

UM MÉTODO DE TRANSFORMAÇÃO CONFORME PARA DETERMINAÇÃO
DE PARÂMETROS DE GUIAS DE ONDAS

ALCIR JOSÉ MONTICELLI

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS CURSOS
DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA
PARAIBA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

ORIENTADOR: P.A. VUORINEN

CAMPINA GRANDE

ESTADO DA PARAIBA - BRASIL

FEVEREIRO DE 1972



M791m Monticelli, Alcir José.
Um método de transformação conforme para determinação de parâmetros de guias de ondas / Alcir José Monticelli. - Campina Grande, 1972.
120 f.

Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1972.
"Orientação : Prof. P. A. Vuorinen".
Referências.

1. Ondas Elétricas. 2. Guia Lunar Concêntrico. 3. Capacidade de Potência. 4. Dissertação - Ciências. I. Vuorinen, P. A. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.37(043)

R E S U M O

O trabalho apresenta uma aplicação das Transformações Conforme no estudo de guias de ondas com secção reta geral. É feito um estudo de caso para o guia lunar concêntrico. É estudada a aplicabilidade do método através da determinação da faixa, capacidade de potência e constante de atenuação e subsequente comparação com resultados obtidos pela aplicação direta das equações de Maxwell.

Lista de Símbolos

- \vec{B} - Indução Magnética
 \vec{D} - Deslocamento Elétrico
 \vec{E} - Campo Elétrico
 f - Frequência
 \vec{H} - Campo Magnético
 \vec{J} - Densidade de Corrente Elétrica
 P_L - Potência Dissipada nas Paredes dos Guias
 P_T - Potência Transmitida
 R_c - Resistência Superficial das Paredes dos Guias
 \vec{S} - Vetor de Poynting
 E_{max} - Rigidez Dielétrica
 β - Constante de Propagação
 ϵ - Tensor Permittividade Elétrica
 μ - Tensor Permeabilidade Magnética
 σ - Tensor Condutividade
 ϵ_0 - Constante de Permittividade
 μ_0 - Constante de Permeabilidade
 λ_g - Comprimento de Onda no Guia
 λ_c - Comprimento de Onda de Corte
 σ_c - Condutividade das Paredes dos Guias
 ω - Frequência Angular

Lista de Figuras e Tabelas

FIG-2.1.	Transformação $w=f(z)$	3
FIG-2.2.	Propriedades das transformações conforme	5
FIG-2.3.	Relação entre elementos de áreas correspondentes	6
FIG-2.4.	Guia de secção reta geral	7
FIG-2.5.	Sistemas de coordenadas	8
FIG-2.6.	Transformação conforme -- guia de secção geral no plano W e guia retangular no plano Z	9
FIG-2.7.	Guia de secção reta geral preenchido de material isotrópico e homogêneo - Guia retangular preenchido de material anisotrópico e heterogêneo	10
FIG-2.8.	Guia retangular com material anisotrópico e heterogêneo - Condições de contorno para os Modos TE	17
FIG-2.9.	Transformação $w=e^{kz}$	22
FIG-2.10.	Linhas de campos elétricos e magnéticos para o Modo $TE_{\frac{1}{2},1}$	23
FIG-2.11.	Linhas de campos elétricos e magnéticos para o Modo $TE_{1,1}$	23
FIG-2.12.	Efeito da transformação $w=e^{kz}$ nas linhas de campo mostrado gradualmente	24
FIG-3.1.	Transformação do guia lunar concêntrico em um guia retangular através da transformação $w=e^{kz}$	26
TAB-3.1.	Coefficientes de Fourier para a função $h^2(x,y)$	30
TAB-3.2.	Matriz dos coeficientes para os Modos TE_{ON}	38

TAB-3.3.	Comprimentos de onda de corte para os Modos TE_{ON} . A tabela mostra a ordem da matriz dos coeficientes que deve ser usada para termos uma precisão determinada	43
TAB-3.4.	Matriz dos coeficientes para os Modos TE_{MN}	49
TAB-3.5.	Comprimentos de onda de corte para os Modos TE_{MN}	50
FIG-3.2.	Faixa de passagem em função do raio - do condutor interno	52
FIG-3.3.	Componente de campo E_r no guia lunar. Comparação entre os resultados da solução exata e método trans.conforme .	53
FIG-3.4.	Componente de campo E no guia lunar. Comparação entre os resultados da solução exata e método trans.conforme .	54
FIG-4.1.	Variação da potência máxima transmitida com a frequência	62
FIG-4.2.	Componentes de campo magnético H_z e as correntes correspondentes J e J_r	65
FIG-4.3.	Componentes de campo magnético H e as correntes correspondentes J_z	65
FIG-4.4.	Componentes de campo magnético H_r e as correntes correspondentes J_z	65
FIG-4.5.	Variação da constante de atenuação em função da frequência	72
FIG-A.1.	Transformação de um guia lunar em um guia retangular	74

C O N T E Ú D O

1. INTRODUÇÃO	1 - 2
2. TRANSFORMAÇÃO DE GUIAS DE ONDAS DE SECÇÃO RETA GERAL EM GUIAS RETANGULARES	3 - 24
2.1. Transformações Conforme	3
2.2. Guias de Ondas de Secção Retta Geral	7
2.3. Guias de Ondas Retangulares com material Heterogêneo e Anisotrópico	14
2.4. Configurações dos Campos Elétricos e Mag néticos	21
3. ESTUDO DE CASO - GUIA LUNAR CONCÊNTRICO	25 - 54
3.1. Introdução	25
3.2. Estudo dos Modos TE_{ON}	31
3.3. Estudo dos Modos TE_{MN}	44
3.4. Faixa de Passagem	51
3.5. Componentes de Campo	51
4. ATENUAÇÃO E CAPACIDADE DE POTÊNCIA	55 - 72
4.1. Potência Transmitida	55
4.2. Máxima Potência Transmitida	58
4.3. Potência Dissipada	63
4.4. Constante de Atenuação	71
5. CONCLUSÕES	73 - 73
APÊNDICE-A	
Estudo do Guia Lunar em Coordenadas Bipolares	74 - 76
APÊNDICE-B	
Estuda da Possibilidade de Existência de Modos TE_{MO}	77 - 79
APÊNDICE-C	
Cálculo da Potência Transmitida	80 - 89

APÊNDICE-D

Coleção de Programas em FORTRAN-IV
Bibliografia

90 - 119
120



A

355

u

1. INTRODUÇÃO

Os guias de ondas com as formas geométricas mais comuns não são, certamente, os que apresentam as melhores características. Existe interesse então em procurarmos guias com seções retas mais gerais e que tenham uma melhor performance quando comparados com os guias convencionais. Podem ser encontrados alguns guias com características como faixa de passagem, capacidade de potência e atenuação bem melhores que as encontradas nos guias comumente usados.

Nos guias mais simples, como retangulares e cilíndricos, as equações de Maxwell têm solução imediata devido a facilidade com que são impostas as condições de contorno bem como é efetuada a separação de variáveis. Para guias de seção geral não encontramos as mesmas facilidades. Daí a necessidade de encontrarmos métodos especiais para estudarmos tais guias. Um desses métodos baseia-se nas propriedades das transformações conforme. Através desse tipo de transformação um guia de seção reta geral pode ser transformado em guia retangular. Em muitos casos é mais fácil a solução no guia transformado. Assim resolvemos um problema equivalente - com o guia retangular - e mais tarde voltamos obtendo a solução no guia original.

A aplicação das transformações conforme em problemas de Engenharia Elétrica é bem conhecida. Em problemas estáticos, como por exemplo o cálculo de capacitâncias, indutâncias e impedâncias em cabos e linhas, essas aplicações foram extensamente estudadas. A utilidade do método para esses casos está baseada na invariância de algumas grandezas características como: densidade de carga, capacitância, voltagem, etc.

Na determinação de parâmetros de guias de ondas o guia de secção geral é transformado em um guia retangular preenchido de material anisotrópico e heterogêneo sendo que permeabilidade, permitividade e condutividade serão determinados pela transformação conforme. Aqui o processo baseia-se na determinação das relações que estabelecem a equivalência das equações de Maxwell aplicadas ao guia original e ao guia transformado.

No Capítulo 2 é apresentada a teoria na sua forma geral. São esclarecidas as ideias básicas e é estabelecido um roteiro para aplicação do método em casos práticos. No Capítulo 3 é apresentado um estudo de caso: são determinados os parâmetros do guia lunar concêntrico. Nosso interesse era o de determinar a aplicabilidade do método. Para tanto escolhemos um problema para o qual fosse possível encontrarmos a solução exata pela aplicação direta das equações de Maxwell. A solução exata foi desenvolvida em trabalho paralelo a este por Creso S. da Rocha. Assim foi possível determinarmos em que condições o método estudado fornecia resultados satisfatórios. No Capítulo 3 a aplicabilidade do método é estudada a partir da determinação das frequências de corte para os diversos modos, da faixa de passagem e da frequência de corte para o modo dominante. No Capítulo 4 são determinadas a capacidade de potência e a constante de atenuação. Os resultados foram os mesmos obtidos na solução exata.

2. TRANSFORMAÇÃO DE GUIAS DE ONDAS DE SECÇÃO RETA GERAL EM GUIAS DE ONDAS RETANGULARES

2.1. Transformações Conforme

As transformações conforme apresentam certas propriedades que favorecem a sua aplicação em problemas de engenharia elétrica. Em caráter de introdução desenvolveremos a seguir algumas dessas propriedades.

Uma função de variável complexa $w=f(z)$ associa a cada ponto do seu domínio de definição no plano Z um ou mais pontos do plano W . Dizemos então que a função mapeia o plano Z (plano de x,y) no plano W (plano de u,v). A função $w=f(z)$, para poder gerar uma transformação conforme, deverá ser uma função analítica. Quando trabalhamos com as variáveis complexas w e z , estamos, em verdade, trabalhando com dois pares de variáveis reais: x,y e u,v . Para representarmos tal transformação necessitaríamos de um espaço de quatro dimensões. As dificuldades práticas de uma tal representação são evidentes. Daí adotarmos os dois planos complexos: plano Z e plano W .

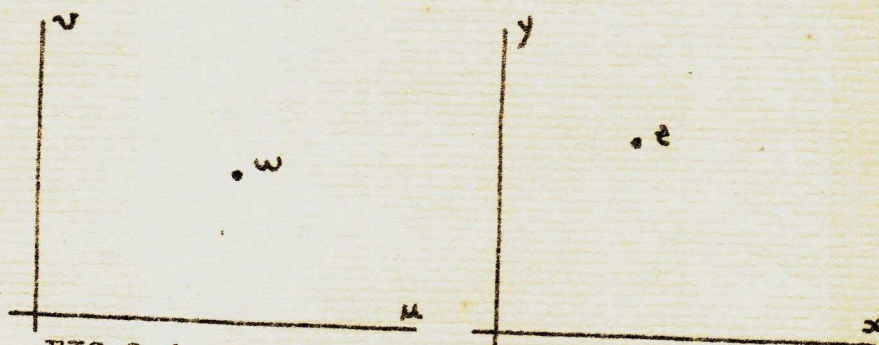


FIG-2.1. Transformação $w=f(z)$

(a) plano W , (b) plano Z .

Cada uma das coordenadas do plano W depende das coordenadas do plano Z .

$$u=u(x,y)$$

$$v=v(x,y)$$

(2.1)

$$\text{Onde } z = x + jy$$

$$w = u + jv \quad (2.2)$$

Como estamos considerando apenas funções analíticas então as funções $u = u(x, y)$ e $v = v(x, y)$ serão funções harmônicas conjugadas e como tal obedecem a equação de Laplace. Representadas no plano Z, u e v constantes dão uma família de curvas ortogonais.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad (2.3)$$

Os mapeamentos definidos por funções analíticas $w = f(z)$ e com $f'(z) \neq 0$ tem a propriedade de manter o ângulo entre duas linhas transformadas, em módulo e sentido. Os comprimentos dos segmentos transformados sofrem uma ampliação ou contração dada por $f'(z)$. As duas propriedades podem ser representadas da seguinte maneira

$$f'(z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} \quad (2.5)$$

$$|f'(z)| = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{|\Delta w|}{|\Delta z|} \quad (2.6)$$

$$|\Delta w| = |f'(z)| |\Delta z| \quad (2.7)$$

$$\arg \Delta w = \arg \Delta z + \arg f'(z) \quad (2.8)$$

Da relação (2.8) podemos concluir que para um mesmo ponto do plano Z o argumento de $f'(z)$ é fixado. Logo, qualquer que seja a direção do segmento Δz ele manterá sempre a mesma rotação relativa ao segmento Δw .

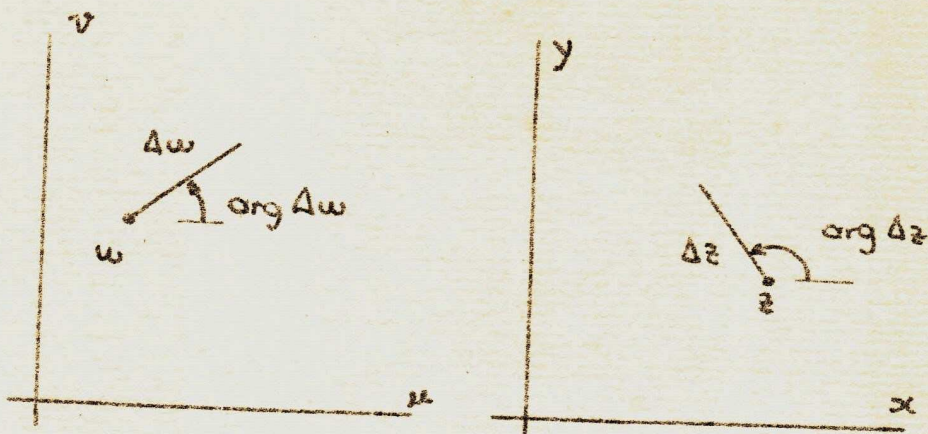


FIG-2.2. Propriedades das transformações conforme.

Sendo a relação entre os comprimentos de dois segmentos dada por $|f'(z)|$ e considerando que no mapeamento conforme os ângulos são mantidos, podemos deduzir facilmente que a relação entre dois elementos de área é dado por $|f'(z)|^2$. De um modo geral essa relação entre elementos de área é conhecida como Jacobiano. No caso particular das transformações conforme teremos

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix} = |f'(z)|^2 \quad (2.9)$$

Considerando dois elementos de área correspondentes com áreas ΔA^* e ΔA , nos planos W e Z respectivamente a relação entre eles pode ser representada como

$$\Delta A^* = |f'(z)|^2 \Delta A \quad (2.10)$$

Nas aplicações em engenharia elétrica o papel dos fatores $f'(z)$, que dá a relação entre os elementos de comprimentos, bem como o fator $|f'(z)|^2$, que dá a relação entre elementos de área, é muito importante. Vamos chamar

$$h(x,y) = |f'(z)| \quad (2.11)$$

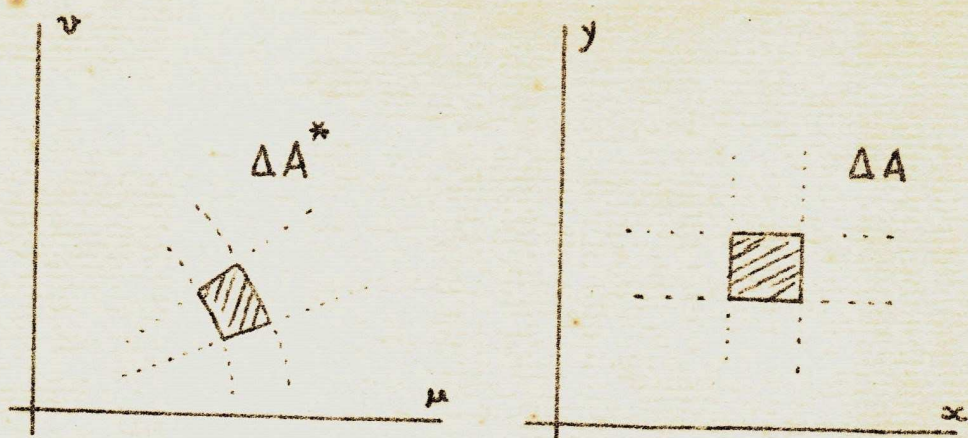


FIG-2.3. Relação entre elementos de área correspondentes

Chamemos dx e dy dois elementos de comprimento no plano Z e dx^* e dy^* os comprimentos elementares correspondentes do plano W . Poderemos escrever então as relações abaixo

$$\frac{dx^*}{dx} = h(x,y) \quad \frac{dy^*}{dy} = h(x,y) \quad (2.12)$$

$$dA = dx dy \quad (2.13)$$

$$dA^* = dx^* dy^* \quad (2.14)$$

$$\frac{dA^*}{dA} = \frac{dx^* dy^*}{dx dy} = J = |f'(z)|^2 = h^2(x,y) \quad (2.15)$$

Conseguimos assim, através da transformação conforme gerada por $w=f(z)$, um sistema de coordenadas (x,y) que é a um só tempo, um sistema de coordenadas curvilíneo quando representado no plano W e um sistema de coordenadas retangulares quando representado no plano Z . Como cada uma dessas propriedades pode ser utilizada em casos práticos é o que veremos na seção seguinte.

2.2. Guias de Ondas de Secção Reta Geral

Vejamos agora o método das transformações conforme aplicado ao estudo de guias de ondas com secção transversal complicada. Consideremos o guia cuja secção reta está representada na FIG-2.4, com secção reta qualquer, preenchido com material homogêneo e isotrópico. Inicialmente veremos os problemas que surgem ao tentarmos aplicar diretamente as equações de Maxwell a êsse guia usando um sistema de coordenadas retangulares u, v . Sentiremos então a necessidade de encontrarmos um sistema de coordenadas curvilíneas e ortogonais que será adequado a cada tipo de problema. Mais adiante então veremos como uma transformação conforme, que faça corresponder ao contôrno do guia do plano W um contôrno retangular no plano Z , nos dá automaticamente o sistema adequado de coordenadas.

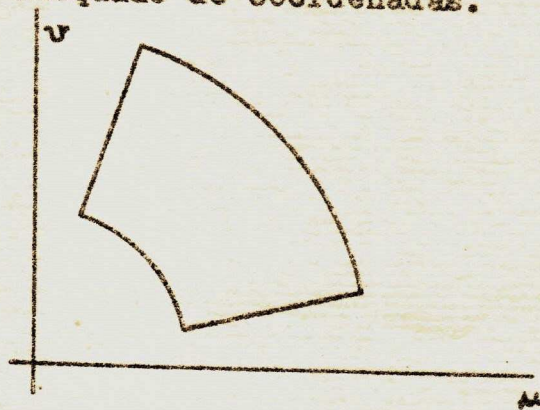


FIG-2.4. Guia de secção reta geral

Escrevamos as equações de Maxwell e a equação de onda correspondente em função das coordenadas retangulares u e v .

$$\nabla \times \vec{E} = j\omega\mu\vec{H} \quad (2.16)$$

$$\nabla \times \vec{H} = -j\omega\epsilon\vec{E} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = -\mu\epsilon\omega^2 \vec{E} \quad (2.18)$$

Na equação de onda E pode representar qualquer uma das componentes de campo elétrico ou magnético. Devemos resolver essa equação as condições de contorno que serão

$$E_z = 0 \text{ para os modos TM} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial n} = 0 \text{ para os modos TE} \quad (2.20)$$

tomados, naturalmente, nas paredes do guia.

Nos casos em que as coordenadas das linhas de contorno variam simultaneamente torna-se muito difícil a introdução de tais condições de contorno. Para resolvermos tal dificuldade procuraremos um sistema de coordenadas de maneira que esse sistema mantenha uma das coordenadas fixadas enquanto a outra varia, nas diversas partes do contorno do guia, conforme a FIG-2.5 (b).

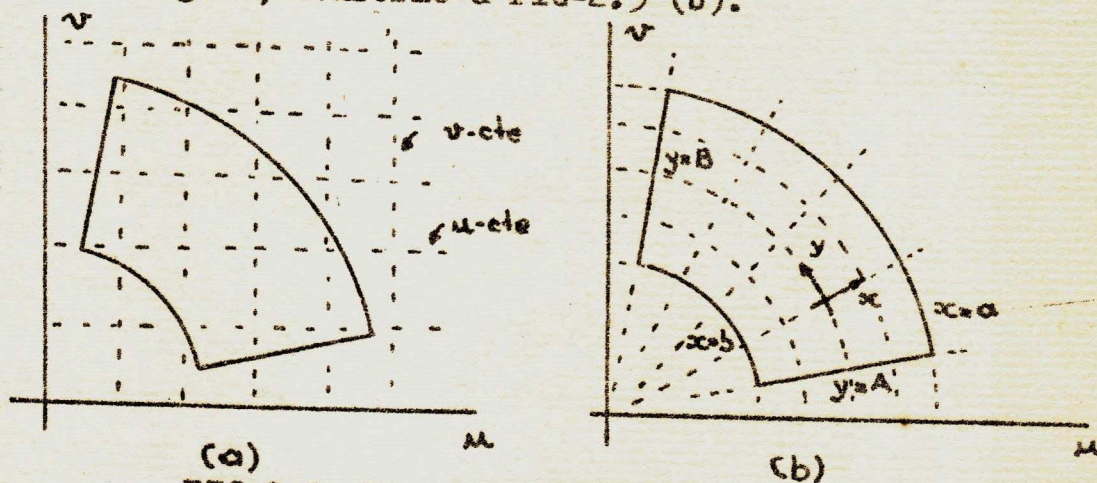


FIG-2.5. Sistemas de Coordenadas

(a) retangulares (b) curvilíneas

O novo sistema de coordenadas curvilíneas (x,y) apresenta a característica que desejávamos para simplificar a aplicação das condições de contorno: x ou y permanecem constantes no contorno do guia. Vejamos a seguir que relação existe entre o sistema de coordenadas adequado e

a transformação conforme. Para tanto consideremos uma transformação que transforme o guia de secção reta complicada em guia retangular, passando do plano W para o plano Z. Essa transformação associará coordenadas constantes ao contôrno do guia como pode ser observado na FIG-2.6 .

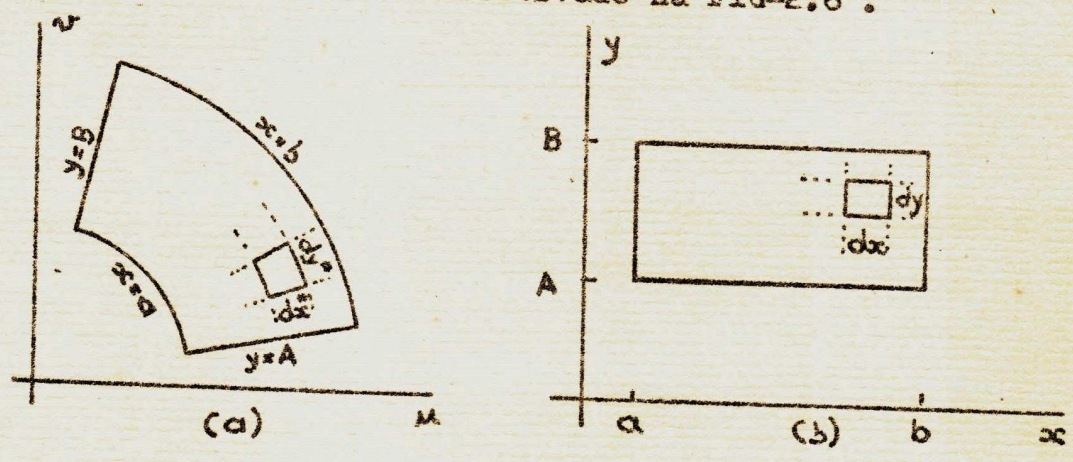


FIG-2.6. Transformação Conforme

- (a) guia geral - plano W
- (b) guia retangular - plano Z

As relações entre os elementos de comprimento indicados na FIG-2.6 estão dados de (2.12) a (2.15). A transformação pode ser encarada como uma deformação progressivamente introduzida na secção reta do plano W até transformá-la numa secção retangular. Como mostraremos mais adiante o resultado de tal deformação será que o contôrno bem como o meio que preenche o guia retangular não serão mais homogêneos e isotrópicos mas sim heterogêneos e anisotrópicos. A permeabilidade, a permitividade e a condutividade, para o guia retangular serão dados portanto na forma tensorial.

$$\mu = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\underline{\epsilon} = \underline{\epsilon}_0 \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_0 \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Como a anisotropia não afeta a direção z então teremos as simplificações seguintes

$$\mu_{xz} = \mu_{zx} = \mu_{yz} = \mu_{zy} = 0 \quad (2.24)$$

$$\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} = \epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} = 0 \quad (2.25)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = 0 \quad (2.26)$$

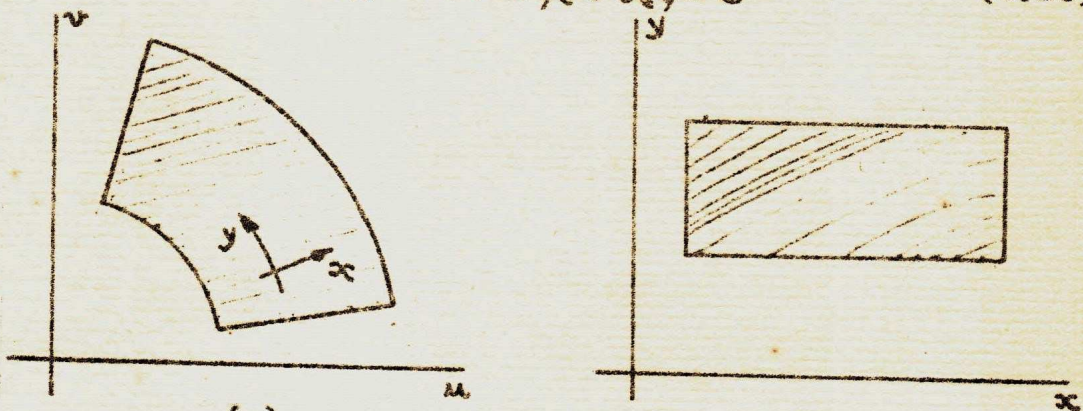


FIG-2.7. (a) guia de secção reta geral preenchido com material isotrópico e homogêneo, (b) guia retangular preenchido com material anisotrópico e heterogêneo.

