

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

AVALIAÇÃO DE MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADA A
IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E DE PERTURBAÇÕES
EXTERNAS EM SISTEMAS MECÂNICOS

VALDEMIR MARIANO

CAMPINA GRANDE - PB
1998

**AVALIAÇÃO DE MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADA A
IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E DE PERTURBAÇÕES
EXTERNAS EM SISTEMAS MECÂNICOS**

VALDEMIR MARIANO

**AVALIAÇÃO DE MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADA A
IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E DE PERTURBAÇÕES
EXTERNAS EM SISTEMAS MECÂNICOS**

**Dissertação apresentada ao Curso de
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
da Universidade Federal da Paraíba, em
cumprimento às exigências para obtenção
do Grau de Mestre.**

Orientador: Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira

**Campina Grande - PB
1998**



M333a Mariano, Valdemir.
Avaliação de métodos numéricos aplicada a identificação de parâmetros e de perturbações externas em sistemas mecânicos / Valdemir Mariano. - Campina Grande, 1998. 140 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1998.
"Orientação : Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira".
Referências.

1. Sistemas Mecânicos. 2. Integração Numérica. 3. Sistemas Dinâmicos - Força. 4. Dissertação - Engenharia Mecânica. I. Oliveira, Natanael Victor de. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

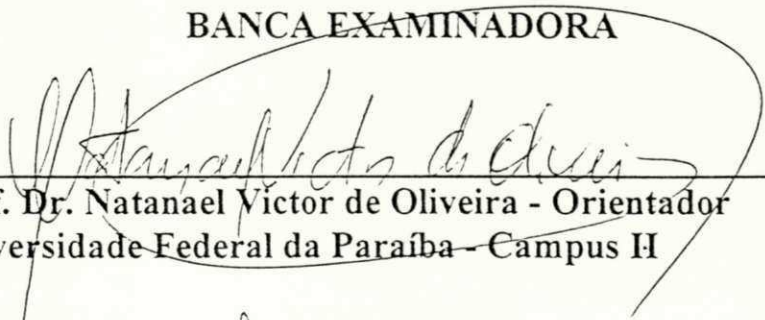
CDU 621.03(043)

VALDEMIR MARIANO

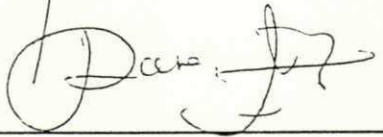
AVALIAÇÃO DE MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADA A
IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E DE PERTURBAÇÕES
EXTERNAS EM SISTEMAS MECÂNICOS

Aprovada com Distinção em 14/08/1998


BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Natanael Victor de Oliveira - Orientador
Universidade Federal da Paraíba - Campus II



Prof. Dr. Seyyed Said Dana
Universidade Federal da Paraíba - Campus I



Prof. Dr. Wilson Fadlo Cury
Universidade Federal da Paraíba - Campus II

*À minha inesquecível Mãe Maria José
Borges (in memoriam), OFEREÇO.
Com muito amor, à minha noiva
Cynara Dinoá Matias, DEDICO.*

AGRADECIMENTOS

À DEUS, sem cuja Solicitude eu nada poderia, eu nada seria.

Ao meu estimado pai VICENTE MARIANO, pelo inestimável apoio em toda a minha vida.

À CAPES, pelo apoio financeiro concedido durante a vigência do Curso.

Ao Prof. Dr. NATANAEL VICTOR DE OLIVEIRA, pela orientação inteligente e ponderada, pela amizade sincera e pela dedicação, mas, sobretudo, pela paciência admirável no decorrer deste trabalho.

Ao Curso de PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, nas pessoas do seu Coordenador, Vice-Coordenador e demais Professores membros, como também a sua eficiente Secretária LÚCIA MÁRCIA DONATO QUIRINO, pelo incansável apoio prestado.

Ao Prof. Dr. MARCO ANTONIO DOS SANTOS, irmão de muitas jornadas, cujos estímulos e sincera amizade muito me auxiliaram.

À ESCOLA TÉCNICA FEDERAL DE PERNAMBUCO - UNED Pesqueira, nas pessoas da Diretora SANDRA MACIEL, da Diretora do Departamento de Ensino BERNARDINA ARAÚJO e da Coordenadora de Ensino LUCILDA AGUIAR pelo apoio concedido.

Aos colegas professores da ETFPE - UNED Pesqueira, pela sólida amizade e pela permuta de experiências valiosas na esferas profissional e da vida.

Aos irmãos da seara Espírita-Cristã, do grupo da SOCIEDADE DE ESTUDOS E EDUCAÇÃO ESPÍRITA, pelo carinho, dedicação e auxílio fraterno no decorrer desta pesquisa.

Ao amigo de infância e funcionário da CELB, Claudemir Leite do Nascimento, pelo excelente trabalho de balanceamento da rede de distribuição de energia elétrica de nossa residência, favorecendo o perfeito funcionamento do nosso sistema computacional.

E aos demais que, de alguma forma, contribuíram na elaboração desta dissertação.

SUMÁRIO

	pág.
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xiv
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	xviii
RESUMO	xxi
ABSTRACT	xxii

CAPÍTULO I INTRODUÇÃO

1.1 Introdução Geral	01
1.2 Objetivo do Trabalho	03
1.3 Descrição do Trabalho	03

CAPÍTULO II REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução	06
2.2 Identificação de Sistemas Mecânicos	07

CAPÍTULO III APRESENTAÇÃO E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA ABORDADOS

3.1 Introdução	17
3.2 Solução das Equações de Equilíbrio em Análise Dinâmica	18
3.3 Métodos de Integração Direta	19
3.3.1 Método da Diferença Central	20
3.3.2 Método de Houbolt	23
3.3.3 Método de Wilson θ	26
3.3.4 Método de Newmark	29

3.3.5 Método de Runge-Kutta de 4ª Ordem	31
---	----

CAPÍTULO IV

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS

4.1 Introdução	36
4.2 Modelos Físico e Matemático	37
4.3 Características do Sinal de Excitação Sintetizado (Schroeder)	40
4.4 Propriedades do Estimador dos Mínimos Quadrados	42
4.5 Formulação Matemática para o Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo	45
4.6 Formulação Matemática para o Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio da Freqüência usando o Espectro da Excitação e da Resposta	51
4.7 Formulação Matemática para o Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Discretizada.....	60
4.8 Formulação Matemática para o Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Contínua	62

CAPÍTULO V

RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DIGITAL DAS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS DOS PROCESSOS DE IDENTIFICAÇÃO E DISCUSSÕES

5.1 Introdução	64
5.2 Resultados do Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo para o Sistema de Um Grau de Liberdade (SDOF)	65
5.3 Resultados do Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio da Freqüência Usando o Espectro da Excitação e da Resposta para o Sistema de Um Grau de Liberdade (SDOF)	77
5.4 Resultados do Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Contínua para o Sistema de	

Um Grau de Liberdade (SDOF)	83
5.5 Resultados do Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Discretizada para o Sistema de Um Grau de Liberdade (SDOF)	88
5.6 Resultados do Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico (MDOF)	91
5.7 Resultados do Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio da Frequência Usando o Espectro da Excitação e da Resposta para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico (MDOF).....	109
5.8 Resultados do Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Contínua para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico (MDOF).....	119
5.9 Resultados do Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Discretizada para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico (MDOF).....	125

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO GERAL

6.1 Conclusão	128
6.2 Sugestões	131

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	134
---	-----

APÊNDICES

APÊNDICE A	Resultados de Estimação de Parâmetros no Domínio da Frequência e de Forças para $N_f = 256$
APÊNDICE B	Resultados Preliminares de Identificação de Parâmetros usando Pontos Intermediários para o Sistema SDOF
APÊNDICE C	Respostas em Frequência para os Sistemas SDOF e MDOF
APÊNDICE D	Trabalhos Publicados
APÊNDICE E	Identificação dos Parâmetros Modais de um Sistema MDOF

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 2.2.1 - Modelo Físico de um Hidrogerador	10
Figura 4.2.1 - Sistema SDOF massa-mola-amortecedor	37
Figura 4.2.2 - Sistema MDOF eixo-mancal-hidrodinâmico - modelo físico	37
Figura 4.2.3 - Esquema simplificado do sistema eixo-mancal hidrodinâmico segundo (Oliveira, 1991)	38
Figura 4.3.1 - Sinal de excitação sintetizado no tempo (a) e em frequência (b)	41
Figura 5.2.1 - Sinal de excitação no tempo	67
Figura 5.2.2 - Espectro do sinal de excitação	67
Figura 5.2.3 - Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema SDOF	68
Figura 5.2.4 - Rigidez K estimada para Nt fixo e variação de NPI	71
Figura 5.2.5 - Amortecimento C identificado para Nt fixo e variação de NPI	71
Figura 5.2.6 - Rigidez K identificada para Nt fixo e variação de NPI pelo método de Houbolt	72
Figura 5.2.7 - Amortecimento C identificado para Nt fixo e variação de NPI pelo método de Houbolt	72
Figura 5.2.8 - Rigidez K identificada para Nt fixo e variação de NPI pelo método de Wilson θ	72
Figura 5.2.9 - Amortecimento C identificado para Nt fixo e variação de NPI pelo método de Wilson θ	72
Figura 5.3.1 - Rigidez K identificada para Nt fixo e variação de NPI	78
Figura 5.3.2 - Amortecimento C identificado para Nt fixo e variação de NPI	78

Figura 5.3.3 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema SDOF	79
Figura 5.3.4 -	Rigidez K identificada para N_t fixo e variação de NPI	81
Figura 5.3.5 -	Amortecimento C identificado para N_t fixo e variação de NPI	81
Figura 5.4.1 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua para o sistema SDOF	84
Figura 5.4.2 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 20	85
Figura 5.4.3 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 3.4	85
Figura 5.4.4 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua com os resultados de identificação de parâmetros no domínio da frequência para o sistema SDOF	86
Figura 5.4.5 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 20	87
Figura 5.4.6 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 8	87
Figura 5.5.1 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação discretizada para o sistema SDOF	89
Figura 5.5.2 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação discretizada para NPI = 20	90
Figura 5.5.3 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação discretizada para NPI = 3.4	90
Figura 5.6.1 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo usando o estimador por	

	mínimos quadrados para o sistema MDOF	93
Figura 5.6.2 -	Rigidez K_{xx} identificada para N_t fixo e variação de NPI	98
Figura 5.6.3 -	Rigidez K_{xy} identificada para N_t fixo e variação de NPI	98
Figura 5.6.4 -	Rigidez K_{yx} identificada para N_t fixo e variação de NPI	98
Figura 5.6.5 -	Rigidez K_{yy} identificada para N_t fixo e variação de NPI	98
Figura 5.6.6 -	Amortecimento C_{xx} identificado para N_t fixo e variação de NPI	99
Figura 5.6.7 -	Amortecimento C_{xy} identificado para N_t fixo e variação de NPI	99
Figura 5.6.8 -	Amortecimento C_{yx} identificado para N_t fixo e variação de NPI	99
Figura 5.6.9 -	Amortecimento C_{yy} identificado para N_t fixo e variação de NPI	99
Figura 5.6.10 -	Rigidez K_{xx} identificada para N_t fixo e variação de NPI	104
Figura 5.6.11 -	Rigidez K_{xy} identificada para N_t fixo e variação de NPI	104
Figura 5.6.12 -	Rigidez K_{yx} identificada para N_t fixo e variação de NPI	104
Figura 5.6.13 -	Rigidez K_{yy} identificada para N_t fixo e variação de NPI	104
Figura 5.6.14 -	Amortecimento C_{xx} identificado para N_t fixo e variação de NPI	105
Figura 5.6.15 -	Amortecimento C_{xy} identificado para N_t fixo e variação de NPI	105
Figura 5.6.16 -	Amortecimento C_{yx} identificado para N_t fixo e variação de NPI	105
Figura 5.6.17 -	Amortecimento C_{yy} identificado para N_t fixo e variação de NPI	105
Figura 5.7.1 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema MDOF	110
Figura 5.7.2 -	Rigidez K_{xx} identificada para N_t fixo e variação de NPI	115
Figura 5.7.3 -	Rigidez K_{xy} identificada para N_t fixo e variação de NPI	115

Figura 5.7.4 -	Rigidez K_{yx} identificada para N_t fixo e variação de NPI	115
Figura 5.7.5 -	Rigidez K_{yy} identificada para N_t fixo e variação de NPI	115
Figura 5.7.6 -	Amortecimento C_{xx} identificado para N_t fixo e variação de NPI	116
Figura 5.7.7 -	Amortecimento C_{xy} identificado para N_t fixo e variação de NPI	116
Figura 5.7.8 -	Amortecimento C_{yx} identificado para N_t fixo e variação de NPI	116
Figura 5.7.9 -	Amortecimento C_{yy} identificado para N_t fixo e variação de NPI	116
Figura 5.8.1 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua para o sistema MDOF	120
Figura 5.8.2 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 6$ e $N_t = 256$	121
Figura 5.8.3 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 14$ e $N_t = 256$	121
Figura 5.8.4 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 6$ e $N_t = 512$	121
Figura 5.8.5 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 14$ e $N_t = 512$	121
Figura 5.8.6 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua com os resultados de identificação de parâmetros no domínio da frequência para o sistema MDOF	122
Figura 5.8.7 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 10$ e $N_t = 256$	123
Figura 5.8.8 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 20$ e $N_t = 256$	123
Figura 5.9.1 -	Diagrama de blocos para o processo de identificação de	

	forças no domínio do tempo usando o método da equação discretizada para o sistema MDOF	126
Figura 5.9.2 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação discretizada para NPI = 6	127
Figura 5.9.3 -	Espectros das forças identificadas pelo método da equação discretizada para NPI = 14	127

LISTA DE TABELAS

		pág.
Tabela 3.1 -	Solução numérica passa-a-passo usando o Método da Diferença Central	22
Tabela 3.2 -	Solução numérica passa-a-passo usando o Método de Houbolt	24
Tabela 3.3 -	Solução numérica passa-a-passo usando o Método de Wilson θ	28
Tabela 3.4 -	Solução numérica passa-a-passo usando o Método de Newmark	30
Tabela 5.2.1 -	Valores adotados para verificação do processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo	65
Tabela 5.2.2 -	Identificação do coeficiente de rigidez K [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	69
Tabela 5.2.3 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	69
Tabela 5.2.4 -	Identificação do coeficiente de rigidez K [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	70
Tabela 5.2.5 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	70
Tabela 5.3.1 -	Identificação do coeficiente de rigidez K [N/m] no domínio da freqüência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 128$)	77
Tabela 5.3.2 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C [N.s/m] no domínio da freqüência em função de NPI e seu	

	respectivo erro [%] ($N_f = 128$)	78
Tabela 5.3.3 -	Identificação dos coeficientes de rigidez K [N/m] e amortecimento C [N.s/m] no domínio da frequência pelo Método de Newmark em função de NPI e seus respectivos erros [%] ($N_f = 128$)	80
Tabela 5.6.1 -	Valores adotados para verificação do processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo	92
Tabela 5.6.2 -	Identificação do coeficiente de rigidez K_{xx} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	94
Tabela 5.6.3 -	Identificação do coeficiente de rigidez K_{xy} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	94
Tabela 5.6.4 -	Identificação do coeficiente de rigidez K_{yx} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	95
Tabela 5.6.5 -	Identificação do coeficiente de rigidez K_{yy} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	95
Tabela 5.6.6 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xx} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	96
Tabela 5.6.7 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xy} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	96
Tabela 5.6.8 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yx} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)	97
Tabela 5.6.9 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yy} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo	

	erro [%] ($N_t = 256$)	97
Tabela 5.6.10 -	Identificação do coeficiente de rigidez K_{xx} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)	100
Tabela 5.6.11 -	Identificação do coeficiente de rigidez K_{xy} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)	100
Tabela 5.6.12 -	Identificação do coeficiente de rigidez K_{yx} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)	101
Tabela 5.6.13 -	Identificação do coeficiente de rigidez K_{yy} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)	101
Tabela 5.6.14 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xx} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)	102
Tabela 5.6.15 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xy} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)	102
Tabela 5.6.16 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yx} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)	103
Tabela 5.6.17 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yy} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)	103
Tabela 5.7.1 -	Identificação do coeficiente de Rigidez K_{xx} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 128$)	111
Tabela 5.7.2 -	Identificação do coeficiente de Rigidez K_{xy} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu	

	respectivo erro [%] (Nf = 128)	111
Tabela 5.7.3 -	Identificação do coeficiente de Rigidez K_{yx} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)	112
Tabela 5.7.4 -	Identificação do coeficiente de Rigidez K_{yy} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)	112
Tabela 5.7.5 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xx} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)	113
Tabela 5.7.6 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xy} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)	113
Tabela 5.7.7 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yx} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)	114
Tabela 5.7.8 -	Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yy} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)	114

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

$[M]$	Matriz de massa
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[K]$	Matriz de rigidez
$\{F\}$	Vetor força de excitação
$\{\ddot{X}\}$	Vetor aceleração
$\{\dot{X}\}$	Vetor velocidade
$\{X\}$	Vetor deslocamento
$F_I(t)$	Força de inércia
$F_A(t)$	Força de amortecimento
$F_E(t)$	Força elástica representativa da rigidez do sistema
t	Tempo
Δt	Intervalo de tempo de discretização
T	Período
$\{\ddot{X}^k\}$	Vetor aceleração no tempo k genérico, k : (0; t ; $t+\Delta t$; $t-\Delta t$; $t-2\Delta t$; $t+\theta\Delta t$; <i>etc.</i>)
$\{\dot{X}^k\}$	Vetor velocidade no tempo k genérico, k : (0; t ; $t+\Delta t$; $t-\Delta t$; $t-2\Delta t$; $t+\theta\Delta t$; <i>etc.</i>)
$\{X^k\}$	Vetor deslocamento no tempo k genérico, k : (0; t ; $t+\Delta t$; $t-\Delta t$; $t-2\Delta t$; $t+\theta\Delta t$; <i>etc.</i>)
$\{F^k\}$	Vetor força no tempo k genérico, k : (t ; $t+\Delta t$)
Δt_{cr}	Intervalo de tempo de discretização crítico
a_i	Constante de integração genérica para $i = 0, 1, 2, \dots, 8$
$[\hat{M}]$	Matriz de massa efetiva
$[\hat{F}^k]$	Vetor força de excitação efetivo no tempo k genérico, k : (t ; $t+\Delta t$)
$[\hat{K}]$	Matriz de rigidez efetiva
θ	Parâmetro de estabilidade do método de Wilson θ

τ	Incremento no tempo
α	Parâmetro de estabilidade do método de Newmark
δ	Parâmetro de estabilidade do método de Newmark
K_{n1}, K_{n4}	Coefficientes angulares extremos do método de Runge-Kutta
K_{n2}, K_{n3}	Coefficientes angulares médios do método de Runge-Kutta
h	Passo de integração do método de Runge-Kutta
M	Massa do sistema
K	Coefficiente de rigidez do sistema
C	Coefficiente de amortecimento do sistema
SDOF	Single-Degree-of-Freedom Systems
MDOF	Multiple- Degree-of-Freedom Systems
$F(t)$	Força de excitação externa
Δt	Intervalo de tempo de discretização
K_{xx}, K_{yy}	Coefficientes diretos linearizados de rigidez do filme de óleo
K_{xy}, K_{yx}	Coefficientes acoplados linearizados de rigidez do filme de óleo
C_{xx}, C_{yy}	Coefficientes diretos linearizados de amortecimento do filme de óleo
C_{xy}, C_{yx}	Coefficientes acoplados linearizados de amortecimento do filme de óleo
K_{sx}, K_{sy}	Coefficientes de rigidez do suporte segundo as direções x e y
β_n	Comprimento finito das séries temporais
α_k	Coefficientes de auto-correlação
ϕ_n	Ângulos de fase
ϕ	Matriz e/ou vetor dos parâmetros
b	Matriz e/ou vetor de entrada (excitação)
$[A]$	Matriz do sistema
ε	Matriz e/ou vetor dos erros
$\hat{\Phi}_{MQ}$	Estimador por mínimos quadrados
X	Deslocamento, vetor de estado
$[B]$	Matriz de distribuição

$[I]$	Matriz Identidade
Y	Deslocamento
F_x	Força de excitação na direção x
F_y	Força de excitação na direção y
X_n^c, X_n^s	Coefficientes de Fourier do vetor deslocamento na direção x
Y_n^c, Y_n^s	Coefficientes de Fourier do vetor deslocamento na direção y
$F_{x_n}^c, F_{x_n}^s$	Coefficientes de Fourier do vetor força de excitação na direção x
$F_{y_n}^c, F_{y_n}^s$	Coefficientes de Fourier do vetor força de excitação na direção y
N, N_t	Número de pontos no tempo
N_f	Número de pontos em frequência
$\{\hat{F}(k)\}, \{\hat{F}(t)\}$	Vetor força de excitação estimado
$[\hat{M}]$	Matriz e/ou coeficiente de massa estimado
$[\hat{C}]$	Matriz e/ou coeficiente de amortecimento estimado
$[\hat{K}]$	Matriz e/ou coeficiente de rigidez estimado
$\hat{\Delta}t$	Intervalo de tempo de discretização estimado
$\hat{K}_{xx}, \hat{K}_{yy}$	Coefficientes diretos de rigidez do filme de óleo estimados
$\hat{K}_{xy}, \hat{K}_{yx}$	Coefficientes acoplados de rigidez do filme de óleo estimados
$\hat{C}_{xx}, \hat{C}_{yy}$	Coefficientes diretos de amortecimento do filme de óleo estimados
$\hat{C}_{xy}, \hat{C}_{yx}$	Coefficientes acoplados de amortecimento do filme de óleo estimados
$\{\hat{F}_x(k)\}$	Vetor força de excitação na direção x estimado
$\{\hat{F}_y(k)\}$	Vetor força de excitação na direção y estimado
F_0	Amplitude da força de excitação
NPI	Relação entre as frequências natural e fundamental do sistema
ω_n	Frequência natural
ω_0	Frequência fundamental
ζ	Fator de amortecimento
FFT	Transformada Rápida de Fourier
K_{est}, C_{est}	Coefficientes de rigidez e amortecimento estimados
$E_{K_{est}}, E_{C_{est}}$	Erros ou resíduos na estimação da rigidez e do amortecimento

RESUMO

Neste trabalho investigam-se os métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark, comparando-os com os resultados do método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Em seguida, utiliza-se o vetor de estado (em termos de aceleração, velocidade e deslocamento) no processo de identificação de parâmetros e identificação de perturbações externas (forças) no domínio do tempo e no domínio da frequência em sistemas mecânicos, aplicando o estimador dos mínimos quadrados para os métodos avaliados. Alguns aspectos no processo de busca para monitorar o melhor método de resolução, também serão investigados, quais sejam: critério para escolha ótima do passo de integração, número de ponto adotados no tempo, escolha do sinal de excitação, dentre outros. Deste modo, procura-se avaliar a eficiência destes métodos e verificar aquele de melhor desempenho no processo de simulação numérica. Neste trabalho, foram processadas identificações de forças em dois sistemas mecânicos: um sistema convencional SDOF (massa-mola-amortecedor) e um sistema MDOF de dois graus de liberdade, constituído do conjunto eixo-mancal hidrodinâmico. Para tanto, duas formulações foram utilizadas no processo de identificação, a versão discreta no espaço de estado e a versão contínua no domínio do tempo proposta e sugerida pelo professor orientador (Oliveira, N. V.). Dos resultados apresentados, fica bastante evidenciada a possibilidade de aplicação dos métodos de Newmark, Diferença Central - com destaque pelos seus resultados apresentados -, Houbolt e Wilson θ no processo de obtenção numérica dos vetores de estado para aplicação na identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos, considerando que para uma bom desempenho destes métodos fatores como: o melhor critério para escolha ótima do intervalo de tempo de discretização, propriedades dinâmicas do sistema e condição de estabilidade numérica do método, não podem ser desprezados.

ABSTRACT

In this work, the Central Difference, Houbolt, Wilson θ and Newmark types of numeric integration methods are applied in the simulation process of mechanical systems and the results are used in a identification process, which is used to verify and compare their performance with the 4th order Runge Kutta method. Those methods have been applied in the simulation of the physical behavior of a Single Degree of Freedom (SDOF) system, which is represented by a mass-spring-damper system, and a Multi Degree of Freedom (MDOF) system, which is represented by the two degree of freedom axis-plain cylindrical journal bearing system. To better analyze the performance of the simulation method, during the search of the best solution for the problem, some internal variables were investigated and analyzed, such as: the integration time-step, the number of points, the choice of the excitment signal, and so on. On the other hand, two types of formulations for the identification process were used: a discrete and a continuous version of the state-space approach. The attained results have shown that the simulation accuracy and performance of the Newmark, Central Difference, Houbolt and Wilson θ methods, when comparing the identified parameters and excitment forces with the ones of the model, are dependent upon the choice of the integration time-step, dynamical properties of the system and numerical stability of the method.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 Introdução Geral

A integração numérica da equação diferencial que rege o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos para a obtenção da resposta em termos de deslocamento, velocidade e aceleração, é feita por diversos integradores. Aqui serão analisados os resultados de identificação de parâmetros e identificação de perturbações externas no domínio do tempo e da frequência em sistemas mecânicos, pela aplicação dos algoritmos das acelerações generalizadas: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark na solução numérica desta equação diferencial, por apresentarem algumas vantagens:

- Esses métodos estão sendo largamente aplicados atualmente na área de dinâmica estrutural (Clough, 1993; Bathe, 1982; Craig, 1981; Bathe e Wilson, 1976);

- São de fácil implementação computacional;
- Não requerem a redução da equação diferencial à forma de estado.

A escolha do método que melhor se adapta ao processo de simulação para validação dos métodos de identificação depende essencialmente de determinados fatores como: escolha do passo de integração; problemas de consistência e estabilidade do método; efeito das propriedades dinâmicas do sistema, do número de graus de liberdade e da natureza dos sinais de excitação a serem utilizados.

Esses fatores apresentam efeitos cruciais na simulação do sistema e em particular no que se refere ao problema de identificação de parâmetros e identificação de perturbações externas.

Se o método de resolução numérica escolhido não consegue retratar os vetores solução do sistema de forma suficientemente exata, os coeficientes identificados podem ser inconsistentes. O que é válido tanto para a identificação de sistemas no domínio do tempo como no domínio da frequência.

Os dados da resposta dinâmica (deslocamento, velocidade e aceleração) do sistema podem ser empregados nas variadas técnicas de identificação de parâmetros e identificação de perturbações externas no domínio do tempo e no domínio da frequência para efeito de monitoramento das condições de operação e diagnóstico de falhas em máquinas, equipamentos e estruturas. Neste contexto, a identificação de sistemas mecânicos tem elevada importância nas áreas de Manutenção Preditiva, Otimização e Controle.

Atualmente o problema de identificação de falhas mediante o monitoramento das respostas dinâmicas tem sido alvo de grande interesse, tanto do ponto de vista teórico quanto do das aplicações práticas (Natke & Cempel, 1991).

1.2 Objetivo do Trabalho

Neste trabalho analisa-se a eficiência dos métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark nos processos de identificação de parâmetros e de identificação de perturbações externas (forças) no domínio do tempo e no domínio da frequência em sistemas dinâmicos. Foi aplicado o estimador dos mínimos quadrados, cujos resultados foram comparados com os valores produzidos pelo método de Runge-Kutta de 4^a ordem, considerado um dos mais eficientes método de integração numérica e em geral um dos mais utilizados na literatura.

1.3 Descrição do Trabalho

Este trabalho em linhas gerais poderá ser descrito da seguinte forma:

- O primeiro capítulo apresenta o objetivo do trabalho e uma introdução geral onde se descreve sucintamente a importância dos métodos numéricos - especificamente os métodos das acelerações generalizadas - no desempenho das técnicas de identificação de sistemas mecânicos.

- O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre o processo de identificação de sistemas mecânicos, focalizando aspectos importantes intrinsecamente ligados a esta área como: técnicas de estimação empregadas; natureza das fontes de perturbações em sistemas mecânicos; técnicas de detecção de falhas em estruturas mecânicas; importância dos mancais hidrodinâmicos nas estruturas mecânicas rotativas e sua caracterização dinâmica via técnicas de identificação; importância dos métodos de integração numérica na eficiência das técnicas de identificação e ainda, uma breve consideração sobre os sinais de excitação utilizados.
- No terceiro capítulo faz-se um resgate dos métodos de integração numérica das acelerações generalizadas: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark e ainda do método de Runge-Kutta de 4ª ordem, apresentando suas formulações matemáticas.
- No quarto capítulo apresenta-se os modelos físicos e matemáticos dos sistemas mecânicos selecionados, considerações sobre o sinal de excitação (Schroeder) escolhido, propriedades do estimador dos mínimos quadrados e as formulações matemáticas para os processos de identificação de parâmetros e de perturbações externas no domínio do tempo e da frequência usando o espectro da excitação e da resposta para cada modelo selecionado.

- No quinto capítulo tem-se os resultados de simulação digital das formulações matemáticas dos processos de identificação e discussões desses resultados.
- No sexto capítulo apresenta-se a conclusão geral do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.
- Por fim, tem-se os apêndices, que se constituem de resultados preliminares de identificação de parâmetros usando pontos intermediários, resultados de estimação de parâmetros e estimação de forças no domínio da frequência, gráficos de resposta em frequência dos sistemas SDOF e MDOF e ainda, de trabalhos publicados em congressos e simpósios.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

O suporte bibliográfico necessário ao amadurecimento em torno da área de interesse desta pesquisa, objetivando o seu futuro desenvolvimento, envolveu referências importantes e recentes de autoria de pesquisadores nacionais e estrangeiros colhidas em fontes especializadas. Isso abrangeu diversas áreas afins a este estudo, como: caracterização de sistemas; técnicas de identificação de parâmetros e de forças/perturbações externas em sistemas mecânicos; origem e natureza das fontes de perturbações geradoras de vibração; técnicas de detecção e diagnose de falhas em sistemas mecânicos; caracterização do comportamento dinâmico de mancais hidrodinâmicos; métodos das acelerações generalizadas e principais sinais de excitação em sistemas dinâmicos.

2.2 Identificação de Sistemas Mecânicos

Um dos problemas básicos da ciência é a tarefa de se explicar observações físicas a partir de equações matemáticas. A área relacionada à identificação de sistemas está sendo largamente utilizada e existe uma preocupação evidente em escolher equações matemáticas que descrevam adequadamente relações entre os dados de entrada e saída para sistemas reais (Oliveira, 1991). A relação entre a entrada e saída de um sistema dinâmico pode ser expressa matematicamente através de quatro diferentes formas para sistemas lineares: resposta ao impulso, função de transferência, equação diferencial e decomposição ortogonal (Arnold e Narendra, 1975). Qualquer uma das quatro caracterizações podem ser usadas para descrever um sistema físico.

Em muitas situações, nem todos os parâmetros do sistema são conhecidos e, em alguns sistemas mecânicos, mesmo com o conhecimento prévio de um modelo matemático que retrate aproximadamente o seu comportamento dinâmico, em dadas situações, é praticamente impossível obter-se parâmetros destes modelos de forma direta (rigidez e amortecimento de um filme de óleo, por exemplo) (Lacerda e Oliveira, 1996). Nestes casos, recorre-se a técnicas de identificação ou estimação de parâmetros que objetivam a determinação dos valores desconhecidos a partir dos sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta) do sistema (Rade e Steffen Jr., 1989).

O problema de identificação consiste essencialmente na busca de um modelo que determine a relação que existe entre os sinais de entrada e saída

segundo algum critério (Beck, 1978). Logo, partindo-se do pressuposto que o modelo matemático é conhecido, a identificação é um processo de determinar os parâmetros intrínsecos do sistema. Este trabalho está concentrado na caracterização do modelo através de equações diferenciais. Os modelos considerados consistem num sistema de equações diferenciais de segunda ordem.

Existem, atualmente, inúmeros métodos de identificação conhecidos, cada um mais adequado a determinado tipo de análise, podendo trabalhar no domínio do tempo ou da frequência, aplicáveis a sistemas lineares e não lineares. Certamente, as técnicas de estimação de parâmetros mais conhecidas e utilizadas hoje em dia são: mínimos quadrados e seus derivados, variáveis instrumentais e máxima verossimilhança (Dias Jr., 1987).

Os métodos dos mínimos quadrados, das variáveis instrumentais e da estimação seqüencial foram amplamente discutidos e aplicados por Silva (1992) num processo de identificação de perturbações externas no domínio da frequência em sistemas mecânicos, alcançando resultados consistentes.

O estimador por mínimos quadrados foi utilizado por Sahinkaya et al. (1984) numa técnica de identificação dos coeficientes do filme de óleo de mancais hidrodinâmicos no domínio da frequência. Esse estimador também foi aplicado por Fritzen (1985) na identificação das matrizes de massa, amortecimento e rigidez de sistemas mecânicos, cujos resultados foram comparados com os obtidos pelo método das variáveis instrumentais.

O efeito da conjunção entre o Filtro de Kalman e o estimador das variáveis instrumentais foi abordado por Lacerda (1994) num processo de estimação

de parâmetros e de sistemas mecânicos no domínio do tempo, apresentando uma nova técnica na área de identificação de sistemas com resultados promissores.

Neste trabalho, o estimador por mínimos quadrados se enquadra perfeitamente nos seus objetivos, tornando-se o escolhido para aplicação.

As diversas técnicas de estimação existentes na literatura apresentam determinadas restrições que, dependendo da natureza e da dinâmica do sistema, podem redundar em resultados bastante diferentes daqueles do sistema real. Estes métodos podem, sem perda de generalidade, serem adaptados e adequadamente utilizados para identificação de perturbações externas (forças) e de parâmetros em sistemas mecânicos (Mariano e Oliveira, 1997).

As vibrações provocadas por estas perturbações são de diversas naturezas. Geralmente, as vibrações que ocorrem nas máquinas e estruturas são indesejáveis, não somente por causa dos movimentos desagradáveis, o ruído e as tensões dinâmicas, que causam fadiga e conseqüente falha na estrutura, mas também pelas perdas de energia e a redução do desempenho que acompanham as vibrações (Almeida, 1987).

As perturbações mais comuns encontradas nas diversas máquinas rotativas em geral, sobretudo as de grande porte como turbinas a vapor, hidrogeradores e turbogeradores, são de origem mecânica, hidráulica, elétrica e magnética, ou a combinação entre elas. Dependendo da sua natureza, estas se apresentam na forma de excitações harmônicas, transientes ou perturbações aleatórias, e são transmitidas para os mancais, estruturas e fundações.

As forças de excitação mecânica são originadas, principalmente, devido ao desbalanceamento das massas rotativas, defeitos de alinhamento ou centragem nas uniões entre as partes, atrito interno no material do eixo e atrito seco nos mancais ou interferência entre partes rotativas e estacionárias (Nascimento, 1987).

No caso de um hidrogerador, conforme a figura (2.2.1), as excitações transversais consideradas mais significativas são forças hidráulicas, desbalanceamento mecânico e desbalanceamento magnético. Também, de origem magnética, podem surgir forças com frequência igual ao dobro da frequência de rotação devido a ovalização do rotor do gerador. As excitações de origem hidráulica aparecem na turbina e podem ser consideradas como funções aleatórias com um espectro de frequência de banda larga (Pavanello et al., 1985).

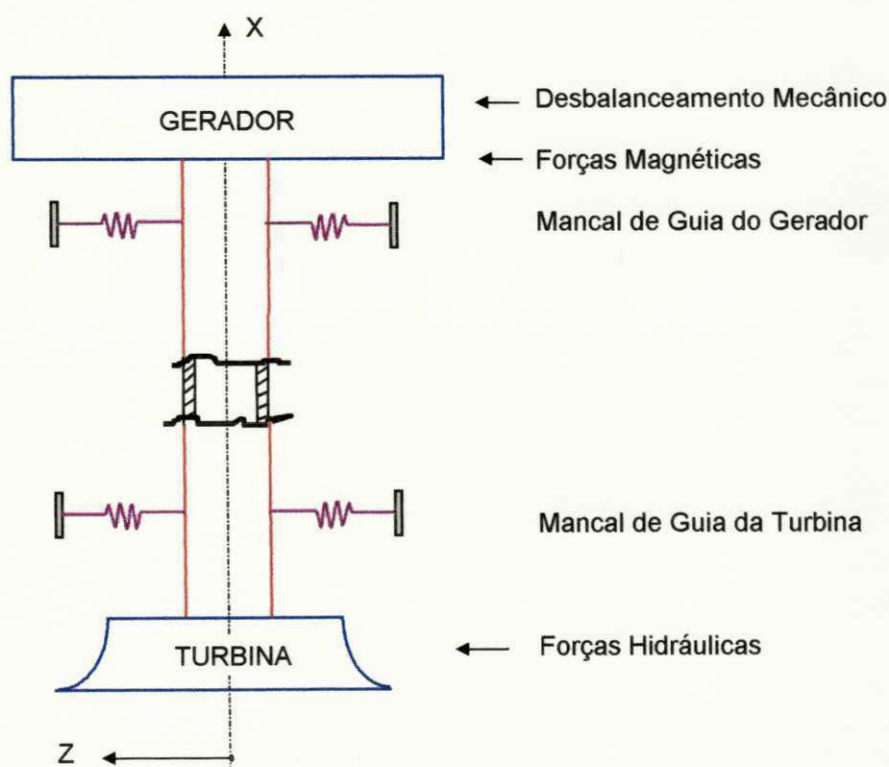


Figura (2.2.1) - Modelo Físico de um Hidrogerador

A necessidade crescente de maior confiabilidade e segurança dos componentes mecânicos, máquinas e estruturas permitiu o desenvolvimento de novas técnicas de detecção de falhas em sistemas mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos. Daí, tem sido dada elevada importância à identificação de perturbações externas e de parâmetros de sistemas mecânicos nas áreas de Manutenção Preditiva, Otimização e Controle. Melo e Steffen Jr. (1996) utilizaram um método de identificação para a detecção de falhas baseando-se na expansão das funções de excitação e de resposta do sistema em termos de Séries de Fourier, cujos princípios teóricos e práticos foram analisados por Steffen Jr. e Rade (1991) num processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo de sistemas de múltiplos graus de liberdade, com resultados que demonstram a eficiência do método.

A diagnose de falhas através de observadores de estado em sistemas com parâmetros desconhecidos, foi objeto de estudo de Melo e Pederiva (1997), que também aplicaram as Séries de Fourier no domínio do tempo para a identificação destes parâmetros e conseqüente monitoramento do sistema analisado, objetivando a detecção e isolamento das falhas presentes.

Rade e Silva (1996) acrescentam que essas falhas, que podem ser definidas como desvios geométricos ou das propriedades dos materiais, podem comprometer o funcionamento e a segurança dos sistemas mecânicos, podendo levar, nos casos extremos, ao colapso da estrutura. Afirmam também, que o problema de identificação de falhas mediante o monitoramento das respostas dinâmicas tem despertado grande interesse, tanto do ponto de vista teórico quanto

do das aplicações práticas. Afirmam ainda, que esses métodos são baseados no fato de que as falhas estruturais levam a alterações da massa e/ou da rigidez e/ou do amortecimento da estrutura, ocasionando, em consequência, modificações nas respostas dinâmicas.

Entre os componentes principais de todas as máquinas, encontram-se os mancais, que exigiram aperfeiçoamento quanto a construção e manutenção à medida que as velocidades de rotação e as cargas dinâmicas foram aumentando. Os mancais podem ser suportes ou guias das partes móveis de máquinas, motores, transmissões, etc., sendo geralmente do tipo hidrodinâmico (deslizamento) ou de rolamento. No caso do estudo de mancais hidrodinâmicos, o grande problema consiste em se caracterizar o comportamento dinâmico do filme de óleo que separa as partes sólidas do sistema eixo-mancal.

Na família dos mancais hidrodinâmicos registram-se freqüentemente altas amplitudes de vibração sob certas combinações de carregamento e velocidade. Forças de grandes amplitudes são transmitidas às fundações do sistema, ou parte dos seus componentes (Oliveira, 1991).

A caracterização dos mancais hidrodinâmicos e concomitantemente do filme de óleo visa, desta maneira, fornecer suporte numérico e computacional para a quantificação das forças transmitidas do eixo à fundação, causadas por eventuais desbalanceamentos deste, ou por forças de excitação externas (Uemura et al., 1996).

A obtenção experimental dos coeficientes linearizados dinâmicos de rigidez e amortecimento que caracterizam o mancal hidrodinâmico é de fundamental importância no estudo da dinâmica de rotores.

O conhecimento das propriedades elásticas de rigidez e das funções de dissipação de energia do filme de óleo em mancais hidrodinâmicos, tem se constituído num dos grandes problemas no estudo do comportamento dinâmico de rotores. A determinação exata da velocidade crítica do eixo para permitir a antecipação do comportamento dinâmico na vizinhança dessa velocidade, depende em grande parte das propriedades elásticas e das funções de dissipação de energia do filme de óleo (Oliveira e Arruda, 1987).

A eficiência dos métodos de identificação de parâmetros e de perturbações externas nos mancais hidrodinâmicos e noutros sistemas mecânicos com o objetivo de caracterizá-los, depende do método de integração numérica a ser utilizado. Os Métodos das Acelerações Generalizadas: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark, são, hoje, bastante empregados na prática em problemas de dinâmica estrutural (Clough, 1993; Bathe, 1982; Craig, 1981; Bathe e Wilson, 1976; Newmark, 1959).

Um algoritmo para a solução de problemas dinâmicos não lineares utilizando o método de Newmark foi apresentado por Silva et al. (1996), cujos resultados quando comparados com o método Alfa, demonstraram boa precisão.

Os métodos de integração numérica das acelerações generalizadas foram aplicados num processo de identificação de perturbações externas em sistemas mecânicos, cujos resultados apresentados foram bastante satisfatórios, com destaque para o método de Newmark pela consistência dos seus dados (Mariano e Oliveira, 1997).

O método de Newmark, mesmo sendo um integrador incondicionalmente estável e apresentar concordância entre os valores máximos e mínimos de amplitudes correspondentes da solução numérica em relação a solução exata, pode-se comprovar que existe um erro no período de vibração, e que é função do intervalo de tempo de discretização usado. Do exposto, pode-se de certo modo concluir que no método de Newmark é introduzida uma compressão na escala do tempo fictícia no sinal, alterando, deste modo, a frequência ou as frequências naturais do sistema. No método de Wilson, por razões análogas, é introduzido amortecimento fictício no sistema, conduzindo ao mesmo problema do método de Newmark, e mais o fato de um achatamento nos picos de amplitude máxima do sinal no domínio da frequência. Estas e outras questões ligadas à precisão e estabilidade dos métodos de integração direta, foram amplamente analisadas por Nickell (1973) e Nickell (1971).

Estes erros podem constituir problemas cruciais no processo de estimação de parâmetros e na identificação de perturbações externas em sistemas mecânicos, tornando os valores identificados, tendenciosos. Entretanto, um fator, por demais importante, que ainda não foi levado em consideração em tais conclusões, é a aplicação de um adequado intervalo de tempo de discretização, que pode ser alcançado por um critério eficiente que não despreze a relevância dos parâmetros da dinâmica do sistema, permitindo a obtenção de um passo de integração ótimo.

Quanto mais eficiente for este critério, mais precisas serão as respostas dinâmicas procedentes dos integradores numéricos e em decorrência mais

consistentes serão os resultados de identificação, como fica evidenciado pelo critério desenvolvido por Oliveira (1997) que unido a um outro critério (Oliveira, 1988) em conjunção com o teorema de Nyquist, alcançou relevantes resultados, tornando-se num ferramental imprescindível para a simulação dinâmica de sistemas mecânicos. Isto, provavelmente, promoverá uma melhoria no desempenho de tais métodos de integração numérica, condicionando-os à aplicação nos processos de estimação de parâmetros e na identificação de perturbações externas em sistemas mecânicos.

A escolha ótima do passo de integração numérica é fator primordial para uma boa performance dos resultados obtidos pelos métodos analisados e conseqüente consistência dos valores de identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos; deixando bastante evidente que este passo está intrinsecamente relacionado com a dinâmica do sistema e não pode ser tomado como um valor aleatório qualquer (Mariano e Oliveira, 1997).

A seleção de um sinal de excitação adequado é outro fator importante para um bom desempenho dos métodos de integração numérica no processo de resolução do sistema de equações diferenciais que regem o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos em geral e nos problemas de identificação de parâmetros e de perturbações externas destes sistemas.

Dentre os sinais de excitação, que normalmente são utilizados, podem ser citados: Excitação Harmônica, Excitação Impulsional e Excitação Aleatória que foram discutidos e empregados por Treiguer e Kurka (1993) e Kurka et al. (1991).

Uma característica indispensável num sinal de excitação, no processo de identificação de sistemas, é a manutenção das condições de excitação persistente (Eykhoff, 1974). Esta, dentre outras vantagens, pode ser obtida pela aplicação do sinal de excitação sintetizado do tipo periódico com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco (Schroeder, 1970). Este sinal foi utilizado por Sahinkaya et al. (1984), Dias Jr. (1987), Oliveira (1997) e Mariano e Oliveira (1997) em trabalhos de pesquisa, que o validaram como uma fonte de excitação eficiente nos processos de identificação de sistemas mecânicos. Flower et al. (1978), utilizou o sinal de Schroeder no estudo do comportamento dinâmico de um reator nuclear, concluindo pela seu bom desempenho, o que demonstra a sua importância em situações práticas.

CAPÍTULO III

APRESENTAÇÃO E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA ABORDADOS

3.1 Introdução

Este capítulo descreve uma equação diferencial genérica representativa da resposta dinâmica de sistemas mecânicos, abordando a importância de sua solução via métodos de integração direta, cujos fundamentos básicos também são apresentados.

Os métodos das acelerações generalizadas: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark, bem como o integrador de Runge-Kutta de 4ª ordem, são apresentados em termos de formulações matemáticas, algoritmos e parâmetros de estabilidade incondicional.

