



Universidade Federal de Campina Grande  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Tese de Doutorado

# **Método de Cálculo de Fasores para Linhas de Transmissão com Compensação em Série**

Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo

Campina Grande – PB  
Setembro de 2022



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

## **Método de Cálculo de Fasores para Linhas de Transmissão com Compensação em Série**

Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências, no domínio da Engenharia Elétrica.

Área de concentração: processamento da energia

Professor Washington Luiz Araújo Neves, Ph.D.  
Professor Damásio Fernandes Júnior, D.Sc.  
Orientadores

Campina Grande – PB  
Setembro de 2022

F475m

Figueiredo, Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes.

Método de cálculo de fasores para linhas de transmissão com compensação em série / Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo. – Campina Grande, 2022.

122 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2022.

"Orientação: Prof. Dr. Washington Luiz Araújo Neves, Prof. Dr. Damásio Fernandes Júnior".

Referências.

1. Processamento da Energia. 2. Compensação Capacitiva em Série. 3. Linhas de Transmissão. 4. Proteção de Distância. 5. Relés Digitais. I. Neves, Washington Luiz Araújo. II. Fernandes Júnior, Damásio. III. Título.

CDU 621.315(043)

**Método de cálculo de fasores para linhas  
de transmissão com compensação em  
série**

**ARTHUR CESAR CLAUDINO QUEIROGA DE ABRANTES FIGUEIREDO**

**TESE APROVADA EM 15/09/2022**

**WASHINGTON LUIZ ARAÚJO NEVES, Ph.D., UFCG  
Orientador(a)**

**DAMÁSIO FERNANDES JÚNIOR, D.Sc. , UFCG  
Orientador(a)**

**BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc. , UFCG  
Examinador(a)**

**KARCIUS MARCELUS COLAÇO DANTAS, D.Sc., UFCG  
Examinador(a)**

**JOSÉ CARLOS DE MELO VIEIRA JÚNIOR, Dr., USP-São Carlos  
Examinador(a)**

**FLAVIO BEZERRA COSTA, D.Sc., Michigan Technological University  
Examinador(a)**

**CAMPINA GRANDE - PB**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
POS-GRADUACAO EM ENGENHARIA ELETRICA  
Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

### REGISTRO DE PRESENÇA E ASSINATURAS

1. **ATA DA DEFESA PARA CONCESSÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS, NO DOMÍNIO DA ENGENHARIA ELÉTRICA, REALIZADA EM 15 DE SETEMBRO DE 2022 (Nº 350)**

CANDIDATO(A): **ARTHUR CÉSAR CLAUDINO QUEIROGA DE ABRANTES FIGUEIREDO**. COMISSÃO EXAMINADORA: BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG, Presidente da Comissão, WASHINGTON LUIZ ARAÚJO NEVES, Ph.D., UFCG, DAMÁSIO FERNANDES JÚNIOR, D.Sc., UFCG, Orientadores, KARCIUS MARCELUS COLAÇO DANTAS, D.Sc., UFCG, JOSÉ CARLOS DE MELO VIEIRA JÚNIOR, Dr., USP-São Carlos, FLAVIO BEZERRA COSTA, D.Sc., Michigan Technological University. TÍTULO DA TESE: Método de cálculo de fasores para linhas de transmissão com compensação em série. ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Processamento da Energia. HORA DE INÍCIO: **14h30** – LOCAL: **Sala Virtual, conforme Art. 5º da PORTARIA SEI Nº 01/PRPG/UFCG/GPR, DE 09 DE MAIO DE 2022**. Em sessão pública, após exposição de cerca de 45 minutos, o(a) candidato(a) foi arguido(a) oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização, no tema de sua tese, obtendo conceito APROVADO. Face à aprovação, declara o(a) presidente da Comissão, achar-se o examinado, legalmente habilitado(a) a receber o Grau de Doutor em Ciências, no domínio da Engenharia Elétrica, cabendo a Universidade Federal de Campina Grande, como de direito, providenciar a expedição do Diploma, a que o(a) mesmo(a) faz jus. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é assinada por mim, Filipe Emmanuel Porfírio Correia, e os membros da Comissão Examinadora presentes. Campina Grande, 15 de Setembro de 2022.

FILIFE EMMANUEL PORFÍRIO CORREIA  
Secretário

BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG  
Presidente da Comissão e Examinador Interno

DAMÁSIO FERNANDES JÚNIOR, D.Sc  
Orientador

WASHINGTON LUIZ ARAÚJO NEVES, Ph.D., UFCG  
Orientador

KARCIUS MARCELUS COLAÇO DANTAS, D.Sc  
Examinador Interno

JOSÉ CARLOS DE MELO VIEIRA JÚNIOR, Dr., USP-São Carlos  
Examinador Externo

FLAVIO BEZERRA COSTA, D.Sc., Michigan Technological University.  
Examinador Externo

ARTHUR CÉSAR CLAUDINO QUEIROGA DE ABRANTES FIGUEIREDO  
Candidato

## 2 - APROVAÇÃO

2.1. Segue a presente Ata de Defesa de Tese de Doutorado do candidato ARTHUR CÉSAR CLAUDINO QUEIROGA DE ABRANTES FIGUEIREDO, assinada eletronicamente pela Comissão Examinadora acima identificada.

2.2. No caso de examinadores externos que não possuam credenciamento de usuário externo ativo no SEI, para igual assinatura eletrônica, os examinadores internos signatários **certificam** que os examinadores externos acima identificados participaram da defesa da tese e tomaram conhecimento do teor deste documento.



Documento assinado eletronicamente por **FILIFE EMMANUEL PORFIRIO CORREIA, SECRETÁRIO (A)**, em 16/09/2022, às 16:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **DAMASIO FERNANDES JUNIOR, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/09/2022, às 19:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **KARCIUS MARCELUS COLACO DANTAS, PROFESSOR 3 GRAU**, em 19/09/2022, às 09:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **WASHINGTON LUIZ ARAUJO NEVES, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 21/09/2022, às 11:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo, Usuário Externo**, em 19/10/2022, às 15:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 20/10/2022, às 09:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **2736485** e o código CRC **9B276920**.

---

**Referência:** Processo nº 23096.063764/2022-11

SEI nº 2736485

# Agradecimentos

Agradeço à minha família por toda bondade.

Aos professores Washington e Damásio pela ajuda e orientação.

Aos professores das bancas das defesas pelos elogios e sugestões visando à melhoria do trabalho.

Aos funcionários da Coordenadoria de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (COPELE) pelos esclarecimentos.

A Daphne por uma ajuda referente à simulação.

Ao meu tio Jorge pela mensagem de apoio.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.



# Resumo

Apresenta-se aqui a proposição de um método de cálculo de fasores para ser utilizado na proteção de distância de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. O método proposto consiste no uso de cascatas de filtros digitais lineares não recursivos e invariantes no tempo. Os filtros utilizados foram projetados para eliminar componentes oscilatórias com decaimento exponencial. Esse tipo de componente está presente em linhas de transmissão com o tipo de compensação mencionado e convém se desvencilhar de sua influência pois ela pode provocar classificações indevidas do curto-circuito como pertencente à zona de proteção. Outros métodos de cálculos de fasores existentes na literatura voltados para uso em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série utilizam métodos não lineares e o uso de filtros lineares e invariantes no tempo, como proposto nesta tese, é vantajoso porque facilita a análise do método. O filtro proposto nesta tese é estável, apresenta em exemplos mostrados uma resposta em frequência compatível e possui um tempo de atuação na proteção de distância compatível. Foram mostrados exemplos em que a trajetória de impedância do método proposto apresenta uma espiral reduzida ou não apresenta espiral em torno do valor final, enquanto outros métodos encontrados na literatura apresentam uma espiral acentuada para casos de curto-circuito na barra remota. Constatou-se que o método proposto tem um melhor desempenho na determinação se o curto-circuito pertence à primeira zona de proteção nas situações em que existe tendência a haver uma trajetória de impedância expansiva em torno do valor final.

Palavras-chave: compensação capacitiva em série, linhas de transmissão, proteção de distância, relés digitais.

# Abstract

It is presented here the proposition of a phasor calculation method to be used in distance protection of capacitive series compensated transmission lines. The proposed method consists in the usage of cascades of non-recursive time invariant linear digital filters. The used filters were projected to eliminate oscillatory components with exponential decays. This kind of component is present in signals from transmission lines with the mentioned sort of compensation, and it is convenient to avoid its influence because it can cause wrong fault classifications as being in the protection zone. Other methods of phasor calculation existent in the literature presented as suitable to series compensated transmission lines are based in non-linear methods and the usage of time invariant linear filters, as proposed in this thesis, is an advantage because the analysis of the method is easier. The filter proposed in this thesis is stable, it has in some shown examples a compatible frequency response, and it has a compatible actuation time of distance protection. In some examples shown, the proposed method corresponds to an impedance trajectory with a reduced or absent spiral around the final value, when others methods proposed in the literature generate an expansive swirling trajectory. These examples are for short-circuits in the remote bus. It was noted that the proposed method has a better performance in determining whether the short-circuit belongs to the first protection zone in situations prone to a spiraling impedance trajectory around the final impedance calculated value.

Keywords: capacitive series compensation, digital relay, distance protection, transmission lines.

# Lista de figuras

Figura 1. Reta dos possíveis valores de impedância de sequência positiva “vista” pelo relé, considerando um curto-circuito ideal e um modelo simples de linha de transmissão .....	25
Figura 2. Tipos de características de relé de distância: (a) impedância; (b) mho ou admitância; (c) lenticular; (d) quadrilateral e (e) reatância .....	26
Figura 3. Zonas de impedância.....	27
Figura 4. Zonas de impedância, sendo uma delas zona reversa .....	27
Figura 5. Gráfico de tempo de atuação em função da distância do curto-circuito para relé de proteção de distância sobreposto a uma representação esquemática de sistema elétrico .....	28
Figura 6. Exemplo de caminho de impedância .....	29
Figura 7. Esquema de banco de compensação em série .....	32
Figura 8. Circuito com capacitor e indutores .....	34
Figura 9. Trajetória de impedância em espiral .....	35
Figura 10. Gráfico de sinal oscilatório com componente transitória com oscilação subsíncrona. ....	35
Figura 11. Esquemas de compensação fixa de linhas de transmissão .....	36
Figura 12. Gráficos de resposta em frequência de componentes do filtro de Fourier: (a) $\mathcal{F}_0$ , (b) $\mathcal{F}_2$ , (c) $\mathcal{F}_3$ , (d) $\mathcal{F}_4$ , (e) $\mathcal{F}_5$ , (f) $\mathcal{F}_6$ , (g) $\mathcal{F}_7$ e (h) $\mathcal{F}_8$ .....	52
Figura 13. Módulo da resposta em frequência de $\mathcal{F}_{22}$ e $\mathcal{F}_{22}$ .....	53
Figura 14. Ganho da resposta em frequência do filtro de Fourier de ciclo completo.....	53
Figura 15. Diagrama de blocos do método de Fourier decomposto .....	53
Figura 16. Fase resposta em frequência de $\mathcal{F}_{22}(\omega)\mathcal{F}_7^*(\omega)$ .....	54
Figura 17. Gráfico de módulo da resposta em frequência do filtro de Benmouyal para (a) a faixa de frequência de 0 a 60 Hz e para (b) a faixa de 0 a 480 Hz.....	55
Figura 18. Sinal oscilatório com decaimento exponencial e sua saída para os dois filtros projetados .....	60
Figura 19. Resposta em frequência do filtro elaborado parametrizado para diferentes constantes de tempo e plotado (a) para a faixa de baixas frequências e (b) para a faixa de todas as frequências possíveis.....	61

Figura 20. Resposta em frequência do filtro elaborado parametrizado para diferentes frequências de sinal a ser atenuado plotado (a) para a faixa de baixas frequências e (b) para a faixa de todas as frequências possíveis .....	61
Figura 21. Gráficos de sinal exponencial e de sua resposta no tempo para o filtro de Benmouyal e para filtro diretamente projetado como filtro digital, ambos parametrizados para a constante de tempo respectiva, considerando duas escalas de gráfico diferentes.....	63
Figura 22. Resposta em frequência para o filtro projetado diretamente como um filtro digital para a eliminação de componente contínua com decaimento exponencial, considerando diferentes parâmetros de constante de tempo e plotando para a faixa de frequências de (a) 0 a 60 Hz e de (b) 0 a 480 Hz.....	63
Figura 23. Fluxograma de algoritmo de proteção sem memória de fasor.....	69
Figura 24. Fluxograma de algoritmo de proteção com memória de fasor .....	70
Figura 25. Sistema elétrico com três barras com banco de compensação em série no terminal emissor e banco de compensação em derivação em ambos os terminais .....	71
Figura 26. Sistema elétrico com três barras com banco de compensação em série no meio da linha e banco de compensação em derivação em ambos os terminais.....	72
Figura 27. Sistema elétrico com três barras com banco de compensação em série no terminal receptor e banco de compensação em derivação em ambos os terminais.....	72
Figura 28. Sistema elétrico com três barras com banco de compensação em série no terminal emissor e sem banco de compensação em derivação em ambos os terminais .....	72
Figura 29. Sistema elétrico com quatro barras com banco de compensação em série no terminal emissor e banco de compensação em derivação em ambos os terminais .....	72
Figura 30. Gráfico do ganho da resposta em frequência do filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 180 Hz .....	74
Figura 31. Esquema para simulação de curto-circuito.....	75
Figura 32. Gráficos do ganho da resposta em frequência para filtros parametrizados conforme dados da Tabela 8 na sequência respectiva, sendo (a) referente ao terminal emissor e (b) referente ao terminal receptor.....	77
Figura 33. Caminho de impedância para curto-circuito do tipo $\overline{22}$ na barra remota sendo o reléno terminal emissor .....	78
Figura 34. Caminho de impedância para curto-circuito do tipo $\overline{22}$ na barra remota sendo o reléno terminal receptor .....	78

Figura 35. Gráficos do ganho da resposta em frequência para filtros parametrizados conforme dados da Tabela 9 na sequência respectiva, sendo (a) referente ao terminal emissor e (b) referente ao terminal receptor.....	79
Figura 36. Caminho de impedância para curto-circuito do tipo $\Delta\Delta$ na barra remota sendo o relé no terminal emissor.....	80
Figura 37. Caminho de impedância para curto-circuito do tipo $\Delta\Delta$ na barra remota sendo o relé no terminal receptor.....	81
Figura 38. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\Delta\Delta$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25.....	82
Figura 39. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\Delta\Delta$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25.....	84
Figura 40. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\Delta\Delta$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25.....	84
Figura 41. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\Delta\Delta$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25.....	86
Figura 42. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\Delta\Delta\Delta$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25.....	87
Figura 43. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\Delta\Delta\Delta$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25.....	88
Figura 44. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\Delta\Delta\Delta$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25.....	90
Figura 45. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\Delta\Delta$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25, considerando um grau de compensação de 60%.....	92

Figura 46. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25, considerando um grau de compensação de 60% .....	92
Figura 47. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25, considerando um grau de compensação de 80% .....	93
Figura 48. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25, considerando um grau de compensação de 80% .....	93
Figura 49. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e a resistência de curto-circuito para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25 .....	94
Figura 50. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e a resistência do curto-circuito para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25 .....	94
Figura 51. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 28 .....	95
Figura 52. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 27 .....	96
Figura 53. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 26 .....	97
Figura 54. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 26 .....	98
Figura 55. Gráfico de caminho de impedância para o relé do terminal receptor no caso de curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ imediatamente depois do capacitor sistema da Figura 26 .....	99
Figura 56. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\alpha\alpha$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 26 .....	100

Figura 57. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\text{L-L}$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 26 .....	100
Figura 58. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\text{L-L}$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 27 .....	102
Figura 59. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\text{L-L}$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 27 .....	103
Figura 60. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\text{L-L}$ e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 27 .....	105
Figura 61. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo $\text{L-L}$ e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 27 .....	105
Figura 62. Tempo médio de identificação do curto-circuito para relé do terminal emissor variando ângulo de incidência do curto-circuito, carregamento da linha e distância do curto-circuito, sendo os defeitos na primeira zona da linha protegida e o sistema da Figura 25	107
Figura 63. Tempo médio de identificação do curto-circuito para relé do terminal receptor variando ângulo de incidência do curto-circuito, carregamento da linha e distância do curto-circuito, sendo os defeitos na primeira zona da linha protegida e o sistema da Figura 25	107
Figura 64. Tempo médio de identificação do curto-circuito para relé do terminal emissor variando ângulo de incidência do curto-circuito, carregamento da linha e distância do curto-circuito, sendo os defeitos na primeira zona da linha protegida e o sistema da Figura 26	108
Figura 65. Tempo médio de identificação do curto-circuito para relé do terminal receptor variando ângulo de incidência do curto-circuito, carregamento da linha e distância do curto-circuito, sendo os defeitos na primeira zona da linha protegida e o sistema da Figura 26	109
Figura 66. Ligações de circuito de sequência para um curto-circuito do tipo $\text{L-L}$ .....	121
Figura 67. Ligações de circuito de sequência para um curto-circuito do tipo $\text{L-L}$ .....	122

# Lista de tabelas

Tabela 1. Grandezas de entrada das unidades do relé de distância.....	30
Tabela 2. Indicação das unidades do relé de distância que podem ser utilizadas para cada tipo de curto-circuito.....	31
Tabela 3. Condição de operação de circuito com indutores e capacitor .....	34
Tabela 4. Características de métodos de estimação fasorial propostos para uso em linhas com compensação capacitiva em série .....	45
Tabela 5. Parâmetros das linhas .....	73
Tabela 6. Parâmetros das fontes .....	73
Tabela 7. Dados dos gráficos de tensão x corrente dos varistores.....	74
Tabela 8. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	76
Tabela 9. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	79
Tabela 10. Parâmetros do filtro alternativo do relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	83
Tabela 11. Parâmetros dos filtros de relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ com o projeto refeito .....	85
Tabela 12. Parâmetros dos filtros de relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta\Delta$ .....	86
Tabela 13. Parâmetros do filtro alternativo de relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta\Delta$ .....	88
Tabela 14. Parâmetros dos filtros de relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta\Delta$ .....	89
Tabela 15. Parâmetros do filtro do relé do terminal receptor do sistema da Figura 29 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	91
Tabela 16. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 26 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	97
Tabela 17. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 26 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	99



Tabela 18. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 27 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	101
Tabela 19. Parâmetros do filtro alternativo de relé do sistema da Figura 27 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	102
Tabela 20. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 27 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	104
Tabela 21. Parâmetros do filtro alternativo de relé do sistema da Figura 27 para curtos-circuitos do tipo $\Delta\Delta$ .....	104

# Lista de abreviaturas e siglas

ATP	<i>Alternative Transient Program</i>
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
COPELE	Coordenadoria de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
MATLAB	<i>MATrix LABORatory</i>
p.u.	Por unidade
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande

# Lista de símbolos

*	Operador de conjugado complexo
$\varphi$	Uma das fases do sistema trifásico
$\varphi_0$	Constante do filtro mímico digital modificado
$\varphi_{0\varphi}$	Constante auxiliar usada na definição de $\varphi_0$
$\varphi_{0\varphi}$	Constante auxiliar usada na definição de $\varphi_0$
$\varphi_{0\varphi}$	Constante auxiliar usada na definição de $\varphi_0$
$\varphi_{0\varphi}$	Constante auxiliar usada na definição de $\varphi_0$
$\varphi_1$	Constante de amplitude
$\varphi_2$	Constante de amplitude
$\varphi_0$	Coefficiente de filtro digital
$\varphi_1$	Coefficiente de filtro digital
$\varphi_2$	Coefficiente de filtro digital
arg	Argumento de número complexo
$\varphi$	Uma das fases do sistema trifásico diferente de $\varphi$
$B_1$	Barra do sistema indicada em figuras
$B_2$	Barra do sistema indicada em figuras
$B_3$	Barra do sistema indicada em figuras
$B_4$	Barra do sistema indicada em figuras
$B_5$	Barra do sistema indicada em figuras
$B_6$	Barra do sistema indicada em figuras
$\varphi_1$	Coefficiente de filtro digital
$\varphi$	Uma das fases do sistema trifásico diferente de $\varphi$ e $\varphi$
cot	Cotangente
cos	Cosseno
$\varphi$	Constante da componente transitória
$\varphi_{\varphi}$	Amplitude de componente $m$ do sinal
$\varphi$	Função exponencial
$\varphi_{\varphi}$	Fator dos termos do somatório de sinal
$\varphi$	Incógnita de equação polinomial a ser resolvida no método de Prony
$\varphi_w$	Cada solução da equação polinomial do método de Prony

- 2 Função de transferência
- 2 2 Função de transferência para cálculo da parte imaginária do fasor
- 2 2 Função de transferência para se referir genericamente a 2 2 ou a 2 2
- 2 2 2 Função de transferência específica do filtro de cálculo da parte real do fasor
- 2 2 2 Função de transferência específica do filtro de cálculo da parte imaginária do fasor
- 2 2 Função de transferência para filtrar componente 2 no sinal
- 2 2 Função de transferência para cálculo da parte real do fasor
- 2 2 2 Função de transferência usada para se referi genericamente a 2 2 ou 2 2
- 2 r 2 2 2 redefinida como uma função de
- $\zeta h_1$  Incógnita do método de Prony
- $h_2$  Incógnita do método de Prony
- 2 Corrente fasorial de sequência zero
- 0 Corrente fasorial de sequência positiva
- 2 Corrente fasorial de sequência positiva
- 1 Corrente fasorial de sequência negativa
- 2 Corrente fasorial da fase 2
- 2 Corrente fasorial da fase 2
- 2 Corrente fasorial da fase 2
- 2 Corrente fasorial da fase 2
- 2 Corrente fasorial da fase 2
- 2 Corrente fasorial da fase 2
- 2 Corrente fasorial da fase 2
- Im Parte imaginária
- 2 Corrente fasorial indicada na Figura 6
- 2 Corrente fasorial de entrada da unidade do relé de distância
- 2 Corrente do varistor
- 2 2 2 2 Corrente do varistor
- 2 Unidade dos números imaginários
- 2 Constante do filtro digital
- 2 0 Constante complexa utilizada no cálculo da impedância de sequência positiva
- 2 2 Constante
- 2 2 2 Constante
- 2 2 Constante
- 2 2 2 2 Coeficiente da fórmula do varistor
- 2 Índice de somatório
- 2 Fração da linha em que ocorre curto-circuito
- 2 Quantidade de componentes do sinal

☐ Quantidade de amostras por ciclo

$n$	Índice de componentes do sinal
$k$	Índice de tempo discreto
$N$	Número inteiro
$n$	Nó identificado na Figura 6
Re	Parte real
$R_{12}$	Resistência de resistores do esquema de curto-circuito (ligados às fases)
$R_{10}$	Resistência de resistor do esquema de curto-circuito (ligado à terra)
$S_1$	Fonte do sistema indicada em figuras
$S_2$	Fonte do sistema indicada em figuras
$S_3$	Fonte do sistema indicada em figura
$s$	Variável da transformada de Laplace
sec	Secante
sen	Seno
$\varnothing$	Terra
$t$	Tempo contínuo
$\tau$	Função degrau
$V_0$	Tensão fasorial de sequência zero
$V_1$	Tensão fasorial de sequência positiva
$V_2$	Tensão fasorial de sequência negativa
$V_{1\varnothing}$	Tensão fasorial da fase $\varnothing$
$V_{2\varnothing}$	Tensão fasorial da fase $\varnothing$
$V_{3\varnothing}$	Tensão fasorial da fase $\varnothing$
$V_n$	Tensão fasorial do nó $n$ da Figura 6
$V_{12}$	Tensão fasorial de entrada da unidade do relé de distância
$V_{10}$	Tensão fasorial da fonte do circuito da Figura 6
$V_{123}$	Queda de tensão no varistor
$M$	Quantidade de termos do somatório de Prony
$k$	Índice do somatório do modelo de sinal de Prony
$V_0$	Amplitude da componente fundamental do sinal
$X_C$	Reatância capacitiva do circuito da Figura 6
$X_I$	Parte imaginária do fasor
$X_L$	Reatância indutiva do circuito da Figura 6

$\Re$	Parte real do fasor
$X_L$	Reatância indutiva do circuito da Figura 6
$\mathcal{L}$	Transformada de Laplace de $f(t)$
$v(t)$	Sinal elétrico, podendo ser de tensão ou de corrente
$x[n]$	Sinal de entrada de filtro digital
$y[n]$	Sinal de saída de filtro digital
$x_t[n]$	Componente transitória do sinal
$Z_1$	Impedância de sequência positiva
$Z_0$	Impedância de sequência zero da linha de transmissão
$Z_1$	Impedância de sequência positiva da linha de transmissão
$s$	Variável da transformada $\mathcal{L}$
$K$	Constante
$K_1$	Constante
$K_2$	Constante
$\alpha$	Expoente da fórmula do varistor
$\beta$	Constante definida como $2\pi\Delta f$ multiplicado pela frequência de oscilação
$\beta_k$	Constante definida como $2\pi\Delta f$ multiplicado pela frequência de componente $k$
$\Gamma$	Constante definida por $e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$
$\Gamma_k$	Constante definida por $e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}$
$\gamma$	Ângulo genérico
$\Delta t$	Passo de tempo
$\delta$	Ângulo da componente fundamental do sinal
$\zeta$	Inverso de $\Gamma$
$\eta$	Variável usada em demonstração
$\theta$	Ângulo referente a um passo de tempo
$\lambda_k$	Fator do índice de tempo nos termos do somatório de Prony
$\prod$	Operador de produtório
$\pi$	Constante irracional (3,14...)
$\Sigma$	Operador de somatório
$\tau$	Constante de tempo do decaimento exponencial
$\tau_k$	Constante de tempo do decaimento exponencial em número de amostras
$\tau_k$	Constante de tempo do decaimento exponencial de componente $k$

- $\phi$  Fase da componente de frequência subsíncrona
- $\phi_{\omega}$  Fase da componente  $\omega$
- $\omega$  Frequência fundamental (radiano por unidade de tempo)
- $\omega_{\omega}$  Frequência subsíncrona (radiano por unidade de tempo)



# Sumário

<b>Capítulo 1. Introdução.....</b>	<b>20</b>
<b>1.1. Motivação.....</b>	<b>21</b>
<b>1.2. Objetivo.....</b>	<b>22</b>
<b>1.3. Contribuição .....</b>	<b>22</b>
<b>1.4. Estrutura do texto.....</b>	<b>23</b>
<b>Capítulo 2. Fundamentação teórica.....</b>	<b>24</b>
<b>2.1. Proteção de distância de linhas de transmissão .....</b>	<b>24</b>
<b>2.2. Compensação capacitiva em série de linhas de transmissão .....</b>	<b>31</b>
<b>Capítulo 3. Revisão bibliográfica.....</b>	<b>37</b>
<b>Capítulo 4. Destaques do estudo e proposições .....</b>	<b>46</b>
<b>4.1. Decomposição dos filtros do método de Fourier de ciclo completo.....</b>	<b>46</b>
<b>4.2. Filtro mímico digital de Benmouyal.....</b>	<b>54</b>
<b>4.3. Filtro proposto preliminar para eliminação da componente oscilatória com decaimento exponencial .....</b>	<b>55</b>
<b>4.4. Filtro proposto para eliminação da componente oscilatória com decaimento exponencial .....</b>	<b>58</b>
<b>4.5. Filtro proposto para eliminação da componente contínua com decaimento exponencial .....</b>	<b>61</b>
<b>4.6. Método de cálculo de fasores proposto .....</b>	<b>64</b>
<b>4.7. Método de parametrização dos filtros propostos.....</b>	<b>65</b>
<b>4.8. Contexto de aplicação do método proposto .....</b>	<b>67</b>
<b>Capítulo 5. Avaliação do método proposto .....</b>	<b>71</b>
<b>5.1. Descrição dos testes realizados.....</b>	<b>71</b>
<b>5.2. Análise e discussão dos resultados.....</b>	<b>76</b>
<b>Capítulo 6. Conclusões.....</b>	<b>110</b>

<b>Referências .....</b>	<b>113</b>
<b>Apêndice A .....</b>	<b>118</b>
<b>Apêndice B .....</b>	<b>121</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Com o crescimento econômico, o sistema elétrico se torna cada vez mais complexo e sofisticado. Novas linhas de transmissão precisam ser construídas para corresponder ao aumento de demanda de energia, pois a potência ativa capaz de ser transferida pelas linhas é limitada. Uma alternativa à instalação de novas linhas é a inserção de bancos de capacitores em série com linhas existentes porque eles aumentam a capacidade de transmissão. Existem também outras vantagens desses bancos, mas essa é a que mais merece destaque pelo fato de que a construção de novas linhas implica em custos elevados.

Apesar dos pontos positivos que dão razão ao uso dos bancos de capacitores, eles provocam dificuldades para a implementação da proteção de distância, um dos princípios de funcionamento da proteção mais utilizados. Ele é baseado no valor da impedância de sequência positiva entre o local de ocorrência do curto-circuito e o ponto de monitoramento do relé. Havendo capacitor em série com a linha, a reatância total é menor do que seria se ele não existisse devido ao efeito subtrativo da reatância capacitiva. Assim, uma das dificuldades causadas pelo banco é a modificação da impedância “vista” pelo relé. A queda de tensão no banco não pode ser compensada de forma simples porque não se sabe a princípio se o curto-circuito ocorreu antes ou depois do banco. Existe também a possibilidade do sistema de proteção do próprio banco atuar e ele ser curto-circuitado saindo de operação.

Outra dificuldade gerada pela inserção do banco de capacitor em série, a qual é focada neste trabalho de tese, é a presença de componente transitória com oscilação subsíncrona nos sinais elétricos envolvidos. A proteção de distância utiliza grandezas fasoriais calculadas pelo próprio relé e a componente transitória influencia no cálculo dos fasores nos instantes iniciais do distúrbio. Curtos-circuitos em linhas de transmissão sem compensação capacitiva em série também possuem componentes transitórias, no entanto, elas são geralmente modeladas como componentes contínuas com decaimento exponencial. Muitos trabalhos de pesquisa são focados na eliminação desse tipo de componente transitória e não da componente oscilatória com decaimento exponencial, que existe em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Por sua característica de transitório, as linhas de transmissão com compensação

capacitiva em série podem problematicamente gerar caminhos de impedância com trajetória em espiral acentuada em torno do valor final no plano dos números complexos, sujeitando a proteção a sobrealcance. Isso pode ser evitado pelo método de cálculo de fasores usado, já que o problema é consequência do transitório. Entende-se por sobrealcance a identificação como pertencente à zona de proteção de curto-circuito efetivamente fora da zona de proteção.

O fato de serem dispositivos programáveis atribui versatilidade aos relés digitais, diferentes algoritmos podem ser implementados. Diversos algoritmos aplicados à proteção de sistemas elétricos podem ser elaborados e cada um deles possui suas vantagens, desvantagens e particularidades. Por isso convém estudar e propor métodos visando uma melhoria de desempenho. Este trabalho é focado em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série, que requerem atenção, pois introduzem a dificuldade referente ao transitório já mencionada.

Em alguns trabalhos, a exemplo dos de Gu *et al.* (2006) e de Yu (2006), foram propostos métodos de cálculos de fasores apresentados como apropriados para linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Convém apresentar novos métodos, pois podem apresentar vantagens. Diferentemente dos métodos de Gu *et al.* (2006) e de Yu (2006), o método proposto nesta tese utiliza apenas filtros lineares.

O trabalho desta tese está enquadrado nas pesquisas na área de sistemas elétricos da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Destaca-se o trabalho de Campos (2016a) por despertar o interesse pelo assunto de cálculo de fasores para proteção de distância e por evidenciar a relevância do tópico. O trabalho de Barros (2018) também é relevante para este trabalho por tratar de estudo de algoritmos aplicados a linhas de transmissão com compensação capacitiva em série.

O presente trabalho foi realizado com o apoio de financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## **1.1. Motivação**

Um fator motivador para o assunto da pesquisa é que as linhas de transmissão com bancos de compensação capacitiva em série são normalmente linhas estratégicas do sistema elétrico por transmitirem grandes quantidades de energia. Muitos algoritmos existentes para relés não são propostos assumindo a presença desses bancos, portanto é importante investigar e aprimorar métodos para adequá-los a linhas com esse tipo de compensação, com implicações

peculiares à proteção de distância. Também é importante que métodos utilizados na proteção dessas linhas tenham bom desempenho.

De acordo com Rezaei (2019), a ressonância subsíncrona, que pode ser causada pela presença de bancos de capacitores em série com a linha, gera problemas na operação de parque eólicos. Assim, com o estímulo ao uso de energias renováveis e o consequente aumento da geração eólica torna-se mais importante a atuação satisfatória da proteção em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série.

O problema priorizado para ser solucionado com a proposição do método desta tese foi a sujeição à classificação como pertencente à primeira zona de proteção para curtos-circuitos além do limite especificado, o que é indesejável para caso de curto-circuito em linha externa. Essa dificuldade é provocada pela influência da componente transitória de oscilação subsíncrona no cálculo dos fasores. Essa componente pode fazer com que valores intermediários da impedância de sequência positiva calculada pelo relé levem a essa classificação indesejada.

## 1.2. Objetivo

Este trabalho tem como objetivo a elaboração de algoritmo de cálculo de fasor a ser utilizado na proteção de distância de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Como objetivos específicos tem-se

- Proposição de filtros para eliminação de componente oscilatória com decaimento exponencial;
- Avaliação da influência de métodos de cálculo de fasores no percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona, variando condições do curto-circuito e do sistema de teste;
- Avaliação da influência de métodos de cálculo de fasores no tempo de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona, variando condições do curto-circuito e do sistema de teste.

## 1.3. Contribuição

A contribuição do trabalho está na proposição de um método de estimação fasorial que gera uma trajetória de impedância sem uma espiral acentuada em torno do valor final, tendendo a diminuir casos de identificações indevidas como pertencentes à primeira zona de

proteção. O método proposto apresenta vantagem com relação a outros métodos propostos na literatura com a preocupação de melhorar o desempenho para linhas com compensação capacitiva em série. A vantagem é que o método proposto é composto apenas por cascatas de filtros digitais lineares, não recursivos e invariantes no tempo, o que difere de outros métodos que requerem cálculos adicionais que tornam os métodos não lineares. Assim, o método proposto pode ser facilmente programado e adaptado.

## **1.4. Estrutura do texto**

Este trabalho escrito é composto por seis capítulos, incluindo este introdutório. No capítulo 2 são apresentadas a teoria de proteção de distância e de compensação capacitiva em série de linhas de transmissão, com foco na compensação fixa, isso é, sem controle da capacitância por eletrônica de potência. No capítulo 3 é feito um resumo de várias publicações de pesquisa sobre proposição e análise de desempenho de algoritmos que podem ser aplicados à proteção de distância de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série e algoritmos de cálculos de fasores. São explicados no capítulo 4 métodos de cálculos de fasores, dentre eles o de Fourier, o mesmo associado ao filtro de Benmouyal (1995) e o método proposto nesta tese. No capítulo 5 são explicadas as condições de testes utilizadas para análise de funcionamento do algoritmo proposto comparado com outros métodos e são apresentados gráficos, tabelas e análises para demonstrar o funcionamento do método proposto. Por fim, no capítulo 6 são feitas algumas recapitulações e conclusões. Nesse último capítulo também são sugeridos temas para eventuais trabalhos futuros seguindo a linha desta tese.

# Capítulo 2

## Fundamentação teórica

Os relés são os componentes do sistema de proteção dos sistemas elétricos que realizam a identificação da necessidade de abertura dos disjuntores para seccionamento do trecho do sistema elétrico com ocorrência de curto-circuito. São os relés que enviam o sinal de comando para abertura dos disjuntores. Uma das funções de proteção mais empregados em relés digitais é a proteção de distância, conceito que existe desde a proteção eletromecânica. Essa técnica consiste basicamente em verificar se a impedância de sequência positiva do ponto monitorado pelo relé ao ponto de ocorrência do curto-circuito pertence a uma região delimitada no plano dos números complexos. Se a verificação for positiva, considera-se o seccionamento necessário e caso não seja, considera-se desnecessário. Diante das motivações informadas no capítulo 1 percebe-se que é importante se deter ao assunto de proteção de distância aplicada a linhas de transmissão com compensação capacitiva em série.

