



Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Departamento de Engenharia Elétrica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Dissertação de Mestrado

**Estudo da Recepção com Diversidade Espacial
em Canais sem Fio de Natureza Markoviana**

Danilo Brito Teixeira de Almeida

Marcelo Sampaio de Alencar, Ph.D.
Orientador

Wamberto José Lira de Queiroz, D.Sc
Orientador

Campina Grande – PB
Dezembro de 2018

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Departamento de Engenharia Elétrica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Estudo da Recepção com Diversidade Espacial em Canais sem Fio de Natureza Markoviana

Danilo Brito Teixeira de Almeida

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Informação.

Marcelo Sampaio de Alencar, Ph.D.
Orientador

Wamberto José Lira de Queiroz, D.Sc
Orientador

Campina Grande – PB
©Danilo Brito Teixeira de Almeida

A447e Almeida, Danilo Brito Teixeira de.
Estudo da recepção com diversidade espacial em canais sem fio de natureza markoviana / Danilo Brito Teixeira de Almeida. – Campina Grande, 2018.
109 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2018.
"Orientação: Prof. Dr. Marcelo Sampaio de Alencar; Coorientação: Prof. Dr. Wamberto José Lira de Queiroz."
Referências.

1. Cadeia de Markov. 2. Desvanecimento. 3. Estimação MLE. 4. Receptor de máxima verossimilhança. 5. Método dos momentos. I. Alencar, Marcelo Sampaio de. II. Queiroz, Wamberto José Lira de. III. Título.

CDU 004.7:519.217.2(043)

ESTUDO DA RECEPÇÃO COM DIVERSIDADE ESPACIAL EM CANAIS SEM FIO DE
NATUREZA MARKOVIANA

DANILO BRITO TEIXEIRA DE ALMEIDA

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 21/12/2018



MARCELO SAMPAIO DE ALENCAR, Ph.D., UFCG
Orientador(a)



WAMBERTO JOSÉ LIRA DE QUEIROZ, D.Sc., UFCG
Orientador(a)



ALEXANDRE JEAN RENÉ SERRES, Dr., UFCG
Examinador(a)



WASLON TERLLIZZIE ARAÚJO LOPES, D.Sc., UFPB
Examinador(a)



RAISSA BEZERRA ROCHA, D.Sc., UFS
Examinador(a)

CAMPINA GRANDE-PB

Agradecimentos

Agradeço ao Senhor, que me amparou e me fez seguir firme durante esse ano, apesar de todas as adversidades.

Ao meu pai, Antônio, por ser meu mentor e grande amigo em todos os momentos do meu Mestrado e da vida.

À minha mãe, Rosângela, por todas as lutas que enfrentamos juntos, em todos os momentos da minha vida.

Um agradecimento especial à minha esposa Kalina que aturou todos os meus momentos de oscilação de humor e segue firme comigo.

Aos Professores Wamberto José Lira de Queiroz e Marcelo Sampaio de Alencar, pela confiança, disponibilidade e muita paciência durante este trabalho. Por terem me dado o privilégio de ser seu orientando e por decidirem embarcar comigo nessa jornada.

Aos meus companheiros do Iecom, em especial a Hugerles, cuja amizade rendeu bastantes frutos, a Vinícios pelos momentos de discussão e esclarecimentos, ao meu amigo Rafael por sempre me fazer pensar de formas diferentes e ao meu amigo e conselheiro Hélio por sempre estar disposto a ajudar e compartilhar um pouco de sua vasta experiência.

Resumo

Projetar sistemas capazes de transmitir informação, de maneira confiável, de um ponto a outro, alocando a menor quantidade possível de recursos é uma tarefa difícil. A busca por novas faixas de frequência e o surgimento de novas aplicações oferecidas pela Internet modificaram a forma de enxergar o canal de comunicações. Modelar o canal de maneira mais dinâmica possibilita produzir um modelo mais realista do canal de comunicações. Neste trabalho, é avaliado o impacto da modelagem de alguns dos efeitos presentes no canal de comunicações, por meio de cadeias de Markov, na probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação digital M -QAM. Além disso, é avaliada a influência da utilização da técnica de diversidade espacial Combinação por Razão Máxima (*Maximum Ration Combining* – MRC) na probabilidade de erro para os modelos de desvanecimento e ruído propostos. Adicionalmente, são avaliadas técnicas para a estimação dos parâmetros do modelo de ruído markoviano por meio dos estimadores MoM (*Method of Moments*) e MLE (*Maximum Likelihood Estimation*). Todos os resultados analíticos são corroborados por meio de simulações de Monte Carlo. Por fim, a utilização de cadeias de Markov nos modelos de desvanecimento e ruído conferem ao canal de comunicações uma característica mais dinâmica e próxima do comportamento real.

Palavras-chave: Cadeia de Markov, Desvanecimento, Estimação MLE, Receptor de Máxima Verossimilhança, Método dos Momentos.

Abstract

Design systems capable of reliably transmitting information from one point to another, allocating the least amount of resources, has always been a difficult task. The search for new frequency bands and the emergence of new applications offered by the Internet modified how the communications channel is seen. Ways of modeling the channel more dynamically enables a more realistic treatment of the communications channel. In this work, the impact of modeling the effects present in the communications channel by means of Markov chains on the bit error probability of the digital modulation scheme M -QAM is evaluate. Furthermore, the influence of the use of the maximum ratio combining (MRC) spatial diversity technique on the error probability for the proposed channel models is evaluated. Additionally, techniques for the estimation of parameters of the Markovian noise model described in this work, using the MoM and MS estimators, are evaluated. Additionally, all the analytical results obtained are corroborated by means of Monte Carlo simulations. Finally, the use of Markov chains in fading and noise models a more dynamic and near-real feature.

Keywords: Markov Chain, Fading, Maximum Likelihood Receiver, MLE Estimation, Method of Moments.

Lista de Siglas

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>	Ruído Aditivo Gaussiano Branco
MIMO	<i>Multiple-Input and Multiple-Output</i>	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas
BEP	<i>Bit Error Probability</i>	Probabilidade de Erro de <i>Bits</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>	Taxa de Erro de <i>Bits</i>
ERB	<i>Base Station</i>	Estação Radiobase
5G	<i>Fifth-Generation</i>	Quinta Geração
MFemtocell	<i>Mobile Femto Cell</i>	Fento-Célula Móvel
LoS	<i>Line-of-Sight</i>	Linha de Visada
mmWave	<i>Millimeter Wave</i>	Ondas Milimétricas
WSN	<i>Wireless Sensor Network</i>	Rede de Sensores Sem Fio
FSMC	<i>Finite State Markov Chain</i>	Cadeia de Markov de Estados Finitos
EGK	<i>Extended Generalized κ</i>	Extensão do Modelo κ Generalizado
IoT	<i>Internet of Things</i>	Internet das coisas
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>	Modulação em Quadratura
D2D	<i>Device to Device</i>	Dispositivo a Dispositivo
V2V	<i>Vehicle to Vehicle</i>	Veículo a Veículo
NFV	<i>Network Function Virtualizations</i>	Virtualização de Funções da Rede
SDN	<i>Software Defined Radio</i>	Rede Definida por <i>Software</i>
MRC	<i>Maximum Ratio Combining</i>	Máxima Razão de Combinação
MoM	<i>Method of Moments</i>	Método dos Momentos
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimation</i>	Estimação de Máxima Verossimilhança
EM	<i>Expectation Maximization</i>	Maximização da Esperança
ASER	<i>Average Symbol Error Rate</i>	Taxa de Erro de Símbolos Média
PAM	<i>Pulse Amplitude Modulation</i>	Modulação por Amplitude de Pulso
PSK	<i>Phase Shift Keying</i>	Modulação por Deslocamento de Fase
OLoS	<i>Obstructed Line-of-Sight</i>	Linha de Visada Obstruída
FDP		Função Densidade de Probabilidade
FCP		Função Cumulativa de Probabilidade
CSI	<i>Channel State Information</i>	Informação do Estado do Canal

GSM	<i>Global System for Mobile Communication</i>	Sistema Global para Comunicações Móveis
HAPS	<i>High Amplitude Plataform Station</i>	Estação de Plataforma de Alta Altitude
NRMSE	<i>Normalized Root Mean Square Error</i>	Raiz do Erro Quadrático Médio Normalizado

Lista de Símbolos

$\psi(t)$	Resposta ao Impulso do Canal
$g(t)$	Resposta ao Impulso do Ganho do Canal
G	Variável aleatória do Ganho do Canal
$\alpha(t)$	Resposta ao Impulso da Fase do Canal
κ	Parâmetro da distribuição $\kappa - \mu$
μ	Parâmetro das distribuições $\kappa - \mu$ e $\eta - \mu$
η	Parâmetro da distribuição $\eta - \mu$
Ω	Potência da variável aleatória que modela o desvanecimento
h	Parâmetro da distribuição $\eta - \mu$
H	Parâmetro da distribuição $\eta - \mu$
m	Parâmetro da distribuição Nakagami- m
K	Parâmetro da distribuição Rice
t_k	Tempo médio de permanência no k -ésimo estado
N	Número de estados da Cadeia de Markov de Estados Finitos
p_{ij}	Probabilidade de transição do estado i para o estado j
$p_j(n)$	Probabilidade de ocorrência do j -ésimo estado após n transições
$\mathbf{p}(n)$	Vetor de probabilidade de estados após n transições
\mathbf{p}_0	Vetor de probabilidades iniciais
\mathbf{P}	Matriz de probabilidades de transição
$\boldsymbol{\pi}$	Vetor de probabilidades do estado estacionário
\bar{t}_i	Tempo médio de permanência no i -ésimo estado
e	Variável representativa do estado da Cadeia de Markov de Estados Finitos
T_i	Variável aleatória do tempo de permanência no estado i
$\bar{\mathbf{T}}$	Vetor dos tempos de permanência médios dos estados
G_j	Variável aleatória do ganho do canal no j -ésimo estado
$p_{G_i}(g)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória G no i -ésimo estado estado i
$F_{G_i}(g)$	Função cumulativa de probabilidade da variável aleatória G no i -ésimo estado estado

P_{T_i}	Função densidade de probabilidade do tempo de permanência no estado i
T_s	Tempo de símbolo
δ^2	Vetor de escalonamento do ruí multinível markoviano
δ_n^2	n -ésimo elemento do vetor de escalonamento do ruí multinível markoviano
M	Ordem da constelação M -QAM
γ_b	Relação sinal-ruído por bit
$P_b(k)$	Probabilidade de erro do k -ésimo bit
$P_b(k G)$	Probabilidade de erro do k -ésimo bit condicionada à G
$M_\Gamma(s)$	Função geratriz de momentos da variável aleatória Γ
E_b	Energia de bit
$N_0/2$	Densidade espectral de potência do ruído
c_n	Probabilidade conjunta do modelo estar no estado n e permanecer nesse estado por um tempo médio \bar{t}_n
γ	Relação sinal-ruído instatânea
Γ	Variável aleatória da que modela a relação sinal-ruído instatânea
γ_{bn}	Relação sinal-ruído POR bit no n -ésimo estado da FSMC que modela o ruído
γ_l	Relação sinal-ruído instatânea no l -ésimo ramo do combinador MRC
L	Número de ramos do combinador MRC
ω_s	s -ésima amostra de ruído
S	Número de amostras observadas
ε	Raiz do Erro Quadrático Médio Normalizado

Lista de Figuras

2.1	FDP da envoltória do desvanecimento Rayleigh para diferentes valores de σ_G^2	25
2.2	FDP da envoltória do sinal no modelo Nakagami- m para diferentes valores de m e $\sigma_g^2 = 1$	26
2.3	FDP da envoltória do sinal no modelo Rice para diferentes valores de σ_G^2 e $s = 1$	27
2.4	FDP da envoltória do sinal no modelo Rice para diferentes valores de s e $\sigma_G^2 = 1$	28
2.5	FDP da envoltória do sinal no modelo $\eta - \mu$ para diferentes valores de μ , com $\eta = 0,25$ e $\sigma_g^2 = 1$	30
2.6	FDP da envoltória do sinal no modelo $\eta - \mu$ para diferentes valores de η , com $\mu = 0,5$ e $\sigma_g^2 = 1$	30
2.7	FDP da envoltória do sinal no modelo $\kappa - \mu$ para diferentes valores de κ , com $\mu = 1,5$ e $\sigma_g^2 = 1$	31
2.8	FDP da envoltória do sinal no modelo $\kappa - \mu$ para diferentes valores de μ , com $\kappa = 0,5$ e $\sigma_g^2 = 1$	32
2.9	Diagrama de estados de uma cadeia de Markov com três estados.	33
3.1	Convergência da probabilidade conjunta $P(\bar{T} = \bar{t}_j, e = j)$ em função do número de transições n	38
3.2	Modelagem do ganho do canal modelado por meio de um FSMC em Função de kTs	39
3.3	Ganho do canal em função de kTs	40
3.4	Função densidade de probabilidade do ganho do canal sobreposta ao histograma das amostras geradas.	40
3.5	FCD teórica sobreposta à FCP empírica do ganho do canal.	41
3.6	Amostra de ruído multinível markoviano.	43
3.7	Função densidade de probabilidade e histograma normalizado das amostras do ruído multinível markoviano.	44
3.8	Função cumulativa de probabilidade e função cumulativa de probabilidade empírica das amostras do ruído multinível markoviano.	44

4.1	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\eta = 1,73$, $\mu = 1,29$ e diferentes valores de M	50
4.2	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\mu = 1,25$ e diferentes valores de η	50
4.3	Probabilidade de erro de <i>bits</i> do esquema de modulação 256-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\gamma_b = 5$ (dB) e diferentes valores de μ	51
4.4	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\eta = 2,3$ e diferentes valores de μ	51
4.5	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 256-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\gamma_b = 5$ (dB) e diferentes valores de η	52
4.6	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\kappa = 2,90$, $\mu = 1,70$ e diferentes valores de M	55
4.7	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\mu = 2,57$ e diferentes valores de κ	55
4.8	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 256-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\gamma_b = 5$ dB e diferentes valores de μ	56
4.9	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\kappa = 5,71$ e diferentes valores de μ	57
4.10	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 256-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\gamma_b = 5$ dB e diferentes valores de κ	57
5.1	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e diferentes modelos de desvanecimento.	63
5.2	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído AWGN, desvanecimento markoviano com três estados e diferentes M	64
5.3	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN, desvanecimento markoviano com dois estados para diferentes μ	65

5.4	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN, desvanecimento markoviano com dois estados para diferentes κ	66
5.5	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN, desvanecimento markoviano com dois estados para diferentes η	67
5.6	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído multinível markoviano com dois estados e desvanecimento $\eta - \mu$	70
5.7	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído multinível markoviano com dois estados e desvanecimento $\kappa - \mu$	71
5.8	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído multinível markoviano com dois estados e desvanecimento $\eta - \mu$	72
5.9	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído multinível markoviano com dois estados e desvanecimento $\kappa - \mu$	72
5.10	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído multinível e desvanecimento markovianos com dois estados.	75
5.11	Probabilidade de erro de <i>bit</i> do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído multinível com três estados e desvanecimento markoviano com dois estados.	76
6.1	Diagrama de um receptor de combinação por razão máxima.	79
6.2	Probabilidade de erro de <i>bits</i> do receptor MRC em função da relação sinal-ruído em um canal com ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$	84
6.3	Probabilidade de erro de <i>bits</i> do receptor MRC em função da relação sinal-ruído em um canal com ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$	85
6.4	Probabilidade de erro de <i>bits</i> do receptor MRC em função da relação sinal-ruído em um canal com ruído AWGN e desvanecimento markoviano.	86
6.5	Probabilidade de erro de <i>bits</i> do receptor MRC em função da relação sinal-ruído em um canal com ruído e desvanecimento markovianos.	87
7.1	Média das estimativas de c_2 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S	95
7.2	Média das estimativas de c_2 em função do número de amostras S , para diferentes valores de c_2	96
7.3	NRMSE das estimativas de c_2 em função do número de amostras S , para diferentes valores de c_2	96
7.4	Variância das estimativas de c_2 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S	97
7.5	Média das estimativas de δ_2^2 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S	97

7.6	Média das estimativas de δ_2^2 em função do número de amostras S , para diferentes valores de δ_2	98
7.7	NRMSE das estimativas de δ_2^2 em função do número de amostras S , para diferentes valores de δ_2	99
7.8	Variância das estimativas de δ_2^2 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S	99
7.9	Média das estimativas de N_0 em função do seu valor real para, diferentes números de amostras S	100
7.10	Média das estimativas de N_0 em função do número de amostras S , para diferentes valores de N_0	100
7.11	NRMSE das estimativas de N_0 em função do número de amostras S , para diferentes valores de N_0	101
7.12	Variância das estimativas de N_0 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S	101

Sumário

1	Introdução	17
1.1	Motivação e Relevância	17
1.2	Objetivo	19
1.2.1	Principais Contribuições	19
1.3	Organização do Texto	20
2	Fundamentação Teórica	21
2.1	Caracterização do Canal de Comunicações Sem Fio	21
2.2	Modelos de Desvanecimento	24
2.2.1	Desvanecimento Rayleigh	24
2.2.2	Desvanecimento Nakagami- m	25
2.2.3	Desvanecimento Rice	26
2.2.4	Desvanecimento $\eta - \mu$	28
2.2.5	Desvanecimento $\kappa - \mu$	30
2.3	Cadeias de Markov	32
2.4	Conclusão do Capítulo	34
3	Caracterização do Problema	35
3.1	Canal de Comunicações	35
3.2	Modelagem dos Efeitos Presentes no Canal de Comunicações Utilizando FSMC	36
3.2.1	Desvanecimento Modelado por Meio de uma FSMC	38
3.2.2	Ruído Modelado por Meio de uma FSMC	41
3.3	Conclusão do Capítulo	45
4	Análise de Desempenho do Receptor de Máxima Verossimilhança para Canais com Desvanecimento $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$	46
4.1	Desempenho para o Modelo de Desvanecimento $\eta - \mu$ e Ruído AWGN	46
4.1.1	Relação entre a BEP com desvanecimento $\eta - \mu$ e outros modelos de desvanecimento	48
4.1.2	Avaliação Numérica	49

4.2	Desempenho para o Modelo de Desvanecimento $\kappa - \mu$ e Ruído AWGN	52
4.2.1	Relação entre a BEP com desvanecimento $\kappa - \mu$ e outros modelos de desvanecimento	53
4.2.2	Avaliação Numérica	54
4.3	Conclusão do Capítulo	57
5	Análise de Desempenho do Receptor de Máxima Verossimilhança para Canais de Natureza Markoviana	59
5.1	Desempenho para o Modelo de Desvanecimento Markoviano	59
5.1.1	Função Geratriz de Momentos da Variável Aleatória X_n	61
5.1.2	Avaliação Numérica	62
5.2	Desempenho para o Modelo de Ruído Multinível Markoviano e Desvanecimento $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$	66
5.2.1	Avaliação Numérica	69
5.3	Desempenho para o Modelo de Ruído Multinível e Desvanecimento Markoviano	73
5.3.1	Avaliação Numérica	74
5.4	Conclusão do Capítulo	77
6	Análise de Desempenho do Receptor de Máxima Verossimilhança com o Receptor MRC	78
6.1	Receptor de Combinação por Razão Máxima	78
6.2	Desempenho do Receptor MRC em um Canal AWGN com Desvanecimento $\eta - \mu$, $\kappa - \mu$ ou Markoviano	80
6.3	Desempenho do Receptor MRC em um Canal com Ruído Markoviano e Desvanecimento $\eta - \mu$, $\kappa - \mu$ ou Markoviano	82
6.4	Avaliação Numérica	83
6.5	Conclusão do Capítulo	88
7	Estimação de Parâmetros para o Modelo de Ruído Multinível Markoviano	89
7.1	Estimação pelo Método dos Momentos	89
7.2	Estimação pelo Método da Máxima Verossimilhança	91
7.3	Avaliação Numérica	94
7.4	Conclusão do Capítulo	102
8	Considerações Finais	103
8.1	Propostas de Trabalhos Futuros	104
8.2	Publicações	105
	Referências Bibliográficas	109

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Motivação e Relevância

Desde seu início na década de 1970, os sistemas de comunicações móveis sem fio vêm sofrendo uma série de mudanças e essas mudanças têm evoluído da transmissão de chamadas de voz até a variedade de serviços oferecidos na atualidade. O crescente número de usuários e a diversidade de novos serviços oferecidos pela Internet têm exigido bastante das redes de comunicações móveis atuais. Além disso, estudos apontam que o aumento no tráfego de dados sem fio ao longo da próxima década excederá a capacidade das redes celulares vigentes e, para atender essa demanda, melhorias consideráveis necessitam ser feitas na arquitetura das redes móveis celulares (TAYYABA; SHAH, 2017) e (AYDEMIR; CENGIZ, 2017).

A quinta geração de comunicações móveis (5G) tem previsão de chegada ao mercado em 2020 (DAHLMAN et al., 2014) e visa alcançar a crescente demanda por altas taxas de dados, maior capacidade da rede, eficiências energética e espectral, maior mobilidade, melhor qualidade de serviço e menor latência (GUPTA; JHA, 2015).

Para atingir os objetivos esperados pela 5G, algumas tecnologias estão em estudo, como redes definidas por *software* (*Software Defined Network* – SDN) e virtualização das funções da rede (*Network Function Virtualization* – NFV), sistemas de múltiplas entrada e múltiplas saídas massivo (*massive Multiple-Input and Multiple-Output* – massive MIMO), comunicação dispositivo-a-dispositivo (*Device-to-Device* – D2D), células pequenas e células móveis (*mobile femtocell* – MFemtocell), separação entre ambientes internos e externos e comunicações por ondas milimétricas (*millimeter wave* – mmWave) (BOJKOVIC; BAKMAZ; BAKMAZ, 2015).

A MFemtocell, por exemplo, é inserida no interior de um veículo e se comunica com a Estação Radiobase (ERB) por meio de um arranjo de antenas, de tal forma que a MFemtocell e seus usuários sejam vistos pela ERB como uma unidade (WANG et al., 2014). Embora o canal de comunicações entre a MFemtocell e os usuários não sofra grandes variações, o movimento do veículo faz com que o canal de comunicações entre a MFemtocell e a ERB experimente mudanças significativas em suas características. De modo semelhante, na comunicação D2D,

o tráfego de pessoas e objetos pode fazer o canal de comunicações alternar entre estados com diferentes graus de severidade. Na comunicação entre dois automóveis (*Vehicle-to-Vehicle* – V2V), por exemplo, o aparecimento de um terceiro veículo entre eles é capaz de bloquear a linha de visada (*Line-of-Sight* – LoS) tornando o canal de comunicações menos favorável à transmissão.

A utilização de ondas milimétricas tem se tornado uma alternativa atrativa para as limitações na ocupação do espectro impostas pelos sistemas atualmente em uso. Além disso, alguns dos comprimentos de onda dessa faixa espectral sofrem ressonância com os gases que compõem a atmosfera, provocando uma atenuação adicional na onda eletromagnética, além da perda de propagação em espaço livre, prevista pela equação de Friis, promovendo um forte desvanecimento da potência do sinal a uma distância de poucos metros (RAPPAPORT et al., 2017). Essa perda de potência auxilia na delimitação das células, diminuindo a interferência em células adjacentes. No entanto, ondas milimétricas são mais susceptíveis a serem bloqueadas por muitos materiais como tijolos, portas e janelas de vidro e até mesmo pelo corpo humano (MACCARTNEY et al., 2016). A técnica de direcionamento do feixe, que usa arranjos de antenas, é capaz de lidar com a atenuação do sinal com o aumento da distância, entretanto, força o sistema a operar em situações com e sem LoS à medida em que o receptor se locomove.

Como pode ser observado, a caracterização do canal de comunicações deve ser feita de forma criteriosa devido às mudanças sofridas na qualidade do enlace provocada, por exemplo, pelo deslocamento de pessoas ou objetos. Alguns modelos de canal são capazes de contemplar as variações na envoltória e na fase do sinal recebido, caracterizando tais variações por meio de distribuições clássicas como Nakagami- m e Rice, ou até mesmo distribuições generalizadas, como as $\eta - \mu$ e o $\kappa - \mu$ (YACOUB, 2007), entretanto, não são capazes de modelar possíveis variações nas características do meio, como por exemplo o bloqueio da componente especular do sinal.

Adicionalmente, com a consolidação do conceito de Internet das coisas (*Internet of Things* – IoT), a conexão massiva de dispositivos pode provocar o aumento do número de sinais de interferência na faixa de frequência de operação dos dispositivos móveis, contribuindo para a mudança no perfil de ruído. Por exemplo, o acionamento ou desligamento de determinadas fontes de interferência pode fazer com que o ruído no canal alterne entre diferentes estados com potências distintas.

Neste cenário, esta dissertação apresenta um modelo de canal baseado em uma cadeia de Markov de estados finitos (*Finite State Markov Chain* – FSMC), no qual os estados da FSMC, por sua vez, são modelados por diferentes tipos de desvanecimento, ou ruídos com diferentes potências, o que confere ao canal de comunicações características mais realistas.

1.2 Objetivo

Este trabalho de dissertação tem como objetivo principal avaliar o desempenho do receptor de máxima verossimilhança em um canal de comunicações dinâmico, com o comportamento modelado por meio de uma FSMC, a partir da determinação de expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação M -QAM (*M-ary Quadrature Amplitude Modulation*) considerando um canal de propagação sem fio sujeito aos efeitos simultâneos do desvanecimento e do ruído. Adicionalmente, avaliar o impacto do uso da diversidade espacial utilizando o receptor de máxima razão de combinação no desempenho do sistema.

Além disso, avaliar as técnicas de estimação de parâmetros baseada no método dos momentos (*Method of Moments* – MoM) e na maximização da função de verossimilhança (*Maximum Likelihood Estimation* – MLE) para estimar os parâmetros do ruído multinível markoviano.

1.2.1 Principais Contribuições

As principais contribuições desta dissertação são descritas a seguir:

1. Obtenção de expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bits*, do esquema de modulação digital M -QAM com o canal de comunicação sujeito ao desvanecimento markoviano com estados modelados pelas distribuições η - μ e κ - μ e ruído gaussiano.
2. Determinação de expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bits*, do esquema de modulação digital M -QAM em um canal com ruído markoviano.
3. Determinação de expressões exatas o cálculo de probabilidade de erro de *bits*, do esquema de modulação digital M -QAM, sob o canal sujeito ao desvanecimento e ruído markovianos.
4. Desenvolvimento de expressões para o cálculo da probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação M -QAM com o canal sujeito ao ruído e desvanecimento markovianos utilizando a técnica de recepção com diversidade MRC (*Maximum Ratio Combining*).
5. Obtenção de um estimador para os parâmetros do ruído markoviano com base no método dos momentos.
6. Desenvolvimento de um estimador para os parâmetros do ruído markoviano com base na maximização da função de máxima verossimilhança utilizando o algoritmo EM (*Expectation Maximization*).

1.3 Organização do Texto

Além da introdução, este trabalho encontra-se dividido em mais sete capítulos. O Capítulo 2, apresenta diversos modelos de desvanecimento presentes na literatura, além do desenvolvimento de expressões para os modelos de ruído e desvanecimento markovianos. No Capítulo 4 são desenvolvidas expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação digital M -QAM com o canal sujeito ao ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) e desvanecimento $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$. Adicionalmente são discutidas formas para a obtenção de expressões para casos particulares dessas distribuições.

O Capítulo 5, é voltado para o cálculo das expressões para da probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação M -QAM em canais com ruído ou desvanecimento modelados por meio de cadeias de Markov de estados finitos. No Capítulo 6, por sua vez, são desenvolvidas expressões para a probabilidade de erro de *bits* utilizando o receptor de razão de combinação máxima (*Maximum Ratio Combining – MRC*) para todos os modelos de canal estudados neste trabalho. No Capítulo 7 são avaliadas duas técnicas para a estimação dos parâmetros do ruído, o método MoM e o MLE baseado no algoritmo EM (*Expectation Maximization*). Por fim, no Capítulo 8, são apresentadas as considerações finais e proposta de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

Fundamentação Teórica

Em um sistema de comunicações digital, a fonte pode ser de natureza analógica ou digital. Se a fonte for analógica, primeiro é realizado o processo de digitalização da informação. De posse da informação digital, ela é convertida em uma sequência de *bits* que posteriormente passa por um codificador de fonte, com a finalidade de remover redundância da informação (PROAKIS; SALEHI, 2008).

À saída do codificador de fonte são adicionados *bits*, de forma controlada, de modo a garantir maior robustez à mensagem (codificação de canal). Em seguida, essa nova sequência binária passa por um modulador digital, que mapeia os *bits* da informação em uma forma de onda que é transmitida pelo canal de comunicações (PROAKIS; SALEHI, 2008).

Na recepção, o demodulador recupera os *bits* transmitidos que, em seguida, passam pelo decodificador de canal e posteriormente pelo decodificador de fonte.

Nesse contexto, o canal de comunicações é o meio físico usado para transmitir o sinal, podendo ser o espaço livre, utilizado na comunicação sem fio, assim como fibras ópticas e cabos coaxiais, ou até mesmo canais acústicos subaquáticos (PROAKIS; SALEHI, 2008).

2.1 Caracterização do Canal de Comunicações Sem Fio

Embora modelos empíricos sejam úteis e terem recebido bastante atenção de alguns pesquisadores devido a busca de novos modelos capazes de alcançar os requisitos para o novo padrão 5G (JÄRVELÄINEN et al., 2016), (OLOFSSON; AHLÉN; GIDLUND, 2016) e (FORD et al., 2017), em canais sem fio a onda eletromagnética interage de diversas maneiras com o meio. Dessa forma, uma caracterização determinística é, em geral, difícil de ser obtida ou imprecisa. Por outro lado, como previsto nos modelos de perda de percurso, a potência do sinal tende a diminuir com o aumento da distância e a presença de obstáculos à onda eletromagnética, como relevo, edificações e a própria vegetação, é capaz de provocar o sombreamento do sinal transmitido contribuindo para a degradação da qualidade da transmissão. Adicionalmente, eventos naturais como a neve e a chuva promovem perda de potência do sinal. Assim, devido ao caráter

aleatório desses eventos ou da topografia do ambiente, uma caracterização estatística torna-se mais apropriada.

O desvanecimento em larga escala, causado pela atenuação do sinal e pelo efeito de sombreamento, provoca uma diminuição na potência média do sinal recebido e é comumente modelado pelas distribuições Log-Normal e Gamma (SAAD, 2010) e (VERMA; SONI; JAIN, 2016). Por outro lado, o desvanecimento em pequena escala é decorrente de interações construtivas e destrutivas de versões do mesmo sinal que partem do transmissor e chegam ao receptor provenientes de múltiplos percursos, os quais são geralmente causados por reflexões, refrações, espalhamento e difrações. O desvanecimento em pequena escala afeta a potência instantânea do sinal e pode ser modelado por distribuições clássicas como Rayleigh (PAPOULIS; PILLAI, 2002), Rice (RICE, 1944) e Nakagami- m (NAKAGAMI, 1960), ou por distribuições generalizadas como a $\eta - \mu$ e a $\kappa - \mu$ (YACOUB, 2007).

Em (WYNE et al., 2009), por exemplo, as distribuições Nakagami- m , Weibull, Log-Normal, Rice e Rayleigh são utilizadas para modelar o desvanecimento em pequena escala em uma rede de sensores sem fio (*Wireless Sensor Network* – WSN) em um escritório, mostrando que o modelo Rice adere melhor aos resultados experimentais. Além disso, é avaliada a variação do parâmetro K da distribuição Rice em função da distância entre o transmissor e o receptor, mostrando que a média desse parâmetro varia de forma não-monotônica e que, em situações nas quais o K é suficientemente pequeno, as amostras podem ser aproximadas pela distribuição Rayleigh. Por outro lado, em (OLOFSSON; AHLÉN; GIDLUND, 2016), é mostrado que em cenários nos quais os transceptores estão em movimento, o desvanecimento pode ser modelado pela distribuição Rayleigh. Entretanto, quando os transceptores estão fixos, a janela temporal de observação das amostras influencia na escolha da distribuição a ser utilizada.

Em um cenário real, por outro lado, o canal de comunicações é afetado simultaneamente pelos desvanecimentos em larga e em pequena escala. Assim, em (SAAD, 2010), (VERMA; SONI; JAIN, 2016) e (YILMAZ; ALOUINI, 2010) são apresentados diversos modelos de desvanecimento composto capazes de modelar as variações de pequena e grande escalas impostas pelo canal de comunicações. Em (YILMAZ; ALOUINI, 2010), por exemplo, é apresentada uma extensão à distribuição κ generalizada (*Extended Generalized κ – EGK*) para a modelagem do desvanecimento composto em canais de ondas milimétricas. Ainda nesse trabalho, é mostrado como a distribuição EGK pode ser utilizada para modelar distribuições mais simples como Nakagami- m e Weibull. Por outro lado, em (VERMA; SONI; JAIN, 2016) é apresentada a distribuição Nakagami- m /Log-Normal para a modelagem de canais com múltiplos percursos e sombreamento. Nesse trabalho o modelo de desvanecimento proposto é utilizado no cálculo de aproximações para a probabilidade média de erro de símbolos (*Average Symbol Error Rate – ASER*) para esquemas de modulação MPAM (*M-ary Pulse Amplitude Modulation*) e MPSK (*M-ary Phase Shift Keying*), as quais são avaliadas para diferentes condições do canal.