Consideremos agora as equações de Maxwell para os dois guias a fim de determinarmos as condições de e

quivalência entre os dois sistemas. Vamos escrever inicialmente as equações de Maxwell em coordenadas retangulares para o guia retangular preenchido com material anisotrópico e heterogêneo. Consideraremos condutividade desprezível.

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega B_x = -j\omega (\mu_{xx} H_x + \mu_{xy} H_y) \mu_0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega B_y = -j\omega (\mu_{yx} H_x + \mu_{yy} H_y) \mu_0 \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega B_z = -j\omega (\mu_{zz} H_z) \mu_0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega D_x = j\omega (\epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y) \epsilon_0 \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega D_y = j\omega (\epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y) \epsilon_0 \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega D_z = j\omega (\epsilon_{zz} E_z) \epsilon_0 \quad (2.32)$$

No plano W as coordenadas x e y formam um sistema curvilíneo e ortogonal. Os fatores de escala são dados por

$$h_x = h(x,y) = |f'(z)| \quad (2.33)$$

$$h_y = h(x,y) = |f'(z)| \quad (2.34)$$

$$h_z = 1 \quad (2.35)$$

Sabendo os fatores de escala poderemos escrever as equações de Maxwell em coordenadas curvilíneas no plano W.

$$\frac{\partial(\mathbb{E}_z^*)}{\partial y} - \frac{\partial(h\mathbb{E}_y^*)}{\partial z} = -j\omega\mu_0 h H_x^* \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial(h\mathbb{E}_x^*)}{\partial z} - \frac{\partial(\mathbb{E}_z^*)}{\partial x} = -j\omega\mu_0 h H_y^* \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial(h\mathbb{E}_y^*)}{\partial x} - \frac{\partial(h\mathbb{E}_x^*)}{\partial y} = -j\omega\mu_0 h^2 H_z^* \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial(H_z^*)}{\partial y} - \frac{\partial(hH_y^*)}{\partial z} = j\omega\epsilon_0 h \mathbb{E}_x^* \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial(hH_x^*)}{\partial z} - \frac{\partial(H_z^*)}{\partial x} = j\omega\epsilon_0 h \mathbb{E}_y^* \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial(hH_y^*)}{\partial x} - \frac{\partial(hH_x^*)}{\partial y} = j\omega\epsilon_0 h^2 \mathbb{E}_z^* \quad (2.41)$$

Vamos agora estabelecer as condições para que os dois conjuntos de equações sejam equivalentes. Comparando as equações de (2.27) a (2.32) com as equações de ((2.36) a (2.41) poderemos estabelecer as correspondências abaixo.

$$\begin{array}{ll} \mu_{xx} = 1 & \epsilon_{xx} = 1 \\ \mu_{xy} = 0 & \epsilon_{xy} = 0 \\ \mu_{yx} = 0 & \epsilon_{yx} = 0 \\ \mu_{yy} = 1 & \epsilon_{yy} = 1 \\ \mu_{zz} = h^2(x,y) & \epsilon_{zz} = h^2(x,y) \end{array} \quad (2.42)$$

Assim sendo os tensores permeabilidade e permi-
tividade para o guia retangular podem ser escritos como
funções de $h(x,y)$ e portanto como função do ponto. Devi-
do as relações (2.42) os tensores assumem a forma de ma-
triz diagonal, isto é, o que ocorre numa direção não de

pende do que ocorre nas outras duas direções ortogonais.

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & h^2(x,y) \end{pmatrix} \quad \mu = \mu_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & h^2(x,y) \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

As outras condições que devem ser obedecidas a fim de que exista a equivalência relacionam as componentes de campo elétrico e magnético

$$\begin{aligned} \bar{E}_x^* &= \frac{E_x}{h(x,y)} & H_x^* &= \frac{H_x}{h(x,y)} \\ \bar{E}_y^* &= \frac{E_y}{h(x,y)} & H_y^* &= \frac{H_y}{h(x,y)} \\ \bar{E}_z^* &= E_z & H_z^* &= H_z \end{aligned} \quad (2.44)$$

Poderemos, portanto, resolver o problema no plano Z, se fôr mais fácil, e depois transformar os resultados para o problema original no plano W através das relações (2.44). Para tanto basta que consideremos no plano Z um guia retangular preenchido com material anisotrópico e heterogêneo com permeabilidade e permitividade dadas em (2.43). Deveremos observar que as componentes E_z e H_z são invariantes, já as componentes E_x, E_y e H_x, H_y estão relacionadas com as componentes correspondentes do plano W através de $h(x,y)$.

Sabemos portanto como transformar um guia de secção reta geral em um guia retangular equivalente. Vejamos agora como resolver as equações de Maxwell em um guia retangular preenchido com material heterogêneo e anisotrópico.

2.3. Guia Retangular com Material Heterogêneo e Anisotrópico

Na seção anterior vimos como se pode transformar um guia de seção reta geral em um guia retangular. O guia retangular situado no plano Z está preenchido de material heterogêneo e anisotrópico. É não homogêneo pois tanto permeabilidade como permitividade são função de x e y . Anisotrópico pois permitividade e permeabilidade dependem da direção considerada. Veremos agora como resolver o problema no plano Z. Uma vez obtida a solução para o guia retangular aplicando-se a transformação conforme obteremos os resultados do problema original.

As equações de Maxwell para um guia retangular com material heterogêneo e anisotrópico são

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_x \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 h^2 H_z \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\epsilon_0 E_x \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon_0 E_y \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon_0 h^2 E_z \quad (2.50)$$

Estamos assumindo variação em t e em z na forma $e^{j(\omega t - \beta z)}$, onde β é a constante de propagação dada por

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} \quad (2.51)$$

Consideremos uma solução na forma

$$H_z = \frac{j}{\omega \mu_0} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 T(x,y) e^{-j\beta z} \quad (2.52)$$

para os modos TE ($E_z = 0$). Introduzindo H_z e E_z nas equações de Maxwell teremos

$$\beta E_y = -\omega \mu_0 H_x \quad (2.53)$$

$$\beta E_x = \omega \mu_0 H_y \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = - \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 h^2(x,y) T(x,y) e^{-j\beta z} \quad (2.55)$$

$$\frac{-j}{\omega \mu_0} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \frac{\partial T(x,y)}{\partial y} e^{-j\beta z} + \beta H_y = \omega \epsilon_0 E_x \quad (2.56)$$

$$-\beta H_x + \frac{j}{\omega \mu_0} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \frac{\partial T(x,y)}{\partial x} e^{-j\beta z} = \omega \epsilon_0 E_y \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \quad (2.58)$$

Com os pares de equações (2.53) , (2.57) e (2.54) , (2.56) poderemos tirar as componentes E_x , E_y , H_x , H_y em função de $T(x,y)$.

$$E_y = \frac{\partial T}{\partial x} e^{-j\beta z} \quad (2.59)$$

$$E_x = -\frac{\partial T}{\partial y} e^{-j\beta z} \quad (2.60)$$

$$H_y = \frac{-\beta}{\omega\mu_0} \frac{\partial T}{\partial y} e^{-j\beta z} \quad (2.61)$$

$$H_x = \frac{-\beta}{\omega\mu_0} \frac{\partial T}{\partial x} e^{-j\beta z} \quad (2.62)$$

Através das relações (2.47), (2.59), (2.60), (2.61), (2.62) poderemos determinar todas as componentes de campo para os modos TE desde que conheçamos $T(x,y)$ bem como suas derivadas. Nosso próximo passo então será no sentido da determinação de $T(x,y)$.

Substituindo as equações (2.59) e (2.60) na equação (2.55) obteremos

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\left[\frac{2\pi}{\lambda_c}\right]^2 h^2(x,y) T(x,y) \quad (2.63)$$

Para determinarmos $T(x,y)$ deveremos resolver a equação diferencial a derivadas parciais (2.63) sujeita às condições de contorno seguintes

$$E_x = 0 \quad \therefore \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{em} \quad \begin{cases} y=A \\ y=B \end{cases} \quad (2.64)$$

$$E_y = 0 \quad \therefore \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{em} \quad \begin{cases} x=a \\ x=b \end{cases} \quad (2.65)$$

A equação (2.63) terá solução imediata no caso em que $h(x,y)^2 = 1$. Isso equivaleria a termos um guia preenchido com material homogêneo e isotrópico. Para que isso ocorresse o guia de seção geral deveria ser retangular o que evidentemente não tem interesse prático. No

caso geral procuraremos uma solução na forma (2.66) pois

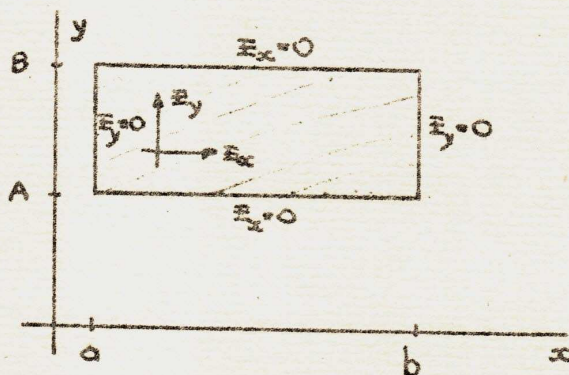


FIG-2.8. Guia retangular com material heterogêneo e anisotrópico. Condições de contôrno para os modos TE.

só em casos especiais teremos uma solução exata. A série em que está desenvolvida a função $T(x,y)$ não pode ser de tipo qualquer. Deverá abedecer as condições de contôrno.

$$T(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (2.66)$$

É claro que êsse tipo de solução obedece as condições de contôrno pois tanto a derivada em x

$$\frac{\partial}{\partial x} (T(x,y)) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \frac{m\pi}{b-a} \text{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (2.67)$$

como a derivada em y

$$\frac{\partial}{\partial y} (T(x,y)) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \frac{n\pi}{B-A} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \text{sen} \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (2.68)$$

se anulam para $x=a,b$ e $y=A,B$ respectivamente.

Para que a solução da equação (2.63) tenha a forma (2.66) é necessário termos $h^2(x,y)$ desenvolvido também em série de cossenos. Desenvolvamos então $h^2(x,y)$ em série de Fourier conforme (2.69).

$$h^2(x,y) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} F_{ij} \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{j\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (2.69)$$

Os coeficientes F_{ij} da série de Fourier podem ser determinados pelas equações abaixo.

$$F_{00} = \frac{1}{(b-a)(B-A)} \int_a^b \int_A^B h^2(x,y) dx dy \quad (2.70)$$

Sabemos que as relações entre elementos de área nos planos Z e W são dadas por $h^2(x,y) = f'(z)$ conforme vimos na seção (2.1). Assim sendo a integral

$$I = \int_a^b \int_A^B h^2(x,y) dx dy = \int_a^b \int_A^B dx^* dy^* = A^* \quad (2.71)$$

representa a área da seção transversal do guia do plano W. A área do guia retangular é

$$A = (b-a)(B-A) \quad (2.72)$$

Concluimos então que o primeiro coeficiente da série de Fourier (2.69) é a relação entre as áreas dos dois guias equivalentes.

$$F_{00} = \frac{A^*}{A} \quad (2.73)$$

Os outros coeficientes da série de Fourier serão obtidos a partir de (2.74), (2.75) e (2.76).

$$F_{10} = \frac{2}{(b-a)(B-A)} \int_a^b \int_A^B h^2(x,y) \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] dx dy \quad (2.74)$$

$$F_{0j} = \frac{2}{(b-a)(B-A)} \int_a^b \int_A^B h^2(x,y) \cos \left[\frac{j\pi(y-A)}{B-A} \right] dx dy \quad (2.75)$$

Para $i > 0$ e $j > 0$ teremos

$$F_{ij} = \frac{4}{(b-a)(B-A)} \int_a^b \int_A^B h^2(x,y) \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{j\pi(y-A)}{B-A} \right] dx dy \quad (2.76)$$

Tendo obtido o desenvolvimento em série para a função $h^2(x,y)$ poderemos substituir a equação (2.69) na equação diferencial a derivadas parciais (2.63). Impondo que a solução dessa equação diferencial é da forma (2.66) transformamos a equação diferencial num sistema linear homogêneo equivalente cuja solução nos dá os coeficientes do desenvolvimento em série de $T(x,y)$. Uma vez conhecida a função $T(x,y)$ determina-se facilmente o conjunto de componentes de campos elétricos e magnéticos.

Reescrevamos as equações (2.63), (2.66) e (2.69).

$$\frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y^2} = - \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 h^2(x,y) T(x,y) \quad (2.63)$$

$$T(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (2.66)$$

$$h^2(x,y) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} F_{ij} \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{j\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (2.69)$$

e substituímos (2.66) e (2.69) em (2.63). Para o primeiro termo obtemos

$$\frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y)}{\partial y^2} = \quad (2.77)$$

$$= - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \left[\frac{m^2 \pi^2}{(b-a)^2} + \frac{n^2 \pi^2}{(B-A)^2} \right] \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right]$$

enquanto que para o segundo teremos

$$- \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 h^2(x,y) T(x,y) = \quad (2.78)$$

$$= - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} A_{mn} F_{ij} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] * \\ * \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{j\pi(y-A)}{B-A} \right]$$

Desenvolvendo os somatórios e igualando os coeficientes dos termos correspondentes montaremos o sistema de equações lineares que, pela sua própria construção, é equivalente a equação diferencial (2.63). Como se resolve esse sistema num caso concreto será assunto do próximo capítulo. Todo procedimento seguido até aqui para os modos TE pode ser repetido para os modos TM com poucas e pequenas alterações. Para os modos TM o desenvolvimento da função $T(x,y)$ é feito em série de senos. O mesmo ocorre com $h^2(x,y)$.

$$T(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (2.79)$$

As condições de contorno neste caso passam a ser

$$\begin{aligned} T(x,y) &= 0 & \text{em} & \quad x = \begin{cases} a \\ b \end{cases} \\ T(x,y) &= 0 & \text{em} & \quad y = \begin{cases} A \\ B \end{cases} \end{aligned} \quad (2.80)$$

2.4. Configurações dos Campos Elétricos e Magnéticos

Adiantaremos aqui alguns resultados que serão demonstrados nos capítulos subsequentes para ilustrarmos como ocorre a transformação dos campos elétricos e magnéticos entre os dois guias. Tomaremos como exemplo o guia lunar concêntrico, para o qual desenvolveremos um estudo de caso a partir do Capítulo 3. Como veremos mais adiante esse guia pode ser transformado em um guia retangular através da transformação $w = e^{kz}$, onde k é uma

constante real.

Consideremos a secção reta do guia lunar no plano W e o guia retangular no plano Z. Na figura (2.9) estão esquematizados as correspondências de pontos e das componentes de campo.

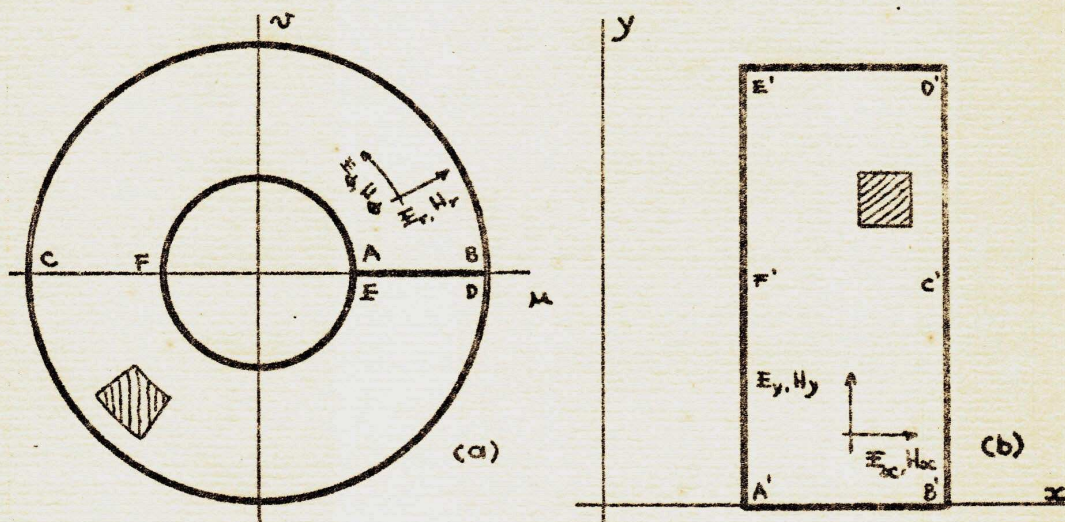


FIG-2.9. Transformação $w=e^{kz}$
(a) plano W , (b) plano Z

O que ocorre com a transformação conforme pode ser encarado da seguinte maneira. Consideremos que seja executado o procedimento imaginário que segue : é feito um "corte" na lâmina AB no plano W e o guia lunar é "aberto" progressivamente até se transformar no guia retangular do plano Z ; uma tal "deformação" alteraria as propriedades do material contido no guia lunar sendo essa deformação dependente do ponto e da direção considerada . A operação imaginária realizada acima , apesar de não poder ser posta em prática, nos dá uma boa idéia das alterações dos campos com a transformação conforme. Isso pode ser visto na FIG-2.11. Esse modelo nos ajuda a entender a anisotropia e a heterogeneidade.

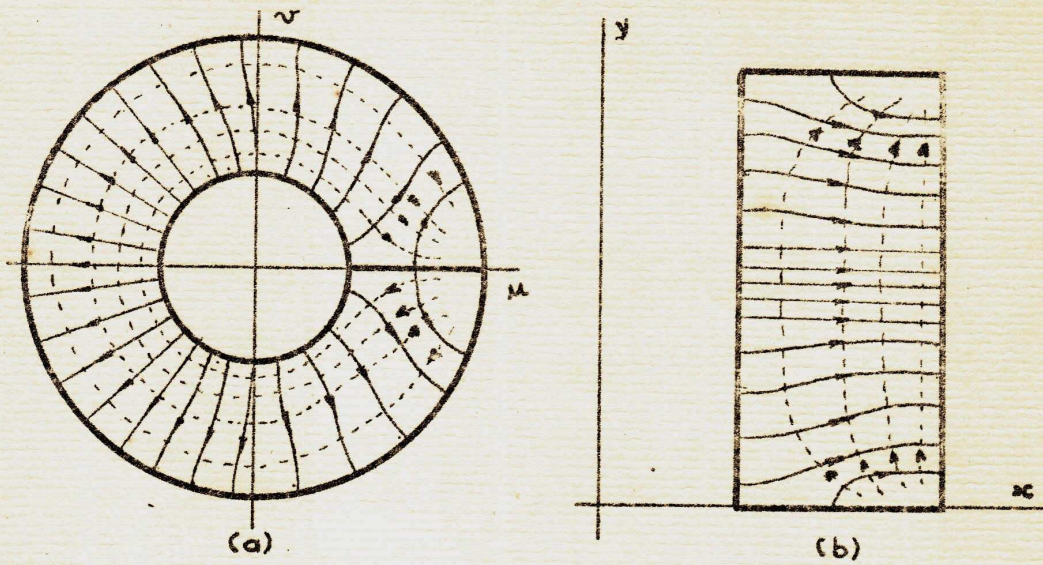


FIG-2.10. Linhas de campo elétrico e magnético para o Modo $TE_{\frac{1}{2},1}$.

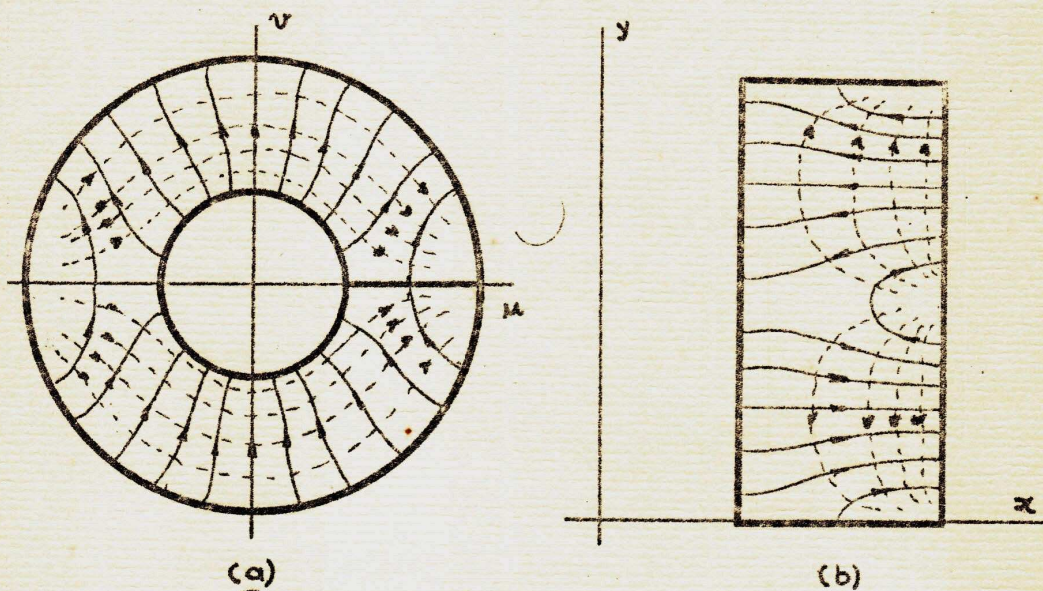


FIG-2.11 Linhas de campo elétrico e magnético para o Modo TE_{11} .

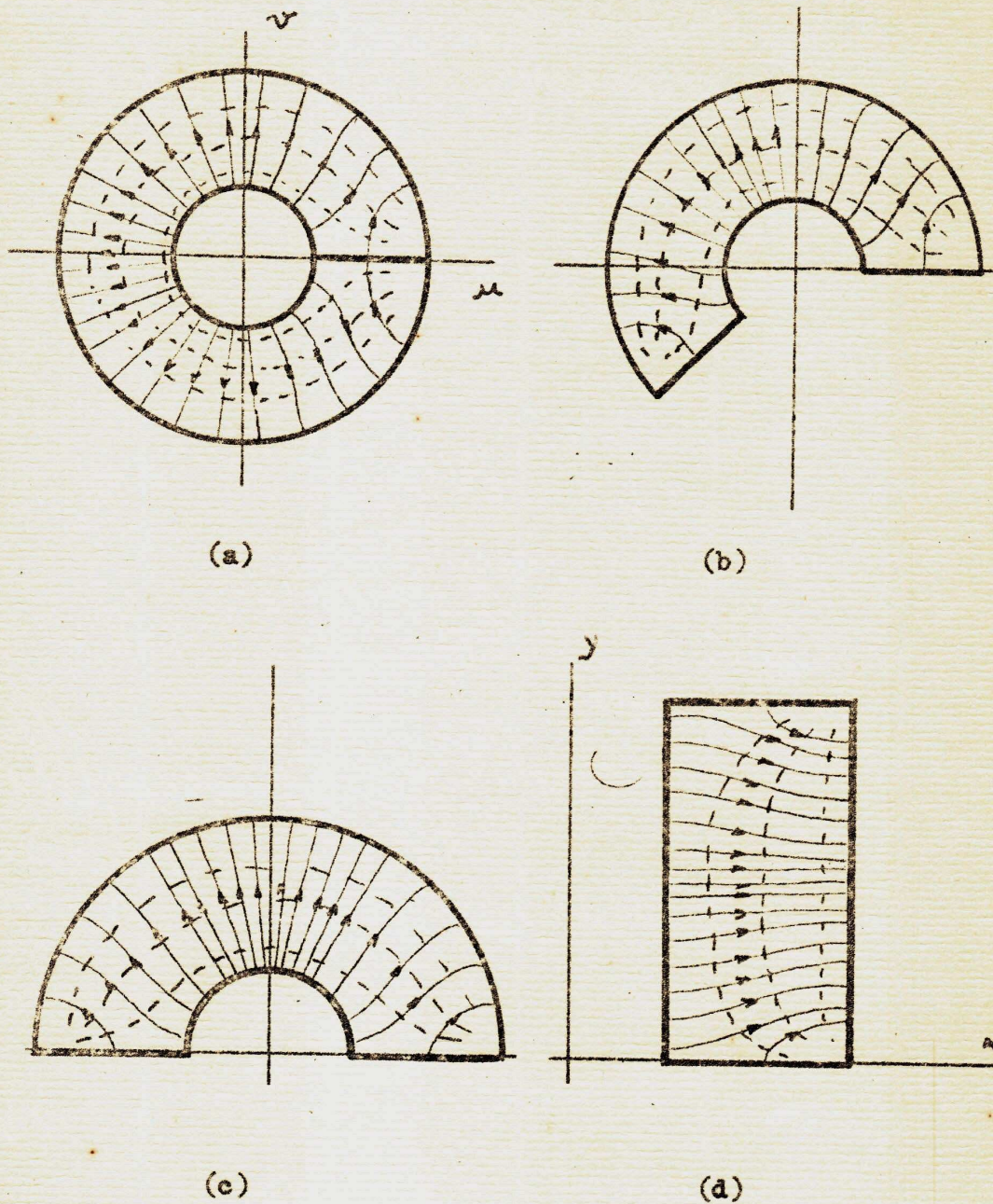


FIG-2.12. Efeito da transformação $w=e^{kz}$ nas linhas de campo mostrado gradualmente .