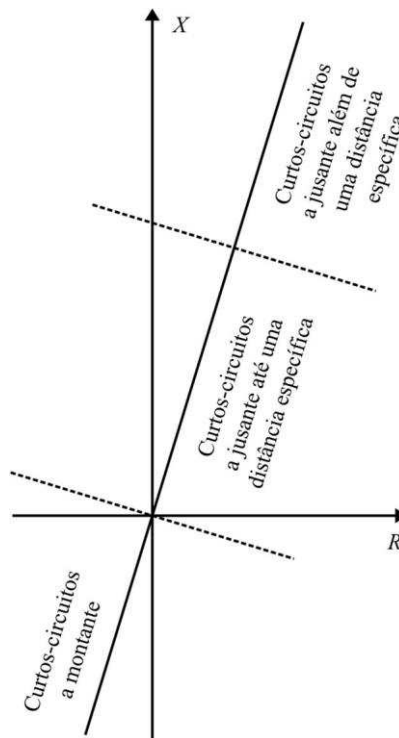
### 2.1. Proteção de distância de linhas de transmissão

Em caso de acontecimento de um curto-circuito de impedância nula e assumindo um modelo simplificado de uma linha de transmissão, a impedância de sequência positiva da barra ao local do defeito é igual à impedância da linha multiplicada por um fator escalar proporcional à distância respectiva, sendo o fator unitário quando a distância for igual à extensão da linha. Assim, essa impedância é um indicativo do quão próximo à barra local ocorre o curto-circuito. Se ele for criteriosamente próximo e não for na linha anterior deve ocorrer atuação do sistema de proteção. O critério de estar próximo é a impedância pertencer a uma região predefinida no plano dos números complexos.

Por ser um múltiplo escalar de um mesmo valor complexo, a impedância de sequência positiva estaria situada em uma reta no plano dos números complexos passando pela origem, como representado na Figura 1 pela reta não tracejada. Nesse plano, o eixo vertical representa a parte imaginária da impedância, a qual é a reatância, e o eixo horizontal a parte real, a qual é a resistência. A inclinação da reta em relação ao eixo vertical é menor que a

inclinação em relação ao eixo horizontal pelo fato de a reatância da linha ser maior que a resistência. É possível decompor a reta em três partes. A primeira da esquerda para a direita corresponde a curtos-circuitos a montante do relé, tomando como referência o sentido da barra local para a barra remota da linha protegida. A segunda refere-se a curtos-circuitos a jusante e próximos ao barramento local, sendo o limite de distância precisamente definido. Já a terceira é para curtos-circuitos a jusante e distantes da barra local, além do limite especificado. Deseja-se, a princípio, que apenas a própria linha protegida seja retirada de operação se nela ocorrer um curto-circuito, portanto, apenas para a segunda parte da reta o relé deve enviar um comando de abertura dos disjuntores.

Figura 1. Reta dos possíveis valores de impedância de sequência positiva “vista” pelo relé, considerando um curto-circuito ideal e um modelo simples de linha de transmissão.



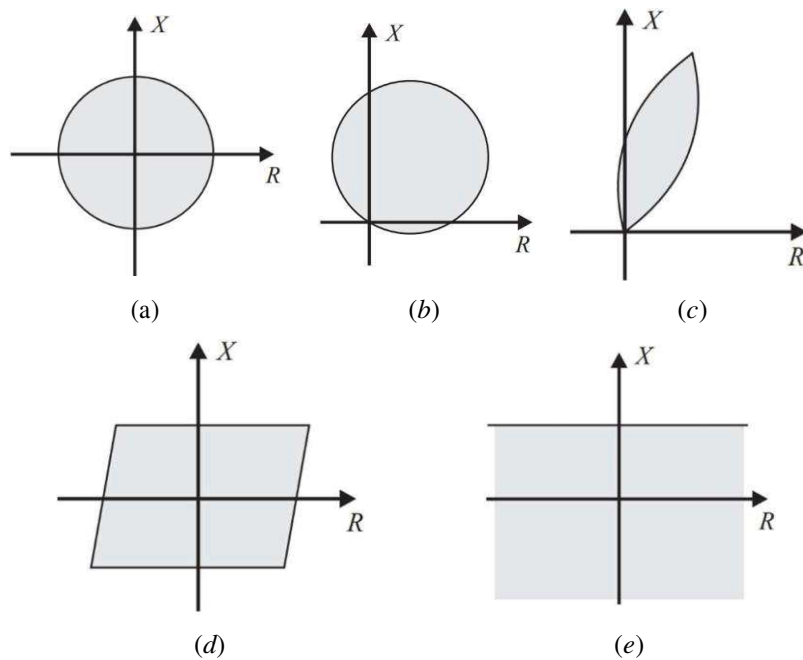
Fonte: própria autoria.

Existem, contudo, alguns aspectos que trazem imprecisão à proteção de distância, como, por exemplo, a impedância em derivação da linha, a não idealidade na transdução das grandezas elétricas do sistema, a resistência de curto-circuito e, no caso de ocorrência em linha externa, a contribuição de outras linhas à corrente de curto-circuito no local de ocorrência. Diante disso, deve-se dar alguma tolerância a impedância de sequência positiva. Por isso, a região no plano dos números complexos não é definida simplesmente como um segmento de reta. Diferentes tipos de regiões características são definidos. Um dos tipos mais comuns é a



região do tipo mho, que se define como uma região delimitada por uma circunferência que contém a origem. Outro tipo comum é o quadrilateral, delimitado por um quadrilátero. Na Figura 2 são mostrados alguns exemplos de tipos de regiões de relé de distância. Alguns tipos não são inerentemente direcionais e podem ser usados em conjunto com um algoritmo para determinar se o curto-circuito foi a montante ou a jusante.

Figura 2. Tipos de características de relé de distância: (a) impedância; (b) mho ou admitância; (c) lenticular; (d) quadrilateral e (e) reatância.



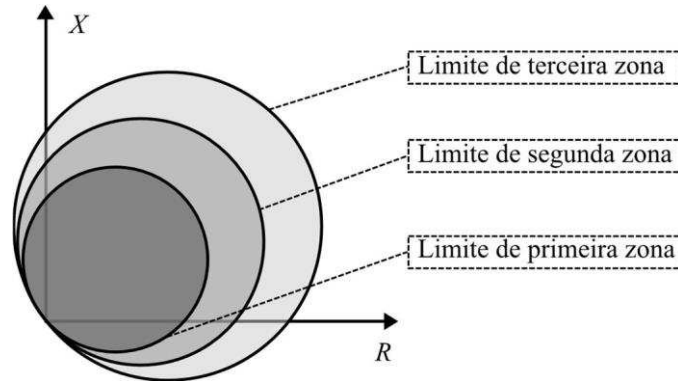
Fonte: Silva (2009).

São definidas para um mesmo relé várias regiões no plano dos números complexos, cada uma delas correspondendo a um tempo de atraso diferente para o envio do comando de atuação da proteção. Uma região sem atraso proposital corresponde à primeira zona, conforme a terminologia da proteção de distância. Uma região com atraso maior corresponde à segunda zona, uma região com atraso ainda maior à terceira zona e assim por diante. Normalmente, cada uma das zonas é mais abrangente que a anterior, exceto uma zona de atuação para curto-circuito a montante, se existir. Nas Figuras 3 e 4 são exemplificadas zonas de proteção no plano dos números complexos. No caso da Figura 3 não há zona reversa, enquanto no caso da Figura 4 há zona desse tipo.

O motivo de existirem diferentes zonas de proteção é prover uma proteção de retaguarda. O relé deve enviar sinal de comando para abertura de disjuntor se ocorrer um curto-circuito na linha protegida prioritariamente e em linhas externas apenas se os relés respectivos falharem. Deve existir, portanto, uma coordenação entre os relés visando garantir

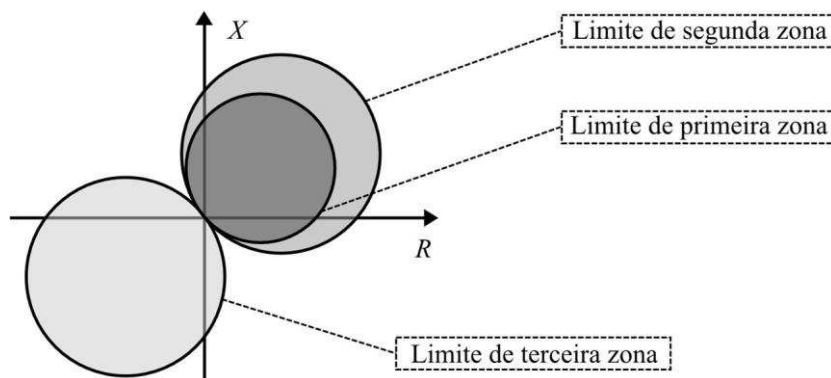
um bom funcionamento do sistema de proteção. O que se busca é que seja rápido, econômico, seletivo e que atue sempre que for necessário e somente quando for preciso.

Figura 3. Zonas de impedância.



Fonte: própria autoria.

Figura 4. Zonas de impedância, sendo uma delas zona reversa.



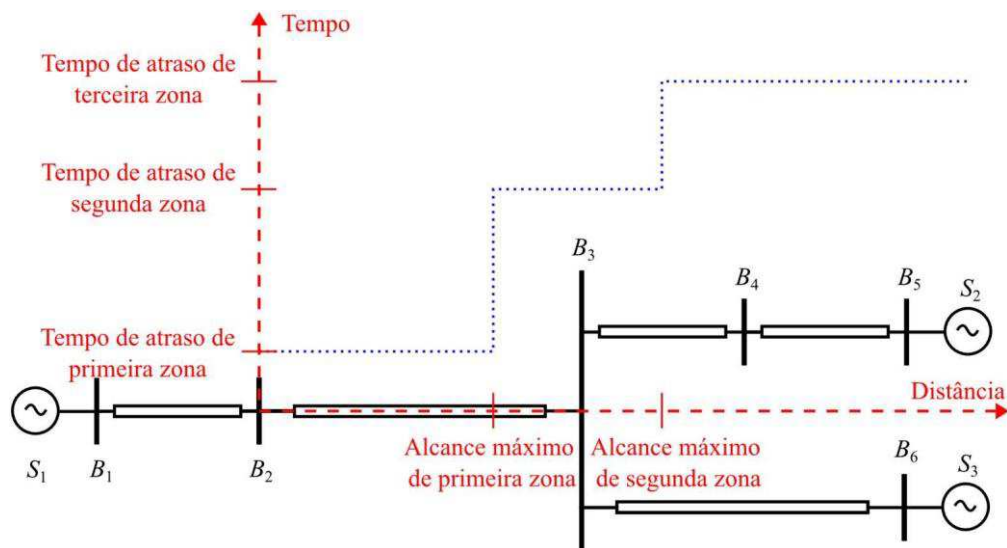
Fonte: própria autoria.

A primeira zona é tipicamente configurada para identificar o curto-circuito em uma distância de até algo entre 80% e 90% da extensão total da linha protegida. Não se considera a extensão total da linha para evitar atuação indevida para curtos-circuitos em linhas externas próximas ao terminal remoto. Para se evitar a atuação indevida para curtos-circuitos em linhas externas ligadas ao terminal local, pode-se associar a proteção de distância a uma unidade direcional do relé, que verifica se o curto-circuito ocorreu antes ou depois do ponto monitorado pelo relé conforme sentido de referência. Quanto à segunda zona do relé, ela é configurada para abranger toda a linha protegida e uma porção da linha externa a jusante.

Na Figura 5 está ilustrada uma representação esquemática de um sistema elétrico. Sobreposto a ele está o gráfico do tempo de atuação em relação à distância de ocorrência para o relé da barra  $B_2$  que protege a linha de  $B_2$  a  $B_3$ . Os eixos do gráfico azul pontilhado estão dispostos de tal modo que a distância no gráfico corresponde a distância no desenho. Os eixos

são as linhas vermelhas tracejadas. Nota-se que até uma determinada distância o tempo de atuação é mínimo, na faixa de distância seguinte o tempo de atuação é maior e depois ainda maior. As três regiões do gráfico correspondem às três zonas de proteção de distância. Na figura não é mostrada zona reversa. O tempo de atraso de primeira zona é inevitável, mas deve ser o menor possível.

Figura 5. Gráfico de tempo de atuação em função da distância do curto-circuito para relé de proteção de distância sobreposto a uma representação esquemática de sistema elétrico.



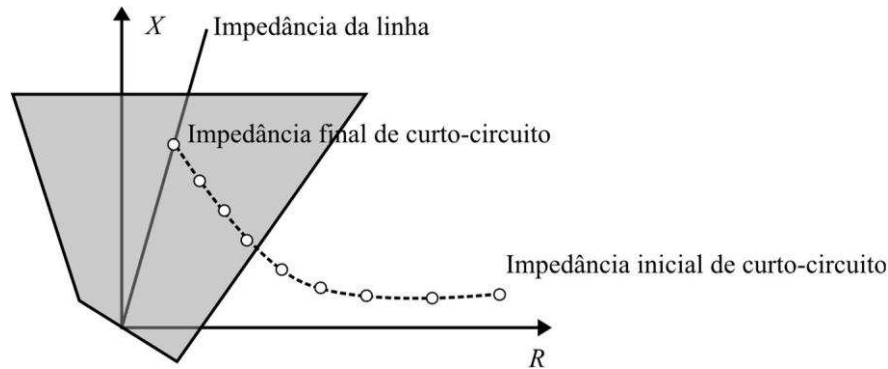
Fonte: Machado (2013), adaptado.

O relé digital é um dispositivo microprocessado e o seu funcionamento se baseia em cálculos e operações lógicas feitas internamente a partir de dados de entrada oriundos dos transformadores de corrente e de potencial. O sistema de aquisição dos dados é composto, além dos transformadores para instrumentos, de multiplexadores, conversores de grandezas analógicas para digitais e filtros do tipo passa-baixa para evitar o fenômeno de sobreposição do espectro (*aliasing*).

A impedância de sequência positiva pode ser calculada como a razão entre um fasor de tensão e um fasor de corrente. Como o método da proteção de distância se baseia em grandezas fasoriais, para o seu uso os fasores precisam ser calculados pelo próprio relé. Nos relés digitais os fasores são calculados de forma estimada a cada instante de tempo discreto utilizando um conjunto finito de dados prévios, a chamada janela de dados. À medida que o tempo passa, os valores calculados para os fasores convergem para um valor final. Com isso, a impedância de sequência positiva também converge para um valor final e, a partir de algum instante de tempo discreto, ela pode passar a se encontrar dentro da região característica do relé, como exemplificado na Figura 6. A evolução da impedância ao longo do tempo, como visto na

Figura 6, é designado na literatura como trajetória de impedância, expressão utilizada por Campos (2016a). Os pequenos círculos brancos na figura representam as impedâncias calculadas a cada instante de tempo discreto.

Figura 6. Exemplo de caminho de impedância.



Fonte: Silva (2009), adaptado.

Um método clássico para o cálculo de fasores é o algoritmo de Fourier de ciclo completo. O método deriva da teoria de análise de Fourier. Para cada instante de tempo discreto  $n$ , a parte real do fasor de pico é calculada por

$$Re\{V_p(n)\} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} V_p(n-k+1) \cos(\theta k) \quad (1)$$

e a parte imaginária por

$$Im\{V_p(n)\} = -\frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} V_p(n-k+1) \sin(\theta k), \quad (2)$$

sendo  $N$  o número de amostras por ciclo, sendo  $\theta$  dado por

$$\theta = \frac{2\pi}{N} \quad (3)$$

e considerando a amplitude como valor de pico. É comum para o número de amostras por ciclo valores de potência inteira de dois, por exemplo: 8, 16, 32 ou 64 amostras por ciclo.

As componentes transitórias presentes nos sinais de tensão e corrente afetam os cálculos dos fasores, o que faz com que de uma forma geral os fasores calculados nos instantes iniciais do transitório diverjam dos fasores calculados no regime permanente mesmo que todos os dados envolvidos sejam de instantes de tempo após a ocorrência do curto-circuito. Existem outros métodos alternativos ao de Fourier que possuem melhor resposta a transitórios, a exemplo do método do cosseno modificado proposto por Hart, Novosel e Smith (2000). Outro

exemplo é o filtro de Fourier associado ao filtro proposto por Benmouyal (1995) e explicado no capítulo 4.

Após o cálculo dos fasores é possível calcular a impedância de sequência positiva pela seguinte fórmula:

$$Z_1 = \frac{\hat{V}_\alpha}{\hat{I}_\alpha} \quad (4)$$

sendo  $V_\alpha$  a tensão de entrada e  $I_\alpha$  a corrente de entrada. Variando a definição dessas grandezas

são estabelecidas diferentes unidades de proteção de distância. Cada uma delas se aplica a tipos específicos de curto-circuito, classificados conforme a fase envolvida e com o envolvimento da terra. Na Tabela 1 são especificadas as tensões e correntes de entrada para cada unidade do relé de distância e na Tabela 2 são explicitados os tipos de curto-circuito a que cada unidade de distância se aplica. Os índices  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  das tensões e correntes fasoriais designam as fases respectivas e a corrente  $I_0$  é a corrente fasorial de sequência zero. A constante complexa  $Z_0$  é

definida por

$$Z_0 = \frac{Z_{\alpha 0} - Z_{\alpha 1}}{Z_{\alpha 1}} \quad (5)$$

sendo  $Z_{\alpha 1}$  e  $Z_{\alpha 0}$  as impedâncias de sequência positiva e zero totais da linha, respectivamente. As expressões da Tabela 1 são demonstradas pela teoria de componentes simétricas. Outra observação a ser feita é que a letra  $\alpha$  designa a terra.

Pela Tabela 2, nota-se que a unidade  $\alpha\alpha$  se aplica a curtos-circuitos que envolvem pelo menos a fase  $\alpha$  e a terra, podendo envolver a fase  $\beta$  e a fase  $\gamma$ . A condição é análoga para as unidades  $\beta\beta$  e  $\gamma\gamma$ . Também é possível notar que a unidade  $\alpha\beta$  é utilizada em curtos-circuitos que envolvem pelo menos a fase  $\alpha$  e a  $\beta$ , podendo envolver a fase  $\gamma$  e a terra. Condições análogas se empregam para as unidades  $\beta\gamma$  e  $\gamma\alpha$ .

Tabela 1. Grandezas de entrada das unidades do relé de distância.

Unidade do relé de distância	Tensão de entrada	Corrente de entrada
$\alpha\alpha$	$V_\alpha$	$I_\alpha + Z_0 I_0$
$\beta\beta$	$\hat{V}_\beta$	$\hat{I}_\beta + Z_0 \hat{I}_0$
$\gamma\gamma$	$V_\gamma$	$\hat{I}_\gamma + Z_0 I_0$
$\alpha\beta$	$V_\alpha - \hat{V}_\beta$	$I_\alpha - \hat{I}_\beta$
$\beta\gamma$	$\hat{V}_\beta - V_\gamma$	$\hat{I}_\beta - I_\gamma$
$\gamma\alpha$	$V_\gamma - \hat{V}_\alpha$	$I_\gamma - \hat{I}_\alpha$
$\alpha\beta\gamma$	$V_\alpha - \hat{V}_\beta - V_\gamma$	$I_\alpha - \hat{I}_\beta - I_\gamma$

Fonte: Lopes *et al.* (2014).

Tabela 2. Indicação das unidades do relé de distância que podem ser utilizadas para cada tipo de curto-circuito.

Unidade do relé de distância	Tipo de curto-circuito									
	??	??	??	??	??	??	???	???	???	Trifásica
??	✓						✓		✓	✓
??		✓					✓	✓		✓
??			✓					✓	✓	✓
??				✓			✓			✓
??					✓			✓		✓
??						✓			✓	✓

Fonte: Lopes *et al.* (2014).

Uma observação a ser feita é que não é necessário calcular efetivamente a impedância de sequência positiva, já que a condição de pertencer à zona respectiva pode ser verificada utilizando grandezas auxiliares.

Pelo fato de o cálculo da impedância de sequência positiva depender do tipo de curto-circuito, o algoritmo de proteção de distância pode estar associado a um algoritmo de classificação do curto-circuito quanto às fases envolvidas.

Na fundamentação da proteção de distância não é considerada a existência de um equipamento ligado em série com a linha de transmissão, por isso, torna-se relevante discutir o efeito da compensação capacitiva em série com linhas de transmissão.

## 2.2. Compensação capacitiva em série de linhas de transmissão

Os bancos de capacitores para compensação em série são compostos, além dos capacitores físicos propriamente ditos, por um conjunto de equipamentos associados. Na configuração mais moderna, os equipamentos são varistor de óxido de zinco, centelhador, disjuntor e circuito de amortecimento de transitórios. Na Figura 7 está presente uma representação esquemática de uma configuração possível para esse tipo de banco de compensação.

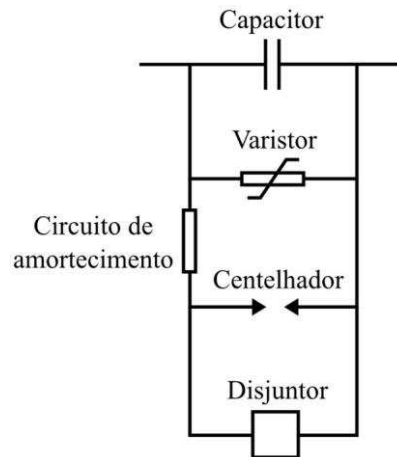
O varistor, composto por material semicondutor, é colocado em paralelo ao capacitor para protegê-lo contra sobretensões. Quando a tensão nos terminais do varistor for abaixo de um limiar, ele funciona quase como que um circuito aberto, passando por ele uma corrente muito pequena tida como corrente de fuga. Quando a tensão for acima do limiar, a corrente tende a aumentar e o varistor não mais se aproxima de um circuito aberto. Nessa

condição, a corrente e a tensão instantâneas do varistor de óxido metálico ( $i_{VMO}$  e  $u_{VMO}$ , respectivamente) são teoricamente regidas pela fórmula

$$i_{VMO} = i_{VMO} \alpha u_{VMO}^{\alpha}, \quad (6)$$

sendo  $i_{VMO}$  e  $\alpha$  constantes. A ideia do uso desse equipamento é que durante o regime de operação normal a corrente passe praticamente pelo capacitor e durante uma tendência de sobretensão a corrente seja desviada de forma suave.

Figura 7. Esquema de banco de compensação em série.



Fonte: Barros (2018), adaptado.

Em caso de condição severa de operação para o varistor, o centelhador é acionado e o disjuntor de *by-pass* é fechado. Como critério para se identificar o atingimento dessa condição pode-se verificar se a corrente no varistor atingiu um limiar ou se a energia absorvida pelo mesmo equipamento chegou a um limiar. Assim, é desviada a corrente do varistor e é evitada absorção de energia excessiva pelo equipamento. O circuito de amortecimento é importante para não acontecer um curto-circuito nos terminais do capacitor, o que geraria transitórios bruscos.

O capacitor é o equipamento que traz vantagens operacionais e que justifica o uso do banco. Como vantagens pode-se citar o aumento da potência ativa máxima capaz de ser transferida pela linha, a melhoria da estabilidade do sistema, a redução da queda de tensão ao longo da linha e a redução das perdas. Efeitos da compensação capacitiva em série foram explicados por Anderson e Farmer (1996).

A potência ativa máxima capaz de ser transmitida pela linha aumenta com a diminuição da reatância em série da linha. A associação entre o capacitor e a linha propriamente dita tem uma reatância menor, aumentando a capacidade de transmissão. Assim, a alocação do



banco de capacitor adia a necessidade de construção de novas linhas. A linha compensada opera com limite de estabilidade superior ao da linha sem compensação.

O capacitor pode gerar uma elevação de tensão no sentido da queda de tensão, o que pode melhorar o perfil de tensão da linha. Diminuindo a queda de tensão são diminuídas as perdas ao longo da linha.

Existem, contudo, algumas desvantagens causadas pela compensação capacitiva em série. O capacitor forma com a indutância série da linha um circuito propenso à ressonância. Para evitar a ocorrência desse fenômeno não se faz a compensação total da linha, ou seja, o valor da reatância capacitiva não é igual ao da reatância indutiva da linha. É sempre menor, mas não muito para o efeito ser significativo e assim justificar o investimento. Diante disso, é comum expressar a reatância capacitiva pelo grau de compensação, definida como a razão percentual entre a reatância capacitiva do capacitor do banco e a reatância indutiva da linha. Um valor típico é 70%, segundo Ziegler (2011).

A compensação capacitiva em série também tem como desvantagem gerar complicações para a atuação da proteção de distância. Quando o curto-circuito ocorre após o capacitor (sentido do relé local para o remoto ao longo da linha protegida) a redução da reatância total da linha provocada pela impedância do banco faz com que o relé “veja” o curto-circuito mais próximo do que o local verdadeiro. Não é suficiente reajustar a impedância de configuração do relé porque, de forma geral, não há certeza da participação do banco no caminho da corrente durante o curto-circuito, pois o capacitor pode ser curto-circuitado ou, no caso de compensação em local não imediatamente próximo, existem situações de ambiguidade de curto-circuito antes e depois do capacitor. O varistor de óxido metálico também modifica a impedância da linha, aspecto que também dificulta a implementação da proteção.

O banco de capacitor em série influencia a direcionalidade do relé. Dependendo dos valores das impedâncias e da distância do curto-circuito, o efeito capacitivo pode se tornar dominante em vez do efeito indutivo em trechos do sistema e com isso pode ocorrer inversão de tensão ou de corrente, o que faz com que o relé “perceba” o curto-circuito na região reversa sem de fato ser. Devem ser empregados métodos que funcionem bem para identificar se o curto-circuito foi a montante ou a jusante, mesmo nessas circunstâncias.

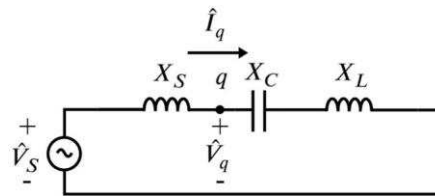
Para se ter uma ideia melhor dos fenômenos de inversão, pode-se observar o circuito da Figura 8. O ponto  $\text{P}_1$  indica o nó de medição da corrente  $i$  e da tensão  $V_{\text{P}_1}$  indicadas na figura,  $\text{P}_2$

$V_{\text{P}_1}$  é a tensão da fonte,  $X_{\text{P}_1}$  e  $X_{\text{P}_2}$  são reatâncias indutivas e  $X_{\text{C}}$  é uma reatância capacitiva.  $\text{P}_3$

Dependendo dos valores das reatâncias, três situações podem ocorrer conforme expresso na

Tabela 3. A fase da tensão na fonte é assumida como nula. A condição I é tida como condição de referência. Nessa condição, tanto a impedância total como a impedância equivalente do nó  $\bar{q}$  para a terra (impedância resultante do capacitor e indutor de indutância  $\bar{q}$ ) são predominantemente indutivas e, desse modo, a corrente está atrasada tanto da tensão  $\bar{V}_q$  como da tensão  $\bar{V}_S$ . Na condição II a impedância equivalente total é indutiva, mas a impedância equivalente do nó  $\bar{q}$  para a terra é capacitiva e na condição III ambas são capacitivas. Assim, a condição II corresponde a uma inversão de tensão pois a fase da tensão é oposta à da condição I e a condição III é associada a uma inversão de corrente porque a fase da corrente é oposta à da condição I.

Figura 8. Circuito com capacitor e indutores.



Fonte: própria autoria.

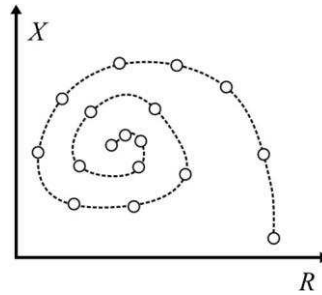
Tabela 3. Condição de operação de circuito com indutores e capacitor.

	Condição	Fase de $\bar{V}_S$ (°)	Fase de $\bar{V}_q$ (°)	Fase de $\bar{I}_q$ (°)	Explicação
I	$\bar{X}_q < \bar{X}_q$	0	0	-90	Situação de referência
II	$\bar{X}_q < \bar{X}_q < \bar{X}_q + \bar{X}_q$	0	-180	-90	Inversão de tensão
III	$\bar{X}_q > \bar{X}_q + \bar{X}_q$	0	0	90	Inversão de corrente

Fonte: própria autoria.

O fato de o capacitor e a reatância indutiva da linha de transmissão formarem um circuito ressonante faz com que os sinais elétricos tenham componentes transitórias oscilatórias com decaimento exponencial. Essas componentes resultam em um caminho de impedância como uma trajetória em espiral em torno da impedância final se a condição de curto-circuito se mantiver sustentada. Isso é um problema, pois tende a gerar sobrealcançe principalmente se a trajetória for mais expansiva. Para contornar isso devem ser utilizados métodos de cálculo de fasores que sejam pouco influenciados pela componente transitória. Na Figura 9 é ilustrada uma trajetória de impedância em espiral.

Figura 9. Trajetória de impedância em espiral.



Fonte: Ziegler (2011), adaptado.

Enquanto a componente fundamental é descrita como uma simples senoide, a componente transitória com decaimento exponencial é descrita por Ziegler (2011) pela seguinte função:

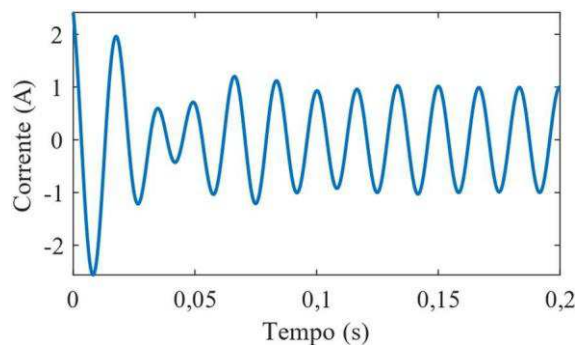
$$i(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} (\alpha_1 \sin(\omega_s t) + \alpha_2 \cos(\omega_s t)), \quad (7)$$

sendo  $t$  o tempo,  $\tau$  a constante de decaimento,  $\omega_s$  a frequência angular subsíncrona,  $\alpha_1$  uma constante de amplitude e  $\alpha_2$  outra constante de amplitude. O gráfico de um sinal  $i(t)$  formado pela componente fundamental somada com uma componente transitória do tipo descrito pela Equação (7) é mostrado na Figura 10. A função do exemplo é descrita por

$$i(t) = \cos(120\pi t) + 2e^{-30\pi t} \cos\left(90\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (8)$$

em ampères com o tempo em segundos.

Figura 10. Gráfico de sinal oscilatório com componente transitória com oscilação subsíncrona.



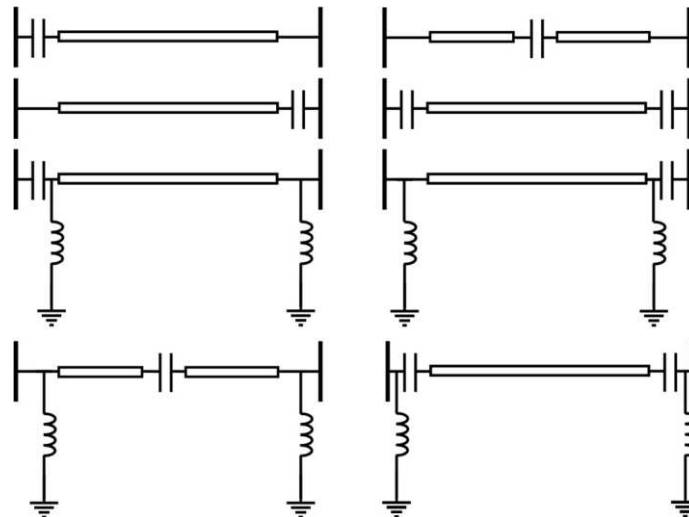
Fonte: própria autoria.

A frequência de oscilação das componentes transitórias é comumente menor que a frequência nominal do sistema, portanto são chamadas de componentes sub-harmônicas ou subsíncronas.

É comum que as linhas de transmissão com compensação capacitiva em série tenham também outro tipo, a compensação em derivação por reatores. Isso serve para diminuir o efeito da capacitância em derivação da linha e, com isso, diminuir a elevação de tensão ao longo da linha em caso de operação com carga reduzida, fenômeno chamado de efeito Ferranti. Para esse tipo de compensação, o grau de compensação é definido como a razão entre a susceptância indutiva do reator e a susceptância capacitiva da linha.

Variando a localização do banco de compensação capacitiva em série, a presença e a localização da compensação reativa em derivação definem-se vários esquemas de compensação de linhas de transmissão. Na Figura 11, são mostradas representações de alguns exemplos de esquemas de compensação de linhas de transmissão.

Figura 11. Esquemas de compensação fixa de linhas de transmissão.



Fonte: Barros (2018), adaptado.

Após a apresentação da fundamentação teórica sobre proteção de distância e compensação capacitiva em série convém apresentar pesquisas recentes sobre o assunto, o que é feito no próximo capítulo.

# Capítulo 3

## Revisão bibliográfica

A necessidade de avanços para a proteção de distância aplicada a linhas de transmissão com compensação capacitiva em série faz com que muitos pesquisadores se detenham sobre o assunto. Portanto, para dar contribuições é necessário fazer uma revisão bibliográfica. Neste capítulo, trabalhos são sumarizados. São incluídos algoritmos relacionados à proteção de distância de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série e algoritmos de cálculos de fasores. Os trabalhos estão organizados pela sequência do ano de publicação.

Summers (1999) propôs um método para calcular a capacitância dos capacitores diretamente envolvidos no curto-circuito. Inicialmente, calcula-se a transformada rápida Fourier para uma janela de um múltiplo inteiro de amostras de um ciclo. Uma janela apenas não é suficiente, pois o método não teria precisão adequada. O espectro calculado é composto por um impulso na componente fundamental mais uma componente de frequência devido à componente transitória do sinal. Estima-se o vazamento espectral na frequência fundamental por regressão polinomial. Por um método iterativo, isola-se o espectro da componente transitória considerando uma quantidade de amostras com resolução na frequência subsíncrona. Utilizando informações numéricas encontradas e fórmulas deduzidas pelo autor pode-se então calcular a capacitância, informação usada para melhorar o desempenho da proteção. Trata-se de um método que não tem uma complexidade numérica muito reduzida, tornando a sua aplicação para relé de proteção de distância questionável. O autor também propôs verificar a presença de terceiro, quinto e sétimo harmônico para concluir a presença do capacitor, já que os harmônicos são consequência do varistor.

Saha *et al.* (2001) propuseram um método de proteção de distância que independe de identificar a seção de ocorrência do curto-circuito, ou seja, se o curto-circuito acontece antes ou depois do capacitor. A impedância de sequência positiva é calculada para as duas suposições. No caso da impedância depois, a queda de tensão no capacitor, incluindo o varistor no modelo, é calculada por um método iterativo, porém de rápida convergência, proposto pelos autores. Para identificar a necessidade de atuação em primeira zona, são verificados um conjunto de

condições relativas à pertinência das impedâncias em regiões no plano dos números complexos. As regiões não foram definidas de forma muito precisa, foram mostradas apenas ilustrações, o que dificulta realizar reproduções e adaptações do método.

Saha, Rosolowsky e Izykowsky (2003) testaram o método proposto por Saha *et al.* (2001) em linhas com compensação capacitiva no meio da linha e mostram que o desempenho também é satisfatório. As regiões continuam não sendo definidas de forma muito específica.