3.2 Solução das Equações de Equilíbrio em Análise Dinâmica

A equação diferencial genérica representativa da resposta dinâmica de um sistema mecânico pode ser dada por,

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (3.2.1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez respectivamente, $\{F\}$ é o vetor força de excitação; $\{\ddot{X}\}$, $\{\dot{X}\}$ e $\{X\}$ são os vetores aceleração, velocidade e deslocamento do sistema, respectivamente. Esta equação, ainda pode ser reescrita da seguinte forma,

$$F_I(t) + F_A(t) + F_E(t) = F(t) \quad (3.2.2)$$

onde $F_I(t)$ são as forças de inércia, $F_I(t) = [M]\{\ddot{X}\}$; $F_A(t)$ são as forças amortecedoras, $F_A(t) = [C]\{\dot{X}\}$ e $F_E(t)$ são as forças elásticas, representativas da rigidez do sistema, $F_E(t) = [K]\{X\}$, nas quais se percebe a dependência no tempo t .

Matematicamente, (3.2.1) representa um sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem, com coeficientes constantes, que pode ser solucionado numericamente através da utilização de algoritmos de integração. As

equações do movimento de sistemas mecânicos com n graus de liberdade, podem ser resolvidas no domínio do tempo por métodos de integração numérica tais como: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ , Newmark e Runge-Kutta de 4ª e 5ª ordens, entre outros, onde somente este último requer a transformação do sistema de equações diferenciais na forma de estado. Uma outra alternativa para se determinar o conjunto de soluções em termos do vetor de estado seria o de utilizar a teorização da análise modal. Porém, ainda assim, o cálculo da resposta dinâmica não dispensa a utilização dos métodos de integração numérica acima citados.

3.3 Métodos de Integração Direta (Bathe, 1982)

Nos algoritmos de integração direta, a equação (3.2.1) é solucionada usando um procedimento numérico passo-a-passo; o termo direto significa que, para se efetuar a integração numérica, nenhuma transformação das equações em uma outra forma é necessária. Em essência, a integração numérica direta está baseada em duas idéias. Primeira, em vez de resolver (3.2.1) a qualquer tempo t , procura-se solucioná-la somente a intervalos de tempo Δt discretos, separadamente. Isto significa que, basicamente, o equilíbrio dinâmico que inclui o efeito das forças de inércia e de amortecimento é tomado a pontos discretos dentro do intervalo de solução. A segunda idéia na qual o método de integração direta é baseado, é a variação de deslocamentos, velocidades, e acelerações em cada intervalo de tempo

Δt . Como se depreende, é a forma como os deslocamentos, velocidades e acelerações variam em cada intervalo de tempo de discretização, que determina a precisão, estabilidade, e custo do procedimento de solução.

A seguir, assume-se que os vetores deslocamento, velocidade e aceleração no tempo 0 (zero), denotados respectivamente por $\{X^0\}$, $\{\dot{X}^0\}$ e $\{\ddot{X}^0\}$, são conhecidos, e que a solução para (3.2.1) seja requerida desde o tempo 0 ao tempo T . Na solução, o espaço de tempo em consideração, T , é subdividido em n intervalos de tempo iguais a Δt (isto é $\Delta t = T/n$), e o esquema de integração empregado estabelece uma solução aproximada nos tempos 0, Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, . . . , t , $t + \Delta t$, . . . , T . Considerando que um algoritmo calcula a solução no próximo tempo requerido, a partir das soluções nos tempos anteriormente considerados, os algoritmos desenvolvidos assumem que as soluções nos tempos 0, Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, . . . , t são conhecidas, para que a solução no próximo intervalo de tempo $t + \Delta t$ seja obtida. A seguir são apresentados alguns métodos de integração direta efetivamente usados.

3.3.1 Método da Diferença Central

Se a relação de equilíbrio (3.2.1) é estimada como um sistema de equações diferenciais com coeficientes constantes, implica que algumas

convenientes expressões de diferenças finitas para aproximar as acelerações e velocidades em termos de deslocamentos podem ser usadas. Um procedimento que pode ser muito eficaz na solução de alguns problemas é o *Método da Diferença Central*, no qual é assumido que,

$$\{\ddot{X}^t\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{X^{t-\Delta t} - 2X^t + X^{t+\Delta t}\} \quad (3.3.1.1)$$

$$\{\dot{X}^t\} = \frac{1}{2\Delta t} \{-X^{t-\Delta t} + X^{t+\Delta t}\} \quad (3.3.1.2)$$

A solução para o deslocamento no tempo $t + \Delta t$ é obtida considerando (3.2.1) no tempo t , ou seja,

$$[M]\{\ddot{X}^t\} + [C]\{\dot{X}^t\} + [K]\{X^t\} = \{F^t\} \quad (3.3.1.3)$$

Substituindo as relações para $\{\ddot{X}^t\}$ e $\{\dot{X}^t\}$ em (3.3.1.1) e (3.3.1.2), respectivamente, na equação (3.3.1.3), obtemos,

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{X^{t+\Delta t}\} &= \{F^t\} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2}[M]\right)\{X^t\} - \\ &\left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{X^{t-\Delta t}\} \end{aligned} \quad (3.3.1.4)$$

a qual pode ser solucionada para $\{X^{t-\Delta t}\}$.

A tabela (3.1) resume o esquema de integração numérica no tempo e a sua forma de implementação em computador digital.

Tabela (3.1) - Solução numérica passo-a-passo usando o Método da Diferença Central

A. Cálculos Iniciais:

1. Montar a matriz de rigidez $[K]$, matriz de massa $[M]$, e matriz de amortecimento $[C]$.
2. Inicializar $\{X^0\}$, $\{\dot{X}^0\}$ e $\{\ddot{X}^0\}$.
3. Selecionar o passo de integração Δt , $\Delta t < \Delta t_{cr}$, e calcular as constantes de integração

$$a_0 = \frac{1}{\Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{1}{2\Delta t}; \quad a_2 = 2a_0; \quad a_3 = \frac{1}{a_2}$$

4. Calcular $\{X^{-\Delta t}\} = \{X^0\} - \Delta t \{\dot{X}^0\} + a_3 \{\ddot{X}^0\}$.
 5. Formar a matriz de massa efetiva $[\hat{M}] = a_0[M] + a_1[C]$.
 6. Triangularizar $[\hat{M}]: [\hat{M}] = LDL^T$.
-

B. Para Cada Intervalo de Tempo:

1. Calcular a força de excitação efetiva no tempo t :

$$\{\hat{F}^t\} = \{F^t\} - ([K] - a_2[M])\{X^t\} - (a_0[M] - a_1[C])\{X^{t-\Delta t}\}$$

2. Resolver para os deslocamentos no tempo $t + \Delta t$:
-

$$LDL^T \{X^{t+\Delta t}\} = \{\hat{F}^t\}$$

3. Se for requerido, avaliar as acelerações e velocidades no tempo t :

$$\{\ddot{X}^t\} = a_0 \left(\{X^{t-\Delta t}\} - 2\{X^t\} + \{X^{t+\Delta t}\} \right)$$

$$\{\dot{X}^t\} = a_1 \left(-\{X^{t-\Delta t}\} + \{X^{t+\Delta t}\} \right)$$

3.3.2 Método de Houbolt

O esquema do *Método de Integração de Houbolt* é algo parecido com o método da diferença central apresentado anteriormente, no qual as expressões padrões de diferenças finitas são usadas para aproximar as componentes da aceleração e da velocidade em termos das componentes do deslocamento. As seguintes expressões de diferenças finitas são empregadas no método de integração de Houbolt:

$$\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{2X^{t+\Delta t} - 5X^t + 4X^{t-\Delta t} - X^{t-2\Delta t}\} \quad (3.3.2.1)$$

$$\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} = \frac{1}{6\Delta t} \{11X^{t+\Delta t} - 18X^t + 9X^{t-\Delta t} - 2X^{t-2\Delta t}\} \quad (3.3.2.2)$$

Para a obtenção da solução no tempo $t + \Delta t$, será considerada (3.2.1) no tempo $t + \Delta t$ (e não no tempo t conforme o método da diferença central), a qual torna-se,

$$[M]\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} + [K]\{X^{t+\Delta t}\} = \{F^{t+\Delta t}\} \quad (3.3.2.3)$$

Substituindo (3.3.2.1) e (3.3.2.2) em (3.3.2.3) e arranjando todos os membros conhecidos no lado direito da equação, obtém-se para a solução de $\{X^{t+\Delta t}\}$,

$$\left(\frac{2}{\Delta t^2}[M] + \frac{11}{6\Delta t}[C] + [K]\right)\{X^{t+\Delta t}\} = \{F^{t+\Delta t}\} + \left(\frac{5}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{\Delta t}[C]\right)\{X^t\} \\ - \left(\frac{4}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{2\Delta t}[C]\right)\{X^{t-\Delta t}\} + \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{3\Delta t}[C]\right)\{X^{t-2\Delta t}\} \quad (3.3.2.4)$$

A tabela (3.2) resume o esquema de integração numérica no tempo e a sua forma de implementação em computador digital.

Tabela (3.2) - Solução numérica passo-a-passo usando o Método de Houbolt

A. Cálculos Iniciais:

1. Montar a matriz de rigidez $[K]$, matriz de massa $[M]$, e matriz de amortecimento $[C]$.
 2. Inicializar $\{X^0\}$, $\{\dot{X}^0\}$ e $\{\ddot{X}^0\}$.
 3. Selecionar o passo de integração e calcular as constantes de integração
-

$$a_0 = \frac{2}{\Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{11}{6\Delta t}; \quad a_2 = \frac{5}{\Delta t^2}; \quad a_3 = \frac{3}{\Delta t};$$

$$a_4 = -2a_0; \quad a_5 = \frac{-a_3}{2}; \quad a_6 = \frac{a_0}{2}; \quad a_7 = \frac{a_3}{9}$$

4. Usar o procedimento especial de inicialização para calcular $\{X^{\Delta t}\}$ e $\{X^{2\Delta t}\}$.
 5. Calcular a matriz de rigidez efetiva $[\hat{K}]: [\hat{K}] = [K] + a_0[M] + a_1[C]$.
 6. Triangularizar $[\hat{K}]: [\hat{K}] = LDL^T$.
-

B. Para Cada Intervalo de Tempo:

1. Calcular a força de excitação efetiva no tempo $t + \Delta t$:

$$\{\hat{F}^{t+\Delta t}\} = \{F^{t+\Delta t}\} + [M](a_2\{X^t\} + a_4\{X^{t-\Delta t}\} + a_6\{X^{t-2\Delta t}\}) +$$

$$[C](a_3\{X^t\} + a_5\{X^{t-\Delta t}\} + a_7\{X^{t-2\Delta t}\})$$

2. Resolver para os deslocamentos no tempo $t + \Delta t$:

$$LDL^T \{X^{t+\Delta t}\} = \{\hat{F}^{t+\Delta t}\}$$

3. Se for requerido, avaliar as acelerações e velocidades no tempo t :

$$\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} = a_0\{X^{t+\Delta t}\} - a_2\{X^t\} - a_4\{X^{t-\Delta t}\} - a_6\{X^{t-2\Delta t}\}$$

$$\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} = a_1\{X^{t+\Delta t}\} - a_3\{X^t\} - a_5\{X^{t-\Delta t}\} - a_7\{X^{t-2\Delta t}\}$$

3.3.3 Método de Wilson θ

O *Método Wilson θ* é essencialmente uma extensão do método da aceleração linear no qual é assumido uma variação linear da aceleração desde o tempo t até o tempo $t + \Delta t$. Para o método tornar-se incondicionalmente estável é necessário adotar o parâmetro $\theta \geq 1.37$, e usualmente toma-se $\theta = 1.40$ (Bathe, 1982). Denotando τ o incremento no tempo, onde $0 \leq \tau \leq \theta \Delta t$, tem-se que para o intervalo de tempo t a $t + \theta \Delta t$,

$$\{\ddot{X}^{t+\tau}\} = \{\ddot{X}^t\} + \frac{\tau}{\theta \Delta t} \{\ddot{X}^{t+\theta \Delta t} - \ddot{X}^t\} \quad (3.3.3.1)$$

Integrando (3.3.3.1) em relação a τ , obtém-se

$$\{\dot{X}^{t+\tau}\} = \{\dot{X}^t\} + \{\ddot{X}^t\} \tau + \frac{\tau^2}{2\theta \Delta t} \{\ddot{X}^{t+\theta \Delta t} - \ddot{X}^t\} \quad (3.3.3.2)$$

e

$$\{X^{t+\tau}\} = \{X^t\} + \{\dot{X}^t\} \tau + \frac{1}{2} \{\ddot{X}^t\} \tau^2 + \frac{1}{6\theta \Delta t} \tau^3 \{\ddot{X}^{t+\theta \Delta t} - \ddot{X}^t\} \quad (3.3.3.3)$$

Tomando (3.3.3.2) e (3.3.3.3) no tempo $t + \theta \Delta t$,

$$\{\dot{X}^{t+\theta \Delta t}\} = \{\dot{X}^t\} + \frac{\theta \Delta t}{2} \{\ddot{X}^{t+\theta \Delta t} + \ddot{X}^t\} \quad (3.3.3.4)$$

$$\{X^{t+\theta\Delta t}\} = \{X^t\} + \theta\Delta t\{\dot{X}\} + \frac{\theta^2\Delta t^2}{6}\{\ddot{X}^{t+\theta\Delta t} + 2\ddot{X}^t\} \quad (3.3.3.5)$$

as quais podem ser solucionadas para $\{\ddot{X}^{t+\theta\Delta t}\}$ e $\{\dot{X}^{t+\theta\Delta t}\}$ em termos de $\{X^{t+\theta\Delta t}\}$:

$$\{\ddot{X}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2}\{X^{t+\theta\Delta t} - X^t\} - \frac{6}{\theta\Delta t}\{\dot{X}^t\} - 2\{\ddot{X}^t\} \quad (3.3.3.6)$$

e

$$\{\dot{X}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{3}{\theta\Delta t}\{X^{t+\theta\Delta t} - X^t\} - 2\{\dot{X}^t\} - \frac{\theta\Delta t}{2}\{\ddot{X}^t\} \quad (3.3.3.7)$$

Para obter a solução para os deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t + \Delta t$, considera-se a equação (3.2.1) no tempo $t + \theta\Delta t$.

$$[M]\{\ddot{X}^{t+\theta\Delta t}\} + [C]\{\dot{X}^{t+\theta\Delta t}\} + [K]\{X^{t+\theta\Delta t}\} = \{\bar{F}^{t+\theta\Delta t}\} \quad (3.3.3.8)$$

onde :

$$\{\bar{F}^{t+\theta\Delta t}\} = \{F^t\} + \theta\{F^{t+\Delta t} - F^t\} \quad (3.3.3.9)$$

Substituindo (3.3.3.6) e (3.3.3.7) em (3.3.3.8), uma equação é obtida na qual $\{X^{t+\theta\Delta t}\}$ pode ser resolvido. A substituição de $\{X^{t+\theta\Delta t}\}$ em (3.3.3.6) permite a determinação de $\{\ddot{X}^{t+\theta\Delta t}\}$ que é usado em (3.3.3.1), (3.3.3.2) e (3.3.3.3), todos avaliados em $\tau = \Delta t$ para calcular $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$, $\{\dot{X}^{t+\Delta t}\}$ e $\{X^{t+\Delta t}\}$.

A tabela (3.3) resume o esquema de integração numérica no tempo e a sua forma de implementação em computador digital.

Tabela (3.3) - Solução numérica passo-a-passo usando o Método Wilson θ

A. *Cálculos Iniciais:*

1. Montar a matriz de rigidez $[K]$, matriz de massa $[M]$, e matriz de amortecimento $[C]$.
2. Inicializar $\{X^0\}$, $\{\dot{X}^0\}$ e $\{\ddot{X}^0\}$.
3. Selecionar o passo de integração e calcular as constantes de integração, $\theta=1.4$.

$$a_0 = \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}; \quad a_1 = \frac{3}{\theta\Delta t}; \quad a_2 = 2a_1; \quad a_3 = \frac{\theta\Delta t}{2}; \quad a_4 = \frac{a_0}{\theta};$$

$$a_5 = \frac{-a_2}{\theta}; \quad a_6 = 1 - \frac{3}{\theta}; \quad a_7 = \frac{\Delta t}{2}; \quad a_8 = \frac{\Delta t^2}{6}$$

4. Calcular a matriz de rigidez efetiva $[\hat{K}]; [\hat{K}] = [K] + a_0[M] + a_1[C]$.
 5. Triangularizar $[\hat{K}]; [\hat{K}] = LDL^T$.
-

B. *Para Cada Intervalo de Tempo:*

1. Calcular a força de excitação efetiva no tempo $t + \Delta t$:

$$\{\hat{F}^{t+\Delta t}\} = \{F^{t+\Delta t}\} + [M](a_2\{X^t\} + a_4\{X^{t-\Delta t}\} + a_6\{X^{t-2\Delta t}\}) +$$

$$[C](a_3\{X^t\} + a_5\{X^{t-\Delta t}\} + a_7\{X^{t-2\Delta t}\})$$

2. Resolver para os deslocamentos no tempo $t + \Delta t$:

$$LDL^T \{X^{t+\Delta t}\} = \{\hat{F}^{t+\Delta t}\}$$

3. Se for requerido, avaliar as acelerações e velocidades no tempo t :
-

$$\{\ddot{X}^{t-\Delta t}\} = a_0 \{X^{t-\Delta t}\} - a_2 \{X^t\} - a_4 \{X^{t-\Delta t}\} - a_6 \{X^{t-2\Delta t}\}$$

$$\{\dot{X}^{t-\Delta t}\} = a_1 \{X^{t-\Delta t}\} - a_3 \{X^t\} - a_5 \{X^{t-\Delta t}\} - a_7 \{X^{t-2\Delta t}\}$$

3.3.4 Método de Newmark

O *Método de Integração de Newmark* também pode ser compreendido como uma extensão do método da aceleração linear. As seguintes equações são usadas,

$$\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} = \{\dot{X}^t\} + [(1-\delta)\{\ddot{X}^t\} + \delta\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}]\Delta t \quad (3.3.4.1)$$

$$\{X^{t+\Delta t}\} = \{X^t\} + \{\dot{X}^t\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)\{\ddot{X}^t\} + \alpha\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}\right]\Delta t^2 \quad (3.3.4.2)$$

onde α e δ são parâmetros que podem determinar precisão e estabilidade no processo de integração numérica. O método de Newmark originalmente proposto é um algoritmo incondicionalmente estável para o caso em que $\alpha = 1/4$ e $\delta = 1/2$. As equações (3.3.4.1) e (3.3.4.2), para solução dos deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t + \Delta t$, empregadas na equação de equilíbrio (3.2.1) neste tempo considerada fica,

$$[M]\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} + [K]\{X^{t+\Delta t}\} = \{F^{t+\Delta t}\} \quad (3.3.4.3)$$

resolvendo (3.3.4.2) para $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ em termos de $\{X^{t+\Delta t}\}$, e então substituindo para $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ em (3.3.4.1), nós obtemos equações para $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ e $\{\dot{X}^{t+\Delta t}\}$, cada qual em termos unicamente de deslocamentos $\{X^{t+\Delta t}\}$. Estas duas equações para $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ e $\{\dot{X}^{t+\Delta t}\}$ são substituídas em (3.3.4.3) para se determinar $\{X^{t+\Delta t}\}$, cujo valor é aplicado em (3.3.4.1) e (3.3.4.2) para a determinação de $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ e $\{\dot{X}^{t+\Delta t}\}$.

O algoritmo completo do método de integração numérica no tempo de Newmark é dado na tabela (3.4) para a sua devida implementação em computador.

Tabela (3.4) - Solução numérica passo-a-passo usando o Método de Newmark

A. Cálculos Iniciais:

1. Montar a matriz de rigidez $[K]$, matriz de massa $[M]$, e matriz de amortecimento $[C]$.
2. Inicializar $\{X^0\}$, $\{\dot{X}^0\}$ e $\{\ddot{X}^0\}$.
3. Selecionar o passo de integração e calcular as constantes de integração $\alpha = 0.25$;

$$\delta = 0.5. \quad a_0 = \frac{1}{(\alpha\Delta t)^2}; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t}; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1;$$

$$a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1; \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right); \quad a_6 = \Delta t(1 - \delta); \quad a_7 = \delta\Delta t$$

4. Calcular a matriz de rigidez efetiva $[\hat{K}]$: $[\hat{K}] = [K] + a_0[M] + a_1[C]$.

5. Triangularizar $[\hat{K}]$: $[\hat{K}] = LDL^T$

B. Para Cada Intervalo de Tempo:

1. Calcular a força de excitação efetiva no tempo $t + \Delta t$:

$$\{\hat{F}^{t+\Delta t}\} = \{F^{t+\Delta t}\} + [M](a_0\{X^t\} + a_2\{\dot{X}^t\} + a_3\{\ddot{X}^t\}) +$$

$$[C](a_1\{X^t\} + a_4\{\dot{X}^t\} + a_5\{\ddot{X}^t\})$$

2. Resolver para os deslocamentos no tempo $t + \Delta t$:

$$LDL^T \{X^{t+\Delta t}\} = \{\hat{F}^{t+\Delta t}\}$$

3. Calcular as acelerações e velocidades no tempo $t + \Delta t$:

$$\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} = a_0(\{X^{t+\Delta t} - X^t\} - a_2\{\dot{X}^t\} - a_3\{\ddot{X}^t\})$$

$$\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} = \{\dot{X}^t\} - a_4\{\dot{X}^t\} - a_7\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$$

3.3.5 Método de Runge-Kutta de 4ª Ordem

Considerando que as fórmulas de Taylor desenvolvidas para ordens superiores a três tornam-se não manipuláveis, devido à necessidade de cálculo das derivadas parciais de f , Carl Runge (1856-1927) e M. W. Kutta (1867-1944)

desenvolveram fórmulas “equivalentes” as fórmulas das séries de Taylor com a vantagem de não envolverem as derivadas parciais da função f .

A fórmula de Runge-Kutta clássica é equivalente a uma fórmula de Taylor de cinco termos que envolve uma média ponderada dos valores de $f(t, y)$ tomados em diferentes pontos do intervalo $t_n \leq t \leq t_{n+1}$. É dada por

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(K_{n1} + 2K_{n2} + 2K_{n3} + K_{n4}), \quad (3.3.5.1)$$

onde

$$K_{n1} = f(t_n, y_n), \quad (3.3.5.1a)$$

$$K_{n2} = f(t_n + 1/2h, y_n + 1/2hK_{n1}), \quad (3.3.5.1b)$$

$$K_{n3} = f(t_n + 1/2h, y_n + 1/2hK_{n2}), \quad (3.3.5.1c)$$

$$K_{n4} = f(t_n + h, y_n + hK_{n3}), \quad (3.3.5.1d)$$

A soma $(K_{n1} + 2K_{n2} + 2K_{n3} + K_{n4})/6$ pode ser interpretada como um coeficiente angular médio. No caso K_{n1} é o coeficiente angular no extremo esquerdo do intervalo, K_{n2} e K_{n3} são coeficientes angulares no ponto médio e, finalmente, K_{n4} é o coeficiente angular no extremo direito do intervalo.

Como é evidente, as fórmulas de Runge-Kutta acima apresentadas, são mais complicadas que quaisquer outras fórmulas discutidas anteriormente. Esta complicação tem, no entanto, pouca importância, pois não é difícil escrever um programa de computador para implementar o método. O método de Runge-Kutta

combina, muito bem, exatidão e simplicidade. Por isso, é um dos mais amplamente usados e o que tem mais êxito na resolução numérica de equações diferenciais.

Tomando-se um sistema genérico de um grau de liberdade, descrito por uma equação diferencial de segunda ordem do tipo

$$X = f(\dot{X}, \ddot{X}, t) \quad (3.3.5.2)$$

onde $\{X\}$, $\{\dot{X}\}$ e $\{\ddot{X}\}$ representam os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração respectivamente, e t o tempo em segundos.

Para proposta de computação, a equação (3.3.5.2) pode ser expressa como duas equações simultâneas de primeira ordem, do tipo

$$\dot{X} = Y \quad (3.3.5.3)$$

$$\dot{Y} = f(X, Y, t) \quad (3.3.5.4)$$

Dadas as condições iniciais X_0 e Y_0 para $t = 0$, a equação (3.3.5.2) é resolvida para se encontrar os incrementos dx e dy para cada intervalo dt . As fórmulas de recorrência são:

$$t_{i+1} = t_i + dt \quad (3.3.5.6)$$

$$X_{i+1} = X_i + dx \quad (3.3.5.7)$$

$$Y_{i+1} = Y_i + dy \quad (3.3.5.8)$$

Considerando a equação geral do movimento de um sistema mecânico SDOF do tipo massa-mola-amortecedor viscoso, esta pode ser representada por

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (3.3.5.9)$$

onde M , C e K são as constantes de massa, amortecimento e rigidez do sistema respectivamente, e $F(t)$ é a força de excitação externa.

Isolando-se $\ddot{X}(t)$ na equação (3.3.5.9), tem-se que

$$\ddot{X}(t) = -\frac{C}{M}\dot{X}(t) - \frac{K}{M}X(t) + \frac{1}{M}F(t) \quad (3.3.6.0)$$

e tomando-se $\dot{X}(t) = Y(t)$, obtém-se

$$\dot{Y}(t) = \left[-\frac{C}{M}Y(t) - \frac{K}{M}X(t) + \frac{1}{M}F(t) \right] \quad (3.3.6.1)$$

$$\dot{X}(t) = Y(t)$$

aplicando-se o método de Runge-Kutta de 4ª Ordem, obtém-se

$$dx = (K_{n_1} + 2K_{n_2} + 2K_{n_3} + K_{n_4})/6 \quad (3.3.6.2)$$

$$dy = (L_{n_1} + 2L_{n_2} + 2L_{n_3} + L_{n_4})/6 \quad (3.3.6.3)$$

Daí, obtém-se o algoritmo:

$$K_{n_1} = (Y)Dt \quad L_{n_1} = \left[-\frac{C}{M}Y - \frac{K}{M}X + \frac{1}{M}F \right]Dt \quad (3.3.6.4)$$

$$K_{n_2} = (Y + L_{n_1}/2)Dt \quad L_{n_2} = \left[-\frac{C}{M}(Y + L_{n_1}/2) - \frac{K}{M}(X + K_{n_1}/2) + \frac{1}{M}F \right]Dt \quad (3.3.6.5)$$

$$K_{n_3} = (Y + L_{n_2}/2)Dt \quad L_{n_3} = \left[-\frac{C}{M}(Y + L_{n_2}/2) - \frac{K}{M}(X + K_{n_2}/2) + \frac{1}{M}F \right]Dt \quad (3.3.6.6)$$

$$K_{n_4} = (Y + L_{n_3}/2)Dt \quad L_{n_4} = \left[-\frac{C}{M}(Y + L_{n_3}/2) - \frac{K}{M}(X + K_{n_3}/2) + \frac{1}{M}F \right]Dt \quad (3.3.6.7)$$

onde nas variáveis X , Y e F , foi omitida a dependência no tempo, por questões de simplificação da notação.

CAPÍTULO IV

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE
IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS

4.1 Introdução

Neste capítulo definem-se: os modelos físico e matemático dos sistemas que serão analisados, o sinal de excitação sintetizado e suas vantagens de aplicação, bem como, o estimador dos mínimos quadrados e seu formalismo matemático.

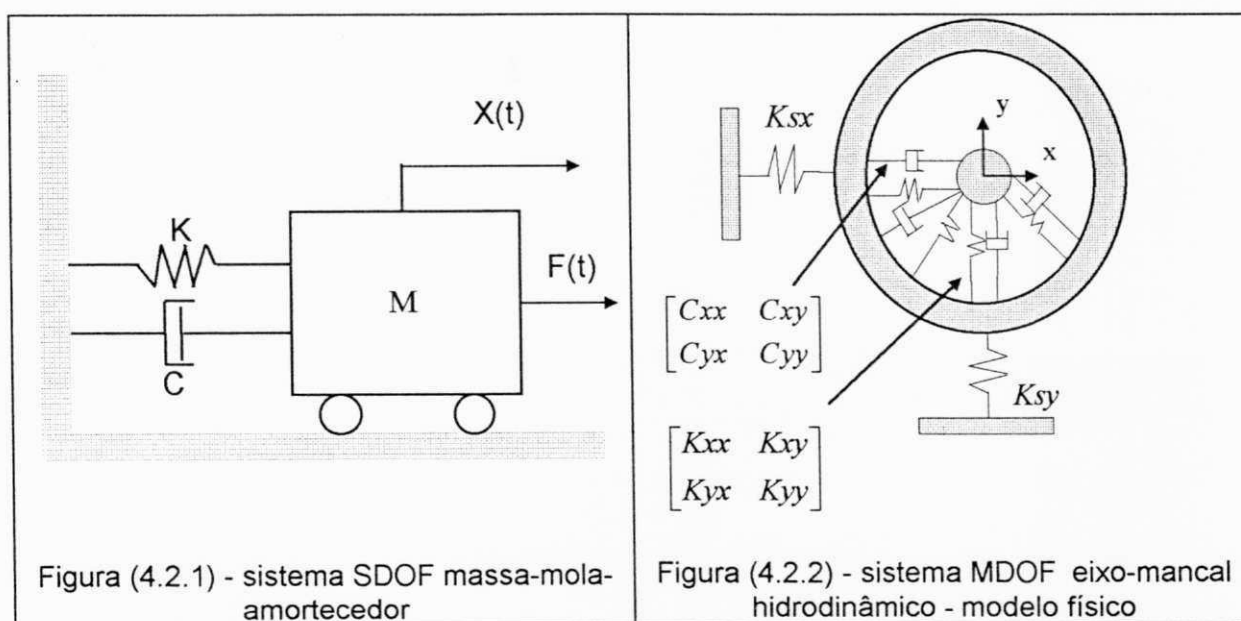
Aqui, desenvolvem-se todas as formulações matemáticas dos processos de identificação de parâmetros e identificação de forças/perturbações no domínio do tempo e no domínio da frequência, para aplicação nos dois sistemas mecânicos considerados: SDOF (massa-mola-amortecedor viscoso) e MDOF (eixo-mancal hidrodinâmico).

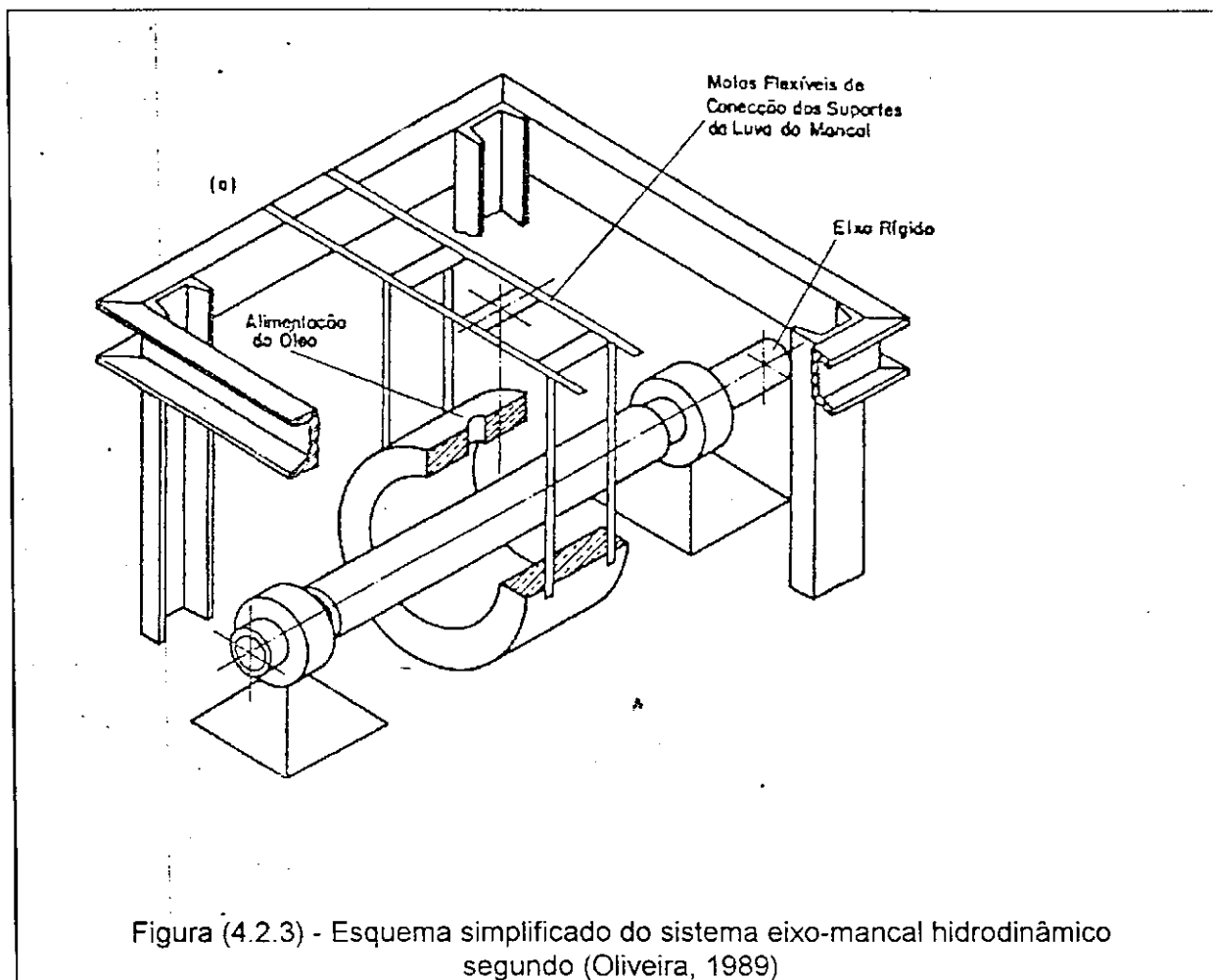
4.2 Modelos Físico e Matemático

Inicialmente, adotou-se, para o processo de identificação de parâmetros e identificação de perturbações/forças, o modelo clássico de um sistema SDOF do tipo massa-mola-amortecedor viscoso (Meirovitch, 1975), conforme mostra a figura (4.2.1), regido pela seguinte equação diferencial do movimento,

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (4.2.1)$$

onde, os parâmetros M, C e K representam a massa do sistema, amortecimento e rigidez, respectivamente e $F(t)$ representa a fonte de excitação/perturbação atuante no sistema. O outro modelo adotado foi um sistema MDOF constituído por um mancal hidrodinâmico aplicado em sistemas mecânicos rotativos (Oliveira, 1991), conforme mostram as figuras (4.2.2) e (4.2.3).





O modelo das figuras (4.2.2) e (4.2.3) consiste, basicamente, de um eixo rígido suportado por dois mancais. O mancal hidrodinâmico é posicionado de forma simétrica no meio do eixo e tracionado ao longo da direção Y .

As equações do movimento na direção horizontal e vertical são estabelecidas em termos de pequenos deslocamentos X e Y , respectivamente, em torno de alguma posição de equilíbrio estático. A linearização em torno de alguma posição de equilíbrio se faz necessária devido ao comportamento não linear do filme

de óleo. No modelo considerado, o mancal é suportado por molas de rigidez conhecida nas duas direções perpendiculares X e Y .

As equações dinâmicas do movimento para esta configuração em termos de pequenas perturbações - visando garantir as hipóteses de linearidade - e dos oito coeficientes linearizados de rigidez e amortecimento do filme de óleo podem ser obtidas a partir do modelo físico em relação ao sistema de coordenadas inercial,

$$M\ddot{X}(t) + C_{xx}\dot{X}(t) + C_{xy}\dot{Y}(t) + K_{xx}X(t) + K_{xy}Y(t) = F_x(t) \quad (4.2.2)$$

$$M\ddot{Y}(t) + C_{yx}\dot{X}(t) + C_{yy}\dot{Y}(t) - K_{yx}X(t) + K_{yy}Y(t) = F_y(t) \quad (4.2.3)$$

Admite-se, nas equações (4.2.2) e (4.2.3), que as forças de excitação arbitrárias provenientes de alguma fonte de excitação externa atuem nas direções horizontal e vertical, simultaneamente. Admite-se, ainda, que nos coeficientes K_{xx} e K_{yy} estão inclusas (rigidez equivalente) as constantes de rigidez do suporte segundo os dois planos perpendiculares e que, por outro lado, o amortecimento deste mesmo suporte foi desprezado, por ser suficientemente pequeno em relação as características de amortecimento do filme de óleo.

As equações dinâmicas assim obtidas levam em consideração o modelo já linearizado em torno da posição de equilíbrio estático, sendo X e Y os deslocamentos a partir desta posição.

4.3 Características do Sinal de Excitação Sintetizado (Schroeder)

É possível, através do ajuste dos ângulos de fase das harmônicas que compõe um sinal, produzir um sinal com baixo fator de pico. Alguns casos de como gerar sinais no domínio do tempo a partir dos ângulos de fase para um dado espectro de potência são analisados por Schroeder (1970).

Aqui, o sinal de excitação, que será empregado como fonte de excitação nos sistemas mecânicos em estudo, é obtido por síntese de sinais de baixa auto-correlação com baixo fator de pico, sintetizado a partir dos ângulos de fase das harmônicas que o compõe, com ângulos de fase no intervalo de 0 a π .

Gerar este sinal em computador digital significa buscar séries temporais de comprimento finito $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$, cujos coeficientes de auto-correlação são definidos por,

$$\alpha_k = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\beta_n \beta_{n+k}) \quad (4.3.1)$$

tal que estes coeficientes assumam valores pequenos para $k > 1$.

Deste modo, considera-se um sinal periódico de período T , contendo N harmônicas dado por,

$$Y_n(t) = \sum_{n=1}^N \beta_n \cos(n\omega t) \quad (4.3.2)$$

Restringindo a variação do ângulo de fase entre 0 e π , as séries temporais podem ser obtidas por,

$$\beta_n = 1 - 2(\phi_n / \pi) \quad (4.3.3)$$

onde, ϕ_n são os ângulos de fase dados por,

$$\phi_n = 1 - \pi(n^2 / 2N) \quad (4.3.4)$$

O sinal de excitação gerado desta forma constitui-se num sinal de banda larga em frequência do tipo ruído branco, porém com as vantagens de ser periódico. A figura (4.3.1) apresenta o sinal gerado no domínio do tempo e da frequência.

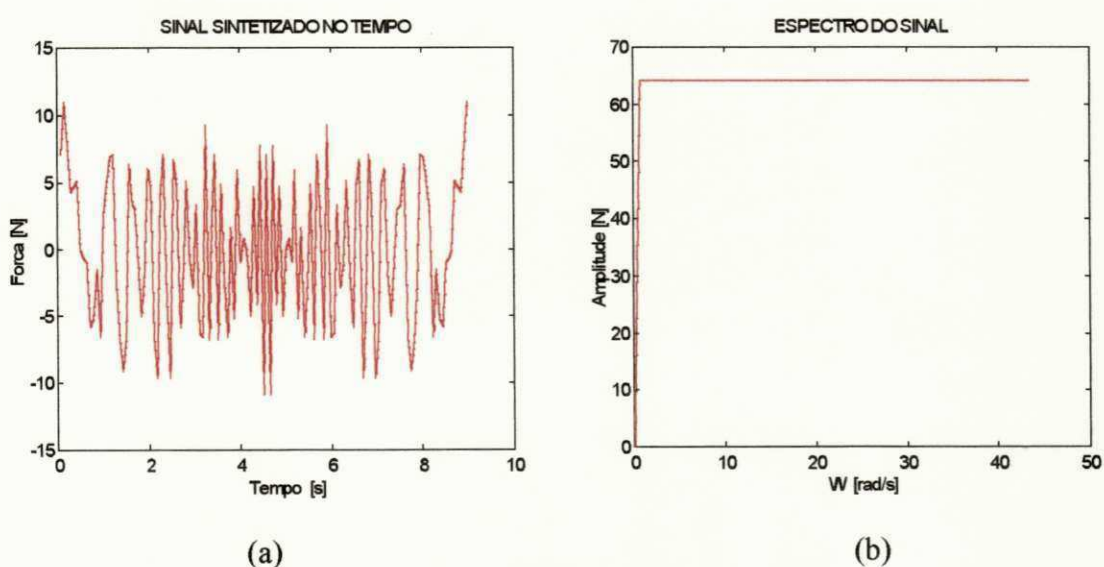


Figura (4.3.1) - Sinal de excitação sintetizado no tempo (a) e em frequência (b)

A utilização deste sinal como fonte de excitação em sistemas mecânicos, objetivando a identificação de parâmetros e identificação de perturbações externas, apresenta algumas vantagens:

1. É um sinal com alto conteúdo frequencial do tipo ruído branco, onde a faixa de frequência pode ser pré-estabelecida;
2. Possui a vantagem de ser periódico;
3. Pode-se garantir a excitação persistente no sistema;
4. Pode ser facilmente implementado em computador digital, bem como através de um conversor digital-analógico, permitindo assim excitar um sistema físico real;
5. Por se constituir num sinal de espectro plano, pode-se garantir que os modos de vibração do sistema em consideração é excitado com um nível de energia uniforme, além do fato de se garantir as hipóteses de linearidade, caso o sistema seja linear.

4.4 Propriedades do Estimador dos Mínimos Quadrados

A obtenção da equação necessária à aplicação do método dos mínimos quadrados na estimação de parâmetros de sistemas mecânicos é sempre o resultado da formulação matricial na forma geral (Beck, 1978),

$$[A]\{\phi\} = \{b\} \quad (4.4.1)$$

onde, $[A]$: matriz retangular cujos elementos são compostos das medidas de entradas e saídas;

$\{\phi\}$: vetor dos parâmetros a serem estimados;

$\{b\}$: vetor de excitação (força).

Nas equações necessárias para análise dos dados, pressupõe-se que, em todas as medidas, estão presentes erros devido à falta de ajuste dos dados. A origem destes erros pode ser classificada em duas categorias distintas: erros aleatórios e erros de “bias” (sistemáticos). De acordo com Bendat e Piersol (1971), os principais tipos de erros são essencialmente devidos a: ruídos em transdutores; ruídos introduzidos nos processos computacionais devido à falta de precisão numérica (truncamento); ruídos que não são detectados nos pontos de entradas, mas que contribuem na saída passando pelo sistema; problemas de não linearidades do sistema entre as entradas e saídas, entre outros.

Estes fatores constituem problemas cruciais no processo de identificação de parâmetros. O conhecimento prévio, se possível, da origem destes e de outros erros que eventualmente possam surgir, pode assegurar uma estimação razoável para os parâmetros do sistema.

Desta forma, a equação (4.4.1) pode ser colocada na forma,

$$[A]\{\phi\} = \{b\} + \{\varepsilon\} \quad (4.4.2)$$

onde, $\{\varepsilon\}$ é o erro obtido em cada medida efetuada.

Pelo princípio dos mínimos quadrados os parâmetros a serem estimados podem ser obtidos pela “minimização da soma dos quadrados dos erros” para cada medida, em relação aos valores calculados a partir dos parâmetros usados na equação (4.4.1). Assim, a soma dos quadrados dos erros presentes pode ser escrita da seguinte forma:

$$E = \varepsilon^T \varepsilon = (b - A\phi)^T (b - A\phi) \quad (4.4.3)$$

Considerando que $b^T A\phi = \phi^T A^T b$ é um escalar, a equação (4.4.3) fica,

$$E = b^T b - 2\phi^T A^T b + \phi^T A^T A\phi \quad (4.4.4)$$

Derivando a equação (4.4.4) em relação a ϕ de modo a minimizar o erro, isto é, fazendo $\partial E / \partial \phi = 0$, obtém-se,

$$A^T A\phi = A^T b \quad (4.4.5)$$

Dado que o produto $A^T A$ é uma matriz quadrada, pode-se pré-

multiplicar ambos os membros da equação (4.4.5) por $(A^T A)^{-1}$, dando

$$\hat{\phi}_{MQ} = [A^T A]^{-1} A^T b \quad (4.4.6)$$

Assim, $\hat{\phi}_{MQ}$ constitui o estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de ϕ . A única restrição em relação ao estimador é que o produto matricial $A^T A$ seja não singular. Maiores informações acerca deste estimador, com relação ao cálculo das matrizes de variância e covariância, podem ser encontradas em Oliveira (1988).

4.5 Formulação Matemática para o Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo

Considerando o sistema SDOF representado na figura (4.2.1), regido pela equação,

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F \quad (4.5.1)$$

onde a dependência no tempo foi omitida para simplificar a notação.

Esta equação diferencial de segunda ordem pode ser reduzida a um sistema de equações diferenciais de primeira ordem, isolando-se o vetor aceleração,

$$\ddot{X} = -\frac{C}{M}\dot{X} - \frac{K}{M}X + \frac{1}{M}F \quad (4.5.2)$$

e fazendo-se as seguintes substituições:

$$X_1 = X \quad \dot{X}_1 = \dot{X} \quad (4.5.3)$$

$$X_2 = \dot{X} \quad \dot{X}_2 = \ddot{X} \quad (4.5.4)$$

A partir destas novas variáveis, obtém-se,

$$\dot{X}_1 = X_2 \quad (4.5.5)$$

$$\dot{X}_2 = -\frac{C}{M}X_2 - \frac{K}{M}X_1 + \frac{1}{M}F \quad (4.5.6)$$

Essas equações ainda podem ser reescritas na forma matricial,

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{C}{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{Bmatrix} 0 \\ F \end{Bmatrix} \quad (4.5.7)$$

Este sistema de equações pode ser representado na forma compacta pela equação de estado,

$$\{\dot{X}\} = [A]\{X\} + [B]\{F\} \quad (4.5.8)$$

onde, $\{X\}$: vetor de estado, solução do sistema de equações diferenciais em termos das variáveis de estado (deslocamento e velocidade);

$[A]$: matriz do sistema contendo os coeficientes de rigidez e amortecimento;

$\{F\}$: vetor de entrada contendo as forças de excitação;

$[B]$: matriz de distribuição.

