C P G
COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO
Universidade Federal da Paraíba
ESCOLA POLITÉCNICA
Campina Grande - Paraíba - Brasil

CRESO SANTOS DA ROCHA

SOLUÇÃO EXATA PARA UM GUIA DE ONDA LUNAR SIMÉTRICO

ESCOLA POLITECNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA

GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA

= FORMULÁRIO DE ACEITAÇÃO DE TESE =

A tese seguinte é apresentada como exigência parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

TÍTULO DA TESE: "Solução Exata para um Guia de Onda Lunar Simétrico"

Apresentada por: CRESO SANTOS DA ROCHA

Data: /DEZEMBRO/1971

Comentário do Examinador:

A tese acima foi examinada e julgada, tendo sido

1. aceita com distinção;
✓2. aceita sem modificações;
3. aceita com pequenas modificações;
4. aceita com grandes modificações;
5. não aceita

EXAMINADOR:	Assinatura:	Data:
PAAVO A. VUORINEN	Paavo A. Vuorinen	8/8/72

R672s Rocha, Creso Santos da.
Solução exata para um guia de onda lunar simétrico / Creso Santos da Rocha. - Campina Grande, 1972.
79 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, 1972.
"Orientação : Prof. Dr. Paavo A. Vuorinen".
Referências.

1. Ondas Elétricas. 2. Guia de Ondas. 3. Guias Lunares. 4. Equações de Maxwell. 5. Engenharia Elétrica - Dissertação. I. Vuorinen, Paavo A. . II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.37(043)

S O L U Ç Ã O   E X A T A   P A R A   U M   G U I A
D E   O N D A   L U N A R   S I M É T R I C O

CRESO SANTOS DA ROCHA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

ORIENTADOR: PAAVO A.VUORINEN

CAMPINA GRANDE

ESTADO DA PARAÍBA-BRASIL

DEZEMBRO DE 1971

R E S U M O

O uso de guias de onda com secção transversal diferente dos de secções retangulares e cilíndricas não é muito difundido devido, principalmente, às dificuldades matemáticas de obtenção de soluções exatas. O trabalho se constitui na obtenção da solução exata, utilizando exclusivamente as equações de Maxwell, de um guia coaxial cujos cilindros internos e externos estão ligados ao longo de toda sua extensão por uma lâmina de material condutor. São determinados comprimento de onda de corte, faixa de passagem, capacidade de potência de transmissão, potência máxima de pico, potência de perda e coeficiente de atenuação.

O trabalho objetiva servir como elemento comparativo na aplicação de métodos não exatos para guias lunares simétricos e assimétricos.

Í N D I C E

- x - x -

ÍNDICE DAS FIGURAS

- x - x - x -

ÍNDICE DAS TABELAS

-x-x-x-

N O T A Ç Ã O

E - Intensidade de Campo Elétrico

ρ - Densidade de Carga

ϵ - Constante Dielétrica

B - Densidade de Fluxo Magnético

H - Intensidade de Campo Magnético

J - Densidade de Corrente Elétrica

ω - Frequência angular

ω_c - Frequência angular de corte

χ_E - Susceptibilidade Elétrica do meio

χ_M - Susceptibilidade Magnética do meio

σ - Condutividade

P - Polarização

M - Magnetização

D - Deslocamento Elétrico

μ - Permeabilidade Magnética

δ - Constante relativa a profundidade de penetração

$\bar{S}$ - Vetor de Poynting

f - Frequência

f_c - Frequência de Corte

λ — Comprimento de onda

λ_c — Comprimento de onda de corte

c — Velocidade da Luz, $c = 2,998 \times 10^8$ m/s

$J_n(x)$-Função de Bessel de 1a. espécie de ordem n

$Y_n(x)$-Função de Bessel de 2a. espécie de ordem n

$J_n'(x)$-1a. derivada de $J_n(x)$ em relação a x

$Y_n'(x)$-1a. derivada de $Y_n(s)$ em relação a x

P_o — Potência de Transmissão

P_L — Potência de Perda devido as parêdes do Guia

β_g — Constante de Propagação do Guia

α — Constante de Atenuação

R_s — Resistência devido ao efeito pelicular

—

--XX--XX--XX--

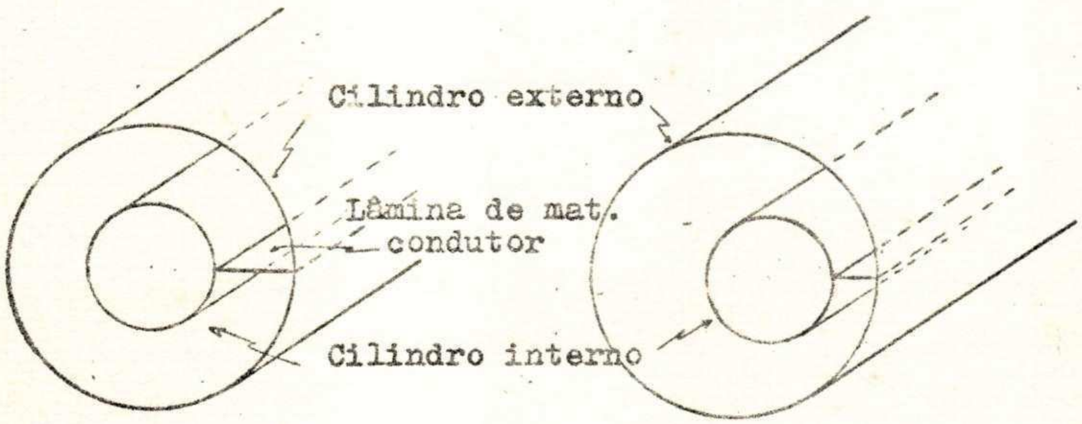
CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Os guias de onda mais comuns são aqueles cujas secções transversais são simples, como os guias cilíndricos e retangulares. O seu uso é mais difundido devido o fácil tratamento matemático bem como devido a sua fácil construção. No entanto não são esses guias os que têm melhores característi cas operacionais, outros com secção transversal mais complicada podem ter características de funcionamento bem melhores para determinados fins.

Existe a possibilidade de construção de guias cilíndricos coaxiais concêntricos ou excêntricos curto-circuitados ao longo de toda sua extensão por uma lâmina de material condutor de mesma natureza que dos cilindros cuja faixa de frequência é igual ou maior que a do guia de secção retangular conhecido. (Fig.1.1)

No presente trabalho desenvolveremos métodos exatos para determinação das características de um guia de onda lunar concêntrico utilizando as soluções das equações de Maxwell. Métodos computacionais para testar alguns resultados serão utilizados durante todo desenvolvimento do nosso estudo.



a)Guia Lunar Concêntrico b)Guia Lunar Excêntrico
Fig. 1.1. Guias Lunares

No capítulo II faremos um breve resumo dos conhecimentos básicos indispensáveis para a compreensão do texto. Iniciamos no capítulo III o estudo do guia lunar concêntrico para a família de modos TE_{om}, TE_{1m} e $TE_{1/2m}$. Não estudamos outros modos porque não nos interessava diretamente por não ter modos dominantes. A potência de transmissão e a potência de pico máxima foram estudadas no capítulo IV e finalmente no capítulo V fizemos um estudo da potência de perda e calculamos a constante de atenuação.

É bom salientar que o presente estudo visa apresen tar um método exato que servirá de comparação para outros resultados obtidos por métodos não exatos como, por exemplo, o método usando transformações conforme desenvolvido paralelamente por Alcyr J. Monticelli, que possibilitará tratar os guias lunares excêntricos uma vez que o método exato se torna bastante difícil.

Como já tínhamos resultados experimentais obtidos pelo orientador deste trabalho e por Meinke,H.H.& al.(ref . G-05), sem perda de generalidade adotamos em nossos cálculos numéricos os raios dos cilindros internos e externos como sendo respectivamente a = 0,01945 m e b = 0,0340 m.

- x - x -

CAPÍTULO II

REVISÃO DE CONCEITOS BÁSICOS

2.1. Equações de Maxwell

Na forma vetorial as equações de Maxwell são as seguintes:

$$\bar{\nabla}.\bar{E} = \rho/\epsilon \qquad (2.1)$$

$$\bar{\nabla}.\bar{B} = 0 \qquad (2.2)$$

$$\bar{\nabla}x\bar{E} = -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} \qquad (2.3)$$

$$\bar{\nabla}x\bar{H} = \bar{J} + \epsilon\frac{\partial\bar{E}}{\partial t} \qquad (2.4)$$

ou na forma fasorial

$$\bar{\nabla}.\bar{E} = \rho/\epsilon \qquad (2.5)$$

$$\bar{\nabla}.\bar{B} = 0 \qquad (2.6)$$

$$\bar{\nabla}x\bar{E} = -j\omega\bar{B} \qquad (2.7)$$

$$\bar{\nabla}x\bar{H} = \bar{J} + j\omega\epsilon\bar{E} \qquad (2.8)$$

onde

$\bar{E}$ = vetor intensidade de campo elétrico em volts/metro

$\bar{B}$ = vetor densidade de fluxo magnético em weber/m^2

$\bar{H}$ = vetor intensidade de campo magnético em amp/m

$\bar{J}$ = vetor densidade de corrente em amp/m^2

ϵ = constante dielétrica

ρ = densidade de carga em coulomb/m^3

Não nos vamos deter em detalhes de como obter essas equações por considerarmos conhecidas e fora do escopo do presente trabalho.

2.1.1. Vetores Adicionais de Campo

Muitas vezes para transformar ou simplificar expressões precisamos de outros vetores relacionados com o campo e o meio que descrevemos a seguir.

Vetores que relacionam campos elétricos

$$\bar{D} = \epsilon\bar{E} \tag{2.9}$$

$$\bar{D} = \epsilon_o \bar{E} + \bar{P} \tag{2.10}$$

$$\bar{P} = \epsilon_o \chi_E \bar{E} \tag{2.11}$$

$$\bar{D} = \epsilon_r \epsilon_o \bar{E} \tag{2.12}$$

$$\bar{J} = \sigma\bar{E} \tag{2.13}$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_o} = 1 + \chi_E \tag{2.14}$$

onde

$\bar{P}$ = vetor polarização

ϵ_o = constante dielétrica do espaço livre

χ_E = susceptibilidade elétrica do meio

σ = condutividade

Vetores que relacionam campos magnéticos

$$\bar{B} = \mu\bar{H} \tag{2.15}$$

$$\bar{B} = \mu_o(\bar{H} + \bar{M}) \tag{2.16}$$

$$\bar{M} = \chi_M\bar{H} \tag{2.17}$$

$$\bar{B} = \mu_r\mu_o\bar{H} \tag{2.18}$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = 1 + \chi_M \tag{2.19}$$

onde

$\bar{M}$ = vetor magnetização

μ = permeabilidade magnética

μ_o = permeabilidade magnética do espaço livre

χ_M = susceptibilidade magnética do meio

Lembre-se que μ e ϵ são constantes para muitos materiais exceto nas seguintes condições:

a) Meios anisotrópicos

b) Coordenadas de parâmetros dependentes

c) Meios não-lineares

d) Parâmetros de material complexo

2.2. Resumo sobre Condições de Contorno entre dois Meios

Como já frisamos anteriormente, consideramos conhecidas as equações de Maxwell bem como a sua obtenção. Agora consideramos também conhecido o mecanismo que leva às condições de contorno.

Observemos as figuras 2.1 e 2.2 abaixo e lembremos as tabelas que seguem.

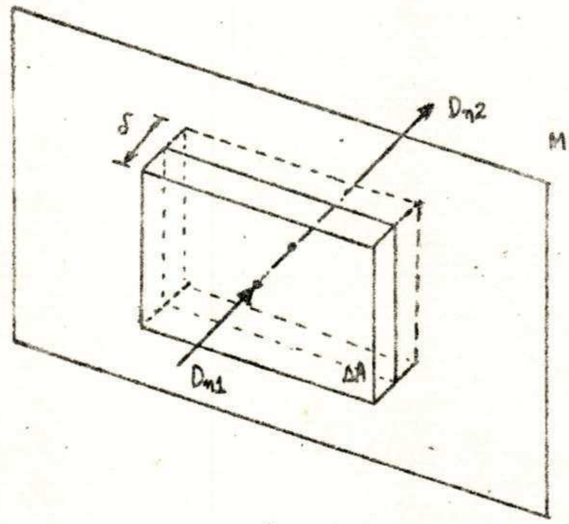


Fig. 2.1. Elemento de volume para o cálculo de fluxo normal numa "interface" entre dois meios.

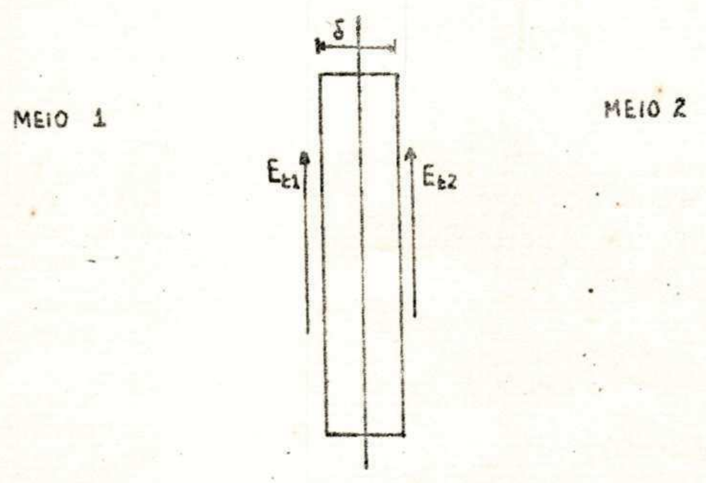


Fig. 2.2. Caminho de integração para componentes tangenciais do campo numa "interface" entre dois meios.

TABELA 2.1. Condições gerais de contorno **nos cam-pos** de uma "interface" entre dois meios.

Componentes Normais	Componentes Tangenciais
$D_{n1} = D_{n2} - \sigma$	$\epsilon_2 D_{t1} = \epsilon_1 D_{t2}$
$\epsilon_1 E_{n1} = \epsilon E_{n2} - \sigma$	$E_{t1} = E_{t2}$
$B_{n1} = B_{n2}$	$\frac{1}{\mu_1} B_{t1} = J_v \delta + \frac{1}{\mu_2} B_{t2}$
$\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}$	$H_{t1} = J_v \delta + H_{t2}$

onde

$J_v \delta$ = componente normal de corrente de superfície para H tangencial.

δ = constante relacionada com a profundidade de penetração.

TABELA 2.2. Condições de contorno em campos variando com o tempo em uma superfície de um condutor ideal no vácuo.

Componentes Normais	Componentes Tangenciais
$D_n = \sigma$	$D_t = 0$
$\epsilon_o E_n = \sigma$	$E_t = 0$
$B_n = 0$	$B_t = \mu_o J_v \delta$
$H_n = 0$	$H_t = J_v \delta$

Entende-se por condutor ideal aquêle que não permite a existência nem de campo elétrico nem de campo magnético variando no tempo. A tabela 2.2 vale para um condutor ideal no vácuo.

2.3. Vetor de Poynting

O vetor de Poynting, em qualquer ponto, nos dá o fluxo de potência por unidade de área naquele ponto. É definido como

$$\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H} \tag{2.20}$$

ou, no caso de $\bar{E}$ e $\bar{H}$ serem complexos

$$S = \frac{1}{2}\bar{E} \times \bar{H}^{*} \tag{2.21}$$

A integral do vetor de Poynting sobre qualquer superfície fechada representa a variação de energia através da referida superfície. Êsse conceito é muito importante, como veremos no cap. IV, para calcular a potência média de transmissão.

2.4. Equações de Onda em Coordenadas Cilíndricas

Como estamos interessados sòmente no estudo dos guias de onda de forma cilíndrica, apresentaremos a seguir, para o modo TE em coordenadas cilíndricas, as soluções das equações de Maxwell.

TABELA 2.3. Equações do campo para o modo TE em coordenadas cilíndricas.

$$E_r = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2}.\frac{1}{r}.\frac{\partial H_z}{\partial \theta} \qquad (2.22)$$

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}.\frac{\partial H_z}{\partial r} \qquad (2.23)$$

$$H_r = \frac{k_z}{j\omega\mu}.E_\theta \qquad (2.24)$$

$$H_\theta = -\frac{k_z}{j\omega\mu}.E_r \qquad (2.25)$$

onde $k_z = \pm j\beta_z$

Sabemos que H_z é da forma

$$H_z = \left[AJ_n(k_c r)+BY_n(k_c r)\right](C\text{sen } n\theta + D\cos n\theta).e^{\pm j\beta_z z} \qquad (2.26)$$

como $Y_n(k_c r)$ é infinito em $r = 0$, portanto é uma solução impossível fisicamente. Assim façamos $B = 0$ na equação 2.26. Observe que

$$C\text{sen } n\theta + D\cos n\theta = \sqrt{C^2 + D^2}\cos(n\theta + \Phi)$$

onde $\Phi = \text{arctg}(C/D)$

Sem perda de generalidade podemos fazer $\Phi = 0$. Com $H = A.C$ temos a equação 2.26 numa forma mais reduzida.

$$H_z = HJ_n(k_c r).\cos n\theta.e^{\pm j\beta_z z} \qquad (2.27)$$

k_c deve ser determinado a partir das condições de contorno.