Gu *et al.* (2006) propuseram o uso de um método de cálculo de fasores para uso em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. É assumido no método que o sinal de entrada esteja conforme um dentre três modelos específicos. Todos os modelos incluem a componente fundamental do sinal acrescidos de componente transitória. No primeiro modelo a componente transitória é formada apenas por duas componentes contínuas com decaimento exponencial. No segundo modelo a componente transitória consiste em uma componente oscilatória com decaimento exponencial. Já no terceiro modelo a componente transitória é formada apenas por uma componente contínua com decaimento exponencial e uma componente oscilatória também com decaimento exponencial. Inicialmente, fasores são calculados sem compensar a componente transitória do sinal usando o método de Fourier de um ciclo. Após algumas amostras, são calculados os parâmetros de componentes transitórias do sinal por meio de fórmulas deduzidas pelos autores. As fórmulas dependem da parte real dos fasores calculados sem compensar a componente transitória. Para o terceiro modelo de sinal, os autores propuseram um cálculo iterativo. Após o cálculo dos parâmetros, a componente transitória estimada é subtraída do sinal original e o sinal compensado é aplicado ao método de Fourier para obtenção dos fasores. Os cálculos são feitos para os três modelos de sinal em paralelo, o resultado que convergir é o considerado. Os autores utilizaram uma versão do método de Fourier de referencial de tempo fixo. Uma desvantagem do método proposto por Gu *et al.* não comentada pelos autores é que é uma técnica muito dependente da adequação do sinal a modelos teóricos específicos, comprometendo a robustez do método.

Yu (2006) propôs um método de cálculo de fasores apresentado como apropriado para linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Eles propuseram utilizar o método de Fourier com diferentes tamanhos de janelas de dados ao longo do tempo. Propuseram também uma fórmula para computar os fasores a partir dos que foram calculados sem compensar a componente transitória. Essa fórmula foi fundamentada na eliminação da componente contínua com decaimento exponencial e deve ser parametrizada com uma constante de tempo. Um problema associado a isso não mencionado pelo autor é que o valor da

constante de tempo de uma eventual componente contínua com decaimento exponencial não é conhecido a princípio. Os autores propuseram construir um sinal a partir dos fasores calculados e repetir o processo de cálculo de fasor. Assim o método proposto é um método iterativo. Foi utilizada uma versão do método de Fourier de referencial de tempo fixo. Pelos cálculos envolvidos, o método pode ser considerado como não linear.

Parikh, Das e Maheshari (2008) propuseram um método de cálculo de identificação da seção de curto-circuito em linhas com compensação capacitiva em série. O método utiliza máquinas de vetores de suporte e usa como atributos de entrada os coeficientes de detalhe da primeira decomposição da transformada *wavelet*. Não houve êxito na classificação para todos os casos testados.

Izykowski *et al.* (2009) propuseram um método para identificação da seção do curto-circuito em linhas com compensação capacitiva em série. Gera-se um sinal integrando a corrente e depois filtrando para eliminar as oscilações, depois verifica-se se nesse sinal predominam valores altos ou baixos por um método explicado. O método consiste no seguinte: são definidas duas funções da corrente com valores da imagem variando de zero a um. Uma função é nula para valores abaixo da corrente mínima, é também nula para valores acima da corrente máxima e é máxima para a corrente média, sendo que esses valores de corrente mínima, média e máxima são definidos para cinco amostras do sinal. A outra função é nula para corrente abaixo de um valor específico e máxima para uma corrente acima de outro valor específico. Calcula-se a área abaixo da primeira função e a cima do eixo horizontal e também a área abaixo das duas funções e a cima do eixo horizontal. Divide-se a segunda área pela primeira. Se o valor calculado for acima de um limiar previamente definido, considera-se que não há participação do capacitor no curto-circuito, caso contrário considera-se que não há essa participação. O método falha para alguns casos que correspondem a ângulos de incidência desfavoráveis ou resistência elevada para casos de curto-circuito sem o capacitor entre o ponto monitorado e o local do defeito.

Guzmán *et al.* (2010) propuseram um algoritmo para identificar a seção de ocorrência do curto-circuito. O método consiste em calcular a razão entre a tensão de entrada medida e a mesma tensão calculada a partir das correntes medidas e supondo que o curto-circuito ocorre na barra remota. Essa razão se aproxima de zero se a tensão for muito próxima ao terminal monitorado e é unitária se a falha for de fato na barra remota. A identificação em primeira zona é habilitada apenas se a razão calculada for abaixo de um limiar. Com relação à fórmula de cálculo de curto-circuito, é pressuposta resistência de curto-circuito nula.

Baradar, Afsharnia e Sanaye-pasand (2010) propuseram um método de identificação de seção de curto-circuito em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. O método se fundamenta na teoria de ondas viajantes e faz uso de transformação de Clarke e transformada *wavelet* discreta.

Jena e Pradhan (2010) propuseram um método de identificação da direcionalidade do curto-circuito em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série utilizando fasores de sequência positiva. O método consiste em verificar um conjunto de condições sobre os sinais (positivo ou negativo) da variação da corrente de sequência positiva e da variação da tensão de sequência positiva. É vantajoso utilizar fasores de sequência positiva pois estão presentes em todos os tipos de curto-circuito. O uso de um método com essa finalidade é útil para poder expandir a região da zona definida no plano complexo na proteção de distância.

Kumar e Gupta (2011) propuseram um algoritmo para determinação do envolvimento do capacitor em série no caminho do curto-circuito. O método consiste em calcular a componente transitória do sinal e verificar se ocorrem duas passagens pelo zero nos primeiros instantes após o curto-circuito. Os autores não informam explicitamente o método para calcular a componente transitória do sinal, mas entende-se ser o cálculo da média móvel. O método se baseia no princípio de que a componente transitória é oscilatória quando existe capacitor entre o relé e o curto-circuito e contínua quando não existe. Devido à influência da inicialização do filtro, pode haver uma passagem pelo zero mesmo que não tenha envolvimento do capacitor, por isso espera-se pela segunda passagem. O método é preciso, porém é demorado, pois é necessário esperar um tempo para fazer a checagem. Se em um tempo máximo previamente definido não ocorrer a segunda passagem pelo zero assume-se que ela não ocorre.

Meyar-naimi (2012) propôs um método de identificação da seção pela razão entre resistência e reatância utilizando lógica *fuzzy*. No caso das seções com envolvimento de capacitor, a reatância e a resistência são calculadas simplesmente subtraindo a reatância e a resistência equivalentes do banco de capacitor, respectivamente. O autor não fez considerações sobre resistência de curto-circuito elevada, o que seria relevante, pois nessa condição a proporção entre a reatância e a resistência tende a não ser satisfeita.

Rubeena, Zadeh e Bains (2014) propuseram um método de cálculo de fasores para uso em sinais provenientes de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Inicialmente, o sinal de entrada é filtrado por uma versão modificada do filtro de média móvel. O intuito dessa filtragem é eliminar as componentes harmônicas. O sinal filtrado é aplicado ao método de Prony para o cálculo dos parâmetros. Os parâmetros das componentes não harmônicas do sinal de entrada são calculados a partir do sinal original por fórmulas deduzidas



supondo o sinal de entrada sendo contínuo. Em seguida, as componentes não harmônicas estimadas são subtraídas do sinal original. O sinal gerado é aplicado ao método de Fourier para cálculo dos fasores. O método proposto no artigo foi recomendado pelos elaboradores para uso desconectado do sistema elétrico em operação, ou seja, não é recomendado por eles para uso na proteção de distância. Uma aplicação possível é o uso de algoritmos para localização precisa do ponto de ocorrência do curto-circuito a partir de dados registrados. No uso de um algoritmo desconectado não existe problema quanto ao tempo de espera das amostras do sinal, já que já se dispõe de todas elas, e existe maior tolerância quanto ao tempo de processamento. Rubeena, Zadeh e Bains (2014) comentam que o uso direto do método de Prony no cálculo dos fasores em situação com ruído gera erros significativos. O algoritmo de Prony tende a apresentar elevada complexidade numérica.

Bains e Zadeh (2015) propuseram um método de cálculo de fasores para uso em sinais provenientes de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Inicialmente, o sinal de entrada é filtrado por uma versão não causal de filtro de média móvel. Esse filtro tem uma ordem menor que o filtro de média móvel modificado conforme proposto por Rubeena, Zadeh e Bains (2014). O sinal filtrado é aplicado ao algoritmo de Prony para cálculo de parâmetros. Os parâmetros das componentes não harmônicas do sinal de entrada são calculados a partir do sinal filtrado por fórmulas, desta vez deduzidas supondo o sinal de entrada sendo discreto, como de fato é. O método proposto nesse artigo é um aprimoramento do método proposto por Rubeena, Zadeh e Bains (2014) visando reduzir a quantidade de amostras do cálculo. Os métodos propostos por Bains e Zadeh (2015) e antes por Rubeena, Zadeh e Bains (2014) são mostrados como tendo desempenhos semelhantes.

Como informado, Bains e Zadeh (2015) recomendaram na proposição deles a utilização de um filtro não causal. De acordo com Oppenheim, Willsky e Nawab (1997), um sistema é dito causal quando não depende de valores de instantes de tempo futuro do sinal de entrada. Um filtro não causal é inviável para uso na proteção de distância, já que nessa aplicação não se dispõe de amostras de tempos futuros do sinal de entrada.

Razavi e Samet (2015) propuseram quatro algoritmos para identificação da seção do curto-circuito. O primeiro consiste em verificar qual o terminal em que ocorre passagem pelo zero da componente transitória do sinal de corrente primeiro e em considerar que esse terminal é que tem a participação do capacitor. O segundo é o mesmo para o sinal de tensão. O terceiro consiste em verificar condições com o pico do sinal de corrente em valor absoluto. O quarto consiste em verificar condições com o sinal de potência instantânea. Os dois primeiros métodos são, portanto, métodos de um terminal e os dois últimos de dois. No trabalho é

apresentado uma tabela comparativa de métodos de identificação de seção considerando tempo de resposta e precisão dos métodos.

Guajardo (2016) testa o uso de um método de cálculo de fasores em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. O método foi anteriormente proposto por Guajardo, Conde e Leonowicz (2013). O método consiste no uso direto do método de Prony para o cálculo dos fasores testando vários valores para a ordem do modelo de Prony para verificar o que corresponde ao melhor ajuste usando como critério o erro quadrático médio. Comparado com o método do cosseno modificado, o método é mostrado como tendo um melhor desempenho. O autor não comenta a presença de ruído nos sinais de teste. Lembra-se que, segundo Rubeena, Zadeh e Bains (2014), ruído pode comprometer muito o funcionamento do uso direto do método de Prony no cálculo dos fasores.

Allanbakhshi *et al.* (2018) propuseram um método de cálculo de fasores próprio para ser usado próximo a geradores. O sinal de entrada é modelado como um sinal com componentes de frequência múltiplas inteiras da fundamental, duas componentes contínuas com decaimento exponencial e três componentes de oscilação na frequência fundamental, sendo ela transitória, subtransitória e de regime permanente. Não é considerada componente oscilatória com decaimento exponencial com frequência diferente da fundamental. Os parâmetros da componente transitória do sinal são obtidos a partir do algoritmo de Prony aplicado a um sinal matematicamente gerado a partir do sinal de entrada. A componente transitória estimada é subtraída do sinal original e o sinal resultante é aplicado ao método de Fourier para cálculo do fasor. Os autores mostram que o método possui um maior tempo de processamento computacional com relação a outros métodos comparados.

Jafarpisheh, Madani e Pavaresh (2018) apresentaram dois novos métodos de cálculo de fasores. Eles projetaram dois filtros no domínio de Laplace e depois aproximaram para o domínio da transformada  $Z$  usando o método de Euler regressivo. Foi projetado um filtro de segunda ordem e um de primeira ordem para ser usado em cada um dos métodos. No projeto, os polos foram escolhidos para anular componentes contínuas com decaimento exponencial e os zeros para compensar o desvio de fase da saída do filtro para a componente fundamental. O de quarta ordem foi mostrado como tendo melhor desempenho.

Davydova, Shchetinin e Hug (2018) propuseram um método para definição de uma zona característica de proteção de distância ótima para linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. O método consiste em verificar a região das impedâncias referentes aos curtos-circuitos internos que não se referem a casos de curto-circuito externo. As regiões

definidas possuem áreas maiores do que as definidas de forma convencional devido aos casos de curtos-circuitos próximos com resistência elevada.

Augustine *et al.* (2019) testaram três métodos de cálculos de fasores. Nos três métodos é subtraído do sinal de entrada a componente transitória do sinal estimada pelo algoritmo de Prony aplicado ao sinal filtrado com média móvel. Após a compensação da componente transitória, os fasores são calculados de forma distinta para cada um dos três métodos: por meio do filtro de Fourier, pela técnica dos quadrados mínimos e pela técnica dos quadrados mínimos recursiva. O segundo método foi a que apresentou segundo os autores melhor desempenho. Uma referência importante para o trabalho deles foi o de Bains e Zadeh (2015).

Hwang (2019) propôs um método de cálculo de fasores supondo que o sinal de entrada seja composto, além das componentes harmônicas incluindo a fundamental, por duas componentes contínuas com decaimento exponencial. O sinal de entrada é filtrado por um filtro de harmônicos para diminuir a influência de ruído. Um sinal é gerado matematicamente a partir do sinal de entrada e esse sinal é aplicado ao algoritmo de Prony para determinar valores de parâmetros a partir dos quais se calculam parâmetros do modelo do sinal original. Com os parâmetros obtidos e com os fasores calculados sem compensar a componente transitória são em seguida calculados os fasores compensando a componente transitória.

Začević *et al.* (2019) propuseram um método de cálculo de fasores com o foco de ser utilizado em unidades de medição fasorial. O método se baseia no ajuste pelo critério dos mínimos quadrados do sinal ao seu modelo representado de uma forma que depende do fasor, sendo o modelo aproximado por série de Taylor. Os autores testam o método apenas para sinais estáticos e com modulação (amplitude, fase e frequência), não sendo testados para sinais com transitórios típicos de curtos-circuitos.

Augustine e Naidu (2019) propuseram um método de identificação da seção do curto-circuito utilizando dados de dois terminais. Calcula-se o módulo da média móvel dos sinais de corrente e em seguida calcula-se a área acima de um limiar e abaixo de trecho contínuo do sinal com pico máximo. Aquele que possuir o maior valor é classificado como respectivo à seção de ocorrência. Houve falha do algoritmo apenas para alguns casos minoritários.

Adly *et al.* (2020) fizeram uma grande tabela comparativa de vários algoritmos que podem ser aplicados à proteção de distância de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Os autores propuseram ainda um algoritmo para identificação da seção do curto-circuito, classificação quanto às fases envolvidas e detecção do curto-circuito. O algoritmo utiliza uma variação da transformada *wavelet*. A partir dos valores dos coeficientes

de aproximação e de detalhe do primeiro nível de decomposição e de um índice calculado a partir dos coeficientes de detalhe de vários níveis de decomposição se obtêm as respostas.

Kothari *et al.* (2020) propuseram um método de identificação da seção e classificação do curto-circuito quanto às fases envolvidas utilizando máquinas de vetores de suporte. Os dados de entrada são sinais gerados a partir de valores instantâneos de corrente subtraídos do valor de um ciclo antes, sendo as correntes de fase e a soma das correntes de fase. O método apresentou elevada precisão. Foi considerado o banco de capacitor controlado por tiristor.

Bernard *et al.* (2021) propuseram um método de cálculo de fasores. O método se utiliza uma técnica chamada de *matrix pencil*, uma espécie de versão modificada do método de Prony, para calcular os fasores. Previamente o sinal é aplicado a um método baseado em análise de componente principal para eliminar a influência do ruído. Os autores focaram a proposição para uso em unidades de medição fasorial. O tempo médio de processamento de uma janela de dados foi de 6,2 ms em uma máquina com especificações típicas de um computador pessoal.

Lu *et al.* (2021) propuseram um método de cálculo de fasores supondo componente transitória como sendo uma componente contínua com decaimento exponencial. São calculados valores de somatórios de amostras do sinal com coeficientes. Tais valores são usados em um sistema de equações tendo como incógnitas os parâmetros dos modelos das componentes transitórias do sinal. São consideradas mais equações que incógnitas para dar mais robustez ao método. O fasor calculado sem a compensação da componente transitória é subtraída uma expressão que depende dos parâmetros do modelo da componente transitória do sinal.

Singh e Parida (2021) propuseram um método de cálculo da frequência fundamental do sinal proveniente do sistema elétrico. O método pode ser continuado com o cálculo do fasor. Os autores propuseram o método para uso em unidades de medição fasorial e não testaram o método para sinais com características típicas de curto-circuito.

O método proposto nesta tese consiste em uma cascata de filtros digitais não recursivos lineares e invariantes no tempo para cálculo de fasores em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Assim, o método pode ser facilmente programado e adaptado. De acordo com Oppenheim, Willsky e Nawab (1997), sistemas lineares e invariantes no tempo podem ser analisados de forma detalhada e são o núcleo da teoria de análises de sinais e sistemas. Filtros lineares podem ser facilmente caracterizados pela resposta em frequência. Para utilizar o método proposto é necessário ter valores de parâmetros de modelos dos sinais elétricos em condições críticas de operação. Não havendo, o método proposto depende de uma parametrização que pode ser feita anteriormente de forma desconectada, podendo ser vista

como um problema à parte. Os parâmetros podem ser obtidos de forma desconectada aplicando o algoritmo de Prony em sinais de curto-circuito. O uso desconectado do sistema elétrico em operação é menos sujeito a restrições de tempo de processamento e de espera de amostras do sinal.

Na Tabela 4 são apresentadas algumas características dos métodos de cálculo de fasores para linhas de transmissão com compensação capacitiva em série. Os demais métodos de cálculo de fasores resumidos neste capítulo não foram especificamente recomendados pelos autores para uso em linhas com esse tipo de compensação.

Tabela 4. Características de métodos de estimação fasorial propostos para uso em linhas com compensação capacitiva em série.

	Restrição para uso na proteção de distância	Caracterização quanto à linearidade
Gu <i>et al.</i> (2006)	Sem restrição	Não linear
Yu (2006)	Sem restrição	Não linear
Rubeena, Zadeh e Bains (2014)	Com restrição	Não linear
Bains e Zadeh (2015)	Com restrição	Não linear
Guajardo (2016)	Sem restrição	Não linear
Método proposto nesta tese	Sem restrição	Linear

Fonte: própria autoria.

No próximo capítulo é apresentado o método proposto, visando contribuir com o cálculo de fasores na proteção de distância de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série.

# Capítulo 4

## Destaques do estudo e proposições

Neste capítulo são discutidos métodos de cálculos de fasores, dentre eles a técnica proposta nesta tese. Na seção 4.1 é abordado o método de Fourier de ciclo completo. São feitas algumas considerações matemáticas sobre as funções de transferência do método de Fourier para justificar uma forma fatorada das funções de transferência, apresentada em seguida. A justificativa da fatoração não foi encontrada na literatura, por isso foi detalhada neste trabalho. A fatoração permite entender os filtros de Fourier como um par de cascatas de filtros digitais de ordem menor. Na seção 4.2 é explicado o filtro mímico digital proposto por Benmouyal (1995) para eliminação de componente contínua com decaimento exponencial. Na seção 4.3 é apresentada uma adaptação do filtro mímico de Benmouyal não encontrado na literatura projetado para a eliminação de componente oscilatória com decaimento exponencial. Justificando vantagens com relação ao filtro da seção anterior, na seção 4.4 é proposto outro filtro também visando a eliminação de componente oscilatória com decaimento exponencial. Na seção 4.5 é proposto um filtro para eliminação da componente contínua com decaimento exponencial. Esse filtro tem, em relação ao filtro mímico de Benmouyal, a vantagem de não se basear em aproximação. Na seção 4.6 é apresentado um método de cálculo de fasores que consiste em utilizar uma cascata de filtros digitais da seção 4.4, da seção 4.5 e alguns dos filtros da decomposição do filtro de Fourier descrita na seção 4.1. O método proposto depende de uma parametrização que pode ser feita conforme procedimento explicado na seção 4.7. Por fim, na seção 4.8 é mostrado em fluxogramas o contexto computacional de aplicação do algoritmo proposto.

### 4.1. Decomposição dos filtros do método de Fourier de ciclo completo

Os métodos de cálculo de fasores são essenciais para a proteção de distância em relés digitais. O método de Fourier de ciclo completo é um método clássico e, portanto, pode ser o ponto de partida de um estudo sobre cálculo de fasores.

O método de Fourier de ciclo completo, como explicado, consiste no uso de

$$\Re\{F(\omega)\} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} |F(\omega_k)| \cos(\theta_k) \quad (9)$$

e

$$\Im\{F(\omega)\} = -\frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} |F(\omega_k)| \sin(\theta_k), \quad (10)$$

para o cálculo das partes real e imaginária do fasor, nessa sequência. Convém lembrar que  $\theta$  é igual a  $2\pi k/N$ . As funções de transferência correspondentes às Equações (9) e (10) são respectivamente

$$\Re\{F(\omega)\} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} |F(\omega_k)|^{-1} \cos(\theta_k) \quad (11)$$

e

$$\Im\{F(\omega)\} = -\frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} |F(\omega_k)|^{-1} \sin(\theta_k). \quad (12)$$

As expressões podem ser deduzidas aplicando a propriedade de deslocamento do tempo da transformada  $Z$ . Pode-se considerar uma versão genérica dos filtros descritos pelas Equações (11) e (12), sendo ele definido por

$$\Re\{F(\omega)\} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} |F(\omega_k)|^{-1} \cos(\theta_k + \gamma), \quad (13)$$

em que  $\gamma$  é igual a zero para o filtro da parte real e igual a  $\pi/2$  para o filtro da parte imaginária.

A função da Equação (13) pode ser reescrita como

$$\Re\{F(\omega)\} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} \zeta^{k-1} \cos(\theta_k + \gamma), \quad (14)$$

sendo  $\zeta$  igual a  $e^{j\theta}$ . Trata-se de uma função polinomial de grau  $N/2 - 1$  da variável  $\zeta$ , tendo, portanto,  $N/2 - 1$  raízes. Substituindo  $\zeta$  por 1 na Equação (14), tem-se

$$\Re\{F(\omega)\} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2} \cos(\theta_k + \gamma), \quad (15)$$

que é a soma dos valores de uma senoide discreta ao longo de um período multiplicada por uma constante. Essa soma é nula, o que implica que 1 é uma das raízes do polinômio. A demonstração de que a soma é nula se encontra no apêndice A.

Substituindo  $\zeta$  por -1 na Equação (14), tem-se

$$\sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^{N/2} (-1)^{n-1} \cos(\theta n + \gamma), \quad (16)$$

que é a soma dos valores de uma senoide discreta ao longo de um período com alternância de sinal multiplicada por uma constante. Para  $N$  par, essa soma é nula, o que implica que -1 também é raiz do polinômio. A demonstração de que a soma é nula se encontra no apêndice A. Para relés comerciais,  $N$  normalmente é par. Para conferir, Campos (2016b) apresentou exemplos de dados de relés comerciais.

Substituindo  $\zeta$  por  $\zeta^{2\theta}$  na Equação (14) e sendo  $N$  um inteiro maior que 1 e menor que  $N/2$  ou o negativo desses números, tem-se

$$\sum_{n=0}^{N-1} (\zeta^{2\theta})^n = - \frac{2}{N} \sum_{n=1}^{N/2} (\zeta^{2\theta})^{n-1} \cos(\theta n + \gamma). \quad (17)$$

Desenvolvendo a expressão, pode-se escrever

$$\sum_{n=0}^{N-1} (\zeta^{2\theta})^n \cos(\gamma) = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^{N/2} (\zeta^{2\theta})^{n-1} \cos(\theta n) - \frac{2}{N} \sum_{n=1}^{N/2} (\zeta^{2\theta})^{n-1} \sin(\theta n). \quad (18)$$

Os somatórios que aparecem na Equação (18) são nulos. A demonstração de que as somas são nulas também se encontra no apêndice A. As  $N - 2$  raízes justificadas são independentes de  $\gamma$  e, portanto, são comuns aos dois filtros. A raiz que falta para completar o conjunto,  $\zeta_{N/2}$ , é apenas

uma e, portanto, deve ser real. De acordo com a teoria de polinômios e considerando  $N$  par, o filtro pode ser expresso por

$$\zeta_{N/2}^r(\zeta) = \frac{\zeta_{N/2}-1}{2} (\zeta - \zeta_{N/2})(\zeta - 1)(\zeta + \prod_{n=2}^{N/2} [(\zeta - \zeta^{2\theta n})(\zeta - \zeta^{-2\theta n})]), \quad (19)$$

que, desenvolvendo algebricamente e substituindo  $\zeta$  por  $\zeta^{-1}$ , resulta em

$$\zeta_{N/2}^r(\zeta) = \frac{\zeta_{N/2}-1}{2} (\zeta^{-1} - \zeta_{N/2})(\zeta^{-2} - \prod_{n=2}^{N/2} (\zeta^{-2} - 2\cos(\theta n)\zeta^{-1} + 1)). \quad (20)$$



Os valores das constantes  $\alpha_{\text{re}}$  e  $\alpha_{\text{im}}$  são diferentes para os filtros de cálculo das partes real e imaginária do fasor. A constante  $\alpha_{\text{re}}$  é particularizada por  $\alpha$  para o filtro de cálculo da parte

real do fasor e por  $\alpha_{\theta}$  para o filtro de cálculo da parte imaginária. As Equações (13) e (20) são equivalentes, permitindo escrever

$$\sum_{n=1}^M \alpha_{\theta}^{-n+\theta} \cos(\theta n + \gamma) = \sum_{n=1}^M (\alpha_{\theta}^{-1} - \alpha_{\theta}) \left\{ \alpha_{\theta}^{-2} - \frac{\alpha_{\theta}^{-1}}{2} (\alpha_{\theta}^{-2} - 2\cos(\theta n) \alpha_{\theta}^{-1} + 1) \right\}. \quad (21)$$

A constante  $\alpha_{\theta}$  é definida de modo que as expressões se mantenham coerentes. Assim, o valor de  $\alpha_{\theta}$  pode ser definido observando-se que ele é o coeficiente de  $\alpha_{\theta}^{-n+1}$ , o que permite concluir que

$$\alpha_{\theta} = \frac{2}{\cos(\theta + \gamma)}. \quad (22)$$

Conforme Equação (20), os filtros de cálculo da parte real e imaginárias do fasor podem ser vistos como cascatas de filtros digitais com uma parte comum e um filtro de primeira ordem que os distingue. Os filtros distintos sem coeficientes podem ser escritos como

$$\alpha_{\theta}(\alpha) = \alpha^{-1} - \alpha_{\theta} \quad (23)$$

e

$$\beta_{\theta}(\alpha) = -\alpha^{-1} + \alpha_{\theta}. \quad (24)$$

Para o filtro usado para calcular a parte imaginária iguala-se a Equação (21) à (12), obtendo-se que

$$-\sum_{n=1}^M \alpha_{\theta}^{-n+\theta} \sin(\theta n) = \sum_{n=1}^M (\alpha_{\theta}^{-1} - \alpha_{\theta}) \left\{ \alpha_{\theta}^{-2} - \frac{\alpha_{\theta}^{-1}}{2} (\alpha_{\theta}^{-2} - 2\cos(\theta n) \alpha_{\theta}^{-1} + 1) \right\}. \quad (25)$$

O termo independente de ambos os membros deve ser igual. Do lado direito, o termo independente é zero, o que implica que do lado esquerdo também deve ser. Para isso é preciso que  $\alpha_{\theta}$  seja definido como zero já que  $\alpha_{\theta}$  não é nulo. Para o filtro usado para calcular a parte

real iguala-se a Equação (21) à (11), obtendo-se que

$$\sum_{n=1}^M \alpha_{\theta}^{-n+\theta} \cos(\theta n) = \sum_{n=1}^M (\alpha_{\theta}^{-1} - \alpha_{\theta}) \left\{ \alpha_{\theta}^{-2} - \frac{\alpha_{\theta}^{-1}}{2} (\alpha_{\theta}^{-2} - 2\cos(\theta n) \alpha_{\theta}^{-1} + 1) \right\}. \quad (26)$$

O produto dos termos independentes de ambos os membros deve ser igual. Do lado direito, o termo independente é  $2/\alpha_{\theta}$ , o que implica que do lado esquerdo também deve ser. Para isso é preciso que  $\alpha_{\theta}$  seja definido pelo inverso do cosseno de  $\theta$ , ou seja,  $\sec(\theta)$ , já que  $\alpha_{\theta}$  já está

definido pela Equação (22) com  $\gamma$  igual a zero. As Equações (23) e (24) podem, portanto, serem reescritas como

$$\mathcal{H}_{\text{re}}(\omega) = \omega^{-1} - \sec(\theta) \quad (27)$$

e

$$\mathcal{H}_{\text{im}}(\omega) = -\omega^{-1}. \quad (28)$$

Assim, assumindo que  $N$  é par, as funções de transferências das Equações (11) e (12) podem ser fatoradas das seguintes formas:

$$\mathcal{H}_{\text{re}}(\omega) = \frac{2}{\omega} \cos(\theta) \left( \omega^{-1} - \sec(\theta) \right) \left( \omega^{-2} - \prod_{k=2}^{\frac{N}{2}-1} \left( \omega^{-2} - 2\cos(\theta k) \omega^{-1} + 1 \right) \right) \quad (29)$$

e

$$\mathcal{H}_{\text{im}}(\omega) = -\frac{2}{\omega} \sin(\theta) \omega^{-1} \left( \omega^{-2} - \prod_{k=2}^{\frac{N}{2}-1} \left( \omega^{-2} - 2\cos(\theta k) \omega^{-1} + 1 \right) \right). \quad (30)$$

A justificativa matemática apresentada para a fatoração dos dois filtros do método de Fourier não foi encontrada na literatura.

Conforme mostrado, os filtros das partes real e imaginária podem ser genericamente descritos por

$$\mathcal{H}_{\text{re}}(\omega) = |\mathcal{H}_{\text{re}}(\omega)| \mathcal{H}_0(\omega) \prod_{k=2}^{\frac{N}{2}} \mathcal{H}_k(\omega), \quad (31)$$

sendo  $N$  igual a  $N/2$  e  $\mathcal{H}_k(\omega)$  o filtro que particulariza cada um dos dois utilizados. O filtro  $\mathcal{H}_0(\omega)$  é descrito por

$$\mathcal{H}_0(\omega) = \omega^{-1} - 1, \quad (32)$$

o filtro  $\mathcal{H}_k(\omega)$  é descrito por

$$\mathcal{H}_k(\omega) = \omega^{-1} + 1 \quad (33)$$

e os demais filtros  $\mathcal{H}_k(\omega)$  são descritos por

$$\mathcal{H}_k(\omega) = \omega^{-2} - 2\cos(\theta k) \omega^{-1} + 1. \quad (34)$$

Para uma frequência de amostragem de 960 Hz e uma frequência fundamental de 60 Hz foram plotados os gráficos de ganho de resposta em frequência para os filtros  $\mathcal{H}_0(\omega)$ ,  $\mathcal{H}_k(\omega)$  e  $\mathcal{H}_g(\omega)$ , que estão na Figura 12. Nota-se que  $\mathcal{H}_0(\omega)$  é um filtro passa-alta,  $\mathcal{H}_g(\omega)$  é um

filtro passa-baixa e os demais são filtros rejeita-faixa que eliminam os harmônicos respectivos. Apesar de serem muitos filtros, cada um deles possui ordem reduzida. Os gráficos de módulo da resposta em frequência de  $H_{\text{re}}(\omega)$  e  $H_{\text{im}}(\omega)$  estão expressos na Figura 13. Nota-se que o filtro

$H_{\text{re}}(\omega)$  é um filtro passa-alta e o  $H_{\text{im}}(\omega)$  é um filtro passa-tudo, ele não modifica a amplitude das componentes de frequência. Por isso o cálculo da parte imaginária do fasor pelo método de Fourier possui maior erro associado à presença de componente contínua presente no sinal.

Na Figura 14 está presente o gráfico do ganho da resposta em frequência das duas partes do método de Fourier. Nota-se que o ganho do filtro que calcula a parte real do fasor é mais acentuado para as frequências inter-harmônicas e menos acentuado para as frequências sub-harmônicas, o que é coerente com o fato do filtro que distingue os dois ser um passa-alta.

Diante da decomposição do par de filtros de Fourier que foi apresentada, o método pode ser representado conforme indicado na Figura 15, ou seja, na forma de cascatas de filtros digitais. Campos (2016a) propôs um método de estimação fasorial apresentando-o como um par de cascatas de filtros digitais semelhante. São utilizados filtros rejeita-faixa apresentados por Kušljević (2008) para eliminar da segunda à penúltima harmônica e um par de filtros de segunda ordem de saídas ortogonais para a frequência fundamental, sendo um deles proposto pela própria autora, Campos (2016a), e o outro extraído do trabalho de Kušljević (2008). Campos (2016a) acrescenta um filtro passa-faixa de projeto original para tornar mais seletiva a resposta em frequência. Os filtros rejeita-faixa mostrados por Kušljević (2008) são da forma descrita pela Equação (34) com um fator constante. O filtro extraído de Kušljević (2008) que compõe o par de filtros de saídas ortogonais possui como função de transferência  $1 - \omega^{-2}$  multiplicado por uma constante. A leitura do trabalho de Campos (2016a) ajudou a entender a decomposição matemática dos filtros de Fourier.

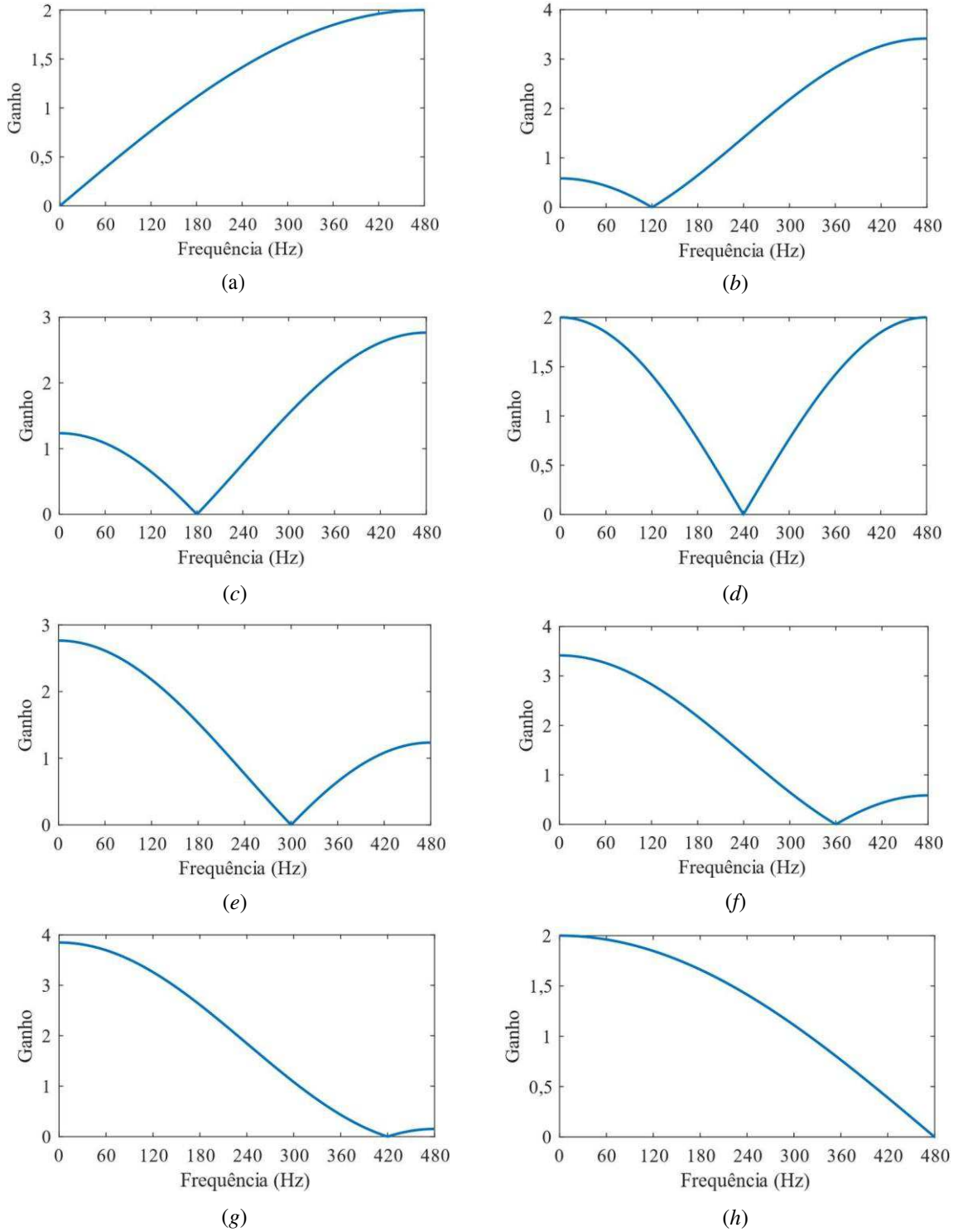
Como informado, o método de Fourier é composto por duas cascatas de filtros digitais com uma parte em comum. A parte em comum rejeita componentes indesejadas e a parte que distingue os dois filtros deve gerar saídas em quadratura que são a parte real e imaginária do fasor. É possível verificar que

$$\text{Re} \left( H_{\text{re}}(\omega) H_{\text{im}}^*(\omega) \right) = 0, \quad (35)$$

sendo o asterisco a indicação da operação de conjugado complexo. A Equação (35) é coerente com a condição de quadratura. Substituir o  $\omega$  por  $\omega e^{j\theta}$  na função de transferência equivale a encontrar a resposta em frequência para a componente fundamental pois  $\theta$  é igual a  $\omega \Delta t$ , sendo  $\omega$  a frequência angular fundamental. Na Figura 16 é apresentado o gráfico do ângulo da resposta

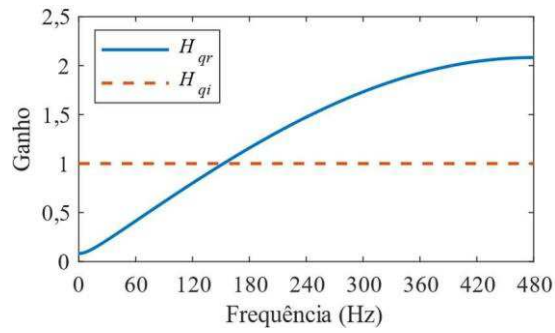
em frequência de  $\frac{1}{2} \omega_0$  ( $\frac{1}{2} \omega_0^*$  ( $\frac{1}{2}$ )). Percebe-se nessa figura a defasagem de  $90^\circ$  para a frequência fundamental, indicando resposta em quadratura para a frequência fundamental.