Outra característica importante que deve ser levada em conta na recepção ou transmissão de sinais é a presença do ruído térmico causado pelo movimento dos elétrons nos dis-

positivos dissipativos, comumente modelado por um processo ruído branco aditivo gaussiano (AWGN) (PROAKIS; SALEHI, 2008). Além do ruído térmico, o surgimento de descargas parciais no meio, provocado por exemplo pelo mau funcionamento de isoladores, ignição de carros ou acionamento de contactores ou relés, introduz no canal de comunicação um efeito que pode ser modelado como um ruído impulsivo. Assim, o ruído total pode ser visto como a soma do ruído de fundo (AWGN) com o ruído impulsivo (GOMES et al., 2014). Em (ARAÚJO et al., 2015), por exemplo, o canal é modelado por uma componente ruidosa que contém o ruído AWGN adicionado do ruído impulsivo gatilhado, desse modo é avaliada a influência do modelo de ruído impulsivo na probabilidade de erro de *bits* em esquemas de modulação M -QAM.

Como o meio físico é uma entidade variante no tempo, a utilização de cadeias de Markov na modelagem dos efeitos presentes em um canal de comunicações possibilita uma abordagem mais realista, pois cada estado da cadeia pode ser modelado para se ajustar ao canal. Por exemplo, situações nas quais um único modelo de desvanecimento não é capaz de modelar precisamente o canal, pode ser substituído por uma cadeia de Markov.

A utilização de cadeias de Markov tem sido abordada em alguns trabalhos. Em (TURIN; NOBELEN, 1998) e (SADEGHI; RAPAJIC, 2005), por exemplo, o ganho de um canal com desvanecimento é quantizado em um número finito de níveis, a cada nível é atribuído um estado que então é modelado por meio de uma cadeia de Markov. Por outro lado, em (CHUNG; YAO, 2009) e (LIU et al., 2017) uma FSMC é utilizada para modelar um canal com desvanecimento Rice com diferentes graus de severidade, de modo que, a cada estado da cadeia de Markov é associado uma distribuição com parâmetro K diferente. Ainda em (CHUNG; YAO, 2009), é apresentado um algoritmo capaz de estimar os parâmetros da cadeia de Markov utilizada para modelar um canal GSM (*Global System for Mobile Communication*), por outro lado, em (LIU et al., 2017), a modelagem do desvanecimento por uma cadeia de Markov de três estado é utilizada para avaliar a probabilidade de erro de *bits* em um canal HAPS (*High Altitude Platform Station*).

Os modelos de canais baseados em FSMC são bastante versáteis, podendo ser usados para canais com comportamento dinâmico, como em (CHEN et al., 2016), em que os estados são divididos em LoS e OLoS (*Obstructed Line-of-Sight*), cuja obstrução é causada pelo bloqueio da linha de visada por um veículo em uma rede V2V, ou em (FORD et al., 2017), em que uma cadeia de Markov de duas camadas é utilizada para modelar um canal na faixa de ondas milimétricas. Pode ainda ser usada para modelar canais com mudanças mais lentas, nos quais a janela de observação dos estados pode durar horas ou até dias, como em (OLOFSSON; AHLÉN; GIDLUND, 2016) em que um FSMC é utilizada para modelar um canal sem fio em uma WSN industrial, ou em (SCHAEFER; KAYS, 2016), em que uma cadeia de Markov de duas camadas é utilizada para modelar uma rede de sensores residenciais.

Neste trabalho é estudado um canal de comunicações com natureza markoviana. Ao modelar o ruído ou o desvanecimento em pequena escala por meio de uma FSMC, é possível avaliar o impacto desse canal na probabilidade de erro de símbolos e de *bits* de diversos esquemas de modulação.

2.2 Modelos de Desvanecimento

O desvanecimento é um efeito indesejável imposto pelo canal de comunicações, sendo usualmente classificado em desvanecimento em larga escala e em pequena escala. O desvanecimento em larga escala é caracterizado pelo sombreamento provocado por edificações ou pelo relevo da região. Esse tipo de desvanecimento também é afetado por eventos naturais tais como chuva e neve. O desvanecimento em larga escala determina a variação média global da potência do sinal recebido e pode ter duração de minutos a várias horas. O desvanecimento em larga escala é comumente modelado pela distribuição Log-Normal (SAAD, 2010).

O desvanecimento em pequena escala, por outro lado, é decorrente de interações construtivas e destrutivas de componentes de sinal que partem do transmissor e chegam ao receptor provenientes de múltiplos percursos, os quais são causados por reflexões, refrações, espalhamento e difrações que afetam a potência instantânea do sinal. Além das flutuações no sinal recebido, os múltiplos percursos também podem provocar interferência inter-simbólica (PROAKIS; SALEHI, 2008).

O desvanecimento multipercurso pode ser classificado em seletivo e não-seletivo em frequência. O desvanecimento seletivo afeta as componentes em frequência do sinal de forma diferente, provocando sua distorção. Por outro lado, no desvanecimento não-seletivo, a resposta ao impulso canal $\psi(t)$ não depende da faixa de frequência. Dessa forma, é possível escrever (PROAKIS; SALEHI, 2008)

$$\psi(t) = g(t)e^{j\alpha(t)}, \quad (2.1)$$

em que $g(t)$ representa a envoltória e $\alpha(t)$ a fase da resposta ao impulso do canal $\psi(t)$. Além disso, o desvanecimento pode ser classificado em rápido e lento. Quando o ganho do canal e o desvio de fase provocados pelo desvanecimento permanecem fixos, por alguns intervalos de sinalização, o desvanecimento é classificado como lento (PROAKIS; SALEHI, 2008).

A envoltória da função de transferência, em um desvanecimento não-seletivo em frequência, pode ser modelada por diversas distribuições clássicas como Rayleigh, Rice e Nakagami- m , ou modelos generalizados, como o $\kappa - \mu$ e $\eta - \mu$ (YACOUB, 2007), que incluem as distribuições clássicas como casos particulares. Neste trabalho, é utilizado uma FSMC para modelar o desvanecimento lento e não-seletivo em frequência.

2.2.1 Desvanecimento Rayleigh

A distribuição Rayleigh descreve as flutuações da envoltória do sinal recebido proveniente de um meio de propagação homogêneo com múltiplos percursos na ausência de LoS. O ambiente de propagação Rayleigh é caracterizado por variações nas componentes em fase e em quadratura do sinal segundo uma distribuição gaussiana.

Se as variações impostas pelo canal de comunicação podem ser representadas por

$$Z = X + jY, \quad (2.2)$$

em que X e Y são variáveis aleatórias gaussianas de médias nulas e potência média $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma_G^2$, a FDP (Função Densidade de Probabilidade) da envoltória do sinal é representada pela distribuição Rayleigh, escrita na forma (FERDINANDO, 2013)

$$p_G(g) = \frac{g}{\sigma_G^2} \exp\left(-\frac{g^2}{2\sigma_G^2}\right) \quad g \geq 0, \quad (2.3)$$

em que $\sigma_G^2 = E[G^2]$ representa a potência média de $g(t)$.

O k -ésimo momento da envoltória do sinal no desvanecimento Rayleigh pode ser escrito como (PROAKIS; SALEHI, 2008)

$$E[G^k] = (2\sigma_G^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k}{2} + 1\right), \quad (2.4)$$

em que $\Gamma(\cdot)$ representa a função Gama.

A Figura 2.1 apresenta o comportamento da FDP do desvanecimento Rayleigh.

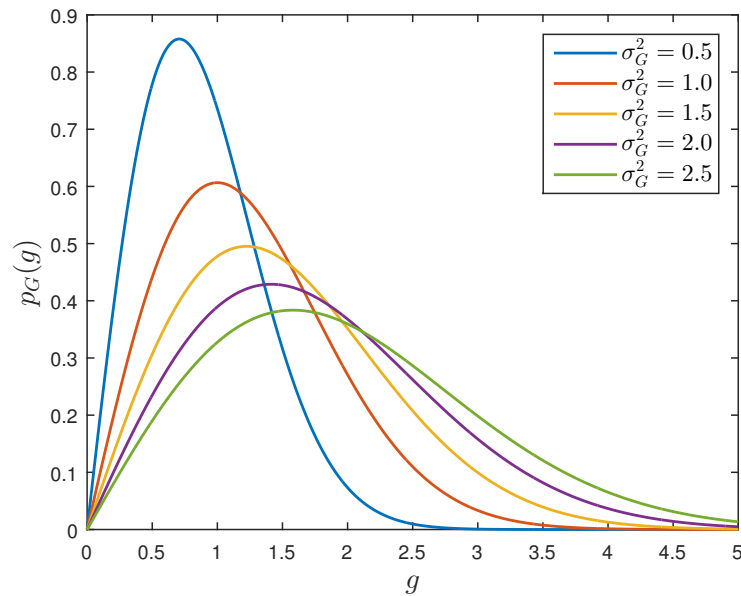


Figura 2.1 FDP da envoltória do desvanecimento Rayleigh para diferentes valores de σ_G^2 .

2.2.2 Desvanecimento Nakagami- m

A distribuição Nakagami- m possui grande aplicação na caracterização de ambientes densamente urbanos, sendo utilizada para modelar tanto o desvanecimento de baixa quanto forte intensidade. Inicialmente foi proposta de forma empírica para o ajuste de dados experi-

mentais coletados em regiões urbanas e suburbanas do Japão (NAKAGAMI, 1960). Um modelo físico equivalente, no qual o sinal recebido é a composição de sinais provenientes de diversos agrupamentos de múltiplos percursos foi proposto em (YACOUB; BAUTISTA; GUEDES, 1999).

De acordo com (NAKAGAMI, 1960), a envoltória do sinal recebido no modelo Nakagami- m é composta por m sinais Rayleigh independentes e sua FDP pode ser escrita como

$$p_G(g) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\sigma_g^2}\right)^m g^{2m-1} \exp\left(-g^2 \frac{m}{\sigma_g^2}\right), \quad g \geq 0, \quad (2.5)$$

em que $\Gamma(\cdot)$ denota a função Gamma, $\sigma_g^2 = E[G^2]$ a potência média do sinal e m é o fator de desvanecimento dado por

$$m = \frac{E[G^2]}{Var[G^2]}. \quad (2.6)$$

O k -ésimo momento da envoltória do sinal para o desvanecimento Nakagami- m pode ser escrito como

$$E[G^k] = \frac{\Gamma\left(m + \frac{k}{2}\right)}{\Gamma(m)} \left(\frac{\sigma_g^2}{m}\right)^{\frac{k}{2}}. \quad (2.7)$$

A Figura 2.2 mostra o comportamento da FDP do modelo Nakagami- m para diferentes valores e m respectivamente.

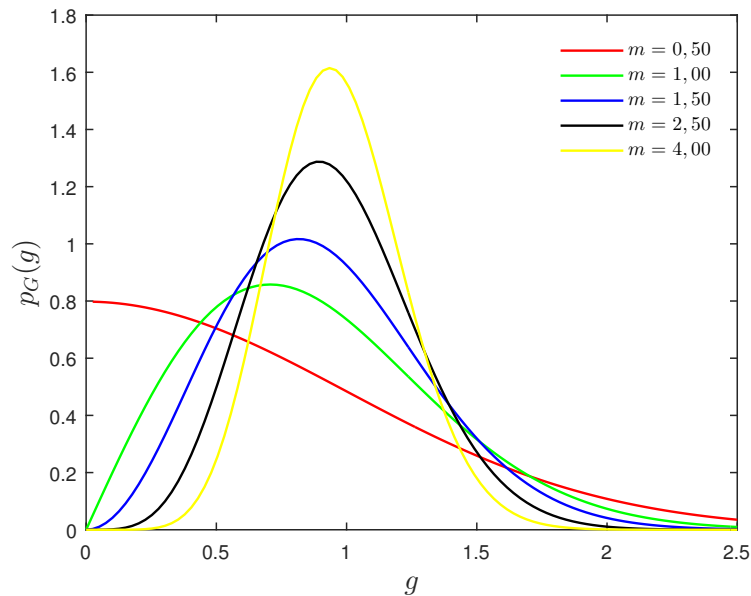


Figura 2.2 FDP da envoltória do sinal no modelo Nakagami- m para diferentes valores de m e $\sigma_g^2 = 1$.

2.2.3 Desvanecimento Rice

A distribuição Rice descreve as flutuações da envoltória do sinal recebido proveniente de um ambiente de propagação com múltiplos percursos com forte linha de visada (YACOUB, 1993). Ambientes como pequenas cidades, ou regiões suburbanas são comumente modelados

pela distribuição Rice. Tais regiões são caracterizadas pela baixa verticalização de suas construções e, nesse cenário, as antenas transmissoras são mais altas que a maioria das edificações.

A FDP da envoltória do sinal recebido nesse modelo é escrita como (YACOUB, 1993)

$$p_G(g) = \frac{g}{\sigma_G^2} \exp\left(-\frac{g^2 + s^2}{2\sigma_G^2}\right) I_0\left(\frac{sg}{\sigma_G^2}\right) \quad g \geq 0, \quad (2.8)$$

em que $I_0(\cdot)$ representa a função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem zero, s representa o valor médio da componente com LoS e $\sigma_G^2 = E[G^2]$ a potência média do sinal. Assim, o fator Rice K da distribuição é definido como

$$K = \frac{s^2}{2\sigma_G^2}. \quad (2.9)$$

O k -ésimo momento da envoltória do sinal para o desvanecimento Rice pode ser escrito como (PROAKIS; SALEHI, 2008)

$$E[G^k] = (2\sigma_G^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) {}_1F_1\left(-\frac{k}{2}, 1; -\frac{s^2}{2\sigma_G^2}\right), \quad (2.10)$$

em que ${}_1F_1(\cdot, \cdot; \cdot)$ denota a função Hipergeométrica Confluyente de Kummer (ABRAMOWITZ; STEGUN, 1965).

Enquanto a Figura 2.3 mostra o comportamento da FDP do modelo Rice para diferentes valores de σ_G^2 e $s = 1$, a Figura 2.4 ilustra o comportamento da FDP para diferentes valores de s e $\sigma_G^2 = 1$.

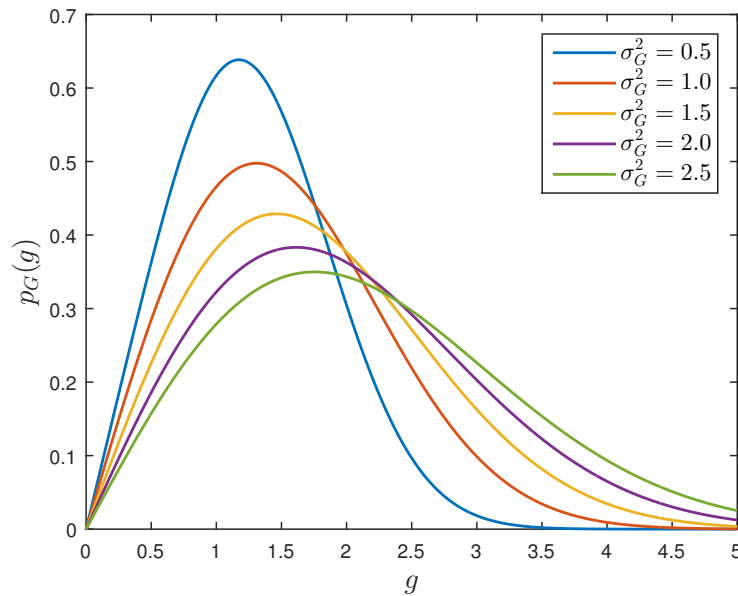


Figura 2.3 FDP da envoltória do sinal no modelo Rice para diferentes valores de σ_G^2 e $s = 1$.

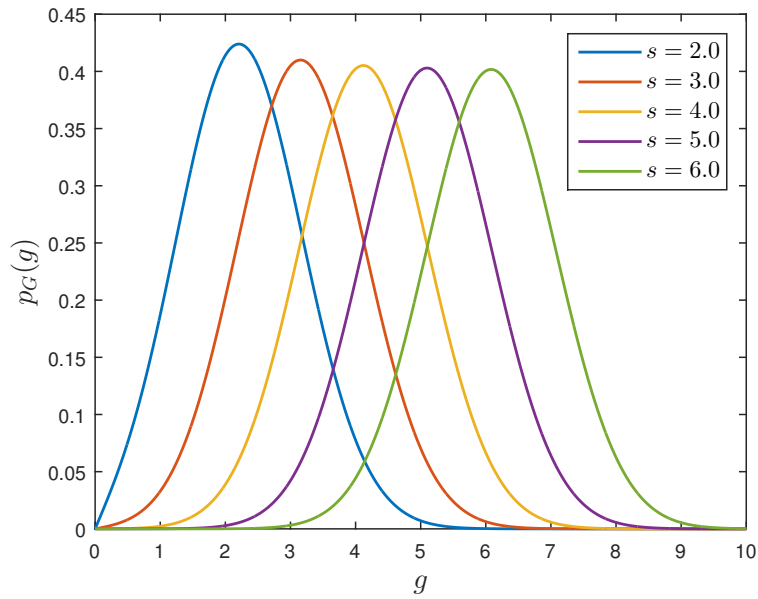


Figura 2.4 FDP da envoltória do sinal no modelo Rice para diferentes valores de s e $\sigma_G^2 = 1$.

Por meio dessa figura é possível perceber que o aumento da potência do desvanecimento (σ_G^2) degrada o enlace de comunicações. Para valores menores de σ_G^2 , os lóbulos da FDP são mais estreitos, indicando que a probabilidade da tomada de valores com amplitudes próximas é maior. O aumento de σ_G^2 promove o alargamento dos lóbulos da FDP, ou seja, amplitudes em um intervalo maior surgem com probabilidades semelhantes. Em um sistema digital de comunicações, na qual a informação é representada por um conjunto de símbolos no espaço (constelação), menor σ_G^2 implica em uma contração ou dilatação da constelação de forma mais uniforme, por outro lado, maior σ_G^2 resulta em uma contração ou dilatação não uniforme, deformando as regiões de decisões da constelação.

2.2.4 Desvanecimento $\eta - \mu$

A distribuição $\eta - \mu$ é um modelo de desvanecimento generalizado utilizado para representar situações nas quais modelos como o Nakagami- m não se aplicam. Pode ser utilizada para caracterizar desvanecimento em pequena escala, representado por variações na intensidade do sinal em curtos intervalos de tempo provenientes de propagação por múltiplos percursos, com ausência de LoS. O parâmetro $\mu \geq 0$ representa uma extensão aos números reais do parâmetro que caracteriza a quantidade de múltiplos percursos. Por outro lado, o parâmetro η pode assumir duas características diferentes, no formato I, representam a razão entre as potências dos componentes de fase e quadratura, já no formato II, η denota a correlação entre as componentes de fase e quadratura (YACOUB, 2007).

O modelo $\eta - \mu$ inclui as distribuições de Hoyt, Nakagami- m , Rayleigh e Gauss unilateral como casos particulares e sua FDP é dada por (YACOUB, 2007)

$$p_G(g) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu g^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}(\sigma_g^2)^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-2\mu h \frac{g^2}{\sigma_g^2}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H \frac{g^2}{\sigma_g^2}\right), \quad g \geq 0, \quad (2.11)$$

em que $I_\nu(x)$ representa a função de Bessel modificada de primeira tipo e ordem ν , $\sigma_g^2 = E[G]$ representa a potência média do sinal e $\Gamma(\mu)$ denota a função Gama.

Os parâmetros h e H para um sinal composto por agrupamentos de sinais provenientes de múltiplos percursos em um meio com espalhamento não homogêneo e com componentes de fase e quadratura independentes com potências distintas são dados por (YACOUB, 2007)

$$h = \frac{2 + \eta^{-1} + \eta}{4} \quad \text{e} \quad H = \frac{\eta^{-1} - \eta}{4} \quad (2.12)$$

no formato I, ou

$$h = \frac{1}{1 - \eta^2} \quad \text{e} \quad H = \frac{\eta}{1 - \eta^2}, \quad (2.13)$$

no formato II.

O k -ésimo momento da envoltória do sinal para o modelo $\eta - \mu$ pode ser escrito como (YACOUB, 2007)

$$E\left[|g[n]|^k\right] = \left(\sqrt{\sigma_g^2}\right)^k \frac{\Gamma\left(2\mu + \frac{k}{2}\right)}{h^{\mu+\frac{k}{2}}(2\mu)^{\frac{k}{2}}\Gamma(2\mu)} {}_2F_1\left[\mu + \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, \mu + \frac{k}{4}; \mu + \frac{1}{2}; \left(\frac{H}{h}\right)^2\right], \quad (2.14)$$

em que ${}_2F_1[a, b; c; z]$ representa a função Hipergeométrica de Gauss (ABRAMOWITZ; STEGUN, 1965).

A Figura 2.5 mostra o comportamento da FDP do modelo $\eta - \mu$ no formato I para diferentes valores de μ com $\sigma_g^2 = 1$ e $\eta = 0, 25$, na Figura 2.6 é apresentado o efeito da variação do parâmetro η no comportamento da FDP do modelo $\eta - \mu$ no formato I. Como pode ser observado, à medida que o parâmetro η se aproxima de zero, a probabilidade do canal produzir um desvanecimento profundo aumenta, pois, nessas situações, são observada severos desbalanceamentos entre as potências das componentes em fase e em quadratura do sinal. Por sua vez, o aumento do parâmetro μ tanto desloca a média da distribuição para um, quanto diminui a abertura de seu lóbulo tornando o ganho do canal, para um valor de μ muito grande, um fator constante. Por outro lado, à medida que μ diminui, são observados canais com condições mais severas de desvanecimento, por exemplo, para $\eta = 1$, são obtidos os modelos Rayleigh e gaussiana unilateral com $\mu = 0, 5$ e $\mu = 0, 25$ respectivamente.

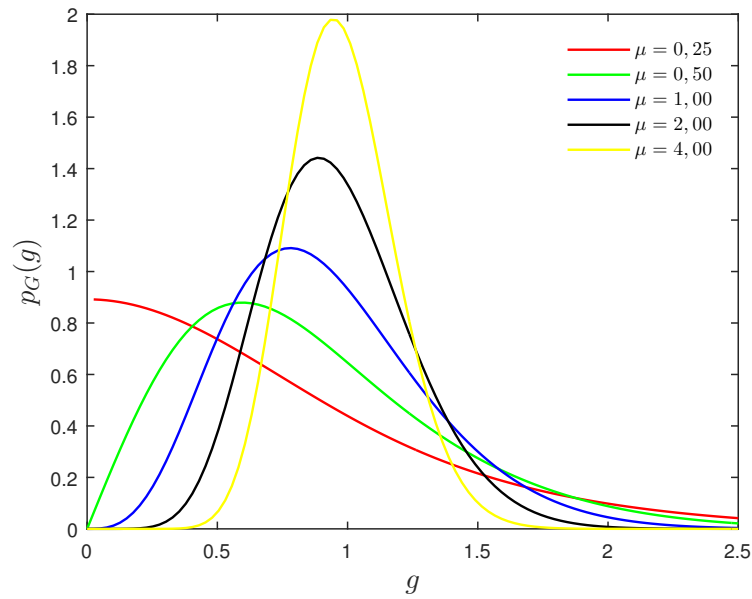


Figura 2.5 FDP da envoltória do sinal no modelo $\eta - \mu$ para diferentes valores de μ , com $\eta = 0,25$ e $\sigma_g^2 = 1$.

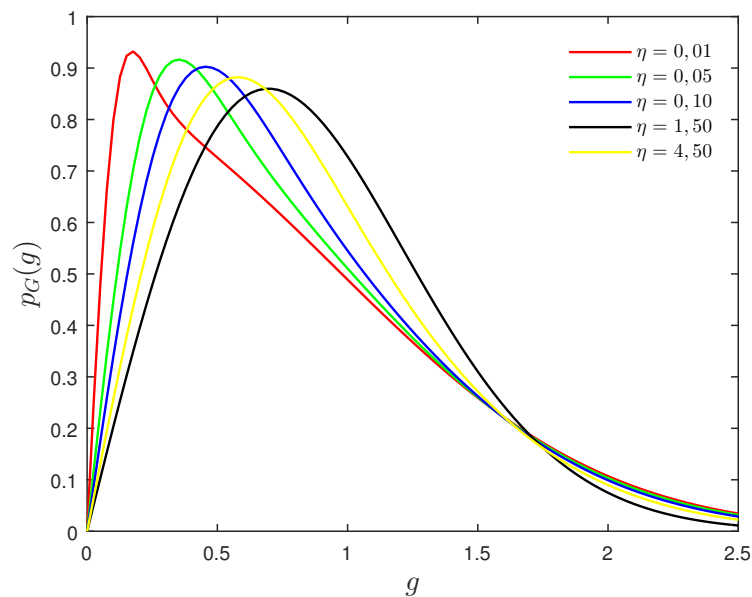


Figura 2.6 FDP da envoltória do sinal no modelo $\eta - \mu$ para diferentes valores de η , com $\mu = 0,5$ e $\sigma_g^2 = 1$.

2.2.5 Desvanecimento $\kappa - \mu$

O modelo $\kappa - \mu$ pode ser usado para representar desvanecimento rápido em um ambiente de propagação heterogêneo, com a presença de LoS. O sinal recebido é composto de agrupamentos de ondas de múltiplos percursos. As fases das ondas espalhadas são aleatórias e possuem atrasos temporais semelhantes, enquanto, entre os vários agrupamentos, os atrasos são relativamente grandes. As ondas dos múltiplos percursos dos vários agrupamentos têm po-

tências iguais, mas dentro de cada agrupamento há uma componente dominante de potência arbitrária (YACOUB, 2007).

Esse modelo é representado por dois parâmetros físicos. O parâmetro μ , que representa uma extensão real para o número de agrupamentos de múltiplos percursos e o κ , que modela a razão entre a potência total das componentes dominantes e difusas.

A FDP do sinal recebido por meio de um canal com desvanecimento $\kappa - \mu$ é dada por (YACOUB, 2007)

$$p_G(g) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}g^\mu}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}}\exp(\kappa\mu)(\sigma_g^2)^{\frac{\mu+1}{2}}} \times \exp\left[-\mu(1+\kappa)\frac{g^2}{\sigma_g^2}\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\frac{g^2}{\sigma_g^2}\right], \quad g \geq 0 \quad (2.15)$$

em que $I_v(x)$ representa a função de Bessel modificada de primeira tipo e ordem v e $\sigma_g^2 = E[|g[n]|^2]$ representa a potência média do sinal.

A Figura 2.7 mostra o comportamento da FDP do modelo $\kappa - \mu$ para diferentes valores de κ com $\sigma_g^2 = 1$ e $\mu = 1,5$, enquanto a Figura 2.8 ilustra a FDP do mesmo modelo para diferentes valores de μ com $\kappa = 0,5$ e $\sigma_g^2 = 1$.

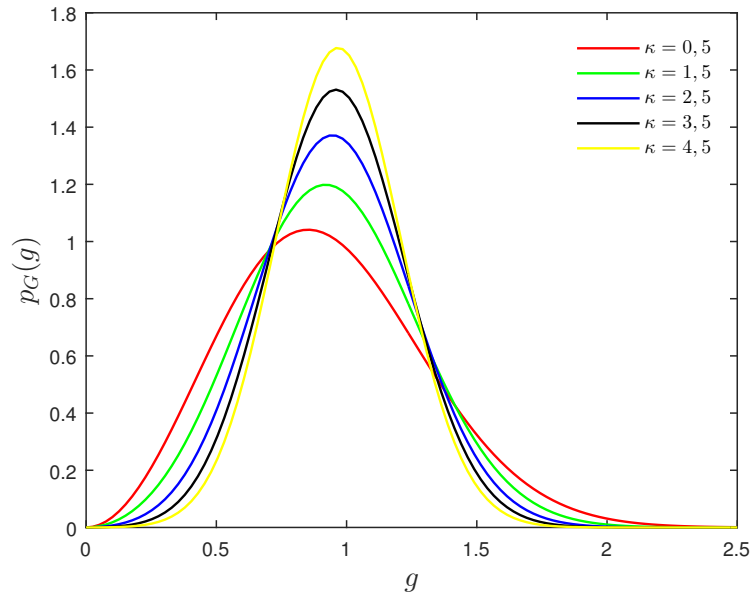


Figura 2.7 FDP da envoltória do sinal no modelo $\kappa - \mu$ para diferentes valores de κ , com $\mu = 1,5$ e $\sigma_g^2 = 1$.

Como o parâmetro κ representa a razão entre as potências das ondas especulares e difusas, maiores valores desse parâmetro indicam que há maior potência nas componentes em LoS, configurando cenários com desvanecimento menos severos. Esse comportamento ainda pode

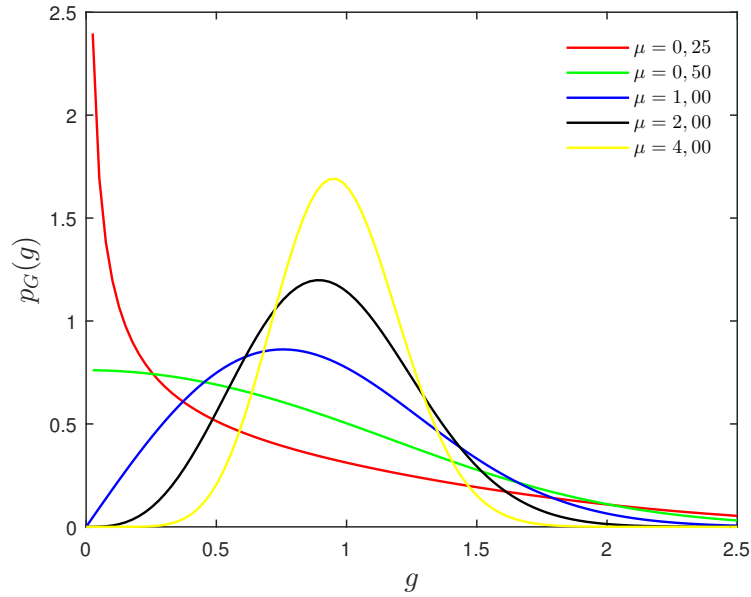


Figura 2.8 FDP da envoltória do sinal no modelo $\kappa - \mu$ para diferentes valores de μ , com $\kappa = 0,5$ e $\sigma_g^2 = 1$.

ser explicado ao observar-se a Figura 2.7, na qual notam-se lóbulos mais estreitos nas curvas obtidas com maiores valores de κ .

2.3 Cadeias de Markov

Todo processo estocástico cuja distribuição de probabilidade do evento futuro dependa apenas do evento presente e não da sequência de acontecimentos que o precederam é chamado de processo de Markov. Dessa forma, se $X(t)$ é um processo estocástico de valores discretos, para tempos arbitrários $t_1 < t_2 < \dots < t_k < t_{k+1}$, é possível escrever (LEON-GARCIA, 2017)

$$P[X(t_{k+1}) = x_{k+1} | X(t_k) = x_k, \dots, X(t_1) = x_1] = P[X(t_{k+1}) = x_{k+1} | X(t_k) = x_k] \quad (2.16)$$

também conhecida como propriedade de Markov.

Se $X(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_{N-1}, x_N\}$ for um conjunto finito e $x_k \in \mathbb{Z}$, então, o processo recebe o nome de Cadeia de Markov de Estados Finitos (FSMC). Desta forma, se a probabilidade de transição para o estado j no instante t_{k+1} , dado que o processo tenha permanecido no estado i no tempo t_k , permanecer constante ao longo do tempo, então, $X(t_k)$ possui probabilidade de transição homogênea (LEON-GARCIA, 2017), ou seja

$$P[X(t_{k+1}) = j | X(t_k) = i] = p_{ij}. \quad (2.17)$$

De modo geral, é possível escrever

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2N} \\ p_{31} & p_{32} & \cdots & p_{3N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \cdots & p_{NN} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

em que \mathbf{P} é a matriz de transição de estado, no instante t_{k+1} .

Uma propriedade da matriz \mathbf{P} é que a soma dos elementos de qualquer linha tem que ser unitária, ou seja

$$\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1 \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (2.19)$$

Além do mais, como p_{ij} representa uma probabilidade de transição, então

$$0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad \forall \quad i, j. \quad (2.20)$$

Uma FSMC pode ser descrita por meio de um diagrama de estados. Nesse diagrama são representados os estados da cadeia de Markov, as possíveis transições de estado e suas respectivas probabilidades de transição, como mostrado na Figura 2.9 que contém a representação de uma cadeia de Markov com três estados.

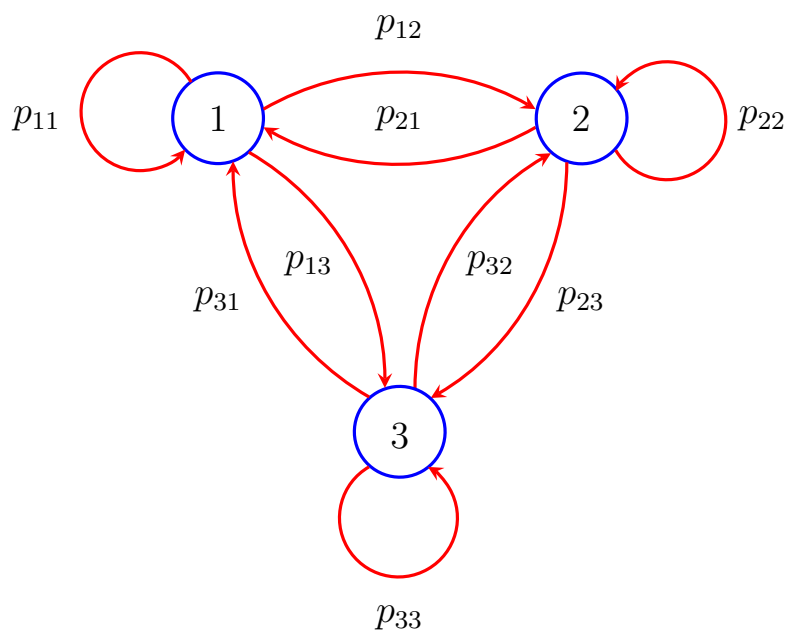


Figura 2.9 Diagrama de estados de uma cadeia de Markov com três estados.