2.4.1. Condições de Contorno

A componente de E_θ do campo elétrico é tangencial na superfície interna do guia, portanto, em $r = a$, $E_\theta = 0$. Ob servando a equação 2.26 vemos que $E_\theta = 0$ equivale a fazer

$$\left.\frac{\partial H_z}{\partial r}\right|_{r=a} = 0 \tag{2.28}$$

Então derivando 2.27 em relação a r e fazendo $r = a$, obtemos

$$J_n'(k_c a) = 0 \tag{2.29}$$

Essa equação tem infinitas raízes e portanto a solução geral é uma série de número infinito de termos.

Felizmente, na prática, os guias de onda trabalham com uma solução particular que caracteriza os modos do guia. Esses modos são escolhidos de acordo com a frequência desejada ou de acordo com o modo dominante. Entende-se por modo dominante aquele cuja solução da equação 2.29 dá o maior comprimento de onda.

O modo será designado TE_{nm} quando considerarmos a m-ésima raiz de 2.29 e a ordem n da função de Bessel com E_z nulo. n é o número de períodos da onda.

Como é evidente não haverá modo TE_{n0}, porque consideramos $r = 0$ como raiz de ordem zero e esta solução, como já vimos, não é possível fisicamente.(ver apêndice B)

Para o modo TM $(H_z = 0)$, o procedimento é análogo e obtemos

$$J_n(k_c a) = 0 \tag{2.30}$$

e temos modos de maneira idêntica a anterior para os modos TE.

2.4.2. <u>Comprimento de Onda de Corte e Frequência de Corte</u>

Relacionados com a frequência de corte e a m-ésima raiz da equação 2.29 (modo TE) temos as seguintes relações úteis:

$$f_c = \frac{h'_{nm}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \tag{2.31}$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{h'_{nm}} \tag{2.32}$$

$$\omega_c = \frac{h'_{nm}}{\sqrt{\mu\epsilon}} \tag{2.33}$$

onde h'_{nm} é a m-ésima raiz de 2.29 designado por

$$h'_{nm} = \frac{(k_c a)_{nm}}{a} \tag{2.34}$$

De modo análogo para o modo TM:

$$f_c = \frac{h_{nm}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \tag{2.35}$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{h_{nm}} \tag{2.36}$$

$$\omega_c = \frac{h_{nm}}{\sqrt{\mu\epsilon}} \tag{2.37}$$

onde h_{nm} é a m-ésima raiz de 2.30 designado por

$$h_{nm} = \frac{(k_c a)_{nm}}{a} \tag{2.38}$$

Fig. 2.1. Guia cilíndrico de raio r = a

2.5. Guias Coaxiais

Uma solução completa da equação de onda em coordenadas cilíndricas, para o modo TE, foi encontrada como sendo da forma (ver 2.26 e 2.27)

$$H_z = C\left[AJ_n(k_c r) + BY_n(k_c r)\right]\cos n\theta . e^{\pm j\beta_g z} \qquad (2.39)$$

O termo $Y_n(k_c r)$ não pode ser despresado como no caso de guias cilíndricos porque a origem das coordenadas está excluída do domínio onde o campo existe, fig. 2.2.

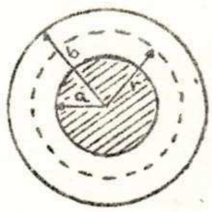


Fig. 2. . Secção transversal de um guia coaxial

2.5.1. Condições de Contorno para o Modo TE

Sabemos que em $r = a$ e $r = b$, $E = 0$, implica em fazer respectivamente

$$\left.\frac{\partial H_z}{\partial r}\right|_{r=a} = 0, \qquad \left.\frac{\partial H_z}{\partial r}\right|_{r=b} = 0 \qquad (2.40)$$

Em 2.39, fazendo $C.A = H_1$ e $C.B = H_2$, temos

$$H_z = \left[H_1 J_n(k_c r) + H_2 Y_n(k_c r)\right]\cos n\theta . e^{\pm j\beta_g z} \qquad (2.41)$$

Então em $r = a$ e $r = b$ a derivada da equação 2.41 nos fornece o seguinte sistema de equações homogêneas:

$$0 = H_1 J_n'(k_c a) + H_2 Y_n'(k_c a) \qquad (2.42)$$

$$0 = H_1 J_n'(k_c b) + H_2 Y_n'(k_c b) \qquad (2.43)$$

onde

$$J_n'(k_c a) = \left.\frac{\partial J_n(k_c r)}{\partial r}\right|_{r=a}$$

$$Y_n'(k_c a) = \left.\frac{\partial J_n(k_c r)}{\partial r}\right|_{r=a}$$

De 2.42 e 2.43 obtemos respectivamente

$$H_1 J_n'(k_c a) = -H_2 Y_n'(k_c a) \qquad (2.44)$$

$$H_1 J_n'(k_c b) = -H_2 Y_n'(k_c b) \qquad (2.45)$$

ou resolvendo o determinante do sistema formado por 2.42 e 2.43 obtemos

$$\boxed{J_n'(k_c a) Y_n'(k_c b) - J_n'(k_c b) Y_n'(k_c a) = 0} \qquad (2.46)$$

onde n corresponde à variação angular.

Como no caso da equação 2.30 ou 2.31 a equação 2.46 tem infinitas raízes. Cada raíz dará uma solução particular que define o modo de trabalho.

2.5.2. Comprimento de Onda de Corte e Frequência de Corte

De modo análogo à secção 2.4.2, relacionamos abaixo importantes expressões que envolvem as raízes de 2.46 com a frequência de corte, i.e.,

$$f_c = \frac{h'_{nm}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \qquad (2.47)$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{h'_{nm}} \qquad (2.48)$$

$$\omega_c = \frac{h'_{nm}}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \tag{2.49}$$

onde h'_{nm} é a m-ésima raíz de 2.46.

2.6. Condições de Contorno para o Modo TM

De modo análogo à secção 2.5.1 obtemos para o modo TM

$$\boxed{J_n(k_c a)Y_n(k_c b) - J_n(k_c b)Y_n(k_c a) = 0} \tag{2.50}$$

A frequência de corte e comprimento de onda de corte são definidos da mesma forma que na secção precedente.

– x – x –

CAPÍTULO III

ESTUDO SOBRE O GUIA LUNAR CONCÊNTRICO

3.1. Introdução

Podemos observar que o guia lunar concêntrico é semelhante ao guia coaxial, diferindo apenas na lâmina de material condutor que une o cilindro interno ao externo,fig.3.1. As equações obtidas no capítulo II para guias coaxiais são as mesmas para o guia em estudo, excetuando n que agora pode ser inteiro ou fracionário, como veremos mais adiante.Faremos, nas secções seguintes, a análise de diversas famílias de modos TE para estudar quais as vantagens e desvantagens sobre o guia coaxial comum.

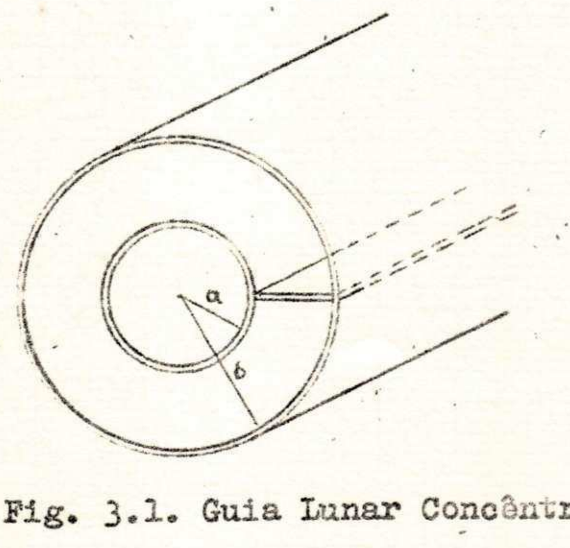


Fig. 3.1. Guia Lunar Concêntrico

3.2. Famílias de modo TE_{om}

Observe que a lâmina longitudinal (fig.3.01) colocada ao longo do guia não modifica as condições de contorno para E , apenas introduz uma condição de contorno para $E_r=0$. Portanto a equação 2.46 também é válida para o guia lunar concêntrico. Como $J_0'(x) = -J_1(x)$ e $Y_0'(x) = -Y_1(x)$, a equação 2.46, fazendo $n = 0$, pode ser escrita na forma

$$J_1(k_c a)Y_1(k_c b) - J_1(k_c b)Y_1(k_c a) = 0 \qquad (3.01)$$

A equação 3.01 foi resolvida em computador digital (veja apêndice D) cujos resultados transcrevemos na tabela a baixo.

TABELA 3.1. Comprimentos de onda de corte para os modos TE_{om}, com m=1, 2, 3, 4, na equação 3.01.

MODO TE_{om}		
m	Raízes da equação (h'_{om})	Comp.de onda de corte (λ_c)
1	218,4069	0,02877 m
2	433,1274	0,01451 m
3	648,6206	0,00967 m
4	864,3212	0,00727 m

A equação 3.01 tem uma curva gráfica representada na figura 3.2. Pode-se observar que o modo dominante dessa família de modos será o modo TE_{01} (veja a eq. 2.48).

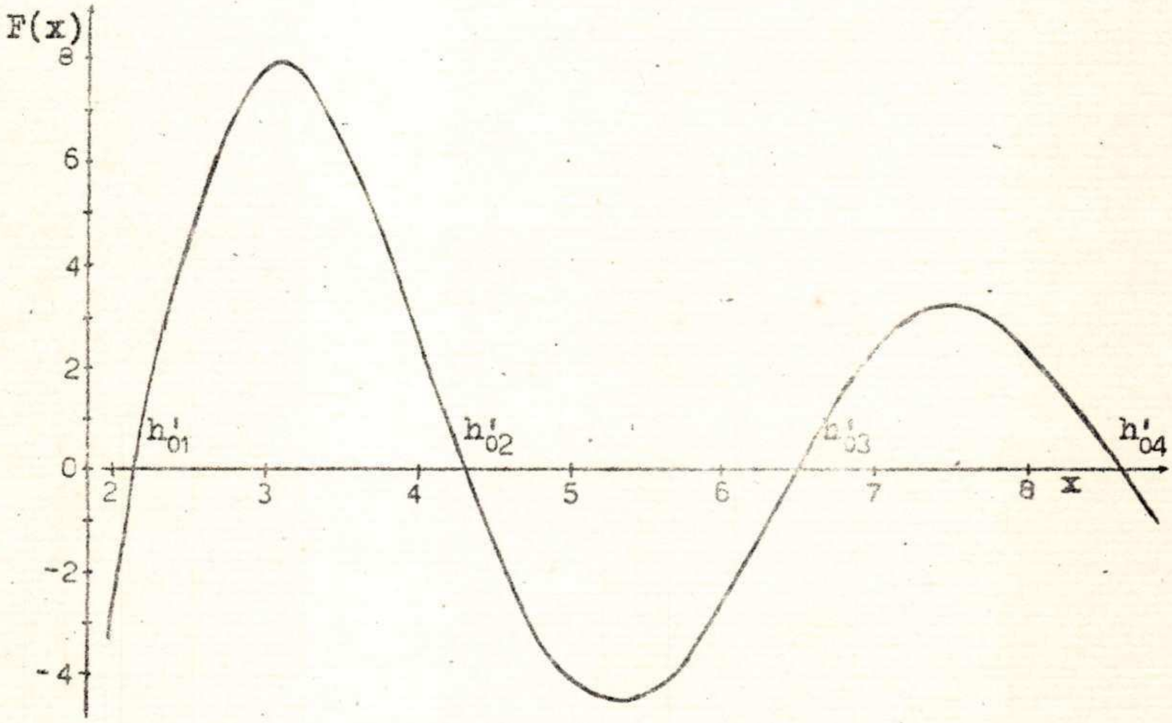


Fig. 3.2. Gráfico de $F(x)=J_1(ax)Y_1(bx)-J_1(bx)Y_1(ax)$, com a = 0,01945 m e b = 0,0340 m.

É fácil ver que a configuração das linhas de campo elétrico e magnético no guia lunar concêntrico, neste caso, é idêntica àquela para o guia coaxial, fig. 3.3. Observe que obedece à condição de contorno de que $E_r = 0$ nas paredes da lâmina condutora. Isso implica em $\partial H_z/\partial\theta = 0$, i.e.,

$$E_r(\theta) = k \text{ sen } n\theta$$

onde $\theta = 0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ \ldots$

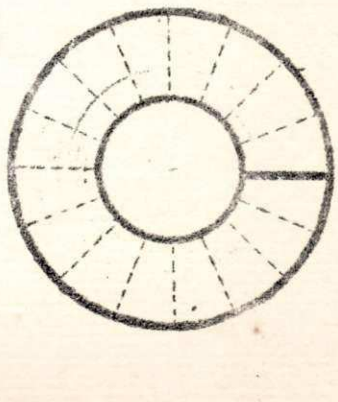


Fig.3.3. Linhas de campo elétrico e magnético, modo TE_{0m}, dos guias lunares concêntricos.

3.3. Famílias de modo TE_{1m}

De modo análogo para o modo TE_{0m} temos fazendo n=1 na equação 2.46 obtemos

$$J_1'(k_c a)Y_1'(k_c b) - J_1'(k_c b)Y_1'(k_c a) = 0 \qquad (3.02)$$

Através do computador digital resolvemos a equação acima e obtemos o seguintes resultados que tabelamos abaixo. (veja apêndice D)

TABELA 3.2. Comprimentos de onda de corte para os modos TE_{1m}, com m=1, 2, 3, 4, na equação 3.02.

MODO TE		
m	Raízes da equação (h_{1m}')	Comp.de onda de corte(λ_c)
1	37,8399	0,16605 m
2	222,0988	0,02829 m
3	434,9077	0,01445 m
4	649,7978	0,00967 m

A seguir apresentamos um gráfico da equação 3.02 obtido por meio de computador digital. Podemos observar que a curva da fig.3.2 é semelhante a da fig. 3.4 e são também semelhantes às curvas das funções de Bessel de 2a. espécie. Sendo assim o modo dominante estará mais uma vez na primeira raiz da equação 3.02.

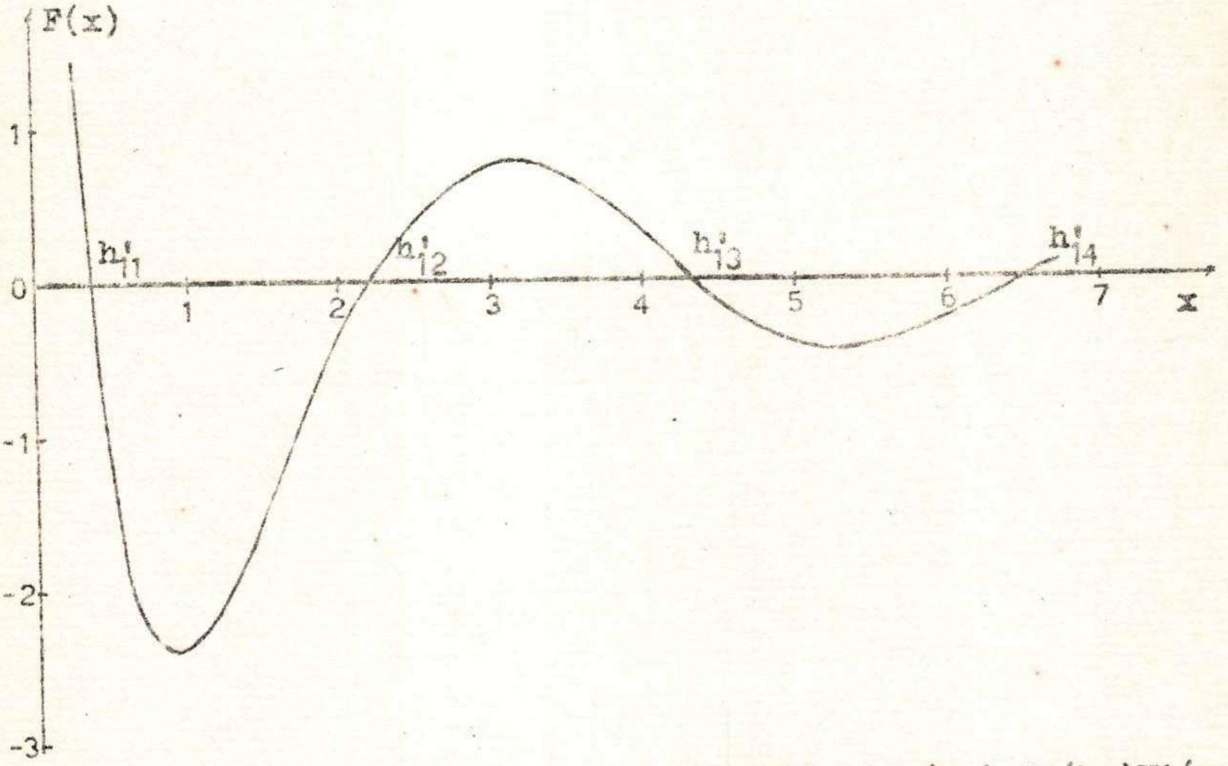


Fig. 3.4. Gráfico de $F(x)=J_1'(ax)Y_1'(bx)-J_1'(bx)Y_1'(ax)$ com a = 0,01945 m e b= 0,0340 m.

