



UM ESTUDO SOBRE MECANISMOS DE OCULTAÇÃO DE DIMENSÕES EXTRAS

Adiel da Silva Lemos¹, Fábio Leal de Melo Dahia²

RESUMO

A dimensionalidade do Universo é um tema de grande interesse atualmente. Isto devido à possibilidade de, segundo certas teorias, o Universo possuir, além das três dimensões espaciais, como a nossa experiência sensorial nos atesta, dimensões extras. Estas dimensões estariam escondidas da nossa observação no regime de baixas energias (abaixo da escala de 1TeV, provavelmente). Neste trabalho, estudamos os mecanismos que mantêm as dimensões extras escondidas, investigando como esses mecanismos funcionam quando aplicados ao campo escalar de Klein-Gordon definido em cinco dimensões. Aqui nos concentramos nos mecanismos propostos pelos modelos de Kaluza-Klein e de branas.

Palavras-chave: *dimensões extras, campo escalar de Klein-Gordon, modelo de Kaluza-Klein, modelo de branas.*

A STUDY ON MECHANISMS OF HIDING EXTRA DIMENSIONS

ABSTRACT

The dimensionality of the Universe is a theme of great interest nowadays. The reason is the possibility of the existence of new extra dimensions beyond the usual three spatial dimensions. In the low - energy regime (below 1TeV, probably) the extra dimensions are hidden from our experience. In this paper we study the mechanisms which keep the extra dimensions hidden, investigating how they work when employed to the Klein-Gordon equation defined in a space-time of five dimensions. Here we study specially the Kaluza-Klein's mechanism and the braneworld mechanism.

Keywords: *extra dimensions, scalar field of Klein-Gordon, Kaluza-Klein model, brane model.*

INTRODUÇÃO

Anteriormente ao surgimento da teoria da relatividade, não se cogitava a idéia da existência de dimensões extras. Isto devido ao fato de o “universo visível” nos remeter à concepção de um mundo tridimensional que concorda com a nossa experiência sensorial. Há pelo menos 80 anos, tem-se buscado encontrar o que se poderia chamar de o “ápice” da física moderna, a unificação da gravitação com as outras três forças fundamentais do universo (a eletromagnética, a forte e a fraca).

Tal unificação seria “possível”, segundo certos modelos teóricos, desde que nós vivêssemos em um universo que possuísse não apenas quatro dimensões espaciais (espaço-tempo) como acredita-se, e sim em um universo com dimensões extras. Um modelo teórico para o universo que apresenta boa concordância com as experiências e que unifica a gravitação com o eletromagnetismo é o modelo de Kaluza-Klein. Segundo este modelo, para que haja tal unificação é necessário que o tamanho da escala da dimensão extra seja da ordem de $\sim 10^{-19}m$, motivo pelo qual não a veríamos.

Outro modelo teórico é o de branas, onde estaríamos localizados (vivendo) sobre uma “membrana”, e tal brana se estenderia por todo o universo, inserida em um espaço com dimensões extras. De acordo com esta teoria não seria possível observarmos as dimensões extras, pois toda a matéria estaria aprisionada sobre a brana, ou seja, confinadas no espaço-tempo desde que não excitadas a um nível de energia da ordem de TeV.

¹ Aluno de Curso de Física, Depto. de Física, UFPG, Campina Grande, PB, E-mail: adiellemos@hotmail.com

² Prof. Doutor, Depto. de Física, UFPG, Campina Grande, PB, E-mail: fdahia@df.ufcg.edu.br

Campo Escalar de Klein-Gordon

Ao estudarmos a descrição de certos fenômenos da Física das altas energias, necessitamos de uma equação relativística de onda. Tal equação deve ser invariante sob transformação de Lorentz para atender aos princípios da Relatividade.

Para encontrarmos a equação de onda relativística, vamos partir da equação de onda de Schrödinger e tentar adaptá-la aos critérios da Relatividade, que demandam o mesmo tratamento para as coordenadas temporal e espaciais.