3. ESTUDO DE CASO - GUIA LUNAR CONCÊNTRICO

3.1. Introdução

Neste capítulo faremos um estudo das características do guia lunar concêntrico, aplicando as idéias apresentadas no capítulo anterior. Nosso primeiro passo será no sentido de determinar a função que transforme o contôrno do guia lunar em um contôrno retangular. Uma transformação que apresenta essa propriedade é a gerada pela função $w = e^{kz}$. A constante k pode ser escolhida de tal forma que as áreas dos dois guias sejam iguais. Como já vimos no capítulo anterior, isso faz com que o primeiro tôrmo do desenvolvimento em série de Fourier para a função $h^2(x, y)$ seja unitário.

A correspondência de pontos está mostrada na FIG-3.1. e pode ser deduzida das relações abaixo.

$$w = e^{kz} \quad (3.1)$$

$$w = u + jv = r e^{j\phi} \quad (3.2)$$

$$z = x + jy \quad (3.3)$$

$$\therefore r e^{j\phi} = e^{k(x+jy)}, \quad (3.4)$$

$$r = e^{kx}, \quad (3.5)$$

$$\phi = ky \quad (3.6)$$

Donde deduzimos

$$\begin{aligned} AB \rightarrow A'B' &: y = \phi/k = 0, \quad x = \ln r/k \quad (R_1 \leq r \leq R_2) \\ BD \rightarrow B'D' &: y = \phi/k, \quad x = \ln R_2/k \quad (0 \leq \phi \leq 2\pi) \\ DE \rightarrow D'E' &: y = \phi/k = 2\pi/k, \quad x = \ln r/k \quad (R_1 \leq r \leq R_2) \\ EA \rightarrow E'A' &: y = \phi/k, \quad x = \ln R_1/k \quad (0 \leq \phi \leq 2\pi) \end{aligned} \quad (3.7)$$

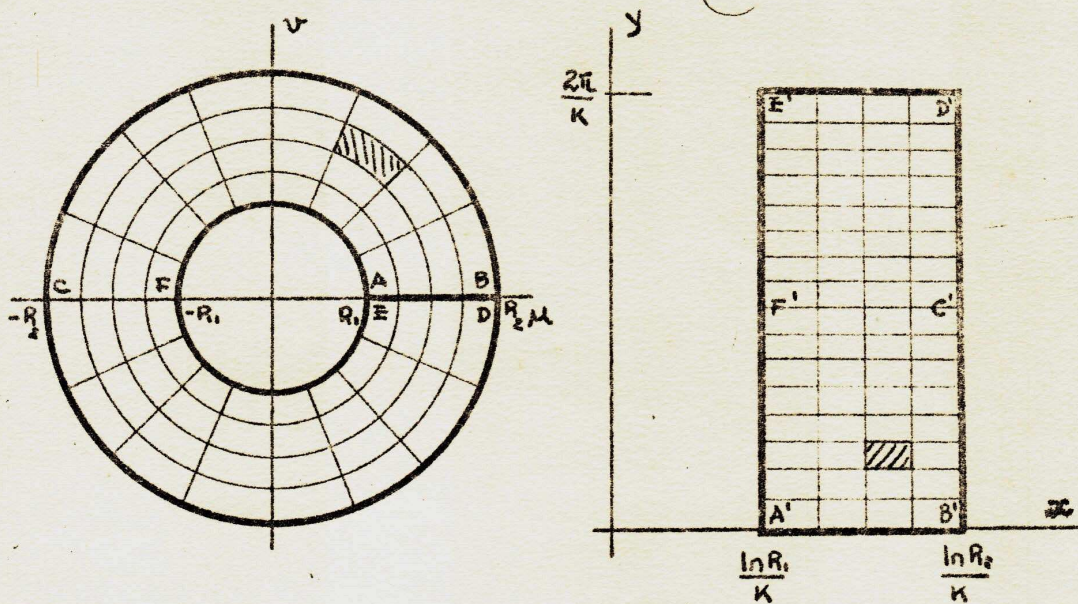


FIG-3.1. Transformação do guia lunar concêntrico em um guia retangular através da função $w=e^{kz}$.

Impondo a igualdade de áreas determinamos a constante k .

$$A = \frac{2\pi}{k^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (3.8)$$

$$A^* = \pi(R_2^2 - R_1^2) \quad (3.9)$$

$$k^2 = \frac{2 \ln(R_2/R_1)}{R_2^2 - R_1^2} \quad (3.10)$$

Sendo conhecidas as dimensões do guia lunar, R_1 e R_2 , determinamos o valor de k . Conhecido k esta rá também conhecida a transformação $w=e^{kz}$. Tratemos a gora do desenvolvimento em série e da determinação da função $h^2(x,y)$.

$$f'(z) = \frac{dw}{dz} = k e^{kz} \quad (3.11)$$

$$|f'(z)| = k e^{kx} \cdot |e^{jky}| = k e^{kx} \quad (3.12)$$

$$h(x,y) = k e^{kx} \quad (3.13)$$

$$h^2(x,y) = k^2 e^{2kx} \quad (3.14)$$

Procuraremos um desenvolvimento em série de Fourier para $h^2(x,y)$ na forma

$$h^2(x,y) = \sum_{i=0}^{\infty} F_i \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] \quad (3.15)$$

Onde

$$a = \frac{\ln R_1}{k}, \quad b = \frac{\ln R_2}{k} \quad (3.16)$$

$$x = a, \quad \cos \frac{i\pi(x-a)}{b-a} = 1 \quad (3.17)$$

$$x = b, \quad \cos \frac{i\pi(x-a)}{b-a} = (-1)^i \quad (3.18)$$

Podemos agora determinar os coeficientes F_i utilizando as equações (2.74), (2.75) e (2.76). Como k foi escolhido de tal forma que $A = A^*$ então teremos $F_0 = 1$

Realmente

$$\begin{aligned}
 F_0 &= \frac{1}{(a-b)(B-A)} \int_a^b \int_A^B h^2(xy) dx dy = \\
 &= \frac{K^2}{\frac{2\pi}{K^2} \ln \frac{R_2}{R_1}} \int_0^{\frac{2\pi}{K}} \int_{\frac{\ln R_1}{K}}^{\frac{\ln R_2}{K}} e^{2Kx} dx dy = \\
 &= \frac{K^2 (R_2^2 - R_1^2)}{2 \ln \frac{R_2}{R_1}}
 \end{aligned}$$

Substituindo a expressão (3.10) para k^2 teremos o valor esperado de F_0 .

$$F_0 = 1 \quad (3.19)$$

Os coeficientes F_i para $i > 0$ serão dados por

$$\begin{aligned}
 (b-a)(B-A)F_i &= 2 \int_a^b \int_A^B h^2(xy) \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] dx dy = \\
 &= 2 \int_0^{\frac{2\pi}{K}} \int_{\frac{\ln R_1}{K}}^{\frac{\ln R_2}{K}} K^2 e^{2Kx} \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] dx dy \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_L &= \frac{2K^2}{\frac{2\pi}{K^2} \ln \frac{R_2}{R_1}} \int_0^{\frac{2\pi/K \ln R_2}{K}} \int_{\frac{\ln R_1}{K}}^{\frac{\ln R_2}{K}} e^{2Kx} \cos \left[\frac{i\pi K(x-a)}{\ln R_2/R_1} \right] dx dy = \\
 &= \frac{K^4}{\pi \ln \frac{R_2}{R_1}} \frac{2\pi}{K} \int_{\frac{\ln R_1}{K}}^{\frac{\ln R_2}{K}} e^{2Kx} \cos \left[\frac{i\pi K(x-a)}{\ln R_2/R_1} \right] dx \quad (3.21)
 \end{aligned}$$

Segundo CRC-412 (página 336)

$$\int e^{ax} \cos(bx) dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} [a \cos bx + b \sin bx] \quad (3.22)$$

Introduzindo a mudança de variáveis $x' = x - a$

$$F_L = \frac{2K^3}{\ln R_2/R_1} \int_0^{\frac{\ln R_2/R_1}{K}} e^{2K(x'+a)} \cdot \cos \left[\frac{i\pi Kx'}{\ln R_2/R_1} \right] dx$$

$$= \frac{2K^3 R_1^2}{\ln R_2/R_1} \int_0^{\frac{\ln R_2/R_1}{K}} e^{2Kx'} \cdot \cos \left[\frac{i\pi Kx'}{\ln R_2/R_1} \right] dx$$

$$\therefore F_L = \frac{2\beta^2}{\beta^2+1} \cdot \frac{R_2^2 \cos i\pi - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}, \quad \beta = \frac{2 \ln R_2/R_1}{i\pi}$$

(3.23)

Quando i fôr ímpar teremos

$$F_i = - \frac{2\beta^2}{\beta^2+1} \cdot \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (3.24)$$

enquanto que para i par

$$F_i = \frac{2\beta^2}{\beta^2+1} \quad (3.25)$$

Os coeficientes (3.24) e (3.25) da série de Fourier são calculados através do Programa-I do Apêndice-D e os resultados obtidos estão na Tabela 3.1. Em todos os programas do Apêndice-D adotamos

$$\begin{aligned} R_1 &= 19.45 \text{ mm} \\ R_2 &= 34.00 \text{ mm} \end{aligned} \quad (3.26)$$

a razão para isso é que para essas dimensões existem resultados experimentais de comprimento de onda de corte. Os resultados experimentais se referem ao caso do guia lunar com excentricidade, mas já que nosso trabalho serve para fornecer valores limites para o caso mais geral então adotamos as mesmas dimensões.

$F_0 = 1.000$	$F_6 = 0.007$	$F_{12} = 0.002$	$F_{18} = 0.001$
$F_1 = -0.443$	$F_7 = -0.010$	$F_{13} = -0.003$	$F_{19} = -0.001$
$F_2 = 0.061$	$F_8 = 0.004$	$F_{14} = 0.001$	$F_{20} = 0.001$
$F_3 = -0.055$	$F_9 = -0.006$	$F_{15} = -0.002$	$F_{21} = -0.001$
$F_4 = 0.016$	$F_{10} = 0.002$	$F_{16} = 0.001$	$F_{22} = 0.000$
$F_5 = -0.020$	$F_{11} = -0.004$	$F_{17} = -0.002$	$F_{23} = -0.001$

Tabela 3.1. Coeficientes de Fourier para a função $h^2(x,y)$.

3.2. Estudo dos Modos TE_{ON}

Determinaremos agora os maiores comprimentos de onda de corte para os modos TE_{ON} . Mostraremos como a equação (2.63) pode ser transformada em um sistema de equações lineares em um caso concreto. A seguir resolveremos o sistema montado verificando o número de equações necessário para obtermos resultados que aos resultados obtidos pela aplicação direta das equações de Maxwell. Teremos assim possibilidades de aquilatar em que medida poderemos confiar no método presentemente adotado, pois, como sabemos, trata-se de um método aproximado. A razão para isso é que não é possível tomarmos um número infinito de equações que seria o caso correspondente a solução exata.

Usaremos aqui a seguinte convenção: chamaremos os modos de TE_{MN} sendo M característico da variação angular e N da variação radial. Resumindo

$$\begin{aligned} M &\leftrightarrow \phi \leftrightarrow y \\ N &\leftrightarrow r \leftrightarrow x \end{aligned} \quad (3.26)$$

Para os modos TE_{ON} estamos entendendo que exista apenas variação com o raio. Isso significa que as componentes de campo elétrico e magnético são independentes de ϕ para esses modos. Para resolvermos então o problema deveremos partir da equação (2.63)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 T h^2 = 0$$

Já sabemos o desenvolvimento em série de h^2 . Vamos agora determinar a solução da equação (2.63), isto é a função $T(x,y)$. Duas particularidades ocorrem no caso dos modos TE_{ON} em guias lunares: a primeira é uma particularidade da transformação $w = e^{kz}$ pois $|f'(z)|$ é

função apenas de x , sendo portanto independente de y ,

$$h^2(x,y) = |f'(z)|^2 = \kappa^2 e^{2\kappa x} \quad ; \quad (3.27)$$

a segunda particularidade se refere ao modo TE_{ON} que a apresenta componentes de campo independentes do ângulo.

Como consequência disso temos $T(x,y)$ e $h^2(x,y)$ na forma

$$T(x) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \quad (3.28)$$

$$h^2(x) = \sum_{l=0}^{\infty} F_l \cos \left[\frac{l\pi(x-a)}{b-a} \right] \quad (3.29)$$

Assim sendo a equação de onda se reduz a uma equação diferencial ordinária a uma variável

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 T(x) h^2(x) = 0 \quad (3.30)$$

Substituindo (3.28) e (3.29) na equação diferencial (3.30), obteremos

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_m \left[\frac{m\pi}{b-a} \right] \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] = \quad (3.31)$$

$$\left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} A_m F_l \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{l\pi(x-a)}{b-a} \right]$$

Desenvolvamos agora os dois termos da equação (3.31) e igualemos os coeficientes dos termos correspon

dentes.

Para o primeiro termo teremos

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} A_m \left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2 \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] &= A_1 \frac{\pi^2}{(b-a)^2} \cos \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] + \\ A_2 \frac{4\pi^2}{(b-a)^2} \cos \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] &+ A_3 \frac{9\pi^2}{(b-a)^2} \cos \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots \\ \dots + A_m \frac{m^2\pi^2}{(b-a)^2} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] &+ \dots \end{aligned} \quad (3.32)$$

Da mesma forma, desenvolvendo o segundo membro, considerando a relação (3.33), teremos

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A+B) + \frac{1}{2} \cos(A-B) \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} A_m \bar{F}_i \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] &= \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} A_m \bar{F}_i \left\{ \cos \left[\frac{(m+i)\pi(x-a)}{b-a} \right] + \cos \left[\frac{(m-i)\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \left\{ 2A_0 F_0 + 2A_1 F_0 \cos \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] + 2A_2 F_0 \cos \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots + 2A_m F_0 \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots \right\} +$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \left\{ 2A_0 F_1 \cos \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] + A_1 F_1 \cos \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] + A_1 F_1 + \dots + \right.$$

$$+ A_2 F_1 \cos \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] + A_2 F_1 \cos \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots +$$

$$+ A_m F_1 \cos \left[\frac{(m+1)\pi(x-a)}{b-a} \right] + A_m F_1 \cos \left[\frac{(m-1)\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots \left. \right\} +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \left\{ 2A_0 F_2 \cos \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] + A_1 F_2 \cos \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] + \right.$$

$$+ A_1 F_2 \cos \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] + A_2 F_2 \cos \left[\frac{4\pi(x-a)}{b-a} \right] + A_2 F_2 + \dots +$$

$$+ A_m F_2 \cos \left[\frac{(m+2)\pi(x-a)}{b-a} \right] + A_m F_2 \cos \left[\frac{(m-2)\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots \left. \right\} +$$

$$+ \dots +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \left\{ 2A_0 F_m \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{ba} \right] + A_1 F_m \cos \left[\frac{(m+1)\pi(x-a)}{ba} \right] + \right. \\
& + A_1 F_m \cos \left[\frac{(m-1)\pi(x-a)}{ba} \right] + A_2 F_m \cos \left[\frac{(m+2)\pi(x-a)}{ba} \right] + \dots + \\
& \left. + A_m F_m \cos \left[\frac{2m\pi(x-a)}{ba} \right] + A_m F_m + \dots \right\} + \dots \quad (3.34)
\end{aligned}$$

Podemos agora igualar os coeficientes dos termos correspondentes. Até aqui consideramos o somatório a um número infinito de termos. Daqui para frente tomaremos um número limitado. Esse número será escolhido mais adiante de tal forma que os resultados sejam satisfatórios. Partiremos então para calcular os coeficientes $A_0, A_1, A_2, \dots, A_m$ que permitam a determinação de $T(x, y)$, bem como calcular os comprimentos de onda de corte para os diversos modos TE_{ON} . Chamaremos daqui em diante

$$\begin{aligned}
\Theta &= \frac{\pi}{ba} \\
\chi &= \frac{2\pi}{\lambda_c}
\end{aligned} \quad (3.35)$$

onde λ_c é o comprimento de onda de corte.

Agrupando e igualando os termos correspondentes em (3.34) poderemos montar o sistema linear homogêneo dado em (3.36).

$$\begin{aligned}
(2F_0) A_0 + F_1 A_1 + F_2 A_2 + \dots + F_m A_m &= 0 \\
(2F_1) A_0 + (2F_0 + F_2 - 2 \frac{\Theta^2}{\chi^2}) A_1 + (F_1 + F_3) A_2 + (F_2 + F_4) A_3 + \dots + A_m (F_{m-1} + F_{m+1}) &= 0 \\
(2F_2) A_0 + (F_1 + F_3) A_1 + (2F_0 + F_4 - 8 \frac{\Theta^2}{\chi^2}) A_2 + (F_1 + F_5) A_3 + \dots + A_m (F_{m-2} + F_{m+2}) &= 0 \\
(2F_3) A_0 + (F_2 + F_4) A_1 + (F_1 + F_5) A_2 + (2F_0 + F_6 - 18 \frac{\Theta^2}{\chi^2}) A_3 + \dots + A_m (F_{m-3} + F_{m+3}) &= 0 \\
\dots & \\
(2F_m) A_0 + (F_{m-1} + F_{m+1}) A_1 + (F_{m-2} + F_{m+2}) A_2 + (F_{m-3} + F_{m+3}) A_3 + \dots + A_m (2F_0 + F_{2m} - 2 \frac{m^2 \Theta^2}{\chi^2}) &= 0
\end{aligned}
\tag{3.36}$$

Da primeira equação podemos tirar uma expressão para A_0 em função dos demais coeficientes A_m e substituir nas outras equações.

$$A_0 = - \left[\frac{F_1}{2} A_1 + \frac{F_2}{2} A_2 + \frac{F_3}{2} A_3 + \dots + \frac{F_m}{2} A_m \right]$$

$$\left(1 - \frac{F_1^2}{2} + \frac{F_2}{2} - \frac{\Theta^2}{\chi^2}\right) A_1 + \left(\frac{F_1}{2} + \frac{F_3}{2} - \frac{F_1 F_3}{2}\right) A_2 + \left(\frac{F_2}{2} + \frac{F_4}{2} - \frac{F_1 F_3}{2}\right) A_3 + \dots + \left(\frac{F_{m-1}}{2} + \frac{F_{m+1}}{2} - \frac{F_1 F_m}{2}\right) A_m = 0$$

$$\left(\frac{F_1}{8} + \frac{F_3}{8} - \frac{F_1 F_3}{8}\right) A_1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{F_2^2}{8} + \frac{F_4}{8} - \frac{\Theta^2}{\chi^2}\right) A_2 + \left(\frac{F_1}{8} + \frac{F_3}{8} - \frac{F_2 F_3}{8}\right) A_3 + \dots + \left(\frac{F_{m-2}}{8} + \frac{F_{m+2}}{8} - \frac{F_2 F_m}{8}\right) A_m = 0$$

(3.37)

$$\left(\frac{F_2}{18} + \frac{F_4}{18} - \frac{F_1 F_3}{18}\right) A_1 + \left(\frac{1}{9} + \frac{F_3}{18} - \frac{F_3^2}{18} - \frac{\Theta^2}{\chi^2}\right) A_2 + \dots + \left(\frac{F_{m-3}}{18} + \frac{F_{m+3}}{18} - \frac{F_3 F_m}{18}\right) A_m = 0$$

$$\left(\frac{F_{m-1}}{2m^2} + \frac{F_{m+1}}{2m^2} - \frac{F_1 F_m}{2m^2}\right) A_1 + \left(\frac{F_{m-2}}{2m^2} + \frac{F_{m+2}}{2m^2} - \frac{F_2 F_m}{2m^2}\right) A_2 + \dots + \left(\frac{1}{m^2} - \frac{F_m^2}{2m^2} + \frac{F_{2m}}{2m^2} - \frac{\Theta^2}{\chi^2}\right) A_m = 0$$

Para que esse sistema homogêneo tenha solução é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja nulo. O determinante assume a forma de um polinômio de grau m em Θ/χ^2 . As raízes do polinômio serão os autovalores do sistema. Conhecidos os autovalores a determinação dos comprimentos de onda de corte correspondentes torna-se imediata.

$\frac{1}{2} + \frac{F_2 - F_1}{2} - \frac{F_1 F_2}{\chi^2}$	$\frac{F_1 + F_3}{2} - \frac{F_1 F_2}{2}$	$\frac{F_2 + F_4}{2} - \frac{F_1 F_3}{2}$	$\frac{F_3 + F_5}{2} - \frac{F_1 F_4}{2}$	\dots	$\frac{F_{m-1} + F_{m+1}}{2} - \frac{F_1 F_m}{2}$
$\frac{F_1 + F_3}{8} - \frac{F_1 F_2}{8}$	$\frac{1}{4} + \frac{F_4}{8} - \frac{F_2}{8} - \frac{\Theta^2}{\chi^2}$	$\frac{F_1 + F_5}{8} - \frac{F_2 F_3}{8}$	$\frac{F_2 + F_6}{8} - \frac{F_2 F_4}{8}$	\dots	$\frac{F_{m-2} + F_{m+2}}{8} - \frac{F_2 F_m}{8}$
$\frac{F_2 + F_4}{18} - \frac{F_1 F_3}{18}$	$\frac{F_1 + F_5}{18} - \frac{F_2 F_3}{18}$	$\frac{1}{9} + \frac{F_6}{18} - \frac{F_3}{18} - \frac{\Theta^2}{\chi^2}$	$\frac{F_1 + F_7}{18} - \frac{F_3 F_4}{18}$	\dots	$\frac{F_{m-3} + F_{m+3}}{18} - \frac{F_3 F_m}{18}$
$\frac{F_3 + F_5}{32} - \frac{F_1 F_4}{32}$	$\frac{F_2 + F_6}{32} - \frac{F_2 F_4}{32}$	$\frac{F_1 + F_7}{32} - \frac{F_3 F_4}{32}$	$\frac{1}{16} + \frac{F_8}{32} - \frac{F_4}{32} - \frac{\Theta^2}{\chi^2}$	\dots	$\frac{F_{m-4} + F_{m+4}}{32} - \frac{F_4 F_m}{32}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
$\frac{F_m + F_{m+2}}{2m^2} - \frac{F_1 F_m}{2m^2}$	$\frac{F_{m-2} + F_{m+2}}{2m^2} - \frac{F_2 F_m}{2m^2}$	$\frac{F_{m-3} + F_{m+3}}{2m^2} - \frac{F_3 F_m}{2m^2}$	$\frac{F_{m-4} + F_{m+4}}{2m^2} - \frac{F_4 F_m}{2m^2}$	\dots	$\frac{1}{m^2} + \frac{F_{2m}}{2m^2} - \frac{F_m}{2m^2} - \frac{\Theta^2}{\chi^2}$

Tabela 3.2. Matriz dos coeficientes para os Modos TE_{0N}

Vamos calcular inicialmente os comprimentos de onda de corte usando, do sistema (3.36), as duas primeiras equações apenas. Chamaremos o resultado assim obtido de primeira aproximação. Em seguida calcularemos a segunda aproximação tomando as três primeiras equações do sistema (3.36). Esse procedimento equivale a tomarmos da Tabela 3.2. matrizes 1×1 e 2×2 respectivamente.