De novo para esse modo a configuração das linhas de campo elétrico e magnético é idêntica à do guia coaxial. Fig. 3.5 abaixo.

a) Modo TE_{11} b) Modo TE_{12}

Fig. 3.5. Linhas de campo elétrico e magnético, modo TE_{11} e TE_{12}.

3.4. Famílias de modo $TE_{1/2\,m}$

Até agora os resultados obtidos para o guia lunar concêntrico foram os mesmos obtidos para guias coaxiais. No entanto, devido à colocação da lâmina de material condutor que une o condutor central ao condutor externo, o campo E_r deve obedecer a condição de contorno de que E_r deve ser nulo sobre e sob a lâmina. Isso só é possível para n inteiro, para n = 1/2 e seus múltiplos. (consideramos a lâmina colocada sobre o semi-eixo positivo dos x). Como veremos mais adiante, eq. 3.9, E em relação a θ será

$$E_r(\theta) = K \text{ sen } n\theta$$

onde, na lâmina, $\theta = 0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ \ldots,\ 2k\pi$

É evidente que $E\ (\theta)$ só poderá ser nulo se

$n = 0,\ 1/2,\ 1,\ 3/2,\ 2,\ \ldots$

Portanto

$$E_r(\theta) = K\text{sen } n\pi$$

É fácil verificar que para qualquer outro valor de n que não seja os acima não há possibilidade de outros modos. Fazendo n= 1/2 na equação 2.46 obtemos

$$J'_{1/2}(k_c a)Y'_{1/2}(k_c b) - J'_{1/2}(k_c b)Y'_{1/2}(k_c a) = 0 \qquad (3.03)$$

Resolvendo a equação acima por meio de computador obtemos os seguintes resultados que vão tabelados a seguir.

TABELA 3.3. Comprimentos de onda de corte para os modos $TE_{1/2m}$, com m= 1, 2, 3, 4, na equação (3.03).

MODO $TE_{1/2m}$		
m	Raízes da equação ($h'_{1/2}$)	Comp.de onda de corte(λ_c)
1	18,9420	0,33170 m
2	219,3349	0,02865 m
3	433,5732	0,01449 m
4	648,9150	0,00968 m

Na figura 3.6 a seguir vemos mais uma vez que a curva é de mesmo tipo das anteriores obtidas nas figuras 3.2, 3.4, assim o modo dominante estará na primeira raiz.

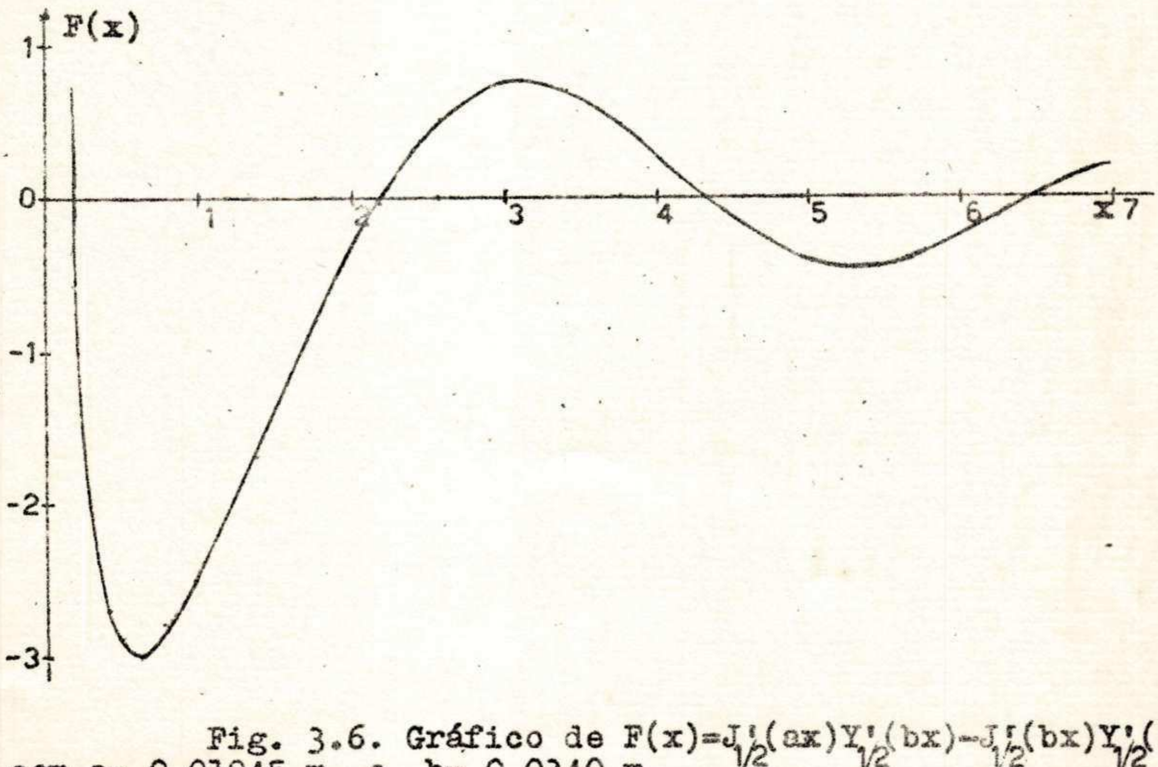


Fig. 3.6. Gráfico de $F(x)=J'_{1/2}(ax)Y'_{1/2}(bx)-J'_{1/2}(bx)Y'_{1/2}(ax)$ com a= 0,01945 m e b= 0,0340 m.

A configuração de campo é semelhante a do modo TE , porem E tem fase oposta na parte superior e inferior da lâmina.

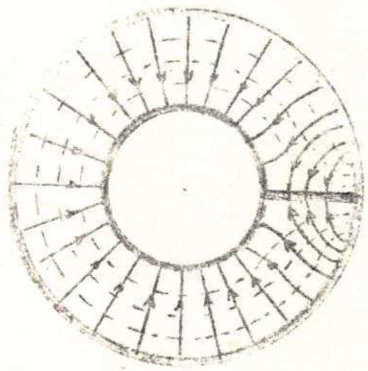


Fig. 3.7. Linhas de campo elétrico e magnético para o modo $TE_{1/2,1}$

3.5. Sumário dos modos TE_{0m}, TE_{1m}, $TE_{1/2m}$

Das tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 obtemos a tabela abaixo a fim de melhor analisar o assunto.

TABELA 3.4. Resultados obtidos para os modos TE_{0m}, TE_{1m}, e $TE_{1/2m}$ relacionados com o comprimento de onda de corte.

m	TE_{0m}(λ_c em m)	TE_{1m}(λ_c em m)	$TE_{1/2m}$(λ_c em m)
1	0,0288	0,3317	0,1660
2	0,0145	0,0286	0,0283
3	0,0097	0,0145	0,0144
4	0,0072	0,0094	0,0097

Da análise dos resultados acima conclímos que

a) O modo dominante é o modo $TE_{1/2,1}$

b) A faixa de passagem está entre 0,90381 GHz e 1,8071GHz,

c) Os modos a partir de $n = 1/2$ e $m \geq 2$ são praticamente iguais.

Observe que a frequência de corte calculada aqui foi baseada na relação abaixo

$$f_c = \frac{c}{\lambda_c}$$

onde c é a velocidade da luz, $c = 2.998 \times 10^8$ m/s

3.6. Expressões dos campos do Modo TE_{nm}

Reproduzimos aqui a equação 2.41

$$H_z = \left[H_1 J_n(k_c r) + H_2 Y_n(k_c r)\right] \cos n\theta . e^{\pm j\beta_g z} \qquad (3.04)$$

onde k_c e H_2 serão obtidos a partir do conhecimento das condições de contorno e da potência de transmissão, respectivamente. Já vimos como calcular k_c a partir da eq. 2.46.

De 2.44 e 2.45 obtemos respectivamente

$$H_1 = - H_2 \frac{Y_n'(k_c a)}{J_n'(k_c a)} \qquad (3.05)$$

$$H_1 = - H_2 \frac{Y_n'(k_c b)}{J_n'(k_c b)} \qquad (3.06)$$

Observe que as expressões 3.05 e 3.06 são equivalentes em $k_c = h'_{nm}$ (h'_{nm} é m-ésima raiz de 2.46)

Derivando a equação 3.04 em relação a r obtemos

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} = k_c \left[H_1 J_n'(k_c r) + H_2 Y_n'(k_c r)\right] \cos n\theta . e^{\pm j\beta_g z} \qquad (3.07)$$

Derivando agora 3.04 em relação a θ obtemos

$$\frac{\partial H_z}{\partial\theta} = -n\left[H_1 J_n(k_c r)+H_2 Y_n(k_c r)\right]\text{sen } n\theta . e^{\pm j\beta_3 z} \quad (3.08)$$

Substituindo convenientemente 3.05 (ou 3.06) em 3.07 e 3.08 e em seguida substituindo na tabela 2.3 obtemos a seguinte tabela de equações dos campos no modo TE_{nm}.

TABELA 3.5. Expressões dos campos do modo TE_{nm}

$$E_r = \frac{j\omega\mu n H_2}{(h'_{nm})^2}.\frac{1}{r}\left[Y_n(h'_{nm}r)-\frac{Y'_n(h'_{nm}a)}{J'_n(h'_{nm}a)}.J_n(h'_{nm}r)\right]\text{sen } n\theta . e^{\pm j\beta_3 z} \quad (3.09)$$

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu H_2}{(h'_{nm})}\left[Y'_n(h'_{nm}r) - \frac{Y'_n(h'_{nm}a)}{J'_n(h'_{nm}a)}.J'_n(h'_{nm}r)\right]\cos n\theta . e^{\pm j\beta_3 z} \quad (3.10)$$

$$H_r = \frac{k_z}{j\omega\mu}.E_\theta \quad (3.11)$$

$$H_\theta = -\frac{k_z}{j\omega\mu}.E_r \quad (3.12)$$

onde $k_z = \pm j\beta_3$

3.7. Expressões de campo para o modo $TE_{\frac{1}{2},1}$

Como o modo $TE_{\frac{1}{2},1}$ é o modo dominante o nosso estudo será concentrado somente nele. Portanto de agora em diante só estudaremos o caso particular para n= 1/2 e m=1. Para simplificar a notação faremos $h'_{\frac{1}{2},1} = p$ e consideraremos a onda incidente na direção z. O termo $e^{\pm j\beta_3 z}$ é responsável pela propagação. Consideraremos que essa propagação existe e omitiremos nas expressões de campo, ficando subentendido a sua existência.

Assim obtemos a seguinte tabela para expressões do modo dominante.

TABELA 3.6. Expressões para o modo $TE_{1/2,1}$

$$E_r = \frac{j\omega\mu H_z}{2p^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot F(r)\cdot \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} \qquad (3.13)$$

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu H_z}{p}\cdot G(r)\cdot\cos\frac{\theta}{2} \qquad (3.14)$$

$$H_r = -\frac{\beta_g}{\omega\mu}\cdot E_\theta \qquad (3.15)$$

$$H_\theta = \frac{\beta}{\omega\mu}\cdot E_r \qquad (3.16)$$

$$H_z = H_z\cdot F(r)\cdot\cos\frac{\theta}{2} \qquad (3.17)$$

onde

$$F(r) = Y_{1/2}(pr) - \frac{Y'_{1/2}(pa)}{J'_{1/2}(pa)}\cdot J_{1/2}(pr) \qquad (3.18)$$

$$G(r) = Y'_{1/2}(pr) - \frac{Y'_{1/2}(pa)}{J'_{1/2}(pa)}\cdot J'_{1/2}(pr) \qquad (3.19)$$

$$\beta_g = \sqrt{\omega^2\mu_o\varepsilon - p^2} \qquad (3.20)$$

3.8. Variação do Campo dentro do Guia

Estamos interessados em saber como varia o campo dentro do guia com relação a r. Assim podemos escrever, fixando a frequência e o ângulo θ.

$$E_r(r) = F(r)/r \qquad (3.21)$$

$$E_\theta(r) = G(r) \qquad (3.22)$$

$$H_z(r) = F(r) \qquad (3.23)$$

$$H_r(r) = G(r) \tag{3.24}$$

$$H_\theta(r) = F(r)/r \tag{3.25}$$

onde F(r) e G(r) são dados respectivamente por 3.18 e 3.19.

Com o uso de computador digital (veja programas no apêndice E) obtivemos as tabelas que seguem onde fizemos r variar dentro do guia entre os valores de a e b.

TABELA 3.7. Tabela de valores para E_r e H_θ normalizados em r = a.

r(em metros)	$E_{ro}(r)$	r(em metros)	$E_{ro}(r)$
0,01945	1,0000	0,02672	0,7307
0,02018	0,9640	0,02745	0,7117
0,02090	0,9306	0,02818	0,6937
0,02163	0,8996	0,02891	0,6765
0,02236	0,8707	0,02963	0,6602
0,02309	0,8436	0,03036	0,6446
0,02381	0,8183	0,03109	0,6297
0,02454	0,7944	0,03182	0,6155
0,02527	0,7720	0,03254	0,6018
0,02600	0,7509	0,03327	0,5887
0,02672	0,7307	0,03400	0,5761

Observe que fizemos

$$E_{ro}(r) = \frac{E_r(r)}{E_r(a)} = \frac{H_\theta(r)}{H_\theta(a)}$$

Com os resultados da tabela 3.7 obtivemos o seguinte gráfico.

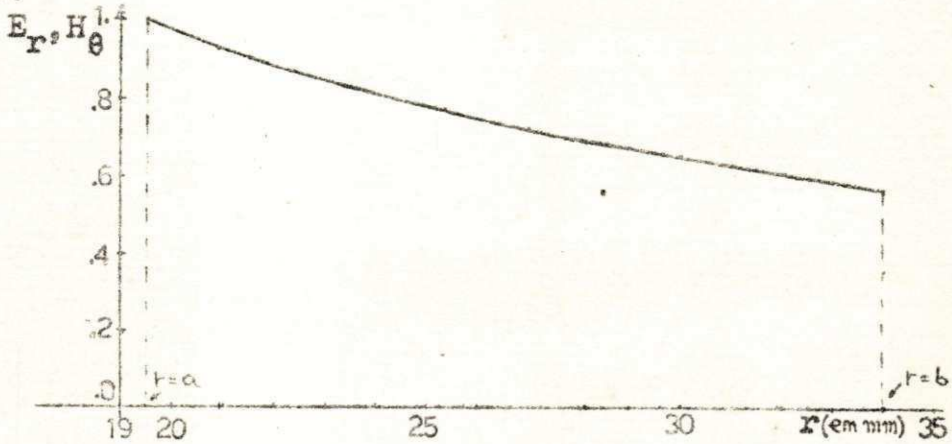


Fig. 3.8. Gráfico de $E_{r0}(r)$ contra r.(E_r e H_θ)

TABELA 3.8. Tabela de valores para E_θ e H_r normalizados em r = 0,025 m

r(em metros)	$E_{\theta 0}(r)$	r(em metros)	$E_{\theta 0}(r)$
0,01945	0,0008	0,02672	0,9696
0,02018	0,2689	0,02745	0,9263
0,02090	0,4851	0,02818	0,8677
0,02163	0,6561	0,02891	0,7952
0,02236	0,7874	0,02963	0,7103
0,02309	0,8839	0,03036	0,6143
0,02381	0,9497	0,03109	0,5081
0,02454	0,9883	0,03182	0,3928
0,02527	1,0027	0,03254	0,2693
0,02600	0,9958	0,03327	0,1383
0,02672	0,9696	0,03400	0,0005

Observe que fizemos

$$E_{\theta 0} = \frac{E_\theta(r)}{E_\theta(0,025)} = \frac{H_r(r)}{H_r(0,025)}$$

Com os resultados obtidos na tabela 3.8 construímos a seguinte curva gráfica.