Além disso, a probabilidade da cadeia de Markov encontrar-se em um determinado estado j após n transições de estado é dada por (LEON-GARCIA, 2017)

$$p_j(n) = \sum_{i=1}^N p_{ij}(n)p_0, \quad (2.21)$$

ou ainda

$$\mathbf{p}(n) = \mathbf{p}(0)\mathbf{P}^n, \quad (2.22)$$

em que $\mathbf{p}(0)$ é um vetor contendo a probabilidade inicial do processo se encontrar em um determinado estado e \mathbf{P}^n é a matriz de transição após n mudanças de estado.

Outro elemento importante de uma cadeia de Markov é o vetor de probabilidades estacionárias $\boldsymbol{\pi}$, cujos elementos são definidos por

$$\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}(n) \quad \forall \quad i, \quad (2.23)$$

ou ainda

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n = \mathbf{1}\boldsymbol{\pi}, \quad (2.24)$$

em que $\mathbf{1}^T = [1, 1, \dots, 1]$ e $\boldsymbol{\pi} = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N]$.

As cadeias de Markov podem representar diversos modelos reais. Neste trabalho, uma cadeia de Markov de estados finitos é utilizada para modelar o comportamento do desvanecimento ou do ruído em um canal de comunicações dinâmico.

2.4 Conclusão do Capítulo

Este capítulo apresenta alguns modelos de desvanecimento encontrados na literatura, além de definir os parâmetros que compõem uma cadeia de Markov de estados finitos.

As curvas apresentadas mostram a influência dos parâmetros dos modelos de desvanecimento na severidade do canal de comunicações, sendo observadas situações com elevada probabilidade de desvanecimento profundo, caracterizada por um estreitamento dos lóbulos das distribuições em torno da origem.

A análise do processo de Markov descrito por uma cadeia de estados finitos permitiu a observação de uma correlação entre os estados de sua cadeia, devido as estruturas dos elementos da matriz de probabilidade de transição, que possibilita a obtenção de modelos mais realísticos.

No próximo capítulo é apresentada a caracterização do problema estudado neste trabalho. Adicionalmente, são apresentadas simulações que corroboram as curvas teóricas.

CAPÍTULO 3

Caracterização do Problema

Sistemas capazes de operar a altas taxas de transmissão, com latência reduzida e capazes de servir um número massivo de usuários vêm ganhando grande destaque nos últimos anos e são alvos do novo padrão 5G. Entretanto, a dinâmica dos cenários alvo desse novo padrão torna a caracterização do canal de comunicações um desafio a ser superado. A análise de medidas como latência e taxa de erro de *bits* (*Bit Error Rate* – BER) são afetadas diretamente pelo canal de comunicações.

3.1 Canal de Comunicações

Neste trabalho, é empregado um modelo de canal com ruído e desvanecimento plano por tempo de símbolo, ambos modelados por meio de cadeias de Markov de estados finitos, de modo que, a cada estado da FSMC possa ser atribuído um dos modelos de desvanecimento apresentados na Seção 2.2 ou um processo AWGN com potências distintas. Esta abordagem permite representar situações em que o receptor e o transmissor experimentam canais com características estatísticas diferentes ao longo do tempo e confere ao canal de comunicações uma modelagem mais realista, ideal a ambientes dinâmicos.

A expressão que representa o sinal recebido pode ser escrita como

$$r(t) = \psi(t)s(t) + \omega(t), \quad (3.1)$$

em que $s(t)$ é uma variável aleatória complexa que representa um símbolo transmitido escolhido entre os possíveis símbolos de uma constelação QAM, $\omega(t)$ representa o ruído no canal e $\psi(t)$ é uma variável aleatória complexa, da forma $\psi(t) = g(t)e^{j\alpha(t)}$, que representa o desvanecimento no canal.

3.2 Modelagem dos Efeitos Presentes no Canal de Comunicações Utilizando FSMC

Seja uma FSMC com N estados e probabilidade de transição homogênea e uma variável aleatória X com função densidade de probabilidade $p_X(x)$ e função cumulativa de probabilidade $F_X(x)$. Sabendo que cada vez que a cadeia muda do estado $e = i$ para o $e = j$, ela permanece no novo estado por um tempo médio $\bar{T} = \bar{t}_j$, é possível expressar a FCP conjunta de X , T e e como

$$\begin{aligned} F_{X,\bar{T},e}(x, \bar{t}_i, j) &= P(X \leq x, \bar{T} \leq \bar{t}_i, e \leq j) \\ &= P(X \leq x | \bar{T} \leq \bar{t}_i, e \leq j) P(\bar{T} \leq \bar{t}_i, e \leq j), \end{aligned} \quad (3.2)$$

consequentemente, a função densidade de probabilidade conjunta de G , T e e é dada por (ALENCAR, 2008)

$$\begin{aligned} p_{X,\bar{T},e}(x, \bar{t}_i, j) &= \frac{\partial^3}{\partial g \partial t \partial j} F_{X,\bar{T},e}(x, \bar{t}_i, j) \\ &= p_X(x | \bar{T} = \bar{t}_i, e = j) P(\bar{T} = \bar{t}_i, e = j). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Além disso, sabendo que a probabilidade conjunta $P(\bar{T} = \bar{t}_i, e = j)$ foi obtida em (CHUNG; YAO, 2009) e pode ser expressa como

$$P(\bar{T} = \bar{t}_i, e = j) = \frac{p_j(n) \bar{t}_i \delta(i - j)}{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N \bar{t}_u p_v(n) \delta(u - v)}, \quad (3.4)$$

em que $\delta(u)$ é o impulso de amplitude unitária e $p_j(n)$ é a probabilidade do canal se encontrar no estado j após n transições de estados, dada pela Equação 2.21, pode-se obter a função densidade de probabilidade de X , em que X é uma variável aleatória com distribuição modelada por meio de uma FSMC. Tomando a média da Equação 3.3 por T e e , tem-se então

$$\begin{aligned} p_X(x) &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_{X,\bar{T},e}(x, \bar{t}_i, j) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_X(x | T = \bar{t}_i, e = j) P(T = \bar{t}_i, e = j) \\ &= \sum_{i=1}^N p_X(x | T = \bar{t}_i, e = i) \frac{p_i(n) \bar{t}_i}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v p_v(n)} \\ &= \sum_{i=1}^N p_{X_i}(x) \frac{p_i(n) \bar{t}_i}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v p_v(n)}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

em que $p_{X_i}(x)$ passa a ser a função densidade de probabilidade da variável aleatória atuando no i -ésimo estado por um tempo médio de permanência \bar{t}_i . Desta forma, a FCP de X , sob essas condições, é dada por

$$\begin{aligned}
 F_X(x) &= \int_{-\infty}^x p_X(\alpha) d\alpha \\
 &= \int_{-\infty}^x \sum_{i=1}^N p_{X_i}(\alpha) \frac{p_i \bar{t}_i}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v p_v} d\alpha \\
 &= \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^x p_{X_i}(\alpha) d\alpha \frac{p_i(n) \bar{t}_i}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v p_v(n)} \\
 &= \sum_{i=1}^N F_{X_i}(x) \frac{p_i(n) \bar{t}_i}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v p_v(n)},
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

em que $F_{X_i}(x)$ é a função cumulativa de probabilidade da variável aleatória atuando no i -ésimo estado por um tempo de médio permanência \bar{t}_i

Além disso, ao observar a probabilidade conjunta

$$P(\bar{T} = \bar{t}_j, e = j) = \frac{p_j(n) \bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v p_v(n)}, \tag{3.7}$$

nota-se que essa grandeza depende do número de transições de estados n sofridas pela cadeia Markov. Dessa forma, são observadas variações na FDP de X a medida que o número de transições muda. Contudo, ao observar a Figura 3.1, pode-se perceber que há uma rápida convergência de $P(\bar{T} = \bar{t}_j, e = j)$ a medida que n aumenta.

Na Figura 3.1 foram geradas duas cadeias de markov distintas, FSMC1 e FSMC2, ambas com três estados, cujos valores das matrizes de probabilidade de transição e vetor de tempo de permanência médio $\bar{\mathbf{T}} = [\bar{t}_1 \ \dots \ \bar{t}_N]$ foram gerados de forma aleatória. No primeiro modelo, a matriz de probabilidade de transições gerada foi

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 0,5648 & 0,1175 & 0,3177 \\ 0,3984 & 0,2926 & 0,3090 \\ 0,0354 & 0,233 & 0,7315 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

e o vetor de tempos médios de permanência

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 0,3840 & 0,2859 & 0,3300 \end{bmatrix}. \tag{3.9}$$

No segundo modelo, foram obtidos

$$\mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} 0,5610 & 0,3025 & 0,1365 \\ 0,4655 & 0,3851 & 0,1494 \\ 0,3268 & 0,2722 & 0,4009 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

e o vetor de tempos médios de permanência

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 0,0675 & 0,4249 & 0,5076 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Para ambos os modelos o vetor de probabilidades iniciais é dado por $\mathbf{p}_0 = \begin{bmatrix} 0,333 & 0,333 & 0,333 \end{bmatrix}$.

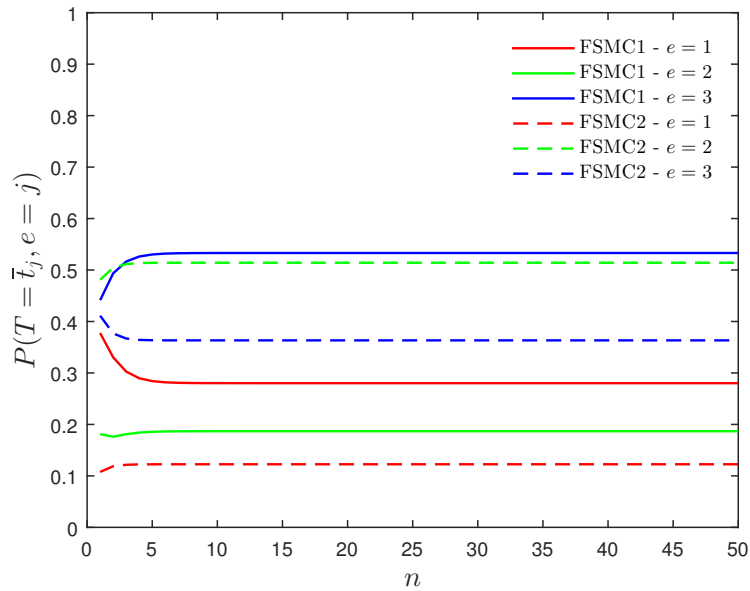


Figura 3.1 Convergência da probabilidade conjunta $P(\bar{T} = \bar{t}_j, e = j)$ em função do número de transições n .

Assim, como pode ser observado na Figura 3.1, para ambas as cadeias de Markov utilizadas, foram observadas a convergência de $P(\bar{T} = \bar{t}_j, e = j)$ para $j = 1, 2$ e 3 , antes de cinco transições de estado.

3.2.1 Desvanecimento Modelado por Meio de uma FSMC

Considerando o desvanecimento plano por tempo de símbolo, é possível representar o comportamento do canal por meio de uma cadeia de Markov de tempo discreto, pois garante que o canal apenas mude de estado a intervalos de kT_s segundos. Por outro lado, toda vez que o canal entrar em um determinado estado i , o mesmo permanecerá neste estado por um tempo $T_i = \{1T_s, 2T_s, 3T_s, \dots\}$ em que T_i é uma variável aleatória discreta com distribuição P_{T_i} e

valor médio \bar{t}_i . Assim, no estado i , o ganho do canal é modelado por uma variável aleatória G_i com função densidade de probabilidade $p_{G_i}(g)$, como representado na Figura 3.2. Além disso, se G_i for modelada por distribuições Rayleigh, Nakagami- m ou até mesmo $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$, é possível conferir ao ganho do canal uma característica mais dinâmica, conseqüentemente, um modelo mais realista do canal de comunicações.

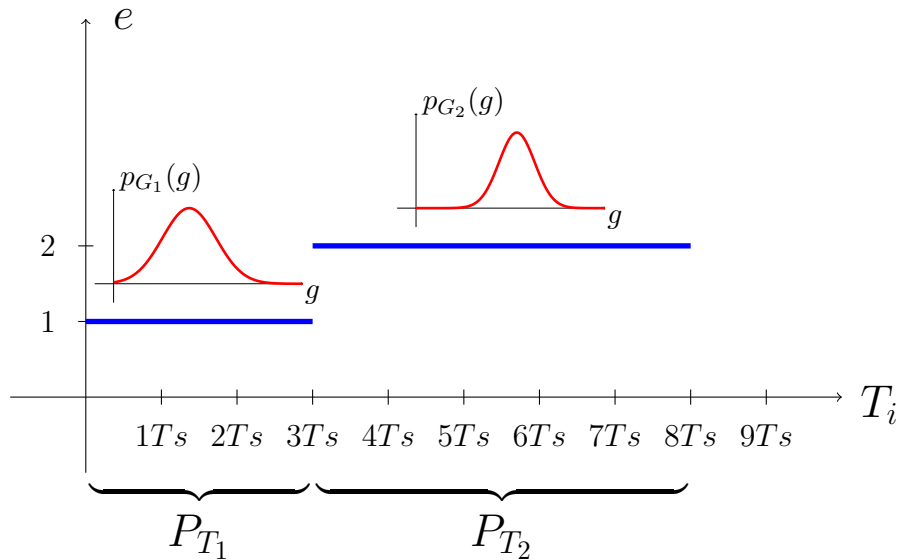


Figura 3.2 Modelagem do ganho do canal modelado por meio de um FSMC em Função de kTs .

A Figura 3.3 mostra o ganho do canal em função de kTs para um canal modelado segundo uma FSMC com $N = 3$ estados. O primeiro estado é modelado por uma distribuição Rice com $K = 25$ e $\sigma^2 = 0,2$, o segundo estado é modelado por uma distribuição Rice com $K = 0$ e $\sigma^2 = 0,7$ (equivalente à distribuição Rayleigh) e o terceiro estado por uma distribuição Rice com parâmetros $K = 6,6$ e $\sigma^2 = 0,3$, com matriz de probabilidades de transição

$$P = \begin{bmatrix} 0,1166 & 0,5072 & 0,3762 \\ 0,0675 & 0,4682 & 0,4643 \\ 0,1507 & 0,5208 & 0,3285 \end{bmatrix},$$

vetor de probabilidades estacionárias

$$\pi = [0,1060 \quad 0,4934 \quad 0,4006]$$

e vetor de permanência média nos estados, em tempo de símbolo,

$$\bar{T} = [750 \quad 150 \quad 300],$$

cujos elementos representam o número médio de símbolos transmitidos em cada estado. O tempo médio de permanência em um determinado estado i , em segundos, é dado por $\bar{t}_i Ts$.

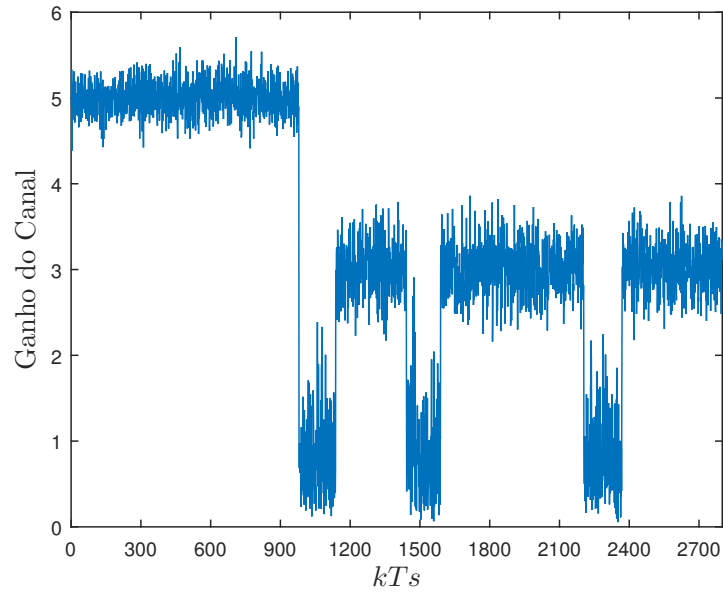


Figura 3.3 Ganho do canal em função de kTs .

Por meio da Figura 3.3 é possível identificar o comportamento do ganho do canal de comunicação em função do tempo, possibilitando a visualização dos instantes em que as trocas de estados ocorrem. Além disso, são observados estados bem definidos caracterizados por distribuições de probabilidade distintas, tornando a modelagem do ganho do canal por uma única distribuição, uma tarefa difícil.

Nas Figuras 3.4 e 3.5, por outro lado, são apresentadas, respectivamente, a FDP e a FCP do ganho do canal. Para a obtenção desse resultados foram geradas 1×10^5 variáveis aleatórias

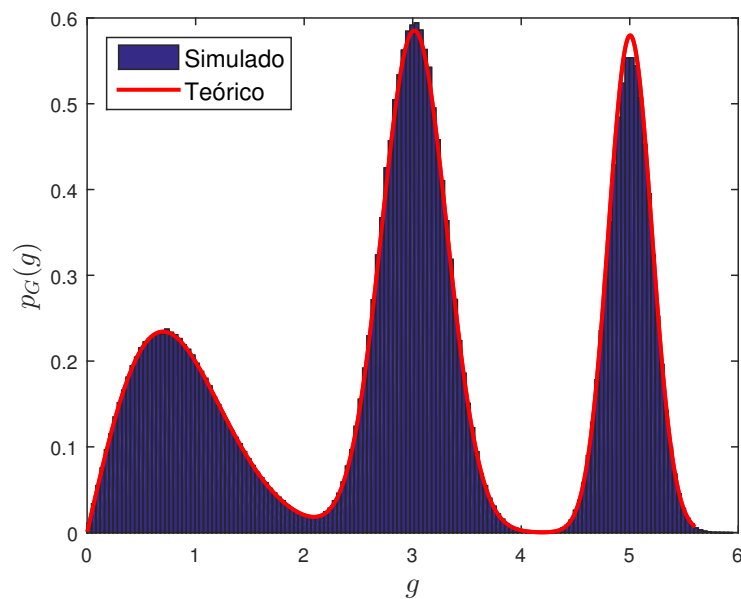


Figura 3.4 Função densidade de probabilidade do ganho do canal sobreposta ao histograma das amostras geradas.

com as distribuições Rice e Rayleigh por meio do método de Monte Carlo, sendo observada uma forte aderência entre os resultados simulados e as curvas teóricas, que comprovam a capacidade do desvanecimento markoviano de modelar cenários compostos por distribuições de probabilidade que variam com o tempo, devido a alguma mudança no ambiente de propagação, ou seja, modelos não-estacionários.

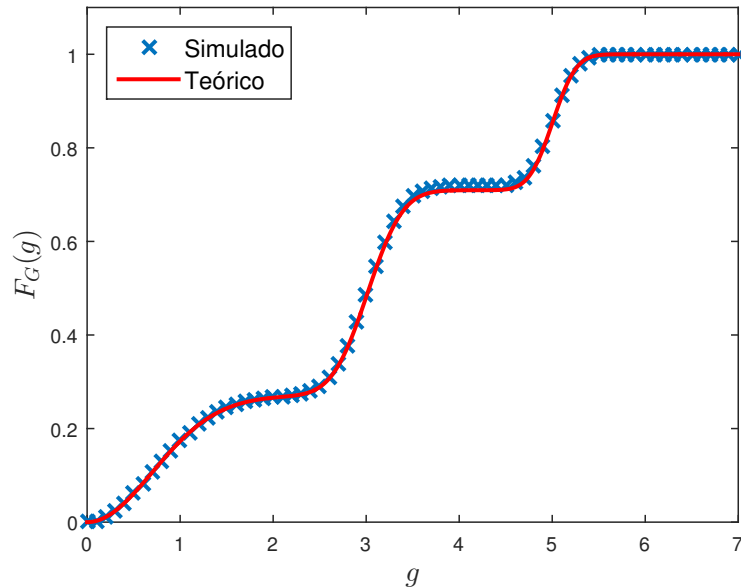


Figura 3.5 FCD teórica sobreposta à FCP empírica do ganho do canal.

De posse de um modelo para descrever o ganho no canal de comunicações, é possível avaliar o desempenho do receptor de máxima verossimilhança para diferentes esquemas de modulação.

3.2.2 Ruído Modelado por Meio de uma FSMC

O ruído presente em determinados sistemas de comunicação sem fio é usualmente modelado por um processo AWGN. No entanto, em alguns ambientes são observadas componentes ruidosas com potências diferentes devido à presença de dispositivos como fornos micro-ondas e interruptores em ambientes residenciais, comutadores, contactores e relés em ambientes industriais, ou até mesmo devido à presença de outros dispositivos capazes de transmitir na frequência de uso (LEON-GARCIA, 2017; CHEFFENA, 2016).

Alguns modelos apresentados na literatura, representam o ruído impulsivo como a superposição de duas componentes ruidosas com potências distintas (CHEFFENA, 2016; ARAÚJO et al., 2015). Contudo não preveem a correlação entre os diferentes níveis de potência do ruído. Neste trabalho, ao modelar o ruído no canal por meio de uma FSMC, devido às características das probabilidades de transição p_{ij} , é possível notar uma correlação entre os estados da cadeia de Markov. Dessa forma, ao modelar cada estado como uma componente de ruído com potên-

cia diferente, é possível obter o ruído multinível markoviano, que representa um modelo mais realístico para o ruído em diversos ambientes.

Assim, seja uma cadeia de Markov com N estados, se cada estado for modelado por uma componente ruidosa com FDP

$$p_{\Omega_j}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_{0j}}} e^{-\frac{x^2}{N_{0j}}} \quad (3.12)$$

e FCP

$$F_{\Omega_j}(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{N_{0j}}} \right) \right] \quad (3.13)$$

em que $N_{0j} = \delta_j^2 N_0$ e $\operatorname{erf}(\cdot)$ denota a função erro, é possível representar a FDP do ruído multinível markoviano por

$$p_{\Omega}(x) = \sum_{j=1}^N p_{\Omega_j}(x) \frac{p_j(n) \bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N p_v(n) \bar{t}_j} \quad (3.14)$$

e a FCP por

$$F_{\Omega}(x) = \sum_{j=1}^N F_{\Omega_j}(x) \frac{p_j(n) \bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N p_v(n) \bar{t}_j}. \quad (3.15)$$

Desta forma, esse modelo de ruído pode ser representado pelo vetor de escalonamento de ruído

$$\delta^2 = [1 \quad \delta_2^2 \quad \delta_3^2 \quad \cdots \quad \delta_N^2], \quad (3.16)$$

em que $\delta_1^2 = 1$ representa o estado com a menor potência do ruído, pelo vetor de tempos médios de permanência nos estados

$$\bar{T} = [\bar{t}_1 \quad \cdots \quad \bar{t}_N], \quad (3.17)$$

que controla o tempo médio de permanência de cada nível de ruído no canal, e pela matriz de probabilidades de transição

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2N} \\ p_{31} & p_{32} & \cdots & p_{3N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \cdots & p_{NN} \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

que controla a dinâmica da mudança de estados do ruído multinível markoviano.

As Figuras 3.6 a 3.8, apresentam alguns resultados obtidos a partir de uma amostra de ruído multinível markoviano com três estados gerada utilizando o método de Monte Carlo. Foram geradas 1×10^5 amostras de ruído com vetor de escalonamento

$$\delta^2 = [1 \quad 10 \quad 50], \quad (3.19)$$

vetor de tempos médios de permanência

$$\bar{T} = [2500 \quad 1000 \quad 750], \quad (3.20)$$

matriz de probabilidades de transição

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,8500 & 0,1400 & 0,0100 \\ 0,6200 & 0,1000 & 0,2800 \\ 0,2500 & 0,7000 & 0,0500 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

e $N_0 = 2,15 \times 10^{-6}$.

Assim, por meio da Figura 3.6, é possível notar os diferentes níveis do ruído multinível e os instantes em que a cadeia de Markov muda de estado. Além disso, devido a baixa probabilidade do ruído sair do primeiro estado para o terceiro estado, com $p_{13} = 0,01$, foram observadas poucas transições nessas condições. Por outro lado, foi observado um número razoável de transições entre o primeiro e segundo estados, devido às elevadas probabilidades de transição p_{12} e p_{21} . Além disso, pode-se notar que, junto à matriz de probabilidade de transição e ao vetor de escalonamento de ruído, o vetor de tempos médios de permanência nos estado exerce uma grande influência na amostra de ruído gerada. Por exemplo, assim como definido em δ^2 , o

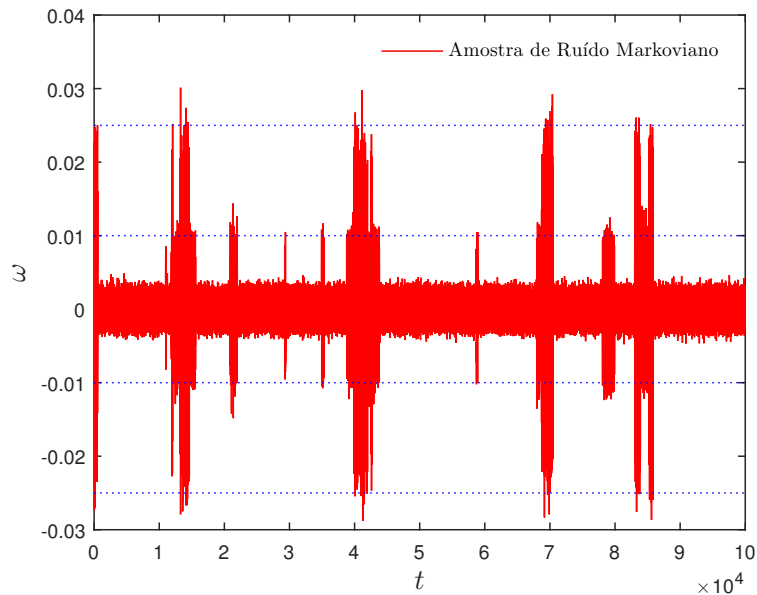


Figura 3.6 Amostra de ruído multinível markoviano.

tempo médio em que a amostra de ruído gerada permanece no primeiro estado é superior aos demais. Adicionalmente, pode ser notado que a amostra de ruído gerada a partir do modelo de ruído multinível markoviano é bastante similar às amostras apresentadas em (FERNÁNDEZ, 2004).

Nas Figuras 3.7 e 3.8 são observadas respectivamente as FDP e FCP sobrepostas dos dados gerados por meio do método de Monte Carlo.

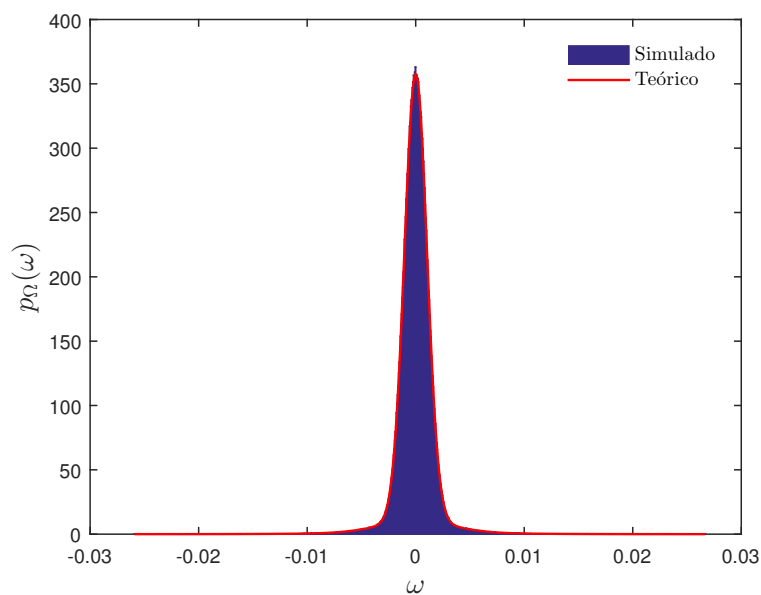


Figura 3.7 Função densidade de probabilidade e histograma normalizado das amostras do ruído multinível markoviano.

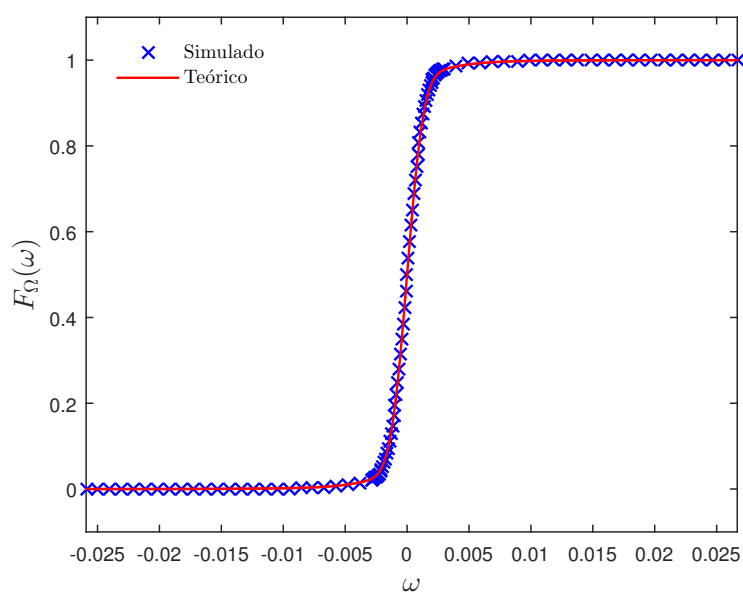


Figura 3.8 Função cumulativa de probabilidade e função cumulativa de probabilidade empírica das amostras do ruído multinível markoviano.

Assim, a partir dos modelos de ruído multinível markoviano e desvanecimento markoviano descritos neste capítulo, são apresentados os desempenhos de esquemas de modulação digital M -QAM em canais com diferentes modelos de desvanecimento e ruído.

3.3 Conclusão do Capítulo

Neste capítulo são definidos os modelos de desvanecimento e ruído estudados neste trabalho, apresentando expressões para as funções densidade de probabilidade e funções cumulativas de probabilidade que descrevem seus comportamentos.

Por meio dos resultados obtidos via simulação, pode-se observar uma forte aderência entre as curvas teóricas e numéricas para os modelos de desvanecimento e ruído markoviano. Adicionalmente, é possível verificar os momentos de transição de estados, bem como as diferenças nos níveis de ruído e ganho do canal caracterizados por esse modelo. Além disso, os resultados apontam que os tempos médios de permanências nos estados, são parâmetros determinantes na composição das distribuições que descrevem o ruído e o desvanecimento markovianos, além de terem forte impacto nas variáveis aleatórias geradas com essas distribuições.

No próximo capítulo, são determinadas expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bits*, do esquema de modulação M -QAM em canais com ruído AWGN e desvanecimento modelado pelas distribuições generalizadas $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$ apresentadas neste capítulo. Também é feita uma análise da influência dos parâmetros que compõem essas distribuições na probabilidade de erro de *bits*, além de apresentadas expressões para alguns modelos particulares obtidos a partir das distribuições $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$.

CAPÍTULO 4

Análise de Desempenho do Receptor de Máxima Verossimilhança para Canais com Desvanecimento $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$

Neste capítulo são apresentadas expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação digital M -QAM sujeito ao ruído AWGN e ao desvanecimento $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$. A análise de desempenho do receptor para cada modelo de desvanecimento é realizada por meio de curvas de probabilidade de erro de *bits* em função da relação sinal ruído e da variação dos parâmetros das distribuições $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$.

Para o cálculo da BEP, a influência do desvanecimento é incorporada matematicamente a partir da definição da relação sinal ruído instantânea. Dessa forma, é tomada a média da BEP do esquema M -QAM, apresentada por (CHO; YOON, 2002), condicionada ao ganho instantâneo do canal desvanecido pela distribuição de probabilidade que modela o desvanecimento em estudo.

4.1 Desempenho para o Modelo de Desvanecimento $\eta - \mu$ e Ruído AWGN

Conforme mostrado em (CHO; YOON, 2002), a probabilidade de erro de *bit*, P_b , para o esquema de modulação M -QAM, com mapeamento Gray, em um canal com ruído AWGN, pode ser expressa por

$$P_b = \frac{1}{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} P_b(k), \quad (4.1)$$

em que $P_b(k)$ representa a probabilidade de erro do k -ésimo *bit*, descrita como

$$P_b(k) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{a(i, M)\gamma} \right), \quad (4.2)$$

$\operatorname{erfc}(\cdot)$ denota a função erro complementar,

$$a(i, M) = \frac{3(2i + 1)^2 \log_2 M}{2(M - 1)}, \quad (4.3)$$

$$w(i, k, M) = (-1)^{\lfloor \frac{i2^{k-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \left(2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right), \quad (4.4)$$

e $\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor ou igual que x e M a ordem da constelação M -QAM.

O efeito do desvanecimento na probabilidade de erro de *bit* pode ser considerado ao se definir a SNR instantânea por

$$\gamma = G^2 \gamma_b, \quad (4.5)$$

em que G representa o ganho do canal desvanecido e γ_b denota a relação sinal-ruído por *bit*.

