobre em função da temperatura  $T$ , em  $^{\circ}\text{C}$ , :

$$\nu(T) = 0,343 \cdot [1 + 3,5 \cdot 10^{-4} \cdot (T - 20)]. \quad (37)$$

A Equação 37 foi aplicada à mesma faixa de temperaturas que a Equação 36. Ao se realizar uma extrapolação da Equação 37, calculando o valor do coeficiente de Poisson para a temperatura de fusão do cobre que corresponded a  $1085^{\circ}\text{C}$ , o valor  $\nu = 0,47$  é obtido. Este valor é coerente com a restrição teórica apontada por Köster e Franz (1961), de que o coeficiente de Poisson é sempre menor que 0,5 e se aproxima deste valor à medida que o metal se aproxima do ponto de fusão.

## 4.4. Cálculo de Elevação de Temperatura durante Curto-circuito

Com o objetivo de avaliar a amplitude da elevação de temperatura durante um curto-circuito e analisar a exatidão do método de cálculo de elevação de temperatura apresentado na norma IEC 60076-5 (2006), um estudo de caso foi realizado utilizando o transformador A. O transformador A foi escolhido por ser o que, dentre os modelos disponíveis, possuía dados mais confiáveis com respeito à resistência dos enrolamentos e densidade de corrente elétrica nominal.

O estudo consistiu no cálculo de elevação de temperatura por três métodos:

1. Método proposto pela norma IEC 60076-5, expresso na Equação 15. Este método despreza a componente contínua da corrente de curto-circuito, mas considera a variação da resistividade do condutor de enrolamento com a temperatura inicial;
2. Utilização da Equação 14, considerando a corrente de curto-circuito total e também a variação da resistividade e do calor específico com a temperatura inicial, porém desprezando a variação dos parâmetros durante o curto-circuito;
3. Utilização da Equação 16, que considera a corrente de curto-circuito total e também modela completamente a variação da resistividade do enrolamento com a temperatura.

O pior caso de corrente de curto-circuito foi considerado, tendo sido calculado por meio da Equação 2. Para tanto, foram utilizados os dados de especificação do transformador A, definidos na Tabela 2. Para o transformador A, as densidades de corrente elétrica nominal nos enrolamentos interno e externo são  $3,84 \text{ A/mm}^2$  e  $2,84 \text{ A/mm}^2$ , respectivamente. As resistências dos enrolamentos a  $75^\circ\text{C}$  são  $0,1995 \Omega$  e  $0,6549 \Omega$ , na mesma ordem. Como a densidade de corrente elétrica no enrolamento interno é maior, este enrolamento foi utilizado nas comparações entre os métodos.



Para o método I, a densidade de corrente de curto-circuito  $J_{cc}$  foi calculada utilizando a expressão:

$$J_{cc} = \frac{J}{Z_{pu}} = \frac{3,84}{0,1318} = 29,14 \text{ A/mm}^2. \quad (38)$$

No método II, para o cálculo da potência dissipada, a variação da resistência inicial do enrolamento foi calculada a partir das resistências a 75°C determinadas pelo fabricante e da equação:

$$R = R_{75}[1 + 3,4 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 75)], \quad (39)$$

em que  $R_{75}$  é a resistência do condutor de cobre a 75°C. O coeficiente de temperatura  $3,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  da Equação 39 foi definido por ajuste de curvas a partir de dados de resistividade elétrica obtidos de Kaye e Laby (2005).

A energia dissipada em função do tempo foi calculada empregando o método de integração trapezoidal. Os valores de energia absorvida obtidos sem e com a componente contínua da corrente foram comparados.

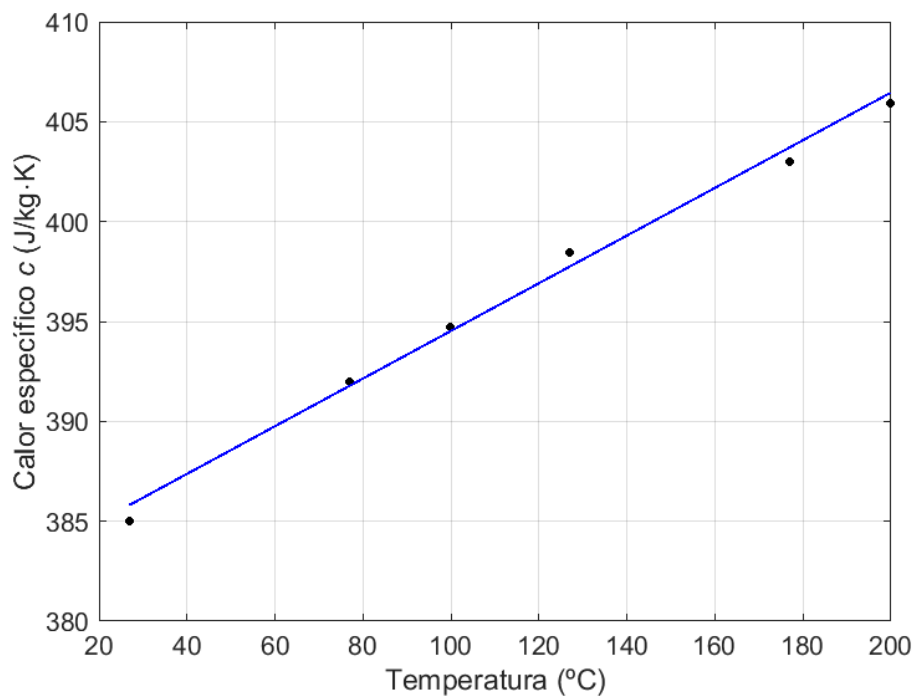
Por fim, no método III, a Equação 16, uma equação diferencial não linear, foi resolvida empregando o MEF por meio da plataforma COMSOL *Multiphysics*®. Para tanto, a variação de resistência do enrolamento foi modelada de forma análoga à utilizada no método II.

Já a variação do calor específico do cobre em função da temperatura foi modelada a partir de dados obtidos em Karditsas e Baptiste (1995). Os pontos utilizados e a função analítica correspondente, obtida por ajuste de curvas, podem ser vistos na Figura 15. O valor  $R^2 = 0,992$  foi obtido<sup>4</sup> para o ajuste. O RMSE foi de 0,22%.

---

<sup>4</sup> O coeficiente de determinação, também denominado de  $R^2$ , é uma medida do ajuste de um modelo estatístico linear generalizado. O  $R^2$  varia entre 0 e 1, indicando o quanto o modelo consegue explicar os valores observados.

Figura 15 – Calor específico do cobre em função da temperatura.



Fonte: O autor.

A expressão analítica obtida para representar o calor específico foi:

$$c(T) = 382,6 + 0,1183 \cdot T, \quad (40)$$

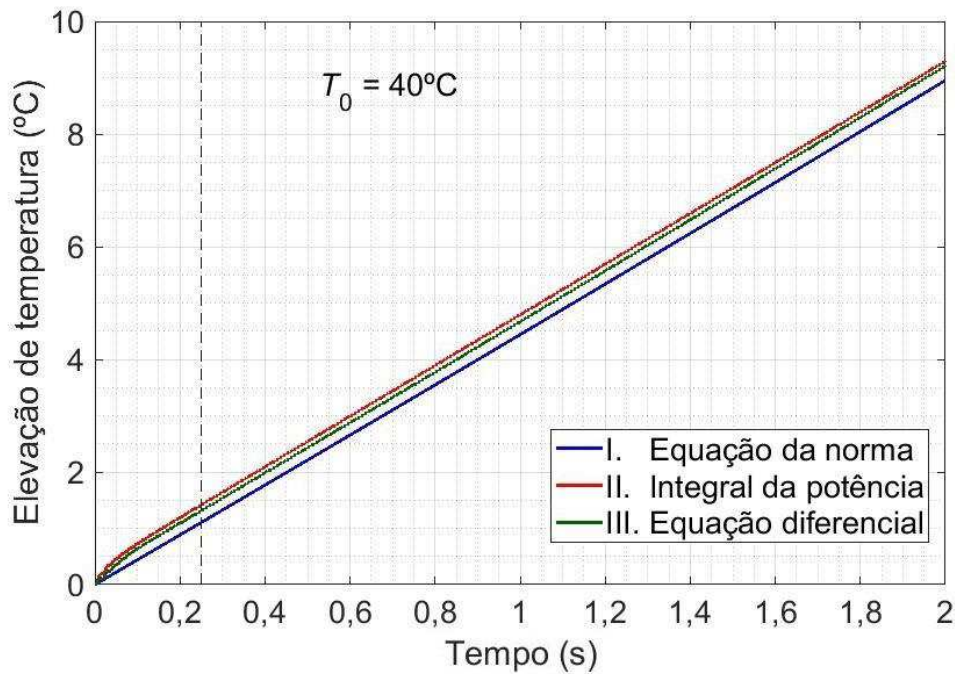
em que  $c$  é o calor específico do cobre e  $T$  a temperatura, em °C.

Para os três métodos analisados, a máxima duração de curto-circuito considerada foi 2 s. Este valor é definido na norma IEC 60076-5 como a duração do ensaio de avaliação da capacidade térmica dos enrolamentos de um transformador. Entretanto, segundo a mesma norma, a duração padrão do ensaio de suportabilidade mecânica para transformadores de potência é 0,25 s. Assim, este período de tempo também foi escolhido para as análises.

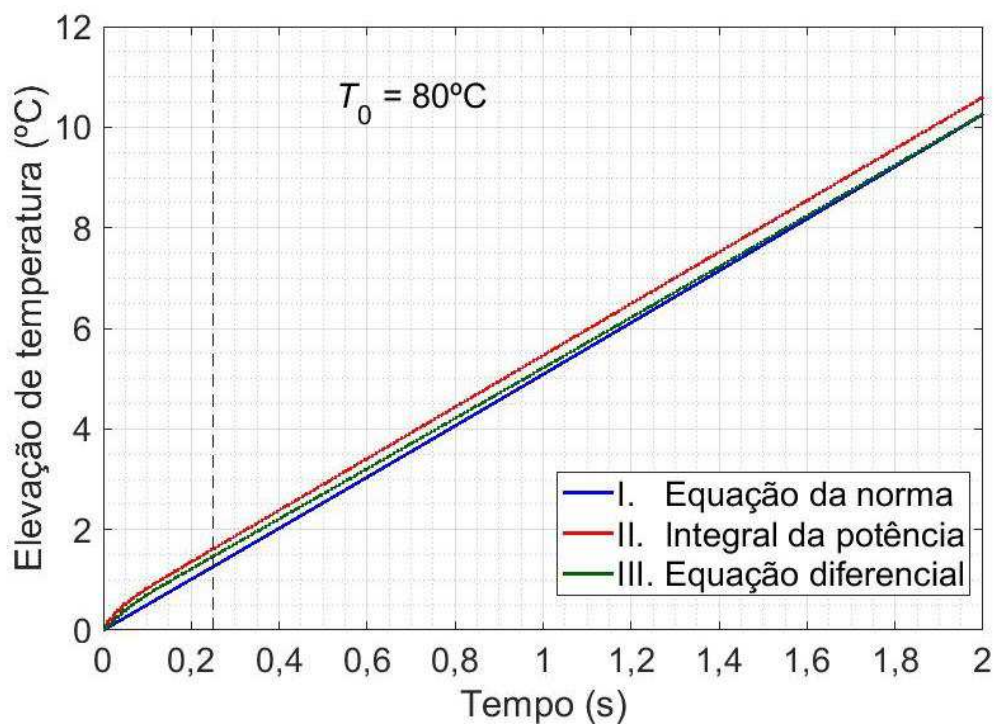
Para os estudos de caso, a temperatura inicial do enrolamento foi variada entre 40°C e 120°C. A temperatura de 40°C é o máximo valor de temperatura ambiente indicado por norma (IEC 60076-1, pp. 20, 21, 44). Considerou-se, então, uma elevação de temperatura média do enrolamento de 80°C, com base na norma IEC 60076-7 (2005, p. 35).

A seguir, são apresentados os resultados calculados para a elevação de temperatura no enrolamento interno do transformador B. Os resultados obtidos considerando diferentes valores de temperatura inicial, a saber, 40°C, 80°C e 120°C, são apresentados na Figura 16.

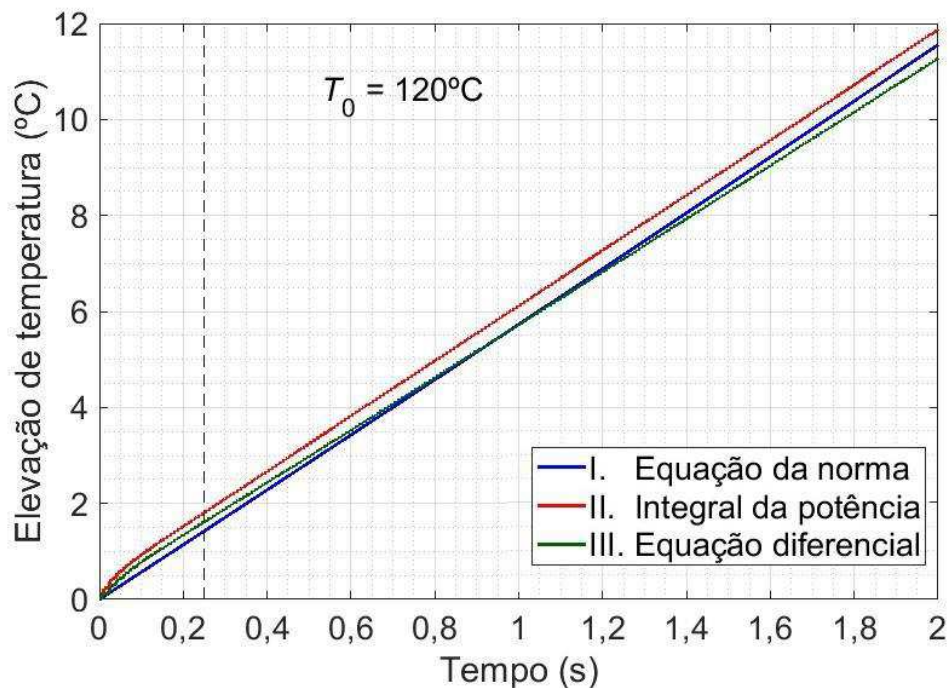
Figura 16 – Elevação de temperatura estimada por meio dos três métodos.



(a)



(b)



(c)

Fonte: O autor.

Na Figura 16, a linha tracejada representa a duração padrão  $\Delta t = 0,25$  s, definida pela IEC 60076-5 (2006) para ensaios de suportabilidade mecânica. A duração total  $\Delta t = 2$  s representa a duração de um ensaio de suportabilidade térmica.

Como é possível constatar a partir de uma inspeção da Figura 16, os valores calculados por meio dos três métodos foram concordantes entre si. O método III, a princípio, deve ser considerado o mais exato, dado que ele considera a variação de todos os parâmetros térmicos e elétricos com a temperatura. Tomando o método III como referência, a máxima diferença entre as temperaturas finais calculadas foi de 5%, para a temperatura inicial  $120^\circ\text{C}$ .

O perceptível deslocamento entre as curvas pode ser justificado pelo fato de que o método I, definido pela IEC 60076-5, não considera a componente contínua da corrente de curto-circuito. Isso acarreta erros relativos grandes para durações de curto-circuito da ordem de grandeza da constante de tempo da componente contínua. Entretanto, para durações de curto-circuito relativamente pequenas, a elevação de temperatura é deveras diminuta. Para  $\Delta t = 0,25$  s, por

exemplo, o máximo erro relativo é de cerca de 28%. Entretanto, a máxima elevação de temperatura calculada para este caso é  $1,8^{\circ}\text{C}$ .

As temperaturas dos gráficos da Figura 16 para as durações  $\Delta t = 0,25$  s e  $\Delta t = 2$  s são registradas na Tabela 6.