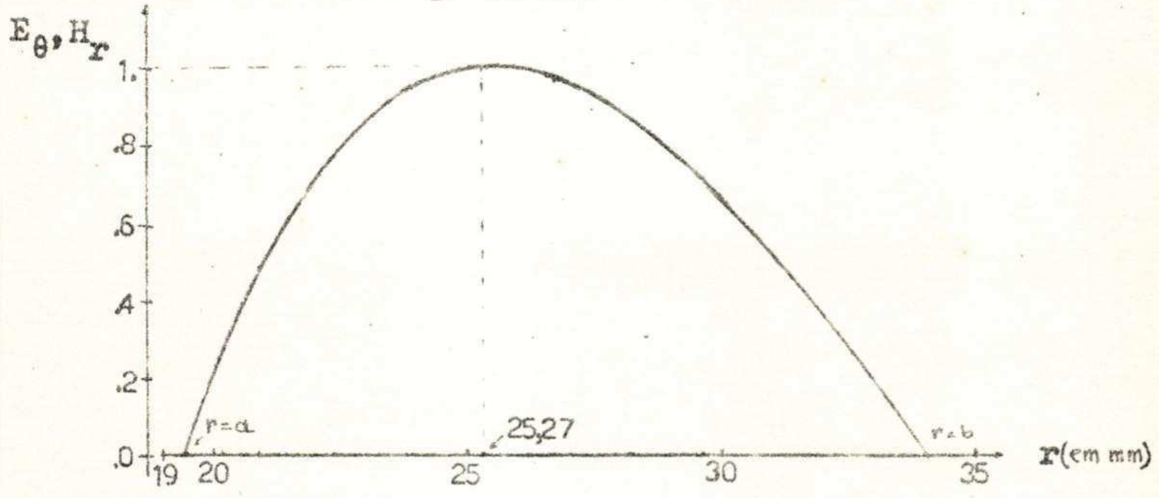


Fig. 3.9. Gráfico de $E_{\theta 0}$ contra r. (E_θ e H_r)

TABELA 3.9. Valores de H_z normalizado em r=a, variando com r.

r(em metro)	H (r)	r(em metro)	H (r)
0,01945	1,0000	0,02672	1,0041
0,02018	1,0000	0,02745	1,0046
0,02090	1,0003	0,02818	1,0050
0,02163	1,0006	0,02891	1,0055
0,02236	1,0010	0,029[illegible]	1,0060
0,02309	1,0014	0,03036	1,0063
0,02381	1,0019	0,03109	1,0066
0,02454	1,0024	0,03182	1,0068
0,02527	1,0027	0,03254	1,0070
0,02600	1,0035	0,03327	1,0071
0,02672	1,0041	0,03400	1,0071

Observe que fizemos

$$H_{zo} = \frac{H_z(r)}{H_z(a)}$$

Com os valores da tabela 3.9. traçamos o seguinte gráfico.

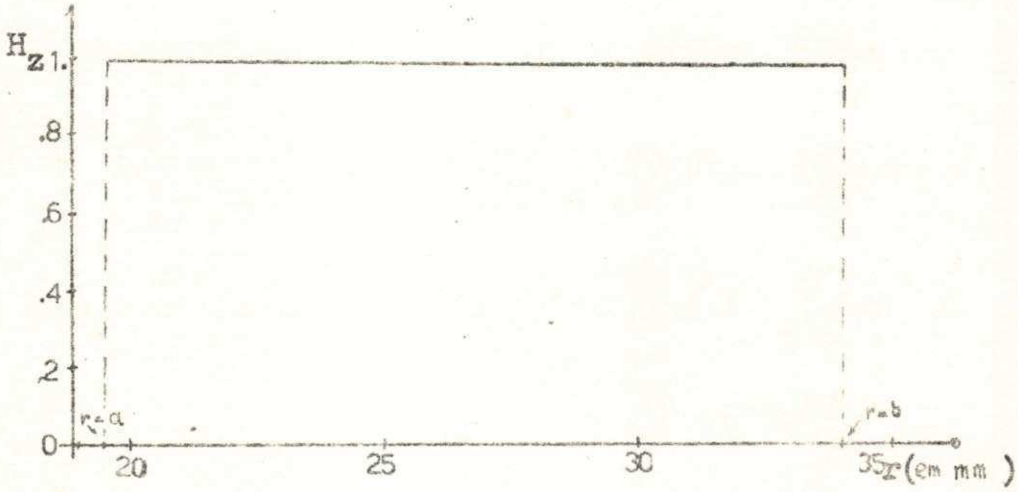


Fig. 3.10. Gráfico de H_{z0} contra r. (H_z)

Analisando os resultados precedentes concluimos que

1) A componente longitudinal de H_z é praticamente constante com a variação de r.

2) E_r e H_θ atenuam cerca de 43% de r=a até r=b.

3) E_r e H_θ apresentam valores máximos em r=a e mínimos em r = b.

4) E_θ e H_r tem valores mínimos em r = a e r=b, i.e., estão de acordo com as condições de contorno. Têm valores máximos em aproximadamente r = 0,02527 m.

— x — x —

CAPÍTULO IV

POTÊNCIA DE TRANSMISSÃO

4.1. Potência Média de Transmissão

Em coordenadas cilíndricas o fluxo de energia através da superfície transversal do guia é dado por

$$S = \frac{1}{2}(E_{\theta} . H_r^* - E_r . H_{\theta}^*) \qquad (4.1)$$

Nesse caso a capacidade de potência média do guia será

$$P_o = \int_a^b \int_0^{2\pi} S.da \qquad (4.2)$$

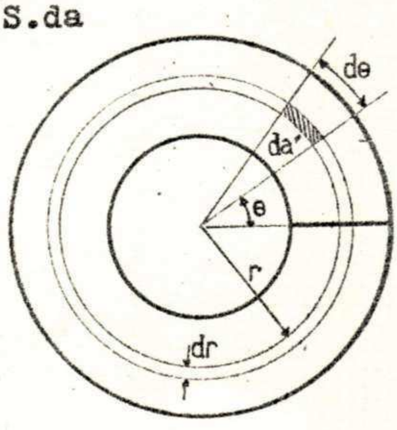


Fig. 4.1. Elemento de área numa secção transversal de um guia lunar concêntrico.

É fácil verificar (fig. 4.1) que

$$da = r.dr.d\theta \qquad (4.3)$$

Substituindo as eqs. 4.3 e 4.1 em 4.2 obtemos

$$P_0 = \frac{1}{2}\int_a^b\int_0^{2\pi}(E_\theta.H_r^* - E_r.H_\theta^*)r.dr.d\theta \qquad (4.4)$$

As expressões entre os parênteses de 4.4 são dadas respectivamente por (sec. 3.7)

$$E_r.H_\theta^* = -\frac{\omega\mu H_2^2\beta_g}{4p^4}.\frac{F^2(r)}{r^2}.\operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2} \qquad (4.5)$$

$$E_\theta.H_r^* = \frac{\omega\mu H_2^2\beta_g}{p^2}.G^2(r).\cos^2\frac{\theta}{2} \qquad (4.6)$$

como

$$\int_0^{2\pi}\operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}\,d\theta = \int_0^{2\pi}\cos^2\frac{\theta}{2}\,d\theta = \pi$$

temos

$$\boxed{P = A\int_a^b\frac{F^2(r)}{r}\,dr + B\int_a^b r.G^2(r).dr} \qquad (4.7)$$

onde

$$A = \frac{1}{2}\,\frac{\beta_g\,\omega\mu\pi H_2^2}{4p^4} = \frac{\beta_g f\mu\pi\,H_2^2}{4p^4} \qquad (4.8)$$

$$B = \frac{1}{2}\,\frac{\beta_g\,\omega\mu\pi H_2^2}{p^2} = 4Ap^2 \qquad (4.9)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Assim a constante de propagação obtida na sec.3.7 se torna

$$\beta_g = \sqrt{4\pi^2 f^2\mu_0\epsilon - p^2} \qquad (4.10)$$

Antes de integrarmos a eq. 4.7 façamos algumas considerações preliminares. F(r) e G(r) podem ser escritos respectivamente

$$F(r) = Y_{1/2}(pr) - C\, J_{1/2}(pr) \qquad (4.11)$$

$$G(r) = Y'_{1/2}(pr) - C\, J'_{1/2}(pr) \qquad (4.12)$$

onde

$$C = \frac{Y'_{1/2}(pa)}{J'_{1/2}(pa)} \qquad (4.13)$$

Elevando as eqs 4.11 e 4.12 ao quadrado temos

$$F^2(r)=Y^2_{1/2}(pr)+C^2J^2_{1/2}(pr)-2CJ_{1/2}(pr)Y_{1/2}(pr) \qquad (4.14)$$

$$G^2(r)=Y'^2_{1/2}(pr)+C^2J'^2_{1/2}(pr)-2CJ'_{1/2}(pr)Y'_{1/2}(pr) \qquad (4.15)$$

Assim,em termos de seno e cosseno, as integrais da eq. 4.7 podem ser escritas respectivamente como(ver apêndice A)

$$A\int \frac{F^2(r)dr}{r} = \frac{2A}{\pi p}\int \left[\frac{\cos^2 pr}{r^2} + C^2\frac{sen^2 pr}{r^2} + 2C\,\frac{senpr.cospr}{r^2}\right] dr \qquad (4.16)$$

$$B\int rG^2(r)dr = \frac{2B}{\pi p}\int \left[sen^2 pr + \frac{1}{4p^2}.\frac{\cos^2 pr}{r^2} + \left(\frac{1-C^2}{p}\right)\frac{senpr.cospr}{r} + \right.$$

$$+ C^2\cos^2 pr + \frac{C^2}{4p^2}.\frac{sen^2 pr}{r^2} - 2C.senpr.cospr + \frac{C}{p}\,.\,\frac{sen^2 pr}{r} -$$

$$\left. - \frac{C}{p}\,.\,\frac{\cos^2 pr}{r} + \frac{C}{2p^2}.\frac{senpr.cospr}{r^2}\right] \qquad (4.17)$$

Integrando termo à termo de 4.16 e 4.17 obtemos, somando essas equações, a expressão exata para a potência de transmissão. Cada uma das integrais acima se encontra no apêndice A3. No cálculo da integral 4.7 utilizamos o programa nº 17 (apêndice F).

4.2. Potência Máxima de Pico de Transmissão

No cálculo da potência máxima de transmissão devemos antes calcular a constante $H_o = H_2.f$. Este cálculo será feito levando em conta a potência máxima que poderá ser transmitida antes da ruptura do campo elétrico. Como a potência transmitida é proporcional ao quadrado do campo elétrico vamos determinar o máximo campo elétrico transversal.

O Campo elétrico transversal será

$$E_t^2 = E_r^2 + E_\theta^2$$

ou(ver tabela 3.6)

$$E_t = \sqrt{\left[\frac{-j\omega\mu H_2}{2p^2} . \frac{F(r)}{r} . \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right]^2 + \left[\frac{-j\omega\mu H_2}{p} . G(r) . \cos\frac{\theta}{2}\right]^2} \qquad (4.18)$$

Vamos calcular o máximo do radicando da expressão acima e chamá-lo de E, assim

$$E = +\left[\frac{\omega^2\mu^2H_2^2}{4p^4} . \frac{F^2(r)}{r^2} . \operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2} + \frac{\omega^2\mu^2H_2^2}{p^2} . G^2(r) . \cos^2\frac{\theta}{2}\right] \qquad (4.19)$$

como

$$\operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1-\cos\theta) \quad \text{e} \quad \cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$$

temos

$$E = \frac{\omega^2\mu^2H_2^2}{8p^4}\left\{\left[\frac{F^2(r)}{r^2} + 4p^2G^2(r)\right] + \left[\frac{F^2(r)}{r^2} - 4p^2G^2(r)\right]\cos\theta\right\} \qquad (4.20)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = -\frac{\omega^2\mu^2H_2^2}{8p^4}\left[\frac{F^2(r)}{r^2} - 4p^2G^2(r)\right] \operatorname{sen}\theta = 0 \qquad (4.21)$$

Portanto temos

$\operatorname{sen}\theta = 0$ para $\theta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi. . .$

Por outro lado sabemos que para valores pares de θ, i.e., para $\theta = 0, 2\pi, 4\pi, . . .$, o campo elétrico é nulo em virtude de ser tangencial à lâmina que une os condutores externo e interno, fig. 4.2 Consideramos o início dos θ sobre a lâmina no sentido antihorário. Assim os valores aceitáveis

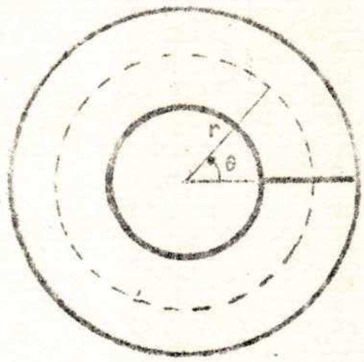


Fig. 4.2. Guia lunar mostrando a variação de θ.

para solução da eq.4.21, onde eq. 4.20 será máximo, são

$\theta = \pi, 3\pi, . . .$

Observe que não fizemos a análise do máximo e mínimo de 4.20 porque não sabemos se a expressão entre colchetes é maior ou menor que zero.

Tomemos para nosso estudo o valor principal de θ.

Fazendo $\theta = \pi$ na equação 3.13 temos que o valor máximo do campo em relação a θ será dado por

$$|E_r| = \left|\frac{\omega\ \mu\ H_2}{2p^2}.\frac{F(r)}{r}\right| \qquad (4.22)$$

Enquanto que para a eq. 3.14 temos

$$|E_\theta| = \left|\frac{\omega\ \mu\ H_2}{p}.G(r).0\right| = 0 \qquad (4.23)$$

Assim

$$E_t = E_r = \left|\frac{\omega\ \mu\ H_2}{2p^2}.\frac{F(r)}{r}\right| \qquad (4.24)$$

Já vimos (ver gráfico da fig. 3.8) que o máximo do campo elé trico radial ocorre em $r = a$, portanto

$$E_{r_{MÁX}} = \frac{\omega\ \mu\ H_2}{2ap^2}.F(a) \qquad (4.25)$$

Como o material existente entre os condutores é o ar consideramos aqui $\mu = \mu_0$

Da física sabemos que o máximo campo ocorre quando

$$E_{MÁX} = 3.10^6 \text{ volts/metro}$$

Então

$$H_2 = \frac{3.10^6.2ap^2}{\omega\mu_0 F(a)} \qquad (4.26)$$

ou considerando $\omega = 2\pi f$ e $H = H/f$

$$H_0 = \frac{3.10^6.ap^2}{\pi\mu_0 F(a)} \qquad (4.27)$$

O valor numérico de H_0 é

$$H_0 \cong -1,79.10^{12}$$

Esse valor de H_0 limita a potência máxima admissível no guia, que no caso em estudo é aproximadamente 7 Megawatt (Fig.4.3) Agora podemos re-escrever 4.8 e 4.9 para o caso particular da potência máxima de transmissão.

$$A = \frac{2,25.10^{12} \beta_g p^2 a^2}{f\mu_0 F^2(a)} \qquad (4.28)$$

$$B = 4Ap^2 \qquad (4.29)$$

Com auxílio de computador digital (ver prog.17, apêndice E) calculamos a potência de pico máxima de transmissão. Segue tabela dos resultados obtidos.

TABELA 4.1. Potência máxima de transmissão

Freq.em GHz	Pot. em MW	Freq.em GHz	Pot. em MW
0,904	0,000	1,446	6,236
0,994	3,328	1,536	6,461
1,084	4,416	1,627	6,643
1,175	5,105	1,717	6,793
1,265	5,591	1,808	6,919
1,356	5,955	1,898	7,025

Em seguida traçamos um gráfico da potência máxima contra a frequência onde observamos que a potência máxima tende assintoticamente para 8 MW e que, para o modo em estudo, é cerca de 7 MW. (Fig. 4.3)

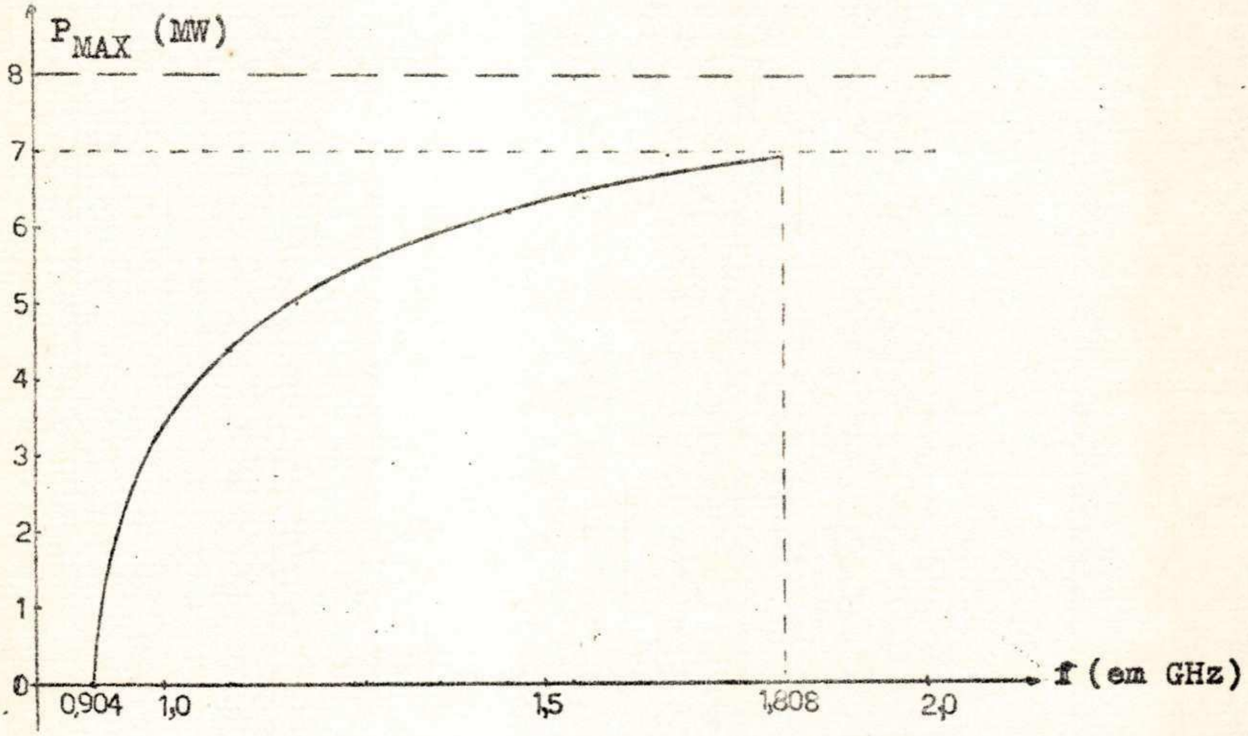


Fig. 4.3. Potência máxima de transmissão versus frequência em GHz.