Num problema clássico de simulação digital, os valores de $[A]$, $[B]$, $\{F\}$ e as condições iniciais $\{X(0)\}$ e $\{\dot{X}(0)\}$ são grandezas conhecidas.

A equação (4.5.8) pode ser reescrita na forma discreta da seguinte maneira,

$$\{X(k+1)\} = ([I] + [A]Dt)\{X(k)\} + Dt[B]\{F(k)\} \quad (4.5.9)$$

onde Dt é o intervalo de tempo de discretização e $X(k)$ é o vetor de estado no instante $t = k$, $k = 1, 2, \dots, N$. Substituindo os valores de $[A]$, $[I]$, $[B]$ e $\{F(k)\}$, é fácil obter que,

$$\{X(k+1)\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Dt \\ -\frac{K}{M}Dt & -\frac{C}{M}Dt \end{bmatrix} \{X(k)\} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{Dt}{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ F(k) \end{Bmatrix} \quad (4.5.10)$$

Desenvolvendo a soma $[I] + [ADt]$ e acrescentando o índice i nos vetores de estado da equação (4.5.10), a mesma ficará da seguinte forma,

$$\{X_i(k+1)\} = \begin{bmatrix} 1 & Dt \\ -\frac{K}{M}Dt & 1 - \frac{C}{M}Dt \end{bmatrix} \{X_i(k)\} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{Dt}{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ F(k) \end{Bmatrix} \quad (4.5.11)$$

Para várias observações e fazendo-se a transposta da equação (4.5.11), obtém-se,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & F(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ X_1(k) & X_2(k) & F(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{K}{M}Dt \\ Dt & 1 - \frac{C}{M}Dt \\ 0 & \frac{1}{M}Dt \end{bmatrix} \quad (4.5.12)$$

Na sua forma matricial compacta, tem-se

$$[b] = [A][\phi] \quad (4.5.13)$$

onde, $[b]$: matriz retangular de ordem $N \times 2$, contendo os vetores de deslocamento e velocidade no instante $t = k+1$;

$[A]$: matriz retangular de ordem $N \times 3$, contendo os vetores de entrada (força de excitação) e os de deslocamento e velocidade no instante $t = k$;

$[\phi]$: matriz retangular de ordem 3×2 , contendo os parâmetros a serem estimados.

Considerando o sistema MDOF representado na figura (4.2.2), regido pelo sistema de equações diferenciais,

$$M\ddot{X} + C_{xx}\dot{X} + C_{xy}\dot{Y} + K_{xx}X + K_{xy}Y = F_x \quad (4.5.14)$$

$$M\ddot{Y} + C_{yx}\dot{X} + C_{yy}\dot{Y} - K_{yx}X + K_{yy}Y = F_y \quad (4.5.15)$$

aqui, novamente, a dependência no tempo foi omitida para simplificar a notação.

Este sistema de equações diferenciais de segunda ordem pode ser reduzido a um sistema de equações diferenciais de primeira ordem, isolando-se o vetor aceleração,

$$\ddot{X} = -\frac{C_{xx}}{M}\dot{X} - \frac{C_{xy}}{M}\dot{Y} - \frac{K_{xx}}{M}X - \frac{K_{xy}}{M}Y + \frac{F_x}{M} \quad (4.5.16)$$

$$\ddot{Y} = -\frac{C_{yx}}{M}\dot{X} - \frac{C_{yy}}{M}\dot{Y} + \frac{K_{yx}}{M}X - \frac{K_{yy}}{M}Y + \frac{F_y}{M} \quad (4.5.17)$$

e fazendo-se as seguintes substituições:

$$X_1 = X \quad \dot{X}_1 = \dot{X} \quad (4.5.18)$$

$$X_2 = \dot{X} \quad \dot{X}_2 = \ddot{X} \quad (4.5.19)$$

$$X_3 = Y \quad \dot{X}_3 = \dot{Y} \quad (4.5.20)$$

$$X_4 = \dot{Y} \quad \dot{X}_4 = \ddot{Y} \quad (4.5.21)$$

A partir destas novas variáveis, obtém-se,

$$\dot{X}_1 = X_2 \quad (4.5.22)$$

$$\dot{X}_2 = -\frac{C_{xx}}{M}X_2 - \frac{C_{xy}}{M}X_4 - \frac{K_{xx}}{M}X_1 - \frac{K_{xy}}{M}X_3 + \frac{F_x}{M} \quad (4.5.23)$$

$$\dot{X}_3 = X_4 \quad (4.5.24)$$

$$\dot{X}_4 = -\frac{C_{yx}}{M}X_2 - \frac{C_{yy}}{M}X_4 + \frac{K_{yx}}{M}X_1 - \frac{K_{yy}}{M}X_3 + \frac{F_y}{M} \quad (4.5.25)$$

Essas equações ainda podem ser reescritas na forma matricial,

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_{xx}/M & -C_{xx}/M & -K_{xy}/M & -C_{xy}/M \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_{yx}/M & -C_{yx}/M & -K_{yy}/M & -C_{yy}/M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{Bmatrix} 0 \\ F_x \\ 0 \\ F_y \end{Bmatrix}$$

(4.5.26)

Esta equação representada na forma de estado discretizada por,

$$\{X(k+1)\} = ([I] + [A]Dt)\{X(k)\} + Dt[B]\{F(k)\} \quad (4.5.27)$$

onde Dt é o intervalo de tempo de discretização e $X(k)$, o vetor de estado no instante $t = k, k = 1, 2, \dots, N$, e após desenvolver as mesmas operações matemáticas do sistema SDOF analisado anteriormente, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) & X_3(2) & X_4(2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) & X_3(k+1) & X_4(k+1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & X_3(1) & X_4(1) & F_x(1) & F_y(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_1(k) & X_2(k) & X_3(k) & X_4(k) & F_x(k) & F_y(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{K_{xx}}{M}Dt & 0 & \frac{K_{yx}}{M}Dt \\ Dt & (1 - \frac{C_{xx}}{M}Dt) & 0 & -\frac{C_{yx}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{K_{xy}}{M}Dt & 1 & -\frac{K_{yy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{C_{xy}}{M}Dt & Dt & (1 - \frac{C_{yy}}{M}Dt) \\ 0 & Dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Dt \end{bmatrix} \quad (4.5.28)$$

Na forma matricial compacta, tem-se $[b]=[A][\phi]$, onde,

$[b]$: matriz retangular de ordem $N \times 4$, contendo os vetores de deslocamento e velocidade no instante $t = k + 1$;

$[A]$: matriz retangular de ordem $N \times 6$, contendo os vetores de entrada (força de excitação); e saída (resposta em termos de deslocamento e velocidade) no instante $t = k$;

$[\phi]$: matriz retangular de ordem 6×4 , contendo os parâmetros a serem estimados.

4.6 Formulação Matemática para o Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio da Freqüência usando o Espectro da Excitação e da Resposta

Esta formulação foi originalmente proposta por Burrows e Sahinkaya (1982). Conforme apresentado na figura (4.2.1), o sistema SDOF pode ser regido pela equação dinâmica,

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (4.6.1)$$

Admitindo que a força de excitação aplicada seja periódica e que o sistema seja linear, os sinais medidos podem ser expandidos em série de Fourier,

$$X(t) = \sum_{n=1}^N (X_n^c \cos n\omega t + X_n^s \sin n\omega t) \quad (4.6.2)$$

onde, $n\omega$: freqüência angular da força de excitação;

X_n^c : componentes reais do espectro do sinal em freqüência;

X_n^s : componentes imaginários do espectro do sinal no domínio da freqüência.

Derivando-se a equação (4.6.2) duas vezes, obtém-se

$$\dot{X}(t) = \sum_{n=1}^N (-X_n^c n\omega \sin n\omega t + X_n^s n\omega \cos n\omega t) \quad (4.6.3)$$

$$\ddot{X}(t) = \sum_{n=1}^N (-X_n^c n^2 \omega^2 \cos n\omega t - X_n^s n^2 \omega^2 \sin n\omega t) \quad (4.6.4)$$

O sinal de excitação por ser periódico também pode ser expandido em série de Fourier, na seguinte forma,

$$F(t) = \sum_{n=1}^N (F_n^c \cos n\omega t + F_n^s \sin n\omega t) \quad (4.6.5)$$

Substituindo as equações (4.6.2) a (4.6.5) na equação diferencial (4.6.1), e eliminando o sinal de somatório pelo fato de se tomar $n = 1, 2, \dots, N$, obtém-se

$$\begin{aligned}
& M(-X_n^c n^2 \omega^2 \cos n\omega t - X_n^s n^2 \omega^2 \sin n\omega t) + \\
& C(-X_n^c n\omega \sin n\omega t + X_n^s n\omega \cos n\omega t) + \\
& K(X_n^c \cos n\omega t + X_n^s \sin n\omega t) = (F_n^c \cos n\omega t + F_n^s \sin n\omega t)
\end{aligned} \tag{4.6.6}$$

Agrupando os termos em $\cos n\omega t$ e $\sin n\omega t$,

$$-CX_n^c n\omega \sin n\omega t + KX_n^s \sin n\omega t - F_n^s \sin n\omega t = MX_n^s n^2 \omega^2 \sin n\omega t \tag{4.6.7}$$

$$CX_n^s n\omega \cos n\omega t + KX_n^c \cos n\omega t - F_n^c \cos n\omega t = MX_n^c n^2 \omega^2 \cos n\omega t \tag{4.6.8}$$

eliminando os termos comuns $\cos n\omega t$ e $\sin n\omega t$, tem-se

$$CX_n^s n\omega + KX_n^c = MX_n^c n^2 \omega^2 + F_n^c \tag{4.6.9}$$

$$-CX_n^c n\omega + KX_n^s = MX_n^s n^2 \omega^2 + F_n^s \tag{4.6.10}$$

que na sua forma matricial e com $n = 1, 2, \dots, N$, fica

$$\begin{bmatrix} X_n^s n\omega & X_n^c \\ -X_n^c n\omega & X_n^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} MX_n^c n^2 \omega^2 + F_n^c \\ MX_n^s n^2 \omega^2 + F_n^s \end{Bmatrix} \tag{4.6.11}$$

As equações (4.6.9) e (4.6.10) produzem 2N equações nas variáveis a serem medidas, ou seja, para N medidas a equação matricial (4.6.11) torna-se,

$$\left[\begin{array}{cc} X_1^s \omega & X_1^c \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ X_n^s N \omega & X_N^c \\ \dots & \dots \\ -X_1^c \omega & X_1^s \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ -X_N^c N \omega & X_N^s \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} MX_1^c \omega^2 + F_1^c \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ MX_N^c N^2 \omega^2 + F_N^c \\ \dots \\ MX_1^s \omega^2 + F_1^s \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ MX_N^s N^2 \omega^2 + F_N^s \end{array} \right\} \quad (4.6.12)$$

Esta equação ainda pode ser apresentada na sua forma compacta por,

$$[A]\{\phi\} = \{b\} \quad (4.6.13)$$

onde, $[A]$: matriz retangular de ordem $2N \times 2$, contendo os coeficientes de Euler-

Fourier dos deslocamentos na direção X;

$\{\phi\}$: vetor de ordem 2×1 , contendo os coeficientes a serem estimados;

$\{b\}$: vetor de ordem $2N \times 1$, contendo os coeficientes de Euler-Fourier das

forças de inércia na direção X somados aos das forças aplicadas.

Conforme apresentado na figura (4.2.2), o sistema MDOF pode ser regido pelo sistema de equações dinâmicas,

$$M\ddot{X}(t) + C_{xx}\dot{X}(t) + C_{xy}\dot{Y}(t) + K_{xx}X(t) + K_{xy}Y(t) = F_x(t) \quad (4.6.14)$$

$$M\ddot{Y}(t) + C_{yx}\dot{X}(t) + C_{yy}\dot{Y}(t) - K_{yx}X(t) + K_{yy}Y(t) = F_y(t) \quad (4.6.15)$$

Admitindo que a força de excitação aplicada seja periódica e que o sistema seja linear, os sinais medidos podem ser expandidos em série de Fourier,

$$X(t) = \sum_{n=1}^N (X_n^c \cos n\omega t + X_n^s \sin n\omega t) \quad (4.6.16)$$

$$Y(t) = \sum_{n=1}^N (Y_n^c \cos n\omega t + Y_n^s \sin n\omega t) \quad (4.6.17)$$

onde, $n\omega$: frequência angular da força de excitação;

X_n^c : componentes reais do módulo do sinal na direção X;

X_n^s : componentes imaginários do módulo do sinal na direção X;

Y_n^c : componentes reais do módulo do sinal na direção Y;

Y_n^s : componentes imaginários do módulo do sinal na direção Y.

Derivando-se a equação (4.6.16) e (4.6.17) duas vezes, respectivamente, obtém-se

$$\dot{X}(t) = \sum_{n=1}^N (-X_n^c n\omega \operatorname{sen} n\omega t + X_n^s n\omega \operatorname{cos} n\omega t) \quad (4.6.18)$$

$$\ddot{X}(t) = \sum_{n=1}^N (-X_n^c n^2 \omega^2 \operatorname{cos} n\omega t - X_n^s n^2 \omega^2 \operatorname{sen} n\omega t) \quad (4.6.19)$$

$$\dot{Y}(t) = \sum_{n=1}^N (-Y_n^c n\omega \operatorname{sen} n\omega t + Y_n^s n\omega \operatorname{cos} n\omega t) \quad (4.6.20)$$

$$\ddot{Y}(t) = \sum_{n=1}^N (-Y_n^c n^2 \omega^2 \operatorname{cos} n\omega t - Y_n^s n^2 \omega^2 \operatorname{sen} n\omega t) \quad (4.6.21)$$

O sinal de excitação por ser periódico também pode ser expandido em série de Fourier nas direções X e Y na seguinte forma,

$$Fx(t) = \sum_{n=1}^N (Fx_n^c \operatorname{cos} n\omega t + Fx_n^s \operatorname{sen} n\omega t) \quad (4.6.22)$$

$$Fy(t) = \sum_{n=1}^N (Fy_n^c \operatorname{cos} n\omega t + Fy_n^s \operatorname{sen} n\omega t) \quad (4.6.23)$$

Substituindo as equações (4.6.16) a (4.6.20) e (4.6.22) na equação diferencial (4.6.14), e eliminando-se o sinal de somatório pelo fato de tomar $n = 1, 2, \dots, N$, obtém-se,

$$M(-X_n^c n^2 \omega^2 \operatorname{cos} n\omega t - X_n^s n^2 \omega^2 \operatorname{sen} n\omega t) +$$

$$C_{xx}(-X_n^c n\omega \operatorname{sen} n\omega t + X_n^s n\omega \operatorname{cos} n\omega t) +$$

$$C_{xy}(-Y_n^c n\omega \operatorname{sen} n\omega t + Y_n^s n\omega \operatorname{cos} n\omega t) +$$

$$\begin{aligned}
& K_{xx}(X_n^c \cos n\omega t + X_n^s \sin n\omega t) + K_{xy}(Y_n^c \cos n\omega t + Y_n^s \sin n\omega t) \\
& = (F_x^c \cos n\omega t + F_x^s \sin n\omega t)
\end{aligned} \tag{4.6.24}$$

Substituindo as equações (4.6.16) a (4.6.18) e as equações (4.6.20), (4.6.21) e (4.6.23) na equação diferencial (4.6.15), e eliminando-se o sinal de somatório pelo fato de tomar $n = 1, 2, \dots, N$, obtém-se,

$$\begin{aligned}
& M(-X_n^c n^2 \omega^2 \cos n\omega t - X_n^s n^2 \omega^2 \sin n\omega t) + \\
& C_{yx}(-X_n^c n\omega \sin n\omega t + X_n^s n\omega \cos n\omega t) + \\
& C_{yy}(-Y_n^c n\omega \sin n\omega t + Y_n^s n\omega \cos n\omega t) - \\
& K_{yx}(X_n^c \cos n\omega t + X_n^s \sin n\omega t) + K_{yy}(Y_n^c \cos n\omega t + Y_n^s \sin n\omega t) \\
& = (F_y^c \cos n\omega t + F_y^s \sin n\omega t)
\end{aligned} \tag{4.6.25}$$

Agrupando os termos em $\cos n\omega t$ e $\sin n\omega t$ nas equações (4.6.24) e (4.6.25), tem-se

$$C_{xx}X_n^s n\omega + C_{xy}Y_n^s n\omega + K_{xx}X_n^c + K_{xy}Y_n^c = MX_n^c n^2 \omega^2 + F_x^c \tag{4.6.26}$$

$$-C_{xx}X_n^c n\omega - C_{xy}Y_n^c n\omega + K_{xx}X_n^s + K_{xy}Y_n^s = MX_n^s n^2 \omega^2 + F_x^s \tag{4.6.27}$$

$$C_{yx}X_n^s n\omega + C_{yy}Y_n^s n\omega - K_{yx}X_n^c + K_{yy}Y_n^c = MY_n^c n^2 \omega^2 + F_y^c \tag{4.6.28}$$

$$-C_{yx}X_n^c n\omega - C_{yy}Y_n^c n\omega - K_{yx}X_n^s + K_{yy}Y_n^s = MY_n^s n^2 \omega^2 + Fy_n^s \quad (4.6.29)$$

que na sua forma matricial e com $n=1,2,\dots,N$ fica

$$\begin{bmatrix} X_n^c & X_n^s n\omega & Y_n^c & Y_n^s n\omega \\ X_n^s & -X_n^c n\omega & Y_n^s & -Y_n^c n\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{xx} & -K_{yx} \\ C_{xx} & C_{yx} \\ K_{xy} & K_{yy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{bmatrix} = \quad (4.6.30)$$

$$\begin{bmatrix} MX_n^c n^2 \omega^2 + Fx_n^c & MY_n^c n^2 \omega^2 + Fy_n^c \\ MX_n^s n^2 \omega^2 + Fx_n^s & MY_n^s n^2 \omega^2 + Fy_n^s \end{bmatrix}$$

Esta formulação teve a sua validação comprovada experimentalmente na identificação das matrizes de rigidez e amortecimento que caracterizam o comportamento dinâmico do filme de óleo de mancal hidrodinâmico, no trabalho desenvolvido por Oliveira (1989).

As equações (4.6.26) e (4.6.29) produzem $2N$ equações nas variáveis a serem medidas, ou seja, para N medidas a equação matricial (4.6.30) torna-se,

$$\begin{bmatrix}
 X_1^c & X_1^s \omega & Y_1^c & Y_1^s \omega \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 X_N^c & X_N^s N \omega & Y_N^c & Y_N^s N \omega \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 X_1^s & -X_1^c \omega & Y_1^s & -Y_1^c \omega \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 X_N^s & -Y_N^c N \omega & Y_N^s & -Y_N^c N \omega
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 K_{xx} & -K_{yx} \\
 C_{xx} & C_{yx} \\
 K_{xy} & K_{yy} \\
 C_{xy} & C_{yy}
 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}
 MX_1^c \omega^2 + Fx_1^c & MY_1^c \omega^2 + Fy_1^c \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 MX_N^c N^2 \omega^2 + Fx_N^c & MY_N^c N^2 \omega^2 + Fy_N^c \\
 \dots & \dots \\
 MX_1^s \omega^2 + Fx_1^s & MY_1^s \omega^2 + Fy_1^s \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 MX_N^s N^2 \omega^2 + Fx_N^s & MY_N^s N^2 \omega^2 + Fy_N^s
 \end{bmatrix} \quad (4.6.31)$$

Esta equação também pode ser apresentada na sua forma compacta por,

$$[A][\phi] = [b] \quad (4.6.32)$$

onde, $[A]$: matriz retangular de ordem $2N \times 4$, contendo os coeficientes de Euler-

Fourier dos deslocamentos nas direções X e Y, respectivamente;

$[\phi]$: matriz de ordem 4×2 , contendo os coeficientes a serem estimados;

$[b]$: matriz de ordem $2N \times 2$, contendo os coeficientes de Euler-Fourier das forças de inércia nas direções X e Y somados aos das forças aplicadas nas respectivas direções.

4.7 Formulação Matemática para o Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Discretizada

A identificação de forças ou perturbações externas é possível através da solução da equação (4.5.28) em termos de $F(k)$, porém, aplicando-se os parâmetros estimados, ou seja,

$$\{\hat{F}(k)\} = \frac{[\hat{B}]^{-1}}{\hat{D}t} [X(k+1) - (I + \hat{A}D\hat{t})X(k)] \quad (4.7.1)$$

Esta equação para o sistema SDOF representado na figura (4.2.1) pode ser dada na sua forma matricial, para várias observações, por

$$\begin{Bmatrix} 0(1) & \cdot & \cdot & \cdot & 0(k) \\ \hat{F}(1) & \cdot & \cdot & \cdot & \hat{F}(k) \end{Bmatrix} = \frac{[\hat{B}]^{-1}}{\hat{D}t} \begin{Bmatrix} X_1(2) & \cdot & \cdot & \cdot & X_1(k+1) \\ X_2(2) & \cdot & \cdot & \cdot & X_2(k+1) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{\hat{D}t}{\hat{M}} \\ -\hat{K}\frac{\hat{D}t}{\hat{M}} & 1-\hat{C}\frac{\hat{D}t}{\hat{M}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1(1) & \dots & X_1(k) \\ X_2(1) & \dots & X_2(k) \end{bmatrix} \quad (4.7.2)$$

onde, $[\hat{B}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{M}} \end{bmatrix}$.

Esta equação para o sistema MDOF representado na figura (4.2.2)

pode ser dada na sua forma matricial, para várias observações, por

$$\begin{bmatrix} 0(1) & \dots & 0(k) \\ \hat{F}_x(1) & \dots & \hat{F}_x(k) \\ 0(1) & \dots & 0(k) \\ \hat{F}_y(1) & \dots & \hat{F}_y(k) \end{bmatrix} = \frac{[\hat{B}]^{-1}}{\hat{D}t} \begin{bmatrix} X1(2) & \dots & X1(k+1) \\ X2(2) & \dots & X2(k+1) \\ X3(2) & \dots & X3(k+1) \\ X4(2) & \dots & X4(k+1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \hat{D}t & 0 & 0 \\ -\frac{\hat{K}_{xx}}{\hat{M}}\hat{D}t & (1-\frac{\hat{C}_{xx}}{\hat{M}}\hat{D}t) & -\frac{\hat{K}_{xy}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{C}_{xy}}{\hat{M}}\hat{D}t \\ 0 & 0 & 1 & \hat{D}t \\ \frac{\hat{K}_{yx}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{C}_{yx}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{K}_{yy}}{\hat{M}}\hat{D}t & (1-\frac{\hat{C}_{yy}}{\hat{M}}\hat{D}t) \end{bmatrix} \quad (4.7.3)$$

$$\begin{bmatrix} X1(1) & \dots & X1(k) \\ X2(1) & \dots & X2(k) \\ X3(1) & \dots & X3(k) \\ X4(1) & \dots & X4(k) \end{bmatrix}$$

na qual $[\hat{B}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{M}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\hat{M}} \end{bmatrix}$ e (^) representam os valores estimados.

4.8 Formulação Matemática para o Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Contínua

A identificação de forças ou perturbações externas também é possível através da solução da equação dinâmica, diretamente aplicada para os parâmetros devidamente estimados e que pode ser dada pela seguinte equação:

$$\{\hat{F}(t)\} = [\hat{M}]\{\hat{\ddot{X}}(t)\} + [\hat{C}]\{\hat{\dot{X}}(t)\} + [\hat{K}]\{\hat{X}(t)\} \quad (4.8.1)$$

onde, $[\hat{M}]$, $[\hat{C}]$ e $[\hat{K}]$ representam as matrizes contendo os valores de massa, amortecimento e rigidez estimados e $\{\hat{\ddot{X}}(t)\}$, $\{\hat{\dot{X}}(t)\}$ e $\{\hat{X}(t)\}$ representam os vetores de resposta do sistema em termos de aceleração, velocidade e deslocamento.

No caso do sistema SDOF representado na figura (4.2.1) a equação (4.8.1) é dada para várias observações, por:

$$\begin{aligned} \{\hat{F}(1)\dots\hat{F}(N)\} &= \hat{M}\{\hat{X}(1)\dots\hat{X}(N)\} + \hat{C}\{\hat{X}(1)\dots\hat{X}(N)\} + \\ &\hat{K}\{\hat{X}(1)\dots\hat{X}(N)\} \end{aligned} \quad (4.8.2)$$

onde, $t = 1, 2, \dots, N$.

No caso do sistema MDOF representado na figura (4.2.2) a equação (4.8.1) é dada para várias observações, por:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \hat{F}_x(1) & \dots & \hat{F}_x(N) \\ \hat{F}_y(1) & \dots & \hat{F}_y(N) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{M} & 0 \\ 0 & \hat{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{X}(1) & \dots & \hat{X}(N) \\ \hat{Y}(1) & \dots & \hat{Y}(N) \end{Bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} \hat{C}_{xx} & \hat{C}_{xy} \\ \hat{C}_{yx} & \hat{C}_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{X}(1) & \dots & \hat{X}(N) \\ \hat{Y}(1) & \dots & \hat{Y}(N) \end{Bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} \hat{K}_{xx} & \hat{K}_{xy} \\ -\hat{K}_{yx} & \hat{K}_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{X}(1) & \dots & \hat{X}(N) \\ \hat{Y}(1) & \dots & \hat{Y}(N) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.8.3)$$

onde, $t = 1, 2, \dots, N$.

CAPÍTULO V

RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DIGITAL DAS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS DOS PROCESSOS DE IDENTIFICAÇÃO E DISCUSSÕES

5.1 Introdução

Neste capítulo, apresentam-se resultados de simulação digital para verificação do desempenho dos métodos numéricos em estudo nas suas aplicações às formulações matemáticas desenvolvidas para os processos de identificação de parâmetros no domínio do tempo e da frequência, bem como, para a identificação de forças. Isso, tanto para o sistema de um grau de liberdade, como, para o sistema eixo-mancal hidrodinâmico.

Para tanto, desenvolveu-se a simulação numérica dos sistemas (SDOF) e (MDOF) no tempo via métodos: Newmark, Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Runge-Kutta de 4ª ordem, obtendo-se a resposta dinâmica em termos do vetor de estado na sua forma completa. Esses dados são aplicados nas formulações matemáticas desenvolvidas que identificam parâmetros no domínio do tempo e da frequência, neste caso, usando o espectro da excitação e da resposta.

Em seguida, os parâmetros obtidos via estimador dos mínimos quadrados são aplicados nas formulações matemáticas desenvolvidas no domínio do tempo, nas versões contínua e discretizada, para a identificação de forças.

5.2 Resultados do Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo para o Sistema de Um Grau de Liberdade (SDOF)

Como verificação da formulação matemática para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo, considera-se aquela desenvolvida no capítulo IV item (4.5) e aplica-se a um sistema mecânico de um grau de liberdade (massa-mola-amortecedor viscoso) representado pela equação diferencial,

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (5.2.2)$$

Os parâmetros de massa M , amortecimento C e rigidez K tomados como referência, bem como a amplitude do vetor força de excitação F_0 e o número de pontos de discretização no tempo Nt são dados na tabela (5.2.1) a seguir,

Tabela (5.2.1) - Valores adotados para verificação do processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo

M [Kg]	C [N.s/m]	K [N/m]	F₀ [N]	Nt
10	180	5000	50	256

A consistência dos parâmetros identificados depende da seleção de um intervalo de tempo de discretização “ótimo” empregado nos métodos de integração numérica. Aqui, o procedimento adotado consiste em manter o número de pontos de

integração fixo e variar o intervalo de tempo de discretização dos sinais de entrada e saída.

Seguindo o critério recomendado por Oliveira (1988), pode-se fixar o número de pontos de discretização no tempo e variar os valores de NPI, dado por,

$$NPI = \frac{\omega_n}{\omega_0} \quad (5.2.2)$$

onde, ω_n é a frequência natural de vibração do sistema e ω_0 é a frequência fundamental de excitação. Portanto, o intervalo de tempo de discretização é obtido através dos parâmetros intrínsecos do sistema representados pela equação,

$$Dt = \frac{2\pi NPI}{Nt\omega_n} \quad (5.2.3)$$

e a frequência fundamental ω_0 em função de Dt , fica

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{NtDt} \quad (5.2.4)$$

O vetor força de excitação, sinal de Schroeder, é gerado com os dados da tabela (5.2.1) e injetado no sistema SDOF para o processo de simulação digital. As figuras (5.2.1) e (5.2.2) apresentam, respectivamente, os sinais de excitação no

tempo e seu espectro, gerados via computador digital; isto equivale a excitar o sistema injetando simultaneamente 256 sinais cossenoidais com $N/2$ componentes harmônicas associadas a cada sinal no tempo.

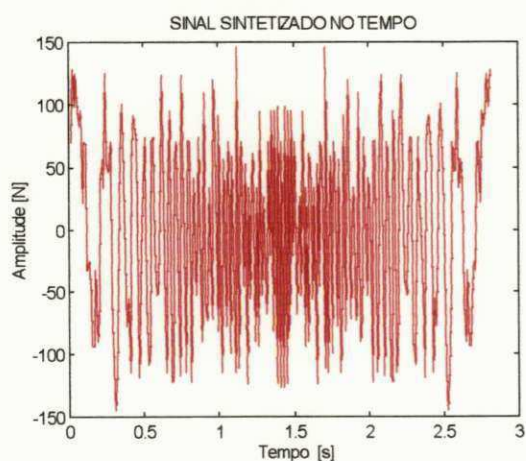


Figura (5.2.1) - Sinal de excitação no tempo

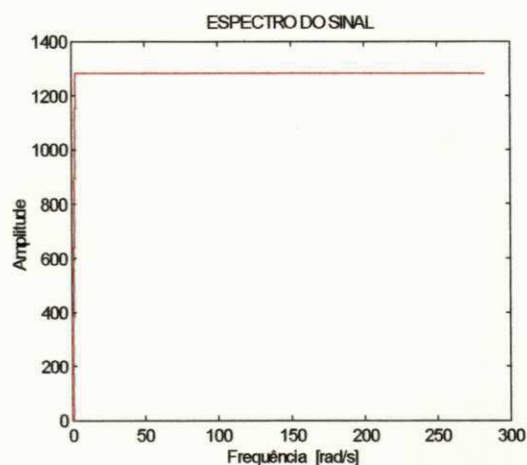


Figura (5.2.2) - Espectro do sinal de excitação

Para a obtenção da resposta dinâmica do sistema em termos de deslocamento, velocidade e aceleração, foram utilizados os métodos numéricos: Newmark, Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Runge-Kutta de 4^a ordem. Os dados da resposta obtida são implementados na equação (4.5.12), que solucionada resulta no cálculo dos parâmetros de rigidez K e amortecimento C , agora estimados.

A partir do critério adotado na equação (5.2.3) tomando $Nt = 256$ pontos no tempo, procura-se fixar esse valor como ponto de partida e variar o intervalo de tempo de discretização a partir da varredura de NPI entre os valores 2 até 20. A figura (5.2.3) mostra o diagrama de blocos para o processo de

identificação de parâmetros no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema SDOF.

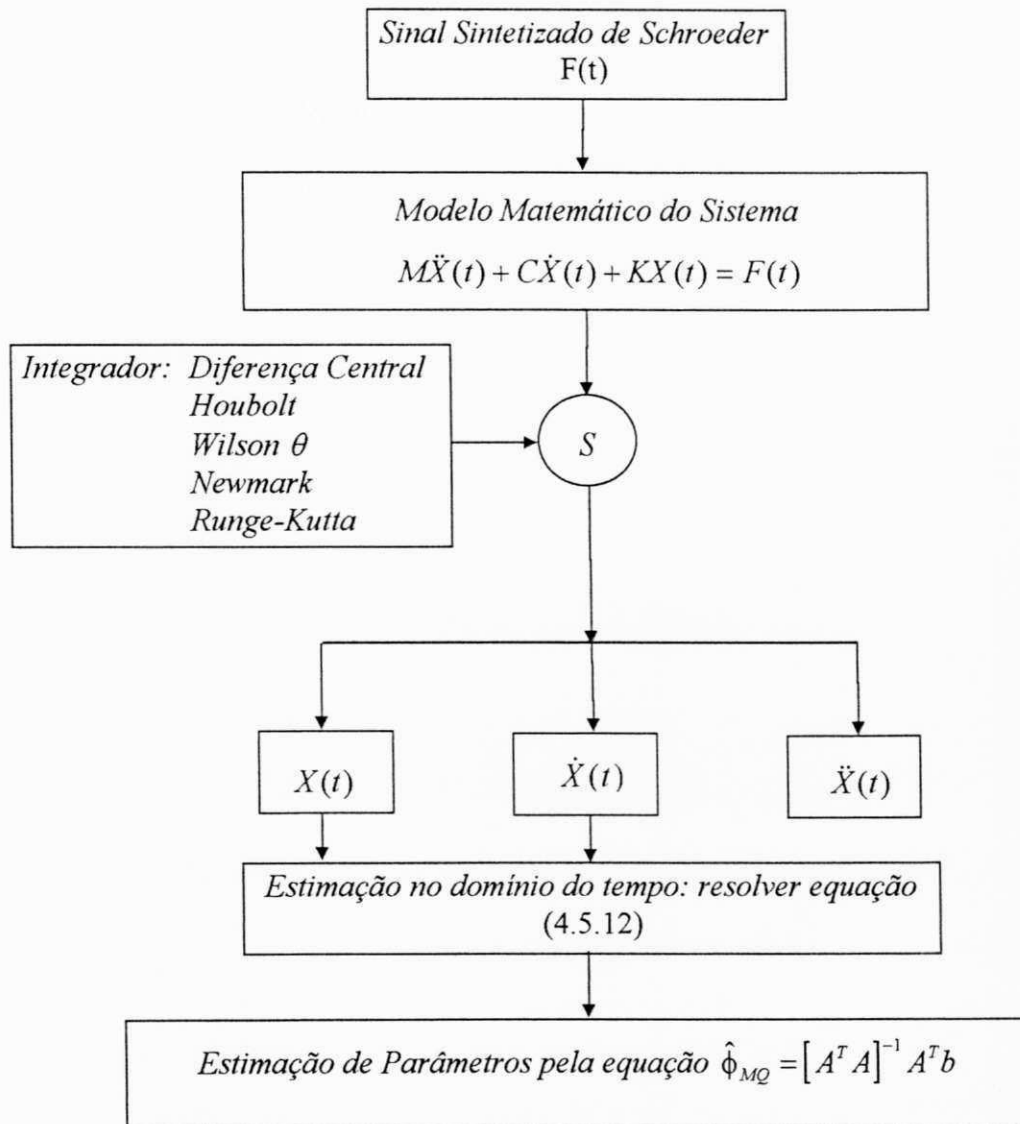


Figura (5.2.3) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema SDOF

As tabelas (5.2.2) e (5.2.3) apresentam o comportamento dos parâmetros K e C identificados no domínio do tempo em função de NPI para os cinco métodos de integração em estudo.

Tabela (5.2.2) - Identificação do coeficiente de rigidez K [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	K_{est}	$E_{K_{est}}$	K_{est}	$E_{K_{est}}$	K_{est}	$E_{K_{est}}$	K_{est}	$E_{K_{est}}$	K_{est}	$E_{K_{est}}$
2	5566	11.32	5289	5.78	5295	5.90	5579	11.59	5642	12.85
4	5113	2.25	4963	0.72	4987	0.25	4814	3.71	5031	0.63
6	4932	1.36	4801	3.97	4852	2.94	4429	11.40	4736	5.26
8	4801	3.96	4669	6.61	4757	4.85	4128	17.43	4494	10.11
10	4689	6.20	4548	9.02	4682	6.34	3867	22.64	4268	14.63
12	4582	8.35	4433	11.32	4622	7.55	3635	27.29	4050	18.98
14	4470	10.59	4322	13.54	4573	8.52	3424	31.50	3839	23.20
16	4347	13.04	4213	15.72	4536	9.28	3233	35.33	3635	27.29
18	4219	15.6	4107	17.9	4508	9.8	3058	38.8	3438	31.2
20	4091	18.2	4002	20.0	4491	10.2	2899	42.0	3249	35.0
$E_{Médio}$		9.1		10.46		6.56		24.17		17.91

Tabela (5.2.3) - Identificação do coeficiente de amortecimento C [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	C_{est}	$E_{C_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$
2	188.1	4.48	180.7	0.41	169.3	5.92	114.4	36.43	84.3	53.19
4	191.3	6.25	183.3	1.82	162.2	9.86	118.1	34.37	82.3	54.25
6	192.3	6.81	184.5	2.51	154.5	14.18	120.1	33.26	79.4	55.86
8	192.8	7.13	185.5	3.06	147.1	18.29	122.1	32.15	76.8	57.32
10	192.9	7.15	186.3	3.47	140.0	22.22	124.1	31.03	74.6	58.56
12	192.3	6.82	186.8	3.76	133.2	26.00	126.1	29.94	72.8	59.56
14	191.2	6.24	187.1	3.92	126.6	29.64	128.0	28.87	71.5	60.31
16	190.2	5.64	187.2	3.97	120.3	33.17	129.9	27.85	70.6	60.78
18	189.5	5.3	187.1	3.9	114.1	36.6	131.6	26.9	70.1	61.0
20	189.3	5.2	186.8	3.8	107.9	40.0	133.2	26.0	70.1	61.1
$E_{Médio}$		6.1		3.06		23.58		30.68		58.19

Dos resultados acima expostos pode-se observar que a variação de NPI permite selecionar faixas onde o intervalo de tempo de discretização garanta um melhor resultado na estimação dos parâmetros. No caso em análise, escolheu-se a faixa de NPI entre 2 e 4 por apresentar bons resultados, os quais são apresentados

nas tabelas (5.2.4) e (5.2.5) a seguir, no intuito de se averiguar possíveis novos valores que possibilitem o alcance de resultados mais consistentes, num processo de busca do passo de integração “ótimo”.

Tabela (5.2.4) - Identificação do coeficiente de rigidez K [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($Nt = 256$)

<i>métodos num.</i>	<i>Runge-Kutta</i>		<i>Newmark</i>		<i>Diferença Central</i>		<i>Houbolt</i>		<i>Wilson θ</i>	
Valores de NPI	K_{est}	$E_{K_{est}}$	K_{est}	$E_{K_{est}}$	K_{est}	$E_{K_{est}}$	K_{est}	$E_{K_{est}}$	K_{est}	$E_{K_{est}}$
2.0	5566	11.32	5289	5.78	5295	5.90	5579	11.59	5642	12.85
2.2	5442	8.84	5209	4.18	5216	4.33	5397	7.94	5487	9.73
2.4	5370	7.40	5160	3.20	5169	3.38	5283	5.65	5393	7.87
2.6	5331	6.63	5131	2.63	5142	2.84	5214	4.29	5341	6.82
2.8	5298	5.97	5106	2.13	5118	2.37	5154	3.09	5295	5.90
3.0	5261	5.22	5079	1.58	5092	1.85	5089	1.78	5243	4.87
3.2	5223	4.46	5051	1.02	5066	1.33	5023	0.46	5191	3.83
3.4	5190	3.80	5026	0.51	5043	0.86	4963	0.73	5145	2.90
3.6	5162	3.24	5003	0.07	5023	0.45	4910	1.79	5104	2.09
3.8	5136	2.73	4983	0.33	5004	0.09	4861	2.77	5067	1.34
4.0	5113	2.25	4936	0.72	4987	0.25	4814	3.71	5031	0.63
$E_{Médio}$		5.62		2.0		2.14		3.98		5.34

Tabela (5.2.5) - Identificação do coeficiente de amortecimento C [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($Nt = 256$)

<i>métodos num.</i>	<i>Runge-Kutta</i>		<i>Newmark</i>		<i>Diferença Central</i>		<i>Houbolt</i>		<i>Wilson θ</i>	
Valores de NPI	C_{est}	$E_{C_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$
2.0	188.1	4.48	180.7	0.41	169.3	5.92	114.4	36.43	84.3	53.19
2.2	188.8	4.87	181.2	0.66	168.9	6.17	115.1	36.03	84.3	53.17
2.4	190.2	5.68	182.1	1.16	168.8	6.22	116.6	35.24	84.8	52.91
2.6	190.8	6.00	182.5	1.39	168.2	6.55	117.2	34.90	84.7	52.92
2.8	190.7	5.94	182.5	1.39	167.2	7.10	117.1	34.92	84.3	53.17
3.0	190.6	5.86	182.5	1.39	166.2	7.64	117.1	34.92	83.8	53.44
3.2	190.6	5.91	182.6	1.46	165.4	8.11	117.2	34.88	83.5	53.62
3.4	190.9	6.02	182.8	1.57	164.6	8.53	117.5	34.73	83.2	53.76
3.6	191.0	6.13	183.0	1.67	163.9	8.96	117.7	34.58	83.0	53.91
3.8	191.2	6.20	183.2	1.75	163.1	9.41	117.9	34.47	82.7	54.07
4.0	191.3	6.25	183.3	1.82	162.2	9.86	118.1	34.37	82.3	54.25
$E_{Médio}$		5.75		1.32		7.67		35.03		53.49

Esses dados também foram mostrados graficamente através das figuras (5.2.4) e (5.2.5) a seguir,

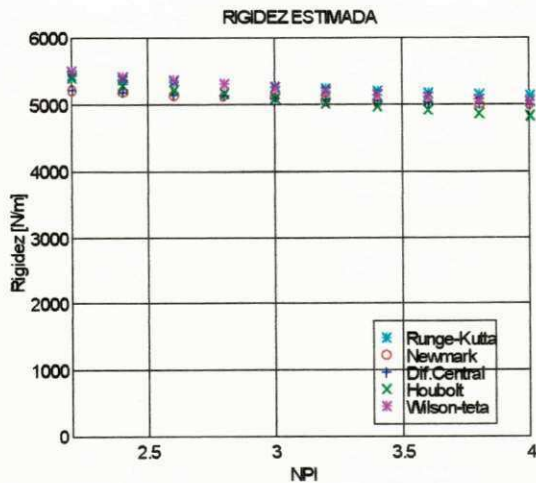


Figura (5.2.4) - Rigidez K identificada para N_t fixo e variação de NPI

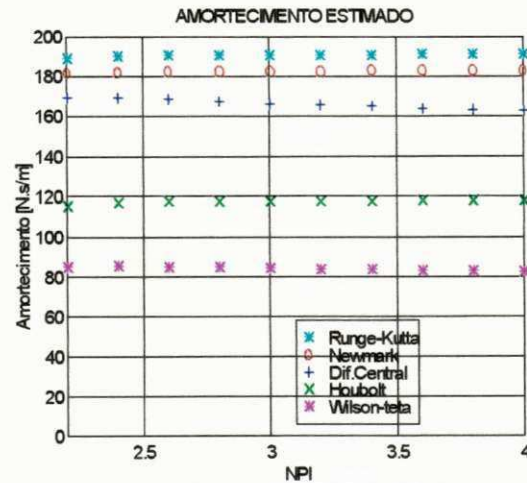


Figura (5.2.5) - Amortecimento C identificado para N_t fixo e variação de NPI

Pode-se observar que os resultados de identificação do coeficiente de amortecimento C provenientes da integração da equação diferencial que rege o comportamento dinâmico do sistema SDOF pelos métodos de Houbolt e Wilson θ foram bastante discrepantes do valor real, por isso, buscou-se um outro valor para este parâmetro, desta feita, $C = 50$ N.s/m, mantendo-se inalterado os outros parâmetros do sistema, no intuito de se averiguar o comportamento dos métodos de Houbolt e Wilson θ para outros valores do coeficiente de amortecimento no processo de identificação. Desenvolveu-se o mesmo processo anterior de varredura de NPI até determinar-se valores melhores do intervalo de tempo de discretização entre 6 e 8 - com destaque - para o método de Houbolt e entre 10 e 12 - com destaque - para o método de Wilson θ , que redundaram numa estimativa bem mais

consistente do coeficiente de amortecimento para o seu novo valor. Isto fica mais claro analisando-se as figuras (5.2.6) à (5.2.9) a seguir,

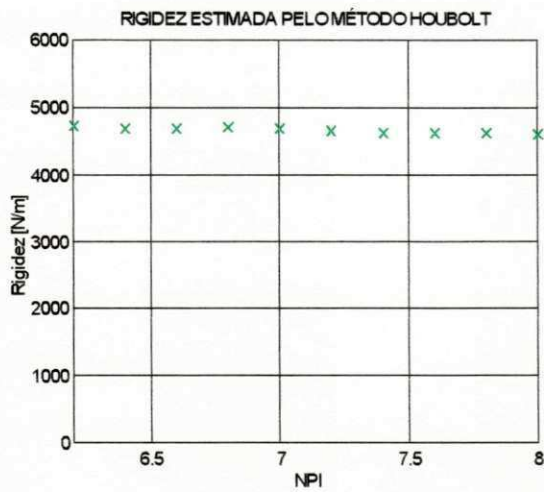


Figura (5.2.6) - Rigidez K identificada para N_t fixo e variação de NPI pelo método de Houbolt

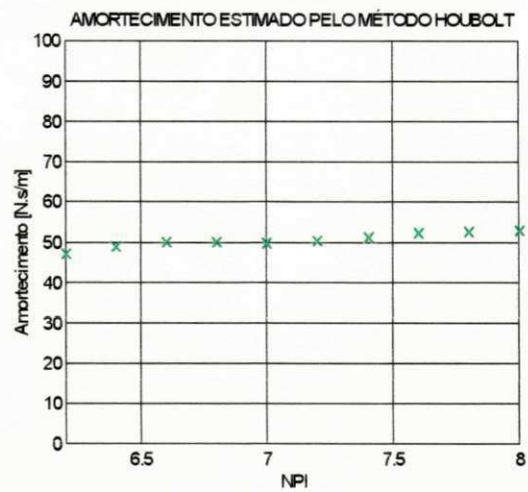


Figura (5.2.7) - Amortecimento C identificado para N_t fixo e variação de NPI pelo método de Houbolt

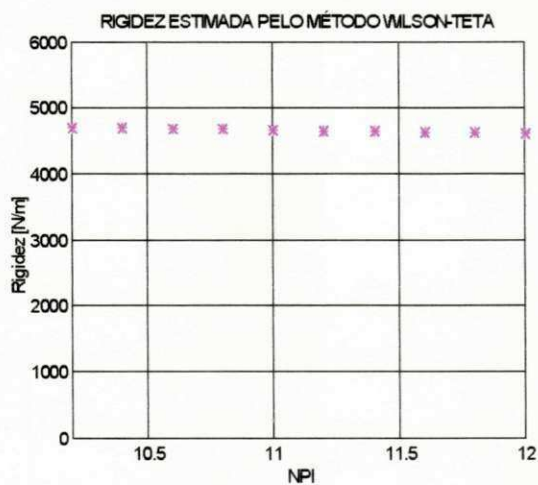


Figura (5.2.8) - Rigidez K identificada para N_t fixo e variação de NPI pelo método de Wilson θ

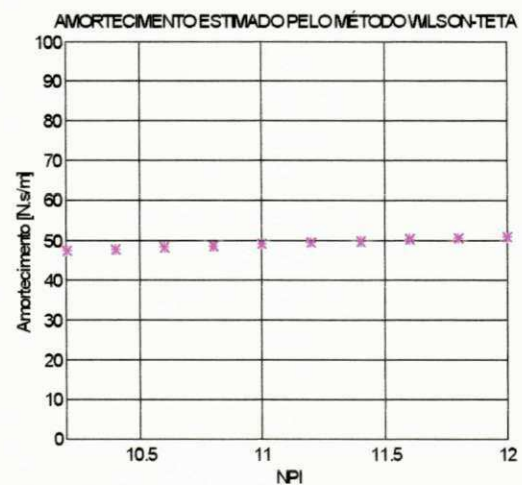


Figura (5.2.9) - Amortecimento C identificado para N_t fixo e variação de NPI pelo método de Wilson θ

Discussão dos Resultados

As tabelas (5.2.2) e (5.2.3) apresentam resultados que requerem algumas considerações. Como neste estudo pretende-se avaliar a performance dos métodos de integração numérica: Newmark, Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Runge-Kutta de 4ª ordem no processo de identificação de parâmetros e identificação de forças em sistemas mecânicos - tomando o método de Runge-Kutta como base de comparação por sua performance reconhecida na solução numérica de equações diferenciais -, inicia-se essa análise reconhecendo-se que as estimações da rigidez K e do amortecimento C assumem, no geral, desvios crescentes do valor teórico à medida que o valor de NPI cresce, não obstante, na faixa de NPI que compreende entre 2 e 4 haver uma tendência clara de redução do erro de estimação, o que é válido para todos os métodos numéricos, excetuando-se o método de Houbolt, no caso da estimação do amortecimento.