Sabendo que a probabilidade de erro do k -ésimo *bit* condicionada à envoltória do desvanecimento G pode ser escrita como

$$P_b(k|G) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{g^2 a(i, M) \gamma_b} \right), \quad (4.6)$$

$P_b(k)$ é obtido a partir da média da Equação 4.6 pela FDP de G , ou seja

$$P_b(k) = \int_0^\infty P_b(k|g) p_G(g) dg. \quad (4.7)$$

Desta forma, representando a função erro complementar por (CRAIG, 1991)

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-\frac{x^2}{\operatorname{sen}^2 \theta} \right) d\theta \quad (4.8)$$

e utilizando o resultado expresso em (4.7), é possível escrever $P_b(k)$ como

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) f(i, M, \gamma_b), \quad (4.9)$$

em que

$$f(i, M, \gamma_b) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \exp \left(-g^2 \gamma_b \frac{a(i, M)}{\operatorname{sen}^2 \theta} \right) p_G(g) dg d\theta. \quad (4.10)$$

Sabendo que G é uma variável aleatória modelada pela distribuição $\eta - \mu$ com FDP dada pela Equação 2.11, é possível escrever $f(i, M, \gamma_b)$ como

$$f(i, M, \gamma_b) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty g^{2\mu} \exp \left[-g^2 \left(\gamma_b \frac{a(i, M)}{\text{sen}^2\theta} + \frac{2\mu h}{\Omega} \right) \right] I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(g^2 \frac{2\mu H}{\Omega} \right) dg d\theta. \quad (4.11)$$

Por meio da mudança de variável $o(g) = g^2$ obtém-se

$$f(i, M, \gamma_b) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty o^{\mu-\frac{1}{2}} \exp \left[-o \left(\gamma_b \frac{a(i, M)}{\text{sen}^2\theta} + \frac{2\mu h}{\Omega} \right) \right] I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(o \frac{2\mu H}{\Omega} \right) do d\theta. \quad (4.12)$$

Sabendo que a transformada unilateral de Laplace é definida como

$$F(s) = \mathcal{L} \{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt \quad (4.13)$$

e que (GRADSHTEYN; RYZHIK, 2014)

$$\mathcal{L} \{t^v I_v(at)\} = \frac{2^v}{\sqrt{\pi}} \Gamma \left(v + \frac{1}{2} \right) a^v (s^2 - a^2)^{-v-\frac{1}{2}} \quad \text{Re}(v) > -\frac{1}{2}, \quad (4.14)$$

é possível reescrever a Equação 4.12 como

$$f(i, M, \gamma_b) = \frac{1}{h^\mu} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{2\mu h \text{sen}^2\theta} + 1 \right)^2 - \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \quad \mu > 0. \quad (4.15)$$

Assim, a BEP do esquema de modulação M -QAM com mapeamento Gray, em um canal com ruído AWGN e desvanecimento modelado pela distribuição $\eta - \mu$ é dada por

$$P_b = \frac{2}{h^\mu \pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{2\mu h \text{sen}^2\theta} + 1 \right)^2 - \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \quad \mu > 0. \quad (4.16)$$

4.1.1 Relação entre a BEP com desvanecimento $\eta - \mu$ e outros modelos de desvanecimento

De acordo com (YACOUB, 2007), a distribuição Nakagami- m é obtida, a partir da distribuição $\eta - \mu$ no formato I, assumindo $\mu = m$ e $\eta \rightarrow \{0, \infty\}$ ou $\mu = m/2$ e $\eta \rightarrow 1$. De modo

análogo, a partir da distribuição $\eta - \mu$ no formato II, é possível obter o mesmo resultado com $m = \mu$ e $\eta \rightarrow \{1, -1\}$ ou $\mu = m/2$ e $\eta \rightarrow 0$.

Assim, a partir da Equação 4.16, assumindo $\mu = m/2$ e $\eta \rightarrow 1$ no formato I, ou $\eta \rightarrow 0$ no formato II, a BEP do esquema de modulação M -QAM em um canal AWGN com desvanecimento Nakagami- m pode ser escrita como

$$P_b = \frac{2}{\pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{k-1} w(i, k, M) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\gamma_b \frac{a(i, M) \Omega}{m \text{sen}^2 \theta} + 1 \right)^{-m} d\theta \quad \mu > 0. \quad (4.17)$$

Conseqüentemente, as distribuições gaussianas unilateral e Rayleigh são obtidas a partir da distribuição Nakagami- m para $m = 0,5$ e $m = 1$, respectivamente.

4.1.2 Avaliação Numérica

Os resultados obtidos baseiam-se no método de Monte Carlo para geração das variáveis aleatórias da distribuição $\eta - \mu$ no formato I. Em cada simulação, um número de $N = 5 \times 10^6$ bits equiprováveis foi gerado e transmitido. A taxa de erro de bits, definida como a razão entre o número total de bits errados durante a transmissão e N , foi calculada, na assunção de CSI (Channel State Information–CSI) perfeita, para cada valor de $\gamma_b = E_b/N_0$ e comparada com a BEP teórica dada pela Equação 4.16.

Na Figura 4.1 é possível observar as curvas da probabilidade de erro de bits do esquema de modulação M -QAM em um canal com desvanecimento $\eta - \mu$ e ruído AWGN em função da relação sinal ruído por bit γ_b (dB), sob diferentes valores da ordem M da constelação, com $\eta = 1,73$ e $\mu = 1,29$. Nota-se, como esperado, que a probabilidade de erro de bits diminui de forma monotônica à medida que a relação sinal-ruído aumenta. Para um valor fixo de E_b/N_0 , percebe-se que a BEP cresce com o aumento da ordem da constelação. Embora constelações mais densas apresentem uma maior eficiência espectral, em constelações de ordens maiores, para uma mesma energia média, os símbolos possuem uma distância mínima menor, diminuindo as regiões de decisão e tornando o sistema susceptível aos efeitos do ruído. Verifica-se também que uma BEP da ordem de 10^{-4} é obtida com $\gamma_b \approx 20,0$ dB para a constelação 16-QAM ao passo que é obtida com $\gamma_b \approx 28,4$ dB para a constelação 256-QAM.

As Figuras 4.2 e 4.3 ilustram a influência do parâmetro η na probabilidade de erro de bits do esquema de modulação M -QAM em um canal com desvanecimento $\eta - \mu$ e ruído AWGN. A Figura 4.2 apresenta a BEP em função de γ_b (dB) para $\mu = 1,25$, $M = 64$ e diferentes valores de η . Nota-se que a probabilidade de erro de bits, para um dado valor de γ_b , apresenta um comportamento descendente à medida que η se aproxima de um, atingindo, por exemplo, uma BEP de 10^{-4} em torno de $\gamma_b \approx 27,9$ dB para $\eta = 0,04$ e $\gamma_b \approx 24,1$ dB para $\eta = 1,00$ (equivalente ao modelo Nakagami- m com $m = 2,5$). A Figura 4.3, por outro lado, apresenta a

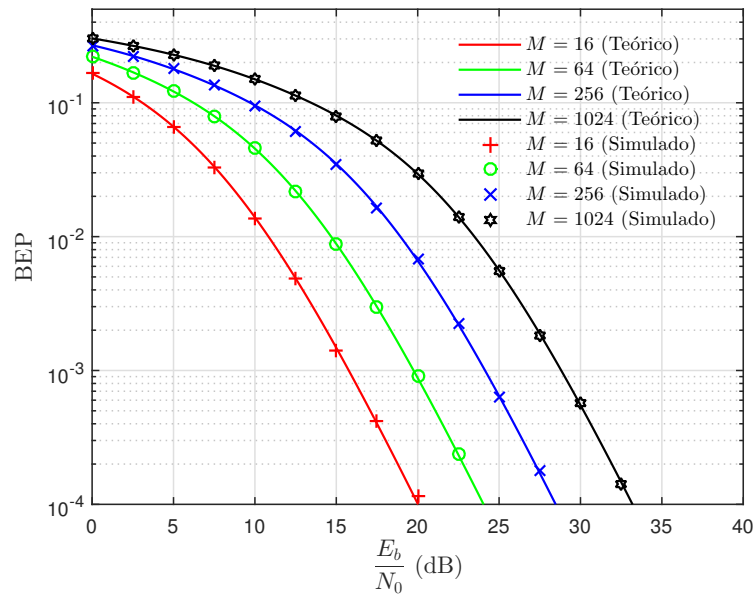


Figura 4.1 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\eta = 1,73$, $\mu = 1,29$ e diferentes valores de M .

BEP do esquema de modulação 256-QAM, em função do parâmetro η , para diferentes valores de μ e $\gamma_b = 5$ (dB). Como é possível notar, a probabilidade de erro de *bit* tende a decrescer à medida que η se aproxima de um, porém, torna a aumentar ao ultrapassar esse valor. O mínimo na BEP em função do parâmetro η pode ser explicado devido à simetria entre as componentes em fase e quadratura quando $\eta = 1$ no formato I.

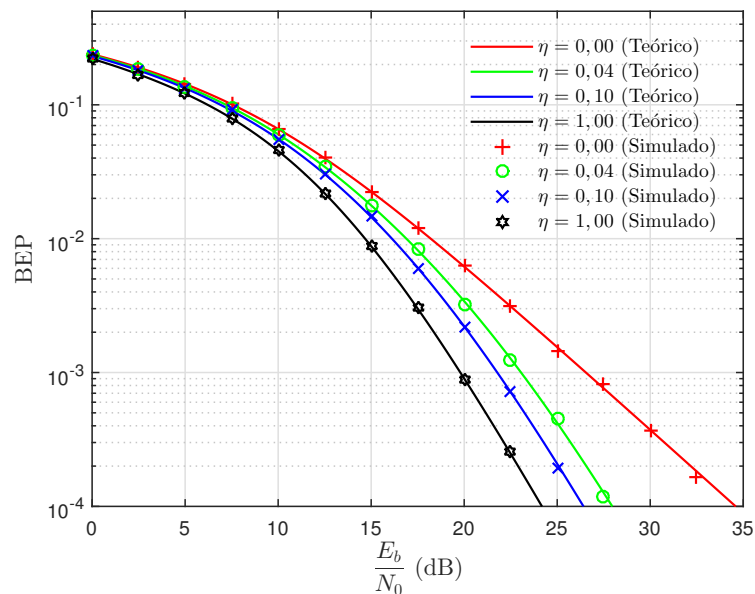


Figura 4.2 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\mu = 1,25$ e diferentes valores de η .

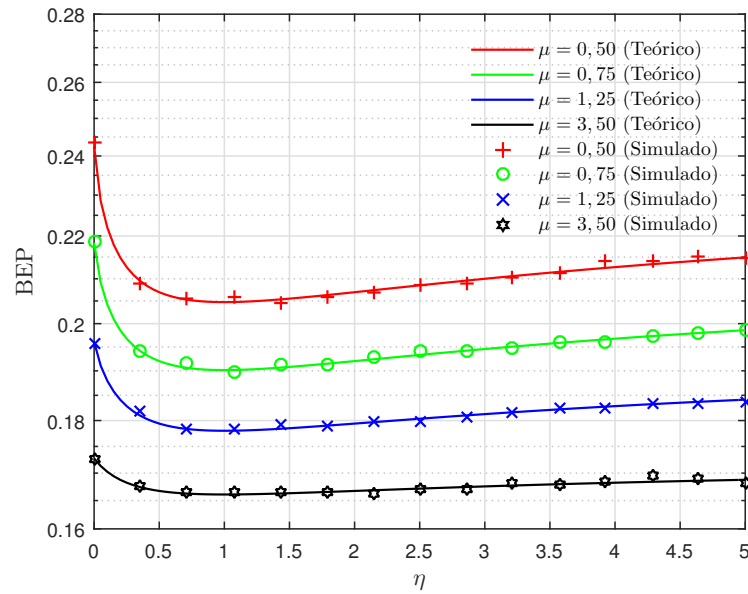


Figura 4.3 Probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação 256-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\gamma_b = 5$ (dB) e diferentes valores de μ .

As curvas de probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação M -QAM em um canal AWGN com desvanecimento $\eta - \mu$, evidenciando a influência do parâmetro μ , são apresentadas nas Figuras 4.4 e 4.5. A Figura 4.4 mostra a BEP de um esquema de modulação 64-QAM em função da relação sinal-ruído de *bit* em um canal AWGN sujeito ao desvanecimento $\eta - \mu$ com $\eta = 2,3$ e diferentes valores de μ . A Figura 4.5, por outro lado, apresenta a BEP de um esquema de modulação 256-QAM em função do parâmetro μ em um canal AWGN

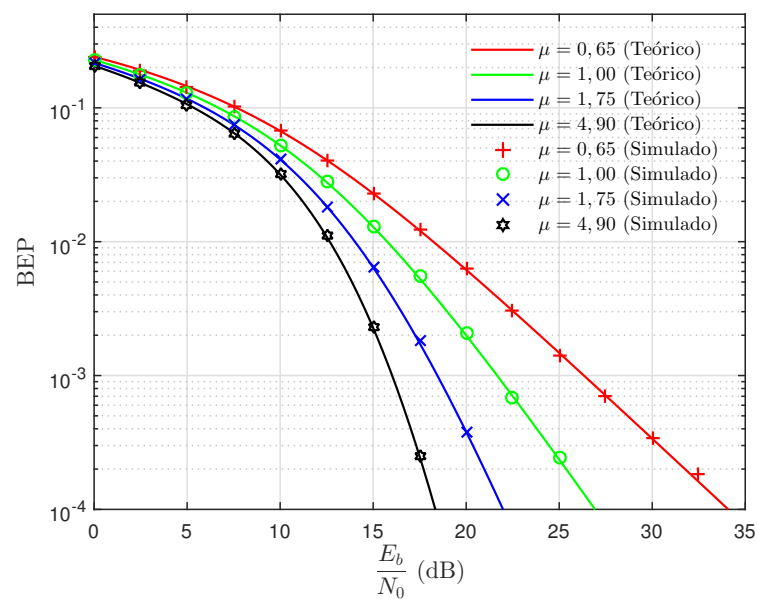


Figura 4.4 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\eta = 2,3$ e diferentes valores de μ .

com $\gamma_b = 5$ (dB) e diferentes valores de η . Por meio dessas figuras, é possível afirmar que a BEP decresce monotonicamente com o aumento do parâmetro μ . Na Figura 4.5, por exemplo, para $\eta = 0.00$, é obtida a curva para o modelo Nakagami- m com $m = \mu$ e valores mais baixos desse parâmetro são utilizados para representar cenários com desvanecimento mais severo como o Gaussiano Unilateral, obtido com $m = 0,5$, com uma BEP de 0,2426 ou Rayleigh, obtido com $m = 1$, com uma probabilidade de erro de *bit* de 0,2047.

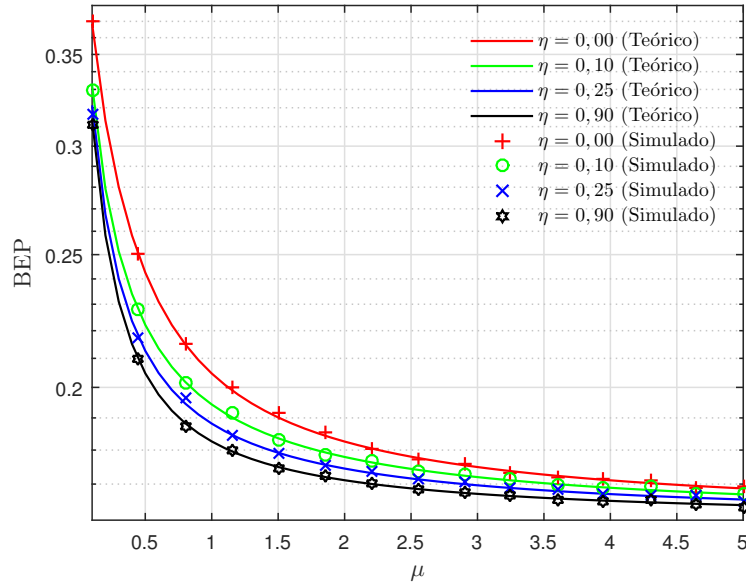


Figura 4.5 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 256-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$, com $\gamma_b = 5$ (dB) e diferentes valores de η .

4.2 Desempenho para o Modelo de Desvanecimento $\kappa - \mu$ e Ruído AWGN

De modo semelhante ao desvanecimento $\eta - \mu$, é possível obter a BEP do esquema de modulação M -QAM com mapeamento Gray e desvanecimento $\kappa - \mu$ utilizando os resultados expressos pelas Equações 4.1 a 4.10 sabendo que a FDP do modelo $\kappa - \mu$ é dado pela Equação 2.15. Dessa forma

$$f(i, M, \gamma_b) = \frac{2\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} e^{\kappa\mu} \Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} g^{\mu} \exp \left[-g^2 \left(\gamma_b \frac{a(i, M)}{\text{sen}^2\theta} + \frac{\mu(1 + \kappa)}{\Omega} \right) \right] I_{\mu-1} \left(2\sqrt{g^2 \frac{\mu^2 \kappa(1 + \kappa)}{\Omega}} \right) dg d\theta. \quad (4.18)$$

Realizando a mudança de variável $x(g) = g^2$ é possível reescrever a Equação 4.23 como

$$f(i, M, \gamma_b) = \frac{\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} e^{\kappa\mu} \Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} x^{\frac{\mu-1}{2}} e^{-sx} I_{\mu-1}(2\sqrt{ax}) dg d\theta, \quad (4.19)$$

em que

$$s = \gamma_b \frac{a(i, M)}{\text{sen}^2\theta} + \frac{\mu(1 + \kappa)}{\Omega} \quad (4.20)$$

e

$$a = \frac{\mu^2 \kappa(1 + \kappa)}{\Omega}. \quad (4.21)$$

Utilizando a transformada unilateral de Laplace e sabendo que (GRADSHTEYN; RYZHIK, 2014)

$$\mathcal{L} \left\{ t^{\frac{v}{2}} I_v(2\sqrt{at}) \right\} = a^{\frac{v}{2}} s^{-v-1} e^{\frac{a}{s}} \quad \text{Re}(v) > -1, \quad (4.22)$$

é possível escrever

$$f(i, M, \gamma_b) = \frac{1}{e^{\kappa\mu}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{\mu(1 + \kappa)\text{sen}^2\theta} + 1 \right]^{-\mu} \times \exp \left[\kappa\mu \left(\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{\mu(1 + \kappa)\text{sen}^2\theta} + 1 \right)^{-1} \right] d\theta \quad \mu > 0. \quad (4.23)$$

Portanto, a BEP do esquema de modulação M -QAM com mapeamento Gray, em um canal com ruído AWGN e desvanecimento modelado pela distribuição $\kappa - \mu$, é dada por

$$P_b = \frac{2}{e^{\kappa\mu} \pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{\mu(1 + \kappa)\text{sen}^2\theta} + 1 \right]^{-\mu} \times \exp \left[\kappa\mu \left(\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{\mu(1 + \kappa)\text{sen}^2\theta} + 1 \right)^{-1} \right] d\theta, \quad \mu > 0. \quad (4.24)$$

4.2.1 Relação entre a BEP com desvanecimento $\kappa - \mu$ e outros modelos de desvanecimento

De acordo com (YACOUB, 2007), a distribuição Rice2, é obtida, a partir da distribuição $\kappa - \mu$, assumindo $\mu = 1$ e $\kappa = K$, em que K é o parâmetro da distribuição Rice. A distribuição Nakagami- m , por outro lado, é obtida com $\kappa = 0$ e $\mu = m$.

Assim, a partir da Equação 4.24, é possível representar a BEP do esquema de modulação M -QAM em um canal AWGN com desvanecimento Rice por

$$\begin{aligned}
 P_b &= \frac{2}{e^K \pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\gamma_b \frac{a(i, M) \Omega}{(1+K) \text{sen}^2 \theta} + 1 \right]^{-1} \\
 &\times \exp \left[K \left(\gamma_b \frac{a(i, M) \Omega}{(1+K) \text{sen}^2 \theta} + 1 \right)^{-1} \right] d\theta
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

e com desvanecimento Nakagami- m por

$$\begin{aligned}
 P_b &= \frac{2}{\pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\gamma_b \frac{a(i, M) \Omega}{m \text{sen}^2 \theta} + 1 \right)^{-m} d\theta \quad \mu > 0.
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Conseqüentemente, as distribuições gaussianas unilateral e Rayleigh são obtidas a partir da distribuição Nakagami- m para $m = 0,5$ e $m = 1$ respectivamente. Além disso, é possível notar que a BEP para o modelo Nakagami- m a partir das Equações 4.17 e 4.26 coincidem.

4.2.2 Avaliação Numérica

Os resultados obtidos baseiam-se no método de Monte Carlo para geração das variáveis aleatórias da distribuição $\kappa - \mu$. Em cada simulação, um número de $N = 5 \times 10^6$ *bits* equiprováveis foi gerado e transmitido. A taxa de erro de *bits*, definida como a razão entre o número total de *bits* errados durante a transmissão e N , foi calculada, na assunção de CSI perfeita, para cada valor de $\gamma_b = E_b/N_0$ e comparada com a BEP teórica dada pela Equação 4.24.

Na Figura 4.6 é possível observar as curvas da probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação M -QAM em um canal com desvanecimento $\kappa - \mu$ e ruído AWGN em função da relação sinal-ruído por *bit* γ_b (dB), sob diferentes valores da ordem M da constelação, com $\kappa = 2,90$ e $\mu = 1,70$. Nota-se que o aumento do ordem da constelação do esquema M -QAM, embora melhore a eficiência espectral, aumenta a probabilidade de erro para um valor fixo de γ_b , pois, nesse cenário, elevar a ordem da constelação promove uma diminuição na distância de separação entre os símbolos adjacentes, aumentando a susceptibilidade aos efeitos do ruído. Por exemplo, para $\gamma_b = 15$ dB, a BEP do esquema de modulação 16-QAM é de $8,7 \times 10^{-4}$, enquanto para o 64-QAM é de $6,2 \times 10^{-3}$.

As Figuras 4.7 e 4.8 mostram a influência do parâmetro κ na probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação M -QAM em um canal com desvanecimento $\kappa - \mu$ e ruído AWGN. A Figura 4.7 apresenta a BEP em função de γ_b (dB) para $\mu = 2,57$, $M = 64$ e diferentes valo-

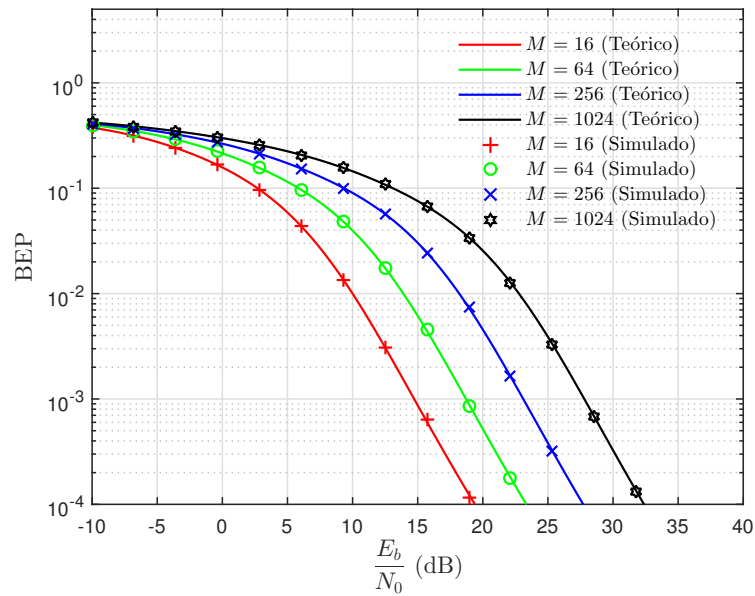


Figura 4.6 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\kappa = 2, 90$, $\mu = 1, 70$ e diferentes valores de M .

res de κ . Nota-se que a probabilidade de erro de *bit*, para um dado valor de γ_b , apresenta um comportamento descendente à medida que κ aumenta. Como esse parâmetro representa a razão

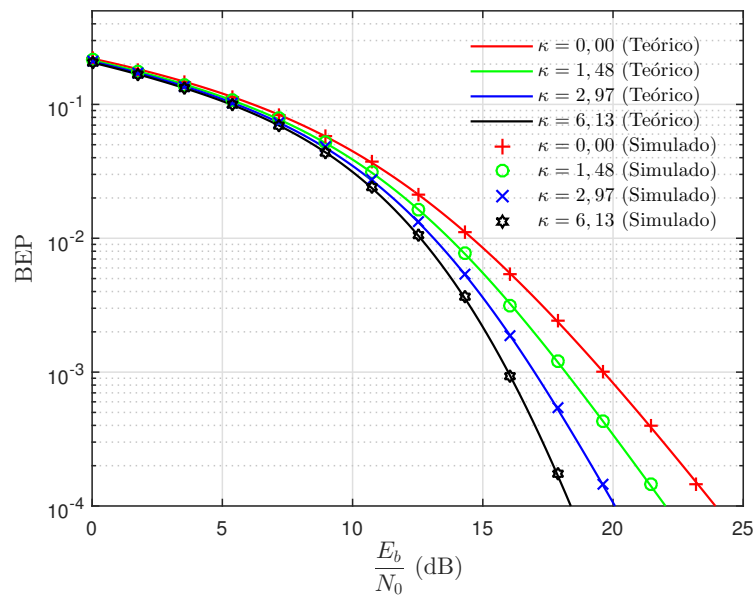


Figura 4.7 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\mu = 2, 57$ e diferentes valores de κ .

entre a potência total das componentes dominantes pelas componentes difusas, sua diminuição implica uma maior probabilidade de desvanecimentos profundos, o que potencializa os efeitos do ruído, aumentando a probabilidade de erro. Além disso, com $\mu = 1$ a distribuição $\kappa - \mu$ modela o desvanecimento Rice com $K = \kappa$, assim, valores maiores de K indicam ou uma menor

variância ou uma maior energia na componente especular, o que contribuem para a diminuição da probabilidade de erro de *bit*. Por exemplo, para $\kappa = 0$ (Equivalente ao modelo Nakagami- m com $m = 2,57$) é obtida uma BEP de $8,5 \times 10^{-3}$ e para $\kappa = 6,13$ a probabilidade de erro diminui para $2,2 \times 10^{-3}$. Por sua vez, na Figura 4.8, é possível observar a probabilidade de erro de *bit* em função da variação do parâmetro κ o que corrobora o comportamento apresentado na Figura 4.7; o aumento do parâmetro κ faz com que a BEP decresça de forma monotônica.

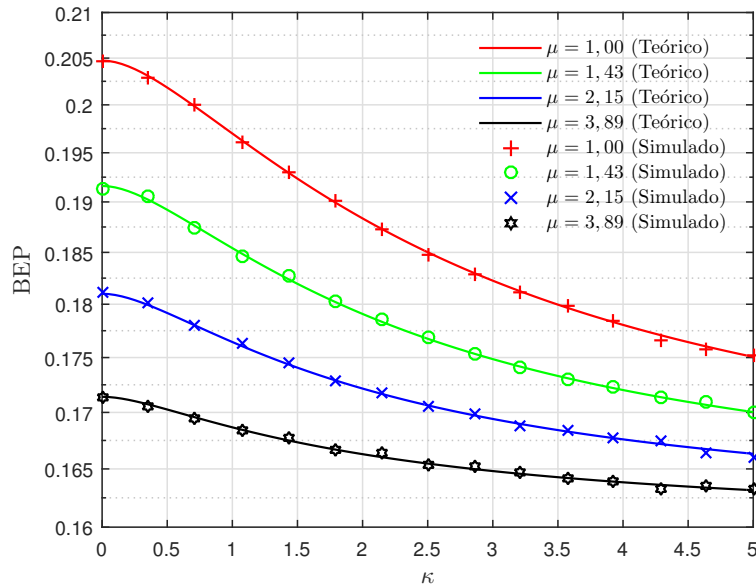


Figura 4.8 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 256-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\gamma_b = 5$ dB e diferentes valores de μ .

Por meio das Figuras 4.9 e 4.10 é possível observar a influência do parâmetro μ na probabilidade de erro de *bit* no esquema de modulação M -QAM. Na Figura 4.9 é apresentado o comportamento da BEP em função de γ_b (dB). Embora a probabilidade de erro decresça com o aumento de γ_b , para um valor fixo desse parâmetro, a BEP diminui à medida que μ aumenta. Por exemplo, para $\gamma_b = 15$ dB e $\mu = 1,00$ (Equivalente ao modelo Rice com $K = 5,71$) é possível observar uma BEP de $6,9 \times 10^{-3}$, enquanto que para $\mu = 2,89$ a probabilidade de erro é de $2,1 \times 10^{-3}$. Além disso, por meio da Figura 4.10, é possível confirmar o comportamento da probabilidade de erro frente às variações no parâmetro μ . Ao observar a curva com $\kappa = 0,00$, a distribuição $\kappa - \mu$ modela o desvanecimento Nakagami- m com $\mu = m$, assim, à medida que m assume valores maiores, o canal fica sujeito a desvanecimentos mais brandos, passando pelo Gaussiano Unilateral, com $m = 0,5$ e Rayleigh com $m = 1$. Assim, para $\kappa = 0,00$, $\gamma_b = 5$ dB e assumindo um esquema de modulação 256-QAM, é notada uma probabilidade de erro de *bit* de 0,2426 para $\mu = 0,5$ e de 0,1688 para $\mu = 5$.

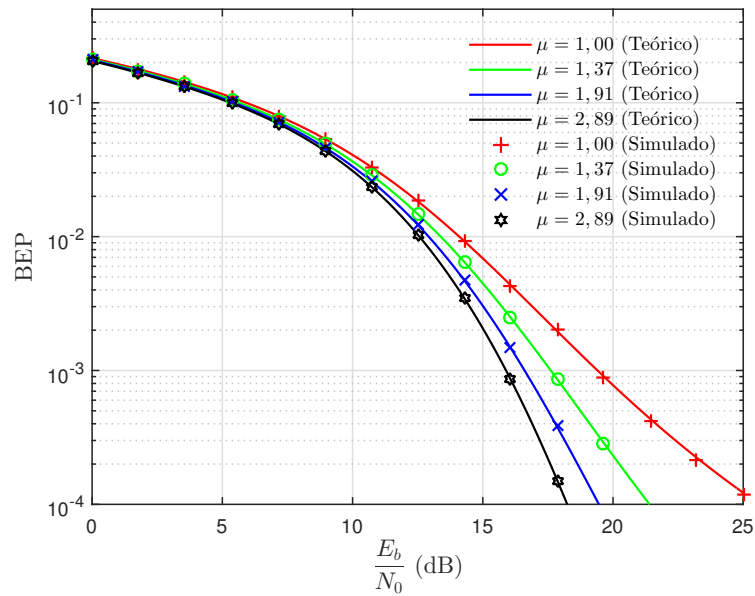


Figura 4.9 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\kappa = 5,71$ e diferentes valores de μ .

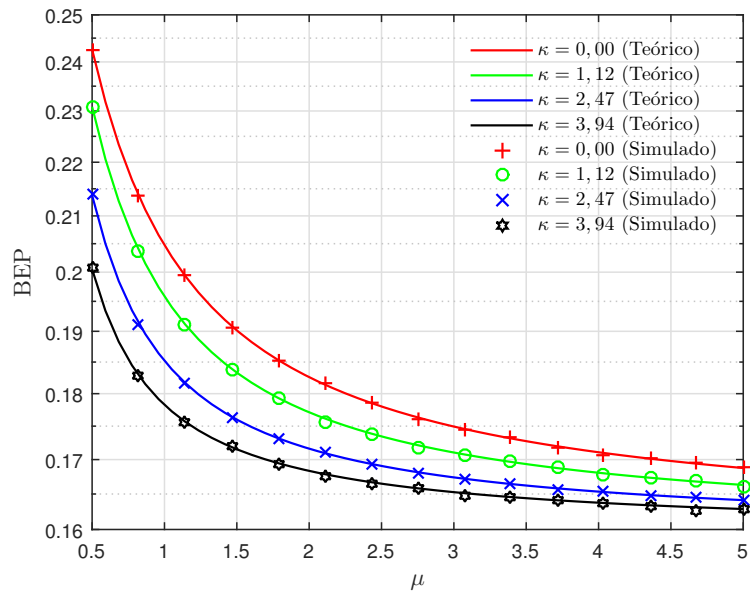


Figura 4.10 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 256-QAM sob o efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\gamma_b = 5$ dB e diferentes valores de κ .

4.3 Conclusão do Capítulo

Este capítulo apresenta expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de bit do esquema M -QAM com o canal sujeito ao ruído AWGN e ao desvanecimento $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$ e para alguns casos particulares que derivam dessas distribuições, como os modelos Nakagami- m e Rice.

A avaliação do desempenho do receptor foi realizada por meio das curvas de probabilidade de erro de *bits* e validadas por meio de simulação. As curvas são analisadas em função da relação sinal-ruído de *bit* para diferentes cenários do ambiente de propagação e em função dos parâmetros do canal. Além disso, o impacto do aumento da ordem da constelação M -QAM é apresentado.

Nos resultados, com relação às mudanças nos parâmetros do canal, é observado que, em ambos os modelos estudados, a probabilidade de erro de *bits* decresce com aumento do parâmetro μ . Embora este resultado tenha sido observado também no parâmetro κ , o aumento de μ exerce maior influência na probabilidade de erro. Com relação ao parâmetro η , é verificado que este imprime à probabilidade de erro um mínimo local quando η é igual à unidade devido à simetria das componentes em fase e quadratura expressa por esse parâmetro na distribuição $\eta - \mu$. Além disso, é observado que o aumento da ordem da constelação leva o receptor a um pior desempenho.