Figura 12. Gráficos de resposta em frequência de componentes do filtro de Fourier: (a)  $\omega_0$ , (b)  $\omega_2$ , (c)  $\omega_3$ , (d)  $\omega_4$ , (e)  $\omega_5$ , (f)  $\omega_6$ , (g)  $\omega_7$  e (h)  $\omega_8$ .



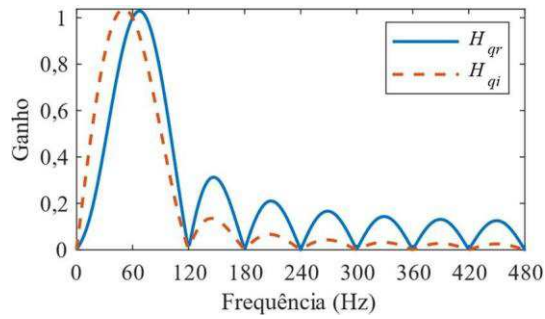
Fonte: própria autoria.

Figura 13. Módulo da resposta em frequência de  $H_{qr}$  e  $H_{qi}$ .



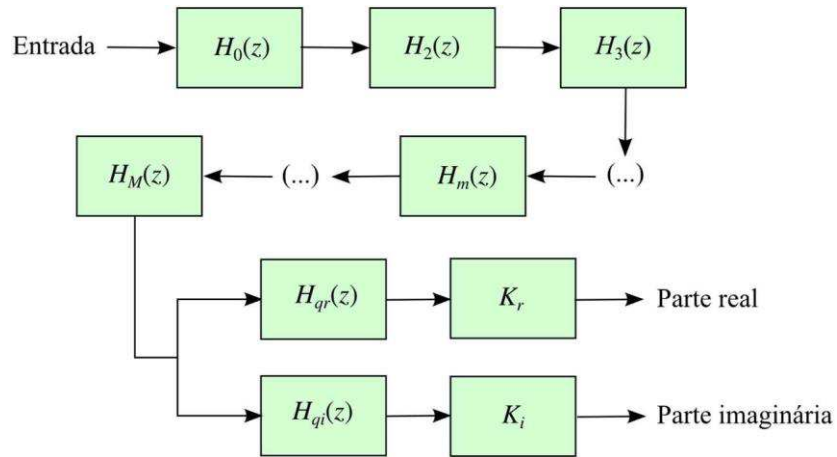
Fonte: própria autoria.

Figura 14. Ganho da resposta em frequência do filtro de Fourier de ciclo completo.



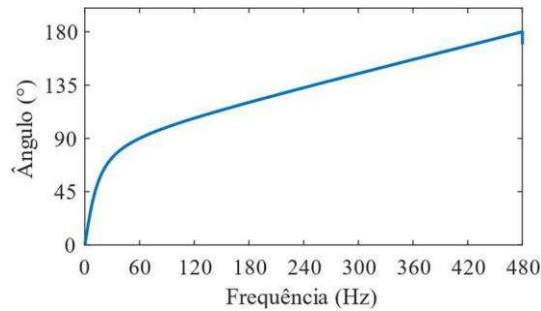
Fonte: própria autoria.

Figura 15. Diagrama de blocos do método de Fourier decomposto.



Fonte: própria autoria.

Figura 16. Fase resposta em frequência de  $H_{\text{BM}}(z)H_{\text{BM}}^*(z)$ .



Fonte: própria autoria.

## 4.2. Filtro mímico digital de Benmouyal

O método de Fourier de ciclo completo não elimina bem componentes contínuas com decaimento exponencial. Um método para filtragem desse tipo de componente foi proposto por Benmouyal (1995). Trata-se do filtro mímico digital. Na fundamentação matemática do método, o autor define um filtro tal que a resposta ao sinal descrito por

$$x[n] = x_0 e^{-\frac{n}{\tau}} \quad (36)$$

( $x_0$  é uma constante) seja proporcional à função impulso. O efeito prático disso é a anulação do sinal, pois os valores são nulos exceto para o instante inicial. A função de transferência é definida no domínio de Laplace e posteriormente aproximada para o domínio da transformada  $z$  pelo método de Euler regressivo.

O filtro mímico consiste no uso de

$$y[n] = K[(1 + \tau) y[n-1] - \tau x[n-1]] \quad (37)$$

para o cálculo do sinal filtrado, sendo  $y[n]$  o sinal de saída do filtro,  $x[n]$  o sinal de entrada e  $\tau$  a constante de tempo em número de amostras e  $K$  uma constante definida por

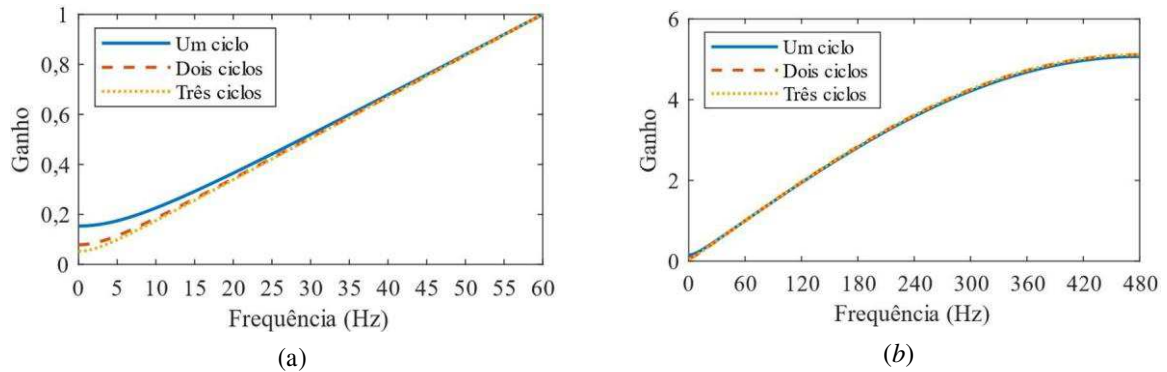
$$K = \frac{1}{\left[ (1 + \tau)^2 - \tau \cos(\theta) \right]^2 + \left[ \tau \sin(\theta) \right]^2}^{-\frac{1}{2}}. \quad (38)$$

O valor de  $K$  é estabelecido assim para garantir ganho unitário na frequência fundamental.

O filtro mímico digital proposto por Benmouyal é um filtro passa-alta. Na Figura 17 são apresentados gráficos do ganho da resposta em frequência desse filtro para a faixa de frequência de 0 a 60 Hz e também para a faixa de frequência de 0 a 480 Hz considerando diferentes valores de constante de tempo, sendo esses valores referentes a respectivamente um, dois e três ciclos da componente fundamental. A frequência de amostragem considerada foi 960 Hz e a frequência fundamental foi 60 Hz. Para a faixa de frequência de 0 a 60 Hz fica mais nítida a

distinção entre os gráficos, para a outra faixa parecem estar quase sobrepostos. Nota-se que os ganhos crescem monotonamente com o aumento da frequência na faixa de interesse, sendo, portanto, o menor ganho para a frequência nula. Quanto maior a constante de tempo menor o ganho para essa frequência.

Figura 17. Gráfico de módulo da resposta em frequência do filtro de Benmouyal para (a) a faixa de frequência de 0 a 60 Hz e para (b) a faixa de 0 a 480 Hz.



Fonte: própria autoria.

Na expressão de cálculo do filtro mímico digital definida por Benmouyal aparece a constante de tempo do decaimento exponencial. O valor dessa constante não é conhecido a princípio. Apesar disso, o método é bastante referenciado na literatura. Pode-se escolher um valor típico para a constante na parametrização e o desempenho do método é, de uma forma geral, satisfatório.

### 4.3. Filtro proposto preliminar para eliminação da componente oscilatória com decaimento exponencial

Fez-se para este trabalho de tese uma adaptação do filtro de Benmouyal para torná-lo especificamente projetado para componente oscilatória com decaimento exponencial (essa adaptação posteriormente levou ao método proposto). A demonstração é análoga a do filtro de Benmouyal, no entanto partindo de um modelo de componente transitória diferente. Essa componente transitória do sinal é descrita por

$$x(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \left[ A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) \right] \quad (39)$$



Para a demonstração do filtro considera-se que o transitório inicia no instante zero. Pode-se redefinir a Equação (39) da seguinte forma, considerando o sinal nulo para instantes anteriores ao inicial:

$$y_{\tau}(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^t \tau \text{sen}(\omega_{\tau} \tau) y_{\tau}(t) + \int_0^t \tau \text{cos}(\omega_{\tau} \tau) y_{\tau}(t) dt, \quad (40)$$

sendo  $y_{\tau}(t)$  a função degrau. A transformada de Laplace de (40) é

$$Y_{\tau}(s) = \frac{1}{\tau} \frac{\omega_{\tau}}{s^2 + \omega_{\tau}^2} + \frac{1}{\tau} \frac{1}{s^2 + \omega_{\tau}^2}, \quad (41)$$

ou seja,

$$Y_{\tau}(s) = \frac{1}{s^2 + \omega_{\tau}^2} \left( \frac{1}{\tau} + \omega_{\tau} \right). \quad (42)$$

Define-se  $Y_{\tau}(s)$  da seguinte forma

$$Y_{\tau}(s) = \frac{Y_0}{s^2 + \omega_{\tau}^2}, \quad (43)$$

ou seja,

$$Y_0 = \frac{(s^2 + \omega_{\tau}^2)}{1 + \tau \omega_{\tau}} Y_{\tau}(s). \quad (44)$$

Assim, multiplicando (42) por (44) resulta-se em uma constante, cuja transformada inversa de Laplace é uma função impulso. Fazendo a substituição

$$Y_0 = \frac{1}{\Delta \tau} \quad (45)$$

na Equação (44) para transferir para o domínio da transformada  $Y_0$  (método de Euler regressivo), tem-se a seguinte função de transferência:

$$Y_0(s) = \frac{1}{\Delta \tau} \frac{(s^2 + \omega_{\tau}^2)}{s^2 + \omega_{\tau}^2 + \tau \omega_{\tau}^2}. \quad (46)$$

Para encontrar o valor de  $Y_0$  que gera ganho unitário para a componente de frequência fundamental aplica-se o módulo à expressão de (46), iguala-se ao valor unitário e substitui-se

$\tau$  por  $\tau e^{\theta}$ . Da função de transferência (46) são obtidos os coeficientes da expressão de cálculo do filtro no domínio do tempo utilizando a propriedade de atraso no tempo da transformada  $\mathcal{Z}$ .

Obteve-se, assim, um filtro descrito por

$$\mathcal{Z}_\tau(\mathcal{Z}) = \mathcal{Z}_1 \mathcal{Z}_\tau(\mathcal{Z} - 1) + \mathcal{Z}_2 \mathcal{Z}_\tau(\mathcal{Z} - 2) + \mathcal{Z}_1 \mathcal{Z}_\tau(\mathcal{Z} - 1) + \mathcal{Z}_0 \mathcal{Z}_\tau(\mathcal{Z}), \quad (47)$$

sendo as constantes definidas por

$$\mathcal{Z}_1 = \frac{\mathcal{Z}_2 \Delta \tau}{\mathcal{Z}_2 \Delta \tau + \left( \mathcal{Z}_1 \omega_\tau + \frac{\mathcal{Z}_2}{\tau} \right) \Delta \tau^2}, \quad (48)$$

$$\mathcal{Z}_2 = \frac{\mathcal{Z}_0 + \frac{\mathcal{Z}_2}{\tau^2}}{\mathcal{Z}_2 \Delta \tau + \left( \mathcal{Z}_1 \omega_\tau + \frac{\mathcal{Z}_2}{\tau} \right) \Delta \tau^2} \quad (49)$$

$$\mathcal{Z}_1 = \frac{\mathcal{Z}_0 \left( -2 - 2 \frac{\Delta \tau}{\tau} \right)}{\mathcal{Z}_2 \Delta \tau + \left( \mathcal{Z}_1 \omega_\tau + \frac{\mathcal{Z}_2}{\tau} \right) \Delta \tau^2}, \quad (50)$$

e

$$\mathcal{Z}_0 = \frac{\mathcal{Z}_0 \left( 1 + 2 \frac{\Delta \tau}{\tau} \left( \frac{1}{\tau^2} + \omega_\tau^2 \right) \Delta \tau \right)}{\mathcal{Z}_2 \Delta \tau + \left( \mathcal{Z}_1 \omega_\tau + \frac{\mathcal{Z}_2}{\tau} \right) \Delta \tau^2}, \quad (51)$$

O valor de  $\mathcal{Z}_0$  é dado por

$$\mathcal{Z}_0 = \frac{\mathcal{Z}_{0\tau}^2 + \mathcal{Z}_{0\tau}^2}{\mathcal{Z}_{0\tau}^2 + \mathcal{Z}_{0\tau}^2}, \quad (52)$$

sendo a constante  $\mathcal{Z}_{0\tau}$  definida por

$$\mathcal{Z}_{0\tau} = \mathcal{Z}_2 \Delta \tau + \left( \mathcal{Z}_1 \omega_\tau + \frac{\mathcal{Z}_2}{\tau} \right) \Delta \tau^2 - \Delta \tau \cos(\theta), \quad (53)$$

a constante  $\mathcal{Z}_{0\tau}$  definida por

$$\mathcal{Z}_{0\tau} = \mathcal{Z}_2 \Delta \tau \sin(\theta), \quad (54)$$

a constante  $\mathcal{Z}_{0\tau}$  definida por

$$\mathcal{Z}_{0\tau} = \cos(2\theta) + \left( \frac{-2 - 2 \frac{\Delta \tau}{\tau}}{\tau} \cos(\theta) + 1 + 2 \frac{\Delta \tau}{\tau} \left( \frac{1}{\tau^2} + \omega_\tau^2 \right) \Delta \tau^2 \right) \tau \quad (55)$$

e a constante  $\tau_{0\theta}$  definida por

$$\tau_{0\theta} = \text{sen}(2\theta) + \left( -2 - 2 \frac{\Delta l}{\tau} \right) \text{sen}(\theta). \quad (56)$$

Diferente do filtro mímico original de Benmouyal, o filtro adaptado é um filtro recursivo, portanto dependendo dos valores dos parâmetros, pode não ser estável. Um dos parâmetros envolvidos é a fase da componente transitória (na forma como as expressões foram apresentadas ela não aparece explicitamente, mas  $\tau_1$  e  $\tau_2$  dependem dela), que pode variar muito e é dependente do ângulo de incidência do curto-circuito.

#### 4.4. Filtro proposto para eliminação da componente oscilatória com decaimento exponencial

Visando contornar desvantagens do filtro adaptado na forma explicada na seção anterior, foi formulado um filtro digital para que a saída da componente transitória seja necessariamente nula, exceto para os dois instantes iniciais. O filtro foi planejado diretamente como um filtro digital e não se baseia em nenhuma aproximação, como o método de Euler regressivo.

Para demonstrar o filtro, considera-se um sinal da seguinte forma:

$$v_{\theta}(z) = \tau \Gamma^z \cos(\beta z + \phi) \tau(z). \quad (57)$$

Pode-se escrever da seguinte forma alternativa:

$$v_{\theta}(z) = \tau \cos(\phi) \Gamma^z \cos(\beta z) \tau(z) - \tau \text{sen}(\phi) \Gamma^z \text{sen}(\beta z) \tau(z). \quad (58)$$

A transformada  $Z$  da Equação (58) é dada, para a região de convergência, por

$$v_{\theta}(z) = \frac{\tau \cos(\phi) (1 - \Gamma \cos(\beta) z^{-1}) - \tau \text{sen}(\phi) \Gamma \text{sen}(\beta) z^{-1}}{1 - 2\Gamma \cos(\beta) z^{-1} + \Gamma^2 z^{-2}}. \quad (59)$$

Define-se uma função de transferência como o denominador de (59) multiplicado por uma constante, ou seja, da seguinte forma:

$$H(z) = \tau - 2\tau \Gamma \cos(\beta) z^{-1} + \tau \Gamma^2 z^{-2}. \quad (60)$$

Multiplicando a expressão da Equação (59) pela expressão da Equação (60) obtêm-se a transformada  $Z$  da saída do filtro, que é dada por

$$Z(Z) = Z \cos(\phi) - Z \Gamma \cos(\beta - \phi) z^{-1}. \quad (61)$$

Pela inversa da transformada, sabe-se que a saída deve ser não nula apenas para os dois instantes iniciais. A constante  $Z$  deve ser definida de modo a prover ganho unitário para a frequência fundamental.

A partir da Equação (60) obtêm-se a expressão de cálculo para o sinal de saída do filtro, dada por

$$Z_n(Z) = Z Z_n(Z) - 2Z \Gamma \cos(\beta) Z_n(Z - 1) + Z \Gamma^2 Z_n(Z - 2), \quad (62)$$

sendo

$$\beta = \omega \Delta t \quad (63)$$

e

$$\Gamma = Z^{-\frac{\Delta t}{T}} \quad (64)$$

A constante  $Z$  é definida por

$$Z = \left[ [1 - 2\Gamma \cos(\beta) \cos(\theta) + \Gamma^2 \cos(2\theta)]^2 + [2\Gamma \cos(\beta) \sin(\theta) - \Gamma^2 \sin(2\theta)]^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (65)$$

para que o filtro tenha ganho unitário na frequência fundamental. Esse filtro pode ser visto como uma generalização dos filtros de harmônicos intermediários do método de Fourier decomposto, sendo particularizado quando se desconsidera o decaimento exponencial, ou seja, quando se considera  $\Gamma$  com valor unitário.

Esse filtro depende de apenas dois parâmetros do sinal a ser eliminado, a frequência e a constante de decaimento, parâmetros pouco influenciados pelo ângulo de incidência do curto-circuito. É um filtro não recursivo e possui vantagens inerentes desse tipo de filtro, a exemplo da garantia de estabilidade e o fato se desvencilhar de forma abrupta do efeito da inicialização. Os filtros recursivos se desvencilham de forma gradativa.

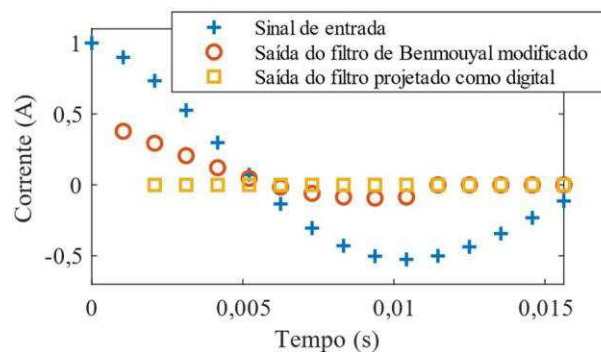
Na Figura 18 são apresentados gráficos de um sinal oscilatório com decaimento exponencial e de sua resposta no tempo para o filtro de Benmouyal modificado e para o segundo

filtro projetado. Os parâmetros dos filtros utilizados foram os mesmos do sinal de entrada. A função utilizada para descrever o sinal de entrada é

$$i(t) = I_m \frac{1}{16} \cos\left(\frac{90\pi}{960} t\right), \quad (66)$$

sendo  $I_m$  igual a 16, o valor de  $t$  em ampères e o passo de tempo igual a 1/960 s. Os valores de saída para os instantes de tempos iniciais não aparecem no gráfico porque estão fora da faixa de plotagem. Para o filtro de Benmouyal modificado o valor do primeiro instante de tempo é 4,1 A e para o segundo filtro o valor para os dois primeiros instantes de tempo foram 13,5 A e -12,2 A. Nota-se que para o primeiro filtro, o sinal de saída só é praticamente zerado depois de várias amostras, enquanto para o segundo filtro projetado ele é zerado logo na terceira amostra. A saída do primeiro filtro projetado não se assemelha a um impulso devido a aproximação feita para converter o filtro analógico em digital. O segundo filtro, como não utiliza aproximação, tem sua saída conforme planejado, ou seja, com um impulso apenas nos dois instantes de tempo iniciais. Ele não é um filtro recursivo, o que justifica o fato de que a saída zera abruptamente.

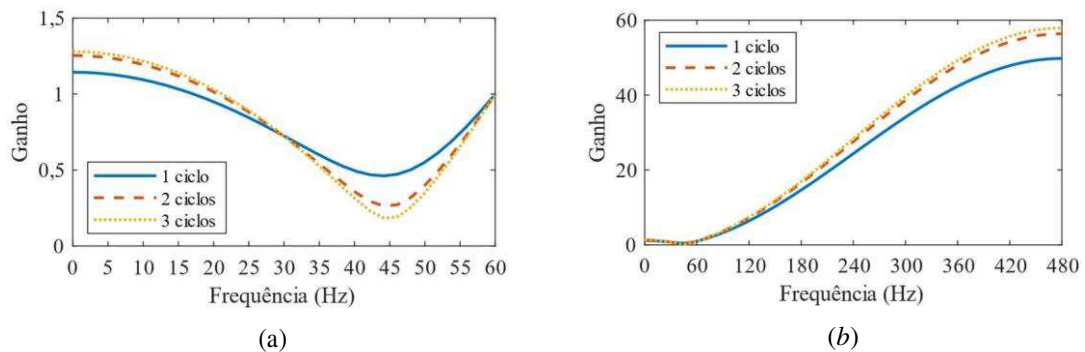
Figura 18. Sinal oscilatório com decaimento exponencial e sua saída para os dois filtros projetados.



Fonte: própria autoria.

A resposta em frequência do filtro proposto é mostrada na Figura 19 considerando na parametrização diferentes valores de constante de tempo sendo esses valores referentes a um, dois e três ciclos da componente fundamental, respectivamente. Nota-se que os filtros são do tipo passa-alta. O menor ganho não é para a frequência zero e sim para a frequência sub-harmônica de parametrização, 45 Hz, e o valor do menor ganho diminui com o aumento da constante de tempo. O ganho é unitário para a frequência fundamental para todos os valores do parâmetro. Os ganhos elevados para as altas frequências devem ser atenuados por outros filtros a serem usados conjuntamente.

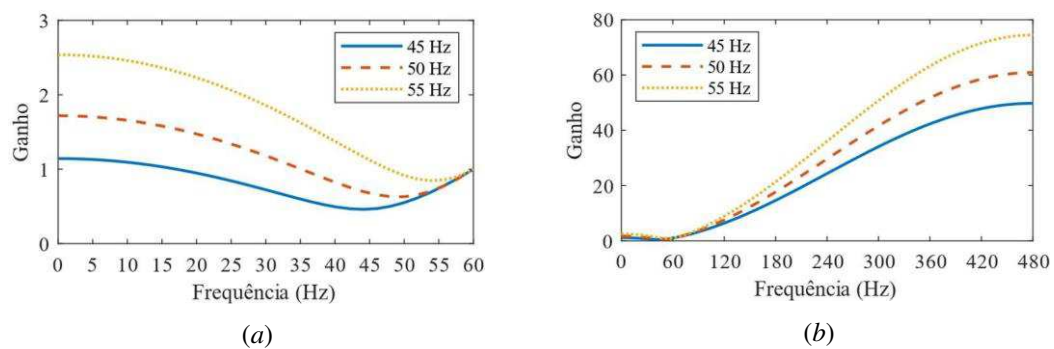
Figura 19. Resposta em frequência do filtro elaborado parametrizado para diferentes constantes de tempo e plotado (a) para a faixa de baixas frequências e (b) para a faixa de todas as frequências possíveis.



Fonte: própria autoria.

A resposta em frequência do filtro é mostrada na Figura 20, considerando para a parametrização diferentes valores de frequência subsíncrona, sendo esses valores 45 Hz, 50 Hz e 55 Hz, respectivamente. A constante de tempo da parametrização foi correspondente a um ciclo da frequência fundamental. Quanto menor a frequência de parametrização menor a frequência de menor ganho. Quanto maior a frequência de parametrização maior o ganho, exceto para a frequência fundamental, cujo valor do ganho é unitário para todas as frequências de parametrização.

Figura 20. Resposta em frequência do filtro elaborado parametrizado para diferentes frequências de sinal a ser atenuado plotado (a) para a faixa de baixas frequências e (b) para a faixa de todas as frequências possíveis.



Fonte: própria autoria.

## 4.5. Filtro proposto para eliminação da componente contínua com decaimento exponencial

Diante da observação de que o filtro projetado diretamente como um filtro digital apresenta um desempenho melhor que o filtro projetado como filtro analógico e convertido para filtro digital por aproximação, isso quando o sinal de entrada possui os parâmetros respectivos,

convém também fazer um projeto de filtro para a eliminação de componente contínua com decaimento exponencial. Assim, para componente com essa característica pode-se fazer um filtro com demonstração análoga ao do filtro da Equação (62). Para demonstrar o filtro, considera-se um sinal da seguinte forma:

$$x[n] = \Gamma^n x[0]. \quad (67)$$

A transformada  $X(z)$  de (67) é dada, para a região de convergência, por

$$X(z) = \frac{x[0]}{1 - \Gamma z^{-1}}. \quad (68)$$

Define-se uma função de transferência como o denominador de (68) multiplicado por uma constante, ou seja, da seguinte forma:

$$H(z) = 1 - \Gamma z^{-1}. \quad (69)$$

Multiplicando a expressão da Equação (68) pela expressão da Equação (69), tem-se como resultado uma constante, cuja transformada inversa é proporcional à função impulso.

A partir da função de transferência descrita pela Equação (69) encontra-se a expressão de cálculo para o sinal de saída do filtro, que é dada por

$$y[n] = x[n] - \Gamma y[n-1]. \quad (70)$$

A constante, também definida para dar ganho unitário à componente de frequência fundamental, é dada por

$$K = \frac{1}{\sqrt{[1 - \Gamma \cos \theta]^2 + [\Gamma \sin \theta]^2}}. \quad (71)$$

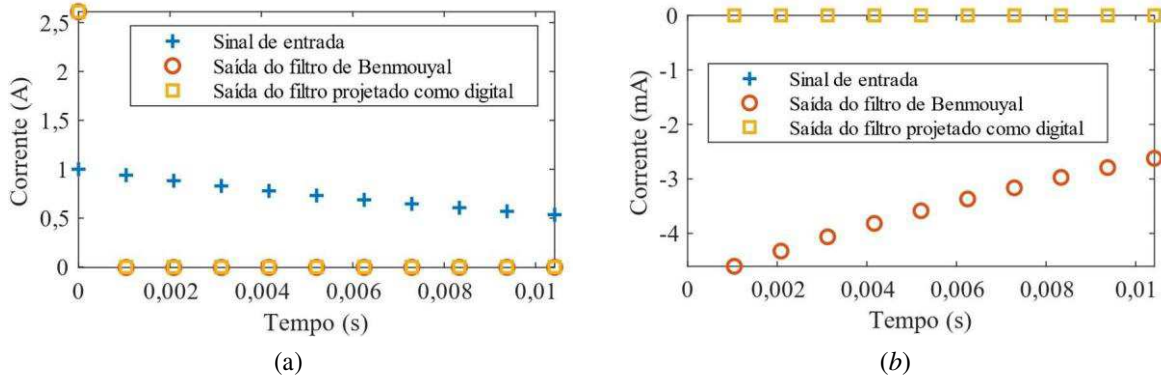
Na Figura 21 estão ilustrados os gráficos de um sinal exponencial discreto e de sua resposta ao filtro mímico digital e ao filtro descrito pela Equação (70), ambos parametrizados para a constante de tempo respectiva. A função usada para descrever o sinal é

$$x[n] = \frac{1}{16} \Gamma^n, \quad (72)$$

sendo  $\Gamma$  igual a 16, o valor de  $x[0]$  em ampères e o passo de tempo igual a 1/960 segundo. As saídas estão quase sobrepostas de modo que só na escala do item (b) da Figura 21 é possível ver alguma distinção entre os gráficos do sinal de saída. O filtro projetado diretamente no domínio digital é melhor porque logo no segundo instante de tempo o sinal se anula enquanto que para o filtro de Benmouyal ele se aproxima de zero gradativamente. Os dois filtros possuem bom desempenho porque ambos não são recursivos e por isso se desvencilham da influência da

inicialização na segunda amostra. Convém destacar que as correntes dos gráficos dos itens (a) e (b) da Figura 21 estão com unidades de grandeza diferentes.

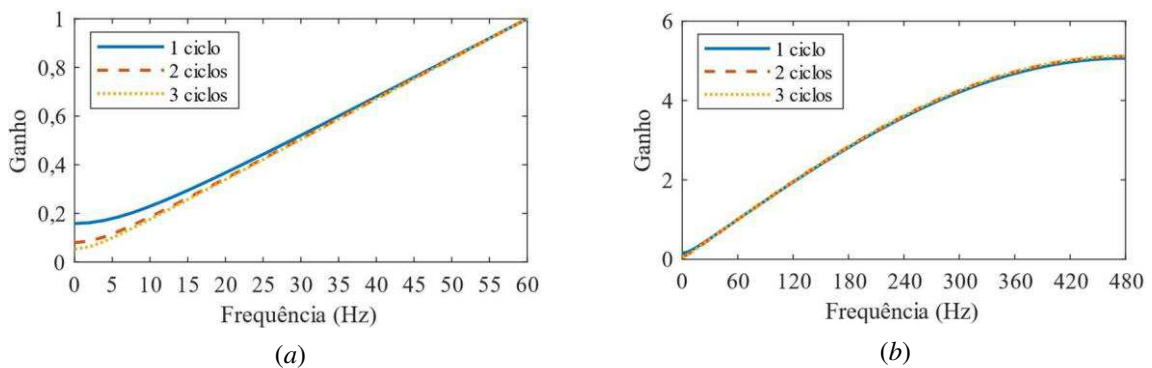
Figura 21. Gráficos de sinal exponencial e de sua resposta no tempo para o filtro de Benmouyal e para filtro diretamente projetado como filtro digital, ambos parametrizados para a constante de tempo respectiva, considerando duas escalas de gráfico diferentes.



Fonte: própria autoria.

Na Figura 22 estão apresentados os gráficos de ganho da resposta em frequência para o filtro projetado para a eliminação da componente contínua com decaimento exponencial. Os gráficos dessa figura são semelhantes aos da Figura 17. São filtros passa-alta. Quanto maior a constante de tempo menor o ganho para a frequência nula.

Figura 22. Resposta em frequência para o filtro projetado diretamente como um filtro digital para a eliminação de componente contínua com decaimento exponencial, considerando diferentes parâmetros de constante de tempo e plotando para a faixa de frequências de (a) 0 a 60 Hz e de (b) 0 a 480 Hz.



Fonte: própria autoria.



## 4.6. Método de cálculo de fasores proposto

Rubeena, Zadeh e Bains (2014) consideraram não ser suficiente modelar os sinais presentes em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série pela componente fundamental sobreposta a uma única componente oscilatória com decaimento exponencial. Eles consideraram somatórios de componentes contínuas, componentes oscilatórias e ruído. Considerando que um sinal elétrico discretizado seja descrito por

$$x(n) = x_0 \cos(\theta n + \delta) + x_0 \sum_{k=2}^{\infty} \Gamma_k \cos(\beta_k n + \phi_k), \quad (73)$$

em que  $\Gamma_k$ ,  $\beta_k$ ,  $\phi_k$  e  $x_0$  são constantes para cada  $k$ ,  $x_0$  é a amplitude da componente fundamental e  $\delta$  a fase dessa mesma componente. A Equação (73) é uma versão simplificada do modelo assumido por Rubeena, Zadeh e Bains (2014) na forma discreta. A componente transitória do sinal descrito pela Equação (73) pode ser eliminada utilizando uma cascata de filtros descritos pelas Equações (62) e (70), sendo eles parametrizados de acordo com os modelos de cada uma das componentes indesejadas do sinal. Para o cálculo dos fasores, pode-se utilizar adicionalmente um par de filtros em quadratura, que pode ser o mesmo do método de Fourier de ciclo completo. Assim, os filtros utilizados no cálculo do fasor pelo método proposto podem ser descritos por

$$\begin{aligned} \Re_{\theta}(z) &= \Re_{\theta\theta}(z) \Re_0(z) \\ \Im_{\theta}(z) &= \Im_{\theta\theta}(z) \Re_0(z) \end{aligned} \quad (74)$$

para o cálculo da parte real do fasor e por

$$\begin{aligned} \Re_{\theta}(z) &= \Re_{\theta\theta}(z) \Re_0(z) \\ \Im_{\theta}(z) &= \Im_{\theta\theta}(z) \Re_0(z) \end{aligned} \quad (75)$$

para o cálculo da parte imaginária do fasor, sendo  $\Re_0(z)$  a função de transferência de um filtro da forma descrita por

$$\Re_0(z) = \frac{1 - \Gamma_0 z^{-1}}{\begin{Bmatrix} 1 - \Gamma_0 \cos(\theta) & \Gamma_0 \sin(\theta) \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}} \quad (76)$$

$\Re_{\theta\theta}(z)$  a função de transferência de um filtro da forma descrita por

$$\Re_{\theta\theta}(z) = \Re_{\theta\theta} - 2\Re_{\theta\theta}\Gamma_{\theta}\cos(\beta_{\theta})z^{-1} + \Re_{\theta\theta}\Gamma_{\theta}^2z^{-2}, \quad (77)$$

$\mathcal{G}_{\theta}(\omega)$  definido por

$$\mathcal{G}_{\theta}(\omega) = |\cot(\theta)|(\omega^{-1} - \sec(\theta)) \quad (78)$$

e  $\mathcal{H}_{\theta}(\omega)$  definido por

$$\mathcal{H}_{\theta}(\omega) = -\omega^{-1} \quad (79)$$

para o cálculo da parte imaginária do fasor. A constante  $\mathcal{K}_{\theta}$  da Equação (77) é descrita por

$$\mathcal{K}_{\theta} = \left( [1 - 2\Gamma \cos(\beta) \cos(\theta) + \Gamma^2 \cos(2\theta)]^2 + 2\Gamma \cos(\beta) \sin(\theta) - \Gamma^2 \sin(2\theta) \right)^2 - \frac{1}{2}. \quad (80)$$

O fator que aparece na Equação (78) é para prover ganho unitário à componente fundamental. O filtro proposto, diferente do filtro de Fourier, considera um decaimento para as componentes do sinal. Na Equação (74) não aparece um coeficiente constante porque cada filtro da cascata já foi definido com um fator para dar ganho unitário à componente de frequência fundamental. O mesmo é válido para a Equação (75). As Equações (76) e (77) são semelhantes às Equações (60) e (69), apenas incluindo índices para se referir a componentes específicas do modelo do sinal.