Tabela 6 – Valores obtidos no cálculo de elevação de temperatura durante curto-circuito.

|   | $\Delta t = 0,25$ s |      |      | $\Delta t = 2$ s |      |      |
|---|---------------------|------|------|------------------|------|------|
| Temperatura inicial<br>( $^{\circ}\text{C}$ ) | 40                  | 80   | 120  | 40               | 80   | 120  |
| $\Delta T_{\text{I}}$                         | 1,10                | 1,26 | 1,42 | 9,0              | 10,3 | 11,6 |
| $\Delta T_{\text{II}}$                        | 1,42                | 1,61 | 1,81 | 9,3              | 10,6 | 11,9 |
| $\Delta T_{\text{III}}$                       | 1,31                | 1,47 | 1,61 | 9,2              | 10,3 | 11,3 |

Legenda:  $\Delta T_n$  – Elevação de temperatura calculada por meio do método  $n$

Fonte: O autor.

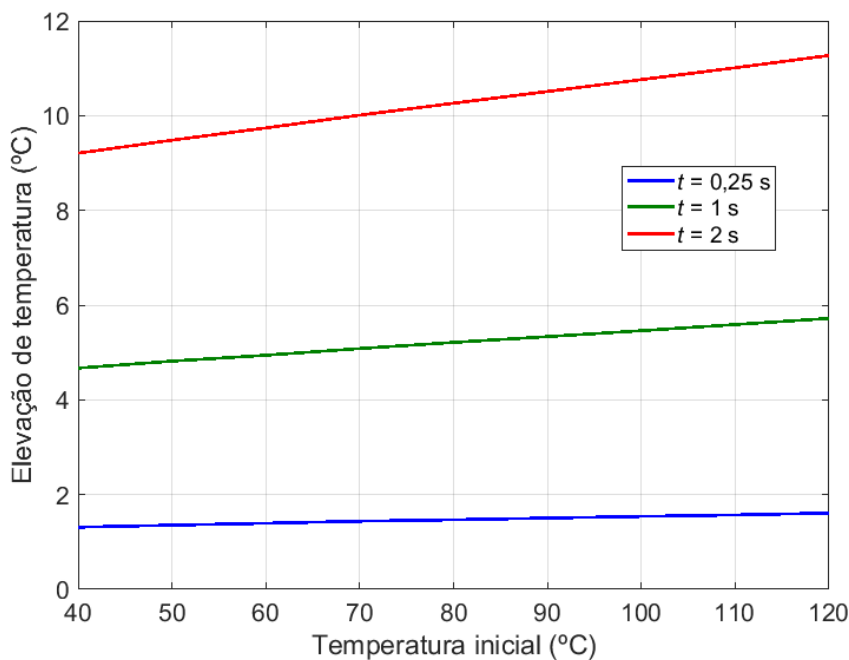
Como é possível depreender de uma análise da Figura 16, a elevação de temperatura aumenta com o aumento da temperatura inicial do enrolamento. Este comportamento se deve ao fato de a resistência do enrolamento aumentar com a temperatura. Também se constata que a taxa de crescimento da temperatura calculada por meio do método III diminui com o crescimento da temperatura quando comparada aos outros métodos. Isto se deve ao calor específico ter sido considerado uma função crescente da temperatura para a resolução da equação diferencial. A elevação da temperatura calculada com o método III em função da temperatura inicial média do enrolamento é mostrada na Figura 17, para diferentes durações  $t$  do curto-circuito.

Os resultados obtidos indicam que a elevação de temperatura causada pelo curto-circuito no enrolamento não é, por si só, capaz de danificá-lo. A máxima elevação de temperatura calculada foi cerca de  $11,9^{\circ}\text{C}$ , no caso de uma temperatura inicial média de  $120^{\circ}\text{C}$  antes do curto-circuito. Além disso, ao se calcular os parâmetros mecânicos do cobre empregando as Equações 36 e 37, tem-se que:

- o módulo de elasticidade após o curto-circuito é  $0,4\%$  menor do que seu valor inicial;

- o coeficiente de Poisson aumenta em cerca de 0,4%.

Figura 17 – Elevação de temperatura em função da temperatura média inicial do enrolamento.



Fonte: O autor.

Assim, pode-se afirmar que a influência da variação dos parâmetros mecânicos do condutor de cobre no *decorrer* do curto-circuito é diminuta. Não há perda significativa de exatidão ao se considerar que os parâmetros são constantes durante o curto-circuito. Os parâmetros podem, portanto, ser calculados com base na temperatura do enrolamento imediatamente antes do curto-circuito ou, de uma forma mais rigorosa, pode-se utilizar a média das temperaturas inicial e final.

Como indicado pela Figura 14 e pela Equação 36, o módulo de elasticidade do cobre diminui com o aumento da temperatura. Portanto, espera-se que um transformador operando em regime de sobrecarga apresente um desempenho frente a curto-circuito inferior ao de um transformador recém-energizado, por exemplo.

Na próxima subseção, a influência da temperatura inicial do enrolamento sobre o seu desempenho frente a curtos-circuitos é analisada por meio do cálculo de estresses mecânicos para uma faixa de temperaturas especificada.

## 4.5. Simulações Eletromecânicas considerando a Variação da Temperatura Inicial

Após a elaboração da metodologia para a modelagem dos parâmetros mecânicos do cobre e simulação com o MEF, uma série de simulações foi realizada considerando diferentes valores de temperatura inicial dos enrolamentos, para os dois transformadores analisados.

Para a determinação das temperaturas de análise, alguns valores devem ser destacados. O valor 20°C é a temperatura para a qual os parâmetros mecânicos do cobre utilizados em cálculo de estresses mecânicos são comumente determinados. A temperatura de 40°C é a máxima temperatura ambiente prevista em norma. A máxima temperatura média recomendada pela norma é 120°C. Entretanto, a ocorrência de aquecimentos que ultrapassam do valor de referência tem sido relatada na literatura. Considerando que Han et al. (2014) relata que alguns transformadores na China têm apresentado valores máximos de temperatura (temperatura de *hot-spot*) acima de 200°C durante curtos períodos, assim, as seguintes temperaturas médias de enrolamento foram consideradas para a análise: 20°C, 40°C, 80°C, 120°C e 160°C.

Inicialmente, as forças magnéticas radial e axial, que dependem apenas da geometria do enrolamento e corrente elétrica, foram calculadas. A força radial total é dada por:

$$F_{\text{tot}} = \iiint F_r \, dV, \quad (41)$$

uma integral calculada no volume total do enrolamento, em que  $F_r$  é a componente radial da força magnética e  $dV$  representa um elemento diferencial de volume. A força axial total é calculada de modo análogo, substituindo  $F_r$  pela componente axial  $|F_z|$  na Equação 41.

Em seguida, para cada uma das temperaturas definidas, o máximo primeiro estresse principal foi calculado para os enrolamentos interno e externo de ambos os transformadores.

A seguir, são apresentados os resultados das simulações de esforços mecânicos. Inicialmente, são mostradas as componentes das forças magnéticas calculadas nos enrolamentos, as quais não dependem da temperatura. Em seguida, são apresentados os valores de máximo primeiro estresse principal obtidos considerando a variação da temperatura inicial média dos enrolamentos.

Na Tabela 7, os valores obtidos para as máximas forças magnéticas totais nos enrolamentos são apresentados:

Tabela 7 – Forças totais calculadas nos enrolamentos dos transformadores analisados.

| Transformador | Enrolamento interno     |                        | Enrolamento externo     |                        |
|---------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|
|               | Força radial total (MN) | Força axial total (MN) | Força radial total (MN) | Força axial total (MN) |
| A             | 16,44                   | 1,05                   | 20,44                   | 1,56                   |
| B             | 27,02                   | 1,82                   | 32,77                   | 3,00                   |

Fonte: O autor.

Os máximos estresses principais calculados para as temperaturas definidas são mostrados na Tabela 8.

Tabela 8 – Máximo estresse principal calculado para os enrolamentos, em MPa.

| Temperatura inicial média do enrolamento (°C) |   | 20                  | 40    | 80    | 120   | 160   |       |
|---|---|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Máximo estresse principal (MPa)               | A | Enrolamento interno | 17,22 | 17,43 | 17,85 | 18,28 | 18,72 |
|   |   | Enrolamento externo | 28,97 | 28,99 | 29,02 | 29,06 | 29,29 |
|   | B | Enrolamento interno | 23,88 | 24,16 | 24,74 | 25,34 | 25,95 |
|   |   | Enrolamento externo | 34,50 | 34,83 | 35,58 | 36,35 | 37,15 |

Fonte: O autor.

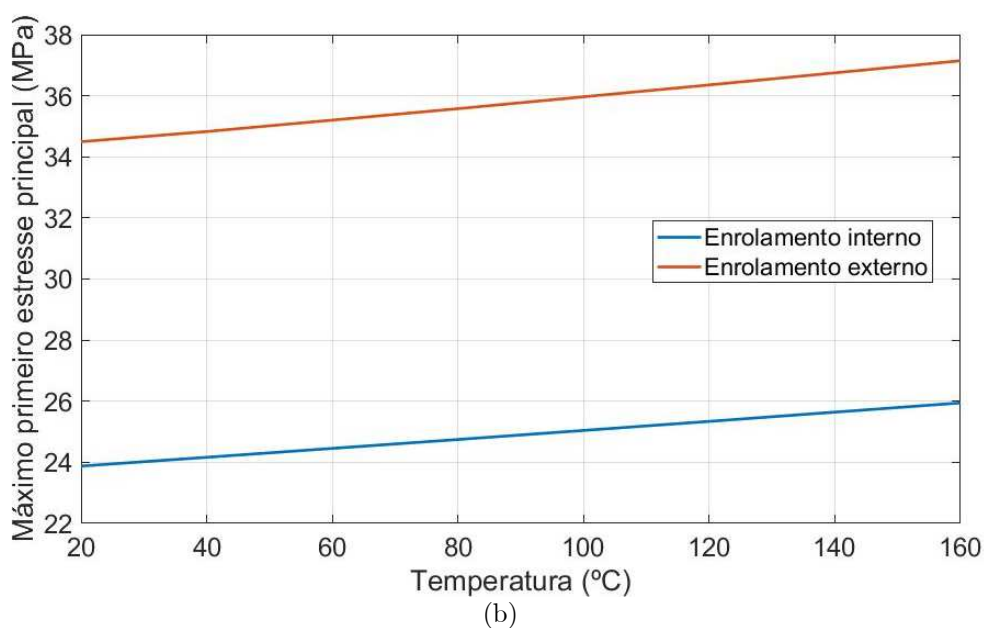
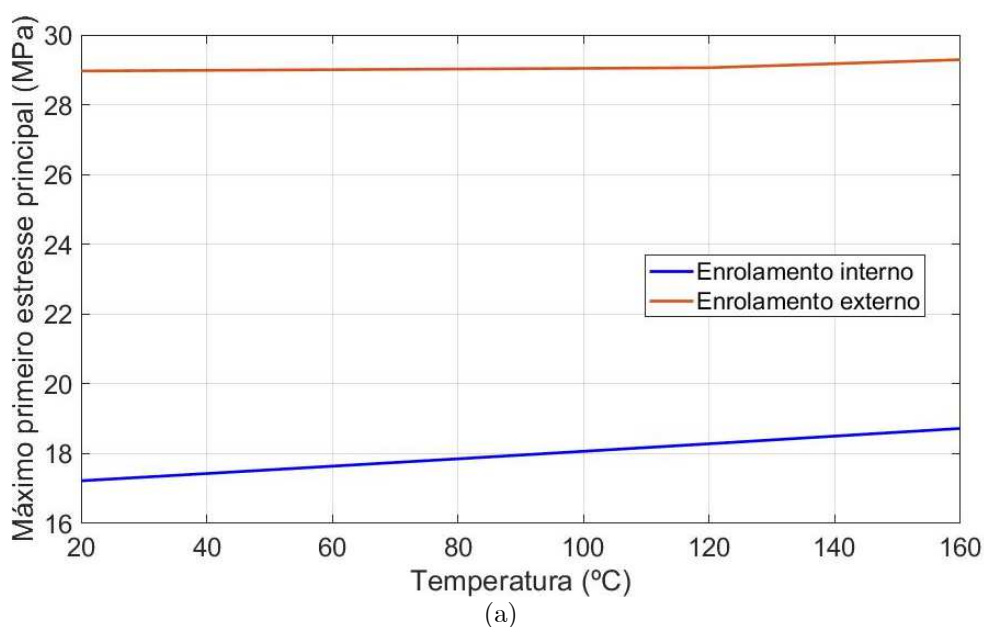
Uma análise da Tabela 7 permite concluir que as forças totais são maiores para o transformador B que para o transformador A, o que se justifica devido às maiores potência e dimensões do transformador B. Ademais, para todos os



enrolamentos, as forças radiais são superiores às axiais. As forças axiais representam de 6 a 9% das forças radiais.

Ao se analisar os dados da Tabela 8 pode-se constatar a elevação do máximo primeiro estresse principal com a temperatura. Os enrolamentos internos de ambos os transformadores apresentaram maior variação relativa. Na Figura 18, os dados da Tabela 8 são apresentados de forma gráfica.

Figura 18 – Máximo estresse principal calculado em função da temperatura para os transformadores (a) A e (b) B.



Fonte: O autor.

A variação relativa do máximo estresse principal, considerando as temperaturas extremas 20°C e 160°C, é mostrada na Tabela 9.

Tabela 9 – Elevação do máximo primeiro estresse principal na faixa de temperatura analisada.

| Enrolamento |         | Elevação do máximo primeiro estresse principal (%) |
|-------------|---------|--|
| A           | Interno | 8,7  |
|             | Externo | 1,1  |
| B           | Interno | 8,7  |
|             | Externo | 7,7  |

Fonte: O autor.

Um aumento mensurável e aproximadamente linear do primeiro estresse principal com a temperatura foi constatado para todos os enrolamentos exceto o enrolamento externo do transformador A. Para os demais enrolamentos, a variação do máximo primeiro estresse principal com a temperatura pode ser descrita de forma aproximada pelas Equações 42 a 44, obtidas mediante ajuste de curvas:

- Enrolamento interno do transformador A:

$$\max \sigma_1 = 17,00 + 0,01071 \cdot T; \quad (42)$$

- Enrolamento interno do transformador B:

$$\max \sigma_1 = 23,57 + 0,01477 \cdot T; \quad (43)$$

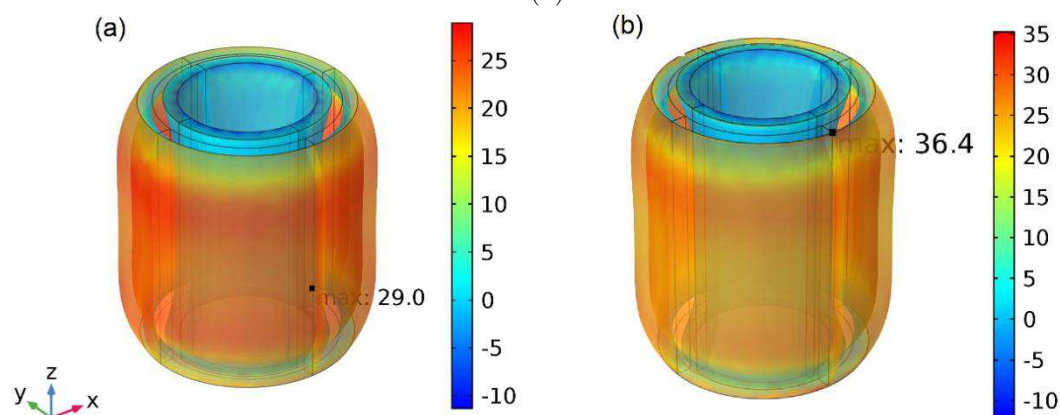
- Enrolamento externo do transformador B:

$$\max \sigma_1 = 34,08 + 0,01901 \cdot T. \quad (44)$$

Na Figura 19, são mostrados gráficos de superfície do primeiro estresse principal calculado para os enrolamentos dos transformadores a 120°C.