- **Equação de Klein-Gordon**

Pela mecânica quântica nós temos a equação de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 + V(\mathbf{x}) \right] \psi(\mathbf{x},t) \quad (3.1)$$

Se compararmos com a relação da energia não-relativística, temos:

$$E = \frac{p^2}{2m_0} + V(\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

Comparando as equações (3.1) e (3.2), somos levados a estabelecer as seguintes identificações:

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar \nabla \quad (3.3)$$

Para obtermos a equação de onda relativística, iniciamos considerando que as partículas sejam livres. No lugar da equação (3.2), agora, a relação entre energia e momento é dada pela equação relativística:

$$p^\mu p_\mu = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p} \cdot \vec{p} = m_0^2 c^2 \quad (3.4)$$

Associado ao 4-momento, definimos, baseado em (3.3), o operador 4-Momento:

$$\left. \begin{aligned} \hat{p}^\mu &= i\hbar \frac{\partial}{\partial x_\mu} = i\hbar \left\{ \frac{\partial}{\partial(ct)}, -\frac{\partial}{\partial x}, -\frac{\partial}{\partial y}, -\frac{\partial}{\partial z} \right\} \\ &= i\hbar \left\{ \frac{\partial}{\partial(ct)}, -\nabla \right\} = \{ \hat{p}_0, \hat{\mathbf{p}} \} \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Então a equação relativística será dada por:

$$\hat{p}^\mu \hat{p}_\mu \psi = m_0^2 c^2 \psi \quad (3.6)$$

Sabendo que m_0 é a massa em repouso da partícula, e c é a velocidade da luz no vácuo, podemos verificar imediatamente a covariância de Lorentz da equação (3.6). Esta equação é conhecida como equação de Klein-Gordon e a função de onda é o campo escalar de Klein-Gordon.

Podemos ainda através da eq. (3.6) reescrever a equação de Klein-Gordon explicitamente em termos das derivadas parciais. Com isso temos:

$$\left(\square + \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = \left(\frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = 0 \quad (3.7)$$

Podemos verificar que a equação de Klein-Gordon (3.7) admite ondas planas como soluções:

$$\psi^{(4)} = e^{-\frac{i}{\hbar} p_\mu x^\mu} = e^{-\frac{i}{\hbar} (p_0 x^0 - \vec{p} \cdot \vec{x})} = e^{+\frac{i}{\hbar} (\vec{p} \cdot \vec{x} - E t)} \quad (3.8)$$

De fato, substituindo (3.8) na equação (3.6), verificamos que a onda plana será solução da equação se seguinte condição for satisfeita:

$$\frac{E^2}{c^2} - \vec{p} \cdot \vec{p} = m_0^2 c^2, \text{ ou } E = \pm c \sqrt{m_0^2 c^2 + p^2} \quad (3.9)$$

Através deste resultado podemos concluir que existe solução tanto positiva quanto negativa para a energia. Comumente, a solução com energia negativa é associada à existência de antipartículas [3].

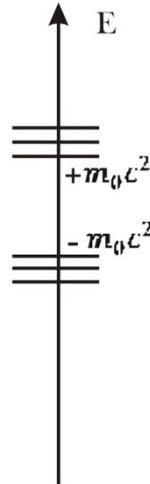


Fig. 1.3: Espectro de energia da equação de Klein-Gordon para uma partícula livre.

Uma importante observação a ser feita é que em um regime não-relativístico a equação de Klein-Gordon retoma a forma da equação de Schrödinger para partículas sem spin. Como o spin é uma propriedade que não depende do regime (relativístico ou não) em que se encontra a partícula, podemos concluir que a equação de Klein-Gordon descreve partículas de spin-0.

Mecanismos de Ocultação

Após estudarmos o campo escalar de Klein-Gordon podemos, por fim, nos concentrar em entender quais são os mecanismos pelos quais as dimensões extras ‘escapam’ da nossa observação. Iniciaremos esta segunda etapa da pesquisa analisando tais mecanismos de ocultação segundo os modelos de Kaluza-Klein e de branas.