1^ª Aproximação :

Consideremos o sistema linear e homogêneo dado abaixo. Não determinaremos A_0 e A_1 mas sim o comprimento de onda de corte .

$$\begin{aligned} (2F_0) A_{00} + (F_1) A_{10} &= 0 \\ (2F_1) A_{00} + \left\{ 2F_0 + F_2 - \frac{2\Theta^2}{\chi^2} \right\} A_{10} &= 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

Para que esse sistema tenha solução não trivial é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja zero . Isto é :

$$\begin{vmatrix} 2F_0 & F_1 \\ 2F_1 & 2F_0 + F_2 - \frac{2\Theta^2}{\chi^2} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.39)$$

$$F_0 \left\{ 2F_0 + F_2 - \frac{2\Theta^2}{\chi^2} \right\} - F_1^2 = 0$$

$$\frac{2\Theta^2}{\chi^2} = 2 + F_2 - F_1^2, \quad \frac{1}{\chi^2} = \frac{2 + F_2 - F_1^2}{2\Theta^2}$$

$$\lambda_c^2 = \frac{2\pi^2(2 + F_2 - F_1^2)}{\Theta^2} = 2(b-a)^2(2 + F_2 - F_1^2)$$

$$\lambda_c^2 = 2 \frac{(\ln R_2/R_1)^2}{K^2} (2+F_2-F_1^2) \quad (3.40)$$

Considerando em (3.40) os valores de R_1 , R_2 , F_1 , F_2 dados em (3.26) e na Tabela 3.1. teremos

$$\lambda_c = 23.46 \text{ mm} \quad (3.41)$$

2ª Aproximação :

Tomemos a partir de (3.36) o sistema de equações lineares abaixo.

$$\begin{aligned} (2F_0) A_{00} + (F_1) A_{10} + (F_2) A_{20} &= 0 \\ (2F_1) A_{00} + \left\{ 2F_0 + F_2 - \frac{2\theta^2}{\chi^2} \right\} A_{10} + (F_1 + F_3) A_{20} &= 0 \quad (3.42) \\ (2F_2) A_{00} + (F_1 + F_3) A_{10} + \left\{ 2F_0 + F_4 - \frac{8\theta^4}{\chi^2} \right\} A_{20} &= 0 \end{aligned}$$

Para que o sistema tenha solução é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja nulo.

$$\begin{vmatrix} 2F_0 & F_1 & F_2 \\ 2F_1 & 2F_0 + F_2 - \frac{2\theta^2}{\chi^2} & F_1 + F_3 \\ 2F_2 & F_1 + F_3 & 2F_0 + F_4 - \frac{8\theta^4}{\chi^2} \end{vmatrix} = 0$$

$$2 \left\{ \left(2 + F_2 - \frac{2\Theta^2}{\chi^2} \right) \left(2 + F_4 - \frac{8\Theta^2}{\chi^2} \right) - (F_1 + F_3)^2 \right\} +$$

$$- 2F_1 \left\{ F_1 (2F_0 + F_4 - \frac{8\Theta^2}{\chi^2}) - F_2 (F_1 + F_3) \right\} +$$

$$+ 2F_2 \left\{ F_1 (F_1 + F_3) - F_2 \left(2 + F_2 - \frac{2\Theta^2}{\chi^2} \right) \right\} = 0$$

$$\left(2 + F_2 - \frac{2\Theta^2}{\chi^2} \right) \left(2 + F_4 - \frac{8\Theta^2}{\chi^2} \right) - (F_1 + F_3)^2 +$$

$$+ F_1 F_2 (F_1 + F_3) - F_1^2 \left(2 + F_4 - \frac{8\Theta^2}{\chi^2} \right) +$$

$$+ F_1 F_2 (F_1 + F_3) - F_2^2 \left(2 + F_2 - \frac{2\Theta^2}{\chi^2} \right) = 0$$

$$4 + 2F_4 - \frac{16\Theta^2}{\chi^2} + 2F_2 + F_2 F_4 - \frac{8F_2 \Theta^2}{\chi^2} - \frac{4\Theta^2}{\chi^2} - \frac{2F_4 \Theta^2}{\chi^2} + \frac{16\Theta^4}{\chi^4} - (F_1 + F_3)^2 +$$

$$- 2F_1^2 - F_4 F_1^2 + \frac{8F_1^2 \Theta^2}{\chi^2} + 2F_1^2 F_2 + 2F_1 F_2 F_3 - 2F_2^2 - F_2^3 + \frac{2F_2^2 \Theta^2}{\chi^2} = 0$$

Vamos chamar

$$\beta = \frac{\Theta^2}{\chi^2}$$

Então podemos montar a equação do segundo grau
abaixo

$$16\beta^2 + (8F_1^2 + 2F_2^2 - 16 - 8F_2 - 4 - 2F_4)\beta + \left[4 + 2(F_2 + F_4) + F_2 F_4 - (F_1 + F_3)^2 + \right.$$

$$\left. - F_1^2 (2 + F_4) + 2F_1 F_2 (F_1 + F_3) - F_2^2 (2 + F_2) \right] = 0$$

A solução dessa equação bem como o cálculo dos dois primeiros comprimentos de onda de corte para os modos TE_{ON} forem obtidos com o auxílio do Programa-II do Apêndice-D. Os resultados obtidos para os comprimentos de onda de corte são

$$\lambda_{c_1} = 28,76 \text{ mm} \quad (TE_{01})$$

$$\lambda_{c_2} = 14,18 \text{ mm} \quad (TE_{02})$$

(3.43)

Na primeira aproximação adotamos o procedimento que equivale a calcularmos os autovalores do sistema homogêneo (3.37) tomando matriz 1×1 . Da mesma forma a segunda aproximação corresponde ao caso da matriz 2×2 . Na primeira tivemos apenas o maior comprimento de onda de corte que corresponde ao modo TE_{01} . Já na segunda aproximação obtivemos os dois maiores comprimentos de onda de corte : modo TE_{01} e modo TE_{02} .

Para conseguirmos resultados mais-precisos bem como um maior número de comprimentos de onda de corte é necessário que tomemos o sistema (3.37) com um maior número de equações. Quando tomamos uma matriz acima de 2×2 o cálculo dos autovalores torna-se muito trabalhoso. Usaremos então o Programa-IV do Apêndice-D. Quando analisamos os resultados concluímos que para termos uma boa precisão basta considerarmos matrizes 3×3 ou 4×4 , embora a solução exata corresponda ao caso de infinitas equações.

A comparação dos resultados obtidos aqui com a solução exata pode ser feita com o auxílio da Tabela 3.3 que apresenta os comprimentos de onda de corte para a família de modos TE_{ON} .

	1 x 1	2 x 2	3 x 3	4 x 4	5 x 5	6 x 6	TOTAL
TE ₀₁	28.46	28.76	28.766	28.768	28.768	28.768	28.768
TE ₀₂	-	14.18	14.494	14.503	14.506	14.506	14.506
TE ₀₃	-	-	9.366	9.665	9.683	9.687	9.686
TE ₀₄	-	-	-	6.952	7.238	7.260	7.269
TE ₀₅	-	-	-	-	5.506	5.782	5.817
TE ₀₆	-	-	-	-	-	4.542	4.848

Tabela 3.3. Comprimentos de onda de corte para os modos TE_{0N}. A tabela mostra a ordem da matriz dos coeficientes que deve ser usada para termos uma precisão determinada.

3.3. Estudo dos Modos TE_{MN}

Na seção anterior estudamos os modos TE_{ON} e agora passaremos a estudar o que resta da família dos modos TE_{MN} . Assim, poderemos determinar a faixa de passagem, determinando os comprimentos de onda de corte de todos os modos.

Já sabemos que

$$h^2(x) = k^2 e^{2kx} = \sum_{l=0}^{\infty} F_l \cos\left[\frac{l\pi(x-a)}{b-a}\right] \quad (3.44)$$

Reescrevamos a equação diferencial (2.63)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c}\right]^2 T h^2(x) = 0 \quad (3.45)$$

Como já vimos no capítulo anterior procuraremos uma solução na forma

$$T(x,y) = \sum_{m \neq 0}^{\infty} A_{mn} \cos\left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a}\right] \cos\left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A}\right]$$

No caso particular em que $h^2(x,y)$ é função apenas de x é possível realizarmos com facilidade a separação de variáveis. Procuremos então $T(x,y)$ como sendo

$$T(x,y) = X(x) \cdot Y(y) \quad (3.46)$$

Substituindo na equação diferencial, vem

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c}\right]^2 h^2(x) = 0 \quad (3.47)$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = - \left[\frac{n\pi}{B-A}\right]^2 \quad (3.48)$$

Usando em (3.53) a relação abaixo

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A+B) + \frac{1}{2} \cos(A-B)$$

teremos

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b-A} \right]^2 \right\} A_{mn} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] = \quad (3.54)$$

$$\left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{2} A_{mn} F_l \left\{ \cos \left[\frac{p\pi(x-a)}{b-a} \right] + \cos \left[\frac{q\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\}$$

onde $p=m+l$ e $q=m-l$

A equação (3.54) pode ser desenvolvida da mesma maneira que fizemos para os modos TE_{ON} dando como resultado o sistema (3.55).

Comparando o sistema (3.55) com o sistema correspondente para os modos TE_{ON} concluímos que para os modos TE_{MN} , praticamente, a única diferença que aparece é que onde aparecia o termo

$$\left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2$$

passa a aparecer

$$\left\{ \left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b-A} \right]^2 \right\}$$

O procedimento que seguiremos tendo em vista a resolução do sistema (3.55) será o mesmo seguido para os modos TE_{ON} .

$$Y = \cos \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (3.49)$$

Sendo $Y=1$ em $y=A$ e $Y=\pm 1$ em $y=B$

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 h^2(x) - \left[\frac{n\pi}{B-A} \right]^2 = 0 \quad (3.50)$$

Tendo desenvolvido $h^2(x)$ na forma (3.44) procuraremos $X(x)$ na forma abaixo

$$X = \sum_{m=0}^{\infty} A_{mn} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \quad (3.51)$$

A equação (3.50) pode ser escrita na forma

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \left\{ \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 h^2(x) - \left[\frac{n\pi}{B-A} \right]^2 \right\} X = 0 \quad (3.52)$$

Substituindo (3.51) e (3.44) em (3.52) teremos uma equação em cossenos com argumentos dependentes somente de x , e portanto do raio, que poderá ser transformada em um sistema linear equivalente.

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{n\pi}{B-A} \right]^2 \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} A_{mn} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] - \sum_{m=0}^{\infty} A_{mn} \left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2 \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\} \\ & + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} A_{mn} F_i \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{i\pi(x-a)}{b-a} \right] = 0 \quad (3.53) \end{aligned}$$

$\frac{\pi}{b \cdot a} = \frac{2\pi}{\lambda c}$ e considerando que $B \cdot A = \frac{2\pi}{\lambda}$
 teremos o sistema :

$$\left[2F_0 - \frac{n^2 K^2}{2\lambda^2} \right] A_{0n} + F_1 A_{1n} + F_2 A_{2n} + F_3 A_{3n} + \dots + F_m A_{mn} = 0$$

$$(2F_1) A_{0n} + \left[2F_0 F_2 - \frac{n^2 K^2}{4} \right] A_{1n} + (F_1 + F_3) A_{2n} + \dots + (F_{m-1} + F_{m+1}) A_{mn} = 0$$

$$(2F_2) A_{0n} + (F_1 + F_3) A_{1n} + \left[2F_0 F_4 - \frac{n^2 K^2}{4} \right] A_{2n} + \dots + (F_{m-2} + F_{m+2}) A_{mn} = 0$$

$$(2F_3) A_{0n} + (F_2 + F_4) A_{1n} + (F_1 + F_5) A_{2n} + \dots + (F_{m-3} + F_{m+3}) A_{mn} = 0$$

.

$$(2F_m) A_{0n} + (F_{m-1} + F_{m+1}) A_{1n} + (F_{m-2} + F_{m+2}) A_{2n} + \dots + \left[2F_0 F_{2m} - \frac{n^2 K^2}{4} \right] A_{mn} = 0$$

Chamemos $\beta_0 = \frac{n^2 k^2}{2}$, $\beta_m = 2 \left[\Theta m^2 + \frac{n^2 k^2}{4} \right]$ e dividamos cada uma das equações do sistema precedente pelo β_m correspondente.

$$\left[\frac{2F_0}{\beta_0} - \frac{1}{\chi^2} \right] A_{0n} + \frac{F_1}{\beta_0} A_{1n} + \frac{F_2}{\beta_0} A_{2n} + \frac{F_3}{\beta_0} A_{3n} + \dots + \frac{F_m}{\beta_0} A_{mn} = 0$$

$$\left(\frac{2F_1}{\beta_1} \right) A_{0n} + \left[\frac{2F_0 + F_2}{\beta_1} - \frac{1}{\chi^2} \right] A_{1n} + \left(\frac{F_1 + F_3}{\beta_1} \right) A_{2n} + \dots + \left(\frac{F_{m-1} + F_m}{\beta_1} \right) A_{mn} = 0$$

$$\left(\frac{2F_2}{\beta_2} \right) A_{0n} + \left(\frac{F_1 + F_3}{\beta_2} \right) A_{1n} + \left[\frac{2F_0 + F_4}{\beta_2} - \frac{1}{\chi^2} \right] A_{2n} + \dots + \left(\frac{F_{m-2} + F_{m+2}}{\beta_2} \right) A_{mn} = 0$$

.....

$$\frac{2F_m}{\beta_m} A_{0n} + \left(\frac{F_{m-1} + F_{m+1}}{\beta_m} \right) A_{1n} + \left(\frac{F_{m-2} + F_{m+2}}{\beta_m} \right) A_{2n} + \dots + \left[\frac{2F_0 + F_{2m}}{\beta_m} - \frac{1}{\chi^2} \right] A_{mn} = 0$$

Os comprimentos de onda de corte são determinados através da expressão

$$\chi = \frac{2\pi}{\lambda_c}$$

$\frac{2}{\beta_0} - \frac{1}{\chi^2}$	$\frac{F_1}{\beta_0}$	$\frac{F_2}{\beta_0}$	$\frac{F_3}{\beta_0}$	\dots	$\frac{F_m}{\beta_0}$
$\frac{2F_1}{\beta_1}$	$\frac{2+F_2}{\beta_1} - \frac{1}{\chi^2}$	$\frac{F_1+F_3}{\beta_1}$	$\frac{F_2+F_4}{\beta_1}$	\dots	$\frac{F_{m-1}+F_{m+1}}{\beta_1}$
$\frac{2F_2}{\beta_2}$	$\frac{F_1+F_3}{\beta_2}$	$\frac{2+F_4}{\beta_2} - \frac{1}{\chi^2}$	$\frac{F_1+F_5}{\beta_2}$	\dots	$\frac{F_{m-2}+F_{m+2}}{\beta_2}$
$\frac{2F_3}{\beta_3}$	$\frac{F_2+F_4}{\beta_3}$	$\frac{F_1+F_5}{\beta_3}$	$\frac{2+F_6}{\beta_3} - \frac{1}{\chi^2}$	\dots	$\frac{F_{m-3}+F_{m+3}}{\beta_3}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
$\frac{2F_m}{\beta_m}$	$\frac{F_{m-1}+F_{m+1}}{\beta_m}$	$\frac{F_{m-2}+F_{m+2}}{\beta_m}$	$\frac{F_{m-3}+F_{m+3}}{\beta_m}$	\dots	$\frac{2+F_m}{\beta_m} - \frac{1}{\chi^2}$

Tabela 3.4. Matriz dos coeficientes para os Modos TE_{MN}

MODOS	TE_{ON}	$TE_{\frac{1}{2}N}$	TE_{IN}	$TE_{\frac{3}{2}N}$	TE_{2N}	$TE_{\frac{5}{2}N}$
TE_{M1}	28.768	331.640	165.917	110.718	83.151	66.636
TE_{M2}	14.506	29.099	28.756	28.194	27.458	26.586
TE_{M3}	9.687	14.850	14.684	14.620	14.521	14.397
TE_{M4}	7.260	9.661	9.790	9.772	9.742	9.704

Tabela 3.5. Comprimentos de onda de corte para os modos TE_{MN}
(medidos em mm)

3.4. Faixa de Passagem

Através da Tabela 3.5. poderemos determinar os dois maiores comprimentos de onda de corte para os modos TE_{MN} . A partir daí teremos a faixa de passagem. Com ajuda do Programa-VII do Apêndice-D calculamos a faixa de passagem em função do raio do condutor interno e os resultados obtidos estão no diagrama da FIG-3.2. No caso em que o raio do condutor interno tende para zero teremos no limite um guia circular com uma lâmina condutora AB, desaparecendo assim o condutor interno. A relação entre os dois comprimentos de onda de corte maiores permanece envolta de 2, aumentando levemente com o aumento do raio interno.

3.5. Componentes de Campo

As componentes de campo podem ser determinadas a partir das relações (2.44) ou então pela solução exata. Uma das maneiras de sabermos se os resultados da aplicação do método das transformações conforme estão corretos é compararmos os valores obtidos para as diversas componentes de campo elétrico e magnético. Através do Programa-VIII do Apêndice-D. A comparação com a solução exata é feita pelas FIGS- 3.3. e 3.4. Os resultados, como podemos ver são satisfatórios.

Tendo obtido bons resultados para faixa e para as componentes de campo, poderemos partir para o cálculo da potência transmitida e da constante de atenuação. Esse será o assunto do Capítulo 4.

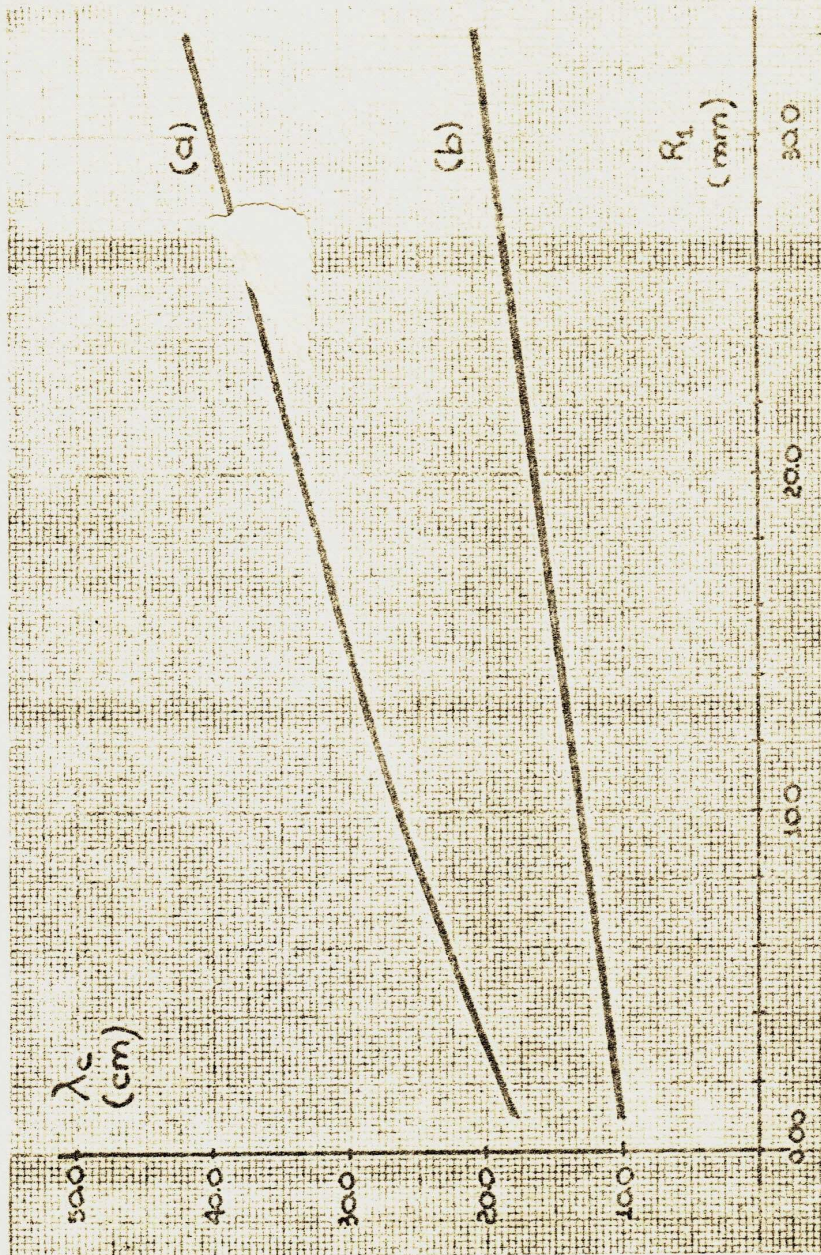


FIG-3.2. Faixa de passagem em função do raio do condutor interno. (a) Modo $TE_{1,1}$ - dominante - (b) Modo $TE_{1,1}$.

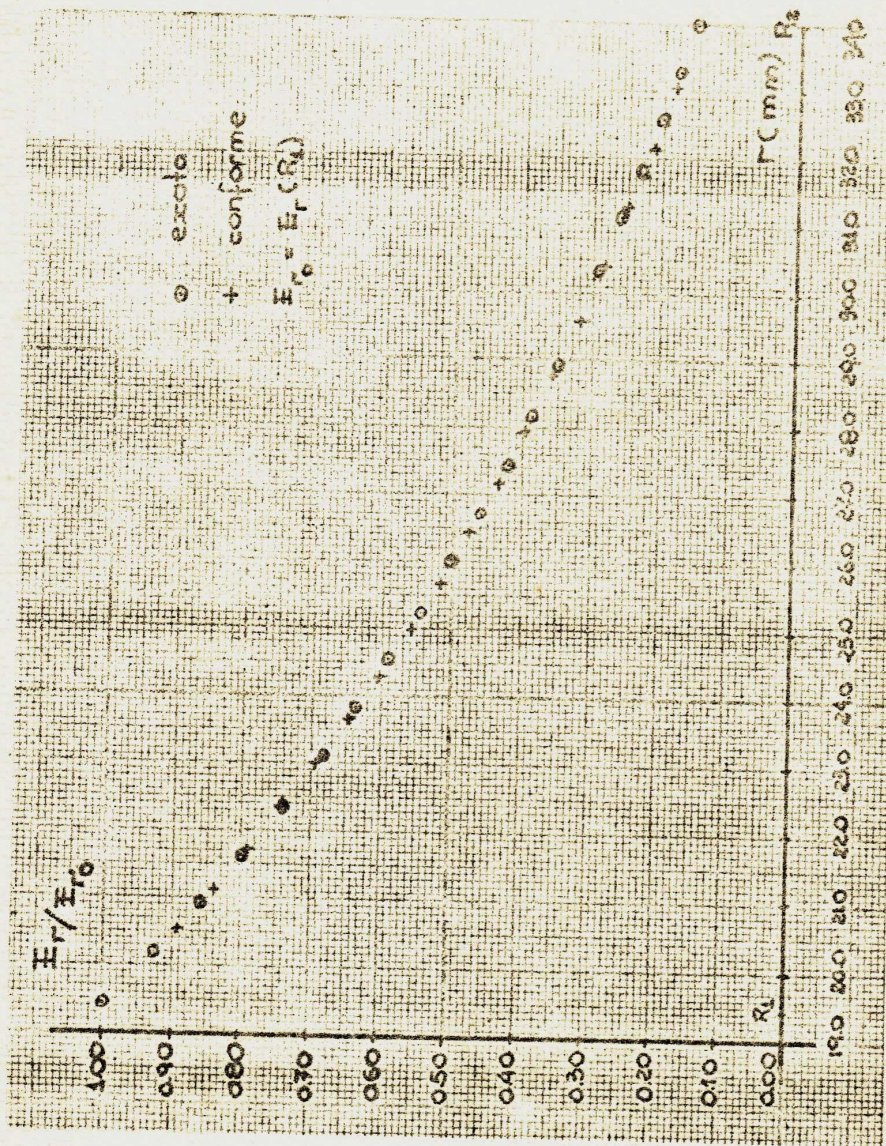


FIG-3.3. Componente de campo E_r no guia lunar.
 Comparação entre os resultados da se-
 lução exata e método Transf. Conforme.

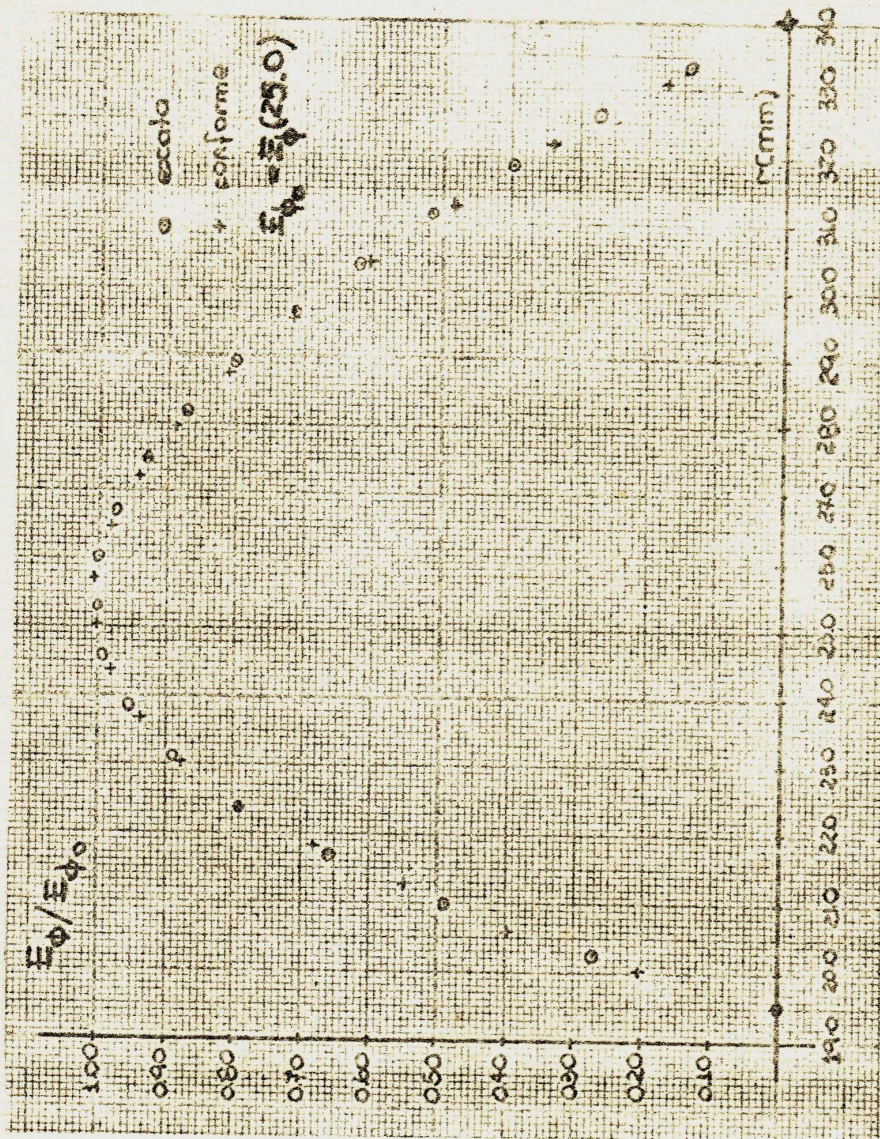


FIG-3.4. Componente de campo E_{ϕ} no guia lunar.
 Comparação entre os resultados da so-
 lução exata e método Trans.Conforme .