O gráfico da fig. 4.3 está perfeitamente coerente com a equ. 4.7. Como se pode ver (eq. 4.16, 4.17, 4.28 e 4.29) P_0 em função da frequência é

$$P_0(f) = K \frac{\beta_g}{f} \tag{4.30}$$

onde

$$\frac{\beta_g}{f} = \sqrt{4\pi^2\mu_0\epsilon - \left(\frac{p}{f}\right)^2} \tag{4.31}$$

Quando a frequência cresce o segundo termo do radicando da equação 4.31 diminui. Para, por exemplo, f = 3GHz, $(p/f)^2$ é despresível e função de $4\pi^2\mu_0\epsilon$.

Portanto

$$P_0(f) = \text{Cte.} \qquad \text{para } f \geqq 3 \text{ GHz}$$

. x . x .

CAPÍTULO V

CONSTANTE DE ATENUAÇÃO

5.1. Introdução

A atenuação em guias de onda pode ser devido a três causas:

a) Comprimento de onda de operação maior que o comprimento de onda de corte;

b) Perdas no dielétrico e

c) Perdas nas paredes do guia.

Estamos interessados somente no terceiro caso. uma vez que o guia em estudo não tem dielétrico nem tencionamos trabalhar com comprimento de onda de operação além ou aquém do comprimento de onda de corte.

A constante de atenuação α para o caso de perdas nas paredes do guia é dada por

$$\alpha = \frac{P_L}{2P_0} \text{ nepers/m} \tag{5.1}$$

5.2. Potência de Perda

A potência de perda para determinado guia é dada por

$$P_L = \frac{\mathcal{R}_s}{2}\int_S |H|^2 ds \tag{5.2}$$

onde H é a componente tangencial do campo magnético na parede do guia e $\mathcal{R}_s$ é a resistência devida ao efeito pelicular do condutor. Essa resistência, em ohms/metro, é dada por

$$\mathcal{R}_s = \sqrt{\omega\mu_2/2\sigma_2} \tag{5.3}$$

A integral 5.2 é avaliada sobre a superfície do guia por unidade de comprimento.

Na figura 5.1 abaixo detalhamos as superfícies que contribuem para a potência de perda. Numeramos cada detalhe e calcularemos as potências separadamente e depois somaremos todas para obter a potência de perda total. Vemos que temos potência de perda referente a H_z, H_θ e H_r e referente à parede externa do condutor central, parede interna do condutor externo e paredes superior e inferior da lâmina condutora. (Fig. 5.1). A presença da potência de perda é devido à densidade de corrente superficial no guia

$$\bar{J} = \bar{n} \times \bar{H} \tag{5.4}$$

Para sistematizar nossos cálculos designaremos cada potência envolvida por P_{L1}, P_{L2}, . . . , conforme o detalhe numerado na fig. 5.1. Assim P_{L1} é a potência de perda devido a H_θ na parede externa do condutor central, P_{L2} é a potência de perda devido a H_θ na parede interna do condutor externo, P_{L3} é a potência de perda devido a H_z na parede externa do condutor central e assim por diante.

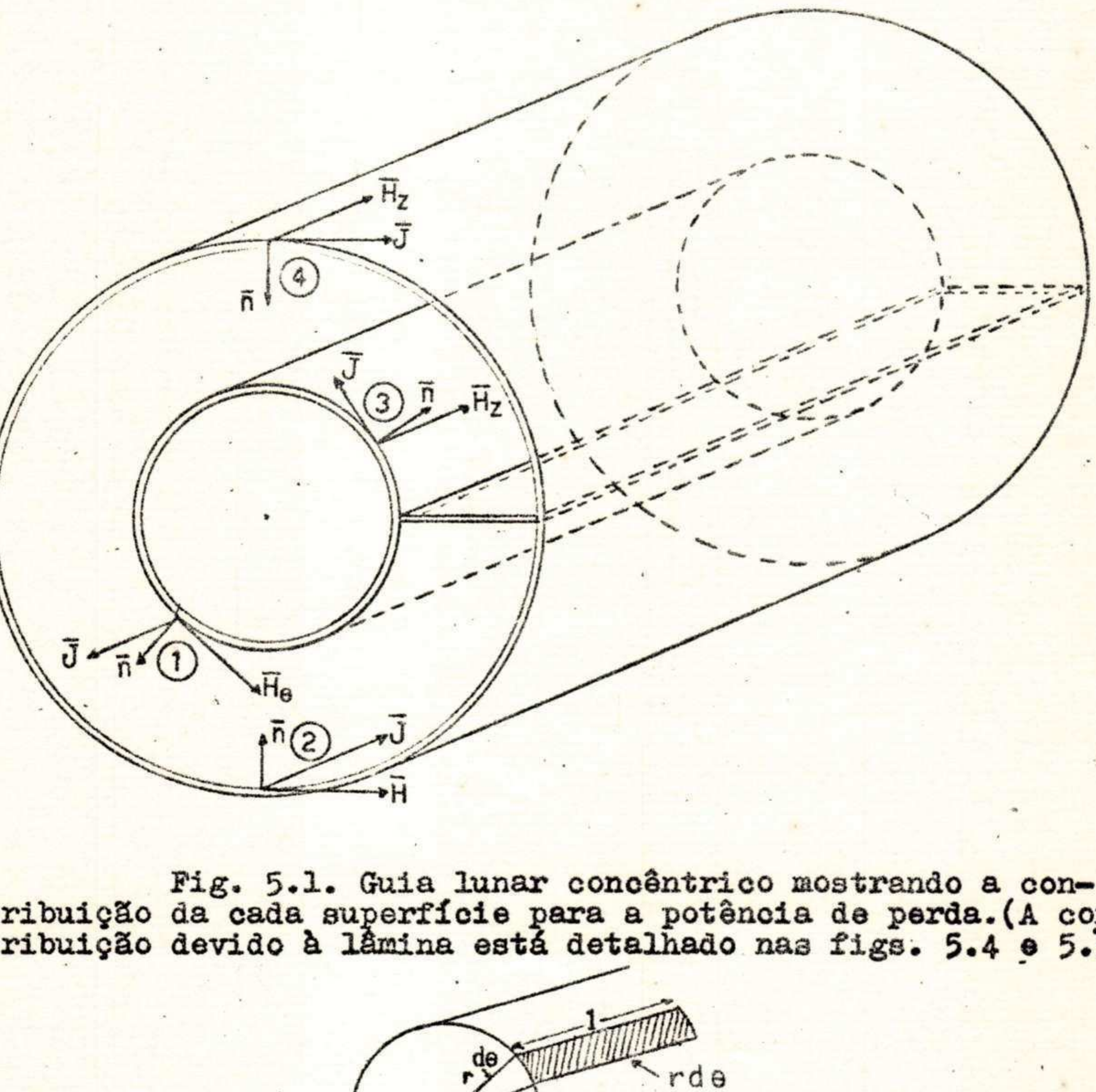


Fig. 5.1. Guia lunar concêntrico mostrando a contribuição da cada superfície para a potência de perda.(A contribuição devido à lâmina está detalhado nas figs. 5.4 e 5.5)

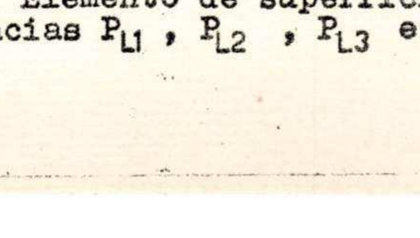


Fig. 5.2. Elemento de superfície em um guia cilíndrico para as potências P_{L1} , P_{L2} , P_{L3} e P_{L4} .

Potência de perda devido a H_θ nas paredes do guia

H_θ é dado por 3.16, então

$$|H_\theta|^2 = \left[\frac{\beta_g H_2}{2p^2} \cdot \frac{F(r)}{r} . \text{sen}\, \frac{\theta}{2}\right]^2 \qquad (5.5)$$

Em virtude de 5.2 temos para P_{L1}

$$P_{L1} = \frac{R_s}{2}\int_0^{2\pi}\left[\frac{\beta_g H_2}{2p^2} \cdot \frac{F(r)}{r}\right] \text{sen}^2\frac{\theta}{2} . r d\theta \qquad (5.6)$$

Observe que (fig. 5.2)

$$ds = r\, d\theta \qquad (5.7)$$

Substituindo 5.5 e 5.7 em 5.6 obtemos, para r = a

$$P_{L1} = \frac{R_s \pi}{2a}\left[\frac{\beta_g H_2 F(a)}{2p^2}\right] \qquad (5.8)$$

E de modo análogo para r = b, temos

$$P_{L2} = \frac{R_s \pi}{2b}\left[\frac{\beta_g H_2 F(b)}{2p^2}\right] \qquad (5.9)$$

Potência de perda devido H_z nas paredes do guia

De 3.17 obtemos

$$|H_z|^2 = \left[H_2 F(r) . \cos\frac{\theta}{2}\right]^2$$

Então para r = a

$$P_{L3} = \frac{R_s}{2}\left[H_2 F(a)\right]^2 a \int_0^{2\pi} \cos^2\frac{\theta}{2} . d\theta$$

$$\therefore \quad P_{L3} = \frac{R_s a \pi}{2}\left[H_2 F(a)\right]^2 \qquad (5.10)$$

E de modo análogo para $r = b$

$$P_{L4} = \frac{R_s b\pi}{2}\left[H_2 F(b)\right]^2 \qquad (5.11)$$

<u>Potência de perda devido a H_r sobre a lâmina condutora</u>

Neste caso o elemento de área será dado por(Fig.5.3)

$$ds = dr \qquad (5.12)$$

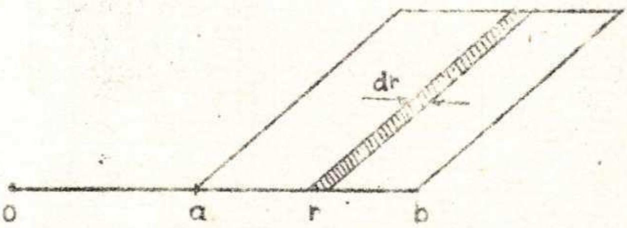


Fig. 5.3 - Elemento de área sobre a lâmina condutora.

A potência de perda será

$$P_{L5} = \frac{R_s}{2}\int_a^b |H_r|^2 dr \qquad (5.13)$$

Colocando 3.15 em 5.13, obtemos, para $\theta = 0$ (fig.5.4a)

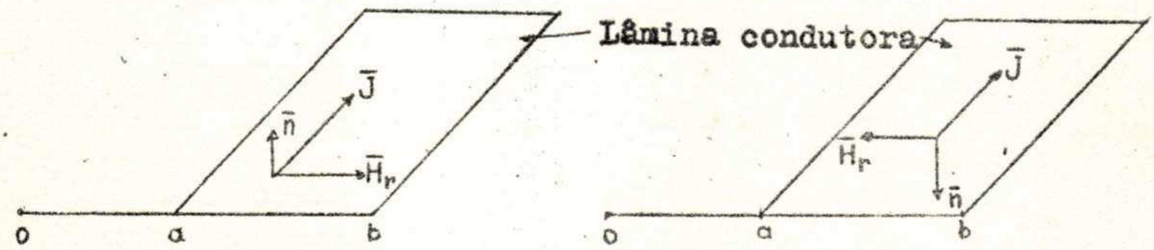
$$P_{L5a} = \frac{R_s}{2}\int_a^b \left[\frac{\beta_g H_2}{p}.G(r)\right]^2 dr$$

ou

$$P_{L5a} = \frac{R_s}{2}\left[\frac{\beta_g H_2}{p}\right]^2 . \int_a^b G^2(r) dr \qquad (5.14)$$

Para $\theta = 2\pi$, temos uma contribuição igual à anterior, i.e., $P_{L5a} = P_{L5b} = P_{L5}$ e a contribuição total será de 2P .

$$P_{L5} = \frac{R_s}{2}\left[\frac{\beta_g H_2}{p}\right]^2 . \int_a^b G'(r) dr \qquad (5.15)$$



a) $\theta = 0$ b) $\theta = 2\pi$

Fig. 5.4.A componente de H_r em $\theta=0$ e $\theta=2\pi$.

A integral de 5.15 pode ser obtida integrando a expressão seguinte, (ver apendice A)

$$G^2(r) = Y'^2_{1/2}(pr) + C^2 J'^2_{1/2}(pr) - 2C J'_{1/2}(pr) . Y'_{1/2}(pr)$$

ou em termos de seno e cosseno (eq.A.17)

$$G^2(r) = \frac{2}{pr}\Big[\frac{\operatorname{sen}^2 pr}{pr} + \frac{1}{4p^2}.\frac{\cos^2 pr}{r^3} + \left(\frac{1-C^2}{p}\right)\frac{\operatorname{sen}pr.\cos pr}{r^2} + C^2 \frac{\cos^2 pr}{r} + \frac{C^2}{4p^2}.\frac{\operatorname{sen}^2 pr}{r^3} - 2C.\frac{\operatorname{sen}pr.\cos pr}{r} + \frac{C}{p}.\frac{\operatorname{sen}^2 pr}{r^2} - \frac{C}{p}.\frac{\cos^2 pr}{r^2} + \frac{C}{2p^2}.\frac{\operatorname{sen}pr.\cos pr}{r^3}\Big] \quad (5.16)$$

Potência de Perda devido a H_z sobre a lâmina condutora

Como no caso anterior, teremos(ver. fig. 5.5)

$$P_{L6} = \frac{R_s}{2}\int_a^b |H_z|^2 dr$$

Devido a 3.17, para $\theta = 0$, podemos escrever

$$P_{L6} = \frac{R_s H_2^2}{2}\int_a^b F^2(r)dr \quad (5.17)$$

A integral da eq.5.17 pode ser obtida integrando a expressão seguinte, de maneira análoga ao item anterior:

$$F^2(r) = Y_{1/2}^2(pr)+C^2J_{1/2}^2(pr) - 2C\, J_{1/2}(pr).Y_{1/2}(pr)$$

ou em termos de seno e cosseno (ver desenvolvimento detalhado no apêndice A, eq. A.15)

$$F^2(r) = \frac{2}{pr}\left[\frac{\cos^2 pr}{r} + C^2.\frac{\mathrm{sen}^2 pr}{r} + 2C.\frac{\mathrm{sen}pr.\cos pr}{r}\right] \tag{5.18}$$

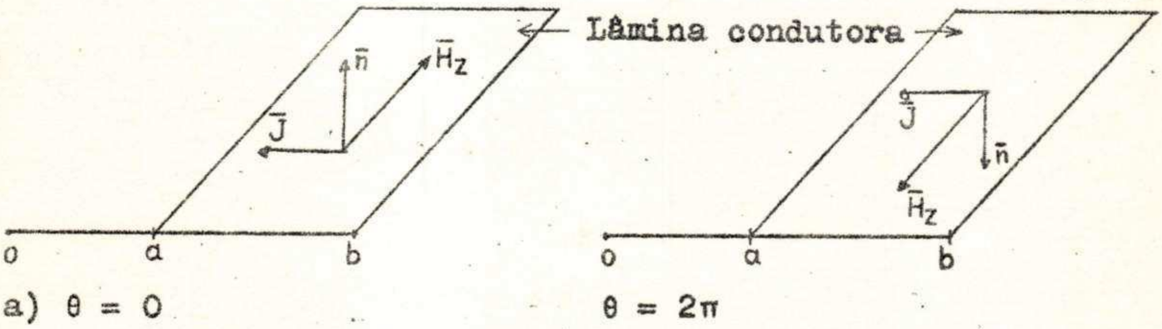


Fig. 5.5.Componente de H_z em $\theta = 0$ e $\theta = 2\pi$

Como no caso anterior a contribuição devido a H_z na lâmina será $2P_{L6}$.

Então, finalmente, a potência de perda total no guia será

$$P_L = P_{L1} + P_{L2} + P_{L3} + P_{L4} + 2P_{L5} + 2P_{L6} \tag{5.19}$$

5.3. Constante de Atenuação

Agora estamos em condições de calcular a constante de atenuação usando as expressões 5.19, 4.7 e 5.1.

