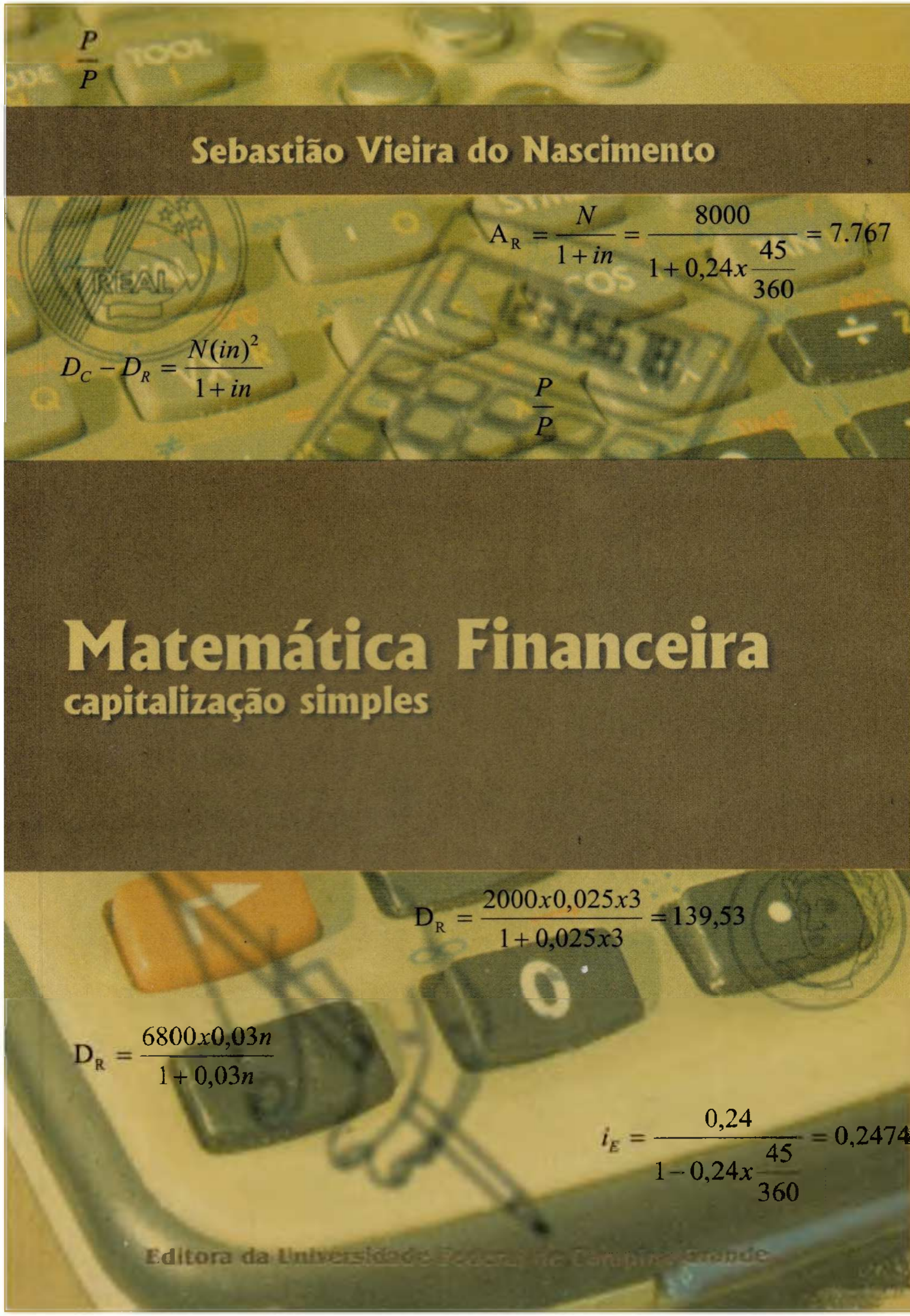
Sebastião Vieira do Nascimento



Matemática Financeira

capitalização simples

Editora da Universidade Federal de Campina Grande

Tentou-se escrever um livro de introdução à matemática financeira, que pudesse ser "digerido" cem por cento, sem excessivo esforço. Existem coisas tão repetitivas neste livro que chegam a ser chatas. Mas tudo foi feito de propósito. O excesso de clareza é preferível à sua falta. Nesse sentido, creio que não se exagerou, e se houve exagero, espera-se que ele sirva à aprendizagem. Nunca é demais reafirmar: a repetição é a mãe dos estudos.

Aqui você vai encontrar tudo o que sempre quis aprender sobre capitalização simples e nunca encontrou alguém que tivesse paciência para ensinar-lhe.

ISBN978-85-89674-31-7

EDUFCG

Editora da Universidade Federal de Campina Grande

Matemática Financeira
capitalização simples

EDUFCG

Editora da Universidade Federal de Campina Grande

Sebastião Vieira do Nascimento (Sebá)

Matemática Financeira
capitalização simples

1ª edição

EDUFCG

Editora da Universidade Federal de Campina Grande

Campina Grande
2008

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Biblioteca Central da UFCG

N244m
NASCIMENTO, Sebastião Vieira do
Matemática Financeira: capitalização simples / Sebastião Vieira do Nascimento. – Campina Grande : EDUFCG, 2008.
188 p.

ISBN 978-85-89674-31-7
1 - Matemática Financeira 2 - Matemática 3 - Juros Simples I - Título.

CDU - 51-7:336

Editora da Universidade Federal de Campina Grande

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Reitor
Thompson Fernandes Mariz

Vice-Reitor
José Edilson Amorim

EDITORA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE - EDUFCG

Prof. Dr. Antonio Clarindo Barbosa de Souza
Diretor Administrativo

Prof. Dr. Antonio Gomes da Silva
Diretor Comercial

Teófilo Viana
Edição eletrônica e Capa

EDUFCG
Rua Aprigio Veloso, 882 - Bodocongó - Caixa Postal: 10024
Campina Grande - Paraíba, CEP 58109-970
http://www.ufcg.edu.br/~edufcg

DEDICATÓRIA

AOS MEUS PAIS, Joaquim (in memoriam) e Maria (in memoriam), que me deram a VIDA com amor

À MINHA ESPOSA, Terezinha, que me dá amor para a VIDA

AOS MEUS FILHOS, Themístocles e Samara, que me dão ALEGRIA e AMOR

AGRADECIMENTO

A Deus, Ser supremo da nossa existência, dotando-me das aptidões necessárias para descobrir através dos números, os segredos da matemática financeira.

Como espiritualista, acredito que o homem criado à semelhança de Deus, manifesta, na sua imanência, poderes para descobrir algo no mundo para o qual viemos e um dia partiremos, após a nossa contribuição às gerações futuras.

PREFÁCIO

Quando o leitor (ou aluno) encontrar este livro numa determinada livraria, perguntará a si mesmo: se já existem, no mercado editorial, tantos livros que tratam de matemática financeira, por que mais um?

Já que existem vários motivos para uma pessoa escrever um livro, é difícil responder à pergunta acima. No meu caso, porém, existiam dois motivos fortes para escrever o presente livro. O primeiro, uma preocupação antiga com o que chamo certos autores de verdadeiros "estupradores" de cérebro. E o segundo, em virtude da literatura existente sobre matemática financeira apresentar livros excelentes em determinados tópicos ou incompletos em outros. Desse modo, torna-se necessário o leitor recorrer às diversas obras existentes para obter um embasamento total do assunto desejado.

A primeira preocupação levou-nos a escrever este livro para transmitir conhecimentos, e não para mostrá-los (o que é próprio dos "estupradores" de cérebro).

O segundo motivo levou-nos a uma tarefa árdua: incluir em um único volume, o que com algumas dificuldades encontra-se em vários livros de matemática financeira e apostilas para concursos.

Tentou-se escrever um livro de introdução à matemática financeira, que pudesse ser "digerido" cem por cento, sem excessivo esforço. Existem coisas tão repetitivas neste livro que chegam a ser chatas. Mas tudo foi feito de propósito. O excesso de clareza é preferível à sua falta. Nesse sentido, creio que não se exagerou, e se houve exagero, espera-se que ele sirva à aprendizagem. Nunca é demais reafirmar: a repetição é a mãe dos estudos.
Aqui você vai encontrar tudo o que sempre quis aprender sobre capitalização simples e nunca encontrou alguém que tivesse paciência para ensinar-lhe.

Os tópicos especiais em matemática financeira são assuntos que com algumas dificuldades encontram-se em vários livros de Matemática Financeira, Cálculo Financeiro ou Álgebra Financeira. Mesmo que nesses livros contenham métodos para tomadas de decisões, o leitor ainda poderá ter dificuldades. Por quê? Porque você não toma decisões dentro de uma biblioteca ou numa livraria. As decisões mais cruciais da sua vida talvez sejam tomadas nos lugares com bem pouco, ou mesmo nenhum material de referência. É mais provável que essas decisões sejam tomadas no seu carro, na sua casa, no seu escritório, na sala de conferência, nos quartos de hotéis ou na casa de um amigo. Ainda assim, esses são lugares onde se dispõe de menos recursos.

As ferramentas apresentadas, na orientação ao consumidor, são veículos poderosos para tomar decisões comuns a você e seus colegas. Elas irão melhorar a qualidade das decisões que você toma, e aumentar seu sucesso ao resolver os problemas e conquistar objetivos.

No tocante aos tópicos de matemática financeira, não há novidades. Mas ao tratar os assuntos, o leitor (ou aluno) notará que o autor procurou eliminar toda a simbologia excessiva, sem perda do essencial.

O livro é recomendado para acompanhamento da disciplina matemática financeira dos cursos de graduação em Administração de Empresas, Ciências Contábeis e Economia, e como também para aqueles que vão submeter-se a concursos públicos municipal, estadual ou federal.

O AUTOR

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – JUROS SIMPLES

1.1. JURO E MONTANTE

O estudo da matemática financeira é todo feito em função do crescimento do capital aplicado, com o tempo. Capital é qualquer quantidade de moeda ou dinheiro disponível em determinada época.

O montante, ou seja, o valor final do capital aplicado, é dado pela soma do capital e o juro.

O juro é a compensação conseguida por alguém, durante um certo tempo, pelo uso do seu capital por qualquer agente financeiro. O juro é determinado em função de um coeficiente chamado taxa de juros que é dado em porcentagem, e sempre referido a um intervalo de tempo (mês, bimestre, trimestre, quadrimestre, etc.) tomado como unidade, e denominado período financeiro.

1.2.TAXA DE JUROS

O juro corresponde à remuneração da unidade de capital aplicada por um prazo igual ao da taxa. Por exemplo, quando se diz 15% a. m. (ao mês), a taxa de juros de 15% a. m., significa que se alguém aplicar um determinado capital àquela taxa, obterá 15% do capital aplicado

A taxa de juros, geralmente, é apresentada de duas formas: na forma percentual e na forma unitária. Uma dada taxa de juros está na forma percentual, quando a taxa corresponde ao juro de 100 unidades de capital num determinado período de tempo.

Exemplo: 15% a. m. = 15/100 a. m. Significando dizer que, de cada 100 unidades do capital aplicada, o juro correspondente é de 15 u. m. (unidade monetária, ou seja, qualquer moeda: real, dólar, libra, etc.). Uma taxa de juros está na forma unitária, quando a taxa corresponde ao juro de 1 (uma) unidade de capital num determinado período de tempo. Exemplo: 15% a. m. = 0,15/1 a.m. significando dizer que, de cada 1(uma) unidade do capital aplicada, o juro correspondente é de 0,15 u. m.

Para transformar a forma percentual em unitária, basta que se divida a taxa expressa na forma percentual por 100.

TABELA PARA TRANSFORMAR A TAXA DE JUROS DA FORMA PERCENTUAL PARA A FORMA UNITÁRIA

FORMA PERCENTUAL	TRANSFORMAÇÃO	FORMA UNITÁRIA
12% a. a.	$\frac{12}{100}$	0,12 a.a
6% a. s.	$\frac{6}{100}$	0,06 a. s.
1% a. m.	$\frac{1}{100}$	0,01 a. m.

Da mesma forma, para transformar a taxa de juros da forma unitária para a forma percentual, basta multiplicar a taxa de juros na forma unitária por 100.

1.3. REGIME DE CAPITALIZAÇÃO

Entende-se por regime de capitalização, as diferentes formas como os juros são gerados. Quando os juros, gerados em vários períodos, forem constantes, o regime de capitalização é simples ou, simplesmente, juros simples. Se os juros, gerados em vários períodos, forem somados ao capital aplicado, e passarem os dois, capital e juros, a renderem juros, então, diz-se que o regime de capitalização é composto ou, simplesmente, juros compostos.

1.4. DIFERENÇA ENTRE OS REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO

A fim de que o leitor (ou aluno) tenha uma idéia da diferença entre os regimes de capitalização, a seguir iremos apresentar dois exemplo que ocorrem no dia-a-dia.

Exemplo 1. Suponha que se compra um determinado bem, no início de um determinado mês, por 2000 u.m. (unidade monetária, ou seja, qualquer moeda: dólar, euro, real, etc.). Em virtude de alguns motivos, o bem recebe aumentos mensais e iguais de 10%. Se alguém desejar comprar esse bem daqui a três meses, quanto pagará por ele?

OBS. - Resolvemos usar u. m. (unidade monetárias, ou seja, qualquer moeda: real, dólar, euro, etc.) em vez de R$ (real) para evitar correção no livro, nas edições posteriores, caso os futuros governos criem outra moeda.

Resolução:

Preço no início do mês: 2000 u.m.
Preço após 1 mês: 2000 + 2000 x 0,10 x 1 = 2200 u.m.
Preço após 2 meses: 2200 + 2200 x 0,10 x 1 = 2420 u.m.
Preço após 3 meses: 2420 + 2420 x 0,10 x 1 = 2662 u.m.
Portanto, no fim do terceiro mês o bem custará 2662 u.m.

Pergunta-se: qual foi o aumento percentual?

Uma análise apressada, poder-se-ia concluir que o aumento percentual teria sido de 30% ao trimestre ou 30% nos três meses, já que foram três aumentos consecutivos de 10% a.m.

Analisando-se bem o problema, teremos:

Aumento do preço = 2662 – 2000 = 662 u.m.

Taxa de aumento = Aumento do preço / Preço inicial = $\frac{662}{2000}$ = 0,331

Logo, a taxa foi de 0,331 ao trimestre (taxa na forma unitária). Como é mais comumente usar a taxa na forma percentual, então, 0,331 x 100 = 33,1% ao trimestre.

Exemplo 2. Ainda referente ao exemplo 1, suponhamos que os responsáveis pelos aumentos "imponham" por qualquer meio, a condição de que os três aumentos mensais sobre o bem, sempre recaiam sobre o preço referencial do início do primeiro mês.

Resolução:

Preço no início do mês: 2000 u.m.
Preço após 1 mês: 2000 + 2000 x 0,10 x 1 = 2200 u.m.
Preço após 2 meses: 2200 + 2000 x 0,10 x 1 = 2400 u.m.
Preço após 3 meses: 2400 + 2000 x 0,10 x 1 = 2600 u.m.

Portanto, no fim do terceiro mês o bem custará 2600 u.m.

E agora, qual foi o aumento percentual?

Aumento do preço = 2600 – 2000 = 600 u.m.

Taxa de aumento = $\frac{600}{2000}$ = 0,30

Logo, a taxa foi de 0,30 ao trimestre (taxa na forma unitária). Já que é mais comumente usar a taxa na forma percentual, então, 0,30 x 100 = 30% ao trimestre.

Por meio dos dois exemplos, deu para se perceber que a distinção entre os dois regimes de capitalização encontra-se na forma como os incrementos de aumento são gerados ao longo do processo de capitalização. Enquanto no primeiro exemplo existiu um regime acumulativo dos aumentos que automaticamente se incorporaram ao preço anterior (capitalização composta), no segundo exemplo houve uma "imposição" de que todo e qualquer aumento incidiria sobre o preço referencial do início do primeiro mês (capitalização simples).

1.5. CÁLCULO DOS JUROS

O valor dos juros é obtido pela seguinte fórmula:

$$J = Pin$$

Onde: J = valor dos juros (também chamado de rendimento)
P = valor do capital inicial (também chamado de principal, valor atual ou valor presente)
i = taxa de juros
n = tempo (também chamado de prazo ou período)

Exemplo de aplicação

Qual o valor dos juros correspondente a uma aplicação de 10000 u.m. pelo prazo de 5 meses, sabendo-se que a taxa de juros é de 3% a.m.?

Resolução

Dados: P = 10000 u.m.

$i = 12\%$ a.a. $= 3\%$ a.m. $= \dfrac{3}{100} = 0{,}03$

n = 5 meses

J = ?

Solução: $J = Pin = 10000 \times 0{,}03 \times 5 = 1500$ u.m.

1.6. O SEGREDO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Para resolver qualquer problema de matemática financeira, o leitor deve sempre se preocupar com a taxa e o tempo, antes de substituir os dados do problema numa determinada fórmula financeira. Ou seja, só substitua os dados do problema numa determinada fórmula financeira, após verificar se a taxa e o tempo estão na mesma unidade. Em outras palavras, significa dizer que se a taxa for, por exemplo, 12% a.m. e o tempo estiver diferente de mês, então, deve-se converter o tempo para mês.

1.7. TAXAS EQUIVALENTES OU PROPORCIONAIS

Consideremos duas parcelas de 50000 u.m. cada uma, que vamos aplicar no regime de juros simples, pelo prazo de um ano.

Se a aplicação foi feita à taxa de 12% a.a., qual o valor dos juros?

Resolução

Dados: P = 50000 u.m.

$i = 12\%$ a.a. $= \dfrac{12}{100} = 0{,}12$

n = 1 ano

J = ?

Solução: $J = Pin = 50000 \times 0{,}12 \times 1 = 6000$ u.m.

Se a aplicação foi feita à taxa de 1% a..m., qual o valor dos juros?

Resolução

Dados: $P = 50000$ u.m.

$$i = 1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

$n = 1$ ano $= 12$ meses
$J = ?$

Solução: $J = Pin = 50000 \times 0{,}01 \times 12 = 6000$ u.m.

Observando os valores dos juros das duas aplicações, constatamos que eles são iguais a 6000 u.m. Sendo, portanto, indiferente aplicar à taxa de 12% a.a. ou à taxa de 1% a.m. Quando isto ocorre, dizemos que as taxas são equivalentes ou proporcionais. Podemos então dizer que: taxas equivalentes ou proporcionais, em juros simples, são aquelas que aplicadas a um mesmo capital (50000 u.m.), durante o mesmo prazo (1 ano ou 12 meses), produzem juros iguais (6000 u.m.).

A taxa equivalente ou proporcional a uma dada taxa, em juros simples, é obtida por meio da seguintes fórmulas:

$$i_2 = i_1 n \quad \text{ou} \quad i_1 = \frac{i_2}{n}$$

Onde: i_2 = taxa de juros correspondente ao maior período
i_1 = taxa de juros correspondente ao menor período da taxa
n = número de vezes em que o menor período da taxa está contido no maior período da taxa

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

01. Qual a taxa anual equivalente (ou proporcional) à taxa de 5% a.m.?

Resolução
Temos duas taxas: uma anual e outra mensal.
Menor período da taxa: mês. Logo, i_1 = 5% a.m.
Maior período da taxa: ano. Então, i_2 = ?
Número de vezes em que o menor período da taxa está contido no maior: 12 (o mês está contido 12 vezes no ano). Logo, n = 12.

Solução: $i_2 = 5\% \times 12 = 60\%$

Resposta. A taxa equivalente (ou proporcional) é 60% a.a.

02. Qual a taxa mensal equivalente à taxa de 30% ao trimestre?

Resolução

Temos duas taxas: uma mensal e outra trimestral.
Menor período da taxa: mês. Logo, i_1 = ?
Maior período da taxa: trimestre. Portanto, i_2 = 30% ao trimestre.
Número de vezes em que o menor período da taxa está contido no maior: 3 (o mês está contido 3 vezes no trimestre).

Solução: $i_1 = \dfrac{30\%}{3} = 10\%$

Resposta. A taxa equivalente é 10% a.m.

03. Qual a taxa quadrimestral equivalente à taxa à taxa de 4% a.m.?

Dados: $i_1 = 4\%$ a.m.
$n = 4$
$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = 4\% \times 4 = 16\%$

Resposta. A taxa equivalente é 16% a.q.

04. Qual a taxa mensal equivalente à taxa de 30% a.s. (ao semestre)?

Dados: $i_2 = 30\%$ a.s.
$n = 6$
$i_1 = ?$

Solução: $i_1 = \dfrac{30\%}{6} = 5\%$

Resposta. A taxa equivalente é 5% a.m.

05. Qual a taxa diária equivalente à taxa de 6% a.m.

Dados: $i_2 = 6\%$ a.m.
$n = 30$ (1 mês = 30 dias)
$i_1 = ?$

Solução = $i_1 = \dfrac{6\%}{30} = 0{,}2\%$ ao dia

06. Qual a taxa anual equivalente à taxa de 32,5% em 5 meses?

Dados: $i_1 = 32,5\%$ a.m.

$n = \frac{12}{5} = 2,4$ (cinco meses está contido 2,4 vezes no ano)

$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = 32,5 \times 2,4 = 78\%$

Resposta. A taxa equivalente é 78% a.a

1.8. JURO EXATO E JURO COMERCIAL (OU ORDINÁRIO)

Nas aplicações de curto prazo, onde as operações são realizadas a juros simples, mesmo que as taxas sejam expressas em termos anuais ou mensais, os prazos são fixados em dias. Nesses casos, torna-se necessário calcular a taxa equivalente (ou proporcional) referente a um dia. O número de dias contido no ano ou no mês, pode ser determinado de duas maneiras:

a) pelo tempo exato: ano civil com 365 dias (ano comum) ou ano civil com 366 dias (ano bissexto). O juro determinado dessa maneira denomina-se **juro exato;**
b) pelo ano comercial: o mês com 30 dias e o ano com 360 dias. O juro determinado dessa maneira denomina-se **juro comercial ou ordinário**.

Observação – Quando não está explícito (claro) se **o juro é exato ou comercial**, subtende-se que é **juro comercial**.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

01. Uma pessoa aplicou 10000 u.m. num determinado ano, durante 40 dias, à taxa de 36% a.a. Sabendo-se que esse ano foi um ano comum, pergunta-se: qual o juro exato obtido?

Resolução

Como o ano foi comum, logo, é um ano de 365 dias. Já que o prazo é dado em dias e a taxa em ano, então, teremos que converter: ou a taxa em dia ou os 40 dias em ano, a fim de que a taxa e o tempo fiquem na mesma unidade. É aconselhável que sempre se converta o tempo para o período em que está a taxa. Como o período da taxa, no presente exemplo, é anual, então, convertamos os 40 dias para ano. Vamos converter os 40 dias em ano por meio de uma regra de três simples:

Ano comum ....dias
1...............................365
n...............................40

$$365 \times n = 40 \times 1$$

$$n = \frac{40}{365}$$

Dados: P = 10000 u.m.

$$i = 36\% \text{ a.a.} = \frac{36}{100} = 0{,}36$$

$n = \frac{40}{365}$ ano (não faça a divisão agora, faça posteriormente)

J = ?

Solução: $J = 10000 \times 0,36 \times \dfrac{40}{365}$

$$J = \frac{144000}{365} = 394,52 \text{ u.m.}$$

02 . Considere os mesmo dados do exemplo 1, com a condição de que o ano foi bissexto. Qual o juro exato obtido?

Dados: P = 10000 u.m.

$i = 36\% \text{ a.a.} = \dfrac{36}{100} = 0,36$

$n = \dfrac{40}{366}$ ano (não faça a divisão agora, faça posteriormente)

J = ?

Solução: $J = 10000 \times 0,36 \times \dfrac{40}{366}$

$$J = \frac{144000}{366} = 393,44 \text{ u.m.}$$

03. Uma pessoa aplicou 10000 u.m. num determinado ano, durante 40 dias, á taxa de 36% a.a. , pergunta-se: qual o juro exato obtido?

Resolução

Como não está claro se o ano é comum ou bissexto, logo, está implícito (subtendido) que o ano é comum, ou seja, 365 dias. A resposta é a mesma do exemplo 1.

04. Um capital de 2500 u.m. foi aplicado à taxa de 25% a.a. em 12 – 02 – 75. Se o resgate foi efetuado em 03 – 05 – 75, qual foi o juro dessa aplicação se for considerado:

a) juro comercial
b) juro exato.

Resolução:

Como no ano comum fevereiro tem 28 dias e no ano bissexto tem 29, logo, deveremos saber se o ano de 1975 é comum ou bissexto.

Uma regra prática para saber quando um determinado ano é comum ou bissexto, é a seguinte:

a) se o número que representa o ano contiver um número de centenas exatas, por exemplo, 1600 (16 centenas exatas), 1900 (19), 2000 (20), etc., divida-o por 400. Se a divisão for exata, o ano é bissexto (366 dias), caso contrário é comum (365 dias).

Exemplo. O ano de 1600 foi comum ou bissexto?

Solução: $\frac{1600}{100} = 16$ (centenas exatas)

$$\frac{1600}{400} = 4 \text{ (divisão exata)}$$

Resposta. O ano de 1600 foi bissexto.

b) se o número que representa o ano não contiver um número de centenas exatas , por exemplo, 1910 (19,10), 1920 (19,20), 1921 (19,21), etc., divida-o por 4. Se a divisão for exata, então, o ano é bissexto, caso contrário é comum.

Exemplo. O ano de 1940 foi comum ou bissexto?

Solução: $\dfrac{1940}{100} = 19{,}40$ (não contém centenas exatas).

$\dfrac{1940}{4} = 485$ (divisão exata)

Resposta. O ano de 1940 foi bissexto.