Pode-se concluir, com base nos valores médios dos erros, que o método da Diferença Central foi o que apresentou o melhor desempenho de estimação da rigidez K para toda a faixa de variação de NPI, tornando-se superior inclusive aos resultados do método de Runge-Kutta. Em seguida, numa seqüência de melhores resultados tem-se os métodos de Newmark, Wilson θ e Houbolt, considerando que para maiores valores de NPI, o desvio ou erro dos resultados de Wilson θ e Houbolt cresceram consideravelmente, principalmente deste último.

No caso de estimação do amortecimento C , vê-se claramente uma excelente performance do método de Newmark para toda a faixa de NPI, tornando-se bastante superior a todos os demais métodos, inclusive também superior ao método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Em seguida, com base nos valores médios dos erros, numa seqüência de melhores resultados, tem-se os métodos da Diferença Central, Houbolt e Wilson θ , considerando que para NPI mais elevado o desvio dos seus resultados aumentam consideravelmente, principalmente no caso do método de Wilson θ .

Selecionando-se uma faixa de NPI entre 2 e 4, apresentou-se nas tabelas (5.2.4) e (5.2.5) os resultados de estimação de K e C por todos os métodos numéricos em discussão. O objetivo desta seleção foi buscar novos valores do intervalo de tempo de discretização que melhorassem os resultados de estimação.

Analisando-se os resultados de estimação da rigidez K para esta nova faixa de NPI, observa-se pelo comportamento da figura (5.2.4) que a rigidez K estimada por quase todos os métodos converge sensivelmente para o seu valor teórico à medida que o valor de NPI se aproxima de 4.

Analisando-se os resultados de estimação do amortecimento C também para esta nova faixa de NPI, baseando-se nos valores médios dos erros, vê-se ainda a confirmação da elevada consistência dos resultados do método de Newmark em comparação aos outros métodos, vindo em seguida, na seqüência de melhores resultados, os métodos da Diferença Central, Houbolt e Wilson θ , considerando que estes dois últimos métodos continuam apresentando resultados

bastante polarizados de estimação do coeficiente C , se comparados com o seu valor teórico, o que pode ser visualizado na figura (5.2.5). Por esse fato, atribuiu-se um outro valor para o coeficiente de amortecimento C na expectativa de melhores resultados de estimação por parte dos métodos de Houbolt e Wilson θ .

Das figuras (5.2.6) e (5.2.8) observa-se um comportamento análogo de ambos os métodos na identificação do coeficiente de rigidez K , apresentando resultados satisfatórios. No caso da estimação do novo coeficiente de amortecimento C , figuras (5.2.7) e (5.2.9), pode-se concluir que a redução do seu valor no sistema SDOF em consideração, possibilitou o alcance de resultados bastante consistentes de estimação deste coeficiente pelos métodos de Houbolt e Wilson θ , ainda que em faixas diferentes de NPI.

Os resultados apresentados apontam para a validação dos integradores de Newmark, Diferença Central, Houbolt e Wilson θ - quando comparados com o método de Runge-Kutta de 4ª ordem - no processo de solução numérica da equação diferencial que rege o comportamento dinâmico do sistema SDOF do tipo massa-mola-amortecedor, conforme a figura (4.2.1), cujos resultados de integração numérica na forma de resposta dinâmica, foram aplicados no processo de identificação paramétrica no domínio do tempo deste sistema.

Considera-se, com base nos valores médios dos erros calculados, que o método de Newmark pelos resultados de identificação paramétrica apresentados, em linhas gerais, tornou-se superior mesmo ao método de Runge-Kutta de 4ª nas faixas de NPI tomadas. Isto é válido principalmente para a estimação do

amortecimento C . Porém, é válido salientar, pelo que aqui foi exposto, que a seleção de um adequado intervalo de tempo de discretização - função de NPI - aliada as características dinâmicas do sistema, tem influência marcante na precisão da resposta dinâmica e em decorrência, na performance de identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento do sistema.

Disto se conclui que tanto o método de Newmark quanto os métodos da Diferença Central, Houbolt e Wilson θ se adequam melhor a determinadas condições do que outras. Por exemplo, a inconsistência dos resultados de estimação do amortecimento C , para $C = 180 \text{ N.s/m}$ (fator de amortecimento $\zeta = 0,4025$), pelos métodos de Houbolt e Wilson θ em todas as faixas de NPI tomadas, dever-se-á possivelmente a sensibilidade destes métodos para a identificação deste coeficiente em sistemas mais fortemente amortecidos, ou seja, com fatores de amortecimento mais elevados, já que ao ter-se realizada uma busca em torno de outros valores para C , observou-se que somente para valores bem abaixo do amortecimento inicial tomado e para outras faixas de NPI, foi que os métodos de Houbolt e Wilson θ apresentaram resultados satisfatórios de identificação, no caso específico quando tomou-se $C = 50 \text{ N.s/m}$ ($\zeta = 0,1118$).

5.3 Resultados do Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio da Freqüência usando o Espectro da Excitação e da Resposta para o Sistema de Um Grau de Liberdade (SDOF)

Como verificação da formulação matemática para o processo de identificação no domínio da freqüência usando o espectro da excitação e da resposta, considera-se aquela desenvolvida no item (4.6). Esta formulação, também será aplicada ao mesmo sistema SDOF composto na tabela (5.2.1), adotando-se o mesmo sinal de excitação e ainda o mesmo procedimento que agora fixa o número de pontos em freqüência N_f ($N_f = N_t/2$) e varia o passo de integração através da variação de NPI.

As tabelas (5.3.1) e (5.3.2) apresentam o comportamento dos parâmetros K e C identificados no domínio da freqüência em função de NPI para os cinco métodos de integração em estudo.

Tabela (5.3.1) - Identificação do coeficiente de rigidez K [N/m] no domínio da freqüência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 128$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	K _{est}	E _{Kest}	K _{est}	E _{Kest}	K _{est}	E _{Kest}	K _{est}	E _{Kest}	K _{est}	E _{Kest}
2	10986	119.7	10786	115.7	11797	135.9	10744	114.8	11166	123.3
4	7632	52.63	7363	47.26	7750	54.99	7292	45.84	8032	60.63
6	6767	35.34	6405	28.10	6507	30.14	6309	26.18	7335	46.69
8	6400	28.00	5942	18.84	5771	15.42	5828	16.55	7104	42.07
10	6210	24.19	5660	13.20	5181	3.62	5534	10.67	7024	40.48
12	6097	21.93	5463	9.26	4632	7.36	5334	6.67	7004	40.08
14	6017	20.33	5314	6.27	4085	18.29	5190	3.79	7007	40.13
16	5951	19.01	5193	3.86	3529	29.41	5083	1.66	7017	40.33
18	5893	17.85	5092	1.83	2961	40.77	5004	0.08	7026	40.51
20	5844	16.87	5004	0.07	2385	52.29	4946	1.08	7030	40.60
E _{Médio}		35.58		24.44		38.82		22.73		51.48

Tabela (5.3.2) - Identificação do coeficiente de amortecimento C [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 128$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
Valores de NPI	C_{est}	EC_{est}	C_{est}	EC_{est}	C_{est}	EC_{est}	C_{est}	EC_{est}	C_{est}	EC_{est}
2	152	15.52	125	30.68	72	59.99	161	10.65	216	20.13
4	185	2.52	148	17.84	114	36.53	199	10.79	266	47.75
6	197	9.36	158	12.20	149	17.46	219	21.41	282	56.39
8	202	12.29	164	8.94	179	0.54	232	28.61	285	58.53
10	204	13.29	168	6.72	206	14.65	242	34.44	284	57.74
12	204	13.12	171	5.04	231	28.07	251	39.64	280	55.42
14	202	12.25	173	3.66	251	39.53	260	44.52	274	52.27
16	200	11.08	176	2.47	268	48.88	269	49.22	268	48.62
18	198	9.90	177	1.41	281	56.01	277	53.80	260	44.69
20	196	8.72	179	0.43	290	60.92	285	58.27	253	40.61
$E_{Médio}$		10.8		8.94		36.25		35.15		48.21

Esses dados também foram mostrados graficamente através das figuras (5.3.1) e (5.3.2) a seguir,

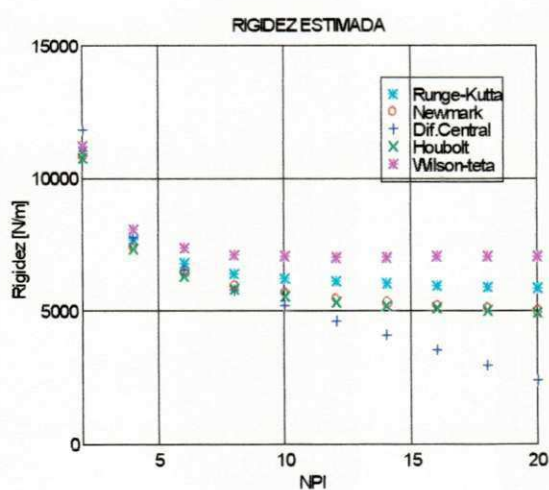


Figura (5.3.1) - Rigidez K identificada para N_f fixo e variação de NPI

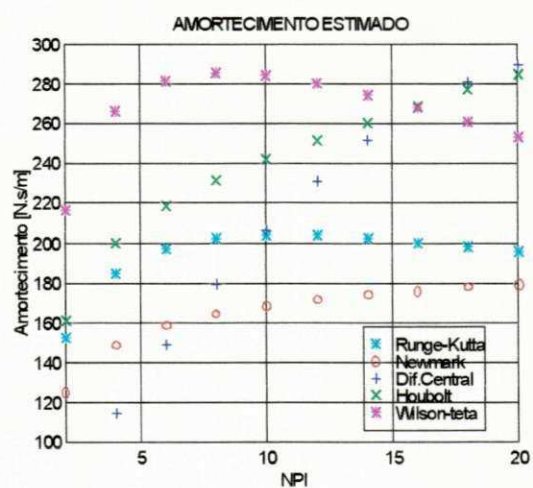


Figura (5.3.2) - Amortecimento C identificado para N_f fixo e variação de NPI

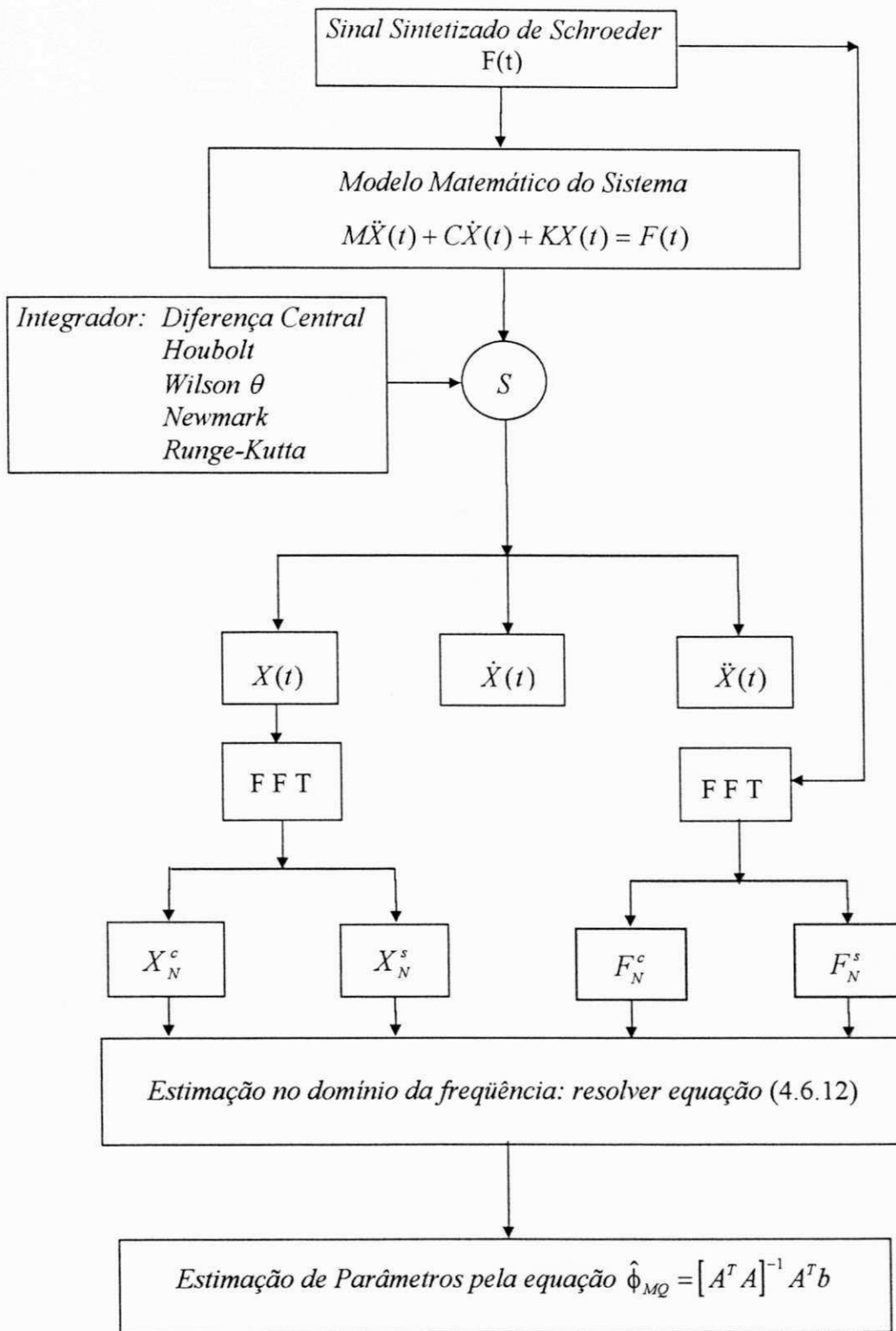


Figura (5.3.3) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema SDOF

A figura (5.3.3) anterior mostrou o diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando o espectro da excitação e da resposta pelo estimador dos mínimos quadrados para o sistema SDOF.

Das tabelas e figuras (5.3.1) e (5.3.2) respectivamente, percebe-se que não há, como no caso das tabelas (5.2.2) e (5.2.3), uma faixa comum de NPI para todos os métodos na qual os índices dos desvios sejam baixos. Isto significa que cada método tem sua própria faixa, necessitando apenas que seja bem selecionada. Portanto, como exemplificação, selecionou-se a faixa de NPI compreendendo entre os valores 20.2 e 22 para o método de Newmark, na qual supõe-se que a estimação de K e C seja quase exata. Na tabela (5.3.3) e nas figuras (5.3.4) e (5.3.5) tem-se estes resultados.

Tabela (5.3.3) - Identificação dos coeficientes de rigidez K [N/m] e amortecimento C [N.s/m] no domínio da frequência pelo método de Newmark em função de NPI e seus respectivos erros [%] (Nf = 128)

Valores de NPI	K_{est}	$E_{K_{est}}$	C_{est}	$E_{C_{est}}$
20.2	4995.5	0.089	179.4	0.340
20.4	4987.4	0.251	179.6	0.246
20.6	4979.4	0.411	179.7	0.153
20.8	4971.5	0.570	179.9	0.060
21.0	4963.7	0.726	180.1	0.032
21.2	4955.9	0.881	180.2	0.124
21.4	4948.3	1.035	180.4	0.215
21.6	4940.7	1.186	180.6	0.307
21.8	4933.2	1.336	180.7	0.397
22.0	4925.7	1.485	180.9	0.488
E_{Medio}		0.797		0.236

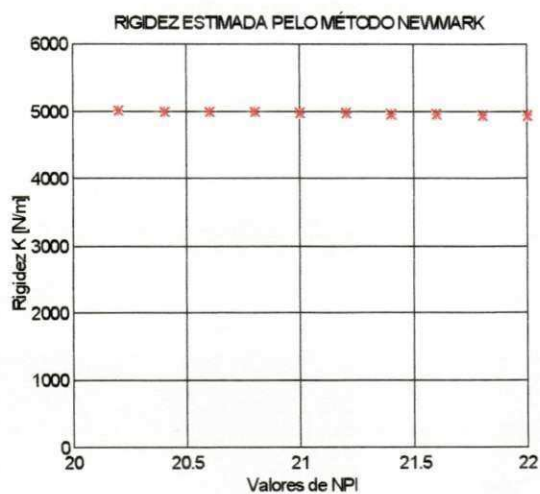


Figura (5.3.4) - Rigidez K identificada para Nf fixo e variação de NPI

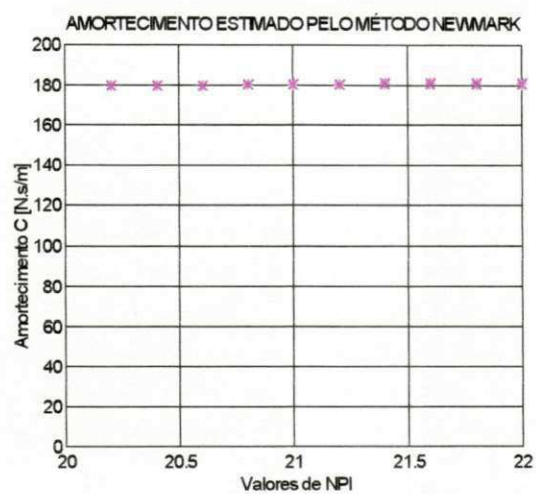


Figura (5.3.5) - Amortecimento C identificado para Nf fixo e variação de NPI

5.3.1 Discussão dos Resultados

Os resultados apresentados nas tabelas e figuras (5.3.1) e (5.3.2) respectivamente, descrevem uma relativa tendência de redução dos erros de estimação à medida que NPI aumenta, comportamento este claramente diferenciado do que foi descrito pelo processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo discutido no item (5.2.1), no qual os erros diminuem enquanto NPI decresce. Este fenômeno deve-se possivelmente ao fato de que o aumento de NPI implica diretamente numa melhor resolução em frequência do sinal de excitação e em decorrência da resposta dinâmica do sistema.

No que tange à estimação do coeficiente de rigidez K , com base nos valores médios dos erros, conferida na tabela (5.3.1) e na figura (5.3.1), nota-se uma boa equivalência dos resultados conferidos pelos métodos de Newmark e Houbolt. Numa seqüência de melhores resultados, fundamentando-se nos valores médios dos erros, tem-se os métodos da Diferença Central e Wilson θ , enfatizando que o método de Wilson θ permaneceu com erros bastante elevados e praticamente constantes a partir de $NPI = 8$. É preciso enfatizar também que este foi o único método que não apresentou nenhuma faixa de NPI onde houvesse uma tendência de bons resultados de estimação, o que possivelmente se explica pela própria característica dinâmica do sistema SDOF.

No que concerne à estimação do coeficiente de amortecimento C , apoiando-se nos valores médios dos erros calculados, conferida na tabela (5.3.2) e na figura (5.3.2), nota-se uma maior convergência para o valor teórico dos resultados obtidos pelos métodos de Runge-Kutta e Newmark, sendo que este último denota uma convergência mais rápida à medida que NPI cresce. Os demais métodos apresentam resultados bastante dispersos do valor teórico do amortecimento com o aumento de NPI. Ainda assim, considera-se que o método de Wilson θ também foi o único que não mostrou nenhuma faixa de NPI na qual houvesse uma tendência de bons resultados de estimação, o que pode se explicar também pela característica dinâmica do sistema – nível de amortecimento presente.

Os resultados da tabela (5.3.3), representados nas figuras (5.3.4) e (5.3.5), mostram de forma patente que quando a faixa de NPI para cada método é

bem selecionada, a estimação poderá tornar-se quase exata, devido obviamente a maior proximidade do intervalo de tempo de discretização “ótimo”. Isso, não descarta a importância das características dinâmicas do sistema.

5.4 Resultados do Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Contínua para o Sistema de um Grau de Liberdade (SDOF)

Nos itens anteriores foram abordados os processos de identificação de parâmetros no domínio do tempo e no domínio da frequência usando o espectro da excitação e da resposta para o sistema SDOF. Aqui, tanto as respostas dinâmicas obtidas, como os parâmetros identificados, serão utilizados numa formulação desenvolvida no domínio do tempo para a identificação da força excitadora do sistema, por ser este um outro escopo principal deste trabalho.

Portanto, neste item, procura-se abordar o problema inverso, ou seja, partindo-se do conhecimento das respostas dinâmicas adquiridas via simulação através dos métodos numéricos: Newmark, Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Runge-Kutta de 4^ª ordem, além dos parâmetros obtidos pelas formulações no tempo e em frequência, calculam-se as forças excitadoras do sistema. Para tanto, emprega-se a formulação matemática do *método da equação contínua* desenvolvida no item (4.8) para o sistema SDOF cuja equação é a (4.8.2).

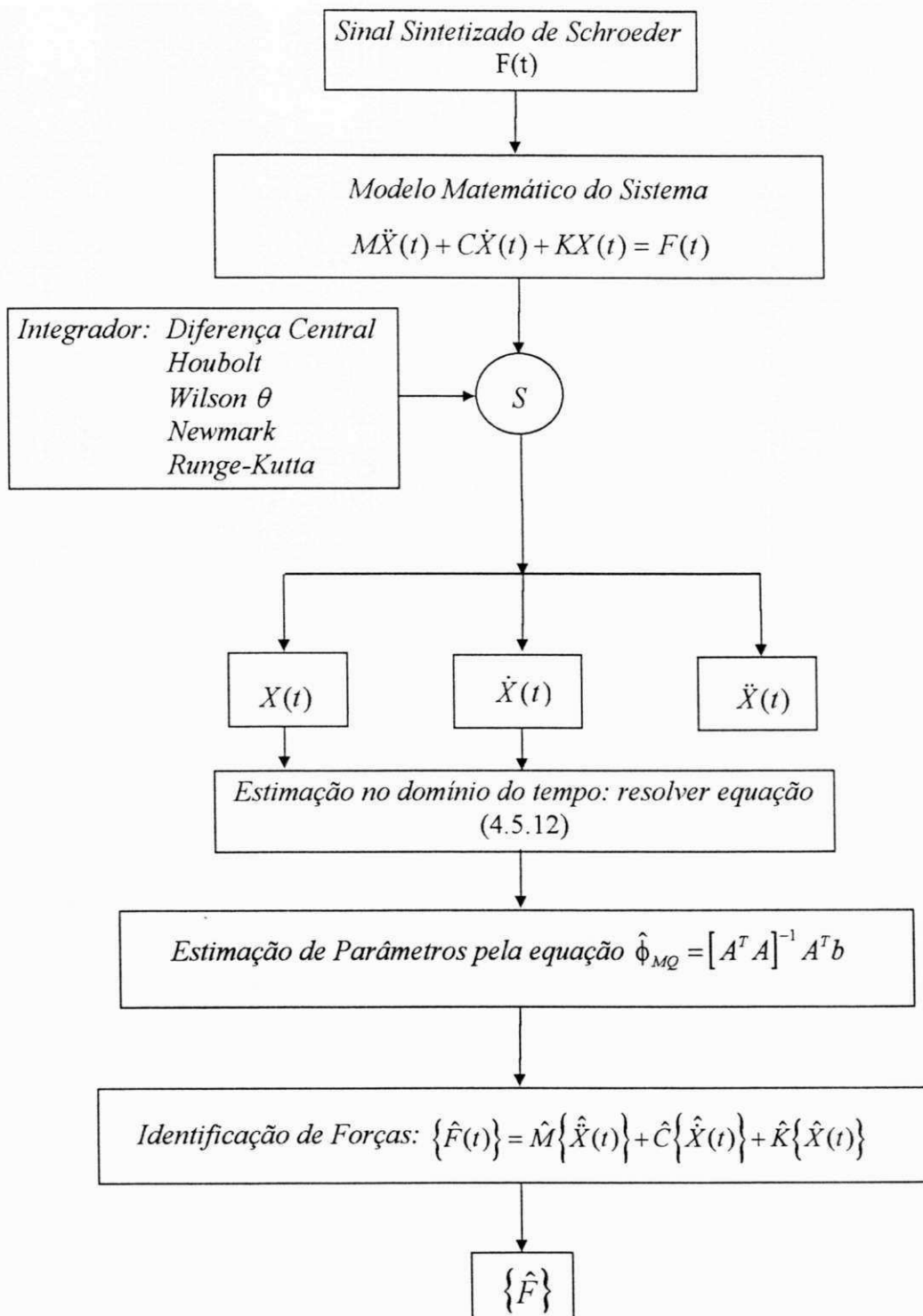


Figura (5.4.1) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua para o sistema SDOF

A figura (5.4.1) apresenta o diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua para o sistema SDOF.

As figuras (5.4.2) e (5.4.3) mostram os resultados de identificação de forças para os dados de NPI igual a 20 e 3.4, respectivamente, extraídos das tabelas (5.2.2) à (5.2.5).

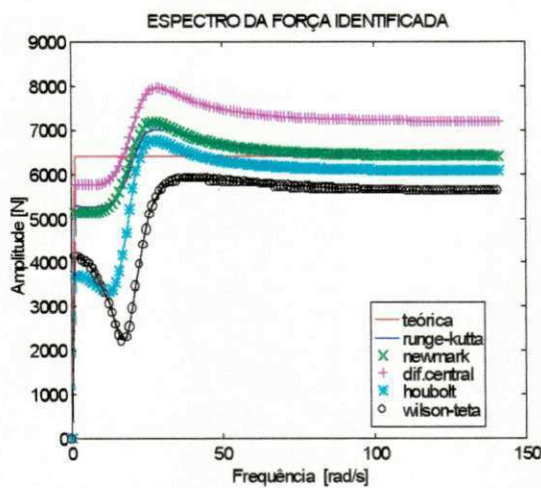


Figura (5.4.2) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 20

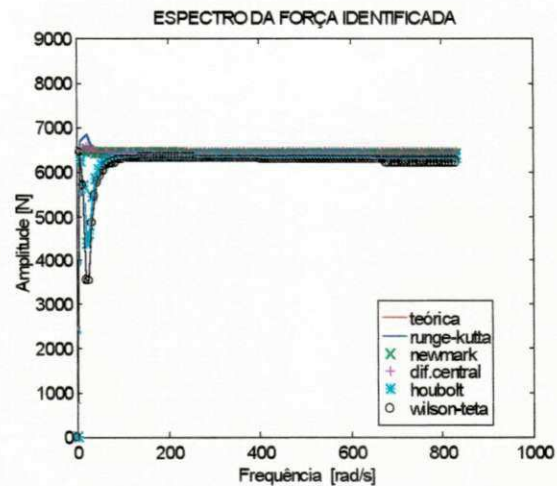


Figura (5.4.3) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 3.4

A figura (5.4.4) a seguir mostra o diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo pelo método da equação contínua, com os resultados de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando o espectro da excitação e da resposta, para o sistema SDOF.

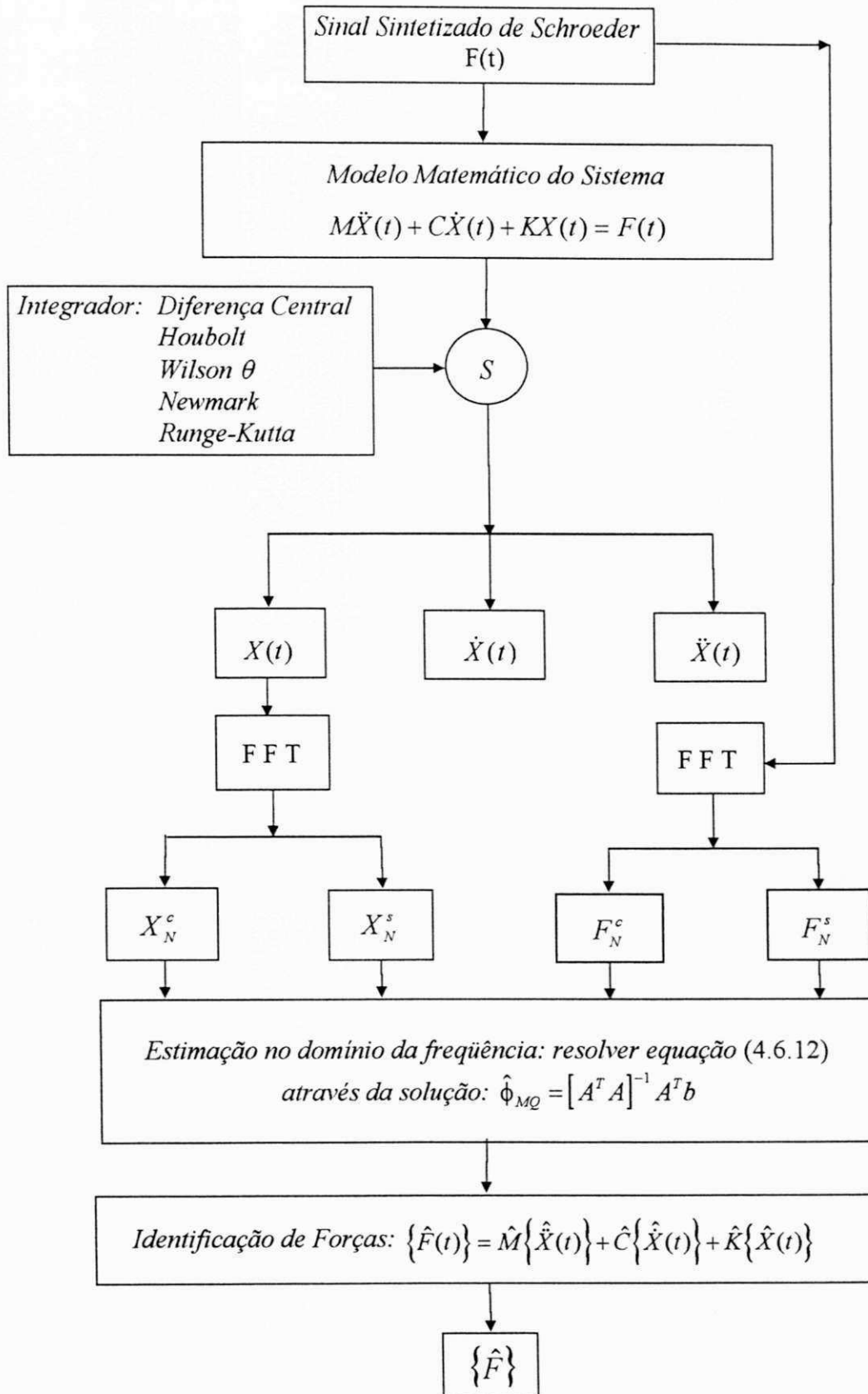


Figura (5.4.4) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua com os resultados de identificação de parâmetros no domínio da frequência para o sistema SDOF

As figuras (5.4.5) e (5.4.6) mostram os resultados de identificação de forças para os dados de NPI igual a 20 e 8, respectivamente, extraídos das tabelas (5.3.1) e (5.3.2).

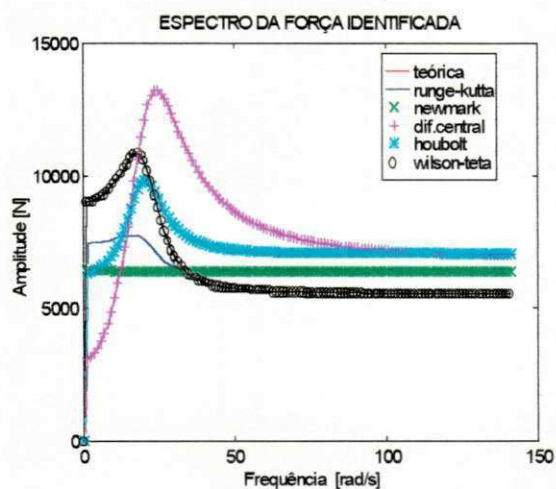


Figura (5.4.5) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 20

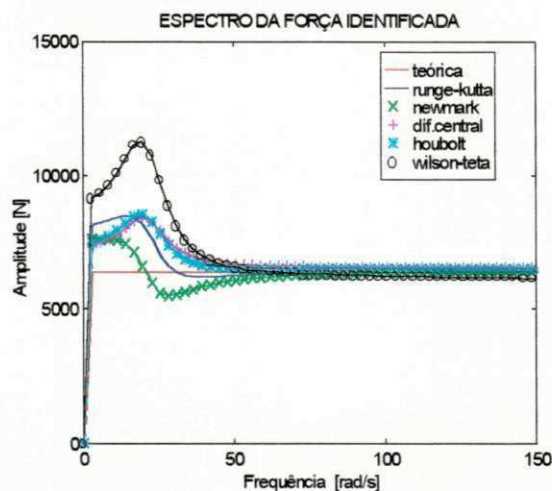


Figura (5.4.6) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 8

5.4.1 Discussão dos Resultados

Como já se discutiu, o valor de NPI influencia diretamente na obtenção de melhores resultados de estimação de parâmetros, porque a sua variação permite a determinação de um valor “ótimo” para Dt , que gera naturalmente maior precisão nas respostas dinâmicas oriundas da simulação digital via métodos de integração numérica. Portanto, quanto mais precisa for a resposta dinâmica - fator

também ligado as condições de precisão e estabilidade do método numérico - e mais consistentes forem os resultados de estimação paramétrica, melhores serão os resultados de identificação de forças provenientes da formulação matemática do método da equação contínua.

As figuras (5.4.2), (5.4.3), (5.4.5) e (5.4.6) descrevem para todos os métodos, independente da formulação matemática que identifica os parâmetros do sistema, um comportamento similar ao do espectro plano da força de estimação teórica, para frequências acima da frequência natural do sistema ($\omega_n = 22,3607$). Também observa-se que as dispersões e distorções dos espectros, gerados pela resposta dinâmica e pelos resultados de estimação de parâmetros, em torno do espectro da força de excitação teórica, são sensivelmente reduzidos à medida que os processos de estimação paramétrica permitirem valores mais consistentes, a ponto de quando estes valores forem exatos, a estimação da força de excitação pelo *método da equação contínua*, equação (4.8.2), também será exata.

5.5 Resultados do Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Discretizada para o Sistema de um Grau de Liberdade (SDOF)

Neste item, também procura-se abordar o problema inverso, como já se viu, partindo-se do conhecimento das respostas dinâmicas adquiridas via simulação através dos métodos numéricos: Newmark, Diferença Central, Houbolt,

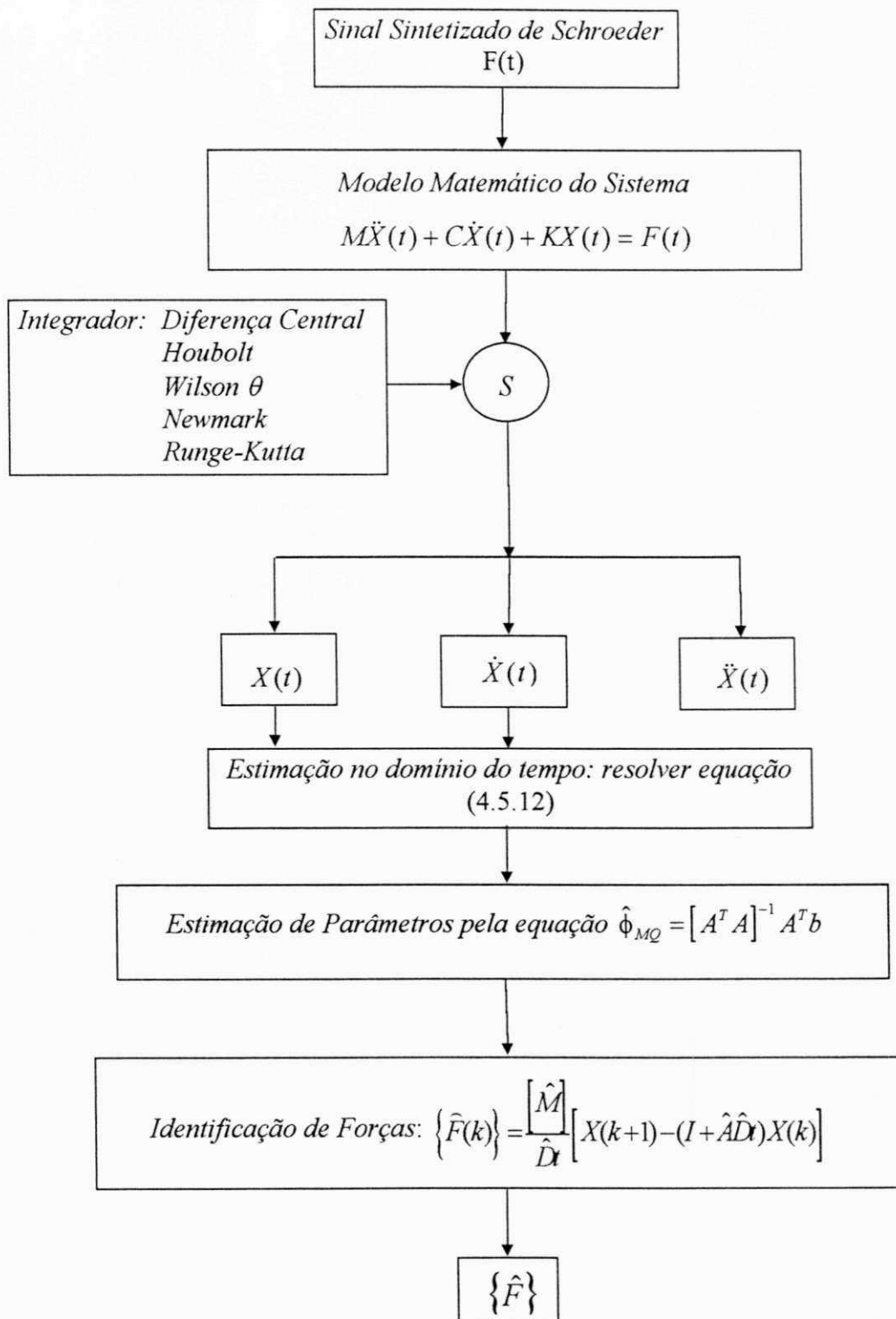


Figura (5.5.1) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação discretizada para o sistema SDOF

Wilson θ e Runge-Kutta de 4ª ordem além dos parâmetros obtidos pelas formulações no tempo e em frequência, calculam-se as forças excitadoras do sistema. Para tanto, emprega-se a formulação matemática do *método da equação discretizada* desenvolvida no item (4.7) para o sistema SDOF cuja equação é a (4.7.2).

A figura (5.5.1) apresenta o diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação discretizada para o sistema SDOF.

As figuras (5.5.2) e (5.5.3) mostram os resultados de identificação de forças para os dados de NPI igual a 20 e 3.4, respectivamente, extraídos das tabelas (5.2.2) à (5.2.5).

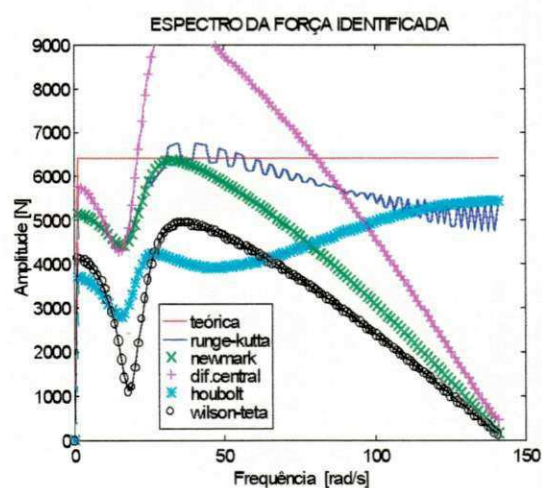


Figura (5.5.2) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação discretizada para NPI = 20

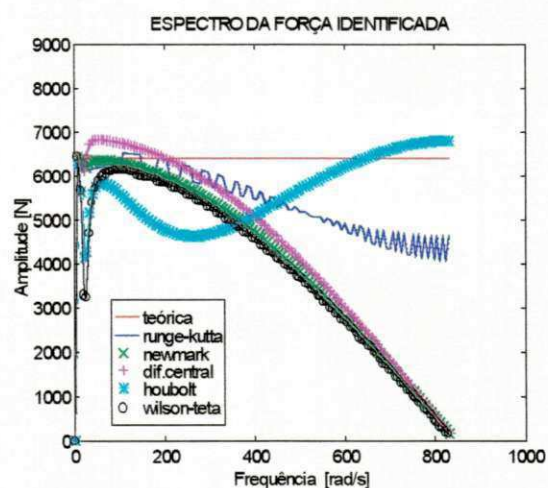


Figura (5.5.3) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação discretizada para NPI = 3.4

5.5.1 Discussão dos Resultados

Esta segunda alternativa desenvolvida para o processo de identificação de forças, pela análise dos espectros das forças estimadas conforme as figuras (5.5.2) e (5.5.3), apresentou resultados bastante dispersos do espectro da força de excitação aplicada ao sistema SDOF para toda a faixa de frequência considerada. Tal fato, dever-se-á possivelmente, ao truncamento da sua fórmula original proveniente da equação de estado na forma discretizada, em termos de baixa ordem da série de Taylor, necessitando portanto de nova reformulação para que se possa garantir uma maior precisão e conseqüente redução dos erros de discretização da fórmula matemática.

5.6 Resultados do Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico

Como verificação da formulação matemática para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo, considera-se aquela desenvolvida no capítulo IV item (4.5) e aplica-se a um sistema eixo-mancal hidrodinâmico representado pelo sistema de equações diferenciais (4.2.2) e (4.2.3).

Para o sistema MDOF em estudo foram adotados os seguintes valores de massa em [Kg], amortecimento em [N.s/m], rigidez em [N/m] e amplitude de força de excitação em [N],

Tabela (5.6.1) - Valores adotados para verificação do processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo

M	DIREÇÃO - X				DIREÇÃO - Y				AMPLITUDE	
	K _{xx}	C _{xx}	K _{xy}	C _{xy}	K _{yx}	C _{yx}	K _{yy}	C _{yy}	F _x	F _y
14.8	40	20	50	10	20	10	60	30	100	100

onde F_x e F_y são as amplitudes do vetor força de excitação nas direções X e Y, respectivamente.

A frequência natural das vibrações livres do sistema é aproximadamente igual a 1,7992 rad/s, resultante do maior valor do número imaginário dos autovalores da matriz dinâmica $[A]$ do sistema, descrita na equação (4.5.27).

Tomando-se inicialmente $N_t = 256$ pontos no tempo, empregou-se o mesmo procedimento de variação de NPI, para verificação da influência do intervalo de tempo de discretização e seu efeito nos coeficientes de rigidez e amortecimento identificados.

Para identificar os parâmetros do sistema adotou-se a aplicação do vetor força de excitação unicamente na direção Y, ou seja, $F_x = 0$. Maiores discussões sobre a influência da direção da excitação sobre o sistema poderão ser encontradas em Oliveira (1988), que conclui que este fator não é relevante, desde

que o sinal excite convenientemente todos os modos de vibração do sistema ao longo das direções consideradas.

A figura (5.6.1) mostra o diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema MDOF.