Diante da dependência do método elaborado a alguns parâmetros do sinal, deve-se ter conhecimento de valores típicos desses parâmetros, como acontece com o filtro de Benmouyal. Havendo dados de curto-circuito na linha de transmissão, pode-se calcular os valores dos parâmetros dos sinais. Um método que pode ser utilizado para essa finalidade é o método de Prony.

## 4.7. Método de parametrização dos filtros propostos

Nesta tese é proposto o uso do método de Prony para a parametrização do filtro projetado. O método de Prony assume um sinal da forma descrita por

$$\mathcal{X}(\omega) = \sum_{n=1}^N z_n^n, \quad (81)$$

sendo  $z_n$  e  $z_n^*$  constantes complexas. Os sinais do problema abordado são sempre sinais reais, que são casos particulares de sinais complexos. No caso de sinais reais, os termos do somatório

aparecem aos pares conjugados. Sendo  $\varphi_2$  o conjugado de  $\varphi_1$  e  $\lambda_2$  e o conjugado de  $\lambda_1$  tem-se que

$$\varphi_1 \varphi_1^{\lambda_1} + \varphi_2 \varphi_2^{\lambda_2} = 2|\varphi_1| \varphi_1^{\operatorname{Re}(\lambda_1)} \cos(\operatorname{Im}(\lambda_1) \varphi + \arg(\varphi_1)). \quad (82)$$

Assim, conclui-se que o módulo de  $\varphi_1$  é proporcional a amplitude de uma das componentes oscilatórias do sinal, o argumento de  $\varphi_1$  é a fase da componente oscilatória do sinal, a parte real de  $\lambda_1$  é proporcional ao inverso da constante de tempo e a parte imaginária de  $\lambda_1$  é proporcional a frequência de oscilação do sinal. As constantes de proporcionalidade são todas conhecidas, o que permite que conhecendo os valores de  $\varphi_1$  e  $\lambda_1$  seja possível calcular os valores dos quatro parâmetros.

Para explicar o método de Prony, por simplicidade, assume-se que a soma da Equação (81) tenha apenas dois termos e que o sinal seja exatamente descrito conforme o modelo. A função da Equação (81) é a solução de uma equação de diferença homogênea cujos coeficientes são, a princípio, desconhecidos. Pode-se escrever o seguinte

$$\begin{bmatrix} \varphi(\varphi - 1) & \varphi(\varphi - h_1) \\ \varphi(\varphi - 2) & \varphi(\varphi - 3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(\varphi) \\ \varphi(\varphi - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}, \quad (83)$$

sendo  $h_1$  e  $h_2$  fatores da equação polinomial de incógnita  $g$  dada por

$$\varphi^2 - h_1 \varphi - h_2 = 0, \quad (84)$$

que é a equação polinomial característica da equação de diferença associada. Primeiro devem ser resolvidas as Equações (83) e (84). O logaritmo complexo das soluções da Equação (84) fornece o valor de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ . Considerando  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  como incógnitas, resolve-se

$$\begin{bmatrix} \varphi_1^{\varphi} & \varphi_2^{\varphi} \\ \varphi_1^{\varphi-1} & \varphi_2^{\varphi-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi(\varphi) \\ \varphi(\varphi - 1) \end{bmatrix} \quad (85)$$

sendo  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  as soluções da Equação (84). O método de Prony serve para calcular todos os parâmetros do sinal, mas para o problema abordado não é necessário utilizar o método por completo pois só é de interesse a frequência e a constante de decaimento. Para sinais modelados com uma quantidade maior de termos do somatório a explicação do método de Prony é análoga. No caso de os sinais não serem perfeitamente descritos conforme o modelo, pode-se utilizar mais equações do que incógnitas nos sistemas relacionados às Equações (83) e (85). Os valores das incógnitas são calculados pelo melhor ajuste conforme critério dos quadrados mínimos.

A partir de dados de curto-circuito gerados por simulação, para a parametrização do método proposto foram seguidas, neste trabalho de tese, as seguintes etapas:

- Cálculo dos parâmetros das componentes do sinal utilizando o método de Prony considerando 20 termos no somatório de exponenciais complexas e considerando as 64 primeiras amostras do sinal após o instante de ocorrência do curto-circuito;
- Ordenamento das componentes do sinal com frequências de oscilação fora da faixa de 56 Hz a 64 Hz, para evitar a componente de frequência fundamental com uma margem de tolerância, e com frequência diferente de 0 Hz e de 480 Hz (frequência de Nyquist);
- Cálculo da média das frequências e das constantes de tempo para as componentes na mesma posição da sequência para obter valores médios dos parâmetros;
- Cálculo da constante de tempo média para as componentes de 0 Hz;
- Cálculo da constante de tempo média para as componentes de 480 Hz.

A parametrização foi considerada independente para cada um dos terminais da linha e os casos considerados foram os de curto-circuito na barra remota da linha protegida, variando o carregamento da linha e o instante de tempo de ocorrência do curto-circuito. O motivo de considerar casos de ocorrência na barra remota é que para esses casos o caminho de impedância pode possuir uma trajetória em espiral com raio acentuado em torno do valor final, tendendo a causar sobrealcance. Além disso, a barra remota é um limiar. Identificar como pertencente a primeira zona curtos-circuitos além dela é grave para a atuação sistema de proteção.

Visando particularizar mais o uso do filtro para ter uma melhoria de desempenho, o projeto do filtro foi considerado separado por tipo de curto-circuito quanto às fases envolvidas.

#### **4.8. Contexto de aplicação do método proposto**

O método de cálculo de fasores é proposto nesta tese para ser usado numa configuração conforme o fluxograma da Figura 23. É utilizado um algoritmo de classificação quanto às fases envolvidas indicado pelo bloco “algoritmo de classificação”. Pode-se considerar que os cálculos são feitos para todos os casos e escolhe-se o resultado referente ao tipo respectivo após ter o resultado do algoritmo de classificação quanto às fases envolvidas. O bloco “algoritmo de identificação de seção” refere-se à classificação do curto-circuito como sendo antes ou depois do capacitor. O resultado é necessário para o cálculo da impedância de sequência positiva. Na configuração da Figura 23 o cálculo do fasor é feito continuamente, pois, dependendo dos algoritmos utilizados, podem ser necessários dados de fasores em instantes de

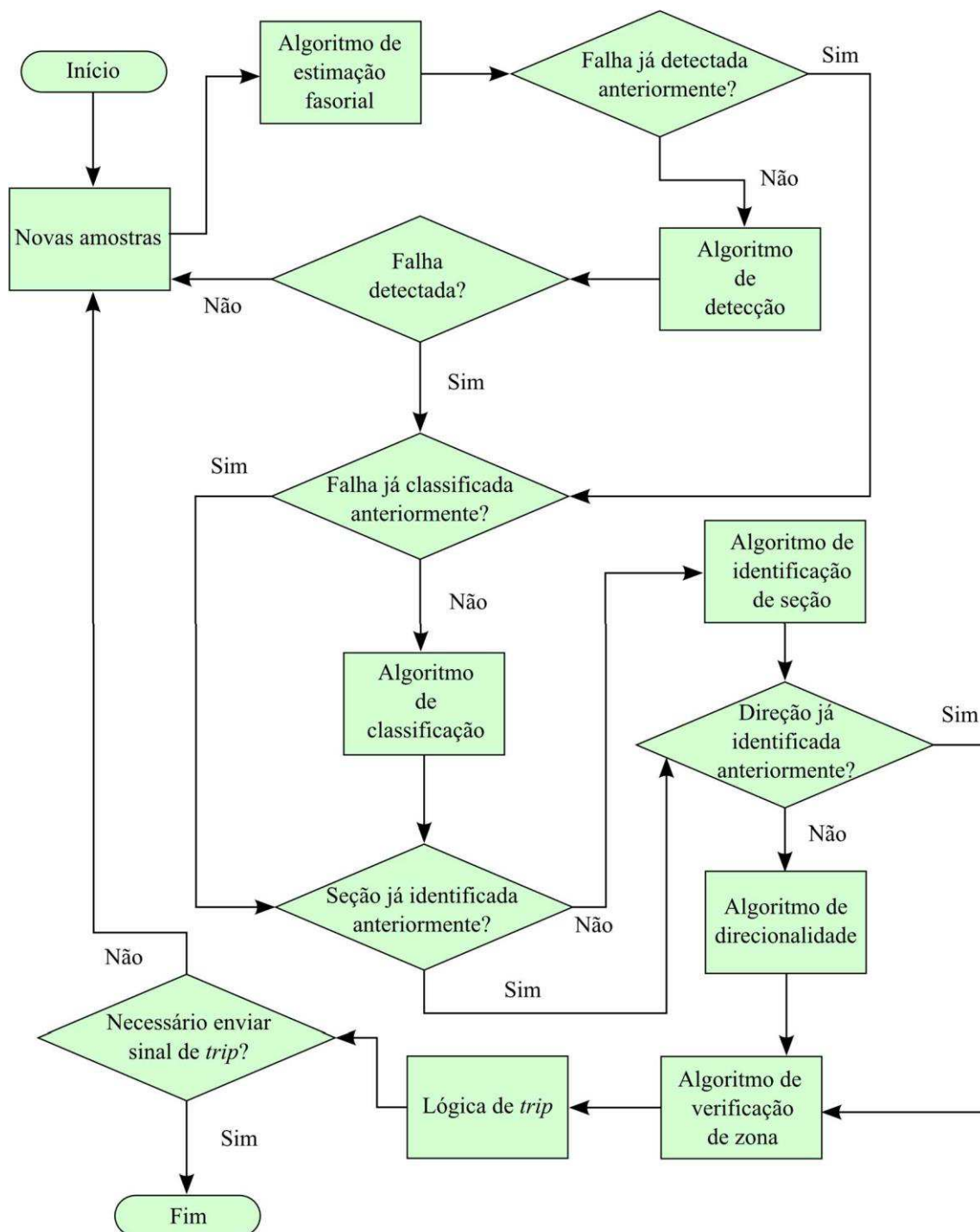
tempo anteriores ao de ocorrência do curto-circuito. Caso não sejam necessários, o fluxograma pode ser modificado conforme a Figura 24, ou seja, com o cálculo dos fasores sendo feito só após a detecção do curto-circuito.

No fluxograma da Figura 23, as novas amostras dos sinais de corrente e de tensão de entrada são recebidas a cada instante de tempo discreto. Após o recebimento das novas amostras os fasores são calculados para as janelas de dados atualizadas. Se ainda não foi detectada a ocorrência de curto-circuito no instante de tempo anterior ou se o instante de tempo for o primeiro, utiliza-se um algoritmo para detecção de curto-circuito. Se o curto-circuito já foi detectado no instante anterior, dispensa-se o uso de um algoritmo de detecção. Em caso de a resposta do algoritmo de detecção for negativa, apenas se fica no aguardo de novas amostras. Se for positiva continua-se a execução da rotina de proteção sem precisar esperar as próximas amostras. Na continuação, se o curto-circuito ainda não foi classificado quanto às fases envolvidas ou se o instante de tempo é o primeiro, utiliza-se um algoritmo para a classificação do curto-circuito quanto às fases envolvidas. Se o curto-circuito já foi classificado no instante anterior, dispensa-se o uso de um algoritmo de classificação. Em seguida, se ainda não foi identificada a seção do curto-circuito ou se o instante de tempo é o primeiro, utiliza-se um algoritmo para a identificação de seção. Se a identificação da seção já foi feita no instante anterior, dispensa-se o uso de um algoritmo para esse propósito. Na sequência, se a direção do curto-circuito ainda não foi identificada ou se o instante de tempo é o primeiro, utiliza-se um algoritmo de direcionalidade, isto é, para identificar se o curto-circuito foi antes ou depois do ponto de medição do relé. Se a direção já foi identificada no instante anterior, dispensa-se o uso de um algoritmo de direcionalidade. Por fim, utilizam-se algoritmos para a verificação da zona e um algoritmo final para determinar a necessidade de envio do sinal de *trip*. A necessidade ocorre quando o curto-circuito for identificado como pertencente à zona de proteção por uma das unidades de proteção de distância apropriadas para o tipo de curto-circuito e quando o defeito for identificado como sendo a jusante.

A diferença do fluxograma da Figura 24 para o da Figura 23 é o momento de realização dos cálculos dos fasores. Se o algoritmo de detecção não utilizar fasores e os demais algoritmos envolvidos não utilizarem valores prévios de fasores calculados, não é necessário ficar calculando os fasores durante o ciclo de operação da linha sem defeito, justificando a distinção.

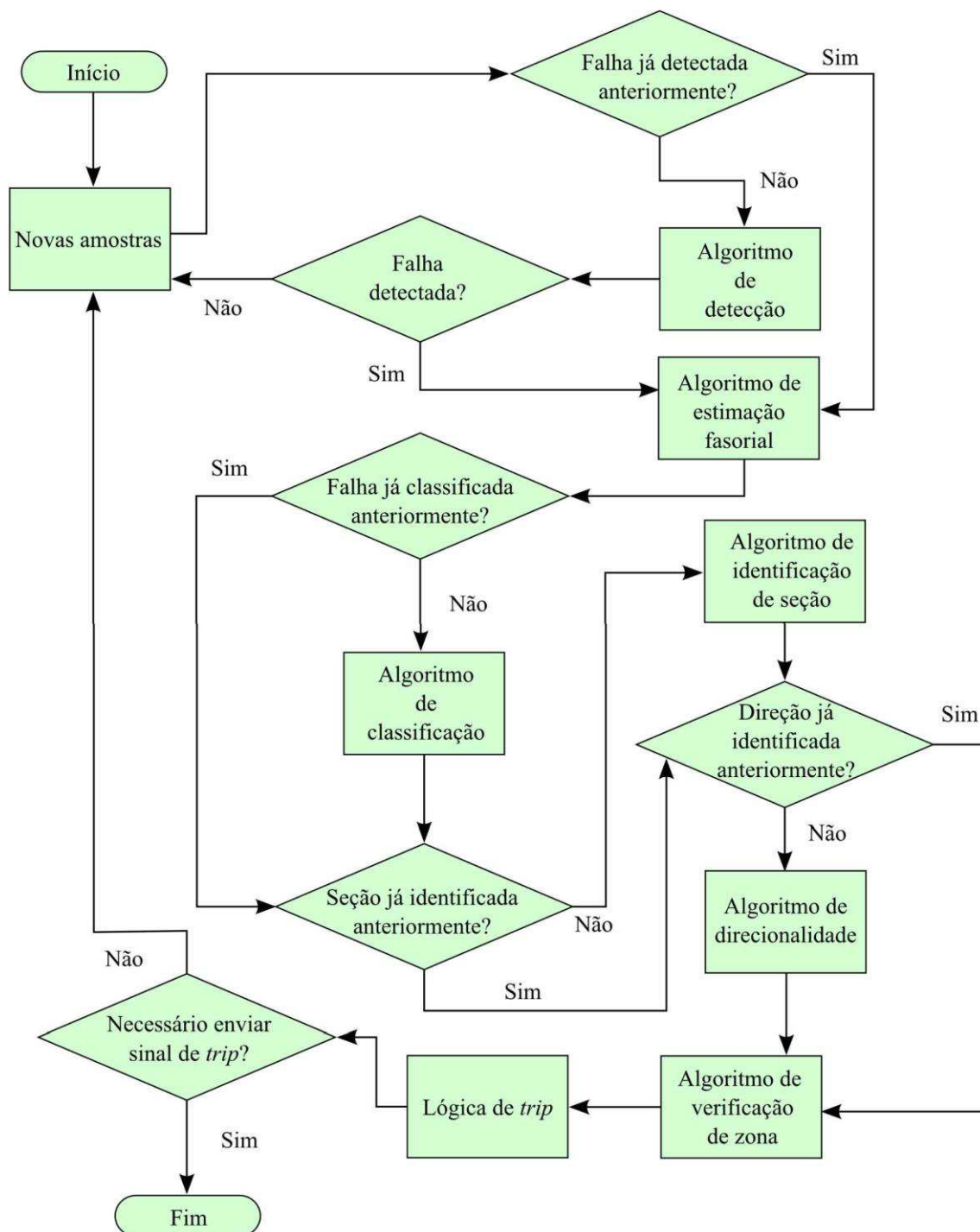
No próximo capítulo são apresentadas as especificações do sistema elétrico de teste e a metodologia usada para o estudo realizado para analisar o desempenho do método de cálculo de fasores proposto parametrizado.

Figura 23. Fluxograma de algoritmo de proteção sendo necessário calcular o fasor continuamente.



Fonte: própria autoria.

Figura 24. Fluxograma de algoritmo de proteção sem ser necessário calcular o fasor continuamente.



Fonte: própria autoria.

# Capítulo 5

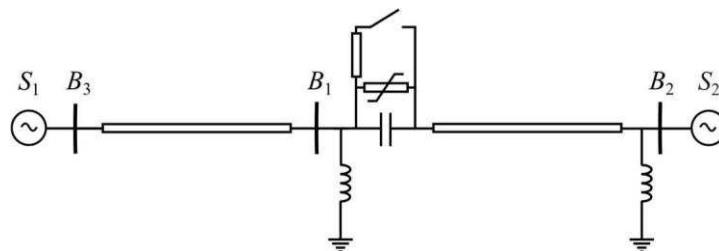
## Avaliação do método proposto

### 5.1. Descrição dos testes realizados

A fim de estudar a aplicabilidade do método proposto convém analisar resultados de simulações computacionais. Com o propósito de realizar as análises foram criadas rotinas computacionais no ambiente MATLAB (*MATrix LABORatory*) para gerar automaticamente arquivos de ATP (*Alternative Transient Program*) e processar os dados de saída das simulações em rotinas de proteção de distância e de análise. Considerou-se a possibilidade de variar as características do curto-circuito e do esquema de compensação fixa. O foco do estudo foi o desempenho individual do relé, não foram considerados esquemas de teleproteção. Melhorando a atuação particular do relé espera-se melhorar o desempenho da proteção na totalidade.

Os resultados reportados neste trabalho se referem às configurações de sistema elétrico descritas conforme as Figuras de 25 a 29. São esquemas simples, já que possuem poucas barras, e que permitem tanto a simulação de curtos-circuitos internos como externos. A linha de transmissão cujo desempenho da proteção é estudado é a linha de  $B_1$  a  $B_2$ , sendo as demais linhas tratadas como externas. Entendendo que o fluxo de potência é de  $B_1$  para  $B_2$ , o terminal da linha ligado a  $B_1$  é denominado neste trabalho de terminal emissor e o ligado a  $B_2$  é referido como terminal receptor. As fontes representam equivalentes de partes do sistema ligadas às barras. Nas figuras estão indicados os esquemas de compensação utilizados.

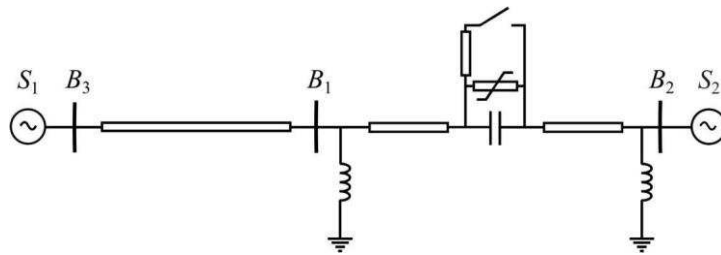
Figura 25. Sistema elétrico com três barras com banco de compensação em série no terminal emissor e banco de compensação em derivação em ambos os terminais.



Fonte: própria autoria.

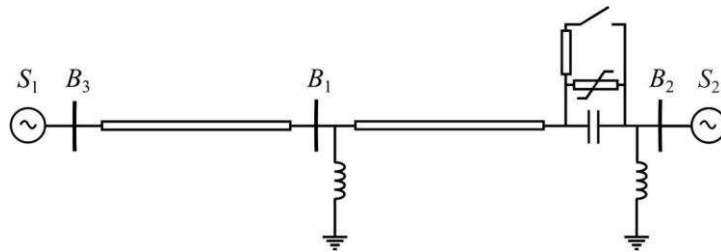


Figura 26. Sistema elétrico com três barras com banco de compensação em série no meio da linha e banco de compensação em derivação em ambos os terminais.



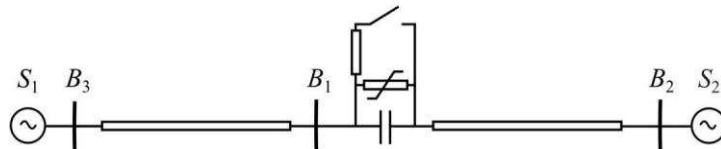
Fonte: própria autoria.

Figura 27. Sistema elétrico com três barras com banco de compensação em série no terminal receptor e banco de compensação em derivação em ambos os terminais.



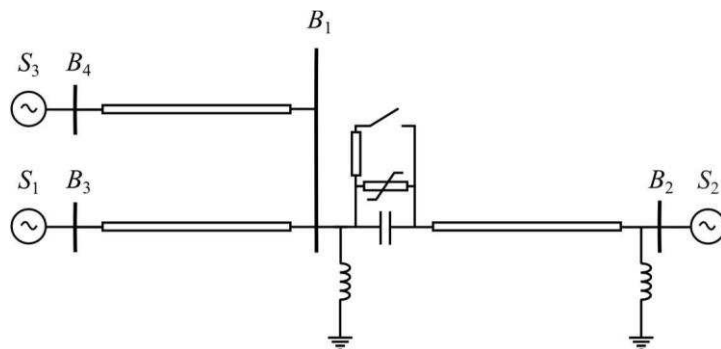
Fonte: própria autoria.

Figura 28. Sistema elétrico com três barras com banco de compensação em série no terminal emissor e sem banco de compensação em derivação em ambos os terminais.



Fonte: própria autoria.

Figura 29. Sistema elétrico com quatro barras com banco de compensação em série no terminal emissor e banco de compensação em derivação em ambos os terminais.



Fonte: própria autoria.

Para a escolha dos parâmetros do sistema foi utilizado como referência o trabalho de Lopes *et al.* (2012). Os parâmetros estão expressos nas Tabelas 5 e 6, sendo as tensões de base informadas as tensões entre fases. As designações das fontes estão expressas nas figuras. As especificações da fonte  $S_3$  são iguais às de  $S_1$ . A frequência das fontes é 60 Hz. As fontes são equilibradas. O ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_1$  é zero grau. Foi considerada a possibilidade de variar a fase de  $S_2$  para mudar o carregamento da linha. Foi definido como comprimento de cada uma das linhas o valor de 300 km. O modelo das linhas foi de parâmetros distribuídos. Quando não especificado, o grau de compensação capacitiva considerado foi de 70%. Ziegler (2011) informou que 70% é um valor típico para esse tipo de compensação. O grau de compensação reativa em derivação considerado foi sempre 70%.

Tabela 5. Parâmetros das linhas de transmissão.

Sequência	Resistência ( $\Omega/\text{km}$ )	Reatância ( $\Omega/\text{km}$ )	Susceptância ( $\mu\text{S}/\text{km}$ )
Zero	0,4309	1,5659	2,3301
Positiva	0,0888	0,5249	3,1210

Fonte: Lopes *et al.* (2012).

Tabela 6. Parâmetros das fontes.

Fonte	Tensão (p.u., base 230 kV)	Impedância ( $\Omega$ )	
		Sequência zero	Sequência positiva
$S_1$	1,0	$0,2856+j5,5610$	$2,0205+j7,2720$
$S_2$	1,0	$0,8644+j12,2484$	$12,8150+j31,7268$

Fonte: Lopes *et al.* (2012).

Os dados da curva característica dos varistores estão registrados na Tabela 7. Os varistores foram simulados pela resistência do tipo 99. Os varistores foram projetados considerando as condições específicas de operação em cada sistema. Para o sistema da Figura 28 foi utilizado o mesmo varistor do sistema da Figura 25, já que eles são semelhantes.

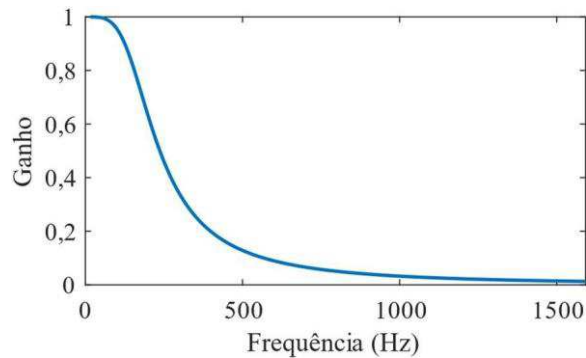
As simulações foram feitas no ATP com um passo de tempo de 50  $\mu\text{s}$  e os dados gerados foram amostrados a 16 amostras por ciclo (frequência de amostragem de 960 Hz). O tempo total de cada uma das simulações foi 0,4 s. Antes de serem amostrados, os sinais de corrente e tensão foram filtrados por um filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte 180 Hz. Esse é o filtro *anti-aliasing*. A resposta em frequência é apresentada na Figura 30. A filtragem foi feita já no MATLAB.

Tabela 7. Dados dos gráficos de tensão x corrente dos varistores.

	Varistor da Figura 25	Varistor da Figura 26	Varistor da Figura 27	Varistor da Figura 29
Corrente (A)	Tensão (kV)	Tensão (kV)	Tensão (kV)	Tensão (kV)
0,1	191,97	187,62	125,02	184,95
0,3	200,96	196,41	130,87	193,62
1,0	211,30	206,51	137,60	203,58
3,0	221,20	216,19	144,05	213,11
10,0	232,58	227,31	151,46	224,08
30,0	243,47	237,96	158,55	234,57
100,0	256,00	250,20	166,71	246,64
300,0	267,99	261,92	174,52	258,19
1000,0	281,78	275,39	183,50	271,48
3000,0	294,97	288,29	192,09	284,19
10000,0	310,15	303,12	201,97	298,81
30000,0	324,68	317,32	211,43	312,81
100000,0	341,38	333,64	222,31	328,90

Fonte: própria autoria.

Figura 30. Gráfico do ganho da resposta em frequência do filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 180 Hz.



Fonte: própria autoria.

A impedância de amortecimento de transitório do banco de capacitor foi assumida como um resistor de  $10 \Omega$  em paralelo com um indutor de  $700 \mu\text{H}$ , mesmos valores utilizados no circuito de amortecimento do banco de capacitor do trabalho de Khadke *et al.* (2016). Assumiu-se no estudo que os transformadores de potencial e de corrente são ideais.

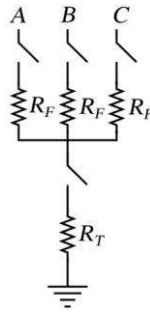
Nos casos simulados para o projeto dos filtros e em alguns exemplos iniciais (referentes às Figuras 33, 34, 36 e 37) não foi considerada a atuação do centelhador de proteção. Para os demais casos de testes foi considerado que os limiares de proteção foram  $1,1 \text{ MJ}$  e  $1 \text{ kA}$  para o sistema da Figura 26, foram  $0,8 \text{ MJ}$  e  $0,9 \text{ kA}$  para os sistemas das Figuras 25 e 28, foram

3 MJ e 1,7 kA para o sistema da Figura 27 e, por fim, foram 0,9 MJ e 1 kA para o sistema da Figura 29. Esses valores foram definidos considerando evitar atuação do centelhador para curtos-circuitos externos. Esse critério é abordado no trabalho de Barros (2018).

Para variar o tipo de curto-circuito quanto às fases envolvidas, foi utilizado um esquema conforme o da Figura 31. Dependendo de como as chaves são fechadas o tipo de curto-circuito quanto às fases envolvidas é alterado.

Na análise do método proposto comparado a outros métodos, apresentada no próximo capítulo, focou-se diretamente na influência dos métodos comparados no caminho de impedância e na consequente classificação do curto-circuito como localizado ou não na zona de proteção de distância.

Figura 31. Esquema para simulação de curto-circuito



Fonte: Lopes *et al.* (2014), adaptado.

Considera-se que quando ocorre um curto-circuito do tipo  $bc$  depois do capacitor a impedância é calculada conforme a seguinte fórmula:

$$Z_{bc} = \frac{Z_{bc}}{\hat{Z}_{bc} + Z_0} - Z_{bc} \frac{Z_{bc}}{\hat{Z}_{bc} + Z_0}, \quad (86)$$

sendo  $Z_{bc}$  a impedância do capacitor sem considerar o varistor e o circuito de amortecimento. A demonstração dessa fórmula está no apêndice B. Considera-se que quando ocorre um curto-circuito do tipo  $bc$  depois do capacitor a impedância é calculada conforme a seguinte fórmula:

$$Z_{bc} = \frac{\hat{Z}_{bc} - Z_{bc}}{\hat{Z}_{bc} - Z_{bc}} - Z_{bc}. \quad (87)$$

A demonstração também está no apêndice B. Para as demais unidades de impedância as expressões são análogas.

Foi considerado que o curto-circuito ocorre em uma zona respectiva quando a impedância calculada permanecer na região respectiva do plano complexo por três amostras

consecutivas, impedindo classificações indevidas em casos de passagens rápidas. Para os tipos de curto-circuito em que é possível utilizar mais de uma unidade de impedância considera-se o tempo de resposta da primeira que identificar como pertencente à zona. Foi utilizado um algoritmo para a detecção inicial de ocorrência do curto-circuito.

## 5.2. Análise e discussão dos resultados

Para o projeto do filtro digital do relé do terminal emissor do sistema da Figura 25 referente a curtos-circuitos do tipo  $\square\square$ , foram simulados casos de curto-circuito na barra  $B_2$  variando o instante de incidência do curto-circuito de 100,33 ms a 107,83 ms (45% de um ciclo a mais) em passos de 0,83 ms (5% de um ciclo) e o carregamento da linha variando o ângulo da fase  $\varphi$  de  $S_2$  de  $-65^\circ$  a  $-5^\circ$  em passos de  $10^\circ$ . A resistência de curto-circuito considerada foi de  $0,2 \Omega$ . Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 8. Para o projeto do relé do terminal receptor as condições foram as mesmas, exceto que o curto-circuito ocorreu na barra  $B_1$ . Os resultados dos parâmetros estão expressos nessa mesma tabela.

Tabela 8. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo  $\square\square$ .

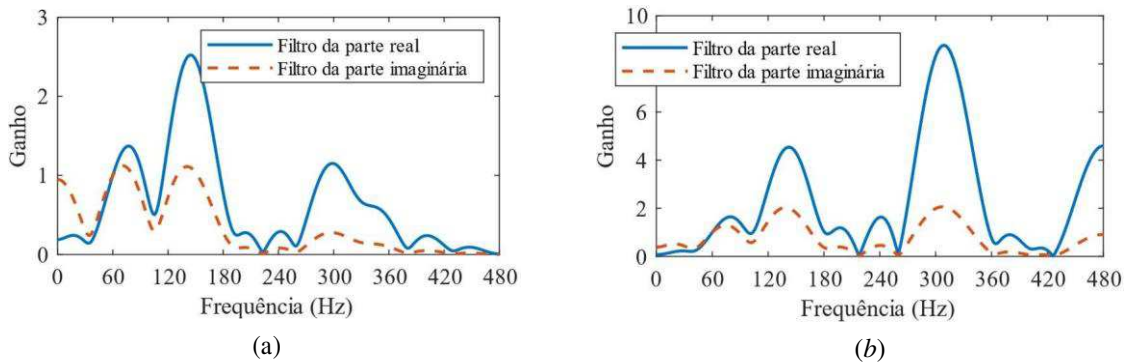
Emissor		Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)	Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0019	0	0,0127
34,4349	0,0299	40,0149	0,0213
105,3084	0,0270	102,0414	0,0213
192,9181	0,0234	182,3092	0,0200
222,9733	0,1070	217,7563	0,7881
258,9368	0,0493	259,7785	0,2068
330,8585	0,0085	363,7662	0,0332
380,4862	0,0425	402,5862	0,0221
429,7848	0,0338	425,9399	-1,0641
480	0,0251	435,5331	0,0129
		480	0,0009

Fonte: própria autoria.

Os gráficos de resposta em frequência para os parâmetros da Tabela 8 são apresentados na Figura 32. Nota-se que para todos os filtros existe ganho unitário na componente de frequência fundamental, conforme critério de projeto. Algumas componentes de alta frequência são amplificadas, mas, de uma forma geral, essas frequências não estão entre os valores médios de frequência para os curtos-circuitos remotos. A componente de 480 Hz

para os casos da parametrização do segundo par de filtros possui rápido decaimento médio. As frequências com constante de tempo maiores ou negativas estão associadas a ganhos pequenos. Como visto na Figura 32, constantes de tempo maiores estão associados a ganhos menores na frequência respectiva. Assim como o filtro de Fourier, o filtro proposto elimina melhor a influência de componente contínua no cálculo da parte real do fasor.

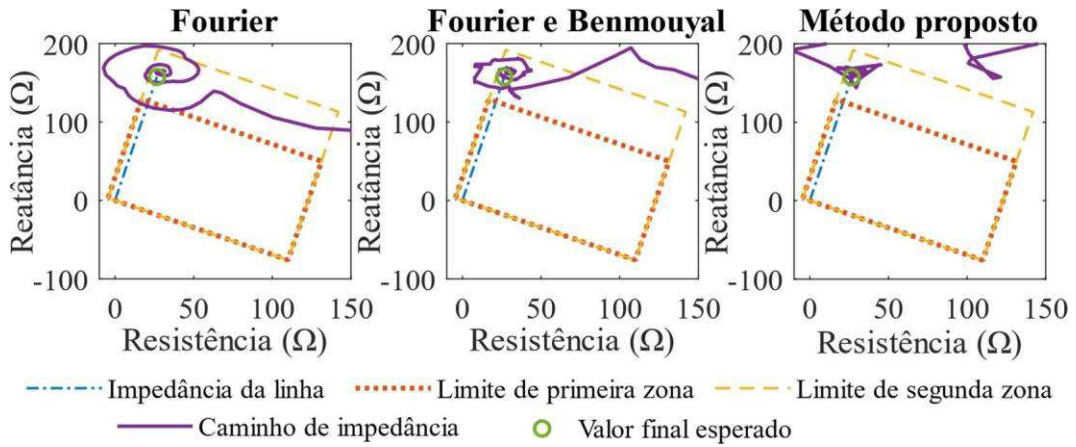
Figura 32. Gráficos do ganho da resposta em frequência para filtros parametrizados conforme dados da Tabela 8 na sequência respectiva, sendo (a) referente ao terminal emissor e (b) referente ao terminal receptor.



Fonte: própria autoria.

Na Figura 33 são apresentados os gráficos de caminho de impedância para o relé do terminal emissor na situação de um curto-circuito do tipo  $\square\square$  no terminal remoto, sendo o tempo de incidência igual a 0,1 s, a resistência de curto-circuito igual a  $0,2 \Omega$  e o ângulo da fase  $\square$  da fonte  $S_2$  igual a  $-50^\circ$ . A impedância foi calculada utilizando a Equação (86) para compensar a impedância do banco. Como sempre foi feito neste trabalho, o filtro utilizado foi o do tipo de curto-circuito específico. As impedâncias calculadas são referentes ao lado primário do transformador, como será considerado também em outros gráficos de caminho de impedância a serem mostrados. Nota-se que para o método de Fourier o caminho de impedância possui uma trajetória em espiral acentuada em torno do valor final, chegando inclusive a passar pela região de primeira zona no plano dos números complexos. O método de Fourier associado ao filtro de Benmouyal parametrizado para a constante de tempo de um ciclo, como será considerado no exposto doravante, possui uma trajetória em espiral menos acentuada. O método proposto possui uma trajetória em espiral ainda menos acentuada. Destaca-se que o caso específico do exemplo não foi utilizado na parametrização.

Figura 33. Caminho de impedância para curto-circuito do tipo  $\square\square$  na barra remota sendo o relé no terminal emissor.