4. ATENUAÇÃO E CAPACIDADE DE POTÊNCIA

4.1. Potência Transmitida

A potência transmitida é dada pela integral da componente axial do Vektor de Poynting.

$$P_T = \int_a^b \int_A S_z dx dy \quad (4.1)$$

$$S_z = \frac{1}{2} [E_x H_y^* - E_y H_x^*] \quad (4.2)$$

Sabemos que as componentes de campo são

$$E_x = -\frac{\partial T}{\partial y} e^{-j\beta z} \quad E_y = \frac{\partial T}{\partial x} e^{-j\beta z} \quad (4.3)$$

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega \mu_0} \frac{\partial T}{\partial x} e^{-j\beta z} \quad H_y = \frac{\beta}{\omega \mu_0} \frac{\partial T}{\partial y} e^{-j\beta z}$$

Substituindo as componentes de campo (4.3) em (4.2) e integrando conforme (4.1) teremos

$$P_T = \frac{\beta}{2\omega \mu_0} \int_a^b \int_A \left\{ \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]^2 \right\} dx dy \quad (4.4)$$

Considerando que para os modos TE_{MN}

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \left[\frac{m\pi}{b-a} \right] \sin \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \left[\frac{n\pi}{B-A} \right] \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{n\pi(y-A)}{B-A} \right] \quad (4.6)$$

Estamos interessados em particular na potência transmitida quando temos se propagando pelo guia o modo $TE_{\frac{1}{2}}$ que é o modo dominante. Para esse modo as equações dadas em (4.5) e (4.6) resumem-se a

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \cos \left[\frac{\pi(y-A)}{B-A} \right] \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m\pi}{b-a} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\pi}{B-A} \operatorname{sen} \left[\frac{\pi(y-A)}{B-A} \right] \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \quad (4.8)$$

Para determinarmos a potência transmitida precisamos antes determinar a integral abaixo

$$\int_a^b \int_A^B \left\{ \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]^2 \right\} dx dy = \quad (4.9)$$

$$\int_a^b \int_A^B \cos^2 \left[\frac{\pi(y-A)}{B-A} \right] \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m\pi}{b-a} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\}^2 dx dy +$$

Substituindo os resultados obtidos no Apêndice-C teremos para a potência transmitida:

$$P_T = \frac{\beta \pi (b-a)}{\omega \mu_0} \left\{ \frac{\pi}{4(\beta-A)} A_{01}^2 + \frac{1}{(\beta-A)} A_{01} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{A_{m1}}{m} + \frac{\pi (\beta-A)}{8} \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1}^2 \left\{ \left[\frac{m}{b-a} \right]^2 + \left[\frac{1}{\beta-A} \right]^2 \right\} \right\} \quad (4.10)$$

Como no cálculo dos autovalores e dos autovetores usamos valores normalizados para os coeficientes A_{m1} , com $A_{01}=1$, introduziremos nas expressões de campo e potência transmitida a constante de normalização A_N . Essa constante é obtida de tal forma que multiplicando-se qualquer um dos A_{m1} por A_N , obteremos como resultado o valor correto, não normalizado, dos A_{m1} .

$$E_x = -A_N \frac{\partial T}{\partial y} e^{-j\beta z}, \quad E_y = A_N \frac{\partial T}{\partial x} e^{-j\beta z} \quad (4.11)$$

$$H_x = -A_N \frac{\beta}{\omega \mu_0} \frac{\partial T}{\partial x} e^{-j\beta z}, \quad H_y = -A_N \frac{\beta}{\omega \mu_0} \frac{\partial T}{\partial y} e^{-j\beta z}$$

Consequentemente quando os A_{m1} estão normalizados deveremos introduzir A_N^2 na expressão da potência transmitida. Para conhecermos as componentes de campo deveremos conhecer A_N , e essa constante poderá ser determinada median-

o conhecimento da potência transmitida.

$$P_T = A_N^2 \frac{\beta \pi}{\omega \mu_0} \left\{ \frac{\pi(b-a)}{4(B-A)} A_{01}^2 + \frac{(b-a)}{4(B-A)} A_{01} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{A_{m1}}{m} \right. \quad (4.12)$$

$$\left. + \frac{\pi(B-A)(b-a)}{8} \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1}^2 \left\{ \left[\frac{m}{b-a} \right]^2 + \left[\frac{1}{B \cdot A} \right] \right\} \right\}$$

Substituindo os dados correspondentes ao guia lunar concêntrico teremos:

$$P_T = A_N^2 \frac{\beta \ln(R_2/R_1)}{\omega \mu_0} \left\{ \frac{\pi}{8} A_{01}^2 + \frac{1}{2} A_{01} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{A_{m1}}{m} + \right.$$

$$\left. + \frac{\pi^3}{4} \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1}^2 \left\{ \left[\frac{m}{\ln(R_2/R_1)} \right]^2 + \left[\frac{1}{2\pi} \right]^2 \right\} \right\} \quad (4.13)$$

4.2. Máxima Potência Transmitida

O primeiro passo para determinarmos a potência máxima transmitida pelo guia lunar concêntrico será calcular a constante de proporcionalidade A_N . Essa constante poderá ser determinada utilizando o valor máximo de campo elétrico suportado pelo material que preenche o guia. No nosso caso o campo elétrico tem máxima intensidade no ponto F da FIG-2.9. As coordenadas desse ponto são:

$$r=R_1$$

$$\phi = \pi$$

(4.14)

Nesse ponto existe a componente radial

$$|E_r| = \frac{|\partial T / \partial y|}{h(x,y)} \quad (4.15)$$

No nosso caso

$$T(x,y) = A \cos \frac{ky}{2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos \left[\frac{m\pi (Kx - \ln R_1)}{\ln R_2/R_1} \right]$$

$$|E_x| = \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right| = \left| \frac{AK}{2} \operatorname{sen} \frac{ky}{2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos \left[\frac{m\pi (Kx - \ln R_1)}{\ln R_2/R_1} \right] \right|$$

$$|h(x,y)| = K e^{Kx}$$

$$|E_r| = \frac{|E_x|}{|h(x,y)|}$$

$$|E_r| = \frac{\left| \frac{AK}{2} \operatorname{sen} \frac{ky}{2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos \left[\frac{m\pi (Kx - \ln R_1)}{\ln R_2/R_1} \right] \right|}{K e^{Kx}} \quad (4.16)$$

A potência transmitida será máxima quando

$$|E_r| = E_{\max} \quad (4.17)$$

onde ϵ_{\max} é rigidez dielétrica do material que preenche o guia. Na igualdade tomamos o valor máximo que $|E_r|$ pode assumir.

$$\epsilon_{\max} = \frac{A_N \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1}}{2R_1} \quad (4.18)$$

$$A_N = \frac{2R_1 \epsilon_{\max}}{\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1}} \quad (4.19)$$

Substituindo A_N na expressão (4.13) teremos o resultado para a potência máxima transmitida em (4.20).

$$P_{T(\max)} = \frac{R_1^2 \epsilon_{\max}^2 \beta \ln(R_2/R_1)}{\omega \mu_0 \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right]^2} \left\{ \frac{\pi}{2} + 2 \sum_{m=1,3,5..}^{\infty} \frac{1}{m} A_{m1} \right. \\ \left. + \pi^3 \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1}^2 \left\{ \left[\frac{m}{\ln(R_2/R_1)} \right]^2 + \left[\frac{1}{4\pi^2} \right] \right\} \right\} \quad (4.20)$$

Na expressão acima β e ω são funções da frequência. Então

$$\beta^2 = \beta_0^2 \left[1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda_c^2} \right]$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g}, \quad \beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad \text{e} \quad c^2 \mu_0 \epsilon_0 = 1$$

$$\frac{\beta}{\omega} = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 - \frac{1}{f^2 \lambda_c^2}} \quad (4.21)$$

Substituindo (4.21) na expressão da potência

$$P_{T(\max)} = \frac{R_1^2 E_{\max}^2 \ln(R_2/R_1) \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 - \frac{1}{f^2 \lambda_c^2}}}{\mu_0 \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right]^2} \left\{ \frac{\pi}{2} + \right.$$

$$\left. + 2 \sum_{m=1.35}^{\infty} \frac{1}{m} A_{m1} + \pi^3 \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1}^2 \left\{ \left[\frac{m}{\ln(R_2/R_1)} \right]^2 + \left[\frac{1}{4\epsilon_0^2} \right] \right\} \right\} \quad (4.22)$$

Na FIG-4.1. da página seguinte apresentamos um diagrama que mostra a variação da potência máxima transmitida com a frequência.

Os cálculos correspondentes da FIG-4.1. foram efetuados pelo Programa-IX. Deveremos notar que a faixa de passagem está situada entre 1.0 e 2.0 do eixo das frequências normalizadas na FIG-4.1. O gráfico apresentado para a potência máxima transmitida tem a mesma forma que um diagrama para qualquer valor de potência, que não a máxima. A razão para isso é que a parte dependente da frequência é a mesma para qualquer valor de A_N . Assim em todos os casos a potência transmitida abaixo da frequência de corte é nula, aumentando rapidamente quando esta frequência é atingida para depois tender a estabilizar.

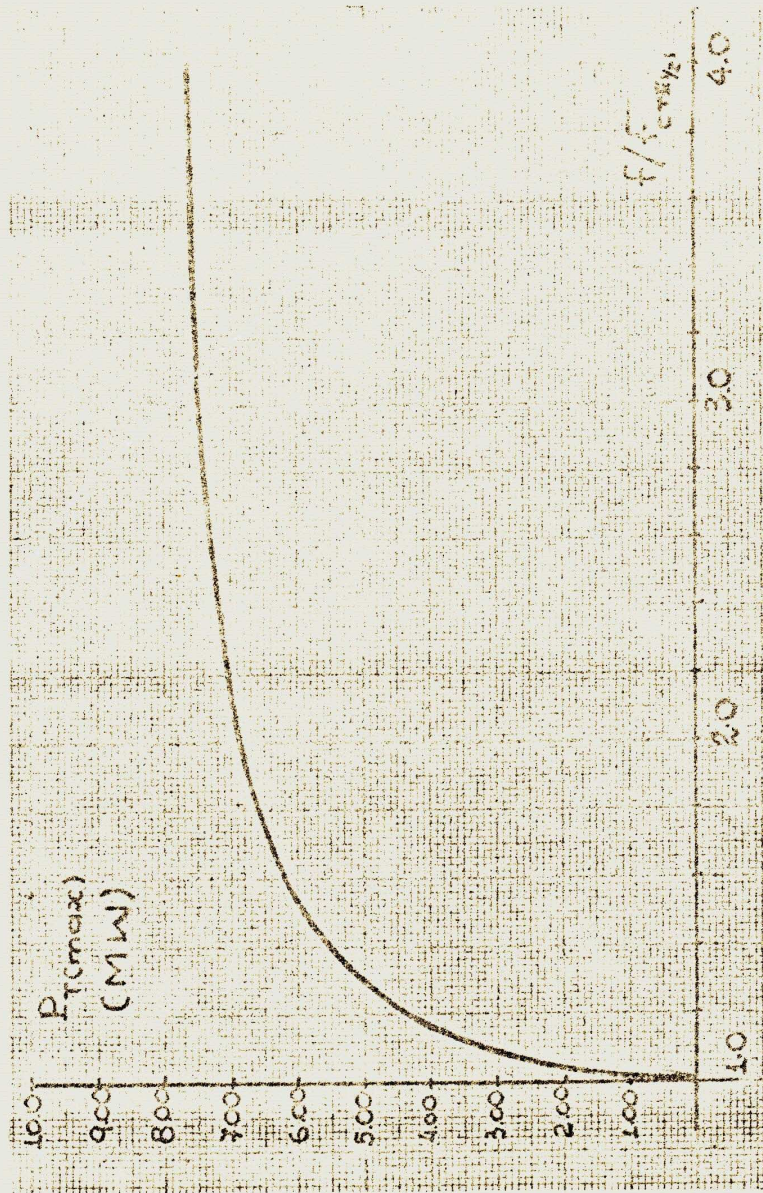


FIG-4.1. Variação da potência máxima transmitida com a frequência.

4.3. Potência Dissipada

Até aqui temos considerado a condutividade como sendo infinita. Na prática, isso não ocorre, e por essa razão teremos perdas de transmissão. Para os modos TE teremos componentes de campo magnético tangenciais tante na direção do eixo do guia como nas direções trans-versais. Se considerarmos condutividade finita então pela lei de Ohm, teremos componentes tangenciais de campo elétrico.

$$\vec{J} = \sigma_c \vec{E}_{tan} \quad (4.23)$$

Considerando que existem componentes de campo elétrico e magnético tangentes às paredes concluímos a existência também de um Vetor de Poynting na direção normal. Na seção anterior vimos como que o Vetor Poynting na direção axial nos dá a potência transmitida, da mesma forma veremos que o Vetor de Poynting na direção normal às paredes do guia nos dará a potência dissipada. (por unidade de área).

$$P_L = \frac{1}{2} R_e \int (\vec{E}_{tan} \times \vec{H}_{tan}^*) dl \quad (4.24)$$

Na expressão acima a integral é feita ao longo da periferia do guia e dará portanto a potência dissipada por unidade de comprimento.

$$\vec{E}_{tan} = \eta_c \vec{H}_{tan}$$

$$\eta_c = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma_c}} = \sqrt{\frac{2j\omega\mu}{2\sigma_c}} = R_c(1+j)$$

$$R_c = \sqrt{\frac{\omega \mu}{\sigma_c}}$$

$$P_L = \frac{R_c}{2} \int |H_{\tan}|^2 d\ell \quad (4.25)$$

Como sabemos a última expressão também pode ser escrita na forma

$$P_L = \frac{1}{2} R_c \int |J|^2 d\Omega \quad (4.26)$$

Para determinarmos a potência dissipada nas paredes do guia deveremos antes conhecer as componentes tangenciais de campo magnético ou as correntes superficiais. Para tanto usaremos a equação.

$$H_z = \frac{-j}{\omega \mu_0} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 T(xy) e^{-j\beta z} \quad (4.27)$$

$$H_\phi = \frac{-\beta}{h\omega\mu_0} \frac{\partial T}{\partial y} e^{-j\beta z} \quad (4.28)$$

$$H_r = \frac{-\beta}{h\omega\mu_0} \frac{\partial T}{\partial x} e^{-j\beta z} \quad (4.29)$$

As condições de contorno nos dão

$$\vec{J} = \vec{n} \times \vec{H}_{\tan} \quad (4.30)$$

onde \vec{n} é vetor normal unitário.

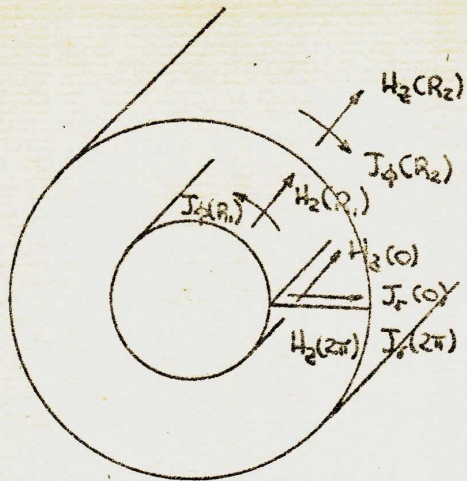


FIG-4.2.

Componentes de campo magnético H_z e correntes correspondentes J_ϕ e J_r

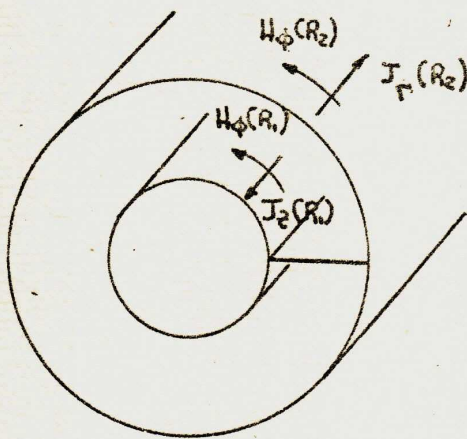


FIG-4.3.

Componentes de campo magnético H_ϕ e correntes correspondentes J_z .

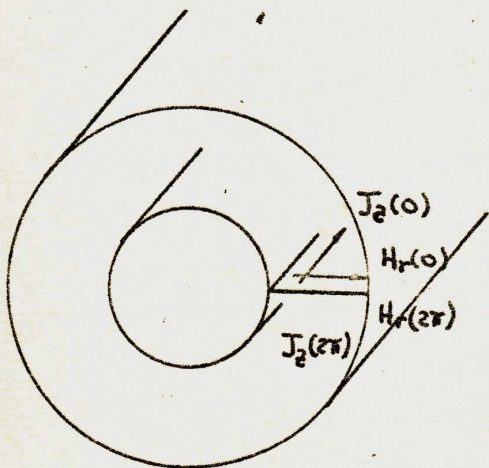


FIG-4.4

Componentes de campo magnético H_r e correntes correspondentes J_z .

$$h(x) = k e^{kx} \quad (4.31)$$

$$T(xy) = \cos\left[\frac{ky}{2}\right] \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos\left[\frac{m\pi(kx - \ln R_1)}{\ln(R_2/R_1)}\right] \quad (4.32)$$

Na FIG-4.2 temos

$$|H_z(R_1)| = |J_\phi(R_1)| = \left| \frac{1}{\omega\mu_0} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c}\right]^2 \cos\left[\frac{ky}{2}\right] \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right| \quad (4.33)$$

$$|H_z(R_2)| = |J_\phi(R_2)| = \left| \frac{1}{\omega\mu_0} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c}\right]^2 \cos\left[\frac{ky}{2}\right] \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos(m\pi) \right| \quad (4.34)$$

$$|H_z(0)| = |J_r(0)| = \left| \frac{1}{\omega\mu_0} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c}\right]^2 \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos\left[\frac{m\pi(kx - \ln R_1)}{\ln(R_2/R_1)}\right] \right| \quad (4.35)$$

$$|H_z(2\pi)| = |J_r(2\pi)| = |H_z(0)| = |J_r(0)|$$

Na FIG-4.3 temos

$$|H_\phi(R_1)| = |J_z(R_1)| = \left| \frac{\beta}{h_1\omega\mu_0} \frac{k}{2} \operatorname{sen}\left[\frac{ky}{2}\right] \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right| \quad (4.37)$$

$$|H_\phi(R_2)| = |J_z(R_2)| = \left| \frac{\beta}{h_2\omega\mu_0} \frac{k}{2} \operatorname{sen}\left[\frac{ky}{2}\right] \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos(m\pi) \right| \quad (4.38)$$

Na FIG-4.4. temos

$$|H_r(0)| = |J_2(0)| = \left| \frac{\beta}{h\omega\mu_0} \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \left[\frac{m}{\ln(R_2/R_1)} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(k_0c - \ln R_1)}{\ln(R_2/R_1)} \right] \right| \quad (4.40)$$

$$|H_r(2\pi)| = |J_2(2\pi)| = |H_r(0)| = |J_2(0)| \quad (4.41)$$

Vamos chamar

$$P_{L1} = \frac{R_c}{2} \int_0^{2\pi} |H_2(R_1)|^2 R_1 d\phi \quad (4.42)$$

$$P_{L2} = \frac{R_c}{2} \int_0^{2\pi} |H_2(R_2)|^2 R_2 d\phi \quad (4.43)$$

$$P_{L3} = \frac{R_c}{2} \int_{R_1}^{R_2} |H_2(0)|^2 dr \quad (4.44)$$

$$P_{L4} = \frac{R_c}{2} \int_0^{2\pi} |H_\phi(R_1)| R_1 d\phi \quad (4.45)$$

$$P_{L5} = \frac{R_c}{2} \int_0^{2\pi} |H_\phi(R_2)| R_2 d\phi \quad (4.46)$$

$$P_{L6} = \frac{R_c}{2} \int_{R_1}^{R_2} |H_r(0)| dr \quad (4.47)$$

A potência total dissipada será

$$P_L = P_{L1} + P_{L2} + 2P_{L3} + P_{L4} + P_{L5} + 2P_{L6} \quad (4.48)$$

Poderemos agora calcular cada uma das integrais separadamente

$$\begin{aligned} P_{L1} &= \frac{R_c}{2} \int_0^{2\pi} \left[\frac{R_1}{\omega^2 \mu_0^2} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^4 \cos^2 \left[\frac{Ky}{2} \right] \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right]^2 \right] d\phi \\ &= \frac{R_c R_1 \delta \pi^4}{\omega^2 \mu_0^2 \lambda_c^4} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right]^2 \int_0^{2\pi/\kappa} \cos^2 \left[\frac{Ky}{2} \right] \kappa dy \\ &= \frac{R_c R_1 \delta \pi^5}{\omega^2 \mu_0^2 \lambda_c^4} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right]^2 \quad (4.49) \end{aligned}$$

$$P_{L2} = \frac{R_c}{2} \int_0^{2\pi} \left[\frac{R_2}{\omega^2 \mu_0^2} \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^4 \cos^2 \left[\frac{Ky}{2} \right] \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos(m\pi) \right]^2 \right] d\phi$$

$$= \frac{R_c R_2 \delta \pi}{\omega^2 \mu_0^2 \lambda_c^4} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos(m\pi r) \right]^2 \int_0^{2\pi/k} \cos^2 \left[\frac{ky}{2} \right] k dy$$

$$= \frac{R_c R_2 \delta \pi}{\omega^2 \mu_0^2 \lambda_c^4} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos(m\pi r) \right]^2 \quad (4.50)$$

$$P_{13} = \frac{R_c}{2} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{\omega^2 \mu_0^2 \lambda_c^4} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(kx - \ln R_1)}{\ln(R_2/R_1)} \right] \right]^2 dr$$

$$= \frac{R_c \delta \pi}{\omega^2 \mu_0^2 \lambda_c^4} \int_{\frac{\ln R_2}{k}}^{\frac{\ln R_1}{k}} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(kx - \ln R_1)}{\ln(R_2/R_1)} \right] \right]^2 k e^{kx} dx$$

$$= \frac{R_c \delta \pi}{\omega^2 \mu_0^2 \lambda_c^4} \left\{ \int_{\frac{\ln R_2}{k}}^{\frac{\ln R_1}{k}} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(kx - \ln R_1)}{\ln(R_2/R_1)} \right] \right]^2 k e^{kx} dx + \right.$$

$$\left. + \int_{\frac{\ln R_2}{k}}^{\frac{\ln R_1}{k}} 2 A_{01} \left[\sum_{m=1}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(kx - \ln R_1)}{\ln(R_2/R_1)} \right] \right] k e^{kx} dx \right\}$$

$$= \frac{R_c \beta \pi^4}{\omega^2 \mu_0^2 \lambda_c^4} \left\{ A_{01}^2 (R_2 - R_1) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_{m1}^2 K}{K^2 + 4 \left[\frac{m\pi K}{\ln(R_2/R_1)} \right]^2} \right\} \left[K R_2 + \right.$$

$$\left. + 2 \left[\frac{m\pi K}{\ln(R_2/R_1)} \right]^2 \frac{R_2}{K} - K R_1 - 2 \frac{R_1}{K} \left[\frac{m\pi K}{\ln(R_2/R_1)} \right]^2 \right] +$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \frac{2A_{01} K^2}{K^2 + \left[\frac{m\pi K}{\ln(R_2/R_1)} \right]^2} \left[R_2 \cos m\pi - R_1 \right] \quad (4.51)$$

$$P_{L4} = \frac{R_c}{2} \int_0^{2\pi} \frac{R_2 \beta^2 K^2}{h^2 \omega^2 \mu_0^2 4} \operatorname{sen}^2 \left[\frac{Ky}{2} \right] \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right]^2 d\phi$$

$$= \frac{R_c R_2 \beta^2 K^2}{8 h^2 \omega^2 \mu_0^2} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right]^2 \int_0^{2\pi/K} \operatorname{sen}^2 \left[\frac{Ky}{2} \right] K dy$$

$$= \frac{R_c R_2 \beta^2 K^2 \pi}{8 h^2 \omega^2 \mu_0^2} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \right]^2 \quad (4.52)$$

$$P_{LS} = \frac{R_c}{2} \int_0^{2\pi} \frac{R_2 \beta^2 k^2}{h^2 \omega^2 \mu_0^2 4} \sin^2 \left[\frac{ky}{2} \right] \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos(m\pi) \right]^2 d\phi \quad 71$$

$$= \frac{R_c R_2 \beta^2 k^2}{8 h^2 \omega^2 \mu_0^2} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos(m\pi) \right]^2 \int_0^{2\pi/k} \sin^2 \left[\frac{ky}{2} \right] k dy$$

$$= \frac{R_c R_2 \beta^2 k^2 \pi}{8 h^2 \omega^2 \mu_0^2} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos(m\pi) \right]^2 \quad (4.53)$$

4.4. Constante de Atenuação

Uma vez conhecidas as expressões para a potência transmitida e potência dissipada poderemos determinar a constante de atenuação.

$$\alpha = \frac{P_L}{2P_T} \quad \text{neper/m} \quad (4.54)$$

Em dB m teremos

$$\alpha = 8.686 \frac{P_L}{2P_T} \quad \text{dB/m} \quad (4.55)$$

A constante de atenuação pode ser calculada através do Programa-X do Apêndice-D. Os resultados estão mostrados na FIG-4.5.

