



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Testando a Relação de Dualidade das Distâncias  
Cósmicas em altos *redshifts***

**Felix Silva de Lima**

CAMPINA GRANDE

- Julho 2017 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Testando a Relação de Dualidade das Distâncias  
Cósmicas em altos *redshifts***

**Felix Silva de Lima**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Física.

Área de Concentração: Cosmologia.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda

CAMPINA GRANDE

- Julho 2017 -

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG**

L732t      Lima, Felix Silva de.  
              Testando a relação de dualidade das distâncias cósmicas em altos  
              *redshifts* / Felix Silva de Lima.– Campina Grande, 2017.  
              74 f. : il. color.

              Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina  
              Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.

              "Orientação: Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda".

              Referências.

              1. Cosmologia Observacional. 2. Lentes Gravitacionais. 3. Supernovas.  
              4. Gamma-Ray Bursts. I. Holanda, Rodrigo Fernandes Lira de. II. Título.

CDU 53.05(043)

TESTANDO A RELAÇÃO DE DUALIDADE DAS DISTÂNCIAS  
CÓSMICAS EM ALTOS *redshifts*

FELIX SILVA DE LIMA

Aprovada em \_\_\_\_\_

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda - UEPB/UFCG  
Orientador

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Morgana Lígia de Farias Freire - UEPB  
Examinador Externo

---

Prof. Dr. Joao Rafael Lucio dos Santos - UFCG  
Examinador Interno

*“Todo homem, por natureza, quer saber.”*

Aristóteles

# Resumo

A quantidade e qualidade dos dados observacionais que contemplamos atualmente permitem que hipóteses básicas da Cosmologia padrão sejam testadas. Uma destas hipóteses é a Relação de Dualidade das Distâncias Cósmicas (RDDC),  $D_L(1+z)^{-2}D_A = \eta(z) = 1$ , onde  $D_L$  e  $D_A$  são, respectivamente, as distâncias de luminosidade e de diâmetro angular, sendo iguais apenas para baixos *redshifts*. Medidas de Sistemas de Lentes Gravitacionais Fortes (SGL) juntamente com Supernovas Tipo Ia (SNe Ia) têm sido utilizadas para avaliar a consistência da RDDC. Porém, muitos sistemas de lentes gravitacionais estão no intervalo  $1,4 \leq z \leq 3,6$ , ou seja, além dos *redshifts* das SNe Ia ( $z \approx 1,5$ ), o que impede que esse tipo de teste seja totalmente explorado. Nesta dissertação, contornamos esse problema para testar a RDDC através do uso de observações de SGL juntamente com SNe Ia e uma subamostra dos últimos dados de módulos de distância dos *Gamma-Ray Bursts* (GRBS), cuja faixa de *redshift* é de  $0,033 \leq z \leq 9,3$ . Ademais, nós consideramos quatro parametrizações para  $\eta(z)$ :  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$  (P1);  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z/(1+z)$  (P2);  $\eta(z) = (1+z)^{\eta_0}$  (P3) e  $\eta(z) = 1 + \eta_0 \ln(1+z)$  (P4). Diferentemente de testes anteriores, a RDDC depende fortemente da parametrização utilizada, embora nenhuma violação significativa tenha sido encontrada. **Palavras-chave:** Cosmologia Observacional, Lentes Gravitacionais, Supernovas, Gamma-Ray Bursts.

# Abstract

The quantity and quality of the observational data that we contemplate today allow basic hypotheses of the standard Cosmology to be tested. One such hypothesis is the Cosmic Distance Duality Relation (RDDC),  $D_L(1+z)^{-2}D_A = \eta(z) = 1$ , where  $D_L$  and  $D_A$  are, respectively, luminosity and the angular diameter distances, being equal only for low redshifts. Measurements of strong gravitational lensing jointly with type Ia supernovae (SNe Ia) observations have been used to test the consistency of the RDDC. However, several lensing systems lie in the interval  $1.4 \leq z \leq 3.6$ , that is, besides the redshifts of the SNe Ia ( $z \approx 1.5$ ), which prevents this type of test from being fully exploited. In this dissertation, we have circumvented this problem to test the RDDC through the use observations of SGL along with SNe Ia and a subsample from the latest Gamma-ray Burst distance modulus data, whose redshift range is  $0.033 \leq z \leq 9.3$ . In addition, we consider four parametrizations for the  $\eta(z)$ :  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$  (P1);  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z / (1+z)$  (P2);  $\eta(z) = (1+z)^{\eta_0}$  (P3) and  $\eta(z) = 1 + \eta_0 \ln(1+z)$  (P4). Unlike previous tests, the RDDC strongly depends on the parameterization used, although no significant violation has been found. **Keywords:** Observational Cosmology, Gravitational Lenses, Supernovae, Gamma-Ray Bursts.

# Sumário

Agradecimentos	vii
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xii
Lista de Siglas	xiii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Modelo Padrão da Cosmologia</b>	<b>4</b>
2.1 A Radiação Cósmica de Fundo . . . . .	4
2.2 Teoria da Relatividade Geral . . . . .	6
2.3 As Equações de Friedmann . . . . .	11
2.4 Parâmetros Observáveis em Cosmologia . . . . .	13
2.4.1 O Parâmetro de Hubble . . . . .	13
2.4.2 A Densidade Crítica e Parâmetro de Densidade . . . . .	13
2.5 O Universo em expansão e a Teoria do <i>Big Bang</i> . . . . .	17
2.6 A Expansão acelerada do Universo, a matéria e energia escuras . . . . .	21
2.7 O <i>redshift</i> cosmológico . . . . .	24
2.8 Distâncias em Cosmologia . . . . .	26
2.8.1 Distâncias Própria e Comóvel . . . . .	26
2.8.2 Distâncias de Luminosidade e de Diâmetro angular . . . . .	28
<b>3 Lentes Gravitacionais, Supernovas e Gamma Ray Bursts</b>	<b>32</b>
3.1 Lentes Gravitacionais . . . . .	32
3.1.1 A aproximação de Lente Fina . . . . .	33

3.1.2	A Equação das Lentes . . . . .	33
3.1.3	Anel de Einstein . . . . .	35
3.1.4	Densidade de Massa Superficial Crítica . . . . .	37
3.1.5	Esfera Isotérmica Singular . . . . .	39
3.2	Supernovas Tipo Ia . . . . .	41
3.3	Gamma Ray Bursts . . . . .	42
<b>4</b>	<b>A Relação de Dualidade das Distâncias Cósicas</b>	<b>44</b>
4.1	O Teorema de Reciprocidade de Etherington . . . . .	44
4.2	Testes da RDDC . . . . .	45
4.2.1	Testes Dependentes de Modelos Cosmológicos . . . . .	45
4.2.2	Testes Independentes de Modelos Cosmológicos . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Testando a relação de Dualidade das Distâncias Cósicas em altos</b>	
	<b><i>redshifts</i></b>	<b>57</b>
5.1	O método . . . . .	57
5.2	Amostra . . . . .	59
5.2.1	Distância de Diâmetro Angular . . . . .	59
5.2.2	Distância de Luminosidade . . . . .	60
5.3	Análises e Resultados . . . . .	61
<b>6</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>65</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>67</b>

# Agradecimentos

Já dizia Newton: "se cheguei tão alto foi porque me apoiei no ombro de gigantes!". Ele se referia a Kepler e Galileu (e, especulam, a Robert Hooke). Eu hoje tomo essa frase emprestada. Gostaria de agradecer aos gigantes que conheci.

O Primeiro deles é O Maior de Todos: Deus! Que, com sua imensa generosidade, me proporciona coisas maravilhosas;

Gostaria de agradecer ao meu orientador, Rodrigo Fernandes Lira de Holanda, pela sugestão do tema, pela paciência, pelos conselhos etc.. Seu gosto pela Ciência é inspirador;

Gostaria de agradecer à minha família, por sempre me apoiarem e compreenderem as minhas ausências no decorrer desta pesquisa, em especial: à minha esposa, Josiane, e aos meus pais, Rosa e Luiz, por todo o incentivo;

Sou muito grato a Márcio Ferreira, pela amizade e por me ajudar nos momentos mais decisivos no decorrer desta pesquisa;

Agradeço, também, aos meus amigos da Unidade Acadêmica de Física da UFCG e à equipe de professores e funcionários por todo o conhecimento passado, em especial: a Eduardo Passos; Gilson Aciole; Marcos Anacleto; Francisco Brito; Danievertton; João Lucio e a Hélio. Obrigado.

Finalmente, sou muito grato à CAPES pelo suporte financeiro.

*À minha família*

# Lista de Figuras

2.1	O espectro de corpo negro da RCF medido pelo FIRAS. . . . .	6
2.2	É impossível para uma pessoa distinguir se está em um referencial acelerado ou submetido a um campo gravitacional. . . . .	7
2.3	Representação do desvio da luz proveniente de uma estrela ao passar próximo a um campo gravitacional. . . . .	10
2.4	Esquematização da precessão do periélio de Mercúrio. . . . .	10
2.5	Possíveis curvaturas do Universo de acordo com a sua densidade crítica. . .	14
2.6	Evolução $H^2$ com o fator de escala. . . . .	15
2.7	Evolução do fator de escala para modelos do tipo FRW. . . . .	15
2.8	Diagrama apresentado por Hubble. . . . .	19
2.9	Duas maneiras distintas de se imaginar a evolução do Universo. . . . .	20
2.10	Modelo de Lemaître. . . . .	21
2.11	Resultados obtidos pelo Supernova Cosmology Project. . . . .	22
2.12	High-z Supernova Search Team. . . . .	23
2.13	Comparação entre os resultados do Supernova Cosmology Project e do High-z Supernova Search Team. . . . .	23
2.14	Comportamento observado para a curva de rotação da galáxia M33. . . . .	24
3.1	Representação das distâncias de diâmetro angular entre fonte e lente, lente e observador e observador e fonte. Fonte: Wambsganss (1998). . . . .	34
3.2	Representação das distâncias de diâmetro angular, entre fonte e lente, lente e observador e observador e fonte, e os ângulos envolvidos. Fonte: Schneider et al. (1992) . . . . .	35

3.3	À esquerda se tem duas imagens de um duplo Quasar (HE1104-1825 em $z_Q = 2,316$ e $\Delta\theta = 3,2$ arcsec) observado no infravermelho na banda-J. À direita se tem duas imagens obtidas com a técnica de deconvolução que revela bem a galáxia lente entre as duas imagens do Quasar em $z_G = 1,66$ . Fonte: Wambsganss (1998) . . . . .	36
3.4	Composição de observações realizadas em 2016, pelos telescópios Alma e Hubble, apresentam a galáxia SDP81, localizada a cerca de 12 bilhões de anos-luz da Terra. Fonte: Alma (NRAO/ESO/NAOJ) & Hubble (NASA/ESA). . . . .	37
3.5	Deflexão de um raio de luz por uma massa pontual $M$ . Fonte: Meneghetti (2002). . . . .	38
3.6	Tipos de Supernovas, segundo seu espectro, próximo do máximo de luminosidade, após 3 semanas e após 12 meses. Fonte: Cappellaro & Turatto (2000). . . . .	42
3.7	Comparação entre o brilho de uma Supernova e o da galáxia na qual se situa. . . . .	42
3.8	Modelo da Bola de Fogo ( <i>Fireballmodel</i> ). Fonte: Piran (2003). . . . .	43
4.1	O parâmetro $\eta$ como uma função de $z$ para o catálogo de 18 aglomerados. As barras de erros incluem os as barras de erros observacionais como determinadas por Reese <i>et al.</i> e as incertezas nos parâmetros cosmológicos. Fonte: Uzan <i>et al.</i> 2004 . . . . .	46
4.2	Dados de aglomerados de galáxias. Os círculos abertos (azul) e os fechados (vermelho) com as barras de erro associadas representam, respectivamente, as amostras de De Filippis <i>et al.</i> (2005) e Bonamente <i>et al.</i> (2006). Fonte: Holanda, Lima e Ribeiro 2011. . . . .	47
4.3	Função de distribuição para os casos esférico (Linhas vermelhas pontilhadas e tracejadas) e elíptico (Linhas azuis tracejadas e pontilhadas). Fonte: Holanda, Lima & Ribeiro 2011. . . . .	48
4.4	a)As funções de distribuição <i>likelihood</i> para a amostra da Ref. [72] correspondentes às duas parametrizações. b) As funções de distribuições <i>likelihood</i> para a amostra da Ref. [75]. Perceba que o modelo elíptico é compatível com a RDDC em $2\sigma$ enquanto que o modelo esférico é incompatível. Fonte: Holanda, Lima e Ribeiro 2010. . . . .	50

4.5	a) As funções de distribuição <i>likelihood</i> para a amostra da Ref. [59] (linha sólida azul) e para a amostra da Ref.[60] (linha pontilhada vermelha), ambas para a parametrização P1. b) O mesmo para as duas amostras, no entanto para a parametrização P2. Fonte: Gonçalves, Holanda e Alcaniz (2011). . . . .	51
4.6	a) Medidas de distâncias de luminosidades de SNe Ia extraídas da amostra da Union 2.1. As curvas representam o ajuste polinomial dos $D_L$ das SNe Ia e correspondem a $1\sigma$ . O círculo aberto corresponde à SCP-0401 ( $z = 1.713$ ). b) As quantidade $D$ e $D^*$ são obtidas por meio de SGL (modelo SIS). Foram plotados apenas os valores para o $\Lambda$ CDM. Fonte: Holanda, Busti e Alcaniz (2016). . . . .	54
4.7	<i>Likelihood</i> para $\eta_0$ assumindo a parametrização linear, de acordo com os modelos $\Lambda$ CDM e $\omega(z)$ CDM. Fonte: Holanda, Busti e Alcaniz (2016). . . . .	55
4.8	<i>Likelihood</i> para $\eta_0$ assumindo a parametrização não-linear, de acordo com os modelos $\Lambda$ CDM e $\omega(z)$ CDM.. Fonte: Holanda, Busti & Alcaniz (2016). . . . .	56
5.1	Distâncias de luminosidades de 580 SNe Ia (círculos vermelhos) e 147 <i>Gamma Ray Bursts</i> (círculos pretos fechados). As linhas azuis sólidas e tracejadas são o ajuste polinomial em $1\sigma$ . . . . .	60
5.2	Plotamos a análise para os modelos a) PLAW e b) SIS. Em ambas as Figuras, as curvas sólidas, amarelas, vermelhas, azuis e pretas correspondem às parametrizações P1, P2, P3 e P4, respectivamente. . . . .	62
5.3	A evolução da função $\eta(z)$ considerada na análise para os modelos PLAW e SIS. . . . .	64

# Lista de Tabelas

5.1	Um resumo das restrições atuais nos parâmetros $\eta_0$ da SGL em $2\sigma$ . <sup>a</sup> Planck <sup>b</sup> WMAP9 .....	63
-----	---	----

# Lista de Siglas

- TRG** - Teoria da Relatividade Geral  
**TRR** - Teoria da Relatividade Restrita  
**RDDC** - Relação de Dualidade das Distâncias Cóslicas  
**RCF** - Radiação Cóslica de Fundo  
**SZ** - Sunyaev-Zel'dovich  
**ICM** - Meio Intra-Aglomerado  
**SNe Ia** - Supernovas tipo Ia  
**SGL** - Sistemas de Lentes Gravitacionais Fortes  
**SIS** - Esfera Isotérmica Singular  
**GRB** - *Gamma-Ray Bursts*  
**PLAW** - Lei de Potência  
**CDM** - *Cold Dark Matter*  
**FLRW** - Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker  
**COBE** - *COsmic Background Explorer*  
**WMAP** - *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*  
**SCP** - *Supernova Cosmology Project*  
 **$\Lambda$ CDM** - *Lambda Cold Dark Matter*  
**UHURU** - *X-ray Explorer Satellite*

# Resumo

A quantidade e qualidade dos dados observacionais que contemplamos atualmente permitem que hipóteses básicas da Cosmologia padrão sejam testadas. Uma destas hipóteses é a Relação de Dualidade das Distâncias Cósicas (RDDC),  $D_L(1+z)^{-2}D_A = \eta(z) = 1$ , onde  $D_L$  e  $D_A$  são, respectivamente, as distâncias de luminosidade e de diâmetro angular, sendo iguais apenas para baixos *redshifts*. Medidas de Sistemas de Lentes Gravitacionais Fortes (SGL) juntamente com Supernovas Tipo Ia (SNe Ia) têm sido utilizadas para avaliar a consistência da RDDC. Porém, muitos sistemas de lentes gravitacionais estão no intervalo  $1,4 \leq z \leq 3,6$ , ou seja, além dos *redshifts* das SNe Ia ( $z \approx 1,5$ ), o que impede que esse tipo de teste seja totalmente explorado. Nesta dissertação, contornamos esse problema para testar a RDDC através do uso de observações de SGL juntamente com SNe Ia e uma subamostra dos últimos dados de módulos de distância dos *Gamma-Ray Bursts* (GRBS), cuja faixa de *redshift* é de  $0,033 \leq z \leq 9,3$ . Ademais, nós consideramos quatro parametrizações para  $\eta(z)$ :  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$  (P1);  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z / (1 + z)$  (P2);  $\eta(z) = (1 + z)^{\eta_0}$  (P3) e  $\eta(z) = 1 + \eta_0 \ln(1 + z)$  (P4). Diferentemente de testes anteriores, a RDDC depende fortemente da parametrização utilizada, embora nenhuma violação significativa tenha sido encontrada. **Palavras-chave:** Cosmologia Observacional, Lentes Gravitacionais, Supernovas, Gamma-Ray Bursts.

# Abstract

The quantity and quality of the observational data that we contemplate today allow basic hypotheses of the standard Cosmology to be tested. One such hypothesis is the Cosmic Distance Duality Relation (RDDC),  $D_L(1+z)^{-2}D_A = \eta(z) = 1$ , where  $D_L$  and  $D_A$  are, respectively, luminosity and the angular diameter distances, being equal only for low redshifts. Measurements of strong gravitational lensing jointly with type Ia supernovae (SNe Ia) observations have been used to test the consistency of the RDDC. However, several lensing systems lie in the interval  $1.4 \leq z \leq 3.6$ , that is, besides the redshifts of the SNe Ia ( $z \approx 1.5$ ), which prevents this type of test from being fully exploited. In this dissertation, we have circumvented this problem to test the RDDC through the use observations of SGL along with SNe Ia and a subsample from the latest Gamma-ray Burst distance modulus data, whose redshift range is  $0.033 \leq z \leq 9.3$ . In addition, we consider four parametrizations for the  $\eta(z)$ :  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$  (P1);  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z / (1+z)$  (P2);  $\eta(z) = (1+z)^{\eta_0}$  (P3) and  $\eta(z) = 1 + \eta_0 \ln(1+z)$  (P4). Unlike previous tests, the RDDC strongly depends on the parameterization used, although no significant violation has been found. **Keywords:** Observational Cosmology, Gravitational Lenses, Supernovae, Gamma-Ray Bursts.

# Capítulo 1

## Introdução

A Cosmologia Moderna tem como arcabouço teórico a Teoria da Relatividade Geral, publicada em 1915. Desde então, a maneira com que o Universo era interpretado passou por notórias modificações. A gravidade passou a ser tida como uma consequência da deformação do espaço-tempo devido à presença de matéria-energia nele contido e a interação entre os corpos não seria mais instantânea como *Sir* Isaac Newton (1642-1727) propôs, passando a obedecer o limite da velocidade da luz no vácuo. A consagração da TRG se deu em 1919 quando esta pode ser realmente posta à prova [1]. Em Sobral – CE, uma das expedições lideradas por Eddington tirou fotografias de uma estrela durante um eclipse solar total e, quando comparada à sua posição real, verificou-se o que a TRG havia predito. Não obstante, as irregularidades na órbita do planeta Mercúrio puderam ser explicadas com os valores corretos da precessão do periélio calculados [2].

Em 1917, ao aplicar pela primeira vez sua nova teoria da gravitação ao Universo, Einstein percebeu que as soluções das equações de campo da TRG indicavam uma expansão ou colapso. Para contornar esse problema, ele introduziu em suas equações um termo cuja finalidade seria contrabalancear a gravidade. Tal termo ficou conhecido como constante cosmológica ( $\Lambda$ ). Por outro lado, poucos anos depois, A. A. Friedmann, G. Lemaître e W. de Sitter, obtiveram soluções expansionistas para o Universo. De início, esses resultados não foram bem vistos pela comunidade científica e, para muitos, não passavam de especulações matemáticas. Mais tarde, com as descobertas observacionais que estavam acontecendo, por M. Humanson, E. Hubble e outros, a ideia de que o Universo seria expansionista tornou-se mais evidente. Em 1929, Hubble [3] divulgou seus resultados sobre o estudo das velocidades de recessão e mostrou que estas eram maiores proporcio-

nalmente às distâncias de separação, comprovando a expansão. Em 1932, Einstein e de Sitter propuseram um modelo cosmológico com curvatura e constante cosmológica nulas.

Em 1998 dois grupos independentes, o *Supernova Cosmology Project* e o *High-z Supernova Search Team*, realizando estudos com Supernovas Tipo Ia, descobriram que a expansão do Universo é acelerada [4, 5]. Atualmente, admite-se que o melhor cenário para explicar a evolução do Universo é o Modelo Padrão da Cosmologia. De acordo com esse modelo, o Universo no passado era extremamente quente e denso, com expansão desacelerada e há, aproximadamente, 4 bilhões de anos passou a acelerar. A componente dominante, de acordo com as observações, é a energia escura, que possivelmente está causando esta aceleração e a candidata mais simples a assumir seu papel é a constante cosmológica.

Assim, o que se sabe atualmente sobre a composição do Universo é muito pouco se comparado ao que não se sabe, isto é, este é composto em sua maioria por duas componentes exóticas, a matéria e energia escuras, das quais o que se sabe é quase nada. A primeira representa cerca de 23% do Universo enquanto que a segunda representa 7%. Os 5% restantes encontra-se na forma da matéria bariônica, a qual forma tudo o que observamos, uma vez que as demais componentes são, até então, indetectáveis pelos telescópios.

Porém, apesar de ser o modelo de Universo mais consistente com as observações, o MPC precisa ser testado observacionalmente. Uma das consequências da dinâmica do Universo é a que as distâncias são afetadas pela expansão, de modo que para estudá-las é necessário considerar muitos fatores. Por exemplo, a distância de luminosidade,  $D_L$ , é afetada pela expansão de uma forma, enquanto que a distância de diâmetro angular,  $D_A$ , é afetada de outra. A princípio, para baixos *redshifts*  $z$  essas distâncias são equivalentes. Mas, à medida que se observa o Universo em altos  $z$  nota-se uma certa discrepância entre os valores medidos e ambos os valores estão corretos.

No entanto, existe uma relação entre as distâncias supracitadas, a qual é uma consequência do Teorema de Etherington [6, 7, 8, 1, 10]:  $D_L D_A^{-1} (1+z)^{-2} = 1$ , onde  $z$  é *redshift* da fonte. Para ser válida, a Relação de Dualidade das Distâncias Cósmicas (RDDC), como é chamada, exige que o número de fótons seja conservado; que estes viajem sobre geodésicas nulas e que o espaço-tempo seja descrito por uma geometria Riemanniana. Ela é trivialmente verificada na métrica padrão de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker

(FLRW) e, assim, foi tomada como válida durante décadas na astronomia. Porém, como toda relação matemática envolvendo quantidades observadas, ela precisa ser testada.

Há pouco mais de uma década, muitos testes para a RDDC têm sido propostos [8, 1, 11]. Costuma-se dividi-los em duas classes: testes dependentes de modelos cosmológicos e testes independentes de modelos cosmológicos[9]. A RDDC é extremamente importante para a Cosmologia [11], e sua violação pode sugerir a presença de uma nova Física. Neste sentido, a presente dissertação tem como objetivo apresentar um método que independa de modelos cosmológicos para testá-la até os mais altos *redshifts*,  $z > 1.5$ , que é o *redshift* limite para os testes presentes na literatura até então. Para isto, foram utilizadas as lentes gravitacionais fortes (SGL), Supernovas Tipo Ia (SNe Ia) e *Gamma Ray Bursts* (GRB). Nós consideramos possíveis desvios da RDDC como  $D_L D_A^{-1} (1+z)^{-2} = \eta(z)$  com as parametrizações *ad doc*:  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$ ,  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z / (1+z)$ ,  $\eta(z) = (1+z)^{\eta_0}$  e  $\eta(z) = 1 + \eta_0 \ln(1+z)$ . Estas expressões recuperam a validade para  $z$  muito pequeno, como é de se esperar, e se ela for válida para altos *redshifts*, os dados observacionais indicarão  $\eta_0 = 0$ . Como resultado, ao contrário dos testes anteriores realizados em *redshifts* inferiores a 1,5, verificamos que a distribuição de densidade de probabilidade do parâmetro  $\eta_0$  dependeu fortemente da função  $\eta(z)$  considerada. No entanto, não encontramos nenhum desvio significativo da validade do RDDC.

O presente trabalho foi organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 é feita uma breve revisão dos aspectos fundamentais do MPC; no Capítulo 3 são apresentados alguns conceitos importantes sobre SGL; no Capítulo 4 é feita uma revisão sobre testes da RDDC dependentes e independentes de modelos cosmológicos, respectivamente. Finalmente, no Capítulo 5, é apresentado um novo teste independente de modelos cosmológicos para altos *redshifts*.