Os resultados obtidos indicam que a elevação da temperatura do enrolamento pode provocar um aumento apreciável do valor do máximo primeiro estresse principal. Assim, a utilização de parâmetros mecânicos correspondentes a temperaturas mais altas resulta em projetos mais conservadores.

Figura 19 – Primeiro estresse principal, em MPa, nos enrolamentos dos transformadores (a) A e (b) B.



Fonte: O autor.

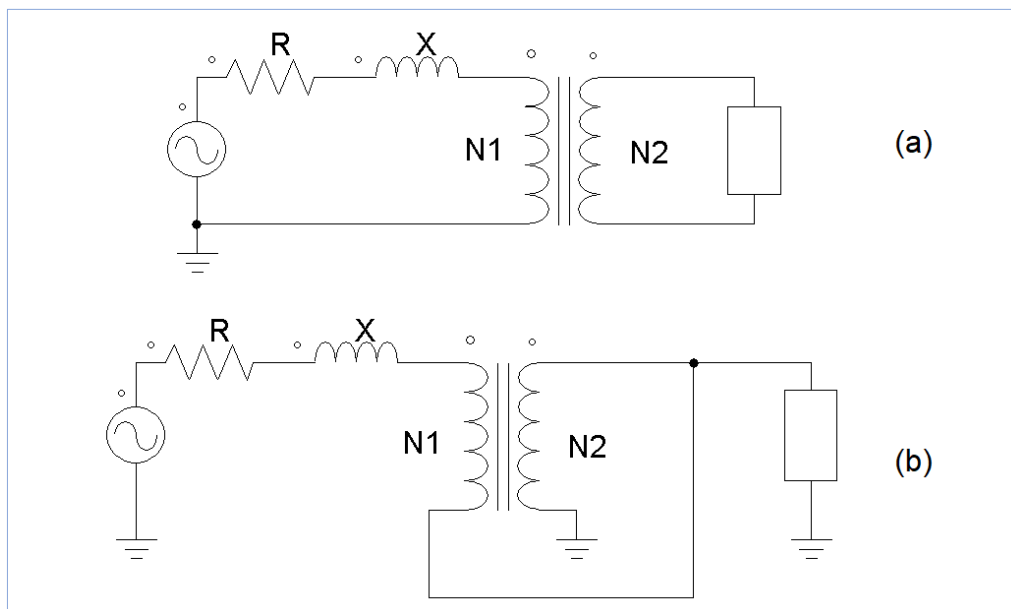
## 4.6. Simulação de Curto-circuito em um Autotransformador

Com o objetivo de comparar o efeito da ligação como autotransformador sobre as forças eletromagnéticas, uma análise comparativa foi realizada considerando os mesmos enrolamentos, conectados separadamente e como autotransformador. O transformador B foi escolhido para esta análise, por possuir a maior potência.

Na Figura 20, as conexões de um transformador com enrolamentos separados e como autotransformador são ilustradas sob a forma de diagramas de circuito.

Nos diagramas da Figura 20, a impedância de curto-circuito referida ao lado de maior tensão equivale a  $R + j \cdot X$ , e possui o mesmo valor ambas as configurações. O que muda na ligação como autotransformador são os níveis de tensão e a relação de transformação. Na ligação com enrolamentos separados, a relação de transformação é relacionada à razão  $N_1/N_2$ . Já na ligação como autotransformador, a maior tensão é aplicada a ambos os enrolamentos. Assim, a relação de transformação depende da razão  $(N_1+N_2)/N_2$ .

Figura 20 – Ligações de enrolamentos monofásicos como (a) transformador e (b) autotransformador.



Fonte: O autor.

Dado que as relações são diferentes, os níveis de tensão com que a configuração de enrolamentos separados opera não serão verificados na conexão como autotransformador. Assim, para fins de comparação, deve-se escolher qual tensão será mantida fixa, a tensão do lado de menor ou maior tensão. O transformador B tem tensões nominais de fase de  $230/\sqrt{3}$  kV e 69 kV, e os enrolamentos de 568 e 320 espiras estão conectados em Y e  $\Delta$ , respectivamente. Nesta análise, será considerado que o autotransformador equivalente terá ambos os enrolamentos conectados em Y.

A ligação como autotransformador aumenta a potência de ser transmitida por um fator de  $1 + I_1/I_2$ . Assim, com base nas correntes nominais fornecidas na Tabela 2, um aumento de potência de 52,0% é calculado. A potência nominal aumentaria de 60 MVA/fase para 91,2 MVA/fase, empregando os mesmos enrolamentos. Para atingir este valor de potência, entretanto, o lado de maior tensão deve operar com tensão de fase dada pela soma das tensões nos enrolamentos, ou seja, cerca de 202 kV.

Portanto, no caso da ligação autotransformador, as correntes de curto-circuito devem ser calculadas empregando este novo valor de tensão na Equação 2. Os demais parâmetros permanecem os mesmos. Assim, a corrente de curto-

circuito para o transformador B conectado como autotransformador aumenta em 52% dos valores apresentados na Tabela 4. Os valores de pico da corrente de curto-circuito nos enrolamentos externo e interno serão 24,84 kA e 14,00 kA, respectivamente.

A simulação de curto-circuito foi, portanto, realizada novamente, considerando os novos valores das correntes de pico de curto-circuito. O campo magnético de dispersão, forças nos enrolamentos e estresses mecânicos foram comparados com os resultados obtidos considerando a configuração base.

A seguir, os resultados da simulação de curto-circuito empregando os enrolamentos do transformador B conectados como autotransformador são apresentados e comparados aos resultados obtidos anteriormente. Inicialmente, uma comparação entre os resultados obtidos é apresentada na Tabela 10. Os máximos estresses principais foram calculados para a temperatura de 120°C.

Tabela 10 – Comparação entre resultados magnéticos-mecânicos do curto-circuito para o transformador B e o autotransformador equivalente.

| Parâmetro                  |                                 | Transformador | Autotransformador equivalente |
|----------------------------|---------------------------------|---------------|-------------------------------|
| Campo magnético máximo (T) |                                 | 3,48          | 5,28                          |
| Enrolamento interno        | Força radial total (MN)         | 27,02         | 62,35                         |
|                            | Força axial total (MN)          | 1,82          | 4,20                          |
|                            | Máximo estresse principal (MPa) | 25,34         | 58,47                         |
| Enrolamento externo        | Força radial total (MN)         | 32,77         | 75,60                         |
|                            | Força axial total (MN)          | 3,00          | 6,93                          |
|                            | Máximo estresse principal (MPa) | 36,35         | 83,88                         |

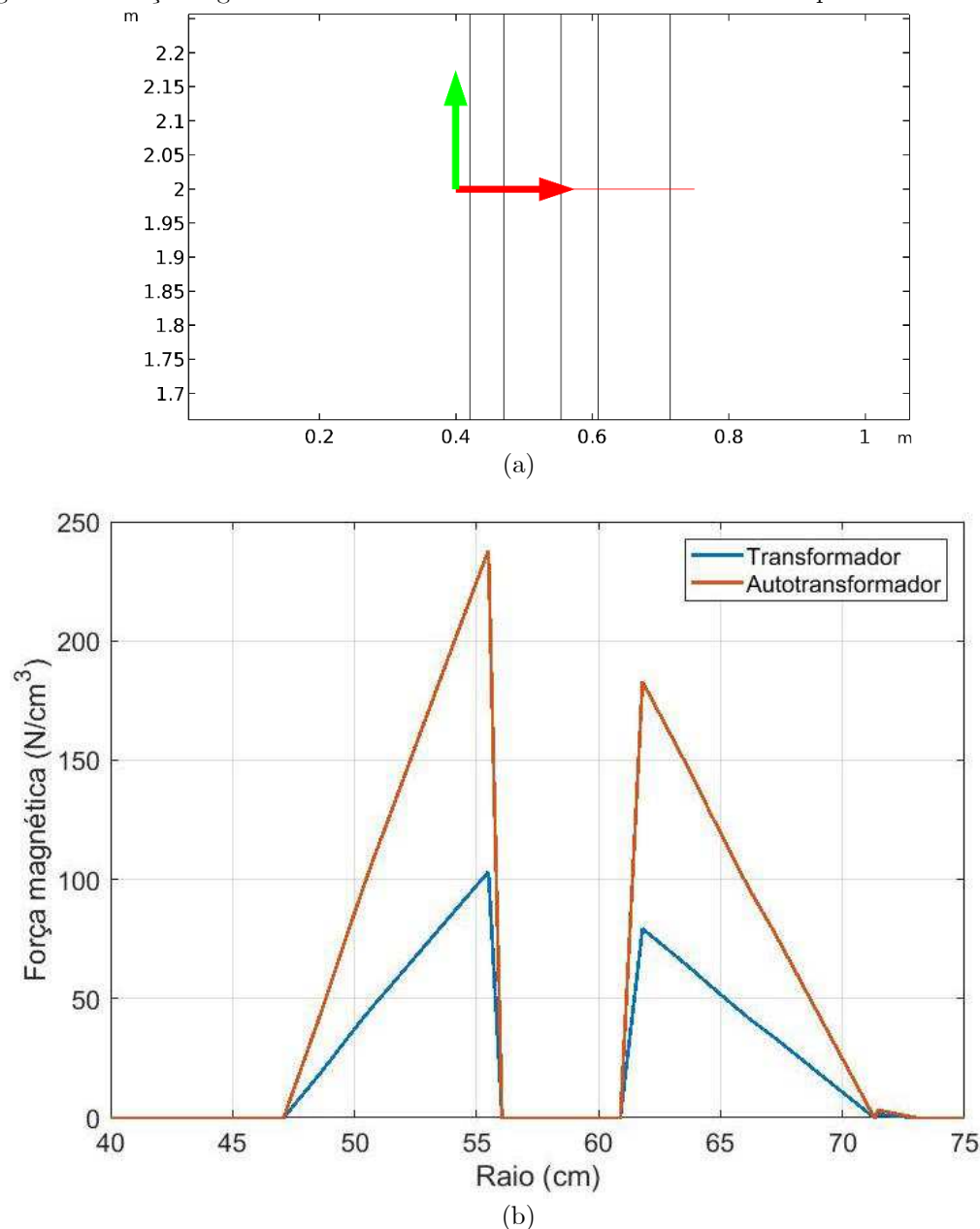
Fonte: O autor.

O campo magnético calculado na configuração autotransformador foi 52% maior. Os parâmetros mecânicos obtidos foram 131% maiores. Os resultados obtidos se adequam com a teoria, dado que o campo magnético é proporcional à corrente elétrica, enquanto a força magnética é proporcional ao quadrado da corrente. Sendo  $V_1$  e  $V_2$  as tensões de fase dos enrolamentos de menor e maior tensão, respectivamente, pode-se demonstrar que o campo magnético do autotransformador aumenta por um fator de  $(1 + V_1/V_2)$  quando comparado ao

transformador equivalente. Já as forças e estresses aumentam por um fator de  $(1 + V_1/V_2)^2$ .

Na Figura 21, uma comparação entre as forças magnéticas calculadas ao longo da altura média dos enrolamentos para os dois casos é apresentada. O caminho escolhido para a obtenção das forças é mostrado na Figura 21a.

Figura 21 – Força magnética na altura média dos enrolamentos durante o pico do curto-circuito.



Fonte: O autor.

Os resultados obtidos comprovam que, enquanto a conexão como autotransformador possibilita o aumento da potência e eficiência quando

comparado ao transformador equivalente, ela também acarreta um expressivo aumento das forças e estresses nos enrolamentos durante um curto-circuito. O motivo é a diminuição da impedância por unidade e o aumento da amplitude das correntes de curto-circuito. Assim, as estruturas de suporte de autotransformadores necessitam de reforço adicional. As estruturas de suporte radial devem ser sobredimensionadas quando comparadas a um transformador de mesmo porte, bem como as amarrações axiais.

#### 4.7. Análise da Influência da Representação Geométrica dos Enrolamentos

Nas simulações descritas nas seções anteriores, foi empregado uma representação 3D na qual os enrolamentos foram considerados como anéis cilíndricos. Na realidade, o enrolamento é composto por um conjunto intrincado de condutores individuais, cuja representação na simulação acarreta um aumento considerável do número de elementos da malha e do esforço computacional, sobretudo em 3D.

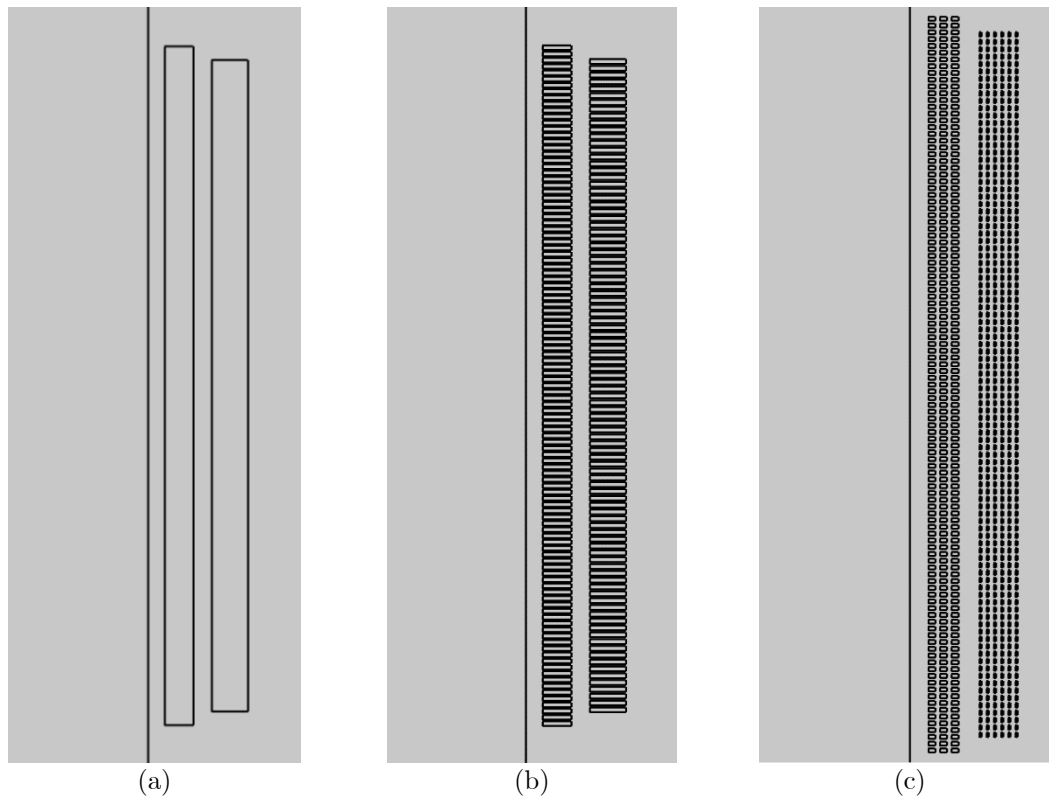
Assim, com o objetivo de avaliar o impacto da representação geométrica do enrolamento sobre a exatidão dos resultados, a geometria 3D foi comparada com uma geometria 2D de revolução equivalente. Em seguida, três diferentes representações de enrolamento consistindo em diferentes graus de detalhamento foram comparadas empregando geometria 2D de revolução. Para a análise, apenas o transformador B foi utilizado, dado que havia maior quantidade de dados disponível acerca dos detalhes construtivos dos seus enrolamentos. As representações geométricas analisadas foram:

- a) 3D com o enrolamento representado como um anel cilíndrico;
- b) 2D de revolução com o enrolamento representado como anel cilíndrico;

- c) 2D de revolução com o enrolamento representado como um conjunto de discos sólidos;
- d) 2D de revolução com a representação dos condutores individuais.

Desenhos das representações 2D podem ser visualizados na Figura 22:

Figura 22 – Representações de enrolamentos analisadas: (a) sólido, (b) discos e (c) condutores individuais.