- **Modelo de compactação tipo Kaluza-Klein**

Para principiarmos nosso estudo iremos analisar a idéia básica do modelo teórico de Kaluza-Klein considerando o caso mais simples em que há apenas uma única dimensão extra compacta ξ . O conjunto de coordenadas, dadas por (x_μ, ξ) , onde $\mu = 0, 1, 2, 3$, descreveria o espaço-tempo de Minkowski com (4+1) dimensões.

O Universo seria, então, um espaço com quatro dimensões não-compactas, isto é, descritas por coordenadas definidas no intervalo infinito, e uma dimensão extra ξ com topologia de um círculo com ‘raio’ R , como podemos observar na figura 1.4.

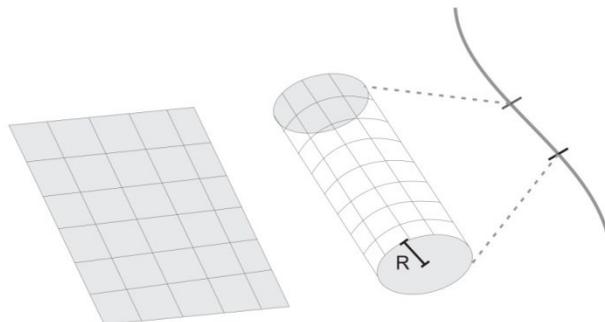


Fig. 1.4: Dimensão extra segundo modelo teórico de Kaluza-Klein

Pelo fato da dimensão extra apresentar a topologia de um círculo, então, ξ varia dentro de um intervalo finito, por exemplo, de 0 à $2\pi R$, e os pontos $\xi = 0$ e $\xi = 2\pi R$ são identificados.

Se admitirmos que a forma das equações é a mesma independentemente do número de dimensões do espaço, então, a equação de Klein-Gordon para uma partícula sem massa em um espaço pentadimensional plano será dada por:

$$\square_{(4)}\psi + \frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} = 0, \quad \square_{(4)} = -\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4.0)$$

Uma das maneiras de estudar a solução de equações diferenciais parciais é pelo método de separação de variáveis. De acordo com este método, fazemos:

$$\psi(x_\mu, \xi) = \phi(x_\mu) \cdot \varphi(\xi) \quad (4.1)$$

Substituindo (4.2) na equação (4.1) obteremos:

$$\frac{1}{\phi} \square_{(4)}\phi - \frac{1}{\varphi} \frac{d^2\varphi}{d\xi^2} = 0 \quad (4.2)$$

E ainda,

$$\square_{(4)}\phi = k\phi \quad (4.2a)$$

$$\frac{d^2\varphi}{d\xi^2} = k\varphi \quad (4.2b)$$

Se compararmos a equação (4.2a) com a equação de Klein-Gordon para o espaço-tempo quadridimensional, verificaremos que a constante de separação k será igual à massa do campo, ou seja, $k = -m^2$. Desta forma usando as condições de contorno, $\varphi(0) = \varphi(2\pi R)$, encontramos o seguinte conjunto completo de soluções:

$$\begin{aligned} \psi(x_\mu, \xi) &= e^{ip_\mu x^\mu} e^{in\xi/R}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ \phi(x_\mu) &= e^{ip_\mu x^\mu}, \quad \varphi(\xi) = e^{i\frac{n\xi}{R}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde, p_μ , o momento (3+1)-dimensional, e n , devem satisfazer a condição:

$$p_\mu p^\mu - \frac{n^2}{R^2} = 0 \quad (4.4)$$

Assim, para cada valor de n , temos uma solução diferente chamada de modo de Kaluza-Klein. Do ponto de vista 4-dimensional, cada modo Kaluza-Klein pode ser interpretado como um tipo separado de partícula com massa $m_n = |n|/R$, como podemos inferir das equações (3.4) e (4.4) - aqui empregamos o sistema de unidades naturais no qual $c=1$ e $\hbar=1$.