# Capítulo 2

## Modelo Padrão da Cosmologia

A Cosmologia apresenta um consistente modelo de Universo, o MPC<sup>1</sup> ou  $\Lambda$  CDM (popularmente conhecido como o cenário do *Big Bang*<sup>2</sup>). O MPC está baseado na Física Atômica, Nuclear, de Partículas Elementares e Gravitacional e tem diversos rudimentos teóricos e observacionais, sendo eles: a TRG; o Princípio Cosmológico; a abundância de elementos leves no Universo; a Radiação Cósmica de Fundo (RCF) e a formação de grandes estruturas no Universo.

### 2.1 A Radiação Cósmica de Fundo

De acordo com o MPC, o Universo passou por um estado em que a temperatura e a densidade eram altíssimas, da ordem de  $T \sim 10^{15} K$  e  $\rho \sim 10^{25} g/cm^3$ , respectivamente, em  $t \sim 10^{-8} s$ . Nesta época, o Universo era permeado por um fluido primordial constituído de radiação e partículas elementares energéticas. Esta era foi dominada pela radiação e, devido ao fato de as temperaturas serem extremamente altas, as partículas elementares eram formadas e aniquiladas logo em seguida. Posteriormente, quando a temperatura do Universo atingiu  $T \sim 10^9 K$ , a produção e aniquilação de pares e as reações nucleares cessaram. Os núcleos atômicos, fótons e elétrons livres foram produtos dessa fase. Havia, portanto, um acoplamento da matéria à radiação devido ao efeito Thomson entre fótons e elétrons livres. Desta forma, pode-se inferir que a matéria estivesse em equilíbrio térmico

---

<sup>1</sup>Os principais criadores deste modelo cosmológico foram Antonovich Gamow, Asher Alpher e Robert Herman, os quais centraram suas pesquisas no Universo Primordial.

<sup>2</sup>A origem dessa denominação (pejorativa) é devida a Fred Hoyle, defensor da Teoria do Estado Estacionário

com a radiação. Logo, o Universo deveria estar permeado por uma radiação com espectro de corpo negro dado pela lei de Planck[14, 15]:

$$B_\nu(T) = \frac{2h}{c^2} \frac{\nu^3}{\exp \frac{h\nu}{kT} - 1} \quad (2.1)$$

em que  $B_\nu(T)$  é o brilho por unidade de frequência  $\nu$ ;  $h$  é a constante de Planck;  $c$  é a velocidade da luz e  $k$  é a constante de Boltzman.

À medida que o Universo expandiu, a energia e a densidade de elétrons livres tornou-se baixa e a taxa de espalhamento Thomson entre fótons e elétrons livres foi reduzida de forma progressiva. Foi o início da era da matéria. Nesta mesma época ocorreu a recombinação dos prótons com os elétrons, e os primeiros átomos de hidrogênio, que antes estavam ionizados, foram formados quando a temperatura era cerca de  $3000K$  e o Universo tinha cerca de 300000 anos. Os fótons, por sua vez, não possuíam energia superior à de ligação do átomo de hidrogênio (13,6 eV) e, portanto, não mais podiam impedir os elétrons de ligarem-se com os prótons para juntos formarem átomos típicos de hidrogênio. A radiação desacoplou-se da matéria e os fótons puderam vagar livremente pelo Cosmos. A expansão fez com que a temperatura dos fótons caísse para  $T_0 \approx 2,725K$ . Esses fótons, liberados no desacoplamento entre matéria e radiação, seguiram praticamente livres e constituem a RCF detectada por Penzias e Wilson em 1965 [13].

Como foi visto, a RCF tem como característica principal o fato de ser uma radiação de corpo negro. Embora ela seja altamente isotrópica, ela possui pequenas anisotropias intrínsecas e uma anisotropia dipolar. Esta última ocorre por causa do movimento da Terra<sup>3</sup>. Todavia, através das anisotropias intrínsecas, que são da ordem de  $\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-5}$ , podem ser extraídas muitas informações relevantes acerca de parâmetros cosmológicos<sup>4</sup>. Foi visto, também, que, antes da recombinação, os fótons, elétrons e prótons estavam fortemente acoplados, formando um único fluido. Assim, após o desacoplamento, os fótons carregam consigo informações sobre as inhomogeneidades do fluido cósmico daquela época, as quais lhe imprimiu as anisotropias observadas.

O satélite COBE (sigla do inglês *Cosmic Background Explorer*) foi o primeiro satélite dedicado à observação da RCF em grandes escalas angulares ( $\sim 7^\circ$ ). A bordo do COBE estavam três instrumentos: o DIRBE; o DMR e o FIRAS. O primeiro mapeou

<sup>3</sup>Este movimento, com  $v \approx 270km.s^{-1}$ , é em relação ao referencial no qual a RCF seria isotrópica.

<sup>4</sup>Um parâmetro demasiadamente importante é a curvatura espacial do Universo e a RCF apresenta um forte indício de que sua curvatura é nula.

a RCF na região do infravermelho [16]; o segundo mediu as flutuações de temperatura da RCF da ordem de  $10^{-5}$  com respeito à temperatura de corpo negro[17] e o terceiro confirmou que a RCF possui um espectro de corpo negro quase perfeito com a temperatura de  $2,726 \pm 0,002K$ [18].

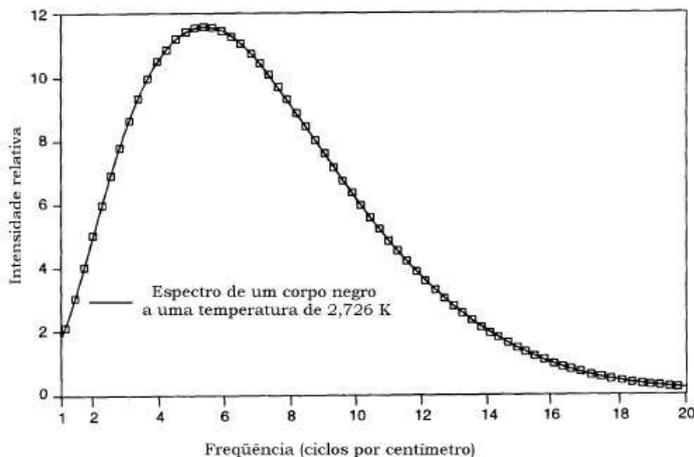


Figura 2.1: O espectro de corpo negro da RCF medido pelo FIRAS.

O Princípio Cosmológico<sup>5</sup> propõe que, em largas escalas, o Universo é homogêneo<sup>6</sup> e isotrópico<sup>7</sup>. Baseado neste princípio<sup>8</sup> é possível construir modelos cosmológicos. Hoje se sabe que em escalas acima de 100Mpc é plausível tomar o Princípio Cosmológico como válido. Ademais, observações no espectro de flutuações de temperatura da RCF mostram que o Universo foi extremamente isotrópico ( $\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-5}$ ).

## 2.2 Teoria da Relatividade Geral

A Teoria da Relatividade Restrita<sup>9</sup> (TRR), desenvolvida principalmente por Einstein, Lorentz e Poincaré, foi capaz de unificar os conceitos de espaço e tempo, massa e energia. A TRR surgiu de uma incompatibilidade teórica entre as equações de Maxwell e a Mecânica Newtoniana. Esta é sustentada por dois postulados: todos os referenciais inerciais são equivalentes e a velocidade da luz no vácuo,  $c = 3.10^8 m/s$ , é igual para

<sup>5</sup>Este é uma interpretação do Princípio Copernicano que afirma não existirem pontos privilegiados no Universo.

<sup>6</sup>Todas as regiões no Universo devem ser equivalentes em termos de temperatura, densidade, etc.

<sup>7</sup>Todas as direções são equivalentes

<sup>8</sup>A definição atual do Princípio Cosmológico foi dada por Edward A. Milne em meados de 1930

<sup>9</sup>Publicada em 1905 por Einstein em Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento.

qualquer observador. Contudo, essa Teoria é insuficiente ao tratar de referenciais acelerados<sup>10</sup>, isto é, aqueles que possuem forças fictícias<sup>11</sup>. Em suma, na TRR a gravidade não era presente e isso fez com que Einstein refletisse muito a respeito, até que, em 1907, ele teve a experiência mental que o levaria à TRG. Esta experiência de pensamento retrata o denominado Princípio da Equivalência (ver Figura 2.2) que impossibilita uma pessoa de distinguir se está submetido a um campo gravitacional ou a um referencial acelerado caso esteja em um local completamente fechado e experimente uma aceleração.

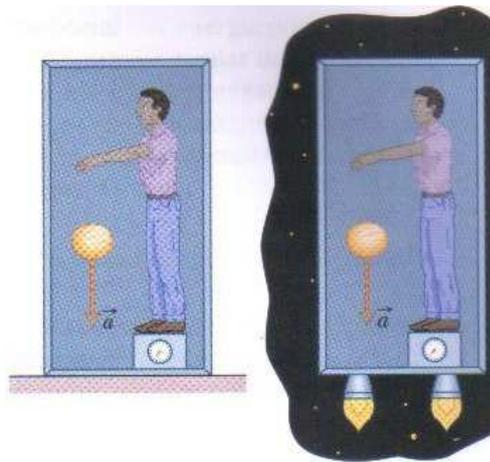


Figura 2.2: É impossível para uma pessoa distinguir se está em um referencial acelerado ou submetido a um campo gravitacional.

Na TRR, temos que o elemento de linha é descrito pela métrica de Minkowski:

$$ds^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2, \quad (2.2)$$

o qual pode ser reescrito compactamente como [20, 21]:

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.3)$$

em que  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  é a métrica do espaço-tempo plano e  $x^\mu$  são as coordenadas espaço-temporais<sup>12</sup>.

Já era sabido desde a época de Galileu que corpos submetidos a um campo gravitacional não tinham influência sobre sua trajetória, de modo que todos se moveriam da

<sup>10</sup>Além de apresentar divergências com a teoria de *Sir* Isaac Newton para a gravitação, uma vez que esta última não impunha restrições quanto aos limites de velocidade no Universo, ou seja, a interação gravitacional era instantânea e, portanto, infinita.

<sup>11</sup>Força de Coriolis, Centrífuga etc.

<sup>12</sup>Ou seja,  $x^0 = ct$ ,  $x^1 = x$ ,  $x^2 = y$  e  $x^3 = z$

mesma forma desde que as condições iniciais fossem as mesmas [22]. Foi a partir disso que Newton inferiu a equivalência entre massa inercial e gravitacional. Desta forma, para admitir os efeitos gravitacionais para a métrica, é necessário obter uma métrica que forneça as propriedades intrínsecas do espaço-tempo. Logo, considerando que o espaço-tempo é curvo quadridimensional riemanniano, Einstein obteve que o elemento de linha é dado por [23]:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.4)$$

sendo  $g_{\mu\nu}$  o tensor métrico que é igual a  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  apenas quando o espaço-tempo é chato. Esta Equação é também chamada de *métrica de Riemann* e os índices  $\mu$  e  $\nu$  variam de 0 a 3.<sup>13</sup>

A curvatura do espaço-tempo na TRG substitui o campo gravitacional da Teoria Newtoniana da Gravitação (TNG). Além disso, o fato de a TRR ser válida em pequenas regiões corresponde ao fato de a geometria euclidiana ser válida em pequenas partes de uma superfície curva [24].

A partir dos resultados supracitados e do Princípio da Covariância, que propõe a equivalência das leis físicas em diferentes sistemas de coordenadas, Einstein chegou, em 1915, às suas equações que relacionam a geometria do espaço-tempo ao conteúdo de matéria-energia conhecidas como Equações de Campo da Gravitação, dadas por:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

onde  $G_{\mu\nu}$  é o tensor de Einstein;  $R_{\mu\nu}$  é o tensor de Riemann;  $R$  é o escalar de Ricci;  $\frac{8\pi G}{c^4}$  é a constante de Einstein obtida quando se toma o limite de campos fracos e  $T_{\mu\nu}$  é o tensor energia-momento, expresso por:

$$T_{\mu\nu} = \left( \sum_i \rho_i + \sum_i p_i \right) u_\mu u_\nu - \sum_i p_i g_{\mu\nu}, \quad (2.6)$$

onde  $u^\mu = \delta_0^\mu$  é a 4-velocidade para os elementos de volume comóveis para a métrica de FLRW que será tratada ainda neste Capítulo. A 4-velocidade satisfaz a condição  $u^\mu u_\mu = 1$ . No tensor energia-momento devem-se inserir todas as componentes do Universo. Devido à homogeneidade e isotropia, as quantidades  $\rho$  e  $p$  só podem depender do tempo. Por outro lado, ao adotar-se o Princípio Cosmológico é correto interpretar essas componentes como sendo descritas por fluidos perfeitos.

---

<sup>13</sup>0 representa a coordenada temporal enquanto que 1, 2 e 3 representam as coordenadas espaciais.

Define-se um fluido perfeito como sendo um fluido sem viscosidade e que não conduz calor. Essa última condição requer que  $T^{0i} = T^{i0}$ . Quando assume-se o Princípio Cosmológico, a métrica é diagonal. Desta forma, como a viscosidade é uma força paralela à interface entre as partículas, então a sua ausência implica que as forças são sempre perpendiculares à interface. Deste modo, as componentes não nulas de  $T^{ij}$  são aquelas em que  $i = j$ . A componente tempo-tempo representa a densidade do fluido:  $\rho = T^{00}$ . As demais componentes são  $T_{ii} = (\rho + p)u_i u_i - pg_{ii} = -pg_{ii}$  com  $i = 1, 2, 3$ .

A geometria riemanniana foi a precursora da ideia de espaço curvo, mas foi Einstein quem percebeu que é o espaço-tempo que seria curvo. Todas as informações sobre a geometria do espaço-tempo são obtidas via tensor de Einstein, ou seja,

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

sendo  $R_{\mu\nu}$  e  $R$  obtidos pela contração do tensor de Riemann-Christoffel

$$R_{ikn}^m = \Gamma_{ik;n}^m - \Gamma_{in;k}^m + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{ln}^m - \Gamma_{in}^l \Gamma_{lk}^m, \quad (2.8)$$

$$R_{\mu\nu} = g^{\delta\rho} R_{\delta\mu\nu\rho} \equiv R_{\mu\nu\rho}^{\rho}, \quad (2.9)$$

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu}^{\mu}, \quad (2.10)$$

em que o ponto e vírgula denota a derivada covariante e  $\Gamma_{kl}^i$  é o símbolo de Christoffel (também chamado de conexão afim), definido por

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2}g^{im}(g_{mk,l} + g_{lm,k} - g_{kl,m}) = \Gamma_{lk}^i. \quad (2.11)$$

Como  $g^{\mu\nu}$  é a inversa da métrica, portanto, é válida a propriedade:  $g^{\mu\nu}g_{\mu\nu} = \delta_{\nu}^{\mu}$ .

A TRG propõe que o espaço-tempo é curvo devido à presença de matéria e energia. Não obstante, ela também especifica o quanto vale esta curvatura. Desta forma, como em qualquer teoria, é necessário testar qualquer afirmação. A teoria da gravitação de Einstein foi experimentalmente comprovada em Sobral, no Ceará, em 1919, numa das duas expedições lideradas pelo astrônomo inglês *Sir* Arthur Stanley Eddington (1882-1944) quando foi observado que a luz provinda de uma estrela ao passar próxima ao Sol sofria o desvio previsto pela TRG, o qual era duas vezes maior que o previsto pela TNG.

A expedição que veio ao Brasil foi coordenada pelo astrônomo inglês Andrew Claude de la Cheiros Crommelin (1865-1939). Eles retornaram com 7 fotografias de boa qualidade, as quais foram analisadas por Eddington. Ao medir as distâncias às estrelas

da esquerda e da direita do Sol, quando visíveis durante o eclipse, e compará-las com as distâncias medidas dois meses depois, quando as mesmas estrelas eram visíveis à noite, verificou-se que elas aparentavam estar mais distantes umas das outras durante o eclipse (ver a Figura 2.3), confirmando a predição de Einstein. Recentemente, o valor previsto por Einstein foi confirmado com uma precisão de 0,02% [25].

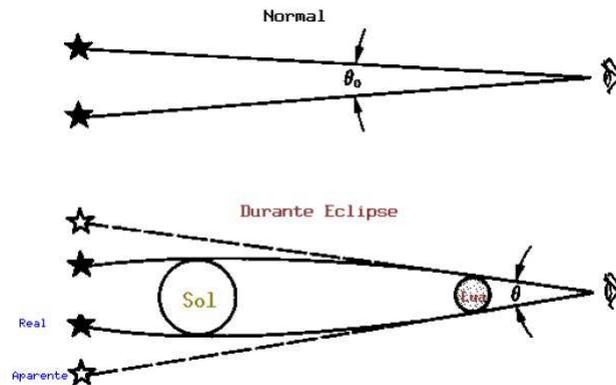


Figura 2.3: Representação do desvio da luz proveniente de uma estrela ao passar próximo a um campo gravitacional.

Além disso, a TRG foi capaz de explicar as irregularidades na órbita de Mercúrio (ver Figura 2.4), isto é, a precessão do periélio deste planeta, uma vez que sua órbita nunca se fecha, devido à perturbação do espaço-tempo causada pela presença da massa do Sol, avançando cerca de  $43''/\text{séc}$ , segundo as medidas do francês Urbain Jean Joseph Le Verrier (1811-1877) em 1859. Anos antes a TNG havia permitido a Le Verrier descobrir o planeta Netuno, fato que o motivou a propor a existência de um novo planeta, por ele denominado Vulcano. Contudo, a suposta existência deste planeta é oriunda das limitações da teoria.

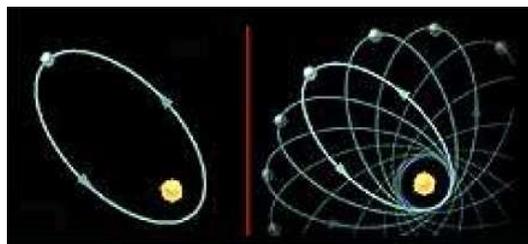


Figura 2.4: Esquematização da precessão do periélio de Mercúrio.

Tendo em vista o enorme sucesso nas predições da TRG, faltava, portanto, aplicar as suas Equações de campo na maior escala possível, isto é, para o Universo como um

todo. Para isso, é necessário utilizar-se uma métrica que satisfaça o Princípio Cosmológico e que leve em conta a expansão do Universo. A métrica de FLRW satisfaz essas exigências. Desta forma, tem-se:

$$ds^2 = (cdt)^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right], \quad (2.12)$$

onde  $r$ ,  $\theta$  e  $\phi$  são coordenadas esféricas comóveis;  $a(t)$  é o fator de escala e  $k$  é a constante de curvatura que pode ser  $k = 0$  (Universo plano),  $k = +1$  (Universo fechado) e  $k = -1$  (Universo hiperbólico ou aberto).

Por outro lado,  $x^0 = ct$ ;  $x^1 = r$ ;  $x^2 = \theta$  e  $x^3 = \phi$ , de modo que ao comparar-se a Equação acima com a métrica de Riemann é possível notar que o tensor métrico assume valores que dependem da constante de curvatura e do fator de escala, ou seja,  $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, \frac{-a^2}{1-kr^2}, -a^2r^2, -a^2r^2 \sin^2 \theta)$ .

## 2.3 As Equações de Friedmann

Considerando a métrica de FLRW e o tensor energia-momento para um fluido perfeito, as Equações de Campo de Einstein se reduzem a duas equações diferenciais independentes para o fator de escala  $a(t)$ , denominadas Equações de Friedmann, as quais são oriundas da Equação (2.4) quando se consideram apenas as componentes tempo-tempo ( $\mu = \nu = 0$ ) e espaço-espaço ( $\mu = \nu = 1, 2$  ou  $3$ ). Desta forma, tem-se ( $c = 1$ )

$$\frac{8\pi G}{3} \left( \sum_i \rho_i + \frac{\Lambda}{8\pi G} \right) = \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}, \quad (2.13)$$

e

$$8\pi G \left( \sum_i p_i - \frac{\Lambda}{8\pi G} \right) = -2 \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (2.14)$$

em que  $\frac{\Lambda}{8\pi G}$  é a densidade de energia do vácuo e  $\frac{-\Lambda}{8\pi G}$  é a pressão do vácuo. Ademais,  $\sum_i \rho_i$  e  $\sum_i p_i$  são, respectivamente, as densidades e pressões das outras componentes que preenchem o Universo. O ponto representa a derivada com respeito ao tempo. Perceba, também, que a homogeneidade e isotropia requer que  $\rho_i$  e  $p_i$  dependam apenas do tempo.

É possível combinar as Equações de Friedmann para obter a equação que expressa a conservação local da energia:

$$\dot{\rho} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + p) = 0. \quad (2.15)$$

Para que essa equação seja solucionada, é necessário que se saiba como a densidade e a pressão se relacionam. A maioria dos fluidos cosmológicos possuem uma Equação de Estado na forma  $p = \omega\rho$ . Assim, munidos dessa informação, é possível integrar facilmente a equação (2.15), obtendo-se:

$$\rho = \rho_0 \left( \frac{a_0}{a} \right)^{-3(1+\omega)}, \quad (2.16)$$

sendo  $\rho_0$  e  $a_0$  a densidade de energia e o fator de escala medidos atualmente<sup>14</sup>. A partir da equação (2.16), é possível saber como varia a densidade de energia de alguns fluidos de interesse.

A matéria se comporta como poeira e, portanto, tem pressão nula, de modo que  $\omega = 0$ . Então:

$$\rho_M = \rho_{M0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^3, \quad (2.17)$$

onde  $\rho_{M0}$  é a densidade de energia da matéria medida atualmente. O volume é proporcional ao cubo do fator de escala ( $V \propto a^3$ ), logo a densidade de energia da matéria é inversamente proporcional ao volume ( $\rho_M \propto V^{-3}$ ).

Para a radiação, tem-se que  $p = \frac{1}{3}\rho$ , logo:

$$\rho_R = \rho_{R0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^4, \quad (2.18)$$

em que  $\rho_R$  é a densidade de energia da radiação medida atualmente. Foi visto que a densidade de energia da matéria decai com o cubo do volume. Porém, a radiação não diminui com o cubo do volume, mas com a quarta potência, pois a expansão do Universo também afeta os comprimentos de onda.

Para a constante cosmológica  $\Lambda$ , tem-se que  $p = -\rho$ , então  $\omega = -1$ . Assim, sua densidade de energia é:

$$\rho_\Lambda = \rho_{\Lambda 0} = \frac{\Lambda}{8\pi G}. \quad (2.19)$$

Observe que a densidade de energia da constante cosmológica permanece constante durante a expansão.

---

<sup>14</sup>O índice 0 representa as grandezas medidas atualmente.

## 2.4 Parâmetros Observáveis em Cosmologia

Nesta seção, são definidos alguns parâmetros cosmológicos observáveis em Cosmologia.

### 2.4.1 O Parâmetro de Hubble

Já foi supracitado que o volume relaciona-se com o fator de escala da seguinte forma:

$$V \propto a(t)^3. \quad (2.20)$$

Diferenciando (2.20) com respeito ao tempo, obtém-se:

$$\dot{V} \propto 3a(t)^2\dot{a}(t). \quad (2.21)$$

Agora, dividindo (2.21) por (2.20), tem-se:

$$\frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}. \quad (2.22)$$

A razão  $\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$  define um parâmetro cosmológico muito importante, que está associado à taxa de expansão do Universo, conhecido como Parâmetro de Hubble:

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}. \quad (2.23)$$

O valor do Parâmetro de Hubble medido atualmente é chamado de constante de Hubble, denotado por  $H_0$ , e aproxima-se de  $65 - 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

### 2.4.2 A Densidade Crítica e Parâmetro de Densidade

Pode-se obter a densidade crítica diretamente das Equações de Friedmann. Usando a equação (2.23) em (2.13), e considerando que  $\Lambda = 0$ , obtém-se que

$$\frac{8\pi G\rho}{3} = H^2 + \frac{k}{a^2}. \quad (2.24)$$

Multiplicando ambos os membros da equação (2.24) por  $H^{-2}$ , esta se torna

$$\frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3H^2} - 1. \quad (2.25)$$

Quando  $k = 0$ , a densidade se assume a seguinte forma:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (2.26)$$

em que  $\rho_c$  é a chamada Densidade Crítica. Tomando-a para o tempo atual, tem-se:

$$\rho_{c0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 1,878 \cdot 10^{-29} h^2 \frac{g}{cm^3}, \quad (2.27)$$

onde  $h$  é a constante de Hubble em unidades de  $100 km s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$ .

Portanto, conhecendo-se a Densidade Crítica é possível inferir se o Universo é aberto, plano ou fechado<sup>15</sup> (ver a Figura 2.5).

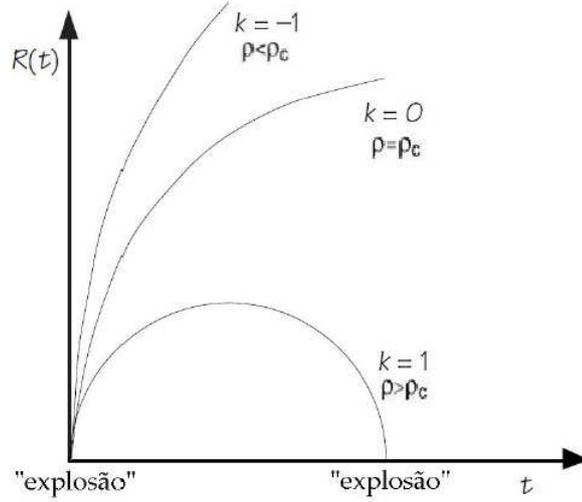


Figura 2.5: Possíveis curvaturas do Universo de acordo com a sua densidade crítica.