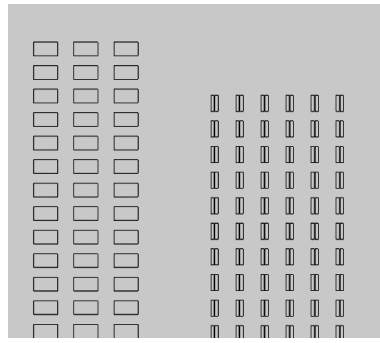


Fonte: O autor.

O conjunto formado pelo núcleo e enrolamentos, a rigor, não possui simetria de revolução, de modo que o emprego de uma representação 2D de revolução claramente representa uma simplificação. Nas representações 2D elaborados, apenas a coluna no qual os enrolamentos se encontram foi desenhada, da forma mostrada na Figura 22. A representação dos condutores individuais da Figura 22c pode ser vista com maior nível de detalhamento na Figura 23.



Figura 23 – Detalhe do enrolamento representado por condutores individuais.



Fonte: O autor.

As representações  $a$  e  $b$  foram confrontadas de modo a comparar a diferença entre as geometrias 2D e 3D. Em seguida, as representações  $b$ ,  $c$  e  $d$  foram comparados, com o intuito de avaliar exclusivamente a influência do nível de detalhamento dos enrolamentos sobre a distribuição de campo e forças magnéticas.

Para todos os casos considerados, o campo magnético e as forças radiais foram calculados com o MEF, para os valores de pico das correntes de curto-circuito calculados na seção 4.2. Para o cálculo das forças radiais totais, a Equação 41 foi empregada. Os valores obtidos por meio do MEF foram comparados com os resultados analíticos calculados com as Equações 10 e 12.

Com o objetivo de comparar o custo computacional, eficácia e exatidão das diferentes representações geométricas, os valores de campo magnético e força magnética calculados são apresentados, comparados e discutidos. Inicialmente, o número de elementos das malhas geradas é apresentado na Tabela 11:

Tabela 11 – Dados da malha gerada com as diferentes representações geométricas analisadas.

| Representação geométrica | Número de elementos | Número de graus de liberdade do problema |
|--------------------------|---------------------|--|
| a. 3D                    | 44284               | 283352                                   |
| b. 2D-rev. – Sólido      | 760                 | 1569                                     |
| c. 2D-rev. – Discos      | 29731               | 59528                                    |
| d. 2D-rev. - Condutores  | 359611              | 719290                                   |

Fonte: O autor.

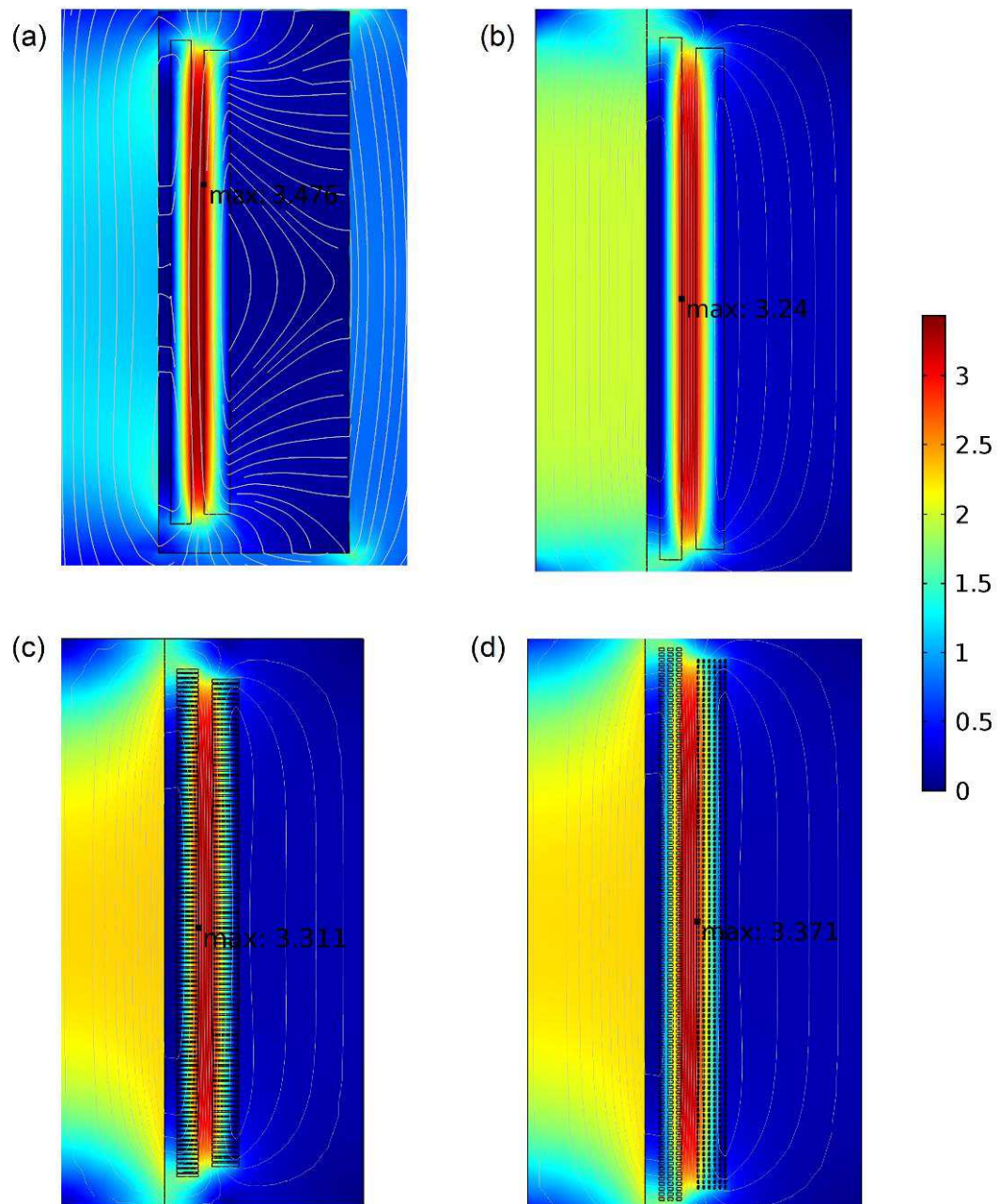
Para a correta interpretação dos resultados, deve-se comparar as representações *a* e *b*, as quais possuem, respectivamente, geometrias 3D e 2D de revolução com o mesmo nível de detalhamento do enrolamento. Para comparar o nível de detalhamento empregado para a geometria dos enrolamentos, as representações *b*, *c* e *d*, as quais são 2D de revolução, devem ser comparadas.

A partir da análise dos dados da Tabela 11, é possível observar que, ainda que a representação *d* seja baseada em geometria 2D de revolução, o número de elementos da malha produzida ultrapassa o número de elementos da representação *a*, que é 3D. Isto evidencia a complexidade inerente a uma descrição detalhada dos enrolamentos.

As distribuições de campo magnético de curto-circuito obtidas para os quatro casos analisados são apresentadas e comparadas nos gráficos de superfície da Figura 24. Os máximos valores de campo magnético calculados foram semelhantes para todos os casos. A diferença percentual entre o campo magnético máximo obtido com as representações *a* e *b* foi de cerca de 7%. A máxima diferença entre o campo magnético máximo entre os casos *b*, *c* e *d* foi de cerca de 4%. Entretanto, os valores máximos de campo, sozinhos, não são a métrica mais adequada para comparação entre as diferentes representações do transformador.

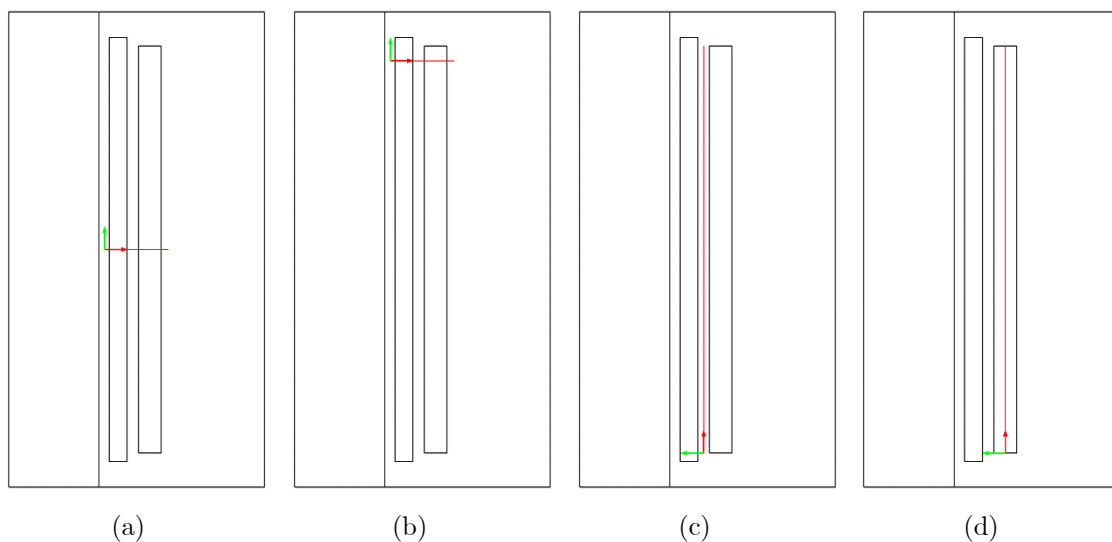
De modo a aprofundar a análise comparativa entre os casos analisados, quatro caminhos retilíneos foram escolhidos para a análise dos resultados, como pode ser visto na Figura 25. O campo magnético ao longo das retas das Figuras 25a, 25b e 25c foi determinado. As forças magnéticas radiais foram obtidas para as retas das Figuras 25a e 25d.

Figura 24 – Distribuição de campo magnético durante o pico durante o curto-circuito calculada para as representações geométricas (a), (b), (c) e (d).



Fonte: O autor.

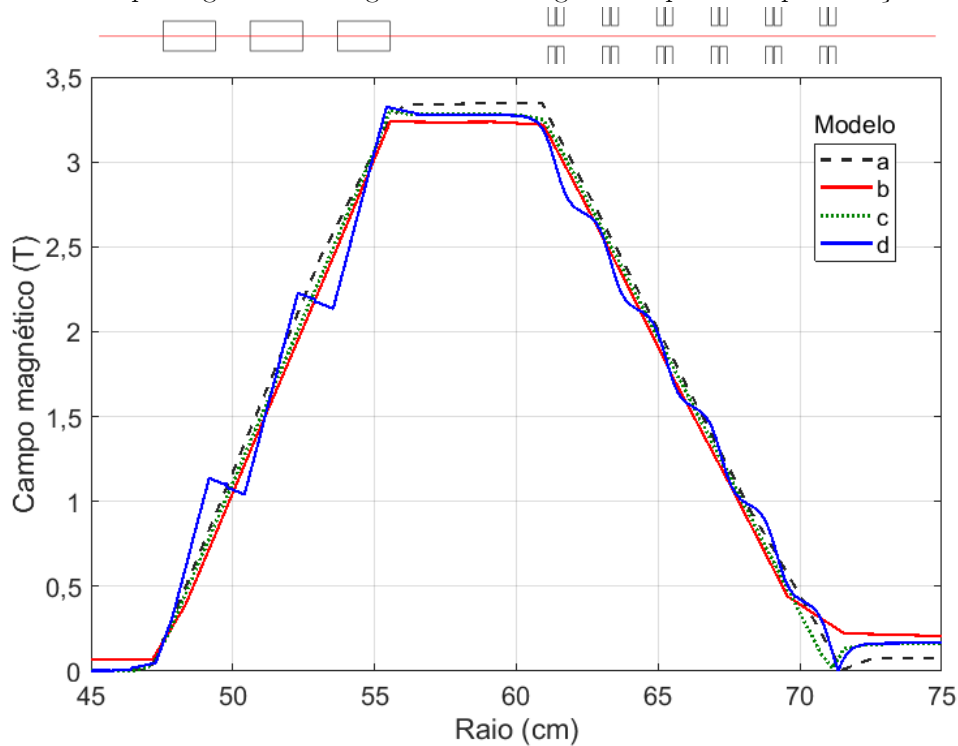
Figura 25 – Retas escolhidas para análise de campo e forças magnéticas.



Fonte: O autor.

Na Figura 26, o campo magnético ao longo do caminho mostrado na Figura 25a é mostrado para os quatro casos analisados.

Figura 26 – Campo magnético ao longo da reta da Figura 25a para as representações analisadas.

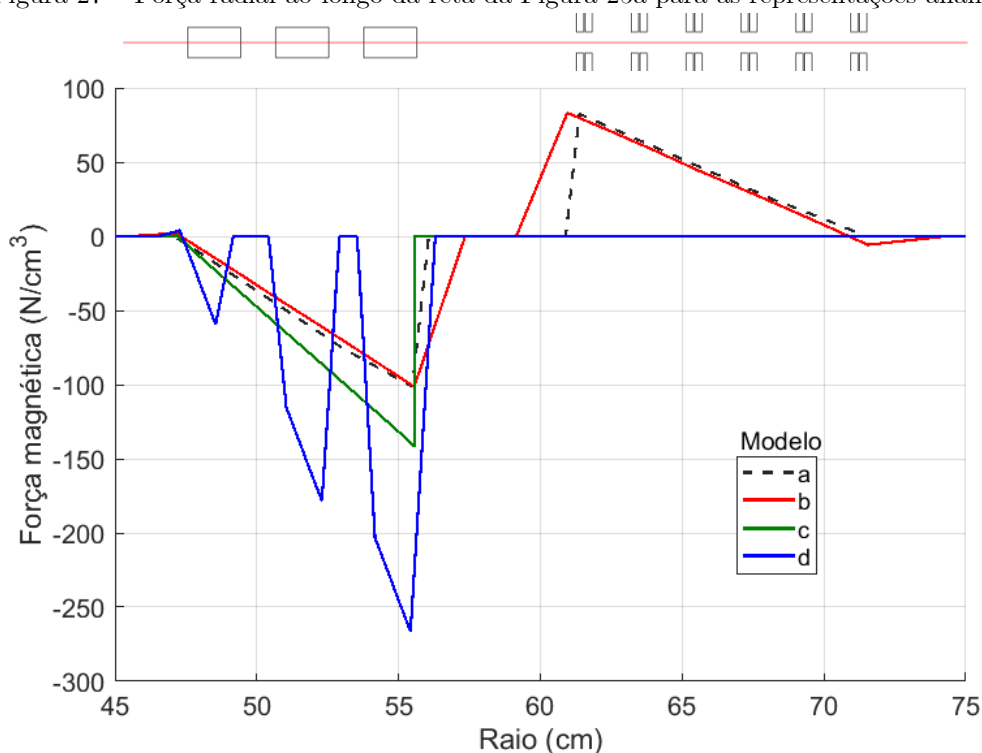


Fonte: O autor.

Como pode ser depreendido de uma análise da Figura 26, há um nível aceitável de concordância entre as distribuições de campo magnético calculadas mediante geometrias 3D (a) e 2D de revolução (b). O mesmo ocorre para os casos

que apresentam geometria 2D de revolução (*b*, *c* e *d*). Especificamente na representação *d*, é possível observar uma ondulação no padrão de campo magnético devido à influência dos condutores individuais, que neste caso foram considerados. Na Figura 27, são apresentadas as forças radiais correspondentes ao longo do mesmo caminho da Figura 25a. Já na Figura 28, o padrão de campo magnético ao longo do caminho da Figura 25b pode ser observado.

Figura 27 – Força radial ao longo da reta da Figura 25a para as representações analisadas.