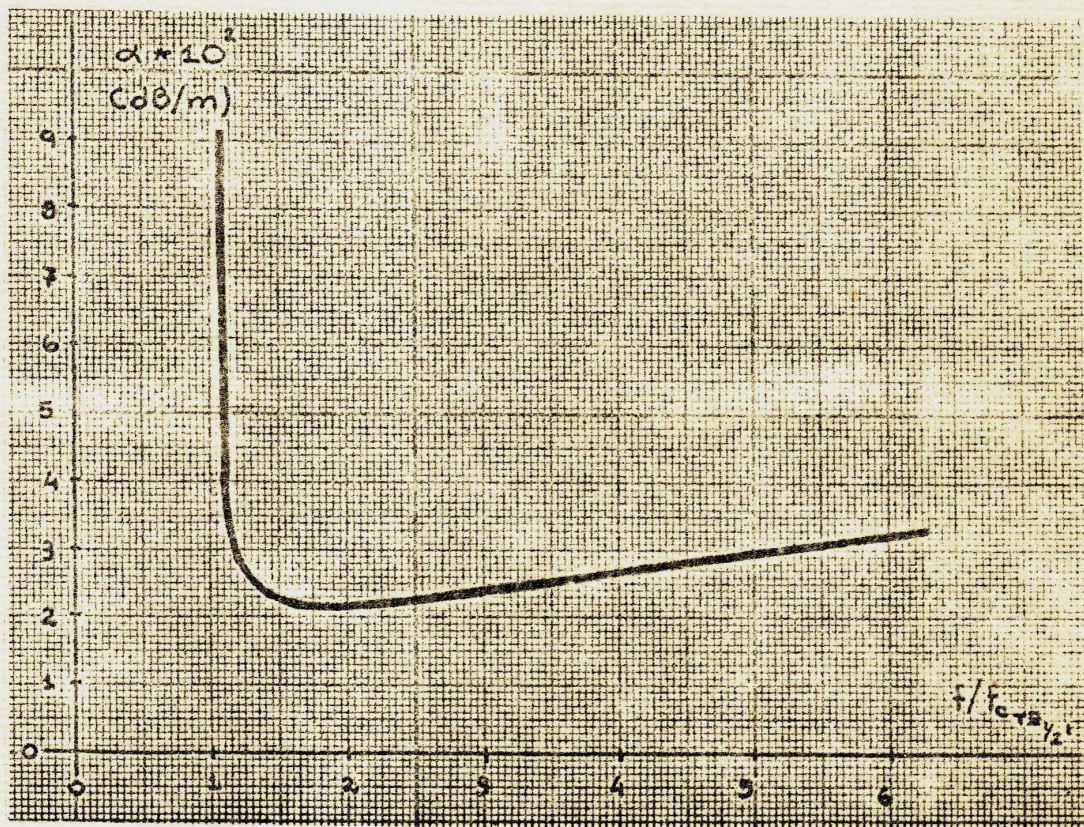


FIG-4.5. Variação da constante de atenuação com a frequência.

5. CONCLUSÕES

No que se refere ao método aplicado poderemos tirar as conclusões mais importante analisando os resultados apresentados no Capítulo 3. A aplicação da transformação conforme e a subseqüente transformação da equação de onda em um sistema de equações lineares levaram-nos aos mesmos resultados obtidos na solução exata. É importante notar no entanto que para termos resultados com boa precisão necessitamos apenas um pequeno número de equações. Isso mostra que mesmo sem o auxílio de computador podemos chegar rapidamente a bons resultados. No caso de dispormos de computador não necessitaremos também de aumentar em muito o número de equações. No caso estudado a função $h^2(x,y)$ era função apenas de x . Isso ocorreu pois o guia lunar estudado era concêntrico. Quando consideramos o guia lunar no caso geral a mesma função passa a ser função de x e de y . Esse caso mais geral está sendo desenvolvido pelo orientador deste trabalho e os resultados aqui obtidos além de testarem a aplicabilidade do método serviram de condições limites do estudo mais geral.

As características ótimas para o guia lunar poderão ser encontradas quando variarmos a excentricidade. Aí então veremos em que situação esse tipo de guia pode apresentar a melhor faixa, capacidade de potência e outras características que possam interessar. A variação da capacidade de potência e constante de atenuação, podem ser vistos nos diagramas no Capítulo 4, com a frequência, apresentando resultado esperado.

Para termos melhores informações sobre o método apresentado e sobre guias de seção geral deveremos continuar o presente trabalho com aplicação do método a outros tipos de guias.

Apêndice-A

Estudo do Guia Lunar em Coordenadas Bipolares

No Capítulo 2 já falamos que a transformação conforme de um guia de secção reta geral em um guia retangular equivale à adoção de um sistema de coordenadas curvilíneas ortogonais adequado ao problema. Para ilustrarmos melhor como isso ocorre consideremos mais uma vez o guia lunar.

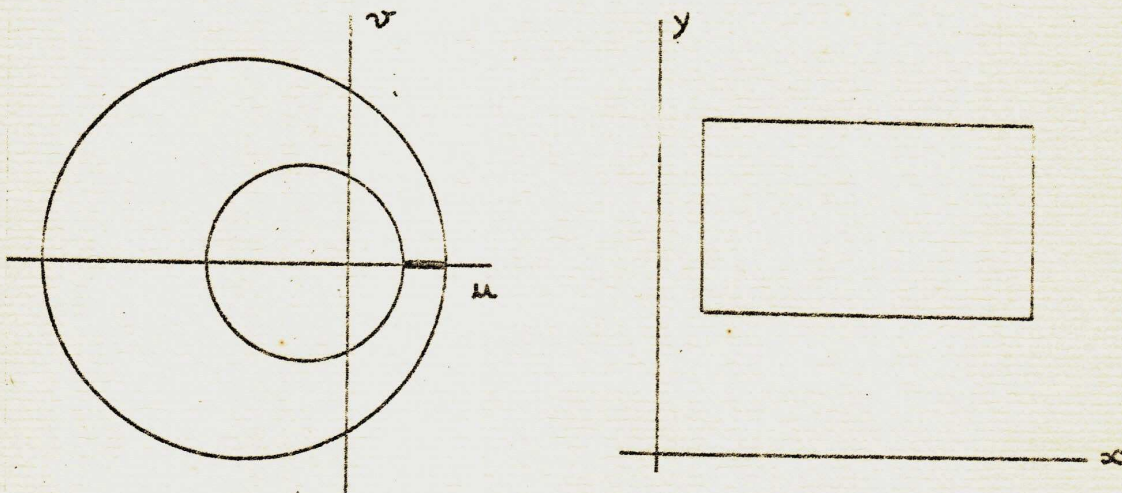


FIG-A.1. Transformação do Guia lunar em guia retangular.

Usando a transformação conforme

$$z = j \ln \frac{w+a}{w-a}, \quad w = j a \cotg \frac{\omega}{2} \quad (\text{A.1})$$

podemos transformar o guia lunar em guia retangular. O problema fica então resumido a resolvermos a equação .

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 h^2 T = 0 \quad (\text{A.2})$$

Em (A.2) h é dado por

$$h = \left| \frac{dw}{dz} \right| \quad (\text{A.3})$$

À mesma equação poderemos chegar se em vez da transformação conforme adotarmos um sistema de coordenadas curvilíneas ortogonais adequado: no caso um sistema de coordenadas bipolares. Vejamos então como aplica-se o sistema bipolar ao nosso problema.

Para os sistemas curvilíneos ortogonais são válidas as relações.

$$ds^2 = ds_x^2 + ds_y^2 + ds_z^2$$

$$ds_x = h_1 dx, \quad ds_y = h_2 dy \quad \text{e} \quad ds_z = h_3 dz$$

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] \right\}$$

No caso das coordenadas bipolares teremos

$$h_1 = \frac{a}{\cosh y - \cos x} \quad (\text{A.7})$$

$$h_2 = \frac{a}{\cosh y - \cos x} \quad (\text{A.8})$$

$$h_3 = 1 \quad (\text{A.9})$$

Substituindo os valores de h_1 , h_2 , h_3 na relação (A.6) teremos

$$\nabla^2 \phi = \frac{(\cosh y - \cos x)^2}{a^2} \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (\text{A.10})$$

A equação de onda assume a forma

$$\nabla^2 \phi = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (\text{A.11})$$

sendo qualquer uma das componentes de campo elétrico ou magnético.

Considerando as variações no tempo e em z da forma

$$e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{A.12})$$

então teremos

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + (-\beta^2 + \omega^2 \mu \epsilon) \frac{a^2}{(\cosh y - \cos x)^2} \phi = 0 \quad (\text{A.13})$$

A equação (A.12) pode ser reescrita na forma

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \left[\frac{z_0}{\lambda_c} \right]^2 \phi = 0 \quad (\text{A.14})$$

sendo

$$h = h_1 = h_2 = \frac{a}{\cosh y - \cos x} \quad (\text{A.15})$$

No estudo de exemplo exposto acima poderemos a nalisar as relações entre a transformação conforme e a a doção de um sistema de coordenadas curvilíneas ortogonais.

Apêndice-B

Estudo da Possibilidade de Existência de Modos TE_{MO} .

Em guias circulares existem modos para os quais as componentes de campo não variam com o ângulo mas dependem do raio. Estamos interessados em saber se existem modos que não apresentem variação com o raio. No nosso caso específico queremos saber se entre os modos TE_{MN} em guias lunares concêntrico existem modos do tipo TE_{MO} , onde, como sabemos, M representa a variação com o ângulo e N a variação radial.

Consideremos as equações de Maxwell em coordenadas cilíndricas.

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (B.1)$$

$$\nabla^2 \vec{H} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (B.2)$$

A equação de onda em coordenadas cilíndricas assume a forma abaixo.

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (B.3)$$

na qual ϕ representa qualquer uma das componentes de campo elétrico ou magnético.

Para os modos TE_{MO} procuraremos uma solução na forma :

$$\phi = P(\theta) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (B.4)$$

independente do raio.

Consequentemente teremos

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \beta^2 \phi \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\omega^2 \phi \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = e^{j(\omega t - \beta z)} \frac{d^2 P}{d\theta^2} \quad (\text{B.8})$$

Substituindo na equação diferencial teremos:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d^2 P}{d\theta^2} + (\beta^2 + \omega^2 \mu \epsilon) P = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{1}{(\beta^2 + \omega^2 \mu \epsilon)} \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{d^2 P}{d\theta^2} + r^2 = 0 \quad (\text{B.10})$$

A relação (B.10) só será válida se r for uma constante. O que é um absurdo. Concluímos então que essa família de modos não deve existir.

O mesmo tipo de conclusão tirada das equações de Maxwell pode também ser obtida a partir da equação diferencial (2.63), do método das transformações conforme.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda c} \right]^2 h^2(x,y) T(x,y) = 0 \quad (\text{B.11})$$

Para o guia lunar concêntrico, conforme o Capítulo 3, temos

$$h^2(x-y) = h^2(x) = K^2 e^{2Kx} \quad (\text{B.12})$$

$$x = (\ln r)/K \quad (\text{B.13})$$

$$y = \Theta/K \quad (\text{B.14})$$

Se não tivermos variação com o raio, por exemplo da componente H_z , a função $T(x,y)$ será função apenas de y .

$$\bar{E}_y = H_x = 0 \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 h^2(x) T(y) = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_c} \right]^2 h^2(x) = 0 \quad (\text{B.17})$$

A última relação só será válida de $h^2(x)$ for uma constante, e que em nosso caso não é verdade. Logo, da mesma forma que anteriormente concluímos que modos TE_{MO} , que não apresentariam variação com o raio, não podem existir nos guias lunares.

Apêndice-C

Cálculo da Potência Transmitida

Apresentaremos neste apêndice o desenvolvimento matemático, que por ser muito extenso, deixamos de apresentar-lo no Capítulo 4.

Desenvolvamos inicialmente a expressão

$$\left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m\pi}{b-a} A_{mi} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\}^2 = \quad (410)$$

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{\pi}{b-a} \right]^2 A_{1i}^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] + \left[\frac{2\pi}{b-a} \right]^2 A_{2i}^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] + \\ &+ \left[\frac{3\pi}{b-a} \right]^2 A_{3i}^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots + \left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2 A_{mi}^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots \\ &+ 2 A_{1i} A_{2i} \left[\frac{\pi}{b-a} \right] \left[\frac{2\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] + \\ &+ 2 A_{1i} A_{3i} \left[\frac{\pi}{b-a} \right] \left[\frac{3\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] + \\ &+ 2 A_{1i} A_{4i} \left[\frac{\pi}{b-a} \right] \left[\frac{4\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{4\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots \end{aligned}$$

$$+ 2A_{11} A_{m1} \left[\frac{\pi}{b-a} \right] \left[\frac{m\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots$$

$$+ 2A_{21} A_{31} \left[\frac{2\pi}{b-a} \right] \left[\frac{3\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

$$+ 2A_{21} A_{41} \left[\frac{2\pi}{b-a} \right] \left[\frac{4\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{4\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots$$

$$+ 2A_{21} A_{m1} \left[\frac{2\pi}{b-a} \right] \left[\frac{m\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots$$

$$+ 2A_{m1} A_{m+1,1} \left[\frac{m\pi}{b-a} \right] \left[\frac{(m+1)\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{(m+1)\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

$$+ 2A_{m1} A_{m+2,1} \left[\frac{m\pi}{b-a} \right] \left[\frac{(m+2)\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{(m+2)\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

Reunindo alguns t\u00e9rmos poderemos escrever

$$\left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m\pi}{b-a} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\}^2 =$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1}^2 \left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

$$+ 2 A_{11} \left[\frac{\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=2}^{\infty} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

$$+ 2 A_{21} \left[\frac{2\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=3}^{\infty} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

$$+ 2 A_{31} \left[\frac{3\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=4}^{\infty} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

+

$$+ 2 A_{m1} \left[\frac{m\pi}{b-a} \right] \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{n=m+1}^{\infty} A_{n1} \operatorname{sen} \left[\frac{n\pi(x-a)}{b-a} \right]$$

A primeira parte da integral pode ser desenvolvida na forma

$$\int_a^b \int_A^B \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]^2 dx dy = \quad (4.11)$$

$$= \int_a^b \int_A^B \cos^2 \left[\frac{\pi(y-A)}{B-A} \right] \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m\pi}{b-a} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\}^2 dx dy$$

$$= \left[\frac{B-A}{2} \right] \int_a^b \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m\pi}{b-a} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\}^2 dx$$

$$= \left[\frac{B-A}{2} \right] \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \int_a^b A_{m1}^2 \left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx + \right.$$

$$\left. + 2A_{11} \left[\frac{\pi}{b-a} \right] \int_a^b \operatorname{sen} \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=2}^{\infty} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx + \right.$$

$$+ 2A_{21} \left[\frac{2\pi}{b-a} \right] \int_a^b \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=3}^{\infty} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx +$$

$$+ 2A_{31} \left[\frac{3\pi}{b-a} \right] \int_a^b \operatorname{sen} \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=4}^{\infty} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx +$$

$$\left. + 2A_{m'1} \left[\frac{m'\pi}{b-a} \right] \int_a^b \operatorname{sen} \left[\frac{m'\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=m'+1}^{\infty} A_{m1} \operatorname{sen} \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx + \dots \right\}$$

Considerando que

$$\int_a^b \operatorname{sen}^2 \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx = \frac{b-a}{2}$$

$$\int_a^b \sin\left[\frac{n\pi(x-a)}{b-a}\right] \sin\left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a}\right] dx = 0 \quad \text{para } m \neq n$$

Conseqüentemente teremos

$$\int_a^b \int_A^B \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]^2 dx dy = \frac{(B-A)(b-a)}{4} \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1}^2 \left[\frac{m\pi}{b-a} \right]^2$$

Poderemos agora desenvolver a segunda parte da integral (4.9)

$$\begin{aligned} & \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos\left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a}\right] \right\}^2 = \\ & = \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1}^2 \cos^2\left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a}\right] + \\ & + 2 A_{01} \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1} \cos\left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a}\right] + \\ & + 2 A_{11} \cos\left[\frac{\pi(x-a)}{b-a}\right] \sum_{m=2}^{\infty} A_{m1} \cos\left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a}\right] + \end{aligned}$$

$$+ 2A_{21} \cos \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=3}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

$$+ 2A_{31} \cos \left[\frac{3\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=4}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] +$$

$$\dots$$

$$+ 2A_{m'1} \cos \left[\frac{m'\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=m'+1}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] + \dots$$

Podemos agora efetuar a integral

$$\int_a^b \int_A^B \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]^2 dx dy =$$

$$= \int_a^b \int_A^B \left[\frac{\pi}{B-A} \right]^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{\pi(y-A)}{B-A} \right] \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\}^2 dx dy$$

$$= \left[\frac{\pi}{B-A} \right]^2 \left[\frac{B-A}{2} \right] \int_a^b \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \right\}^2 dx =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\pi^2}{2(b-a)} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \int_a^b A_{m1}^2 \cos^2 \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx + \right. \\
&+ 2A_{01} \sum_{m=1}^{\infty} \int_a^b A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx + \\
&+ 2A_{11} \int_a^b \cos \left[\frac{\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=2}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx + \\
&+ 2A_{21} \int_a^b \cos \left[\frac{2\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=3}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx + \\
&\dots \\
&+ 2A_{m1} \int_a^b \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] \sum_{m=m'+1}^{\infty} A_{m1} \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx + \dots \left. \right\}
\end{aligned}$$

Considerando que

$$\int_a^b \cos^2 \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx = \begin{cases} \frac{b-a}{2} & \text{para } m=1,2,3,\dots \\ b-a & \text{para } m=0 \end{cases}$$

$$\int_a^b \cos \left[\frac{n\pi(x-a)}{b-a} \right] \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx = 0 \quad \text{para } m^2 \neq n^2 \\ \text{com } m, n \neq 0$$

$$\left(\frac{m\pi}{b-a} \right) \int_a^b \cos \left[\frac{m\pi(x-a)}{b-a} \right] dx = \begin{cases} 2 & m=1,3,5,7,\dots \\ 0 & m=2,4,6,8,\dots \end{cases}$$

teremos

$$\int_a^b \int_A^B \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]^2 dx dy = \frac{\pi^2}{2(B-A)} \left\{ (b-a) A_{01}^2 + \frac{b-a}{2} \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1}^2 + \right.$$

$$\left. + 4 \frac{b-a}{\pi} A_{01} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m} A_{m1} \right\}$$

A expressão para a integral envolvida no cálculo da potência transmitida será

$$\int_a^b \int_A^B \left\{ \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]^2 \right\} dx dy = \frac{\pi^2 (b-a) A_{01}^2}{2(B-A)} + \quad (421)$$

$$+ (b-a) \frac{\pi^2 A_{01}}{(B-A)} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m} A_{m1} + \frac{(B-A)(b-a)}{4} \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1}^2 \left[\left(\frac{m\pi}{b-a} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \right]$$

APENDICE D

90

Programa I

```
*LIST SOURCE PROGRAM
*IOCS(1132PRINTER)
C ESTUDO DO GUIA LUNAR
C COEFICIENTES DE FOURIER
  DIMENSION F(25)
  DO 5 N=2,24,2
  YY=FLOAT(N)
  BETP=(2.0*0.5585)/(YY*3.1416)
  5 F(N)=(2.0*BETP**2)/(BETP**2+1.0)
  DO 8 N=1,25,2
  XX=FLOAT(N)
  BETI=(2.0*0.5585)/(XX*3.1416)
  8 F(N)=(2.0*BETI**2)/(BETI**2+1.0)*1534.2/777.8*(-1.0)
  100 WRITE(3,200) N,F(N)
  200 FORMAT(1X,'F('I2')=',F10.4)
  STOP
  END
```

FEATURES SUPPORTED
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 66 PROGRAM 206

END OF COMPILATION

```
F( 1)= -0.4427
F( 2)=  0.0612
F( 3)= -0.0546
F( 4)=  0.0156
F( 5)= -0.0198
F( 6)= -0.0069
F( 7)= -0.0101
F( 8)=  0.0039
F( 9)= -0.0061
F(10)=  0.0025
F(11)= -0.0041
F(12)=  0.0017
F(13)= -0.0029
F(14)=  0.0012
F(15)= -0.0022
F(16)=  0.0009
F(17)= -0.0017
F(18)=  0.0007
F(19)= -0.0013
F(20)=  0.0006
F(21)= -0.0011
F(22)=  0.0005
F(23)= -0.0009
F(24)=  0.0004
F(25)= -0.0007
```

Programa II

91

```

C PARAMETROS DOS MODOS TE(ON)
C CALCULO DO COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE
C PRIMEIRA E SEGUNDA APROXIMACOES
  DIMENSION F(25)
  DO 5 N=2,24,2
    YY=FLOAT(N)
    BETP=(2.0*0.5585)/(YY*3.1416)
5  F(N)=(2.0*BETP**2)/(BETP**2+1.0)
  DO 8 N=1,25,2
    XX=FLOAT(N)
    BETI=(2.0*0.5585)/(XX*3.1416)
8  F(N)=(2.0*BETI**2)/(BETI**2+1.0)*1534.2/77*.8*(-1.0)
    R2=34.0
    R1=19.45
    S1=R2/R1
    S2=ALOG(S1)
    S3=R2*R2
    S4=R1*R1
    S5=S3-S4
    SK2=2.0*S2/S5
    TETA2=(3.14159**2)/(S2**2)*SK2
    AB=2.0*3.1416**2*(2.0+F(2)-F(1)**2)/(TETA2)
    COC1=SQRT(AB)
    WRITE(3,250)
250 FORMAT(///5X,'PRIMEIRA APROXIMACAO'/)
    WRITE(3,500) COC1
500 FORMAT(5X,'COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=',F6.2)
    A1=16.0
    A2=8.0*F(1)**2+2.0*F(2)**2-20.0-8.0*F(2)-2.0*F(4)
    A31=4.0+2.0*(F(2)+F(4))+F(2)*F(4)-(F(1)+F(3))**2
    A32=2.0*F(1)*F(2)*(F(1)+F(3))-F(1)**2*(2.0+F(4))
    A33=-F(2)**2*(2.0+F(2))
    A3=A31+A32+A33
    RDISC=SQRT(A2**2-4.0*A1*A3)
    BE1=(-A2+RDISC)/(2.0*A1)
    BE2=(-A2-RDISC)/(2.0*A1)
    AC1=4.0*3.1416**2*BE1/TETA2
    AC2=4.0*3.1416**2*BE2/TETA2
    COC21=SQRT(AC1)
    COC22=SQRT(AC2)
    WRITE(3,251)
251 FORMAT(///5X,'SEGUNDA APROXIMACAO'/)
    WRITE(3,600) COC21
600 FORMAT(5X,'COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=',F6.2)
    WRITE(3,700) COC22
700 FORMAT(5X,'COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=',F6.2)
    STOP
  END

```

PRIMEIRA APROXIMACAO

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 29.46

SEGUNDA APROXIMACAO

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 28.76

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 14.18

Programa III

```

C      GUIA LUNAR
C      ESTUDO DO MODO TE(01)
C      CALCULO DO MAIOR AUTOVALOR E AUTO VETOR CORRESPONDE TE
C      METODO ITERATIVO
      DIMENSION B(10,10),F(25),X(10),Y(10)
      R2=34.0
      R1=19.45
      S1=R2/R1
      S2=ALOG(S1)
      S3=R2*R2
      S4=R1*R1
      S5=S3-S4
      S6=S3+S4
      SK2=2.0*S2/S5
      TETA2=(3.14159**2)/(S2**2)*SK2
      DO 901 N=2,24,2
      YY=FLOAT(N)
      BETP=(2.0*S2)/(YY*3.14159)
901  F(N)=(2.0*BETP**2)/(BETP**2+1.0)
      DO 902 N=1,25,2
      XX=FLOAT(N)
      BETI=(2.0*S2)/(XX*3.14159)
902  F(N)=(2.0*BETI**2)/(BETI**2+1.0)*S6/S5*(-1)
      M=10
      MME1=M-1
      DO 903 I=1,MME1
      IMA1=I+1
      DO 904 J=IMA1,M
      Y1=FLOAT(I)
      JMEI=J-I
      JMAI=J+I
904  B(I,J)=(F(JMEI)+F(JMAI)-F(I)*F(J))/(2.0*(Y1**2))
903  CONTINUE
      DO 905 J=1,MME1
      JMA1=J+1
      DO 906 I=JMA1,M
      YY=FLOAT(I)
      IMEJ=I-J
      IMAJ=I+J
906  B(I,J)=(F(IMEJ)+F(IMAJ)-F(J)*F(I))/(2.0*(YY**2))
905  CONTINUE
      DO 907 I=1,M
      YYY=FLOAT(I)
      J=I