Pelo exposto, vamos verificar se o ano de 1975 foi comum ou bissexto. Dividindo 1975 por 100, obtém-se 19,75 (não contém centenas exatas). Dividindo 1975 por 4, obtém-se 493,75 (divisão inexata). Logo, o ano de 1975 foi um ano comum. Neste caso fevereiro teve apenas 28 dias. Já que fevereiro teve apenas 28 dias, logo, se a aplicação foi feita no dia 12 de fevereiro, então, para 28 faltavam 16 dias. Como março tem 31 dias, abril 30 dias, logo, somando os dias de março e abril com os 16 dias de fevereiro e os 3 dias de maio, obtém-se 80 dias.

a) Juro comercial

Como o período da taxa é anual, então, temos que converter os 80 dias para ano.

Ano comercial..............dias
1....................................360
n.......................................80

$$360n = 80, \text{ logo, } n = \frac{80}{360} \text{ (Não efetue a divisão agora)}$$

Dados: $P = 2500$ u.m.

$i = 25\%$ a.a. $= 0,25$

$n = \dfrac{80}{360}$ ano

$J = ?$

Solução: $J = 2500 \times 0,25 \times \dfrac{80}{360}$

$J = \dfrac{50000}{360} = 138,89$ u.m.

b) Juro exato

Ano civil.......................dias
1...................................365
n.......................................80

$365n = 80$, logo, $n = \dfrac{80}{365}$ (Não efetue a divisão)

Dados: $P = 2500$ u.m.

$i = 25\%$ a.a. $= 0,25$

$n = \dfrac{80}{365}$ ano

$J = ?$

Solução: $J = 2500 \times 0,25 \times \dfrac{80}{365}$

$J = \dfrac{50000}{365} = 136,99$ u.m.

05. Se o capital de 2500 u.m. for aplicado à taxa de 5% a.m. em 12 – 02 – 75, e o resgate for efetuado em 03 – 05 – 75, qual será o juro dessa aplicação se fosse considerado:

a) juro comercial
b) juro exato

a) Mês comercial............dias
1....................................30
n....................................80

$$30n = 80, \text{ então}, n = \frac{80}{30}$$

Dados: P = 2500 u.m.
i = 5% a.a. = 0,05

$$n = \frac{80}{30}$$

J = ?

Solução: $J = 2500 \times 0{,}05 \times \frac{80}{30} = 333{,}33$ u.m.

b) Já que o cálculo do juro exato é feito levando-se em consideração o ano civil (365 ou 366 dias), e a taxa está em mês, logo, não podemos converter os 80 dias para mês. No item " a " foi convertido os 80 dias para mês, dividindo 80 por 30, porque qualquer mês comercial tem 30 dias. Mas no ano civil, há mês com 28 ou 29 dias (fevereiro), 30 dias (abril, junho, setembro e novembro) e 31 dias (janeiro, março, julho, agosto e dezembro). Então, não podemos converter os 80 dias em mês, dividindo pelo número de dias do mês do ano civil. A única saída é determinar a taxa anual equivalente à taxa de 5% a.m.

Dados: $i_1 = 5\%$ a.m.
$n = 12$ (O mês está contido 12 vezes no ano)
$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = 5\% \times 12 = 60\%$ a.a.

Vamos determinar, agora, a taxa diária equivalente à taxa de 60% a.a.:

Dados: $i_2 = 60\%$ a.m.
$n = 365$ dias $= 1$ ano comum
$i_1 = ?$

Solução: $i_1 = \dfrac{60\%}{365}$ a.d.

Dados do problema:

$P = 2.500$ u.m.

$i = 5\%$ a.m. $= \dfrac{60\%}{365}$ a.d. $= \dfrac{0,60}{365}$ (não efetue a divisão)
$n = 80$ dias
$J = ?$

Solução: $J = 2500 \times \dfrac{0,60}{365} \times 80 = 328,77$ u.m.

1.9. CÁLCULO DO MONTANTE

Define-se como montante de um capital aplicado, à taxa i por n períodos, como sendo a soma do juro (J) mais o capital inicial (P).

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

01. Qual o montante de um capital de 1000 u.m. que foi aplicado à taxa de 10% a.m. pelo prazo de 2 anos?

Resolução

Dados: P = 1000 u.m.
i = 10% a.m. = 0,10
n = 2 anos = 24 meses
M = ? (Montante, valor futuro, valor final ou saldo).

Solução: J = 1000 x 0,10 x 24 = 2.400 u.m.
M = P + J (Pela definição de montante)
M = 1000 + 2400 = 3400 u.m.

Solução alternativa:

Como J = Pin e M = P + J, logo:
M = P + Pin
M = P(1 + in)
M = 1000(1 + 0,10 x 24) = 3.400 u.m.

1.10. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Calcular a taxa de juros quadrimestral equivalente às seguintes taxas:

a) 24% a.a.
b) 36% ao biênio
c) 12% a.s. (ao semestre)

Resolução

a) Dados: $i_2 = 24\%$ a.a.
$n = 3$ (o quadrimestre está contido 3 vezes no ano)
$i_1 = ?$

Solução: $i_1 = \dfrac{24\%}{3} = 8\%$ a.q.

b) Dados: $i_2 = 36\%$ ao biênio
$n = 6$ (o quadrimestre está contido 6 vezes no biênio = 2 anos)
$i_1 = ?$

Solução: $i_1 = \dfrac{36\%}{6} = 6\%$ a.q.

c) Dados: $i_2 = 12\%$ a.s.
$n = 1,5$ (o quadrimestre está contido 1,5 vezes no semestre)
$i_1 = ?$

Solução: $i_1 = \dfrac{12\%}{1,5} = 8\%$ a.q.

02. Determinar a taxa de juros anual equivalente, dadas as seguintes taxas:

a) 10% a. s. **b) 4% a. b.** **c) 5% a. t.** **d) 2% a.m.**

Resolução:

a) Dados: $i_1 = 10\%$ a.s.
$n = 2$ (o semestre está contido 2 vezes no ano)
$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = 10\% \times 2 = 20\%$ a.a.

b) Dados: $i_1 = 5\%$ ao trimestre
$n = 4$ (o trimestre está contido 4 vezes no ano)
$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = 5\% \times 4 = 20\%$ a.a.

c) Dados: $i_1 = 4\%$ ao bimestre
$n = 6$
$i_2 = ?$

Solução: $12 = 4\% \times 6 = 24\%$ a.a.

d) Dados: $i_1 = 2\%$ a.m.
$n = 12$ (o mês está contido 12 vezes no ano)
$i_2 = ?$

03. Calcular os juros referentes a um capital de 1000 u.m. aplicado conforme hipóteses abaixo:

Taxa de juros	**prazo**
a) 15% a.a.	**1 ano**
b) 17% a.a.	**4 anos**
c) 21% a.a.	**5 meses**
d) 26,8% a.a.	**30 meses**
e) 30,8% a.a.	**5 anos e meio**
f) 38% a.a.	**4 anos e 8 meses**

Resolução: Como não foi explicitado se o juro é comercial ou exato, logo, está implícito que o juro é comercial.

a) Dados: P = 1000 u.m.
i = 15% a.a. = 0,15
n = 1 ano
J = ?

Solução: J = 1000 x 0,15 x 1 = 150 u.m.

b) Dados: P = 1000 u.m.
i = 17% a.a. = 0,17
n = 4 anos
J = ?

Solução: J = 1000 x 0,17 x 4 = 680 u.m.

c) Dados: P = 1000 u.m.
i = 21% a.a. = 0,21
n = 5 meses
J = ?

Como a taxa é dada em ano e o tempo está em mês, logo, teremos que converter os 5 meses em ano.

Mês .... ano
12 ....1 ou $\frac{12}{5} = \frac{1}{n}$
5.....................................n

$$12n = 5, \text{ logo, } n = \frac{5}{12} \text{ do ano}$$

Solução: $J = 1000 \times 0{,}21 \times \frac{5}{12} = 87{,}50$ u.m.

d) Dados: P = 1000 u.m.

i = 26,8% a.a. = 0,268

n = 30 meses = 2,5 anos

J = ?

Solução: J = 1000 x 0,268 x 2,5 = 670 u.m.

e) Dados: P = 1000 u.m.

i = 30,8% a.a. = 0,308

n = 5 anos e meio = 5,5 anos

J = ?

Solução: J = 1000 x 0,308 x 5,5 = 1694 u.m.

f) Dados: P = 1000 u.m.

i = 38% = 0,38

n = 4 anos e 8 meses = $4 + \frac{8}{12} = \frac{14}{3}$ do ano

J = ?

Solução: $J = 1000 \times 0.38 \times \frac{14}{3} = 1773{,}33$ u.m.

04. Que montante receberá um aplicador que tenha investido 5.000 u.m., se as hipóteses de taxas de aplicação e respectivos prazos são:

Taxa de juros	**Prazos**
a) 18% a.a.	**6 meses**
b) 31,8% a.a.	**2 anos e 7 meses**
c) 42% a.a.	**4 anos e 3 meses**

Resolução:

a) Dados: P = 5000 u.m.

i = 18% a.a. = 0,18

n = 6 meses = 0,5 ano

M = ?

Solução: $M = 5000\,(1 + 0{,}18 \times 0{,}5) = 5.450$ u.m.

b) Dados: P = 5000 u.m,.

i = 31,8% a.a. = 0,318

$n = 2$ anos e 7 meses $= 2 + \frac{7}{12} = \frac{31}{12}$ anos

M = ?

Solução: $M = 5000\,(1 + 0{,}318 \times \frac{31}{12}) = 9.107{,}50$ u.m.

c) Dados: P = 5000 u.m.

i = 42% a.a. = 0,42

$n = 4$ anos e 3 meses $= 4 + \frac{3}{12} = \frac{17}{4}$ anos

M = ?

Solução: $M = 5000\,(1 + 0{,}42 \times \frac{17}{4}) = 13.925$ u.m.

05. Qual a taxa de juros anual cobrada em cada um dos casos abaixo, se uma pessoa aplicou o capital de 1000 u.m. e recebeu:

Montante	**Prazo**
a) 1420 u.m.	**2 anos**
b) 1150 u.m.	**10 meses**
c) 1350 u.m.	**1 ano e 9 meses**

Resolução:

a)Dados: $P = 1000$ u.m.
$M = 1420$ u.m.
$n = 2$ anos
$i = ?$

Solução: $1420 = 1000\,(1 + 2i)$

Tirando o valor de i, obtém-se: $i = 0{,}21$ (Taxa na forma unitária).
Multiplicando i por 100, obtém-se:
$0.21 \times 100 = 21\%$ a.a.

Solução alternativa:

$$M = P + J$$
$$J = M - P = 1420 - 1000 = 420$$
$$420 = 1000 \times 2 \times i$$

Tirando o valor de i, obtém-se: $i = 0{,}21$ ou $i = 21\%$ a.a.

Em tempo – Quando se está determinando a taxa, no resultado final ela está sempre na forma unitária.

b) Dados: $P = 1000$ u.m.
$M = 1150$ u.m.
$n = 10 \text{ meses} = \frac{10}{12} \text{ do ano} = \frac{5}{6} \text{ do ano}$

$i = ?$

Solução: $1150 = 1000\,(1 + \frac{5}{6}\,i)$

Tirando o valor de i, obtém-se: $i = 0{,}18$ ou $i = 18\%$ a.a.

c) Dados: P = 1000 u.m.

M = 1350 u.m.

$n = 1 \text{ ano e } 9 \text{ meses} = 1 + \frac{9}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$ do ano

i = ?

Solução: J = 1350 – 1000 = 350 u.m.

$$350 = 1000 \times i \times \frac{7}{4}$$

Tirando o valor de i, obtém-se: i = 0,20 ou 20% a.a.

06. Por quantos meses ficou aplicado um capital, nas hipóteses abaixo:

Capital inicial	**Montante**	**Taxa de juros**
a) 800 u.m.	**832 u.m.**	**16% a.a.**
b) 1200 u.m.	**2.366 u.m.**	**22% a.a.**

Resolução:

a) Dados: P = 800 u.m.

M = 832 u.m.

i = 16% a.a. = 0,16

n = ?

Solução: J = 832 – 800 = 32 u.m.

32 = 800 x 0,16n

Tirando o valor de n, obtém-se: n = 0,25. Como a taxa está em ano, logo, n = 0,25 ano.

Multiplicando 0,25 por 12, obtém-se: 0,25 x 12 = 3 meses.

b) Dados: $P = 1.200$ u.m.
$M = 2.366$ u.m.
$i = 22\%$ a.a. $= 0{,}22$
$n = ?$

Solução: $J = 2366 - 1200 = 1.166$ u.m.
$1166 = 1200 \times 0{,}22n$

Tirando o valor de n, obtém-se: $n = 4{,}41668$ anos (Não esqueça de que a taxa está em ano)
Como 4,41668 é igual a $4 + 0{,}41668$, logo, temos 4 anos mais 0,41668 do ano, ou seja, uma fração do ano. Em termos de meses, esta fração do ano será: $0{,}41668 \times 12 = 5$. Portanto, o prazo de aplicação foi de 4 anos e 5 meses ou 53 meses.

07. Uma loja vende uma mercadoria por 1200 u.m. à vista. A prazo vende por 1600 u.m., sendo 200 u.m. de entrada e o restante após 1 ano. Qual a taxa de juros simples anual cobrada?

Resolução:

Valor financiado: $1200 - 200 = 1000$ u.m.
Valor a pagar após um ano: 1600 u.m.

Dados: $P = 1000$ u.m.
$M = 1600$ u.m.
$n = 1$ ano
$i = ?$

Solução: $J = 1600 - 1000 = 600$ u.m.
$600 = 1000 \times i \times 1$

Tirando o valor de i, obtém-se: i = 0,60 ou i = 60% a.a. (Por que a taxa deve ficar em ano?)

08. Quanto tempo deve permanecer aplicado um capital para que o juro seja igual a 5 vezes o capital, se a taxa de juros for de 25% a.a.?

Resolução:

Dados: J = 5P
i = 25% a.a. = 0,25
n = ?

Solução: 5P = P x 0,25n

$$\frac{5P}{P} = 0,25n$$

Tirando o valor de n, encontra-se: n = 20. Portanto, o capital deve permanecer aplicado durante 20 anos (Por que n tem que ser em anos?)

09. Se um capital de 2000 u.m. rendeu 840 u.m. de juros em 2 anos, qual é a taxa equivalente trimestral?

Resolução:

Dados: P = 2000 u.m.
J = 840 u.m.
n = 2 anos = 24 meses = 8 trimestres
i = ?

Solução: 840 = 2000x8xi

Tirando o valor de i, obtém-se: i = 0,0525 ou i = 5,25% ao trimestre.

Solução alternativa:

Dados: P = 2000 u.m.
J = 840 u.m.
n = 2 anos
i = ?

Solução: 840 = 2000x2xi

Tirando o valor de i, encontra-se: i = 0,21 ou i = 21% a.a.

Vamos determinar a taxa trimestral equivalente à taxa de 21% a.a.

Dados: $i_2 = 21\%$ a.a.
n = 4 (o trimestre está contido 4 vezes no ano)
$i_1 = ?$

Solução: $i_1 = \frac{i_2}{n} = \frac{21\%}{4} = 5{,}25\%$ ao trimestre

10. Uma pessoa aplicou 1500 u.m. no mercado financeiro, e após 5 anos recebeu o montante de 3000 u.m. Que taxa equivalente semestral o mercado financeiro pagou?

Resolução:

Dados: P = 1500 u.m.
M = 3000 u.m.
n = 5 anos = 10 semestres
i = ?

Solução: $3000 = 1500\,(1 + 10i)$

Tirando o valor de i, encontra-se: $i = 0{,}10$ ou $i = 10\%$ a.s.

11. Um capital de 5000 u.m. rendeu 625 u.m. de juros. Sabendo-se que a taxa de juros contratada foi de 30% a.a. e, além disso, a aplicação foi feita no dia 18 de março de 1976, pergunta-se: qual foi a data de vencimento se:

a) considerar juro comercial?
b) considerar juro exato?

Resolução:

a) Dados: $P = 5000$ u.m.
$J = 625$ u.m.
$i = 30\%$ a.a. $= 0{,}30$
$n = ?$

Solução: $625 = 5000 \times 0{,}30n$

Tirando o valor de n, encontra-se: $n = 0{,}4167$ ano.
Já que o juro é comercial, logo, o ano tem 360 dias. Portanto, $n = 0{,}4167 \times 360 = 150$ dias.
Se a aplicação foi feita no dia 18/03/76 e, além disso, o juro é comercial, logo, faltavam 12 dias para terminar o mês de março. Somando-se os 12 dias de março com os dias dos meses de abril, maio, junho e julho, o total é: $12 + 30 + 30 + 30 + 30 = 132$ dias. Subtraindo 132 dias de 150, obtém-se 18 dias. Os 18 dias restantes correspondem ao mês de agosto. Logo, a data de vencimento foi 18 de agosto de 1976.

b) Já que o juro é exato, deve-se verificar se o ano de 1976 foi comum ou bissexto. 1976/4 = 494 (divisão exata). Portanto, o ano de 1976 foi bissexto. Já que o juro é exato e, além disso, o ano é bissexto, logo, n = 0,4167 x 366 = 152,5 ou n = 152 dias + 0,5 do dia. Como o dias tem 24 horas, logo, n = 152 dias + 0,5 x 24 = 152 dias e 12 horas. Se a aplicação foi feita no dia 18 de março e, além disso, o juro é exato, logo, faltavam 13 dias para terminar o mês de março. Somando os 13 dias de março com os dias dos meses de abril, maio, junho e julho, o total é: 13 + 30 + 31 + 30 + 31 = 135 dias. Subtraindo 135 dias dos 152 dias, restam 17 dias. Como os 17 dias restantes correspondem ao mês de agosto, logo, a data de vencimento deveria ser, rigorosamente, às 12 horas do dia 18 de agosto de 1976.

12.Um capital de 3000 u.m. foi colocado a 35,7% a.t., durante 1 ano 3 meses e 20 dias. Qual o Montante?

Resolução:

Dados: P = 3000 u.m.
i = 35,7% a.t. = 0,357
n = 1 ano, 3 meses e 20 = 360 dias + 90 dias +
+ 20 dias = 470 dias
M = ?

Como um trimestre tem 90 dias, logo, 470 dias tem: $\frac{470}{90}$ trimestres

Solução: $J = 3000 \times 0{,}357 \times \frac{470}{90} = 5.593$ u.m.

$M = P + J = 3000 + 5593 = 8593$ u.m.

13. Aplicando um capital à taxa de 10% a.m., o tempo necessário para seus juros igualar ao capital, é:

a) 10 dias **b) 10 meses** **c) 10 bimestres**
d) 10 semestres **e) 10 anos**

Resolução:

Dados: $J = P$
$i = 10\%$ a.m. $= 0{,}10$
$n = ?$

Solução: $Pin = P$

$$in = \frac{P}{P}$$

$$0{,}10n = 1$$

Tirando o valor de n, obtém-se: $n = 10$
Como a taxa está em mês, logo, $n = 10$ meses.

Resposta: letra b

14. O valor do dólar em 1º/03/86 era de Cz$13,84 e em 1º/03/87 passou a valer Cz$19,90 (a moeda oficial na época era o cruzado), pergunta-se:

a) qual taxa de crescimento do dólar nesse período?
b) qual a taxa mensal de juros simples de crescimento do dólar nesse período?

Resolução:

a) Dados: $P = Cz\$13{,}84$

$M = Cz\$19{,}90$

$n = 1$ ano

$i = ?$

Solução: $J = M - P = 19{,}90 - 13{,}84 = 6{,}06$

$J = Pin$

$6{,}06 = 13{,}84 \times i \times 1$

Tirando o valor de i, encontra-se: $i = 0{,}43786$ ou $i = 43{,}786\%$ ou $i = 43{,}79\%$ a.a. (aprox.)

b) Calculemos a taxa mensal equivalente à taxa de 43,79% a.a.

Dados: $i_2 = 43{,}79\%$ a.a.

$n = 12$ (o mês está contido 12 vezes no ano)

$i_1 = ?$

Solução: $i_1 = \dfrac{43{,}79\%}{12} = 3{,}649\%$ a.m ou $i_1 = 3{,}65\%$ a.m.(aprox.)

15. Qual é a taxa de juros anual que, de um capital de 1200 u.m., gera um montante de:

a) 1998 u.m. em 3 anos e 2 meses?
b) 1470 u.m. em 10 meses?
c) 2064 u.m. em 1 ano e 8 meses?

Resolução:

a) Dados: $P = 1200$ u.m.
$M = 1998$ u.m.
$n = 3$ anos e 2 meses $= 3 + \dfrac{2}{12} = \dfrac{38}{12} = \dfrac{19}{6}$ anos
$i = ?$

Solução: $J = M - P = 1998 - 1200 = 798$ u.m.

$$798 = 1200 \text{ x } i \text{ x } \frac{19}{6}$$

Tirando o valor de i, obtém-se: $i = 0{,}21$ ou $i = 21\%$ a.a.

a) Dados: $P = 1200$ u.m.
$M = 1470$ u.m.
$n = 10$ meses $= \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6}$ do ano
$i = ?$

Resolução: $J = M - P = 1470 - 1200 = 270$ u.m.

$$270 = 1200 \text{ x } i \text{ x } \frac{5}{6}$$

Tirando o valor de i, encontra-se: $i = 0{,}432$ ou $i = 43{,}2\%$ a.a.

16. Qual é o capital que rende:

a) 150 u.m. a 18% a.a. em 10 meses?
b) 648 u.m. a 21,6% a.a. em 2 anos e 6 meses?
c) 1500 u.m. a 30% a.a. em 3 anos e 4 meses?

Resolução:

a) Dados: $J = 150$ u.m.

$i = 18\%$ a.a. $= 0{,}18$

$n = 10$ meses $= \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6}$ do ano

$P = ?$

Solução: $150 = P \times 0{,}18 \times \dfrac{5}{6}$

Tirando o valor de P, obtém-se: $P = 1000$ u.m.

b) Dados: $J = 648$ u.m.

$i = 21{,}6\%$ a.a. $= 0{,}216$

$n = 2$ anos e 6 meses $= 2{,}5$ anos

$P = ?$

Solução: $648 = P \times 0{,}216 \times 2{,}5$

Tirando o valor de P, encontra-se: $P = 1200$ u.m.

c) Dados: $J = 1500$ u.m.

$i = 30\%$ a.a. $= 0{,}30$

$n = 3$ anos e 4 meses $= 3 + \dfrac{4}{12} = \dfrac{40}{12} = \dfrac{10}{3}$ anos

$P = ?$

Solução: $1500 = P \times 0{,}30 \times \dfrac{10}{3}$

Tirando o valor de P, obtém-se: $P = 1500$ u.m.

17. Em quanto tempo um capital de 10000 u.m. aplicado a 26,4% a.a.

a) renderá 4620 u.m. **b) elevar-se-á a 16160 u.m.**

Resolução:

a) Dados: $P = 10000$ u.m.
$J = 4620$ u.m.
$i = 26{,}4\%$ a.a. $= 0{,}264$
$n = ?$

Solução: $4620 = 10000 \times 0{,}264n$

Tirando o valor de n, encontra-se: $n = 1{,}75$.

Como a taxa está em ano, logo, $n = 1{,}75$ ano $= 1$ ano $+ 0{,}75$ do ano $= 1$ ano $+ 0{,}75 \times 12 = 1$ ano e 9 meses ou 21 meses.

b) Dados: $P = 10000$ u.m.
$M = 16160$ u.m.
$i = 26{,}4\%$ a.a. $= 0{,}264$
$n = ?$

Solução: $J = M - P = 16160 - 10000 = 6160$ u.m.
$6160 = 10000 \times 0{,}264n$

Tirando o valor de n, obtém-se: $n = 2{,}333...$
Já que a taxa está em ano, logo, $n = 2{,}333...$ anos $= 2$ ano $+$

$+ 0{,}333...$ do ano $= 2$ ano $+ \frac{1}{3}$ do ano $= 2$ ano $+ \frac{1}{3} \times 12 = 2$

anos e 4 meses $= 28$ meses

18. Assinale as proposições corretas:

a) 1% a.m. é equivalente a 12% a.a.;
b) 2,25% ao bimestre é equivalente a 26,8% ao biênio;
c) 3,4% ao trimestre é equivalente a 13,6% a.a.;
d) 50% a.a. é equivalente a 20% em 5 meses.

Resolução:

a) Dados: $i_1 = 1\%$ a.m.
$n = 12$ (o mês está contido 12 vezes no ano)
$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = i_1 x\ n = 1\% \times 12 = 12\%$ a.m.

b) Dados: $i_1 = 2{,}25\%$ ao bimestre
$n = 12$ (o bimestre está contido 12 vezes no biênio)
$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = 2{,}25\% \times 12 = 27\%$ ao biênio.

c) Dados: $i_1 = 3{,}4\%$ ao trimestre
$n = 4$ (o trimestre está contido 4 vezes no ano)
$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = 3{,}4\% \times 4 = 13{,}6\%$ a.a.

d) Dados: $i_1 = 20\%$ em 5 meses

$n = \frac{12}{5} = 2{,}4$ (cinco meses está contido 2,4 vezes no ano)
$i_2 = ?$

Solução: $i_2 = 20\% \times 2{,}4 = 48\%$ a.a.

Resposta. As proposições corretas são: (a) e (c)

19. Calcular o juro comercial e o exato das seguintes propostas:

a) 800 u.m. a 20% a.a. por 90 dias;
b) 1100 u.m. a 27% a.a. por 135 dias;
c) 2800 u.m. a 30% a.a. por 222 dias.

Resolução:

Juro comercial

a) Dados: $P = 800$ u.m.

$i = 20\%$ a.a. $= 0{,}20$

$n = 90$ dias $= \dfrac{90}{360} = \dfrac{1}{4}$ do ano

$J = ?$

Solução: $J = 800 \times 0{,}20 \times \dfrac{1}{4} = 40$ u.m.

b) Dados: $P = 1100$ u.m.