O Parâmetro de Densidade  $\Omega_i$  é definido como sendo a razão entre a densidade de energia de uma componente qualquer  $\rho_i$  e a Densidade Crítica  $\rho_c$ .

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_i}{3H^2(t)}. \quad (2.28)$$

Por meio das definições adotadas, a equação (2.13) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[ \Omega_{M0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_{R0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_{K0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \right], \quad (2.29)$$

onde  $\Omega_{K0} = -\frac{k}{a_0^2 H_0^2}$  é definido como o parâmetro de curvatura medido atualmente e  $a = a(t)$ . O parâmetro de densidade de energia do vácuo é definido como  $\Omega_\Lambda = \Omega_{\Lambda 0} = \frac{\Lambda}{3H_0^2}$ . Através da equação (2.29) pode-se perceber quais termos dominam o Universo durante sua expansão para os distintos valores do fator de escala. Quando  $a(t)$  é pequeno, quem domina a expansão é a radiação. Posteriormente, veio a era da matéria, passando pelo termo de curvatura e, finalmente, a constante cosmológica.

<sup>15</sup>As observações atuais indicam que o Universo é plano

A Figura a seguir representa a evolução do Universo através das relações entre suas componentes e o fator de escala:

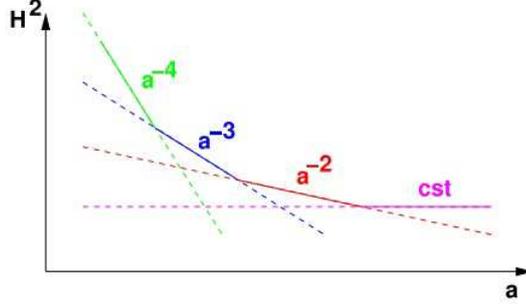


Figura 2.6: Evolução  $H^2$  com o fator de escala.

Tomando a equação (2.29) para o tempo atual tem-se:

$$\Omega_{M0} + \Omega_{R0} + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{K0} = 1 \quad (2.30)$$

Da equação (2.30) é possível entender o comportamento da curvatura do Universo devido ao seu conteúdo de matéria e energia (ver Figura 2.7):

$$\begin{cases} \Omega_{M0} + \Omega_{R0} + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{K0} > 1 & \text{Universo fechado (k=1);} & (2.31) \\ \Omega_{M0} + \Omega_{R0} + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{K0} = 1 & \text{Universo plano (k=0);} & (2.32) \\ \Omega_{M0} + \Omega_{R0} + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{K0} < 1 & \text{Universo hiperbólico (k=-1).} & (2.33) \end{cases}$$

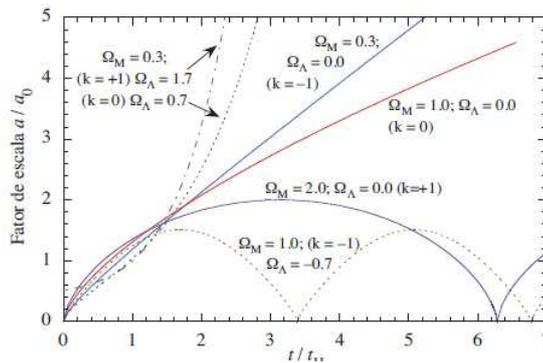


Figura 2.7: Evolução do fator de escala para modelos do tipo FRW.

As equações (2.13) e (2.14) quando combinadas fornecem a Equação de Aceleração:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) - \frac{\Lambda}{3}. \quad (2.34)$$

Note-se que a equação (2.34) não depende da curvatura, sendo possível usá-la sem que haja a necessidade de conhecer a curvatura do Universo. Não obstante, pode-se perceber que

a aceleração do Universo é positiva e não nula ( $\ddot{a} > 0$ ) para  $p < -\frac{\rho}{3}$ . É usual reescrevê-la da seguinte forma:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho(1 + 3\omega) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.35)$$

onde usou-se  $p = \omega\rho$ .

Um Universo dominado pela energia escura, que possui  $\omega = -1$ , deve acelerar a expansão, pois decorre da equação (2.35) que quando  $\omega < -\frac{1}{3}$  tem-se Universos acelerados. As observações SNe Ia<sup>16</sup> indicam que o Universo expande-se aceleradamente [4, 5].

Um dos grandes desafios da Cosmologia atualmente é determinar como se deu a história da expansão cósmica. Para isso é necessário conhecer como o fator de escala muda com o tempo. Todavia, isso não é uma tarefa simples. Embora não se possa observá-lo diretamente, pode-se obtê-lo indiretamente das observações. Mas, para isso, é preciso conhecer a contribuição de cada componente do Universo, o que também não é nada simples, e usá-las nas Equações de Friedmann, obtendo-o numérica ou analiticamente. Por outro lado, se o expandirmos em série de Taylor em torno do tempo atual, algumas informações empíricas podem ser extraídas. A expansão em Taylor é:

$$a(t) = a(t_0) + \left.\frac{da}{dt}\right|_{t=t_0}(t - t_0) + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2a}{dt^2}\right|_{t=t_0}(t - t_0)^2 + \dots \quad (2.36)$$

Note-se que a equação (2.36) independe das equações de Friedmann.

A maioria dos modelos cosmológicos propõe que o fator de escala não muda bruscamente com o tempo. Desta forma, é plausível utilizar-se apenas os três primeiros termos da série, sem que o resultado seja demasiado distinto do valor real. Então:

$$a(t) \approx a(t_0) + \left.\frac{da}{dt}\right|_{t=t_0}(t - t_0) + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2a}{dt^2}\right|_{t=t_0}(t - t_0)^2. \quad (2.37)$$

Ao usar-se a normalização  $a_0 = 1$ , a equação (2.37) assume a seguinte forma:

$$a(t) \approx 1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2}q_0H_0^2(t - t_0)^2, \quad (2.38)$$

onde usou-se a equação (2.23). Ademais, empregou-se o parâmetro adimensional,  $q_0$ , denominado parâmetro de desaceleração, medido atualmente. Para um tempo  $t$  qualquer, tem-se a definição:

$$q(t) \equiv -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -\frac{\ddot{a}}{aH^2}, \quad (2.39)$$

que é o Parâmetro de Desaceleração<sup>17</sup>.

<sup>16</sup>No Capítulo 3 estas serão apresentadas de maneira mais detalhada.

<sup>17</sup>Esta denominação foi dada antes de se descobrir que o Universo se expandia aceleradamente.

A equação (2.39) pode assumir três valores distintos.

$$\begin{cases} q > 0 & \text{se } \ddot{a} < 0 & \text{(Expansão desacelerada);} & (2.40) \\ q = 0 & \text{se } \ddot{a} = 0 & \text{(Expansão constante);} & (2.41) \\ q < 0 & \text{se } \ddot{a} > 0 & \text{(Expansão acelerada).} & (2.42) \end{cases}$$

O parâmetro de desaceleração pode ser obtido em termos dos parâmetros de densidade. Para um Universo com várias componentes, a equação (2.35) se torna:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_i (\rho_i + 3P_i). \quad (2.43)$$

Dividindo ambos os membros da equação acima por  $H^2$  e considerando que  $P_i = \rho_i \omega_i$ , tem-se:

$$\frac{\ddot{a}}{aH^2} = -\frac{4\pi G}{3H^2} \sum_i \rho_i (1 + 3\omega_i), \quad (2.44)$$

que pode ser reescrita como

$$-\frac{\ddot{a}}{aH^2} = \frac{1}{2} \frac{8\pi G}{3H^2} \sum_i \rho_i (1 + 3\omega_i). \quad (2.45)$$

Usando (2.26) e (2.28), obtém-se:

$$q(t) = \frac{1}{2} \sum_i \Omega_i (1 + 3\omega_i). \quad (2.46)$$

Logo, considerando um Universo permeado por radiação ( $\Omega_R$ ), matéria ( $\Omega_M$ ), constante cosmológica ( $\Omega_\Lambda$ ) e uma componente  $x$  qualquer ( $\Omega_x$ ), a equação (2.46) torna-se para  $t = t_0$ :

$$q_0 = \Omega_{R0} + \frac{1}{2} \Omega_{M0} - \Omega_{\Lambda 0} + \frac{1}{2} \sum_x (1 + \omega_x). \quad (2.47)$$

## 2.5 O Universo em expansão e a Teoria do *Big Bang*

Johann Christian Doppler sugeriu que se um observador recebe radiação de uma fonte em movimento, o comprimento de onda medido se deslocará proporcionalmente à velocidade da fonte em relação ao observador, a qual é projetada ao longo da linha de visada. Isto é,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c}, \quad (2.48)$$

onde  $\vec{v}$  é o vetor velocidade da fonte e  $\vec{n}$  é o vetor que liga o observador à fonte.

Pode-se determinar a velocidade de uma fonte ao longo da linha de visada,  $v_r$ , através da relação [26]

$$z \equiv \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}, \quad (2.49)$$

sendo  $z$  o *redshift* e  $v_r \ll c$ . Se  $z > 0$ , a fonte se afasta e, se  $z < 0$ , a fonte se aproxima. Desta forma, o efeito Doppler permite calcular a velocidade de uma fonte de ondas quando se conhece alguns parâmetros, como comprimento de onda ou frequência.

O aperfeiçoamento de instrumentos permitiu aos astrônomos a medida dos desvios espectrais das estrelas. Contudo, no começo essas medidas de desvios para o azul e para o vermelho eram aparentemente aleatórias. Por volta de 1912, o astrônomo Vesto Melvin Slipher (1875-1969), do observatório Lowell, descobriu que as linhas espectrais da galáxia Andômeda mostravam um enorme deslocamento para o azul (*blueshift*), indicando que esta estaria se aproximando do Sol com velocidade de  $300\text{km/s}$  [2]. Não obstante, ele descobriu também que a maioria das 41 galáxias que haviam sido estudadas apresentavam um desvio para o vermelho (*redshift*) e, portanto, como foi sugerido por de Sitter, estariam se afastando da Via Láctea. Este último chegou a tal conclusão ao notar que o efeito Doppler poderia estar relacionado aos desvios espectrais das galáxias.

Em 1929, Edwin Powell Hubble (1889-1953) utilizou as distâncias medidas por seu colaborador, Milton Humason e os dados obtidos por Slipher acerca dos desvios das posições das linhas espectrais, constatando que, para um dado espectro, todos os desvios eram da mesma magnitude e resultavam proporcionais às distâncias estimadas para as galáxias emissoras. Ele conseguiu estimar a distância à Andrômeda e outras galáxias, através do brilho aparente e os períodos de pulsação de estrelas cefeidas nessas galáxias. Utilizando o recém-instalado telescópio de  $2,5\text{m}$  do Monte Wilson na Califórnia, Hubble e Humason fotografaram os espectros de várias galáxias e, ao compararem as distâncias às galáxias com as suas velocidades de afastamento, verificaram que quanto mais distantes estavam maiores eram as suas velocidades de recessão (ver Figura 2.8).

A relação linear entre velocidade de recessão<sup>18</sup> e distância descoberta por Hubble é denominada Lei de Hubble, sendo dada por:

$$v = H_0 d, \quad (2.50)$$

em que  $v = cz$  para  $v \ll c$ .

---

<sup>18</sup>Hubble não mediu as velocidades de recessão das galáxias diretamente, e sim os seus *redshifts*.

O valor de  $H_0$  descoberto por Hubble era cerca de dez vezes maior que o atualmente aceito, devido aos movimentos relativos das amostras de galáxias e estimativas fortemente contaminadas pela relação período *versus* luminosidade por ele adotada, além de erros de identificação de sua amostra de cefeidas[26]. Por outro lado, o valor do parâmetro de Hubble não se manteve constante durante a evolução do Universo [37].

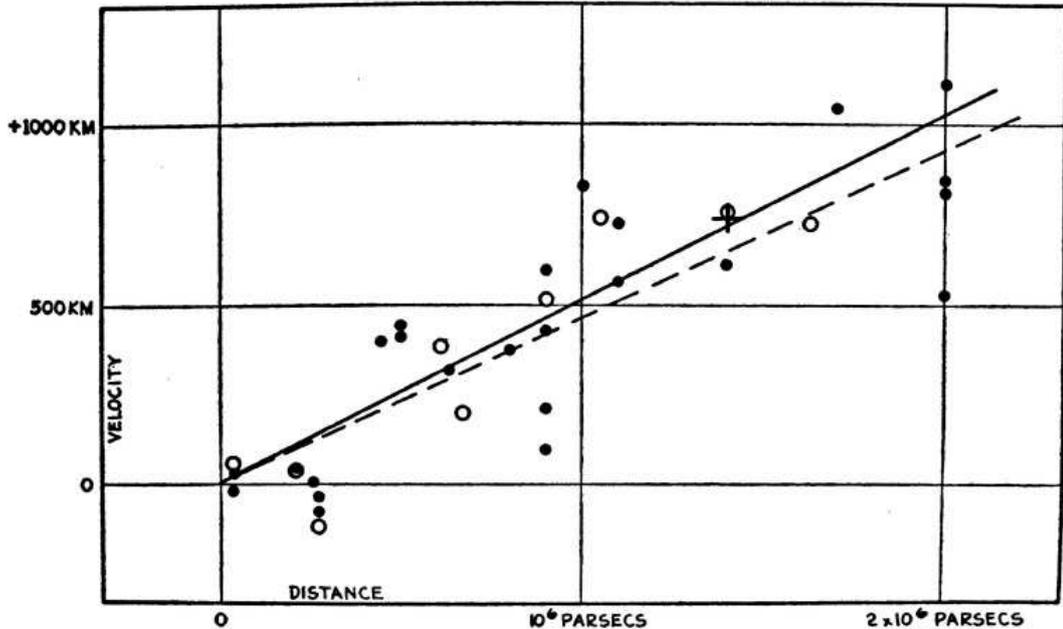


Figura 2.8: Diagrama apresentado por Hubble.

O fato de a Lei de Hubble ser uma relação linear é uma consequência da isotropia do Universo. Se, por exemplo, a velocidade fosse proporcional a  $D^p$ , com  $p \neq 1$ , observadores em diferentes lugares não mediriam a mesma expansão do Universo isotropicamente[35]. Além disso, um campo regido por esta relação é homogêneo, pois é invariante sob translação da origem do sistema de coordenadas utilizado[30].

A explicação mais aceita para a Lei de Hubble é a de que o Universo está se expandindo. Não apenas os objetos, como galáxias, estrelas, etc., mas o próprio espaço-tempo (Figura 2.9). Desta forma, Einstein e outros cientistas da época foram levados a crer que o Universo não poderia ser estático<sup>19</sup>.

É importante ressaltar que a TRG possibilitou a construção de inúmeros modelos cosmológicos relativísticos, sendo o primeiro proposto, inclusive, por Einstein. Foi quando ele percebeu que sua teoria poderia ter uma grave falha: ela apontava para uma contração

<sup>19</sup>Einstein mais tarde diria que a constante cosmológica fora o maior erro de sua vida.

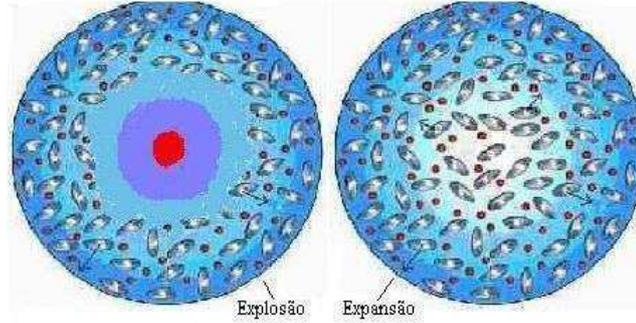


Figura 2.9: Duas maneiras distintas de se imaginar a evolução do Universo.

ou expansão do Universo. Como não haviam evidências observacionais que apontassem para este fato, Einstein foi conservador em admitir que o Universo deveria ser estático, acrescentando a Constante Cosmológica ( $\Lambda$ ), de modo que seu modelo teria curvatura espacial positiva, seria fechado e finito. Posteriormente, Willem de Sitter propôs um modelo que só poderia ser estático se não houvesse matéria, caso contrário este se expandiria. A. A. Friedmann mais tarde, em 1922 e 1924, obteve soluções expansionistas para as equações de Einstein, nas quais explorava-se a possibilidade de Universos abertos e fechados.

Por volta de 1927, Georges Henri Édouard Lemaître (1894-1966) havia obtido resultados equivalentes aos de Friedmann<sup>20</sup>. Todavia, sua interpretação física dos resultados levaram os seus leitores a ter uma reação distinta da que tiveram quando Friedmann propôs seus resultados. Ele enviou cópias de seu trabalho para astrônomos consagrados na época como Eddington e de Sitter. Mas não recebeu quase nenhuma atenção. No entanto, por volta de 1930, a ideia de Universo em expansão estava sendo mais aceita entre os cosmólogos. Foi quando Eddington percebeu que o trabalho de Lemaître seria mais relevante do que ele pensara. O modelo proposto em 1927 foi desenvolvido e apoiado por Eddington no que ficou conhecido como o modelo de Eddington-Lemaître[31], um modelo de Universo infinito no tempo que foi inicialmente estático e que logo depois se expandiu cada vez mais rápido.

Em 1931, Lemaître propôs um modelo cosmológico com origem no Átomo Primordial, que passaria por um período de estabilidade e depois voltaria a expandir-se. Neste modelo, houve uma época em que espaço-tempo e matéria estavam confinados numa espécie de ovo, que ele chamou de Átomo Primordial. A partir deste, aconteceu uma gigantesca explosão e o Átomo Primordial fragmentou-se em partículas cada vez menores,

<sup>20</sup>Inclusive a Lei de Hubble já se encontrava nos seus resultados.

numa enorme fissão nuclear, o que teria dado origem aos elementos químicos que existem atualmente. Apesar de estar incorreto por violar as leis da relatividade e a estrutura da matéria (quântica) [2], o modelo de Lemaître foi a primeira versão do *Big Bang* [31]. No modelo de Lemaître (ver a Figura 2.10), o Universo teve um início no tempo ( $t = 0$ ), no qual o raio de curvatura seria nulo ( $R = 0$ ).

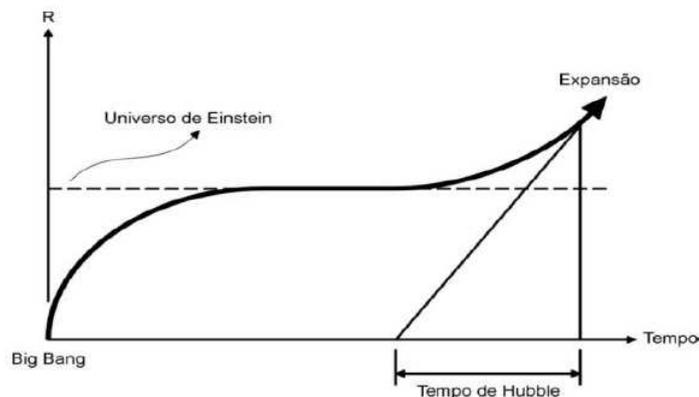


Figura 2.10: Modelo de Lemaître.

Nos anos 40, Gamow propôs um modelo de Universo baseado na expansão do Universo e na Física de Partículas. Seu modelo ficou conhecido como a teoria do *Big Bang*.

## 2.6 A Expansão acelerada do Universo, a matéria e energia escuras

Até meados da década de 1990 o MPC era o de Einstein-de Sitter que, como previsto pela inflação, seria composto de matéria e radiação, com  $\Lambda = 0$ . Contudo, esta visão de Universo passou a ser outra quando, em 1998, dois grupos independentes, o *Supernova Cosmology Project* (SCP) e o *High- $z$  Supernova Search Team*, estudando SNe Ia descobriram que o Universo experimenta uma fase de expansão acelerada. O primeiro grupo estudou 42 supernovas com  $0,18 < z < 0,83$  em conjunto com outras supernovas com  $z < 0,1$ . Eles encontraram um modelo cosmológico com matéria escura e constante cosmológica em que  $\Omega_\Lambda \leq 0$  pode ser excluído com confiança estatística de 99%, independentemente da curvatura da seção espacial[32]. Desta forma, para um modelo

plano, tem-se[26, 33]

$$\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda0} = 1, \quad (2.51)$$

onde  $\Omega_{R0} = \Omega_{K0} = 0$ , o melhor ajuste foi de ( $1\sigma$ )

$$\Omega_{M0} = 0,28^{+0,09}_{-0,08}(est.)^{+0,5}_{-0,04}(sist.), \quad (2.52)$$

correspondendo a  $q = -0.58$  (resultado independente do parâmetro de Hubble)[32, 34].

Como foi visto anteriormente, quando  $q < 0$  tem-se Universos acelerados. Os resultados do SCP fornecem uma idade de  $13,4^{+1,3}_{-1,0} \cdot 10^9$  anos. Estes resultados estão representados na Figura 2.11, estando em plena concordância com a Lei de Hubble, e a ligeira curva para cima indica que o Universo expande-se aceleradamente.

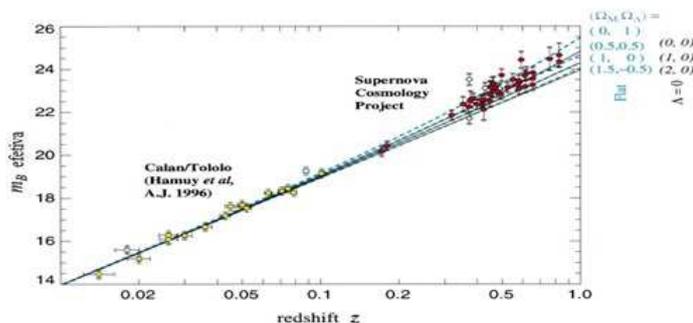


Figura 2.11: Resultados obtidos pelo Supernova Cosmology Project.

Por outro lado, o *High-z Supernova Search Team* estudou 16 supernovas com  $0,16 < z < 0,97$ , incluindo uma supernova do SCP e 34 supernovas com pequenos *redshifts*, chegando à conclusão que para um modelo com matéria escura e  $\Lambda$  tem-se que  $\Omega_{\Lambda} > 0$  com um nível de confiança estatística de 99,7%, independente da curvatura da seção espacial[32, 34, 26, 33]. Eles encontraram um melhor ajuste para uma cosmologia plana de  $\Omega_{M0} = 0,28 \pm 0,10$  e  $\Omega_{\Lambda0} = 1 - \Omega_{M0}$ . Ademais para  $\Omega_{M0} > 0$  eles obtiveram  $q < 0$  com uma confiança estatística de 95% (ver Figura 2.12). Eles encontraram uma idade de  $(14 \pm 1,5) \cdot 10^9$  anos.

A Figura 2.13 permite a comparação entre o panorama geral da expansão do Universo obtido pelos dois grupos supracitados.

A candidata mais simples para explicar a causa desse tipo de expansão é a constante cosmológica, também chamada de Energia Escura (ou do vácuo). Ela seria a responsável por exercer uma pressão negativa, vencendo a gravidade e acelerando a expansão do

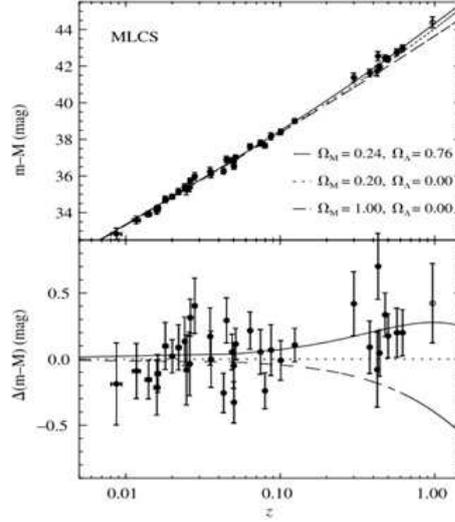


Figura 2.12: High-z Supernova Search Team.

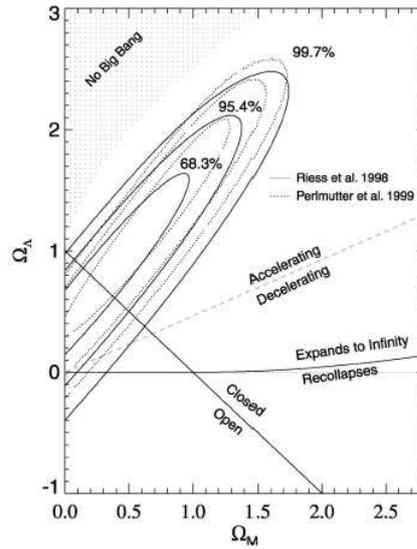


Figura 2.13: Comparação entre os resultados do Supernova Cosmology Project e do High-z Supernova Search Team.

Universo. Existem outras maneiras independentes de se obter a energia escura. A saber: as anisotropias do espectro de potência da RCF; estruturas em grande escala, observações em raios X de aglomerados de galáxias, objetos velhos em altos *redshifts*; tamanho angular de fontes de rádio compactas e radio galáxias e *Gamma-Ray Bursts*<sup>21</sup> (GRB).