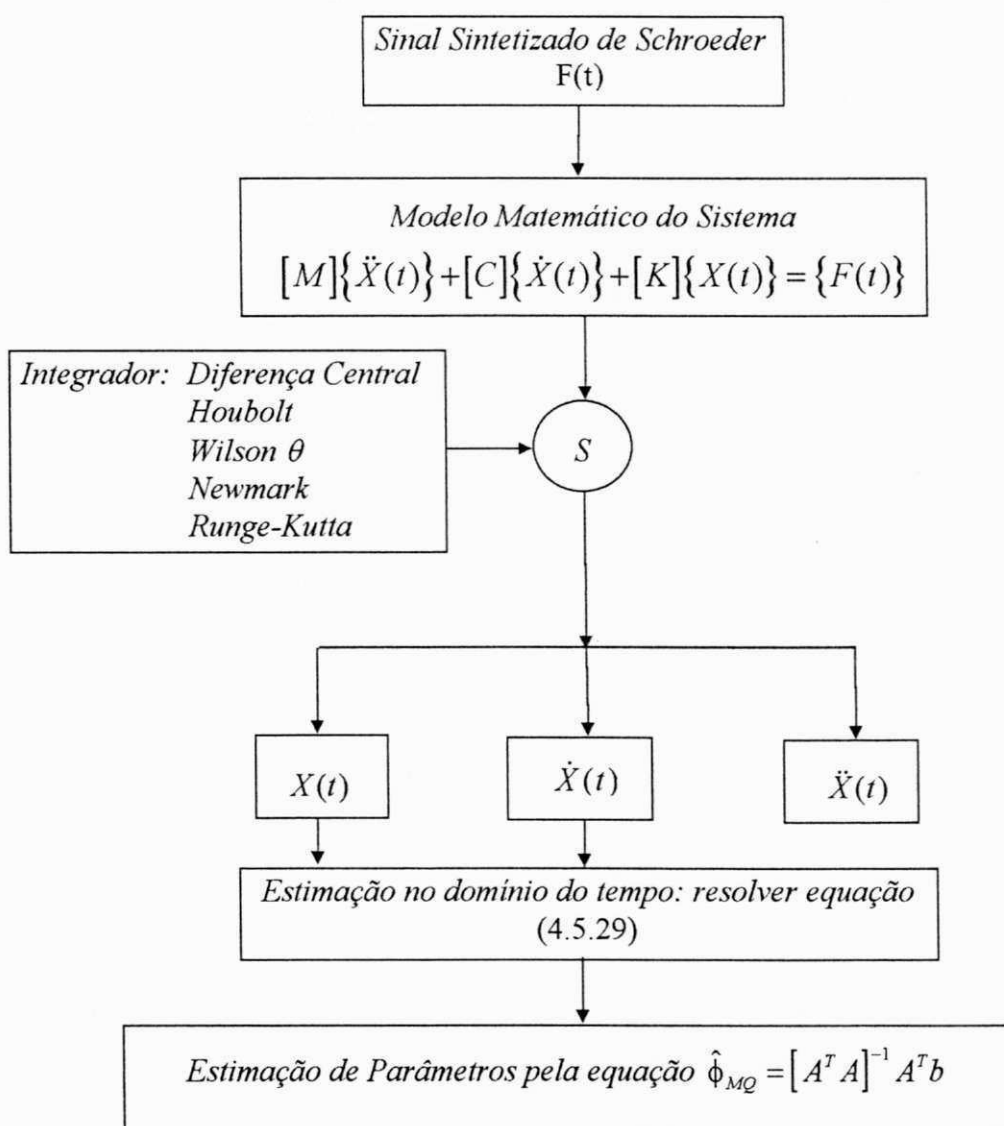


Figura (5.6.1) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema MDOF

As tabelas (5.6.2) a (5.6.9) apresentam o comportamento dos parâmetros de rigidez K_{xx} , K_{xy} , K_{yx} e K_{yy} e de amortecimento C_{xx} , C_{xy} , C_{yx} e C_{yy} identificados no domínio do tempo em função de NPI para os cinco métodos de integração em estudo.

Tabela (5.6.2) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{xx} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nt = 256)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{xx_{est}}$	EKxx	$K_{xx_{est}}$	EKxx	$K_{xx_{est}}$	EKxx	$K_{xx_{est}}$	Ekxx	$K_{xx_{est}}$	EKxx
2	39.60	0.99	38.97	2.55	39.04	2.38	38.67	3.30	38.53	3.67
4	38.95	2.60	38.10	4.74	38.34	4.13	37.60	5.99	37.21	6.95
6	38.27	4.30	37.16	7.07	37.69	5.75	36.19	9.51	35.67	10.81
8	37.71	5.70	36.23	9.41	37.14	7.13	34.69	13.25	34.06	14.84
10	37.21	6.95	35.30	11.74	36.68	8.28	33.19	17.02	32.45	18.85
12	36.68	8.28	34.38	14.04	36.32	9.18	31.71	20.70	30.91	22.72
14	36.11	9.71	33.47	16.31	36.06	9.83	30.30	24.24	29.44	26.37
16	35.57	11.06	32.58	18.54	35.91	10.21	28.96	27.58	28.08	29.78
18	35.07	12.31	31.70	20.73	35.88	10.29	27.70	30.72	26.82	32.93
20	34.50	13.72	30.85	22.87	35.98	10.03	26.53	33.66	25.66	35.83
$E_{Médio}$		7.56		12.8		7.72		18.59		20.27

Tabela (5.6.3) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{xy} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nt = 256)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{xy_{est}}$	EKxy	$K_{xy_{est}}$	EKxy	$K_{xy_{est}}$	EKxy	$K_{xy_{est}}$	Ekxy	$K_{xy_{est}}$	EKxy
2	48.55	2.88	48.29	3.40	48.43	3.13	47.65	4.69	47.58	4.82
4	47.04	5.91	46.88	6.22	47.36	5.26	45.96	8.06	45.64	8.70
6	45.29	9.40	45.38	9.23	46.40	7.18	43.78	12.42	43.38	13.23
8	43.65	12.69	43.87	12.25	45.62	8.75	41.50	16.98	41.07	17.85
10	42.14	15.70	42.36	15.26	45.01	9.96	39.26	21.47	38.82	22.35
12	40.64	18.71	40.88	18.23	44.60	10.79	37.10	25.79	36.70	26.59
14	39.10	21.79	39.41	21.16	44.37	11.24	35.07	29.85	34.74	30.50
16	37.59	24.81	37.98	24.03	44.35	11.28	33.18	33.63	32.97	34.05
18	36.07	27.84	36.58	26.83	44.57	10.84	31.44	37.11	31.36	37.26
20	34.52	30.94	35.21	29.57	45.05	9.88	29.84	40.30	29.91	40.16
$E_{Médio}$		17.06		16.62		8.83		23.03		23.55

Tabela (5.6.4) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{yx} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}
2	39.82	99.14	28.71	43.56	28.77	43.88	55.50	177.5	70.64	253.2
4	23.32	16.63	19.93	0.30	20.13	0.67	33.86	69.30	57.52	187.6
6	16.45	17.72	18.25	8.71	18.66	6.67	27.37	36.87	55.22	176.1
8	16.75	16.23	17.14	14.29	17.82	10.87	22.76	13.80	52.59	162.9
10	18.25	8.70	16.18	19.09	17.19	14.01	19.06	4.65	49.22	146.1
12	18.32	8.38	15.30	23.47	16.70	16.45	16.05	19.74	45.37	126.8
14	17.62	11.87	14.49	27.54	16.33	18.32	13.56	32.15	41.31	106.5
16	17.37	13.10	13.72	31.36	16.06	19.65	11.51	42.41	37.28	86.4
18	17.54	12.25	13.00	34.97	15.90	20.46	9.81	50.90	33.43	67.1
20	17.01	14.91	12.32	38.37	15.85	20.71	8.40	57.95	29.86	49.3
E _{Médio}		21.89		24.16		17.17		50.52		136.2

Tabela (5.6.5) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{yy} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}
2	52.65	12.24	79.85	33.08	79.99	33.32	122.0	103.4	141.9	136.5
4	53.86	10.22	61.48	2.47	61.94	3.23	77.86	29.77	110.2	83.80
6	61.74	2.90	57.08	4.86	58.03	3.28	64.26	7.11	102.0	70.04
8	60.83	1.39	54.15	9.74	55.74	7.09	55.05	8.23	94.68	57.80
10	56.19	6.33	51.69	13.83	54.07	9.87	47.89	20.16	86.96	44.94
12	52.57	12.37	49.49	17.50	52.78	12.02	42.12	29.79	79.04	31.73
14	50.26	16.22	47.46	20.88	51.79	13.67	37.38	37.69	71.22	18.71
16	47.90	20.16	45.56	24.05	51.06	14.89	33.45	44.24	63.79	6.33
18	45.73	23.76	43.77	27.04	50.58	15.68	30.16	49.72	56.92	5.12
20	44.24	26.26	42.07	29.87	50.36	16.05	27.40	54.33	50.67	15.53
E _{Médio}		13.18		18.33		12.91		38.44		47.05

Tabela (5.6.6) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xx} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($Nt = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson 0	
	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx
2	20.11	0.59	19.99	0.04	18.96	5.18	19.73	1.31	19.80	0.95
4	20.19	0.98	20.06	0.34	18.10	9.47	19.71	1.43	19.77	1.10
6	20.13	0.67	20.08	0.42	17.27	13.60	19.49	2.51	19.62	1.89
8	20.10	0.50	20.07	0.37	16.50	17.48	19.23	3.80	19.42	2.85
10	20.13	0.68	20.04	0.20	15.77	21.12	18.97	5.11	19.23	3.84
12	20.18	0.91	19.98	0.06	15.08	24.56	18.72	6.36	19.04	4.79
14	20.20	1.00	19.91	0.41	14.43	27.83	18.49	7.51	18.86	5.66
16	20.20	1.03	19.82	0.85	13.80	30.95	18.29	8.54	18.70	6.46
18	20.17	0.89	19.72	1.35	13.21	33.95	18.10	9.47	18.56	7.18
20	20.13	0.66	19.61	1.91	12.62	36.85	17.93	10.31	18.43	7.84
$E_{Médio}$		0.79		0.59		22.09		5.63		4.25

Tabela (5.6.7) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xy} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($Nt = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson 0	
	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy
2	10.12	1.25	10.20	2.05	8.93	10.69	10.16	1.65	10.44	4.46
4	10.31	3.18	10.34	3.41	7.93	20.61	10.21	2.15	10.89	8.94
6	10.48	4.85	10.43	4.39	7.04	29.58	10.28	2.83	11.40	14.06
8	10.59	5.92	10.49	4.96	6.21	37.84	10.35	3.53	11.96	19.60
10	10.65	6.54	10.51	5.16	5.44	45.51	10.42	4.22	12.53	25.34
12	10.69	6.99	10.50	5.02	4.72	52.73	10.48	4.89	13.10	31.02
14	10.72	7.27	10.45	4.59	4.04	59.59	10.55	5.51	13.63	36.39
16	10.71	7.13	10.38	3.89	3.37	66.21	10.60	6.04	14.13	41.30
18	10.65	6.51	10.29	2.97	2.72	72.71	10.64	6.48	14.56	45.62
20	10.58	5.88	10.18	1.84	2.07	79.20	10.68	6.80	14.93	49.30
$E_{Médio}$		5.55		3.82		47.46		4.41		27.6

Tabela (5.6.8) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yx} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)

<i>métodos num.</i>	<i>Runge-Kutta</i>		<i>Newmark</i>		<i>Diferença Central</i>		<i>Houbolt</i>		<i>Wilson θ</i>	
Valores de NPI	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx
2	3.83	61.69	17.92	79.23	17.16	71.67	27.97	179.7	30.78	207.8
4	4.96	50.37	11.55	15.55	10.55	5.54	13.51	35.18	19.90	98.99
6	10.10	1.06	10.49	4.99	9.18	8.18	10.05	0.58	17.26	72.66
8	10.89	8.98	9.94	0.58	8.35	16.48	8.05	19.41	15.19	51.99
10	9.19	8.08	9.52	4.78	7.71	22.89	6.68	33.16	13.23	32.31
12	7.55	24.46	9.16	8.36	7.17	28.26	5.69	43.05	11.35	13.58
14	6.58	34.19	8.84	11.59	6.70	32.92	4.96	50.33	9.62	3.74
16	5.78	42.16	8.53	14.61	6.29	37.07	4.42	55.75	8.06	19.32
18	5.31	46.88	8.25	17.49	5.91	40.84	4.01	59.82	6.69	33.03
20	4.96	50.31	7.97	20.25	5.56	44.30	3.71	62.88	5.50	44.91
$E_{Médio}$		32.81		17.74		30.81		53.98		57.83

Tabela (5.6.9) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yy} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)

<i>métodos num.</i>	<i>Runge-Kutta</i>		<i>Newmark</i>		<i>Diferença Central</i>		<i>Houbolt</i>		<i>Wilson θ</i>	
Valores de NPI	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy
2	39.85	32.86	28.72	4.25	26.59	11.34	9.54	68.18	0.87	97.09
4	32.93	9.79	29.63	1.22	26.44	11.84	11.76	60.79	3.29	89.00
6	30.36	1.21	29.49	1.68	25.16	16.13	12.23	59.20	6.34	78.86
8	29.90	0.30	29.26	2.45	23.89	20.34	12.65	57.80	8.69	71.03
10	29.88	0.38	29.00	3.33	22.71	24.29	13.09	56.35	10.23	65.87
12	29.53	1.54	28.71	4.29	21.59	28.00	13.51	54.94	11.05	63.15
14	29.02	3.25	28.40	5.31	20.54	31.50	13.92	53.59	11.26	62.46
16	28.74	4.19	28.07	6.40	19.54	34.83	14.29	52.35	11.01	63.29
18	28.71	4.27	27.74	7.53	18.58	38.03	14.63	51.22	10.43	65.21
20	28.41	5.27	27.39	8.69	17.65	41.14	14.93	50.21	9.65	67.82
$E_{Médio}$		6.3		4.51		25.74		56.46		72.37

Esses dados também foram mostrados graficamente através das figuras (5.6.2) a (5.6.9) a seguir,

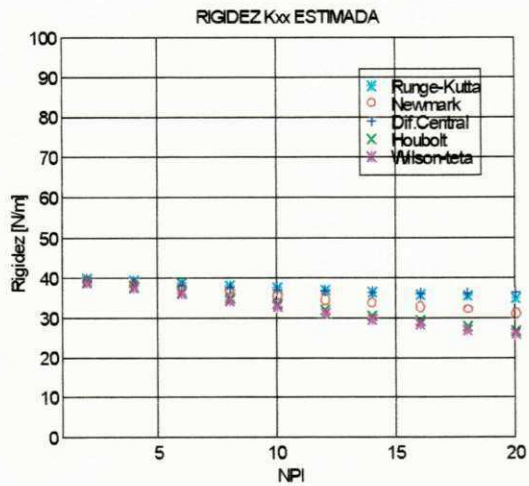


Figura (5.6.2) - Rigidez Kxx identificada para Nt fixo e variação de NPI

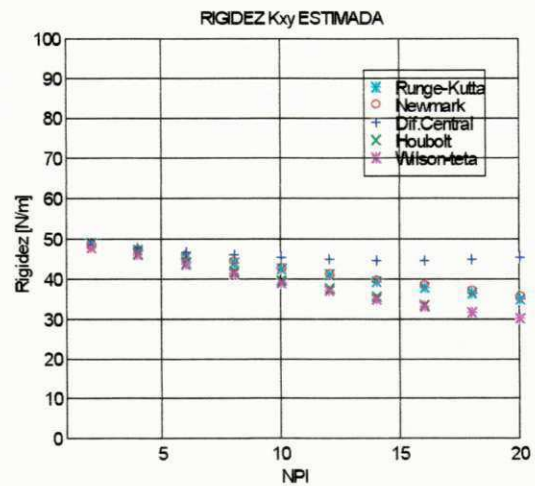


Figura (5.6.3) - Rigidez Kxy identificada para Nt fixo e variação de NPI

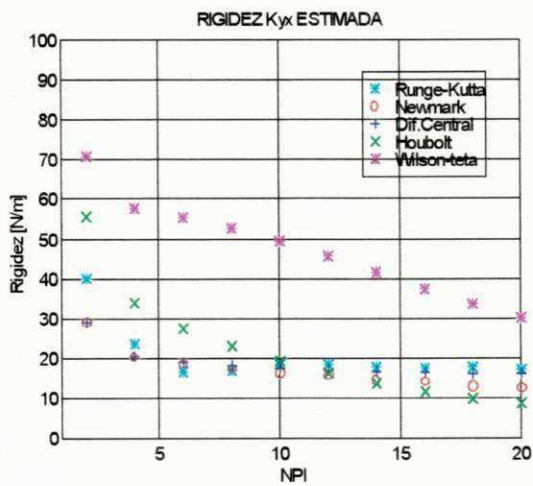


Figura (5.6.4) - Rigidez Kyx identificada para Nt fixo e variação de NPI

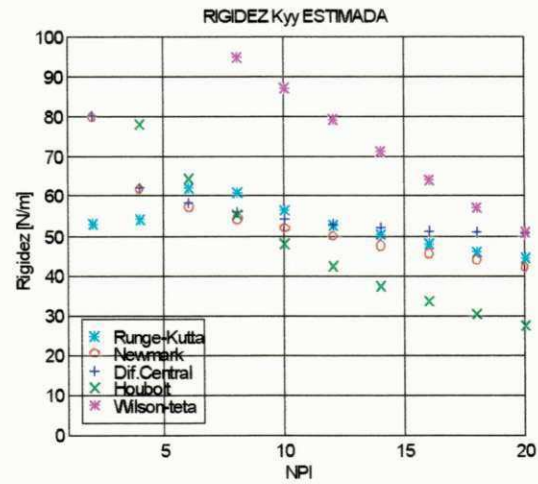


Figura (5.6.5) - Rigidez Kyy identificada para Nt fixo e variação de NPI

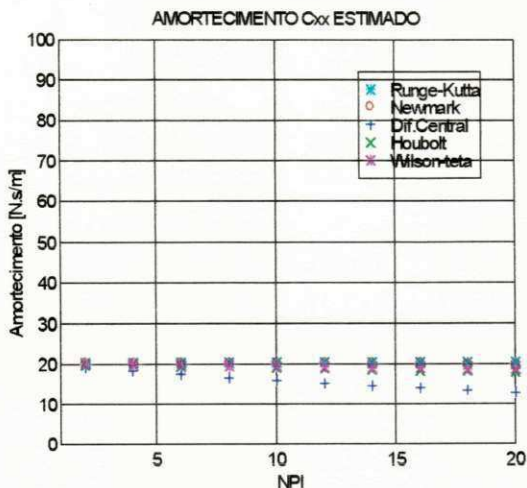


Figura (5.6.6) - Amortecimento Cxx identificado para Nt fixo e variação de NPI

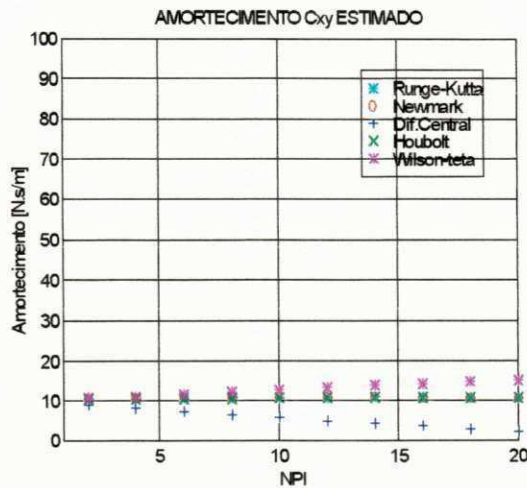


Figura (5.6.7) - Amortecimento Cxy identificado para Nt fixo e variação de NPI

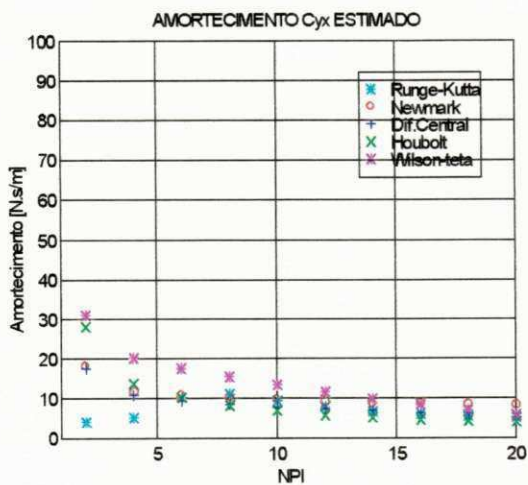


Figura (5.6.8) - Amortecimento Cyx identificado para Nt fixo e variação de NPI

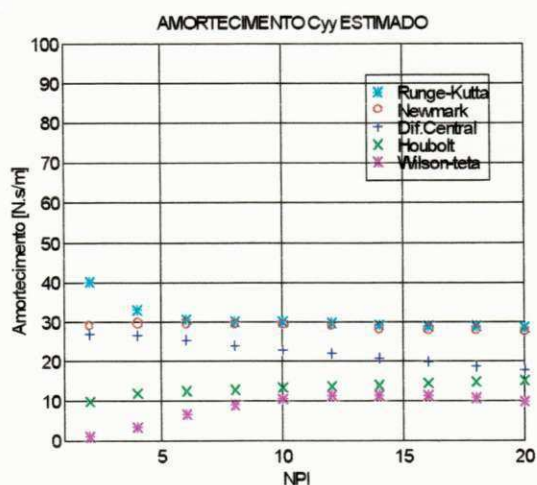


Figura (5.6.9) - Amortecimento Cyy identificado para Nt fixo e variação de NPI

Adotou-se agora $N_t = 512$ pontos no tempo para avaliação da influência do número de pontos de discretização e do seu efeito sobre os coeficientes de rigidez e amortecimento identificados. Isto será abordado nas tabelas (5.6.10) a (5.6.17) a seguir.

Tabela (5.6.10) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{xx} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)

<i>métodos num.</i>	<i>Runge-Kutta</i>		<i>Newmark</i>		<i>Diferença Central</i>		<i>Houbolt</i>		<i>Wilson θ</i>	
Valores de NPI	$K_{xx_{est}}$	$E_{K_{xx}}$	$K_{xx_{est}}$	$E_{K_{xx}}$	$K_{xx_{est}}$	$E_{K_{xx}}$	$K_{xx_{est}}$	$E_{K_{xx}}$	$K_{xx_{est}}$	$E_{K_{xx}}$
2	39.79	0.51	39.49	1.26	39.50	1.22	39.38	1.53	39.29	1.76
4	39.47	1.31	39.05	2.36	39.11	2.20	38.93	2.65	38.70	3.24
6	39.14	2.14	38.59	3.52	38.73	3.17	38.34	4.14	38.01	4.96
8	38.86	2.83	38.12	4.69	38.36	4.08	37.68	5.79	37.27	6.80
10	38.61	3.45	37.65	5.86	38.02	4.93	36.98	7.54	36.51	8.72
12	38.35	4.11	37.18	7.04	37.71	5.72	36.25	9.35	35.72	10.69
14	38.06	4.83	36.71	8.21	37.42	6.44	35.51	11.21	34.91	12.70
16	37.77	5.56	36.24	9.38	37.15	7.10	34.75	10.13	34.10	14.73
18	37.49	6.26	35.78	10.54	36.91	7.71	34.00	14.98	33.30	16.74
20	37.22	6.94	35.31	11.70	36.69	8.25	33.25	16.86	32.50	18.74
$E_{Médio}$		3.79		6.45		5.08		8.41		9.90

Tabela (5.6.11) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{xy} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)

<i>métodos num.</i>	<i>Runge-Kutta</i>		<i>Newmark</i>		<i>Diferença Central</i>		<i>Houbolt</i>		<i>Wilson θ</i>	
Valores de NPI	$K_{xy_{est}}$	$E_{K_{xy}}$	$K_{xy_{est}}$	$E_{K_{xy}}$	$K_{xy_{est}}$	$E_{K_{xy}}$	$K_{xy_{est}}$	$E_{K_{xy}}$	$K_{xy_{est}}$	$E_{K_{xy}}$
2	49.27	1.45	49.15	1.68	49.18	1.62	48.90	2.19	48.83	2.32
4	48.53	2.93	48.45	3.08	48.57	2.84	48.18	3.62	47.95	4.09
6	47.68	4.62	47.70	4.58	47.97	4.04	47.23	5.53	46.91	6.16
8	46.89	6.21	46.95	6.09	47.42	5.15	46.19	7.60	45.81	8.36
10	46.15	7.69	46.19	7.60	46.91	6.17	45.10	9.78	44.68	10.62
12	45.40	9.18	45.43	9.12	46.45	7.09	43.98	12.03	43.53	12.93
14	44.63	10.73	44.68	10.63	46.03	7.92	42.84	14.31	42.37	15.25
16	43.84	12.31	43.92	12.15	45.66	8.66	41.69	16.60	41.21	17.57
18	43.06	13.87	43.16	13.66	45.34	9.31	40.56	18.87	40.07	19.85
20	42.29	15.40	42.41	15.16	45.06	9.87	39.44	21.10	38.95	22.08
$E_{Médio}$		8.43		8.37		6.26		11.16		11.92

Tabela (5.6.12) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{yx} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}
2	38.62	93.14	29.14	45.71	29.16	45.80	58.54	192.7	69.26	246.3
4	23.05	15.29	20.85	4.26	20.90	4.52	39.40	97.04	56.51	182.5
6	16.84	15.76	19.59	2.02	19.70	1.47	34.81	74.05	55.60	178.0
8	17.49	12.51	18.87	5.62	19.06	4.68	31.53	57.69	55.28	176.4
10	19.31	3.43	18.28	8.56	18.57	7.14	28.73	43.68	54.81	174.0
12	19.64	1.79	17.75	11.20	18.15	9.22	26.24	31.22	54.08	170.4
14	18.99	5.00	17.26	13.66	17.79	11.03	24.00	20.00	53.08	165.4
16	18.42	7.89	16.80	15.99	17.46	12.65	21.97	9.85	51.82	159.1
18	18.20	8.96	16.35	18.23	17.18	14.09	20.12	0.64	50.33	151.6
20	18.18	9.08	15.92	20.38	16.92	15.39	18.45	7.73	48.66	143.3
E _{Médio}		17.28		14.56		12.59		53.46		174.7

Tabela (5.6.13) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{yy} [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 512$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}
2	55.59	7.34	80.93	34.88	80.96	34.94	128.2	113.7	141.0	135.1
4	55.87	6.88	63.67	6.12	63.79	6.32	88.33	47.22	111.3	85.53
6	63.70	6.17	60.25	0.41	60.50	0.84	77.98	29.97	106.3	77.31
8	63.46	5.77	58.25	2.90	58.69	2.18	71.09	18.48	103.5	72.62
10	59.73	0.43	56.69	5.51	57.35	4.41	65.49	9.15	101.0	68.37
12	57.17	4.71	55.33	7.77	56.25	6.23	60.66	1.11	98.33	63.88
14	56.18	6.35	54.09	9.83	55.32	7.79	56.40	5.98	95.38	58.97
16	55.50	7.49	52.94	11.76	54.50	9.16	52.59	12.34	92.18	53.63
18	54.44	9.26	51.83	13.60	53.76	10.38	49.15	18.07	88.75	47.91
20	53.08	11.52	50.78	15.36	53.11	11.47	46.04	23.25	85.14	41.91
E _{Médio}		6.59		10.81		9.37		27.92		70.52

Tabela (5.6.14) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xx} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nt = 512)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx
2	20.05	0.29	19.99	0.00	19.47	2.64	19.89	0.52	19.92	0.39
4	20.10	0.53	20.04	0.24	19.01	4.92	19.93	0.32	19.93	0.31
6	20.09	0.45	20.07	0.37	18.56	7.18	19.87	0.60	19.89	0.51
8	20.08	0.44	20.09	0.45	18.12	9.37	19.79	1.04	19.83	0.82
10	20.12	0.60	20.10	0.50	17.70	11.49	19.68	1.58	19.75	1.20
12	20.15	0.78	20.10	0.52	17.29	13.53	19.56	2.18	19.67	1.64
14	20.17	0.88	20.10	0.50	16.89	15.50	19.43	2.83	19.57	2.12
16	20.18	0.93	20.09	0.46	16.51	17.41	19.30	3.49	19.47	2.61
18	20.19	0.98	20.07	0.38	16.14	19.26	19.16	4.15	19.37	3.11
20	20.21	1.05	20.05	0.29	15.78	21.06	19.03	4.81	19.27	3.61
$E_{Médio}$		0.69		0.37		12.23		2.15		1.63

Tabela (5.6.15) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xy} [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nt = 512)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy
2	10.07	0.72	10.10	1.09	9.44	5.50	10.08	0.86	10.21	2.16
4	10.18	1.82	10.19	1.95	8.91	10.83	10.12	1.23	10.42	4.24
6	10.28	2.84	10.27	2.73	8.41	15.86	10.16	1.66	10.64	6.49
8	10.36	3.63	10.33	3.39	7.93	20.66	10.20	2.05	10.88	8.86
10	10.42	4.27	10.39	3.94	7.47	25.24	10.24	2.41	11.13	11.36
12	10.48	4.89	10.43	4.39	7.03	29.62	10.27	2.76	11.39	13.98
14	10.55	5.50	10.47	4.72	6.61	33.83	10.31	3.10	11.67	16.70
16	10.60	6.04	10.49	4.96	6.21	37.88	10.34	3.44	11.95	19.51
18	10.64	6.47	10.51	5.11	5.82	41.79	10.37	3.78	12.23	22.36
20	10.68	6.80	10.52	5.16	5.44	45.56	10.41	4.12	12.52	25.24
$E_{Médio}$		4.29		3.74		26.67		2.54		13.09

Tabela (5.6.16) - Identificação do coeficiente de amortecimento Cyx [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%]
($N_t = 512$)

<i>métodos num.</i>	<i>Runge-Kutta</i>		<i>Newmark</i>		<i>Diferença Central</i>		<i>Houbolt</i>		<i>Wilson θ</i>	
Valores de NPI	Cyx_{est}	ECyx	Cyx_{est}	ECyx	Cyx_{est}	ECyx	Cyx_{est}	ECyx	Cyx_{est}	ECyx
2	4.81	51.84	18.05	80.52	17.66	76.61	29.59	195.9	30.78	207.8
4	5.49	45.00	11.80	18.07	11.26	12.62	15.93	59.31	20.38	103.8
6	10.65	6.52	10.86	8.67	10.11	1.17	12.97	29.79	18.63	86.30
8	11.77	17.73	10.42	4.29	9.48	5.14	11.22	12.27	17.65	76.57
10	10.44	4.45	10.13	1.33	9.01	9.87	9.91	0.85	16.83	68.38
12	9.19	8.07	9.90	0.99	8.61	13.80	8.85	11.40	16.03	60.37
14	8.68	13.18	9.70	2.96	8.27	17.23	7.98	20.17	15.21	52.16
16	8.45	15.49	9.52	4.74	7.96	20.31	7.24	27.57	14.36	43.69
18	8.10	18.90	9.36	6.38	7.68	23.13	6.61	33.87	13.50	35.02
20	7.63	23.69	9.20	7.94	7.42	25.75	6.07	39.27	12.62	26.28
E_{Médio}		20.48		13.58		20.56		43.04		76.03

Tabela (5.6.17) - Identificação do coeficiente de amortecimento Cyy [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%]
($N_t = 512$)

<i>métodos num.</i>	<i>Runge-Kutta</i>		<i>Newmark</i>		<i>Diferença Central</i>		<i>Houbolt</i>		<i>Wilson θ</i>	
Valores de NPI	Cyy_{est}	ECyy	Cyy_{est}	ECyy	Cyy_{est}	ECyy	Cyy_{est}	ECyy	Cyy_{est}	ECyy
2	38.78	29.27	28.86	3.78	27.77	7.42	9.98	66.70	-1.53	105.1
4	32.39	7.97	29.81	0.63	28.12	6.26	11.74	60.84	-0.66	102.2
6	30.32	1.06	29.78	0.70	27.42	8.59	11.92	60.25	1.19	96.02
8	30.17	0.59	29.70	0.98	26.69	11.03	12.04	59.83	3.00	89.99
10	30.38	1.28	29.60	1.31	25.98	13.38	12.20	59.32	4.66	84.45
12	30.26	0.86	29.49	1.66	25.30	15.64	12.37	58.74	6.14	79.50
14	29.90	0.33	29.38	2.05	24.65	17.81	12.56	58.10	7.44	75.19
16	29.57	1.42	29.26	2.46	24.02	19.91	12.77	57.42	8.52	71.57
18	29.37	2.09	29.13	2.89	23.41	21.93	12.98	56.72	9.41	68.62
20	29.24	2.51	28.99	3.34	22.83	23.89	13.19	56.02	10.09	66.33
E_{Médio}		4.73		1.98		14.58		59.39		83.89

Esses dados também foram mostrados graficamente através das figuras (5.6.10) a (5.6.17) a seguir,

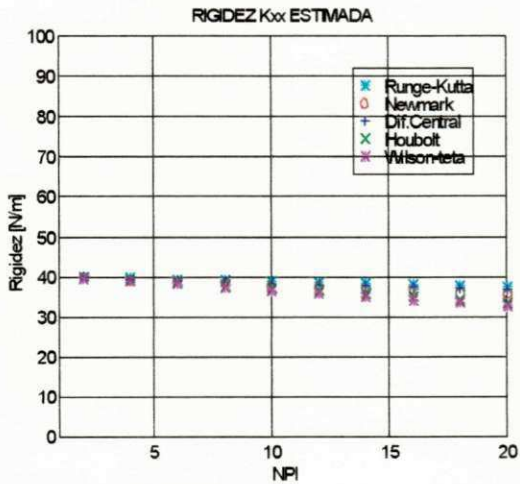


Figura (5.6.10) - Rigidez Kxx identificada para Nt fixo e variação de NPI

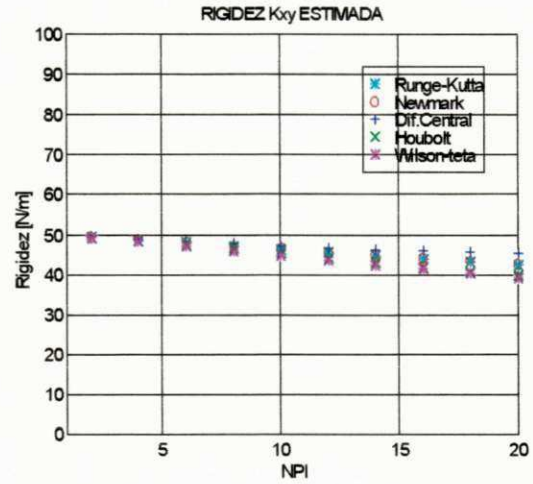


Figura (5.6.11) - Rigidez Kxy identificada para Nt fixo e variação de NPI

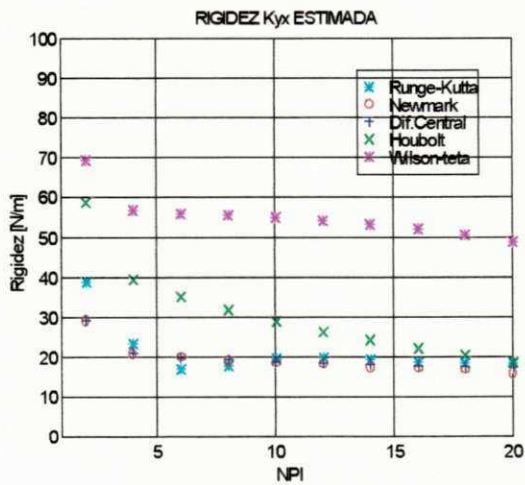


Figura (5.6.12) - Rigidez Kyx identificada para Nt fixo e variação de NPI

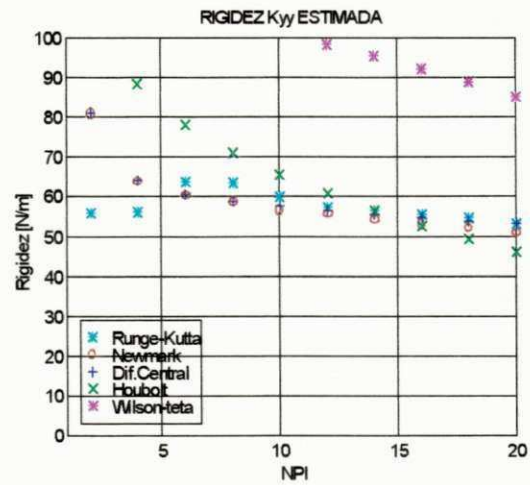


Figura (5.6.13) - Rigidez Kyy identificada para Nt fixo e variação de NPI

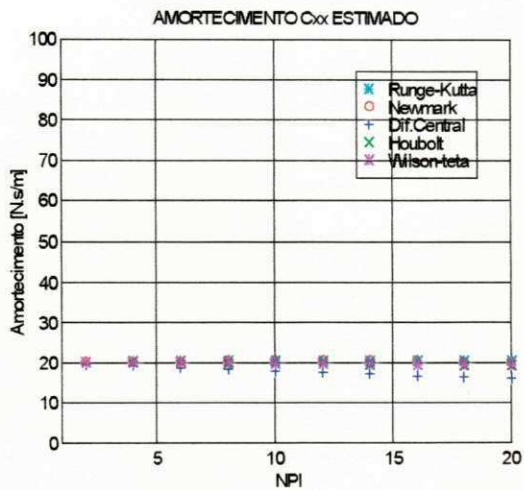


Figura (5.6.14) - Amortecimento C_{xx} identificado para N_t fixo e variação de NPI

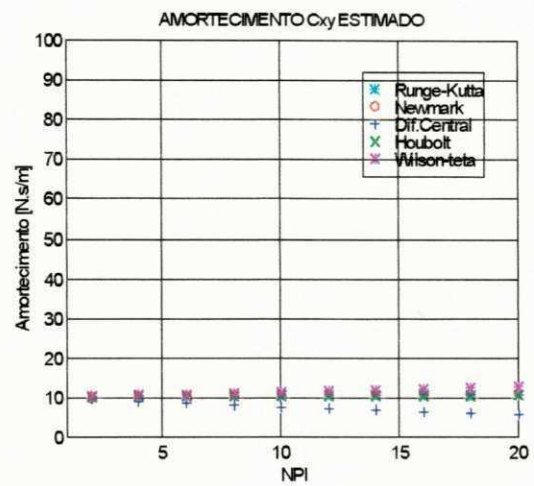


Figura (5.6.15) - Amortecimento C_{xy} identificado para N_t fixo e variação de NPI

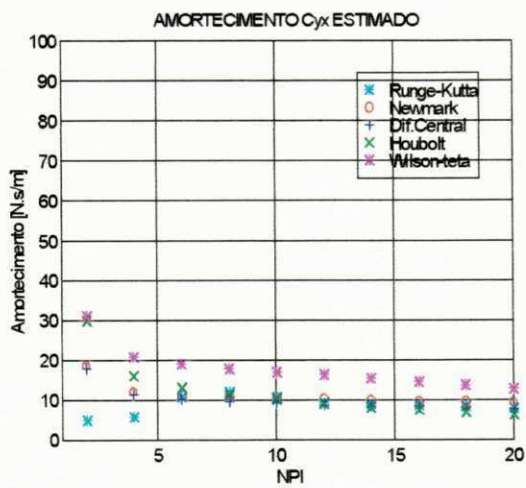


Figura (5.6.16) - Amortecimento C_{yx} identificado para N_t fixo e variação de NPI

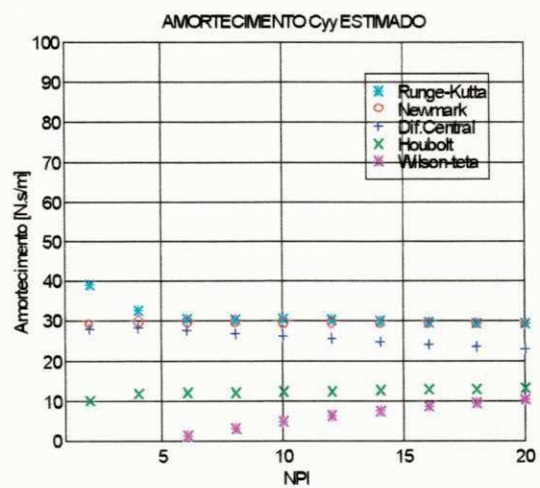


Figura (5.6.17) - Amortecimento C_{yy} identificado para N_t fixo e variação de NPI

5.6.1 Discussão dos Resultados

O coeficiente de rigidez K_{xx} estimado, cujos resultados de identificação são apresentados na tabela (5.6.2) e graficamente na figura (5.6.2), denotou uma performance bastante satisfatória para todos os métodos com o decrescimento de NPI, com destaque para o método da Diferença Central que comparado ao método de Runge-Kutta de 4ª ordem foi o que demonstrou os menores resíduos, vindo em seguida, numa seqüência de melhores resultados, os métodos de Newmark, Houbolt e Wilson θ .

Vale salientar que toda essa análise é baseada nos valores médios dos erros calculados.

O coeficiente K_{xy} estimado, cujos resultados são apresentados na tabela (5.6.3) e na figura (5.6.3), teve um comportamento similar ao do coeficiente K_{xx} , destacando somente que o desempenho do método da Diferença Central foi superior mesmo a do método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

O coeficiente K_{yx} estimado e apresentado na tabela (5.6.4) e na figura (5.6.4), também comportou-se similarmente à K_{xx} , destacando ainda aqui os bons resultados do método da Diferença Central sobre os demais, como também que os resíduos provenientes do método de Wilson θ foram bastante elevados.

O coeficiente K_{yy} estimado e apresentado na tabela (5.6.5) e na figura (5.6.5), apresentou performance equivalente à K_{xx} , merecendo destaque o método

da Diferença Central por manter os menores resíduos e o método de Wilson θ por reduzi-los sensivelmente em relação a K_{yx} .

Com relação ao coeficiente de amortecimento C_{xx} , cujos resultados de identificação são apresentados na tabela (5.6.6) e graficamente na figura (5.6.6), denotou uma performance bastante satisfatória para todos os métodos com o decrescimento de NPI, com destaque para o método de Newmark que comparado ao método de Runge-Kutta de 4ª ordem foi o que demonstrou os menores resíduos, chegando mesmo a superá-lo, vindo em seguida, numa seqüência de melhores resultados, os métodos de Wilson θ , Houbolt e Diferença Central.

O coeficiente C_{xy} estimado cujos resultados são apresentados na tabela (5.6.7) e na figura (5.6.7), teve um comportamento similar ao do coeficiente C_{xx} , destacando somente que o método de Houbolt, desta feita, superou os resultados de Wilson θ .

O coeficiente C_{yx} estimado e apresentado na tabela (5.6.8) e na figura (5.6.8), também comportou-se similarmente à C_{xx} , destacando ainda aqui os bons resultados do método de Newmark sobre os demais, como também que o método da Diferença Central superou os métodos de Houbolt e Wilson θ , e ainda que, este último destacou-se sobre o método de Houbolt para NPI acima de 10.

O coeficiente C_{yy} estimado e apresentado na tabela (5.6.9) e na figura (5.6.9), foi satisfatoriamente identificado pelo método de Newmark, com destaque, vindo em seguida o método da Diferença Central. No entanto, os resíduos dos

métodos de Houbolt e Wilson θ foram bastante elevados, principalmente para menores valores de NPI.

Denota-se das figuras (5.6.2) a (5.6.9), uma menor dispersão na estimação dos coeficientes de amortecimento em comparação à estimação dos coeficientes de rigidez. Outro fato de interesse, implícito nas tabelas (5.6.2) a (5.6.9), é a superioridade do método da Diferença Central na estimação de todos os coeficientes de rigidez, bem como, a superioridade do método de Newmark na estimação de todos os coeficientes de amortecimento.

O acréscimo no número de pontos de discretização no tempo, passando para $N_t = 512$, reduziu ainda mais essa dispersão, melhorando sensivelmente os resultados de identificação, conforme se verifica nas tabelas (5.6.10) a (5.6.17) e nas figuras (5.6.10) a (5.6.17). Vale destacar, que foi mantida a superioridade dos métodos da Diferença Central e Newmark considerada no último parágrafo.

Os resultados até agora apresentados e discutidos, denotam uma maior consistência na estimação dos coeficientes de rigidez K_{xx} e K_{xy} e de amortecimento C_{xx} e C_{xy} em comparação aos coeficientes estimados K_{yx} , K_{yy} , C_{yx} e C_{yy} que se mostraram mais sensíveis.

5.7 Resultados do Processo de Identificação de Parâmetros no Domínio da Frequência usando o Espectro da Excitação e da Resposta para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico (MDOF)

Como verificação da formulação matemática para o processo de identificação no domínio da frequência usando o espectro da excitação e da resposta, considera-se aquela desenvolvida no item (4.6), a qual também será aplicada ao mesmo sistema MDOF composto na tabela (5.6.1), adotando-se o mesmo sinal de excitação e ainda o mesmo procedimento, que agora fixa o número de pontos em frequência N_f ($N_f = N_t/2$) e varia o passo de integração através da variação de NPI

Para identificar os parâmetros do sistema adotou-se também a aplicação do vetor força de excitação unicamente na direção Y, ou seja, $F_x = 0$.

A figura (5.7.1) mostra o diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando o espectro da excitação e da resposta pelo estimador dos mínimos quadrados para o sistema MDOF eixo-mancal hidrodinâmico.

As tabelas (5.7.1) a (5.7.8) apresentam o comportamento dos parâmetros de rigidez K_{xx} , K_{xy} , K_{yx} e K_{yy} e de amortecimento C_{xx} , C_{xy} , C_{yx} e C_{yy} identificados no domínio da frequência em função de NPI para os cinco métodos de integração em estudo.