$i = 27\%$ a.a. $= 0{,}27$

$n = 135$ dias $= \dfrac{135}{360} = \dfrac{3}{8}$ do ano

$J = ?$

Solução: $J = 1100 \times 0{,}27 \times \dfrac{3}{8} = 111{,}37$ u.m.

c) Dados: P = 2800 u.m.

i = 30% = 0,30

$$n = 222 \text{ dias} = \frac{222}{360} = \frac{111}{180} \text{ do ano}$$

J = ?

$$\text{Solução: } J = 2800 \times 0{,}30 \times \frac{111}{180} = 518 \text{ u.m.}$$

Juros exato

Como não está explícito se o ano é comum (365 dias) ou bissexto (366 dias), vamos considerar o ano comum.

a) Dados: P = 800 u.m.

i = 20% a.a. = 0,20

$$n = 90 \text{ dias} = \frac{90}{365} = \frac{18}{73} \text{ do ano}$$

J = ?

$$\text{Solução: } J = 800 \times 0{,}20 \times \frac{18}{73} = 39{,}45 \text{ u.m.}$$

b) Dados: P = 1100 u.m.

i = 27% a.a. = 0,27

$$n = 135 \text{ dias} = \frac{135}{360} = \frac{27}{73} \text{ do ano}$$

J = ?

$$\text{Solução: } J = 1100 \times 0{,}27 \times \frac{27}{73} = 109{,}85 \text{u.m.}$$

c) Dados: $P = 2800$ u.m.

$i = 30\% = 0{,}30$

$n = 222 \text{ dias} = \dfrac{222}{365} \text{ do ano}$

$J = ?$

Solução: $J = 2800 \times 0{,}30 \times \dfrac{222}{365} = 510{,}90$ u.m.

20. A quantia de 4500 u.m. foi tomada como empréstimo, a 14,9% a.m. por seis meses. Como será saldada a dívida se:

a) capital e juros forem pagos no fim do prazo?
b) os juros forem pagos no fim de cada mês e o capital for pago no fim do prazo?
c) Os juros totais forem pagos antecipadamente, e só o capital for pago no final do prazo? Nesse caso, qual a taxa efetiva de juros paga pelo devedor?

Resolução:

a) Dados: $P = 4500$ u.m.

$i = 14{,}9\%$ a.m.$= 0{,}149$

$n = 6$ meses

$J = ?$

Solução: $J = 4500 \times 0{,}149 \times 6 = 4023$ u.m.

$M = P + J = 4500 + 4023 = 8523$ u.m.

b) Dados: $P = 4500$ u.m.

$i = 14{,}9\%$ a.m. $0{,}149$

$n = 1$ mês

$J = ?$

Solução: J = 4500 x 0,149 x 1 = 670,50 u.m.

Resposta. 670,50 u.m. por mês e 4500 u.m. no fim do prazo.

c) Os juros totais serão da ordem de 4023 u.m. (calculados no item " a " . Pagando os juros antecipadamente, receberá 477 u.m. e pagará 4500 u.m. no fim do prazo.

Dados: P = 477 u.m.
M = 4500 u.m.
n = 6 meses
i = ?

Solução: J = M – P = 4500 – 477 = 4.023 u.m.
4023 = 477xi x 6

Tirando o valor de i, obtém-se: i = 1,41 (taxa na forma unitária) ou i = 1,41 x 100 = 141% a.m.

21.Um empréstimo de 23000 u.m. é liquidado por 29200 u.m. no fim de 152 dias. Qual a taxa mensal de juros?

Resolução:

Como a taxa está sendo pedida em mês e o tempo está em dias, temos que converter n para mês.

$$N = 152 \text{ dias} = \frac{152}{30} = \frac{76}{15} \text{ meses}$$

Dados: P = 23000 u.m.
M = 29200 u.m.

$$n = \frac{76}{15}$$

i = ?

Solução: J = M – P
J = 29200 – 23000 = 6.200 u.m.

$$6200 = 23000 \times i \times \frac{76}{15}$$

Tirando o valor de i, encontra-se: i = 0,0532 ou i = 0,0532 x 100 = 5,32% a.m.

22. A que taxa de juros um capital aplicado durante 10 meses rende juros igual a 1/4 do seu valor?

Resolução:

Dados: $J = \frac{1}{4}P$

n = 10 meses
i = ?

Solução: $Pin = \frac{1}{4}P$

$$\frac{Pin}{P} = \frac{1}{4}$$

$$in = \frac{1}{4}$$

$$10i = \frac{1}{4}$$

Tirando o valor de i, obtém-se: $i = 0{,}025$ ou $i = 0{,}025 \times 100 = 2{,}5\%$ a.m.

23. Qual o valor do resgate de uma aplicação de 25000 u.m., durante 57 dias à taxa de 12,6% a.m., considerando:

a) o ano comercial
b) o ano civil

Resolução:

a) ano comercial

Já que a taxa está em mês e o tempo em dia, vamos fazer a conversão dos 57 dias para mês:

$$n = \frac{57}{30} \text{ do mês}$$

Dados: $P = 25000$ u.m.

$$n = \frac{57}{30} \text{ meses}$$

$$i = 12{,}6\% \text{ a.m.} = 0{,}126$$

$$M = ?$$

Solução: $M = 25000\left(1 + 0{,}126 \times \frac{57}{30}\right) = 30985$ u.m.

b) ano civil

Vamos calcular a taxa anual equivalente à taxa de 12,6% a.m.
$i_2 = i_1 n = 12{,}6\% \times 12 = 151{,}2\%$ a.a.

Como a taxa, agora, está em ano, vamos converter os 57 dias

para ano civil: $n = \frac{57}{365}$

Dados: P = 25000 u.m.

$$n = \frac{57}{365} \text{ do ano}$$

$i = 151,2\%$ a.a. $= 1,512$ (Taxa na forma unitária)
$M = ?$

Solução: $M = 25000\,(1 + 1,512 \times \frac{57}{365}) = 30903$ u.m.

24. Um empreiteiro necessita de 25500 u.m. dentro de 4 meses. Quanto ele deve depositar, hoje, em um Banco que paga 6% a.a., para obter aquela quantia no prazo desejado?

Resolução:

Dados: M = 25500 u.m.

$$n = 4 \text{ meses} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ do ano}$$

$i = 6\%$ a.a. $= 0,06$
$P = ?$

Solução: $25500 = P\,(1 + 0,06 \times \frac{1}{3})$

Tirando o valor de P, encontra-se: P = 25000 u.m.

25. Uma indústria estocou 10000 toneladas de um determinado produto e recusou a oferta de um atacadista para vender na base de 300 u.m. a tonelada. Passados 5 meses a indústria coloca todo o estoque a 330 u.m. a tonelada. Sabendo-se que a taxa de juros, quando a indústria recusou a oferta era de 8% a.a., pergunta-se: a indústria teve lucro ou prejuízo? De quanto?

Resolução:

Se a indústria tivesse aceitado o preço de 300 u.m. por tonelada, teria obtido o seguinte faturamento: 10000 x 300 = 3000000 u.m. Aplicando 3000000 u.m. à taxa de 8% a.a. durante 5 meses, teria obtido o seguinte montante:

Dados: $P = 3000000$ u.m.

$i = 8\%$ a.a. $= 0{,}08$

$n = 5$ meses $= \dfrac{5}{12}$ do ano

$M = ?$

Solução: $M = 3000000\,(1 + 0{,}08 \times \dfrac{5}{12}) = 3100000$ u.m.

Portanto, se a indústria tivesse vendido o produto e aplicado o dinheiro a 8% a.a., teria obtido o montante de 3100000 u.m. Se após 5 meses a indústria vendeu a tonelada ao preço de 330 u.m., logo, obteve: 10000 x 330 = 3300000 u.m. Comparando os dois valores, a indústria teve lucro. O lucro foi de: 3300000 – 3100000 = 200000 u.m. Logo, a indústria obteve um lucro de 200.000 u.m.

26. Um capital de 60000 u.m. foi aplicado à taxa de $5\frac{5}{4}\%$ a.m. durante 16 meses, qual o montante obtido?

Resolução:

Dados: P = 60000 u.m.

$$i = 5\frac{5}{4}\% \text{ a.m.} = \frac{25}{4}\% \text{ a.m.} = \frac{\frac{25}{4}}{100} = \frac{25}{400}$$

n = 16 meses

M = ?

Solução: $M = 60000 \text{ x } \frac{25}{400} \text{ x } 16 = 120000$ u.m.

1.11. PROBLEMAS PROPOSTOS

1.11.1. Sobre taxas equivalentes ou proporcionais (com as respectivas respostas)

01. A taxa mensal equivalente à taxa de 15% a. s. é:

(a) 3,75% a.m. (b) 5% a.m. (c) 2,5% a.m.
(d) 1,25% a.m. (e) 1,5% a.m.

02. A taxa mensal proporcional à taxa de 12% ao trimestre é:

(a) 3% a.m. (b) 2% a.m. (c) 4,5% a.m.
(d) 4% a.m. (e) 1% a.m.

03. A taxa mensal proporcional à taxa de 60% a.a. é:

(a) 5% a.m. (b) 6% a.m. (c) 4% a.m.
(d) 5,5% a.m. (e) 6,5% a.m.

04. A taxa semestral proporcional à taxa de 2,8% a.m. é:

(a) 16,8% a. s. (b) 14% a. s. (c) $\frac{84\%}{5}$ a. s.
(d) 15,8% a.s (e) as letras "*a*" e "*c*" estão corretas

05. A taxa semestral equivalente à taxa de 5% ao trimestre é:

(a) 18% a. s. (b) 9% a. s. (c) 10% a. s.
(d) 15% a. s. (e) 7,5% a. s.

06. A taxa semestral equivalente à taxa de 20% a. m. é:

(a) 120% a. s. (b) 3,33% a. s. (c) 6,67% a. s.
(d) 10% a. s. (e) 148% a. s.

07. A taxa anual equivalente à taxa de 34,5% ao trimestre é:

(a) 69% a. a. (b) 103,5% a. a. (c) 138% a. a.
(d) 128% a. a. (e) 148% a a.

08. A taxa semestral proporcional à taxa de 34,5% ao trimestre é:

(a) 69% a. s. (b) 96% a. s. (c) 32% ao bimestre
(d) 51,75% a. s (e) 68% a. s.

09. A taxa bimestral proporcional à taxa de 34,5% ao trimestre é:

(a) 11,5% a. b. (ao bimestre) (b) 23% a. b. (c) 32% a. b.
(d) 24% a. b. (e) 12,5% a. b.

10. A taxa mensal equivalente à taxa de 34,5% ao trimestre é:

(a) $\frac{1}{3}$ % a. m. (b) 11,5% a. m. (c) 11,50% a. m.

(d) As letras "*b*" e "*c*" estão corretas (e) NDR

1.11.2. Sobre juros e montante (com as respectivas respostas)

11. Os juros de uma aplicação de 400000 u.m. à taxa de 38% a. a., pelo prazo de 2anos, 5 meses e 12 dias, são:

(a) 272400 u.m. (b) 362400 u.m. (c) 372400 u.m.
(d) 472400 u.m. (e) 373400 u.m.

12. A quantia que deveremos aplicar durante 1 ano, 6 meses e 24 dias, à taxa de 42% a. a., para obtermos 18.424 u.m. de juros, é:

(a) 27940,55 u.m. (b) 27840,55 u.m. (c) 26940,55 u.m.
(d) 27740,55 u.m (e) 28000,00 u.m.

13. Empregou-se durante 2 anos, 3 meses e 20 dias, a quantia de 70000 u.m. A taxa mensal dessa aplicação, sabendo-se que aquela quantia rendeu 6294,17 u.m. de juro, foi:

(a) 3,9% a. m. (b) 4% a.m. (c) $\frac{39\%}{10}$ a.m.

(d) As letras "*a*" e "*c*" estão corretas (e) NDR

14. O tempo que deveremos aplicar 120000 u.m. à taxa de 32,95% a. a. para obtermos 62496 u.m. de juros, é:

(a) 1 ano, 6 meses e 29 dias
(b) 12 meses, 1 semestre e 29 dias
(c) 2 semestres, 2 trimestres e 29 dias
(d) As letras (a), (b) e estão corretas
(e) NDR

15. O montante de uma aplicação de 250000 u.m., à taxa de 2,5% a. m., durante 3 anos, é:

(a) 465000 u.m. (b) 475500 u.m. (c) 565000
(d) 475000 u.m. (e) 575000 u.m.

16. O prazo que mais se aproxima de uma aplicação de 50000 u.m., à taxa de 3% a. m., renderá um montante de 60000 u.m., é:

(a) 6 meses e 20 dias (b) 6,5 meses (c) 200 dias
(d) 6 meses e 19 dias (e) 200 meses

17. A taxa mensal que deveria estar aplicada a quantia de 250.000 u.m. para que acumulasse em 1 ano, 4 meses e 18 dias um montante de 268.675 u.m., é:

(a) 5,4% (b) 0,54% (c) 0,054%
(d) 54% (e) As letras "*a*" e "*c*" estão corretas

18. A aplicação inicial que, à taxa de 2,75% a. m., acumulou em 2 anos, 3 meses e 15 dias um montante de 307343 u.m., é:

(a) 298122 u.m. (b) 289122 u.m. (c) 289221 u.m.
(d) 289212 u.m. (e) NDR

19. Um investidor tem 3/8 do seu dinheiro empregado 2% a. m. e o restante a 9% ao trimestre. Sabendo que após um ano recebeu 151.200 u.m. de juros, o seu capital é:

(a) 480000 u.m. (b) 408000 u.m. (c) 380000 u.m.
(d) 48 x 10^4 u.m. (e) As letras "a" e "d" estão corretas

1.11.3. Problemas do Concurso do Banco do Brasil (com as respectivas respostas)

20. Certo capital foi aplicado na compra de 144 metros de fios plásticos, ao preço de Cr$15,00 o metro.
Esse material foi vendido nas seguintes condições: 36% a Cr$14,00 o metro e o restante a Cr$20,00 o metro. Calcular por quanto tempo teria de ficar aplicado esse mesmo capital, à taxa de 12% a. a., para render juros iguais ao lucro obtido naquela transação.

(a) 2 anos, 6 meses e 28 dias
(b) 1 ano, 6 meses e 28 dias
(c) 1 ano, 4 bimestre e 28 dias
(d) 1 ano, 1 semestre e 28 dias
(e) As letras (b) e (d) estão corretas

21. Certo capital, acrescido de juros de 6,5% a. a. em 1 ano e 4 meses, importa em Cr$7.824,00. O capital é:

(a) Cr$7.189,99
(b) Cr$6.199,99
(c) Cr$7.199,99
(d) Cr$7.200,00
(e) As letras *"c"* e *"d"* estão corretas por aproximação

22. Um capital, com os juros correspondentes a 5 meses, eleva-se a Cr$748,25. O mesmo capital, com os juros correspondentes a 8 meses, eleva-se a Cr$759,20. O capital é:

(a) Cr$630,00
(b) Cr$740,00
(c) Cr$729,00
(d) Cr$7,30
(e) Cr$730,00

23. Determinar o capital e os juros cuja soma, no fim de 5 meses, à taxa de 5,5% a. a., atingiu Cr$17676,00

(a) Cr$17.280,00 e Cr$296,00
(b) Cr$16.280,00 e Cr$396,00
(c) Cr$16.280,00 e Cr$296,00
(d) Cr$17.380,00 e Cr$396,00
(e) Cr$17.280,00 e Cr$396,00

24. Qual é o capital que, acrescido dos juros produzidos em 270 dias, à taxa de 4,5% a. a., se eleva a Cr$45.071,50?

(a) Cr$ Cr$42.600,00 (b) Cr$43.600,00 (c)Cr$53.600,00
(d) Cr$4.360,00 (e) Cr$436,00

25. Uma pessoa aplicou Cr$110.000,00 do seguinte modo: Cr$68.000,00 a 5% a. a. e Cr$42.000,00 a uma taxa desconhecida. Sabendo-se que, no fim de meio ano, a primeira importância tinha rendido Cr$125,00 a mais do que a Segunda, pergunta-se: a que taxa esta última foi aplicada?

(a) 6,5% a.a. (b) 7,5% a.a. (c) 75% a.a.
(d) 0,75%a.a. (e) 7,05% a.a.

26. A soma de um capital com os seus juros, aplicado durante 110 dias, à taxa de 7% a.a., é igual a Cr$2.553,47. Determinar o valor dos juros, considerando-se o ano com 360 dias.

(a) Cr$534,70 (b) 5.347,00 (c) Cr$534,7
(d) Cr$53,47 (e) Cr$53,00

27. Determinar a que taxa mensal esteve aplicado um capital de Cr$48.000,00 que, em 3 meses e 20 dias, rendeu Cr$440,00 de juros.

(a) 250% a.a. (b) 2,5% ao trimestre (c) 0,25% a.m.
(d) 0,025% a.m. (e) 25% a.m.

28. Certo capital, acrescido dos juros resultantes de sua aplicação, durante 8 meses, eleva-se a Cr$23.100,00. O mesmo capital acrescido dos juros resultantes de 13 meses de aplicação, à mesma taxa, eleva-se a Cr$23.475,00. Calcular o capital e a taxa.

(a) Cr$22.500,00 e 40% a.a. (b) Cr$32.500 e 4% a.a.
(c) Cr$22.500,00 e 4% a.a. (d) Cr$22.500,00 e 0,4% a.a.
(e) Cr$2.250-,00 e 0,4% a.a.

29. Determinar em quantos meses um capital de Cr$32.000,00 aplicado à taxa de 12% a.a. rende Cr$4.800,00 de juros.

(a) 15 meses (b) 150 dias (c) 1,5 mês
(d) 14 meses e 30 dias (e) As letras (a) e (d) estão corretas

30. Dois capitais de Cr$11.000,00 e Cr$5.000,00 estiveram aplicados durante 3 anos. Determinar a que taxa esteve aplicado o segundo capital, sabendo que o primeiro, aplicado à taxa de 7% a.a., rendeu Cr$1.110,00 a mais que o segundo.

(a) 8% a.a. (b) 0,08 a.a. (c) 0,8 a.a.
(d) 4% a.s. (e) As letras (a) e (d) estão corretas

1.11.4. Problemas Extraídos da Apostila para o Concurso do Banco do Brasil (com as respectivas respostas)

31. O capital de Cz$60,000,00 á taxa de $3\frac{1}{2}$ % a.a. em 3 anos, rendeu juros de:

(a) Cz$5.000,00 (b) Cz$1.800,00 (c) 8.400,00
(d) Cz$60.000,00 (e) Cz$21.000,00

32. O capital de Cz$2.100.000 à taxa de $6\frac{5}{4}$ % a.a., em 3 anos e 4 meses, rende juro de:

(a) Cz$515.000,00 (b) Cz$505.000,00 (c) Cz$485.000,0
(d) Cz$312.500,00 (e) Cz$320.000,00

33. O capital de Cz$1.800.000,00, à taxa de 5% a.a., em 3 anos, 8 meses e 10 dias, rende juros de:

(a) Cz$270.000,00 (b) Cz$282.500,00 (c) Cz$332.500,00
(d) Cz$312.500,00 (e) Cz$320.000,00

34. Que capital produz Cz$295.000,00 de juros, empregado a $4\frac{4}{5}$ % a.a ., em 1 ano, 7 meses e 20 dias?

(a) Cz$4.125.000,00
(b) Cz$4.025.000,00
(c) Cz$3.725.000,00
(d) Cz$3.925.000,00
(e) Cz$3.750.000,00

35. Qual o capital que, aplicado à taxa de $1\frac{3}{4}$ % a.m., rende Cz$35.700,00, em 5 meses e 20 dias?

(a) Cz$365.000,00 (b) Cz$355.000,00 (c) Cz$360.000,00
(d) Cz$375.000,00 (e) Cz$380.000,00

36. Que capital devo colocar a 6% a.a., durante 4 meses, para ter os mesmos juros produzidos por Cz$500.000,00, à taxa de 9% a.a.?

(a) Cz$750.000,00 (b) Cz$730.000,00 (c) Cz$725.000,00
(d) Cz$780.000,00 (e) Cz$745.000,00

37. A que taxa foi empregado o capital de Cz$1.200.000,00 para, em 2 anos, 9 meses e 18 dias, produzir Cz$201.6000,00 de juros?

(a) 0,6% a.a. (b) 5,8% a.a. (c) 5,9% a.a.
(d) 6% a.a. (e) 0,06% a.a.

38. Emprestei Cz$5.500.000,00 durante 120 dias, e recebi juros de Cz$55.000,00. Qual a taxa mensal aplicada?

(a) $\frac{1}{2}$ % a.m. (b) 1% a.m. (c) $\frac{1}{4}$ % a.m.

(d) 2% a.m. (e) $\frac{1}{8}$ % a.m.

39. O capital de Cz$100.000,00 à taxa de 3% a.a., rende juros de Cz$12.000,00. Determinar o tempo.

(a) 5a (ano) (b) 4 a e 8m (mês) (c) 5a e 2m
(d) 5a e 2m (e) 4a

40. Durante quanto tempo esteve empregado um capital que, colocado a 5% a.a., aumentou 1/4 de seu valor?

(a) 4 a (b) 5a (c) 3a e 8m
(d) 4a e 4 (e) 5a e 2m

41. Ao fim de quanto tempo ficará duplicado um capital empregado à taxa de 10% a.a.?

(a) 10a (b) 11a e 2m (c) 12a
(d) 1a (e) 13a

42. Uma pessoa deposita Cz$3.600.000,00 num banco que paga 4% a.a. de juros, e recebe, ao fim de certo tempo, juros iguais a 1/6 do capital. Durante quanto tempo esteve esse dinheiro depositado?

(a) 5a (b) 3a e 10m (c) 4a e 2m
(d) 6a (e) 8a

43.Calcular o montante produzido pelo capital de Cz$2.500.000,00, empregado à taxa de 5% a.a., durante 3 anos.

(a) Cz$2.575.000,00 (b) Cz$2.625.000,00
(c) Cz$2.820.000,00 (d) Cz$2.875.000,00
(e) Cz$2.900.00

44. Calcular o montante de um capital de cz$7.200.000,00 aplicado à taxa de 0,5% a.m., no fim de 6 meses e 20 dias.

(a) Cz$7.400.000,0 (b) Cz$7.440.000,00
(c) Cz$7.020.000,0 (d) Cz$7.240.000,00
(e) Cz$7.450.000,00

45. Achar o capital que, empregado á taxa de $\frac{2}{5}$ % a.m., produz, no fim de 1 ano, 3 meses e 5 dias, um montante de Cz$15.910.000,00.

(a) Cz$15.900.000,00 (b) Cz$15.000.000,00
(c) Cz$15.800.000,00 (d) Cr$15.500.000,00
(e) Cz$15.200.000,00

46. Uma pessoa dispõe de Cz$3.600.000,00. Deposita 2/3 dessa quantia em um Banco, que lhe paga 5% a.a. O restante emprega a 1% a.m. Quanto receberá de juros no fim de 7 meses?

(a) Cz$145.000,00 (b) Cz$134.000,00
(c) Cz$149.000,00 (d) Cz$154.000,00
(e) Cz$114.000,00

47. Por quanto tempo se deve empregar um capital para que, à taxa de 10% a.a., o montante seja igual ao triplo desse capital?

(a) 18 anos (b) 15 anos (c) 20 anos
(d) 19 anos (e) 22 anos

48. Uma pessoa empregou certo capital a 6% a.a. depois de um ano e meio retirou o capital e juros e empregou tudo a 8% a.a., retirando, no fim de 2 anos e meio, o montante de Cz$2.616.000,00. Determinar o primeiro capital.

(a) Cz$2.000.000,00
(b) Cz$2.100.000,00
(c) Cz$2.500.000,00
(d) Cz$2.600.000,00
(e) Cz$2.350.000,00

49. Durante quanto tempo esteve empregado o capital de Cz$456.700,00, que à taxa de 8% a.a., triplicou de valor?

(a) 2a e 8m
(b) 21a
(c) 15a
(d) 25a
(e) 16a

50. Determinar o montante produzido por determinado capital, que, à taxa de 14% a.a., no fim de 2 meses e 10 dias, rende Cz$154.900,00 de juros.

(a) Cz$204.900,00
(b) Cz$184.900,00
(c) Cz$154.900,00
(d) Cz$194.900,00
(e) Cz$104.900,00

51.Recebo Cz$1.577.000,00 de capital e juros, relativos à determinada quantia que emprestei a 1% a.m., durante 5 meses e 4 dias. Qual a quantia emprestada?

(a) Cz$1.500.000,0
(b) Cz$1.557.000,00
(c) Cz$1.507.000,00
(d) Cz$1.450.000,00
(e) Cz$1.520.000,00

52. A que taxa anual se aplicou a quantia de Cz$300.000,00 para ao fim de 80 dias, se elevar a Cz$308.000,00?

(a) 8% a.a. (b) 9% a.a. (c) 11% a.a.
(d) 12% a.a. (e) 5% a.a.

53. Determinado capital, aplicado à taxa de 5% a.a., durante 3 anos, 8 meses e 10 dias, rendeu Cz$332.500,00 de juros. Calcular o montante.

(a) Cz$2.100.000,00 (b) Cz$2.232.500,00
(c) Cz$1.832.500,00 (d) Cz$2.132.500,00
(e) Cz$2.332.500,00

54. Determinar os juros produzidos por certo capital que, empregado à taxa de 3% a.a., durante 4 anos, se elevou a Cz$560.000,00.

(a) Cz$160.000,00 (b)Cz$60.000,00 (c)Cz$10.000,00
(d) Cz$30.000,00 (e) Cz$90.000,00

55. A que taxa mensal um capital produz, em 25 anos, juros iguais ao dobro de si mesmo?

(a) 12% a.m. (b) 1,2% a.m. (c) $\frac{3}{4}$ % a.m.

(d) $\frac{1}{2}$ % a.m. (e) $\frac{2}{3}$ % a.m.