No Observatório Nacional de Kitt Peak, no Arizona, Vera Rubin e seu colaborador Kent Ford mediram a velocidade de rotação de várias galáxias distantes através do deslocamento Doppler de aglomerados de estrelas situados a distintas distâncias do centro

<sup>21</sup>Trataremos dos *Gamma-Ray Bursts* no Capítulo 4.

da galáxia. O resultado esperado seria que à medida que se observassem as estrelas mais afastadas do centro da galáxia tivessem velocidades menores que as mais próximas, como sugere as Leis de Kepler. Ou seja, as velocidades dessas estrelas deveriam obedecer a regra de proporcionalidade ( $v \propto R^{-\frac{1}{2}}$ ). Entretanto, eles observaram que a velocidade de rotação não diminuía à medida que as estrelas afastadas do centro eram observadas (ver Figura 2.14). Isto é, a galáxia aparentava ter mais matéria do que se observava<sup>22</sup>.

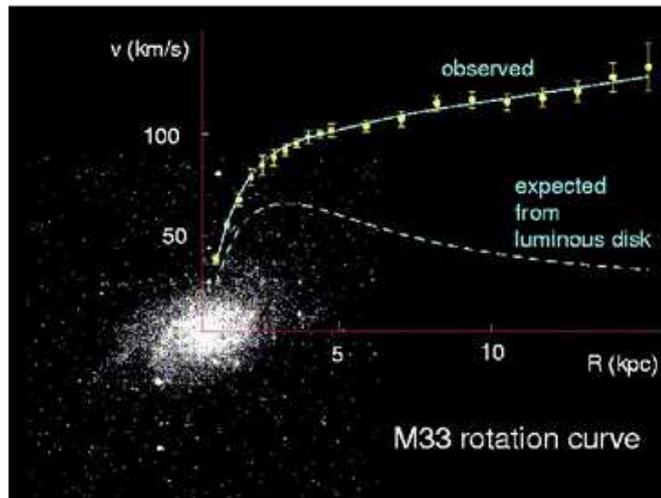


Figura 2.14: Comportamento observado para a curva de rotação da galáxia M33.

A matéria escura interage apenas gravitacionalmente com os corpos. Esta não interage com a luz e nem a produz, daí veio a denominação Matéria Escura. Desta forma se tem que a maior parte da composição do Universo é ainda desconhecida. Todas estas evidências se baseiam em uma quantidade denominada *redshift* cosmológico, que discutiremos a seguir.

## 2.7 O *redshift* cosmológico

Supondo que um fóton é emitido por uma fonte localizada em  $(r_1, \theta_1, \phi_1)$  no instante  $t_1$  e que este é detectado por um observador comóvel em  $\mathbf{O}(r_0, \theta_0, \phi_0)$  no instante  $t_0$ . O Princípio Cosmológico permite a escolha da origem do sistema de coordenadas para o observador como sendo  $r_0 = 0$ , uma vez que a homogeneidade requer que todas as posições sejam equivalentes. Assim, o fóton viajará sobre geodésicas radiais nulas ( $ds^2 = 0$ ) em direção à origem  $\mathbf{O}$  ao longo de  $-r$ , sendo  $\theta$  e  $\phi$  fixos ( $d\theta = d\phi = 0$ ).

<sup>22</sup>A matéria visível é aquela que pode ser detectada em algum comprimento de onda.

Usando essas considerações em (2.12), obtém-se que:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 \frac{dr^2}{1 - kr^2} \equiv 0, \quad (2.53)$$

onde os sinais (+) e (−) representam a luz afastando-se e aproximando-se da origem, respectivamente.

Para a situação considerada, tem-se:

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = - \int_{r_1}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = f(r_1), \quad (2.54)$$

sendo a solução de  $f(r_1)$ , para os casos  $k \pm 1$  e  $k = 0$  dada por:

$$f(r_1) = \frac{\arcsin(\sqrt{k}r_1)}{\sqrt{k}} = \begin{cases} \arcsin(r_1) & k = +1 \\ r_1 & k = 0 \\ \operatorname{arcsinh}(r_1) & k = -1 \end{cases} \quad (2.55)$$

Note-se que  $f(r_1)$  independe do tempo.

Supondo agora que a próxima crista tenha sido emitida em  $t_1 + \delta t_1$  e captada em  $t_0 + \delta t_0$ , tem-se que a equação de movimento é dada por:

$$\int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{a(t)} = f(r_1). \quad (2.56)$$

Logo, subtraindo (2.56) de (2.54), obtém-se:

$$\int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{a(t)} - \int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = f(t_0 + \delta t_0) - f(t_1 + \delta t_1) - (f(t_0) - f(t_1)), \quad (2.57)$$

rearranjando os termos de (2.57), esta se torna:

$$f(t_0 + \delta t_0) - f(t_0) - (f(t_1 + \delta t_1) - f(t_1)) = \int_{t_0}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{a(t)} - \int_{t_1}^{t_1 + \delta t_1} \frac{cdt}{a(t)}. \quad (2.58)$$

Admitindo que  $a(t)$  é aproximadamente constante no intervalo de tempo  $(t_1 + \delta t_1) - (t_0 + \delta t_0)$ , logo:

$$\frac{c\delta t_0}{a(t_0)} = \frac{c\delta t_1}{a(t_1)}. \quad (2.59)$$

Por outro lado se tem que

$$\lambda_0 = c\delta t_0, \quad (2.60)$$

e

$$\lambda_1 = c\delta t_1. \quad (2.61)$$

Então, substituindo esses resultados em (2.59), obtém-se:

$$\frac{\lambda_0}{a(t_0)} = \frac{\lambda_1}{a(t_1)}. \quad (2.62)$$

Combinando (2.49) com (2.62), chega-se a:

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_1)}, \quad (2.63)$$

onde  $a(t_0) = a_0$ . É usual empregar-se também a normalização  $a_0 = 1$ .

A equação (2.63) é muito importante para a Cosmologia, uma vez que relaciona quantidades não-observáveis (fator de escala) à quantidades observáveis (*redshift*) e, além de não depender de modelos cosmológicos, fornece uma maneira de saber como o Universo aumentou desde que a luz foi emitida em relação aos valores atuais. Além disso, muitas vezes substitui-se o tempo pelo *redshift* empregando-a para isso, o que simplifica as equações usadas. Através desta relação pode-se compreender como o *redshift* indica que o Universo está se expandindo. Se  $a_0 > a(t_1)$  tem-se que  $z > 1$  e, portanto, o universo expandiu no intervalo entre a emissão e detecção da luz. Caso contrário, o Universo estaria se contraindo. Perceba, também, que para o tempo atual se tem  $z = 0$ .

## 2.8 Distâncias em Cosmologia

### 2.8.1 Distâncias Própria e Comóvel

Um dos conceitos mais complexos e relevantes da Cosmologia Moderna é a medida de distâncias. Contudo, sua definição depende de muitos fatores, o que muitas vezes torna seu entendimento demasiadamente complicado. Para  $z > 0.5$  deve-se explicitar que tipo de definição será utilizado. Então, como não há uma forma fixa de determinar-se a distância à um objeto astrofísico observado, sua determinação necessita de conhecimentos de propriedades astrofísicas dos objetos em questão.

A distância entre dois eventos ou observadores comóveis, isto é, em repouso em relação à expansão do Universo (fluxo de Hubble) pode ser interpretada como sendo a distância percorrida por um fóton entre esse dois eventos, dada por:

$$D_c = \int_t^{t_0} \frac{a_0}{a(t)} c dt = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (2.64)$$

onde  $t$  e  $t_0$  são os tempos de emissão e detecção, respectivamente. Considerando  $c = 1$  e a normalização  $a_0 = 1$ , e usando as equações (2.23) e (2.63), pode-se reescrevê-la da seguinte

forma:

$$D_c = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (2.65)$$

Por outro lado, extraindo a raiz quadrada em ambos os membros da equação (2.29), obtém-se:

$$H(t) = H_0 \left[ \Omega_{M0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_{R0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^4 + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{K0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.66)$$

ou,

$$H(t) = H_0 E(t), \quad (2.67)$$

sendo  $E(t)$  definido como

$$E(t) = \left[ \Omega_{M0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_{R0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^4 + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{K0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.68)$$

É possível fazer uma mudança de variáveis de  $t$  para  $z$  na relação (2.67), empregando, para esse fim, a equação (2.63). Então:

$$H(z') = H_0 E(z'), \quad (2.69)$$

sendo

$$E(z') = \left[ \Omega_{M0}(1+z)^3 + \Omega_{R0}(1+z)^4 + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{K0}(1+z)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.70)$$

Assim, combinando esse resultado com a equação (2.65), chega-se a:

$$D_c = \frac{1}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}. \quad (2.71)$$

Outro tipo de distância importante é a distância própria  $D_p$ . Considerando dois observadores, um em  $r = 0$  (origem) e o outro em  $(r_1, \theta_1, \phi_1)$ , a distância própria, no instante  $t$  ( $dt = 0$ ), entre eles é definida como sendo o comprimento da geodésica do tipo espacial que liga as suas linhas de Universo, isto é,

$$D_p(t) = \int_0^{r_1} \sqrt{g_{rr}} dr = \int_0^{r_1} \frac{a(t) dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = a(t) D_c. \quad (2.72)$$

Note-se que para pequenos valores de  $r$  não há influência da curvatura  $k$ . Devido à homogeneidade e isotropia do Universo, tem-se que  $\theta$  e  $\phi$  são fixos ( $d\theta = d\phi = 0$ ), logo:

$$D_p(t) = a(t) \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = a_0 r_1. \quad (2.73)$$

Perceba que a velocidade relativa entre os observadores é dada por  $v_r = \frac{dD_p}{dt} = \dot{a}_0 r_1 = \frac{\dot{a}_0}{a_0} a_0 r_1$ , onde  $D_p = a_0 r_1$  e, desta forma, obtém-se a Lei de Hubble, ou seja,  $v_r = H_0 D_p = H_0 d$ .

As distâncias comóvel e própria não são diretamente mensuráveis. Na próxima seção são apresentadas as distâncias de luminosidade e de diâmetro angular, obtidas diretamente através de informações dos objetos astrofísicos observados.

## 2.8.2 Distâncias de Luminosidade e de Diâmetro angular

A distância de luminosidade é obtida através da medição da luminosidade aparente<sup>23</sup>  $l$  de um objeto. Para medi-la é importante que se conheça a sua luminosidade absoluta  $L$ , isto é, a luminosidade total emitida pelo objeto (fontes que têm suas luminosidades intrínsecas conhecidas são denominadas Velas-Padrão). A luminosidade aparente é facilmente mensurável, mas a luminosidade absoluta requer o conhecimento de alguma propriedade física do objeto [38]. Então, uma fonte pontual que emite sinais em frentes de ondas esféricas, fornece uma luminosidade aparente dada por[7]:

$$l = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (2.74)$$

onde  $d$  é a distância de luminosidade. O fator  $4\pi d^2$  pode ser interpretado como sendo a área imaginária da frente esférica e  $d$  corresponde ao seu raio. Logo, é possível notar que  $l \propto d^{-2}$ . Esta relação é válida para o espaço-tempo de Minkowski, no qual os efeitos de curvatura são desprezíveis ( $k = 0$ ).

Assim, a distância de luminosidade é definida como:

$$D_L \equiv \frac{L}{4\pi l^2}, \quad (2.75)$$

em que se supõe que a medida de  $D_L$  seja para um Universo estático. Deste modo, essa distância coincide com a distância própria estudada na seção anterior.

Para uma fonte que emite fótons num instante de emissão  $t_e$ , estes se distribuirão numa superfície cuja área própria, num instante  $t_0$  é dada por:

$$A_p(t_0) = 4\pi D_p^2(t_0), \quad (2.76)$$

onde  $D_p = a_0 r$ .

---

<sup>23</sup>A luminosidade aparente que se mede do Sol é chamada de constante solar.

Por outro lado, quando um fóton é emitido, no instante  $t_e$  ele possui energia de emissão  $E_e = \frac{hc}{\lambda_e}$ .

O comprimento de onda observado em  $t_0$  é dado por:

$$\lambda_0 = \lambda_e \frac{a_0}{a} = (1+z)\lambda_e, \quad (2.77)$$

onde  $a = a(t = t_e)$ .

A energia medida, portanto, deve diminuir para  $E_0 = \frac{E_e}{1+z}$ . A expansão, além de modificar a quantidade de energia medida, também irá mudar intervalo de tempo entre dois fótons. Para um intervalo de tempo na emissão igual a  $\delta t_e$  a distância própria é  $c\delta t_e$ . A distância na observação será  $c\delta t_e(1+z)$ . O intervalo de tempo valerá  $\delta t_0 = \delta t_e(1+z)$ . Se a luminosidade aparente se dá pela relação entre luminosidade absoluta (potência) e a área da esfera imaginária, logo:

$$l = \frac{\frac{E_0}{\delta t_0}}{4\pi a_0 r^2} = \frac{\frac{E_e}{(1+z)}}{4\pi a_0 r^2} = \frac{L}{4\pi a_0^2 r^2 (1+z)^2}. \quad (2.78)$$

Desta forma, comparando-se as equações (2.75) e (2.78), nota-se que:

$$D_L = a_0 r (1+z) = D_p (1+z). \quad (2.79)$$

Note-se que para  $z$ 's pequenos  $D_L = D_p$ .

Ademais, a coordenada radial  $r(z)$  de uma fonte que é observada atualmente com *redshift*  $z$  pode ser calculada por[1]:

$$r(z) = S \left[ \int_{t(z)}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \right], \quad (2.80)$$

sendo

$$S(y) = \begin{cases} \sin(y) & k = +1 \\ y & k = 0 \\ \sinh(r_1) & k = -1 \end{cases} \quad (2.81)$$

A equação (2.80) pode ser reescrita em termos de uma integral no *redshift*:

$$r(z) = S \left[ \int_0^z \frac{dz'}{a_0 H(z')} \right]. \quad (2.82)$$

Relembrando que  $\Omega_{K0} \equiv -\frac{k}{a_0^2 H_0^2}$ , tem-se ainda que

$$a_0 r(z) = \frac{1}{H_0 \Omega_{K0}^{1/2}} \sinh \left[ \Omega_{K0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right]. \quad (2.83)$$

Esta é uma maneira genérica de escrevê-la, pois inclui todos os valores de curvatura.

Então, a distância de luminosidade pode ser obtida como:

$$D_L(z) = \frac{1+z}{H_0 \Omega_{K0}^{1/2}} \sinh \left[ \Omega_{K0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right]. \quad (2.84)$$

Para o  $\Lambda$ CDM,  $E(z)$  é dado por:

$$E(z) = \sqrt{\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{M0}(1+z)^3 + \Omega_{R0}(1+z)^4 + (1 - \Omega_{M0} - \Omega_{\Lambda 0} - \Omega_{R0})(1+z)^2}. \quad (2.85)$$

Por outro lado, tem-se a distância de diâmetro angular  $D_A$ , a qual está associada ao tamanho intrínseco dos objetos astrofísicos. Um objeto cujo comprimento próprio é conhecido é denominado Régua Padrão.

Se um objeto possui comprimento  $D$  e está ortogonal à linha de visada, tal que suas extremidades produzem uma abertura angular  $\delta\theta$  pequena o suficiente para que a distância de diâmetro angular possa ser definida como

$$D_A \equiv \frac{D}{\delta\theta}, \quad (2.86)$$

que seria própria caso o Universo fosse estático e possuísse curvatura nula.

Supondo que o objeto a ser observado esteja à uma distância comóvel  $r$  do observador comóvel na origem, cujos extremos desse objeto possuam coordenadas comóveis  $(r_1, \theta_1, \phi_1)$  e  $(r_2, \theta_2, \phi_2)$  de forma que a distância entre os dois extremos no momento da emissão seja obtida da métrica FLRW:

$$ds = ar\delta\theta = D. \quad (2.87)$$

Conhecendo o *redshift* ao qual a radiação do objeto foi submetida, tem-se:

$$D = \frac{a_0 r \delta\theta}{(1+z)}. \quad (2.88)$$

Agora, substituindo (2.88) em (2.86), percebe-se que

$$D_A = \frac{a_0 r}{1+z}. \quad (2.89)$$

Ao comparar-se (2.89) com (2.79), conclui-se que:

$$D_A = \frac{D_L}{(1+z)^2}, \quad (2.90)$$

ou, ainda,

$$D_A(1+z) = D_p(t_0) = \frac{D_L}{(1+z)}. \quad (2.91)$$

Analisando a equação (2.90), nota-se que um objeto que é simultaneamente Régua Padrão e Vela Padrão possui, para um dado  $z$ , uma distância de diâmetro angular menor que a sua distância de luminosidade. Veja que a  $D_A$  é igual a  $D_p$  no momento da emissão dos fótons:

$$D_A = \frac{D_p(t_0)}{1+z} = D_p(t_e). \quad (2.92)$$

Substituindo (2.69) e (2.82) na primeira igualdade de (2.92), encontra-se:

$$D_A(z) = \frac{1}{H_0(1+z)} \sinh \left[ \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right], \quad (2.93)$$

ou, ainda,

$$D_A(z) = \frac{1}{\Omega^{1/2} H_0(1+z)} \sinh \left[ \Omega_{K0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right]. \quad (2.94)$$

Note-se que, ao se comparar (2.94) com (2.84), identifica-se, novamente, a relação (2.90), denominada de Relação de Dualidade das Distâncias Cósmicas<sup>24</sup> (RDDC).

$$\frac{D_L}{D_A(1+z)^2} = 1. \quad (2.95)$$

Para  $z$ 's muito pequenos, como esperado, recupera-se  $D_L = D_A = D_p$ . Testar esta relação até altos  $z$ 's é o objetivo da presente dissertação. No próximo Capítulo, discutiremos quais observáveis foram utilizados.

---

<sup>24</sup>No Capítulo 4 a RDDC será abordada em maiores detalhes.

# Capítulo 3

## Lentes Gravitacionais, Supernovas e Gamma Ray Bursts

Neste Capítulo, discutiremos uma das principais ferramentas cosmológicas usadas nesta dissertação: as lentes gravitacionais. Estas estruturas fornecem distâncias de diâmetro angular até  $z = 3,6$ , valor inalcançável por outros métodos. Será abordado também outras duas fontes de distâncias de luminosidade necessárias para nosso teste: as Supernovas Tipo Ia e os *Gamma Ray Bursts*, este último, fornecendo distâncias até  $z \approx 9$ , bem superior às Supernovas Tipo Ia,  $z = 1,5$ .

### 3.1 Lentes Gravitacionais

As lentes gravitacionais causam desvio na trajetória de raios de luz que passam nas proximidades de um campo gravitacional e, embora sejam atualmente explorados num contexto relativístico, foram conjecturados na TNG. No final do século XVIII, Jhon Michell e Henry Cavendish obtiveram resultados importantes sobre o desvio da trajetória da luz por meio da medição das massas de estrelas através das reduções da velocidade da luz por elas emitidas. Eles chegaram a calcular qual seria o valor do ângulo de deflexão.

Em 1804, de posse dos trabalhos de Laplace acerca das estimativas de massas estelares (que eram equivalentes às fornecidas por Michell e Cavendish), Johan von Sodner calculou qual deveria ser o ângulo de deflexão, obtendo  $\tilde{\alpha} = 0,84''$  [25]. Mais de um século após Sodner ter estimado o valor do ângulo de deflexão  $\tilde{\alpha}$ , Einstein (1911) obteve os mesmos resultados deste ao empregar o Princípio da Equivalência, considerando uma

geometria euclidiana:

$$\tilde{\alpha} = \frac{2GM_{\odot}}{c^2} \frac{1}{R_{\odot}} = 0,83'', \quad (3.1)$$

sendo  $M_{\odot}$  e  $R_{\odot}$  a massa e o raio do Sol, respectivamente;  $G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N.m^2}{kg^2}$  é a constante gravitacional e  $c$  é a velocidade da luz.

Posteriormente, utilizando a TRG, Einstein foi o primeiro a obter o valor correto para o ângulo de deflexão de um raio de luz a uma distância  $r$  de um objeto de massa  $M$

$$\tilde{\alpha} = \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{r} = 1.74''. \quad (3.2)$$

Perceba que  $\tilde{\alpha}$  é duas vezes maior que o previsto pela TGN, e isso se deve à curvatura espacial [25, 45, 46, 48].

As lentes gravitacionais são divididas em duas categorias: as Lentes Gravitacionais Fortes e as Lentes Gravitacionais Fracas, que resultam de deflexões causadas por objetos muito massivos (quasares, galáxias etc.) e pouco massivos (estrelas), respectivamente. Nesta dissertação, estamos interessados nas Lentes Gravitacionais Fortes, uma vez que estas fornecessem distâncias de diâmetro angular em *redshifts* altíssimos. Além disso, utilizaremos o modelo da Esfera Isotérmica Singular (SIS), adotando, também, o modelo com uma lei de potência mais geral, denominado modelo PLAW.

### 3.1.1 A aproximação de Lente Fina

A aproximação lente fina é considerada ao estudar lentes gravitacionais. De acordo com essa aproximação, as dimensões da lente são muito menores que as distâncias envolvidas, de modo que a geometria do espaço-tempo pode ser bem descrita pela métrica FLRW e que as perturbações na trajetória da luz ocorrem basicamente em um ponto, isto é, são perturbações locais [25, 45]. Essas afirmações são razoáveis para quando as velocidades relativas da lente, fonte e observador forem muito menores que a velocidade da luz ( $v \ll c$ ) e se o potencial newtoniano é pequeno ( $|\Phi| \ll c^2$ ).

### 3.1.2 A Equação das Lentes

Na Figura 3.1 há uma representação das distâncias de diâmetro angular entre a fonte e a lente,  $D_{LS}$ , observador e fonte,  $D_S$ , e lente e observador<sup>1</sup>,  $D_L$ . Note-se que para

<sup>1</sup>Nesta configuração, pode-se escolher o observador localizado na origem.

um Universo em expansão  $D_S \neq D_{LS} + D_L$  [25, 35]. Além disso, na situação representada, os raios de luz emitidos formaram duas imagens,  $S_1$  e  $S_2$ . Perceba, também, que esses raios não necessariamente chegarão ao observador de forma simultânea. Contudo, através do espectro das imagens e da estimativa das suas distâncias, é possível notar que as duas imagens tratam-se do mesmo objeto. Mais adiante, esses fenômenos serão abordados com mais detalhes.

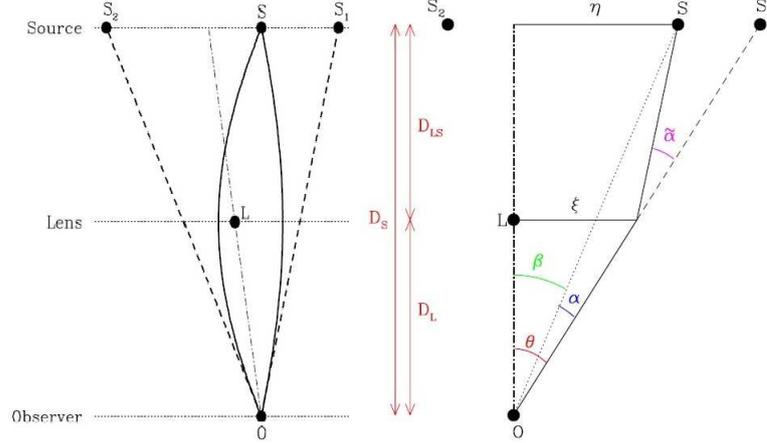


Figura 3.1: Representação das distâncias de diâmetro angular entre fonte e lente, lente e observador e observador e fonte. Fonte: Wambsganss (1998).

Por outro lado, para o caso de uma simetria esférica, o ângulo de deflexão é dado como:

$$\tilde{\alpha} = \frac{4GM(\xi)}{c^2} \frac{1}{\xi}, \quad (3.3)$$

em que  $M(\xi)$  é a massa dentro de um raio  $\xi$ .