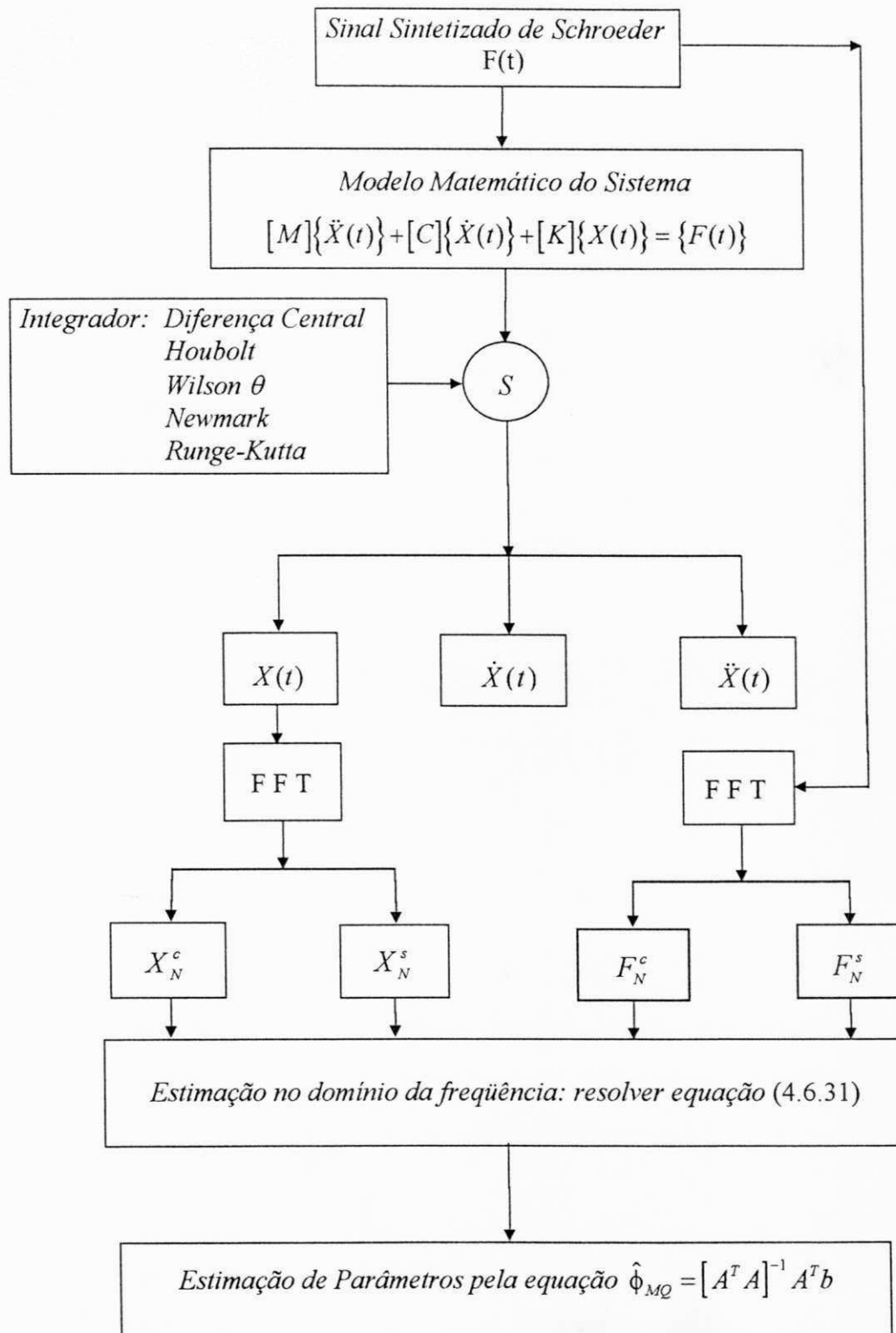


Figura (5.7.1) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema MDOF

Tabela (5.7.1) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{xx} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 128$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson 0	
	$K_{xx_{est}}$	E K_{xx}	$K_{xx_{est}}$	E K_{xx}	$K_{xx_{est}}$	E K_{xx}	$K_{xx_{est}}$	E K_{xx}	$K_{xx_{est}}$	E K_{xx}
2	89.86	124.6	84.36	110.9	84.80	112.0	84.25	110.6	84.48	111.2
4	61.66	54.16	59.30	48.27	60.31	50.79	58.75	46.89	59.42	48.55
6	53.84	34.61	52.11	30.28	53.75	34.38	50.79	26.99	52.05	30.12
8	50.15	25.38	48.64	21.60	51.02	27.55	46.34	15.85	48.27	20.67
10	47.89	19.73	46.51	16.28	49.73	24.34	43.10	7.75	45.72	14.31
12	46.31	15.78	45.00	12.50	49.18	22.96	40.43	1.09	43.72	9.31
14	45.12	12.82	43.81	9.53	49.07	22.68	38.10	4.73	42.00	5.01
16	44.17	10.44	42.81	7.04	49.26	23.16	36.00	9.99	40.44	1.12
18	43.37	8.42	41.94	4.85	49.69	24.22	34.07	14.82	39.00	2.49
20	42.63	6.57	41.13	2.84	50.30	25.76	32.28	19.29	37.63	5.91
$E_{Médio}$		31.25		26.4		36.78		25.8		24.87

Tabela (5.7.2) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{xy} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 128$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson 0	
	$K_{xy_{est}}$	E K_{xy}	$K_{xy_{est}}$	E K_{xy}	$K_{xy_{est}}$	E K_{xy}	$K_{xy_{est}}$	E K_{xy}	$K_{xy_{est}}$	E K_{xy}
2	72.13	44.26	69.11	38.23	69.54	39.08	68.81	37.63	69.13	38.26
4	61.14	22.28	61.22	22.44	62.39	24.79	60.18	20.37	61.13	22.27
6	57.42	14.85	57.55	15.10	59.62	19.25	55.31	10.63	57.13	14.26
8	55.57	11.15	55.42	10.84	58.56	17.12	51.70	3.41	54.47	8.95
10	54.33	8.66	53.91	7.82	58.28	16.57	48.58	2.82	52.29	4.59
12	53.34	6.69	52.69	5.39	58.47	16.95	45.73	8.53	50.31	0.62
14	52.52	5.04	51.63	3.27	58.99	17.99	43.07	13.84	48.42	3.14
16	51.79	3.58	50.66	1.33	59.77	19.55	40.59	18.81	46.59	6.80
18	51.10	2.20	49.74	0.51	60.77	21.55	38.26	23.47	44.82	10.35
20	50.41	0.82	48.84	2.30	61.98	23.97	36.07	27.85	43.09	13.81
$E_{Médio}$		11.95		10.72		21.68		16.73		12.30

Tabela (5.7.3) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{yx} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}	$K_{yx_{est}}$	E K_{yx}
2	47.23	136.1	44.38	121.9	21.48	7.43	29.62	48.10	23.84	19.20
4	42.48	112.4	27.97	39.88	17.53	12.32	8.42	57.85	11.92	40.40
6	40.42	102.1	22.28	11.43	31.40	57.03	0.33	98.33	15.06	24.66
8	39.54	97.74	18.70	6.47	48.08	140.4	-4.24	121.2	20.47	2.37
10	38.71	93.55	15.97	20.12	64.72	223.6	-6.93	134.6	25.99	29.95
12	37.54	87.72	13.69	31.50	80.33	301.6	-8.38	141.9	30.99	54.96
14	36.35	81.77	11.71	41.42	94.46	372.3	-8.93	144.6	35.30	76.50
16	35.51	77.55	9.93	50.31	106.9	434.6	-8.80	144.0	38.91	94.55
18	34.58	72.93	8.32	58.39	117.6	488.2	-8.13	140.6	41.87	109.3
20	33.22	66.10	6.83	65.81	126.6	533.1	-7.04	135.2	44.28	121.4
E _{Médio}		92.79		44.72		257.1		116.6		57.33

Tabela (5.7.4) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{yy} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}	$K_{yy_{est}}$	E K_{yy}
2	113.4	89.13	142.3	137.2	142.4	137.4	129.2	115.4	137.7	129.4
4	74.67	24.46	88.64	47.74	102.4	70.78	67.82	13.03	87.18	45.30
6	67.14	11.90	73.24	22.08	114.3	90.51	48.89	18.50	83.46	39.11
8	64.37	7.28	64.87	8.12	135.2	125.3	39.37	34.38	87.62	46.03
10	63.24	5.41	59.13	1.44	157.8	163.1	34.10	43.15	93.52	55.88
12	63.29	5.49	54.70	8.82	179.8	199.6	31.34	47.76	99.39	65.65
14	63.97	6.62	51.06	14.89	199.9	233.2	30.24	49.59	104.6	74.35
16	64.69	7.82	47.94	20.08	217.8	263.0	30.32	49.46	109.0	81.69
18	66.13	10.22	45.21	24.63	233.2	288.7	31.27	47.86	112.6	87.70
20	67.93	13.21	42.78	28.68	246.0	310.1	32.90	45.16	115.5	92.50
E _{Médio}		18.15		31.36		188.2		46.43		71.76

Tabela (5.7.5) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xx} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 128$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx
2	19.45	2.72	17.93	10.33	17.87	10.64	17.82	10.86	17.85	10.70
4	19.60	1.99	19.00	4.96	19.01	4.90	18.67	6.62	18.84	5.75
6	19.68	1.59	19.25	3.73	19.40	2.96	18.59	7.03	18.96	5.19
8	19.76	1.18	19.33	3.34	19.66	1.65	18.29	8.51	18.86	5.68
10	19.78	1.06	19.32	3.37	19.88	0.55	17.91	10.41	18.64	6.77
12	19.75	1.21	19.26	3.66	20.09	0.46	17.51	12.44	18.35	8.21
14	19.70	1.50	19.17	4.13	20.29	1.48	17.10	14.45	18.02	9.86
16	19.62	1.85	19.05	4.73	20.50	2.54	16.72	16.36	17.66	11.65
18	19.54	2.28	18.91	5.43	20.73	3.67	16.37	18.13	17.30	13.48
20	19.44	2.79	18.75	6.20	20.97	4.88	16.04	19.77	16.93	15.33
$E_{Médio}$		1.81		4.98		3.37		12.45		9.26

Tabela (5.7.6) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xy} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 128$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy
2	12.78	27.86	13.18	31.86	12.88	28.81	13.07	30.70	13.01	30.13
4	11.68	16.85	12.12	21.24	11.47	14.79	11.87	18.70	11.75	17.56
6	11.19	11.99	11.47	14.71	10.53	5.30	11.14	11.43	10.95	9.52
8	10.97	9.79	11.07	10.71	9.84	1.56	10.76	7.61	10.44	4.43
10	10.89	8.92	10.79	7.94	9.27	7.24	10.58	5.84	10.09	0.96
12	10.87	8.79	10.58	5.85	8.76	12.37	10.54	5.40	9.85	1.48
14	10.91	9.13	10.41	4.18	8.27	17.25	10.58	5.85	9.67	3.21
16	10.98	9.88	10.28	2.80	7.79	22.07	10.69	6.90	9.55	4.42
18	11.10	11.01	10.16	1.62	7.30	26.97	10.83	8.36	9.47	5.23
20	11.25	12.52	10.05	0.59	6.79	32.03	11.00	10.07	9.42	5.73
$E_{Médio}$		12.67		12.68		16.84		11.08		8.26

Tabela (5.7.7) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yx} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx
2	6.59	34.06	12.93	29.32	27.19	171.9	15.69	56.96	23.29	132.9
4	6.84	31.55	10.18	1.87	24.61	146.1	11.34	13.40	19.36	93.60
6	8.60	13.90	9.27	7.26	27.33	173.3	9.86	1.35	19.29	92.91
8	9.45	5.44	8.59	14.09	31.36	213.6	9.35	6.49	19.96	99.62
10	9.73	2.66	8.03	19.67	35.69	256.9	9.49	5.07	20.78	107.8
12	10.04	0.43	7.56	24.32	39.83	298.3	10.10	1.02	21.52	115.2
14	10.50	5.04	7.17	28.20	43.52	335.2	11.04	10.45	22.12	121.2
16	10.96	9.62	6.86	31.38	46.64	366.4	12.22	22.23	22.54	125.4
18	11.82	18.24	6.60	33.96	49.11	391.1	13.56	35.64	22.80	128.0
20	12.63	26.37	6.40	35.97	50.92	409.2	15.01	50.18	22.93	129.3
$E_{Médio}$		14.73		22.60		276.2		20.28		114.6

Tabela (5.7.8) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yy} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 128)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy
2	36.43	21.44	18.44	38.51	52.42	74.76	30.03	0.11	45.14	50.48
4	41.32	37.73	23.43	21.86	58.44	94.80	39.40	31.34	52.94	76.47
6	43.19	43.98	26.08	13.04	55.87	86.23	44.99	49.97	53.88	79.62
8	43.96	46.56	27.85	7.16	50.57	68.58	49.04	63.48	52.49	74.99
10	44.11	47.04	29.23	2.54	44.36	47.88	52.28	74.27	50.22	67.40
12	43.90	46.35	30.42	1.42	37.92	26.40	54.97	83.26	47.60	58.69
14	43.58	45.29	31.50	5.03	31.54	5.15	57.26	90.88	44.91	49.71
16	43.30	44.34	32.52	8.41	25.38	15.37	59.22	97.41	42.25	40.85
18	42.99	43.30	33.50	11.66	19.50	34.96	60.90	103.0	39.68	32.29
20	42.51	41.72	34.44	14.81	13.95	53.48	62.33	107.7	37.24	24.14
$E_{Médio}$		41.74		12.44		50.76		70.14		55.46

Esses dados também foram apresentados graficamente através das figuras (5.7.2) a (5.7.9) a seguir,

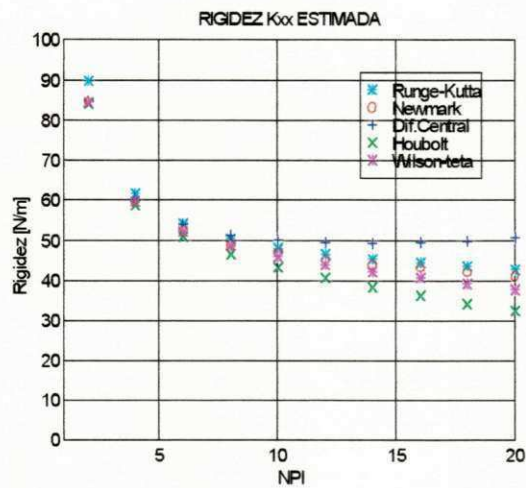


Figura (5.7.2) - Rigidez Kxx identificada para Nt fixo e variação de NPI

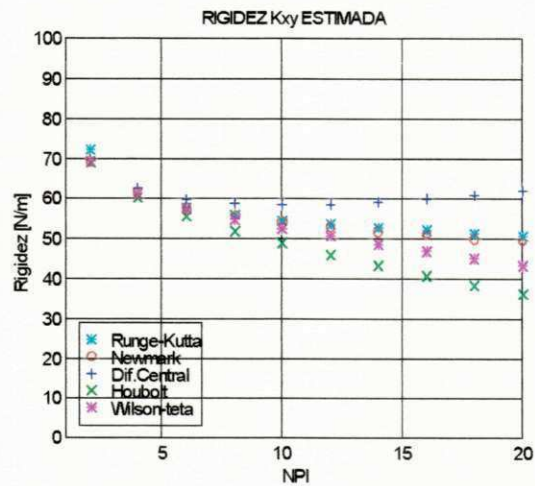


Figura (5.7.3) - Rigidez Kxy identificada para Nt fixo e variação de NPI

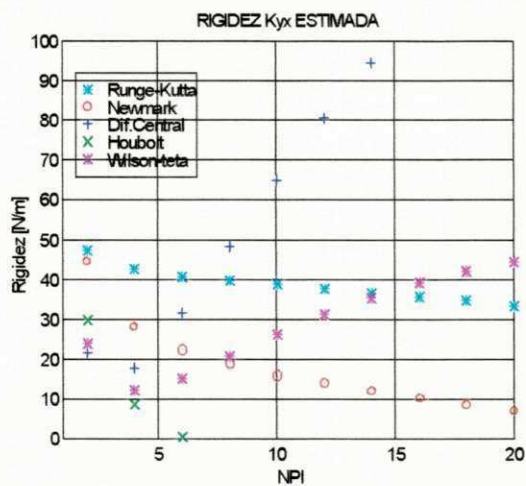


Figura (5.7.4) - Rigidez Kyx identificada para Nt fixo e variação de NPI

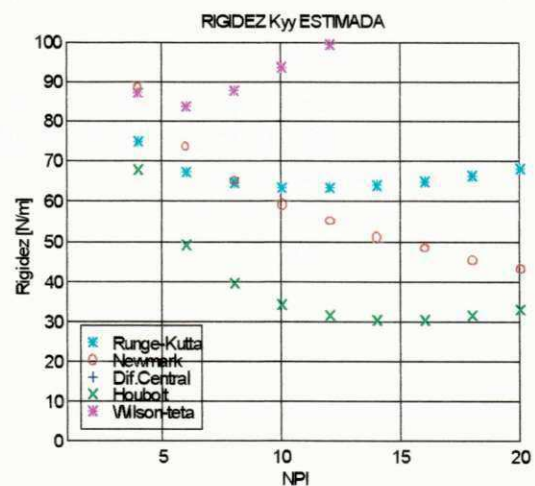


Figura (5.7.5) - Rigidez Kyy identificada para Nt fixo e variação de NPI

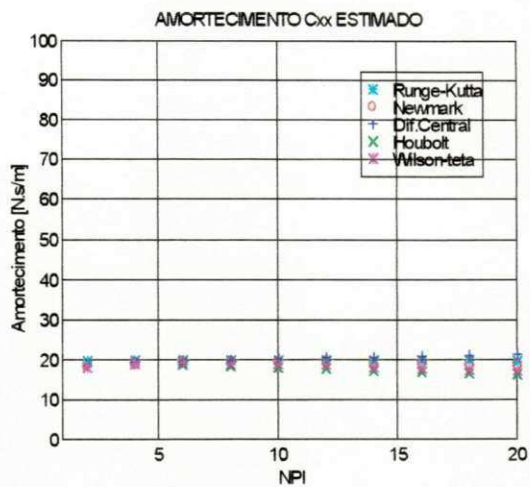


Figura (5.7.6) - Amortecimento C_{xx} identificado para N_t fixo e variação de NPI

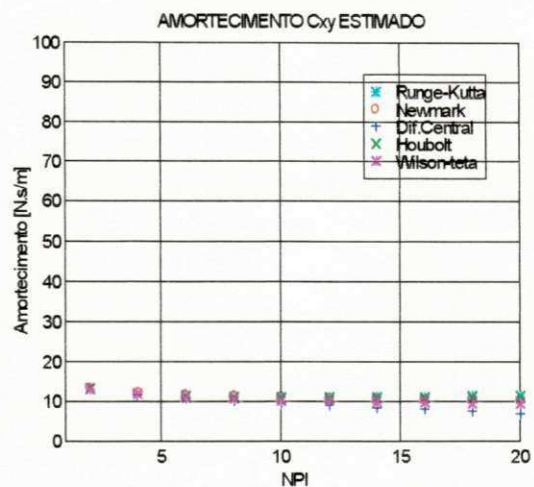


Figura (5.7.7) - Amortecimento C_{xy} identificado para N_t fixo e variação de NPI

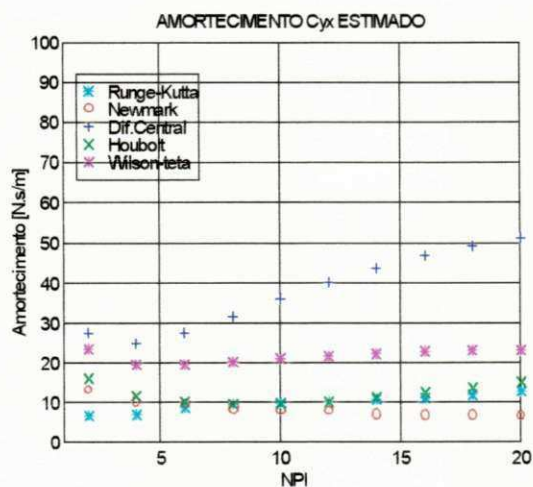


Figura (5.7.8) - Amortecimento C_{yx} identificado para N_t fixo e variação de NPI

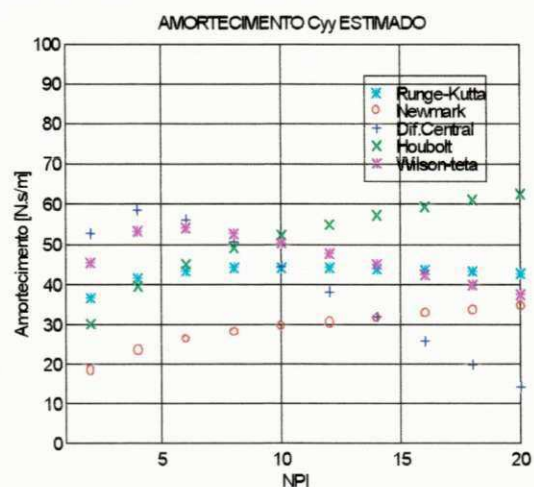


Figura (5.7.9) - Amortecimento C_{yy} identificado para N_t fixo e variação de NPI

Adotou-se também $N_f = 256$ pontos em frequência para avaliação de sua influência e do seu efeito sobre os coeficientes de rigidez e amortecimento identificados. Verificou-se que os resultados não se alteraram significativamente e que por motivo de comprovação e análise constam do apêndice A.

5.7.1 Discussão dos Resultados

Fundamentando esta análise nos valores médios dos erros calculados, conclui-se que, o coeficiente de rigidez K_{xx} estimado, cujos resultados de identificação são apresentados na tabela (5.7.1) e graficamente na figura (5.7.2), denotou uma performance bastante satisfatória para todos os métodos com o crescimento de NPI, com menor destaque para o método da Diferença Central que comparado aos demais métodos foi o que demonstrou os maiores resíduos.

O coeficiente de rigidez K_{xy} estimado e apresentado na tabela (5.7.2) e na figura (5.7.3), teve um comportamento similar ao do coeficiente K_{xx} , destacando somente que a performance do método da Diferença Central continuou inalterada.

O coeficiente de rigidez K_{yx} estimado, cujos resultados foram mostrados na tabela (5.7.3) e na figura (5.7.4), teve um comportamento bastante disperso do seu valor real para praticamente todas as faixas de NPI, apresentando altos resíduos e não destacando nenhum método.

O coeficiente de rigidez K_{yy} estimado e apresentado na tabela (5.7.4) e na figura (5.7.5), teve um comportamento similar ao do coeficiente K_{yx} , destacando somente que a performance do método da Diferença Central continuou inalterada e com erros mais elevados.

Com relação ao coeficiente de amortecimento C_{xx} , cujos resultados de identificação são apresentados na tabela (5.7.5) e graficamente na figura (5.7.6),

denotou uma performance bastante satisfatória para todos os métodos com o decréscimo de NPI, com destaque para o método da Diferença Central que comparado ao método de Runge-Kutta de 4ª ordem foi o que demonstrou os menores resíduos, vindo em seguida, numa seqüência de melhores resultados, os métodos de Newmark, Wilson θ e Houbolt.

O coeficiente C_{xy} estimado cujos resultados são apresentados na tabela (5.7.6) e na figura (5.7.7), teve um comportamento similar ao do coeficiente C_{xx} , frisando somente que o método da Diferença Central não manteve o desempenho anterior, apresentando erros relativamente maiores que os demais métodos.

O coeficiente C_{yx} estimado e apresentado na tabela (5.7.7) e na figura (5.7.8), também comportou-se similarmente à C_{xx} , destacando ainda a alta dispersão dos resultados do método da Diferença Central, acompanhado pelo método de Wilson θ que também apresentou valores discrepantes.

O coeficiente C_{yy} estimado e apresentado na tabela (5.7.8) e na figura (5.7.9), foi satisfatoriamente identificado pelo método de Newmark, destacando-se sobre os demais métodos, inclusive Runge-Kutta de 4ª ordem. Por outro lado, os resíduos dos métodos da Diferença Central, Houbolt e Wilson θ foram bastante elevados para toda a faixa de NPI. Os resultados até agora apresentados e discutidos, denotam uma maior consistência na estimação dos coeficientes de rigidez K_{xx} e K_{xy} e de amortecimento C_{xx} e C_{xy} em comparação aos coeficientes estimados K_{yx} , K_{yy} , C_{yx} e C_{yy} que se mostraram mais sensíveis.

5.8 Resultados do Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Contínua para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico (MDOF)

Neste processo, conforme o item (5.4), procura-se também abordar o problema inversamente, ou seja, partindo-se do conhecimento das respostas dinâmicas adquiridas via simulação através dos métodos numéricos: Newmark, Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Runge-Kutta de 4ª ordem além dos parâmetros obtidos pelas formulações no tempo e em frequência, calculam-se as forças excitadoras do sistema. Para tanto, emprega-se a formulação matemática do *método da equação contínua* desenvolvida no item (4.8) para o sistema MDOF cuja equação é a (4.8.3).

A figura (5.8.1) apresenta o diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua para o sistema MDOF.

As figuras (5.8.2) e (5.8.3) mostram os resultados de identificação de forças para os dados de NPI igual a 6 e 14, respectivamente, extraídos das tabelas (5.6.2) à (5.6.9).

Já as figuras (5.8.4) e (5.8.5) mostram os resultados de identificação de forças para os dados de NPI igual a 6 e 14, respectivamente, extraídos das tabelas (5.6.10) à (5.6.17).

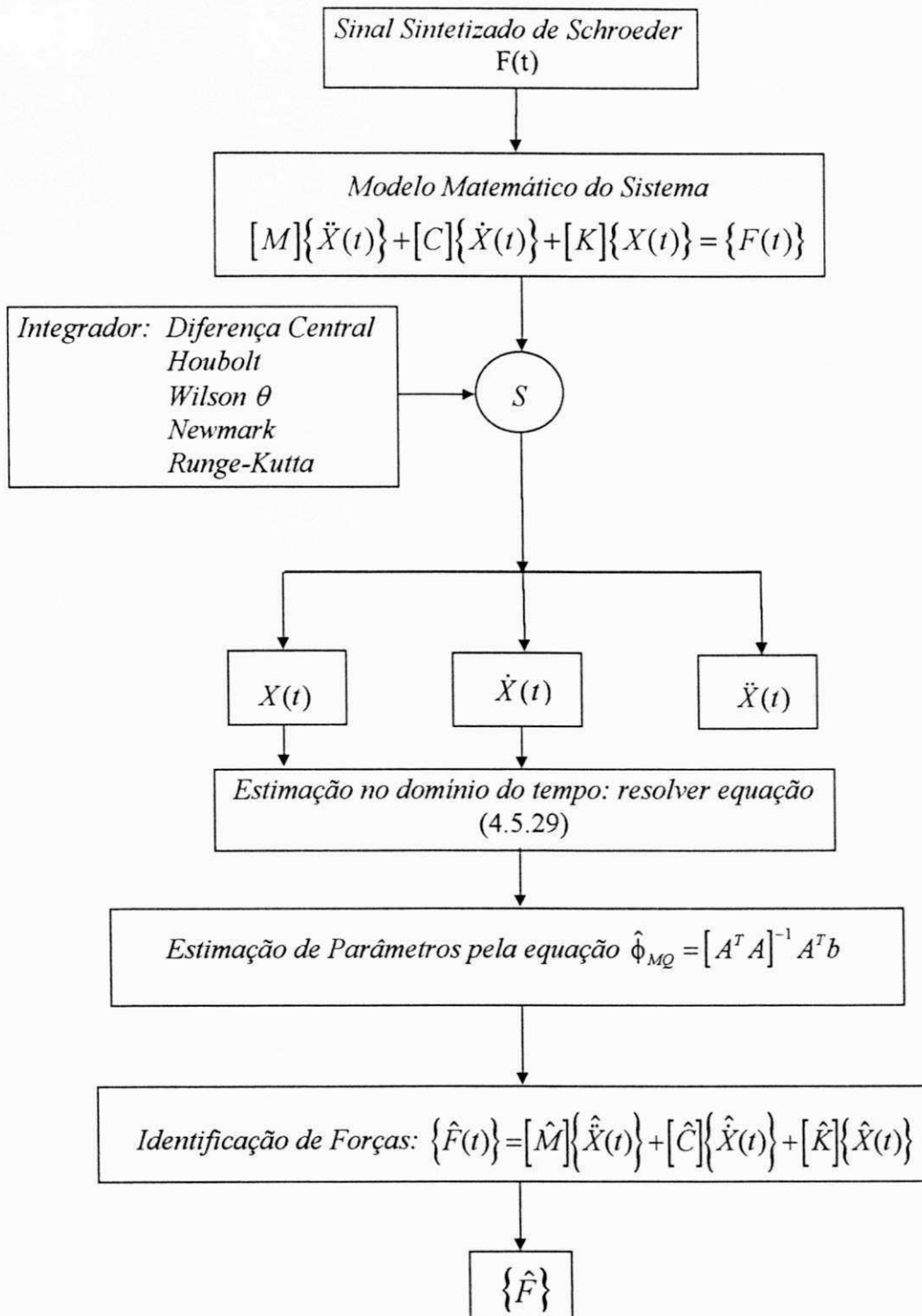


Figura (5.8.1) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua para o sistema MDOF

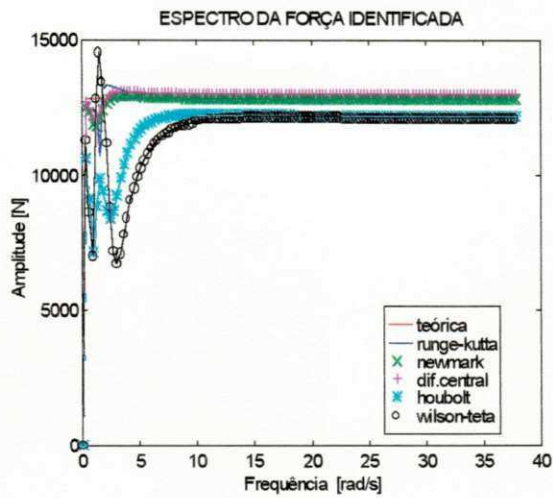


Figura (5.8.2) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 6$ e $Nt = 256$

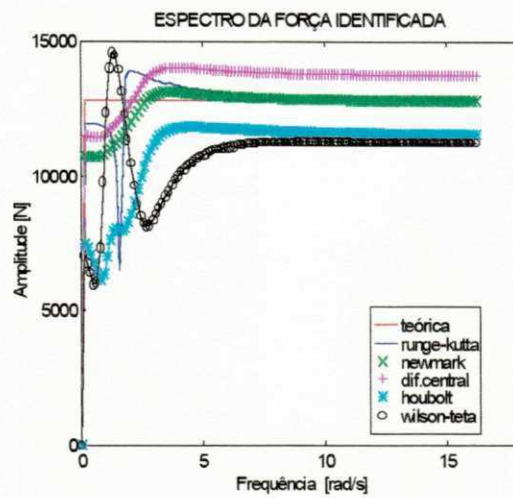


Figura (5.8.3) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 14$ e $Nt = 256$

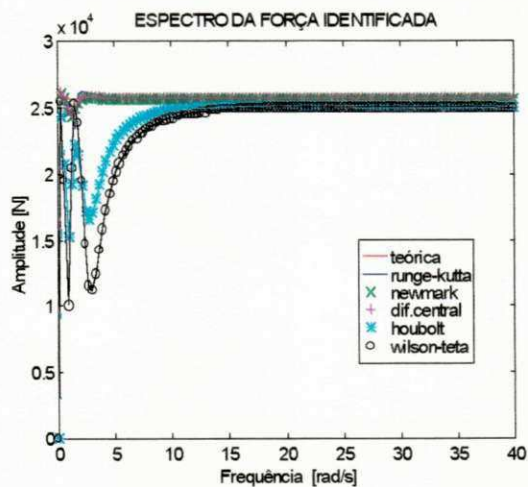


Figura (5.8.4) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 6$ e $Nt = 512$

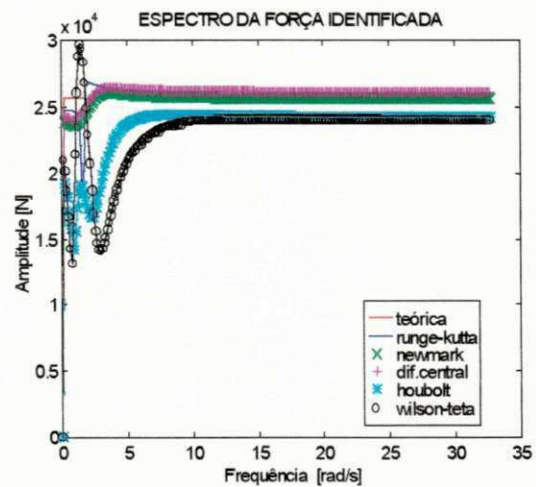


Figura (5.8.5) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para $NPI = 14$ e $Nt = 512$

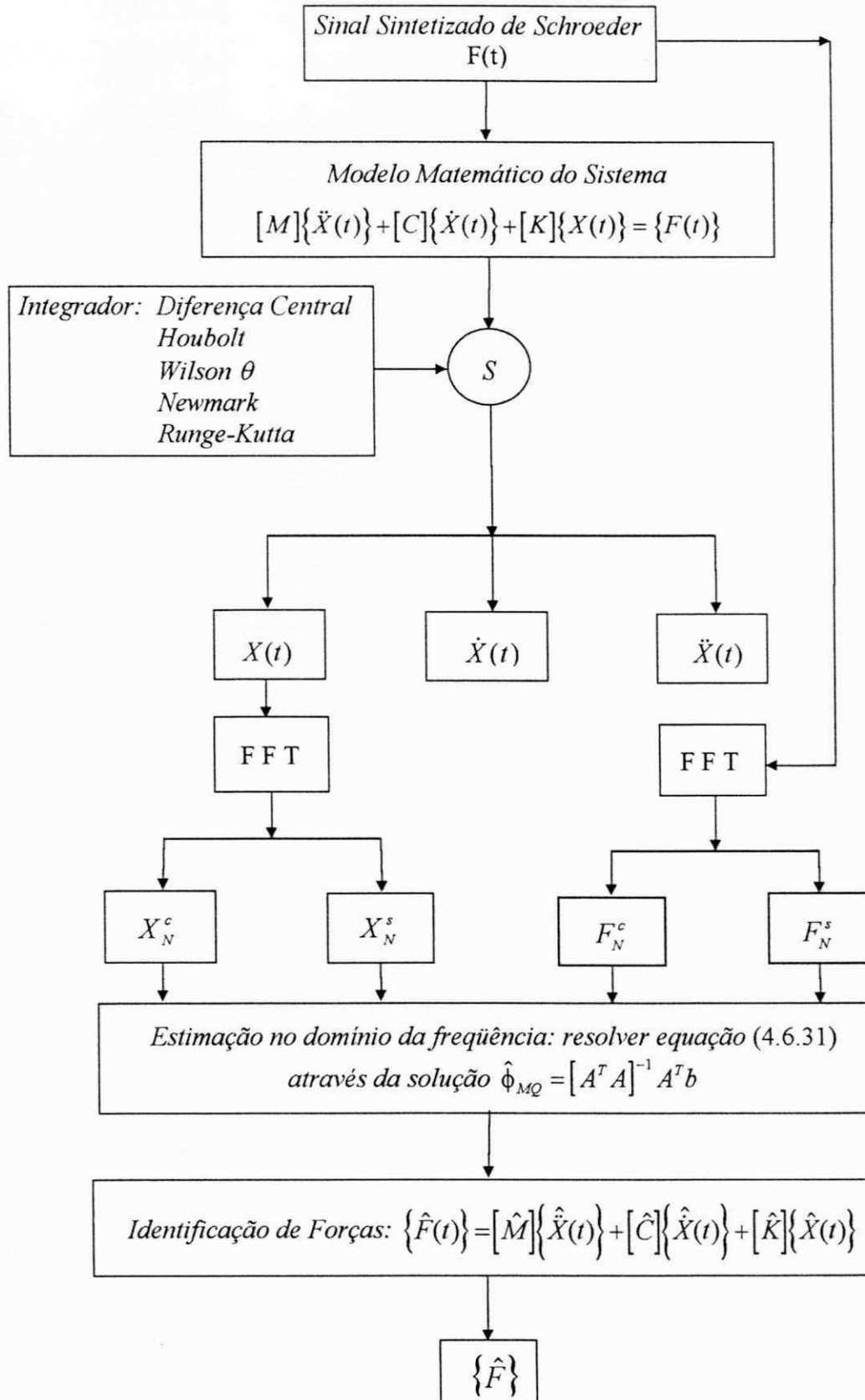


Figura (5.8.6) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação contínua com os resultados de identificação de parâmetros no domínio da frequência para o sistema MDOF

A figura (5.8.6) anterior mostrou o diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo pelo método da equação contínua, com os resultados de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando o espectro da excitação e da resposta, para o sistema MDOF.

As figuras (5.8.7) e (5.8.8) mostram os resultados de identificação de forças para os dados de NPI igual a 10 e 20, respectivamente, extraídos das tabelas (5.7.1) a (5.7.8).

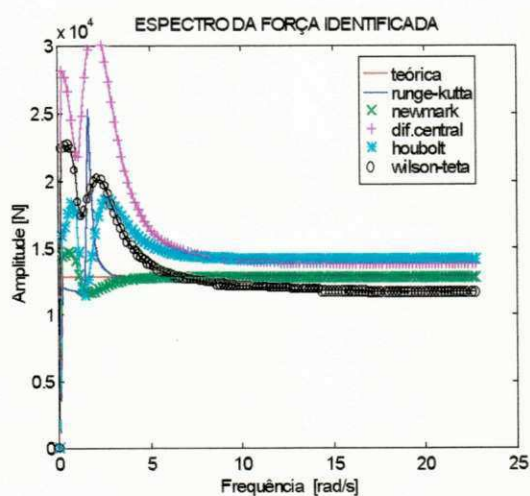


Figura (5.8.7) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 10 e Nt = 256

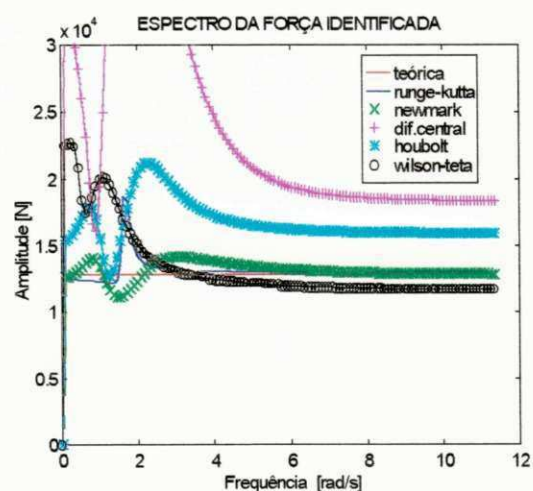


Figura (5.8.8) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação contínua para NPI = 20 e Nt = 256

5.8.1 Discussão dos Resultados

É evidente, pela comparação das figuras (5.8.2) e (5.8.3), que quanto mais precisa for a resposta dinâmica - fator intrinsecamente ligado as condições de consistência e estabilidade do método numérico - e mais consistentes forem os resultados de estimação paramétrica, melhores serão os resultados de identificação de forças provenientes da formulação matemática do método da equação contínua e, obviamente, isto depende da seleção de um adequado intervalo de tempo de discretização para ser alcançado.

Observa-se, da comparação das figuras (5.8.2) e (5.8.3) com as figuras (5.8.4) e (5.8.5), a nítida influência do número de pontos de discretização nos sinais gerando melhores resultados de identificação de forças.

Enfatiza-se ainda, que as figuras (5.8.2) a (5.8.7) descrevem para todos os métodos, independente da formulação matemática que identifica os parâmetros do sistema, um comportamento similar ao do espectro plano da força de estimação teórica, para frequências acima da frequência natural do sistema ($\omega_n = 22,3607$). Também observa-se que as dispersões e distorções dos espectros, gerados pela resposta dinâmica e pelos resultados de estimação de parâmetros, em torno do espectro da força de excitação teórica, principalmente nos casos dos métodos de Houbolt e Wilson θ , são sensivelmente reduzidos à medida que os processos de estimação paramétrica permitirem valores mais consistentes, a ponto

de quando estes valores forem exatos, a estimação da força de excitação pelo *método da equação contínua*, equação (4.8.3), também será exata.

5.9 Resultados do Processo de Identificação de Forças no Domínio do Tempo pelo Método da Equação Discretizada para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico (MDOF)

Aborda-se ainda aqui o problema inversamente, ou seja, partindo-se do conhecimento das respostas dinâmicas adquiridas via simulação através dos métodos numéricos: Newmark, Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Runge-Kutta de 4^a ordem, além dos parâmetros obtidos pelas formulações no tempo e em frequência, calculam-se as forças excitadoras do sistema. Para tanto, emprega-se a formulação matemática do *método da equação discretizada* desenvolvida no item (4.7) para o sistema MDOF cuja equação é a (4.7.3).

A figura (5.9.1) apresenta o diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação discretizada para o sistema MDOF.

As figuras (5.9.2) e (5.9.3) mostram os resultados de identificação de forças para os resultados de NPI igual a 6 e 14, respectivamente, extraídos das tabelas (5.6.2) à (5.6.9).

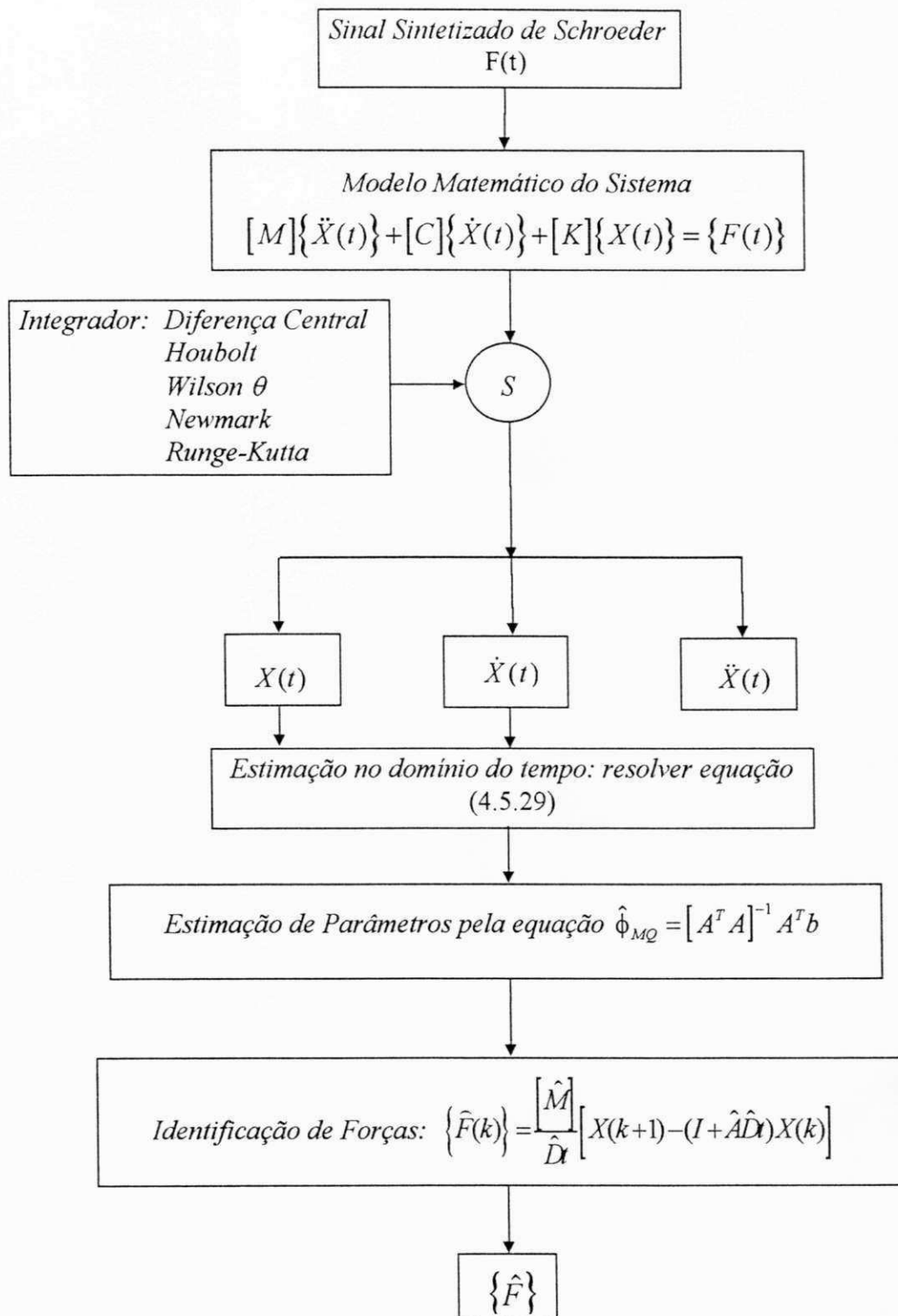


Figura (5.9.1) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças no domínio do tempo usando o método da equação discretizada para o sistema MDOF

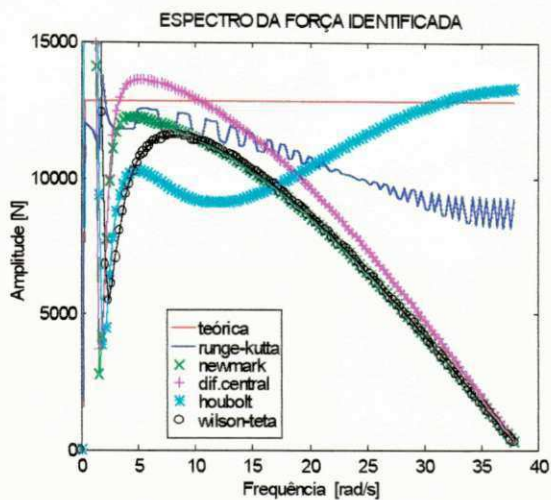


Figura (5.9.2) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação discretizada para $NPI = 6$

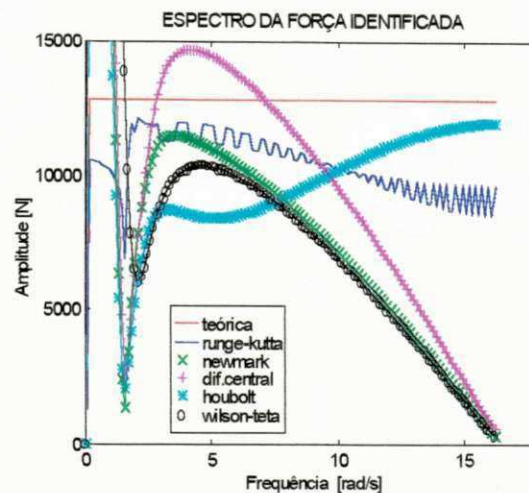


Figura (5.9.3) - Espectros das forças identificadas pelo método da equação discretizada para $NPI = 14$

5.9.1 Discussão dos Resultados

Procura-se enfatizar nesta análise aquilo que também foi considerado na discussão dos resultados de identificação de forças do sistema SDOF. Esta segunda alternativa desenvolvida para o processo de identificação de forças, pela análise dos espectros das forças estimadas conforme as figuras (5.9.2) e (5.9.3), apresentou resultados bastante dispersos do espectro da força de excitação aplicada ao sistema MDOF para toda a faixa de frequência considerada. Ressalta-se uma vez mais que tal fato, dever-se-á possivelmente, ao truncamento da sua fórmula original procedente da equação de estado na forma discretizada, em termos de baixa ordem da série de Taylor, o que requer nova reformulação para que se possa garantir uma maior precisão e conseqüente redução dos erros de discretização da fórmula matemática.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO GERAL

6.1 Conclusão

O objetivo principal deste trabalho constituiu-se em analisar a eficiência dos métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark através do processo de identificação de parâmetros e identificação de perturbações externas no domínio do tempo e no domínio da frequência em sistemas dinâmicos, aplicando o estimador dos mínimos quadrados, comparando-os com os resultados apresentados pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem, considerado eficiente integrador numérico.