56. Determinar o capital que, depositado à taxa de 8% a.a., durante 5 anos, produziu Cz$280.000,00 de montante.

(a) Cz$200.000,00 (b) Cz$2.000.000,00
(c) Cz$20.000,00 (d) Cz$180.000,00
(e) Cz$240.000,00

57. Calcular os juros de Cz$1.500,00 à taxa de $\frac{2}{4}$% a.m. em 1 ano 5 meses e 10 dias.

(a) Cz$30,00 (b) Cz$180,00 (c) Cz$1.100,00
(d) Cz$130,00 (e) Cz$80,00

58. Calcular o tempo durante o qual o capital de Cz$2.400,00, à taxa de 6% a.a., rendeu Cz$28,00 de juros.

(a) 2m e 10d (b) 2a e 2m (c) 22m
(d) 20d (e) 21d

59. A que taxa mensal o capital o capital de Cz$76.800,00 produz juros mensais de Cz$511,99?

(a) $1\frac{2}{3}$% a.m. (b) $\frac{1}{8}$% a.m. (c) $\frac{2}{3}$% a.m.

(d) $\frac{3}{5}$% a.m. (c) $\frac{3}{8}$% a.m.

60. Que capital a $\frac{3}{4}$% mensal produz Cz$1.080,00 de juros anuais?

(a) Cz$14.400,00 (b) Cz$900,00 (c) Cz$12.000,00
(d) Cz$11.200,00 (e) Cz$11.000,00

61. A que taxa anual se deve colocar o capital de Cz$50.000,00 para em 20 anos ele se triplique?

(a) 10% a.a. (b) 20% a.a. (c) 11% a.a.
(d) 5% a.a. (e) 2% a.a.

62. Calcular o tempo durante o qual o capital de Cz$2.283.500,00 colocado a juros de 8% a.a. triplica de valor.

(a) 1a (b) 11a (c) 25a
(d) 5a e 2 (e) 9a e 10m

63. A que taxa, durante 4 anos, um capital pode render $\frac{2}{5}$ de si mesmo?

(a) 5% a.a. (b) 8% a.a. (c) 11% a.a.
(d) 10% a.a. (e) 3% a.a.

64. Um capital aumentado de seus juros durante 15 meses se elevou a Cz$26.400,00. Esse mesmo capital diminuído de seus juros durante 10 meses, ficou reduzido a Cz$22.400,00. Determinar a taxa anual empregada.

(a) 4% a.a. (b) 8% a.a. (c) 11% a.a.
(d) 5% a.a. (e) 3% a.a.

65. Certa pessoa emprega metade de seu capital, durante 2 anos, à taxa de 5% a.a. e metade durante 3 anos, à taxa de 8% a.a., obtendo, assim, o rendimento total de Cz$204.000,00. Qual o seu capital?

(a) Cz$1.200.000,00
(b) Cz$800.000,00

(c) Cz$1.500.000,00
(d) Cz$1.100.000,00
(e)Cz$1.000.000,00

66. Um capital de Cz$1.800.000,00 aplicado à taxa de $\frac{3}{4}$ % a.m. em 2 $\frac{1}{2}$ anos, rende e juros de:

(a) Cz$144.000,00 (b) Cz$20.000,00 (c) Cz$250.000,00
(d) Cz$360.000,00 (e) 405.000,00

67. A que taxa mensal esteve aplicado um capital de Cz$420.000,00, se em 480 dias ele rendeu Cz$268.800,00 de juros?

(a) 4% (b) 11% (c) 22%

(d) 6% (e) $\frac{11}{12}$ %

68. Em quanto tempo um capital empregado a $\frac{5}{4}$ % a.m. ficará duplicado?

(a) $\frac{20}{3}$ anos (b) 18 anos (c) 1 ano

(d) 80 meses (e) As letras (a) e (d) estão corretas.

CAPÍTULO 2 – DESCONTOS SIMPLES

Quando se faz uma aplicação de capital com vencimento predeterminado, obtém-se um comprovante de aplicação que pode ser, por exemplo, uma nota promissória ou uma duplicata.

Caso o aplicador precise do dinheiro antes de vencer o prazo de aplicação, deve voltar à instituição captadora, transferir a posse do título e levantar o principal e os juros já ganhos.

Uma outra situação diz respeito a uma empresa que faça uma venda a prazo, recebendo uma duplicata com vencimento determinado. Se a empresas precisar do dinheiro para suas operações, pode ir a um Banco e transferir a posse da duplicata, recebendo dinheiro em troca.

As operações citadas são chamadas de “desconto”, e o ato de efetuá-las é chamado de “desconto de título”.

O desconto deve ser entendido como a diferença entre o valor nominal de um título (também chamado de valor futuro, valor final, valor de face ou valor de resgate), e o seu valor atual (também chamado de valor presente, valor descontado, valor líquido, valor creditado ou valor pago ao seu titular) na data da operação, ou seja $D = N - A$, em que D representa o valor do desconto, N o seu valor nominal (valor assumido pelo titular na data do vencimento) e A o valor atual (o valor creditado ou pago ao seu titular).

Os descontos simples classificam-se em: desconto racional ou “por dentro” e desconto comercial ou “por fora”.

2.1. DESCONTO RACIONAL OU "POR DENTRO"

O cálculo do desconto racional é feito pela fórmula dos juros simples.

Seja: D_R = desconto racional
A = valor atual
i = taxa de desconto
n = prazo antes do vencimento

Como em juros simples, $J = Pin$, logo, $D_R = Ain$.

Portanto, no desconto racional temos: $J = D_R$ e $P = A$.

Exemplo de aplicação. Um título de valor nominal de 8000 u.m. vai ser descontado 45 dias antes do seu vencimento, à taxa de 24% a.a. Qual será o valor do desconto racional?

Resolução:

Como na fórmula $D_R = Ain$, não temos N (valor nominal), logo, teremos que desenvolver uma fórmula em que apareça N.

Já que $M = P(1 + in)$, logo, $N = A(1 + in)$. Portanto, no desconto racional temos: $M = N$ e $P = A$. Tirando o valor de A em função de N, obtém:

$$A = \frac{N}{1 + in} \qquad (1)$$

Substituindo a (1) em D_R = Ain. Encontra-se:

$$D_R = \left[\frac{N}{1+in}\right] in$$

$$D_R = \frac{Nin}{1+in} \qquad (2)$$

Verificando os dados do exemplo, nota-se que a taxa e o tempo não estão na mesma unidade. Teremos que converter os 45 dias para ano (Está implícito que o ano é comercial)

Dados: N = 8000 u.m.

$$n = 45 \text{ dias} = \frac{45}{360} \text{ do ano}$$

$$i = 24\% \text{ a.a.} = 0{,}24$$

$$D_R = ?$$

Solução: $D_R = \dfrac{8000x0{,}24x\dfrac{45}{360}}{1+0{,}24x\dfrac{45}{360}}$ = 233 u.m.

2.2. VALOR ATUAL RACIONAL

Assim como o cálculo do desconto racional é feito pela fórmula dos juros simples, o cálculo do valor atual racional também é feito pela fórmula do montante na capitalização simples.

Seja: A_R = valor atual racional
N = valor nominal
i = taxa de desconto
n = prazo antes do vencimento
M = montante

Em juros simples, temos: M = P (1 + in), e no desconto simples temos: N = A (1 + in). Tirando o valor de A, obtém-se:

$$A = \frac{N}{1 + in}$$

Exemplo de aplicação. Qual o valor atual racional de um título de 8000 u.m. descontado 45 dias antes do vencimento à taxa de 24% a.a.?

Resolução:

Dados: N = 8000 u.m.

$$n = 45 \text{ dias} = \frac{45}{360} \text{ do ano}$$

i = 24% a.a. = 0,24
A_R = ?

Solução: $A_R = \dfrac{N}{1 + in} = \dfrac{8000}{1 + 0{,}24 x \dfrac{45}{360}} = 7.767$ u.m.

Se o valor atual racional de 7767 u.m. for aplicado por 45 dias à taxa de 24% a.a., qual o montante obtido?

Resolução:

Dados: $A_R = 7767$ u.m.

$$n = 45 \text{ dias} = \frac{45}{360} \text{ do ano}$$

$$i = 24\% \text{ a.a.} = 0{,}24$$

$$M = ?$$

Solução: $M = A_R\,(1 + in) = 7767\ (1 + 0{,}24 \times \frac{45}{360}) = 8000$ u.m.

Conclusão. No regime de juros simples, o valor atual racional aplicado à mesma taxa durante o mesmo prazo que o título foi descontado, obtém-se um montante igual ao valor nominal do título. Portanto, no desconto racional, a taxa de desconto da operação coincide com a taxa de juros. De outra maneira pode-se dizer, que a taxa de desconto da operação é a taxa efetiva de juros.

2.3. DESCONTO COMERCIAL OU "POR FORA"

Foi visto no item 2.1., que o valor do desconto racional é dado por: $D_R = Ain$, ou seja, o produto do valor atual, da taxa de desconto e o do prazo. No caso do desconto comercial (D_C), o seu valor é obtido pelo produto do valor nominal (N), da taxa de desconto (i) e do prazo (n) antes do vencimento, ou seja: $\mathbf{D_C = Nin}$

Exemplo de aplicação. Considerando os mesmo dados do exemplo do item 2.1., pergunta-se: qual o desconto comercial?

Resolução:

Dados: $N = 8000$ u.m.
$n = 45$ dias
$i = 24\%$ a.a. $= 0,24$

Solução: $D_C = Nin = 8000 \times 0,24 \times \frac{45}{360} = 240$ u.m.

2.4. VALOR ATUAL COMERCIAL

Como qualquer que seja o desconto, ele é obtido pela diferença entre o valor nominal do título e o seu valor atual, ou seja, $D = N - A$, logo, o valor atual comercial (A_C) é dado por: $\mathbf{A_C = N - D_C}$ Já que $D_C = Nin$, então, substituindo o valor de D_C em $A_C = N - D_C$, obtém-se:

$$A_C = N - Nin \quad \text{ou} \quad A_C = N(1 - in)$$

Exemplo de aplicação. Considerando os mesmos dados do exemplo do item 2.1., pergunta-se: qual o valor atual comercial?

Solução: $A_C = N(1 - in) = 8000\left(1 - 0,24 \times \frac{45}{360}\right) = 7760$ u.m.

Se o valor atual comercial de 7760 u.m. for aplicado por 45 dias à taxa de juros de 24% a.a., qual o montante obtido?

Resolução:

Dados: $A_C = 7760$ u.m.
$n = 45$ dias $= \frac{45}{360}$ do ano
$i = 24\%$ a.a. $= 0,24$
$M = ?$

Solução: : $M = A_C (1 + in) = 7760 (1 + 0{,}24 \times \frac{45}{360}) = 7993$ u.m.

Conclusão. Em juros simples, o valor atual comercial aplicado à mesma taxa e durante o mesmo prazo que o título foi descontado, não se obtém um montante igual ao valor nominal do título, ou seja, 8.000 u.m. Portanto, no desconto comercial a taxa de desconto da operação não coincide com a taxa de juros. Então, é preciso que se faça a distinção, no desconto comercial, entre a taxa de desconto utilizada na operação, e a taxa implícita (ou efetiva) que é cobrada de fato. É o que veremos a seguir.

2.5. TAXA EFETIVA (OU IMPLÍCITA) DE JUROS NO DESCONTO COMERCIAL

Diz-se que a taxa de juros é efetiva, no desconto comercial, quando aplicada sobre o valor atual comercial gera no período considerado, um montante igual ao valor nominal do título.

Exemplo de aplicação. No exemplo do item 2.4., qual deveria ser a taxa de desconto, a fim de que o valor atual comercial gerasse um montante igual ao valor nominal do título?

Resolução:

Dados: $A_C = 7760$ u.m.

$n = 45$ dias $= \frac{45}{360}$ do ano

$M = 8000$ u.m.

$i = ?$

Solução: $M = A_C (1 + in)$

$$8000 = 7.760 \left(1 + \frac{45}{360} i\right)$$

Tirando o valor de i, obtém-se: i = 24,74%

Logo, a taxa efetiva (ou implícita) da operação foi de 24,74% a.a.

Uma maneira mais prática de determinar a taxa efetiva (ou implícita) na operação com desconto comercial, é não levar em consideração o valor atual comercial.

Seja: i_E = taxa efetiva
i = taxa de desconto
D_R = desconto racional
D_C = desconto comercial
N = valor nominal

$$D_R = \frac{Ni_E n}{1 + i_E n} \qquad \text{e} \qquad D_C = Nin$$

Como os dois descontos devem ser iguais, logo, $D_R = D_C$.

$$\frac{Ni_E n}{1 + i_E n} = Nin$$

Após fazer algumas simplificações, chega-se ao seguinte resultado:

$$i_E = \frac{i}{1 - i_E n}$$

Exemplo de aplicação. Considerando novamente o exemplo do item 2.2. em que:

$$n = 45 \text{ dias} = \frac{45}{360} \text{ do ano}$$

$$i = 24\% \text{ a.a.} = 0{,}24$$

Temos: $$i_E = \frac{0{,}24}{1 - 0{,}24 x \frac{45}{360}} = 0{,}2474$$

ou

$$i_E = 0{,}2474 \text{ x } 100 = 24{,}74\% \text{ a.a.}$$

Portanto, o resultado bate com o encontrado anteriormente.

2.6. RELAÇÕES NOTÁVEIS ENTRE OS DESCONTOS

2.6.1. Quociente

$$\frac{D_C}{D_R} = 1 + in \qquad \text{ou} \qquad D_C = D_R(1 + in)$$

2.6.2. Diferença

$$D_C - D_R = \frac{N(in)^2}{1 + in}$$

2.7. RELAÇÕES NOTÁVEIS ENTRE OS VALORES ATUAIS

2.7.1. Quociente

$$\frac{A_C}{A_R} = 1 - (ni)^2 \qquad \text{ou} \qquad A_R[1 - (ni)^2]$$

2.7.2. Diferença

$$A_R - A_C = D_C - D_R \quad \text{ou} \quad A_R - A_C = \frac{N(ni)^2}{1+ni}$$

2.8.EXRCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Uma pessoa vai a um Banco e desconta uma nota promissória para 90 dias, à taxa de 38,4% a.a. Sabendo-se que o líquido creditado para a pessoa foi de 12700 u.m., pergunta-se: qual o valor da nota promissória nas seguintes hipóteses:

a) desconto racional
b) desconto comercial

Resolução:

Dados: $n = 90 \text{ dias} = \frac{90}{360}$ do ano

$i = 38{,}4\% \text{ a.a.} = 0384$
$A_R = 12700$ u.m.
$N = ?$

a) Solução: $AR = \frac{N}{1 + in}$

$$12700 = \frac{N}{1 + 0{,}384 x \frac{90}{360}}$$

Tirando o valor de N, obtém-se: N = 13919,20 u.m.

b) Solução: $A_C = N\ (1 - in)$

$$12700 = N(1 - 0{,}384x\frac{90}{360}$$

Tirando o valor de N, encontra-se: N = 14048,67 u.m.

02. Qual o valor do desconto de um título de 2000 u.m., com vencimento para 90 dias, à taxa de 2,5% a.m., considerando:

a) desconto racional
b) desconto comercial

Resolução:

Dados: N = 2000 u.m.
n = 90 dias = 3 meses
i = 2,5% a.m.
$D_R = ?$

a) Solução: $D_R = \dfrac{Nin}{1 + in}$

$$D_R = \frac{2000x0{,}025x3}{1 + 0{,}025x3} = 139{,}53 \text{ u.m.}$$

b) Solução: $D_C = Nin$
$D_C = 2000 \text{ x } 0{,}025 \text{ x } 3 = 150$ u.m.

03. Calcule a taxa mensal de desconto utilizada numa operação de 120 dias do vencimento, cujo valor de resgate é de 1.000 u.m., e cujo valor atual é de 880 u.m., considerando:

a) desconto racional
b) desconto comercial

Resolução:

Dados: N = 1000 u.m.
A = 880 u.m.
n = 120 dias = 4 meses
i = ?

a) Solução: D = N – A = 1000 – 880 = 120 u.m.

$$D_R = \frac{Nin}{1 + in}$$

$$120 = \frac{1000x4i}{1 + 4i}$$

Tirando o valor de i, obtém-se: i = 0,034 ou i = 0,034 x 100 = 3,4% a.m.

b) Solução: D_C = Nin

120 = 1000 x 4i

Tirando o valor de i, encontra-se: i = 0,03 ou i = 0,03 x 100 = 3% a.m.

04. Uma duplicata no valor de 6800 u.m. é descontada por um Banco, gerando um crédito de 6000 u.m. na conta do cliente. Sabendo-se que a taxa cobrada pelo Banco foi de 3% a.a., determinar o prazo de vencimento da duplicata, considerando:

a) desconto racional
b) desconto comercial

Resolução:

Dados: N = 6800 u.m.
A = 6000 u.m.
i = 3% a. m. = 0,03
n = ?

a) Solução: $D_R = \dfrac{Nin}{1+in}$

$$D_R = \frac{6800x0{,}03n}{1+0{,}03n}$$

Tirando o valor de n, obtém-se: n = 4,44 meses ou n = 4 meses e 0,44 x 30 = 4 meses e 13 dias.

b) Solução: $D_C = \text{Nin}$

$$800 = 6800x0{,}03n$$

Tirando o valor de n, encontra-se: n = 3, 92 meses = 3 meses e 0,92 x 30 = 3 meses e 28 dias.

05. Calcular o valor líquido creditado na conta de um cliente, correspondente ao desconto de uma duplicata no valor de 34000 u.m., com prazo de vencimento de 41 dias, sabendo-se que o Banco está cobrando nesse operação uma taxa de 4,7% a.m., considerando:

a) desconto "por dentro"
b) desconto "por fora"

Resolução:

Dados: N = 34000 u.m.

$$i = 4{,}7\% \text{ a.m.} = 0{,}047$$

$$n = 41 \text{ dias} = \frac{41}{30} \text{ do mês}$$

$$A_R = ?$$

a) Solução: $A_R = \dfrac{N}{1+ni}$

$$A_R = \frac{34000}{1+0{,}047x\dfrac{41}{30}} = 31824 \text{ u.m.}$$

b) Solução: $A_C = N\,(1 - in)$

$$A_C = 34000(1-0{,}047x\frac{41}{30}) = 31824 \text{ u.m.}$$

06. O desconto de uma duplicata gerou um crédito de 70190 u.m. na contra de uma empresa. Sabendo-se que esse título tem um prazo de vencimento de 37 dias e que o Banco cobra uma taxa de 5% a.m. nessa operação, calcular o valor da duplicata, nos seguintes casos:

a) desconto racional
b) desconto comercial

Resolução:

Dados: $A_R = 70190$ u.m.

$$n = 37 \text{ dias} = \frac{37}{30} \text{ do mês}$$

$$i = 5\% \text{ a.m.} = 0{,}05$$
$$N = ?$$

a) Solução: $A_R = \dfrac{N}{1+in}$

$$70190 = \frac{N}{1 + 0{,}05x\dfrac{37}{30}}$$

Tirando o valor de N, obtém-se: N = 74541,78 u.m.

b) Solução: $A_C = N(1 - in)$

$$70190 = N(1 - 0{,}05 \text{ x } \frac{37}{30})$$

Tirando o valor de N, encontra-se: N = 74829,42 u.m.

07. Um título de 5500 u.m. foi descontado em um Banco que cobra 2% como despesa bancária. Sabendo-se que o título foi descontado 3 meses antes do vencimento, e que a taxa cobrada pelo Banco nas suas operações de desconto é de 5% a.m., qual o desconto bancário? Quanto recebeu o proprietário do título, ou seja, o valor atual bancário?

Resolução:

A despesa bancária de 2% é referida freqüentemente como sendo as despesas administrativas do Banco ou instituição que faz a operação. Esta taxa é geralmente pré-fixada e incide sobre o valor nominal do título uma única vez no momento do desconto. Quando no desconto incide as despesas bancárias, o desconto é chamado de DESCONTO BANCÁRIO. A fórmula para se calcular o desconto bancário é a mesma do desconto comercial acrescida da despesa bancária, ou seja:

$$D_B = D_C + Nd_b$$

$$D_B = Nin + Nd_b$$

$$D_B = N(in + d_b)$$

Onde: D_B = desconto bancário
d_b = despesa bancária

A fórmula do valor atual bancário é dada por:

$$A_B = N - D_B$$
$$A_B = N - N(in + d_b)$$
$$A_B = N[1 - (in + d_b)]$$

Dados: N = 5500 u.m.
$d_b = 2\% = 0{,}02$
$i = 5\%$ a.m.
$n = 3$ meses
$D_B = ?$
$A_B = ?$

a) Solução: $D_B = N(1 + d_b)$
$D_B = 5500\ (\ 0{,}05 \times 3 + 0{,}02\ ) = 935$ u.m.

b) Solução: $A_B = N[1 - (in + d_b)]$
$A_B = 5500 - [\ 1 - (0{,}05 \times 3 + 0{,}02)\ ] = 4565$u.m.

Solução Alternativa: $A_B = N - D_b$
$A_B = 5500 - 935 = 4565$ u.m.

08. Um título foi descontado 45 dias antes do vencimento. Sabendo-se que a relação entre o desconto comercial e o racional foi de 1,03 u.m., pergunta-se: qual a taxa mensal da operação?

Resoluão:

Dados: $\dfrac{D_C}{D_R} = 1{,}03$ u.m.
$n = 45$ dias $= \dfrac{45}{30}$ do mês

$i = ?$

Solução: $\frac{D_C}{D_R} = 1 + in$ (Relação Notável)

$$1{,}03 = 1 + 1{,}5i$$

Tirando o valor de i, obtém-se: i = 0,02 ou i = 0,02 x 100 = 2% a.m.

09. Um título foi descontado 45 dias antes do vencimento. Sabendo-se que a diferença entre o desconto comercial e o racional foi de 6,99 u.m., e que a taxa cobrada na operação foi de 2% a.m., qual o valor nominal do título?

Resolução:

Dados: $D_C - D_R = 6{,}99$ u.m.

$$n = 45 \text{ dias} = \frac{45}{30} \text{ do mês}$$

$$i = 2\% \text{ a.m.} = 0{,}02$$

$$N = ?$$

Solução: $D_C - D_R = \frac{N(in)^2}{1+in}$ (Relação Notável)

$$6{,}99 = \frac{N(0{,}02x\frac{45}{30})^2}{1+0{,}02x\frac{45}{30}}$$

Tirando o valor de N, encontra-se: N = 8000 u.m. (aprox.)

10. Um título foi descontado 45 dias antes do vencimento. Sabendo-se que o valor atual comercial foi de 7760 u.m e que a taxa cobrada na operação foi de 2% a.m., qual o valor atual racional?

Resolução:

Dados: $n = 45 \text{ dias} = \dfrac{45}{30}$ do mês

$i = 2\% \text{ a.m.} = 0{,}02$

$A_C = 7760 \text{ u.m.}$

$A_R = ?$

Solução: $A_C = A_R[1 - (ni)^2]$ (Relação Notável)

$$7760 = A_R[1 - (0{,}02 \times \frac{45}{30})^2]$$

Tirando o Valor de A_R, obtém-se: $A_R = 7767$ u.m. (aprox.)

11. Um título foi descontado 45 dias antes do vencimento. Sabendo-se que a diferença entre o valor atual racional e o valor atual comercial foi de 6,99 u.m., e a taxa cobrada na operação foi de 2% a. m., qual o valor nominal do título?

Resolução:

Dados: $A_R - A_C = 6{,}99$ u.m.

$i = 2\% \text{ a.m.} = 0{,}02$

$n = 45 \text{ dias} = \dfrac{45}{30}$ do mês

$N = ?$

Solução: $A_R - A_C = \dfrac{N(ni)^2}{1+ni}$ (Relação Notável)

$$6{,}99 = \frac{N(0{,}02x\frac{45}{30})^2}{1+0{,}02x\frac{45}{30}}$$

Tirando o valor de N, encontra-se: N = 8000 u.m. (aprox.)

12. Um título após ser descontado, resultou o seguinte: A_C = 7760 u.m. e $D_C - D_R$ = 6,99 u.m. Qual o valor racional do título?

Resolução:

$A_R - A_C = D_C - C_R$ (Relação Notável)

$A_R = (D_C - D_R) + A_C$

$A_R = 6{,}99 - 7760$

$A_R = 7767$ u.m. (aprox.)

2.9.EXERCÍCIOS PROPOSTOS

2.9.1. Sobre desconto racional e valor atual racional (Com as respectivas respostas)

69. Determinar o desconto racional sofrido por uma nota promissória de 1000 u.m. à taxa de 8% a.m., 3 meses antes do vencimento.

(a) 183,5 u.m. (b) 293,5 u.m. (c) 19,35 u.m.
(d) 193,5 u.m. (e) 1935 u.m.

70. A que taxa anual, uma duplicata de 3000 u.m., em 6 meses produz 600 u.m. de desconto?

(a) 0,5% (b) 5% (c) 50%
(d) 0,05% (e) 500%

71. Em que prazo (aproximado) um título de 2500 u.m. descontado à taxa de 6% a.m. dá 600 u.m. de desconto?

(a) 6m (b) 6m e 7d (c) 7m
(d) 5m e 8d (e) 7m e 7d

72. Encontrar o valor nominal de um título que, descontado à taxa de 4% a.m., 3 meses e meio antes do seu vencimento, teve um desconto de 28000 u.m.

(a) 328.000 u.m. (b) 238000 u.m. (c) 22800 u.m.
(d) 2280 u.m. (e) 228000 u.m

73. Um título com vencimento em 15 de agosto, foi descontado em 13 de junho precedente, a uma taxa de 6% a.m. Se o valor nominal do título era de 3600 u.m., qual ficou sendo o seu valor atual?

(a) 3202,85 u.m. (b) 32028,47 u.m. (c) 320,28 u.m.
(d) 32,03 u.m. (e) 320,29 u.m.

74. Um título no valor de 1800 u.m., ficou reduzido a 1200 u.m. quando descontado 3 meses antes de seu vencimento. Qual foi a taxa mensal de desconto?

(a) 166% (b) 16% (c) 1,66%
(d) 17,66% (e) 16,66%

75. A que taxa anual uma nota promissória de 420 u.m., em um mês e meio, produz 5,25 u.m. de desconto?

(a) 10,22% (b) 101,2% (c) 11,12%
(d) 1,012% (e) 101,02%

76. Determinar o desconto sofrido por um título de 2400 u.m., à taxa de 4,5% a.m., 6 meses antes de seu vencimento.

(a) 51,23 u.m. (b) 51023 u.m. (c) 510,23 u.m.
(d) 512,23 u.m. (e) 511,23 u.m.