Através da Figura 3.2, pode-se obter algumas informações relevantes sobre as relações entre os parâmetros envolvidos, isto é, entre as distâncias de diâmetro angular e os ângulos. Aplicando a Lei dos Senos no  $\Delta OSI$ , obtém-se:

$$\frac{\sin(180^\circ - \tilde{\alpha})}{D_S} = \frac{\sin(\theta - \beta)}{D_{LS}}. \quad (3.4)$$

Usando a relação trigonométrica  $\sin(180^\circ - \tilde{\alpha}) = \sin 180^\circ \cos \tilde{\alpha} - \sin \tilde{\alpha} \cos 180^\circ = \sin \tilde{\alpha}$  e, considerando que para pequenos ângulos  $\sin \beta \approx \beta$  e  $\sin(\theta - \beta) \approx \theta - \beta$ , tem-se que

$$\frac{\tilde{\alpha}}{D_S} = \frac{\theta - \beta}{D_{LS}}. \quad (3.5)$$

Logo, isolando  $\beta$ , obtém-se:

$$\beta = \theta - \frac{D_{LS}}{D_S} \tilde{\alpha}. \quad (3.6)$$

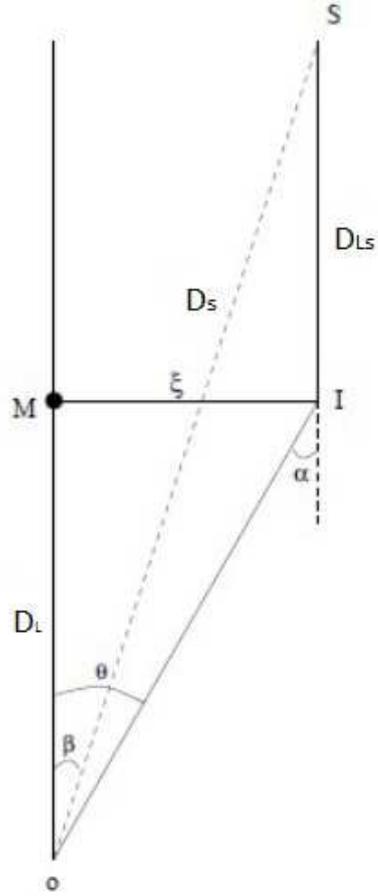


Figura 3.2: Representação das distâncias de diâmetro angular, entre fonte e lente, lente e observador e observador e fonte, e os ângulos envolvidos. Fonte: Schneider et al. (1992)

Ademais, considerando que

$$\alpha(\theta) = \frac{D_{LS}}{D_S} \tilde{\alpha}(\theta), \quad (3.7)$$

chega-se à seguinte relação:

$$\beta = \theta - \alpha, \quad (3.8)$$

conhecida como Equação da Lente. É importante lembrar que essas relações são válidas para todos as situações em que  $\theta, \beta, \tilde{\alpha} \ll 1$ . É usual escrever a Equação das Lentes na forma vetorial[47]:

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}. \quad (3.9)$$

### 3.1.3 Anel de Einstein

Analisando o  $\Delta OMI$  da Figura 3.2, é possível notar que

$$\tan(\theta) = \frac{\xi}{D_L}. \quad (3.10)$$

Para pequenos ângulos, a equação (3.11) pode ser reescrita como:

$$\xi = \theta D_L. \quad (3.11)$$

Logo, usando as equações (3.12) e (3.4), na equação (3.9), tem-se:

$$\beta(\theta) = \theta - \left( \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_L D_S} \right) \theta^{-1}. \quad (3.12)$$

A partir desse resultado pode-se explicar o fato de um objeto poder ter mais de uma imagem (neste caso, por se tratar de uma equação de 2º grau em  $\theta$ , o objeto apresenta duas imagens), isto é:

$$\theta^2 - \beta\theta - \alpha_0^2 = 0, \quad (3.13)$$

onde o ângulo  $\alpha_0$  foi definido como

$$\alpha_0 \equiv \left( \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_L D_S} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.14)$$

o qual depende apenas da massa da lente e das distâncias envolvidas. Portanto, os possíveis valores de  $\theta$  são

$$\theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\alpha_0^2} \right). \quad (3.15)$$

Isto define a localização das imagens da lente gravitacional como uma função da posição real da fonte em relação à lente[47].

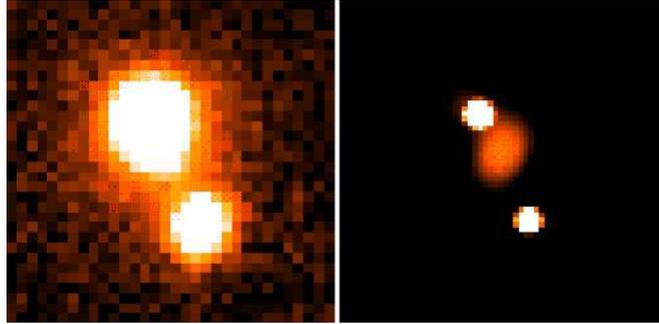


Figura 3.3: À esquerda se tem duas imagens de um duplo Quasar (HE1104-1825 em  $z_Q = 2,316$  e  $\Delta\theta = 3,2\text{arcsec}$ ) observado no infravermelho na banda-J. À direita se tem duas imagens obtidas com a técnica de deconvolução que revela bem a galáxia lente entre as duas imagens do Quasar em  $z_G = 1,66$ . Fonte: Wambsganss (1998)

A equação (3.16) pode ainda ser reescrita da seguinte forma:

$$\theta_{\pm} = \frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \frac{D_{LS}}{D_L D_S} \frac{4GM}{c^2}}. \quad (3.16)$$

Para o caso em que exista um perfeito alinhamento ( $\beta = 0$ ), entre fonte, lente e observador, a equação (3.17) se reduz a:

$$\theta_{\pm} = \pm \sqrt{\frac{D_{LS}}{D_L D_S} \frac{4GM}{c^2}}. \quad (3.17)$$

A simetria esférica da situação na qual existe o alinhamento requer que a luz defletida seja captada pelo observador igualmente em todas as direções, formando o denominado anel de Einstein<sup>2</sup> (ver Figura 3.4), cujo raio é subentendido por um ângulo  $\theta_E$  dado por:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{D_{LS}}{D_L D_S} \frac{4GM}{c^2}}. \quad (3.18)$$

Note que o ângulo  $\alpha_0$  definido anteriormente é igual a  $\theta_E$ , de modo que

$$\theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} \right). \quad (3.19)$$

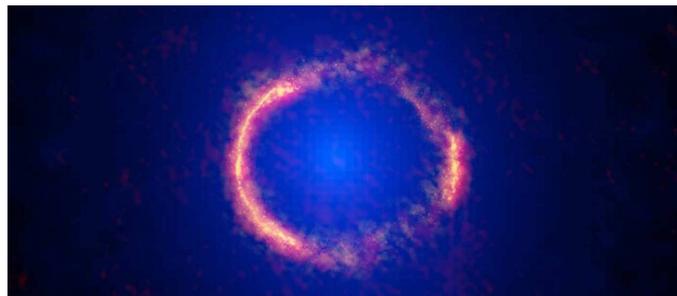


Figura 3.4: Composição de observações realizadas em 2016, pelos telescópios Alma e Hubble, apresentam a galáxia SDP81, localizada a cerca de 12 bilhões de anos-luz da Terra. Fonte: Alma (NRAO/ESO/NAOJ) & Hubble (NASA/ESA).

### 3.1.4 Densidade de Massa Superficial Crítica

De acordo com a aproximação de lente fina, mesmo no caso de lentes geradas por aglomerados de galáxias, o tamanho físico destas é geralmente muito menor do que as distâncias entre observador, lente e fonte[49]. A deflexão, portanto, surge ao longo de uma seção muito curta do caminho da luz, conforme está representado na Figura 3.5. No caso mais geral de uma distribuição de massa tridimensional de uma Lente Gravitacional,

<sup>2</sup>O anel de Einstein se formará mesmo se a fonte não estiver exatamente sobre a linha que une o observador e a lente, mas bem próximo a ela, formando um anel incompleto.

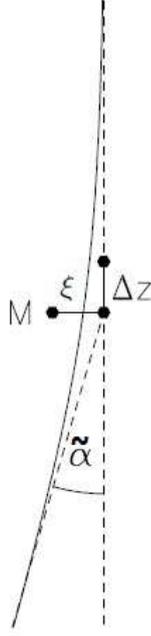


Figura 3.5: Deflexão de um raio de luz por uma massa pontual  $M$ . Fonte: Meneghetthi (2002).

a densidade  $\rho(\vec{r})$  pode ser projetada ao longo da linha de visão sobre o plano da lente para obter a distribuição bidimensional da densidade de massa superficial  $\Sigma(\vec{\xi})$  como[25, 50]:

$$\Sigma(\vec{\xi}) = \int_0^{D_S} \rho(\vec{r}, z) dz, \quad (3.20)$$

onde  $\vec{r}$  é um vetor tridimensional no espaço e  $\vec{\xi}$  é um vetor bidimensional no plano.

Se a aproximação de lente fina for válida, o ângulo bidimensional de deflexão total,  $\vec{\alpha}$ , será dado pela soma da contribuição de todos os elementos de massa[25, 45, 49, 50, 12]:

$$\vec{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int \frac{(\vec{\xi} - \vec{\xi}') \Sigma(\vec{\xi}')}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2} d^2\xi'. \quad (3.21)$$

Considerando que a lente encontra-se na origem do sistema de referência, tem-se que o ângulo de deflexão é dado por:

$$\tilde{\alpha} = \frac{4G2\pi}{c^2\xi} \int_0^\xi \xi' \Sigma(\xi') d\xi' = \frac{4G\pi\Sigma}{c^2\xi} = \frac{4GM(\xi)}{c^2\xi}, \quad (3.22)$$

onde  $M(\xi) = \int_0^\xi 2\pi\xi' \Sigma(\xi') d\xi'$  é a massa da lente interna a  $\xi$ . Usando (3.12) e (3.23) em (3.8), obtém-se:

$$\alpha(\theta) = \frac{4\pi G \Sigma}{c^2} \frac{D_L D_{LS}}{D_S} \theta. \quad (3.23)$$

Definindo a Densidade de Massa Crítica como sendo:

$$\Sigma_{crit} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_S}{D_L D_{LS}}, \quad (3.24)$$

então o ângulo de deflexão para uma distribuição de massa pode ser expresso como:

$$\alpha(\theta) = \frac{\Sigma}{\Sigma_{crit}} \theta. \quad (3.25)$$

Note-se que para  $\Sigma = \Sigma_{crit}$  tem-se que  $\alpha(\theta) = \theta$  e, portanto, ao substituir este valor na equação da lente, obtém-se  $\beta = 0$ . Foi visto que quando  $\beta$  é nulo, tem-se o anel de Einstein.

### 3.1.5 Esfera Isotérmica Singular

Um modelo simples para a distribuição de massas em galáxias pressupõe que as estrelas e outros componentes de massa se comportam como partículas de um gás ideal, confinados pelo seu potencial gravitacional esfericamente simétrico. Desta forma, a equação de estado para essa situação assume a forma [45]

$$p = \frac{\rho k T}{m}, \quad (3.26)$$

onde  $\rho$  e  $m$  são a densidade de massa e a massa das estrelas, respectivamente.

Por outro lado, no equilíbrio térmico, a temperatura  $T$  está relacionada à velocidade de dispersão estelar unidimensional  $\sigma_v$  por

$$m\sigma_v^2 = kT. \quad (3.27)$$

A temperatura e a velocidade de dispersão estelar, em geral, dependem de  $r$ . No entanto, é usual admitir-se que o gás estelar é isotérmico e, desse modo, essas grandezas são constantes através da galáxia.

A equação de equilíbrio hidrostático é dada por:

$$\frac{dp}{dr} = -\rho \frac{GM(\vec{r})}{r^2}, \quad (3.28)$$

onde  $M(r) = \int_0^r 4\pi\rho r^2 dr$  é a massa interna ao raio  $r$ . Então, combinando as três últimas equações, obtém-se a distribuição de massa denominada SIS, cuja densidade  $\rho(\vec{r})$  é dada por:

$$\rho(\vec{r}) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2}, \quad (3.29)$$

Como a  $\rho \propto r^{-2}$ , logo  $M(r) \propto r$  e, portanto, a velocidade de rotação das estrelas numa órbita circular sujeitas a um potencial pode ser escrita como

$$v_{rot}^2(r) = \frac{GM(r)}{r} = 2\sigma_v^2 = \text{constante}. \quad (3.30)$$

As curvas de rotação plana das galáxias são naturalmente reproduzidas por este modelo[45].

Substituindo (3.30) em (3.21), tem-se:

$$\Sigma_{SIS}(\vec{\xi}) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r^2} dz = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{\xi^2 + z^2} = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G} \frac{1}{\xi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{1 + (\frac{z}{\xi})^2}. \quad (3.31)$$

Fazendo a substituição trigonométrica  $\tan \theta = \frac{z}{\xi}$ , obtém-se:

$$\Sigma_{SIS}(\vec{\xi}) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G} \frac{1}{\xi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta = \frac{\sigma_v^2}{2G} \frac{1}{\xi}, \quad (3.32)$$

sendo  $\xi$  a distância ao centro da configuração bidimensional. Combinando as equações (3.4) e (3.33) juntamente com a relação  $M(\xi) = \int_0^\xi 2\pi \xi' \Sigma(\xi') d\xi'$ , obtém-se que o ângulo de deflexão é dado por [45, 25, 50, 9]

$$\tilde{\alpha} = 4\pi \frac{\sigma_v^2}{c^2}, \quad (3.33)$$

que é independente de  $\xi$  e aponta para o centro da lente. Usando as equações (3.8) e (3.9) em (3.34) para o caso em que haja o anel de Einstein, obtém-se que para a SIS é válida a relação [51, 9]

$$\theta_E = 4\pi \frac{\sigma_v^2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_S} \quad (3.34)$$

É possível obter um modelo mais geral para a SIS, levando em conta uma lei de potência (PLAW)  $\rho \propto r^{-\gamma}$ , uma vez que esse tipo de modelo é importante desde que muitos estudos têm mostrado que os perfis de densidade de galáxias individuais mostram uma tendência para um espalhamento não desprezível das SIS. A massa interna ao anel de Einstein  $\theta_E$  é dada por:

$$M_{lens} = \pi R_E^2 \Sigma_{cr}, \quad (3.35)$$

onde

$$R_E = \theta_E D_l, \quad (3.36)$$

é o raio de Einstein, medido em *kpc*, e

$$\Sigma_{crit} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_S}{D_l D_{ls}}. \quad (3.37)$$

Portanto, tem-se que:

$$M_{lens} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s D_l}{D_{ls}} \theta_E^2. \quad (3.38)$$

Por outro lado, se tivermos dados espectroscópicos que proporcionem a dispersão de velocidade  $\sigma_{ap}$  dentro da abertura  $\theta_{ap}$ , então, depois de resolver a equação esférica de

Jeans, pode-se avaliar a massa dinâmica  $M_{Din}$  dentro da abertura projetada para o plano da lente e dimensioná-la para o raio de Einstein [51]

$$M_{Din} = \frac{\pi}{G} \sigma_{ap}^2 R_E \left( \frac{R_E}{R_{ap}} \right)^{2-\gamma} f(\gamma), \quad (3.39)$$

ou ainda,

$$M_{Din} = \frac{\pi}{G} \sigma_{ap}^2 D_l \theta_E \left( \frac{\theta_E}{\theta_{ap}} \right)^{2-\gamma} f(\gamma), \quad (3.40)$$

onde

$$f(\gamma) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(5-2\gamma)(1-\gamma)}{3-\gamma} \frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\gamma-3/2)} \times \left[ \frac{\Gamma(\gamma/2-1/2)}{\Gamma(\gamma/2)} \right]^2. \quad (3.41)$$

Agora, combinando as equações (3.39) com (3.41), obtém-se:

$$\theta_E = 4\pi \frac{\sigma_{ap}^2}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_s} \left( \frac{\theta_E}{\theta_{ap}} \right)^{2-\gamma} f(\gamma). \quad (3.42)$$

Essa equação recai numa SIS quando  $\gamma = 2$ .

## 3.2 Supernovas Tipo Ia

Nos últimos anos, os astrônomos encontraram um indicador de distância bastante preciso e capaz de ser utilizado a grandes distâncias e que ao mesmo tempo está relativamente livre de efeitos sistemáticos[26]: são as Supernovas Tipo Ia. As Supernovas consistem basicamente no final de algumas estrelas e são classificadas de acordo com o seu espectro e luminosidade. Minkowski [86] classificou as Supernovas em dois tipos. As do tipo I não possuem hidrogênio em seu espectro, diferentemente das do tipo II que possuem. As Supernovas do tipo I podem ser divididas em Ia, Ib e Ic (nesta dissertação estamos interessados nas SNe Ia). As do tipo Ia resultam de explosões termonucleares de uma anã branca em um sistema binário, quando sua massa atinge o limite de Chandrasekhar, cerca de  $1,44m_{\odot}$ . Devido ao fato de as explosões ocorrerem próximas a esse limite, as curvas de luz das SNe Ia são similares, podendo ser utilizadas como Velas Padrão<sup>3</sup>.

Ao atingir sua luminosidade máxima, uma Supernova é geralmente mais brilhante que a própria galáxia na qual se situa e a sua luminosidade pode ser medida com grande precisão, pois se trata de um único objeto[38].

---

<sup>3</sup>Quando a luminosidade intrínseca de um objeto luminoso é conhecida, este pode ser usado como Vela Padrão.

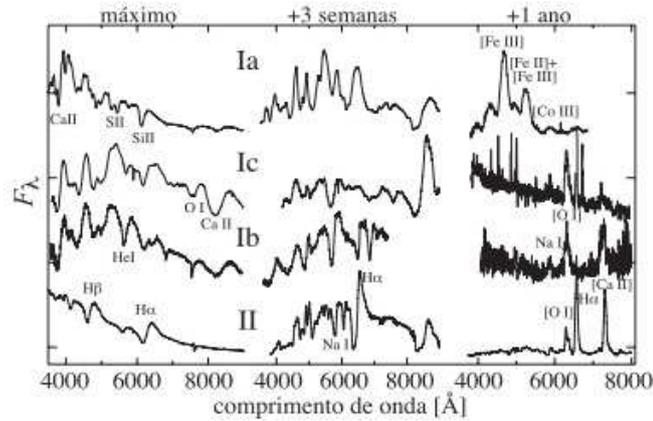


Figura 3.6: Tipos de Supernovas, segundo seu espectro, próximo do máximo de luminosidade, após 3 semanas e após 12 meses. Fonte: Cappellaro & Turatto (2000).



Figura 3.7: Comparação entre o brilho de uma Supernova e o da galáxia na qual se situa.

### 3.3 Gamma Ray Bursts

Os *Gamma Ray Bursts* (GRB) são emissões curtas e intensas de raios gama (0.01-1MeV) [34], que foram inesperadamente descobertas no final da década de 60 por satélites do tipo Vela e, finalmente, anunciados em 1973, por Klebesadel *et al.* (1973) [62, 34]. Durante as últimas décadas, várias missões espaciais: *Burst and Transient Source Experiment* (BATSE), BeppoSAX e agora *High Energy Transient Explorer* (HETE II), juntamente com os observadores terrestres ópticos, infravermelhos e de rádio, revolucionaram o nosso entendimento dos GRBs [63]. Esses eventos chegam de todas as direções do céu e têm duração entre dezenas de milissegundos e milhares de segundos.

O mecanismo físico dos GRBs tem sido muito debatido e, apesar da dificuldade de se determinar a sua posição exata e distância, a sua origem cosmológica foi confirmada. O

modelo da bola de fogo é uma das interpretações mais aceitas para esses eventos [63, 34]. Os raios gama (primários) se devem a jatos ultrarelativísticos com fatores de Lorentz variáveis e extremamente altos que são ejetados por um engenho central, enquanto os chamados *afterglows* são produzidos na interação entre o material ejetado e o meio (choques reversos e externos). Os mecanismos de radiação mais discutidos incluem emissão sincrotron e espalhamento Compton inverso. Ambos são capazes de produzir emissão eletromagnética num largo intervalo de energia, isto é, desde a faixa de rádio até raios gama duros (escala de GeV). O engenho central é uma denominação genérica para as possíveis fontes compactas que geram jatos ultrarelativísticos (Buracos Negros, Supernovas, coalescência de Estrelas de Nêutrons, etc.).

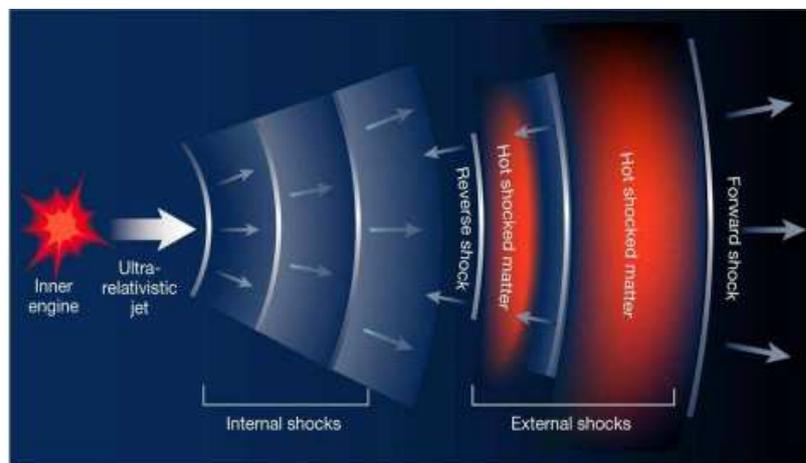


Figura 3.8: Modelo da Bola de Fogo (*Fireballmodel*). Fonte: Piran (2003).

Os GRBs podem ser usados como Velas Padrão (embora não haja um mecanismo físico atualmente aceito para explicá-los), pois diversas propriedades espectrais e de sua curva de luz são conhecidas. Primeiramente calibra-se o indicador de luminosidade absoluta; depois a distância (de luminosidade) é obtida a partir de sua luminosidade aparente. Entretanto, como não existem GRBs em baixos *redshifts*, a calibração dos indicadores de luminosidade dependem do modelo cosmológico adotado. Uma descrição mais genérica acerca dos GRBs pode ser encontrada nas referências: [62, 63, 34].

# Capítulo 4

## A Relação de Dualidade das Distâncias Cóslicas

Neste Capítulo será realizada uma revisão de alguns testes da RDDC, dependente e independente de modelos cosmológicos.

### 4.1 O Teorema de Reciprocidade de Etherington

O teorema da reciprocidade (ou de Etherington) tem grande importância para a Cosmologia, sendo peça fundamental para a interpretação de algumas observações. De acordo com o teorema, se uma certa fonte e o observador estão em movimento relativo, ângulos sólidos subentendidos entre a fonte e observador estão relacionados por invariantes geométricos onde o *redshift* da fonte medido pelo observador entra na relação. A hipótese fundamental por trás da lei de reciprocidade é que a luz viaja por geodésicas nulas em um espaço-tempo Riemanniano.

Como foi anteriormente exposto, a equação (2.95) se mantém válida sempre que

$$\frac{D_A}{D_L}(1+z)^2 = \eta(z) = 1. \quad (4.1)$$

Caso contrário, isto é, quando  $\eta \neq 1$ , a expressão acima é violada.

A equação (4.24) pode ser obtida facilmente num contexto FLRW, mas é derivada originalmente do Teorema da Reciprocidade de Etherington (1933) [52]. Não obstante, a RDDC independe das equações de campo de Einstein e da natureza da matéria, exigindo apenas que o observador e a fonte estejam conectados por geodésicas nulas num espaço Riemanniano e que o número de fótons seja conservado [8, 52].

## 4.2 Testes da RDDC

### 4.2.1 Testes Dependentes de Modelos Cosmológicos

Os dados de raios-X e efeito Sunyaev-Zel'dovich (SZ)<sup>1</sup> de aglomerados de galáxias permitem construir um teste para a RDDC entre as distâncias angular e de luminosidade. Desta forma, Uzan *et al.* 2004 [8] usaram um conjunto de dados de distâncias angulares da combinação de medidas de raios-X e do efeito SZ, podendo obter  $z$  e  $D_A(z)/\eta^2(z)$ , uma vez que mostraram que quando a RDDC é violada, isto é,  $\eta \neq 1$ , é válida a relação  $D_A^{data}(z) = D_A/\eta^2(z)$ . Em outras palavras, o efeito SZ com a técnica de raios-X para medir distâncias de aglomerados de galáxias é fortemente dependente da validade da RDDC.