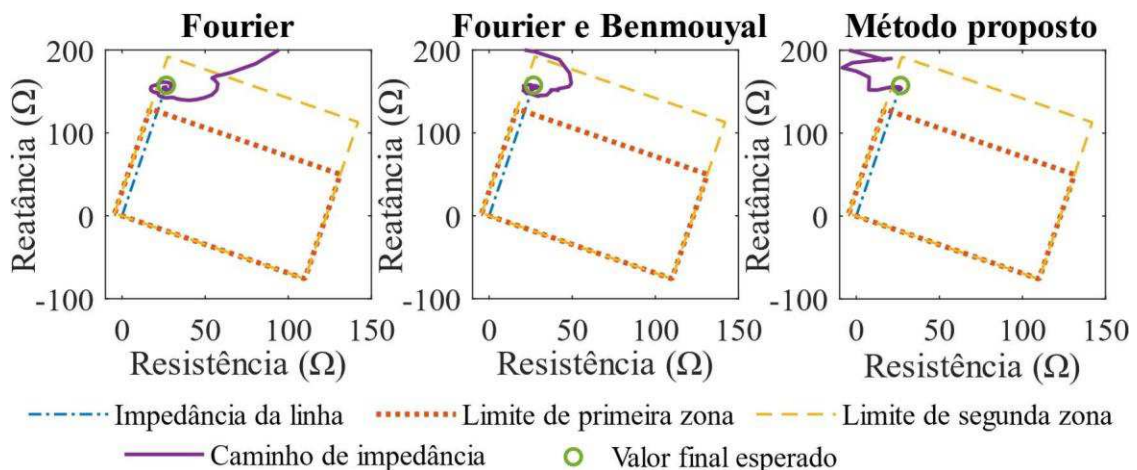


Fonte: própria autoria.

Os vértices do polígono que delimita a região de primeira zona são  $(16,8; 129,1) \Omega$ ,  $(131,3; 50,0) \Omega$ ,  $(110,0; -76,0) \Omega$  e  $(-4,5; 3,1) \Omega$ . Para a segunda zona os vértices são  $(27,5; 192,1) \Omega$ ,  $(142,0; 113,0) \Omega$ ,  $(110,0; -76,0) \Omega$  e  $(-4,5; 3,1) \Omega$ . Esses valores foram sempre utilizados para os resultados apresentados neste capítulo. A primeira zona e a segunda zona são definidas para uma cobertura de 80% e 120% da linha protegida, respectivamente.

Na Figura 34 são apresentados os gráficos de caminho de impedância para o relé do terminal receptor em um caso com as mesmas características do caso da Figura 33, exceto o local de ocorrência, que é a barra  $B_1$ . Nota-se que em nenhum dos casos o caminho de impedância apresentou uma trajetória em espiral acentuada. Assim, os desempenhos dos métodos podem ser considerados semelhantes.

Figura 34. Caminho de impedância para curto-circuito do tipo  $\square\square$  na barra remota sendo o relé no terminal receptor.



Fonte: própria autoria.

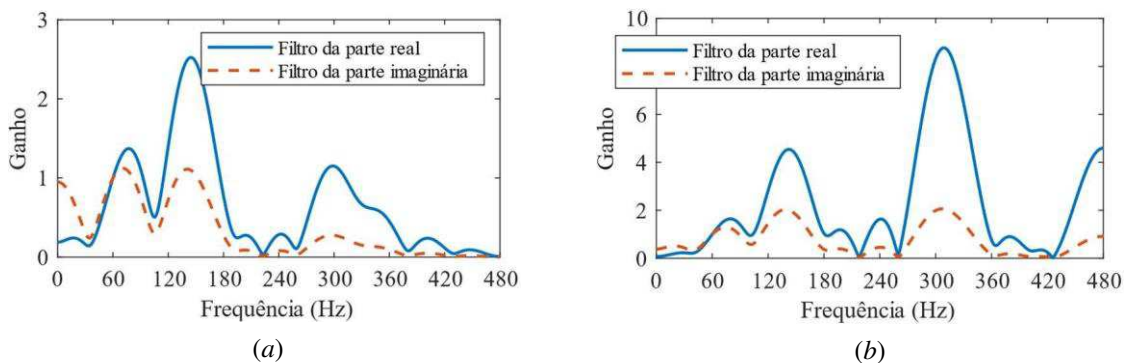
Para o projeto do filtro digital do relé do terminal emissor do mesmo sistema referentes a curtos-circuitos desta vez do tipo  $\square\square$  foram simulados casos de curto-circuito na barra  $B_2$  considerando as mesmas variações de ângulo de incidência e ângulo de carregamento do projeto do filtro para defeitos do tipo  $\square\square$ . A resistência de curto-circuito considerada foi de  $0,2 \Omega$ . Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 9. Para o projeto do relé do terminal receptor as condições foram as mesmas exceto que o curto-circuito ocorreu na barra  $B_1$ . Os resultados dos parâmetros estão expressos na mesma tabela. Os gráficos de ganho da resposta em frequência para os parâmetros da Tabela 9 estão presentes na Figura 35. Os gráficos são semelhantes aos da Figura 32.

Tabela 9. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo  $\square\square$ .

Emissor		Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)	Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0007	0	0,0036
34,8733	0,0316	43,3805	0,0210
101,3388	0,1124	105,1586	0,0265
201,6613	0,0261	175,0228	0,0134
223,2139	0,0585	216,7461	0,5294
256,5083	0,0613	258,2193	0,1571
300,4794	0,0062	353,8346	-0,2331
378,9434	0,2637	387,2282	0,1266
420,4574	0,1547	419,6587	0,0255
480	0,0202	419,0347	0,0193
		480	0,0011

Fonte: própria autoria.

Figura 35. Gráficos do ganho da resposta em frequência para filtros parametrizados conforme dados da Tabela 9 na sequência respectiva, sendo (a) referente ao terminal emissor e (b) referente ao terminal receptor.

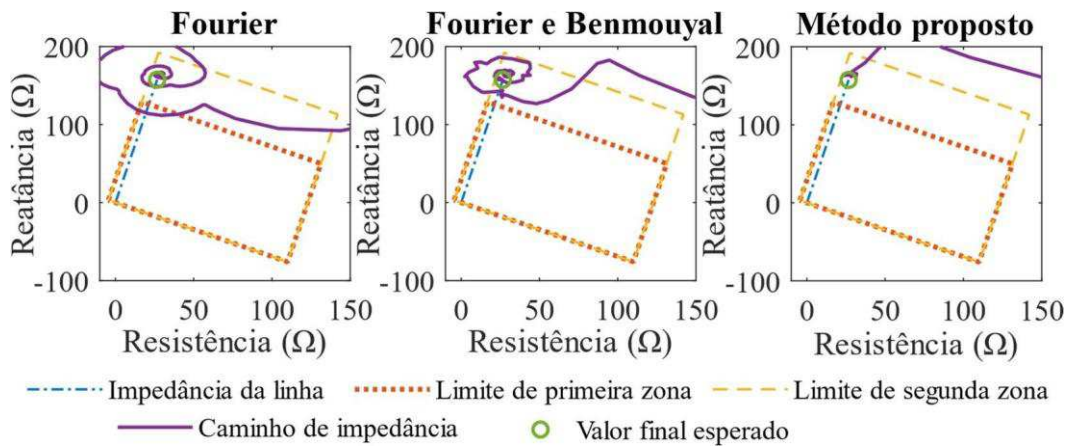


Fonte: própria autoria.



Na Figura 36 são apresentados os gráficos de caminho de impedância para o relé do terminal emissor na situação de um curto-circuito do tipo  $\text{F}\text{F}$  no terminal remoto, sendo o tempo de incidência igual a 0,1 s, a resistência de curto-circuito igual a 0,2  $\Omega$  e ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_2$  igual a  $-50^\circ$ . A impedância foi calculada utilizando a Equação (87) para compensar a impedância do banco. Percebe-se que para o método de Fourier o caminho de impedância possui uma trajetória em espiral acentuada em torno do valor final que indesejavelmente passa pela região de primeira zona. O método de Fourier associado ao filtro de Benmouyal possui uma trajetória em espiral menos acentuada. O método proposto praticamente não possui trajetória espiralada em torno do valor final.

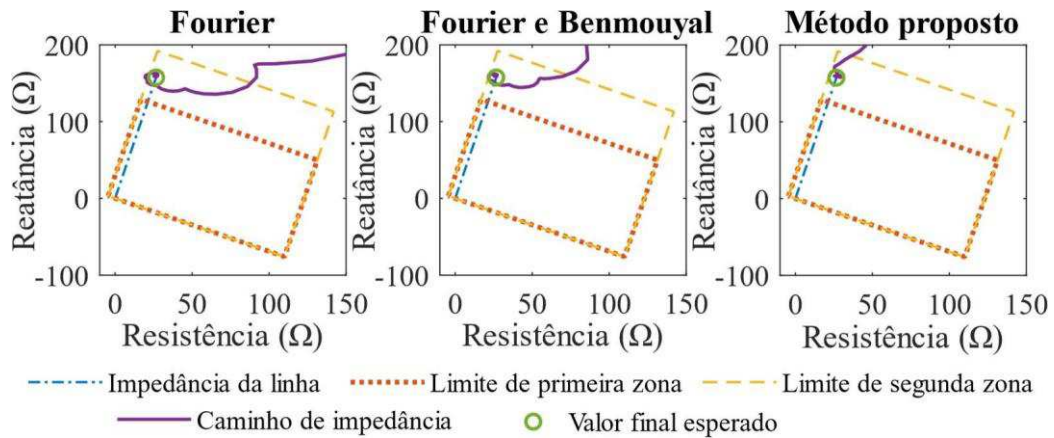
Figura 36. Caminho de impedância para curto-circuito do tipo  $\text{F}\text{F}$  na barra remota sendo o relé no terminal emissor.



Fonte: própria autoria.

Na Figura 37 são apresentados os gráficos de caminho de impedância para o relé do terminal receptor em um caso com as mesmas características do caso da Figura 36 com exceção do local de ocorrência, a barra  $B_1$ . Observa-se que em nenhum dos casos o caminho de impedância apresentou uma trajetória em espiral acentuada. Assim, os desempenhos dos métodos podem ser considerados semelhantes.

Figura 37. Caminho de impedância para curto-circuito do tipo  $\square\square$  na barra remota sendo o relé no terminal receptor.



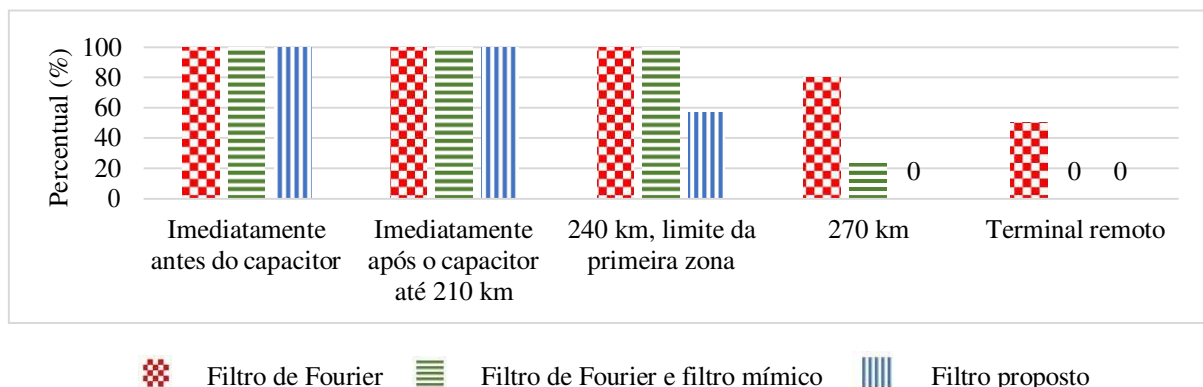
Fonte: própria autoria.

Foram simulados vários casos de curto-circuito para verificar o resultado da identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para os três métodos de cálculo de fasores comparados. Considera-se como identificação positiva quando o curto-circuito é classificado como pertencente à primeira zona em até aproximadamente dois períodos do ciclo fundamental após o instante de ocorrência do curto-circuito. A aproximação é feita para o múltiplo do passo de tempo mais próximo. Foram variados o local, o instante de ocorrência e a resistência do curto-circuito. Os locais considerados foram nos terminais da linha, imediatamente antes do capacitor, imediatamente depois do capacitor e ao longo da linha a cada 30 km. Os percentuais de identificação positiva foram apresentados na forma de gráficos de barras em figuras deste capítulo. Quando não houver especificações de valores, a resistência de curto-circuito é igual a  $0,2 \Omega$  para todos os casos ou varia de  $0,2 \Omega$  a  $10,2 \Omega$  em passos de  $5 \Omega$ . Quando não houver especificações de valores, o instante de ocorrência de curto-circuito é igual a 100 ms para todos os casos ou varia de 100 ms a 107,5 ms (45% do período fundamental a mais) em passos de 0,83 ms (5% do período fundamental). Quando não houver especificações de valores, o ângulo de carregamento é igual a  $-50^\circ$  para todos os casos ou varia de  $-60^\circ$  a  $-40^\circ$  em passos de  $10^\circ$ . O ângulo de carregamento é o ângulo da fase  $\varphi$  de  $S_2$ , o da mesma fase de  $S_1$  é sempre zero. Destaca-se que os casos usados para testar os filtros foram sempre diferentes dos casos usados para parametrizar. Assumiu-se que o algoritmo de identificação de seção sempre classifica o capacitor como sendo antes do capacitor quando de fato é e sempre classifica como sendo depois quando de fato é, independente da atuação do centelhador. Assumiu-se que o tempo do algoritmo de identificação de seção é sempre menor que o tempo para a identificação como sendo em primeira zona, quando ocorre. A impedância é calculada

de duas formas: a tradicional ou usando as Equações (86), (87) e análogas para compensar a impedância do banco. O resultado do cálculo de impedância considerado é conforme o resultado do algoritmo de identificação de seção.

Na Figura 38 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foi considerado o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 25. Quando uma barra não aparece é porque a quantidade de identificações positivas respectiva é zero e não porque o dado foi omitido. Os curtos-circuitos foram agrupados segundo especificações a respeito da necessidade de compensar a impedância do capacitor no cálculo e ao que se deseja com relação à classificação de primeira zona. No primeiro grupo estão os casos em que não há a necessidade de compensar a capacitância nos cálculos, pois o curto-circuito acontece antes. Nos demais grupos há a necessidade de compensar. No segundo grupo se deseja que a identificação positiva em primeira zona aconteça, pois o defeito ocorre próximo. No terceiro grupo, o defeito acontece no limite da especificação de primeira zona. No quarto grupo, não é algo grave que ocorra a identificação positiva, mas não é desejável pois é uma região de margem de segurança contra sobrealcances. O quinto grupo é um limiar de sobrealcances graves, pois é o fim da linha e não é aceitável sobrealcançar curtos-circuitos externos.

Figura 38. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25.



Fonte: própria autoria.

Na Figura 38, observa-se que o método de Fourier gerou identificações positivas na barra remota, o que não deveria acontecer pois é a atuação da primeira zona deve ser restrita à linha. Campos (2016b) considerou como grave sobrealcances em linhas externas e a barra

remota é um limiar para essa condição. O filtro de Fourier associado ao de Benmouyal apresentou algumas identificações positivas na extensão final da linha protegida além do limite especificado de primeira zona, que pode ser entendida como uma margem de segurança contra sobrealcances graves. Nesse conjunto de casos o método proposto apresentou o melhor desempenho no sentido de evitar identificações positivas além do limiar especificado de primeira zona. Não houve nenhuma identificação negativa para curtos-circuitos próximos ao relé, o que pode ser atribuído ao fato de compensar o capacitor no cálculo da impedância.

O capacitor é um ponto de descontinuidade da linha e, portanto, os sinais elétricos para curtos-circuitos imediatamente antes do capacitor e imediatamente depois do capacitor podem ser significativamente diferentes. Portanto, para situações em que o capacitor está situado no terminal remoto da linha foi considerado o projeto de dois filtros, um associado à classificação do curto-circuito como sendo antes do capacitor e outro associado à classificação do curto-circuito como sendo depois do capacitor. Os fasores são calculados das duas formas e o resultado considerado depende do resultado do algoritmo de identificação de seção. Os parâmetros do projeto do filtro do relé do terminal receptor do sistema da Figura 25 para faltas do tipo  $\text{FF}$  antes do capacitor estão expressos na Tabela 10.

Tabela 10. Parâmetros do filtro alternativo do relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo  $\text{FF}$ .

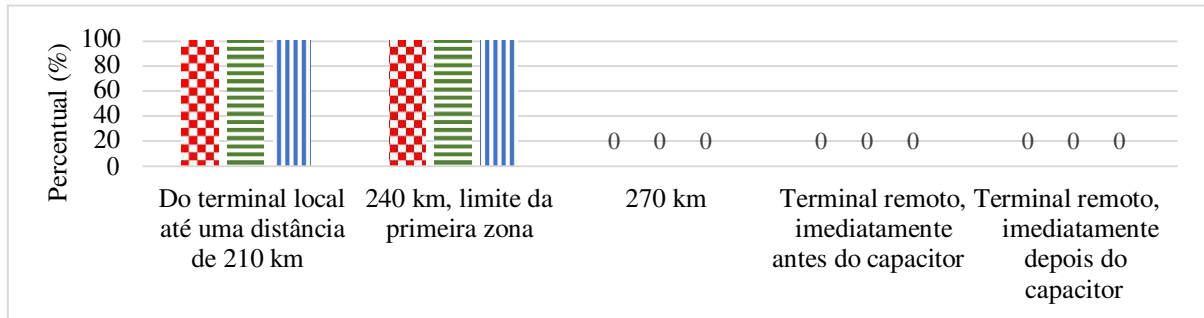
Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0083
38,1795	0,0284
102,2199	0,0127
187,8229	0,0197
222,8814	0,0443
261,6789	0,0330
368,1740	0,0166
386,7224	0,0121
425,9794	0,0025
480	0,0023

Fonte: própria autoria.

Na Figura 39 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\text{FF}$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e o carregamento da linha, mas

não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 25.

Figura 39. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25.



Filtro de Fourier
  Filtro de Fourier e filtro mímico
  Filtro proposto

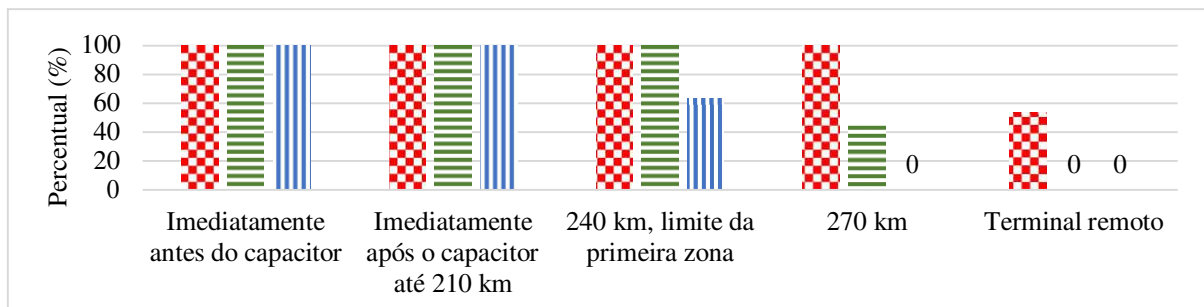
Fonte: própria autoria.

Nota-se na Figura 39 que todos os métodos de cálculos de fasores apresentaram um funcionamento semelhante por apresentarem os mesmos resultados. Nesses casos não deve haver muito comprometimento pelo caminho de impedância.

Na Figura 40 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 25.

Figura 40. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da

Figura 25.



Filtro de Fourier
  Filtro de Fourier e filtro mímico
  Filtro proposto

Fonte: própria autoria.

Na Figura 40, nota-se que o método de Fourier gerou identificações positivas na barra remota. O método de Fourier associado ao filtro de Benmouyal apresentou identificações positiva além da especificação de primeira zona. O método proposto apresentou um melhor desempenho no sentido de seguir a especificação de primeira zona.

O projeto do filtro para o relé do terminal receptor foi refeito, desta vez considerando no projeto casos de curto-circuito imediatamente antes do capacitor. Os novos parâmetros obtidos estão na Tabela 11.

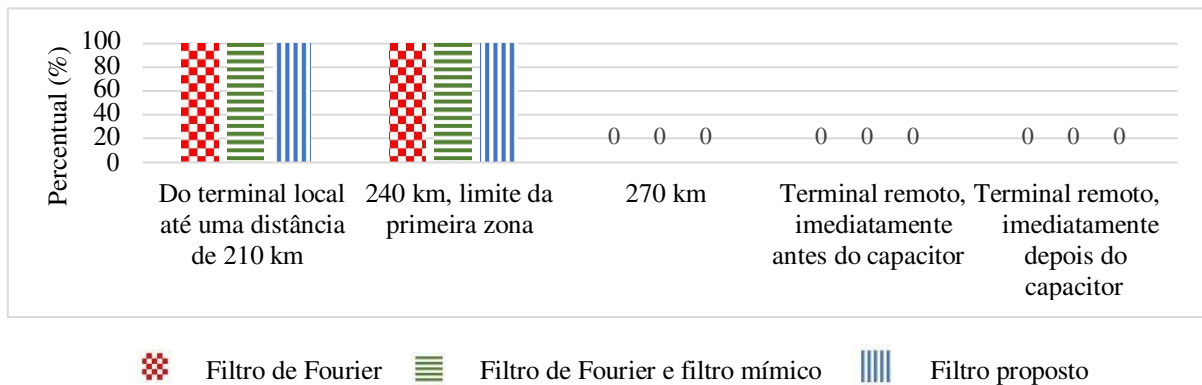
Tabela 11. Parâmetros dos filtros de relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo  $\square\square$  com o projeto refeito.

Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0099
46,8632	0,0128
122,2596	0,0134
184,2936	0,3044
227,0217	0,0696
270,4356	0,0669
319,1602	0,0584
387,5049	0,0710
416,0320	0,0215
480	0,0059

Fonte: própria autoria.

Na Figura 41 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 25.

Figura 41. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\text{CC}$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25.



Fonte: própria autoria.

Na Figura 41, observa-se que todos os métodos apresentaram um funcionamento semelhante. A característica transitória não prejudicou o desempenho da identificação em primeira zona.

Para o projeto do filtro digital do relé do terminal emissor do sistema da Figura 25 para um curto-circuito, agora do tipo  $\text{CC}$ , foram simulados casos de curto-circuito nas barras remotas considerando as mesmas variações de ângulo de incidência e ângulo de carregamento do projeto do filtro para defeitos do tipo  $\text{CC}$ . A resistência  $R_{\text{CC}}$  considerada foi de  $0,1 \Omega$  e a resistência  $R_{\text{L}}$  foi  $0,2 \Omega$  (conferir Figura 31). Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 12.

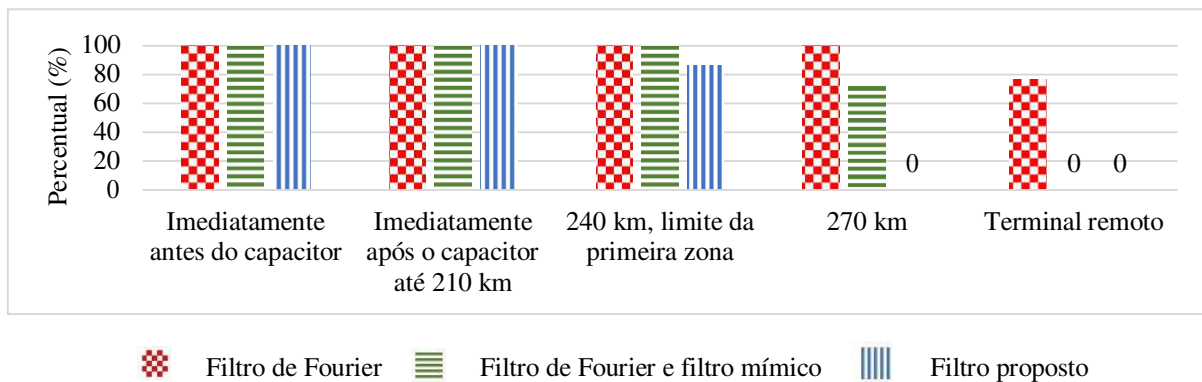
Tabela 12. Parâmetros dos filtros de relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo  $\text{CC}$ .

Emissor		Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)	Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0033	0	0,0044
35,2564	0,0287	44,8951	0,0221
101,4984	0,0197	107,9971	0,0225
182,8851	0,0245	179,4550	0,1170
224,8446	0,0985	222,0532	0,5824
256,8451	0,0751	265,8052	7,3301
323,2863	0,0122	346,7270	0,0231
381,6146	0,0568	380,6198	0,2999
427,2677	0,0353	419,1227	0,0401
451,2725	0,0088	421,1688	0,0092
480	0,0268	480	0,0011

Fonte: própria autoria.

Na Figura 42 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 25.

Figura 42. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25.



Fonte: própria autoria.

Para os casos da Figura 42, apenas o método de Fourier gerou identificações positivas na barra remota, o que não deveria acontecer. O método proposto funcionou de forma superior aos outros métodos quanto ao seguimento da especificação de alcance de primeira zona.

O projeto do filtro para o relé do terminal receptor foi refeito, desta vez considerando no projeto casos de curto-circuito imediatamente antes do capacitor. Os novos parâmetros obtidos estão na Tabela 13.



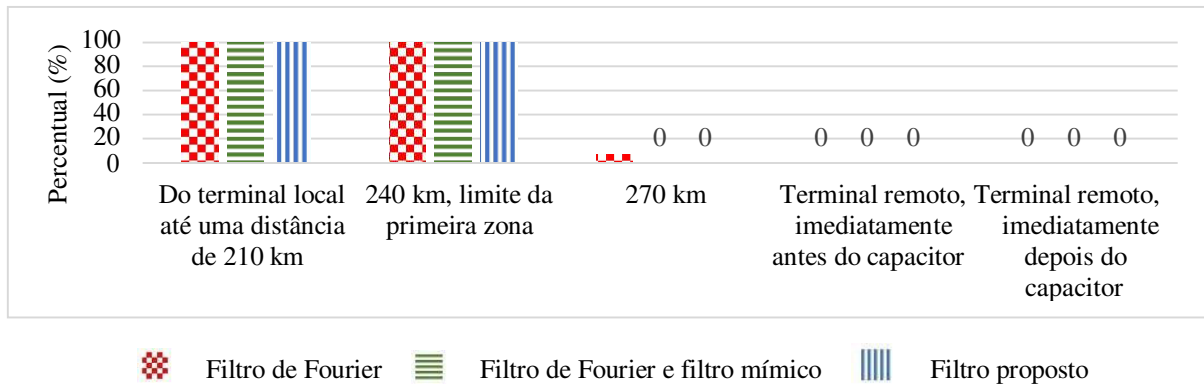
Tabela 13. Parâmetros do filtro alternativo de relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo  $\Delta\Delta\Delta$ .

Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0070
27,1115	0,0100
100,1552	0,0081
174,9498	0,0080
220,1761	0,0319
263,6334	0,0318
334,3645	0,0165
376,5270	0,0122
407,1788	0,0233
417,4823	0,0487
480	0,0014

Fonte: própria autoria.

Na Figura 43 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\Delta\Delta\Delta$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 25. Na Figura 43 se observa que os métodos apresentaram um desempenho semelhante, o que indica que as características transitórias dos sinais não interferiram muito.

Figura 43. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\Delta\Delta\Delta$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25.



Fonte: própria autoria.

Para o projeto do filtro digital do relé do terminal emissor do sistema da Figura 25 para um curto-circuito, agora do tipo  $\Delta\Delta\Delta$ , foram simulados casos de curto-circuito nas barras remotas considerando as mesmas variações de ângulo de incidência e ângulo de carregamento do projeto do filtro para defeitos do tipo  $\Delta\Delta$ . A resistência  $R_{\Delta}$  considerada foi de  $0,2 \Omega$  e a resistência  $R_{\Delta}$  foi  $0,1 \Omega$ . Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 14.

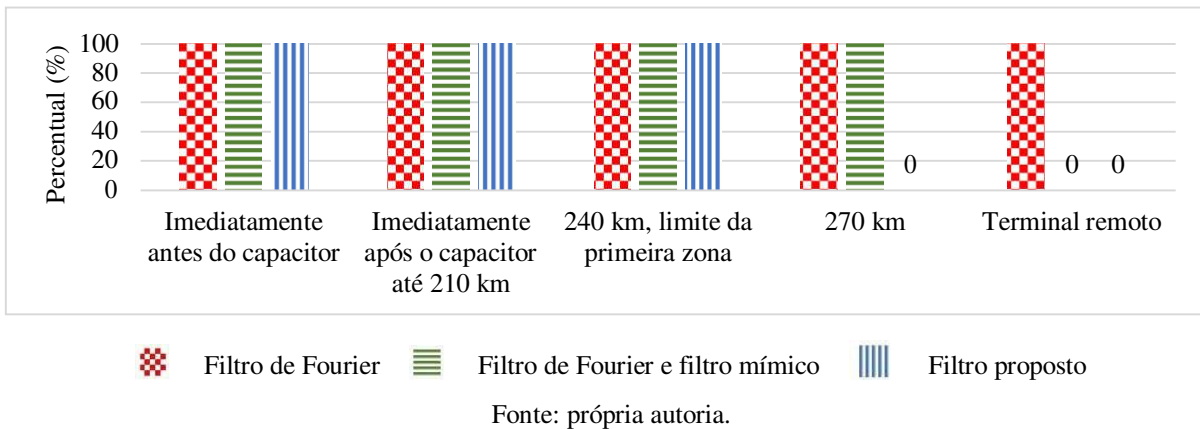
Tabela 14. Parâmetros dos filtros de relé do sistema da Figura 25 para curtos-circuitos do tipo  $\Delta\Delta\Delta$ .

Emissor		Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)	Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0007	0	0,0067
34,8637	0,0314	43,4458	0,0159
103,5958	0,0835	95,8504	0,0169
202,4796	0,0363	170,9481	0,1319
227,7390	0,0415	222,5520	0,1197
255,4257	0,0318	265,3494	0,2155
300,2635	0,0070	338,2541	0,0509
378,0045	0,1038	382,3087	-0,3855
421,9110	0,0855	418,4239	0,0180
480	-0,0805	419,5780	0,0146
		480	0,0022

Fonte: própria autoria.

Na Figura 44 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\Delta\Delta\Delta$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 25.

Figura 44. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\Delta\Delta\Delta$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25.



Nos casos da Figura 44, apenas o método de Fourier gerou identificações positivas na barra remota, o que não deveria acontecer. O método proposto funcionou de forma superior aos outros métodos quanto ao seguimento da especificação de alcance de primeira zona.

O projeto do filtro para o relé do terminal receptor para curtos-circuitos do tipo  $\Delta\Delta\Delta$  foi refeito, desta vez considerando no projeto casos de curto-circuito imediatamente antes do capacitor. Entendeu-se que a parametrização não foi satisfatória pelo fato de que as frequências encontradas para cálculo da média diferiram muito umas das outras.

Foram calculados casos de curto-circuito a uma distância de 30 km da barra  $B_1$  na linha  $B_3B_1$  (linha externa) do sistema da Figura 25 variando o carregamento da linha e o instante de ocorrência de curto-circuito. Não foram observados nenhum caso de identificação positiva em primeira zona pelo relé do terminal  $B_2$  para nenhum dos métodos de cálculos de fasores, como desejável. Considera-se que para o relé do terminal do emissor a identificação positiva seria impedida por um algoritmo de identificação de direcionalidade.

Foi feito o projeto do filtro digital do relé do terminal receptor do sistema da Figura 29 para um curto-circuito, agora do tipo  $\Delta\Delta$ , foram simulados casos de curto-circuito nas barras remotas considerando as mesmas variações de ângulo de incidência e ângulo de carregamento do projeto do filtro para defeitos do tipo  $\Delta\Delta$  do sistema da Figura 25. A resistência do curto-circuito foi  $0,2 \Omega$ . Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 15.

Tabela 15. Parâmetros do filtro do relé do terminal receptor do sistema da Figura 29 para curtos-circuitos do tipo  $\text{B}_2$ .

Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0111
41,9183	0,0206
100,7099	0,0201
188,9335	0,0214
219,8286	-0,2544
262,3021	0,1533
374,2224	0,0211
408,7813	0,0902
427,9017	0,1169
480	0,0006

Fonte: própria autoria.

Foram calculados casos de curto-circuito a uma distância de 30 km da barra  $B_1$  na linha  $B_3B_1$  (linha externa) do sistema da Figura 29 variando o carregamento da linha e o instante de ocorrência de curto-circuito. Não foram observados nenhum caso de identificação positiva em primeira zona pelo relé do terminal  $B_2$  para nenhum dos métodos de cálculos de fasores, como desejável. Não houve nenhuma identificação. Esses testes foram feitos para identificar um possível efeito de corrente de *infeed*.

A fim de verificar a robustez do método de cálculo de fasores proposto ao grau de compensação da linha, testes semelhantes aos das Figuras 38 e 39 foram feitos considerando diferentes graus de compensação. Foram utilizados os mesmos filtros digitais projetados para 70% e o grau de compensação correto foi utilizado no cálculo da impedância. Primeiramente, para o grau de compensação de 60% os resultados estão expressos nas Figuras 45 e 46 para os relés do terminal emissor e receptor respectivamente.

Figura 45. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25, considerando um grau de compensação de 60%.

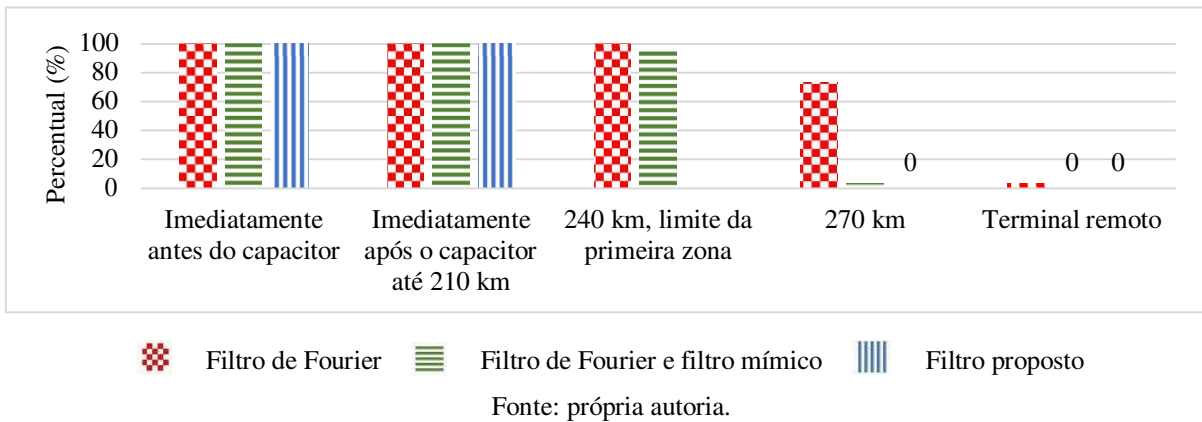
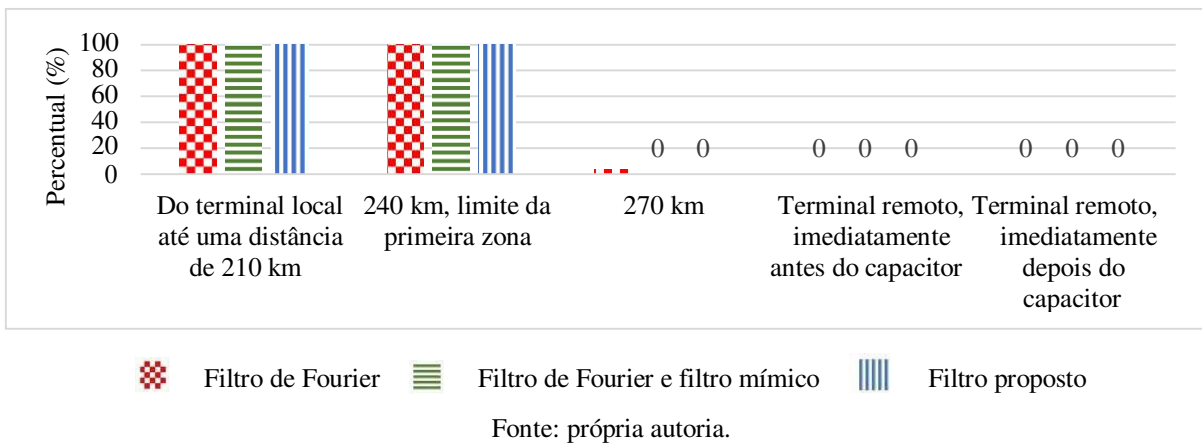


Figura 46. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25, considerando um grau de compensação de 60%.