Para o cálculo numérico da constante de atenuação empregamos o programa nº 17, apêndice F. Obtivemos a seguinte tabela:

TABELA 5.1. Potência de Transmissão, Potência de Perda e Coeficiente de atenuação em função da frequência.

f(GHz)	P_o(MW)	P_L(MW)	α(dB/m)
*) 0,9038	0,0000	0,02684	infinito
1,0845	4,4162	0,02845	0,02799
1,2653	5,5913	0,03013	0,02340
1,4461	6,2365	0,03178	0,02213
1,6268	6,6428	0,03340	0,02184
**) 1,8076	6,9188	0,03497	0,02195
1,9883	7,1162	0,03650	0,02227
2,1691	7,2626	0,03798	0,02271
2,3500	7,3746	0,03941	0,02321
2,5306	7,4623	0,04080	0,02375
**) 2,7114	7,5323	0,04215	0,02430
2,8922	7,5891	0,04347	0,02488
3,0729	7,6358	0,04475	0,02545
3,2537	7,6748	0,04600	0,02603
3,4344	7,7076	0,04721	0,02660
**) 3,6152	7,7355	0,04840	0,02717
3,7960	7,7594	0,04956	0,02774
3,9767	7,7801	0,05070	0,02830
4,1575	7,7981	0,05181	0,02886
4,3383	7,8139	0,05290	0,02940
**) 4,5190	7,8278	0,05397	0,02994

*) frequência de corte   **) múltiplo da freq. de corte

Com os resultados obtidos na tabela 5.1 construimos o gráfico seguinte da variação da constante de atenuação com a frequência.

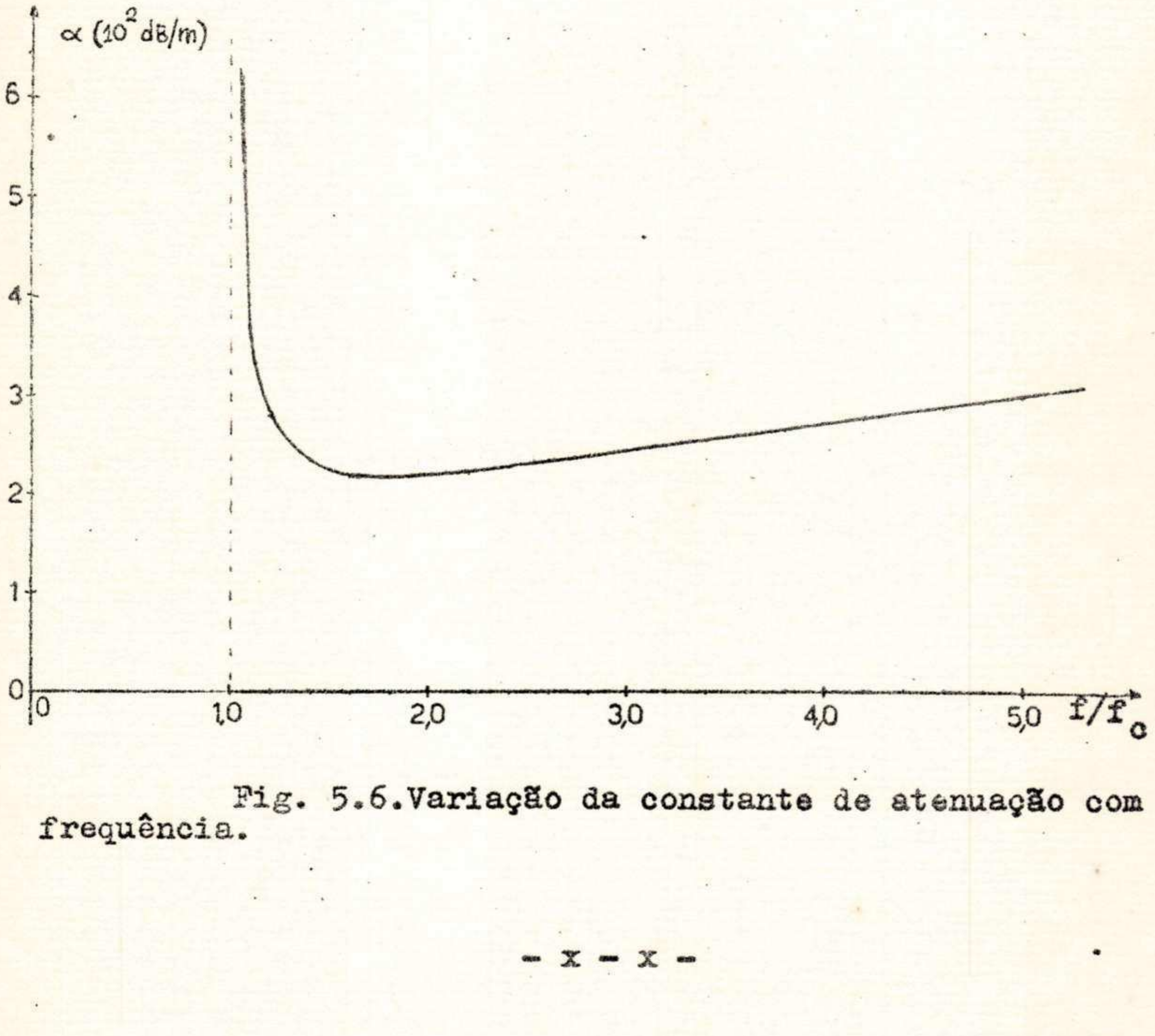


Fig. 5.6.Variação da constante de atenuação com a frequência.

- x - x -

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

Como vimos o trabalho é bastante tedioso concernente à obtenção das equações de potência de transmissão e potência de perda. Essas equações serão ainda muito mais difíceis de se obter quando o guia lunar não for simétrico, neste caso o melhor será utilizar métodos aproximados, como o método de transformação conforme que foi desenvolvido paralelamente por Alcyr J. Monticelli, em tese na UFPb, Escola Politécnica, 1971.

Todos os resultados obtidos por computador foram conferidos e o erro máximo não excedeu 1%. Para os casos limites os resultados foram conferidos com os obtidos por Meinke e outros(ref. G-05) em artigo publicado pela revista IEEE, 1963.

Apesar de termos estudado um caso particular para os raios internos e externos, não há a menor dificuldade de extender esses resultados para outras dimensões.

Do estudo que acabamos de fazer podemos resumir as seguintes conclusões:

1) O modo dominante é o modo $TE_{1/2,1}$, cujo comprimento de onda respectivo é

$$\lambda_c = 0,03317 \text{ m}$$

2) A faixa de passagem está entre 0,9 MHz e 1,8MHz, i.e., temos uma faixa de passagem de 1:2, equivalente a do guia de secção retangular.

3) O método exato é bastante difícil de trabalhar devido a complexidade das integrações que involvem as funções de Bessel.

4) As famílias de modo TE_{no} não foram tratadas no texto em virtude de elas não existirem para os guias de secção circular(Ver apêndice B).

As características ótimas para o guia lunar são obtidas quando variamos a excentricidade. Neste caso é possível se obter uma faixa de passagem bem maior que 1:2 (ver apêndice F). O estudo de guias lunares excêntricos está sendo feito pelo Prof. Paavo A. Vuorinen, orientador do presente trabalho.

. x . x .

APÊNDICE A

INTEGRAIS DE FUNÇÕES DE BESSEL DE ORDEM 1/2

A-1. Relações entre as funções de Bessel de ordem 1/2 e as funções trigonométricas

No cálculo da potência de transmissão e de perda, necessitamos frequentemente das funções de Bessel. No caso particular dos modos $TE_{1/2,m}$, as funções de Bessel podem ser expressas em termos de seno e cosseno como abaixo(G-01)

$$J_{1/2}(ax) = \sqrt{\frac{2}{\pi ax}}\ \text{sen}\ ax \qquad (A.1)$$

$$Y_{1/2}(ax) = -\sqrt{\frac{2}{\pi ax}}\ \cos ax \qquad (A.2)$$

$$Y'_{1/2}(ax) = \sqrt{\frac{2}{\pi ax}}\left[\text{sen}\ ax + \frac{\cos ax}{2ax}\right] \qquad (A.3)$$

$$J'_{1/2}(ax) = \sqrt{\frac{2}{\pi ax}}\left[\cos ax - \frac{\text{sen}\ ax}{2ax}\right] \qquad (A.4)$$

A.2. Integração de Produto de Funções de Bessel

No cálculo da potência média de transmissão e potên cia média de perda encontramos frequentemente integrais de expressões do tipo $F^2(x)$, $G^2(x)$, $F^2(x)/x$ e $x.G^2(x)$, onde F $F(x)$ e $G(x)$ foram definidos na secção 3.7, i.e.,

$$F(x) = Y_{1/2}(ax) - C\,J_{1/2}(ax) \qquad (A.5)$$

$$G(x) = Y'_{1/2}(ax) - C\,J'_{1/2}(ax) \qquad (A.6)$$

onde C é uma constante arbitrária a determinar que depende das dimensões do guia.

Então

$$F^2(x) = Y^2_{1/2}(ax) + C^2J^2_{1/2}(ax) - 2CJ_{1/2}(ax)Y_{1/2}(ax) \qquad (A.7)$$

$$G^2(x) = Y'^2_{1/2}(ax) + C^2J'^2_{1/2}(ax) - 2CJ'_{1/2}(ax)Y_{1/2}(ax) \qquad (A.\ 8)$$

Tomando os quadaados das expressões A.1, A.2, A.3 e A.4 temos

$$J^2_{1/2}(ax) = \frac{2}{\pi a}\cdot\frac{\text{sen}^2 ax}{x} \qquad (A.9)$$

$$Y^2_{1/2}(ax) = \frac{2}{\pi a}\ \frac{\cos^2 ax}{x} \qquad (A.10)$$

$$J'^2_{1/2}(ax) = \frac{2}{\pi a}\left[\frac{\cos^2 ax}{x} + \frac{1}{4a^2}\cdot\frac{\text{sen}^2 ax}{x^3} - \frac{1}{a}\cdot\frac{\text{sen}\ ax.\cos ax}{x^2}\right] \qquad (A.11)$$

$$Y'^2_{1/2}(ax) = \frac{2}{\pi a}\left[\frac{\text{sen}^2 ax}{x} + \frac{1}{4a^2}\cdot\frac{\cos^2 ax}{x^3} + \frac{1}{a}\cdot\frac{\text{sen}\ ax.\cos ax}{x^2}\right] \qquad (A.12)$$

Observe também que

$$J_{1/2}(ax)Y_{1/2}(ax) = -\frac{2}{\pi a}\cdot\frac{\text{sen}ax.\cos ax}{x} \qquad (A.13)$$

$$J'_{1/2}(ax).Y'_{1/2}(ax) = \frac{2}{\pi a}\Big[\frac{\text{sen } ax.\cos ax}{x} - \frac{1}{2a}.\frac{\text{sen}^2 ax}{x^2} + \frac{1}{2a}.\frac{\cos^2 ax}{x^2} -$$

$$- \frac{1}{4a^2}.\frac{\text{sen } ax.\cos ax}{x^3}\Big] \tag{A.14}$$

Então

$$F^2(x) = \frac{2}{\pi a}\Big[\frac{\cos^2 ax}{x} + C^2.\frac{\text{sen}^2 ax}{x} + 2C.\frac{\text{sen } ax.\cos ax}{x}\Big] \tag{A.15}$$

$$\frac{F^2(x)}{x} = \frac{2}{\pi a}\Big[\frac{\cos^2 ax}{x^2} + C^2.\frac{\text{sen } ax}{x^2} + 2C.\frac{\text{sen } ax.\cos ax}{x^2}\Big] \tag{A.16}$$

$$G^2(x) = \frac{2}{\pi a}\Big[\frac{\text{sen}^2 ax}{x} + \frac{1}{4a^2}.\frac{\cos^2 ax}{x^3} + \left(\frac{1-C^2}{a}\right).\frac{\text{sen } ax.\cos ax}{x^2} +$$

$$+ C^2.\frac{\cos^2 ax}{x} + \frac{C^2}{4a^2}.\frac{\text{sen}^2 ax}{x^3} - 2C.\frac{\text{sen } ax.\cos ax}{x} -$$

$$- \frac{C}{a}.\frac{\cos^2 ax}{x^2} + \frac{C}{a}.\frac{\text{sen}^2 ax}{x^2} + \frac{C}{2a^2}.\frac{\text{sen} ax.\cos ax}{x^3}\Big] \tag{A.17}$$

$$xG^2(x) = \frac{2}{\pi a}\Big[\text{sen}^2 ax + \frac{1}{4a^2}.\frac{\cos^2 ax}{x^2} + \left(\frac{1-C^2}{a}\right).\frac{\text{sen } ax.\cos ax}{x} +$$

$$+ C^2.\cos^2 ax + \frac{C^2}{4a^2}.\frac{\text{sen}^2 ax}{x^2} - 2C.\text{sen } ax.\cos ax -$$

$$- \frac{C}{a}.\frac{\cos^2 ax}{x} + \frac{C}{a}.\frac{\text{sen}^2 ax}{x} + \frac{C}{2a^2}.\frac{\text{sen } ax.\cos ax}{x^2}\Big] \tag{A.18}$$

As integrais das expressões A.15 a A.18 serão obtidas simplesmente integrando termo a termo, entrando na tabela de integrais que segue.(Tab.A.1). Observe que definimos, no nosso caso, seno integral e cosseno integral respectivamente por

$$\text{Si}(ax) = \int_0^x \frac{\text{sen } az}{z}\, dz$$

$$\text{Cin}(ax) = \int_0^x \frac{1-\cos az}{z}\, dz$$

TABELA A.1-Tabela de Integrais

01. $$\int_0^x \cos^2 az\, dz = \frac{x}{2} + \frac{\operatorname{sen} 2ax}{4a}$$

02. $$\int_0^x \operatorname{sen}^2 az\, dz = \frac{x}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2ax}{4a}$$

03. $$\int_0^x \operatorname{sen} az . \cos az\, dz = - \frac{\cos 2ax}{4a}$$

04. $$\int_0^x \frac{\operatorname{sen} az}{z}\, dz = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(ax)^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!} = \operatorname{Si}(ax)$$

05. $$\int_0^x \frac{1 - \cos az}{z}\, dz = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(ax)^{2n}}{(2n)(2n)!} = \operatorname{Cin}(ax)$$

06. $$\int_0^x \frac{\cos az}{z}\, dz = \ln |x| - \operatorname{Cin}(ax)$$

07. $$\int_0^x \frac{\operatorname{sen} az}{z^2}\, dz = a\left[\ln |x| - \operatorname{Cin}(ax)\right] - \frac{\operatorname{sen} ax}{x}$$

08. $$\int_0^x \frac{\cos az}{z^2}\, dz = -a.\operatorname{Si}(ax) - \frac{\cos ax}{x}$$

09. $$\int_0^x \frac{\operatorname{sen}^2 az}{z}\, dz = \frac{1}{2}.\operatorname{Cin}(2ax)$$

10. $$\int_0^x \frac{\cos^2 az}{z}\, dz = -\left[\frac{1}{2}.\operatorname{Cin}(2ax) - \ln |x|\right]$$

11. $$\int_0^x \frac{\cos^2 az}{z^2}\, dz = - \frac{1}{2x} - \frac{\cos 2ax}{2x} - a.\operatorname{Si}(2ax)$$

12. $$\int_0^x \frac{\operatorname{sen}^2 az}{z^2}\, dz = - \frac{1}{2x} + \frac{\cos 2ax}{2x} + a.\operatorname{Si}(2ax)$$

13. $$\int_0^x \frac{\operatorname{sen} az . \cos az}{z}\, dz = \frac{1}{2}.\operatorname{Si}(2ax)$$

14. $$\int_0^x \frac{\operatorname{sen} az . \operatorname{Cos} az}{z^2}\, dz = - \frac{\operatorname{sen} 2ax}{2x} - a\left[\operatorname{Cin}(2ax) - \ln |x|\right]$$

15. $$\int_0^x \frac{\cos^2 az}{z^3}\, dz = -\frac{1}{4x^2} - \frac{\cos 2ax}{4x^2} + a.\frac{\operatorname{sen} 2ax}{2x} -$$

$$- a^2 \cdot \left[\ln |x| - \operatorname{Cin}(2ax)\right]$$

16. $$\int_0^x \frac{\operatorname{sen}^2 az}{z^3}\, dz = -\frac{1}{4x^2} + \frac{\cos 2ax}{4x^2} - a.\frac{\operatorname{sen} 2ax}{2x} +$$

$$+ a^2 \left[\ln |x| - \operatorname{Cin}(2ax)\right]$$

17. $$\int_0^x \frac{\operatorname{sen} az . \operatorname{Cos} az}{z^3}\, dz = -\frac{\operatorname{sen} 2ax}{4x^2} - a^2 . \operatorname{Si}(2ax) -$$

$$- a.\frac{\cos 2ax}{2x}$$

- x - x -

APÊNDICE B

FAMÍLIA DE MODOS TE_{no} NOS GUIAS CILINDRICOS

No estudo que fizemos não levamos em conta a existência dos modos TE_{no}. Desejamos agora pesquisar se essa família de modos existem, i.e., verificar se há modos que não tenham variação radial. No caso específico dos guias lunares, desejamos saber, se entre os modos TE_{nm} existem modos TE_{no}, onde n é a variação angular e m a variação radial.

Das equações de Maxwell obtemos as seguintes equações (G.03)

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \tag{B.01}$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu\epsilon \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t^2} \tag{B.02}$$

Em coordenadas cilindricas a equação de onda se torna

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \tag{B.03}$$

onde Φ é qualquer componente de campo de E ou H.