No próximo capítulo, são apresentadas expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit*, do esquema de modulação M -QAM em canais com ruído e desvanecimento modelados por meio de uma cadeia de Markov de estados finitos.

CAPÍTULO 5

Análise de Desempenho do Receptor de Máxima Verossimilhança para Canais de Natureza Markoviana

Neste capítulo são apresentadas expressões exatas para o cálculo da BEP do esquema de modulação digital M -QAM em canais de natureza markoviana. A análise de desempenho do receptor para cada modelo de canal é realizada por meio das curvas da BEP em função da relação sinal-ruído e da variação dos parâmetros parâmetros do canal.

Para o cálculo da BEP, a influência do desvanecimento é incorporada matematicamente a partir da definição da relação sinal ruído instantânea. Dessa forma, é tomada a média da BEP do esquema M -QAM, apresentada por (CHO; YOON, 2002), condicionada ao ganho instantâneo do canal desvanecido pela distribuição de probabilidade que modela o desvanecimento markoviano proposto.

5.1 Desempenho para o Modelo de Desvanecimento Markoviano

Neste modelo de canal, a FDP do desvanecimento tem o comportamento regido por meio de uma FSMC, conforme mostrado na Seção 3.2.1. Neste cenário, a cada mudança de estado, o canal experimenta um modelo de desvanecimento diferente com parâmetros e tempo de permanência intrínsecos a ele. Assim, sua FDP é dada pela Equação 3.5. Dessa forma, definindo a relação sinal ruído instatânea

$$\gamma = G^2 \gamma_b, \quad (5.1)$$

em que G é uma variável aleatória que representa o modelo de desvanecimento modelada por meio de uma FSMC e γ_b é a relação sinal ruído por *bit*, é possível obter a BEP do esquema de

modulação M -QAM condicionada à G . Portanto, de posse do resultado apresentado por (CHO; YOON, 2002), descritos nas Equações 4.1 a 4.4, é possível escrever

$$P_b(k|G) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{g^2 a(i, M) \gamma_b} \right). \quad (5.2)$$

Para a obtenção da probabilidade de erro do k -ésimo *bit* é necessário calcular a média da Equação 5.2 pela FDP da variável aleatória G dada pela Equação 3.5. Dessa forma,

$$\begin{aligned} P_b(k) &= \int_0^\infty P_b(k|G) p_G(g) dg \\ &= \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^\infty \operatorname{erfc} \left(\sqrt{g^2 a(i, M) \gamma_b} \right) p_G(g) dg. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Utilizando a representação de Craig para a função erro complementar apresentada na Equação 4.8, é possível reescrever a probabilidade de erro do k -ésimo *bit* como

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^\infty \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-g^2 \gamma_b \frac{a(i, M)}{\operatorname{sen}^2 \theta} \right) p_G(g) d\theta dg. \quad (5.4)$$

Desta forma, se o ganho do G canal é uma variável aleatória modelada por meio de uma FSMC, tal que

$$p_G(g) = \sum_{n=1}^N c_n p_{G_n}(g), \quad (5.5)$$

em que G_n representa o desvanecimento atuando no n -ésimo estado,

$$P(\bar{T} = \bar{t}_n, e = n) = c_n = \frac{p_n(i) \bar{t}_n}{\sum_{v=1}^N p_v(i) \bar{t}_v}, \quad (5.6)$$

para \bar{t}_n representando o tempo médio de permanência no n -ésimo estado e $p_n(i)$ a probabilidade de estar no n -ésimo estado após i transições dada pela Equação 2.21, é possível escrever

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) c_n \int_0^\infty \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-g^2 \gamma_b \frac{a(i, M)}{\operatorname{sen}^2 \theta} \right) p_{G_n}(g) d\theta dg. \quad (5.7)$$

Sendo assim, aplicando a transformação de variável aleatória $X_n = G_n^2$ e sabendo que a função geratriz de momentos de uma variável aleatória X é definida como (LEON-GARCIA, 2017)

$$M_\Gamma(s) = \int_{-\infty}^\infty e^{-s\gamma} p_\Gamma(\gamma) d\gamma, \quad (5.8)$$

a Equação 5.7, após algumas manipulações algébricas, torna-se

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_X \left(\gamma_b \frac{a(i, M)}{\sin^2\theta} \right) d\theta, \quad (5.9)$$

em que $M_X(s)$ é uma função geratriz de momentos com o comportamento markoviano dada por

$$M_X(s) = \sum_{n=1}^N c_n M_{X_n}(s). \quad (5.10)$$

Assim, a BEP do esquema de modulação M -QAM com mapeamento Gray, em um canal com ruído AWGN e desvanecimento modelado por uma FSMC é dada por

$$\begin{aligned} P_b &= \frac{2}{\pi\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_X \left(\gamma_b \frac{a(i, M)}{\sin^2\theta} \right) d\theta \\ &= \frac{2}{\pi\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{X_n} \left(\gamma_b \frac{a(i, M)}{\sin^2\theta} \right) d\theta. \end{aligned} \quad (5.11)$$

5.1.1 Função Geratriz de Momentos da Variável Aleatória X_n

Se X_n é uma função da variável aleatória que representa o modelo de desvanecimento atuando no n -ésimo estado, na forma

$$X_n = G_n^2, \quad (5.12)$$

sua FDP é dada por (ALENCAR, 2013)

$$\begin{aligned} p_{X_n}(x_n) &= \left. \frac{1}{\left| \frac{dx_n}{dg_n} \right|} p_{G_n}(g_n) \right|_{g_n=f^{-1}(x_n)} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x_n}} [p_{G_n}(\sqrt{x_n}) + p_{G_n}(-\sqrt{x_n})] \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x_n}} p_{G_n}(\sqrt{x_n}). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Assim, para G_n com FDPs dadas pelas Equações 2.11 ou 2.15, X_n tem distribuições dadas, respectivamente, por

$$p_{X_n}(x) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu x^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-2\mu h \frac{x}{\Omega}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H \frac{x}{\Omega}\right) \quad (5.14)$$

e

$$p_{X_n}(x) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}} x^{\frac{\mu-1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\kappa\mu)\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\frac{x}{\Omega}\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)x}{\Omega}}\right] \quad (5.15)$$

Consequentemente, sua função geratriz de momentos pode ser escrita como

$$M_{X_n}(s) = \left[\frac{4\mu^2 h}{(2\mu(h-H) + s\Omega)(2\mu(h+H) + s\Omega)} \right]^\mu \quad (5.16)$$

para o modelo $\eta - \mu$, ou

$$M_{X_n}(s) = \left[\frac{\mu(1+\kappa)}{\mu(1+\kappa) + s\Omega} \right]^\mu \exp\left[\frac{\mu^2 \kappa(1+\kappa)}{\mu(1+\kappa) + s\Omega} - \mu\kappa \right] \quad (5.17)$$

para o modelo $\kappa - \mu$ (ERMOLOVA, 2008).

5.1.2 Avaliação Numérica

Os resultados obtidos baseam-se no método de Monte Carlo para geração das variáveis aleatórias da distribuição $\kappa - \mu$ e $\eta - \mu$. Em cada simulação, um número de $N = 1 \times 10^6$ bits equiprováveis foi gerado e transmitido. A taxa de erro de bits, definida como a razão entre o número total de bits errados durante a transmissão e N , foi calculada, na assunção de CSI perfeita, para cada valor de $\gamma_b = E_b/N_0$ e comparada com a BEP teórica dada pela Equação 5.11.

Na Figura 5.1 é mostrada a BEP do esquema de modulação 64-QAM em função de γ_b (dB). Essas curvas apresentam uma comparação entre três modelos de desvanecimento, o modelo $\eta - \mu$, o $\kappa - \mu$ e o modelo markoviano. Para a distribuição $\eta - \mu$ foram considerados $\eta = 1,1$ e $\mu = 2,7$, já na $\kappa - \mu$ os parâmetros utilizados foram $\kappa = 1,3$ e $\mu = 1,6$. No modelo markoviano, por outro lado, foram atribuídos diferentes estados a essas distribuições; o primeiro estado representando a distribuição $\eta - \mu$ e o segundo representando a distribuição $\kappa - \mu$, com matriz de probabilidade de transição

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,79 & 0,21 \\ 0,41 & 0,59 \end{bmatrix}, \quad (5.18)$$

vetor de probabilidades estacionárias $\boldsymbol{\pi} = [0,6613 \quad 0,3318]$ e tempo médio de permanência nos estados $\overline{\mathbf{T}} = [0,757 \quad 0,243]$.

Com base nos resultados apresentados nos vetores $\boldsymbol{\pi}$ e $\overline{\mathbf{T}}$ e na Figura 5.1, é possível afirmar que, embora haja uma forte tendência da BEP do modelo markoviano seguir a curva da probabilidade de erro de bit do modelo $\eta - \mu$, devido à elevada probabilidade estacionária e ao percentual de tempo de permanência no primeiro estado, há uma mudança na inclinação da curva do modelo markoviano na faixa em torno de $\gamma_b = 19$ dB. Esse fato ocorre porque,

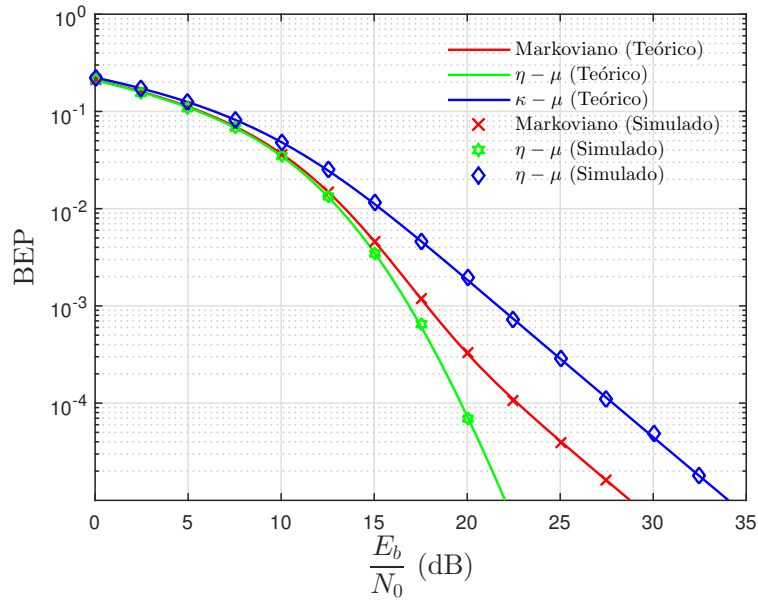


Figura 5.1 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN e diferentes modelos de desvanecimento.

a partir desses valores de γ_b , transições para o segundo estado provocam uma diminuição significativa no desempenho do sistema, pois a taxa de erro de *bits* do primeiro estado torna-se menos influente que a BEP do modelo $\kappa - \mu$, provocando uma mudança no coeficiente angular da curva.

A Figura 5.2 mostra a probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação M -QAM em um canal AWGN com desvanecimento markoviano de três estados, com matriz de probabilidades de transições

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,57 & 0,32 & 0,11 \\ 0,37 & 0,34 & 0,29 \\ 0,48 & 0,31 & 0,21 \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

vetor de probabilidades estacionárias $\boldsymbol{\pi} = [0,4882 \quad 0,3246 \quad 0,1871]$ e tempo médio de permanência nos estados $\overline{\mathbf{T}} = [0,4839 \quad 0,4839 \quad 0,0323]$. O primeiro estado representa o desvanecimento $\kappa - \mu$ com parâmetros $\kappa = 2,4$ e $\mu = 3,7$, o segundo estado é formado pelo desvanecimento $\eta - \mu$ com $\eta = 1,0$ e $\mu = 3,7$ (Equivalente ao modelo Nakagami- m com $m = 7,4$) e o terceiro estado representa o desvanecimento $\eta - \mu$ com parâmetros $\eta = 2,0$ e $\mu = 0,7$.

Na Figura 5.2 é possível notar que a BEP decresce com o aumento da relação sinal ruído, por outro lado, à medida que a ordem da constelação aumenta há uma elevação na probabilidade de erro de *bits*, por exemplo, para um $\gamma_b = 20$ dB são observadas BEPs de $2,46 \times 10^{-5}$ e $2,10 \times 10^{-3}$ para $M = 16$ e $M = 256$, respectivamente. Além disso, é possível notar

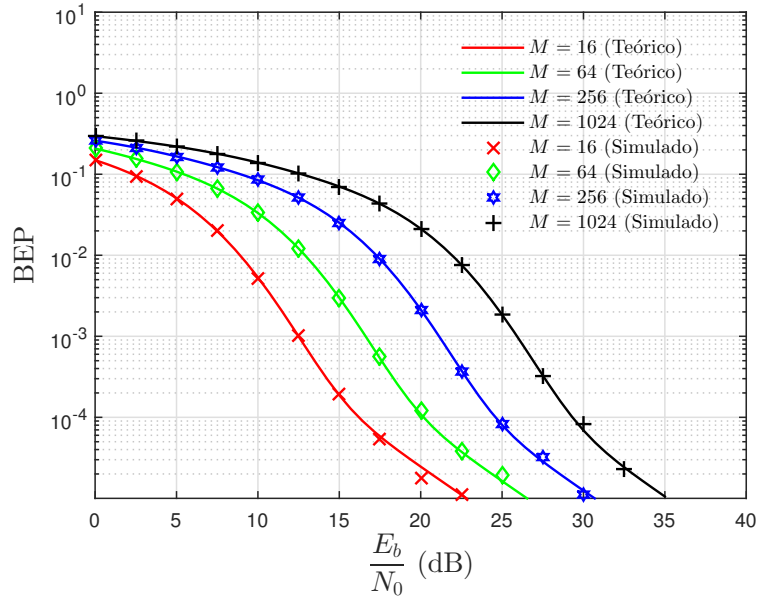


Figura 5.2 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído AWGN, desvanecimento markoviano com três estados e diferentes M .

uma mudança no comportamento da curva para valores elevados de γ_b , devido aos diferentes cenários representados pelos estados do desvanecimento markoviano.

A influência dos parâmetros dos modelos de desvanecimento $\kappa - \mu$ e $\eta - \mu$ na probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação 64-QAM em um canal AWGN com desvanecimento markoviano, pode ser observada nas Figuras 5.3 a 5.5. Para essas figuras a matriz de probabilidade de transição, vetor de probabilidades estacionárias e tempo de permanência nos estados são, respectivamente,

$$P = \begin{bmatrix} 0,70 & 0,30 \\ 0,10 & 0,90 \end{bmatrix}, \quad (5.20)$$

$$\pi = [0,56 \quad 0,44] \quad (5.21)$$

e

$$\bar{T} = [0,25 \quad 0,75]. \quad (5.22)$$

Além disto, o primeiro estado representa o desvanecimento $\kappa - \mu$ e o segundo estado, o desvanecimento $\eta - \mu$.

Na Figura 5.3 é apresentada a influência do parâmetro μ na probabilidade de erro. No primeiro estado foi utilizado o desvanecimento $\kappa - \mu$ com $\kappa = 1,5$ e no segundo estado o desvanecimento $\eta - \mu$ com $\eta = 1,0$ (Equivalente ao Nakagami- m com $m = 2\mu$) e diferentes valores de μ . Como é possível notar, a BEP decresce de forma monotônica com o aumento da

relação sinal ruído. Além disso, pode-se perceber que a diminuição do parâmetro μ provoca um aumento da probabilidade de erro. Quanto maior o valor de μ , mais estreito é o lóbulo da função densidade de probabilidade dos modelos $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$, caracterizado por uma elevada probabilidade de ganho unitário no canal de comunicações, diminuindo a deformação das regiões de decisão da constelação M -QAM, conseqüentemente, diminuindo a taxa de erro de *bits*.

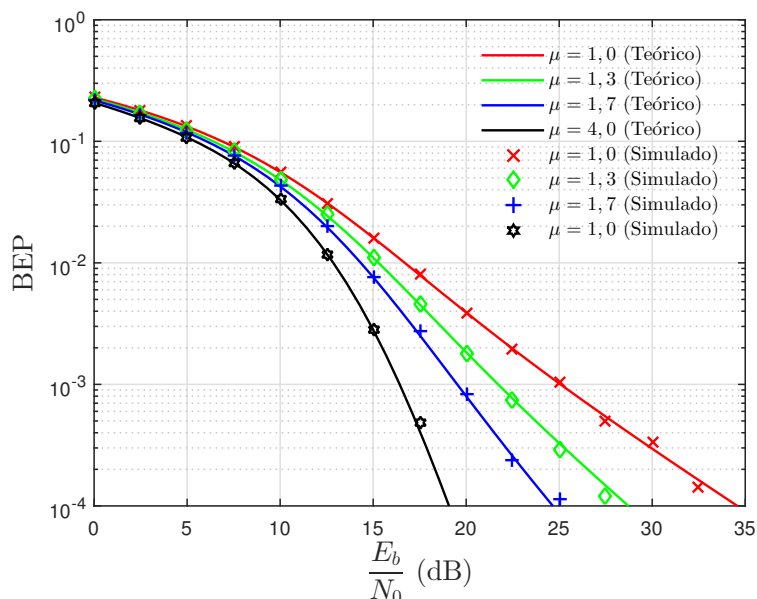


Figura 5.3 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN, desvanecimento markoviano com dois estados para diferentes μ .

A Figura 5.4, por outro lado, mostra a influência do parâmetro κ na probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação 64-QAM em um canal AWGN com desvanecimento markoviano. O primeiro estado representa a distribuição $\kappa - \mu$ com $\mu = 1,0$ (Equivalente ao modelo Rice com $K = \kappa$) e o segundo estado modela a distribuição $\eta - \mu$, com $\eta = 1,0$ e $\mu = 2,7$, o que equivale à distribuição Nakagami- m com $m = 5,4$. Além da esperada diminuição da BEP com o aumento de γ_b , é possível notar o decrescimento da probabilidade de erro com o aumento do parâmetro κ , limitada superiormente por um cenário no qual o primeiro estado, representado pelo desvanecimento Rayleigh ($\kappa = 0$ e $\mu = 1$), exerce maior influência no desvanecimento markoviano, e inferiormente por um modelo na qual a influência do segundo estado, composto pelo modelo Nakagami- m com $m = 2,7$, torna as transições da cadeia de Markov desprezíveis.

A Figura 5.5, por sua vez, mostra a influência do parâmetro η na BEP do esquema de modulação 64-QAM em um canal AWGN com um desvanecimento markoviano de dois estados, o primeiro representado pelo modelo $\kappa - \mu$ com $\kappa = 7,0$ e $\mu = 1,0$, e o segundo com desvanecimento $\eta - \mu$ com $\mu = 0,9$. Embora, de acordo com o vetor de probabilidades estacionárias dada pela Matriz 5.21, o segundo estado seja menos provável, a FSMC permanece nesse

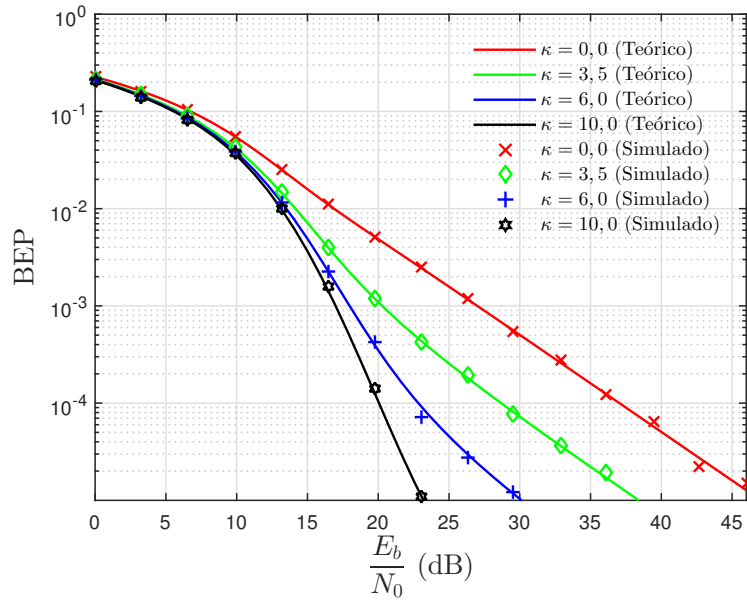


Figura 5.4 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN, desvanecimento markoviano com dois estados para diferentes κ .

estado por mais tempo. Desta forma, é necessário avaliar a probabilidade conjunta do modelo markoviano estar no n -ésimo estado por um tempo médio t_n . Assim, a partir da Equação 5.6, tem-se

$$P(\bar{\mathbf{T}} = \bar{t}_n, \mathbf{e} = n) = \mathbf{c}_n = [0,45 \quad 0,55]. \quad (5.23)$$

Portanto, apesar do cenário representado no primeiro estado pelo desvanecimento Rice com $K = 7,0$ modelar um desvanecimento mais brando do que no segundo estado pelo modelo $\eta - \mu$ para os valores de η considerados, é possível afirmar que há uma baixa influência do modelo $\kappa - \mu$ na probabilidade de erro de *bits*, devido à elevada BEP apresentada no segundo estado, reforçada por uma menor probabilidade conjunta c_n . Assim, a presença do desvanecimento $\kappa - \mu$ no modelo markoviano, para as configurações de canal apresentadas, contribui para uma leve redução na BEP do esquema 64-QAM. Além disso, como o parâmetro η , no formato I, representa a relação entre as potências das componentes em fase e em quadratura, pode-se perceber uma diminuição na probabilidade de erro à medida que η se aproxima de um. Podendo ser observada uma BEP de 1×10^{-4} em 40,9 dB para $\eta = 0$ e 26,7 dB para $\eta = 1$.

5.2 Desempenho para o Modelo de Ruído Multinível Markoviano e Desvanecimento $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$

Diferentemente do que acontece com o modelo de desvanecimento markoviano, no ruído controlado por uma FSMC a variância do ruído alterna entre um conjunto finito de valores.

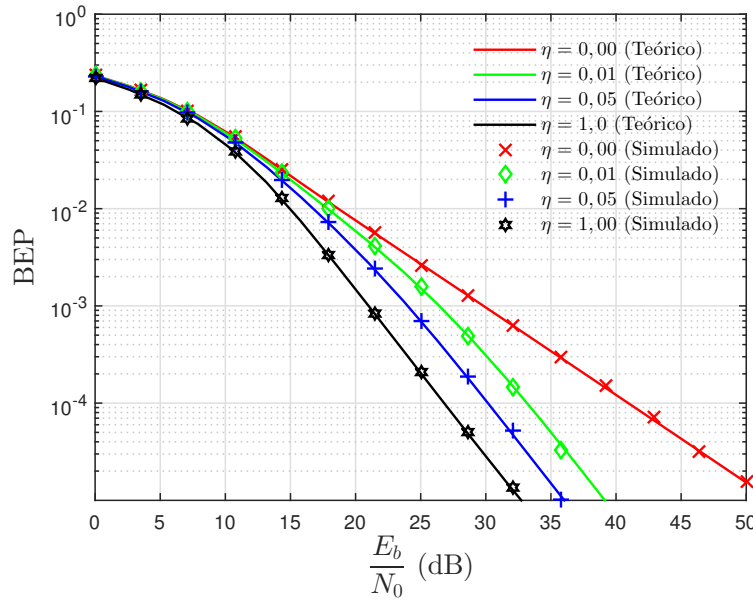


Figura 5.5 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído AWGN, desvanecimento markoviano com dois estados para diferentes η .

Assim, cada estado é capaz de modelar o surgimento de novas fontes ruidosas adicionais ao ruído AWGN. A esse tipo de ruído é dado o nome de ruído multinível markoviano.

De acordo com (CHO; YOON, 2002), a probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QAM, assumindo mapeamento Gray, em um canal AWGN é dado por

$$P_b = \frac{1}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{a(i, M)\gamma} \right), \quad (5.24)$$

em que $a(i, M)$ e $w(i, k, M)$ são dados respectivamente pelas Equações 4.3 e 4.4.

Se, em um canal AWGN,

$$\operatorname{erfc} \left[\sqrt{a(i, M)\gamma} \right] = \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{3(2i+1)^2 \log_2 M E_b}{2(M-1) N_0}} \right] = \operatorname{erfc} \left[\frac{(2i+1)d}{\sqrt{N_0}} \right], \quad (5.25)$$

em que

$$d = \sqrt{\frac{3E_b \log_2 M}{2(M-1)}}, \quad (5.26)$$

representa a probabilidade do ruído exceder $(2i+1)d$, e, em um canal com ruído multinível a função densidade de probabilidade do ruído é dada por

$$p_\omega(x) = \sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(x), \quad (5.27)$$

com w_n sendo uma variável aleatória gaussiana de média nula e variância $\delta_n^2 N_0/2$ por componente, então, a probabilidade do ruído multinível exceder $(2i + 1)d$ pode ser expressa como

$$\sum_{n=1}^N c_n \operatorname{erfc} \left[\frac{(2i + 1)d}{\sqrt{\delta_n^2 N_0}} \right] = \sum_{n=1}^N c_n \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{a(i, M)\gamma}{\delta_n^2}} \right], \quad (5.28)$$

em que $\delta_n \in \mathbb{R}$ representa um fator multiplicativo que escala o ruído no n -ésimo estado.

Desta forma, a BEP do esquema de modulação M -QAM, com mapeamento Gray, em um canal com ruído multinível é dada por

$$P_b = \frac{1}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{a(i, M) \frac{\gamma}{\delta_n^2}} \right). \quad (5.29)$$

Como, em geral, adicionalmente ao efeito do ruído há variações no ganho do canal provenientes do desvanecimento multipercurso, é possível definir a relação sinal ruído instantânea para cada estado do ruído presente no canal, levando em conta o efeito do desvanecimento. Portanto, se

$$\gamma = G^2 \frac{\gamma_b}{\delta_n^2} \quad (5.30)$$

representar a relação sinal ruído instantânea em cada estado da FSCM, a probabilidade de erro do k -ésimo *bit*, condicionada ao desvanecimento, é escrita como

$$P_b(k|G) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{a(i, M) g^2 \frac{\gamma_b}{\delta_n^2}} \right). \quad (5.31)$$

Utilizando a representação de Craig para a função erro complementar expressa na Equação 4.8, é possível reescrever a Equação 5.31 como

$$P_b(k|G) = \frac{2}{\pi \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left[-g^2 \gamma_b \frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta} \right] d\theta. \quad (5.32)$$

Desta forma, a probabilidade de erro média do k -ésimo *bit* é obtida ao tomar a média da Equação 5.32 pela função densidade de probabilidade de G , ou seja

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^\infty \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left[-g^2 \gamma_b \frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta} \right] p_G(g) d\theta dg. \quad (5.33)$$

Portanto, se G é uma variável aleatória com distribuição $\eta - \mu$, por meio do resultado expresso na Equação 4.15, é possível escrever a probabilidade de erro de *bit* como

$$P_b = \frac{2}{h^\mu \pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{2\delta_n^2 \mu h \text{sen}^2 \theta} + 1 \right)^2 - \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \quad \mu > 0. \quad (5.34)$$

De modo análogo, se G tem distribuição $\kappa - \mu$, utilizando o resultado apresentado na Equação 4.23, é possível escrever

$$P_b = \frac{2}{e^{\kappa\mu} \pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{\delta_n^2 \mu (1 + \kappa) \text{sen}^2 \theta} + 1 \right]^{-\mu} \times \exp \left[\kappa \mu \left(\gamma_b \frac{a(i, M)\Omega}{\delta_n^2 \mu (1 + \kappa) \text{sen}^2 \theta} + 1 \right)^{-1} \right] d\theta \quad \mu > 0. \quad (5.35)$$

5.2.1 Avaliação Numérica

Os resultados obtidos baseiam-se no método de Monte Carlo para geração das variáveis aleatórias da distribuição $\kappa - \mu$ e $\eta - \mu$ e do ruído multinível. Em cada simulação, um número de $N = 5 \times 10^6$ *bits* equiprováveis foi gerado e transmitido. A taxa de erro de *bits*, definida como a razão entre o número total de *bits* errados durante a transmissão e N , foi calculada, na assunção de CSI perfeita, para cada valor de $\gamma_b = E_b/N_0$ e comparada com a BEP teórica dada pelas Equações 5.34 e 5.35.

Na Figura 5.6 é apresentado o comportamento da probabilidade de erro de *bits* do esquema de modulação M -QAM, para diferentes ordens da constelação, em função de γ_b , em um canal com desvanecimento $\eta - \mu$, com $\eta = 1$ e $\mu = 3$ (Equivalente ao Nakagami- m com $m = 3$), e ruído multinível markoviano de dois estados, o primeiro com o $\delta_1^2 = 1$ e o segundo com $\delta_2^2 = 30$, com matriz de probabilidade de transição

$$P = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad (5.36)$$

vetor de probabilidades estacionárias

$$\pi = \left[0,625 \quad 0,375 \right] \quad (5.37)$$

e tempo de permanência nos estados

$$\bar{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 0,961 & 0,039 \end{bmatrix}, \quad (5.38)$$

consequentemente, a probabilidade de estar no n -ésimo estado por um tempo médio \bar{t}_n dada por

$$P(\bar{\mathbf{T}} = \bar{t}_n, e = n) = [0,988 \quad 0,012]. \quad (5.39)$$

Assim, com base nos parâmetros do canal e nas curvas apresentadas na Figura 5.6, é possível afirmar que, como esperado, a BEP decresce com o aumento de γ_b e com a diminuição da ordem da constelação. Além disso, embora $P(\bar{\mathbf{T}} = \bar{t}_2, e = 2)$ seja baixo, à medida que a relação sinal ruído aumenta, a taxa de erros observada quando a FSMC muda para o segundo estado torna-se mais significativa, ao ponto de mudar o comportamento da curva, como pode ser observado para uma probabilidade de erro em torno de 1×10^{-3} .

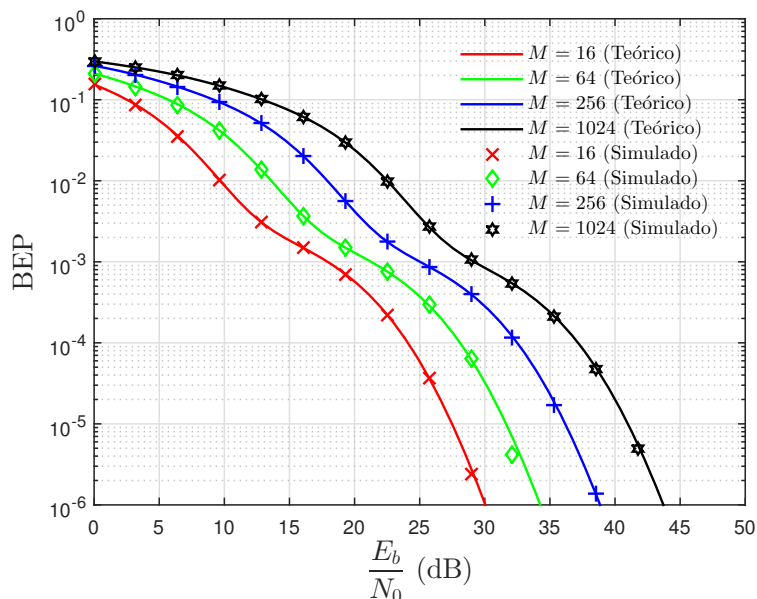


Figura 5.6 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído multinível markoviano com dois estados e desvanecimento $\eta - \mu$.

Na Figura 5.7, por sua vez, podem ser observadas as curvas da BEP do esquema de modulação M -QAM em um canal com desvanecimento $\kappa - \mu$, com $\kappa = 10$ e $\mu = 1$ (Equivalente ao modelo Rice com $K = 10$), e ruído multinível markoviano com dois estados caracterizador por $\delta^2 = [1 \quad 30]$, matriz de probabilidade de transição e vetor de probabilidades estacionárias dadas pelas Matrizes 5.36 e 5.37, respectivamente, e tempo de permanência nos estados

$$\bar{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 0,60 & 0,40 \end{bmatrix}. \quad (5.40)$$

Desta forma, a probabilidade de estar no n -ésimo estado por um tempo médio \bar{t}_n é dada por

$$P(\bar{\mathbf{T}} = \bar{t}_n, \mathbf{e} = n) = [0, 833 \quad 0, 167]. \tag{5.41}$$

Assim, por meio da Figura 5.7, é possível observar a diminuição da BEP com o aumento de γ_b (dB). Contudo, como constelações de ordens elevadas apresentam, para uma mesma energia média, regiões de decisão mais compactas, a probabilidade do ruído mudar a região de decisão do sinal transmitido aumenta, o que leva ao crescimento da probabilidade de erro de *bits*. Por exemplo, para $\gamma_b = 30$ dB, é obtida uma BEP de $3,74 \times 10^{-5}$ e $5,52 \times 10^{-4}$ para os esquemas 16-QAM e 64-QAM, respectivamente. Além disso, é possível notar uma mudança na inclinação das curvas da probabilidade de erro por volta de 1×10^{-2} , como consequência dos altos níveis de ruído no segundo estado, que, comparado com o primeiro estado, representa um cenário com a relação sinal-ruído inferior por um fator de aproximadamente 14,77 dB.