Na Figura 45 nota-se que mesmo com o grau de compensação menor o método de Fourier ainda gera alguns casos de identificação positiva na barra remota. O método proposto foi superior aos outros métodos no sentido de evitar identificações positivas além do limite estabelecido para a primeira zona. Na Figura 46 nota-se que os desempenhos dos métodos foram parecidos uns com os outros.

Para o grau de compensação de 80% os resultados estão expressos nas Figuras 47 e 48 para os relés do terminal emissor e receptor respectivamente. Na Figura 47 verifica-se que o aumento do grau de compensação aumentou a quantidade de identificações positivas e o método proposto continuou sendo o melhor no sentido de evitar identificações positivas além do limiar especificado de primeira zona. Na Figura 48 verifica-se que os métodos apresentaram um desempenho semelhante.

Figura 47. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25, considerando um grau de compensação de 80%.

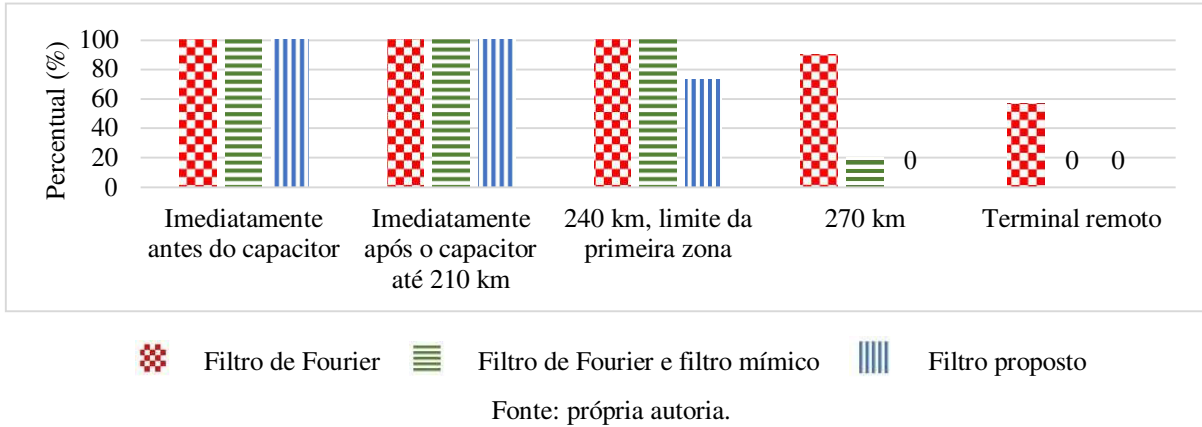
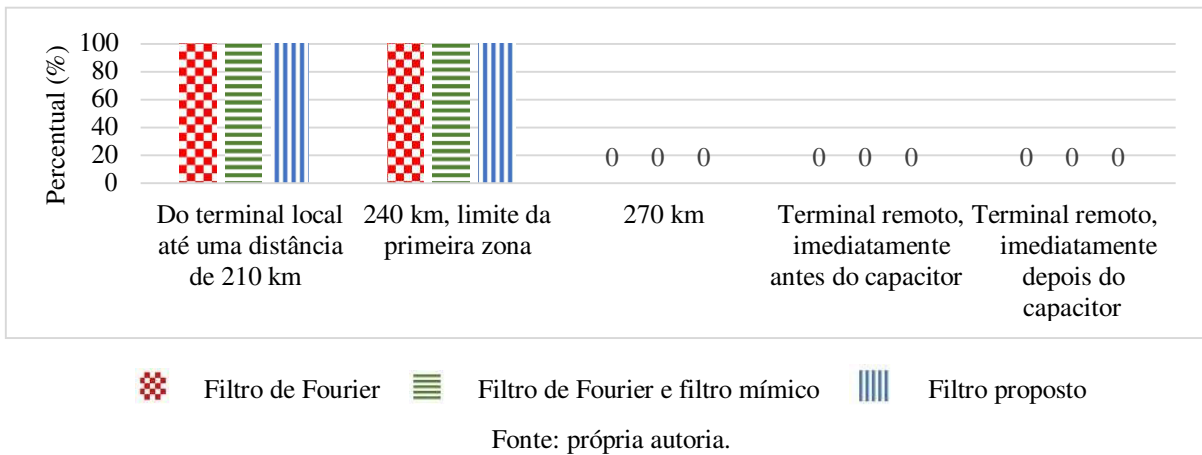
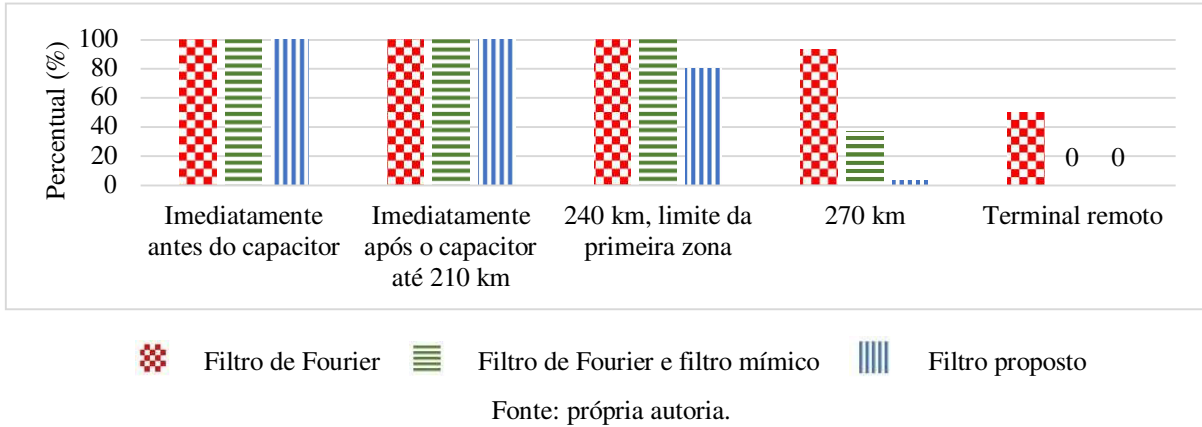


Figura 48. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25, considerando um grau de compensação de 80%.



Na Figura 49 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, a resistência do curto-circuito, o instante de ocorrência do curto-circuito, mas não o carregamento da linha. Foram considerados o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 25.

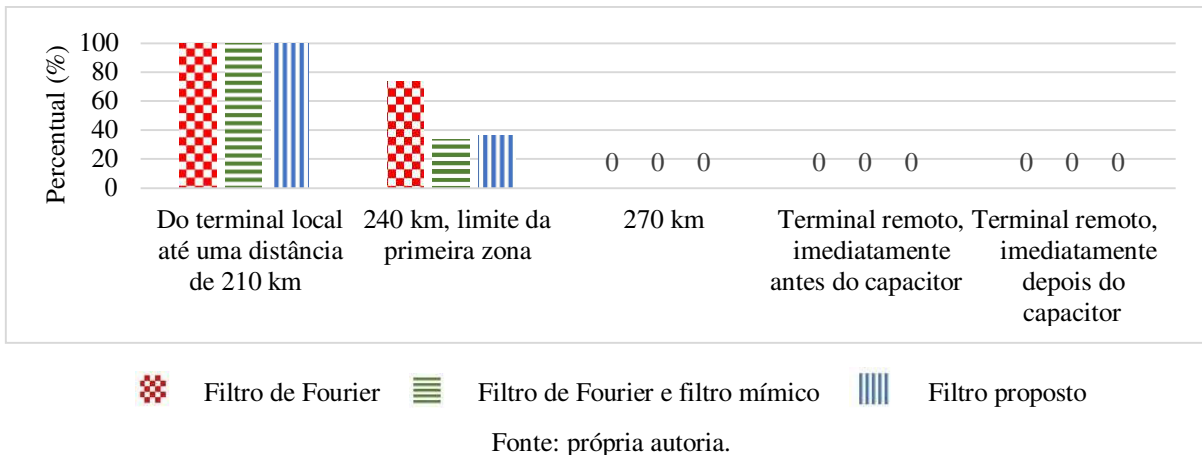
Figura 49. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e a resistência de curto-circuito para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 25.



Na Figura 49 apenas o método de Fourier provocou identificação positiva em primeira zona para curtos-circuitos no terminal remoto. O método proposto novamente foi melhor que os demais no sentido de evitar identificações positivas além do limiar especificado de primeira zona.

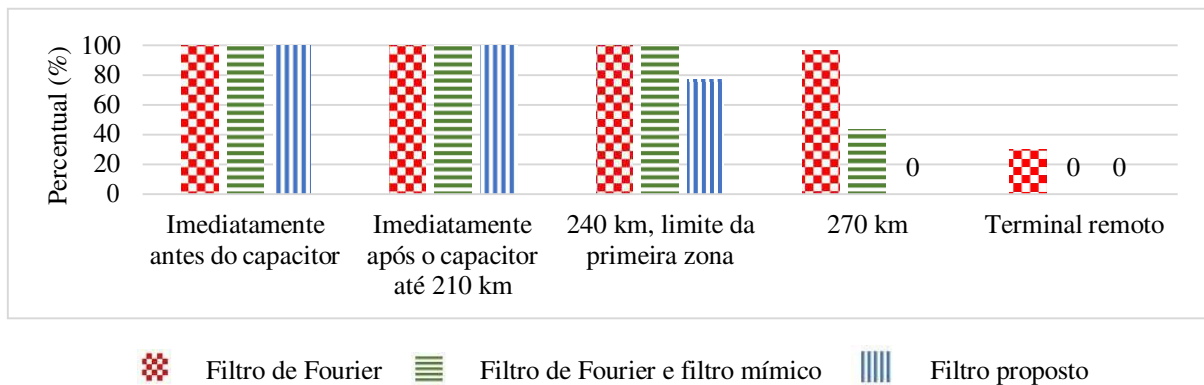
Na Figura 50 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e resistência do curto-circuito, mas não o carregamento da linha. Foram considerados o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 25. Na Figura 50 verifica-se que os métodos apresentaram desempenhos semelhantes variando o percentual de identificação em primeira zona apenas no limiar de primeira zona.

Figura 50. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e a resistência do curto-circuito para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 25.



Na Figura 51 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 28, ou seja, sem os reatores em derivação, mas usando o mesmo filtro projetado para o sistema da Figura 25.

Figura 51. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 28.



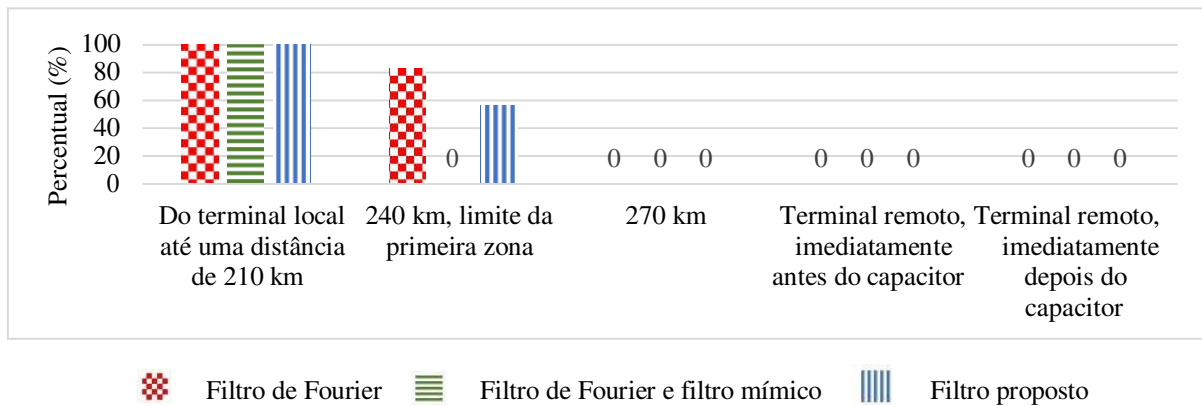
Fonte: própria autoria.

Nota-se que a Figura 51 não foi igual à Figura 38, o que demonstra que os reatores em derivação têm alguma influência, no entanto as mesmas observações feitas a Figura 38 se aplicam à Figura 51.

Na Figura 52 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 28.



Figura 52. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 28.



Fonte: própria autoria.

Na Figura 52 nota-se que o método de Fourier associado ao de Benmouyal apresentou um menor alcance na identificação em primeira zona, mas os demais métodos não ultrapassaram o limiar de primeira zona considerando o passo de distância utilizado.

Para o projeto do filtro digital do relé do terminal emissor do sistema da Figura 26 (capacitor no meio da linha) referentes a curtos-circuitos do tipo  $\square\square$  foram simulados casos de curto-circuito na barra  $B_2$  considerando as mesmas variações de ângulo de incidência e ângulo de carregamento do projeto do filtro para defeitos do tipo  $\square\square$  do sistema da Figura 25. A resistência de curto-circuito considerada foi de  $0,2 \Omega$ . Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 16. Para o projeto do relé do terminal receptor as condições foram as mesmas exceto que o curto-circuito ocorreu na barra  $B_1$ . Os resultados dos parâmetros estão expressos na mesma tabela.

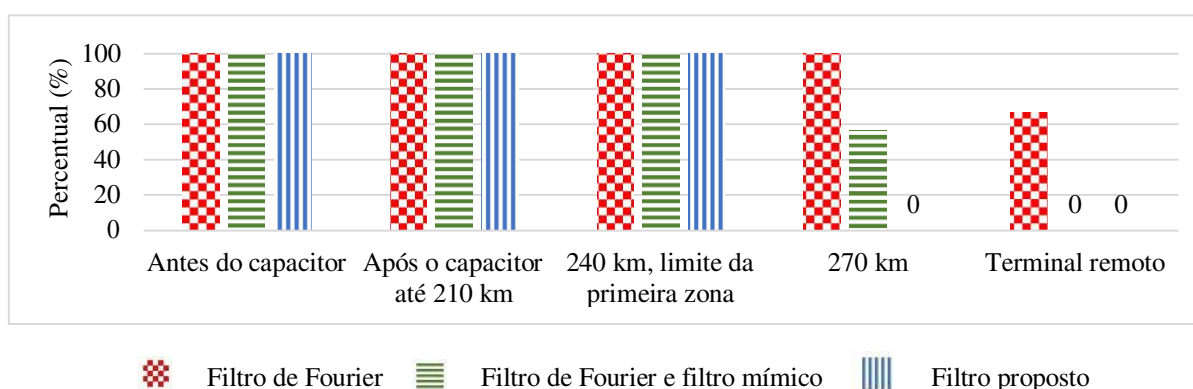
Tabela 16. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 26 para curtos-circuitos do tipo  $\Delta\Delta$ .

Emissor		Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)	Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0019	0	0,0139
34,2196	0,0299	40,4917	0,0217
105,0300	0,0278	103,2022	0,0215
194,1746	0,0354	186,8961	0,0192
226,8771	0,0413	218,6407	0,0099
258,1475	0,0450	261,1397	0,2664
330,8199	0,0078	364,5498	0,0213
382,2667	0,0344	395,1072	0,0166
431,7601	0,0213	424,0235	-0,0128
463,9087	0,0103	430,7099	0,0129
480	0,0176	480	0,0015

Fonte: própria autoria.

Na Figura 53 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\Delta\Delta$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 26.

Figura 53. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\Delta\Delta$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 26.



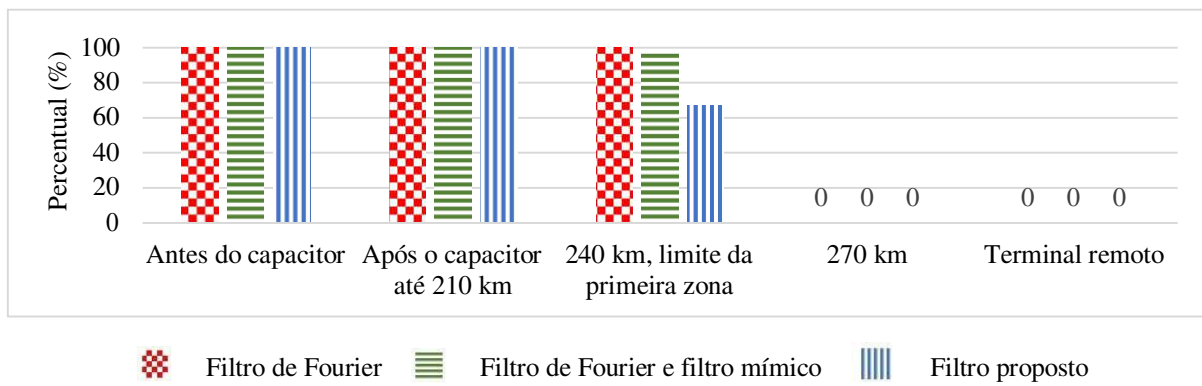
Fonte: própria autoria.

Na Figura 53, nota-se que o método de Fourier gerou identificações positivas na barra remota. O método de Fourier associado ao filtro de Benmouyal apresentou identificações

positiva além da especificação de primeira zona. O método proposto apresentou um melhor desempenho no sentido de evitar identificações positivas além do limiar de primeira zona.

Na Figura 54 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 26.

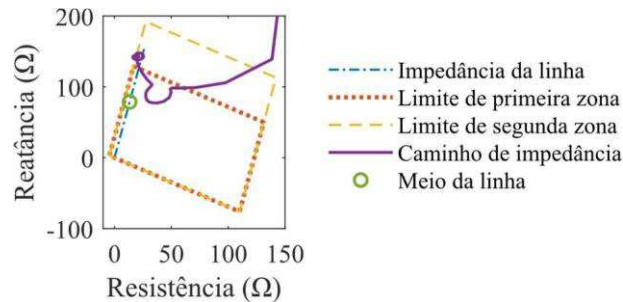
Figura 54. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 26.



Fonte: própria autoria.

Na Figura 54 verifica-se que todos os métodos apresentaram um desempenho semelhante no sentido de que todos apresentaram identificações positivas até o limiar de primeira zona. O método proposto apresentou uma quantidade menor de identificações positivas para essa distância. Houve atuação do centelhador para alguns casos simulados, mas isso não comprometeu o funcionamento da identificação de zona. Um exemplo de gráfico de caminho de impedância para um dos casos em que ocorreu atuação do centelhador está na Figura 55. O tempo de ocorrência desse caso foi de 100 ms e o ângulo de carregamento foi de  $-50^\circ$  e o local foi imediatamente depois do capacitor no sentido de referência do relé do terminal receptor. O que aconteceu foi que o caminho de impedância estava se dirigindo para a impedância do meio da linha, mas depois da atuação do centelhador ele convergiu para um valor fora da região delimitada para a primeira zona.

Figura 55. Gráfico de caminho de impedância para o relé do terminal receptor no caso de curto-circuito do tipo  $\text{BC}$  imediatamente depois do capacitor sistema da Figura 26.



Fonte: própria autoria.

Para o projeto do filtro digital do relé do terminal emissor do mesmo sistema referentes a curtos-circuitos desta vez do tipo  $\text{BC}$  foram simulados casos de curto-circuito na barra  $B_2$  considerando as mesmas variações de ângulo de incidência e ângulo de carregamento do projeto do filtro para defeitos do tipo  $\text{BC}$ . A resistência de curto-circuito considerada foi de  $0,2 \Omega$ . Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 17. Para o projeto do relé do terminal receptor as condições foram as mesmas exceto que o curto-circuito ocorreu na barra  $B_1$ . Os resultados dos parâmetros estão expressos na mesma tabela.

Tabela 17. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 26 para curtos-circuitos do tipo  $\text{BC}$ .

Emissor		Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)	Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0005	0	0,0036
34,6422	0,0315	42,6503	0,0180
101,2397	0,1181	104,0908	0,0146
200,6046	0,0237	158,9105	0,0495
221,0424	0,0697	210,2105	-0,4439
255,2499	0,0646	255,6759	0,1325
296,1130	0,0071	355,0566	-0,8487
378,9366	7,7886	396,9188	0,1360
420,0922	0,2268	418,6031	0,0267
480	0,0151	421,1943	0,0153
		480	0,0010

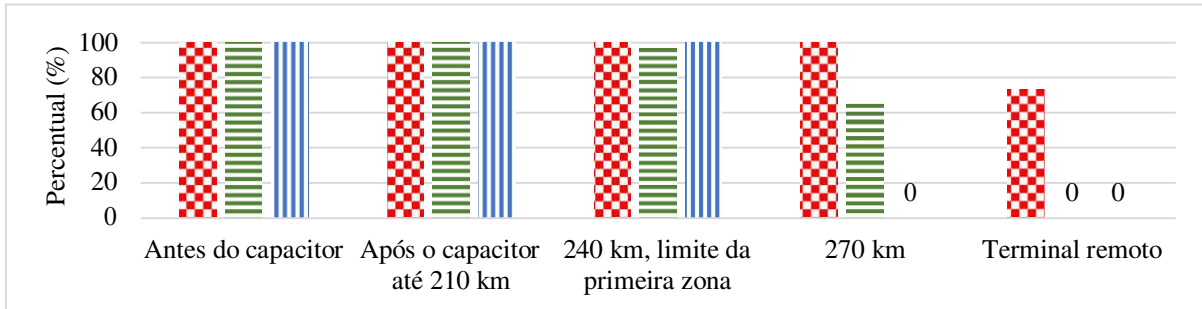
Fonte: própria autoria.

Na Figura 56 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\text{BC}$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da

linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 26.

Figura 56. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da

Figura 26.



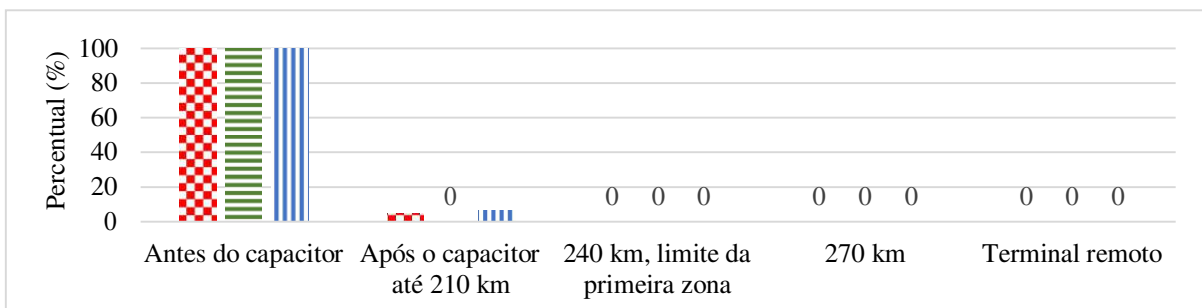
Filtro de Fourier  
  Filtro de Fourier e filtro mímico  
  Filtro proposto

Fonte: própria autoria.

Na Figura 56, nota-se que o método de Fourier gerou identificações positivas até a barra remota. O método proposto apresentou identificações positivas até uma distância menor portanto foi superior no sentido de evitar identificações positivas além do limiar especificado.

Na Figura 57 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 26.

Figura 57. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 26.



Filtro de Fourier  
  Filtro de Fourier e filtro mímico  
  Filtro proposto

Fonte: própria autoria.

Na Figura 57 verifica-se que todos os métodos apresentaram um desempenho semelhante no sentido de que todos não apresentaram identificações positivas além do limiar de primeira zona.

Para o projeto do filtro digital do relé do terminal emissor do sistema da Figura 27 (capacitor no terminal receptor) referentes a curtos-circuitos do tipo  $\text{B}_2$  foram simulados casos de curto-circuito na barra  $B_2$  considerando as mesmas variações de ângulo de incidência e ângulo de carregamento do projeto do filtro para defeitos do tipo  $\text{B}_2$  do sistema da Figura 25. A resistência de curto-circuito considerada foi de  $0,2 \Omega$ . Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 18. Para o projeto do relé do terminal receptor as condições foram as mesmas exceto que o curto-circuito ocorreu na barra  $B_1$ . Os resultados dos parâmetros estão expressos na mesma tabela.

Tabela 18. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 27 para curtos-circuitos do tipo  $\text{B}_2$ .

Emissor		Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)	Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0014	0	0,0123
33,6392	0,0301	40,0361	0,0218
103,5707	0,0326	103,2976	0,0215
192,7918	0,0221	187,6178	0,0182
222,1127	0,0585	219,1472	-0,6557
254,5491	0,0568	261,2721	0,2438
325,2726	0,0102	366,9107	0,0240
380,2553	0,0448	404,1919	0,0325
428,4094	0,0373	427,3174	0,2359
464,5655	0,0070	436,4442	0,0131
480	0,0234	480	0,0008

Fonte: própria autoria.

O projeto do filtro para o relé do terminal emissor foi feito, desta vez considerando no projeto casos de curto-circuito imediatamente antes do capacitor. Os novos parâmetros obtidos estão na Tabela 19.

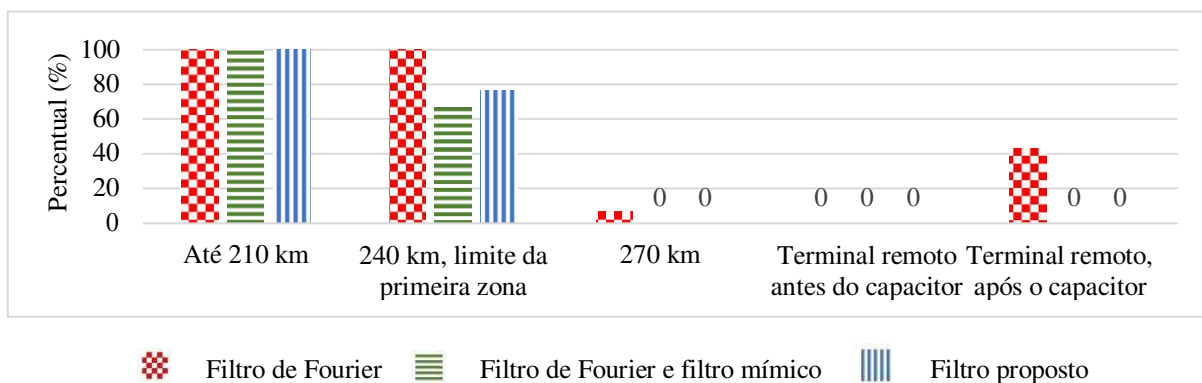
Tabela 19. Parâmetros do filtro alternativo de relé do sistema da Figura 27 para curtos-circuitos do tipo  $\square\square$ .

Emissor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0082
26,4594	0,0186
108,4327	0,0066
181,2991	0,0385
229,5272	0,0267
264,4475	0,0130
315,3745	0,0208
384,8856	0,0904
436,5593	-0,0091
470,0335	0,0138
480	0,0299

Fonte: própria autoria.

Na Figura 58 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foi considerado o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 27.

Figura 58. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da Figura 27.



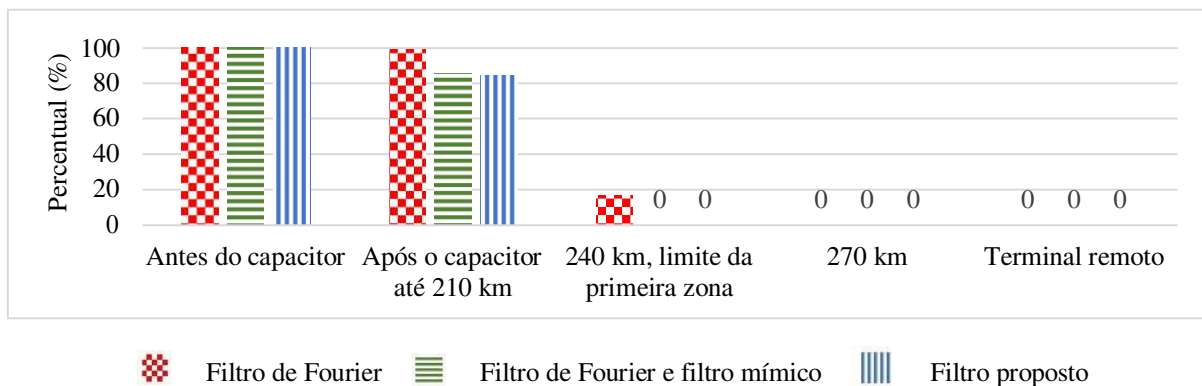
Fonte: própria autoria.

Nota-se na Figura 58 que apenas o método de Fourier gerou identificações positivas no terminal remoto depois do capacitor. Imediatamente antes do capacitor não aconteceram identificações positivas, o que pode acontecer pelo fato do capacitor ser um ponto de

descontinuidade. O filtro de Fourier foi o único que apresentou identificações positivas para além do limite especificado de primeira zona.

Na Figura 59 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foi considerado o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 27.

Figura 59. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 27.



Fonte: própria autoria.

Nota-se na Figura 59 que o método de Fourier apresentou identificações positivas até uma distância maior que os outros métodos, sendo essas identificações até o limite especificado de primeira zona considerando o passo de distância utilizado.

Para o projeto do filtro digital do relé do terminal emissor do mesmo sistema referentes a curtos-circuitos desta vez do tipo  $\square\square$  foram simulados casos de curto-circuito na barra  $B_2$  considerando as mesmas variações de ângulo de incidência e ângulo de carregamento do projeto do filtro para defeitos do tipo  $\square\square$ . A resistência de curto-circuito considerada foi de  $0,2 \Omega$ . Os resultados dos parâmetros calculados estão expressos na Tabela 20. Para o projeto do relé do terminal receptor as condições foram as mesmas exceto que o curto-circuito ocorreu na barra  $B_1$ . Os resultados dos parâmetros estão expressos na mesma tabela.



Tabela 20. Parâmetros dos filtros dos relés do sistema da Figura 27 para curtos-circuitos do tipo  $\square\square$ .

Emissor		Receptor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)	Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0018	0	0,0033
34,0884	0,0314	41,3770	0,0117
101,9251	0,0849	102,0953	0,0098
188,7222	0,0315	160,4329	0,1809
222,4019	0,0979	204,1058	0,2924
255,8554	0,0733	249,2014	0,0617
304,7366	0,0376	319,7783	0,0360
382,3891	0,2799	381,6706	0,1023
421,0417	0,1938	412,6109	0,0230
480	0,0239	421,3726	0,0229
		480	0,0032

Fonte: própria autoria.

O projeto do filtro para o relé do terminal emissor foi refeito, desta vez considerando no projeto casos de curto-circuito imediatamente antes do capacitor. Os novos parâmetros obtidos estão na Tabela 21.

Tabela 21. Parâmetros do filtro alternativo de relé do sistema da Figura 27 para curtos-circuitos do tipo  $\square\square$ .

Emissor	
Frequência (Hz)	Constante de tempo (s)
0	0,0082
39,3630	0,0150
121,2441	-0,0296
192,9652	-0,0752
232,7085	0,0219
271,9708	0,0449
327,8084	0,0292
391,9791	0,2133
419,8743	0,1289
426,1739	0,0199
480	0,0200

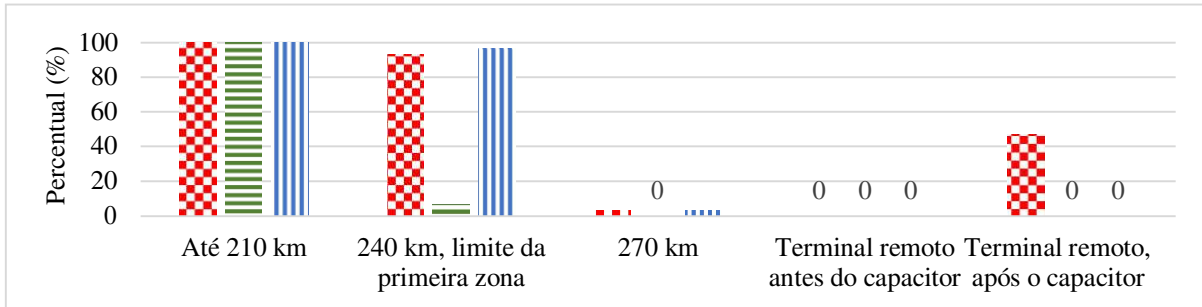
Fonte: própria autoria.

Na Figura 60 é apresentado o gráfico de barras do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência, o carregamento da

linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal emissor e o sistema da Figura 27.

Figura 60. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o ângulo de carregamento da linha para o relé do terminal emissor do sistema da

Figura 27.



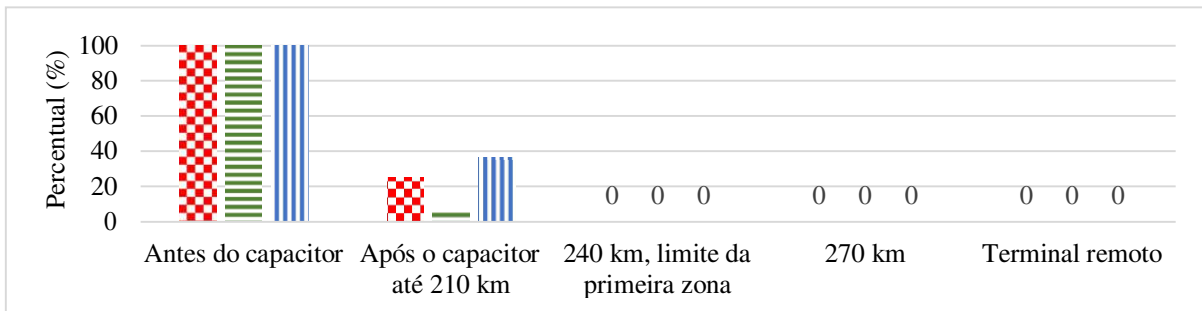
Filtro de Fourier  
  Filtro de Fourier e filtro mímico  
  Filtro proposto

Fonte: própria autoria.

Na Figura 60 nota-se que o método de Fourier foi o único que apresentou identificações positivas no terminal remoto depois do capacitor. Os métodos de Fourier e proposto foram os que apresentaram identificações positivas para curtos-circuitos mais distantes.

Na Figura 61 é apresentado o gráfico do percentual de identificação do curto-circuito como pertencente à primeira zona para casos do tipo  $\square\square$  variando o local de ocorrência do curto-circuito na linha protegida, o instante de ocorrência e o carregamento da linha, mas não a resistência do curto-circuito. Foram considerados o relé do terminal receptor e o sistema da Figura 27.

Figura 61. Percentual de identificação positiva em primeira zona variando a distância, o instante de ocorrência do curto-circuito do tipo  $\square\square$  e o carregamento da linha para o relé do terminal receptor do sistema da Figura 27.



Filtro de Fourier  
  Filtro de Fourier e filtro mímico  
  Filtro proposto

Fonte: própria autoria.

Nota-se na Figura 61 que todos os métodos apresentaram identificações positivas até uma mesma distância considerando o passo que foi utilizado. Nenhum dos métodos apresentou identificações positivas além do limiar especificado de primeira zona.

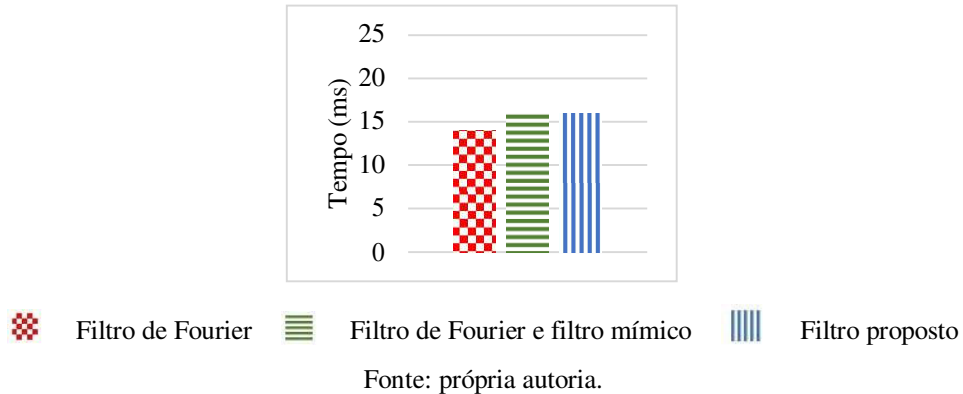
Nota-se que, referindo-se ao relé do terminal emissor e para todos os conjuntos de casos de curtos-circuitos apresentados neste capítulo para o capacitor no terminal emissor ou no meio da linha, o uso do método de Fourier provocou identificações positivas até o terminal remoto. Isso ocorre devido a uma trajetória do caminho de impedância expansiva em torno do valor final, o que faz com que os valores estimados passem provisoriamente pela região dos números complexos definidos para primeira zona. Nessas circunstâncias, o método proposto apresentou um desempenho melhor do que os demais comparados no sentido de evitar identificações positivas além do limiar de primeira zona. A máxima distância de ocorrência de identificação positiva foi menor para o método proposto comparado aos demais para a maioria dos conjuntos de casos apresentados. Apenas para um conjunto de casos o método gerou identificações positivas até uma mesma distância, mas para essa distância o percentual de identificações positivas foi menor. Assim, o uso do método proposto evita sobrealcances. Para a maioria dos conjuntos de casos mostrados, o método proposto não fez extrapolar o limite especificado de primeira zona.