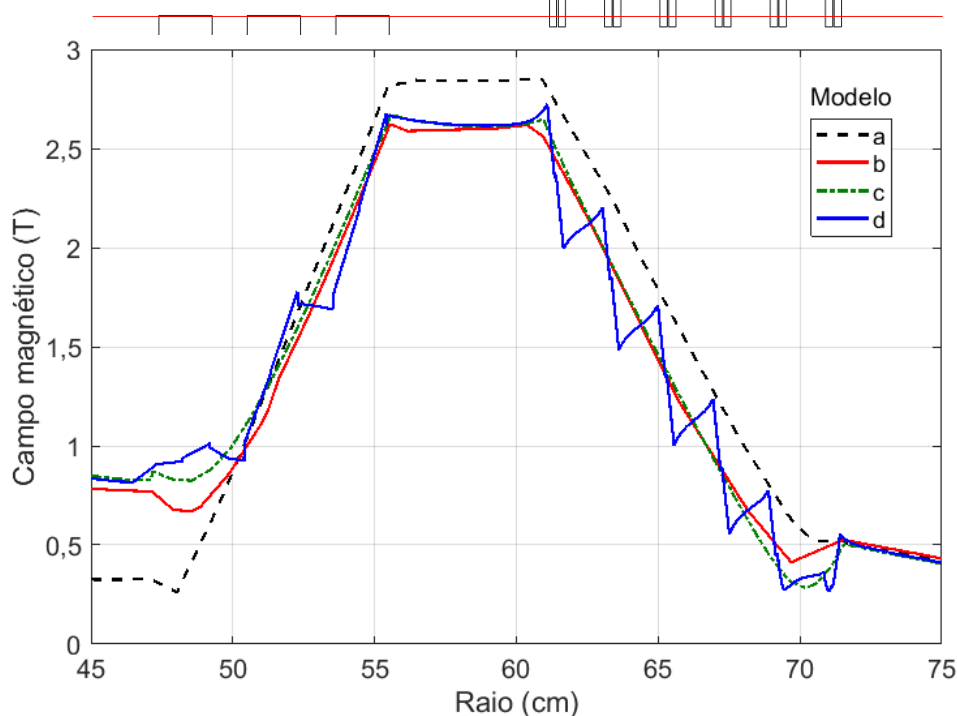


Fonte: O autor.

Na Figura 27, as curvas permitem discernir as regiões dos dois enrolamentos. No enrolamento interno, como esperado, as forças são negativas, dado que atuam no sentido de comprimir o enrolamento. Além disso, pode-se observar uma dispersão considerável no padrão de forças magnéticas obtido por meio das diferentes representações geométricas. Essa diferença ocorre devido ao fato de que, em especial para o caso *d*, o enrolamento está, como na realidade, repleto de regiões isolantes separando os condutores, no interior das quais a força magnética é nula.

Ainda na Figura 27, a força é nula para o enrolamento externo porque a reta considerada na Figura 25a não atravessa os condutores dos enrolamentos dos casos *c* e *d*.

Figura 28 – Campo magnético ao longo da reta da Figura 25b para as representações analisadas.



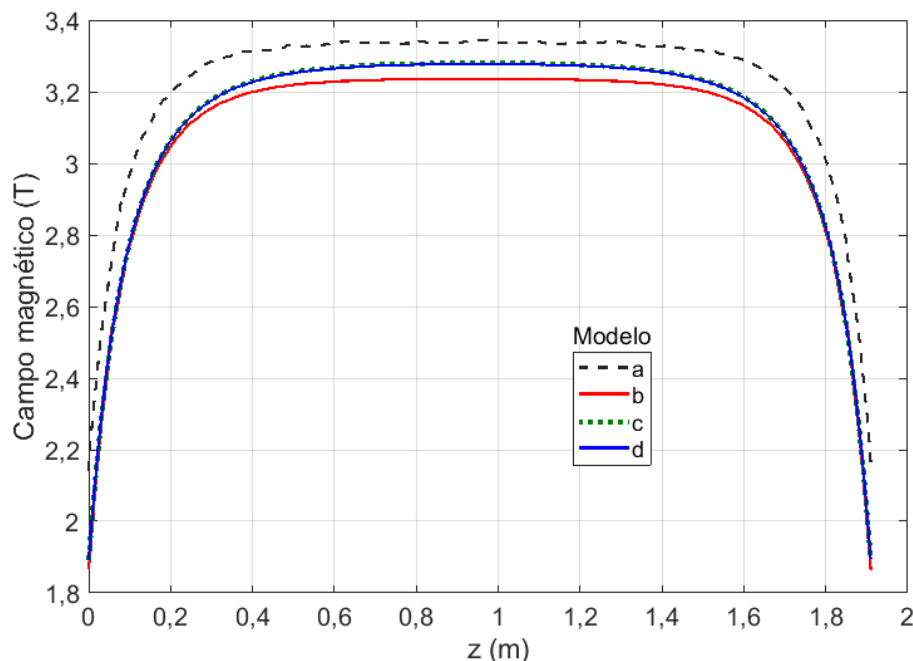
Fonte: O autor.

O padrão de campo magnético da Figura 28, próximo à extremidade do enrolamento, permite constatar que as representações geométricas 3D e 2D de revolução não apresentam uma concordância tão grande para a extremidade do enrolamento quanto à apresentada para o meio do enrolamento, como mostrado na Figura 26. Este fato pode indicar que a geometria 2D de revolução apresentada não tem exatidão satisfatória para o cálculo de forças nas extremidades dos enrolamentos.

Na Figura 29, são mostrados gráficos do campo magnético calculado ao longo do canal entre os enrolamentos descrito na Figura 25c. O campo magnético segue o mesmo padrão para todas as curvas da Figura 25. Entretanto, há uma diferença apreciável entre o campo magnético obtido por meio da geometria 2D de revolução e o campo calculado empregando geometria 3D. A diferença entre os

valores médios de campo magnético ao longo da reta vertical calculados para os casos *a* e *b* é de cerca de 20%. Contudo, deve-se ressaltar que, para a análise de forças magnéticas e estresses mecânicos, o campo magnético a ser considerado é o campo no interior dos enrolamentos, como mostrado nas Figuras 26 e 28.

Figura 29 – Campo magnético ao longo da reta da Figura 25c para as representações analisadas.



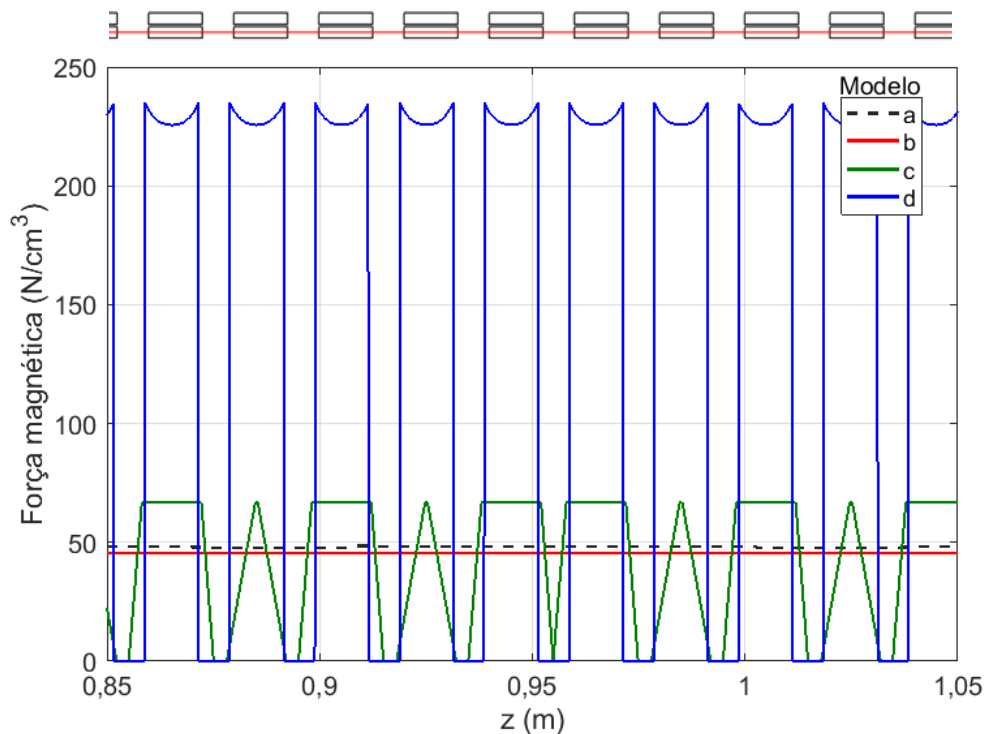
Fonte: O autor.

O último caminho analisado é o da Figura 25d, no enrolamento externo, para o qual foram obtidas as forças magnéticas mostradas na Figura 30. Devido ao alto nível de detalhamento resultante das representações geométricas *c* e *d*, apenas um trecho do centro do enrolamento é apresentado na Figura 30.

Os resultados da Figura 30 apresentam um comportamento análogo aos da Figura 27. Como no enrolamento externo do caso *d* as regiões isolantes estão representadas, a densidade de corrente elétrica nos condutores é maior e mais próxima da densidade de corrente real e, portanto, a densidade de força magnética nos condutores é consideravelmente maior.

A despeito desta diferença na distribuição das forças locais, as forças radiais totais, integradas em todo o volume do enrolamento, apresentam valores concordantes, como pode ser comprovado por uma análise da Tabela 12.

Figura 30 – Força magnética ao longo da reta da Figura 25d para as representações analisadas.



Fonte: O autor.

Tabela 12 – Forças magnéticas calculadas por meio do MEF e métodos analíticos.

| Representação geométrica | Enrolamento interno     |                        | Enrolamento externo     |                        |
|--------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|
|                          | Força radial total (MN) | Força axial total (MN) | Força radial total (MN) | Força axial total (MN) |
| a. 3D                    | 27,02                   | 1,82                   | 32,77                   | 3,00                   |
| b. 2D-rev. – Sólido      | 25,45                   | 2,78                   | 30,52                   | 1,40                   |
| c. 2D-rev. – Discos      | 25,98                   | 3,72                   | 30,80                   | 1,96                   |
| d. 2D-rev. - Condutores  | 26,04                   | 4,05                   | 30,78                   | 2,79                   |
| Analítico                | 26,76                   | -                      | 37,56                   | -                      |

Fonte: O autor.

As forças radiais totais calculadas por meio do MEF apresentaram variação máxima de cerca 6% e 7% nos enrolamentos interno e externo, respectivamente. Entretanto, a discrepância entre as forças axiais foi muito maior. Estes resultados indicam que, quando comparado à representação geométrica 3D, a representação geométrica 2D de revolução superestima as forças axiais no enrolamento interno e subestima as forças axiais no enrolamento externo.

Em suma, a representação 2D de revolução analisada fornece valores próximos para o campo magnético e para as forças radiais, mas se afasta do



modelo 3D quando se trata das forças axiais. Possivelmente, esta discrepância se deve à impossibilidade de representar adequadamente o jugo do transformador em geometria 2D de revolução, na qual apenas a coluna vertical pode ser modelada adequadamente.

No que se refere à comparação das representações geométricas *b*, *c* e *d*, resultados concordantes foram obtidos para campo magnético e para as forças radiais totais. É necessário ressaltar, entretanto, que o aumento de detalhamento provocou uma elevação considerável das forças axiais totais: cerca de 46% para o enrolamento interno e 99% para o enrolamento externo, o que mostra que a representação simplificada subestima as forças axiais sofridas pelo enrolamento.

Os resultados obtidos indicam que modelos tridimensionais resultam em maiores valores de forças radiais totais e, portanto, implicam em projetos mais conservadores no que se refere a este parâmetro.

Neste capítulo, foram apresentados a metodologia proposta aplicada aos espécimes de transformador escolhidos para análise e os resultados obtidos. No próximo capítulo, as conclusões obtidas na pesquisa são discutidas e possíveis trabalhos futuros são apontados.

## 5. Considerações Finais

### 5.1. Conclusões

No presente trabalho, uma metodologia baseada em simulações computacionais que possibilita uma análise mais abrangente do desempenho de transformadores submetidos a curtos-circuitos foi apresentada. A metodologia proposta envolve simulações computacionais empregando o método dos elementos finitos. Diferentes análises e estudos de caso foram realizados considerando dois espécimes de transformadores de potência. As principais contribuições do trabalho foram o cálculo de estresses considerando a variação dos parâmetros mecânicos do cobre com a temperatura e a comparação de desempenho e exatidão entre diferentes tipos de representações geométricas do enrolamento.

O impacto do curto-circuito foi investigado tanto no que se refere à elevação de temperatura como com respeito aos esforços mecânicos provocados. A primeira análise da metodologia permitiu constatar que o curto-circuito provoca uma elevação de temperatura relativamente pequena nos enrolamentos de um transformador de potência. No enrolamento analisado, a elevação de temperatura foi de cerca de  $1,8^{\circ}\text{C}$  considerando um curto-circuito de 15 ciclos ou 250 ms. Apesar da corrente de curto-circuito apresentar valores relativamente altos, o tempo de interrupção típico, sobretudo em sistemas de alta tensão, é de apenas alguns ciclos. Assim, pode-se concluir que a elevação de temperatura do enrolamento ocorrida no momento do curto-circuito não afeta de forma apreciável o seu desempenho mecânico.

Por meio das simulações de curto-circuito considerando a variação da temperatura do enrolamento, um aumento aproximadamente linear do máximo primeiro estresse principal com a temperatura foi constatado. Ao se considerar

uma variação de temperatura de 20°C a 160°C, uma elevação de cerca de 9% no máximo estresse foi calculada para os enrolamentos internos dos transformadores analisados. Entretanto, um dos enrolamentos apresentou uma variação relativamente pequena e não linear do estresse, o que motiva a continuação dos estudos.

A comparação realizada entre um transformador e o autotransformador equivalente evidenciou que um autotransformador é submetido a estresses mecânicos consideravelmente maiores que um transformador de mesmo porte e, portanto, estruturas de suporte mais robustas devem constar no projeto de seus enrolamentos. Para os enrolamentos analisados, a conexão como autotransformador resultou em forças e estresses 2,31 vezes maiores que a conexão como transformador.

A análise comparativa das representações geométricas 3D e 2D de revolução indicou que simulações com geometria 2D de revolução subestimam as forças mecânicas radiais produzidas durante um curto-circuito quando comparados a uma geometria 3D equivalente. As discrepâncias obtidas foram de 6% e 7% para os enrolamentos interno e externo, respectivamente.

No que se refere à comparação entre representações de enrolamento, foi constatado que o emprego da representação com maior nível de detalhamento produz maiores valores de densidade de força magnética e de forças totais axiais. A densidade de força magnética máxima obtida com o modelo detalhado é cerca de 4,6 vezes maior do que a densidade de força magnética calculada com o modelo simplificado. Regiões nas quais a densidade de força magnética é maior são, a princípio, as regiões mais suscetíveis a início de falhas, e devem receber maior reforço estrutural.

Adicionalmente, constatou-se que simulações realizadas com representações geométricas simplificadas subestimam as forças axiais. A diferença relativa entre as forças axiais totais calculadas com a representação de enrolamento mais detalhada e as calculadas com a representação mais simples foi de 46% para o enrolamento interno e 99% para o enrolamento externo.

## 5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

Como possíveis trabalhos futuros, pode-se apontar:

- Avaliação dos estresses e dos efeitos da temperatura sobre o isolamento sólido do enrolamento;
- Análise dos efeitos da distribuição não uniforme de temperatura no enrolamento e seu impacto na resposta mecânica;
- Análise do impacto das condições de contorno e restrições mecânicas do enrolamento na magnitude e variação com a temperatura dos estresses mecânicos produzidos durante um curto-circuito;
- Aprimoramento da análise estatística descrita no Apêndice A, considerando dados da literatura acerca do ângulo de incidência da falta;
- Análise de possíveis efeitos conjuntos de saturação do núcleo e curto-circuito em transformadores e autotransformadores, nos moldes descritos por Martin et al. (1980);
- Aprofundamento da análise das forças axiais nos enrolamentos;
- Avaliação das simulações com resultados experimentais de valores de corrente e/ou estresses mecânicos durante ensaios de curto-circuito realizados por fabricantes.