Para o modo TE_{no} a solução de B.03 não depende de r (m = 0). Suponhamos uma solução da forma

$$\Phi = \rho(\theta).e^{j(\omega t-\beta z)} \tag{B.04}$$

Desse modo temos

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r} = 0 \qquad e \qquad \frac{\partial^2\Phi}{\partial\Phi^2} = 0$$

Portanto B.03 se torna

$$\frac{1}{r^2}.\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} - \mu\varepsilon\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0 \tag{B.05}$$

De B.04 obtemos

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} = \frac{\partial\rho(\theta)}{\partial\theta}.e^{j(\omega t-\beta z)}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} = \frac{\partial^2\rho(\theta)}{\partial\theta^2}.e^{j(\omega t-\beta z)} = \frac{\Phi}{\rho}.\frac{\partial^2\rho}{\partial\theta^2} \tag{B.06}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \rho\;e^{j\omega t}\;(-\beta).e^{-\beta z}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = \rho\;e^{j\omega t}\;\beta^2\;e^{-\beta z} = \beta^2\Phi \tag{B.07}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \rho.j\omega.e^{j(\omega t-\beta z)}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = -\rho\omega^2 e^{j(\omega t-\beta z)} = -\omega^2\Phi \tag{B.08}$$

Substituindo B.06, B.07 e B.08 em B.05 obtemos

$$\frac{1}{r^2}.\frac{\Phi}{\rho}.\frac{\partial^2 \rho}{\partial \theta^2} + \Phi(\beta^2 + \mu\varepsilon\omega^2) = 0$$

ou

$$\frac{1}{\rho}.\frac{\partial^2 \rho}{\partial \theta^2} = - r^2(\beta^2 + \mu\varepsilon\omega^2) \qquad (B.09)$$

A relação B.09 acima só pode existir se r for constante que sabemos não ser possível, donde se conclui que não deve existir a família de modos TE_{no}.

– x – x –

APÊNDICE C

PROGRAMAS PARA OBTENÇÃO DAS FUNÇÕES DE BESSEL

C.1-Obtenção de $J_0(x)$- PROGRAMA N. 01

```
      FUNCTION BESJO(XX)
      DIMENSION A(24), C(10), D(10), T(24)
      A(2 )= .15772797
      A(4 )=-.00872344
      A(6 )= .26517861
      A(8 )=-.37009499
      A(10)= .15806710
      A(12)=-.03489377
      A(14)= .00481918
      A(16)=-.00046063
      A(18)= .00003246
      A(20)=-.00000176
      A(22)= .00000008
      A(24)= .0
      C(2 )= .99946030
      C(4 )=-.00053652
      C(6 )= .00000307
      C(8 )=-.00000005
      C(10)= .0
      D( 2)=-.01555585
      D(4 )= .00006838
      D(6 )=-.00000074
      D(8 )= .00000002
      D(10)= .0
C***   TESTA SE XX E MENOR OU MAIOR QUE 8
      IF(XX-8.)1,1,2
C***   CALCULOS PARA XX MENOR OU IGUAL A 8
1     X=XX/8.
C***   GERACAO DOS POLINOMIOS DE  CHEBYSCHEV POR RECORRENCIA
      T(2) = 1.
      T(3)=X
      DO 10 M=1,21
10    T(M+3)=2.*X*T(M+2)-T(M+1)
      SOMA1=0
      DO 20 J=2,24,2
      TERM1=A(J)*T(J)
      SOMA1=SOMA1+TERM1
20    CONTINUE
      BESJO=  SOMA1
      GOTO6
C***   CALCULOS PARA XX MAIOR QUE 8
2     X=8./XX
C***   GERACAO DOS POLINOMIOS DE  CHEBYSCHEV POR RECORRENCIA
      T(2) = 1.
      T(3)=X
      DO 40 M=1,21
40    T(M+3)=2.*X*T(M+2)-T(M+1)
      SOMA3=0
      SOMA4=0
      DO 30 K=2,10,2
      TERM3=C(K)*T(K)
```

<u>CONTINUAÇÃO</u> -PROGRAMA N. 01

```
      TERM4=D(K)*T(K)
      SOMA3=SOMA3+TERM3
      SOMA4=SOMA4+TERM4
30    CONTINUE
      P3=SOMA3
      Q4=X*SOMA4
      ZETA0=XX-.78539816
      AA=.79788456/SQRT(XX)
      PESO0=AA*(P3*COS(ZETA0)-Q4*SIN(ZETA0))
6     RETURN
      END
```

C.2-Obtenção de $Y_0(x)$ -PROGRAMA N. 02

```
      FUNCTION BESYO(XX)
      DIMENSION B(24), C(10), D(10), T(24)
      B(2 )=-.03314611
      B(4 )=-.27447430
      B(6 )= .17903431
      B(8 )= .26156735
      B(10)=-.17730201
      B(12)= .04719669
      B(14)=-.00728796
      B(16)= .00075311
      B(18)=-.00005632
      B(20)= .00000321
      B(22)=-.00000014
      B(24)= .0
      C(2 )= .99946030
      C(4 )=-.00053652
      C(6 )= .00000307
      C(8 )=-.00000005
      C(10)= .0
      D( 2)=-.01555585
      D(4 )= .00006838
      D(6 )=-.00000074
      D(8 )= .00000002
      D(10)= .0
C***   TESTA SE XX E MENOR OU MAIOR QUE 8
      IF(XX-8.)1,1,2
C***   CALCULOS PARA XX MENOR OU IGUAL A 8
1     X=XX/8.
C***   GERACAO DOS POLINOMIOS DE  CHEBYSCHEV POR RECORRENCIA
      T(2) = 1.
      T(3)=X
      DO 10 M=1,21
10    T(M+3)=2.*X*T(M+2)-T(M+1)
      SOMA2=0
      DO 20 J=2,24,2
      TERM2=B(J)*T(J)
      SOMA2=SOMA2+TERM2
20    CONTINUE
      BESY0=.63661977*ALOG(XX)*BESJO(XX)+SOMA2
      GOTO6
C***   CALCULOS PARA XX MAIOR QUE 8
2     X=8./XX
C***   GERACAO DOS POLINOMIOS DE  CHEBYSCHEV POR RECORRENCIA
      T(2) = 1.
      T(3)=X
      DO 40 M=1,21
40    T(M+3)=2.*X*T(M+2)-T(M+1)
      SOMA3=0
      SOMA4=0
      DO 30 K=2,10,2
      TERM3=C(K)*T(K)
```

Continuação —PROGRAMA N. 02

```
      TERM4=D(K)*T(K)
      SOMA3=SOMA3+TERM3
      SOMA4=SOMA4+TERM4
30    CONTINUE
      P3=SOMA3
      Q4=X*SOMA4
      ZETA0=XX-.78539816
      AA=.79788456/SQRT(XX)
      BESY0= AA*(Q4*COS(ZETA0)+P3*SIN(ZETA0))
6     RETURN
      END
```

C.3-Obtenção de $J_1(x)$ PROGRAMA N. 03

```
       FUNCTION BESJ1(XX)
       DIMENSION A(24), C(10), D(10), T(24)
       A(2 )= .64835877
       A(4)=-1.19180116
       A(6)= 1.28799410
       A(8)= -.66144393
       A(10)= .17770911
       A(12)=-.02917552
       A(14)= .00324027
       A(16)=-.00026044
       A(18)= .00001588
       A(20)=-.00000076
       A(22)= .00000003
       A(24)= .0
       C(2)=1.00090304
       C(4)=.00089899
       C(6)=-.00000399
       C(8)= .00000006
       C(10)= .0
       D(2)= .04[illegible]77779
       D(4)=-.00009628
       D(6)= .00000091
       D(8)=-.00[illegible]0002
       D(10)= .0
C***    TESTA SE XX E MENOR OU MAIOR QUE 8
       IF(XX-8.)1,1,2
C***    CALCULOS PARA XX MENOR OU IGUAL A 8
1      X=XX/8.
C***    GERACAO DOS POLINOMIOS DE  CHEBYSCHEV POR RECORRENCIA
       T(2) = 1.
       T(3)=X
       DO 10 M=1,21
10     T(M+3)=2.*X*T(M+2)-T(M+1)
       SOMA1=0
       DO 20 J=2,24,2
       TERM1=A(J)*T(J)
       SOMA1=SOMA1+TERM1
20     CONTINUE
       BESJ1=X*SOMA1
       GOTO6
C***    CALCULOS PARA XX MAIOR QUE 8
2      X=8./XX
C***    GERACAO DOS POLINOMIOS DE  CHEBYSCHEV POR RECORRENCIA
       T(2) = 1.
       T(3)=X
       DO 40 M=1,21
40     T(M+3)=2.*X*T(M+2)-T(M+1)
       SOMA3=0
       SOMA4=0
       DO 30 K=2,10,2
       TERM3=C(K)*T(K)
```

Continuação —PROGRAMA N. 03

```
      TERM4=D(K)*T(K)
      SOMA3=SOMA3+TERM3
      SOMA4=SOMA4+TERM4
30    CONTINUE
      P3=SOMA3
      Q4=X*SOMA4
      ZETA1=XX-2.35619449
      AA=.79788456/SQRT(XX)
      BESJ1=AA*(P3*COS(ZETA1)-Q4*SIN(ZETA1))
6     RETURN
      END
```

C.4-Obtenção de $Y_1(x)$ - PROGRAMA N. 04

```
      FUNCTION BESY1(XX)
      DIMENSION B(24), C(10), D(10), T(24)
      B(2)= .02030406
      B(4)=-.12869738
      B(6)=-.76729636
      B(8)= .67561578
      B(10)=-.22662499
      B(12)= .04231918
      B(14)=-.00513164
      B(16)=.00044047
      B(18)=-.00002830
      B(20)=.00000142
      B(22)=-.00000006
      B(24)= .0
      C(2)=1.00090304
      C(4)=.00089899
      C(6)=-.00000399
      C(8)= .00000006
      C(10)= .0
      D(2)= .04677779
      D(4)=-.00009628
      D(6)= .00000091
      D(8)=-.00000002
      D(10)= .0
C***   TESTA SE XX E MENOR OU MAIOR QUE 8
      IF(XX-8.)1,1,2
C***   CALCULOS PARA XX MENOR OU IGUAL A 8
1     X=XX/8.
C***   GERACAO DOS POLINOMIOS DE  CHEBYSCHEV POR RECORRENCIA
      T(2) = 1.
      T(3)=X
      DO 10 M=1,21
10    T(M+3)=2.*X*T(M+2)-T(M+1)
      SOMA2=0
      DO 20 J=2,24,2
      TERM2=B(J)*T(J)
      SOMA2=SOMA2+TERM2
20    CONTINUE
      IF(XX)60,50,60
50    BESY1=-.1E 38
      GOTO6
60    BESY1=.63661977*(ALOG(XX)*BESJ1(XX)-1./XX)+X*SOMA2
      GOTO6
C***   CALCULOS PARA XX MAIOR QUE 8
2     X=8./XX
C***   GERACAO DOS POLINOMIOS DE  CHEBYSCHEV POR RECORRENCIA
      T(2) = 1.
      T(3)=X
      DO 40 M=1,21
40    T(M+3)=2.*X*T(M+2)-T(M+1)
      SOMA3=0
```

<u>Continuação</u> — PROGRAMA N. 04

```
      SOMA4=0
      DO 30 K=2,10,2
      TERM3=C(K)*T(K)
      TERM4=D(K)*T(K)
      SOMA3=SOMA3+TERM3
      SOMA4=SOMA4+TERM4
30    CONTINUE
      P3=SOMA3
      Q4=X*SOMA4
      ZETA1=XX-2.35619449
      AA=.79788456/SQRT(XX)
      BESY1= AA*(Q4*COS(ZETA1)+P3*SIN(ZETA1))
6     RETURN
      END
```

C.5-Obtenção de $J_2(x)$ -PROGRAMA N. 05

```
      FUNCTION BESJ2(XX)
      IF(XX)60,50,60
50    BESJ2=.0
      GOTO 10
60    BESJ2=(2./XX)*BESJ1(XX)-BESJ0(XX)
10    RETURN
      END
```

C.6-Obtenção de $Y_2(x)$ -PROGRAMA N. 06

```
      FUNCTION BESY2(XX)
      IF(XX)50,60,50
60    BESY2=-.1E 38
      GOTO10
50    BESY2=(2./XX)*BESY1(XX)-BESY0(XX)
10    RETURN
      END
```

C.7-Obtenção de $J_1'(x)$ -PROGRAMA N. 07

```
      FUNCTION BEJ11(XX)
      PEJ11=.5*(BESJ0(XX)-BESJ2(XX))
      RETURN
      END
```

C.8-Obtenção de $Y_1'(x)$ -PROGRAMA N. 08

```
      FUNCTION UEY11(XX)
      BEY11=.5*(BESY0(XX)-BESY2(XX))
      RETURN
      END
```

C.9-Obtenção de $J_{1/2}(x)$ -PROGRAMA N. 09

```
FUNCTION BJ05(X)
BJ05=( .79788456*SIN(X))/SQRT(X)
RETURN
END
```

C.10-Obtenção de $Y_{1/2}(x)$- PROGRAMA N. 10

```
FUNCTION BY05(X)
BY05=(-.79788456*COS(X))/SQRT(X)
RETURN
END
```

C.11-Obtenção de $J'_{1/2}(x)$- PROGRAMA N. 11

```
FUNCTION BJ051(X)
BJ051 = .79788456*(COS(X)-SIN(X)/(2.*X))/SQRT(X)
RETURN
END
```

C.12-Obtenção de $Y'_{1/2}(x)$- PROGRAMA N. 12

```
FUNCTION BY051(X)
BY051 = .79788456*(SIN(X)+COS(X)/(2.*X))/SQRT(X)
RETURN
END
```

C.13-Seno Integral -PROGRAMA N. 13

```
FUNCTION SI(X)
SI=X-(X**3)/18.+(X**5)/600.-(X**7)/35280.+(X**9)/
13265920.-(X**11)/439084800.
RETURN
END
```

C.14-Cosseno integral -PROGRAMA N. 14

```
      FUNCTION CIN(X)
      CIN=(X**2)/4.-(X**4)/96.+(X**6)/4320.-(X**8)/322560.+
     1(X**10)/36288000.
      RETURN
      END
```

- x - x -

APÊNDICE D

CÁLCULO DAS RAÍZES DE FUNÇOES TRANSCEDENTES

D.1-Comprimento de onda de corte para o modo TE_{om}

PROGRAMA N. 15-1

```
      REAL LAMBC
C***  METODO DA BISECCAO MODIFICADO
C
      F(X)=BESJ1(34.*X)*BESY1(19.45*X)-BESJ1(19.45*X)*BESY1(
     134.*X)
C
      I=0
      WRITE (3,9)
1     READ(2,10)X0,XF
2     X=(X0+XF)/2.
      A=F(X)
      IF(ABS(A)-.1E-7)8,8,3
3     B=F(X0)
      C=F(XF)
      IF(A*B)4,4,5
4     XF=X
      GOTO2
5     IF(A*C)6,6,7
6     X0=X
      GOTO2
7     PAUSE 1111
8     LAMBC=6.2831853/X
      I=I+1
      WRITE(3,11)LAMBC,I,X
9     FORMAT('1',18X,'RESULTADOS DO PROGRAMA',//)
10    FORMAT(2F10.5)
11    FORMAT('0','COMP.DE ONDA DE CORTE=',F7.3,1X,'MM'
     1,2X,'MODO TE-0',I1,2X,'KC=',E13.7)
      GOTO1
      END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA

```
COMP.DE ONDA DE CORTE= 28.768 MM   MODO TE-01   KC=0.2184071E 00

COMP.DE ONDA DE CORTE= 14.506 MM   MODO TE-02   KC=0.4331284E 00

COMP.DE ONDA DE CORTE=  9.686 MM   MODO TE-03   KC=0.6486208E 00

COMP.DE ONDA DE CORTE=  7.269 MM   MODO TE-04   KC=0.8643222E 00
```

D.2-<u>Comprimento de onda de corte para o modo TE_{1m}</u>

PROGRAMA N. 15-2

```
      REAL LAMBC
C***  METODO DA BISECCAO MODIFICADO
C
      F(X)=BEJ11(34.*X)*BEY11(19.45*X)-BEJ11(19.45*X)*BEY11(
     134.*X)
C
      I=0
      WRITE (3,9)
1     READ(2,10)X0,XF
2     X=(X0+XF)/2.
      A=F(X)
      IF(ABS(A)-.1E-7)8,8,3
3     B=F(X0)
      C=F(XF)
      IF(A*B)4,4,5
4     XF=X
      GOTO2
5     IF(A*C)6,6,7
6     X0=X
      GOTO2
7     PAUSE 1111
8     LAMBC=6.2831853/X
      I=I+1
      WRITE(3,11)LAMBC,I,X
9     FORMAT('1',18X,'RESULTADOS DO PROGRAMA',//)
10    FORMAT(2F10.5)
11    FORMAT('0','COMP.DE ONDA DE CORTE=',F7.3,1X,'MM'
     1,2X,'MODO TE-1',I1,2X,'KC=',E13.7)
      GOTO1
      END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA

```
COMP.DE ONDA DE CORTE=166.046 MM  MODO TE-11  KC=0.3784000E-01

COMP.DE ONDA DE CORTE= 28.290 MM  MODO TE-12  KC=0.2220990E 00

COMP.DE ONDA DE CORTE= 14.447 MM  MODO TE-13  KC=0.4349084E 00

COMP.DE ONDA DE CORTE=  9.669 MM  MODO TE-14  KC=0.6497970E 00
```