O conjunto dos modos de Kaluza-Klein forma a chamada torre Kaluza-Klein, que representa as diversas partículas com suas respectivas massas de repouso, como ilustra a figura 1.5.

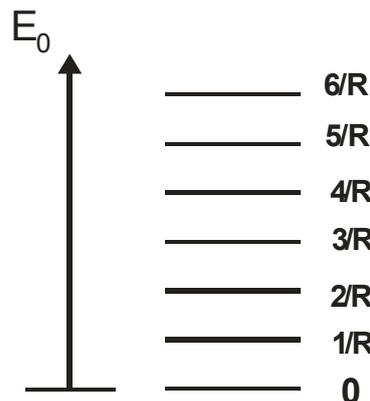


Fig. 1.5: Torre Kaluza-Klein

Para que uma partícula seja produzida em algum processo físico, como na colisão de partículas, é necessário que a energia envolvida no processo seja de, no mínimo, mesma ordem da energia de repouso daquela partícula. Assim, se o patamar atingido for inferior ao valor $E=1/R$, apenas partículas sem massa são produzidas. No entanto, num nível de energia superior, os modos de Kaluza-Klein com massa iriam ser produzidos, manifestando dessa forma a existência das dimensões extras para o observador.

Para tentar explicar o fato de que até agora não se observou nenhuma dimensão do espaço-tempo além das quatro usuais, tem-se postulado que o nível de energia alcançado nos aceleradores mais potentes, que se aproxima do patamar de 1TeV, é ainda insuficiente para excitar os modos com massa. Esta situação seria compatível com a hipótese de que a dimensão extra tem um raio máximo da ordem de $R \lesssim 10^{-17} \text{ cm}$.

Campo e Potencial Eletrostáticos gerados por uma carga segundo o modelo de Kaluza-Klein

Numa situação estática a equação de Klein-Gordon, no caso de uma partícula sem massa, se reduz à equação de Laplace. Portanto, o comportamento do campo escalar será equivalente ao de um potencial eletrostático no vácuo. Assim, para ilustrar, com mais detalhes, a recuperação do comportamento quadridimensional do campo, apesar da existência de uma quinta dimensão, vamos determinar explicitamente o campo elétrico gerado por uma carga que se encontra no espaço com uma dimensão extra compacta. Analisemos as figuras 1.6a, 1.6b, 1.6c.

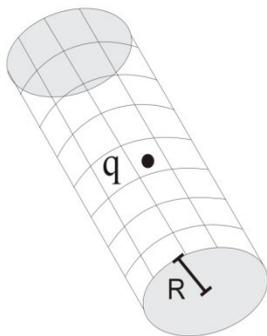


Fig. 1.6a: Carga q sobre a dimensão extra

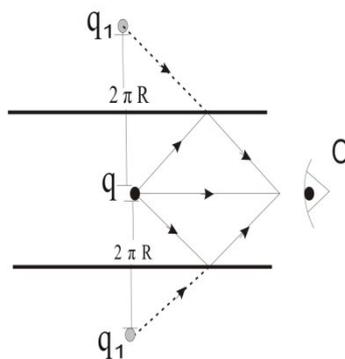


Fig. 1.6b: Dimensão extra "aberta" vista pelo observador O

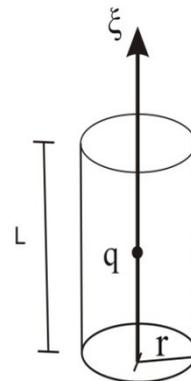


Fig. 1.6c: Distribuição contínua de cargas (Fig.1.6b vista à longas distâncias)