### 5.3. Publicações

As publicações efetuadas durante o mestrado acadêmico são listadas a seguir. São publicações diretamente relacionadas a este trabalho de dissertação:

- ANDRADE, A. F.; ALVES, H. M. M.; COSTA, E. G.; ANDRADE, F. L. M.. Influence of Harmonics on the Electromechanical Stresses in a Power Transformer. In: *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, 2018, Niterói.
- ANDRADE, A. F.; COSTA, E. G.; ANDRADE, F. L. M.; LIRA; G. R. S.. Análise Comparativa de Modelos para Cálculo de Elevação de Temperatura de Enrolamentos durante Curto-circuito. In: *International workshop on power transformers, equipment, substations and materials (IX WORKSPOT)*, 2018, Foz do Iguaçu.

Outras publicações:

- XAVIER, G. V. R.; COSTA, E. G.; ANDRADE, A. F.; MEIRA, R. N.; COELHO, R. A.; BARBOSA, L. A.. Influence of Townsend's Coefficients in the Behavior of N<sub>2</sub> and SF<sub>6</sub> Discharges. In: *20th International Symposium on High Voltage Engineering*, 2017, Buenos Aires. Anais do 20th International Symposium on High Voltage Engineering. Buenos Aires: ECO-UNT, 2017.
- ANDRADE, A. F.; ALVES, H. M. M.; COSTA, E. G.; GERMANO, A. D.; MATIAS, P. S.. Solar Radiation and Ambient Temperature Influence on Electrothermal Behavior of a Polymeric Surge Arrester. In: *20th International Symposium on High Voltage Engineering*, 2017, Buenos Aires. Anais do 20th International Symposium on High Voltage Engineering. Buenos Aires: ECO-UNT, 2017.
- ANDRADE, A. F.; COSTA, E. G.; ALVES, H. M. M.; GERMANO, A. D.. Influence of Impurities Movement on the Dielectric Strength of Insulating Oil. In: *20th International Symposium on High Voltage Engineering*, 2017, Buenos Aires. Anais do 20th International Symposium on High Voltage Engineering. Buenos Aires: ECO-UNT, 2017.
- ANDRADE, A. F.; COSTA, E. G.; SOUZA, B. A.. Minimização de Campo Elétrico em Feixes de Condutores Empregando um Método

de Coordenadas Cíclicas. In: *Congreso Internacional de Alta Tensión y Aislamiento Eléctrico*, 2017, La Habana.

- ANDRADE, A. F.; BRITO, V. S.; COSTA, E. G.; LIRA, G. R. S.; MAIA, M. J. A.. Comparative Study of ZnO Surge Arrester Models by means of Lightning Discharges Simulation. In: *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, 2018, Niterói.
- ANDRADE, A. F.; ALVES, H. M. M.; DINIZ, L.; LUCIANO, B. A.. Analytical and Computational Study of the Inductance in a Power Reactor. In: *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, 2018, Niterói.
- ANDRADE, A. F.; ALVES, H. M. M.; FERNANDES, J. M. B.; COSTA, E. G.. Computational Modelling of Heat Transfer in a Porcelain-Housed Surge Arrester. In: *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, 2018, Niterói.
- DIAS, R. A.; LIRA, G. R. S.; COSTA, E. G.; FERREIRA, R. S.; ANDRADE, A. F.. Skin Effect Comparative Analysis in Electric Cables Using Computational Simulations. In: *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, 2018, Niterói.
- ANDRADE, A. F.; COSTA, E. G.; ANDRADE, F. L. M.; SOARES, C. S. H.; LIRA, G. R. S.. Design of Cable Termination for an AC Disruptive Voltage Test on a 35-kV Cable In: *IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE 2018)*, 2018, Atenas.
- ANDRADE, A. F.; FERNANDES, J. M. B.; ALVES, H. M. M.; COSTA, E. G.. Thermal Behavior Analysis in a Porcelain Surge Arrester by Computer Simulations and Thermography. In: *IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE 2018)*, 2018, Atenas.

## 6. Referências

AHN, H.; LEE, J.; KIM, J. *Finite-Element Analysis of Short-Circuit Electromagnetic Force in Power Transformer*. IEEE Transactions on Industry Applications, [S.l.], v. 47, n. 3, p.1267-1272, maio 2011. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tia.2011.2126031>.

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. *ASME B31.1: Power Piping*. [S.l.]: [s.n.], 2008. Disponível em: <https://archive.org/details/gov.law.asme.b31.1a.2008>. Acesso em: 26 set. 2017.

ANDRADE, F. L. M. *Avaliação dos Estresses Mecânicos nos Enrolamentos de Transformadores*. 2016. 55 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2016.

ARAÚJO, J. F.. *Nova Metodologia Baseada nos Critérios de Von Mises e de Fadiga para Avaliação dos Esforços Eletromecânicos causados pela Circulação de Corrente de Curto Circuito nos Enrolamentos de Transformadores*. 2016. 121 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2016. Disponível em: <http://bit.ly/2yHuLST>. Acesso em: 22 out. 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 5356-1: Transformador de Potência Parte 1: Generalidades*. 1 ed. [S.l.], 2007. 95 p.

\_\_\_\_\_. *NBR 5356-5: Transformador de Potência Parte 5: Capacidade de resistir a curtos-circuitos*. 2 ed. [S.l.], 2015. 37 p.

AZEVEDO, A. F. M.. *Método dos Elementos Finitos*. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 258 p. Disponível em: <http://bit.ly/2gRZGCB>. Acesso em: 19 out. 2017.

BEAN, R. L.; WENTZ, E. C.. Mechanical Forces in Interleaved Rectangular Pancake Transformer Coils [includes discussion]. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, [S.l.], v. 73, n. 2, p.962-971, jan. 1954. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/aieepas.1954.4498916>.

BERTAGNOLLI, G. *Short Circuit Duty of Power Transformer*. Zurich, Switzerland: ABB Ltd.: [s.n.], 2007.

BILLIG, E.. Mechanical stresses in transformer windings. *Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part II: Power Engineering*, [S.l.], v. 93, n.

33, p.227-243, jun. 1946. Institution of Engineering and Technology (IET). <http://dx.doi.org/10.1049/ji-2.1946.0057>.

CALLISTER JUNIOR, W. D.. *Materials Science and Engineering: An Introduction*. 3. ed. John Wiley & Sons, 1994. 811 p.

ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J.. *Transferência de Calor e Massa: Uma abordagem prática*. 4. ed. Porto Alegre: AMGH, 2012. 928 p. Tradução de: Fátima A. M. Lino.

CLEM, J. E.. Mechanical forces in transformers. *Journal of the A.I.E.E.*, [S.l.], v. 46, n. 8, p.814-817, ago. 1927. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/jaiee.1927.6534655>.

FAIZ, Jawad; EBRAHIMI, Bashir M.; NOORI, Tahere. Three- and Two-Dimensional Finite-Element Computation of Inrush Current and Short-Circuit Electromagnetic Forces on Windings of a Three-Phase Core-Type Power Transformer. *IEEE Transactions on Magnetics*, [S.l.], v. 44, n. 5, p.590-597, maio 2008. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tmag.2008.917819>.

FEYNMAN, R.; LEIGHTON, R.; SANDS, M.. *The Feynman Lectures on Physics, vol II: Mainly Electromagnetism and Matter*. 3. ed. New York: Basic Books, 2013. Disponível em: [http://www.feynmanlectures.caltech.edu/II\\_toc.html](http://www.feynmanlectures.caltech.edu/II_toc.html). Acesso em: 19 out. 2017.

FRONTIN, S. O. (Org.). *Equipamentos de Alta Tensão: Prospecção e Hierarquização de Novas Tecnologias*. Brasília: Goya, 2013. 934 p.

GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. J.. *Power System Analysis and Design*. 5. ed. Stamford: Cengage Learning, 2012. 828 p.

HAN, Shuai et al. Electrical and mechanical properties of the oil-paper insulation under stress of the hot spot temperature. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, [S.l.], v. 21, n. 1, p.179-185, fev. 2014. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tdei.2013.003967>.

HARLOW, J. H. (Ed.). *Electric Power Transformer Engineering*. 2. ed. [S.l.]: CRC Press, 2004. 481 p.

HUEBNER, K. H.. *The Finite Element Method for Engineers*. Warren: John Wiley & Sons, 1975. 500 p.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. *IEEE 551 - 2006: IEEE Recommended Practice for Calculating Short-Circuit Currents in Industrial and Commercial Power Systems*. [S.l.]: IEEE, 2006. 300 p.



INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. *IEC 60076-5: Power transformers – Part 5: Ability to withstand short-circuit*. 3 ed. [S.l.]: IEC, 2006. 80 p.

\_\_\_\_\_. *IEC 60076-7: Power transformers – Part 7: Loading guide for oil-immersed power transformers*. 1 ed. [S.l.]: IEC, 2005. 122 p.

\_\_\_\_\_. *IEC 60076-1: Power transformers – Part 1: General*. 3 ed. [S.l.]: IEC, 2005. 122 p.

IRGENS, F.. *Continuum Mechanics*. [S.l.]: Springer, 2008. 661 p.

JIMENEZ-MONDRAGON, V. M. et al. Quasi-3-D Finite-Element Modeling of a Power Transformer. *IEEE Transactions On Magnetism*, [S.l.], v. 53, n. 6, p.1-4, jun. 2017. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tmag.2017.2659662>.

KAYE & LABY ONLINE. *Tables of Physical & Chemical Constants*. 2005. Disponível em: <http://www.kayelaby.npl.co.uk/>. Acesso em: 16 nov. 2017.

KARDITSAS, P. J.; BAPTISTE, M.. *Thermal and Structural Properties of Fusion related Materials*. 1995. PURE COPPER. Disponível em: <http://www.ferp.ucsd.edu/LIB/PROPS/PANOS/>. Acesso em: 06 abr. 2018.

KLADAS, A. G.; PAPADOPOULOS, M. P.; TEGOPOULOS, J. A.. Leakage flux and force calculation on power transformer windings under short-circuit: 2D and 3D models based on the theory of images and the finite element method compared to measurements. *IEEE Transactions on Magnetism*, [S.l.], v. 30, n. 5, p.3487-3490, set. 1994. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/20.312690>.

KOJIMA, H. et al. Buckling Strength Analysis of Large Power Transformer Windings Subjected to Electromagnetic Force Under Short Circuit. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, [S.l.], v. 99, n. 3, p.1288-1297, maio 1980. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tpas.1980.319761>.

KÖSTER, Werner; FRANZ, H.. Poisson's Ratio for Metals and Alloys. *Metallurgical Reviews*, [S.l.], v. 6, n. 1, p.1-56, jan. 1961. Informa UK Limited. <http://dx.doi.org/10.1179/mtlr.1961.6.1.1>.

KRAUSE, C.; GOETZ, W.; HEINRICH, B.. The Impact of Drying and Oil Impregnation Conditions and of Temperature Cycles on the Clamping Force of Power Transformer Windings. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTRICAL INSULATION, 14., 2002, Boston. *Conference Record*. Madison: IEEE, 2002. p. 350 - 353.

MARTIN, J.; WENDLING, J.; TOUMIER, Y.. Specifics of the Short-Circuit Behavior of Concentrically-Wound Transformers and Autotransformers. *IEEE Transactions on Power Apparatus And Systems*, [S.l.], v. 99, n. 6, p.2069-2078, nov. 1980. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tpas.1980.319848>.

MEYER, P. L.. *Probabilidade: Aplicações à Estatística*. Tradução de Ruy de C. B. Lourenço Filho. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1983. 426 p.

MOSCOW POWER ENGINEERING INSTITUTE (MPEI). *Quasistatic Young's modulus values as a function of temperature*. 2007. Disponível em: <http://twt.mpei.ac.ru/MCS/Worksheets/HEDH/Tab-5-5-8-2-3-Young-Modul.xmcd>. Acesso em: 25 set. 2017.

NORRIS, E. T.. Mechanical strength of power transformers in service. *Proceedings of The IEE Part A: Power Engineering*, [S.l.], v. 104, n. 16, p.289-300, 1957. Institution of Engineering and Technology (IET). <http://dx.doi.org/10.1049/pi-a.1957.0075>.

REZENDE, V.. *O Método de Garlekin*. 2005. 42 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2005. Disponível em: <http://bit.ly/2gR1cVI>. Acesso em: 19 out. 2017.

ROCKE, A., *The Poisson Ratio and conservation of volume*, Kepler Lounge, 2016. Disponível em: <https://keplerlounge.com/2016/07/07/the-poisson-ratio-and-conservation-of-volume>. Acesso em: 3 dez. 2017.

SADIKU, M. N. O.. *Elementos do Eletromagnetismo*. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012. 716 p. Tradução de: Jorge Amoretti Lisboa e Liane Ludwig Loder.

SHACKELFORD, J. F.. *Introduction to Materials Science for Engineers*. 8. ed. Davis: Pearson, 2015. 601 p.

SMEETS, R. P. P.; DERVISKADIC, A.; SUBRAMANY, S.. Verification of the short-circuit withstand capability of transformers. *Cigre Science & Engineering*, Paris, v. 10, p.33-40, fev. 2018. Quadrimestral. Disponível em: <https://e-cigre.org/publication/CSE010-cse-010>. Acesso em: 28 fev. 2018.

TANG, S.; HALE, C.; THAKER, H.. Reliability modeling of power transformers with maintenance outage. *Systems Science & Control Engineering*, [S.l.], v. 2, n. 1, p.316-324, 6 mar. 2014. Informa UK Limited. <http://dx.doi.org/10.1080/21642583.2014.901930>.

WATTS, G. B.. A mathematical treatment of the dynamic behaviour of a power-transformer winding under axial short-c. *Proceedings of the Institution of*

*Electrical Engineers*, [S.l.], v. 110, n. 3, p.551-560, mar. 1963. Institution of Engineering and Technology (IET). <http://dx.doi.org/10.1049/piee.1963.0080>.

YUN-QIU, T.; JING-QIU, Q.; ZI-HONG, X.. Numerical calculation of short circuit electromagnetic forces on the transformer winding. *IEEE Transactions on Magnetics*, [S.l.], v. 26, n. 2, p.1039-1041, mar. 1990. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/20.106498>.

ZHANG, H. et al. Dynamic Deformation Analysis of Power Transformer Windings in Short-Circuit Fault by FEM. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, [S.l.], v. 24, n. 3, p.1-4, jun. 2014. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tasc.2013.228533>.