Para tanto, após ter sido desenvolvido um resgate bibliográfico de conceitos básicos, temas atuais e afins à área de pesquisa em fontes especializadas, foram definidos os modelos físicos e matemáticos para este estudo, que consistiram de um sistema (SDOF) de um grau de liberdade do tipo massa-mola-amortecedor

viscoso - cuja análise objetivava a sua validação para desdobramentos em sistemas mais complexos - e de um outro sistema (MDOF) de dois graus de liberdade representado pelo conjunto eixo-mancal hidrodinâmico empregado industrialmente em larga escala.

Em seguida, com base no modelamento matemático destes sistemas, foram desenvolvidas todas as formulações matemáticas para os processos de identificação de parâmetros no domínio do tempo e da frequência, bem como, para os processos de identificação de forças ou perturbações externas em duas versões: a versão da equação contínua e a da equação discretizada, ambas no domínio do tempo. Dos resultados alcançados por estes processos, algumas conclusões podem ser delineadas.

As formulações para a identificação de parâmetros no domínio do tempo e no domínio da frequência pelo uso dos espectros da excitação e da resposta, apresentaram comportamento diferenciado nas mesmas faixas de NPI tomadas. Em geral, enquanto NPI aumentou, com o conseqüente acréscimo em Δt , os resultados de estimação pela formulação em frequência tornaram-se mais consistentes, em contraposição, os resultados de estimação pela formulação no tempo foram mais inconsistentes. Situação inversa ocorreu com o decréscimo de NPI. Com isto, pretende-se concluir que ambas as formulações poderão apresentar resultados satisfatórios se devidamente aplicadas sob condições apropriadas.

O método da equação contínua proposto e sugerido pelo professor orientador Oliveira, que permite estimação exata do espectro da fonte excitadora ou perturbadora dos sistemas em função da precisão dos dados de identificação

paramétrica, apresentou resultados bastante consistentes para o processo de identificação de forças, superando em muito o segundo método proposto, o da equação discretizada, o que consolida o primeiro, porém ainda, não invalida o segundo, por se encontrar em fase de estudo. A forte dispersão dos resultados obtidos pelo método da equação discretizada, dever-se-á possivelmente, ao truncamento da sua fórmula original proveniente da equação de estado na forma discretizada, em termos de baixa ordem da série de Taylor, necessitando portanto de nova reformulação para que se possa garantir uma maior precisão e conseqüente redução dos erros de discretização da sua fórmula matemática.

A escolha do intervalo de tempo de discretização “ótimo” para aplicação nos métodos de integração numérica é tarefa complexa, e pode redundar em resultados inconsistentes, portanto, é fator primordial para uma boa performance dos resultados obtidos pelos métodos analisados e conseqüente consistência dos valores de identificação de parâmetros e identificação de forças em sistemas dinâmicos; deixando bastante evidente que este passo está intrinsecamente relacionado com a dinâmica do sistema e não pode ser tomado como um valor aleatório qualquer.

Fica bastante evidenciada a possibilidade de aplicação dos métodos de integração numérica Newmark, Diferença Central - com destaque pelos seus resultados apresentados -, Houbolt e Wilson θ no cálculo numérico dos vetores de estado para aplicação nos processos de identificação de parâmetros no domínio do tempo e da frequência e identificação de forças ou perturbações externas em sistemas dinâmicos, considerando que, para um bom desempenho destes métodos,

fatores como: o melhor critério para escolha do intervalo de tempo de discretização “ótimo”, número de pontos adotados, seleção do sinal de excitação, dinâmica do sistema e condição de estabilidade numérica do método, não podem ser desprezados.

6.2 Sugestões

Pode se tornar os processos de identificação de parâmetros e identificação de forças/perturbações, aqui abordados, mais realísticos do ponto de vista das aplicações práticas, acrescentando-se em todos os sinais de saída a presença de ruídos, o que implicará necessariamente no uso de técnicas de estimação mais apropriadas a esta nova realidade, como é o caso do estimador das variáveis instrumentais.

A formulação matemática para o processo de identificação de forças/perturbações no domínio do tempo na forma discretizada aqui apresentada, por apresentar erros de discretização devido ao truncamento de sua fórmula original, necessita de nova formulação matemática que contemple termos de ordem mais elevada na série de Taylor, de onde procede, visando sua maior precisão e convergência de resultados.

É possível desenvolver uma formulação matemática para a identificação de forças/perturbações, através da formulação matemática que

identifica parâmetros no domínio da frequência usando os espectros da excitação e da resposta, objetivando analisar a sua eficiência, comparando-a com a mesma técnica que aqui foi desenvolvida, porém, no domínio do tempo.

Um procedimento para otimizar os resultados dos processos de identificação aqui tratados, consistiria em melhorar a resolução em frequência dos sinais de deslocamento e força de excitação no tempo, fixando N_t , no entanto, introduzindo-se pontos intermediários nos intervalos de discretização via interpolações cúbicas, splines e outras. Resultados promissores de identificação paramétrica no domínio do tempo para o sistema SDOF, foram alcançados através desta técnica e constam do apêndice B. Foi aplicado no caso, interpolações lineares, mas, espera-se também que as interpolações cúbicas ou splines melhorem estes resultados.

Uma sugestão valiosa consiste em verificar a eficiência do novo critério de busca do passo de integração “ótimo” desenvolvido por Oliveira (1997), aplicando-o nos métodos de integração e nas técnicas de identificação que aqui foram abordadas, o que provavelmente otimizará os resultados alcançados nesta pesquisa.

Pesquisas recentes na área de Dinâmica Estrutural têm apontado para uma tendência inquestionável de utilização conjunta de resultados analíticos e experimentais para obtenção de um modelo capaz de representar satisfatoriamente o comportamento dinâmico da estrutura em questão, atendendo a exigências de maior precisão, como é o caso, entre outros, da indústria Aeroespacial (Carneiro & Arruda, 1989). Portanto, para efeito de validação dos modelos matemáticos e dos

resultados apresentados nesta pesquisa, seria fundamental tentar aplicá-los e reproduzi-los, respectivamente, numa análise experimental em escala real dos sistemas dinâmicos considerados neste estudo, objetivando ajustá-los e consolidá-los para aplicações industriais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARNOLD , C. R.; NARENDA, K., **The Identification and Classification of System**, Technical Report 471, Cambridge, Mass, Cruft Laboratory, Havard Univ., 1975.

ARRUDA, J. R. F., **Análise de Sinais em Software**, CNPq, Relatório de Atividades, 1982.

BARROSO, L. C., **Cálculo Numérico com Aplicações**, Editora Harbra Ltda, São Paulo, 1987.

BATHE, K. J., **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982.

BATHE, K. J.; WILSON, E. L., **Numerical Methods in Finite Element Analysis**, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1976.

BATHE, K. J.; WILSON, E. L., **Stability and Accuracy Analysis of Direct Integration Methods**, International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v.1, pp.283-291, 1973.

BECK, J. V.; ARNOLD, K. J., **Parameter Estimation in Engineering and Science**, New York, John Willey and Sons, 1978,

BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G., **Engineering Application of Correlation and Spectral Analysis**, A. Wiley, Interscience Publication, 1971.

BURROWS, C. R.; SAHINKAYA, M. N.; **Frequency Estimation of Linearized Oil-Film Coeficientes**, Trans ASME, 104:210-15, 1982.

CARNEIRO, S. M. S.; ARRUDA, J. R. F., **Ajuste do Modelo Dinâmico de Estruturas Interconectadas por Juntas Utilizando uma Formulação de Síntese Modal Amortecida**, Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 245-248, Rio de Janeiro, 1989.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P., **Numerical Methods for Engineers**, McGraw-Hill International Editions, Singapore, second edition, 1990.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J., **Dynamics of Structures**, McGraw-Hill International Editions, Singapore, 1993.

CRAIG Jr. R. R., **Structural Dynamics - An Introduction to Computer Methods**, John Wiley & Sons, Canada, 1981.

DIAS Jr. M., **Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos e das Características de uma Perturbação Externa pelo Método das Covariâncias**, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, SP, 1987.

EYKHOFF, P., **System Identification Parameter and States Estimation**, John Wiley & Sons, 1974.

FLOWER, J. O.; FORGE, S. C., **Dynamic Measurements of a Nuclear Reactor Using Low-Peak-Factor Excitation Signals**, Technical Notes, 1978.

FRITZEN, C. P., **Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical Systems**, 10th ASME Conference on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, September, 1985.

KURKA, P. R. G.; MORAES, M.; BLOTTA, E.; GOMES, A. E., **Método de Identificação Paramétrica no Domínio do Tempo, Através de Excitação Aleatória e Resposta de Sistemas Dinâmicos**, Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 469-472, São Paulo, 1991.

KRIEG, R. D., **Unconditional Stability in Numerical Time Integration Methods**, Journal of Applied Mechanics, pp. 417-421, June, 1973

LACERDA Jr., J. A., **Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo Utilizando-se o Filtro de Kalman em Conjunção com o Estimador das Variáveis Instrumentais**, Anais do IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, pp.645-650, Recife, 1996.

LACERDA Jr., J. A., **Estimação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo Utilizando-se o Filtro de Kalman em Conjunção com o Estimador das Variáveis Instrumentais**, Dissertação de Mestrado, UFPB/CPGEM-PB, 1994.

MARIANO, V.; OLIVEIRA, N. V., **Avaliação de Métodos de Integração Numérica Aplicada a Identificação de Perturbações Externas**, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CD COBEM 97, Bauru - SP, 1997.

MARIANO, V.; OLIVEIRA, N. V., **Identificação das Características de Rigidez e Amortecimento de Sistemas Mecânicos Rotativos Utilizando os Métodos das Acelerações Generalizadas**, Anais do III Simpósio de Pesquisa e Extensão da UFRN, pp. 125 e 126, Natal - RN, 1997.

MARIANO, V.; OLIVEIRA, N. V., **Avaliação de Métodos de Integração Numérica Aplicada a Identificação de Forças em Sistemas Mecânicos**, Anais do III Simpósio de Pesquisa e Extensão da UFRN, pp. 127 e 128, Natal - RN, 1997.

McCONNELL, K. G.; VAROTO P. S., **Pseudo-Random Excitation is More Cost Effective Than Random Excitation**, Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference, Honolulu, Hawaii, 1994.

MEIROVITCH, L., **Elements of Vibration Analysis**, McGraw-Hill, Serie International Student, New York, 1975.

MELO, G. P.; TURRA, A. E.; STEFFEN Jr., V, **Identificação de Parâmetros Através das Séries de Fourier: Aplicação na Detecção de Falhas em Sistemas Mecânicos**, Anais do IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, pp.601-605, Recife, 1996.

MELO, G. P.; PEDERIVA, R., **Diagnose de Falhas Através de Observadores de Estado em Sistemas com Parâmetros Desconhecidos**, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CD COBEM 97, Bauru - SP, 1997.

NASCIMENTO, L. P., **Estudo das Forças Excitadoras e da Modelagem Matemática de Máquinas Hidroelétricas**, Dissertação de Mestrado, UNICAMP-SP, 1987.

NATKE, H. G.; CEMPEL, C., **Fault Detection and Localization in Structures: a Discussion**, Mechanical System and Signal Processing, vol.5, n.5, pp.345-356, 1991.

NEWMARK, N. M., **A Method of Computational for Structural Dynamics**, Journal of the Engineering Mechanics Division, pp. 67-94, July, 1959.

NICKELL, R. E., **Direct Integration Methods in Structural Dynamics**, Journal of the Engineering Mechanics Division, pp. 303-317, April, 1973.

NICKELL, R. E., **On the Stability of Approximation Operators in Problems of Structural Dynamics**, International Journal of Solids and Structures, pp. 301-319, v.7, 1971.

OLIVEIRA, N. V., **Conjunção de um Critério Utilizando o Teorema de Nyquist para Simulação Dinâmica de Sistemas Mecânicos**, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CD COBEM 97, Bauru - SP, 1997.

OLIVEIRA, N. V., **Identificación Experimental de Fuerzas Bajo Condiciones Controladas en el Dominio de la Frecuencia**, II Pan American Congress for Applied Mechanics, pp.183-188, Val Parayso, Chile, 1991.

OLIVEIRA, N. V., **Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos com Aplicação a Mancais**, Tese de Doutorado, UNICAMP-SP, 1988.

OLIVEIRA, N. V.; ARRUDA, J. R. F. **Determinação Experimental da Frequência de "Oil-Whirl" em Rotor Rígido**, Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 173-176, São Paulo, 1991.

OLIVEIRA, N. V.; ARRUDA, J. R. F. **Identificação Experimental dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento de Mancal Hidrodinâmico**, Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, 1989.

OLIVEIRA, N. V.; ARRUDA, J. R. F. **Identificação das Características de Rigidez e Amortecimento de Mancal Hidrodinâmico**, Anais do IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 709-711, Florianópolis - SC, 1987.

PAVANELLO, R.; ARRUDA, J. R. F.; IGUTI, F., **Análise do Comportamento Dinâmico de um Hidrogerador**, Anais do VIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 611-614, São José dos Campos - SP, 1985.

RADE, D. A.; STEFFEN JR., V., **Identificação de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo pelo Método das Séries de Fourier**, Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp.303-305, Rio de Janeiro, 1989.

RADE, D. A.; SILVA, L. A., **Utilização de Pólos e Zeros de Funções de Resposta em Frequência para a Identificação de Falhas Estruturais**, Anais do IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, pp.589-594, Recife, 1996.

SAHINKAYA, M. N.; TURKAY, O. S.; BURROWS, C. R., **Minimization of the Variance in Oil-Film Damping Coefficient Estimates**, Transactions of the ASME, v.106, pp. 342-348, December, 1984

SCHROEDER, M. R., **Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation**. IEEE Transactions on Information and Theory, pp.85-89, jan 1970.

SILVA, A. A., **Identificação de Perturbações Externas em Sistemas Mecânicos no Domínio da Frequência Utilizando Técnicas de Estimação**, Dissertação de Mestrado, UFPB/CPGEM-PB, 1992.

SILVA, A. A.; OLIVEIRA, N. V., **Identificação de Perturbações Externas em Sistemas Mecânicos no Domínio da Frequência Utilizando Técnicas de Estimação**, II Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, UFPB/Campus I, v.1, pp.196-202, 1992.

SILVA, A. A.; OLIVEIRA, N. V., **Técnicas de Estimação Aplicadas na Identificação de Forças em Sistemas Mecânicos**, Anais do XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 1209-1212, Brasília, 1993.

SILVA, L. L.; DUARTE, M. A. V.; RIBEIRO, C. R., **Utilização do Método de Newmark na Solução de Problemas Dinâmicos Não Lineares**, Anais do IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, pp.645-650, Recife, 1996.

STEFFEN Jr. , V.; RADE, D. A., **An Identification Method of Multi-Degree-of-Freedom Systems Based on Fourier Series**, The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, v.6, n.4, pp. 271-278, 1991.

THE MATHWORKS, INC., **MATLAB High-Performance Numeric Computation and Visualization Software**, Reference Guide, 1992.

TREIGUER, J. M.; KURKA, P. R. G., **Techniques for Mechanical System Identification on Time Discretization Analysis**, IMAC-XI, vol. I, pp. 599-605, Florida, USA, 1993.

UEMURA, R.; CAVALCA, K. L.; DEDINI, F. G., **Mancais Hidrodinâmicos: Modelamento e Representação como Elementos de Conexão em Sistemas Rotor-Suporte-Fundação**, Anais do IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, pp.681-686, Recife, 1996.

VAROTO, P. S.; McConnell, K. G., **Predicting Random Excitation Forces From Acceleration Response Measurements**, Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, 1997.

VAROTO, P. S.; MUCHERONI, M. F., **Identificação de Parâmetros Modais no Domínio da Frequência**, Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 221-224, São Paulo, 1991.

WANG, J. H., **Mechanical Parameters Identification , With Special Consideration of Noise Effects**, Journal of Sound and Vibration, pp.151-167, 1988.

APÊNDICE A

*RESULTADOS DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS NO DOMÍNIO DA
FREQUÊNCIA E DE FORÇAS PARA $N_f = 256$*

1-A

Tabela (A1) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{xx} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 256)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{xx_{est}}$	EKxx	$K_{xx_{est}}$	EKxx	$K_{xx_{est}}$	EKxx	$K_{xx_{est}}$	EKxx	$K_{xx_{est}}$	EKxx
2	89.91	124.7	84.43	111.0	84.63	111.5	84.42	111.0	84.51	111.2
4	61.74	54.35	59.45	48.63	59.90	49.76	59.39	48.47	59.59	48.99
6	53.96	34.91	52.36	30.91	53.06	32.65	52.14	30.34	52.52	31.30
8	50.34	25.85	49.03	22.59	50.00	25.01	48.54	21.37	49.16	22.91
10	48.17	20.42	47.08	17.70	48.35	20.87	46.24	15.61	47.13	17.84
12	46.69	16.74	45.77	14.43	47.36	18.41	44.51	11.29	45.72	14.30
14	45.64	14.10	44.82	12.05	46.76	16.91	43.08	7.72	44.62	11.56
16	44.84	12.11	44.07	10.19	46.40	16.00	41.82	4.57	43.71	9.28
18	44.21	10.54	43.46	8.67	46.20	15.50	40.67	1.68	42.90	7.26
20	43.70	9.25	42.95	7.37	46.12	15.30	39.59	1.01	42.16	5.42

Tabela (A2) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{xy} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 256)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{xy_{est}}$	EKxy	$K_{xy_{est}}$	EKxy	$K_{xy_{est}}$	EKxy	$K_{xy_{est}}$	EKxy	$K_{xy_{est}}$	EKxy
2	72.16	44.33	69.19	38.39	69.38	38.76	69.14	38.28	69.24	38.48
4	61.23	22.47	61.43	22.86	61.93	23.86	61.23	22.47	61.52	23.05
6	57.60	15.20	57.93	15.87	58.77	17.55	57.45	14.90	58.01	16.03
8	55.85	11.71	56.04	12.08	57.25	14.51	55.11	10.23	56.03	12.07
10	54.75	9.50	54.81	9.62	56.45	12.90	53.33	6.66	54.66	9.33
12	53.92	7.85	53.92	7.84	56.02	12.04	51.79	3.58	53.58	7.16
14	53.29	6.58	53.21	6.43	55.82	11.64	50.36	0.73	52.63	5.26
16	52.78	5.57	52.62	5.25	55.78	11.56	49.00	1.98	51.75	3.51
18	52.37	4.74	52.11	4.22	55.86	11.72	47.69	4.61	50.91	1.83
20	52.01	4.02	51.64	3.28	56.02	12.05	46.40	7.19	50.09	0.19

Tabela (A3) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{yx} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 256)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{yx_{est}}$	EKyx	$K_{yx_{est}}$	EKyx	$K_{yx_{est}}$	EKyx	$K_{yx_{est}}$	EKyx	$K_{yx_{est}}$	EKyx
2	47.20	136.0	45.12	125.6	10.65	46.70	31.08	55.40	17.48	12.56
4	44.15	120.7	29.46	47.30	-4.43	122.1	10.97	45.11	-0.01	100.0
6	43.51	117.5	24.58	22.94	-1.29	106.4	3.54	82.25	-1.54	107.7
8	43.70	118.5	21.79	8.97	6.08	69.56	-0.95	104.7	0.43	97.84
10	43.67	118.3	19.80	0.97	15.03	24.80	-4.09	120.4	3.66	81.65
12	43.05	115.2	18.21	8.92	24.57	22.87	-6.41	132.0	7.37	63.14
14	42.15	110.7	16.85	15.70	34.23	71.16	-8.17	140.8	11.17	44.12
16	41.29	106.4	15.65	21.74	43.76	118.8	-9.49	147.4	14.89	25.51
18	40.58	102.9	14.54	27.25	53.02	165.1	-10.47	152.3	18.44	7.76
20	39.96	99.82	13.52	32.38	61.93	209.6	-11.17	155.8	21.77	8.87

Tabela (A4) - Identificação do coeficiente de rigidez K_{yy} [N/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$K_{yy_{est}}$	EKyy	$K_{yy_{est}}$	EKyy	$K_{yy_{est}}$	EKyy	$K_{yy_{est}}$	EKyy	$K_{yy_{est}}$	EKyy
2	111.8	86.40	143.7	139.5	125.0	108.4	131.7	119.6	127.4	112.4
4	69.97	16.62	91.18	51.96	68.88	14.81	71.59	19.32	68.93	14.88
6	59.58	0.69	76.99	28.32	64.73	7.89	53.27	11.20	58.38	2.68
8	54.57	9.04	69.76	16.28	71.73	19.55	43.47	27.54	57.61	3.97
10	51.98	13.35	65.08	8.47	82.85	38.09	37.17	38.04	60.33	0.56
12	51.17	14.70	61.62	2.70	95.70	59.50	32.78	45.35	64.50	7.50
14	51.40	14.32	58.84	1.92	109.1	81.98	29.62	50.61	69.21	15.36
16	51.99	13.34	56.50	5.83	122.7	104.6	27.33	54.43	74.04	23.40
18	52.63	12.26	54.44	9.26	136.1	126.8	25.70	57.15	78.75	31.25
20	53.30	11.15	52.59	12.33	149.0	148.4	24.58	59.02	83.22	38.71

Tabela (A5) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xx} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx	$C_{xx_{est}}$	ECxx
2	19.46	2.69	17.93	10.23	17.89	10.50	17.90	10.48	17.90	10.46
4	19.62	1.89	19.04	4.79	19.03	4.83	18.94	5.29	18.99	5.03
6	19.72	1.39	19.34	3.29	19.38	3.09	19.13	4.32	19.26	3.69
8	19.83	0.84	19.48	2.57	19.58	2.05	19.14	4.30	19.35	3.20
10	19.89	0.54	19.55	2.20	19.73	1.31	19.04	4.75	19.37	3.13
12	19.90	0.47	19.59	2.03	19.85	0.72	18.89	5.50	19.33	3.34
14	19.89	0.51	19.60	2.00	19.95	0.21	18.71	6.44	19.24	3.75
16	19.88	0.57	19.58	2.06	20.04	0.24	18.50	7.49	19.13	4.30
18	19.86	0.65	19.56	2.19	20.13	0.68	18.27	8.60	19.00	4.96
20	19.85	0.74	19.52	2.37	20.22	1.11	18.04	9.75	18.85	5.71

Tabela (A6) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{xy} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_f = 256$)

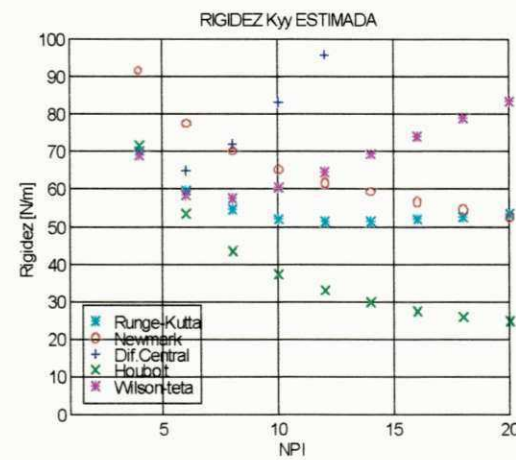
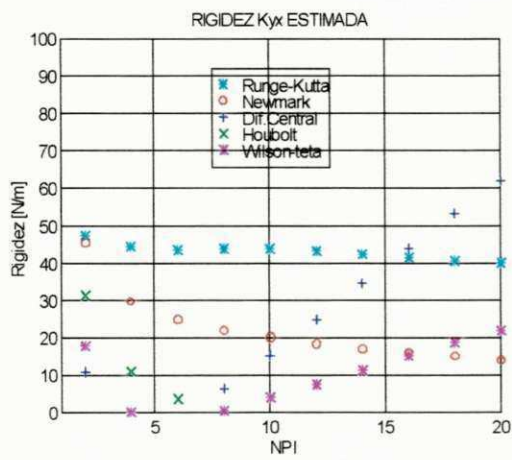
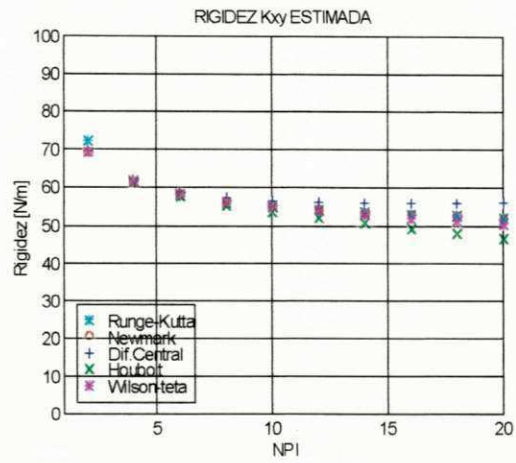
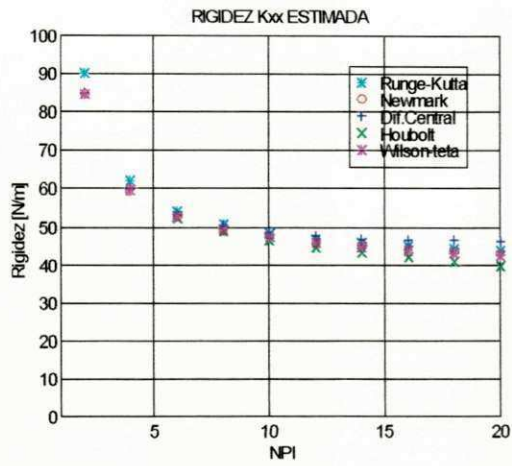
métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy	$C_{xy_{est}}$	ECxy
2	12.76	27.63	13.15	31.59	13.00	30.05	13.10	31.08	13.07	30.74
4	11.64	16.41	12.09	20.99	11.77	17.71	11.95	19.56	11.90	19.08
6	11.12	11.26	11.46	14.68	10.99	9.92	11.23	12.34	11.18	11.81
8	10.86	8.63	11.09	10.96	10.47	4.78	10.79	7.92	10.72	7.24
10	10.72	7.20	10.84	8.49	10.09	0.92	10.49	4.99	10.40	4.02
12	10.63	6.36	10.66	6.69	9.77	2.25	10.30	3.00	10.15	1.58
14	10.58	5.86	10.53	5.30	9.49	5.04	10.16	1.66	9.96	0.34
16	10.55	5.57	10.41	4.16	9.24	7.58	10.08	0.81	9.80	1.92
18	10.54	5.45	10.32	3.21	9.00	9.96	10.03	0.35	9.67	3.22
20	10.54	5.47	10.23	2.39	8.77	12.25	10.02	0.20	9.56	4.30

Tabela (A7) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yx} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 256)

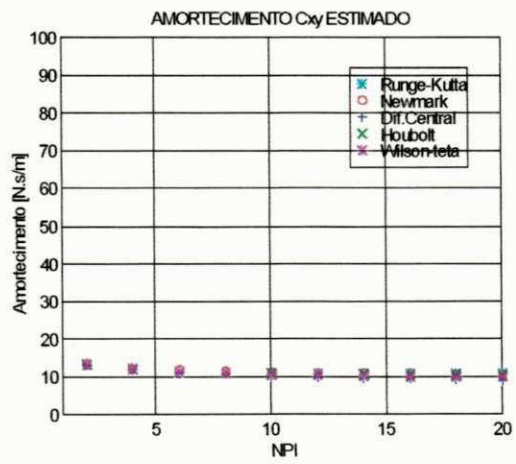
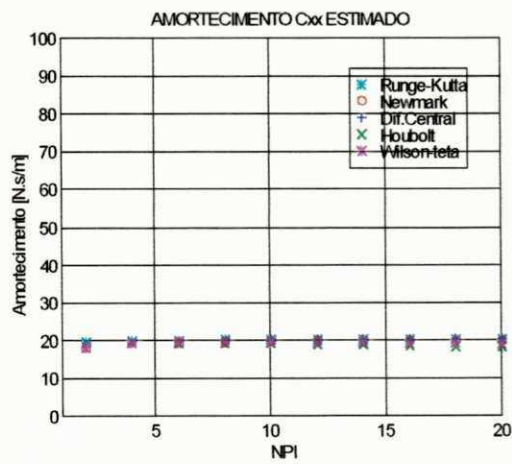
métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx	$C_{yx_{est}}$	ECyx
2	6.17	38.23	13.16	31.68	25.37	153.7	15.98	59.83	22.25	122.5
4	5.57	44.20	10.63	6.34	20.01	100.1	11.58	15.89	17.02	70.24
6	6.56	34.39	9.93	0.66	19.60	96.09	9.75	2.42	15.73	57.37
8	6.78	32.12	9.43	5.63	20.81	108.1	8.58	14.11	15.55	55.56
10	6.64	33.57	9.02	9.72	22.84	128.4	7.84	21.51	15.91	59.13
12	6.71	32.89	8.67	13.27	25.29	152.9	7.42	25.73	16.53	65.34
14	7.06	29.35	8.35	16.44	27.94	179.4	7.25	27.48	17.26	72.67
16	7.50	24.94	8.06	19.32	30.63	206.3	7.27	27.29	18.02	80.27
18	7.89	21.00	7.80	21.94	33.30	233.0	7.44	25.53	18.76	87.64
20	8.23	17.61	7.56	24.34	35.88	258.8	7.75	22.48	19.45	94.52

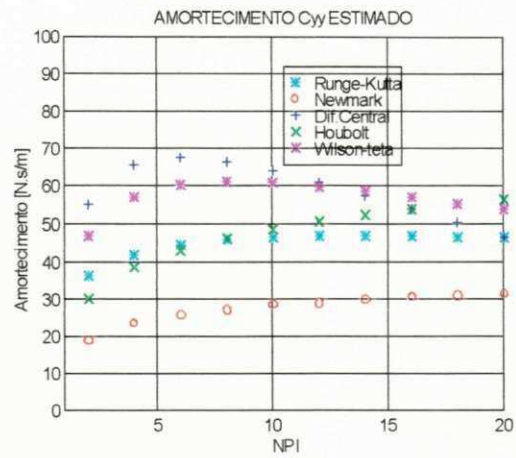
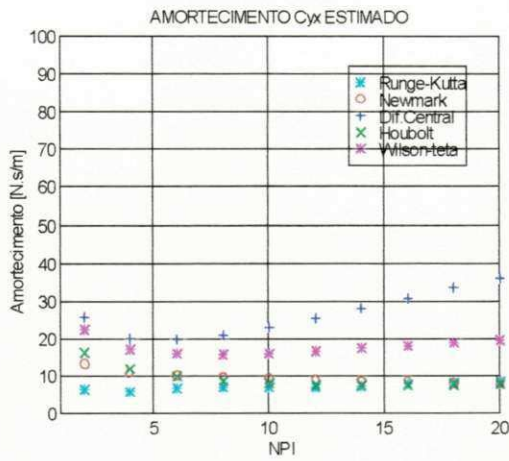
Tabela (A8) - Identificação do coeficiente de amortecimento C_{yy} [N.s/m] no domínio da frequência em função de NPI e seu respectivo erro [%] (Nf = 256)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy	$C_{yy_{est}}$	ECyy
2	36.18	20.60	18.46	38.44	54.80	82.67	29.82	0.57	46.53	55.11
4	41.73	39.12	23.26	22.46	65.47	118.2	38.36	27.88	56.86	89.55
6	44.29	47.64	25.60	14.64	67.47	124.9	42.94	43.14	60.19	100.6
8	45.73	52.44	27.03	9.89	66.35	121.1	46.01	53.39	60.95	103.1
10	46.44	54.81	28.04	6.51	63.89	112.9	48.39	61.31	60.56	101.8
12	46.65	55.50	28.84	3.83	60.77	102.5	50.36	67.89	59.57	98.57
14	46.60	55.36	29.52	1.57	57.32	91.08	52.08	73.61	58.25	94.19
16	46.48	54.96	30.13	0.44	53.72	79.09	53.61	78.71	56.76	89.22
18	46.35	54.50	30.68	2.28	50.07	66.91	55.00	83.33	55.18	83.93
20	46.19	53.99	31.20	4.02	46.42	54.74	56.27	87.57	53.55	78.50

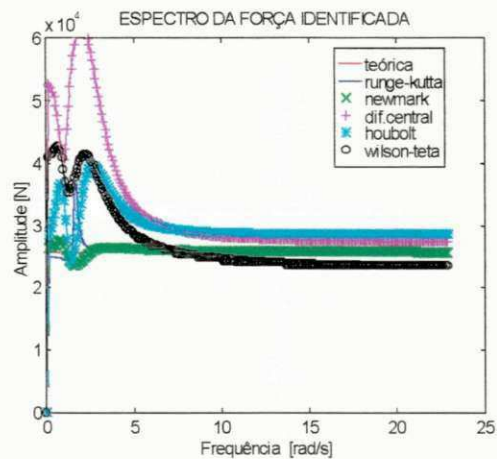
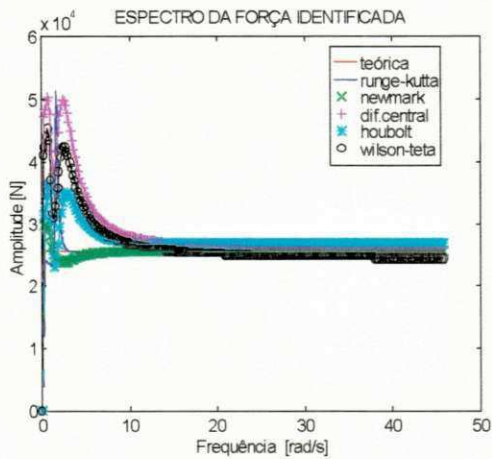


Gráficos de estimação dos coeficientes linearizados de Rigidez para o sistema MDOF (Mancal Hidrodinâmico) correspondentes as tabelas (A1) a (A4) - Domínio da Frequência usando o Espectro da Excitação e da Resposta. - Nf = 256





Gráficos de estimação dos coeficientes linearizados de Amortecimento para o sistema MDOF (Mancal Hidrodinâmico) correspondentes as tabelas (A5) a (A8) - Domínio da Frequência usando o Espectro da Excitação e da Resposta. - Nf = 256



Identificação de Força para o sistema MDOF (Mancal Hidrodinâmico): Nf = 256; correspondentes as tabelas (A1) a (A8) NPI = 10 (esq) e 20 (dir); pelo método da equação contínua no domínio do tempo, usando os resultados de identificação de parâmetros no domínio da frequência através do espectro da excitação e da resposta.

APÊNDICE B

*RESULTADOS PRELIMINARES DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS
USANDO PONTOS INTERMEDIÁRIOS PARA O SISTEMA SDOF*

Tabela (B1) - Identificação dos coeficientes de rigidez K [N/m] e de amortecimento C [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seus respectivos erros [%] tomando 1 ponto intermediário ($N_t = 128$)

NPI	6		7		8		9		10	
	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$
K	6519.1	30.38	6426.4	28.52	6184.3	23.68	5813.0	16.26	5368.3	7.36
C	269.2	49.57	242.2	34.58	219.1	21.71	200.6	11.42	187.4	4.11

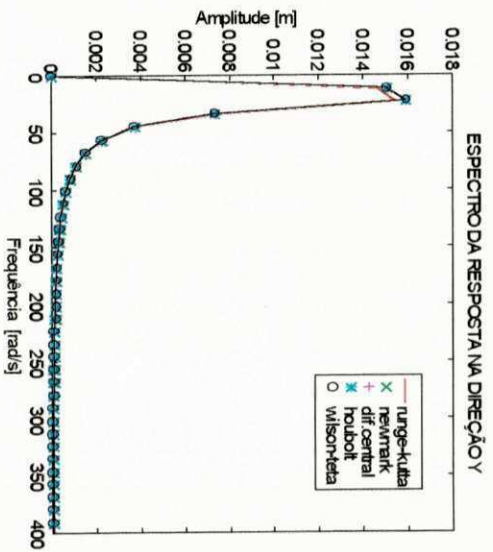
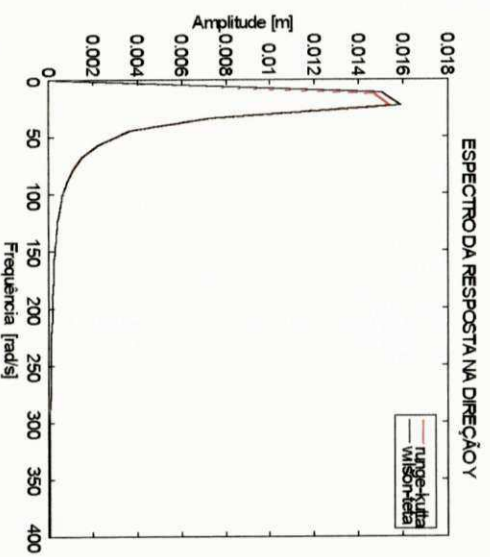
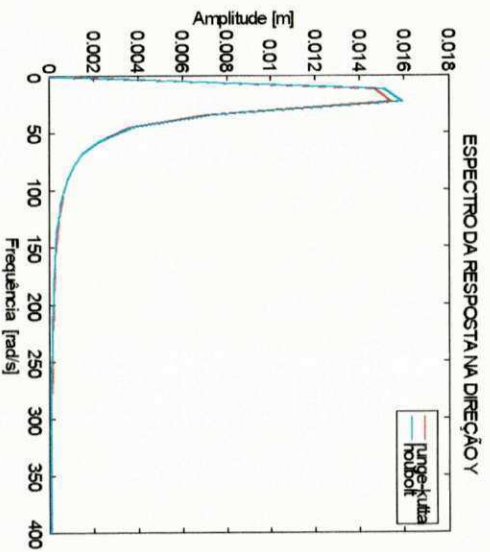
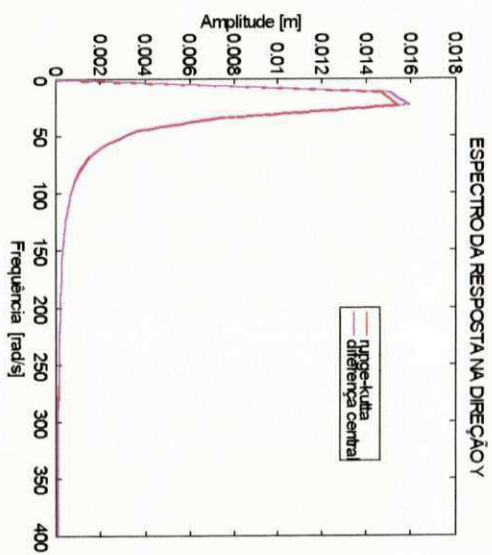
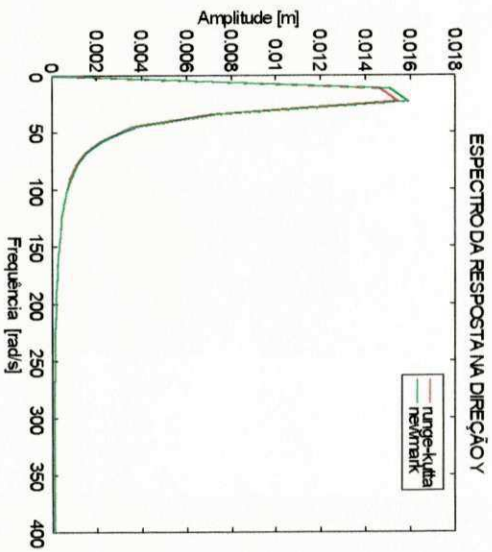
Tabela (B2) - Identificação dos coeficientes de rigidez K [N/m] e de amortecimento C [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seus respectivos erros [%] tomando 2 pontos intermediários ($N_t = 128$)

NPI	6		7		8		9		10	
	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$	Φ_{est}	$E\Phi_{est}$
K	6035.8	20.71	5940.0	18.79	5769.9	15.39	5467.6	9.35	5086.9	1.73
C	251.3	39.63	231.1	28.41	212.4	18.00	196.3	9.08	185.0	2.78

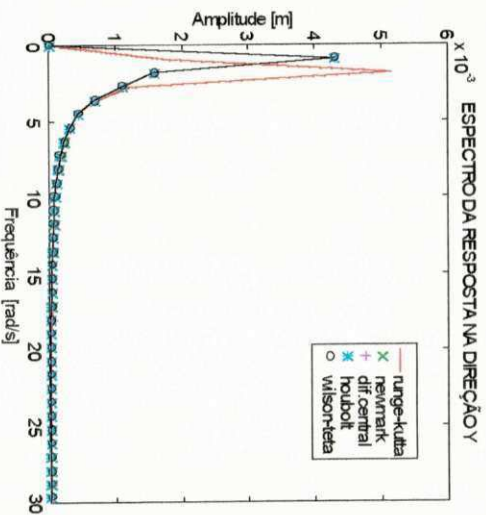
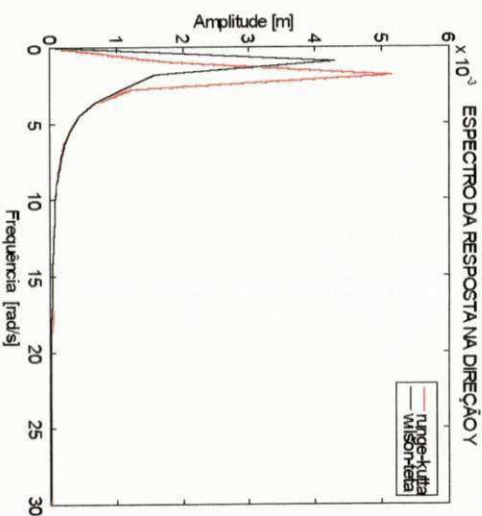
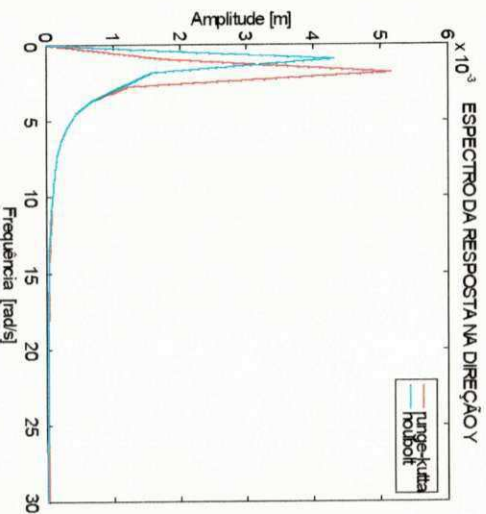
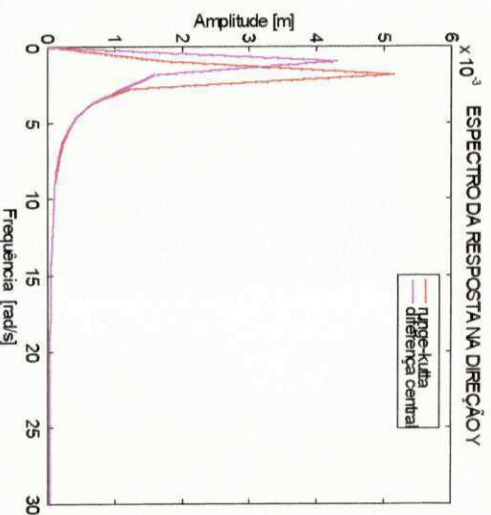
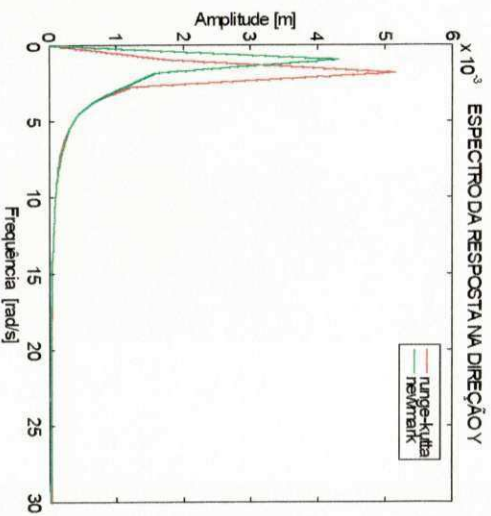
APÊNDICE C

*GRÁFICOS DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA OS SISTEMAS
SDOF E MDOF*

TRPb / BIBLIOTECA / PRAI



Gráficos de Resposta em
 Frequência para o Sistema
 SDOF considerando:
 $NPI = 2$ e $Nt = 256$



Gráficos de Resposta em
 Frequência para o Sistema
 MDOF considerando:
 $NPI = 2$ e $Nt = 256$

APÊNDICE D

TRABALHOS PUBLICADOS

XIV CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA
BAURU - SP - BRASIL (DEZEMBRO, 1997)
14th BRASILIAN CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING
BAURU - SP - BRAZIL (DECEMBER, 1997)
PAPER CODE: COB964 - CD COBEM 97

**AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA
APLICADA A IDENTIFICAÇÃO DE PERTURBAÇÕES EXTERNAS /
NUMERICAL VALUATION INTEGRATION METHODS APPLIED TO A EXTERNAL
PERTURBATIONS IDENTIFICATION**

Valdemir Mariano

Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia - UFPB / ETFPE - UNED Pesqueira

Natanael Victor de Oliveira

Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia - UFPB

CEP 58109-970 - Campina Grande, Brasil - E - mail:jornaljc@cct.ufpb.br

Abstract

In this work the accuracy of numerical integration methods such as: Central Difference method, Houbolt method, Wilson θ and Newmark methods have been investigated. These methods were applied on a process of external perturbations (force) identification in dynamic systems using least square estimation method. The results obtained from the application of each method were compared with the results obtained by using the numerical integration Runge-Kutta method of 4th order. In this study, a MDOF system of two degree-of-freedom, which consists of an axis-plain cylindrical journal bearing system, was applied. From the results it can be conclude that the Newmark method has an accuracy closer to the Runge-Kutta method than the other methods investigated.