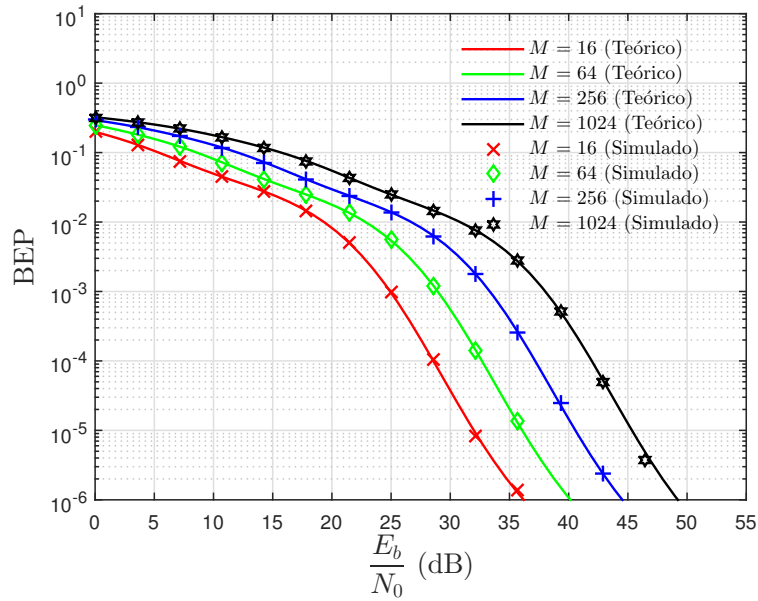


Figura 5.7 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído multinível markoviano com dois estados e desvanecimento $\kappa - \mu$.

As Figuras 5.8 e 5.9 mostram como a probabilidade de erro de *bits* é influenciada pela variação da potência do ruído, no segundo estado, para um ruído multinível markoviano com dois níveis, com matriz de probabilidade de transições e vetor de probabilidades estacionárias dadas, respectivamente, pelas Matrizes 5.36 e 5.37.

Na Figura 5.8 o desvanecimento é modelado pela distribuição $\eta - \mu$, com $\eta = 1$ e $\mu = 3$, e vetor de tempo médio de permanência nos estados dado por

$$\bar{\mathbf{T}} = [0, 96 \quad 0, 04]. \tag{5.42}$$

Como pode ser observado, o aumento do coeficiente de escalonamento do ruído no segundo estado, δ_2^2 , provoca uma elevação na probabilidade de erro a medida que a relação sinal ruído aumenta, como pode ser notado para valores maiores que $\gamma_b > 17$ dB.

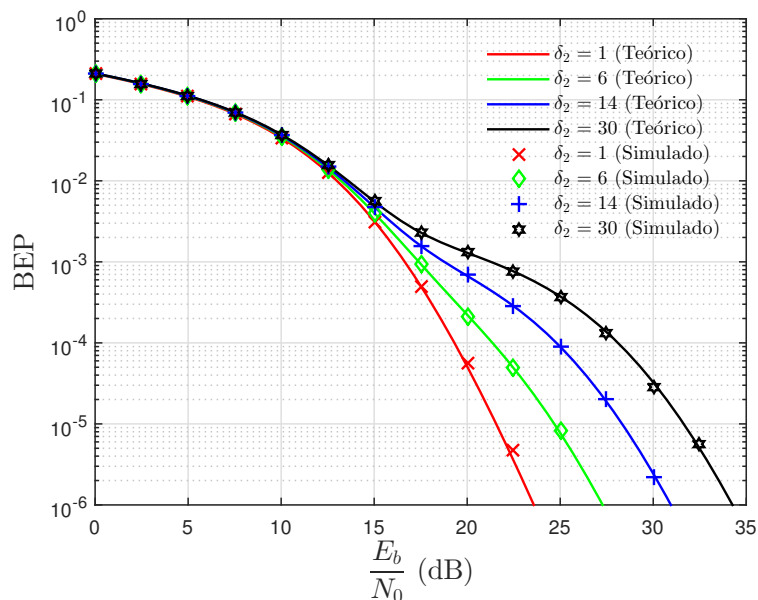


Figura 5.8 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído multinível markoviano com dois estados e desvanecimento $\eta - \mu$.

Na Figura 5.9, por outro lado, o desvanecimento é modelado pela distribuição $\kappa - \mu$, com $\kappa = 8,0$ e $\mu = 1,0$, e vetor tempo médio de permanência nos estados dado pela Matriz 5.40. Assim como mostrado na Figura 5.8, é possível afirmar que o aumento de δ_2^2 eleva a

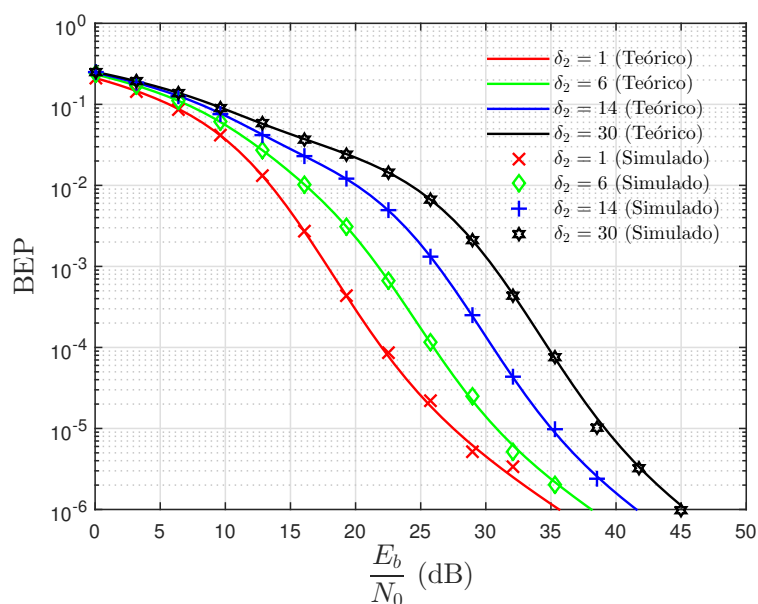


Figura 5.9 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído multinível markoviano com dois estados e desvanecimento $\kappa - \mu$.

probabilidade de erro de *bits*, como pode ser observado para $\gamma_b > 10$ dB. Além disso, por meio dos resultado expressos nas Figuras 5.8 e 5.9 e de seus respectivos vetores de permanência nos estados, nota-se, como esperado, uma forte relação entre o aumento da probabilidade de erro e o tempo de permanência em um estado com nível de ruído mais alto. Um resultado semelhante pode ser obtido alterando a matriz de probabilidades de transição, de modo que, amostras de um ruído com potência mais elevada sejam geradas com maior probabilidade. Por outro lado, à medida que δ_2^2 se aproxima de um, o ruído no canal tende a um processo AWGN.

5.3 Desempenho para o Modelo de Ruído Multinível e Desvanecimento Markoviano

Neste modelo de canal, tanto o ruído quanto o desvanecimento são modelados por meio de uma cadeia de Markov de estados finitos. De modo que, ao alternar entre os J estados que modelam o desvanecimento, é possível observar N diferentes potências do ruído multinível markoviano.

Assim, a partir da probabilidade de erro no k -ésimo *bit* condicionada ao desvanecimento no canal, utilizando a representação de Craig, em um canal com ruído multinível markoviano, dado pela Equação 5.32, e sabendo que o ganho do canal representado por meio de uma FSMC é descrito pela Equação 5.5, a probabilidade de erro de *bits* média é dada por

$$\begin{aligned}
 P_b(k) &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^\infty \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left[-g^2 \gamma_b \frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta}\right] p_G(g) d\theta dg \\
 &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n c_j w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \exp\left[-g^2 \gamma_b \frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta}\right] p_{G_j}(g) dg d\theta.
 \end{aligned}
 \tag{5.43}$$

Desta forma, realizando a transformação de variáveis $X_j = G_j^2$ e utilizando o resultado descrito na Equação 5.8, é possível expressar a probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QAM, utilizando mapeamento Gray, em um canal com ruído e desvanecimento com comportamento markoviano, por

$$\begin{aligned}
 P_b &= \frac{2}{\pi\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_X \left(\gamma_b \frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta} \right) d\theta \\
 &= \frac{2}{\pi\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n c_j w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{X_j} \left(\gamma_b \frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta} \right) d\theta,
 \end{aligned}
 \tag{5.44}$$

em que $M_{X_j}(\cdot)$ é dado pela Equação 5.16, se G_j tiver distribuição $\eta - \mu$, ou pela Equação 5.17, se G_j tiver distribuição $\kappa - \mu$.

5.3.1 Avaliação Numérica

Os resultados obtidos baseiam-se no método de Monte Carlo para geração das variáveis aleatórias da distribuição $\kappa - \mu$ e $\eta - \mu$ e do ruído multinível. Em cada simulação, um número de $N = 5 \times 10^7$ bits equiprováveis foi gerado e transmitido. A taxa de erro de bits, definida como a razão entre o número total de bits errados durante a transmissão e N , foi calculada, na assunção de CSI perfeita, para cada valor de $\gamma_b = E_b/N_0$ e comparada com a BEP teórica dada pelas Equações 5.34 e 5.35.

Na Figura 5.10 é apresentado o comportamento da probabilidade de erro de bit do esquema de modulação M-QAM em função da relação sinal-ruído para um canal com desvanecimento e ruído modelados por meio de processos de markov, com matrizes de probabilidade de transição

$$P_n = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad (5.45)$$

para o ruído multinível markoviano, e

$$P_g = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,1 & 0,9 \end{bmatrix}, \quad (5.46)$$

para o modelo de desvanecimento, vetor de probabilidades estacionárias

$$\pi_n = [0,625 \quad 0,375] \quad (5.47)$$

e

$$\pi_g = [0,250 \quad 0,750] \quad (5.48)$$

para o modelo de ruído e desvanecimento, respectivamente e vetor de tempo médio de permanência nos estados dados por

$$\bar{T}_n = [0,80 \quad 0,20] \quad (5.49)$$

para o ruído e

$$\bar{T}_g = [0,333 \quad 0,667] \quad (5.50)$$

para o modelo de desvanecimento proposto. Neste modelo de canal são observados desvanecimentos $\kappa - \mu$ com $\kappa = 7,0$ e $\mu = 1,0$ no primeiro estado e $\eta - \mu$ com $\eta = 1,0$ e $\mu = 3,7$ no segundo estado. Para representar o ruído, por outro lado, foi considerado o vetor de escalonamento $\delta^2 = \begin{bmatrix} 1 & 30 \end{bmatrix}$.

Por meio das curvas apresentadas na Figura 5.10, pode-se afirmar que o aumento da ordem da constelação provoca a elevação da probabilidade de erro. Por exemplo, para uma constelação 16-QAM e um $\gamma_b = 30$ dB, é obtida uma BEP de $1,46 \times 10^{-5}$, por outro lado, para a constelação 64-QAM, sob mesma relação sinal ruído, a BEP é de $2,05 \times 10^{-3}$. Além disso, é possível dividir o comportamento da BEP em três regiões devido aos diferentes efeitos do canal. A primeira região, para valores da BEP maiores que aproximadamente 1×10^{-2} , na qual predominam os efeitos conjuntos do desvanecimento $\eta - \mu$ e do ruído no estado em que $\delta_1^2 = 1$, a região em que a probabilidade de erro encontra-se entre 1×10^{-2} e 1×10^{-5} caracterizada por uma maior influência do segundo estado da cadeia de markov que modela o ruído ($\delta_2^2 = 30$), e a região a partir de 1×10^{-5} , na qual predominam os efeitos do desvanecimento $\kappa - \mu$ e ruído com $\delta_2^2 = 30$.

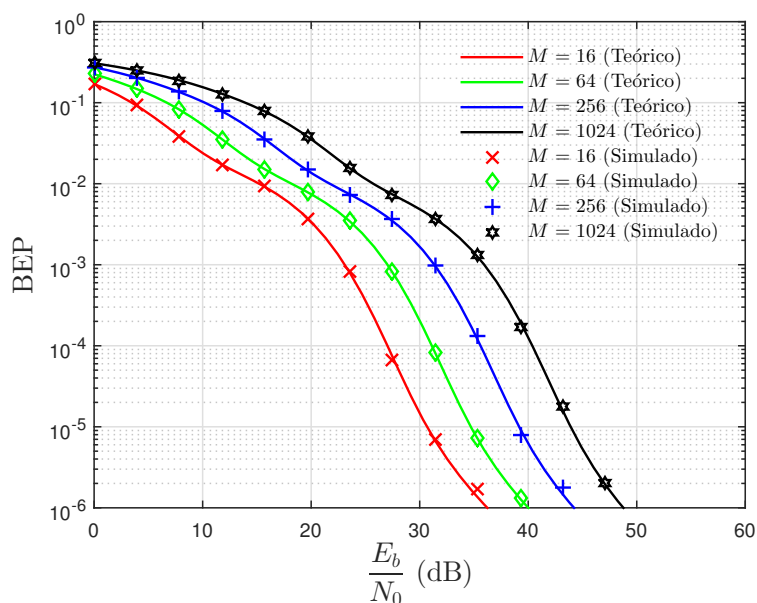


Figura 5.10 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído multinível e desvanecimento markovianos com dois estados.

A Figura 5.11, por outro lado, apresenta a influência do vetor de escalonamento do ruído na BEP do esquema de modulação 64-QAM em função da relação sinal ruído em um canal com desvanecimento e ruído markovianos. Foram escolhidos os desvanecimentos $\kappa - \mu$ com $\kappa = 5,5$ e $\mu = 0,9$ para o primeiro estado e $\eta - \mu$ com $\eta = 1,0$ e $\mu = 4,5$ (Equivalente ao Nakagami- m com $m = 9,0$) para segundo. Além disso, a matriz de probabilidades de transição, vetor de probabilidades estacionárias e vetor de tempo de permanência nos estados, para o modelo de desvanecimento markoviano, são dados pelas Matrizes 5.45, 5.47 e 5.50, respectivamente. Para

o modelo de ruído, por sua vez, foram utilizados três estados, com matriz de probabilidades de transição

$$P_n = \begin{bmatrix} 0,70 & 0,15 & 0,15 \\ 0,35 & 0,65 & 0,00 \\ 0,35 & 0,00 & 0,65 \end{bmatrix}, \quad (5.51)$$

vetor de probabilidades estacionárias

$$\pi_n = \begin{bmatrix} 0,5385 & 0,2308 & 0,2308 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

e vetor de permanência nos estados

$$\bar{T}_n = \begin{bmatrix} 0,6623 & 0,3311 & 0,0066 \end{bmatrix}. \quad (5.53)$$

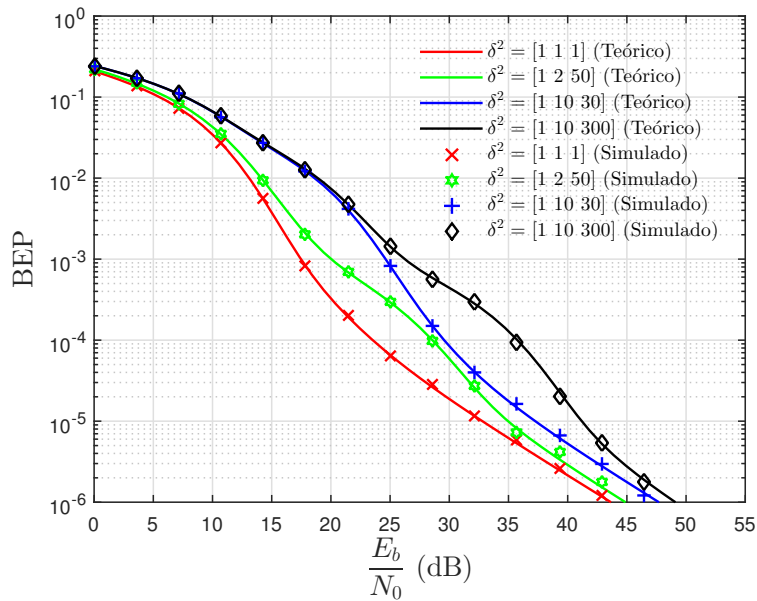


Figura 5.11 Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído multinível com três estados e desvanecimento markoviano com dois estados.

Como pode ser visto na Figura 5.11, embora o ruído caracterizado no terceiro estado surja por um tempo médio muito curto, quando δ_3^2 modela um ruído com potência bastante elevada, como por exemplo para $\delta_3^2 = 300$, que representa um cenário com uma relação sinal-ruído inferior em aproximadamente 24 dB, mudanças da cadeia de Markov para esse estado provocam um elevado número de erros, o que contribui para a degradação da qualidade do canal, como pode ser visto por meio da mudança no comportamento da curva da probabilidade de erro. Por outro lado, quando $\delta_n^2 \approx 1$ o ruído no canal se aproxima de um modelo AWGN. Embora possam ser observados os efeitos conjuntos do desvanecimento e ruído markoviano na

Figura 5.11, as curvas apontam que, para os valores de δ^2 utilizados, os efeitos do ruído são mais evidentes do que o próprio desvanecimento.

5.4 Conclusão do Capítulo

Este capítulo apresenta expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de bit do esquema M -QAM em canais de natureza markoviana. Também são apresentadas as influências da modelagem do ruído e do desvanecimento por meio de processos de Markov em detrimento da modelagem convencional apresentada no Capítulo 4.

Fundamentado nos dados observados, é possível afirmar que a modelagem dos efeitos impostos pelo canal de comunicações, por meio de processos de Markov, possibilita previsões mais precisas da probabilidade de erro de *bits*, auxiliando o projeto de sistemas reais. Além disso, a abordagem utilizada permite a modelagem de canais com comportamento mais dinâmico, à medida que se observa as mudanças no nível de potência do ruído, ou no modelo de desvanecimento, como transições de estados em uma cadeia de Markov.

Na avaliação dos resultados nos quais o ruído multinível markoviano está presente, as mudanças no comportamento das curvas da probabilidade de erro de *bit* à medida que γ_b (dB) aumenta são explicadas devido às transições para os estados nos quais o ruído apresenta uma maior potência. À medida que a relação sinal-ruído aumenta, a BEP dos estados modelados com níveis de ruído mais baixos torna-se negligenciável, por outro lado, mudanças para estados com níveis de ruído elevados provocam erros de *bits* em rajada, que contribuem para a manutenção de uma BEP mais alta, mudando o comportamento das curvas. No desvanecimento markoviano, por sua vez, foi observado que a influência dos estados modelados com desvanecimentos mais severos torna-se evidente à medida que a γ_b (dB) aumenta, o que também provoca mudanças no comportamento das curvas da BEP. Por outro lado, diferente do que acontece com os modelos de desvanecimento convencionais apresentados no Capítulo 4, no modelo markoviano, embora o aumento dos parâmetros μ e κ provoque a diminuição da probabilidade de erro, essa diminuição pode ser limitada pela presença de um estado com desvanecimento mais severo.

Com relação aos parâmetros que compõem a cadeia de Markov, foi observado que a análise separada do tempo médio de permanência nos estados e do vetor de probabilidades estacionárias pode levar a resultados contraditórios, o que torna a probabilidade conjunta de estar em um determinado estado n por um tempo médio t_n uma métrica mais precisa na avaliação da influência da cadeia de Markov no modelo proposto.

CAPÍTULO 6

Análise de Desempenho do Receptor de Máxima Verossimilhança com o Receptor MRC

Neste capítulo são apresentadas expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação digital M -QAM em um canal sujeito ao ruído e desvanecimento, com o uso da técnica de diversidade espacial combinação por razão máxima. A análise de desempenho do receptor MRC para cada modelo de desvanecimento e ruído é realizada por meio de curvas de probabilidade de erro de bit em função da relação sinal-ruído e da variação dos parâmetros das distribuições $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$ e do número de ramos L do receptor.

Para o cálculo da BEP, a influência do desvanecimento e do número de ramos do combinador é incorporada matematicamente a partir da definição da relação sinal-ruído instantânea. Dessa forma, é tomada a média da BEP do esquema M -QAM, apresentada por (CHO; YOON, 2002), condicionada ao ganho instantâneo do canal desvanecido pela distribuição de probabilidade que modela o desvanecimento em estudo.

6.1 Receptor de Combinação por Razão Máxima

As técnicas de diversidade são baseadas no fato de que, caso seja possível fornecer réplicas do mesmo sinal ao receptor por canais distintos, a probabilidade de todos os canais experimentem um desvanecimento profundo é muito baixa.

Uma dessas técnicas de diversidade, classificada como diversidade espacial, é a recepção por razão de combinação máxima, a qual dispensa o aumento da largura de banda ou da potência transmitida e tem sido amplamente apresentada na literatura (PROAKIS; SALEHI, 2008; GOLDSMITH, 2005). Nessa técnica, são empregadas múltiplas antenas na recepção, separadas espacialmente de modo que os sinais captados pelas antenas sejam independentes (GOLDSMITH, 2005).

Assim, o sinal recebido em cada ramo do receptor MRC pode ser visto como um canal com ruído aditivo e desvanecimento, dado por

$$r_l(t) = g_l(t)e^{j\alpha_l(t)}s(t) + \omega_l(t), \quad (6.1)$$

em que $s(t)$ representa o sinal transmitido, $\omega_l(t)$, $g_l(t)$ e $\alpha_l(t)$ representam o ruído, o ganho e a fase do sinal no l -ésimo ramo do receptor. Dessa forma, após serem eliminadas as distorções na fase do sinal recebido em cada ramo do receptor MRC, provocadas pelo desvanecimento no canal, por meio da multiplicação de $r_l(t)$ por ζ_l , em que

$$\zeta_l = e^{-j\hat{\alpha}_l(t)}, \quad (6.2)$$

em que $\hat{\alpha}_l(t)$ representa a estimativa de $\alpha_l(t)$, o sinal recebido por um combinador MRC pode ser representado pelo diagrama mostrado na Figura 6.1, e matematicamente, em termos do ganho do canal, por

$$r(t) = \sum_{l=1}^L s(t)g_l(t) + \omega_l(t). \quad (6.3)$$

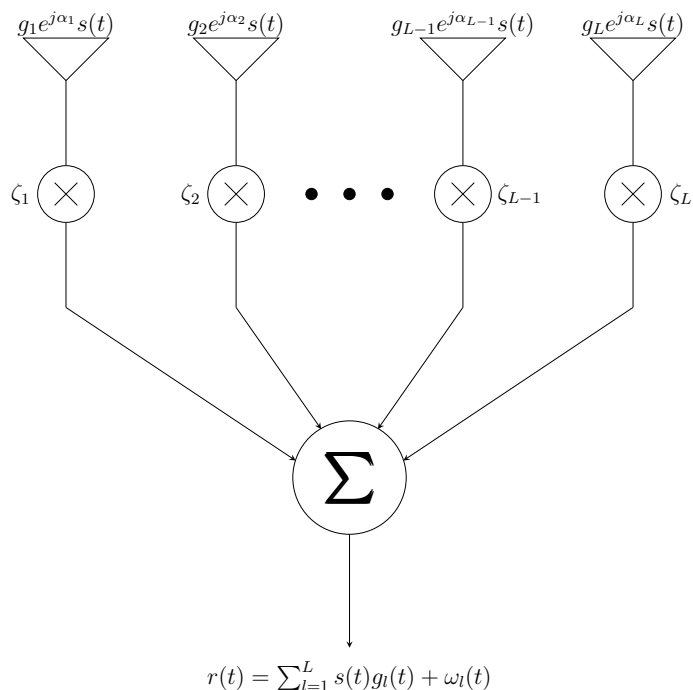


Figura 6.1 Diagrama de um receptor de combinação por razão máxima.

6.2 Desempenho do Receptor MRC em um Canal AWGN com Desvanecimento $\eta - \mu$, $\kappa - \mu$ ou Markoviano

Utilizando o resultado apresentado em (CHO; YOON, 2002), é possível desenvolver a probabilidade de erro de *bit* de um esquema de modulação M -QAM em um canal com ruído aditivo e desvanecimento, utilizando o receptor MRC.

Desta forma, se a relação sinal-ruído instantânea for definida como

$$\gamma = \sum_{l=1}^L \gamma_l, \quad (6.4)$$

em que $\gamma_l = G_l^2 \gamma_b$, G_l representa o ganho do canal no i -ésimo ramo do combinador e γ_b denota a relação sinal-ruído por *bit*, é possível incorporar o efeito da diversidade espacial, por meio do uso do receptor MRC, na BEP do esquema de modulação M -QAM em um canal com ruído aditivo e desvanecimento.

Sabendo que a BEP do k -ésimo *bit* condicionada à γ pode ser escrita como

$$P_b(k|\Gamma) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=1}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{a(i, M)\gamma} \right) \quad (6.5)$$

e utilizando a representação de Craig para a função erro complementar e o resultado expresso na Equação 6.4, é possível reescrever $P_b(k|\Gamma)$ como

$$P_b(k|\Gamma) = \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{i=1}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-\frac{a(i, M)}{\operatorname{sen}^2\theta} \sum_{l=1}^L \gamma_l \right) d\theta. \quad (6.6)$$

Dessa forma, a BEP de k -ésimo *bit* é obtida tomando a média da Equação 6.6 pela FDP conjunta da SNR instantânea nos ramos do combinador, ou seja

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{i=1}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{\gamma_1} \cdots \int_{\gamma_L} \exp \left(-\frac{a(i, M)}{\operatorname{sen}^2\theta} \sum_{l=1}^L \gamma_l \right) p_{\Gamma_1, \dots, \Gamma_L}(\gamma_1, \dots, \gamma_L) d\gamma_1 \cdots d\gamma_L d\theta. \quad (6.7)$$

Se as amostras dos L canais forem consideradas independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.), é possível reescrever a Equação 6.7 como

$$\begin{aligned} P_b(k) &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{i=1}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \prod_{l=1}^L \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{a(i, M)}{\text{sen}^2\theta} \gamma_l\right) p_{\Gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l d\theta \\ &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{i=1}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{a(i, M)}{\text{sen}^2\theta} \gamma_l\right) p_{\Gamma_l}(\gamma_l) d\gamma_l \right]^L d\theta. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Além disso, se a função geratriz de momentos de uma variável aleatória X qualquer é dada por

$$M_X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-sx} p_X(x) dx, \quad (6.9)$$

pode-se reescrever a Equação 6.8 como

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{i=1}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{\Gamma_l}^L\left(\frac{a(i, M)}{\text{sen}^2\theta} \gamma_l\right) d\theta. \quad (6.10)$$

Desta forma, a probabilidade de erro de *bits* de um esquema de modulação M -QAM, em um canal AWGN com desvanecimento, utilizando o receptor MRC por ser escrita como

$$P_b = \frac{2}{\pi\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{\Gamma_l}^L\left(\frac{a(i, M)}{\text{sen}^2\theta}\right) d\theta. \quad (6.11)$$

Além disso, sabendo que $\Gamma_l = G_l^2 \gamma_b$, sua função geratriz de momentos pode ser escrita na forma

$$M_{\Gamma_l}(s) = M_{X_n}(s\gamma_b) \quad (6.12)$$

para os modelos de desvanecimento $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$. Por outro lado, se G_l for uma variável aleatória com distribuição markoviana, cuja função densidade de probabilidade é dada por

$$p_{G_l}(x) = \sum_{j=1}^J c_j p_{G_{lj}}(x), \quad (6.13)$$

a função geratriz de momentos de Γ_1 torna-se

$$M_{\Gamma_l}(s) = \sum_{j=1}^J c_j M_{X_n}(s\gamma_b), \quad (6.14)$$

em que $M_{X_n}(\cdot)$ é dada pela Equação 5.16, se G_l apresentar distribuição $\eta - \mu$, e pela Equação 5.17, se G_l tiver distribuição $\kappa - \mu$.

6.3 Desempenho do Receptor MRC em um Canal com Ruído Markovino e Desvanecimento $\eta - \mu$, $\kappa - \mu$ ou Markoviano

No modelo de ruído markoviano, o canal experimenta variações na potência do ruído regidas por meio de uma cadeia de Markov. Desta forma, a relação sinal-ruído instantânea em um canal com ruído markoviano e desvanecimento, na saída do receptor MRC pode ser definida como

$$\gamma = \sum_{l=1}^L G_l^2 \gamma_{bn} = \sum_{l=1}^L \frac{\gamma_l}{\delta_n^2}, \quad (6.15)$$

em que $\gamma_l = G_l^2 \gamma_b$, G_l denota o ganho do canal no l -ésimo ramo do combinador, $\gamma_{bn} = \gamma_b / \delta_n^2$ representa a relação sinal-ruído por *bit* em cada estado da cadeia de Markov que controla o ruído e δ_n^2 pertence ao vetor de escalonamento do ruído $\delta^2 = [1 \ \delta_2^2 \ \cdots \ \delta_N^2]$.

Assim, utilizando os resultados descritos por (CHO; YOON, 2002), e a análise apresentada na Seção 5.2, é possível escrever a probabilidade de erro do k -ésimo *bit* em um canal com ruído markoviano condicionada à γ como

$$P_b(k|\Gamma) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{a(i, M) \sum_{l=1}^L \frac{\gamma_l}{\delta_n^2}} \right). \quad (6.16)$$

Desta forma, utilizando a representação de Craig para a função erro complementar, é possível reescrever a Equação 6.16 como

$$P_b(k|\Gamma) = \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-\frac{a(i, M)}{\sin^2 \theta} \sum_{l=1}^L \frac{\gamma_l}{\delta_n^2} \right) d\theta. \quad (6.17)$$

Portanto, a probabilidade de erro média do k -ésimo *bit* é obtida tomando a média da Equação 6.17 pela FDP de Γ . Então, se os ganhos nos L ramos do combinador forem considerados i.i.d., a FDS de Γ pode ser escrita como

$$p_\Gamma(x) = \prod_{l=1}^L p_{\Gamma_l}(x) = [p_{\Gamma_1}(x)]^L, \quad (6.18)$$

o que permite escrever a média da Equação 6.17 como

$$\begin{aligned}
 P_b(k) &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \prod_{l=1}^L \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta} \sum_{l=1}^L \gamma_l\right) p_{\Gamma_l}(\gamma) d\gamma_l d\theta \\
 &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta} \sum_{l=1}^L \gamma_l\right) p_{\Gamma_l}(\gamma) d\gamma_l \right]^L d\theta,
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

que, utilizando o resultado apresentado na Equação 6.9, torna-se

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{\Gamma_l}^L \left(\frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta} \right) d\theta, \tag{6.20}$$

em que $M_{\Gamma_l}(s)$ é definida pela Equação 6.12, se G_l tiver distribuição $\eta - \mu$ ou $\kappa - \mu$, ou pela Equação 6.14, se G_l for modelado segundo uma cadeia de Markov.

Desta forma, a probabilidade de erro de *bits* de um esquema de modulação M -QAM, em um canal com ruído markoviano e desvanecimento, utilizando o receptor MRC por ser escrita como

$$P_b = \frac{2}{\pi\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} c_n w(i, k, M) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{\Gamma_l}^L \left(\frac{a(i, M)}{\delta_n^2 \sin^2 \theta} \right) d\theta. \tag{6.21}$$

6.4 Avaliação Numérica

Os resultados obtidos baseiam-se no método de Monte Carlo para geração das variáveis aleatórias da distribuição $\kappa - \mu$ e $\eta - \mu$ e do ruído markoviano. Em cada simulação, um número de $N = 5 \times 10^5$ *bits* equiprováveis foi gerado e transmitido. A taxa de erro de *bits* foi calculada, na assunção de CSI perfeita, para cada valor de $\gamma_b = E_b/N_0$ e comparada com a BEP teórica dada pelas Equações 6.11 e 6.21 para um esquema de modulação 64-QAM.

Na Figura 6.2 é apresentado o desempenho do receptor MRC em dois cenários distintos. Em ambos os caso, o ruído no canal é modelado por um processo AWGN e o desvanecimento pela distribuição $\eta - \mu$ com $\eta = 0.5$, porém, diferentes valores de μ . Além disso, é avaliado o desempenho do receptor em função de $\gamma_b = E_b/N_0$ à medida que o número de ramos do receptor L aumenta. Como é observado, para um η fixo, menores valores de μ representam cenários com desvanecimento mais severo, adicionalmente, $\eta = 0.5$, indica um desbalanceamento entre as potências das componentes em fase e quadratura do sinal, o que contribui para a degradação da qualidade da transmissão. Dessa forma, como os resultados apontam, à medida que o número de ramos do combinador aumenta, o desempenho do receptor melhora, contudo, percebe-se que há uma diminuição no ganho de desempenho à medida que L cresce, por exemplo, no canal com

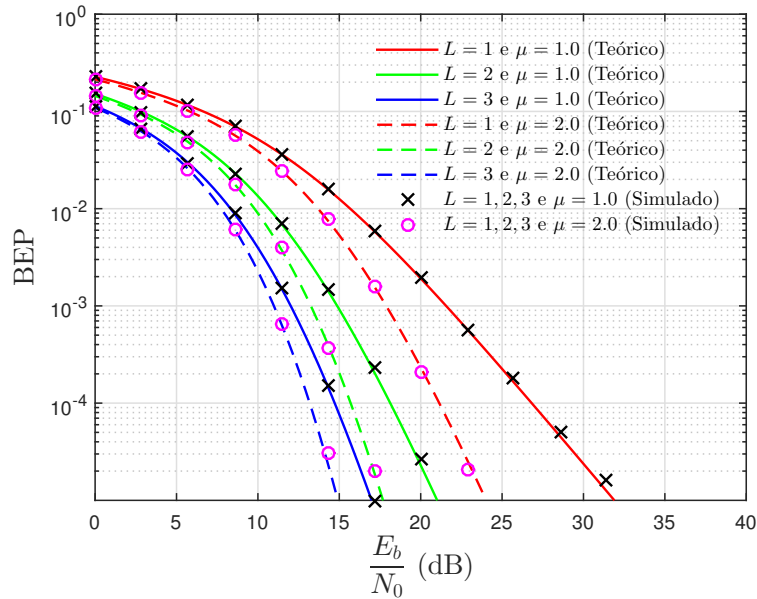


Figura 6.2 Probabilidade de erro de bits do receptor MRC em função da relação sinal-ruído em um canal com ruído AWGN e desvanecimento $\eta - \mu$.