A figura 1.6a representa a descrição de nosso problema (uma carga q situada no espaço com uma dimensão extra com uma topologia de um círculo). Se pensarmos nas linhas de força que se originam na carga, podemos nos convencer de que algumas delas podem dar voltas em torno da dimensão extra até chegar a certo ponto O . Na Fig. 1.6b, representamos esta situação, cortando a dimensão extra e a distendendo. O observador O será 'atingido' por várias linhas de força e poderá supor que o campo elétrico naquele ponto é produzido não apenas pela carga q , mas por várias cargas (q_1, q_2, \dots), conhecidas como cargas imagens. A distância mínima entre as cargas é $2\pi R$. Se olharmos a um distancia r muito maior do que R , as cargas estarão aparentemente distribuídas uniforme e continuamente ao longo da dimensão extra. Poderemos usar então o formalismo Gaussiano para determinar o campo gerado pelas cargas. O nosso problema pode ser representado como está descrito na Fig. 1.6c, onde as cargas estão situadas no eixo ξ que representa a dimensão extra. O cilindro de altura L corresponde a nossa 'superfície' Gaussiana. Note que, como estamos num espaço com quatro dimensões espaciais, a base do cilindro é uma esfera em vez de ser um círculo.

De acordo com a Lei de Gauss temos:

$$\int \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{n} d\Sigma = \frac{Q_{int}}{\epsilon'_0} \quad (4.8)$$

onde ϵ'_0 é a permissividade elétrica do vácuo em cinco dimensões, $Q_{int} = \frac{L}{2\pi R} q$ é a quantidade de carga contida na linha contínua dentro do "cilindro Gaussiano". Sabendo que a direção do campo resultante será perpendicular a dimensão extra, podemos resolver a eq. (4.8). Obtemos o seguinte resultado:

$$|\vec{E}(\vec{r})| = \frac{q}{8\pi^2 r^2 R \epsilon'_0} \quad (4.9)$$

onde usamos o fato de que $(4\pi R^2)L$ corresponde a "área" lateral do cilindro.

Como sabemos, o campo eletrostático é conservativo. Isto significa que o campo é o gradiente de um campo escalar, conhecido como potencial eletrostático. O potencial eletrostático pode ser obtido a partir do campo elétrico pela expressão $\varphi(\vec{r}) = -\int_C \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{l}$. Considerando a solução (4.9), podemos, por fim, calcular o potencial eletrostático produzido pela carga q

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{q}{8\pi^2 r R \epsilon_0} \quad (5.0)$$

Caso tenhamos $\epsilon_0' = \frac{\epsilon_0}{2\pi R}$, então, para grandes distâncias comparadas com o raio da dimensão extra, retomamos a expressão válida no espaço com três dimensões:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi r \epsilon_0} \quad (5.1)$$

Podemos ainda calcular uma expressão generalizada (isto é, para todos os pontos do espaço, não apenas para grandes distâncias) para o potencial eletrostático de uma carga q situada neste espaço com uma dimensão extra.

Podemos seguir o seguinte raciocínio: se a dimensão extra também fosse infinita, isto é, não compacta, não haveria cargas imagens. Neste caso, usando mais uma vez, o formalismo Gaussiano, poderíamos mostrar que o potencial gerado pela carga seria dado por:

$$^{(5)}\varphi(r) = \frac{q}{2\pi^2 \epsilon_0 r^2} \quad (5.1a)$$

No entanto, estamos investigando um espaço com uma dimensão extra compacta. Como vimos, o efeito da topologia do círculo pode ser sentida pelas cargas imagens. Assim, usando o princípio de superposição, podemos concluir que:

$$\varphi(r) = ^{(5)}\varphi_q(r) + \sum_{\text{imagens}} \text{cargas } ^{(5)}\varphi_i(r) \quad (5.1b)$$

Ou ainda,

$$\varphi(r) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{kq}{a_n} \quad (5.2)$$

onde a_n é a distância que separa cada carga ao observador O . Observando a fig. 1.6b, temos:

$$a_n = r^2 + n^2 (2\pi R)^2 \quad (5.3)$$

Seja $l = 2\pi R$, então podemos calcular o potencial eletrostático substituindo a expressão (5.3) na eq. (5.2):

$$\varphi(r) = kq \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{[r^2 + n^2 (2\pi R)^2]} - \frac{1}{r^2} \right] \quad (5.4)$$