## Apêndice A – Obtenção da Expressão Analítica para a Corrente de Curto-Circuito

O problema de valor inicial:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_p \text{sen}(\omega t + \alpha), \quad i(0) = 0 \quad (\text{A.1})$$

pode ser resolvido dividindo ambos os membros da equação diferencial por L e em seguida utilizando o fator integrante  $e^{\frac{Rt}{L}}$ , o que resulta em:

$$\frac{d}{dt} \left[ i(t) \cdot e^{\frac{Rt}{L}} \right] = \frac{V_p}{L} \cdot e^{\frac{Rt}{L}} \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha). \quad (\text{A.2})$$

Integrando ambos os membros e definido  $\beta = R/L$ :

$$i(t) = \frac{V_p}{L} \cdot e^{-\beta t} \cdot \int_0^t e^{\beta x} \text{sen}(\omega x + \alpha) dx. \quad (\text{A.3})$$

A integral da Equação A.2 pode ser resolvida por partes, de modo a obter:

$$\int e^{\beta t} \text{sen}(\omega x + \alpha) dx = \frac{e^{\beta t}}{\beta^2 + \omega^2} [\beta \text{sen}(\omega t + \alpha) - \omega \cos(\omega t + \alpha)] + K. \quad (\text{A.4})$$

O termo entre colchetes da Equação A.3 pode ser simplificado utilizando notação fasorial. No domínio fasorial, tomando como referência a função seno, a expressão dentro dos colchetes se torna:

$$\beta e^{j\alpha} e^{j\omega t} - \omega e^{j\alpha} e^{j\omega t} e^{j\frac{\pi}{2}} = e^{j(\omega t + \alpha)} (\beta - j\omega), \quad (\text{A.5})$$

ou ainda:

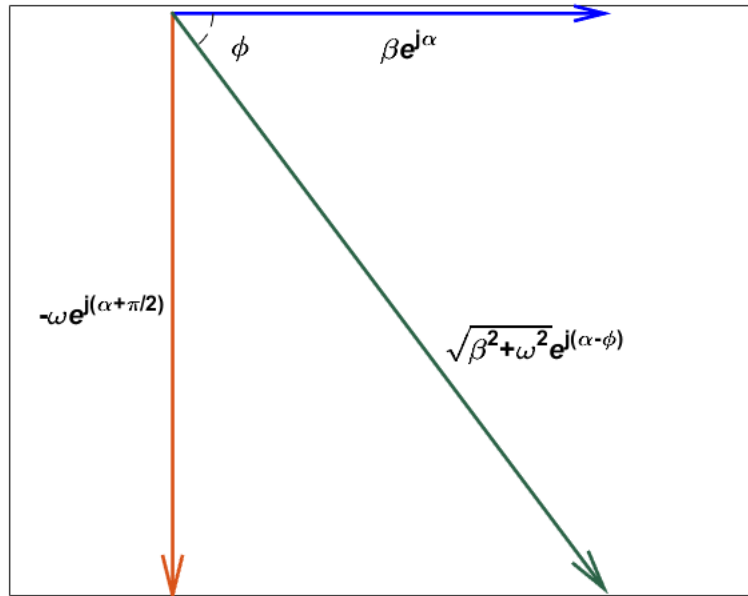
$$\sqrt{\beta^2 + \omega^2} \cdot e^{j(\omega t + \alpha - \varphi)}, \quad (\text{A.6})$$

em que:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega}{\beta} = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}. \quad (\text{A.7})$$

A operação fasorial é ilustrada na Figura A.1.

Figura A.1 – Diagrama fasorial para simplificação da Equação A.4



Fonte: O autor.

Assim, tem-se que:

$$\beta \sin(\omega t + \alpha) - \omega \cos(\omega t + \alpha) = \sqrt{\beta^2 + \omega^2} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi) \quad (\text{A.8})$$

e, portanto, utilizando as Equações A.4 e A.8, a Equação A.3 pode ser reescrita como:

$$i(t) = \frac{V_p \cdot e^{-\beta t}}{L\sqrt{\beta^2 + \omega^2}} \left[ e^{\beta t} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \right]. \quad (\text{A.9})$$

Sabendo que  $L\sqrt{\beta^2 + \omega^2} = \sqrt{R^2 + X^2} = |Z|$ , e definindo  $\tau = 1/\beta = L/R$ , obtêm-se a Equação A.10, a qual corresponde à Equação 2 apresentada na seção 2.1.1:

$$i(t) = \frac{V_p}{|Z|} \left[ \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right]. \quad (\text{A.10})$$

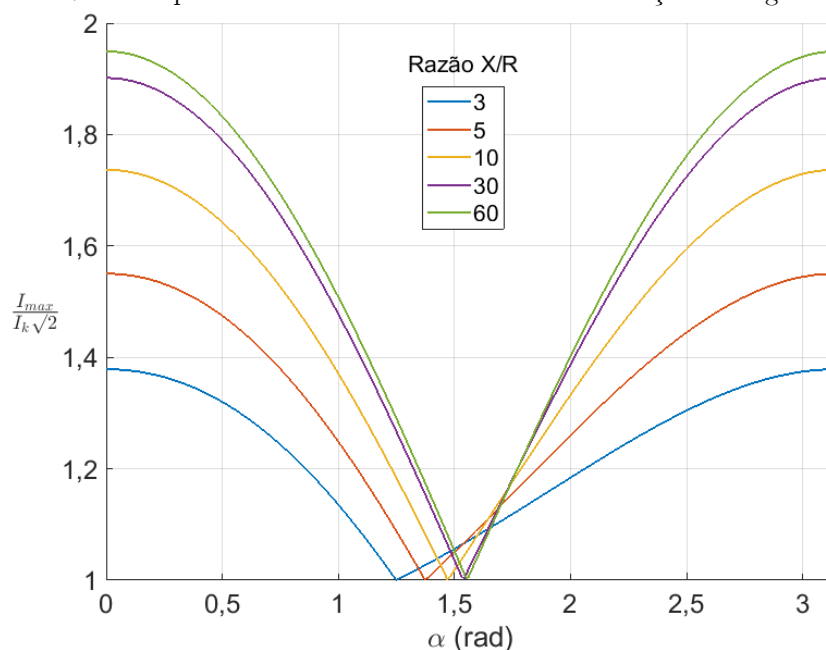
## Apêndice B – Análise Estatística da Amplitude da Corrente de Curto-circuito

O objetivo deste apêndice é descrever uma metodologia para a determinação da distribuição estatística do valor de pico da corrente de curto-circuito modelada pela Equação 2 da seção 2.1.1. Para tanto, o primeiro passo consiste em determinar a relação entre o valor da corrente de pico  $\hat{I}_{\max}$  e o ângulo  $\alpha$  da onda de tensão no instante de início do curto-circuito. A obtenção da máxima amplitude  $\hat{I}_{\max}$  da corrente de curto-circuito é um problema de otimização de uma função não linear:

$$\max_{\vartheta} |i(\vartheta, \alpha, \varphi)| = \max_{\vartheta} |\sin(\vartheta + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\vartheta/\tan\varphi}|. \quad (\text{B.1})$$

Na Equação B.1,  $\varphi = \tan^{-1}(X/R)$ . O valor máximo da função foi calculado aplicando em uma plataforma computacional um algoritmo para a otimização de funções limitadas por um intervalo. O intervalo  $0 < \alpha < \pi$  foi analisado. As relações obtidas para diferentes valores de  $X/R$  são mostradas na Figura B.1.

Figura B.1–Valor de pico da corrente de curto-circuito em função do ângulo  $\alpha$  da tensão



Em seguida, deve-se definir a distribuição estatística do ângulo  $\alpha$ . Como uma primeira aproximação, pode-se considerar, sem perda de generalidade, que este ângulo é representado por uma variável aleatória uniformemente distribuída no primeiro semicírculo. A utilização de uma variável uniforme implica na suposição de que a probabilidade de início de curto-circuito é independente do ângulo da onda de tensão. Em notação estatística, define-se  $A \sim U(0, \pi)$ . A função densidade de probabilidade (f.d.p.) de  $A$  é:

$$f(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & 0 < \alpha < \pi, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Após a definição da função que relaciona as variáveis  $\hat{I}_{\max}$  e  $\alpha$  e da distribuição de probabilidade  $f(\alpha)$ , a última etapa é o cálculo da distribuição de probabilidade da corrente de pico  $\hat{I}_{\max}$ . Para tanto, é utilizado o procedimento descrito por Meyer (1983), que consiste em calcular a função de distribuição acumulada:

$$F(\hat{I}_{\max}) = P(\hat{I}_{\max} \leq i) = P(H(\alpha) \leq i), \quad (\text{B.3})$$

em que  $\hat{I}_{\max} = H(\alpha)$ , sendo  $H$  a função descrita por cada uma das curvas da Figura B.1. Da análise da mesma Figura B.1, constata-se que  $H(\alpha)$  é uma função não injetiva, que possui um intervalo decrescente seguido por outro intervalo crescente. Assim, a probabilidade descrita na Equação B.3 deve ser calculada em dois intervalos distintos da seguinte forma:

$$P(H(\alpha) \leq i) = P(\alpha \geq H_1^{-1}(i)) + P(\alpha \leq H_2^{-1}(i)). \quad (\text{B.4})$$

Na Equação B.4, a função  $H_1$  corresponde à parte decrescente da função  $H$ , delimitada à direita por um valor mínimo  $\alpha_{\min}$ .  $H_2$  é a parte crescente de  $H$ . Assim, resolvendo o segundo membro da Equação B.4 empregando a f.d.p. da Equação B.2, tem-se:

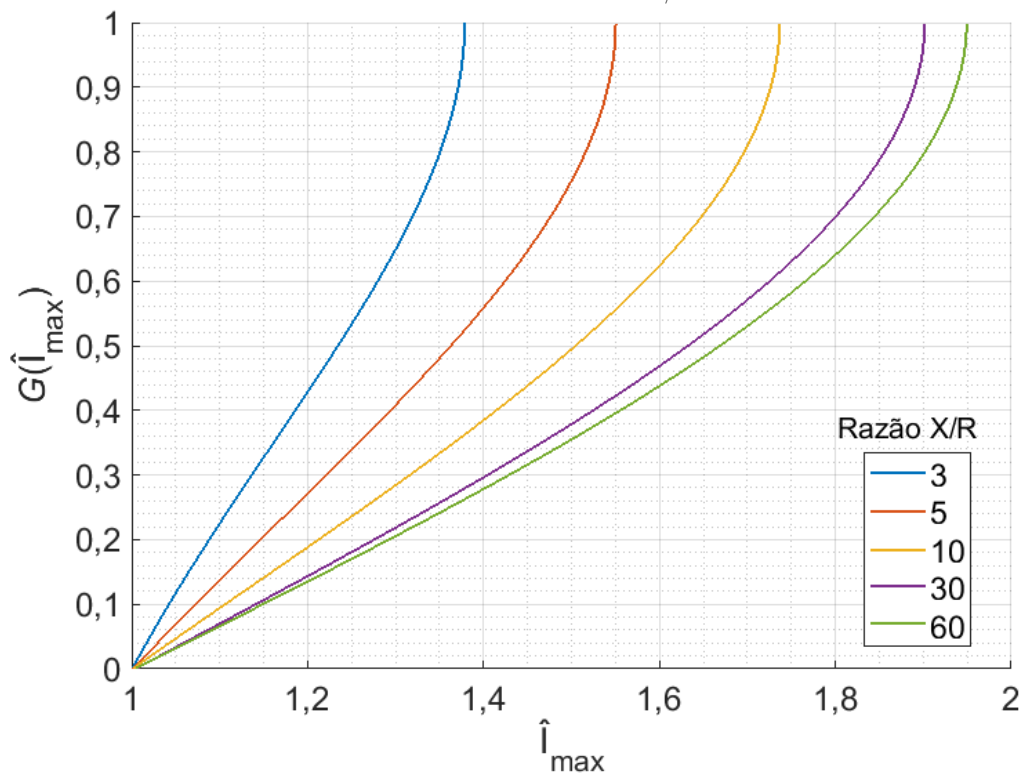
$$P(H(\alpha) \leq i) = \int_{H_1^1(i)}^{\alpha_{\min}} \frac{1}{\pi} d\alpha + \int_{\alpha_{\min}}^{H_2^1(i)} \frac{1}{\pi} d\alpha. \quad (\text{B.5})$$

Então, calculando o membro direito da Equação B.5, tem-se a expressão para a f.d.a.  $G(\hat{I}_{\max})$  do pico da corrente de curto-circuito:

$$G(\hat{I}_{\max}) = \frac{1}{\pi} [H_2^1(i) - H_1^1(i)]. \quad (\text{B.6})$$

As f.d.a. obtidas por meio da Equação B.6 para diferentes razões X/R podem ser vistas na Figura B.2.

Figura B.2 – Funções de distribuição acumulada do pico da corrente de curto-circuito para diferentes valores de X/R.



A metodologia proposta fornece a f.d.a. em função do fator X/R do circuito, e, assim, permite estimar a probabilidade de a corrente de curto-circuito exceder um valor especificado ou a probabilidade de ocorrência de uma determinada faixa de amplitudes. De acordo com os gráficos da Figura B.2, por exemplo, há 50% de



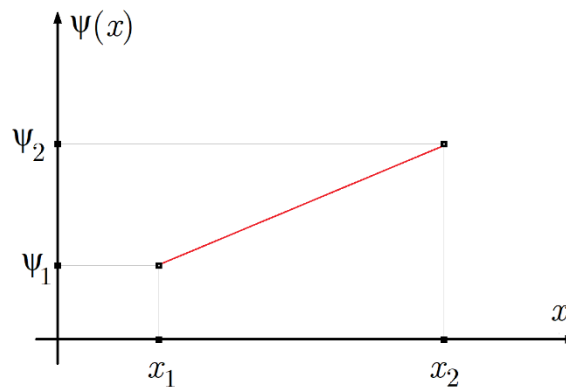
probabilidade de a corrente de pico exceder de  $1,23\sqrt{2}\cdot I_k$  a  $1,67\sqrt{2}\cdot I_k$  considerando fatores  $X/R$  variando de 3 a 60, respectivamente.

Uma distribuição não uniforme para o ângulo de tensão de início do curto-circuito também poderia ser considerada, bastando para isso alterar a f.d.p. utilizada nas Equações B.2 e B.5.

## Apêndice C – Obtenção de Funções de Interpolação para um Elemento Unidimensional

Seja o problema descrito na Figura C.1, que consiste em definir funções de interpolação para representar uma função de uma variável  $\psi(x)$ :

Figura C.1 – Interpolação linear em uma dimensão.



Fonte: O autor.

Inicialmente, a função  $\psi(x)$  é aproximada por uma equação de primeiro grau, ou seja:

$$\begin{aligned}\psi(x) &= \alpha_1 + \alpha_2 x \\ &= [1 \quad x] \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{C.1}$$

Os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  podem ser estimados a partir da resolução do sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}.\tag{C.2}$$

Assim, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix},\tag{C.3}$$

que resulta, ao se calcular a matriz inversa, em:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{x_2 - x_1} \begin{bmatrix} x_2 & -x_1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.4})$$

Substituindo o vetor de coeficientes expresso conforme a Equação C.4 na Equação C.1, obtém-se:

$$\psi(x) = \frac{1}{x_2 - x_1} [1 \quad x] \begin{bmatrix} x_2 & -x_1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.5})$$

Assim, ao se comparar a Equação C.5 com a forma da Equação 25, que define a relação entre a variável de campo e as funções de interpolação, tem-se que, para o caso unidimensional com interpolação linear, as funções de interpolação são dadas por:

$$N^e = \frac{1}{x_2 - x_1} [1 \quad x] \begin{bmatrix} x_2 & -x_1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{C.6})$$

ou:

$$N^e = \frac{1}{x_2 - x_1} [x_2 - x \quad x - x_1]. \quad (\text{C.7})$$

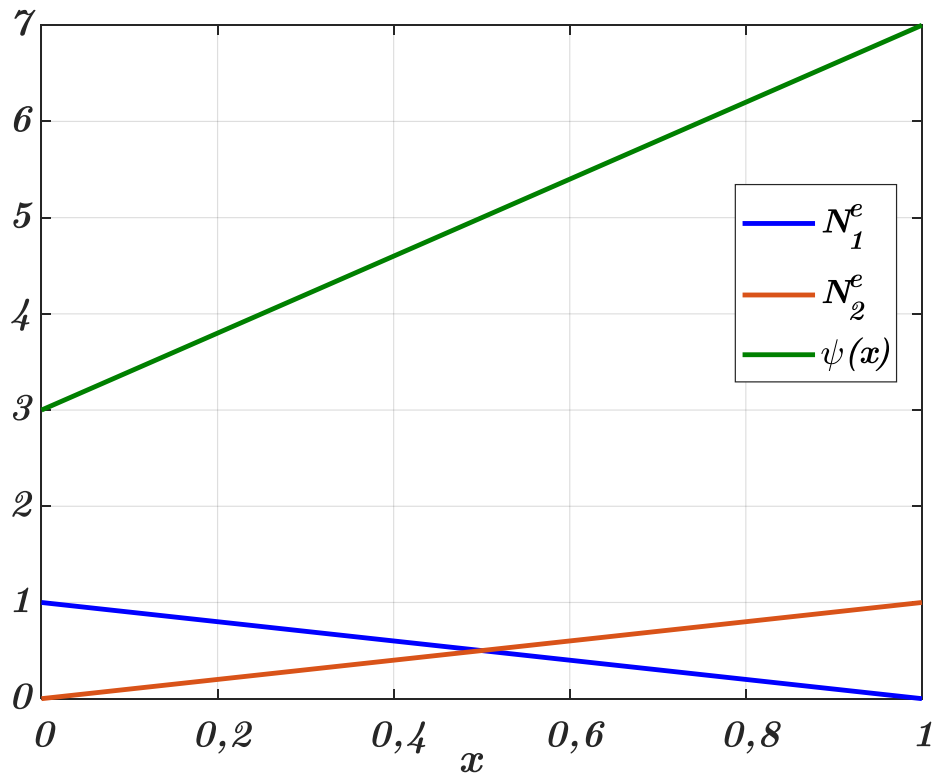
Qualquer função de primeira ordem pode ser obtida no intervalo especificado por meio de uma combinação das funções de interpolação da Equação C.7 e dos valores da variável  $\psi$  nos extremos do intervalo.