77. Determinar o valor nominal de um título que descontado 3 meses e 10 dias antes de seu vencimento, à taxa de 10% a.m. produziu o desconto de 400 u.m.

(a) 16000 u.m. (b) 160 u.m. (c) 2600 u.m.
(d) 1700 u.m. (e) 1600 u.m.

78. Uma letra de câmbio pagável em 19 de agosto, descontada à taxa de 12% a.m. no dia 3 de maio precedente, produziu 20726 u.m. de líquido. Qual é o valor nominal dessa letra?

(a) 29513 u.m. (b) 22513,82 u.m. (c) 2951,38 u.m.
(d) 295,13 u.m. (e) NDR

79. Determinar o desconto sofrido por uma letra de câmbio de 1000 u.m., à taxa de 3% a.m., 6 meses antes do vencimento.

(a) 162,54 u.m. (b) 152,54 (c) 15254 u.m.
(d) 252,54 u.m. (e) 152,94 u.m.

80. Um título no valor de 900 u.m. foi descontado 20 dias antes do vencimento. Se o desconto foi de 100 u.m., qual foi a taxa mensal usada na operação?

(a) 1,875% (b) 187,5% (c) 18,95%
(d) 17,75% (e) 18,75%

81. Determinar o líquido produzido por um título que, descontado 60 dias antes do seu vencimento, à taxa de 9% a.m., produziu 140 u.m. de desconto.

(a) 777,78 u.m. (b) 77,78 u.m. (c) 777 u.m.
(d) 7777 u.m. (e) 778,78 u.m.

82. Uma pessoa vai a um Banco e desconto uma nota promi8ssória, 85 dias antes do seu vencimento, à taxa de 6% a.m. Sabendo-se que o líquido para a pessoa foi de 1992 u.m., qual era o valor da nota promissória?

(a) 13907,65 u.m. (b) 23306,40 u.m. (c) 13709,00 u.m.
(d) 1390,76 u.m. (e) 13079,00 u.m.

83. Calcular o desconto de uma letra de câmbio com vencimento para daqui a 8 anos, no valor de 1000 u.m., à taxa anual de 20%.

(a) 61538 u.m. (b) 6153,8 u.m. (c) 615,38 u.m.
(d) 615 u.m. (e) 61,54 u.m.

84. Calcular a taxa mensal de desconto de uma nota promissória de 180000 u.m., resgatada 3 meses antes do seu vencimento por 155700 u.m.

(a) 5,2% (b) 0,52% (c) 52% a.m.
(d) 5,20% (e) As letras "*a*" e "*d*" estão corretas

85. Calcular o desconto de uma duplicata de 60000 u.m., à taxa de 3,8% a.m., resgatada 2 meses antes do seu vencimento.

(a) 5237,92 u.m. (b) 4327,92 u.m. (c) 4237,92 u.m.
(d) 4723,92 u.m. (e) 6237,92 u.m.

86. Um título de 581395,35 u.m. foi resgatado antes do seu vencimento por 500000 u.m. Calcular o tempo (aproximado) de antecipação do resgate., sabendo que a taxa de desconto foi de 42% a.a.

(a) 4m e 17d (b) 3m e 19d (c) 4m e 19d
(d) 139d (e) As letras "*c*" e "*d*" estão corretas

87. Calcular o valor nominal de um título com vencimento paras 5 meses e 25 dias. O desconto, á taxa de 4,8% a.m., foi de 9843,75 u.m.

(a) 450 u.m. (b) 4500 u.m. (c) 4,50 u.m.
(d) 45000 u.m. (e) 54000 u.m.

88. Quanto vale, hoje, um título de 140000 u.m. cujo vencimento dar-se-á dentro de 4 meses e 18 dias, se a taxa de desconto é de 57% a.a.

(a) 14895,36 u.m. (b) 214985,36 u.m. (c)141895,36 u.m
(d) 15895,36 u.m. (e) 114895,36 u.m.

89. Calcular a taxa de desconto abatida de um título cujo valor atual é igual a 4/5 do seu valor nominal. A antecipação do seu vencimento foi de 5 meses.

(a) 0,5% a.m. (b) 50% a. m. (c) 0,05% a.m.
(d)5% a.m. (e) 5% a.s.

2.9.2. Sobre desconto comercial e valor atual comercial (Com as respectivas respostas)

90. Determinar o desconto sofrido por uma nota promissória de 1000 u.m. à taxa de 8% a.m., 3 meses antes do vencimento.

(a) 24 u.m. (b) 240 u.m. (c) 2.400 u.m.
(d)340u.m. (e) 204 u.m.

91. A que taxa anual, uma duplicata de 3000 u.m., em 6 meses produz 600 u.m. de desconto?

(a) 0,4% (b) 4% (c) 40%
(d) 0,40% (e) NDR

92. Em que prazo (aproximado) um título de 2500 u.m. descontado à taxa de 6% a.m. dá 600 u.m. de desconto?

(a) 4a (b) 4m (c) 120d
(d) 2 bimestres (e) As letras (b) e (c) estão corretas

93. Encontrar o valor nominal de um título que, descontado à taxa de 4% a.m., 3 meses e meio antes do seu vencimento, teve um desconto de 28000 u.m.

(a) 200000 u.m. (b) 20000 u.m. (c) 2000 u.m.
(d) 2×10^5 u.m. (e) As letras (a) e (d) estão corretas

94. Um título com vencimento em 15 de agosto, foi descontado em 13 de junho precedente, a uma taxa de 6% a.m. Se o valor nominal do título era de 3600 u.m., qual ficou sendo o seu valor atual?

(a) 3153,60 u.m. (b) 31536,00 u.m. (c) 31356,00 u.m
(d) 315,36 u.m. (e) 3135,60 u.m.

95.Um título no valor de 1800 u.m., ficou reduzido a 1200 u.m. quando descontado 3 meses antes de seu vencimento. Qual foi a taxa mensal de desconto?

(a) 1,11% (b) 11,1% (c) 10,11%
(d) 0,11% (e) 11,11%

96. A que taxa anual uma nota promissória de 420 u.m., em um mês e meio, produz 5,25 u.m. de desconto?

(a) 10% (b) 101,2% (c) 0,10%
(d) 100 (e) 0,01%

97. Determinar o desconto sofrido por um título de 2.400 u.m., à taxa de 4,5% a.m., 6 meses antes de seu vencimento.

(a) 65[illegible] u.m (b) 648 u.m. (c) 684 u.m.

(d) 64,80 u.m. (e) 6,48 u.m.

98. Determinar o valor nominal de um título que descontado 3 meses e 10 dias antes de seu vencimento, à taxa de 10% a.m. produziu o desconto de 400 u.m.

(a) 1,20 u.m. (b) 12 u.m. (c) 120 u.m.
(d) 1200 u.m. (e) 12000 u.m.

99. Uma letra de câmbio pagável em 19 de agosto, descontada à taxa de 12% a.m. no dia 3 de maio precedente, produziu 20726 u.m. de líquido. Qual é o valor nominal dessa letra?

(a) 36489,44 u.m. (b) 26489,44 u.m. (c)35982,64u.m.
(d) 25489,44 u.m. (e) 36849,44 u.m.

100. Determinar o desconto sofrido por uma letra de câmbio de 1.000 u.m., à taxa de 3% a.m., 6 meses antes vencimento.

(a) 18 u.m. (b) 1800 u.m. (c) 1,80 u.m.
(d) 280 u.m. (e) 180 u.m.

101. Um título no valor de 900 u.m. foi descontado 20 dias antes do vencimento. Se o desconto foi de 100 u.m., qual foi a taxa mensal usada na operação?

(a) 17,66% (b) 17% (c) 6,16%
(d) 16,6% (e) 16,66%

102. Determinar o líquido produzido por um título que, descontado 60 dias antes do seu vencimento, à taxa de 9% a.m., produziu 140 u.m. de desconto.

(a) 63,7 u.m. (b) 63,77 u.m. (c) 63,78 u.m.
(d) 637,7 u.m. (e) 637,77 u.m.

103. Uma pessoa vai a um Banco e desconta uma nota promissória, 85 dias antes do seu vencimento, à taxa de 6% a.m. Sabendo-se que o líquido para a pessoa foi de 1992 u.m., qual era o valor da nota promissória?

(a) 2,40 u.m. (b) 24 u.m. (c) 240 u.m.
(d) 24000u.m (e) 2400 u.m.

104. Calcular o desconto de uma letra de câmbio com vencimento para daqui a 8 anos, no valor de 1000 u.m., à taxa anual de 20%.

(a) 1600 u.m.
(b) 160 u.m.
(c) 16 u.m.
(d) o desconto foi maior que o valor nominal
(e) As letras (a) e (d) estão corretas

105. Calcular a taxa mensal de desconto de uma nota promissória de 180000 u.m., resgatada 3 meses antes do seu vencimento por 155700 u.m.

(a) 4,05% (b) 3,5% (c) 4,5% a.m.
(d) 0,45% (e) 45%

106. Calcular o desconto de uma duplicata de 60000 u.m., à taxa de 3,8% a.m., resgatada 2 meses antes do seu vencimento.

(a) 560 u.m. (b) 456 u.m. (c) 4560 u.m.
(d) 45,60 u.m. (e) 4,56 u.m.

107. Um título de 581395,35 u.m. foi resgatado antes do seu vencimento por 500000 u.m. Calcular o tempo (aproximado) de antecipação do resgate., sabendo que a taxa de desconto foi de 42% a.a.

(a) 4a (b) 4m (c) 2 bimestres (d) 4 semestres
(e) As letras (b) e (c) estão corretas

108. Calcular o valor nominal de um título com vencimento paras 5 meses e 25 dias. O desconto, á taxa de 4,8% a.m., foi de 9.843,75 u.m.

(a) 45156,25 u.m. (b) 25156,25 u.m. (c) 34156,25 u.m.
(d) 35156,25 u.m. (e) 36156,25 u.m.

109. Quanto vale, hoje, um título de 140000 u.m. cujo vencimento dar-se-á dentro de 4 meses e 18 dias, se a taxa de desconto é de 57% a.a.

(a) 3590 u.m. (b) 30590 u.m. (c) 305090 u.m.
(d) 359 u.m. (e) NDR

110. Calcular a taxa de desconto abatida de um título cujo valor atual é igual a 4/5 do seu valor nominal. A antecipação do seu vencimento foi de 5 meses.

(a) 4% a.s. (b) 4% a. m. (c) 0,4% a.m.
(d) 4%ao bimestre (e) 0,04% a.m.

CAPÍTULO 3 – EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

Quando não é possível resgatar um ou mais títulos na data do vencimento, por um motivo ou outro, é freqüente, no comércio, a substituição de um título por outro, um título por vários ou vários títulos por um, com datas diferentes.

3.1. DEFINIÇÕES

3.1.1. Data focal

É uma data prefixada na qual se verifica a equivalência financeira. Em outras palavras, é a data que é considerada como base de comparação dos valores referidos a diferentes datas. É também chamada data de avaliação ou data de referência.

3.1.2. Equação de valor

É uma equação que permite que sejam igualados capitais diferentes, referidos a datas diferentes, em uma mesma data focal. Em outras palavras, é uma equação na qual, em uma determinada data focal, iguala-se a soma dos valores atuais e/ou montante da dívida com a soma dos valores atuais e/ou montantes do pagamento.

3.1.3. Capitais equivalentes

Dois ou mais capitais são equivalentes, quando descontados (pelo critério do desconto racional ou comercial) para uma determinada data focal à mesma taxa (de desconto ou de juro), produzem valores iguais. Em problemas de equivalência de capitais deve-se especificar o tipo de desconto e a data focal, pois o resultado da operação de desconto em juros simples, depende da modalidade adotada. Portanto, quando não se está claro o tipo de desconto nem a data focal, o leitor deve estar atento para as seguintes observações:

a) taxa de desconto, caracteriza o desconto **COMERECIAL**;
b) taxa de juro, caracteriza o desconto **RACIONAL**;
c) omissão da data focal, significa data **ZERO ou ORIGEM.**

3.2. EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS USANDO O CRITÉRIO DE DESCONTO RACIONAL

Nos problemas de equivalência de capitais usando o critério do desconto racional ou "por dentro" , a equação de valor será constituída pelas fórmulas do desconto racional, ou seja:

$$A_R = \frac{N}{1+in} \qquad \text{e} \qquad N = A_R(1+in)$$

Exemplo 1. Uma empresa deve dois títulos: um de 500 u.m. e outro de 1000 u.m., vencíveis, respectivamente, dentro de 2 e 3 meses. Sentindo-se em dificuldades e não podendo efetuar o pagamento, pede ao credor a substituição dos dois títulos por um único pagamento dentro de 4 meses. Sendo de 2% a.m. a taxa de juros, qual será o valor do único pagamento?

Resolução:

Taxa de juros caracteriza o desconto RACIONAL, e a omissão da data focal, significa a data ZERO.
Como a comparação é na data 0 (zero), logo, teremos que calcular os valores atuais de 500 u.m., de 1000 u.m. e de X u.m., naquela data. Já que a taxa e o tempo estão expressos na mesma unidade (mês), então, podemos escrever:

Valor atual da primeira dívida: $A_R = \dfrac{N}{1+in} = \dfrac{500}{1+0{,}02x2}$

n = 2 – 0 = 2

Valor atual da segunda dívida: $A_R = \dfrac{N}{1+in} = \dfrac{1000}{1+0{,}02x3}$

n = 3 – 0 = 3

Valor atual do título único: $A_R = \dfrac{N}{1+in} = \dfrac{X}{1+0{,}02x4}$

n = 4 – 0 = 4

Como a equação de valor corresponde à igualdade entre os valores atuais (do que se deve e a maneira como se deseja pagar) na data focal, logo:

Equação de valor: valor (es) atual (is) do (s) pagamento (s) = valor (es) atual (is) da (s) dívida (s).

$$\frac{X}{1+0{,}02x4} = \frac{500}{1+0{,}02x2} + \frac{1000}{1+0{,}02x3}$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 1538,10

Resposta. O valor do pagamento único do título será de 1538,10 u.m.

Exemplo 2. Suponha que no exemplo 1, a data focal fosse a data 3, qual seria, agora, o valor do título único?

Resolução:

Como a data focal é a data 3, logo, teremos que **levar** a dívida de 500 u.m. para a data 3, e **trazer** o pagamento de X u.m. para a data 3. Como a dívida de 1000 u.m. está na data focal 3, logo, ela permanecerá na data 3. Nos problemas de equivalência de capitais com desconto racional, usa-se as seguintes fórmulas:

$$A_R = \frac{N}{1+in} \quad \text{ou} \quad A_R = \frac{X}{1+in}$$

$$N = A_R(1+in) \quad \text{ou} \quad X = A_R(1+in)$$

LEVAR a dívida de 500 u.m. da data 2 para a data 3: (n = 3 – 2 = 1). Portanto, N = 500 (1 + 0.02 x 1)

TRAZER o pagamento de X u.m. da data 4 para a data 3: (n = 4 – 3 = 1). Portanto, $A_R = \dfrac{X}{1+0{,}02x1}$

A equação de valor é: valor do(s) pagamento(s) = valor da(s) dívida(s):

$$\frac{X}{1+0{,}02x1} = 500\ (1 + 0{,}02 \text{ x } 1) + 1000$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 1540,20

Resposta. O valor do pagamento único, agora, é de 1540,20 u.m.

Conclusão. Caso se escolha a data focal zero, o pagamento único é de 1538,10 u.m. E caso se escolha a data focal 3, o pagamento único é de 1540,20 u.m. Portanto, o resultado de uma equação de valor, em juros simples, depende da data focal escolhida. Já que existe essa distorção, então, o devedor e o credor devem concordar qual a data focal para comparação da equivalência financeira. No regime de juros compostos isso não acontece, ou seja, se dois ou mais capitais são equivalentes em determinada data focal, para determinada taxa de juros, esses mesmos capitais serão equivalentes em qualquer outra data focal, considerando a mesma taxa.

3.3. EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS USANDO O CRITÉRIO DE DESCONTO COMERCIAL

O mesmo raciocínio que se usou para resolver problemas de equivalência de capitais com o critério de desconto racional, é o mesmo que se usa para resolver problemas de equivalência de capitais usando o critério de desconto comercial. O que muda é a equação de valor, que agora será constituída pelas fórmulas do desconto comercial, ou seja:

$$A_C = N(1 - in) \quad \text{e} \quad N = \frac{A_C}{1 - in}$$

Exemplo de aplicação. Resolva o exemplo 1 usando o critério de desconto comercial.

Resolução:

Valor atual da primeira dívida: $A_C = N(1 - in) = A_C = 500(1 - 0{,}02 \times 2)$

Valor atual da Segunda dívida: $A_C = N(1 - in) = A_C = 1000\,(1 - 0{,}02 \times 3)$

Valor atual do pagamento único: $A_C = N(1 - in) = A_C = X(1 - 0{,}02 \times 4)$

A equação de valor é a seguinte:

$$X(1 - 0{,}02 \times 4) = 500(1 - 0{,}02 \times 2) + 1000\,(1 - 0{,}02 \times 3)$$

Tirando o valor de X, encontra-se: X = 1543,48

Resposta. O valor do pagamento único é de 1543,48 u.m.

Suponha que no exemplo de aplicação, anterior, a data focal fosse a data 3, qual será, agora, o valor do pagamento único?

LEVAR a dívida de 500 u.m. para a data 3: $N = \dfrac{500}{1 - 0{,}02x1}$

TRAZER o pagamento de X u.m. para a data 3: $X(1 - 0{,}02 \times 1)$

A equação de valor é a seguinte:

$$X(1 - 0{,}02x1) = \frac{500}{1 - 0{,}02x1} + 1000$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 1541,02

Resposta. O valor do pagamento único é de 1541,02 u.m.

EM TEMPO – **TRAZER** para a data focal (descapitalizar), significa que a(s) dívida(s) ou o(s) pagamento(s) está (ão) à direita da data focal. E **LEVAR** para a data focal (capitalizar), significa que aquele (s) valor (es) está (ão) à esquerda da data focal.

3.4. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Certo comerciante propõe a substituição de 15000 u.m. e 20000 u.m., vencíveis respectivamente em 60 e 120 dias, por duas outras de 20000 u.m. e 16463,40 u.m., com os prazos de 90 e 180 dias. Qual a taxa de desconto "por fora" proposta pelo comerciante?

Resolução:

A equação de valor é a seguinte:

$$20000\,(1 - 3i) + 16463{,}40\,(1 - 6i) = 15000\,(1 - 2i) + 20000\,(1 - 4i)$$

Tirando o valor de i, obtém-se: $i = 0{,}03$ ou $i = 0{,}03 \times 100 = 3\%$ a.m.

02. (Banco Central). Devo um título de valor nominal de 3600 u.m. daqui a 2 meses. Quero substituí-lo, hoje, por um outro título, com vencimento para daqui a um mês. Se o desconto utilizado é simples comercial e a taxa é de 40% a.m., qual deve ser o valor nominal desse título?

Resolução:

A equação de valor é a seguinte:

$$X\,(1 - 0{,}40 \times 1) = 3600\,(1 - 0{,}40 \times 2)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 1200

Resposta. O valor nominal do título de ser de 1200 u.m.

03. (Banco Central) Um título de valor nominal 3600 u.m., com vencimento para daqui a dois meses, foi substituído hoje por um outro, de valor nominal 4725 u.m. Se foi utilizado taxa de 30% a.m. e o desconto é simples racional, qual era o prazo do vencimento do segundo título?

Resolução:

$$3600(1 + 0{,}30n) = 4725\,(1 + 0{,}30 \times 2)$$

Tirando o valor de n, obtém-se: n = 3,67 meses = 3 meses e 0,67 x 30 = 3 meses e 20 dias.

04. Dentro de quatro dias deverá vencer um título de 1470 u.m. a fim de que seja equivalente a um outro de 1410 u.m. vencível em 60 dias? Considere desconto comercial à taxa de 12% a.a.

Resolução:

Como o tempo está em dias e a taxa em ano, devemos converter os 60 dias em ano: $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ do ano.

A equação de valor é a seguinte:

$$1470(1 - 0{,}12n) = 1410\,(1 - 0{,}12 \times \frac{1}{6})$$

Tirando o valor de n, obtém-se: n = 0,5 ano ou n = 0,5 x 360 = 180 dias.

Resposta. Dentro de 180 dias deverá vencer o título.

05. Foi contraída uma dívida de 29300 u.m. para ser paga com três títulos de mesmo valor final, vencíveis respectivamente dentro de 30, 60 e 120 dias. Sendo 12% a.a. a taxa de juros, qual o valor final de cada um desses títulos? Considere desconto comercial.

Resolução:

Como a taxa e o tempo não estão na mesma unidade, logo, vamos converter o tempo e a taxa em mês. Já que a taxa de 12% a.a. é equivalente à taxa de 1% a.m., então, a equação de valor é a seguinte:

$$29300 = X(1 - 0{,}01 \times 1) + X(1 - 0{,}01 \times 2) + X(1 - 0{,}01 \times 4)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 10000

Resposta. O valor final de cada título é de 10000 u.m.

06. São dados dois títulos: o primeiro de 120000 u.m. pagável em 30 dias e o segundo de 300000 u.m. pagável em 50 dias. Calcular o valor de um título, pagável em 90 dias, capaz de substituir os títulos dados, considerando-se o desconto comercial à taxa de 12% a.a.

Resolução:

Já que o tempo está em dias e a taxa em ano, devemos achar a taxa diária equivalente à taxa de 12% a.a. Como a taxa diária equivalente à taxa de 12% a.a. é 12% dividido por 360, logo, equação de valor é a seguinte:

$$X(1-\frac{0,12}{360}x90)=120000(1-\frac{0,12}{360}x30)+300000(1-\frac{50}{360})$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 426597,94

Resposta. O valor do título é 426597,94 u.m.

07. Uma dívida composta de três título de valor final 5820 u.m. cada, vencíveis, respectivamente, dentro de 30, 60 e 120 dias, deve ser paga por meio de um título de 17580 u.m. Quando deve vencer este último título, considerando-se o desconto comercial à taxa de 12% a.a.?

Resolução:

Já que o tempo está em dias e a taxa em ano, devemos achar a taxa diária equivalente à taxa de 12% a.a. A taxa diária equivalente à taxa de 12% a.a. é 12% dividido por 360, logo, a equação de valor é a seguinte:

$$1758(1-\frac{0{,}12}{360}n=5820(1-\frac{0{,}12}{360}x30)+5820(1-\frac{0{,}12}{360}x60)+$$
$$+5820(1-\frac{0{,}12}{360}x120)$$

Tirando o valor de n, encontra-se: n = 90

Resposta. O título deve vencer dentro de 90 dias.

08. Uma firma tem uma dívida representada por duas promissórias: uma de 50000 u.m. vencível em 40 dias e a outra de 100000 u.m. vencível em 70 dias. Deseja-se substituir essas promissórias por duas de mesmo valor final, vencíveis em 120 e 180 dias, respectivamente. Calcular o valor final de cada um desses títulos, considerando-se o desconto comercial à taxa de 18% a.a.

Resolução:

Já que o tempo está em dias e a taxa em ano, devemos achar a taxa diária equivalente à taxa de 18% a.a. A taxa diária equivalente à taxa de 18% a.a. é 18% dividido por 360, logo, a equação de valor é a seguinte:

$$X(1-\frac{0{,}18}{360}x120)+X(1-\frac{0{,}18}{360}x180)=50000(1-\frac{0{,}18}{360}x40)+$$
$$+100000(1-\frac{0{,}18}{360}x70)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 78648,65

Resposta. O valor final de cada título é de 78648,65 u.m.

09. Uma pessoa deseja trocar dois títulos, um de valor final 500 u.m. e outro de 1000 u.m., vencíveis, respectivamente, dentro de 2 e 6 meses, por um único título vencível dentro de 4 meses. Sendo 2% a.m. a taxa de juros, qual será o valor do novo título? Adotar desconto comercial.

Resolução:

A equação de valor é a seguinte:

$$X(1 - 0,02 \times 4) = 1000(1 - 0,02 \times 6) + 500(1 - 0,02 \times 2)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 1478,26.

Resposta. O valor do novo título é de 1478,26 u.m.

10. São dados os três seguintes títulos: o primeiro de 200000 u.m. pagável em 30 dias; o segundo de 300000 u.m. pagável em 50 dias; o terceiro de 500000 u.m. pagável em 60 dias. Quanto se deve pagar, na época atual para poder substituir a dívida dos títulos acima pela de um único título de 600000 u.m. pagável em 90 dias, considerando-se o desconto comercial à taxa de 2% a.m.

Resolução:

Como a taxa está em mês, vamos converter os períodos para

mês: 30 dias = 1 mês; 50 dias = $\frac{50}{30} = \frac{5}{3}$ mês; 60 dias = 2 meses e 90 dias =3 meses.

A equação de valor é a seguinte:

$$X + 600000(1 - 0{,}02 \times 3) = 200000(1 - 0{,}02 \times 1) + 300000(1 - 0{,}02 \times \frac{5}{3}) + 500000(1 - 0{,}02 \times 2)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: $X = 402000$

Resposta. Deve-se pagar na época atual a quantia de 402000 u.m.

11. Duas firmas estão em concorrência perfeita para adquirirem uma certa propriedade. A firma A toma conhecimento de que a oferta de B se constitui em 10000 u.m. à vista e um título de 2000 u.m. para 180 dias. Se a firma A no momento só pode dispor de 7130 u.m., qual deve ser o valor do título para 150 dias que deve incluir na proposta a fim de ganhar a concorrência? Supor a taxa de 12% a.a. e o desconto comercial.