D.3-Comprimento de onda de corte para o modo $TE_{1/2,m}$

PROGRAMA N. 15-3

```
      REAL LAMBC
C***  METODO DA BISECCAO MODIFICADO
C
      F(X)=BJ051(34.*X)*BY051(19.45*X)-BJ051(19.45*X)*BY051(
     134.*X)
C
      I=0
      WRITE (3,9)
1     READ(2,10)X0,XF
2     X=(X0+XF)/2.
      A=F(X)
      IF(ABS(A)-.1E-7)8,8,3
3     B=F(X0)
      C=F(XF)
      IF(A*B)4,4,5
4     XF=X
      GOTO2
5     IF(A*C)6,6,7
6     X0=X
      GOTO2
7     PAUSE 1111
8     LAMBC=6.2831853/X
      I=I+1
      WRITE(3,11)LAMBC,I,X
9     FORMAT('1',18X,'RESULTADOS DO PROGRAMA',//)
10    FORMAT(2F10.5)
11    FORMAT('0','COMP.DE ONDA DE CORTE=',F7.3,1X,'MM'
     1,2X,'MODO TE-1/2-',I1,2X,'KC=',E13.7)
      GOTO1
      END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA

```
COMP.DE ONDA DE CORTE=331.705 MM  MODO TE-1/2-1  KC=0.1894206E-01
COMP.DE ONDA DE CORTE= 28.646 MM  MODO TE-1/2-2  KC=0.2193345E 00
COMP.DE ONDA DE CORTE= 14.491 MM  MODO TE-1/2-3  KC=0.4335740E 00
COMP.LE ONDA DE CORTE=  9.682 MM  MODO TE-1/2-4  KC=0.6489150E 00
```

- x - x -

APÊNDICE E

CÁLCULO NORMALIZADO DOS CAMPOS

E.1-Componente E_r

PROGRAMA N. 16-1

```
C
      F(X)=(BJ051(.368383)*BY05(.0189420*X)-BY051(.368383)*
     1BJ05(.0189420*X))/(-.0888507*X)
C
      X = 19.45
      WRITE(3,30)
      DO 10 I=1,21
      A = F(X)
      WRITE(3,20)X,A
10    X = X+.7275
20    FORMAT(T17,F9.6,T36,F9.6)
30    FORMAT(T20,'RESULTADOS DO PROGRAMA',//,T14,'R(EM MILI',
     1'METRO)',T33,'ER(NORMALIZADO)',//)
      STOP
      END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA

R(EM MILIMETRO)	ER(NORMALIZADO)
19.450000	1.000000
20.177500	0.964017
20.904999	0.930660
21.632499	0.899640
22.359999	0.870710
23.087499	0.843654
23.814999	0.818287
24.542499	0.794445
25.269999	0.771988
25.997499	0.750789
26.724999	0.730737
27.452499	0.711735
28.179999	0.693695
28.907499	0.676539
29.634999	0.660197
30.362499	0.644608
31.089999	0.629714
31.817499	0.615464
32.544999	0.601813
33.272499	0.588719
33.999999	0.576143

E.2-<u>Componente E_θ</u>

PROGRAMA N. 16-2

```
C
      F(X)=(BJ051(.368383)*BY051(.018942*X)-BY051(.368383)*
     1BJ051(.018942*X))/(-.0676011)
C
      X = 19.45
      WRITE(3,30)
      DO 10 I=1,21
      A = F(X)
      WRITE(3,20)X,A
10    X = X+.7275
20    FORMAT(T17,F9.6,T36,F9.6)
30    FORMAT(T20,'RESULTADOS DO PROGRAMA',//,T14,'R(EM MILI',
     1'METRO)',T30,'ETETA(NORMALIZADO)',//)
      STOP
      END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA

R(EM MILIMETRO)	ETETA(NORMALIZADO)
19.450000	0.000837
20.177500	0.268915
20.904999	0.485111
21.632499	0.656062
22.359999	0.787394
23.087499	0.883901
23.814999	0.949690
24.542499	0.988297
25.269999	1.002777
25.997499	0.995783
26.724999	0.969628
27.452499	0.926333
28.179999	0.867675
28.907499	0.795220
29.634999	0.710349
30.362499	0.614289
31.089999	0.508131
31.817499	0.392848
32.544999	0.269310
33.272499	0.138297
33.999999	0.000511

E.3-<u>Componente H_z</u>

PROGRAMA N. 16-3

```
C
      F(X)=(BY05(.018942*X)*BJ051(.368383)-BY051(.368383)*
     1BJ05(.018942*X))/(-1.7281464)
C
      X = 19.45
      WRITE(3,30)
      DO 10 I=1,21
      A = F(X)
      WRITE(3,20)X,A
10    X = X+.7275
20    FORMAT(T17,F9.6,T36,F9.6)
30    FORMAT(T20,'RESULTADOS DO PROGRAMA',//,T14,'R(EM MILI',
     1'METRO)',T33,'HZ(NORMALIZADO)',//)
      STOP
      END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA

R(EM MILIMETRO)	HZ(NORMALIZADO)
19.450000	1.000000
20.177500	1.000075
20.904999	1.000280
21.632499	1.000590
22.359999	1.000980
23.087499	1.001432
23.814999	1.001928
24.542499	1.002451
25.269999	1.002989
25.997499	1.003528
26.724999	1.004059
27.452499	1.004571
28.179999	1.005055
28.907499	1.005504
29.634999	1.005910
30.362499	1.006268
31.089999	1.006571
31.817499	1.006814
32.544999	1.006993
33.272499	1.007103
33.999999	1.007140

- x - x - x -

APÊNDICE F

POTÊNCIA DE TRANSMISSAO, POTÊNCIA DE PERDA E COEF.DE ATENUAÇÃO

F.01 - PROGRAMA N. 17

```
C... PROGRAMA PARA DETERMINAR
C...     POTENCIA DE TRANSIMISSAO
C...         POTENCIA DE PERDA  E
C...             COEFICINETE DE ATENUACAO
C... DEFINICAO DE CONSTANTES
     Z1=1.E-6
     Z2=1.E+9
     Z3=1.E-7
     HO=-1791.7484*Z2
     VL=2.998*1.E+8
     P=18.942061
     PI=3.141592636
     A=.01945
     B=.034
     C=(BY051(P*A))/BJ051(P*A)
     FR=.9038138527*Z2
     ALF=2.*P*A
     BET=2.*P*B
     AB=2.*A*B
     BA=(B-A)/AB
     CC=C*C
     FA=BY05 (P*A)-C*BJ05(P*A)
     FB=BY05 (P*B)-C*BJ05(P*B)
     GA=BY051(P*A)-C*BJ051(P*A)
     GB=BY051(P*B)-C*BJ051(P*B)
     ABQ=.25*(1./(A**2)-1./(B**2))
     SENIN=SI(BET)-SI(ALF)
     COSIN=CIN(BET)-CIN(ALF)
     SEDIV=(A*SIN(BET)-B*SIN(ALF))/AB
     CODIV=(A*COS(BET)-B*COS(ALF))/AB
     SEDIQ=(A*A*SIN(BET)-B*B*SIN(ALF))/(AB*AB)
     CODIQ=(A*A*COS(BET)-B*B*COS(ALF))/(AB*AB)
     SENO=SIN(BET)-SIN(ALF)
     COSEN=COS(BET)-COS(ALF)
C... INTEGRACOES DEVIDO A POTENCIA DE TRANSIMISSAO
     XI11=BA-CODIV-P*SENIN
     XI12=CC*(BA+CODIV+P*SENIN)
     XI13=2.*C*(P*ALOG(B/A)-SEDIV-P*COSIN)
     XI21=.5*(B-A)-(.25/P)*SENO
     XI23=((1.-CC)/(2.*P))*SENIN
     XI24=CC*(.5*(B-A)+(.25/P)*SENO)
     XI26=((.5*C)/P)*(COSEN)
     XI27=((.5*C)/P)*COSIN
     XI28=-(C/P)*(ALOG(B/A)-.5*COSIN)
     XI29=((.5*C)/(P*P))*(P*ALOG(B/A)-SEDIV-P*COSIN)
     SM3=2.*(XI11+XI12)+XI13+4.*P*P*(XI21+XI23+XI24+XI26+XI
    127+XI28+XI29)
C... INTEGRACOES DEVIDO A POTENCIA DE PERDA
C... REFERENTE A HR NA LAMINA
     XI1=.5*COSIN
     XI2=(.25/(P*P))*(ABQ-CODIQ+P*SEDIV-(P*P)*(ALOG(B/A)-CO
```

Continuação PROGRAMA N. 17

```
     1SIN))
      XI3=((1.-CC)/P)*(P*ALOG(B/A)-SEDIV-P*COSIN)
      XI4=CC*(ALOG(B/A)-.5*COSIN)
      XI5=((.25*CC)/(P*P))*(ABQ+CODIQ-P*SEDIV+(P*P)*(ALOG(B/
     1A)-COSIN))
      XI6=-C*SENIN
      XI7=(C/P)*(BA+CODIV+P*SENIN)
      XI8=-(C/P)*(BA-CODIV-P*SENIN)
      XI9=((.5*C)/(P*P))*(-SEDIQ-P*(P*SENIN+CODIV))
      SM1=.10305*1.E-3*P*PI/2.
      SM1=XI1+XI2+XI3+XI4+XI5+XI6+XI7+XI8+XI9
C...  REFERENTE A HZ NA LAMINA
      AXI11=ALOG(B/A)-.5*COSIN
      AXI12=(.5*CC)*COSIN
      AXI13=C*SENIN
      SM2=AXI11+AXI12+AXI13
      WRITE(3,100)
      DO 10 I=1,50
      H2=HO/(FR)
      RS=2.61*1.E-7*SQRT(FR)
      OMEGA=2.*PI*FR
      BG=SQRT((OMEGA/VL)**2-P*P)
      AK=(BG*(PI**3)*H2*H2*Z3*FR)/(P**4)
      HA=(2./(PI*P))*AK
C...  POTENCIA DE TRANSMISSAO
      PO=(HA*SM3)*Z1
      AP1=((RS*H2*H2*BG*BG))/(P*P*P*PI)
      AP2=(RS*H2*H2)/(P*PI)
C...  POTENCIA DE PERDA REFERENTE A H-TETA NOS CILINDROS
      PL1=((RS*PI)/(2.*A))*(((BG*H2*FA)/(2.*P*P))**2)
      PL2=((RS*PI)/(2.*B))*(((BG*H2*FB)/(2.*P*P))**2)
C...  POTENCIA DE PERDA DEVIDO A HZ NOS CILINDROS
      PL3=((RS*A*PI)/2.)*((H2*FA)**2)
      PL4=((RS*B*PI)/2.)*((H2*FB)**2)
C...  POTENCIA DE PERDA DEVIDO A HR NA LAMINA
      PL5=AP1*SM1
C...  POTENCIA DE PERDA DEVIDO A HZ NA LAMINA
      PL6=AP2*SM2
C...  POTENCIA DE PERDA TOTAL
      PL=(PL1+PL2+PL3+PL4+2.*(PL5+PL6))*Z1
C...  COEFICIENTE DE ATENUACAO
      ALFA=(PL/(2.*PO))*8.686
      WRITE(3,400)FR,PO,PL,ALFA
      FR=FR+.09038138527*Z2
10    CONTINUE
100   FORMAT('1',18X,'RESULTADOS DO PROGRAMA',//,' FREQ.EM '
     1,' HZ    POT.DE TRANSM.   POT.DE PERDA    ALFA EM DB/M')
400   FORMAT(1X,E12.5,3X,E12.5,3X,E12.5,3X,E12.5)
      STOP
      END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA

FREQ.EM HZ	POT.DE TRANSM.	POT.DE PERDA	ALFA EM DB/M
0.90381E 09	0.00000E 00	0.26847E-01	0.23320E 00
0.99419E 09	0.33283E 01	0.27644E-01	0.36072E-01
0.10845E 10	0.44162E 01	0.28465E-01	0.27993E-01
0.11749E 10	0.51048E 01	0.29297E-01	0.24924E-01
0.12653E 10	0.55913E 01	0.30130E-01	0.23403E-01
0.13557E 10	0.59548E 01	0.30960E-01	0.22580E-01
0.14461E 10	0.62365E 01	0.31783E-01	0.22133E-01
0.15364E 10	0.64608E 01	0.32597E-01	0.21912E-01
0.16268E 10	0.66428E 01	0.33401E-01	0.21837E-01
0.17172E 10	0.67931E 01	0.34193E-01	0.21860E-01
0.18076E 10	0.69188E 01	0.34974E-01	0.21953E-01
0.18980E 10	0.70252E 01	0.35742E-01	0.22095E-01
0.19883E 10	0.71162E 01	0.36499E-01	0.22275E-01
0.20787E 10	0.71945E 01	0.37244E-01	0.22482E-01
0.21691E 10	0.72626E 01	0.37978E-01	0.22710E-01
0.22595E 10	0.73222E 01	0.38700E-01	0.22954E-01
0.23499E 10	0.73746E 01	0.39411E-01	0.23209E-01
0.24402E 10	0.74210E 01	0.40112E-01	0.23474E-01
0.25306E 10	0.74623E 01	0.40803E-01	0.23747E-01
0.26210E 10	0.74992E 01	0.41484E-01	0.24024E-01
0.27114E 10	0.75323E 01	0.42155E-01	0.24305E-01
0.28018E 10	0.75621E 01	0.42816E-01	0.24590E-01
0.28922E 10	0.75891E 01	0.43469E-01	0.24876E-01
0.29825E 10	0.76135E 01	0.44113E-01	0.25163E-01
0.30729E 10	0.76358E 01	0.44749E-01	0.25451E-01
0.31633E 10	0.76562E 01	0.45377E-01	0.25740E-01
0.32537E 10	0.76748E 01	0.45996E-01	0.26028E-01
0.33441E 10	0.76919E 01	0.46608E-01	0.26316E-01
0.34344E 10	0.77076E 01	0.47213E-01	0.26603E-01
0.35248E 10	0.77221E 01	0.47811E-01	0.26889E-01
0.36152E 10	0.77355E 01	0.48402E-01	0.27174E-01
0.37056E 10	0.77479E 01	0.48986E-01	0.27458E-01
0.37960E 10	0.77594E 01	0.49563E-01	0.27740E-01
0.38863E 10	0.77701E 01	0.50135E-01	0.28022E-01
0.39767E 10	0.77801E 01	0.50700E-01	0.28301E-01
0.40671E 10	0.7[illegible]04E 01	0.51259E-01	[illegible]28579E-01
0.41575E 10	0.[illegible]81E 01	0.51813E-01	0.28856E-01
0.42479E 10	0.78063E 01	0.52361E-01	0.29130E-01
0.43383E 10	0.78139E 01	0.52903E-01	0.29403E-01
0.44286E 10	0.78210E 01	0.53440E-01	0.29675E-01
0.45190E 10	0.78278E 01	0.53973E-01	0.29945E-01
0.46094E 10	0.78341E 01	0.54500E-01	0.30213E-01
0.46998E 10	0.78401E 01	0.55022E-01	0.30479E-01
0.47902E 10	0.78457E 01	0.55540E-01	0.30744E-01
0.48805E 10	0.78510E 01	0.56053E-01	0.31007E-01
0.49709E 10	0.78560E 01	0.56561E-01	0.31268E-01
0.50613E 10	0.78608E 01	0.57065E-01	0.31527E-01
0.51517E 10	0.78653E 01	0.57565E-01	0.31785E-01
0.52421E 10	0.78695E 01	0.58060E-01	0.32042E-01
0.53325E 10	0.78736E 01	0.58552E-01	0.32296E-01

APÊNDICE G

REFERÊNCIAS

G.01 - ANGOT,A.:"Complements Mathematiques", Masson & Cie., Editeurs, Paris, 1965.

G.02 - MARCUVITZ, N.:"Waveguid Handbook", vol. X, McGraw-Hill, N. York, 1951.

G.03 - JORDAN, Edgard C.: "Eletromagnetic Waves and Radiating Systems", Prentice-Hall.

G.04 - RAMO, S.; WHINNERY, J. R. & VAN DUZER, T.:"Fields and Waves in Communications Electronics", John Wiley and Sons, Inc., Tokyo, 1965.

G.05 - MEINKE, H. H.; LANGE, K. P. & RUGER, J. F.:"Waveguides of Very [illegible] Cross Section", [illegible].963, page 1436/43.

G.06 - ATWATER, H. A.:"Introduction to Microwave Theory", Mc-Graw-Hill, Tóquio, 1962.

G.07 - CLENSHAW,C.W.:"Chebyschev Series for Mathematical Functions", Department of Scientific and Industrial Research, London, 1962.