Resolvendo a série em (5.4), encontramos:

$$\varphi(r) = \frac{kq}{r} \left[\frac{\pi \text{Coth}(\pi r/l)}{l} \right] \quad (5.5)$$

Esta expressão obtida (eq. (5.5)) representa o potencial eletrostático para uma carga num espaço com dimensão extra compacta. Ela é válida tanto para um observador que esteja próximo da carga quanto para um observador que esteja distante da mesma.

- **Modelo de compactação tipo brana**

A idealização de certas teorias onde há dimensões extras extensas e infinitas faz com que haja uma nova perspectiva para a solução de alguns problemas da física (problema da hierarquia) [4]. Neste contexto, uma dessas teorias é a de brana. O universo seria constituído por uma brana que estaria imersa num espaço com dimensões extras.

Para principiarmos nosso estudo acerca do mecanismo de ocultação de acordo com o modelo teórico de brana, consideremos um espaço curvo com a métrica dada por:

$$ds^2 = A(\xi)dx_{3+1}^2 - d\xi^2, \quad [+,-,-,-,-] \quad (5.6)$$

Onde $A(\xi) = e^{-H|\xi|}$ é o fator de deformação.

Consideremos agora a equação de Klein-Gordon para uma partícula sem massa num espaço curvo. Se \mathbf{A} e \mathbf{B} representam os índices das cinco dimensões, a equação pode ser escrita da seguinte forma [5]:

$$\partial_A(\sqrt{g}g^{AB}\partial_B\Phi) = 0 \quad (5.7)$$

Usando a métrica (expressão (5.6)), podemos decompor a eq. (5.7) em duas partes, uma relativa ao espaço quadrimensional e a outra parte envolvendo apenas a coordenada da quinta dimensão, logo obtemos:

$$\frac{1}{A}\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\Phi - \frac{1}{A^2}\partial_\xi(A^2\partial_\xi\Phi) = 0 \quad (5.8)$$

Aplicando o método de separação de variáveis à eq. (5.8), onde:

$$\Phi(x, \xi) = \phi(x)\chi(\xi) \quad (5.9)$$

Então obtemos:

$$\frac{1}{\phi}\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\phi - \frac{1}{A\chi}\partial_\xi(A^2\partial_\xi\chi) = 0 \quad (6.0)$$

$$\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\phi = k\phi \quad (6.1)$$

$$-\frac{1}{A}\partial_\xi(A^2\partial_\xi\chi) = k\chi \quad (6.2)$$

onde k é a constante de separação. A partir da equação (6.1), podemos verificar que o campo $\phi(x)$ satisfaz à equação de Klein-Gordon quadrimensional com massa $m^2 = -k$.

Usando esta identificação, $k = -m^2$, a equação (6.2), assume a seguinte forma:

$$\partial_\xi(A^2\partial_\xi\chi) = -m^2A\chi \quad (6.3)$$

Introduzindo uma nova variável (eq. (6.4)) na equação (6.3), temos:

$$u(\xi) = A(\xi)\cdot\chi(\xi) \quad (6.4)$$

$$-\partial_\xi A^2\partial_\xi\left(\frac{u}{A}\right) - A^2\partial_\xi^2\left(\frac{u}{A}\right) = m^2u \quad (6.5)$$

Resolvendo a eq. (6.5), obtemos:

$$\left[-\partial_\xi^2 - m^2e^{H|\xi|} + H^2 - 2H\delta(\xi)\right]u(\xi) = 0 \quad (6.6)$$