Resolução:

Como o tempo está em dias e a taxa em anos, vamos achar a taxa diária equivalente à taxa de 12% a.a. Como a taxa equivalente diária é $\frac{12\%}{360}$ logo, a equação de valor é a seguinte:

$$x(1 - \frac{0{,}12}{360} x 150) + 7130 = 2000(1 - \frac{0{,}12}{360} x 180) + 10000$$

Tirando o valor de X, obtém-se: $X = 5000$

Resposta. Se o valor do título para 150 dias for de 5000 u.m., então, as duas propostas são iguais, ou seja, são equivalentes. Logo, o valor do título para 150 dias deve ser qualquer valor superior a 5000 u.m.

12. Uma pessoa deve hoje 1000 u.m. com juros durante $1\frac{1}{2}$ ano à taxa de 4% a.a., com vencimento a 6 meses, e 2500 u.m. com vencimento a 9 meses sem juros. Deseja pagar 2000 u.m. hoje, e saldar suas obrigações por um pagamento final em 1 ano a contar desta data. Se o dinheiro vale 5% a.a. e a data de avaliação (data focal) é um ano a contar de hoje, achar esse pagamento.

Resolução:

O valor da dívida após 1,5 ano é dado por:

$$M = 1000(1+0{,}04x\frac{3}{2}) = 1060 \text{ u.m.}$$

Como o tempo está em mês e a taxa em ano, logo, temos que achar a taxa mensal equivalente à taxa de 5% a.a. Já que a taxa equivalente mensal é $\frac{5\%}{12}$ logo, a equação de valor é a seguinte:

$$2000(1+\frac{0{,}05}{12}x12) + X = 1060(1+\frac{0{,}05}{12}x6) + 2500(1+\frac{0{,}05}{12}x9)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 1580,25

Resposta. O valor do pagamento é 1580,25 u.m.

13. O Sr. Martins deve 450 u.m. com vencimento a 4 meses e 600 u.m. com vencimento a 6 meses. Se o dinheiro vale 5% a.m., qual o pagamento único efetuado hoje que liquidaria os dois débitos? Usar a data hoje como data de avaliação (data focal).

Resolução:

Como a taxa mensal equivalente à taxa de 5% a.a. é $\frac{5\%}{12}$ logo, a equação de valor é a seguinte:

$$X = \frac{450}{1 + \frac{0,05}{12} x4} + \frac{600}{1 + \frac{0,05}{12} x6}$$

Resolvendo as expressões, encontra-se : X = 1028

Resposta. O pagamento único que liquidaria os dois débitos é 1028 u.m.

14. A 4% a.a. de juros, calcular o valor hoje das seguintes obrigações: 1000 u.m. devidas hoje; 2000 u.m. devidas em 6 meses com juros a 5% a.a. e 3000 u.m. devidas em 1 ano com juros a 6% a.a. Usar a data de hoje com data focal.

Resolução:

Vamos calcular os montantes das duas obrigações. As taxas mensais equivalentes às taxas de 4% a.a.e 5% a.a.

são, respectivamente, $\frac{4\%}{12}$ e $\frac{5\%}{12}$

$M_1 = 2000(1 + \frac{0,05}{12}x6) = 2050$u.m. (Montante da primeira obrigação)

$M_2 = 3000(1 + 0,06x1) = 3180$u.m. (Montante da segunda obrigação)

A equação de valor é a seguinte:

$$X = 1000 + \frac{2050}{1 + \frac{0,04}{12}x6} + \frac{3180}{1 + 0,04x1} = 6067,50$$

Resposta. O valor hoje das obrigações é 6067,50 u.m.

15. Uma pessoa deve 500 u.m. com vencimento a 2 meses, 1000 u.m. com vencimento a 5 meses e 1500 u.m. com vencimento para 8 meses. Deseja-se liquidar seus compromissos mediante dois pagamentos iguais, um com vencimento a 6 meses e outro a 10 meses. Determinar os pagamentos, se a taxa de juros é de 6% a.a. e o fim de 10 meses se toma como data focal.

Resolução:

Omissão do critério de desconto significa desconto racional.

Já que os períodos estão em meses e a taxa em ano, logo, a taxa mensal equivalente à taxa de 6% a.a. é $\frac{6\%}{12}$.

$$X(1+\frac{0,06}{12}x4)+X=500(1+\frac{0,06}{12}x8)+1000(1+\frac{0,06}{12}x5)+$$
$$+1500(1+\frac{0,06}{12}x2)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 1514,85.

Resposta. São dois pagamentos iguais de 1514,85 u.m.

16. A deve a B 1000 u.m. vencíveis em 6 meses sem juros e 2000 u.m. com juros durante $1\frac{1}{2}$ ano a 4% a.a. vencíveis em 9 meses. B concorda em aceitar 3 pagamentos iguais, um devido hoje, outro em 6 meses e o terceiro em 1 ano. Achar os pagamentos iguais, usando 1 ano a partir de hoje como data focal, se a taxa de juros é de 5% a.a.

Resolução:

Vamos usar os tempos e as taxas em meses. $1\frac{1}{2}$ ano $=\frac{3}{2}$ ano $=1,5$ ano $=18$ meses; e as taxas equivalentes às taxas de 4% a.a. e 5% a.a. são, respectivamente, $\frac{4\%}{12}$ e $\frac{5\%}{12}$ O montante da segunda dívida é: $M=2000(1+\frac{0,04}{12}x18)=2120$ u.m.

A equação de valor é a seguinte:

$$X(1+\frac{0{,}05}{12}x12)+X(1+\frac{0{,}05}{12}x6+X=1000(1+\frac{0{,}05}{12}x6)+$$

$$+2120(1+\frac{0{,}05}{12}x3)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 1031,38.

Resposta. Os pagamentos iguais são de 1031,38 u.m cada.

17.Uma pessoa deve dois títulos no valor de 250000 u.m. e 560000 u.m. cada. O primeiro título vence de hoje a 2 meses, e o segundo um mês após. O devedor deseja propor a substituição dessas duas obrigações por um único pagamento ao final do quinto mês. Considerando 9% a.m. a taxa de juros, determinar o valor desse pagamento único.

Resolução:

Já que a taxa e os tempos estão na mesma unidade, ou seja, em mês, logo, a equação de valor é a seguinte:

X = 250000(1 + 0,09 x 3) + 560000(1 + 0,09 x 2) = 978300

Resposta. O valor do pagamento único é 978300 u.m.

18. Uma dívida no valor de 4800000 u.m. vence daqui a 6 meses. O devedor pretende resgatar a dívida pagando 480000 u.m. hoje, 1400.000 u.m de hoje a dois meses, e o restante um mês após a data de vencimento. Sendo o momento desse último pagamento definido como a data

focal da operação, e sabendo-se ainda que é de 102% a.a. a taxa de juros adotada nessa operação, determinar o montante do pagamento.

Resolução:

Já que o tempo está em mês e a taxa de juros em ano, logo, a taxa mensal equivalente à taxa de 102% a.a. é $\frac{102\%}{12}$.

A equação de valor é a seguinte:

$$480000(1+\frac{1,02}{12}x7)+1400000(1+\frac{1,02}{12}x5)+X=4800000(1+\frac{1,02}{12}x1)$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 2447400

Resposta. O montante do pagamento é 2447400 u.m.

19.Três títulos vencíveis a 30, 60 e 90 dias, cada um com valor nominal de 100000 u.m., devem ser trocados, no regime de desconto comercial, com taxa de 8% a.am., por dois títulos, também com valores nominais iguais, porém para 120 e 180 dias, respectivamente. Qual o valor nominal de cada um dos novos títulos?

Resolução:

Omissão da data focal, significa data zero.

A equação de valor é a seguinte:

X(1 – 0,08x4) + X(1 – 0,08x6) = 100000(1 – 0,08x1) + 100000(1 – 0,08x2) + 100000(1-0,08x3)

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 210000

Resposta. O valor nominal de cada um dos novos título é 210000 u.m.

20. Uma pessoa devendo 8000 u.m. hoje e 10000 u.m. em um ano, propõe a substituição desses títulos por um de 11000 u.m. em 6 meses; e outro com vencimento em 1 ano e meio. Sabendo-se que a taxa de juros é de 18,6% a.a., qual será o valor do segundo pagamento? (Considerar a data focal 6 e o critério de desconto racional).

Como a taxa está em ano e os tempos em mês e ano, vamos converter os tempos para ano. Já que 6 meses = 0,5 ano e 1 ano e meio = 1,5 ano, logo, a equação de valor é a seguinte:

$$\frac{X}{1+0{,}186x1} + 11000 = 8000(1+0{,}186x0{,}5) + \frac{10000}{1+0{,}186x0{,}5}$$

Tirando o valor de X, obtém-se: X = 8175,52

Resposta. O valor do segundo pagamento é 8175,52 u.m.

3.5. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS SOBRE TODOS OS ASSUNTOS

01. Sobre o preço de um carro importado incide um imposto de importação de 30%. Em função disso, o seu preço para o importador é de 19500 u.m. Supondo que tal imposto passe de 30% para 60%, o novo preço do carro, em reais, para o importador, é:

a) 22500 u.m. b) 24000 u.m. c) 25350 u.m.
d) 31200 u.m. e) 39000 u.m.

Resolução

$\frac{60\%}{30\%} = 2\%$. Como 2% de 15000 = 3000 e R\$ 3000 + 19500 = 22500, logo, letra A (Pegadinha). 60% = 2 x 30%. Já que 2 x 19500 u.m. = 39000 u.m. Letra E (Pegadinha).

Desvendando a letra correta.

Seja P o preço do carro. 0,30P + P = 19500 u.m. Tirando o valor de P, obtém-se: P = 15000 u.m.
Como 0,60 x 15000 + 15000 = 24000 u.m. (novo preço do carro), logo, B é a letra correta.

02. Uma pessoa pagou 25% do que devia e, depois, com 6000 u.m. pagou 20% do restante. Qual a dívida total?

a) 4000 u.m. b) 40000 u.m. c) 400000 d) NDR

Resolução:

A dívida total eram 100%. Se foram pagos 25%, ainda restam 75%. De 75%, foram pagos 20%, ou seja, $0,75 \times 0,20 = 0,15$ ou 15%. Os 20% do restante correspondem a 15% do total, ou seja,6000 u.m.

$$\text{Logo, } \frac{6000}{15\%} = \frac{6000}{0,15} = 40000 \text{ u.m. Letra B.}$$

Resolução alternativa

Se 6000 u.m. do restante corresponde a 20%, logo, 100% do restante corresponde a 30000 u.m. Se a pessoa pagou 25% ficou devendo 75%. Logo, 75% corresponde a 30000 u.m. Se 75% corresponde a 30000 u.m., 100% corresponde a 40000 u.m.

03. De uma dívida, uma pessoa pagou 25%; do restante, pagou 40% e, com 9000 u.m. liquidou a dívida. De quanto era a dívida?

a) 2000 u.m.   b) 20000 u.m.   c) 25000 u.m.   d) NDR

Resolução

100% – 25% = 75%. Se de 75% pagou 40% ficou 30% do total, ou seja, $0,75 \times 0,40 = 0,30$ ou 30%. Ficou devendo ainda 75% – 30% = 45% ou seja: 9000 u.m.

$$\text{Então, } \frac{9000}{0,45} = 20000 \text{ u.m. a dívida total. Letra B.}$$

Resolução alternativa

100% – 25% = 75%. $0,40 \times 0,75 = 0,30$ ou 30%. 75% – – 30% = 45% (Corresponde a 9000 u.m.).

Se 45% corresponde a 9000 u.m., 100% corresponde a x. Temos a seguinte regra de três simples:

$\dfrac{45}{9000} = \dfrac{100}{x}$ ou $45x = 9000 \times 100$. Tirando o valor de x, obtém-se: 20000 u.m.

04. Na compra com cartão de crédito, uma loja instruiu seus vendedores para calcular o preço final da mercadoria dividindo o preço à vista por 0,80. Dessa forma podemos concluir que o valor da compra sofreu:

a) um aumento de 20%
b) um decréscimo de 20%
c) um aumento de 25%
d) um desconto de 25%

Resolução

Seja P o preço à vista. $\dfrac{P}{0{,}80} = 1{,}25P$. O valor da compra sofreu um aumento de 25%. Letra C.

05. A diferença entre dois capitais é de 200 u.m., estando o maior aplicado a juros simples de 20% ao ano e o menor a juros simples de 30% ao ano. Sabendo-se que os dois capitais produzem os mesmos juros após 1852 dias, pode-se concluir que o capital maior é: (Obs.: Considere um ano comercial igual a 360 dias.)

a) 400 u.m. b) 600 u.m. c) 500 u.m. d) 700 u.m.

Resolução.

Estando os dois capitais aplicados a juros simples e produzindo juros iguais em determinado tempo, podemos concluir que produzem juros iguais em qualquer tempo. Sendo P o capital aplicado a juros simples de 20% e P – 200 o capital aplicado a juros de 30%, temos:

$0,20P = (P - 200)0,30$ ou $P = 600$ u.m. Letra B.

06. Em janeiro o preço de uma ação caiu 20%. Qual o aumento que deverá ter seu preço em fevereiro para que no final de fevereiro, seu preço volte a ficar igual ao que era 2 meses antes?

a) 20% b) 25% c) 22%
d) 24% e) 23,5%

Resolução

Seja 100 u.m. o preço da ação em janeiro. Se caiu 20%, logo, $100\,(1 - 0,20) = 80$ u.m.

Para o preço voltar a ficar igual ao que era 2 meses antes, temos: $100 = 80\,(1 + i)$. Tirando o valor de i, obtém-se $i = 0,25$ ou $i = 100 \times 0,25 = 25\%$. Letra B.

07. Numa barraca de feira, uma pessoa comprou maçãs, bananas, laranjas e pêras. Pelo preço normal da barraca, o valor pago pelas maçãs, bananas, laranjas e pêras corresponderia a 25%, 10%, 15% e 50% do preço total, respectivamente. Em virtude de uma promoção, essa

pessoa ganhou um desconto de 10% no preço das maçãs e de 20% no preço das pêras. O desconto assim obtido no valor total de sua compra foi de:

a) 7,5% b) 10% c) 12,5%
d) 15% e) 7,5%

Resolução

Com os 10% de descontos na parte que representa 25% da sua compra, ela economiza 10% x 25% = 2,5%. Com os 20% de desconto na parte que representa 50% da sua compra, ela economizou 20% x 50% = 10%. Portanto, com os descontos, ela economizou 2,5% + 10% = 12,5%. Letra C.

08. Um capital inicial é aplicado numa instituição financeira à taxa de juros simples de 20% ao mês, ou seja, o valor do capital é alterado a cada mês com um aumento de 20% em relação ao capital inicial. A seqüência de valores do capital, a cada mês, forma uma:

a) PA de razão 0,2 b) PG de razão 20 c) PA de razão 20
d) PG de razão 1,2 e) PA de razão 2

Resolução

Seja 100 u.m. o capital inicial. A seqüência de valores é uma progressão aritmética, pois, cada um dos termos é igual ao termo anterior somado de um número fixo (que no caso é 20). A razão é r = 20 e o primeiro termo é a_1 = 120 u.m. Logo, a letra C é a alternativa correta.

09. Um comerciante que não possuía conhecimentos de matemática financeira, comprou uma mercadoria por 200 u.m. Acrescentou a esse valor, 50% de lucro. Certo dia, um freguês pediu um desconto, e o comerciante deu um desconto de 40% sobre o novo preço, pensando que, assim, teria um lucro de 10%. O comerciante teve lucro ou prejuízo? Qual foi esse valor?

a) Lucro de 20 u.m

b) Lucro de 30 u.m.

c) Prejuízo de 20 u.m.

d) Prejuízo de 30 u.m.

e) NDR

Resolução

Vamos por etapas

O comerciante comprou a mercadoria por 200 u.m. e acresceu 50% sobre esse valor,

$$200 \times \frac{150}{100} = 300$$

Logo, a mercadoria passou a custar 300 u.m.

Como deu um desconto de 40% sobre o preço de venda, portanto, como o comerciante comprou a mercadoria por 200 u.m. e a vendeu por 180 u.m., obteve um prejuízo de 20 u.m. Letra C.

10. Qual é o preço de um objeto cujo desconto de 17% corresponde a 34 u.m.?

a) 100 u.m. b) 200 u.m. c) R300 u.m.
d) 150 u.m. e) NDR

Resolução

Seja D o desconto, d a taxa de desconto e x o preço. Temos: D = Pi ou 34 = 0,17x. Tirando o valor de x, obtém-se: x = 200 u.m. Letra B.

11. Contrariando o plano real, um comerciante aumenta o preço de um produto que custava 300 u.m. em 20%. Um mês depois arrepende-se e dá um desconto de 20% sobre o preço reajustado. O novo preço do produto é:

a) 300 u.m. b) 240 u.m c) 288 u.m. d) NDR

Resolução

Preço com aumento: 300(1 + 0,20) = 360 u.m.
Preço do produto com desconto: 360(1 – 0,20) = 288 u.m. Letra C.

12. O preço de um artigo triplicou. Portanto, ele teve um aumento percentual de:

a) 200% b) 30% c) 300%
d) 400% e) NDR

Resolução

Seja P o preço do produto. $3P = P(1 + i)$ ou $3 = 1 + i$ ou $i = 2$ ou $i = 2 \times 100 = 200\%$. Letra A.

13. Se o preço de um artigo teve um aumento de 300%, pode-se afirmar que o preço desse artigo:

a) duplicou b) triplicou c) quadruplicou d) NDR

Resolução

Seja P o preço do produto. $S = P(1 + i)$ ou $S = P(1 + 3)$ ou $S = 4P$. Letra C.

14. O salário mínimo foi aumentado em 12% no último dia de janeiro de 2005. O leite tipo B que custava 70 u.m. passou imediatamente a custar 1,05 u.m. A razão entre o percentual de aumento do salário mínimo e o leite é de:

a) $\frac{12}{50}$ b) $\frac{4}{25}$ c) $\frac{6}{25}$

d) As letras "*a*" e "*c*" estão corretas. e) NDR

Resolução

Seja SM o salário mínimo e L o leite.

Razão = $\frac{SM}{L} = \frac{12}{50}$ Letra A (Pegadinha). Dividindo o numerador e o denominador da letra A por 2, obtém-se: $\frac{6}{25}$. Letra C. Portanto, as letras A e C estão corretas. Letra D.

15. Uma mercadoria teve 150% de aumento em seu preço. Para que esta mercadoria retorne ao seu preço anterior, é necessário um desconto em seu preço atual de:

a) 150% b) 80% c) 60%
d) 40% e) NDR

Resolução

Suponha que o preço da mercadoria era 100 u.m.

Preço da mercadoria com o aumento: $100(1 + 1{,}50) = 250$ u.m.

$100 = 250(1 - d)$ ou $0{,}40 = 1 - d$ ou $d = (1 - 0{,}40)100 = 60\%$. Letra C.

16. Se o poder de compra de meu salário é hoje 20% daquele de um ano atrás, então, para reaver aquele poder de compra, meu salário atual deve ser reajustado em:

a) 80% b) 180% c) 400%
d) 500% e) NDR

Resolução

Se o poder de compra de meu salário é hoje 20% daquele de um ano atrás, então, meu poder de compra caiu de 80%. Logo, o reajuste deve ser de 80%. Letra A (Pegadinha).

Desvendando a letra correta.

Suponha que meu salário era 100 u.m.

Com a queda de 80%, o poder de compra do meu salário passou para: 100(1 – 0,80) = 20 u.m.

Se o poder de compra de meu salário passou para 20 u.m. qual deverá ser o reajuste para o poder de compra do meu salário passar para 100 u.m.?

S = P(1 + i) ou 100 = 20(1 + i). Tirando o valor de i. obtém-se: i = 4 ou i = 4 x 100 = 400%. Letra C.

3.6. PROBLEMAS PROPOSTOS

3.6.1.Sobre equivalência de capitais usando o critério de desconto racional (Com as respectivas respostas)

111. Uma pessoa possui três títulos aplicados no mercado financeiro, sendo seus valores nominais 10000 u.m., 15000 u.m. e 20000 u.m. As datas de resgate, tomando-se como referência a data presente (data zero), são , respectivamente, 2 meses, 8 meses e 2 anos. Qual é a soma desses títulos na data zero, considerando-se a taxa de juros de 27% a.a.?

(a) 12987,01 u.m. (b) 12711,86 u.m. (c) 9569,38 u.m
(d) 35286,25 u.m. (e) 35268,25 u.m.

112. O perfil da dívida de certa pessoa consiste nos seguintes compromissos:

- **500 u.m. a pagar na data zero;**
- **1524 u.m. a vencer em 9 meses;**
- **1080 u.m. a vencer em 1 ano e meio.**

Uma vez que poderá dispor de recursos somente a partir do sexto mês (contando da data zero), o devedor se propõe resgatar sua dívida total em 3 pagamentos iguais, sendo o primeiro a 6 meses, o segundo a 12 meses e o terceiro a 1 ano e meio. Se a taxa de juros for de 36% a.a., qual o valor nominal de cada título?

(a) 107,58 u.m. (b) 107580,00 u.m. (c)170,58 u.m.
(d) 10758,00 u.m. (e) 1075,80

113. Uma pessoa deseja comprar, à vista, um televisor daqui a 1 ano. O lojista lhe garante que o preço, por essa ocasião, será de 1840 u.m. Como existe um Banco que paga juros de 32% a.a., o futuro comprador resolve efetuar depósitos iguais e trimestrais nesse Banco, sendo o primeiro hoje e o último 3 meses antes da data da compra. De quanto devem ser os depósitos para que a soma dos depósitos seja igual ao preço do televisor? (Considere a data focal 12).

(a) 8000 u.m. (b) 801 u.m. (c) 800 u.m.
(d) 799,99 u.m. (e) 800,15 u.m.

114. Uma pessoa devendo 8000 u.m. hoje, e 10000 u.m. em 1 ano, propõe a substituição desses títulos por um de 11000 u.m. em 6 meses e outro com vencimento em 1 ano e meio. Sabendo-se que a taxa de juros é de 18,6% a.a., qual será o valor do segundo pagamento? (Considere a data focal 6)

(a) 17893,13 u.m. (b) 8175,52 u.m. (c) 8174,25 u.m.
(d) 8175,25 u.m. (e) 8175,15 u.m.

115. Um Banco propõe a uma empresa, dois esquemas de pagamentos conforme demonstrado abaixo:

EMPRESA A	**EMPRESA B**
01-01-76: 2500 u.m.	**01-01-76: 1000 u.m.**
01-03-76: 3000 u.m.	**01-07-76: 5000 u.m.**
01-05-76: 4000 u.m.	**01-01-77: 4616,77 u.m.**

Sabendo-se que a taxa de juros é de 27% a.a., pergunta-se: algum dos esquemas é melhor que o outro? (Considere a data focal zero).

(a) Não existe esquema melhor que o outro;
(b) O esquema B é melhor que o A;
(c) O esquema A é melhor que o B;
(d) É indiferente escolher o esquema A ou o B;
(e) As letras *"a"* e *"d"* estão corretas.

116. Uma empresa deve três títulos pagáveis em 6, 12 e 18 meses, com valores, respectivamente, de 4500 u.m., 6000 u.m. e 6870 u.m. Verificando que apenas a 12 meses possuirá recursos disponíveis, propõe ao Banco liquidar os três títulos nesta data. Qual será o valor deste pagamento, se a taxa de juros for de 29% a.a. e a data focal 12?

(a) 15939,96 u.m. (b) 16939,96 u.m. (c) 15939,00 u.m.
(d) 15939,90 (e) NDR

117. Quatro pagamentos mensais de 100 u.m. vencendo o primeiro daqui a 1 mês são substituídos por dois bimestrais de 202,38 u.m., sendo o primeiro para dois meses. Se chamarmos de data 4 a do pagamento da última parcela mensal, e então adotarmos a data focal 4, qual será a taxa de juros envolvida nessa substituição?

(a) 2% a.m. (b) 3% a.m. (c) 2,5% a.m.
(d) 2,44% a.m. (e) 2,35% a.m.

118. Três títulos vencíveis a 30, 60 e 90 dias, cada um com valor nominal de 100000 u.m., devem ser trocados com taxa de 8% a.m., por dois títulos, também com valores nominais iguais, porém para 120 e 180 dias, respectivamente. Qual o valor nominal de cada um dos novos títulos?

(a) 18101,82 u.m. (b) 181018,24 u.m. (c) 81018,17 u.m.
(d) 181081,17 u.m. (e) 1810,18 u.m.

119. Um empréstimo deve ser saldado daqui a 10 meses com um único pagamento de 50000 u.m. O devedor propõe pagar 15000 u.m. agora, e os restantes 35000 u.m. em data a combinar. O credor aceita a proposta desde que lhe proporcione um ganho de 15% a.m., de juros. Que data será marcada para o pagamento dessa segunda parcela?

(a) daqui a 40 meses
(b) daqui a 40 anos
(c) daqui a 20 bimestres
(d) daqui a 40 dias
(e) as letras "*a*" e "*c*" estão corretas

120. Uma pessoa deve dois títulos no valor de 250000 u.m. e 560000 u.m. O primeiro título vence de hoje a 2 meses, e o segundo 1 mês após. O vendedor deseja propor a substituição dessas duas obrigações por um único pagamento ao fim do quinto mês. Considerando 9% a.m. a taxa de juros, determinar o valor desse pagamento único.

(a) 946573,49 u.m. (b) 946573,94 u.m. (c) 946573,00 u.m.
(d) 946753,49 u.m. (e) 94675,35 u.m.

121. Uma dívida no valor de 4800000 u.m. vence a 6 meses. O devedor pretende resgatar a dívida pagando 480000 u.m. hoje, data do vencimento. Sendo o momento desse último pagamento definido como a data focal da operação, e sabendo-se ainda que é de 102% a.a. a taxa de juros nessa operação, determinar o montante do pagamento.

(a) 24474 u.m. (b) 244740 u.m. (c) 2447,40 u.m.
(d) 2447400 u.m. (e) NDR

122. Um negociante tem as seguintes obrigações de pagamento com um Banco:

- **180000 u.m. vencíveis em 30 dias;**
- **420000 u.m. vencíveis em 90 dias;**
- **1000000 u.m. vencíveis em 120 dias.**

Com problemas de caixa nessas datas, deseja substituir esse fluxo de pagamento pelo seguinte esquema:

- **200000 u.m. em 60 dias;**
- **500000 u.m. em 100 dias;**
- **o restante em 150 dias.**

Sendo de 7,5% a.m. a taxa de juros adotada pelo Banco nessas operações, pede-se calcular o valor do pagamento remanescente, adotando como data focal época zero.