Para o relé do terminal receptor houve casos em que os três métodos apresentaram iguais desempenhos e houve casos em que apresentaram desempenhos diferentes. A vantagem do método proposto não foi geral pelo fato de não haver uma tendência de trajetória em espiral expansiva o suficiente para gerar identificações positivas indevidas. Entende-se que a reatância da linha em série com a reatância da fonte  $S_2$  não foi elevada o suficiente para provocar esse efeito. Os casos envolvendo o capacitor no terminal receptor referindo-se as medições do relé do terminal emissor se equiparam a esses casos porque o capacitor é um ponto de descontinuidade e imediatamente antes não existe a tendência de trajetória em espiral acentuada que gera identificações positivas.

Foram calculados os tempos médios para a identificação positiva em primeira zona pela unidade  $\frac{1}{2}$  do relé do terminal da barra  $B_1$ . Valores aproximados estão expressos na Figura 62. Os casos são referentes ao sistema da Figura 25 variando o instante de incidência do curto-circuito de 100 ms a 107,5 ms em passos de 0,83 ms, variando o ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_2$  de  $-60^\circ$  a  $-40^\circ$ , considerando um ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_1$  igual a  $0^\circ$ , considerando uma resistência de curto-circuito de  $0,2 \Omega$  variando o local de ocorrência do curto-circuito. Os locais foram imediatamente antes do capacitor, imediatamente depois do capacitor e ao longo

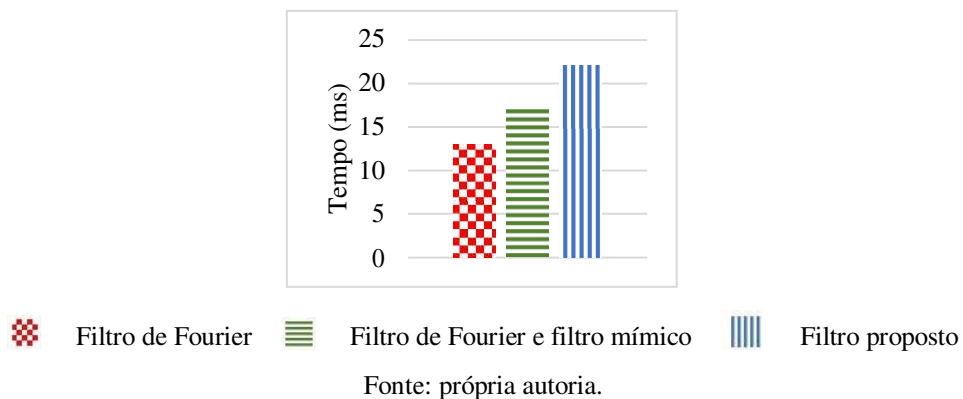
da linha em passos de 30 km até uma distância de 210 km do terminal emissor. O motivo de considerar até 210 km é se restringir aos casos efetivamente pertencentes à primeira zona.

Figura 62. Tempo médio de identificação do curto-circuito para relé do terminal emissor variando ângulo de incidência do curto-circuito, carregamento da linha e distância de ocorrência, sendo os defeitos na primeira zona da linha protegida e o sistema da Figura 25.



Foram calculados os tempos médios para a identificação positiva em primeira zona pela unidade  $22$  do relé do terminal da barra  $B_2$ . Valores aproximados estão expressos na Figura 63. Os casos são referentes ao sistema da Figura 25 variando o instante de incidência do curto-circuito de 100 ms a 107,5 ms em passos de 0,83 ms, variando o ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_2$  de  $-60^\circ$  a  $-40^\circ$ , considerando um ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_1$  igual a  $0^\circ$ , considerando uma resistência de curto-circuito de  $0,2 \Omega$  variando o local de ocorrência do curto-circuito. Os locais foram do terminal receptor até uma distância de 210 km desse terminal.

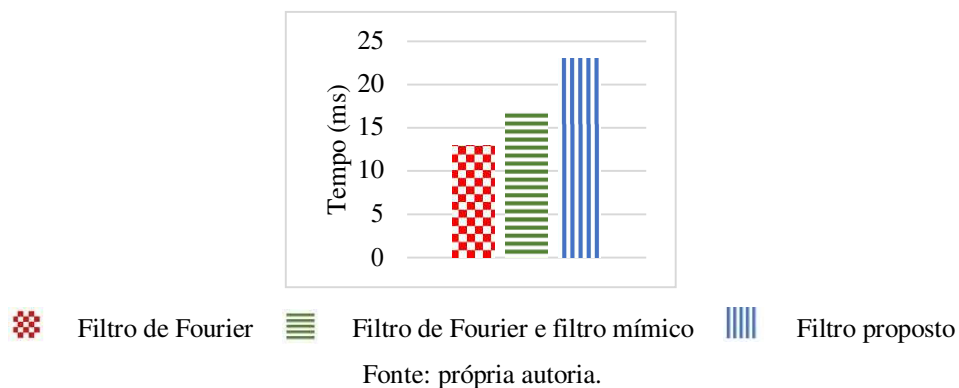
Figura 63. Tempo médio de identificação do curto-circuito para relé do terminal receptor variando ângulo de incidência do curto-circuito, carregamento da linha e distância de ocorrência, sendo os defeitos na primeira zona da linha protegida e o sistema da Figura 25.



Foram calculados os tempos médios para a identificação positiva em primeira zona pela unidade  $22$  do relé do terminal da barra  $B_1$ . Valores aproximados estão expressos na

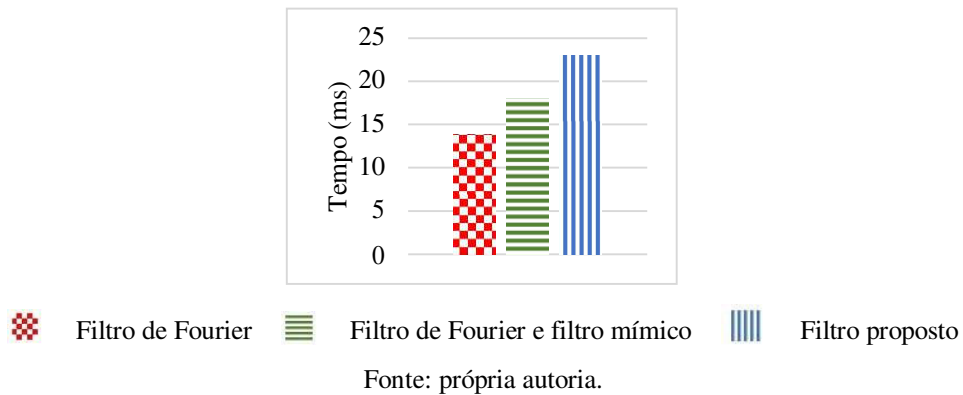
Figura 64. Os casos são referentes ao sistema da Figura 26 variando o instante de incidência do curto-circuito de 100 ms a 107,5 ms em passos de 0,83 ms, variando o ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_2$  de  $-60^\circ$  a  $-40^\circ$ , considerando um ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_1$  igual a  $0^\circ$ , considerando uma resistência de curto-circuito de  $0,2 \Omega$  variando o local de ocorrência do curto-circuito. Os locais foram do terminal emissor até imediatamente antes do capacitor em passos de 30 km e de imediatamente depois do capacitor até uma distância de 210 km do terminal emissor.

Figura 64. Tempo médio de identificação do curto-circuito para relé do terminal emissor variando ângulo de incidência do curto-circuito, carregamento da linha e distância de ocorrência, sendo os defeitos na primeira zona da linha protegida e o sistema da Figura 26.



Foram calculados os tempos médios para a identificação positiva em primeira zona pela unidade  $\varphi\varphi$  do relé do terminal da barra  $B_2$ . Valores aproximados estão expressos na Figura 65. Os casos são referentes ao sistema da Figura 26 variando o instante de incidência do curto-circuito de 100 ms a 107,5 ms em passos de 0,83 ms, variando o ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_2$  de  $-60^\circ$  a  $-40^\circ$ , considerando um ângulo da fase  $\varphi$  da fonte  $S_1$  igual a  $0^\circ$ , considerando uma resistência de curto-circuito de  $0,2 \Omega$  variando o local de ocorrência do curto-circuito. Os locais foram do terminal emissor até imediatamente antes do capacitor em passos de 30 km e de imediatamente depois do capacitor até uma distância de 210 km do terminal receptor.

Figura 65. Tempo médio de identificação do curto-circuito para relé do terminal receptor variando ângulo de incidência do curto-circuito, carregamento da linha e distância de ocorrência, sendo os defeitos na primeira zona da linha protegida e o sistema da Figura 26.



Para todos os quatro conjuntos de resultados mostrados, o método proposto apresentou um tempo de identificação positiva em primeira zona dentro da faixa de valores esperados, estando contido nos dois ciclos iniciais (33,33 ms) após o instante de início do defeito. Para ter uma referência, Campos (2016a) apresentou o tempo de envio do sinal de *trip*, quando ocorre, para diferentes casos simulados de curto-circuito variando as circunstâncias do defeito e o método de cálculo de fasor em linhas de transmissão sem compensação em série e em alguns casos eles passam de 30 ms, mas não superam 35 ms. Campos considerou o tempo medido a partir do instante de ocorrência do curto-circuito. Segundo Phadke e Thorp (2009), o tempo de operação em primeira zona dura aproximadamente de um a dois ciclos. O tempo de atuação do método proposto pode ainda ser otimizado variando a quantidade de filtros utilizados para compor as cascatas. O limite para se ter um compromisso entre segurança e rapidez deve ser verificado em um estudo de otimização, sugerido como trabalho futuro.

O algoritmo de Fourier é o que apresenta o menor tempo de identificação positiva em primeira zona. Isso é condizente com o fato de que esse filtro é o que apresenta a menor ordem dentre os utilizados, demorando menos tempo a se desvencilhar da influência da inicialização do filtro. O filtro de Fourier associado ao filtro mímico é o que apresenta o segundo menor tempo, chegando em um dos conjuntos de resultados a ficar próximo do filtro proposto.

# Capítulo 6

## Conclusões

Neste trabalho, foi proposto um método de cálculo de fasores para uso na proteção de distância de linhas de transmissão com compensação em série. O intuito era contribuir especificamente com o desempenho dessa função de proteção em linhas com o tipo de compensação mencionado. O método consiste no uso de cascatas de filtros digitais não recursivos, lineares e invariantes no tempo, o que permite que o método seja facilmente programado e adaptado. Os valores dos parâmetros dos filtros do método proposto nesta tese são obtidos previamente a partir de amostras de correntes de curto-circuito na barra remota utilizando análise de Prony.

Para avaliar o funcionamento do método proposto foram feitas simulações computacionais. Foram mostradas situações em que os outros métodos comparados apresentaram um caminho de impedância com raio de espiral acentuado em torno do valor final, enquanto o método proposto não possui essa característica, sendo vantajoso, pois uma trajetória em espiral mais expansiva em torno do valor final pode passar pela região de primeira zona no plano dos números complexos, tendendo a gerar sobrealcance. Essas situações eram de defeitos em barras remotas ao terminal do relé, sendo importante, pois a barra remota é um limiar de sobrealcances graves para a coordenação da proteção. Nos exemplos mostrados, o relé do terminal emissor estava associado a um caminho expansivo que passa pela região de primeira zona para curtos-circuitos no terminal remoto, já o relé do terminal receptor não está associado a essa característica. Para as situações em que o método de Fourier gerou uma trajetória em espiral expansiva que gera identificações positivas com o capacitor no terminal emissor ou no meio da linha o método proposto apresentou um desempenho melhor no sentido de evitar identificações positivas para curtos-circuitos além do limite especificado de primeira zona. Assim, conclui-se que o uso do método proposto tende a evitar sobrealcance devido à trajetória em espiral acentuada do caminho de impedância.

No método proposto, durante a execução das rotinas de proteção os cálculos realizados utilizam apenas filtros digitais não recursivos lineares e invariantes no tempo, diferentemente de outros métodos que requerem cálculos adicionais que tornam os métodos não

lineares. O filtro completo do método proposto é estável e apresentou uma resposta em frequência compatível nos exemplos mostrados. O método proposto precisa ser parametrizado, mas isso pode ser considerado um problema à parte. Verificou-se que o tempo médio de identificação em primeira zona do método proposto, em situações em que ocorre, ficou dentro da faixa de valores esperados, apesar de que o tempo médio foi maior que o dos demais para alguns conjuntos de casos.

O método proposto apresentou vantagens e pode ser aprimorado em trabalhos posteriores, permitindo classificá-lo como promissor. Como trabalhos futuros seguindo a linha desta tese são sugeridos:

- Otimização do método proposto;
- Proposição de versão adaptativa do método proposto;
- Análise comparativa do método proposto com outros métodos de cálculos de fasores;
- Proposição de método de cálculo de fasores para uso na proteção de distância de linhas de transmissão com compensação capacitiva em série controlada por tiristores.

Com relação à primeira sugestão, pode-se investigar qual a melhor ordem do filtro completo a ser utilizada. A ordem do filtro varia com a quantidade de blocos da cascata. Pode-se verificar quais são eventuais componentes dos sinais estimadas pelo método de Prony que podem ser desconsideradas por terem rápido amortecimento ou baixa amplitude. A ordem do filtro também pode ser alterada modificando a quantidade de componentes do sinal do modelo assumido na aplicação do algoritmo de Prony. A ordem do filtro considerada interfere no tempo de identificação como pertencente à primeira zona e também na complexidade numérica do método, portanto convém testar diferentes ordens. Deve-se verificar o quanto a ordem do filtro pode ser reduzida mantendo o funcionamento satisfatório do algoritmo. O foco da tese foi a proposição do método e a otimização é um processo que vai além, sendo, portanto, deixado como trabalho futuro.

Acerca da segunda sugestão, considera-se como versão adaptativa do método a utilização de algum procedimento para calcular os parâmetros do sinal e atualizá-los durante a execução da rotina de estimação dos fasores, já que o melhor funcionamento do filtro é quando os parâmetros são os mesmos do modelo do sinal. Com essa modificação deseja-se uma melhoria geral de desempenho, sem precisar restringir a parametrização a uma condição de curto-circuito específica. A versão adaptativa é um aperfeiçoamento e, por isso, deixada para trabalhos futuros.



A terceira sugestão é justificada pela diversidade de métodos de cálculos de fasores na literatura. Com suas diferenças de funcionamento convém buscar o que traz melhor desempenho à proteção de distância.

A quarta sugestão se justifica pelo fato de que os bancos de capacitores controlados diferem dos bancos de capacitores fixos, já que possuem uma indutância total variável, podendo interferir na proteção. Nesta tese, foi dada atenção à compensação fixa em série por ser uma condição de menor complexidade. É conveniente focar-se em problemas menos complexos para após resolvidos partir para problemas mais complexos e, por isso, o problema foi sugerido para ser investigado em trabalho futuro. O método pode ser uma adaptação do método proposto nesta tese.

Nos estudos futuros pode-se utilizar conjuntamente ao cálculo de fasores outros algoritmos, como um método para verificar se o curto-circuito foi antes do capacitor, o que é útil para saber se o capacitor precisa ser considerado no cálculo da impedância de sequência positiva. Pode-se fazer e testar um projeto único de filtro para todos os tipos de curto-circuito quanto às fases envolvidas visando simplificação e diminuição do esforço computacional.

# Referências

- Adly, A. R.; Aleem, S. H. E. A.; Elsadd, M. A.; Ali Z. M. **Wavelet packet transform applied to a series-compensated line: a novel scheme for fault identification.** Measurement, 2020.
- Allahbakhshi, M.; Tadjinian, M.; Seifi, A. R.; Jahromi, M. Z.; Bagheri, A. **Hybrid approach for immunization of DFT-based phasor estimation method against decaying DC component.** IET Science, Measurement & Technology, 2018.
- Anderson, P. M.; Farmer, R. G. **Series compensation of power systems.** PBLSH! Estados Unidos da América, 1996.
- Augustine, A. G.; Naidu, O. D. **A novel fault section identification for a series-compensated transmission line.** 8<sup>th</sup> International Conference on Power Systems, Jaipur, Índia, 2019.
- Bains, T. P. S.; Zadeh, M. R. D. **Enhanced phasor estimation technique for fault location in series compensated lines.** IEEE Transaction on power delivery, vol. 30, número 4, 2015.
- Baradar, M.; Afsharnia, S.; Sanaye-Pasand, M. **A fast method for fault section identification in series compensated transmission lines.** 9th International Conference on Environment and Electrical Engineering, 2010
- Barros, D. T. **Aprimoramento de técnica de chaveamento controlado de linhas de transmissão com compensação série.** Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, julho de 2018.
- Benmouyal, G. **Removal of DC-offset in current waveforms using digital mimic filter.** IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 10, 1995.
- Bernard, L.; Goondram, S.; Bahrani, B.; Pantelous, A. A.; Razzaghi, R. **Harmonic and interharmonic phasor estimation using matrix pencil method for phasor measurement units.** IEEE Sensors Journal, vol. 21, no. 2, 2021.
- Campos, A. K. X. S. **Um novo método de estimação fasorial para uso em relés digitais de proteção.** Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, outubro de 2016.

- Campos, J. T. L. S. **Metodologia para avaliação de algoritmos utilizado na proteção de distância**. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, setembro de 2016.
- Campos, R. C.; Ferreira, C.; Mendes, P. P. C. **Aplicação de capacitores série protegidos por tiristores em sistemas de potência**. XIX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Rio de Janeiro, outubro de 2007.
- Costa, T. B. **Identificação de modos eletromecânicos e formas modais utilizando dados sincronizados**. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, março de 2014.
- Davydova, N.; Shchetinin, D.; Hug, G. **Optimization of first zone boundary of adaptive distance protection for flexible transmission lines**. Power System Computation Conference, Dublin, Irlanda, 2018.
- Gu, J.; Shen, K.; Yu, S.; Yu, C.; **Removal of dc offset and subsynchronous resonance in current signals for series compensated transmission lines using a novel Fourier filter algorithm**. Electric Power System Research, Elsevier, vol. 76, página 327, 2006.
- Guajardo, L. A. T.; Conde E., A.; Leonowicz, Z. **Application of the Prony method for compensation of errors in distance relays**. 12<sup>th</sup> International Conference on Environment and Electrical Engineering, Wroclaw, Polônia, 2013.
- Guajardo, L. A. T. **Prony filter vs conventional filter for distance protection relays**. Electric Power System Research, 2016.
- Guzmán, A.; Mooney, J.; Benmouyal, G.; Fisher, N.; Kastenny, B. **Transmission line protection system for increasing power system requirements**. Modern Electric Power System, Wroclaw, Polônia, 2010.
- Hart, D. G.; Novosel, D.; Smith, R. A. **Modified cosine filters**. Depósito: 15 de abril de 1998. Depositante: ABB Power T&D Co. Inc. Concessão e publicação: 28 de novembro de 2000.
- Hwang, J. K. **Improvement of phasor estimation accuracy by Prony-based identification of two decaying DC components**. IEEE Power & Energy Society General Meeting, 2019.

- Izykowski, J.; Mazniewski, P.; Rosolowski, E.; Balcerek, P.; Fulczyc, M. **ATP-EMTP investigation of detection of fault position with respect to the compensating bank in series compensated line by determining the contents of dc components in phase currents.** International Conference on Power System Transients, Kyoto, Japão, junho de 2009.
- Jafarpishek, B.; Madani, S. M.; Parvaresh, F. **Phasor estimation algorithm based on complex frequency filters for digital relaying.** IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2018.
- Jena, P.; Pradhan, A. K. **A positive sequence directional relaying algorithm for series-compensated line.** IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 25, 2010.
- Khadke, P.; Patne, N.; Singh A.; Shinde, G. **A soft computing scheme incorporating ANN and MOV energy in fault detection, classification and distance estimation of EHV transmission line with FSC.** SpringerPlus, vol. 5, 2016.
- Kothari, N. H. Bhalja, B. R. Pandya, V. Tripathi, P. **Support vector machine based fault classification and fault section identification scheme in thyristor controlled series compensated transmission lines.** 2020.
- Kumar, M.; Gupta, H. O. **Adaptive decision making algorithm for protection of series capacitor compensated line.** Applied Mechanics and Materials, vol. 110-116, páginas 2442 a 2447, outubro de 2011.
- Kušljević, M. D. **A Simple method for design of adaptive filters for sinusoidal signals.** IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements, 2008.
- Lopes, F.V.; Silva Jr., C. A.; Fernandes Jr., D.; Neves, W. L. A.; Cardoso, L. F.; Pesente, J.; Otto, R. B. **Redução de erros na estimação fasorial de tensão via correção dos sinais secundários de transformadores de potencial capacitivos.** IV Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, Goiânia, maio de 2012.
- Lopes, F.V.; Souza Jr., F. C.; Santos, W. C.; Nascimento, J. P.; Costa, C. A. B.; Costa, F. B.; Neves, W. L. A.; Souza, B. A.; Brito, N. S. D.; Fernandes Jr., D.; Moraes, S. R. D. **Uma metodologia baseada nos programas ATP e CAPE para estudo e validação de funções de proteção.** XX Congresso Brasileiro de Automática, Belo Horizonte, setembro de 2014.

- Lu, D.; Liu, Y.; Wang, B.; Xing, Y. **Generalized phasor estimation method based on DFT with DC offset mitigation**. Power and Energy Society General Meeting, 2021.
- Machado, E. P. **Compensação dinâmica de transitórios de baixa frequência de transformadores de potencial capacitivo para otimização da proteção de linhas de transmissão**. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, dezembro de 2013.
- Meyar-naimi, H. **A new fuzzy fault locator for series compensated transmission lines**. 11<sup>th</sup> International Conference on Environment and Electrical Engineering, Veneza, Itália, 2012.
- Moura, D. S.; Moreira, F. A.; Silva, K. M.; **Effects of subharmonic frequencies in phasor estimation algorithms for distance protection of series compensated transmission lines**. International Conference on Power System Transients, Vancouver, Canadá, julho de 2013.
- Oppenheim, A. V.; Willsky, A. S.; Nawab, S. H. **Signals & systems**. Segunda edição, Prentice Hall, 1997.
- Parikh, U. B.; Das, B.; Maheshwari, R. P. **Combined wavelet-SVM technique for fault zone detection in a series compensated transmission line**. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 23, no. 4, 2008.
- Phadke, A. G.; Thorp, J. S. **Computer relaying for power systems**. Segunda edição, Research Studies Press Limited, John Wiley & Sons Ltd., 2009.
- Razavi, A. A.; Samet, H. **Algorithms for fault zone detection in series-compensated transmission lines**. IET Generation, Transmission and Distribution, vol. 9, 2015.
- Rezaei, S. **Adaptive algorithm in distance relay compatible with smart grid requirements during subsynchronous resonance in transmission line**. IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering, 2019.
- Rubeena, R.; Zadeh, M. R. D.; Bains, T. P. S. **An accurate offline phasor estimation for fault location in series-compensated lines**. IEEE Transactions on Power Delivery, 2014.
- Silva, K. M. **Estimação de fasores baseado na transformada wavelet para uso da proteção de distância de linhas de transmissão**. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, abril de 2009.

- Saha, M. M.; Kastenny, B.; Rosolowsky, E.; Izykowski, J. **First zone algorithm for protection of series compensated transmission lines.** IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 16, n.º. 2, abril de 2001.
- Saha, M. M.; Rosolowsky, E.; Izykowski, J. **ATP-EMTP investigation of a new distance protection principle for series compensated lines.** International Conference on Power System Transients, Nova Orleans, Estados Unidos da América, 2003.
- Singh, A.; Parida, S. K. **Estimation of frequency and phasor using enhanced nonlinear least errors squares method for synchrophasor application.** Electric Power System Research, 2021.
- Summers, C. T. **Distance protection aspects of transmission lines equipped with series compensation capacitors.** Tese de mestrado, Faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virgínia, Estados Unidos da América, setembro de 1999.
- Taquire, N. G. R.; Leite, J. B.; Mantovani, J. R. S. **Localização de faltas em linhas de transmissão com compensação série.** XXI Congresso Brasileiro de Automática, Vitória, 2016.
- Yu, C. **A reiterative DFT to damp decaying DC and subsynchronous frequency components in fault current.** IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 21, outubro de 2006.
- Začević, Z.; Jokić, I.; Popović, T.; Krstajić, B. **An efficient phasor and frequency estimation algorithm for wide frequency range.** Electric Power System Research, 2019.
- Ziegler, G. **Numerical distance protection.** Quarta edição, Siemens, Alemanha, 2011.

# Apêndice A

De acordo com a teoria de progressão geométrica pode-se escrever o seguinte:

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^{2n} = \frac{r^{2\infty} - 1}{r^{2\infty} - 1} \quad (88)$$

Colocando termos em evidência pode-se escrever o seguinte:

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^{2n} = \frac{r^{2\infty} \left( \frac{r^{2\infty}}{2} - \frac{r^{2\infty}}{2} \right)}{\frac{r^{2\infty}}{2} - \frac{r^{2\infty}}{2}} \quad (89)$$

Tem-se ainda que

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^{2n} = r^{2\infty} \frac{1 + \frac{r^{2\infty}}{2}}{\frac{r^{2\infty}}{2}} \quad (90)$$

Tomando a parte real e imaginária, tem-se respectivamente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos(2n) = \frac{\cos\left(\frac{1 + \infty}{2}\right) \sin\left(\frac{\infty}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\infty}{2}\right)} \quad (91)$$

e

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(2n) = \frac{\sin\left(\frac{1 + \infty}{2}\right) \sin\left(\frac{\infty}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\infty}{2}\right)} \quad (92)$$

Para o caso de  $\eta$  ser igual a  $\theta$ , ou seja,  $2\infty/\infty$ , um dos fatores da Equação (91) é uma função seno aplicada ao valor  $\pi$ . O mesmo vale para a Equação (92). Assim,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos(2\theta) = 0 \quad (93)$$

e

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(2\theta) = 0. \quad (94)$$

Considerando-se

$$\sum_{n=1}^N \cos(n\theta + \gamma) = \cos(\gamma) \sum_{n=1}^N \cos(n\theta) - \sin(\gamma) \sum_{n=1}^N \sin(n\theta) \quad (95)$$

pode-se concluir que independentemente da fase a soma dos valores da senoide discreta é nulo.

Considera-se o seguinte:

$$\sum_{n=1}^N (-1)^{-n} \cos(n\theta) = \sum_{n=1}^N \cos(2n) \cos(n\theta). \quad (96)$$

Usando uma identidade trigonométrica tem-se o seguinte:

$$\sum_{n=1}^N (-1)^{-n} \cos(n\theta) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \cos(2(\theta + 2n)) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \cos(2(\theta - 2n)). \quad (97)$$

Usando a Equação (91), pode-se notar que, para  $N$  par, os somatórios do segundo membro da Equação (97) são nulos, pois o seno é aplicado a um múltiplo de  $\pi$ .

Considera-se agora o seguinte:

$$\sum_{n=1}^N (-1)^{-n} \sin(n\theta) = \sum_{n=1}^N \cos(2n) \sin(n\theta). \quad (98)$$

Usando uma identidade trigonométrica tem-se o seguinte:

$$\sum_{n=1}^N (-1)^{-n} \sin(n\theta) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sin(2(\theta + 2n)) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sin(2(\theta - 2n)). \quad (99)$$

Usando a Equação (92), pode-se notar que, para  $N$  par, os somatórios do segundo membro da Equação (99) são nulos, pois o seno é aplicado a um múltiplo de  $\pi$ .

Considera-se o seguinte:

$$\sum_{n=1}^N \left( \sum_{k=1}^n (-1)^{-k} \cos(k\theta) \right)^{-1} \sum_{k=1}^n (\cos(\theta 2k) \cos(n\theta) - \sin(\theta 2k) \cos(n\theta)), \quad (100)$$

sendo  $N$  um inteiro maior que um e menor que  $N/2$  ou o oposto desses números. Usando identidades trigonométricas pode-se desenvolver para o seguinte:

$$\sum_{n=1}^N \left( \sum_{k=1}^n (-1)^{-k} \cos(k\theta) \right)^{-1} \sum_{k=1}^n \cos(\theta(2k+1)n) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \cos(\theta(2k-1)n) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sin(\theta(2k+1)n) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sin(\theta(2k-1)n). \quad (101)$$



Usando as Equações (91) e (92), pode-se notar que os somatórios do segundo membro da Equação (101) são nulos, pois o seno é aplicado a um múltiplo de  $\pi$ .

Considera-se, finalmente, o seguinte:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2} \right)^n \sin(n\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos(\theta/2))^n \sin(n\theta) - \sin(\theta/2)^n \sin(n\theta)}{2} \quad (102)$$

Usando identidades trigonométricas pode-se desenvolver para o seguinte:

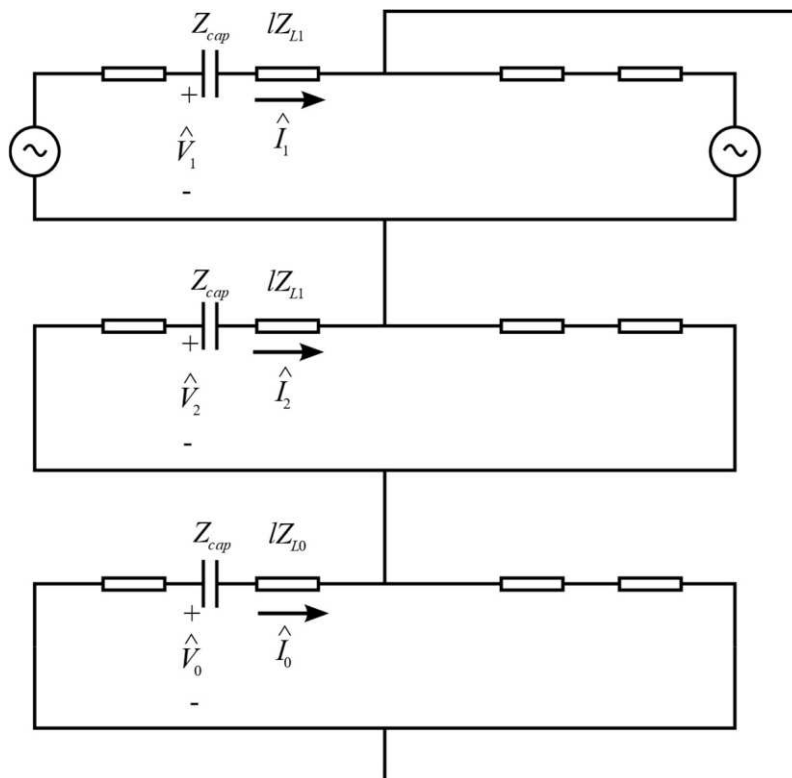
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2} \right)^n \sin(n\theta) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\theta(1+n)/2) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\theta(1-n)/2) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \cos(\theta(n+1)/2) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \cos(\theta(n-1)/2). \quad (103)$$

Usando as Equações (91) e (92), pode-se notar que os somatórios do segundo membro da Equação (103) são nulos, pois o seno é aplicado a um múltiplo de  $\pi$ .

# Apêndice B

Conforme a teoria de componentes simétricas, curtos-circuitos do tipo  $\Delta\Delta$  para linhas de transmissão com um capacitor trifásico simples no terminal emissor podem ser analisados pelo circuito da Figura 66, sendo  $\alpha$  a razão entre a distância do curto-circuito e a extensão total da linha.

Figura 66. Ligações de circuito de sequência para um curto-circuito do tipo  $\Delta\Delta$ .



Fonte: própria autoria.

Aplicando a lei de Kirchoff das tensões, tem-se

$$\begin{aligned}
 -\hat{V}_1 + \alpha^2 Z_{cap} \hat{I}_1 + \alpha Z_{L1} \hat{I}_1 - \hat{V}_2 + \alpha Z_{cap} \hat{I}_2 + \alpha Z_{L1} \hat{I}_2 - \hat{V}_0 + \alpha Z_{cap} \hat{I}_0 + \alpha Z_{L0} \hat{I}_0 = 0.
 \end{aligned}
 \tag{104}$$

Manipulando algebricamente, tem-se

$$\begin{aligned}
 \hat{V}_1 + \hat{V}_2 + \hat{V}_0 = \alpha^2 Z_{cap} (\hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_0) + \alpha Z_{L1} (\hat{I}_1 + \hat{I}_2) + \alpha Z_{L0} \hat{I}_0.
 \end{aligned}
 \tag{105}$$

Usando a Equação (5) e a transformação inversa de Fortescue, tem-se

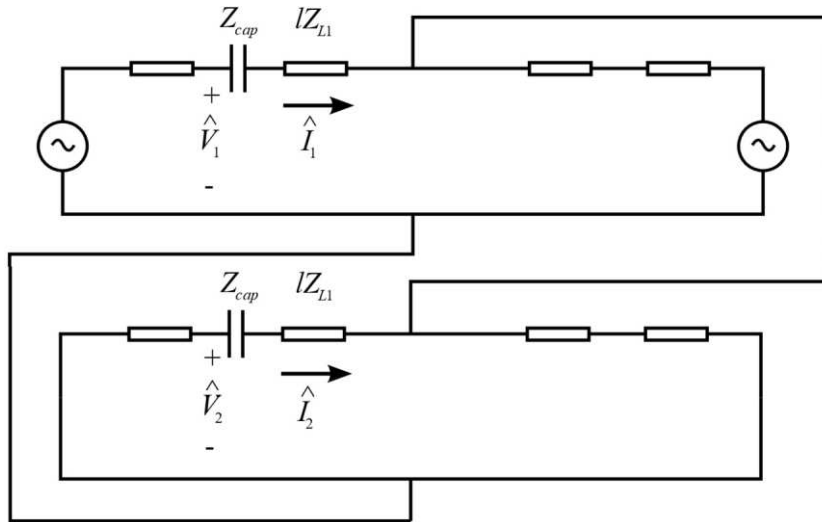
$$\hat{V}_1 = \hat{V}_2 + \hat{V}_0 \quad (106)$$

Finalmente, pode-se obter

$$\hat{V}_1 = \frac{\hat{V}_2}{Z_{L1} + Z_0} - \frac{\hat{V}_0}{Z_{L1} + Z_0} \quad (107)$$

Conforme a teoria de componentes simétricas, curtos-circuitos do tipo  $bc$  para linhas com um capacitor trifásico simples no terminal emissor podem ser analisados pelo circuito da Figura 67.

Figura 67. Ligações de circuito de sequência para um curto-circuito do tipo  $bc$ .



Fonte: própria autoria.

Aplicando a lei de Kirchoff das tensões, tem-se

$$-\hat{V}_1 + \hat{V}_2 + \hat{V}_0 = 0 \quad (108)$$

Manipulando algebricamente, tem-se

$$\frac{\hat{V}_1 - \hat{V}_2}{Z_{L1} - Z_0} = \frac{\hat{V}_0}{Z_{L1} + Z_0} \quad (109)$$

Por fim, usando a transformação inversa de Fortescue obtém-se

$$\hat{V}_0 = \frac{\hat{V}_1 - \hat{V}_2}{Z_{L1} - Z_0} \cdot \frac{Z_{L1} + Z_0}{3} \quad (110)$$