Analisando a eq. (6.5) percebemos que ela se assemelha à equação de Schrödinger. Agora podemos resolver a equação (6.6) para $m^2 = 0$ (modo zero), então:

$$u(\xi) = ce^{-H|\xi|} \quad (6.7)$$

Sabendo que $A(\xi) = e^{-H|\xi|}$, e comparando a equação (6.7) com a equação (6.4), concluímos que:

$$\chi(\xi) = c \quad (6.8)$$

Assim para o modo zero, temos:

$$\Phi(x, \xi) = c\phi(x) \quad (6.9)$$

Para verificar que este modo representa uma partícula localizada na brana, façamos uma análise do tensor energia-momento para o campo Φ . O tensor energia-momento pode ser escrito como [3]:

$$T_{AB} = \Phi_{,A} \Phi_{,B} - g_{AB} \left[\frac{1}{2} g^{MN} \Phi_{,M} \Phi_{,N} - V(\Phi) \right] \quad (6.9a)$$

$$V(\Phi) = m^2 \Phi^2 \quad (6.9b)$$

No nosso caso $m = 0$. A expressão para a densidade de energia do campo $\Phi(x)$, é dada por:

$$\mathcal{H} = T_{00} = c^2 \left[(\Phi_{,0})^2 - \eta_{00} \left[\frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} \Phi_{,\mu} \Phi_{,\nu} \right] \right] \quad (7.0)$$

Onde $\eta_{\mu\nu}$ é a métrica de Minkowski.

Dessa expressão, verificamos que a densidade de energia do campo $\Phi(x, \xi)$ é proporcional a energia do campo quadridimensional $\phi(x)$, assim podemos escrever:

$$\mathcal{H} = c^2 \left[{}^{(4)}T_{00}(x) \right] \quad (7.1)$$

Considere agora um elemento de "volume" dV do espaço num instante t . A partir da métrica (5.6), temos que:

$$dV = A^{3/2}(\xi) dx dy dz d\xi \quad (7.1a)$$

Assim a quantidade de energia no volume dV será:

$$dE = \mathcal{H} dV = c^2 \left[{}^{(4)}T_{00}(x) e^{-3/2 H|\xi|} \right] dx dy dz d\xi \quad (7.1b)$$

Da eq. (7.1b), podemos concluir que a energia do campo $\Phi(x, \xi)$, no modo zero, está concentrada em torno de $\xi = 0$ (a brana). Assim podemos dizer que, apesar da existência de uma dimensão extra infinita, a partícula permanece localizada em torno da brana.

CONCLUSÕES

A teoria Kaluza-Klein surgiu para unificar a Relatividade Geral e o Eletromagnetismo, postulando a existência de uma quinta dimensão compacta e pequena. O motivo de não observarmos essa dimensão extra, direta ou indiretamente, seria o fato da mesma possuir um raio de compactação da ordem de $R \lesssim 10^{-19}m$, o que demandaria "uma energia" superior a escala do TeV para observá-la. Sendo assim, as dimensões extras estariam escondidas de tal maneira que não afetariam os resultados dos experimentos realizados até agora.

O segundo modelo teórico é o de brana, onde as dimensões extras podem ser 'grandes'. O fato pelo qual não vemos as dimensões extras residiria na idéia de que a matéria ficaria confinada em uma brana, flutuando num espaço de cinco ou mais dimensões, devido à ação de um mecanismo de aprisionamento. Verificamos como este mecanismo funciona, estudando o confinamento do modo zero do campo de Klein-Gordon por efeito da curvatura do espaço-tempo AdS5.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pela bolsa de Iniciação Científica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] RESNICK, R.; *Introdução à Relatividade Especial* (Polígono, 1971), p. 1-111.
- [2] GRIFFITHS, D.J. *Introduction to electrodynamics* (Prentice-Hall, 1999), p. 500-519.
- [3] GREINER, W. *Relativistic Quantum Mechanics Wave Equations*, (Springer, 2000), p.1-7.

[4] V. A. Rubakov and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B 125, 136, (1983). V. A. Rubakov, hep-ph/0104152.

[5] BAJC, B.; GABADADZE, G. Localization of matter and cosmological Constant on a brane in anti de Sitter space. **Physics Letters B** 474:282, (2000).