```

```
IMEJ=I-J
IMAJ=I+J-2
356 B(I,J)=F(IMEJ)+F(IMAJ)/BETA(I)
C   CALCULO DO MAIOR AUTOVALOR E AUTOVETOR CORRESPONDENTE
C   METODO ITERATIVO
355 CONTINUE
    ITL=20
    ITR=1
    X(1)=1.0
    DO 10 I=2,10
10  X(I)=0.0
15  DO 20 I=1,10
    Y(I)=0.0
    DO 20 J=1,10
20  Y(I)=Y(I)+B(I,J)*X(J)
    DO 30 I=2,10
30  X(I)=Y(I)/Y(1)
    ITR=ITR+1
    IF(ITR-ITL) 15,15,40
40  CONTINUE
C   COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE
    COC(NN)=SQRT(Y(1))
359 CONTINUE
    WRITE(3,499) R1,COC(1),COC(4)
499 FORMAT(3X,'R1=',F8.4,5X,'COMPR.DE ONDA DE CORTE=',F10.4,F12.4)
    IF(R1-33.0) 1,2,2
2   CONTINUE
    STOP
    END
353 CONTINUE
    DO 355 J=2,MME1
    JMA1=J+1
    DO 356 I=JMA1,M
```

```

907 B(I,J)=(2.0+F(2*I)-F(I)**2)/(2.0*(YYY**2))
WRITE(3,999)
999 FORMAT(///3X,'MATRIZ DOS COEFICIENTES'///)
WRITE(3,9) ((I,J,B(I,J),J=1,10),I=1,10)
9 FORMAT(5X,18HI J A(I,J)/(2X,2I4,E17.7))
ITL=20
ITR=1
X(1)=1.0
DO 10 I=2,10
10 X(I)=0.0
WRITE(3,995)
995 FORMAT(///3X,'ITERACAO AUTOVALORES'///)
15 DO 20 I=1,10
Y(I)=0.0
DO 20 J=1,10
20 Y(I)=Y(I)+B(I,J)*X(J)
DO 30 I=2,10
30 X(I)=Y(I)/Y(1)
WRITE(3,998) ITR,Y(1)
998 FORMAT(I10,E16.7)
ITR=ITR+1
IF(ITR-ITL) 15,15,40
40 WRITE(3,997) (I,X(I),I=1,10)
997 FORMAT(/3X,'AUTOVETOR'/(S10,E16.7))
STOP
END

```

MATRIZ DOS COEFICIENTES

I	J	A(I,J)
1	1	0.9325795E 00
1	2	-0.2351863E 00
1	3	0.2637433E-01
1	4	-0.3378405E-01
1	5	0.6943042E-02
1	6	-0.1345386E-01
1	7	0.3222572E-02
1	8	-0.7278444E-02
1	9	0.1872598E-02
1	10	-0.4574437E-02
2	1	-0.5879658E-01
2	2	0.2514905E 00
2	3	-0.5741921E-01
2	4	0.8414169E-02
2	5	-0.7949519E-02
2	6	0.2399143E-02
2	7	-0.3172469E-02
2	8	0.1160328E-02
2	9	-0.1736960E-02
2	10	0.6928193E-03
3	1	0.2930481E-02
3	2	-0.2551965E-01
3	3	0.1113339E 00
3	4	-0.2511927E-01
3	5	0.3562940E-02
3	6	-0.3356934E-02
3	7	0.9805180E-03
3	8	-0.1319770E-02

3	9	0.4676227E-03
3	10	-0.7203111E-03
4	1	-0.2111503E-02
4	2	0.2103542E-02
4	3	-0.1412959E-01
4	4	0.6261552E-01
4	5	-0.1402148E-01
4	6	0.1990333E-02
4	7	-0.1831800E-02
4	8	0.5428618E-03
4	9	-0.7095672E-03
4	10	0.2577677E-03
5	1	0.2777216E-03
5	2	-0.1271923E-02
5	3	0.1282658E-02
5	4	-0.8973749E-02
5	5	0.4004261E-01
5	6	-0.8936584E-02
5	7	0.1256557E-02
5	8	-0.1150594E-02
5	9	0.3369236E-03
5	10	-0.4403748E-03
6	1	-0.3737183E-03
6	2	0.2665714E-03
6	3	-0.8392337E-03
6	4	0.8845926E-03
6	5	-0.6205961E-02
6	6	0.2780146E-01
6	7	-0.190670E-02
6	8	0.8685657E-03
6	9	-0.7893232E-03
6	10	0.2312302E-03
7	1	0.6576676E-04
7	2	-0.2589770E-03
7	3	0.1800951E-03
7	4	-0.5981388E-03
7	5	0.6411008E-03
7	6	-0.4548247E-02
7	7	0.2042026E-01
7	8	-0.4541078E-02
7	9	0.6346927E-03
7	10	-0.5750836E-03
8	1	-0.1137256E-03
8	2	0.7252056E-04
8	3	-0.1855927E-03
8	4	0.1357154E-03
8	5	-0.4494509E-03
8	6	0.4885683E-03
8	7	-0.3476763E-02
8	8	0.1563259E-01
8	9	-0.3473054E-02
8	10	0.4847286E-03
9	1	0.2311849E-04
9	2	-0.8577581E-04
9	3	0.5195808E-04
9	4	-0.1401614E-03
9	5	0.1039888E-03
9	6	-0.3508103E-03

9	7	0.3839498E-03
9	8	-0.2744141E-02
9	9	0.1235025E-01
9	10	-0.2742071E-02
10	1	-0.4574436E-04
10	2	0.2771277E-04
10	3	-0.6482801E-04
10	4	0.4124283E-04
10	5	-0.1100937E-03
10	6	0.8324289E-04
10	7	-0.2817909E-03
10	8	0.3102262E-03
10	9	-0.2221078E-02
10	10	0.1000312E-01

ITERACAO

AUTOVALORES

1	0.9325795E 00
2	0.9475750E 00
3	0.9513926E 00
4	0.9523605E 00
5	0.9526059E 00
6	0.9526683E 00
7	0.9526841E 00
8	0.9526882E 00
9	0.9526891E 00
10	0.9526894E 00
11	0.9526895E 00
12	0.9526895E 00
13	0.9526895E 00
14	0.9526895E 00
15	0.9526895E 00
16	0.9526895E 00
17	0.9526895E 00
18	0.9526895E 00
19	0.9526895E 00
20	0.9526895E 00

AUTOVETOR

1	0.1000000E 01
2	-0.8439277E-01
3	0.6126845E-02
4	-0.2677566E-02
5	0.4615092E-03
6	-0.4404431E-03
7	0.1000465E-03
8	-0.1304715E-03
9	0.3380898E-04
10	-0.5179023E-04

Programa IV

```

SUBROUTINE RAIZ1(A,RAIZR,RAIZI,N)
DIMENSION A(21),B(21),RAIZR(20),RAIZI(20),C(21)
E=0.0000001
IT=0
M=N+1
25 P1=0.
   Q1=0.
26 P=P1
   Q=Q1
   B(1)=A(1)
   B(2)=A(2)-P*B(1)
   C(1)=B(1)
   C(2)=B(2)-P*B(1)
   M=N+1
   DO 30 K=3,N
     B(K)=A(K)-P*B(K-1)-Q*B(K-2)
30  C(K)=B(K)-P*C(K-1)-Q*C(K-2)
     B(M)=A(M)-Q*B(N-1)
     C(M)=-P*C(N-1)-Q*C(N-2)
     D=C(M)*C(N-2)-C(N-1)*C(N-1)
     DP=B(M)*C(N-2)-B(N)*C(N-1)
     DQ=B(N)*C(M)-B(M)*C(N-1)
     DELP=DP/D
     DELQ=DQ/D
     P1=P+DELP
     Q1=Q+DELQ
     IF(ABS(P1-P)-E)70,26,26
70  IF(ABS(Q1-Q)-E)91,26,26
91  P=P1
     Q=Q1
     DES=P*P-4.*Q
     IF(DES)100,120,120
100 XR=-P/2.
     XI=SQRT(ABS(DES))/2.
     IT=IT+1
     RAIZR(IT)=XR
     RAIZI(IT)=XI
     IT=IT+1
     RAIZR(IT)=XR
     RAIZI(IT)=-XI
     DO 200 I=1,M
200 A(I)=B(I)
     N=N-2
     IF(N-2)140,141,25
141 P1=A(2)
     Q1=A(3)
     GO TO 91
120 X1=(-P+SQRT(DES))/2.
     X2=(-P-SQRT(DES))/2.
     IT=IT+1
     RAIZR(IT)=X1
     RAIZI(IT)=0.

```

```

      IT=IT+1
      RAIZR(IT)=X2
      RAIZI(IT)=0.
      N=N-2
      DO 555 I=1,M
555  A(I)=B(I)
      IF(N-2)140,141,25
140  IF(N-1)180,185,185
185  XR=-B(2)
      XI=0.
      IT=IT+1
      RAIZR(IT)=XR
      RAIZI(IT)=0.
180  RETURN
      END

```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR RAIZ1
 COMMON 0 VARIABLES 182 PROGRAM 644

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 00C6 (HEX)

END OF COMPILATION

```

*STORE        WS UA RAIZ1
CART ID 1117 DB ADDR 4270 DB CNT 002F
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
      SUBROUTINE COEFI(A,N,Q)
      DIMENSION A(20,20),F(20,20),Q(21),C(20)
      Q(1)=1.
      K=1
      DO 11 I=1,N
      DO 11 J=1,N
11  F(I,J)=A(I,J)
      1  Q(K+1)=0.
      DO 2 I=1,N
      2  Q(K+1)=Q(K+1)+F(I,I)
      FK=K
      Q(K+1)=-Q(K+1)/FK
      DO 3 I=1,N
      3  F(I,I)=F(I,I)+Q(K+1)
      IF(K-N+1)71,41,71
71  DO 7 J=1,N
      DO 6 I=1,N
      C(I)=F(I,J)
      6  CONTINUE
      DO 7 I=1,N
      F(I,J)=0.
      DO 7 IS=1,N
      F(I,J)=F(I,J)+A(I,IS)*C(IS)
      7  CONTINUE
      K=K+1

```

```

      GO TO 1
41  Q(N+1)=0.
      DO 4 J=1,N
4   Q(N+1)=Q(N+1)-A(1,J)*F(J,1)
      IF(Q(N+1))51,5,51
51  DO 52 I=1,N
      DO 52 J=1,N
52  F(I,J)=-F(I,J)/Q(N+1)
5   RETURN
      END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR COEFI
COMMON 0 VARIABLES 1270 PROGRAM 432

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 04FD (HEX)

END OF COMPILATION.

```

*STORE           WS UA COEFI
CART ID 1117 DB ADDR 429F DB CNT 001D
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1132PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION B(20,20),Q(21),YR(20),YI(20),F(25),COC(10),CO
      R2=34.0
      R1=19.45
      S1=R2/R1
      S2=ALOG(S1)
      S3=R2*R2
      S4=R1*R1
      S5=S3-S4
      S6=S3+S4
      SK2=2.0*S2/S5
      TETA2=(3.14159**2)/(S2**2)*SK2
      DO 901 N=2,24,2
      YY=FLOAT(N)
      BETP=(2.0*S2)/(YY*3.14159)
901  F(N)=(2.0*BETP**2)/(BETP**2+1.0)
      DO 902 N=1,25,2
      XX=FLOAT(N)
      BETI=(2.0*S2)/(XX*3.14159)
902  F(N)=(2.0*BETI**2)/(BETI**2+1.0)*S6/S5*(-1)
      M=1
899  M=M+1
      MME1=M-1
      DO 903 I=1,MME1
      IMA1=I+1
      DO 904 J=IMA1,M
      Y=FLOAT(I)
      JMEI=J-I
      JMAI=J+I
904  B(I,J)=(F(JMEI)+F(JMAI)-F(I)*F(J))/(2.0*(Y**2))

```

```

903 CONTINUE
    DO 905 J=1,MME1
      JMA1=J+1
      DO 906 I=JMA1,M
        YY=FLOAT(I)
        IMEJ=I-J
        IMAJ=I+J
906 B(I,J)=(F(IMEJ)+F(IMAJ)-F(J)*F(I))/(2.0*(YY**2))
905 CONTINUE
      DO 907 I=1,M
        J=I
        YYY=FLOAT(I)
907 B(I,J)=(2.0+F(2*I)-F(I)**2)/(2.0*(YYY**2))
        L=M
        CALL COEFI(B,M,Q)
        M=M+1
        CALL RAIZ1(Q,YR,YI,L)
        M=M-1
        DO 50 IT=1,M
          COC(IT)=4.0*3.14159**2*YR(IT)/TETA2
          COB(IT)=SQRT(COC(IT))
50 WRITE(3,250)
250 FORMAT(///5X,'PARAMETROS DOS MODOS TE(ON)')
      LA=1
251 IA=1
      KA=2
252 CONTINUE
      IF(KA-M) 255,255,253
255 D=COB(IA)-COB(KA)
      IF(D) 254,256,256
256 KA=KA+1
      GO TO 252
254 IA=KA
      KA=KA+1
      GO TO 252
253 CONTINUE
      COB1=COB(IA)
      WRITE(3,260) COB1
260 FORMAT('0',' COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=',F6.3)
      COB(IA)=0.0
      LA=LA+1
      IF(LA-M) 258,258,257
258 GO TO 251
257 CONTINUE
      IF(M-6) 899,898,898
898 CONTINUE
      STOP
      END

```

MODOS TE(ON)

Matriz 3x3

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=28.766

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=14.494

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 9.366

Matriz 4x4

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=28.768

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=14.503

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 9.665

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 6.952

Matriz 5x5

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=28.768

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=14.506

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 9.683

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 7.238

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 5.506

Matriz 6x6

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=28.768

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=14.506

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 9.687

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 7.260

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 5.782

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 4.542

Programa V

```

DIMENSION B(20,20),Q(21),YR(20),YI(20),F(25),COB(10),BETA(10)
R2=34.0
R1=19.45
S1=R2/R1
S2=ALOG(S1)
S3=R2*R2
S4=R1*R1
S5=S3-S4
S6=S3+S4
SK2=2.0*S2/S5
TETA2=(3.14159**2)/(S2**2)*SK2
BETA(1)=SK2/(8.0*3.14159**2)
DO 357 I=2,10
  IM1=I-1
  XY=FLOAT(IM1)
357 BETA(I)=(XY**2*TETA2+SK2/4.0)/(2.0*3.14159**2)
  DO 901 N=2,24,2
    YY=FLOAT(N)
    BETP=(2.0*S2)/(YY*3.14159)
901 F(N)=(2.0*BETP**2)/(BETP**2+1.0)
    DO 902 N=1,25,2
      XX=FLOAT(N)
      BETI=(2.0*S2)/(XX*3.14159)
902 F(N)=(2.0*BETI**2)/(BETI**2+1.0)*S6/S5*(-1)
    M=2
899 M=M+1
    MME1=M-1
    B(1,1)=2.0/BETA(1)
    DO 350 I=2,M
      IME1=I-1
      J=I
350 B(I,J)=(2.0+F(2*IME1))/BETA(I)
      DO 351 I=2,M
        B(I,1)=F(I-1)/BETA(I)
351 DO 352 J=2,M
        B(1,J)=F(J-1)/BETA(1)
352 DO 353 I=2,MME1
        IMA1=I+1
        DO 354 J=IMA1,M
          JME1=J-I
          JMA1=J+I-2
354 B(I,J)=(F(JME1)+F(JMA1))/BETA(I)
353 CONTINUE
        DO 355 J=2,MME1
          JMA1=J+1
          DO 356 I=JMA1,M
            IMEJ=I-J-1
            IMAJ=I+J-2
356 B(I,J)=F(IMEJ)+F(IMAJ)/BETA(I)
355 CONTINUE

```

```

L=M
CALL COEF1(B,M,0)
M=M+1
CALL RAIZ1(Q,YR,YI,L)
M=M-1
DO 50 IT=1,M
50 COB(IT)=SQRT(YR(IT))
WRITE(3,250)
250 FORMAT(///5X,'PARAMETROS DOS MODOS TE(IN)')
LA=1
251 IA=1
KA=2
252 CONTINUE
IF(KA-M) 255,255,253
255 D=COB(IA)-COB(KA)
IF(D) 254,256,256
256 KA=KA+1
GO TO 252
254 IA=KA
KA=KA+1
GO TO 252
253 CONTINUE
COB1=COB(IA)
WRITE(3,260) COB1
260 FORMAT('0',' COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=',F9.3)
COB(IA)=0.0
LA=LA+1
IF(LA-M) 258,258,257
258 GO TO 251
257 CONTINUE
IF(M-4) 899,898,898
898 CONTINUE
STOP
END

```

PARAMETROS DOS MODOS TE($\frac{1}{2}$ N)

```

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 331.640
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 29.099
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 14.850
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 9.661

```


PARAMETROS DOS MODOS TE(1N)

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 165.917
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 28.756
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 14.694
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 9.790

PARAMETROS DOS MODOS TE(2N)

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 110.718
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 28.194
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 14.620
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE= 9.772

PARAMETROS DOS MODOS TE(2N)

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=	83.151
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=	27.458
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=	14.521
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=	9.742

PARAMETROS DOS MODOS TE(5/2N)

COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=	66.636
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=	26.586
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=	14.397
COMPRIMENTO DE ONDA DE CORTE=	9.704

```
C      GUIA LUNAR
C      ESTUDO DO MODO DOMINANTE TE(11)
C      CALCULO DO MAIOR AUTOVALOR E AUTOVETOR CORRESPONDENTE
C      METODO ITERATIVO
      DIMENSION B(10,10),F(25),BETA(10),X(10),Y(10)
      R2=34.0
      R1=19.45
      S1=R2/R1
      S2=ALOG(S1)
      S3=R2*R2
      S4=R1*R1
      S5=S3-S4
      S6=S3+S4
      SK2=2.0*S2/S5
      TETA2=(3.14159**2)/(S2**2)*SK2
      BETA(1)=SK2/(8.0*3.14159**2)
      DO 357 I=2,10
      IM1=I-1
      XY=FLOAT(IM1)
357  BETA(I)=(XY**2*TETA2+SK2/4.0)/(2.0*3.14159**2)
      DO 901 N=2,24,2
      YY=FLOAT(N)
      BETP=(2.0*S2)/(YY*3.14159)
901  F(N)=(2.0*BETP**2)/(BETP**2+1.0)
      DO 902 N=1,25,2
      XX=FLOAT(N)
      BETI=(2.0*S2)/(XX*3.14159)
902  F(N)=(2.0*BETI**2)/(BETI**2+1.0)*S6/S5*(-1)
      M=10
      MME1=M-1
      B(1,1)=2.0/BETA(1)
      DO 350 I=2,M
      IME1=I-1
      J=I
350  B(I,J)=(2.0+F(2*IME1))/BETA(I)
      DO 351 I=2,M
351  B(I,1)=F(I-1)/BETA(I)
      DO 352 J=2,M
352  B(1,J)=F(J-1)/BETA(1)
      DO 353 I=2,MME1
      IMA1=I+1
      DO 354 J=IMA1,M
      JMEI=J-1
      JMA1=J+I-2
354  B(I,J)=(F(JMEI)+F(JMA1))/BETA(I)
353  CONTINUE
      DO 355 J=2,MME1
      JMA1=J+1
      DO 356 I=JMA1,M
      IMEJ=I-J
      IMAJ=I+J-2
356  B(I,J)=F(IMEJ)+F(IMAJ)/BETA(I)
355  CONTINUE
```

```

WRITE(3,999)
999 FORMAT(///3X,'MATRIZ DOS COEFICIENTES'//)
WRITE(3,9) ((I,J,B(I,J),J=1,10),I=1,10)
9 FORMAT(5X,18HI J A(I,J)/(2X,214,E17.7))

ITL=20
ITR=1
X(1)=1.0
DO 10 I=2,10
10 X(I)=0.0
WRITE(3,995)
995 FORMAT(///3X,'ITERACAO AUTOVALORES'//)
15 DO 20 I=1,10
Y(I)=0.0
DO 20 J=1,10
20 Y(I)=Y(I)+B(I,J)*X(J)
DO 30 I=2,10
30 X(I)=Y(I)/Y(1)
WRITE(3,998) ITR,Y(1)
998 FORMAT(I10,E16.7)
ITR=ITR+1
IF(ITR-ITL) 15,15,40
40 WRITE(3,997) (I,X(I),I=1,10)
997 FORMAT(/3X,'AUTOVETOR'/(I10,E16.7))
STOP
END

```

MATRIZ DOS COEFICIENTES

I	J	A(I,J)
1	1	0.1099426E 06
1	2	-0.2434404E 05
1	3	0.3368375E 04
1	4	-0.3004650E 04
1	5	0.8618984E 03
1	6	-0.1091349E 04
1	7	0.3847418E 03
1	8	-0.5581865E 03
1	9	0.2167490E 03
1	10	-0.3380120E 03
2	1	-0.1908459E 03
2	2	0.8883054E 03
2	3	-0.2144009E 03
2	4	0.3316336E 02
2	5	-0.3211072E 02
2	6	0.9773078E 01
2	7	-0.1293159E 02
2	8	0.4715408E 01
2	9	-0.7025778E 01

2	10	0.2787479E 01
3	1	0.6640667E 01
3	2	-0.6366443E 01
3	3	0.2184483E 03
3	4	-0.5014524E 02
3	5	0.7399176E 01
3	6	-0.7024045E 01
3	7	0.2126526E 01
3	8	-0.2817950E 01
3	9	0.1032185E 01
3	10	-0.1546771E 01
4	1	-0.2635594E 01
4	2	0.8173083E 00
4	3	-0.1400151E 01
4	4	0.9677607E 02
4	5	-0.2184353E 02
4	6	0.3144770E 01
4	7	-0.2932089E 01
4	8	0.8778003E 00
4	9	-0.1155883E 01
4	10	0.4220779E 00
5	1	0.4254318E 00
5	2	-0.5933470E 00
5	3	0.2511831E 00
5	4	-0.7183699E 00
5	5	0.5437451E 02
5	6	-0.1218302E 02
5	7	0.1731145E 01
5	8	-0.1594836E 01
5	9	0.4730337E 00
5	10	-0.6187193E 00
6	1	-0.3448219E 00
6	2	0.1372418E 00
6	3	-0.2310227E 00
6	4	0.1297590E 00
6	5	-0.5496479E 00
6	6	0.3478125E 02
6	7	-0.7763256E 01
6	8	0.1094740E 01
6	9	-0.1000576E 01
6	10	0.2947166E 00
7	1	0.8442674E-01
7	2	-0.1423400E 00
7	3	0.6324189E-01
7	4	-0.1288309E 00
7	5	0.9173698E-01
7	6	-0.4925281E 00
7	7	0.2414668E 02
7	8	-0.5377571E 01
7	9	0.7546986E 00
7	10	-0.6860612E 00
8	1	-0.8999566E-01
8	2	0.4194511E-01
8	3	-0.7435029E-01
8	4	0.3806049E-01
8	5	-0.9115894E-01
8	6	0.7682380E-01
8	7	-0.4689911E 00
8	8	0.1773733E 02

8	9	-0.3944595E 01
8	10	0.5518280E 00
9	1	0.2675665E-01
9	2	-0.5188015E-01
9	3	0.2413538E-01
9	4	-0.4779976E-01
9	5	0.2758395E-01
9	6	-0.7467362E-01
9	7	0.7002362E-01
9	8	-0.4578862E 00
9	9	0.1357860E 02
9	10	-0.3016866E 01
10	1	-0.3296955E-01
10	2	0.1748319E-01
10	3	-0.3223605E-01
10	4	0.1640553E-01
10	5	-0.3566788E-01
10	6	0.2259162E-01
10	7	-0.6653940E-01
10	8	0.6656837E-01
10	9	-0.4521008E 00
10	10	0.1072794E 02

ITERACAO

AUTOVALORES

1	0.1099426E 06
2	0.1099851E 06
3	0.1099854E 06
4	0.1099854E 06
5	0.1099854E 06
6	0.1099854E 06
7	0.1099854E 06
8	0.1099854E 06
9	0.1099854E 06
10	0.1099854E 06
11	0.1099854E 06
12	0.1099854E 06
13	0.1099854E 06
14	0.1099854E 06
15	0.1099854E 06
16	0.1099854E 06
17	0.1099854E 06
18	0.1099854E 06
19	0.1099854E 06
20	0.1099854E 06

AUTOVETOR

1	0.1000000E 01
2	-0.1749447E-02
3	0.6061073E-04
4	-0.2399886E-04
5	0.3880096E-05
6	-0.3138573E-05
7	0.7701736E-06
8	-0.8191175E-06
9	0.2441686E-06
10	-0.3000950E-06

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
 F.G. - Faculdade de Ciências e Letras
 Coordenação Setorial de Pós-Graduação
 Rua Aprígio Veloso, 882 - Tel. (083) 321-7222-R 355
 58.100 - Campina Grande

Programa VII