Para ter acesso a  $\eta$ , neste caso, era preciso conhecer a distância de diâmetro angular, de tal modo que para obtê-la, Uzan *et al.* 2004 utilizaram uma estimativa a partir da expressão teórica em um Universo FLRW:

$$D_A^{Th}(z) = f_K \left[ \int_{1/(1+z)}^1 \frac{dx}{x^2 E(x)} \right], \quad (4.2)$$

onde  $x = \frac{1}{(1+z)}$  e  $f_K$  é definido como

$$f_K(u) = \left( \frac{\sin \sqrt{K}u}{\sqrt{K}}, u, \frac{\sinh \sqrt{-K}u}{\sqrt{-K}} \right), \quad (4.3)$$

para  $K = H_0^2(1 - \Omega_M^0 - \Omega_\Lambda^0)c^{-2}$  positivo, nulo e negativo, respectivamente. A função  $E^2(x) = H(x)/H_0$  é dada, explicitamente, para o modelo  $\Lambda$ CDM.

$$E^2(x) = \Omega_{M0}x^3 + \Omega_{\Lambda0} + (1 - \Omega_{M0} - \Omega_{\Lambda0})x^{-2}. \quad (4.4)$$

Não obstante, Uzan *et al.* 2004 estimaram  $\eta(z)$  como

$$\eta(z) = \sqrt{D_A^{Th}/D_A^{Data}}, \quad (4.5)$$

onde  $D_A^{Data}$  foi obtido de 18 amostras de distâncias de diâmetro angular de aglomerados de galáxias obtidas a partir da Ref. [70] para um aglomerado com uma geometria esfericamente simétrica. As barras de erro relacionadas à quantidade acima foram estimadas

---

<sup>1</sup>O efeito SZ surge quando um fóton percorre uma região de comprimento  $l$  de um aglomerado e interage com elétrons aquecidos presentes no Meio Intra Aglomerado(ICM). Ao cruzar uma região onde com densidade de elétrons  $n_e$ , isso produz um número de interações dado por  $\sigma_T n_e l$ , onde  $\sigma_T$  é a Seção de Choque de Thomson. Se  $T_e$  e  $T_r$  são as temperaturas dos elétrons e gás de fótons, respectivamente, tem-se que, para cada interação, é transferida, dos elétrons para os fótons, uma quantidade de energia da ordem  $K(T_e - T_r)$ .

através da combinação das barras de erro em  $1\sigma$  sobre os parâmetros cosmológicos obtidos da Ref. [70]:

$$\Omega_{M0} = 0.29 \pm 0.07, \Omega_{\Lambda0} = 0.73 \pm 0.05, h = 0.73 \pm 0.04. \quad (4.6)$$

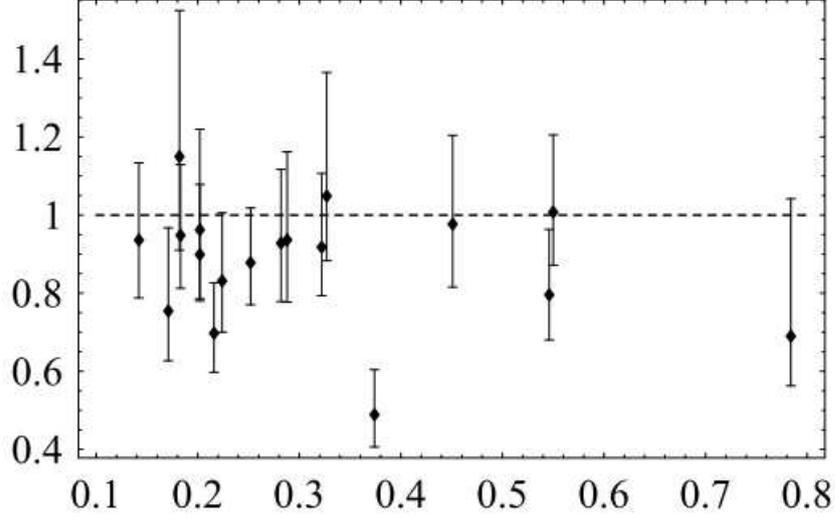


Figura 4.1: O parâmetro  $\eta$  como uma função de  $z$  para o catálogo de 18 aglomerados. As barras de erros incluem os as barras de erros observacionais como determinadas por Reese *et al.* e as incertezas nos parâmetros cosmológicos. Fonte: Uzan *et al.* 2004

Ao considerar  $\eta$  constante, eles obtiveram  $\eta = 0,91_{-0,04}^{+0,04}(1\sigma)$  o que é apenas marginalmente consistente com  $\eta = 1$ .

Avigoustidis *et al.* 2010 [77] utilizaram a RDDC,  $D_L/D_A = (1+z)^{2+\epsilon}$ , num cenário  $\Lambda$ CDM para restringir a opacidade cósmica, combinando dados de SNe Ia com as medições da taxa de expansão em *redshifts* no intervalo  $0 < z < 2$ . Eles encontraram  $\epsilon = -0.04_{-0.08}^{+0.07}$  em  $2\sigma$ . Todavia, o que realmente foi testado, assim como no trabalho de Uzan *et al.* 2004, foi a consistência do modelo cosmológico com alguns resultados fornecidos por um conjunto de fenômenos astrofísicos.

Por outro lado, Holanda, Lima e Ribeiro (2011) [71] consideraram que  $\eta$  era uma função do *redshift* e propuseram duas parametrizações, a saber:  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$  (P1) e  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z / (1+z)$  (P2). Desta forma, quando  $\eta_0 = 0$ , a RDDC vigoraria. Os valores de  $D_A(z)$  e  $D_A^{data}(z)$  foram obtidos a partir WMAP (7anos), considerando o modelo  $\Lambda$ CDM plano, e de medidas observacionais de distâncias de diâmetro angular obtidas via efeito SZ e técnicas de raios-X, respectivamente. Para restringir os valores de  $\eta_0$  eles consideraram

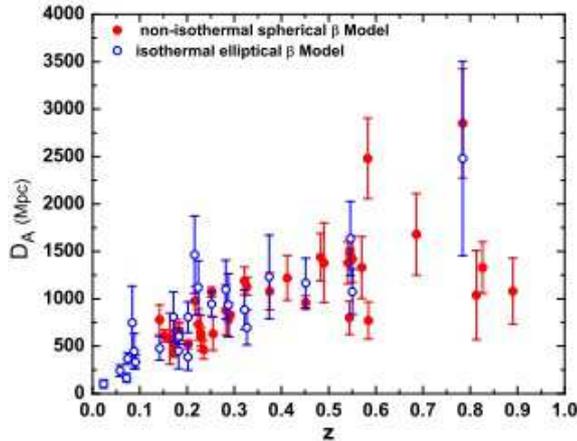


Figura 4.2: Dados de aglomerados de galáxias. Os círculos abertos (azul) e os fechados (vermelho) com as barras de erro associadas representam, respectivamente, as amostras de De Filippis *et al.* (2005) e Bonamente *et al.* (2006). Fonte: Holanda, Lima e Ribeiro 2011.

duas amostras de aglomerados de galáxias para as quais medidas de  $D_A(z)$  foram obtidas pela combinação do efeito SZ e raios-X.

A primeira amostra é formada de 25 aglomerados de galáxias compilados por Filippis, Sereno, Bautz e Longo (2005) [72], usando o modelo  $\beta$  elíptico para descrever os aglomerados;  $D_A^{data}(z)$  é derivada de duas subamostras da literatura, uma compilada por Reese *et al.* (2002) [70], a qual trata-se de 18 aglomerados de galáxias distribuídos no intervalo  $0,14 < z < 0,8$ , e a outra por Mason *et al.* (2001) [73], tendo 7 aglomerados de fluxo limitado de raios-X de Ebelin (1996) [74]. Esse conjunto de dados representa a amostra elíptica.

A segunda amostra consiste em 38 aglomerados de galáxias compilados por Bonamente *et al.* (2006) [75], onde as distribuições de plasma e matéria escura foram analisadas admitindo um modelo de equilíbrio hidrostático cuja simetria é esférica. Tal amostra representa dados em raios-X de aglomerados obtidos pelo Observatório Chandra e dados do SZ do projeto de imagem BIMA/OVRO SZ. Este conjunto de dados representa a amostra esférica. Na Figura 4.2 há uma representação das amostras de [72] e de [75].

Ademais, pelo fato de até então não haverem evidências convincentes de desvios para o modelo de concordância cósmica, eles consideraram que a distância de diâmetro angular é dada por:

$$D_A(z; h; \Omega_M) = \frac{3000h^{-1}}{(1+z)} \int_0^z \frac{dz'}{H(z'; \Omega_M)} Mpc, \quad (4.7)$$

onde  $h = H_0/100 \text{ km.s}^{-1}$  e a função adimensional  $H(z; \Omega_M)$  é dada por:

$$H(z; \Omega_M) = \left[ \Omega_M(1+z')^3 + (1 - \Omega_M) \right]^{1/2}. \quad (4.8)$$

Considerando que  $\Omega_{\Lambda 0} = (1 - \Omega_{M0}) = 0,728 \pm 0,015$  e que  $h = 0,704 \pm 0,013$  na análise estatística realizada para cada amostra e ambas as parametrizações supracitadas eles obtiveram a função de distribuição de probabilidade (*likelihood*)  $\mathcal{L} \propto e^{-\chi^2/2}$ , onde  $\chi^2$  é dado por:

$$\chi^2 = \sum_z \frac{[\eta(z)^2 - \eta_{obs}^2(z)]^2}{\sigma_{\eta_{obs}^2}}, \quad (4.9)$$

sendo  $\eta_{obs}^2(z) = D_A^{data}(z)/D_A(z)$  e  $\sigma_{\eta_{obs}^2} = (\frac{1}{D_A(z)})^2 \sigma_{obs}^2 + (\frac{D_A^{obs}(z)}{D_A^2(z)})^2 \sigma_{WMAP}^2$ .

Para a amostra elíptica, a Ref. [71] obteve da análise estatística:  $\eta_0 = -0,056_{-0,1}^{+0,1}$ , correspondendo a  $\chi_{d.o.f}^2 = 0,98$ , e  $\eta_0 = -0,088_{-0,14}^{+0,14}$ , correspondendo a  $\chi_{d.o.f}^2 = 0,97$  em  $1\sigma$  de confiança estatística, para a parametrização linear (linha azul sólida) e não linear (linha azul pontilhada), respectivamente.

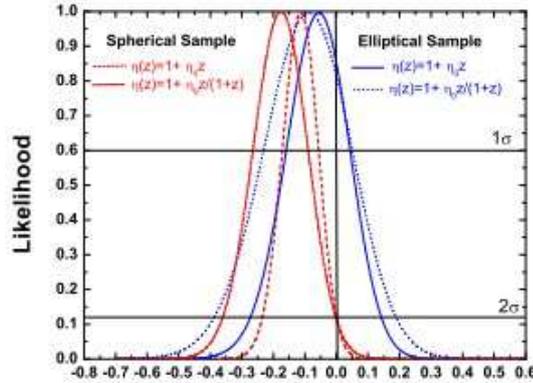


Figura 4.3: Função de distribuição para os casos esférico (Linhas vermelhas pontilhadas e tracejadas) e elíptico (Linhas azuis tracejadas e pontilhadas). Fonte: Holanda, Lima & Ribeiro 2011.

Em contra partida, para a amostra esférica, a Ref. [71] obteve  $\eta_0 = -0,12_{-0,055}^{+0,055}$ , correspondendo a  $\chi_{d.o.f}^2 = 0,85$  e  $\eta_0 = -0,175_{-0,083}^{+0,083}$ , correspondendo a  $\chi_{d.o.f}^2 = 0,84$  em  $1\sigma$  de confiança estatística para a parametrização linear (linha vermelha sólida) e não linear (linha vermelha tracejada), respectivamente (ver Figura 4.3).

## 4.2.2 Testes Independentes de Modelos Cosmológicos

Holanda, Lima e Ribeiro (2010) [10] propuseram um novo teste para a RDDC, independente de modelos cosmológicos, utilizando SNe Ia e aglomerados de galáxias. Para  $D_L$  eles consideraram duas subamostras da SNe Ia da Constituição (2009) [84] e para  $D_A$  utilizaram duas amostras de aglomerados de galáxias compilados por [72] e por [75] pela combinação do efeito SZ e emissão em raios-X para os modelos  $\beta$ -elíptico e  $\beta$ -esférico. Os *redshifts* de cada par de objetos (aglomerado, SNe Ia) foram escolhidos afim de se coincidirem ( $\Delta z < 0.005$ ).

Os mesmos autores empregaram, para o teste, duas parametrizações:

- $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$ ,
- $\eta(z) = 1 + \frac{\eta_0 z}{1+z}$

Como visto anteriormente, quando a RDDC é violada, tem-se  $D_A^{Cluster}(z) = \eta(z)^2 D_A(z)$ . Neste sentido, a quantidade  $D_A(z)$  foi substituída por  $D_A^{Cluster}(z)\eta(z)^{-2}$ , de tal modo que

$$\eta(z) = \frac{D_A^{Cluster}(z)}{D_L(z)}(1+z)^2. \quad (4.10)$$

Desta forma, para o teste  $\chi^2$ , eles obtiveram

$$\chi^2 = \sum_z \frac{[\eta(z) - \eta_{obs}(z)]^2}{\sigma_{obs}^2}, \quad (4.11)$$

onde  $\eta_{obs}(z) = (1+z)^2 D_A^{Cluster}(z)/D_L(z)$  e  $\sigma_{\eta_{obs}}^2$  são os erros associados às técnicas observacionais.

Aplicando o teste na amostra de [72], eles obtiveram para as parametrizações linear e não-linear, respectivamente,  $\eta_0 = -0,28_{-0,44}^{+0,44}$  ( $\chi_{d.o.f}^2 = 1,02$ ) e  $\eta_0 = -0,43_{-0,6}^{+0,6}$  ( $\chi_{d.o.f}^2 = 1,03$ ) em  $2\sigma$ (erros sistemáticos+estatísticos). Enquanto que, para a amostra de [75], eles obtiveram  $\eta_0 = -0,42_{-0,34}^{+0,34}$  ( $\chi_{d.o.f}^2 = 0,88$ ) e  $\eta_0 = -0,66_{-0,5}^{+0,5}$  ( $\chi_{d.o.f}^2 = 0,86$ ) em  $3\sigma$ (erros sistemáticos+estatísticos). Desta forma, eles mostraram que o modelo  $\beta$ -elíptico é compatível com a RDDC enquanto que o modelo  $\beta$ -esférico é incompatível (ver Figura 4.4).

Um teste utilizando observações de fração de massa do gás de aglomerados de galáxias e SNe Ia foi proposto por Gonçalves, Holanda e Alcaniz (2012)[41]. Eles obtiveram medidas de distâncias de diâmetro angular da fração de massa de gás e distâncias de luminosidade das SNe Ia. Para análise realizada, foram consideradas duas amostras de 38

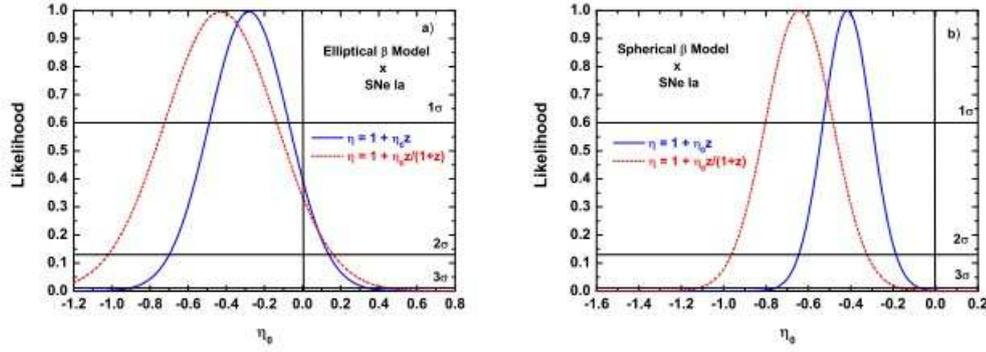


Figura 4.4: a) As funções de distribuição *likelihood* para a amostra da Ref. [72] correspondentes às duas parametrizações. b) As funções de distribuições *likelihood* para a amostra da Ref. [75]. Perceba que o modelo elíptico é compatível com a RDDC em  $2\sigma$  enquanto que o modelo esférico é incompatível. Fonte: Holanda, Lima e Ribeiro 2010.

medidas de fração de massa do gás obtidas via observações em raios-X, como discutido nas referências [59, 60], juntamente com duas subamostras de SNe Ia extraídas da compilação *Union 2*. Os *redshifts* das SNe Ia de cada subamostra foi cuidadosamente escolhido para coincidir com os da amostra de aglomerados de galáxias ( $\Delta z < 0.006$ ).

Eles mostraram que no contexto do modelo  $\Lambda$ CDM a fração de massa do gás pode ser escrita como

$$f_{gas}(z) = N \left[ \frac{D_A^{*3/2}}{\eta D_A^{3/2}} \right]. \quad (4.12)$$

De tal modo que a distância de diâmetro angular por eles empregada na análise foi dada por

$$D_A(z) = N^{2/3} \left[ \frac{D_A^*}{\eta^{2/3} f_{gas}^{2/3}} \right]. \quad (4.13)$$

A distância de diâmetro angular teórica, de acordo com o cenário  $\Lambda$ CDM, é dada por:

$$D_A^* = \frac{cH_0^{-1}}{1+z} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M(1+z')^3 + \Omega_\Lambda}} Mpc, \quad (4.14)$$

onde os parâmetros usados na equação acima valem  $\Omega_M = 0,3$ ;  $\Omega_\Lambda = 0,7$  e  $H_0 = 70 km.s^{-1}.Mpc^{-1}$ .

Para  $D_L$ , eles usaram a seguinte equação:

$$D_L = 10^{\frac{\mu-25}{5}} Mpc, \quad (4.15)$$

sendo  $\mu$  o denominado módulo de distância, que independe da validade da RDDC.

Para realizar o teste, os autores da Ref. [41] empregaram as parametrizações vistas anteriormente, a saber:  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$  e  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z / (1 + z)$ .

Ao realizar a análise estatística através da função de distribuição *likelihood*,  $e^{-\chi^2/2}$ , onde

$$\chi^2 = \sum_z \frac{[\eta(z) - \eta_{obs}(z)]^2}{\sigma_{\eta_{obs}}^2}, \quad (4.16)$$

e

$$\eta_{obs}(z) = \frac{D_L^3 f_{gas}^2}{N^2 (1+z)^6 D_A^3}, \quad (4.17)$$

foram obtidos para a amostra da Ref.[59]:  $\eta_0(P1) = 0,0_{-0,65}^{+1,03}$  ( $2\sigma$ ), correspondendo a  $\chi^2/d.o.f = 49,61/37$  e  $\eta_0(P2) = -0,08_{-1,22}^{+2,28}$  ( $2\sigma$ ), correspondendo a  $\chi^2/d.o.f = 49,60/37$ . Por outro lado, para a amostra da Ref. [60], foram obtidos:  $\eta_0(P1) = -0,97_{-38}^{+54}$  ( $2\sigma$ ), correspondendo a  $\chi^2/d.o.f = 41,78/37$ , e  $\eta_0(P2) = -1,60_{-0,70}^{+0,90}$  ( $2\sigma$ ), correspondendo a  $\chi^2/d.o.f = 41,65/37$  (ver Figura 4.5).

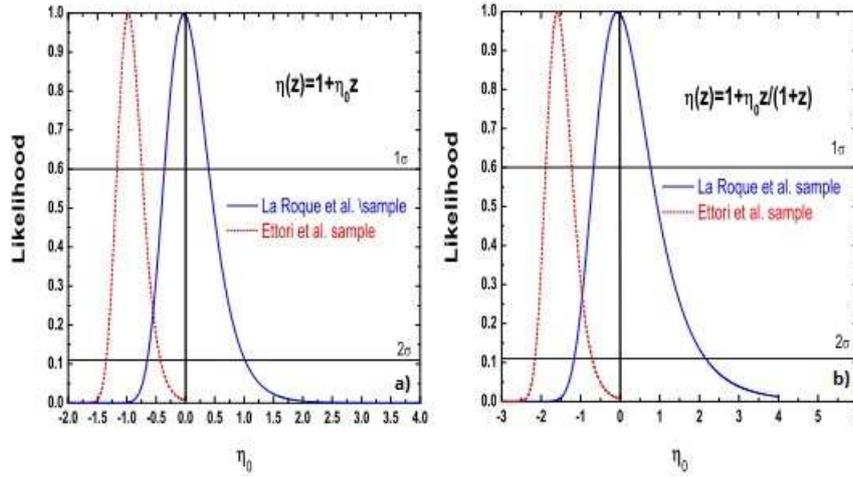


Figura 4.5: a) As funções de distribuição *likelihood* para a amostra da Ref. [59] (linha sólida azul) e para a amostra da Ref.[60] (linha pontilhada vermelha), ambas para a parametrização P1. b) O mesmo para as duas amostras, no entanto para a parametrização P2. Fonte: Gonçalves, Holanda e Alcaniz (2011).

Os autores, Holanda *et al.* (2012) [53], propuseram um teste utilizando apenas observações da fração de massa do gás. Eles utilizaram medidas de  $f_{raios-X}$  e de  $f_{SZ}$  de uma amostra de 38 aglomerados de galáxias com *redshifts* no intervalo  $0,14 < z < 0,89$ . As medidas de raios-X foram obtidas do Observatório de Raios-X Chandra e as de SZ foram obtidas do projeto de imagem BIMA/OVRO SZ.

Por outro lado, os valores de  $f_{raios-X}$  têm sido obtidos assumindo a validade da RDDC. Se este não for o caso, a fração de massa do gás real das observações de raios-X deve estar relacionada com as observações através da relação  $f_{raios-X}^{th} = \eta f_{raios-X}$ . Então, se toda a física envolvida por trás das observações de raios-X e efeito SZ fosse levada em conta, seria de se esperar que as medidas de  $f_{gas}$  de ambas as técnicas concordassem entre si, uma vez que, estão medindo a mesma quantidade física. Logo, a expressão geral que relaciona as observações de raios-X e efeito SZ é dada por:

$$f_{SZ} = f_{raios-X}^{th} = \eta f_{raios-X}. \quad (4.18)$$

Desta forma, tem-se que a relação acima fornece um teste direto para a RDDC.

Foram utilizadas duas parametrizações,  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$  (P1) e  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z / (1 + z)$  (P2). A análise estatística forneceu para P1 e P2, respectivamente:  $\eta_0 = -0,15 \pm 0,07$  ( $\chi_{d.o.f}^2 = 1,02$ ) e  $\eta_0 = -0,22 \pm 0,10$  ( $\chi_{d.o.f}^2 = 1,04$ ) em  $1\sigma$  de confiança estatística. Não obstante, alguns objetos da amostra apresentavam um  $\chi^2$  reduzido questionável ( $2,43 < \chi^2 < 41,62$ ), os quais foram excluídos da amostra. Quando Holanda *et al.* (2012) realizaram uma nova análise (com 29 objetos), obtiveram para as parametrizações P1 e P2, respectivamente:  $\eta_0 = -0,06 \pm 0,07$ ) e  $\eta_0 = -0,07 \pm 0,12$  em  $1\sigma$  de confiança estatística. Portanto, não foi encontrada violação alguma da RDDC.

Trabalhos recentes têm explorado as observações de SGL para medir parâmetros cosmológicos [78, 79, 51]. Além disso, as observações de SGL também podem ser empregadas para verificar a RDDC [54, 9].

Neste sentido, os autores Holanda, Busti e Alcaniz (2016) [9] utilizaram sistemas de lentes gravitacionais fortes, juntamente com SNe Ia, afim de encontrar uma possível violação da RDDC. Para o teste eles utilizaram duas amostras. A primeira continha 580 dados de SNe Ia da *Union 2.1*. Além disso, eles incluíram na amostra a SNe Ia mais distante espectroscopicamente confirmada, SCP-0401, descoberta pelo *Supernova Cosmology Project* [80]. A segunda amostra continha 95 pontos de 118 SGL da busca *Sloan Lens ACS* (SLACS), BOSS EMISSION-LINE LENS SURVEY (BELLS), *Lens Structure and Dynamics* e *Strong Legacy Survey* SL2S.

Como visto anteriormente, o anel de Einstein para uma SIS pode ser escrito da seguinte forma:

$$\theta_E = 4\pi \frac{D_{Als}}{D_{As}} \frac{\sigma_{SIS}^2}{c^2}. \quad (4.19)$$

Os autores da Ref. [9] reescreveram a expressão acima como:

$$D = \frac{\theta_E^2 c^2}{4\pi\sigma_{SIS}^2}, \quad (4.20)$$

donde definiram  $D \equiv \frac{D_{A_{ls}}}{D_{A_s}}$ .

Partindo do pressuposto de que a RDDC é válida, é possível relacionar  $D_L$  e  $D_A$  para o *redshift* da fonte, isto é,

$$D_{L_s} = (1 + z)^2 D_{A_s}. \quad (4.21)$$

Por outro lado, as distâncias  $D_{L_{ls}}$  e  $D_{A_{ls}}$  entre lente e fonte são relacionadas por

$$D_{L_{ls}} = \frac{(1 + z_s)^2}{(1 + z_l)^2} D_{A_{ls}}. \quad (4.22)$$

Combinando as expressões acima, tem-se:

$$D/D^* = (1 + z_s)^2, \quad (4.23)$$

onde  $D^* \equiv \frac{D_{L_{ls}}}{D_{L_s}}$ . Desta forma, conhecendo-se  $D^*$  das observações, é possível obter um teste para a RDDC. Para obter  $D^*$  é preciso conhecer  $D_{L_s}$  e  $D_{L_{ls}}$ .

A obtenção de  $D_{L_s}$  foi dada da seguinte forma: primeiro estimaram a distância de luminosidade,  $D_L$ , para cada SNe Ia da amostra por meio do uso das medidas de seu módulo de distância, dado por:

$$\mu_B = m_B - M_B = 5 \log_{10} \left( \frac{D_L(z)}{1 \text{Mpc}} \right) + 25, \quad (4.24)$$

em que  $M_B$  é a magnitude absoluta da fonte e  $m_B$  é a magnitude aparente ( $B$  está para a  $B$ -banda). É importante ressaltar que os módulos de distância foram obtidos ajustando alguns parâmetros da curva de luz de SNe Ia no cenário  $\Lambda$ CDM plano, o que torna o teste dependente de modelo cosmológico. Entretanto, como os erros associados à modelagem de lentes gravitacionais é maior que essa dependência, então isso não altera os resultados fortemente. Aplicando a transformação do módulo de distância em distância de luminosidade, eles realizaram um ajuste polinomial para os dados de  $D_L$  das SNe Ia (ver Figura 4.6). Assim, é possível obter  $D_{L_s}$  para qualquer ponto de interesse (origem no sistema de lentes).