$\mu = 1$, para uma BEP de 1×10^{-4} , há uma redução de 8,69 (dB) quando o número de ramos aumenta de um para dois, contudo, essa redução cai para 3,41 (dB) quando L aumenta de dois para três. Além disso, é observado que, à medida que o desvanecimento no canal torna-se mais brando, como por exemplo para $\mu = 2$, o ganho de desempenho do receptor MRC diminui.

A Figura 6.3, por sua vez, apresenta o desempenho do receptor MRC em um canal com ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$ com $\mu = 1, 1$ e $\kappa = \{2, 5\}$. Como o parâmetro κ representa a razão entre as potências das componentes especulares e difusas, seu aumento indica a presença de cenários com desvanecimento mais brando. Assim, como é observado em canais com desvanecimento $\eta - \mu$, o ganho de desempenho do receptor MRC diminui à medida que o desvanecimento no canal torna-se mais brando, por exemplo, para uma BEP de 1×10^{-4} , quando o número de ramos aumenta de um para dois, há uma redução de 14,48 (dB) no canal com $\kappa = 2$ e 9,08 (dB) quando $\kappa = 5$. Além disso, corroborando os resultados apresentados na Figura 6.2, é observado que o desempenho do receptor melhora quando o número de ramos L do combinador aumenta.

Na Figura 6.4 é apresentado o desempenho do receptor MRC em um canal com ruído AWGN e desvanecimento markoviano com dois estados em duas configurações distintas. Enquanto no primeiro cenário é utilizada a distribuição $\kappa - \mu$ com $\kappa = 2, 8$ e $\mu = 1$, equivalente ao modelo Rice com $K = 2, 8$, no primeiro estado e a distribuição $\eta - \mu$ com $\eta = \mu = 1$, que também modela a distribuição Nakagami- m com $m = 2$, no segundo estado, no segundo cenário são utilizadas as distribuições $\kappa - \mu$ com $\kappa = 2, 8$ e $\mu = 1, 5$ e $\eta - \mu$ com $\eta = 1$ e $\mu = 1.5$

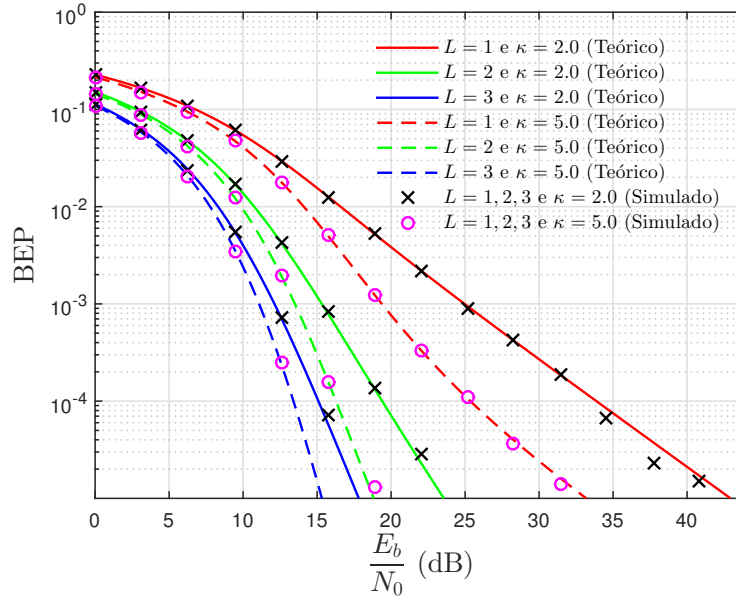


Figura 6.3 Probabilidade de erro de *bits* do receptor MRC em função da relação sinal-ruído em um canal com ruído AWGN e desvanecimento $\kappa - \mu$.

(Equivalente à Nakagami- m com $m = 3$) no primeiro e segundo estado, respectivamente. Em ambos os cenários, a matriz de probabilidade de transição é dada por

$$\mathbf{P}_g = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,1 & 0,9 \end{bmatrix}, \quad (6.22)$$

o vetor de tempos médios de permanência nos estados por

$$\bar{\mathbf{T}}_g = \begin{bmatrix} 0,4545 & 0,5455 \end{bmatrix}, \quad (6.23)$$

o vetor de probabilidades estacionárias por

$$\boldsymbol{\pi}_g = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,75 \end{bmatrix}, \quad (6.24)$$

e o vetor de probabilidades conjuntas por

$$P(\bar{\mathbf{T}}_g = \bar{t}_j, \mathbf{e} = j) = \begin{bmatrix} 0,3571 & 0,6429 \end{bmatrix}. \quad (6.25)$$

Assim, como pode ser observado na Figura 6.4, a presença do parâmetro $\mu = 1$ confere a esse cenário um modelo mais severo de desvanecimento. Adicionalmente, em concordância com os resultados apresentados nas Figuras 6.2 e 6.3, é possível observar que há um forte impacto na probabilidade de erro de *bits* com o aumento de $L = 1$, no qual não há o emprego da técnica de diversidade, para $L = 2$. Entretanto, percebe-se que, à medida que L aumenta, sua influência é reduzida, como pode ser observada, para o cenário no qual $\mu = 1$ que, para $L = 2, 3$ e 4 a BEP

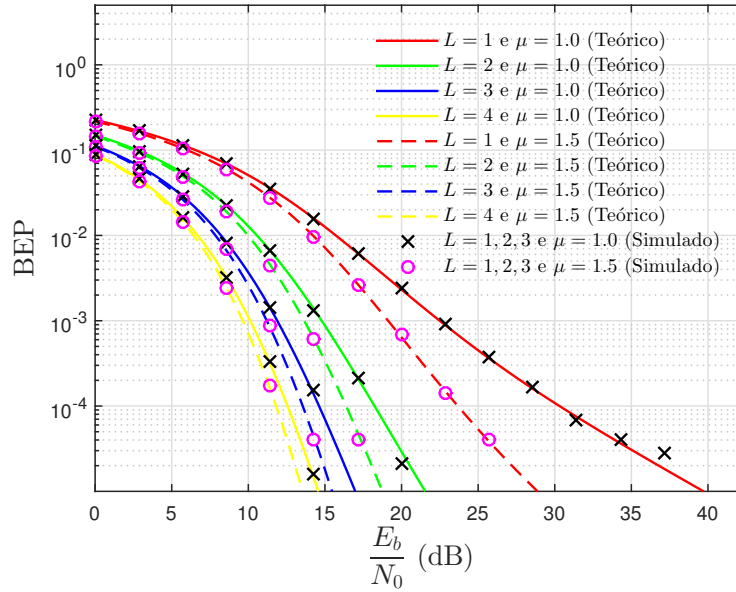


Figura 6.4 Probabilidade de erro de *bits* do receptor MRC em função da relação sinal-ruído em um canal com ruído AWGN e desvanecimento markoviano.

de 1×10^{-4} é obtida com $\gamma_b = 18,23$ (dB), $\gamma_b = 14,61$ (dB) e $\gamma_b = 12,55$ (dB) respectivamente.

Na Figura 6.5, por sua vez, são apresentadas as curvas de probabilidade de erro de *bits* em um canal com ruído e desvanecimento markovianos, em função da relação sinal-ruído γ_b para diferentes números de ramos do receptor MRC. Foi utilizado um modelo de desvanecimento markoviano com dois estados, o primeiro modelado pela distribuição $\kappa - \mu$ com $\kappa = 3$ e $\mu = 1$, e o segundo pela distribuição $\eta - \mu$ com $\eta = 1$ e $\mu = 2, 5$, matriz de probabilidades de transição, vetor de tempo médio de permanência nos estados, vetor de probabilidades estacionárias e vetor de probabilidades conjunta $P(\bar{T} = \bar{t}_j, e = j)$ dados, respectivamente, pelas Matrizes 6.22, 6.23, 6.24 e 6.25. No modelo de ruído markoviano, por sua vez, foi utilizada uma cadeia de Markov com dois estados com comportamento descrito pelo vetor de escalonamento

$$\delta^2 = \begin{bmatrix} 1 & 20 \end{bmatrix}, \quad (6.26)$$

matriz de probabilidade de transição

$$P_\omega = \begin{bmatrix} 0,70 & 0,30 \\ 0,35 & 0,65 \end{bmatrix}, \quad (6.27)$$

vetor de probabilidades estacionárias

$$\pi_\omega = \begin{bmatrix} 0,5385 & 0,4615 \end{bmatrix}, \quad (6.28)$$

vetor de tempos de permanência médias nos estados

$$\bar{\mathbf{T}}_{\omega} = \begin{bmatrix} 0,9091 & 0,0909 \end{bmatrix}, \quad (6.29)$$

e vetor de probabilidades conjuntas

$$P(\bar{\mathbf{T}} = \bar{t}_j, \mathbf{e} = j) = \begin{bmatrix} 0,5739 & 0,4261 \end{bmatrix}. \quad (6.30)$$

Assim, por meio das curvas obtidas, observa-se que a probabilidade de erro de *bits* além de decrescer com o aumento da relação sinal-ruído, sofre uma forte redução com o aumento do número de ramos do receptor. Contudo, a medida que o número de ramos aumenta, nota-se uma diminuição da influência do crescimento de L na probabilidade de erro de *bits*, o que reafirma os resultados apresentados nas Figuras 6.2 a 6.4. Além disso, como a técnica de diversidade espacial com o receptor MRC é utilizada para a diminuição dos efeitos do desvanecimento, nota-se que, à medida que o número de ramos L aumenta, os efeitos do ruído markoviano ficam mais evidentes, por exemplo, em torno da BEP de 5×10^{-3} há uma mudança no comportamento da curva provocada pelas transições do modelo de ruído para o segundo estado, o qual representa um cenário com uma relação sinal-ruído cerca de 13 (dB) inferior à relação sinal-ruído do primeiro estado. Além disso, ao analisar a curva para $L = 1$, é possível notar uma leve mudança na inclinação da curva da probabilidade de erro para uma BEP em torno de 2×10^{-4} provocada pela mudança de estados da cadeia de Markov que modela o desvanecimento. Contudo, devido ao uso do receptor MRC, esse efeito é suprimido para $L > 1$.

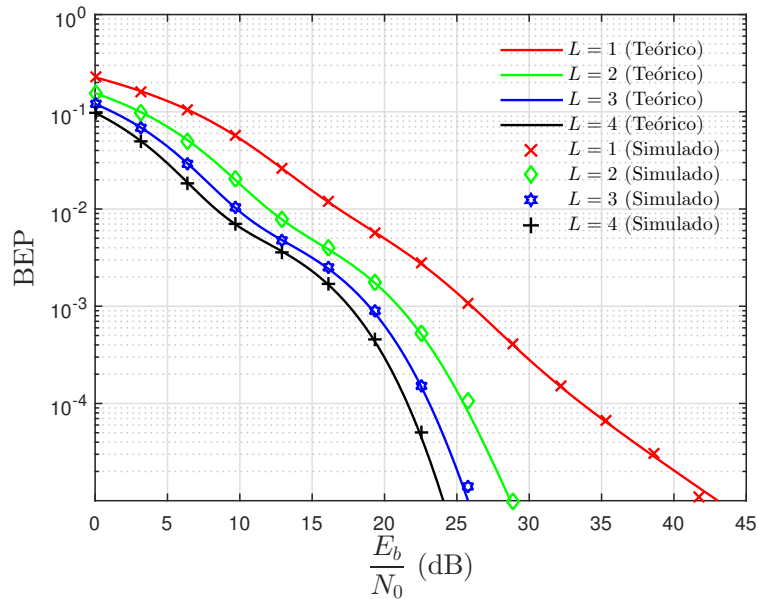


Figura 6.5 Probabilidade de erro de *bits* do receptor MRC em função da relação sinal-ruído em um canal com ruído e desvanecimento markovianos.

6.5 Conclusão do Capítulo

Este capítulo apresenta expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de bit do esquema M -QAM utilizando o receptor MRC em canais com ruído AWGN ou markoviano e desvanecimento $\eta - \mu$, $\kappa - \mu$ ou desvanecimento markoviano. Adicionalmente, é apresentada a avaliação da influência do aumento do número de ramos L do receptor na BEP para os modelos de canal apresentados nos Capítulos 4 e 5.

Com base nos resultados obtidos, é observado que a utilização da técnica de diversidade espacial recepção por razão de combinação máxima figura como uma excelente opção para a redução dos efeitos do desvanecimento sem aumento da potência transmitida ou da largura de banda do sinal.

Com relação ao número de ramos do receptor, os resultados apontam que, apesar do aumento de L contribuir para a melhora da eficiência do sistema, há uma redução no ganho de desempenho do receptor com o aumento desse parâmetro. Além disso, à medida que L aumenta, há a necessidade de disponibilidade de espaço no dispositivo devido ao aumento da quantidade de antenas receptoras. Apesar disso, é observado um bom desempenho com um número baixo de ramos do combinador, o que o torna viável mesmo com limitações de espaço nos dispositivos de recepção.

Quanto à avaliação do receptor MRC frente aos diferentes cenários de desvanecimento e ruído, foi observado que, devido à mitigação dos efeitos do desvanecimento com o aumento do número de ramos L do combinador, os efeitos do ruído multinível markoviano são evidenciados. Além disso, os resultados apontam que o receptor MRC apresenta maiores ganhos de desempenho com o aumento de L em canais com desvanecimento mais severo, tornando o receptor MRC uma boa alternativa para a melhora do desempenho do sistema em canais com condições de desvanecimento menos favoráveis.

No próximo capítulo, são apresentadas duas técnicas para a estimação dos parâmetros do modelo de ruído multinível markoviano. Além disso o desempenho dos estimadores é avaliado para cada parâmetro estimado por meio de simulações numéricas.

CAPÍTULO 7

Estimação de Parâmetros para o Modelo de Ruído Multinível Markoviano

Neste capítulo são apresentados dois métodos distintos para a estimação dos parâmetros do ruído impulsivo markoviano, um método baseado nos momentos da distribuição que modela o ruído e um método baseado na maximização da função de verossimilhança de suas amostras.

Para avaliar os métodos de estimação, foram produzidas simulações baseadas nos métodos de Monte Carlo para geração das amostras do ruído, com a finalidade de comparar o desempenho de ambos os estimadores para todos os parâmetros estimados.

7.1 Estimação pelo Método dos Momentos

Devido à sua simplicidade, o método dos momentos tem sido amplamente utilizado na literatura. Com aplicações desde a estimação de parâmetros de uma determinada distribuição (KAY, 2013), ou até mesmo no desenvolvimento de estimadores capazes de prever parâmetros como, por exemplo, a relação sinal ruído em um canal de comunicações (GHODESWAR; POONACHA, 2015; QUEIROZ et al., 2018).

Nesse método, os momentos teóricos e amostrais da variável aleatória de interesse são calculados e comparados para que os parâmetros de sua distribuição possam ser estimados. Dessa forma, se o ruído multinível markoviano tem função densidade de probabilidade dada por

$$p_{\omega}(x) = \sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(x), \quad (7.1)$$

em que c_n representa a probabilidade conjunta do ruído estar no n -ésimo estado por um tempo médio \bar{t}_n , expressa por

$$c_n = P(\bar{\mathbf{T}} = \bar{t}_n, e = n) = \frac{p_n(i)\bar{t}_n}{\sum_{v=1}^N p_v(i)\bar{t}_v}, \quad (7.2)$$

então, o k -ésimo momento de ω é dado por

$$\begin{aligned} E[w^k] &= \int_{-\infty}^{\infty} x^k p_\omega(x) dx \\ &= \sum_{n=1}^N c_n \int_{-\infty}^{\infty} x^k p_{\omega_n}(x) dx \\ &= \sum_{n=1}^N c_n \frac{1}{\sqrt{\pi\delta_n^2 N_0}} \int_{-\infty}^{\infty} x^k \exp\left[-\frac{x^2}{\delta_n^2 N_0}\right] dx. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Devido à anti-simetria do integrando da Equação 7.3, é possível afirmar que

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^k \exp\left[-\frac{x^2}{\delta_n^2 N_0}\right] dx = 0 \quad (7.4)$$

se k for ímpar, ou

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^k \exp\left[-\frac{x^2}{\delta_n^2 N_0}\right] dx = 2 \int_0^{\infty} x^k \exp\left[-\frac{x^2}{\delta_n^2 N_0}\right] dx \quad (7.5)$$

se k for par. Assim, realizando a mudança de variável

$$u(x) = \frac{x^2}{\delta_n^2 N_0}, \quad (7.6)$$

de modo que

$$dx = u^{-\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{\delta_n^2 N_0}}{2} du, \quad (7.7)$$

a Equação 7.3 pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} E[w^k] &= \sum_{n=1}^N c_n \frac{(\delta_n^2 N_0)^{\frac{k}{2}}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} u^{\frac{k-1}{2}} \exp(-u) dx \\ &= \sum_{n=1}^N c_n \frac{(\delta_n^2 N_0)^{\frac{k}{2}}}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right). \end{aligned} \quad (7.8)$$

Sabendo que o momento amostral de ordem k de uma variável aleatória qualquer é dado por

$$m_k = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S w_s^k, \quad (7.9)$$

em que S representa o número de amostras observadas, é possível obter estimadores para os parâmetros do ruído a partir da resolução do sistema de equações

$$\begin{cases} m_2 &= \sum_{n=1}^N c_n (\delta_n^2 N_0)^1 \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \\ m_4 &= \sum_{n=1}^N c_n (\delta_n^2 N_0)^2 \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) \\ \vdots & \\ m_{4N} &= \sum_{n=1}^N c_n (\delta_n^2 N_0)^{2N} \Gamma\left(\frac{4N+1}{2}\right) \end{cases}, \quad (7.10)$$

em que N representa o número de estados da cadeia de Markov que modela o ruído multinível.

7.2 Estimação pelo Método da Máxima Verossimilhança

Outro método bastante utilizado na estimação de parâmetros de uma determinada distribuição é o método baseado na maximização da função de verossimilhança. Desta forma, se $\omega_S = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_S\}$ é o vetor de S observações do ruído, cuja FDP é dada pela Equação 7.1, e $\theta_{2N} = \{c_n, N_{0n}\}$, com $n = 1, \dots, N$, o vetor de parâmetros a serem estimados, o estimador seleciona o vetor de parâmetros estimados $\hat{\theta}_{2N}$ de modo que (LEON-GARCIA, 2017)

$$l(\omega_S; \hat{\theta}_{2N}) = \max_{\theta_{2N}} l(\omega_S; \theta_{2N}), \quad (7.11)$$

em que $l(\omega_S; \theta_{2N})$ denota a função de verossimilhança do vetor das amostras observadas ω_S .

Desta forma, dado ω_S e o vetor de parâmetros a serem estimados θ_{2N} , sua função de verossimilhança pode ser escrita como

$$\begin{aligned} l(\omega_S; \theta_{2N}) &= l(\omega_1, \dots, \omega_S; c_n, N_{0n}) \\ &= p_\omega(\omega_1, \dots, \omega_S | c_n, N_{0n}), \end{aligned} \quad (7.12)$$

em que $p_\omega(\omega_1, \dots, \omega_S | c_n, N_{0n})$ representa a função densidade de probabilidade conjunta do vetor de amostras ω_S dado que os parâmetros estimados sejam dados por θ_{2N} . Além disso, sabendo

que as ω_s amostras observadas são independentes e identicamente distribuídas, é possível escrever a função de verossimilhança como

$$\begin{aligned} l(\boldsymbol{\omega}_S; \boldsymbol{\theta}_{2N}) &= \prod_{s=1}^S p_{\omega}(\omega_s | \boldsymbol{\theta}_{2N}) \\ &= \prod_{s=1}^S \sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(\omega_s | \boldsymbol{\theta}_{2N}). \end{aligned} \quad (7.13)$$

Portanto, a função log-verossimilhança é dada por

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\omega}_S; \boldsymbol{\theta}_{2N}) &= \sum_{s=1}^S \ln \{p_{\omega}(\omega_s | \boldsymbol{\theta}_{2N})\} \\ &= \sum_{s=1}^S \ln \left\{ \sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(\omega_s | \boldsymbol{\theta}_{2N}) \right\}. \end{aligned} \quad (7.14)$$

Sabendo que a função logarítmica é uma função monotonicamente crescente, maximizar a função log-verossimilhança equivale a maximizar $l(\boldsymbol{\omega}_S; \boldsymbol{\theta}_{2N})$. Desta forma, esse processo pode ser realizado igualando as primeiras derivadas parciais de $L(\boldsymbol{\omega}_S; \boldsymbol{\theta}_{2N})$, em relação aos parâmetros de interesse, a zero. Assim,

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}_{2N}} L(\boldsymbol{\omega}_S; \boldsymbol{\theta}_{2N}) = 0. \quad (7.15)$$

Se a função densidade de probabilidade do ruído no n -ésimo estado da cadeia de Markov for dada por

$$p_{\omega_n}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_{0n}}} e^{-\frac{x^2}{N_{0n}}}, \quad (7.16)$$

em que $N_{0n} = \delta_n^2 N_0$, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial N_{0n}} L(\boldsymbol{\omega}_S; \boldsymbol{\theta}_{2N}) &= \sum_{s=1}^S \frac{\partial}{\partial N_{0n}} \ln \left\{ \sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(\omega_s) \right\} \\ &= \sum_{s=1}^S \frac{c_n p_{\omega_n}(\omega_s) \left[N_{0n}^{-2} \omega_s^2 - \frac{N_{0n}^{-1}}{2} \right]}{\sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(\omega_s)}. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Definindo

$$\gamma_n(\omega_s) = \frac{p_{\omega_n}(\omega_s)}{\sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(\omega_s)} \quad (7.18)$$

e igualando a Equação 7.17 a zero, é possível obter

$$N_{0n} = 2 \frac{\sum_{s=1}^S \omega_s^2 \gamma_n(\omega_s)}{\sum_{s=1}^S \gamma_n(\omega_s)}. \quad (7.19)$$

A obtenção da estimativa de c_n com $n = 1, \dots, N$, dada a restrição

$$\sum_{n=1}^N c_n = 1,$$

deve ser obtida com o auxílio da técnica dos multiplicadores de Lagrange. Então, definindo a função

$$\mathcal{G}(\omega_S; \theta_{2N}) = L(\omega_S; \theta_{2N}) + \lambda \left(\sum_{n=1}^N c_n + 1 \right), \quad (7.20)$$

derivando-a em relação a c_n , multiplicando a equação resultante por c_n e somando para todos os N , é possível mostrar que $\lambda = -S$. Assim, utilizando esse resultado, é possível eliminar a dependência do parâmetro λ , resultando em

$$c_n = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S c_n \gamma_n(\omega_s). \quad (7.21)$$

Como as equações que definem os estimadores dos parâmetros de interesse dependem dos próprios parâmetro a serem estimados, faz-se necessário a utilização de métodos iterativos para resolvê-las.

Portanto, utilizando as Equações 7.14, 7.18, 7.19 e 7.21, é possível obter as estimativas de N_{0n} e c_n por meio do algoritmo EM descrito por

1– Inicialize os parâmetros N_{0n} e c_n e calcule o valor de $L(\omega_S; \theta_{2N})$,

$$L(\omega_S; \theta_{2N}) = \sum_{s=1}^S \ln \left\{ \sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(\omega_s | \theta_{2N}) \right\};$$

2– Calcule $\gamma_n(\omega_s)$ para os valores observados das S amostras e para os N estados da cadeia de Markov, com base nos parâmetros inicializados no passo 1,

$$\gamma_n(\omega_s) = \frac{p_{\omega_n}(\omega_s)}{\sum_{n=1}^N c_n p_{\omega_n}(\omega_s)};$$

3– Estime os novos valores de N_{0n} e c_n ,

$$N_{0n} = 2 \frac{\sum_{s=1}^S \omega_s^2 \gamma_n(\omega_s)}{\sum_{s=1}^S \gamma_n(\omega_s)}$$

e

$$c_n = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S c_n \gamma_n(\omega_s);$$

- 4– Calcule o novo valor de $L(\omega_s; \theta_{2N})$ e compare com o valor obtido anteriormente. Se a convergência for atingida encerre o processo, caso contrário retome o procedimento a partir do passo 2.

7.3 Avaliação Numérica

Os resultados obtidos baseiam-se no método de Monte Carlo para geração das variáveis aleatórias do ruído multinível markoviano. Para cada valor de NRMSE (*Normalized Root Mean Square Error*), média e variância da estimativa obtido, o parâmetro de interesse foi estimado 50 vezes.

O NRMSE das estimativas de um determinado parâmetro θ_i pode ser obtido por meio de

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\hat{\theta}_i - \theta_i)^2}}{\theta_i}, \quad (7.22)$$

em que $\hat{\theta}_i$ representa a estimativa e θ_i , o parâmetro de interesse.

Foi utilizado um modelo de ruído impulsivo markoviano com dois estados. Assim, utilizando a restrição $\sum_{n=1}^2 c_n = 1$, o sistema não-linear dado pela Equação 7.10 torna-se um sistema com três incógnitas e três equações, cuja solução, em forma fechada, é dada por (KAY, 2013)

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v}{B} \\ \frac{u + \sqrt{u^2 - 4v}}{2} \\ \frac{m_2 - B}{A - B} \\ \frac{m_2 - A}{B - A} \end{bmatrix}, \quad (7.23)$$

em que

$$u = \frac{m_6 - 5m_4m_2}{5m_4 - 15m_2^2}, \quad (7.24)$$

$$v = m_2u - \frac{m_4}{3}, \quad (7.25)$$

$$N_0 = 2A \quad (7.26)$$

e

$$\delta^2 = \frac{1}{A} [A \ B]. \quad (7.27)$$

Assim, utilizando os resultados obtidos nas Equações 7.23 a 7.27 e na Seção 7.2, foram geradas as Figuras 7.1 a 7.12.

Nas Figuras 7.1 a 7.4 são comparados os desempenhos dos estimadores MoM e MLE, por meio do algoritmo EM, na estimativa do parâmetro c_2 , para um ruído markoviano com dois estados, com potência $N_0 = 10$ e vetor de escalonamento $\delta^2 = [1 \ 30]$.

Na Figura 7.1 é possível notar uma forte aderência entre as médias das estimativas de c_2 em função do seu valor real para todos os valores analisados, quando o estimador EM é utilizado. Por outro lado, foram observadas oscilações nas médias das estimativas obtidas com o estimador MoM, para valores de c_2 maiores que 0,6. Ao analisar a Figura 7.2, por sua vez, é possível afirmar que, embora o estimador EM comece a convergir com um número baixo de amostras, o aumento de S é suficiente para diminuir as oscilações das médias das estimativas obtidas por meio do estimador MoM. Além disso, por meio dessas figuras, é possível afirmar que ambos os métodos produzem estimadores de c_2 não polarizados, ou seja $\hat{c}_2 \rightarrow c_2$, à medida que S aumenta.

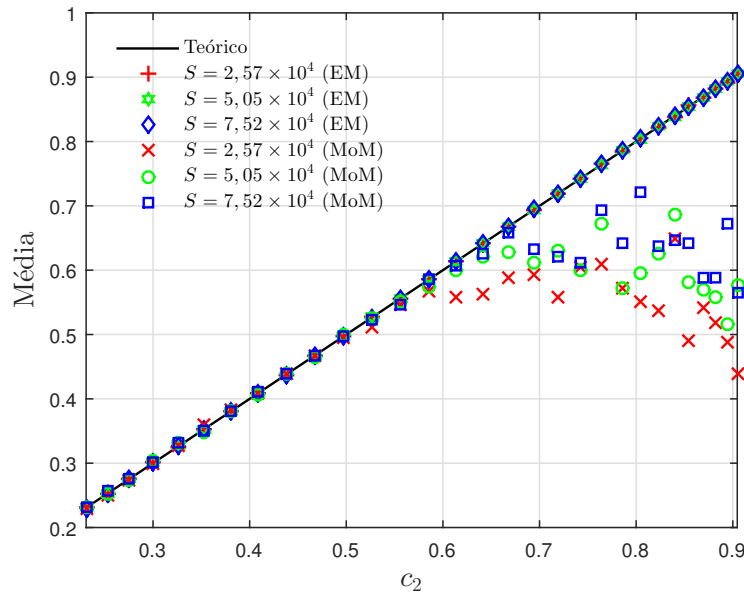


Figura 7.1 Média das estimativas de c_2 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S .

Nas Figuras 7.3 e 7.4 são analisados, respectivamente, o NRMSE e a variância das estimativas. Enquanto na Figura 7.3 o NRMSE é avaliado em função do número de amostras, o que permite observar a melhoria de desempenho dos estimadores à medida que S aumenta, na Figura 7.4 é avaliada a variância em função do parâmetro estimado c_2 , a qual mostra uma rápida degradação do desempenho do estimador MoM quando comparado com o estimador EM. Por

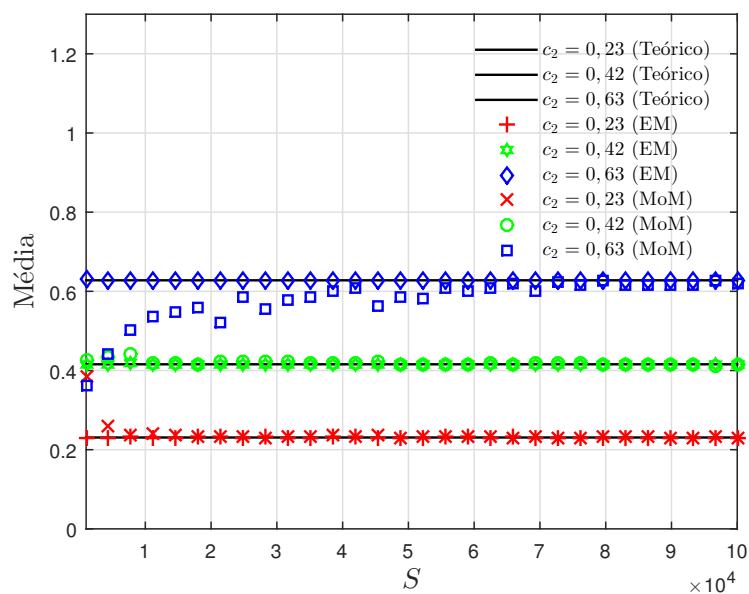


Figura 7.2 Média das estimativas de c_2 em função do número de amostras S , para diferentes valores de c_2 .

meio desses resultados, ainda é possível afirmar que, embora o aumento de S possibilite uma melhoria no desempenho do estimador MoM, o número de amostras necessário para tornar o desempenho do estimador MoM comparável ao desempenho do estimador EM, principalmente à medida que c_2 aumenta, torna-se inviável devido ao tempo de aquisição das amostras.

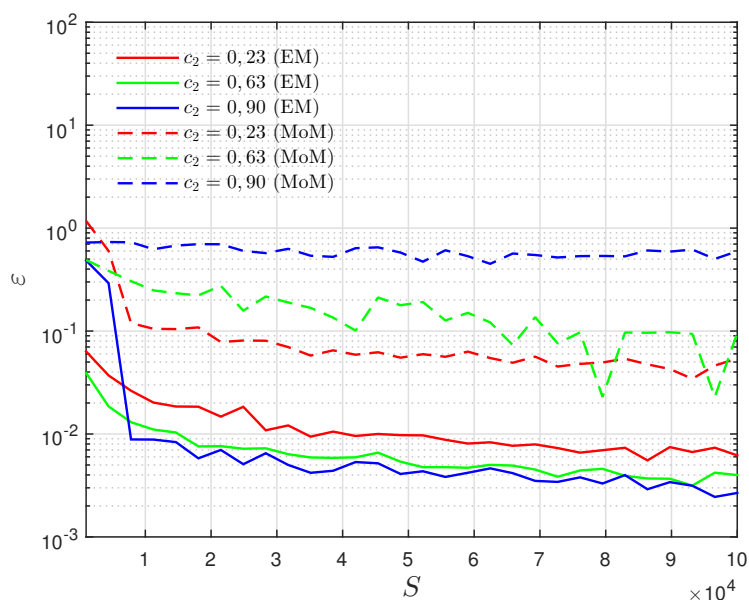


Figura 7.3 NRMSE das estimativas de c_2 em função do número de amostras S , para diferentes valores de c_2 .

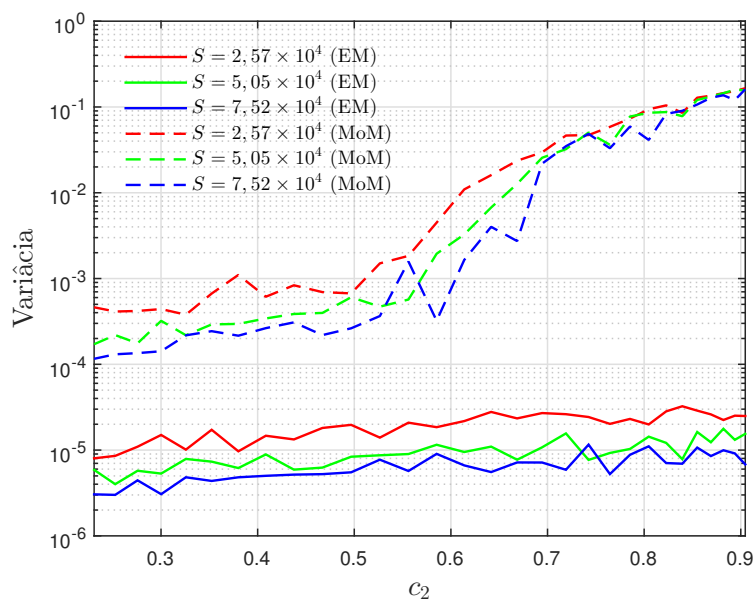


Figura 7.4 Variância das estimativas de c_2 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S .