Se, por exemplo, deseja-se aproximar a função  $\psi(x) = 3 + 4x$  no intervalo  $[0, 1]$ ,  $\psi_1 = 3$ ,  $\psi_2 = 7$  e  $N^e = [1 - x \quad x]$ . Assim, a função pode ser dada por:

$$\psi(x) = \psi_1 N_1^e + \psi_2 N_2^e = 3(1 - x) + 7(x), \quad (\text{C.8})$$

que equivale à função especificada. Na Figura C.2, as funções de interpolação e a variável de campo do exemplo são ilustradas.

Figura C.2 – Exemplo de funções de interpolação e variável de campo especificada em uma dimensão.

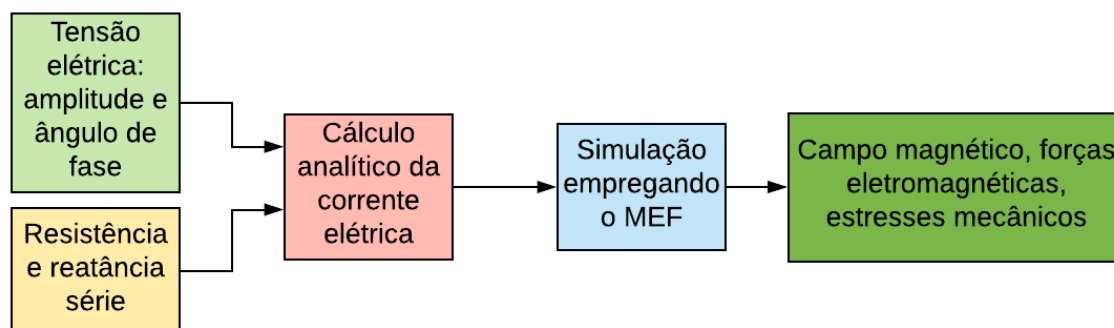


Fonte: O autor.

## Apêndice D – Método de Simulação com Modelo de Circuito Acoplado ao MEF

A metodologia de simulação de curto-circuito empregada neste trabalho, a qual também é comumente empregada na literatura, consiste em calcular em uma etapa prévia as correntes de curto-circuito com base na tensão do sistema e na impedância do transformador, que devem ser determinadas de antemão. A Equação 2 é aplicada e, em seguida, as correntes obtidas de modo analítico são inseridas como parâmetros de entrada da simulação. Um fluxograma desta metodologia é apresentado na Figura D.1.

Figura D.1 – Fluxograma do método convencional para simulação de curto-circuito.



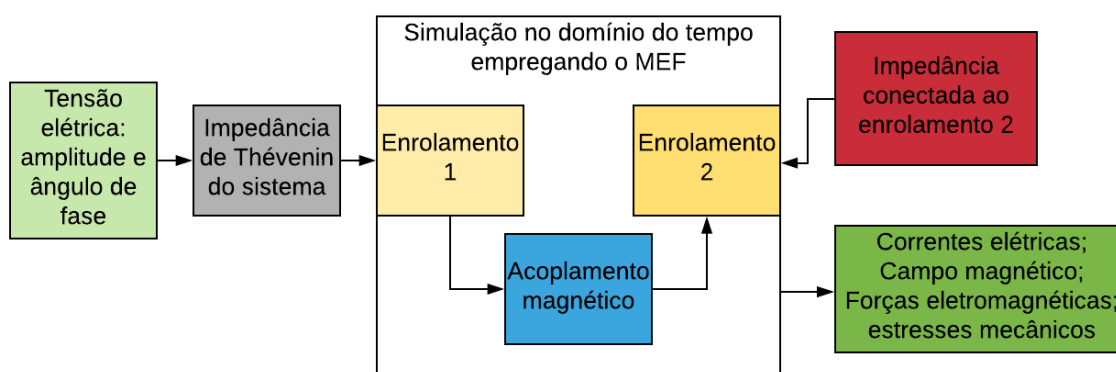
Fonte: O autor.

O método descrito na Figura D.1 possibilita, dentre outras coisas, calcular valores das correntes de curto-circuito para tempos específicos, como, por exemplo, o instante de pico da corrente. Assim, estudos estacionários podem ser realizados considerando apenas os piores casos.

Este método, entretanto, não consegue reproduzir completamente o fenômeno físico curto-circuito no transformador, na medida que ele considera que as correntes em ambos os enrolamentos são impostas ao transformador e o núcleo é um componente passivo. Neste caso, fenômenos como a saturação do núcleo não podem ser modelados satisfatoriamente.

Na maioria dos casos reais, a excitação do transformador pode ser considerada como uma tensão elétrica, e a corrente elétrica em um dos enrolamentos é obtida como uma reação induzida pelo fluxo magnético variável produzido pelo outro enrolamento. Assim, um método mais fidedigno para simulação do curto-circuito segue os passos apresentados no fluxograma da Figura D.2.

Figura D.2 – Fluxograma de um método alternativo para simulação de curto-circuito.



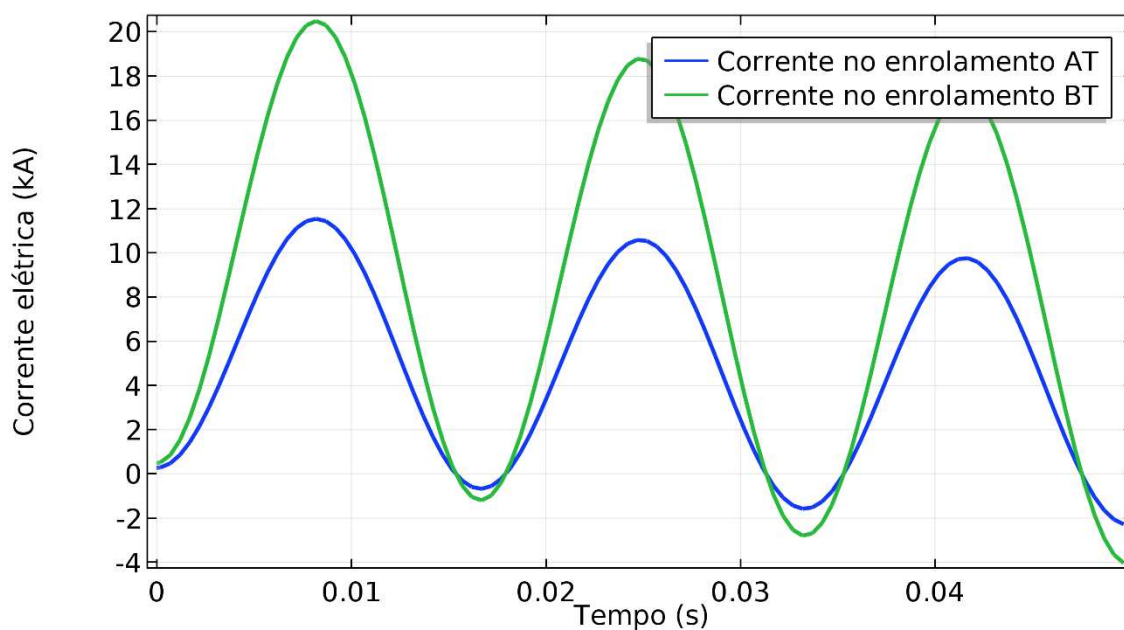
Fonte: O autor.

O método descrito na Figura D.2 necessariamente deve ser uma simulação no domínio do tempo e, portanto, o esforço computacional necessário é consideravelmente maior. A única variável de entrada é a forma de onda da tensão de excitação de um dos enrolamentos - no domínio do tempo. Todas as características eletromagnéticas do transformador, tais como resistência, reatâncias e impedância de curto-circuito, são calculadas internamente com base na geometria definida pelo transformador e nos parâmetros atribuídos aos materiais.

Dado que a impedância equivalente do transformador depende da modelagem, a impedância calculada com o método da Figura D.2 não necessariamente concordará com o valor fornecido pelo fabricante, no caso de haver inconsistências entre o valor de impedância e os parâmetros geométricos fornecidos, por exemplo. Pode-se afirmar que, no método da Figura D.1, há mais graus de liberdade, enquanto o método da Figura D.2 fornece resultados mais conectados à geometria e parâmetros dos materiais empregados.

A título de exemplo, o método de simulação com circuito acoplado ao modelo de transformador no MEF, ilustrado a Figura D.2, foi aplicado ao transformador B. Os objetivos da simulação foram comparar as correntes simuladas por meio deste método com as correntes calculadas com a Equação 2, verificar o balanceamento entre as forças magnetomotrizes e a excitação do núcleo. Na Figura D.3, um gráfico das correntes elétricas calculadas por meio da simulação é mostrado.

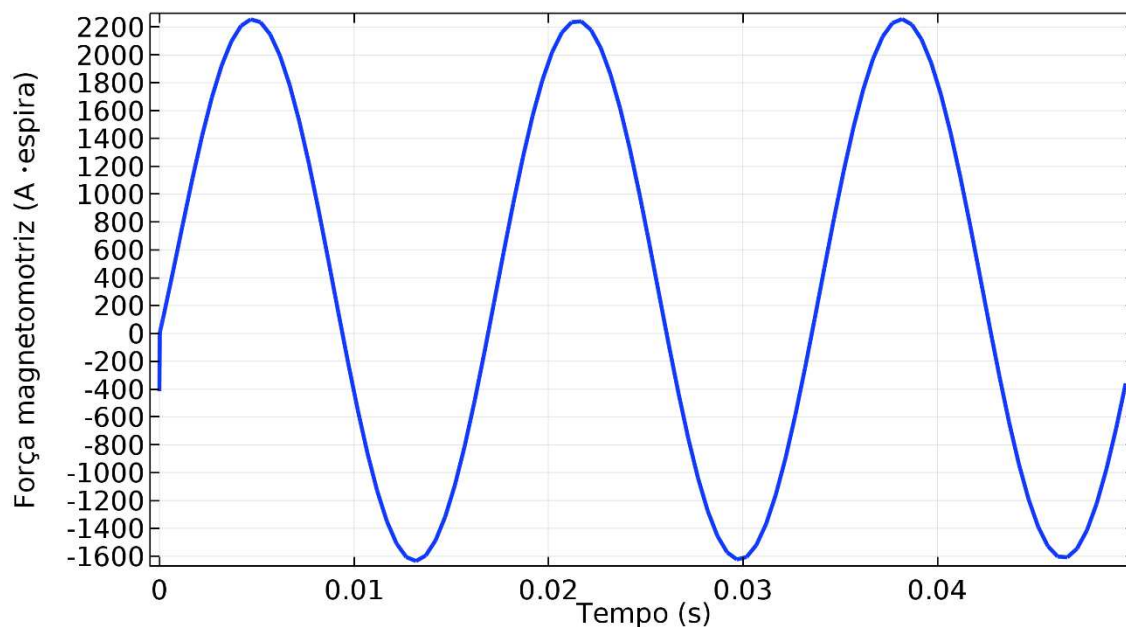
Figura D.3 – Corrente elétrica nos enrolamentos obtida por meio da simulação acoplada a um circuito elétrico.



Fonte: O autor.

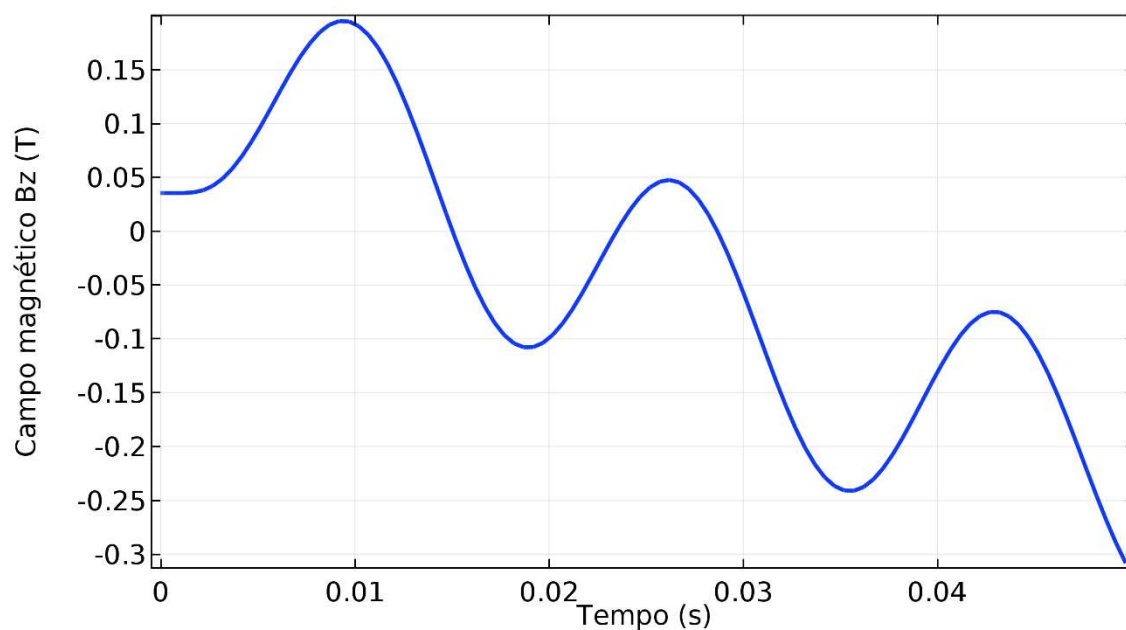
Na Figura D.4, é mostrada a força magnetomotriz líquida  $F_{m,l}$  na coluna central do transformador B, definida como  $F_{m,l} = N_1 i_1 - N_2 i_2$ .

Figura D.4 – Força magnetomotriz durante o início do curto-circuito.



Fonte: O autor.

Por fim, a componente  $z$  do campo magnético no ponto central da coluna do meio pode ser vista no gráfico da Figura D.5.

Figura D.5 – Componente  $z$  do campo magnético na coluna central do núcleo durante o curto-circuito.

Fonte: O autor.

Os valores da corrente de curto-circuito obtidos mediante a utilização do circuito elétrico acoplado a simulação foram cerca de 25% maiores que os valores



calculados por meio da Equação 2. Isto se deve ao fato de a impedância equivalente do transformador simulado foi cerca de 10,6%, e não 13,3%, como indicado pelo fabricante. A diferença deve ser atribuída à imprecisão nos dados geométricos fornecidos pelo fabricante e/ou na geometria elaborada para representar o transformador.

Os dados de força magnetomotriz e campo magnético indicam que o transformador não atinge a saturação, dado que o campo magnético fica bem abaixo de 1,7 T, o valor que corresponde ao início da saturação, segundo o fabricante. Portanto, a relação  $N_1 i_1 = N_2 i_2$  possui um excelente nível de exatidão. No período de tempo simulado, a força magnetomotriz líquida se manteve abaixo de 0,01% da força magnetomotriz nominal dos enrolamentos.