A distância entre lente e fonte,  $D_{L_{ls}}$  foi obtida considerando dois modelos cosmológicos:  $\Lambda$ CDM plano da colaboração Planck e  $\omega(z)$ CDM dos resultados do satélite

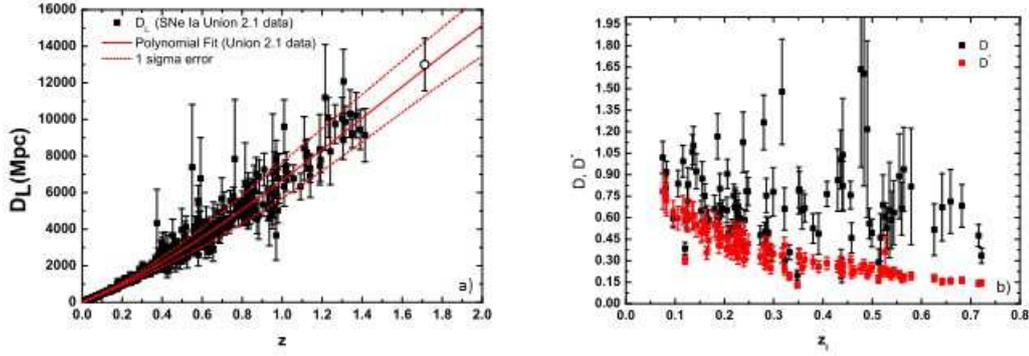


Figura 4.6: a) Medidas de distâncias de luminosidades de SNe Ia extraídas da amostra da Union 2.1. As curvas representam o ajuste polinomial dos  $D_L$  das SNe Ia e correspondem a  $1\sigma$ . O círculo aberto corresponde à SCP-0401 ( $z = 1.713$ ). b) As quantidade  $D$  e  $D^*$  são obtidas por meio de SGL (modelo SIS). Foram plotados apenas os valores para o  $\Lambda$ CDM. Fonte: Holanda, Busti e Alcaniz (2016).

WMAP9. As expressões para  $D_{L_{ls}}$  para esses modelos são dadas por:

$$D_{L_{ls}} = \frac{(1+z_s)}{(1+z_l)^2} \frac{c}{H_0} \int_{z_s}^{z_l} \frac{dz}{E(z)}, \quad (4.25)$$

onde  $E(z)$  para o modelo  $\Lambda$ CDM é

$$\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + 1 - \Omega_M}, \quad (4.26)$$

e para o modelo  $\omega(z)$ CDM é

$$\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + (1 - \Omega_M)(1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_a)} e^{3\omega_a(1/(1+z)-1)}}, \quad (4.27)$$

sendo o parâmetro da equação de estado da energia escura, dado por  $\omega(z) = \omega_0 + \omega_a z / (1+z)$ .

Combinando temperatura e dados de lentes, a colaboração Planck encontrou, para o  $\Lambda$ CDM plano,  $H_0 = 67.8 \pm 0.9$  e  $\Omega_M = 0,308 \pm 0.012$  ( $1\sigma$ ). Para o modelo  $\omega(z)$ CDM foi usado os seguintes valores para os parâmetros em  $1\sigma$  obtidos do WMAP (9 anos):  $H_0 = 71 \pm 1.3$ ,  $\omega_0 = -1.17 \pm 0.13$ ,  $\omega_a = 0.35 \pm 0.50$  e  $\omega_M = 0.27 \pm 0.011$ .

Para a obtenção de  $D$  foi levada em conta a abordagem da Ref. [51], na qual é assumida uma distribuição de massa esfericamente simétrica para a lentes de galáxias, considerando o modelo PLAW, com  $\rho \propto r^{-\gamma}$ , onde a distribuição recai numa SIS quando  $\gamma = 2$ . Sob essa consideração, tem-se que o anel de Einstein é dado por:

$$\theta_E = 4\pi \frac{\sigma_{ap}^2}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_s} \left( \frac{\theta_E}{\theta_{ap}} \right)^{2-\gamma} f(\gamma), \quad (4.28)$$

onde  $\sigma_{ap}$  é a dispersão de velocidade estelar dentro da abertura  $\theta_{ap}$  e

$$f(\gamma) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(5-2\gamma)(1-\gamma)}{3-\gamma} \frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\gamma-3/2)} \times \left[ \frac{\Gamma(\gamma/2-1/2)}{\Gamma(\gamma/2)} \right]^2. \quad (4.29)$$

Então:

$$D = \frac{D_{A_{ls}}}{D_A} = \frac{c^2 \theta_E}{4\pi \sigma_{ap}^2} \left( \frac{\theta_{ap}}{\theta_E} \right)^{2-\gamma} f^{-1}(\gamma). \quad (4.30)$$

Para a análise estatística do teste foram usadas duas parametrizações,  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z_l$  e  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z_l / (1 + z_l)$ . A função de distribuição de probabilidade, *likelihood*,  $\mathcal{L} \propto e^{-\chi^2/2}$ , com

$$\chi^2 = \sum_l \frac{[\eta(z_l) - D^{obs}]^2}{\sigma^2}, \quad (4.31)$$

forneceu, para a parametrização linear:  $-0,1 \leq \eta_0 \leq 0,2$  e  $-0,14 \leq \eta_0 \leq 0,3$ , para o  $\Lambda$ CDM, usando os modelos SIS e PLAW SIS para SGL, respectivamente. Para o modelo  $\omega(z)$ CDM foram obtidos  $-0,21 \leq \eta_0 \leq 0,23$  e  $-0,23 \leq \eta_0 \leq 0,35$ , para os modelos SIS e PLAW para SGL, respectivamente.

Para a parametrização não-linear foram obtidos:  $-0,2 \leq \eta_0 \leq 0,4$  e  $-0,25 \leq \eta_0 \leq 0,40$ , no cenário  $\Lambda$ CDM, para os modelos SIS e PLAW para SGL, respectivamente. Para o modelo  $\omega(z)$ CDM foram obtidos:  $-0,26 \leq \eta_0 \leq 0,28$  e  $-0,3 \leq \eta_0 \leq 0,3$ , respectivamente.

Como foi mostrado, a RDDC é compatível com os dados independentes da parametrização ou modelo cosmológico adotados. No próximo Capítulo, utilizaremos SGL, SNe Ia e GRBs para realizar um novo teste para a RDDC, contemplando os mais altos *redshifts* encontrados na literatura.

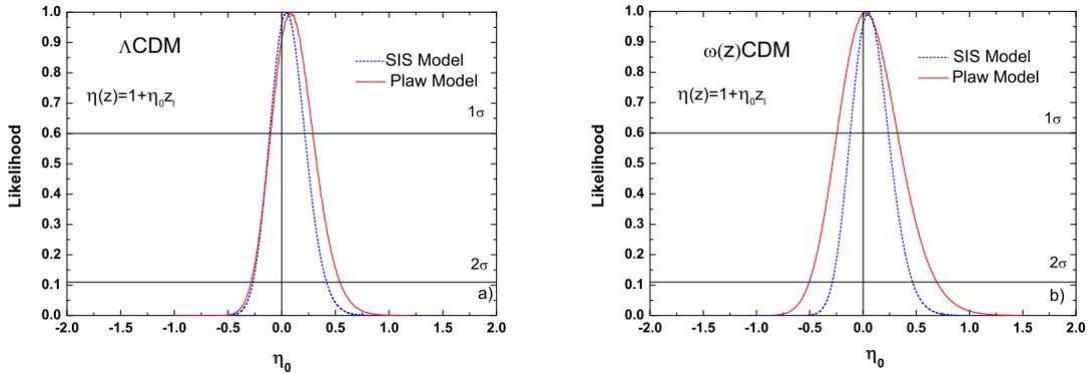


Figura 4.7: *Likelihood* para  $\eta_0$  assumindo a parametrização linear, de acordo com os modelos  $\Lambda$ CDM e  $\omega(z)$ CDM. Fonte: Holanda, Busti e Alcaniz (2016).

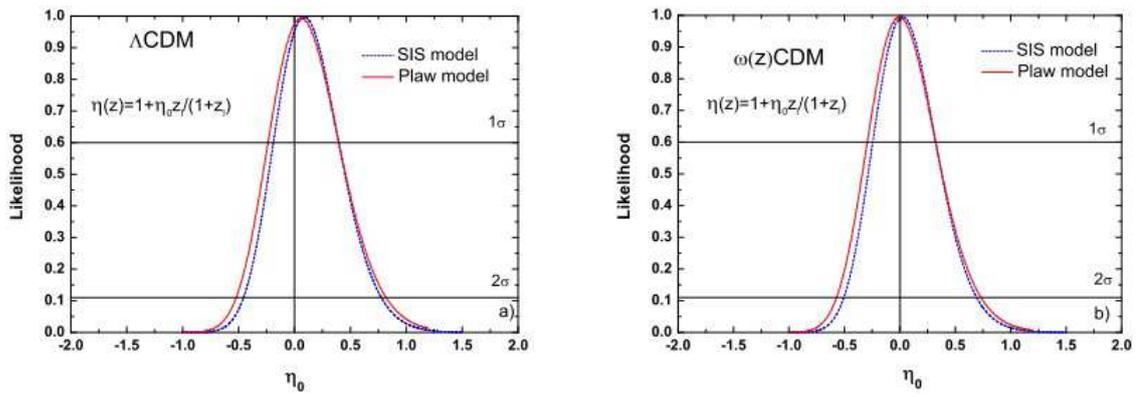


Figura 4.8: *Likelihood* para  $\eta_0$  assumindo a parametrização não-linear, de acordo com os modelos  $\Lambda$ CDM e  $\omega(z)$ CDM.. Fonte: Holanda, Busti & Alcaniz (2016).

# Capítulo 5

## Testando a relação de Dualidade das Distâncias Cósmicas em altos *redshifts*

Como vimos no capítulo anterior, os testes da RDDC estão restritos ao *redshift* máximo das SNe Ia,  $z \approx 1,50$ . Esta não é uma situação confortável, uma vez que as distâncias tendem a se diferenciar de forma mais acentuada apenas a partir de  $z \geq 1$ . Assim, neste capítulo, como resultado original desta dissertação, é proposto um novo teste de verificação da RDDC independente de modelo cosmológico para altos *redshifts*. Nós mostramos como é possível usar sistemas de SGL, dados de SNe Ia e uma subamostra de GRBs para tal teste. Porém, inicialmente, descrevemos um teste independente de modelo cosmológico, anterior ao apresentado neste trabalho, que serviu como base para o nosso.

### 5.1 O método

Nosso método de testar a RDDC é uma variação do proposto em [54]. Nesta referência, usa-se distâncias de diâmetro angular de sistemas SGL, distâncias de luminosidade de observações de SNe Ia e é independente de modelo cosmológico, assumindo apenas que o Universo é plano.

De início, vamos reescrever (3.35) da seguinte forma:

$$D = \frac{D_{A_{ts}}}{D_{A_s}} = \frac{\theta_{EC}^2}{4\pi\sigma_{SIS}^2}, \quad (5.1)$$

onde a quantidade observacional  $D$  representa a razão entre as distâncias de diâmetro angular da lente à fonte  $D_{A_{l_s}}$  e da fonte ao observador  $D_{A_s}$ . Além disso,  $\sigma_{SIS}$  é a dispersão de velocidade devido à distribuição da massa da lente. Note que  $\sigma_{SIS}$  não deve ser necessariamente igual à dispersão de velocidade estelar observada  $\sigma_0$ , pois há uma forte indicação de que os halos da matéria escura são dinamicamente mais quentes que as estrelas luminosas baseadas em observações de raios-X[54, 9]. Desta forma, para explicar esta diferença, é introduzido um parâmetro fenomenológico livre  $f_e$  de tal modo que  $\sigma_{SIS} = f_e \sigma_0$ , onde  $(0, 8)^{1/2} < f_e < (1, 2)^{1/2}$ [55, 9].

Para um Universo plano, a distância comóvel  $r_{l_s}$  é dada por[56]:

$$r_{l_s} = r_s - r_l. \quad (5.2)$$

Por outro lado, podemos relacionar as coordenadas comóveis com as distâncias de diâmetro angular através das seguintes relações:

$$r_s = (1 + z_s)D_{A_s}; \quad (5.3)$$

$$r_l = (1 + z_l)D_{A_l}; \quad (5.4)$$

$$r_{l_s} = (1 + z_s)D_{A_{l_s}}. \quad (5.5)$$

Logo, usando esses resultados, chegamos à seguinte equação:

$$D = 1 - \frac{(1 + z_l)D_{A_l}}{(1 + z_s)D_{A_s}} \quad (5.6)$$

Agora, usando a RDDC,  $D_L D_A^{-1} (1 + z)^{-2} = \eta(z)$ , a expressão acima pode ser reescrita como

$$\frac{(1 + z_s)\eta(z_s)}{(1 + z_l)\eta(z_l)} = (1 - D) \frac{D_{L_s}}{D_{L_l}}. \quad (5.7)$$

Então, com medidas de SGL e conhecendo as distâncias de luminosidade para a lente e fonte de cada sistema de lentes, é possível estudar a evolução da função  $\eta(z)$  e, conseqüentemente, testar a RDDC. Esta é nossa equação básica. Em nossas análises, nós consideraremos as seguintes parametrizações *ad doc*:

- $P1 : \eta(z) = 1 + \eta_0 z;$
- $P2 : \eta(z) = 1 + \frac{\eta_0 z}{(1+z)};$
- $P3 : \eta(z) = (1 + z)^{\eta_0};$
- $P4 : \eta(z) = 1 + \eta_0 \ln(1 + z).$

Como dados observacionais, usamos os que serão apresentados na próxima seção.

## 5.2 Amostra

### 5.2.1 Distância de Diâmetro Angular

Nós usamos distâncias de diâmetro angular da fonte e lente obtidas para 118 sistemas SGL da Ref. [51]. Esses sistemas foram observados nos levantamentos Sloan Lens ACS (SLACS), BOSS Emission-Line Lens Survey (BELLS), Lenses Structure e Dynamics Survey (LSD) e Strong Legacy Survey SL2S com *redshifts* no intervalo  $0,075 \leq z_l \leq 1,004$  e  $0,20 \leq z_s \leq 3,60$ . Nós consideramos as duas abordagens da Ref. [51], discutidas anteriormente nesta dissertação, para descrever os sistemas de lentes: o modelo da Esfera Isotérmica Singular (SIS), onde é assumido uma distribuição de massa com simetria esférica na lente, e o modelo com uma lei de potência mais geral de índice  $\gamma$ ,  $\rho \propto r^{-\gamma}$  (modelo PLAW). Esse tipo de modelo é importante uma vez que muitos estudos têm mostrado que os perfis de densidade de galáxias individuais mostram um afastamento não desprezível da SIS. Sob esse modelo, o anel de Einstein é dado por:

$$\theta_E = 4\pi \frac{\sigma_{ap}^2}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_s} \left( \frac{\theta_E}{\theta_{ap}} \right)^{2-\gamma} f(\gamma), \quad (5.8)$$

onde  $\sigma_{ap}$  é a dispersão de velocidade estelar dentro da abertura  $\theta_{ap}$  e

$$f(\gamma) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(5-2\gamma)(1-\gamma)}{3-\gamma} \frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\gamma-3/2)} \times \left[ \frac{\Gamma(\gamma/2-1/2)}{\Gamma(\gamma/2)} \right]^2. \quad (5.9)$$

Então:

$$D = \frac{D_{A_{ls}}}{D_A} = \frac{c^2 \theta_E}{4\pi \sigma_{ap}^2} \left( \frac{\theta_{ap}}{\theta_E} \right)^{2-\gamma} f^{-1}(\gamma). \quad (5.10)$$

A distribuição se torna uma SIS para  $\gamma = 2$ .

Na Tabela 1 da Ref. [51] é exibida todas as informações relevantes para a obtenção de  $D$  na equação acima para ambos os modelos usados no nosso teste. É importante lembrar que  $\sigma_{SIS}$  não é exatamente igual à velocidade de dispersão estelar observada,  $\sigma_0$ , de modo que, para compensar essa diferença, é usual definir-se um parâmetro fenomenológico livre,  $f_e$ , dado por:  $\sigma_{SIS} = f_e \sigma_0$ . Nas nossas análises (ver próxima seção), marginalizamos  $\gamma$  e  $f_e$  usando os seguintes intervalos:  $(0,8)^{1/2} < f_e < (1,2)^{1/2}$  e  $1,15 < \gamma < 3,5$ . Também seguindo a Ref. [51] substituímos  $\sigma_{ap}$  por  $\sigma_0$  no modelo PLAW.

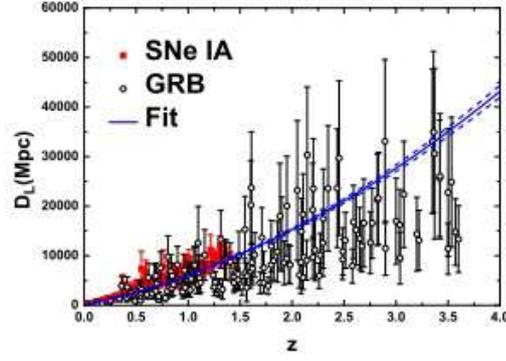


Figura 5.1: Distâncias de luminosidades de 580 SNe Ia (círculos vermelhos) e 147 *Gamma Ray Bursts* (círculos pretos fechados). As linhas azuis sólidas e tracejadas são o ajuste polinomial em  $1\sigma$

## 5.2.2 Distância de Luminosidade

Aqui nós combinamos dois conjuntos de dados. A primeira se trata da amostra de SNe Ia compilada por Suzuki *et al.* (2012) [81], a então chamada *Union 2.1 compilation*. Essa amostra contém 580 dados de SNe Ia com *redshifts* entre  $0,015 \leq z \leq 1,42$ . A segunda consiste em o conjunto de dados de módulos de distância de Demianski *et al.* (2016) [82]. É importante lembrar que, embora o mecanismo físico por trás dos GRBs não seja completamente conhecido, muitas relações entre propriedades espectrais e de intensidade são conhecidas, de modo que estes podem ser empregados como indicadores de distância. O conjunto original de dados possui 167 GRBs no intervalo  $0,033 < z < 9,3$  (ver Figura 5.1). Nós excluímos 15 GRBs que estão além dos SGL e os demais foram adicionados aos dados de SNe Ia. Assim finalizamos com 727 dados de distâncias de luminosidade. A distância de luminosidade foi obtida para cada SNe Ia e GRB por meio da relação

$$D_L = 10^{(\mu(z)-25)/5} \text{Mpc}, \quad (5.11)$$

onde

$$\sigma_{D_L}^2 = \left( \frac{\partial D_L}{\partial \mu} \right)^2 \sigma_{\mu}^2. \quad (5.12)$$

Como é possível perceber, para testarmos a RDDC via Eq.(5.7) com as parametrizações de  $\eta(z)$  citadas é necessário termos distâncias de luminosidade nos *redshifts* da lente e fonte de cada sistema SGL. Porém, devido a uma menor quantidade de dados de SNe Ia e GRBs para  $z > 1,50$ , nós parametrizamos as distâncias de luminosidade usando

uma função polinomial de segundo grau, tal como

$$D_L(z) = Az + Bz^2, \quad (5.13)$$

em Mpc, onde  $A = 4488,69$ ,  $B = 1576,81$ ,  $\sigma_A = 27,06$ ,  $\sigma_B = 77,43$  e  $COV(A, B) = -1324,49216$ . Assim, esta função  $D_L(z)$  pode fornecer as distâncias de luminosidade para a lente e fonte de cada sistema SGL na Ref. [51]. Este ajuste foi realizado no software *Origin* 8.0, utilizando o teste do  $\chi^2$ . Verificamos que polinômios de grau menor ou maior que dois resultaram em ajustes com qualidades questionáveis e foram desconsiderados.

### 5.3 Análises e Resultados

As restrições no parâmetro  $\eta_0$  são derivadas avaliando a função de distribuição *likelihood*,  $\mathcal{L} \propto e^{-\chi^2/2}$ , com

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{118} = \frac{\left[ \frac{(1+z_{s_i})\eta(z_{s_i})}{(1+z_{l_i})\eta(z_{l_i})} - (1 - D_i) \frac{D_{Ls_i}}{D_{Ll_i}} \right]^2}{\sigma_i^2}, \quad (5.14)$$

onde  $\sigma_i^2$  representa os erros estatísticos associados à função  $D_L(z)$  das SNe Ia, GRBs e observações de SGL, sendo obtido da técnica de propagação de erros. Para as lentes gravitacionais, pode-se mostrar que:

$$\sigma_D = D \sqrt{4(\delta\sigma_0)^2 + (1 - \gamma)^2(\delta\theta_E)^2}, \quad (5.15)$$

enquanto que, para  $D_L(z)$ , temos:

$$\sigma_{D_L}^2 = \left( \frac{\partial D_L}{\partial A} \right)^2 \sigma_A^2 + \left( \frac{\partial D_L}{\partial B} \right)^2 \sigma_B^2 + 2 \left( \frac{\partial D_L}{\partial A} \frac{\partial D_L}{\partial B} \right) COV(A, B). \quad (5.16)$$

Uma vez que o nosso  $D_L(z)$  vem de uma função polinomial, os pontos  $\eta_{0_i}$  e  $\eta_0$  podem estar correlacionados. No entanto, construímos a matriz de covariância e os termos fora da diagonal são desprezíveis.

Nossos resultados para  $\eta_0$ , usando os modelos SGL são plotados nas Figuras 5.2 a e 5.2 b. Em ambas as Figuras, as curvas sólidas, amarelas, vermelhas, azuis e pretas correspondem às parametrizações P1, P2, P3 e P4, respectivamente. A linha preta horizontal correspondem a  $1\sigma$  e  $2\sigma$ . Como pode ser notado, diferentemente de análises anteriores, as nossas *likelihoods* dependem das parametrizações usadas, provavelmente devido ao fato

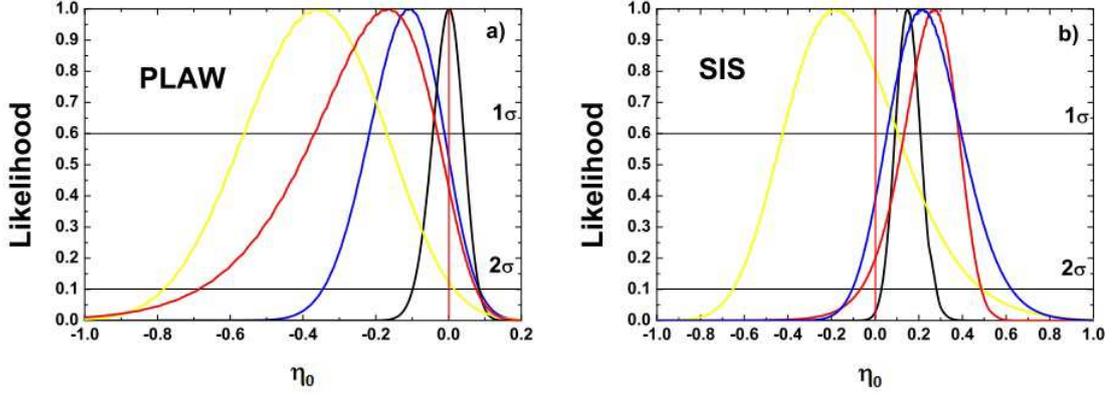


Figura 5.2: Plotamos a análise para os modelos a) PLAW e b) SIS. Em ambas as Figuras, as curvas sólidas, amarelas, vermelhas, azuis e pretas correspondem às parametrizações P1, P2, P3 e P4, respectivamente.

de os dados de *redshifts* usados serem muito altos. Além disso, podemos perceber que a análise usando o modelo PLAW é consistente com a validade da RDDC em  $2\sigma$  para a parametrização P2, todavia, para as demais, esta é consistente dentro de  $1,5\sigma$ . Por outro lado, usando P2 a RDDC é verificada em  $1\sigma$  para o modelo SIS, marginalmente consistente para P1 e verificada em  $2\sigma$  para as demais. Os valores de  $\eta_0$  são exibidos na Tabela 5.1 (com erros em  $2\sigma$ ), juntamente com outros valores obtidos em trabalhos anteriores utilizando testes independente de modelos cosmológicos para SGL. Na Figura 5.3, nós plotamos a evolução de  $\eta(z)$  (as curvas correspondem a  $2\sigma$ ). A linha tracejada corresponde a  $\eta(z) = D_L D_A^{-1} (1+z)^{-2} = 1$ . As curvas para as funções  $\eta(z)$  são compatíveis entre si, e nossos resultados não mostram desvios significativos da validade da RDDC.