```

C   GUIA LUNAR CONCENTRICO
C   DETERMINACAO DA FAIXA
      DIMENSION B(10,10),F(25),BETA(10),X(10),Y(10),COC(4)
C   ESTUDO DA VARIACAO COM O RAO
C   RAO INTERNO VARIANDO DE 1.0 A 33.0
      R1=0.0
      WRITE(3,360)
360  FORMAT('1'43X,'MODO TE 1',3X,'MODO TE12'//)
      1 R1=R1+1.0
      R2=34.0
      S1=R2/R1
      S2=ALOG(S1)
      S3=R2*R2
      S4=R1*R1
      S5=S3-S4
      S6=S3+S4
      SK2=2.0*S2/S5
      TETA2=(3.14159**2)/(S2**2)*SK2
      DO 359 NN=1,4,3
      CX=FLOAT(NN)
      BETA(1)=SK2*CX/(8.0*3.14159**2)
      DO 357 I=2,10
      IM1=I-1
      XY=FLOAT(IM1)
357  BETA(I)=(XY**2*TETA2+CX*SK2/4.0)/(2.0*3.14159**2)
C   DESENVOLVIMENTO EM SERIE DE H(X,Y)**2
C   CALCULO COEFICIENTES DE FOURIER
      DO 901 N=2,24,2
      YY=FLOAT(N)
      BETP=(2.0*S2)/(YY*3.14159)
901  F(N)=(2.0*BETP**2)/(BETP**2+1.0)
      DO 902 N=1,25,2
      XX=FLOAT(N)
      BETI=(2.0*S2)/(XX*3.14159)
902  F(N)=(2.0*BETI**2)/(BETI**2+1.0)*S6/S5*(-1)
C   GERACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES
      M=10
      MME1=M-1
      B(1,1)=2.0/BETA(1)
      DO 350 I=2,M
      IME1=I-1
      J=I
350  B(I,J)=(2.0+F(2*IME1))/BETA(I)
      DO 351 I=2,M
351  B(I,1)=F(I-1)/BETA(I)
      DO 352 J=2,M
352  B(1,J)=F(J-1)/BETA(1)
      DO 353 I=2,MME1
      IMA1=I+1
      DO 354 J=IMA1,M
      JME1=J-I
      JMA1=J+I-2
354  B(I,J)=(F(JME1)+F(JMA1))/BETA(I)

```

	MODO TE $\frac{1}{2}$	MODO TE11
R1= 1.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	178.9256
R1= 2.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	104.8998
R1= 3.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	190.4320
R1= 4.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	107.2183
R1= 5.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	200.8531
R1= 6.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	109.7079
R1= 7.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	210.6145
R1= 8.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	112.4694
R1= 9.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	219.9050
R1= 10.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	115.4761
R1= 11.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	228.8327
R1= 12.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	118.6768
R1= 13.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	237.4675
R1= 14.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	122.0206
R1= 15.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	245.8581
R1= 16.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	125.4647
R1= 17.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	254.0404
R1= 18.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	128.9751
R1= 19.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	262.0419
R1= 20.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	132.5260
R1= 21.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	269.8845
R1= 22.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	136.0984
R1= 23.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	277.5858
R1= 24.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	139.6780
R1= 25.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	285.1599
R1= 26.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	143.2548
R1= 27.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	292.6193
R1= 28.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	146.8213
R1= 29.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	299.9740
R1= 30.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	150.3724
R1= 31.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	307.2330
R1= 32.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	153.9045
R1= 33.0000	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	314.4039
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	157.4151
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	321.4934
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	160.9027
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	328.5075
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	164.3664
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	335.4512
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	167.8058
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	342.3295
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	171.2207
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	349.1463
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	174.6114
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	355.9057
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	177.9783
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	362.6108
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	181.3213
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	369.2649
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	184.6426
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	375.8707
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	187.9414
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	382.4310
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	191.2188
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	388.9483
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	194.4758
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	395.4246
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	197.7131
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	401.8616
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	200.9311
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	408.2617
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	204.1309
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	414.6263
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	207.3132
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	420.9575
	COMPR.DE ONDA DE CORTE=	210.4787

```

C   GUIA LUNAR CONCENTRICO
C   ESTUDO DAS COMPONENTES DE CAMPO PARA O MOJO DOMINANTE
DIMENSION A(9),EX(21),ER(21),EFI(21),EY(21),HZ(21),XRAIO(21),
R1=19,45
R2=34.0
S1=R2/R1
S2=ALOG(S1)
S3=R2*R2
S4=R1*R1
S5=S3-S4
SK2=2.0*S2/S5
SK=SQRT(SK2)
AA=ALOG(R1)
AAA=AA/SK
BB=ALOG(R2)
BBB=BB/SK
C   INCREMENTO DE X (GUIA RETANGULAR)
XINCR=(BBB-AAA)/20.0
C   COEFICIENTES DO DESENVOLVIMENTO DA FUNCAO T(X,Y)
AZERO=1.0
A(1)=-0.001749447
A(2)=0.000060611
A(3)=-0.000023999
A(4)=0.000003880
A(5)=-0.000003138
A(6)=0.000000770
A(7)=-0.000000819
A(8)=0.000000244
A(9)=-0.000000300
DO 40 N=1,21
NN=N-1
XN=FLOAT(NN)
XRAIO(N)=AAA+XN*XINCR
ARG=3.14159*(XRAIO(N)-AAA)/(BBB-AAA)
SOMA=AZERO
SOME=0.0
DO 20 M=1,9
XM=FLOAT(M)
COX=COS(XM*ARG)
SEX=SIN(XM*ARG)
SOMA=SOMA+XM*A(M)*SEX
20 SOMA=SOMA+A(M)*COX
C   COMPONENTES DE CAMPO HZ EM FI=0,ER EM FI=180,EFI EM FI=0
HZ(N)=SOMA
R(N)=EXP(SK*XRAIO(N))
EX(N)=SOMA
ER(N)=EX(N)/(R(N)*SK)
EY(N)=SOME
EFI(N)=EY(N)/(R(N)*SK)
40 CONTINUE
AN=ALOG(25.0)
ANSK=AN/SK
ARGN=3.14159*(ANSK-AAA)/(BBB-AAA)
SOME=0.0
DO 102 M=1,9
XM=FLOAT(M)

```



```

SEX=SIN(ARGN*XM)
102 SOME=SOME+A(M)*SEX*XM
EFIN=SOME/(25.0*SK)
C NORMALIZACAO
HZ1=HZ(1)
EX1=EX(1)
ER1=ER(1)
DO 101 I=1,21
HZ(I)=HZ(I)/HZ1
EX(I)=EX(I)/EX1
ER(I)=ER(I)/ER1
EY(I)=EY(I)/SOME
EFI(I)=EFI(I)/EFIN
101 CONTINUE
WRITE(3,77)
77 FORMAT('1',10X,'PLANO Z',20X,'PLANO W'/)
DO 71 I=1,21
71 WRITE(3,72) XRAIO(I),HZ(I),R(I),HZ(I)
WRITE(3,78)
78 FORMAT('///10X','PLANO Z',20X,'PLANO W'/)
DO 73 I=1,21
73 WRITE(3,74) XRAIO(I),EX(I),R(I),ER(I)
WRITE(3,79)
79 FORMAT('1',10X,'PLANO Z',20X,'PLANO W'/)
DO 75 I=1,21
75 WRITE(3,76) XRAIO(I),EY(I),R(I),EFI(I)
72 FORMAT(1X,'X=',F8.5,3X,'HZ=',F8.5,3X,'R=',F8.5,3X,'HZ=',F8.5)
74 FORMAT(1X,'X=',F8.5,3X,'EX=',F8.5,3X,'R=',F8.5,3X,'ER=',F8.5)
76 FORMAT(1X,'X=',F8.5,3X,'EY=',F8.5,3X,'R=',F8.5,3X,'EFI=',F8.5)
STOP
END

```

PLANO Z		PLANO W	
X=78.30960	HZ= 1.00000	R=19.45000	HZ= 1.00000
X=79.04645	HZ= 1.00002	R=20.00000	HZ= 1.00002
X=79.78330	HZ= 1.00008	R=20.56721	HZ= 1.00008
X=80.52014	HZ= 1.00018	R=21.14966	HZ= 1.00018
X=81.25699	HZ= 1.00032	R=21.74860	HZ= 1.00032
X=81.99384	HZ= 1.00049	R=22.36451	HZ= 1.00049
X=82.73068	HZ= 1.00068	R=22.99785	HZ= 1.00068
X=83.46753	HZ= 1.00090	R=23.64914	HZ= 1.00090
X=84.20438	HZ= 1.00114	R=24.31886	HZ= 1.00114
X=84.94122	HZ= 1.00139	R=25.00755	HZ= 1.00139
X=85.67807	HZ= 1.00165	R=25.71575	HZ= 1.00165
X=86.41492	HZ= 1.00192	R=26.44400	HZ= 1.00192
X=87.15176	HZ= 1.00219	R=27.19287	HZ= 1.00219
X=87.88861	HZ= 1.00245	R=27.96296	HZ= 1.00245
X=88.62546	HZ= 1.00270	R=28.75485	HZ= 1.00270
X=89.36230	HZ= 1.00293	R=29.56916	HZ= 1.00293
X=90.09915	HZ= 1.00313	R=30.40654	HZ= 1.00313
X=90.83600	HZ= 1.00331	R=31.26763	HZ= 1.00331
X=91.57285	HZ= 1.00344	R=32.15311	HZ= 1.00344
X=92.30969	HZ= 1.00353	R=33.06366	HZ= 1.00353
X=93.04654	HZ= 1.00356	R=34.00000	HZ= 1.00356

PLANO Z

X=78.30960	EX= 1.00000
X=79.04645	EX= 1.00002
X=79.78330	EX= 1.00008
X=80.52014	EX= 1.00018
X=81.25699	EX= 1.00032
X=81.99384	EX= 1.00049
X=82.73068	EX= 1.00068
X=83.46753	EX= 1.00090
X=84.20438	EX= 1.00114
X=84.94122	EX= 1.00139
X=85.67807	EX= 1.00165
X=86.41492	EX= 1.00192
X=87.15176	EX= 1.00219
X=87.88861	EX= 1.00245
X=88.62546	EX= 1.00270
X=89.36230	EX= 1.00293
X=90.09915	EX= 1.00313
X=90.83600	EX= 1.00331
X=91.57285	EX= 1.00344
X=92.30969	EX= 1.00353
X=93.04654	EX= 1.00356

PLANO W

R=19.45000	ER= 1.00000
R=20.00080	ER= 0.97249
R=20.56721	ER= 0.94576
R=21.14966	ER= 0.91980
R=21.74860	ER= 0.89459
R=22.36451	ER= 0.87010
R=22.99785	ER= 0.84531
R=23.64914	ER= 0.82318
R=24.31886	ER= 0.80070
R=25.00755	ER= 0.77824
R=25.71575	ER= 0.75759
R=26.44400	ER= 0.73693
R=27.19287	ER= 0.71682
R=27.96296	ER= 0.69726
R=28.75485	ER= 0.67823
R=29.56916	ER= 0.65970
R=30.40654	ER= 0.64167
R=31.26763	ER= 0.62410
R=32.15311	ER= 0.60700
R=33.06366	ER= 0.59033
R=34.00000	ER= 0.57439

PLANO Z

X=78.30960	EY= 0.00000
X=79.04645	EY= 0.16631
X=79.78330	EY= 0.32188
X=80.52014	EY= 0.46293
X=81.25699	EY= 0.59076
X=81.99384	EY= 0.70541
X=82.73068	EY= 0.80434
X=83.46753	EY= 0.88622
X=84.20438	EY= 0.95176
X=84.94122	EY= 1.00042
X=85.67807	EY= 1.02945
X=86.41492	EY= 1.03723
X=87.15176	EY= 1.02454
X=87.88861	EY= 0.99085
X=88.62546	EY= 0.93263
X=89.36230	EY= 0.84746
X=90.09915	EY= 0.73675
X=90.83600	EY= 0.60072
X=91.57285	EY= 0.43342
X=92.30969	EY= 0.22988
X=93.04654	EY= 0.00000

PLANO W

R=19.45000	EFI= 0.00000
R=20.00080	EFI= 0.20788
R=20.56721	EFI= 0.39126
R=21.14966	EFI= 0.54721
R=21.74860	EFI= 0.67908
R=22.36451	EFI= 0.78854
R=22.99785	EFI= 0.87437
R=23.64914	EFI= 0.93684
R=24.31886	EFI= 0.97842
R=25.00755	EFI= 1.00012
R=25.71575	EFI= 1.00079
R=26.44400	EFI= 0.98060
R=27.19287	EFI= 0.94192
R=27.96296	EFI= 0.88586
R=28.75485	EFI= 0.81084
R=29.56916	EFI= 0.71650
R=30.40654	EFI= 0.60575
R=31.26763	EFI= 0.48031
R=32.15311	EFI= 0.33700
R=33.06366	EFI= 0.17381
R=34.00000	EFI= 0.00000

Programa IX

```
GUIA LUNAR CONCENTRICO
CALCULO DA POTENCIA MAXIMA TRANSMITIDA
DIMENSION A(9)
WRITE(3,33)
33 FORMAT(1X,'POTENCIA MAXIMA TRANSMITIDA',1X,'MEDIDA EM MEGAWATTS'
11X,'F/FCORTE',4X,'PTMAX')
R1=0.01945
R2=0.034
XMIO=0.125663
VL=2.998
CT=0.100E 04
EMAX=3.0
EMAX2=EMAX*EMAX
S1=R2/R1
S2=ALOG(S1)
S3=S2**2
COEFICIENTES DO DESENVOLVIMENTO DA FUNCAO T(X,Y)
AZERO=1.0
A(1)=-0.001749447
A(2)=0.000060611
A(3)=-0.000023999
A(4)=0.000003880
A(5)=-0.000003138
A(6)=0.000000770
A(7)=-0.000000819
A(8)=0.000000244
A(9)=-0.000000300
SOMA=0.0
DO 10 M=1,9
XM=FLOAT(M)
10 SOMA=SOMA+A(M)**2*(XM**2*1.0/S3+1.0/(4.0*3.14159**2))
SOME=AZERO
DO 20 M=1,9
XM=FLOAT(M)
20 SOME=SOME+A(M)
SOME2=SOME*SOME
P1=R1**2*EMAX2*S2/(XMIO*SOME2)
SOMI=0.0
DO 30 M=1,9,2
XM=FLOAT(M)
30 SOMI=SOMI+A(M)/XM
SOMAT=3.14159/2.0+2.0*SOMI+3.14159**3*SOMA
XX=1.0-0.05
DO 40 M=1,91,2
XX=XX+0.05
F=XX*VL
P2=SQRT(1.0/(VL**2)-1.0/(F**2))
PMAX=P1*P2*SOMAT*CT
WRITE(3,50) XX,PMAX
40 CONTINUE
50 FORMAT(1X,F7.2,F12.4)
STOP
END
```

POTENCIA MAXIMA TRANSMITIDA
MEDIDA EM MEGAWATTS

F/FCORTE	PTMAX
1.00	0.0000
1.05	2.4208
1.10	3.3076
1.15	3.9206
1.20	4.3887
1.25	4.7637
1.29	5.0731
1.35	5.3337
1.39	5.5565
1.44	5.7493
1.49	5.9177
1.54	6.0661
1.59	6.1978
1.64	6.3152
1.69	6.4206
1.74	6.5156
1.79	6.6015
1.84	6.6796
1.89	6.7509
1.94	6.8160
1.99	6.8758
2.04	6.9308
2.09	6.9815
2.14	7.0284
2.19	7.0719
2.24	7.1123
2.29	7.1498
2.34	7.1848
2.39	7.2175
2.44	7.2480
2.49	7.2767
2.54	7.3035
2.59	7.3288
2.64	7.3525
2.69	7.3749
2.74	7.3960
2.79	7.4159
2.84	7.4347
2.89	7.4525
2.94	7.4694
2.99	7.4854
3.04	7.5006
3.09	7.5151
3.14	7.5288
3.19	7.5419
3.24	7.5543

Programa X

```

GUIA LUNAR CONCENTRICO
CALCULO DA ATENUACAO
DIMENSION A(9)
WRITE(3,33)
33 FORMAT(1X,'ATENUACAO MEDIDA EM DB/M'/,2X'F/FCORTE',5X,'ALFA')
COC=0.33164
R1=0.01945
R2=0.034
S1=R2/R1
S2=ALOG(S1)
S3=S2*S2
S7=R2*R2
S4=R1*R1
S5=S7-S4
SK2=2.0*S2/S5
SK=SQRT(SK2)
COEFICIENTES DO DESENVOLVIMENTO DA FUNCAO T(X,Y)
AZERO=1.0
A(1)=-0.001749447
A(2)=0.000060611
A(3)=-0.000023999
A(4)=0.000003880
A(5)=-0.000003138
A(6)=0.000000770
A(8)=0.000000244
A(7)=-0.000000819
A(9)=-0.000000300
H1=SK*R1
H2=SK*R2
XMI0=0.125663E-05
VL=0.2998E 09
SIG=0.58E 08
SOM1=1.0
DO 10 M=1,9
10 SOM1=SOM1+A(M)
SOM12=SOM1*SOM1
SOM2=1.0
DO 20 M=1,9
20 SOM2=SOM2+XAM
SOM22=SOM2*SOM2
SOM3=(R2-R1)
DO 30 M=1,9
30 XM=FLOAT(M)
SOM3=SOM3+XM*3.14159*SK/S2
SOM32=SOM3*SOM3
SOM33=SK2+4.0*SOM32
SOM8=A(M)**2*SK/SOM33*(SK*(R2-R1)+2.0/SK*SOM32*(R2-R1))
SOM9=A(M)*2.0*SK2/SOM33*(R2*(-1)**2-R1)
30 SOM3=SOM3+SOM8+SOM9
SOM6=0.0

```

```

DO 40 M=1,9
XM=FLOAT(M)
S03=XM*3.14159*SK/S2
S032=S03*S03
S033=SK2+4.0*S032
40 SOM6=SOM6+(A(M)**2*XM**2*S032*(-1.0/R2+1.0/R1)/(S033*S3))
SOPT1=0.0
DO 50 M=1,9,2
XM=FLOAT(M)
50 SOPT1=SOPT1+A(M)/XM
SOPT2=0.0
DO 60 M=1,9
XM=FLOAT(M)
60 SOPT2=SOPT2+A(M)**2*(XM**2/S3+1.0/(4.0*3.14159**2))
AN=2.0*R1*3.0E 06/SOM1
XX=0.90
DO 70 I=1,200
C FREQUENCIA
XX=XX+0.10
XX=XX+0.000001
F=XX*VL/COC
COCO=VL/F
BETA0=2.0*3.14159/COCO
B=SQRT(1.0-COCO**2/COC**2)
BETA=BETA0*B
W=2.0*3.14159*F
RC=SQRT(3.14159*XM10*F/SIG)
C POTENCIA TRANSMITIDA
PT1=3.14159*BETA*S2/8.0
PT2=BETA*S2/2.0
PT3=BETA*3.14159**3*S2/4.0
PT=PT1+PT2*SOPT1+PT3*SOPT2
PT=PT*AN**2*1.0E-06/(W*XM10)
C POTENCIA DISSIPADA
PL1=(RC*R1*8.0*3.14159**5/(W*XM10*COC**4))*SOM12
PL1=PL1*AN**2*1.0E-06/(W*XM10)
PL2=(RC*R2*8.0*3.14159**5/(W*XM10*COC**4))*SOM22
PL2=PL2*AN**2*1.0E-06/(W*XM10)
PL3=(RC*8.0*3.14159**4/(W*XM10*COC**4))*SOM3
PL3=PL3*AN**2*1.0E-06/(W*XM10)
PL4=(RC*R1*BETA**2*SK2*3.14159/(8.0*H1**2*W*XM10))*SOM12
PL4=PL4*AN**2*1.0E-06/(W*XM10)
PL5=(RC*R2*BETA**2*SK2*3.14159/(8.0*H2**2*W*XM10))*SOM22
PL5=PL5*AN**2*1.0E-06/(W*XM10)
PL6=(RC*BETA**2/(SK2*W*XM10))*SOM6
PL6=PL6*AN**2*1.0E-06/(W*XM10)
PL=PL1+PL2+2.0*PL3+PL4+PL5+2.0*PL6
C ATENUACAO
ALFA=PL/(2.0*PT)
ALFDB=ALFA*8.686
WRITE(3,3) XX,ALFDB
70 CONTINUE
3 FORMAT(F8.2,E18.5)
STOP
END

```

ATENUACAO MEDIDA EM DB/M
F/FCORTE ALFA

1.00	0.10342E-02	6.40	0.33653E-01
1.10	0.36146E-01	6.50	0.33899E-01
1.20	0.28056E-01	6.60	0.34143E-01
1.30	0.24983E-01	6.70	0.34386E-01
1.40	0.23461E-01	6.80	0.34628E-01
1.50	0.22637E-01	6.90	0.34868E-01
1.60	0.22192E-01	7.00	0.35107E-01
1.70	0.21972E-01	7.10	0.35344E-01
1.80	0.21897E-01	7.20	0.35580E-01
1.90	0.21922E-01	7.30	0.35814E-01
2.00	0.22015E-01	7.40	0.36047E-01
2.10	0.22159E-01	7.50	0.36279E-01
2.20	0.22340E-01	7.60	0.36509E-01
2.30	0.22548E-01	7.70	0.36739E-01
2.40	0.22777E-01	7.80	0.36966E-01
2.50	0.23022E-01	7.90	0.37193E-01
2.60	0.23279E-01	8.00	0.37418E-01
2.70	0.23545E-01	8.10	0.37643E-01
2.80	0.23819E-01	8.20	0.37866E-01
2.90	0.24097E-01	8.30	0.38087E-01
3.00	0.24380E-01	8.40	0.38308E-01
3.10	0.24665E-01	8.50	0.38527E-01
3.20	0.24952E-01	8.60	0.38745E-01
3.30	0.25241E-01	8.70	0.38963E-01
3.40	0.25530E-01	8.80	0.39179E-01
3.50	0.25820E-01	8.90	0.39393E-01
3.60	0.26109E-01	9.00	0.39607E-01
3.70	0.26398E-01	9.10	0.39820E-01
3.80	0.26686E-01	9.20	0.40032E-01
3.90	0.26973E-01	9.30	0.40242E-01
4.00	0.27259E-01	9.40	0.40452E-01
4.10	0.27544E-01	9.50	0.40661E-01
4.20	0.27828E-01	9.60	0.40868E-01
4.30	0.28110E-01	9.70	0.41075E-01
4.40	0.28390E-01	9.80	0.41281E-01
4.50	0.28669E-01	9.90	0.41485E-01
4.60	0.28947E-01	10.00	0.41689E-01
4.70	0.29222E-01	10.10	0.41892E-01
4.80	0.29496E-01	10.20	0.42094E-01
4.90	0.29769E-01	10.30	0.42295E-01
5.00	0.30040E-01	10.40	0.42495E-01
5.10	0.30308E-01	10.50	0.42694E-01
5.20	0.30576E-01	10.60	0.42892E-01
5.30	0.30841E-01	10.70	0.43090E-01
5.40	0.31105E-01	10.80	0.43286E-01
5.50	0.31367E-01	10.90	0.43482E-01
5.60	0.31628E-01	11.00	0.43677E-01
5.70	0.31887E-01	11.10	0.43871E-01
5.80	0.32144E-01	11.20	0.44064E-01
5.90	0.32399E-01	11.30	0.44256E-01
6.00	0.32653E-01	11.40	0.44448E-01
6.10	0.32905E-01	11.50	0.44639E-01
6.20	0.33156E-01	11.60	0.44829E-01
6.30	0.33405E-01	11.70	0.45018E-01
		11.80	0.45207E-01
		11.90	0.45395E-01
		12.00	0.45582E-01

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
Pró-Reitoria Para Assuntos do Interior
Coordenação Setorial de Pós-Graduação
Rua Aprígio Veloso, 882 - Tel (383) 321-7222-R 355
58 100 - Campina Grande - Paraíba

Bibliografia

- Angot, A. : "Compléments de Mathématiques", Masson & Cie, Éditeurs, Paris, 1965
- Atwater, H. A. : "Microwave Theory", McGraw-Hill Book Company, Inc, Tokyo, 1962
- Churchill, R. V. : "Complex Variables and Applications", McGraw-Hill Book Company, Inc, New York, 1960
- Churchill, R. V. : "Fourier Series and Boundary Values Problems" McGraw-Hill Book Company, Inc, New York, 1941
- Collin, R. E. : "Field Theory of Guided Waves", McGraw-Hill Book Company, Inc, New York, 1960
- Kreyszig, E. : "Advanced Engineering Mathematics", John Wiley and Sons, Inc, New York, 1967
- Meinke, H. H. - Lange, K. P. - Ruger, J. F. : "Waveguides of Very General Cross Section", IEEE, 1963
- Ortusi, J. : "Mathématiques Appliquées à l'Electronique" , Dunod, Paris, 1969
- Ramo, S. - Whinnery, J. R. - Van Duzer, T. : "Fields and Waves in Communications Electronics", John Wiley and Sons, Inc , Tokyo, 1965