(a) 9702,23 u.m. (b) 97222,86 u.m. (c) 970233,00 u.m.
(d) 9702330,00 u.m. (e)970,22 u.m.

123. Uma pessoa tem uma dívida composta dos seguintes pagamentos:

- **200000 u.m. de hoje a 2 meses;**
- **600000 u.m. de hoje a 5 meses;**
- **900000 u.m. de hoje a 7 meses.**

Deseja–se trocar essas obrigações equivalente por dois pagamentos iguais, vencíveis o ;primeiro ao fim do sexto mês e o segundo no oitavo mês. Sendo de 7% a.m. a taxa de juros, calcular o valor desses pagamentos admitindo-se a data hoje como data de comparação.

(a) 920843,00 u.m. (b) 9028,43 u.m. (c) 90284,30 u.m.
(d) 909800,39 u.m. (e) NDR

124. Uma pessoa A toma emprestado a uma pessoa B, 1200 u.m. com juro de 6% a.a. durante 2 anos. Que importância aceitaria B em pagamento, 15 meses depois que o dinheiro foi emprestado, se então o dinheiro para si vale 5% a.a.?

(a) 1,295 u.m. (b) 1295,42 u.m. (c) 129542,00 u.m.
(d) 1,29 u.m. (e) 1295420,00 u.m.

125. O Sr. Martins deve 450 u.m. com vencimento a 4 meses e 600 u.m. com vencimento a 6 meses. Se o dinheiro vale 5% a.a., qual o pagamento único efetuado hoje que liquidaria os dois débitos? Usar a data de hoje como data focal.

(a) 1027990 u.m. (b) 10279,90 u.m. (c) 100279,90 u.m.
(d) 102799 u.m. (e) 1027,99 u.m.

126. Uma pessoa deve 2000 u.m. vencíveis a 1 ano com 6% a.a. Concorda em pagar 500 u.m. ao fim de 6 meses. Se o dinheiro vale 6% a.a., qual o pagamento que deve efetuar daqui a 1 ano para liquidar o resto da dívida? Tomar a data focal daqui a 1 ano.

(a) 16050 u.m. (b) 160500 u.m. (c) 1605 u.m.
(d) 1605000 u.m. (e) 16,05 u.m.

127. Uma pessoa deve 2000 u.m. com vencimento a 9 meses. Deseja liquidar esse compromisso mediante dois pagamentos iguais vencíveis a 6 e 12 meses, respectivamente. Determinar os pagamentos iguais se o dinheiro vale 6% a.a., e o fim de 1 ano é a data focal acordada.

(a) 1.000 u.m. (b) 10×10^2 u.m. (c) 10.000×10^{-1} u.m
(d) 10^3 u.m. (e) todas as letras acima estão corretas

128. Um título de valor nominal 400 u.m., pagável em 40 dias, vai ser substituído por outro com vencimento para

100 dias. Admitindo-se que o credor possa res atar o título à taxa de 24% a.a., determinar o valor nom ıal do novo título.

(a) 359,33 u.m. (b) 35,93 u.m. (c) 3593,30 u.m.
(d) 395,33 u.m. (e) 539,33 u.m. (f) NDR

129. Um título de valor equivalente a 144 u.m., vencível em 50 dias, foi substituído por outro de valor nominal 151 u.m. Calcular (aproximadamente) o prazo do novo título, sabendo-se que a taxa de juros empregada nessa transação foi de 2% a.m.

(a) 120 dias (b) 11,7 meses (c) 1,17 u.m.
(d) 4 meses (e) as letras "*a*" e "*d*" estão corretas.

130. Uma empresa deve pagar dois títulos: um de 720 u.m. para 2 meses e outro de 960 u.m. para 3 meses. Entretanto, não podendo resgatá-los no vencimento, propõe ao credor substituí-los por um único título para 4 meses. Calcular o valor nominal do novo título empregando a taxa de 1,2% a.m.

(a) 1710,25 u.m. (b) 17102,50 u.m. (c) 171025 u.m.
(d) 1710250, u.m. (e) NDR

3.6.2. Sobre equivalência de capitais usando o critério do desconto comercial (Com as respectivas respostas)

131. Uma empresa deve pagar 1000 u.m. daqui a 6 meses, 2000 u.m. em 9 meses e 3000 u.m. em 12 meses. O Banco,

cuja taxa d desconto é de 45% a.a., aceita a liquidação da dívida em dois pagamentos iguais, sendo o primeiro em 6 meses e o segundo em 12 meses. Qual é o valor dos pagamentos, uma vez que foi adotada a data focal zero?

(a) 28301,90 u.m. (b) 283019 u.m. (c) 2831,19 u.m.
(d) 2830,19 u.m. (e) NDR

132. Uma dívida é composta de um título de 10000 u.m., vencendo em 30 dias, e de outro no valor de 15000 u.m., vencendo em 90 dias. Essa dívida foi substituída por um único título de 28475,61 u.m., tendo sido empregada a taxa de desconto de 36% a.a. Considerando-se a data focal zero para a comparação, qual é o prazo de vencimento do novo título?

(a) 180 dias (b) 180 meses (c) 1,8 ano
(d) 6 meses (e) as letras *"a"* e *"d"* estão corretas

133. Dois títulos, um para 6 meses e outro para 12 meses, de 2000 u.m. e 3000 u.m., respectivamente, foram substituídos por dois outros, sendo o primeiro de 1000 u.m. para 9 meses e o segundo para 1 ano e meio. Sabendo-se que a taxa de desconto adotada foi de 18% a.a., qual será o valor do título de 1 ano e meio? Adotar a data focal 12 para a comparação.

(a) 4561,19 u.m.
(b) 45611,90 u.m.
(c) 4561,59 u.m.
(d) 456119 u.m
(e) NDR

134. Um título vence dentro de 60 dias, sendo seu valor de resgate de 1000 u.m. Caso se desejasse substituir esse título por outro vencível em 90 dias, qual seria o valor do novo título, a dotando-se a taxa de desconto de 24% a.a.?

(a) 1021,80 u.m. (b) 1021,82 u.m. (c) 1021,28 u.m.
(d) 10212,80 u.m. (e) 102,28 u.m.

135. A empresa Beta com Nota Promissória de 10000 u.m., vencendo em 90 dias, propõe antecipação por um título de 9487,18 u.m. Se a data focal adotada for a atual (data zero) e a taxa de desconto for de 30% a.a., qual será o prazo de antecipação?

(a) 30 meses (b) 30 dias (c) 3,0 anos
(d) As letras *"b"* e *"e"* estão corretas (e) 1 mês

136. João planeja substituir seus três títulos de 1000 u.m., 2000 u.m. e 3000 u.m., respectivamente, com os prazos de vencimento de 30, 60 e 90 dias, por um único título vencível em 180 dias. Qual será o valor desse título, uma vez que a taxa de desconto é de 36% a.a., e a data focal escolhida é a do vencimento desse novo título?

(a) 67459 u.m. (b) 6745,09 u.m. (c) 6745,90 u.m.
(d) 6745,99 u.m. (e) 6,745 u.m.

137. Dois títulos de 100 u.m. e 300 u.m., vencíveis em 30 e 60 dias, respectivamente, foram substituídos por um de 419,56 u.m. vencível em 120 dias. Tomando-se a data atual como focal, qual foi a taxa de desconto adotada?

(a) 24% a.a. (b) 24% a.m. (c) 2,4% a.a.
(d) 8%ao trimestre (e) as letras (a) e (d) estão corretas

138. João propõe a substituição de suas promissórias de 1500 u.m. e 2000 u.m., vencíveis, respectivamente, em 2 e 4 meses, por duas outras de 2000 u.m. e 1646,34 u.m., com os prazos de 3 e 6 meses. Supondo-se que a data focal seja a atual, qual é a taxa de desconto aplicada nessa operação?

(a) 0,11% ao dia
(b) 3% a.m.
(c) 36% a.a.
(d) as letras *"a"* e *"c"* estão corretas
(e) as letras *"b"* e *"c"* estão corretas
(f) somente a letra *"b"*está correta

139. São dados dois títulos: o primeiro de 120000 u.m. pagável em 30 dias e o segundo de 300000 u.m. pagável em 50 dias. Calcular o valor de um título, pagável em 90 dias, capaz de substituir os títulos dados, considerando-se a taxa de desconto de 12% a.a.

(a) 4265979 u.m. (b) 42659,79 u.m. (c) 42565,98 u.m.
(d) 426597,95 u.m. (e) 426597,59 u. m.

140. Uma dívida composta de três títulos de valor final 5820 u.m. cada, vencíveis, respectivamente, dentro de 30, 60 e 120 dias, deve ser paga por meio de um título de 17580 u.m. Quando deve vencer esse último título, considerando-se a taxa de desconto de 12% a.a.

(a) dentro de 90 dias
(b) dentro de 90 dias
(c) dentro de 3 meses
(d) somente a letra *"b"* é a correta
(e) As letras *"b"* e *"c"* estão corretas

141. Uma firma tem uma dívida representada por dois títulos: um de 50000 u.m. vencível em 40 dias e outro de 100000 u.m. vencível em 70 dias. Deseja-se substituir esses títulos por dois de mesmo valor final, vencíveis em 120 e 180 dias, respectivamente. Calcular o valor final de cada desses títulos, considerando-se a taxa de desconto de 18% a.a.

(a) 7864,86 u.m. (b) 78648,46 u.m. (c) 88648,64 u.m.
(d) 78648,64 u.m. (e) 786484,60

142. São dados os três seguintes títulos: o primeiro de 200000 u.m. pagável em 30 dias; o segundo de 300000 u.m. pagável em 50 dias e o terceiro de 500000 u.m. pagável em 60 dias. Quanto se deve pagar, na época atual para poder substituir a dívida dos títulos acima pela de um único título de 600.000 u.m. pagável em 90 dias, considerando-se a taxa de desconto de 2% a.m.

(a) 40200 u.m. (b) 4200 u.m. (c) 402000,55 u.m.
(d) 4002.000 u.m. (e) 402000 u.m.

143. Duas firmas estão em concorrência perfeita para adquirirem uma certa propriedade. A firma A toma conhecimento de que a oferta de B se constitui em 10000 u.m. à vista (hoje) e um título de 2000 u.m. para 180 dias. Se a firma A no momento só pode dispor de 7130 u.m., qual deve ser o valor do título para 150 dias que deve incluir na proposta a fim de ganhar a concorrência? Considere a taxa de desconto de 12% a.a.

(a) superior a 5000 u.m. (b)inferior a 5000 u.m.
(c) igual a 5000 u.m. (d) as letras "*a*" e "*b*" estão corretas
(e) somente a letra "*c*" está correta

144. Uma pessoa tem dois título, um no valor de 150000 u.m. para dois meses, e outro no valor de 300000 u.m. para quatro meses. Desejando substituí-los por um único no valor de 600000 u.m., qual é o prazo de vencimento desse título se a taxa de desconto é de 10% a.m.?

(a) 5 meses
(b) 2,5 bimestres
(c) 5 bimestres
(d) as letras "*a*" e "*b*" estão corretas
(e) Somente a letra "*a*" está correta

145. Um devedor deve pagar um título de 600000 u.m. daqui a 3 meses. Prevendo que não terá o suficiente para pagá-lo nessa data, propõe trocá-lo por dois, de valores nominais iguais, para 3 e 6 meses, respectivamente. Qual será o valor nominal de cada um desses títulos, se a taxa de desconto aplicada na troca será de 96% a.a.?

(a) 365.250,00 u.m. (b) 3562555 u.m. (c) 356250 u.m.
(d) 35625,000 u.m. (e) 3562,50 u.m.

146. Dentro de quantos dias deverá vencer um título de 1470 u.m. a fim de que seja equivalente a um outro de 1410 u.m. vencível em 60 dias? Considerar a taxa de desconto de 12% a.a.

(a) 180 dias
(b) 0,5 ano
(c) 6 meses
(d) 1 semestre
(e) as letras "*a*" , "*b*" e "*c*" estão corretas
(f) Somente a letra "*a*" está correta

147. Necessitando de 300000 u.m., solicitei um empréstimo numa financeira. Na data em que foi liberado a quantia de que necessitava, deveria assinar três notas promissórias, de valores nominais iguais, com vencimento para 60, 90 e 120 dias, respectivamente, com as quais garantiria o empréstimo. Qual será o valor nominal de cada uma delas, se esse cálculo foi feito com a taxa de desconto de 10,5% a.m.?

(a) 1459854 u.m
(b) 14598,54 u.m.
(c) 1459,85 u.m.
(d) 145895,40 u.m.
(e) 145985,40 u.m.

148. Um empresário possui dois débitos: um de 200000 u.m. e outro de 500000 u.m., vencíveis, respectivamente, a 2 e 4 meses a partir da data atual. Desejando renegociar suas dívidas, o empresário propõe, e o credor aceita, substituir esse esquema de pagamento por um outro equivalente, constituído por 3 prestações de igual valor, vencíveis, respectivamente, a 6, 9 e 12 meses a contar também da data atual. Determinar o valor do pagamento no esquema substituto, sabendo-se que a taxa de desconto negociada foi de 48% a.a., para uma data focal no décimo segundo mês.

(a) 30955,39 u.m.
(b) 3095,54 u.m.
(c) 3095539 u.m
(d) 309553,89 u.m.
(e) 309553,90 u.m.

149. Uma empresa deseja propor a um Banco, a substituição de dois títulos: um de 50000 u.m. para 90 dias e outro de 120000 u.m. para 60 dias, por três outros, com o mesmo valor nominal, vencíveis, respectivamente, em 30, 60 e 90 dias. Calcular o valor nominal desses títulos, sabendo-se que a taxa de desconto da transação é de 4% a.m.

(a) 559420,30 u.m. (b) 5592,203 u.m. (c) 55942,09 u.m.
(d) 55942,03 u.m. (e) NDR

150. Dois supermercados vendem um produto pelo mesmo preço e estão fazendo as seguintes promoções:

Supermercado A: compre 4 e leve 5
Supermercado B: Compre 4 e pague 3

Qual deles oferece o maior desconto?

(a) O supermercado A
(b) O supermercado B

3.7. RESPOSTAS AOS EXRCÍCIOS PROPOSTOS

01. C	02. D	03. A	04. A	05. C
06. A	07. C	08. A	09. B	10. D
11. C	12. E	13. D	14. D	15. D
16. A	17. A	18. A	19. E	20. E
21. E	22. E	23. E	24. B	25. B
26. D	27. C	28. C	29. E	30. E
31. C	32. E	33. C	34. E	35. C
36. A	37. D	38. C	39. E	40. B
41. A	42. C	43. D	44. B	45. B
46. D	47. C	48. A	49. D	50. B
51. A	52. D	53. D	54. B	55. E
56. A	57. D	58. A	59. C	60. C
61. A	62. C	63. D	64. B	65. A
66. E	67. A	68. E	69. D	70. C
71. D	72. E	73. A	74. E	75. A
76. C	77. E	78. B	79. B	80. E
81. A	82. E	83. C	84. E	85. C
86. E	87. D	88. E	89. D	90. B
91. C	92. E	93. E	94. A	95. E
96. A	97. B	98. D	99. D	100. E
101. E	102. E	103. E	104. E	105. C
106. C	107. E	108. D	109. E	110. B
111. E	112. E	113. C	114. B	115. E
116. E	117. D	118. B	119. E	120. B
121. D	122. B	123. D	124. B	125. E
126. C	127. E	128. F	129. E	130. E
131. E	132. E	133. E	134. C	135. D
136. C	137. E	138. E	139. D	140. E
141. D	142. E	143. A	144. E	145. A
146. E	147. E	148. D	149. D	150. B

CAPÍTULO 4 – TÓPICOS ESPECIAIS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA: uma orientação ao consumidor relativa aos problemas financeiros com os quais se defronta no seu dia-a-dia

4.1. TAXA DE JUROS PAGA APÓS VENCIMENTO

A quantia que você paga pelos dias de atraso (de água, luz, telefone, colégio, etc.) é calculada com base nos juros simples ou juros compostos.

A taxa de juros global (incluindo multa e juro de mora), vai depender do número de dias de atraso. Três casos podem ocorrer:

a) se você atrasar menos de 30 dias, a taxa é menor em juros simples do que em juros compostos;

b) se você atrasar 30 dias, a taxa cobrada é a mesma, tanto usando juros simples como juros compostos;

c) se você atrasar mais de 30 dias, a taxa é maior em juros simples do que em juros compostos

Como você não sabe se a operação foi realizada em juros simples ou compostos, então, para você ter uma idéia da magnitude da taxa global que está sendo cobrada, tem que usar as fórmulas de juros simples e juros compostos.

A fórmula para determinar a taxa de juros global caso a operação tenha sido realizada em juros simples, é a seguinte:

$$i = \left[\frac{3000(VA - V)}{NV}\right]100$$

A fórmula para determinar a taxa de juros global caso a operação tenha sido realizada em juros compostos, é a seguinte:

$$i = \left[\left(\frac{VA}{A}\right)^{\frac{30}{N}}\right]100$$

Os símbolos usados nas duas fórmulas significam:

V = Valor a pagar no vencimento;

VA = Valor pago após vencimento;

N = Número de dias após vencimento, ou seja, número de dias de atraso;

i = Taxa global (multa mais juro de mora)

A seguir vamos apresentar alguns exemplos para uma melhor compreensão.

EXEMPLO 1

Se o valor de um carnê no dia do vencimento 500 u.m e você pagou 15 dias após o vencimento, pergunta-se: se você pagou 526,25 u.m. (entre multa e juro de mora), qual foi a taxa mensal cobrada?

OBS. - Resolvemos usar u. m. (unidade monetárias, ou seja, qualquer moeda: real, dólar, euro, etc.) em vez de R$ (real) para evitar correção no livro caso os futuros governos criem outra moeda.

RESOLUÇÃO:

Dados: V = 500 u.m.

VA = 526,25 u.m.

N = 15 dias

i = ?

Usando a primeira fórmula:

Solução: $i = \left[\frac{3000(526{,}25 - 500)}{15x500}\right]100$

i = 10,5%

Usando a segunda fórmula:

Solução: $i = \left[\left(\frac{526{,}25}{500}\right)^{\frac{30}{15}} - 1\right] 100$

i = 10,77%

Resposta:

a) se a operação foi realizada em juros simples, a taxa cobrada foi 10,5 % ao mês.

b) em juros compostos, a taxa cobrada foi 10,77% ao mês.

EXEMPLO 2

Resolva o exemplo 1, supondo que você pagou 550 u.m. por 30 dias de atraso.

RESOLUÇÃO:

Já que o número de dias de atraso é igual a 30, logo, é indiferente usar a primeira ou a segunda fórmula. Se não vejamos:

DADOS: V = 500 u.m.

VA = 550 u.m.

N = 30 dias

i = ?

Usando a primeira fórmula:

$$\text{Solução: } i = \frac{3000\,(550 - 500)}{30 \times 500}$$

$$i = 10\%$$

Usando a segunda fórmula:

$$\text{Solução: } i = \left[\left(\frac{550}{500}\right)^{\frac{30}{30}} - 1\right] 100$$

$$i = 10\%$$

RESPOSTA: se a operação foi realizada em juros simples ou compostos, a taxa cobrada foi de 10% ao mês.

EXEMPLO 3

Resolva o exemplo 1, supondo que você pagou 570,00 u.m. por 35 dias de atraso.

Resolução:

Dados: V = 500 u.m.

VA = 570 u.m.

N = 35 dias

i = ?

Usando a primeira fórmula:

$$\text{Solução: } i = \frac{3000\ (570 - 500)}{35 \times 500}$$

$$i = 12\%$$

$$\text{Solução: } i = \left[\left(\frac{570}{500}\right)^{\frac{30}{35}} - 1\right] 100$$

$$i = \left[(1,14)^{0,857143} - 1\right] 100$$

$$i = 11,88\%$$

RESPOSTA: se a operação foi realizada:

a) em juros simples, a taxa de juros cobrada foi 12% ao mês;
b) em juros compostos, a taxa de juros cobrada foi 11,88% ao mês.

4.2. COMPRAS EM PRESTAÇÕES versus LIQUIDAÇÃO ANTECIPADA

A atenção com os juros é importante até para quem entra no crediário.
Levantamento da ANEFAC (Associação Nacional dos Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade) indica que 100% dos consumidores que antecipam o pagamento de seus carnês não exigem abatimento dos juros.
Pesquisa da SERVLOJ, empresa que administra o crediário de várias redes de lojas do país, aponta que 3,7% dos consumidores antecipam o pagamento de suas prestações.

O Código de Defesa do Consumidor, no parágrafo 2º do artigo 52, afirma: "está assegurado ao consumidor a liquidação antecipada do débito, total ou parcialmente, mediante redução proporcional dos juros e demais encargos".

Quando se faz um financiamento, há vários sistemas para se amortizar a dívida. No mercado financeiro brasileiro, o sistema utilizado para amortizar uma dívida é o Sistema de Amortização Francês. O Sistema Francês é um sistema de amortização em que todas as prestações são iguais. Cada prestação (P) é formada pela soma de duas parcelas: juros (J) e amortização (A), ou seja, $P = J + A$.

A parcela de juros é sempre igual ao produto da taxa do período (mês, bimestre, etc.) pelo saldo devedor existente antes do pagamento da prestação. A parcela de amortização é obtida pela diferença: P – J, ou seja, A = P – J.

No Sistema de Amortização Francês, à medida que se for pagando as prestações, a parcela de juros de cada prestação vai diminuindo e a parcela de amortização aumentando, de maneira que ao pagar a última prestação, ter-se-á quitado totalmente o financiamento.

EXEMPLO

Suponha que uma loja esteja vendendo um produto à vista por 1000 u.m., e você compre esse produto em 4 prestações iguais e mensais de 288,59 u.m.; se você resolve liquidar a dívida, ao pagar a segunda prestação, qual é o seu saldo devedor, sabendo-se que a loja está cobrando uma taxa de 6 % a.m.?,

Como a taxa de juros que está sendo cobrada é de 6% ao mês, logo, a planilha de amortização, pelo Sistema de Amortização Francês, é a seguinte:

N	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1000,00	–	–	–
1	771,41	228,59	60,00	288,59
2	529,10	242,31	46,28	288,59
3	272,26	256,84	31,75	288,59
4	- 0 -	272,26	16,33	288,59

De acordo com a planilha de amortização, quando você pagar a segunda prestação seu saldo devedor é 529,10 u. m. Portanto, segundo o Código de Defesa do Consumidor, se você resolvesse liquidar a dívida ao pagar a segunda prestação, pagaria 529,10 u.m., e não 577,18 u.m. (= 2 x 288,59).

Se você for liquidar um financiamento de 12, 24, etc. prestações iguais e souber qual a taxa de juros cobrada no financiamento, não é necessário fazer a planilha de amortização para saber o saldo devedor, basta usar a seguinte fórmula (deduzida por meio dos conceitos de juros compostos):

$$P_K = R\left[\frac{1-(1+i)^{K-N}}{i}\right]$$

Onde: P_K = Saldo devedor após pagar K prestações;

R = Valor de cada prestação;
N = Número de prestações (excluindo a entrada);
K = Número de prestações pagas no ato de liquidar a dívida;
i = Taxa de juros cobrada no financiamento;
K – N = Número de prestações que falta pagar.

Pelo exemplo apresentado, pode-se tirar os seguintes dados:

Dados: P_2 = ? (saldo devedor após pagar as duas prestações);
R = 288,59 u. m. (valor de cada prestação);
K = 2 (duas prestações pagas);
N = 4 (número de prestações);
i = 6% ao mês (taxa de juros cobrada);
K – N = 2 – 4 = – 2 (número de prestações que falta pagar)

Substituindo os dados na fórmula, obtém-se:

$$P_2 = 288{,}59\left[\frac{1-(1+0{,}06)^{-2}}{0{,}06}\right]$$

$$P_2 = 288{,}59\left[\frac{1-0{,}8899964}{0{,}06}\right] = 529{,}10$$

Portanto, o resultado bate com o valor encontrado por meio da planilha de amortização pelo Sistema de Amortização Francês.

4.3. QUANTO MAIOR O JURO, MAIOR É A VANTAGEM DE POUPAR PARA COMPRAR À VISTA

Consumidor que entra em financiamento de 24 ou 36 meses para comprar carro, geladeira ou TV, pode comprá-los à vista na metade desses prazos, sem correr o risco de ficar inadimplente.

Conter o anseio irresistível do consumo imediato e ir poupando o valor das prestações para comprar à vista mais tarde, é a alternativa mais sensata hoje em dia..

Os planos de financiamento esticados, que o comércio vem oferecendo, são os maiores responsáveis pelo crescimento do consumo de bens duráveis.

Quanto mais longo o prazo, menor a prestação. O consumidor não percebe, entretanto, que o juro embutido numa prestação diminuta pode ser enorme.

Por exemplo, um freezer Electrolux que pode ser comprado por 549 u.m. à vista ou em 25 prestações iguais e mensais de 45 u.m., aparentemente o valor da prestação é uma bagatela.

Baseado no exemplo dado pelos consultores, se um consumidor desiste de comprar o freezer em 25 prestações iguais e resolvesse aplicar, mensalmente, o valor de cada prestação à taxa de 1,2% ao mês, pergunta-se: após quantos meses ele (o consumidor) compraria o freezer à vista?

Para responder à pergunta acima, ou outra semelhante, o autor do presente trabalho, através dos conceitos de juros compostos, deduziu uma fórmula, que para determinar o número de meses necessários para comprar um produto à vista, aplicando o valor da prestação à taxa de 1,2% ao mês, basta usar qualquer calculadora que contenha a tecla log (logaritmo). A fórmula é a seguinte:

$$N = \frac{\log\left(\frac{Fi}{100P} + 1\right)}{\log\left(1 + \frac{i}{100}\right)}$$

Onde: F = Valor financiado, ou seja, o preço à vista menos a entrada (a entrada é qualquer valor pago no ato da compra);

P = Valor de cada prestação;

i = Taxa de juros da aplicação;

N = Número de meses necessários para comprar o produto à vista.