Nós podemos comparar nossos resultados com métodos que não assumem modelos cosmológicos, por exemplo (em  $2\sigma$ ): A Ref. [10] encontraram  $\eta_0 = -0,28 \pm 0,44$  e  $\eta_0 = -0,43 \pm 0,60$  para P1 e P2, respectivamente. Também usando distâncias de diâmetro angular e SNe Ia, os autores da Ref. [66] encontraram  $\eta_0 = -0,12 \pm 0,35$  (P1) e  $\eta_0 = -0,11 \pm 0,51$  (P2). Os autores da Ref. [67] encontraram  $\eta_0 = -0,151 \pm 0,155$  em  $1\sigma$  para P2 pelo uso de BAO+SNe Ia enquanto que a Ref. [68] encontraram  $\eta_0 = -0,08_{-1,22}^{+2,28}$  para P2 pelo uso de fração de massa do gás de aglomerados de galáxias e SNe Ia. A análise realizada em Ref. [85] encontrou  $\eta_0 = -0,100_{-0,126}^{+0,117}$  (P1) e  $\eta_0 = -0,157_{-0,192}^{+0,179}$  (P2), usando distâncias de diâmetro angular e dados de  $H(z)$ . Esses autores também obtiveram  $\eta_0 = 0,062_{-0,146}^{+0,168}$  (P1) e  $\eta_0 = -0,166_{-0,168}^{+0,337}$  (P2), considerando medidas de fração de massa do gás de aglomerados de galáxias e dados de  $H(z)$ . Os resultados da

Referência	Dados da Amostra	$1 + \eta_0 z$	$1 + \eta_0 z / (1 + z)$	$(1 + z)^{\eta_0}$	$1 + \eta_0 \ln(1 + z)$
[13]	SGL (SIS) + SNe Ia	$-0,005^{+0,800}_{-0,100}$	-	-	-
[12] <sup>a</sup>	SGL (SIS) + SNe Ia + $\Lambda$ CDM	$0,05 \pm 0,42$	$0,09 \pm 0,65$	-	-
[12] <sup>a</sup>	SGL (PLAW) + SNe Ia + $\Lambda$ CDM	$0,08 \pm 0,44$	$0,06 \pm 0,67$	-	-
[12] <sup>b</sup>	SGL (SIS) + SNe Ia + $\omega(z)$ CDM	$0,01 \pm 0,50$	$0,017 \pm 0,67$	-	-
[12] <sup>b</sup>	SGL (PLAW) + SNe Ia + $\omega(z)$ CDM	$0,054 \pm 0,650$	$0,003 \pm 0,750$	-	-
Esta dissertação	SGL (PLAW) + SNe Ia + GRB	$0,00 \pm 0,10$	$-0,36^{+0,37}_{-0,42}$	$-0,16^{+0,24}_{-0,51}$	$-0,10 \pm 0,24$
Esta dissertação	SGL (SIS) + SNe Ia + GRB	$0,15 \pm 0,13$	$-0,18^{+0,45}_{-0,65}$	$0,27^{+0,22}_{-0,38}$	$0,22^{+0,40}_{-0,32}$

Tabela 5.1: Um resumo das restrições atuais nos parâmetros  $\eta_0$  da SGL em  $2\sigma$ . <sup>a</sup>Planck <sup>b</sup>WMAP9

Ref. [53] apontam para  $\eta_0 = -0,15 \pm 0,25$  (P1) e  $\eta_0 = -0,22 \pm 0,42$  (P2), usando apenas medidas de fração de massa do gás de aglomerados de galáxias enquanto que os autores da Ref. [54] obtiveram  $\eta_0 = -0,005^{+0,800}_{-0,100}$  pelo uso de SGL e SNe Ia (ver Tabela I da Ref. [9] para recentes resultados de muitos métodos). A validade da RDDC é verificada em pelo menos  $2\sigma$ . Como pode ser visto, o método proposto é competitivo com os anteriores e inclui maiores *redshifts*.

Na Figura 5.3 é possível notar como a função  $\eta(z)$  evolui com o *redshift*. Percebemos que, embora as *likelihoods* não sejam compatíveis entre si, as diferentes parametrizações são correspondentes em  $2\sigma$ , o que torna a RDDC válida. Embora algumas curvas sugiram que  $D_L < D_A$ , devemos levar em conta que alguns fatores externos podem estar influenciando o nosso teste. Pois, como vimos no Capítulo 4, para que a RDDC seja válida, uma das condições necessárias é que o número de fótons seja conservado. No entanto, exigência pode não ser satisfeita caso haja algum objeto entre a fonte e o observador, absorvendo parte dos fótons que são emitidos, como por exemplo, poeira cósmica.

Portanto, novos testes devem ser realizados afim de confirmar os resultados obtidos, utilizando outros observáveis com menores barras de erros e que alcancem altos *redshifts*.

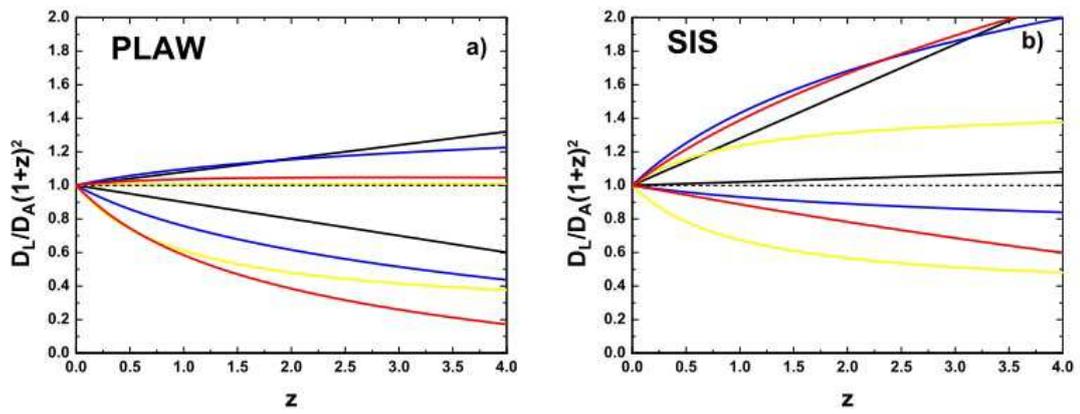


Figura 5.3: A evolução da função  $\eta(z)$  considerada na análise para os modelos PLAW e SIS.

# Capítulo 6

## Conclusões e Perspectivas

A Cosmologia é um dos ramos mais dinâmicos da Física atualmente e, nos últimos anos, as principais hipóteses da Cosmologia Padrão têm sido testadas graças à melhor precisão dos dados cosmológicos. Uma dessas hipóteses é a chamada Relação de Dualidade das Distâncias Cóslicas,  $D_L(1+z)^{-2}D_A = \eta(z) = 1$ , onde  $D_L$  e  $D_A$  são as distâncias de luminosidade e de diâmetro angular, respectivamente. Essa relação é válida para todos os modelos baseados na geometria Riemanniana, sendo independente das equações de Campo de Einstein ou da natureza da matéria.

No Capítulo 2, fizemos uma revisão a respeito do Modelo Padrão da Cosmologia, definindo alguns parâmetros importantes. Finalizamos o mesmo Capítulo apresentando os distintos conceitos de distâncias em Cosmologia, dando uma ênfase especial às distâncias de luminosidade e de diâmetro angular, tendo em vista que elas estão relacionadas através da expressão que deriva do Teorema da Reciprocidade de Etherington, a RDDC.

No Capítulo 3, apresentamos os conceitos básicos e relevantes para o presente trabalho acerca das lentes gravitacionais fortes, donde evidenciou-se dois modelos, a Esfera Singular Isotérmica e o modelo com uma lei de potência mais geral, o modelo PLAW. Vimos como se obtém o anel de Einstein em ambos os casos.

A RDDC tem sido testada em diversos trabalhos, pois uma violação dessa relação implicaria numa nova Física. Contudo, é usual classificar esses testes como sendo dependente ou independente de modelos cosmológicos. No Capítulo 4, alguns desses testes foram apresentados.

No Capítulo 5, propomos um teste independente de modelo cosmológico, utilizando dados de SNe Ia, SGL e GRBs encontrados na literatura. É interessante utilizar um

método que independa de modelo cosmológico, de modo que a RDDC seja avaliada através das observações, apenas. Além disso, a RDDC pode ser testada em *redshifts* mais altos, sendo os anteriores até cerca de  $z = 1.50$ , que corresponde aos *redshifts* das mais distantes SNe Ia consideradas nas análises.

Desta forma, foi proposto um teste que considera 118 distâncias de diâmetro angular de SGL com *redshifts* no intervalo  $0.075 < z < 3.60$ , encontradas na Ref. [51], e 727 distâncias de luminosidade, contendo 580 SNe Ia da *Union 2.1 compilation* mais 147 GRBs, com *redshifts* menores que 3.60. Esses GRBs são de uma amostra de 162 módulos de distâncias com *redshifts* entre  $0.033 < z < 9.3$  da Ref. [82]. Parametrizamos as distâncias de luminosidade das SNe Ia de tipo Ia mais GRBs com um polinômio de segundo grau e usamos as seguintes funções, deformando a Relação de Dualidade das Distâncias Cósmicas:  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z$  (P1);  $\eta(z) = 1 + \eta_0 z / (1 + z)$  (P2);  $\eta(z) = (1 + z)^{\eta_0}$  (P3) e  $\eta(z) = 1 + \eta_0 \ln(1 + z)$  (P4).

Os SGL são descritos pelos modelos SIS e PLAW. Nós obtivemos que a validade da RDDC depende da presunção usada para descrever os sistemas de lentes e as funções  $\eta(z)$ . Por exemplo, quando o modelo PLAW foi considerado, valores de  $\eta_0$  foram compatíveis com  $\eta_0 = 0$  em  $1.5\sigma$  de confiança estatística, para P1; P3 e P4, e em  $2\sigma$  para P2. Por outro lado, quando o modelo SIS foi usado, a validade da RDDC foi verificada em  $1.5\sigma$  para P2; P3 e P4, sendo apenas marginalmente compatível com P1. Então, desta primeira análise, podemos concluir que nenhum desvio significativo da RDDC foi encontrado.

Como perspectivas, pretendemos investigar se a adoção de um único perfil de densidade (PLAW) para a matéria escura e a luminosa pode estar influenciando nos nossos resultados. Isto decorre do fato de recentes observações mostrarem que em algumas lentes gravitacionais os perfis (ou índice de potência) não são exatamente o mesmos para estas quantidades. Além disso, há evidências também que os perfis de densidade dependem da massa da lente, o que também deve ser analisado em nosso teste.

O teste que realizamos para a RDDC mostrou que esta é válida em pelo menos  $2\sigma$ . Contudo, é importante que novos testes sejam feitos, pois uma violação da RDDC implicaria numa nova Física, uma vez que indicaria que bases robustas do MPC poderia estar incorretas ou incompletas. Futuramente, desejamos testar a RDDC em altos *redshifts* com outros tipos de dados com menores barras de erros, por exemplo, ondas gravitacionais que fornecem distâncias de luminosidades até  $z = 10$ .

# Referências Bibliográficas

- [1] HOLANDA, R. F. L. **O efeito Sunyaev-Zel'dovich: teoria e aplicações cosmológicas**. 2011. 200 f. Tese (Doutorado em Ciências)- IAG-USP, São Paulo. 2011.
- [2] KEPLER, S. O. e SARAIVA, M. F. O. **Astronomia e Astrofísica**. Porto Alegre, Rio Grande do Sul - RS, 2011.
- [3] HUBBLE, E. **A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae**. 1929, PNAS, 15, 168.
- [4] RIESS, A. G *et al.*. **Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant**. 1998, *Astronomical J.*, 116, 1009.
- [5] PERMUTTER, S. J. *et al.*. **Discovery of a Supernova Explosion at Half the Age of the Universe and its Cosmological Implications** 1998, *Nature*, 391,51.
- [6] ETHERINGTON, I. M. H., **On the Definition of Distance in General Relativity**. *Philosophical Magazine*, 1933, vol. 15, p.761.
- [7] HOGG, David W., **Distance measures in cosmology**. Institute for advanced Study, 1 Einstein Drive, Princeton NJ 08540, December, 2000.
- [8] UZAN, J. P., AGHANIM, N., MELLIER, Y., **The distance duality relation from X-ray and SZ observations of clusters**. 2004, *Phys. Rev. D*, 70, 083533 [astro-ph/0405620v1].
- [9] HOLANDA, R. F. L.; BUSTI, V. C. e ALCANIZ, J. S. **Probing the Cosmic Distance Duality with Strong Gravitational Lensing an Supernovae Ia data**. arXiv: 1512.02486v2, 2016. arXiv:1512.02486.

- [10] HOLANDA, R.F. L., LIMA, J. A. S., & RIBEIRO, M.B., **Testing the Distance-Duality Relation with Galaxy Clusters and Type Ia Supernovae.** arXiv: 1005.4458v2, 13 set. 2010.
- [11] HEYMANN, YURI., **A Derivation of the Etherington's Distance-Duality Equation.** International Journal of Astrophysics and Space Science. doi: 10.11648/j.ijass.20150304.13, 2015.
- [12] SCHNEIDER, Peter. **Cosmological Applications of Gravitational Lensing.** Max Planck Institute für Astrophysik, Postfach 1523, D-85740, Garching, Germany, 1995
- [13] PENZIAS, A. A., WILSON, R. W., **A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s .** The Astrophysical Journal, v.142, 1965.
- [14] GAMOW, G., **Synthesis of the Primeval Elements.** Physical Review, v. 70, p. 572-573, 1948.
- [15] RYBICKI, G. B., LIGHTMAN, A. P., **Radiative Processes in Astrophysics,** 1986.
- [16] HAUSER, M. G. *et al.*, **The COBE Diffuse Infrared Background Experiment Search for the Cosmic Infrared Background. I. Limits and Detections.** The Astrophysical Journal, v. 508, p. 25-43, nov. 1998.
- [17] SMOOT, G. *et al.*, **COBE Differential Microwave Radiometers - Instrument design and implementation.** The Astrophysical Journal, v. 360, p. 685-695, set. 1990.
- [18] MATHER, J. C. *et al.*, **A preliminary measurement of the cosmic microwave background spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) satellite.** The Astrophysical Journal, v. 354, p. L37-L40, maio 1990.
- [19] HALLIDAY, David., **Fundamentos de Física.** LTC, 8. ed, vol.2. Tradução e revisão técnica: Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro - RJ, 2009.
- [20] D'INVERNO, R., **Introducing Einstein's Relativity.** Oxford University Press, USA, 1992.

- [21] CARROLL, S., **Spacetime and Geometry: an introduction to General Relativity**. University of Chicago, Addison Wesley, 2004.
- [22] LANDAU, L. e LIFCHITZ, E., **Curso de Física: teoria do campo**. Editora Hemus. Tradução: Normando Celso Fernandes, 2004.
- [23] WEINBERG, S., **Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity**. John Wiley & Sons, 1972.
- [24] RESNICK, R. **Introdução à Relatividade Especial**. Tradução: Shigeo Watanabe. Polígono, São Paulo - SP, 1971.
- [25] WAMBSGANSS, J. **Gravitational Lensing in Astronomy**. Living Rev. Relativ. (1998).
- [26] SOUZA, R. E. **Introdução à Cosmologia**. Edusp, São Paulo - SP, 2004.
- [27] GOMIDE, F. M. **Introdução à Cosmologia Relativística**. Editora McGraw-Hill, Ltda, Curitiba, A. Einstein, 1986. 215 p.
- [28] EINSTEIN, A. **Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie**. Sitzungsberichte der Koniglich PreuBischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), Seite 142-152., 1917, pp 142-152.
- [29] ALPHER, R. A.; HERMAN, R. e GAMOW, G. A. **Thermonuclear reactions in the expanding universe**. Physical Review, APS, v.74, n.9, 1948.
- [30] ISHIDA, E. E. O. **Aceleração Cósmica: Aspectos fenomenológicos e estatísticos**. 2010. 121f. Tese (Doutorado) - UFRGS, 2010.
- [31] HENRIQUE, A. B. e SILVA, C. C.. **Controvérsias na Cosmologia**. Texto base para o professor. Universidade de São Paulo (USP), 2007.
- [32] WEINBERG, S., **Cosmology**. New York: Oxford University Press Inc., 2008. 593p.
- [33] HOLANDA, R.F.L. **Análogos clássicos para cosmologias relativísticas aceleradas: uma abordagem lagrangeana**. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo (USP), São Paulo - SP, 2007.

- [34] BUSTI, V. C. **Quantificando as inomogeneidades da matéria com Supernovas e Gamma-Ray Bursts**. USP, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Departamento de Astronomia, São Paulo - SP, 2009.
- [35] LIMA NETO, G. B. **Astronomia Extragaláctica**. S. Paulo, Ed. Univ. de S. Paulo, 2014. 257 f. Notas de Aula.
- [36] RYDEN, B. **Introduction To Cosmology**. The Ohio State University, January, 2006.
- [37] HALLIDAY, D. **Fundamentos de Físicas**. LTC, 8. ed, vol.4. Tradução e revisão técnica: Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro - RJ, 2009.
- [38] LIMA, J. A. S. **Cosmologia,quintessência e aceleração do Universo**. Revista USP, n. 62, p.134-147, São Paulo - SP, junho/agosto, 2004.
- [39] ETTORI, S.; TOZZI, P. e ROSATI, P., **Constraining the cosmological parameters with the gas mass fraction in local and  $z > 0.7$  galaxy clusters**. *A & A*, 2003, 398, 879.
- [40] ALLEN, S. W.; RAPETTI, D. A.; SCHMIDT, R. W.; EBELING, H.; MORRIS, R. G. e FABIAN, A. C. **Improved constraints on dark energy from Chandra X-ray observations of the largest relaxed galaxy clusters**. *MNRAS*, arXiv:0706.0033.
- [41] GONÇALVES, R. S.; HOLANDA, R. F. L.; ALCANIZ, J. S. **Testing the cosmic distance duality with X-ray gas mass fraction and supernovae data**. *MNRAS*, 2012, 420, L23.
- [42] SUNYAEV, R. A.; ZELDOVICH, Y. B. **The observations of relic radiation as a test of the nature of X-ray radiation from the clusters of galaxies**. *Comments on Astrophysics and Space Physics*, 1972, vol. 4, p.173.
- [43] SARAZIN, C. L. **X-ray emission from clusters of galaxies**. Cambridge Astrophysics Series, Cambridge University Press, 1988.
- [44] HOLANDA, R. F. L.; GONÇALVES, R. S. e ALCANIZ, J. S. **A test for cosmic distance duality**. 2012, arXiv:1201.2378

- [45] NARAYAN, R.; BARTELMANN, M. **Lectures of Gravitational Lensing**. ArXiv:astro-ph/9606001, v1, 1996.
- [46] PAOLIS, F. D., *et al.*, **The Scales of Gravitational Lensing**. Rev. Universe 2016, 2,6; doi: 10.3390/universe2010006.
- [47] SCHNEIDER, EHLERS e FALCO. **Gravitational Lenses**. Springer-Verlag, 1992.
- [48] WU, X. P. **Gravitational Lensing in the Universe**. arXiv: astro-ph/9512110v1, 17 Dec. 1995.
- [49] MASSIMO, M. **Strong Gravitational Lensing by Galaxy Clusters: A Tool for Cosmology**. Università Di Padova, Dipartimento Di Astronomia, Padova, Italy, 2002.
- [50] MASSIMO, M. **Introduction to Gravitational Lensing**, Lecture Notes, University of Heidelberg, 2006.
- [51] CAO, S.; BIESIADA, M.; GAVAZZI, R., PIÓKOWSKA, A. e ZHU, Z. H. **Cosmology with Strong-Lensing Systems**. The Astrophysical Journal, doi:10.1088/0004-637X/806/2/185.
- [52] HOLANDA, R. F. L.; LIMA, J.A. S. e RIBEIRO, M. B. **Cosmic Distance Duality Relation an the shape of Galaxy Clusters**. arXiv: 1003.5906v2, 14 fev. 2011.
- [53] HOLANDA, R. F. L.; GONÇALVEZ, R. S. e ALCANIZ, J. S., JCAP 1206, 022, 2012. arXiv:1201.2378.
- [54] LIAO, K. *et al.* **The Distance Duality Relation from Strong Gravitational Lensing**. ApJL, 822, 74 (2016).
- [55] OFEK, E. O.; RIX, H. - W. e MAOZ, D., **The redshift distribution of gravitational lenses revisited: constraints on galaxy mass evolution**. MNRAS, 343, 639, 2003.
- [56] BARTELMANN, M.; SCHNEIDER, P., **Weak Gravitational Lensing**. arXiv: astro-ph/9912508v1, 23 Dec 1999.

- [57] LIMA, M. P. **Abundância de Aglomerados de Galáxias como Observável Cosmológico: Aplicações aos Levantamentos Fotométricos DES e SDSS.** Tese (Doutorado), Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), Rio de Janeiro - RJ.
- [58] SARAZIN, C. L., **X-ray Emission from Clusters of Galaxy.** Department of Astronomy, University of Virginia, 1988.
- [59] LA ROQUE, S. J., et al. **X-ray and sunyaev-zeldovich effect measurements of the gas mass fraction in galaxy clusters.** 2006, ApJ, 652, 917.
- [60] ETTORI, S., et al. 2009, A& A, 501, 61.
- [61] AMANULLAH, R., et al. **Spectra and HST light curves of six type ia supernovae at  $0.511 < Z < 1.12$  and the Union2 compilation.** 2010, ApJ 716, 712.
- [62] KLEBESADEL, R. W.; STRONG, I. B. e OLSON, R. A. **Observations of Gamma-Ray Bursts of Cosmic Origin.** ApJ, 1973, vol. 182, p.L85+
- [63] PIRAN, T. **The Physics of Gamma Ray Bursts.** arXiv: astro-ph/0405503v1, 25 de maio de 2004.
- [64] BOLDT, E.; McDONALD, F.B.; RIEGLER, G. e SERLEMITSOS, P., 1966, Phys. Review Lett, 17, 447.
- [65] FELTEN, J. E., 1976, ApJ 578, 90.
- [66] LI, Z.; WU, P. e YU, W. **Cosmological-model-independent tests for the distance-duality relation from Galaxy Clusters and Type Ia Supernova** Astrophys. J. 729, L14, 2011.
- [67] NAIR, R., JHINGAN, S., e JAIN, D. **Observational Cosmology and the Cosmic Distance Duality relation.** JCAP, 05, 023, 2005.
- [68] GONÇALVES, R. S.; HOLANDA, R. F. L. e J. S. ALCANIZ. **Testing the cosmic distance duality with X-ray gas mass fraction and supernovae data.** Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 420, L43, 2012. arXiv: 1109.2790.

- [69] SUNYAEV, R. A. e ZEL'DOVICH, Ya, B. **Comments Astrophys. Space Phys.**, vol. 4, p173, 1972.
- [70] REESE, E. D. *et al.* **Determining the cosmic distance scale from interferometric measurements of the Sunyaev-Zeldovich effect.** *Astrophys. J.*, 581, 53, 2002.
- [71] HOLANDA, R. F. L.; LIMA, J. A. S. e RIBEIRO, M. B. **Cosmic Distance Duality Relation and the Shape of Galaxy Clusters.** ArXiv: 1003.5906v2.
- [72] DE FILIPPIS, E.; SERENO, M.; BAUTZ, M. W. e LONGO, G. **Measuring the Three-dimensional Structure of Galaxy Clusters. I. Application to a Sample of 25 Clusters.** 2005, *ApJ*, 625, 108.
- [73] MASON, B. S. *et al.* **A measurement of  $H_0$  from the sunyaev-zeldovich effect.** *ApJ*, 555, L11.
- [74] EBELING, H. *et al.* **Properties of the X-ray-brightest Abell-type clusters of galaxies (XBACs) from ROSAT All-Sky Survey data-I. The sample.** 1996, *MNRAS*, 281, 799.
- [75] BONAMENTE, M. *et al.* **Determination of the cosmic distance scale from Sunyaev-Zel'dovich effect and chandra X-ray measurements of high-redshift galaxy clusters.** 2006, *ApJ*, 647, 25.
- [76] AVGOUSTIDIS, A., VERDE, L. e JIMENEZ, R. **Consistency among Distance measurements: transparency, BAO scale and Accelerated Expansion.** arXiv: 0902.2006v2, 11 de jun., 2009.
- [77] AVGOUSTIDIS, A.; BURRAGE, C.; REDONDO, J.; VERDE, L. e JIMENEZ, R. **Constraints on cosmic opacity and beyond the model physics from cosmological distance measurements,** *J. Cosmology Astropart. Phys.*, vol. 10, p.24, 2010.
- [78] BIESIADA, M.; MALEC, B. e PIORKOWSKA, A. **Dark energy constraints from joint analysis of standard rulers and standard candles.** 2011, *RAA*, 11, 641.

- [79] YUAN, C. C. e WANG, F. Y. **Cosmological test using strong gravitational lensing systems.** 2015, MNRAS, 452, 2423.
- [80] RUBIN, D. *et al.* **Precision measurement of the most distant spectroscopically confirmed supernova Ia with the Hubble Space Telescope.** ApJ, 35, 763, 2013.
- [81] SUZUKI, N. *et al.* **The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey. V. Improving the dark-energy constraints above  $z > 1$  and building an early-type-hosted supernova sample.** ApJ, 85, 746, 2012.
- [82] DEMIANSKI, M.; PIEDIPALUMBO, E.; SAWANT, D., e AMATI, L. **Cosmology with gamma-ray bursts-I. The Hubble diagram through the calibrated Ep, i-Eiso correlation.** A & A, 598, A112, 2017.
- [83] AMATI, L., *et al.* **Intrinsic spectra and energetics of BeppoSAX Gamma-Ray Bursts with known redshifts.** A & A, 390, 81, 2002.
- [84] HICKEN, M. *et al.* **Improved Dark Energy Constraints from  $\sim 100$  New CfA Supernova Type Ia Light Curves.** ApJ, 700, 1097.
- [85] SANTOS-DA-COSTA, S.; BUSTI, V. C.; e HOLANDA, R. F. L. **Two new tests to the distance duality relation with galaxy clusters.** JCAP, 10, 061, 2015.
- [86] MINKOWSKI, R. **Spectra of supernovae.** PASP, 53, 224, 1941.
- [87] CAPPELLARO, E., TURATTO, M., **The Influence of Binaries on Stellar population studies.** Bruxelles, 2000, astro-ph/0012455.