Nas Figuras 7.5 a 7.8 foram comparados os desempenhos dos estimadores MoM e EM, na estimativa do parâmetro δ_2 , para um ruído markoviano com dois estados, com potência $N_0 = 10$ e $c_2 = 0.4868$.

As Figuras 7.5 e 7.6 mostram o comportamento dos valores médios das estimativas de δ_2^2 utilizando os estimadores MoM e EM. Enquanto na Figura 7.5 são apresentadas as médias das estimativas em função do seu valor real, o que nos permite perceber a perda de precisão

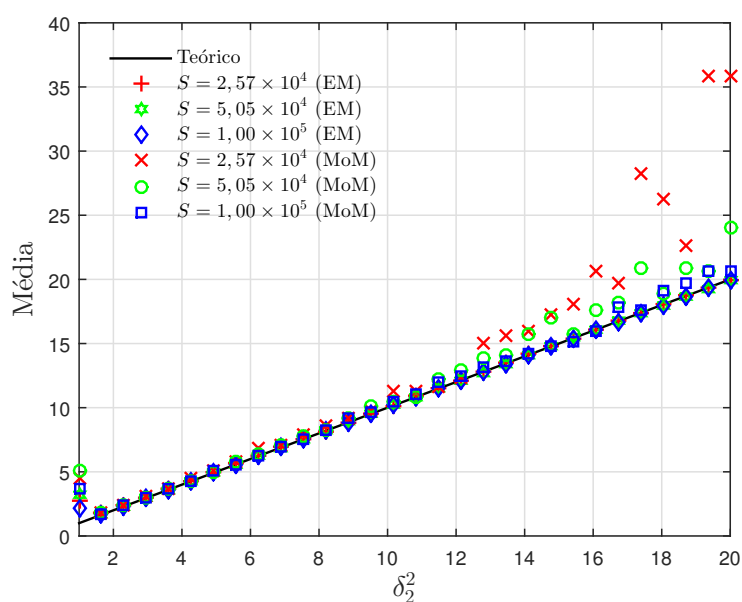


Figura 7.5 Média das estimativas de δ_2^2 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S .

do estimador MoM à medida que δ_2^2 aumenta, na Figura 7.6 são apresentadas as médias das estimativas de δ_2^2 em função do número de amostras S , o que nos permite afirmar que o aumento no número de amostras possibilita uma melhoria no estimador MoM à medida que δ_2^2 aumenta. Ainda por meio destas figuras é possível notar que ambos os estimadores apresentam um mau desempenho para $\delta_2^2 = 1$, pois, nessa condição, o modelo de ruído markoviano passa a ter dois estados equivalentes, podendo ser modelado por um processo AWNG. Desta forma, os erros na estimativa de δ_2^2 não introduzem erros na FDP do ruído, pois, nessa condição, $\hat{c}_2 \approx 0$.

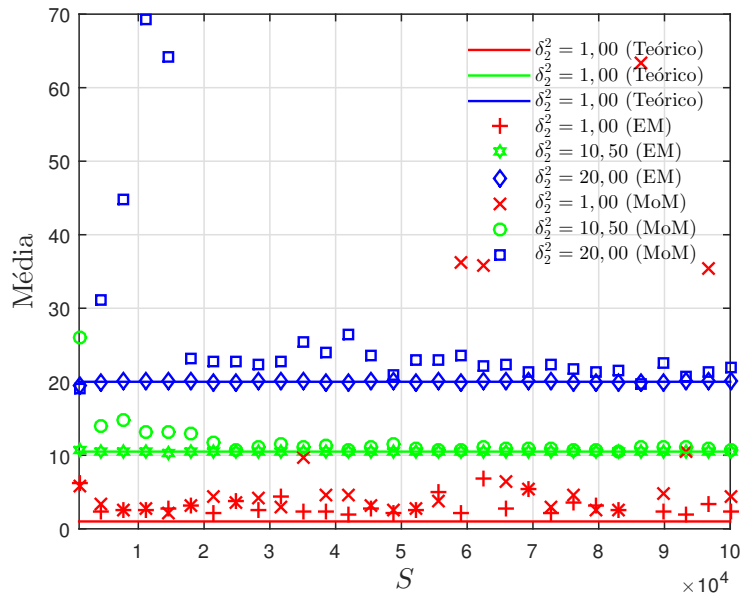


Figura 7.6 Média das estimativas de δ_2^2 em função do número de amostras S , para diferentes valores de δ_2 .

Na Figura 7.7, por sua vez, são apresentados os comportamentos NRMSE das estimativas de δ_2^2 em função do número de amostras, para ambos os estimadores. Como esperado, é observada uma redução do NRMSE com o aumento de S . Além disso, pode-se afirmar que o estimador MoM apresenta um desempenho bastante inferior ao EM, obtendo um NRMSE em torno de $7,5 \times 10^{-1}$, para $\delta_2^2 = 5,75$, com $S \approx 6,9 \times 10^4$, enquanto o estimador EM obtém valores semelhantes de NRMSE para $S \approx 4,4 \times 10^3$. A Figura 7.8, por outro lado, apresenta o comportamento da variância das estimativas de δ_2^2 em função do valor real do parâmetro estimado. Mais uma vez, é possível notar a instabilidade de ambos os estimadores na predição dos valores de δ_2^2 em torno de um. Além disso, apesar de ambos os estimadores poderem ser classificados como estimadores de variância mínima, como pode ser observado para $2 < \delta_2^2 < 4$, o MoM apresenta um crescimento mais acentuado nas curvas da variância à medida que δ_2^2 aumenta, o que comprova uma degradação mais rápida do estimador MoM quando comparado com o EM.

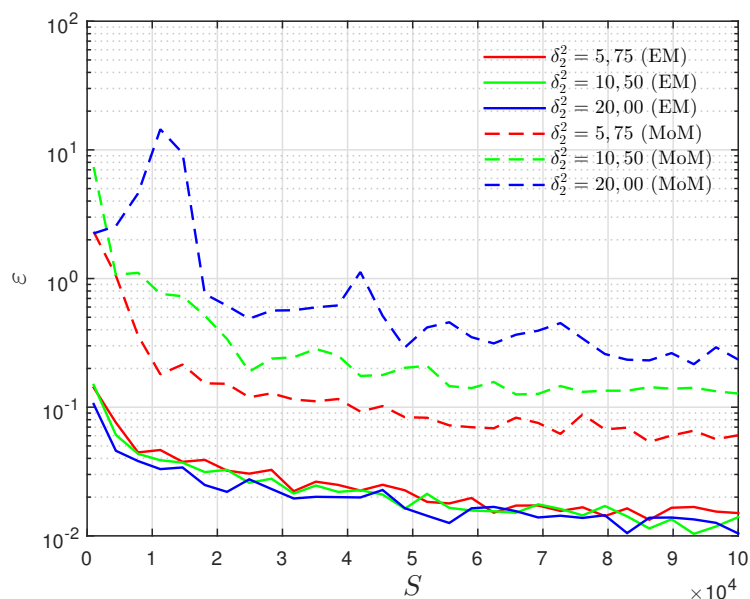


Figura 7.7 NRMSE das estimativas de δ_2^2 em função do número de amostras S , para diferentes valores de δ_2^2 .

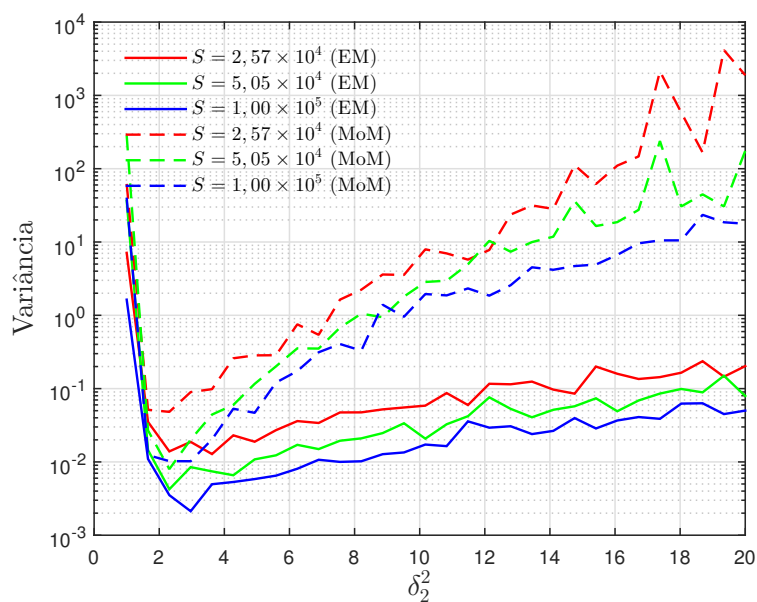


Figura 7.8 Variância das estimativas de δ_2^2 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S .

Nas Figuras 7.9 a 7.12 foram comparados os desempenhos dos estimadores MoM e EM, na estimativa do parâmetro N_0 , para um ruído markoviano com dois estados, com vetor de escalonamento $\delta^2 = [1 \ 30]$ e $c_2 = 0.5455$.

Nas Figuras 7.9 e 7.10 são comparados os desempenhos dos estimadores MoM e EM referentes às médias das estimativas de N_0 . Na Figura 7.9 percebe-se que, enquanto as médias das estimativas obtidas por meio do estimador EM apresentam uma boa aderência aos seus

valores reais, os resultados obtidos por meio do estimador MoM apresentam maiores flutuações em torno do valor real de N_0 , à medida que este aumenta. Na Figura 7.10, por sua vez, é mostrado que as oscilações das médias das estimativas podem ser reduzidas, para ambos os estimadores, com o aumento do número de amostras.

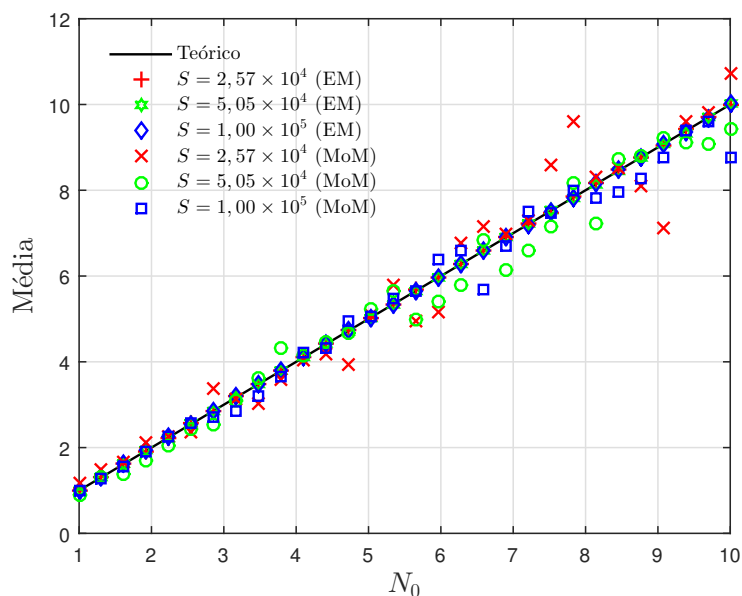


Figura 7.9 Média das estimativas de N_0 em função do seu valor real para, diferentes números de amostras S .

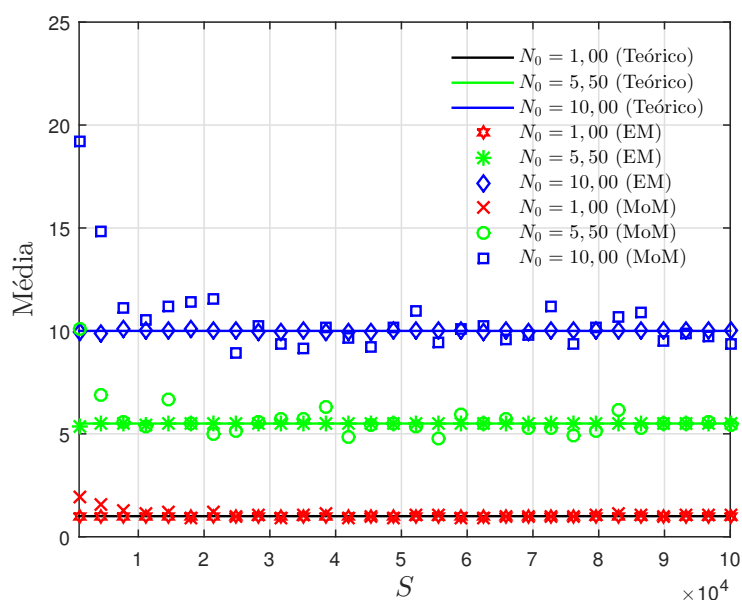


Figura 7.10 Média das estimativas de N_0 em função do número de amostras S , para diferentes valores de N_0 .

Aliadas às médias das estimativas, as curvas do NRMSE e da variância de \hat{N}_0 apresentadas respectivamente nas Figuras 7.11 e 7.12, fornecem excelentes indicadores da qualidade de

ambos os estimadores. Como pode ser observado na Figura 7.11, embora o NRMSE de ambos os estimadores decresça com o aumento do número de amostras, há uma diferença significativa entre o desempenho do MoM e do EM, resultado também confirmado com a análise da variância apresentada na Figura 7.12.

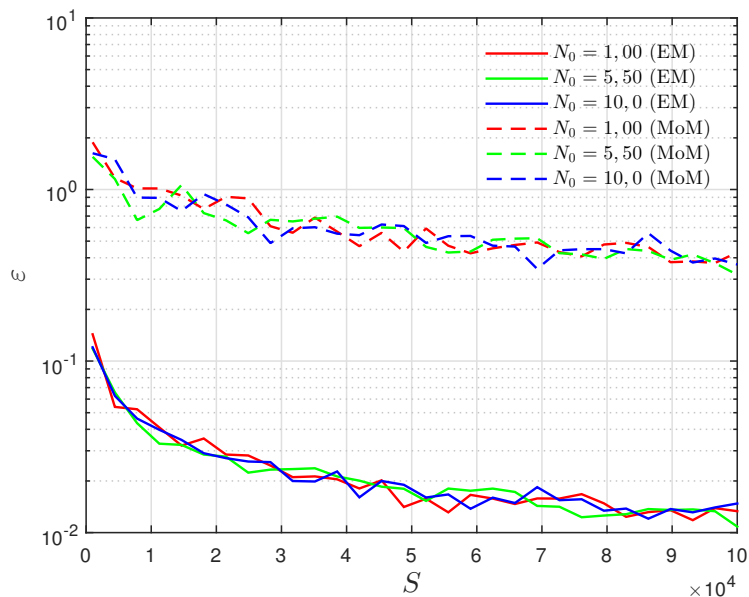


Figura 7.11 NRMSE das estimativas de N_0 em função do número de amostras S , para diferentes valores de N_0 .

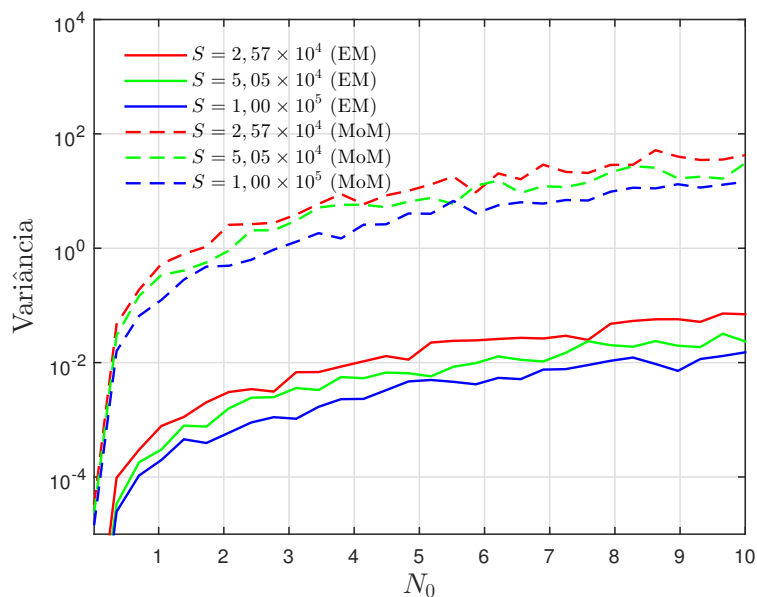


Figura 7.12 Variância das estimativas de N_0 em função do seu valor real, para diferentes números de amostras S .

Apesar do estimador MoM apresentar um desempenho inferior ao EM, o estimador MLE, por meio do algoritmo EM, pode demorar a convergir dependendo do critério de conver-

gência assumido, ou dos valores atribuídos na inicialização das variáveis. Assim, uma forma de reduzir o tempo de convergência do algoritmo EM é utilizar, como valores iniciais, as estimativas obtidas por meio do estimador MoM.

7.4 Conclusão do Capítulo

Este capítulo apresenta dois métodos distintos para a estimativa dos parâmetros do ruído markoviano, o método dos momentos e o método baseado na maximização da função de verossimilhança, por meio do algoritmo EM.

A análise do desempenho dos estimadores foi feita de forma numérica, por meio de simulações baseadas nos métodos de Monte Carlo, avaliando o impacto da variação dos parâmetros estimados e do número de amostras em ambos os estimadores.

Com base nos dados observados, é possível afirmar que, para todos os parâmetros estimados, o estimador MoM apresenta um desempenho inferior ao EM, quando avaliados sob mesmas condições. Além disso, pôde-se notar que o aumento do número de amostras é capaz de reduzir eventuais oscilações das médias das estimativas, sobretudo do estimador MoM, indicando que ambos os estimadores são não polarizados assintoticamente.

Quanto ao desempenho dos métodos na estimativa de c_2 , é observada uma forte degradação na qualidade dos resultados obtidos com o método MoM à medida que c_2 aumenta, por outro lado, a qualidade das estimativas obtidas com o estimador EM permanecem estáveis para todos os valores de c_2 avaliados.

Na análise dos métodos na obtenção de estimativas de δ_2^2 é observado que, ainda que haja perda de precisão dos estimadores quando $\delta_2^2 = 1$, a FDP com os parâmetros estimados apresenta uma boa aderência à FDP real do modelo de ruído. Além disso, apesar da melhoria no desempenho dos estimadores quando $\delta_2^2 > 1$, valores elevados deste parâmetro provocam instabilidades nas estimativas obtidas com o método MoM, sendo necessário um maior número de amostras para a obtenção de resultados confiáveis.

A análise dos métodos quanto às estimativas de N_0 aponta uma forte aderência dos resultados obtidos com o estimador EM, por outro lado, são observadas flutuações nas estimativas obtidas com o método MoM. Além disso, de modo semelhante aos demais parâmetros, com o aumento de N_0 é percebida uma diminuição do desempenho de ambos os estimadores. Embora o aumento do número de amostras contribua para a obtenção de estimativas mais confiáveis, o desempenho do estimador MoM, na estimativa de N_0 , é bastante inferior ao EM, mesmo com um número de amostras cem vezes maior.

De modo geral, apesar do estimador pelo método dos momentos apresentar um desempenho inferior, em todos os parâmetros estimados, ao método baseado na maximização da função de verossimilhança, utilizando o algoritmo EM, suas estimativas podem ser utilizadas para a inicialização das variáveis de entrada deste algoritmo, a fim de diminuir o tempo de processamento e assegurar a convergência do mesmo.

CAPÍTULO 8

Considerações Finais

Nesta dissertação foi avaliado o desempenho do receptor de máxima verossimilhança em diferentes modelos de canais com ruído e desvanecimento. Motivado pelos desafios que acompanham as novas tecnologias alvo do novo padrão 5G, foram desenvolvidas expressões para a probabilidade de erro de *bits* em modelos de canais mais dinâmicos e realistas que incorporam variações nos ganhos do canal e na potência do ruído utilizando a teoria de cadeias de Markov.

As expressões obtidas a partir dos modelos de desvanecimento generalizado, utilizando cadeias de Markov, também são capazes de modelar distribuições de desvanecimento convencionais, como as distribuições Nakagami- m e Rice, ou modelos generalizados como o $\eta - \mu$ e o $\kappa - \mu$, quando o número de estados da FSMC (*Finite State Markov Chain*) é reduzido para um. Assim, além de incorporar modelos nos quais as distribuições de desvanecimento mudam com o tempo, segundo uma cadeia de markov, o modelo estudado descreve as distribuições de probabilidade convencionais apresentadas na literatura.

A análise de desempenho do esquema de modulação M -QAM (*M-ary Quadrature Amplitude Modulation*) em um canal sujeito ao modelo de desvanecimento markoviano, quando os estados são modelados pelas ditribuições $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$, revelou que a melhora na qualidade da transmissão provocada pelo aumento do parâmetro μ ou κ em canais com desvanecimento $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$ pode ser limitada devido à presença de um estado no qual o desvanecimento é mais severo, no modelo de desvanecimento markoviano. Adicionalmente, modelos apresentados na literatura têm dificuldade de ajustar amostras obtidas quando há a presunção de uma distribuição multimodal tornando o modelo de desvanecimento markoviano uma alternativa atraente para a modelagem de canais dinâmicos e realistas.

Os resultados obtidos a partir dos modelos de ruído multinível markoviano apresentaram comportamentos bastante expressivos. Foi observado que a presença de um estado com ruído com potência mais elevada é capaz de limitar a taxa de decrescimento da probabilidade de erro de *bits* à medida que a relação sinal-ruído aumenta. Foi observado que, mesmo com baixa probabilidade de ocorrência, estados com maiores potência de ruído provocam uma perda

de eficiência do receptor devido ao surgimento de erros de *bit* em rajada. Além disso, os resultados apresentados utilizando a modelagem simultânea do ruído e desvanecimento por meio de cadeias de Markov representam resultados novos na literatura.

O emprego do receptor MRC (*Maximum Ration Combining*), por sua vez, embora capaz de reduzir os efeitos do desvanecimento markoviano, provocando a diminuição da probabilidade de erro de *bits* à medida que o número de ramos do combinador aumenta, evidencia os efeitos do ruído markoviano presentes no canal, assim, foi observado que há a necessidade do estudo de técnicas capazes de mitigar os efeitos do ruído markoviano, com a finalidade de melhorar o desempenho do sistema.

Além do estudo dos efeitos produzidos pelos modelos de desvanecimento e ruído markovianos, nesta dissertação foram analisadas técnicas para a estimação dos parâmetro do modelo de ruído proposto. Foram avaliadas duas técnicas de estimação, uma baseada no método dos momentos, e outra na maximização da função de verossimilhança por meio do algoritmo EM. Foi observado que, embora o estimador MoM apresente um desempenho bastante inferior ao estimador EM, para todos os parâmetros estimados do ruído multinível markoviano, suas estimativas podem ser utilizadas para alimentar o algoritmo EM com a finalidade de garantir sua convergência. Adicionalmente, pode-se afirmar que o aumento no número de amostras tem um forte impacto na qualidade das estimativas.

Por fim, com base nos resultado obtidos, foi observado que a utilização da modelagem simultânea do desvanecimento e do ruído por meio de FSMC é capaz de modelar diferentes cenários reais e compõem resultados inéditos na literatura.

8.1 Propostas de Trabalhos Futuros

Para a continuação desse trabalho, são consideradas as seguintes propostas:

- Estudar técnicas para a estimação dos parâmetros do desvanecimento markoviano, como matriz de probabilidades de transição P , vetor de tempo médio de permanência nos estados T e parâmetros das distribuições que modelam cada estado da cadeia simultaneamente,
- Estudar o emprego de esquema de modulação digital diferentes como o R -QAM, ou o θ -QAM,
- Incorporar o efeito do desvanecimento de larga escala no modelo de desvanecimento markoviano,
- Realizar testes de ajustes de curva com base em dados reais para comprovar a viabilidade dos modelos markovianos
- Propor técnicas capazes de mitigar os efeitos do ruído markoviano.

8.2 Publicações

1. “BEP do Esquema M -QAM sob Desvanecimento η - μ com o Combinador MRC” – Publicado no XXXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT 2018).
2. “*Bit Error Probability of M -QAM Subject to Impulsive Noise and Rayleigh Fading*” – Publicado no XXXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT 2018).
3. “Análise da Estimação de Canal em Sistemas MU-MIMO Multicelulares”, Publicado na VIII Conferência Nacional em Comunicações, Redes e Segurança da Informação (ENCOM 2018).
4. “*Influence of the Pilot Sequence Assignment on the Performance of Multiuser Massive MIMO Systems*” – Publicado na IEEE Latin-American Conference on Communications (LATINCOM 2018).
5. “Estimação dos Parâmetros do Ruído Impulsivo por meio do Método dos Momentos do Método da Máxima Verossimilhança” – Publicado no MOMAG 2018.
6. “*Closed-Form Expression for the Bit Error Probability of the M -QAM for a Channel Subjected to Impulsive Noise and Nakagami Fading*”, Wireless Communications and Mobile Computing, Wiley Hindawi.

Referências Bibliográficas

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. *Handbook of Mathematical Functions*. [S.l.]: Dover Publications, 1965.

ALENCAR, M. S. de. *Probabilidade e Processos Estocásticos*. 1. ed. São Paulo, Brasil: Ed. Érica, 2008.

ALENCAR, M. S. de. *Telefonia Celular Digital*. 3. ed. São Paulo, Brasil: Ed. Érica, 2013.

ARAÚJO, E. R. et al. On Gated Gaussian Impulsive Noise in M-QAM with Optimum Receivers. *Journal of Communication and Information Systems*, v. 30, n. 1, 2015.

AYDEMIR, M.; CENGIZ, K. Emerging Infrastructure and Technology Challenges in 5G Wireless Networks. In: IEEE. *Computer and Energy Science (SpliTech), 2017 2nd International Multidisciplinary Conference on*. [S.l.], 2017. p. 1–5.

BOJKOVIC, Z. S.; BAKMAZ, M. R.; BAKMAZ, B. M. Research Challenges for 5G Cellular Architecture. In: IEEE. *12th International Conference on Telecommunication in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS)*. [S.l.], 2015. p. 215–222.

CHEFFENA, M. Propagation Channel Characteristics of Industrial Wireless Sensor Networks [Wireless Corner]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, IEEE, v. 58, n. 1, p. 66–73, 2016.

CHEN, R. et al. Link Connectivity Under more Realistic Channel Model for Vehicle-to-Vehicle Communications. *International Journal of Ad Hoc and Ubiquitous Computing*, Inderscience Publishers (IEL), v. 22, n. 1, p. 35–47, 2016.

CHO, K.; YOON, D. On the General BER Expression of One- and Two-dimensional Amplitude Modulations. *IEEE Transactions on Communications*, v. 50, n. 7, p. 1074–1080, Jul. 2002.

CHUNG, W. H.; YAO, K. Modified Hidden Semi-Markov Model for Modelling the Flat Fading Channel. *IEEE Transactions on Communications*, v. 57, n. 6, p. 1806–1814, Jun. 2009.

CRAIG, J. W. A New, Simple and Exact Result for Calculating the Probability of Error for Two-Dimensional Signal Constellations. In: *MILCOM 91 - Conference record*. [S.l.: s.n.], 1991. v. 2, p. 571–575.

DAHLMAN, E. et al. 5G Wireless Access: Requirements and Realization. *IEEE Communications Magazine*, v. 52, n. 12, p. ", 2014.

-
- ERMOLOVA, N. Y. Moment Generating Functions of the Generalized η - μ and k - μ Distributions and their Applications to Performance Evaluations of Communication Systems. *IEEE Communications Letters*, IEEE, v. 12, n. 7, 2008.
- FERDINANDO, E. M. *Estatísticas de Ordem Superior do Desvanecimento Kappa-Mu Extreme*. Campinas, São Paulo: [s.n.], 2013.
- FERNÁNDEZ, J. Modelling Impulsive Interference in DVB-T: Statistical Analysis, Test Waveforms and Receiver Performance. *EBU Technical Review*, 2004.
- FORD, R. et al. Markov Channel-Based Performance Analysis for Millimeter Wave Mobile Networks. *2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, p. 1–6, Mar. 2017.
- GHODESWAR, S.; POONACHA, P. G. Tenth Order Envelope Moment Based SNR Estimation Technique Using Newton-Raphson Method for AWGN and Rician Channels. In: *IEEE International Conference on Communication, Information & Computing Technology (ICCICT)*. [S.l.], 2015. p. 1–6.
- GOLDSMITH, A. *Wireless Communications*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2005.
- GOMES, R. D. et al. Desafios de Redes de Sensores sem Fio Industriais. *Revista de Tecnologia da Informação e Comunicação*, v. 4, n. 1, 2014.
- GRADSHTEYN, I. S.; RYZHIK, I. M. *Table of Integrals, Series, and Products*. 7th. ed. [S.l.]: Academic press, 2014.
- GUPTA, A.; JHA, R. K. A Survey of 5G Network: Architecture and Emerging Technologies. *IEEE Access*, v. 3, p. 1206–1232, 2015.
- JÄRVELÄINEN, J. et al. Evaluation of Millimeter-wave Line-of-Sight Probability with Point Cloud Data. *IEEE Wireless Communications Letters*, IEEE, v. 5, n. 3, p. 228–231, 2016.
- KAY, S. M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2013.
- LEON-GARCIA, A. *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2017.
- LIU, X. et al. Wireless Channel Modeling and Performance Analysis Based on Markov Chain. In: *2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 2256–2260.
- MACCARTNEY, G. R. et al. Millimeter-Wave Human Blockage at 73 GHz with a Simple Double Knife-Edge Diffraction Model and Extension for Directional Antennas. In: *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall), 2016 IEEE 84th*. [S.l.], 2016. p. 1–6.
- NAKAGAMI, M. The m -Distribution-A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading. *Statistical Method of Radio Propagation*, Pergamon Press, p. 3–34, 1960.
- OLOFSSON, T.; AHLÉN, A.; GIDLUND, M. Modeling of the Fading Statistics of Wireless Sensor Network Channels in Industrial Environments. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 64, 2016.

-
- PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes 3ed.* [S.l.]: Tata McGraw-Hill Education, 2002.
- PROAKIS, J. G.; SALEHI, M. *Digital Communications 5ed.* [S.l.]: McGraw-Hill, 2008.
- QUEIROZ, W. J. L. et al. New Closed-Form Expressions for SNR Estimates of Nakagami Fading Channels by the Method of Moments. *Telecommunication Systems*, Springer, p. 1–13, 2018.
- RAPPAPORT, T. S. et al. Overview of Millimeter Wave Communications for Fifth-Generation (5G) Wireless Networks-with a focus on Propagation Models. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, n. 99, p. 1–1, 2017.
- RICE, S. O. Mathematical Analysis of Random Noise. *Bell Labs Technical Journal*, Wiley Online Library, v. 23, n. 3, p. 282–332, 1944.
- SAAD, A. *Composite Fading Channel Modeling and Information Capacity of Distributed Antenna Architectures in Cellular Networks*. Tese (Doutorado) — Carleton University, 2010.
- SADEGHI, P.; RAPAJIC, P. Capacity Analysis for Finite-State Markov Mapping of Flat-Fading Channels. *IEEE Transactions on Communications*, v. 53, n. 5, p. 833–840, May 2005.
- SCHAEFER, F. M.; KAYS, R. Modeling the Long Term Fading Behaviour in Residential Wireless Sensor Networks. In: *2016 13th IEEE Annual Consumer Communications Networking Conference (CCNC)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 49–53.
- TAYYABA, S. K.; SHAH, M. A. 5G cellular Network Integration with SDN: Challenges, Issues and Beyond. In: *IEEE. Communication, Computing and Digital Systems (C-CODE), International Conference on*. [S.l.], 2017. p. 48–53.
- TURIN, W.; NOBELEN, R. van. Hidden Markov Modeling of Flat Fading Channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 16, n. 9, p. 1809–1817, Dec. 1998.
- VERMA, P. K.; SONI, S. K.; JAIN, P. Novel Approximation to Average Symbol Error Rate Probability of Composite Nakagami-m/Log-normal Fading Channel. In: *2016 IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–5.
- WANG, C. X. et al. Cellular Architecture and Key Technologies for 5G Wireless Communication Networks. *IEEE Communications Magazine*, v. 52, n. 2, p. 122–130, Feb. 2014.
- WYNE, S. et al. A Statistical Model for Indoor Office Wireless Sensor Channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 8, n. 8, p. 4154–4164, Aug. 2009.
- YACOUB, M. D. *Foundations of Mobile Radio Engineering*. [S.l.]: CRC press, 1993.
- YACOUB, M. D. The $\kappa - \mu$ Distribution and the $\eta - \mu$ Distribution. *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, IEEE, v. 49, n. 1, p. 68–81, Feb. 2007.
- YACOUB, M. D.; BAUTISTA, J. E. V.; GUEDES, L. G. de R. On Higher Order Statistics of the Nakagami-m Distribution. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, IEEE, v. 48, n. 3, p. 790–794, 1999.

YILMAZ, F.; ALOUINI, M. S. A New Simple Model for Composite Fading Channels: Second Order Statistics and Channel Capacity. In: *2010 7th International Symposium on Wireless Communication Systems*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 676–680.