Para uma melhor compreensão da fórmula, vamos usar os dados correspondentes à venda do freezer Electrolux. Os dados são os seguintes:

Dados: $F = 549$ u.m. (já que não houve nenhuma entrada);

$P = 45$ (valor de cada prestação);

$i = 1{,}2\%$ ao mês (taxa pela qual será aplicada o valor de cada prestação);

$N = ?$

$$\text{Solução: } N = \frac{\log\left(1+\dfrac{549 \text{ x } 1{,}2}{100 \text{ x } 45}\right)}{\log\left(1+\dfrac{1{,}2}{100}\right)} = 11{,}45$$

Já que N = 11,45, após 11,45 meses ou 11 meses e 14 dias, o consumidor teria acumulado dinheiro suficiente para comprar o freezer à vista. Como a taxa de juro é ao mês, e não em dias, logo, se o consumidor sacar o dinheiro após 11 meses e 14 dias, só obterá juros dos 11 meses, perdendo assim, os juros dos 14 dias. Neste caso, o dinheiro acumulado nos 11 meses não é suficiente para comprar o freezer à vista. Sendo assim, o consumidor sacando o dinheiro acumulado após 12 meses, comprará o freezer à vista e, é claro, ainda sobrará dinheiro.

Mesmo na hipótese de que o freezer esteja custando 5% a mais após 12 meses, o dinheiro acumulado nos 12 meses daria para comprar o freezer à vista e ainda sobrariam alguns trocados. Quanto maior o juro do financiamento, maior, obviamente, é a vantagem da poupança para compras futuras.

No exemplo do freezer que custa 549 u.m., e pode ser comprado à vista ou em 25 prestações iguais e mensais de 45 u.m., a taxa cobrada é 6,5% ao mês. Se o freezer fosse vendido em 25 prestações iguais e mensais de 55,89 u. m., a taxa de juros subiria para 9% ao mês. Neste caso, aplicando, mensalmente, 55,89 u.m. à taxa de 1,2% ao mês, após quantos meses o consumidor compraria o freezer à vista?

Dados: F = 549 u.m.
P = 55,89 u.m.
i = 1,2% ao mês
N = ?

$$\text{Solução: } N = \frac{\log\left(1+\dfrac{549 \times 1{,}2}{100 \times 55{,}89}\right)}{\log\left(1+\dfrac{1{,}2}{100}\right)} = 9{,}34$$

Conclusão

Com a taxa de juros de 6,5% ao mês, o consumidor compraria o freezer após 12 meses. Por outro lado, com a taxa de juros de 9% ao mês, o consumidor compraria o freezer após 10 meses. O resultado confirma o que foi dito anteriormente: quanto maior for a taxa de juros cobrada nas compras em prestações, maior, obviamente, é a vantagem de poupar para comprar futuramente à vista.

4.4. TAXA DE JUROS ANUNCIADA versus TAXA DE JUROS COBRADA

EXEMPLO 1

Numa loja está o seguinte anúncio relativo à venda de um produto:

À vista: 500 u.m.
A prazo: 1 + 3 de 141,59 u.m.
Taxa de juros: 8% ao mês
Pergunta-se: a taxa anunciada é a taxa cobrada pela loja ?

$$\text{Fórmula: } P = \frac{(PV - E)i}{1-(1+i)^{-n}}$$

Onde: P = Valor a ser comparado com o valor da prestação cobrado pela loja
PV = Preço à vista
E = Entrada
i = Taxa de juros anunciada pela loja
n = Número de prestações (excluindo a entrada)

Como saber se a taxa anunciada é verdadeira?

Se o valor de P, calculado pela fórmula, for menor que o valor da prestação cobrada pela loja, é sinal de que a taxa cobrada é maior que a taxa anunciada.

Se o valor de P, calculado pela fórmula, for igual ao valor da prestação cobrada pela loja, então, a taxa anunciada é igual à taxa cobrada pela loja.

Resolução

Dados: PV = 500 u.m.
E = 141,59 u.m.

$$i = 8\% \text{ ao mês} = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

n = 3 (excluindo a entrada)
P = ?

Solução: $$P = \frac{(500 - 141{,}59)0{,}08}{1 - (1 + 0{,}08)^{-3}} = 139{,}07$$

RESPOSTA. Como o valor de P = 139,07 é menor que 141,59 u.m. (valor da prestação cobrada pela loja), logo, a taxa cobrada pela loja é maior que 8% ao mês.

4.5. REAJUSTE NECESSÀRIO PARA REPOR A PERDA DO SALÁRIO

EXEMPLO

Se em virtude da inflação seu salário perde 50% do poder de compra, qual deve ser o reajuste necessário para repor a perda?

Fórmula: $R = \left[\dfrac{1}{1-p} - 1 \right] 100$

Onde: R = Reajuste
P = Perda

Resolução

Dados: P = 50% = $\dfrac{50}{100} = 0{,}50$

R = ?

Solução: $R = \left[\dfrac{0{,}50}{1-0{,}50} - 1 \right] 100 \ = 100$

4.6. QUANTO SE PERDE COM A INFLAÇÃO

EXEMPLO

Se a inflação acumulada nos meses subseqüentes ao seu reajuste salarial foi de 100%, quanto por cento do seu salário a inflação consumiu?

Fórmula: $P = \left[\dfrac{I}{1+I}\right]100$

Onde: P = perda
I = Inflação

Resolução

Dados: $I = 100\% = \dfrac{100}{100} = 1$

P = ?

Solução: $P = \left[\dfrac{1}{1+1}\right]100 = 50\%$

RESPOSTA. A inflação consumiu 50% do seu salário, ou seja, seu poder aquisitivo (poder de compra) foi reduzido em 50%. Pode-se concluir que: por maior que seja a inflação acumulada, é impossível nosso salário sumir totalmente, ou seja, nosso poder de comprar cair 100%.

Para comprovar, substitua, na fórmula de reajuste salarial, P por 1. Nesse caso o denominador ficará igual a zero, e é impossível a divisão por zero.

4.7.CUSTO DE VIDA versus AUMENTO DE PREÇOS

EXEMPLO

Imaginemos uma família que vive com um orçamento de 300 u.m. por mês. Se essa família gasta 30 u.m. mensal, do orçamento, com determinado produto, e o preço desse produto sobe 25%, durante um mês, qual o aumento do custo de vida dessa família?

Fórmula: $A_{CV} = \left[\left(\dfrac{GM}{OF}\right)p\right]100$

Onde: GM = Gasto mensal com o produto
OF = Orçamento familiar
p = Porcentagem de aumento do preço do produto
A_{CV} = Aumento do custo de vida

Resolução

Dados: GM = 30 u.m.
OF = 300 u.m.

$p = 25\% = \dfrac{25}{100} = 0{,}25$

Solução: $A_{CV} = \left[\left(\dfrac{30}{300}\right)0{,}25\right]100 = 2{,}5$

RESPOSTA. O aumento de custo de vida foi de 2,5%

4.8. LIQUIDAÇÃO versus REMARCAÇÃO

EXEMPLO

Certo dia o gerente de vendas, de uma loja, chamou todos os vendedores e avisou que ia fazer uma grande liquidação, dando 10% de desconto em todos os produtos da loja. Após a liquidação, para não encarecer os produtos, o gerente mandou remarcar os produtos com o mesmo percentual do desconto, ou seja, 10%. Afinal de contas, raciocinou o gerente: fica uma coisa pela outra, pois descontar 10% e depois aumentar 10% equivale a voltar ao preço anterior. E assim foi feito. Passado algum tempo, a brilhante idéia do gerente, na realidade, provocou um certo prejuízo, que quase foi demitido. Pergunta-se: após a liquidação para evitar prejuízo, o gerente deveria ter aumentado o preço de cada produto, em quanto por cento?

Fórmula: $i = \left[\dfrac{d}{1-d} \right] 100$

Onde: i = Taxa de aumento após a liquidação
d = Desconto concedido antes da liquidação

Resolução

Dados: $d = 10\% = \dfrac{10}{100} = 0{,}10$

$i = ?$

Solução: $i = \left[\dfrac{0{,}10}{1-0{,}10} \right] 100 = 11{,}11\%$

RESPOSTA. O gerente deveria ter aumentado o preço de cada produto em 11,11%

4.9. AUMENTO versus DESCONTO

EXEMPLO

Um caso semelhante ocorreu com outro gerente de vendas. Um outro dia o gerente de vendas, de um supermercado, chamou todos os vendedores e ordenou que, a partir da outra semana, todos os preços fossem aumentados em 10%. Se algum comprador reclamasse, o vendedor poderia baixar o novo preço de 10%. Afinal de contas, fica uma coisa pela outra, raciocinou: ora, aumentar 10% e depois tirar 10%, equivale a voltar ao preço anterior. E assim foi feito. Passado algum tempo, a brilhante idéia do gerente, na realidade, provocou um certo prejuízo, que quase foi demitido, Pergunta-se: a fim de que não houvesse prejuízo, qual deveria ser o desconto, para que voltasse ao preço anterior?

Fórmula: $d = \left[\dfrac{i}{1+i}\right]100$

Onde: d = desconto após o aumento
i = Aumento no novo preço

Resolução

Dados: $i = 10\% = \dfrac{10}{100} = 0{,}10$

Solução: $d = \left[\dfrac{0{,}10}{1+0{,}10}\right]100 = 9{,}091\%$

RESPOSTA. O desconto deveria ser de 9,091%

4.10. À VISTA COM DESCONTO versus PAGAMENTO A PRAZO

EXEMPLO 1

Um fornecedor vende com prazo de pagamento de 45 dias, e a taxa de juros é de 5% ao mês. Se o pagamento é à vista, qual é o desconto que o fornecedor deve conceder?

Fórmula: $D = \left[1 - \dfrac{1}{(1+i)^{\frac{d}{30}}}\right]100$

Onde: D = Desconto
i = Taxa de juros
d = Número de dias do prazo de pagamento

Resolução

Dados: $i = 5\% = \dfrac{5}{100} = 0{,}05$

d = 45 dias
D = ?

Solução: $D = \left[1 - \dfrac{1}{(1+0{,}05)^{\frac{45}{30}}}\right]100 = 7{,}1\%$

RESPOSTA. Deve conceder um desconto de 7,1%

EXEMPLO 2

Um fornecedor vende com prazo de 30 dias, e você tem a oportunidade de investir seu dinheiro à taxa de 3% ao mês, quanto deve solicitar de desconto nos seguintes caso:

a) para pagar 20 dias antes?
b) para pagar à vista?

Resolução

a) Dados: i = 3% ao mês = $\dfrac{3}{100} = 0{,}03$

d = 20 dias

D = ?

$$\text{Solução: } D = \left[1 - \frac{1}{(1+0{,}03)^{\frac{20}{30}}}\right]100 = 1{,}95\%$$

RESPOSTA. Deve solicitar um desconto de 1,95%.

b) Dados: i = 3% ao mês = $\dfrac{3}{100} = 0{,}03$

d = 30 dias

D = ?

$$\text{Solução: } D = \left[1 - \frac{1}{(1+0{,}03)^{\frac{30}{30}}}\right]100 = 2{,}91\%$$

RESPOSTA. Deve solicitar um desconto de 2,91%

4.11. VENDA A PRAZO versus JUROS EMBUTIDOS

Se um fornecedor vende por prazo de 20 dias, e a taxa de juros praticada no mercado financeiro é de 5% ao mês, qual é a taxa que você deve embutir no preço?

$$\text{Fórmula: } i_E = \left[(1+i_F)^{\frac{p}{30}}\right]100$$

Onde: i_E = Taxa embutida
p = Prazo
i_F = Taxa pratica no mercado financeiro

Resolução

Dados: p = 20 dias

$$i_F = 5\% = \frac{5}{100} = 0{,}05$$

$$i_E = ?$$

Solução: $$i_E = \left[(1 + 0{,}05)^{\frac{20}{30}}\right]100 = 3{,}31\%$$

RESPOSTA. Deve embutir no preço uma taxa de 3,31%

4.12. APLICAÇÃO DE UMA PARCELA EM N PERÍODOS (mês, bimestre, etc.)

EXEMPLO 1

Se você pretende dispor de 1200 u.m. daqui a 7 meses, quanto deverá aplicar, hoje, à taxa de 1,2% ao mês?

Fórmula: $$A = \frac{S}{(1+i)^n}$$

Onde: S = Saldo no fim de n períodos
A = Valor da aplicação
i = Taxa de juros da aplicação
n = Número de períodos

Resolução

Dados: i = 1,2% = $\frac{1,2}{100}$ = 0,012

n = 7
S = 1200 u.m.
A = ?

Solução: A = $A = \frac{1200}{(1+0{,}012)^7} = 1103{,}87$ u.m

RESPOSTA. Deverá aplicar, hoje, 1.103,87 u.m.

EXEMPLO 2

Você dispõe de 1000 u.m., e pretende aplicá-las para obter 1210 u.m. daqui a 2 meses; qual a taxa de juros que você deverá fazer a aplicação?

Fórmula: $i = \left[\left(\frac{PO}{QD}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right]100$

Onde: i = Taxa de juros da aplicação
QD = Quantia que você dispõe
PO = Pretende obter
n = Número de períodos

Resolução

Dados: QD = 1000 u.m.
PO = 1210 u.m.
n = 2
i = ?

Solução: $i = \left[\left(\dfrac{1210}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] 100 = 10\%$

RESPOSTA. Você deverá aplicar à taxa de 10% ao mês

EXEMPLO 3

Você dispõe de 1000 u.m., e pretende aplicá-las, hoje, para obter um saldo de 1210 u.m. Se você tem a oportunidade de aplicar seu dinheiro à taxa de 10% ao mês, ao fim de quantos meses obterá o saldo pretendido?

Fórmula: $n = \dfrac{\log\left(\dfrac{QD}{SP}\right)}{\log(1+i)}$

Onde: QD = Quantia disponível
SP = Saldo pretendido
i = Taxa de juros da aplicação
log = Logaritmo na base dez ou decimal
n = número de meses necessário para obter o saldo pretendido

Resolução

Dados: QD = 1000 u.m.
SP = 1210 u.m.

$i = 10\% \text{ ao mês} = \dfrac{10}{100} = 0{,}10$

n = ?

Solução: $n = \dfrac{\log\left(\dfrac{1000}{1210}\right)}{\log(1+0{,}10)} = 2$

RESPOSTA. Ao fim de 2 meses.

4.13. APLICAÇÃO DE N PARCELAS IGUAIS

EXEMPLO 1

Se você pretende dispor de 1200 u.m. daqui a 7 meses, quanto você deve aplicar, mensalmente, à taxa de 1,2% ao mês?

Fórmula: $S = A\left[\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$ ou $A = \dfrac{Si}{(1+i)^n - 1}$

Onde: S = Saldo no fim de n períodos
A = Valor de cada aplicação
n = Número de períodos
i = Taxa de juros da aplicação

Resolução

Dados: S = 1200 u.m.
n = 7
i = 1,2% ao mês = $\dfrac{1{,}2}{100} = 0{,}012$

Solução: $A = \dfrac{1200x0{,}012}{(1+0{,}012)^7 - 1} = 165{,}35$

RESPOSTA. Você deve aplicar, mensalmente, 165,35 u.m.

EXEMPLO 2

Se você aplicar 165,35 u.m., mensalmente, à taxa de 1,2% ao mês, qual o seu saldo no fim de 7 meses?

Resolução

Dados: A = 165,35 u.m.

n = 7

$i = 1{,}2\%$ ao mês $= \dfrac{1{,}2}{100} = 0{,}012$

S = ?

Solução: $S = 165{,}35\left[\dfrac{(1+0{,}012)^7 - 1}{0{,}012}\right] = 1200$

RESPOSTA. No fim de 7 meses seu saldo será de 1200 u.m.

EXEMPLO 3

Suponha que você pretende comprar uma filmadora, a fim de que possa fazer alguns "bicos" nos fins de semana, registrando aniversário de crianças para a posteridade. O preço à vista da filmadora é 1200 u.m. e a loja vende-lhe em prestações iguais e mensais de 185 u.m.

Há a hipótese de a filmadora estar custando mais daqui a um ano, mas é pouco provável, já que os preços das filmadoras estão estáveis, e nos últimos 12 meses, chegaram a cair. Se você adiar a compra e aplicar, mensalmente, 185 u.m. à taxa de 1,2% ao mês, quantos meses serão necessários para você comprar a filmadora à vista?

Fórmula: $n = \dfrac{\log\left(1 + \dfrac{Si}{A}\right)}{\log(1+i)}$

Onde: n = Número de meses necessário para comprar a filmadora à vista

log = Logaritmo decimal ou na base 10

S = Saldo disponível após n meses

i = Taxa de juros da aplicação

A = Valor da aplicação

Resolução

Dados: S = 1200 u.m.

$i = 1{,}2\%$ ao mês $= \dfrac{1{,}2}{100} = 0{,}012$

A = 185 u.m.

n = ?

Solução: $n = \dfrac{\log\left(1 + \dfrac{1200x0{,}012}{185}\right)}{\log(1+0{,}012)} = 6{,}28$

RESPOSTA. Como as aplicações são mensais e n = 6 meses mais uma fração do mês, logo, n = 6 meses ou 7 meses.

Fazendo 6 aplicações o saldo final do sexto mês será menor que 1200 u.m. Fazendo 7 aplicações o saldo será maior que 1.200 u.m. Portanto, fazendo 7 aplicações, você comprará a filmadora à vista e o excedente poderá empregar na compra de um estoque de fitas de vídeo.

Conclusão: em vez de você pagar em 12 meses, pagará em 7 meses e ainda sobrará dinheiro para comprar algumas fitas de vídeo e, além disso, ainda pode pechinchar.

EXEMPLO 4

Se no fim do sétimo mês você chegar à loja e o preço da filmadora for 1320 u.m., ou seja, subiu 10%, seu saldo será suficiente para comprar a filmadora á vista. Vejamos:

Resolução

Dados: A = 185 u.m. (valor de cada aplicação)
n = 7 (sétimo mês)
i = 1,2% ao mês (taxa de juros que você fez as aplicações)
S = ? (saldo no fim do sétimo mês)

Solução: $S = 185\left[\dfrac{(1+0{,}012)^7 - 1}{0{,}012}\right] 100 = 1342{,}56$

RESPOSTA. Como seu saldo no fim do sétimo mês é 1342,56 u.m., logo, seu saldo será suficiente para comprar a filmadora à vista e, além disso, ainda sobram 22,56 u.m. para comprar algumas fitas de vídeos.

4.14.EMPRÉSTIMO EM N PRESTAÇÕES IGUAIS

EXEMPLO

Suponha que você possua 1000 u.m. para emprestar em 5 parcelas iguais (sendo a primeira parcela paga um mês após o empréstimo) à taxa de 5% ao mês, qual o valor de cada parcela?

Fórmula: $P = \dfrac{VEi}{1-(1+i)^{-n}}$

Onde: P = Valor de cada parcela
VE = Valor emprestado
n = Número de parcelas
i = Taxa de juros do empréstimo

Resolução

Dados: VE = 1000 u.m.
n = 5
i = 5% ao mês = $\dfrac{5}{100} = 0{,}05$

Solução: $P = \dfrac{1000x0{,}05}{1-(1+0{,}05)^{-5}} = 230{,}97$

RESPOSTA. O valor de cada parcela será de 230,97 u.m.

4.15. EQUIVALÊNCIA DE TAXAS (em juros compostos)

EXEMPLO 1

Se uma financeira cobra em suas operações uma taxa de 12% ao ano, qual é a taxa mensal que essa financeira está cobrando?

Fórmula: $i = \left((1+i_p)^P - 1\right)100$

ou

$$i_p = \left((1+i)^{\frac{1}{P}} - 1\right)100$$

Onde: i = Taxa correspondente ao maior período
i_p = Taxa correspondente ao menor período
p = Número de vezes em que o menor período da taxa está contido no maior período da taxa

Resolução

Dados: i = 12% ao ano = $\frac{12}{100}$ = 0,12 (taxa correspondente ao maior período)
p = 12 (o mês está contido 12 vezes no ano)
i_p = ? (taxa correspondente ao menor período)

Solução: $i_p = \left((1+0,12)^{\frac{1}{12}} - 1\right) 100 = 0,95$

RESPOSTA. A financeira está cobrando uma taxa de0,95% ao mês.

Observação. Quando não está explícito o regime de capitalização, está implícito que o regime é de juros compostos.

EXEMPLO 2

Uma financeira está cobrando em suas operações uma taxa de 1% ao mês, qual é a taxa anual que essa financeira está cobrando?

Resolução

Dados: i_p = 1% ao mês = $\frac{1}{100}$ = 0,01

p = 12 (o mês está contido 12 vezes no ano)
i = ? (taxa correspondente ao maior período)

Solução: $i_p = \left((1+0{,}01)^{12} - 1\right) 100 = 12{,}68\%$

RESPOSTA. A financeira está cobrando uma taxa de 12,68% ao ano.

EXEMPLO 3

Uma financeira cobra em suas operações uma taxa de 15% ao ano, qual é a taxa que essa financeira está cobrando ao quadrimestre, ou seja, em 4 meses?

Resolução

Dados: i = 15% ao ano = $\frac{15}{100} = 0{,}15$

$p = \frac{12}{4} = 3$ (4 meses estão contidos 3 vezes no ano)

i_p = ? (taxa correspondente ao menor período)

Solução: $i_p = \left((1+0{,}15)^{\frac{1}{3}} - 1\right) 100 = 4{,}77\%$

RESPOSTA. A financeira está cobrando 4,77% em 4 meses ou 4,77% ao quadrimestre.

EXEMPLO 4.

Se a inflação anual foi de 150% ao ano, pergunta-se:

a) qual foi a inflação mensal?
b) qual foi a inflação em 6meses?

Resolução

Dados: $i = 150\%$ ao ano $= \dfrac{150}{100} = 1{,}50$

$p = 12$ (o mês está contido doze vezes no ano)
$i_p = ?$ (taxa correspondente ao menor período)

$$\text{Solução: } i_p = \left((1+1{,}50)^{\frac{1}{12}} - 1 \right) 100 = 7{,}93\%$$

RESPOSTA. A inflação foi, em média, de 7,93% ao mês.

Dados: $i = 150\%$ ao ano $= \dfrac{150}{100} = 1{,}50$

$p = \dfrac{12}{6} = 2$ (seis meses estão contidos duas vezes no ano)

$i_p = ?$ (taxa correspondente ao menor período)

$$\text{Solução: } i_p = \left((1+1{,}50)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) 100 = 58{,}11\%$$

RESPOSTA. A inflação foi de 58,11% nos 6 meses ou 58,11% ao semestre.

4.16. CHEQUE ESPECIAL versus CADERNETA DE POUPANÇA

EXEMPLO

Suponha que você tenha 5000 u.m. aplicadas numa Caderneta de Popança e um Cheque Especial de 5000 u.m., pelo qual o Banco cobra 10% ao mês (caso você o utilize). Faltando 25 dias para o aniversário da sua Caderneta de Poupança você encontra uma ótima oportunidade para trocar de carro. Se por qualquer motivo você não pode adiar a troca, pergunta-se: se por meio dos jornais você souber que o rendimento da poupança, no aniversário de sua conta, é de 1%, você perde o rendimento dos 25 dias da poupança ou paga os juros de 5 dias do Cheque Especial?

Fórmula: $i_N = \left((1 + i_{CE})^{\frac{n}{30}} - 1 \right) 100$

Onde: i_N = Taxa de juros dos n dias de utilização do Cheque Especial
n = Número de dias de utilização do Cheque Especial
i_{CE} = Taxa de juros mensal cobrada pelo Banco, pelo uso do Cheque Especial.

Resolução

Cálculo da taxa de juros dos 5 dias de uso do Cheque Especial

Dados: n = 5 dias
$i_{CE} = 10\%$ ao mês $= \frac{10}{100} = 0{,}10$

$i_5 = ?$

Solução: $i_5 = \left((1 + 0{,}10)^{\frac{5}{30}} - 1 \right) 100 = 1{,}6012\%$

RESPOSTA. Já que o rendimento da poupança é de 1%, menor que a taxa de juros do Cheque Especial nos 5 dias, que foi de 1,6012%, logo,a melhor opção é sacar as 5000 u.m. da poupança.

BIBLIOGRAFIA

ANDRÉ, Antônio. Apostila para concurso do Banco do Brasil.

ARAÚJO, Carlos Roberto Vieira. Matemática financeira: uso das minicalculadoras HP-12C e HP-BII: mais de 500 exercícios propostos e resolvidos. São Paulo: Atlas, 1992

ASSAF NETO, Alexandre. Matemática financeira e suas aplicações. São Paulo: Atlas, 1992.

CONCURSO Auditor Fiscal do Tesouro Nacional: manual de estudo. Fortaleza: ASSEFAZ-CE, 19991. V. 2.

FARIA, Rogério Gomes de. Matemática comercial e financeira. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

FRANCISCO, Walter de. Matemática financeira. 5.ed. ver. ampl. E atualizada. São Paulo: Atlas, 1985.

HOFFHERR, Glen D. O livro ferramenta: tomada de decisão e planejamento para otimizar resultados. Rio de Janeiro: Qualitymark Ed., 1995.

MARCONDES, Oswaldo. Matemática financeira: atualizada de acordo com o Plano de Estabilização Econômica. 4.ed. São Paulo: Ática, 1987.

MATHIAS, Washington Franco. Matemática financeira. São Paulo: Atlas, 1981.

MIRANDA,, Roberto Vianna de. Manual de decisões financeira e análise de negócios. Rio de Janeiro: Record, 1999.

SPINELLI, Walter. Matemática comercial e financeira. São Paulo: Ática, 1986.

VERAS, Lília Ladeira. Matemática financeira. 2.ed. São Paulo: Atlas, 1991.

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. Matemática financeira. 4. Ed., São Paulo: Atlas, 1986.