Keywords

Avaliação Numérica, Integração, Identificação, Força.

Numerical Valuation, Integration, Identification, Force.

1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas básicos da ciência é a tarefa de se explicar observações físicas a partir de equações matemáticas. A área relacionada à identificação de sistemas está sendo largamente utilizada e existe uma preocupação evidente em escolher equações matemáticas que descrevam adequadamente relações entre os dados de entradas e saídas para sistemas reais (Oliveira, 1991). Em muitas situações, nem todos os parâmetros do sistema são conhecidos e em alguns sistemas mecânicos, mesmo com o conhecimento prévio de um modelo matemático que retrate aproximadamente o seu comportamento dinâmico, em dadas situações, é praticamente impossível obter-se parâmetros destes modelos de forma direta (rigidez e amortecimento de um filme de óleo, por exemplo) (Lacerda et al., 1996). Nestes casos recorre-se a técnicas de identificação ou estimação de parâmetros que objetivam a determinação dos valores desconhecidos a partir dos sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta) do sistema (Rade et al., 1989). As diversas técnicas de estimação existentes na literatura - mínimos quadrados, variáveis instrumentais, estimação sequencial, filtro de Kalman estendido, entre outras - apresentam "restrições" que dependendo da natureza e da dinâmica do sistema podem redundar em resultados bastante diferentes daqueles do sistema real. Estes métodos podem, sem perda de generalidade, serem adaptados e adequadamente utilizados para identificação de perturbações (forças) de sistemas mecânicos. As vibrações provocadas por estas perturbações são das mais diversas e variadas natureza, como exemplo

tem-se as vibrações síncronas, assíncronas, supersíncronas, aleatórias, para não citar outras. Em geral são fontes de excitação que podem causar e/ou originar ruídos e tensões dinâmicas, que resultam em fadiga, e em consequência, falha de estruturas. Em geral, a eficiência do estimador depende do método de integração numérica a ser utilizado. Neste trabalho investiga-se os métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark (Bathe, 1982). Em seguida, compara-se com o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Os resultados da simulação em termos do vetor de estado é então utilizado para identificar forças no domínio do tempo. O sinal de excitação simulado é do tipo periódico com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco, (Schroeder, 1970).

2. APRESENTAÇÃO DOS MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO DIRETA

As equações do movimento de sistemas mecânicos com n graus de liberdade podem ser resolvidas no domínio do tempo por métodos de integração numérica tais como: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ , Newmark e Runge-Kutta de 4ª ordem, entre outros, pela transformação do sistema de equações diferenciais na forma de estado. A escolha do método que melhor se adapta ao processo de simulação, para testar os métodos de identificação de parâmetros, depende essencialmente de fatores como por exemplo: escolha do passo de integração, problemas de instabilidade numérica inerentes ao método a ser escolhido, introdução de amortecimento fictício no sistema, etc.. Estes fatores apresentam efeitos cruciais na simulação do sistema e em particular no processo de identificação de parâmetros (Oliveira, 1991). A equação diferencial genérica representativa da resposta dinâmica de um sistema mecânico pode ser dada por,

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{R\} \quad (1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez respectivamente; $\{R\}$ é o vetor força de excitação; $\{U\}$, $\{\dot{U}\}$ e $\{\ddot{U}\}$ são os vetores deslocamento, velocidade e aceleração do sistema, respectivamente. Se a relação de equilíbrio (1) é estimada como um sistema de equações diferenciais com coeficientes constantes, implica que algumas convenientes expressões de diferenças finitas para aproximar as acelerações e velocidades em termos de deslocamentos podem ser usadas. Um procedimento que pode ser muito eficaz na solução de alguns problemas é o *Método da Diferença Central*, no qual é assumido que,

$$\{\ddot{U}^t\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{U^{t-\Delta t} - 2U^t + U^{t+\Delta t}\} \quad (2)$$

$$\{\dot{U}^t\} = \frac{1}{2\Delta t} \{-U^{t-\Delta t} + U^{t+\Delta t}\} \quad (3)$$

A solução para o deslocamento no tempo $t + \Delta t$ é obtida considerando (1) no tempo t , ou seja,

$$[M]\{\ddot{U}^t\} + [C]\{\dot{U}^t\} + [K]\{U^t\} = \{R^t\} \quad (4)$$

Substituindo as relações para $\{\ddot{U}^t\}$ e $\{\dot{U}^t\}$ em (2) e (3), respectivamente, na equação (4), obtemos,

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^t\} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2}[M]\right)\{U^t\} - \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t-\Delta t}\} \quad (5)$$

a qual pode ser solucionada para $\{U^{t+\Delta t}\}$. O esquema do *Método de Integração de Houbolt* é algo parecido com o método da diferença central apresentado anteriormente, no qual as expressões padrões de diferenças finitas são usadas para aproximar as componentes da aceleração e da velocidade em

termos das componentes do deslocamento. As seguintes expressões de diferenças finitas são empregadas no método de integração de Houbolt:

$$\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{2U^{t-\Delta t} - 5U^t + 4U^{t+\Delta t} - U^{t+2\Delta t}\} \quad (6)$$

$$\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} = \frac{1}{6\Delta t} \{11U^{t+\Delta t} - 18U^t + 9U^{t-\Delta t} - 2U^{t-2\Delta t}\} \quad (7)$$

Para a obtenção da solução no tempo $t + \Delta t$, será considerada (1) no tempo $t + \Delta t$ (e não no tempo t conforme o método da diferença central), a qual torna-se,

$$[M]\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\} + [C]\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} + [K]\{U^{t-\Delta t}\} = \{R^{t-\Delta t}\} \quad (8)$$

Substituindo (6) e (7) em (8) e arranjando todos os membros conhecidos no lado direito da equação, obtém-se para a solução de $\{U^{t+\Delta t}\}$,

$$\left(\frac{2}{\Delta t^2}[M] + \frac{11}{6\Delta t}[C] + [K]\right)\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^{t-\Delta t}\} + \left(\frac{5}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{\Delta t}[C]\right)\{U^t\} - \left(\frac{4}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t-\Delta t}\} + \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{3\Delta t}[C]\right)\{U^{t-2\Delta t}\} \quad (9)$$

O *Método Wilson θ* é essencialmente uma extensão do método da aceleração linear no qual é assumido uma variação linear da aceleração desde o tempo t até o tempo $t + \Delta t$. Para o método tornar-se incondicionalmente estável é necessário adotar o parâmetro $\theta \geq 1.37$, e usualmente toma-se $\theta = 1.40$ (Bathe, 1982). Denotando τ o incremento no tempo, onde $0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$, tem-se que para o intervalo de tempo t a $t + \theta\Delta t$,

$$\{\ddot{U}^{t+\tau}\} = \{\ddot{U}^t\} + \frac{\tau}{\theta\Delta t} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (10)$$

Integrando (10) em relação a τ , obtém-se

$$\{\dot{U}^{t+\tau}\} = \{\dot{U}^t\} + \{\ddot{U}^t\}\tau + \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (11)$$

$$e \quad \{U^{t+\tau}\} = \{U^t\} + \{\dot{U}^t\}\tau + \frac{1}{2}\{\ddot{U}^t\}\tau^2 + \frac{1}{6\theta\Delta t}\tau^3 \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (12)$$

Tomando (11) e (12) no tempo $t + \theta\Delta t$,

$$\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \{\dot{U}^t\} + \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} + \ddot{U}^t\} \quad (13)$$

$$\{U^{t+\theta\Delta t}\} = \{U^t\} + \theta\Delta t \{\dot{U}^t\} + \frac{\theta^2\Delta t^2}{6} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} + 2\ddot{U}^t\} \quad (14)$$

as quais podem ser solucionadas para $\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\}$ e $\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\}$ em termos de $\{U^{t+\theta\Delta t}\}$:

$$\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2} \{U^{t+\theta\Delta t} - U^t\} - \frac{6}{\theta\Delta t} \{\dot{U}^t\} - 2\{\ddot{U}^t\} \quad (15)$$

$$e \quad \{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{3}{\theta\Delta t} \{U^{t+\theta\Delta t} - U^t\} - 2\{\dot{U}^t\} - \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{U}^t\} \quad (16)$$

Para obter a solução para os deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t + \Delta t$, considera-se a equação (1) no tempo $t + \theta \Delta t$.

$$[M]\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\} + [C]\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} + [K]\{U^{t+\theta\Delta t}\} = \{\bar{R}^{t+\theta\Delta t}\} \text{ onde } \{\bar{R}^{t+\theta\Delta t}\} = \{R^t\} + \theta\{R^{t+\Delta t} - R^t\} \quad (17)$$

Substituindo (15) e (16) em (17), uma equação é obtida na qual $\{U^{t+\theta\Delta t}\}$ pode ser resolvido. A substituição de $\{U^{t+\theta\Delta t}\}$ em (15) permite a determinação de $\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\}$ que é usado em (10), (11) e (12), todos avaliados em $\tau = \Delta t$ para calcular $\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\}$, $\{\dot{U}^{t+\Delta t}\}$ e $\{U^{t+\Delta t}\}$. O *Método de Integração de Newmark* também pode ser compreendido como uma extensão do método da aceleração linear (Bathe, 1982). As seguintes equações são usadas,

$$\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} = \{\dot{U}^t\} + [(1-\delta)\{\ddot{U}^t\} + \delta\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\}]\Delta t \quad (18)$$

$$\{U^{t+\Delta t}\} = \{U^t\} + \{\dot{U}^t\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\{\ddot{U}^t\} + \alpha\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\}\right]\Delta t^2 \quad (19)$$

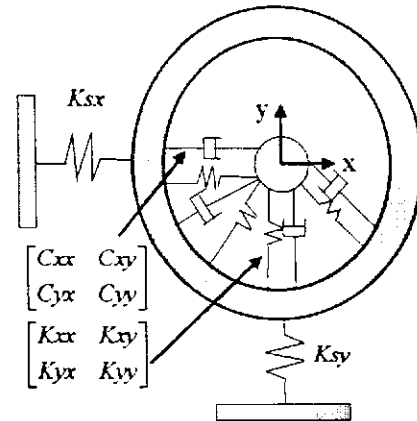
onde α e δ são parâmetros que podem determinar a precisão e a estabilidade no processo de integração numérica. O método de Newmark originalmente proposto é um algoritmo incondicionalmente estável para o caso em que $\alpha = 1/4$ e $\delta = 1/2$.

3. MODELO MATEMÁTICO

O modelo adotado foi um sistema MDOF constituído por um mancal hidrodinâmico aplicado em sistemas mecânicos rotativos (Oliveira, 1991), conforme figura (1), regido pelo sistema de equações diferenciais,

$$M\ddot{X}(t) + C_{xx}\dot{X}(t) + C_{xy}\dot{Y}(t) + K_{xx}X(t) + K_{xy}Y(t) = F_x(t) \quad (20)$$

$$M\ddot{Y}(t) + C_{yx}\dot{X}(t) + C_{yy}\dot{Y}(t) + K_{yx}X(t) + K_{yy}Y(t) = F_y(t) \quad (21)$$



onde K_{sx} e K_{sy} são os coeficientes de rigidez do suporte do sistema eixo-mancal hidrodinâmico segundo as direções x e y .

Figura (1): Modelo físico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico

4. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E FORÇAS

Para um sistema SDOF a equação de estado na forma $\dot{X} = AX + BF$ é de conhecimento convencional, no caso do sistema MDOF pode ser representada na seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_{xx}/M & -C_{xx}/M & -K_{xy}/M & -C_{xy}/M \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_{yx}/M & -C_{yx}/M & -K_{yy}/M & -C_{yy}/M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{Bmatrix} 0 \\ F_x \\ 0 \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Esta equação representada na forma discreta compacta por, $X(k+1) = (I + ADt)X(k) + DtBF(k)$,

onde Dt é o intervalo de tempo de discretização e $X(k)$, o vetor de estado no instante $t = k, k = 1, 2, \dots, N$, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) & X_3(2) & X_4(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) & X_3(k+1) & X_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & X_3(1) & X_4(1) & F_x(1) & F_y(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(k) & X_2(k) & X_3(k) & X_4(k) & F_x(k) & F_y(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{K_{xx}}{M}Dt & 0 & \frac{K_{yx}}{M}Dt \\ Dt & (1 - \frac{C_{xx}}{M}Dt) & 0 & -\frac{C_{xy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{K_{xy}}{M}Dt & 1 & -\frac{K_{yy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{C_{yx}}{M}Dt & Dt & (1 - \frac{C_{yy}}{M}Dt) \\ 0 & \frac{M}{Dt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Dt \end{bmatrix} \quad (23)$$

Na forma matricial compacta, tem-se $[X'(k+1)] = [X'(k)][\phi]$, ou ainda $[b] = [A][\phi]$, onde, $[b]$: matriz retangular de ordem $N \times 4$, contendo os vetores de deslocamento e velocidade no instante $t = k+1$; $[A]$: matriz retangular de ordem $N \times 6$, contendo os vetores de entrada (força de excitação); e saída (resposta em termos de deslocamento e velocidade) no instante $t = k$; $[\phi]$: matriz retangular de ordem 6×4 , contendo os parâmetros a serem estimados. O estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de ϕ fornece, $\hat{\phi}_{MQ} = [A^T A]^{-1} A^T b$, ficando assim estabelecida a equação para o processo de identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento para o caso em estudo no domínio do tempo. Segue-se ao processo de identificação dos parâmetros do sistema a identificação das perturbações/forças atuantes dada pela seguinte equação:

$$\{\hat{F}(t)\} = [\hat{M}]\{\hat{X}(t)\} + [\hat{C}]\{\dot{\hat{X}}(t)\} + [\hat{K}]\{\ddot{\hat{X}}(t)\} \quad (24)$$

onde, $[\hat{M}]$, $[\hat{C}]$, $[\hat{K}]$ representam as matrizes contendo os valores de massa, amortecimento e rigidez estimados e $\{\hat{X}(t)\}$, $\{\dot{\hat{X}}(t)\}$, $\{\ddot{\hat{X}}(t)\}$ os vetores de resposta do sistema em termos de aceleração, velocidade e deslocamento. Uma alternativa utilizada, ainda em estudo, para a identificação de perturbações/forças do sistema MDOF, oriunda da solução da equação (20) na forma discreta compacta, em termos de $F(k)$, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} 0(1) & \dots & 0(k) \\ F_x(1) & \dots & F_x(k) \\ 0(1) & \dots & 0(k) \\ F_y(1) & \dots & F_y(k) \end{bmatrix} = \frac{[\hat{M}]}{\hat{D}t} \begin{bmatrix} X_1(2) & \dots & X_1(k+1) \\ X_2(2) & \dots & X_2(k+1) \\ X_3(2) & \dots & X_3(k+1) \\ X_4(2) & \dots & X_4(k+1) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{\hat{K}_{xx}}{\hat{M}}\hat{D}t & (1 - \frac{\hat{C}_{xx}}{\hat{M}}\hat{D}t) & -\frac{\hat{K}_{xy}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{C}_{xy}}{\hat{M}}\hat{D}t & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\hat{D}t}{\hat{M}} & \dots \\ \frac{\hat{K}_{yx}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{C}_{yx}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{K}_{yy}}{\hat{M}}\hat{D}t & (1 - \frac{\hat{C}_{yy}}{\hat{M}}\hat{D}t) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(1) & \dots & X_1(k) \\ X_2(1) & \dots & X_2(k) \\ X_3(1) & \dots & X_3(k) \\ X_4(1) & \dots & X_4(k) \end{bmatrix}$$

A figura (2) apresenta o diagrama de blocos para o processo de identificação de perturbações/forças no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados.

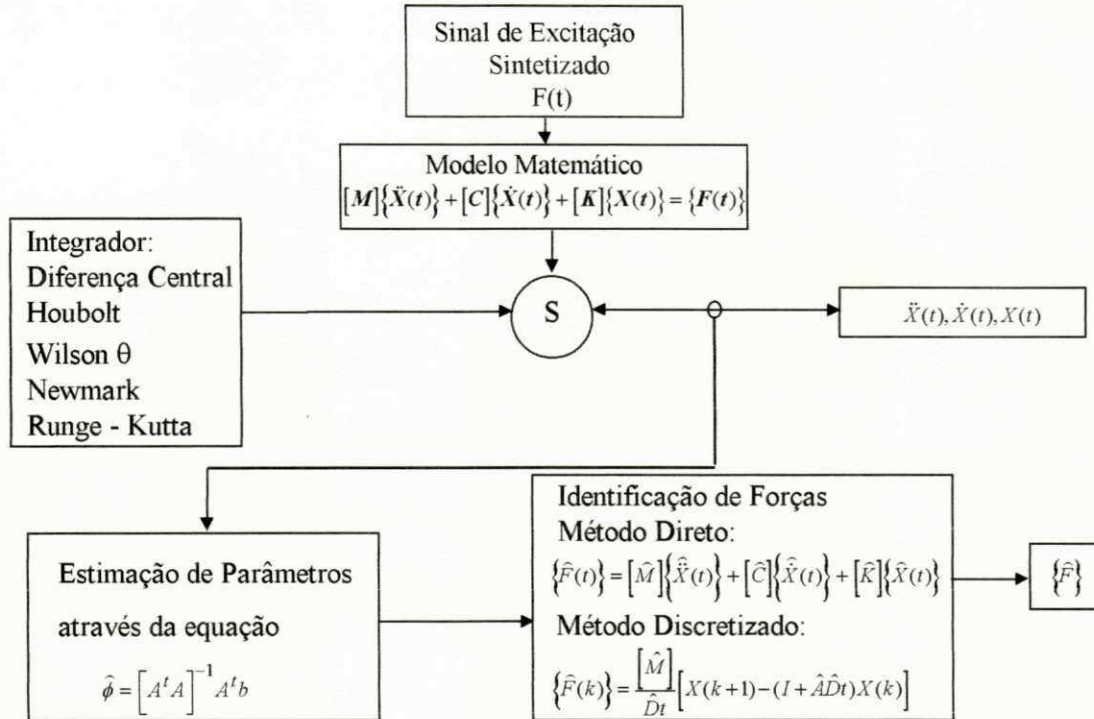


Figura (2): Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças

5. RESULTADOS DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO E DISCUSSÕES

Para o sistema MDOF em estudo foram adotados os seguintes valores de massa em [Kg], amortecimento em [Ns/m], rigidez em [N/m] e amplitude de força de excitação em [N],

Tabela 1: Parâmetros adotados para verificação do processo de identificação de forças

	DIREÇÃO - X				DIREÇÃO - Y				AMPLITUDE	
M	Kxx	Cxx	Kxy	Cxy	Kyx	Cyx	Kyy	Cyy	X	Y
14.8	40	20	50	10	20	10	60	30	100	100

O vetor força de excitação utilizado como entrada no sistema dinâmico em consideração corresponde ao sinal obtido a partir de síntese de sinais periódicos. A ilustração seguinte permite visualizar este vetor gerado no tempo e seu espectro pela soma de 256 funções cossenoidais de iguais amplitudes; isto equivale a excitar o sistema injetando simultaneamente 256 sinais cossenoidais. A justificativa de utilização deste sinal como fonte de excitação deve-se, entre outras vantagens, a sua característica de manutenção das condições de excitação persistente (Eykhoff, 1974).

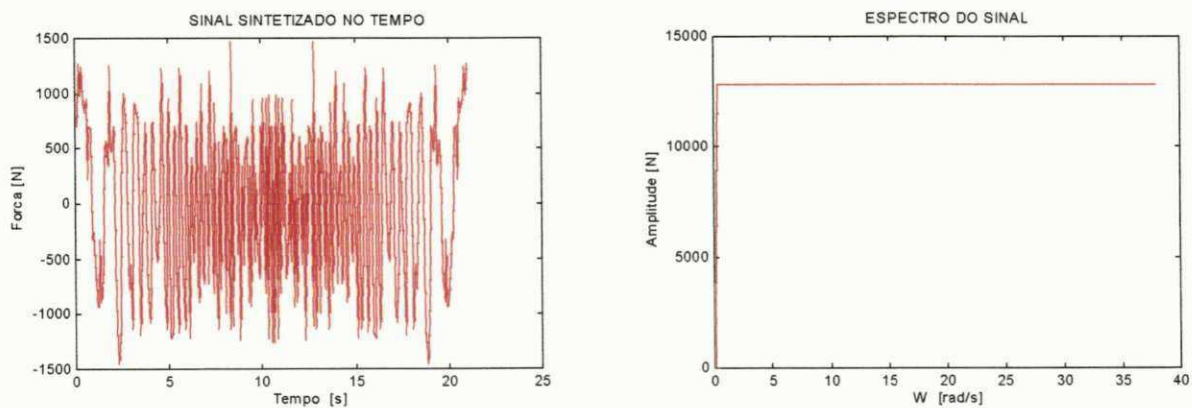


Figura (3): Sinal de excitação sintetizado, no tempo (a) em frequência (b)

Para 256 pontos de observação no tempo e a relação entre a frequência natural e a frequência fundamental denominada por NPI, como sendo igual a 6 e 2 respectivamente, e, ainda, aplicando a equação (24) referente ao primeiro método proposto, tem-se os seguintes resultados de identificação de forças para os métodos de integração numérica em estudo:

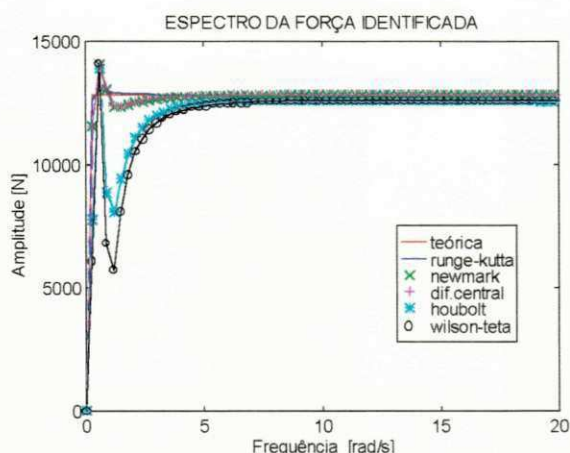


Figura (4): Resultados de identificação de forças pelo método da equação (24) e NPI = 6

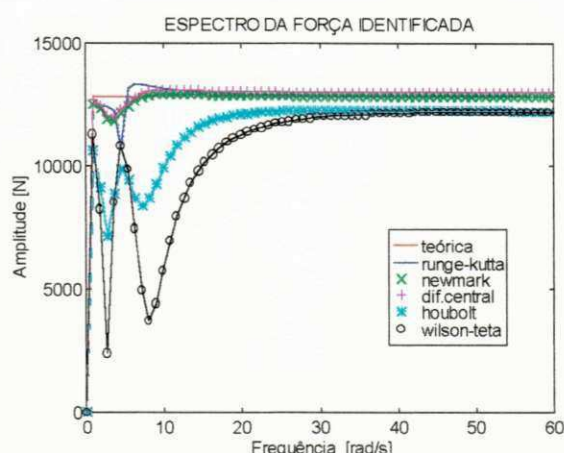


Figura (5): Resultados de identificação de forças pelo método da equação (24) e NPI = 2

Da figura (4) acima exposta, vê-se que os métodos de Newmark e Diferença Central apresentaram uma boa performance no processo de identificação de forças, a ponto do método de Newmark superar o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Por outro lado, observa-se uma determinada inconsistência dos valores de identificação de forças apresentados pelos métodos de Houbolt e Wilson θ em função da dispersão dos valores das forças identificadas em torno do espectro da força exata.

Para uma nova situação de intervalo de tempo de discretização, controlado por NPI, neste caso igual a 2, com Dt tendo sido reduzido para 0,02728 diferentemente do valor anterior 0,08184, observa-se ainda, uma boa consistência dos valores de identificação de forças apresentados pelos métodos de Newmark e Diferença Central, com os seus resultados bastante próximos, o que pode ser constatado na figura (5). Com relação aos métodos de Houbolt e Wilson θ , houve uma rápida melhora na consistência dos seus valores de identificação de forças apresentados, o que pode ser visualizado comparando-se as figuras (4) e (5). Todos estes resultados foram obtidos via aplicação da equação contínua no domínio do tempo (24).

Para o mesmo número de pontos de observação no tempo e tomando NPI como sendo igual a 6 e 2 respectivamente, entretanto, aplicando a equação (25) referente ao segundo método proposto, o da equação discretizada, tem-se os seguintes resultados de identificação de forças para os métodos de integração numérica em estudo:

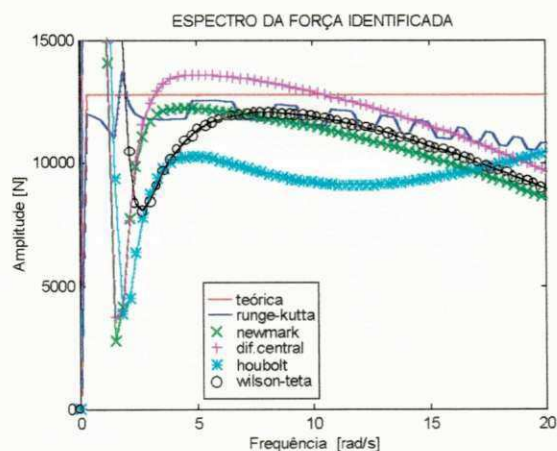


Figura (6) - Resultados de identificação de forças pelo método da equação (25) e NPI = 6

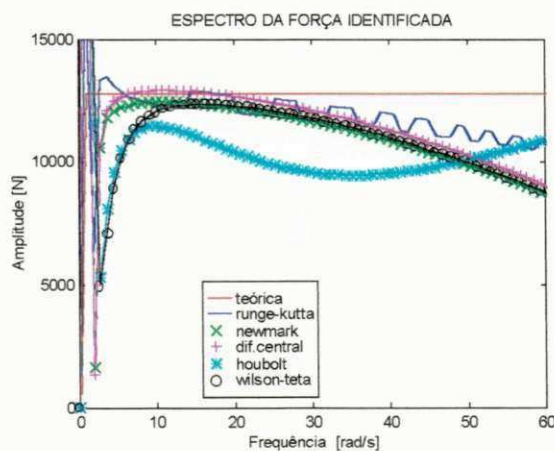


Figura (7) - Resultados de identificação de forças pelo método da equação (25) e NPI = 2

Dos resultados de identificação de forças apresentados pelo segundo método em análise proposto, o da equação discretizada (25), figuras (6) e (7), observa-se uma alta inconsistência para os valores obtidos por todos os métodos de integração numérica, inclusive o integrador de Runge-Kutta, mesmo apresentando menor dispersão em relação aos outros métodos. Para este método, a variação de NPI e concomitantemente de Δt , não surtiu qualquer efeito.

6. CONCLUSÕES

A escolha ótima do passo de integração numérica é fator primordial para uma boa performance dos resultados obtidos pelos métodos analisados e conseqüente consistência dos valores de identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos; deixando bastante evidente que este passo está intrinsecamente relacionado com a dinâmica do sistema e não pode ser tomado como um valor aleatório qualquer. O método da equação dinâmica proposto, apresentou resultados bastante consistentes para o processo de identificação de forças, superando em muito, o segundo método proposto, o da equação discretizada, o que consolida o primeiro, porém, ainda, não invalida o segundo por se encontrar em fase de análise. Fica bastante evidenciada a possibilidade de aplicação dos métodos de Newmark - com destaque pelos seus resultados apresentados -, Diferença Central, Houbolt e Wilson θ no processo de obtenção numérica dos vetores de estado para aplicação na identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos, considerando que para uma bom desempenho destes métodos fatores como: o melhor critério para escolha ótima do intervalo de tempo de discretização, número de pontos adotados, seleção do sinal de excitação e condição de estabilidade numérica do método, não podem ser desprezados.

7. REFERÊNCIAS

Bathe, K. J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982

Eykhoff, P. System Identification Parameter and States Estimation, John Wiley & Sons, 1974.

Lacerda Junior, J. A. Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo Utilizando-se o Filtro de Kalman em Conjunção com o Estimador das Variáveis Instrumentais, Anais do IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, pp.645-650, Recife, 1996.

Oliveira, N. V. Identificación Experimental de Fuerzas Bajo Condiciones Controladas en el Dominio de la Frecuencia, II Pan American Congress for Applied Mechanics, pp.183-188, Val Parayso, Chile, 1991.

Rade, D. A., Steffen Jr., V. Identificação de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo pelo Método das Séries de Fourier, Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp.303-305, Rio de Janeiro, 1989.

Schroeder, M. R. Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelatiom. IEEE Transactions on Information and Theory, pp.85-89, jan 1970.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), de quem recebeu bolsa do programa de Mestrado da UFPB/CCT/CPGEM.



AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA APLICADA A IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS EM SISTEMAS MECÂNICOS

Valdemir Mariano - *Escola Técnica Federal de Pernambuco - UNED Pesqueira*
Natanael Victor de Oliveira - *Departamento de Engenharia Mecânica - UFPB*

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho, investiga-se a eficiência dos métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark (Bathe, 1982) num processo de identificação de parâmetros (K e C) e de forças em sistemas mecânicos, utilizando o estimador dos mínimos quadrados. Em seguida, compara-se estes resultados com os obtidos através do método de integração numérica de Runge-Kutta de 4^ª ordem. O sinal de excitação simulado é do tipo periódico com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco, (Schroeder, 1970). A justificativa de utilização deste sinal como fonte de excitação deve-se, entre outras vantagens, a sua característica de manutenção das condições de excitação persistente (Eykhoff, 1974).

2. METODOLOGIA

O modelo adotado foi um sistema MDOF constituído por um mancal hidrodinâmico aplicado em sistemas mecânicos rotativos (Oliveira, 1991), conforme figura (1), regido pelo sistema de equações diferenciais,

$$M\ddot{X}(t) + C_{xx}\dot{X}(t) + C_{xy}\dot{Y}(t) + K_{xx}X(t) + K_{xy}Y(t) = F_x(t) \quad (1)$$

$$M\ddot{Y}(t) + C_{yx}\dot{X}(t) + C_{yy}\dot{Y}(t) + K_{yx}X(t) + K_{yy}Y(t) = F_y(t) \quad (2)$$

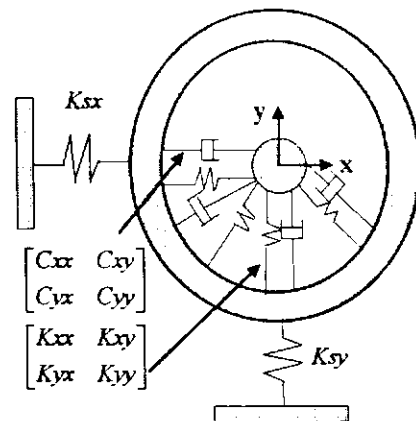


Figura (1): Modelo físico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico

onde K_{sx} e K_{sy} são os coeficientes de rigidez do suporte do sistema eixo-mancal hidrodinâmico.

A figura (2) apresenta o diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros e de forças no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados.

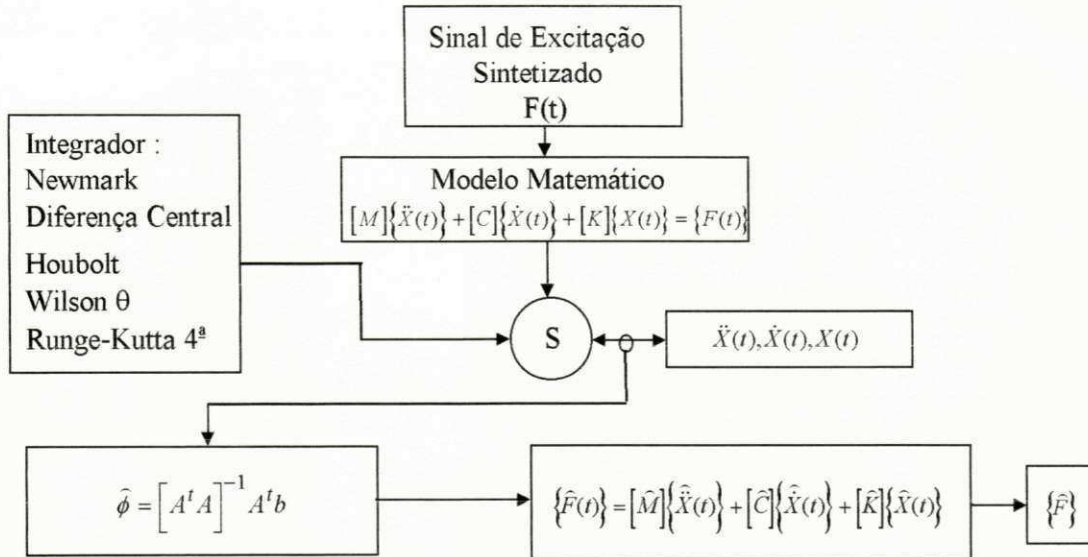


Figura (2) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças

3. RESULTADOS DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO

Para o sistema MDOF em estudo foram adotados os seguintes valores de massa [Kg], amortecimento [N.s/m], rigidez [N/m] e amplitude de força de excitação [N],

Tabela 1: Parâmetros adotados para verificação do processo de identificação de forças

	DIREÇÃO - X				DIREÇÃO - Y				AMPLITUDE	
M	Kxx	Cxx	Kxy	Cxy	Kyx	Cyx	Kyy	Cyy	X	Y
14.8	40	20	50	10	20	10	60	30	100	100

Para 256 pontos de observação no tempo e a relação entre a frequência natural e a frequência fundamental denominada por NPI, como sendo igual a 6 e 2 respectivamente, e, ainda, aplicando a equação contínua referente ao método proposto, tem-se os seguintes resultados de identificação de forças para os métodos de integração numérica em estudo,

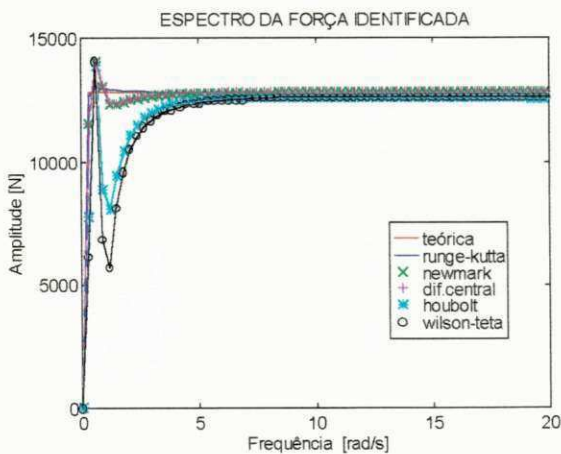


Figura (3) - Resultados de identificação de forças
NPI = 6

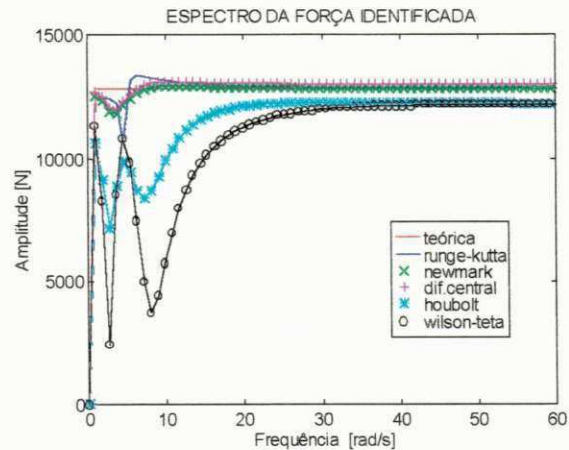


Figura (4) - Resultados de identificação de forças
NPI = 2

4. CONCLUSÕES

Fica bastante evidenciada a possibilidade de aplicação dos métodos de Newmark - com destaque pelos seus resultados apresentados -, Diferença Central, Houbolt e Wilson θ no processo de obtenção numérica dos vetores de estado para aplicação na identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos, considerando que para uma bom desempenho destes métodos fatores como: o melhor critério para escolha ótima do intervalo de tempo de discretização, número de pontos adotados, seleção do sinal de excitação e condição de estabilidade numérica do método, não podem ser desprezados.

5. REFERÊNCIAS

Bathe, K. J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982

Eykhoﬀ, P. System Identification Parameter and States Estimation, John Wiley & Sons, 1974.

Oliveira, N. V. Identificación Experimental de Fuerzas Bajo Condiciones Controladas en el Dominio de la Frecuencia, II Pan American Congress for Applied Mechanics, pp.183-188, Val Parayso, Chile, 1991.

Schroeder, M. R. Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelatiom. IEEE Transactions on Information and Theory, pp.85-89, jan 1970.



IDENTIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DE SISTEMAS MECÂNICOS ROTATIVOS UTILIZANDO OS MÉTODOS DAS ACELERAÇÕES GENERALIZADAS

Valdemir Mariano - *Escola Técnica Federal de Pernambuco - UNED Pesqueira*

Natanael Victor de Oliveira - *Departamento de Engenharia Mecânica - UFPB*

1. INTRODUÇÃO

Em muitas situações, nem todos os parâmetros de um sistema são conhecidos e em alguns sistemas mecânicos mesmo com o conhecimento prévio de um modelo matemático que retrate aproximadamente o seu comportamento dinâmico, em dadas situações, é praticamente impossível obter-se parâmetros destes modelos de forma direta (rigidez e amortecimento de um filme de óleo, por exemplo). Nestes casos recorre-se a técnicas de identificação ou estimação de parâmetros que consistem basicamente na busca de um modelo que determine a relação que existe entre os dados de entrada (excitação) e os dados de saída (resposta) de sistemas, segundo algum critério bem definido (Beck, 1978). As diversas técnicas de estimação existentes na literatura - mínimos quadrados, variáveis instrumentais, estimação sequencial, filtro de Kalman estendido, entre outras - apresentam "restrições" que dependendo da natureza e da dinâmica do sistema podem redundar em resultados bastante diferentes daqueles do sistema real. Em geral, a eficiência do estimador depende do método de integração numérica a ser utilizado. Neste trabalho investiga-se os métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark (Bathe, 1982). Em seguida, compara-se com o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Os resultados da simulação em termos do vetor de estado é então utilizado para identificar os valores numéricos de rigidez e amortecimento (os oito coeficientes linearizados dinâmicos associados com o filme de óleo) de um mancal hidrodinâmico no domínio do tempo, o que representa um dos problemas fundamentais no estudo do comportamento dinâmico de rotores. O sinal de excitação simulado é do tipo periódico com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco, (Schroeder, 1970).

2. METODOLOGIA

O modelo adotado foi um sistema MDOF constituído por um mancal hidrodinâmico aplicado em sistemas mecânicos rotativos (Oliveira, 1988), conforme figura (1), regido pelo sistema de equações diferenciais,

$$M\ddot{X}(t) + C_{xx}\dot{X}(t) + C_{xy}\dot{Y}(t) + K_{xx}X(t) + K_{xy}Y(t) = F_x(t) \quad (1)$$

$$M\ddot{Y}(t) + C_{yx}\dot{X}(t) + C_{yy}\dot{Y}(t) + K_{yx}X(t) + K_{yy}Y(t) = F_y(t) \quad (2)$$

onde K_{sx} e K_{sy} são os coeficientes de rigidez dos suportes do sistema eixo-mancal hidrodinâmico.

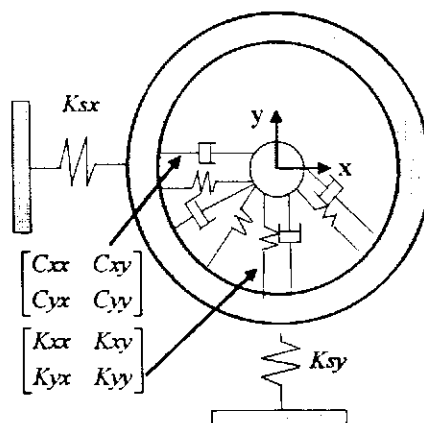


Figura (1): Modelo físico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico

A equação de estado para um sistema MDOF representada na forma discreta compacta por, $X(k+1) = (I + ADt)X(k) + DtBF(k)$, onde Dt é o intervalo de tempo de discretização e $X(k)$, o vetor de estado no instante $t = k, k = 1, 2, \dots, N$, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) & X_3(2) & X_4(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) & X_3(k+1) & X_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & X_3(1) & X_4(1) & F_x(1) & F_y(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(k) & X_2(k) & X_3(k) & X_4(k) & F_x(k) & F_y(k) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{K_{xx}}{M}Dt & 0 & \frac{K_{yx}}{M}Dt \\ Dt & (1 - \frac{C_{xx}}{M}Dt) & 0 & -\frac{C_{xy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{K_{xy}}{M}Dt & 1 & -\frac{K_{yy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{C_{yx}}{M}Dt & Dt & (1 - \frac{C_{yy}}{M}Dt) \\ 0 & \frac{M}{Dt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Dt \end{bmatrix}$$

Na forma matricial compacta, tem-se $[X'(k+1)] = [X'(k)][\phi]$, ou ainda $[b] = [A][\phi]$, onde, $[b]$: matriz retangular de ordem $N \times 4$, contendo os vetores de deslocamento e velocidade no instante $t = k+1$; $[A]$: matriz retangular de ordem $N \times 6$, contendo os vetores de entrada (força de excitação); e saída (resposta em termos de deslocamento e velocidade) no instante $t = k$; $[\phi]$: matriz retangular de ordem 6×4 , contendo os parâmetros a serem estimados. O estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de ϕ fornece, $\hat{\phi}_{MQ} = [A^T A]^{-1} A^T b$, ficando assim estabelecida a equação para o processo de identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento para o caso em estudo no domínio do tempo.

3. RESULTADOS

Tabela 1: Coeficientes de Rigidez e Amortecimento estimados tomando para 256 pontos no tempo

NPI = 6	T	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
		ϕ_{est}	$E\phi_{est}$	ϕ_{est}	$E\phi_{est}$	ϕ_{est}	$E\phi_{est}$	ϕ_{est}	$E\phi_{est}$	ϕ_{est}	$E\phi_{est}$
Kxx	40	38.276	4.30	37.168	7.07	37.698	5.75	36.196	9.51	35.674	10.81
Kxy	50	45.295	9.40	45.383	9.23	46.406	7.18	43.785	12.42	43.384	13.23
Kyx	20	16.455	17.72	18.256	8.71	18.665	6.67	27.374	36.87	55.225	176.1
Kyy	60	61.745	2.90	57.080	4.86	58.030	3.28	64.268	7.11	102.024	70.04
Cxx	20	20.134	0.67	20.085	0.42	17.278	13.60	19.497	2.51	19.621	1.89
Cxy	10	10.485	4.85	10.439	4.39	7.041	29.58	10.283	2.83	11.406	14.06
Cyx	10	10.106	1.06	10.499	4.99	9.181	8.18	10.058	0.58	17.266	72.66
Cyy	30	30.363	1.21	29.494	1.68	25.160	16.13	12.239	59.20	-6.341	121.1

Obs.: Amortecimento em [N.s/m], Rigidez em [N/m], NPI é a relação entre a frequência natural e a fundamental.

4. CONCLUSÃO

É possível aplicar os métodos em análise no processo de obtenção numérica dos vetores de estado para aplicação na identificação dos parâmetros deste mancal, considerando que para uma bom desempenho destes métodos fatores como: o melhor critério para escolha ótima do intervalo de tempo de discretização, número de pontos adotados, seleção do sinal de excitação e condição de estabilidade numérica do método, não podem ser desprezados.

5. REFERÊNCIAS

Bathe, K. J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982.

Beck, J. V. & Arnold, K. J., Parameter Estimation in Engineering and Science, John Wiley & Sons, N. Y., 1978.

Oliveira, N. V., Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos com Aplicação a Mancais, Tese de Doutorado, UNICAMP-SP, 1988.

Schroeder, M. R., Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation. IEEE Transactions on Information and Theory, pp.85-89, jan 1970.

ANÁLISE DOS MÉTODOS DAS ACELERAÇÕES GENERALIZADAS NO PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA DE SISTEMAS MECÂNICOS

VALDEMIR MARIANO¹ & NATANAEL VICTOR DE OLIVEIRA²

¹*Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia - UFPB / Escola Técnica Federal de Pernambuco / UNED-Pesqueira - E-mail: valdemir@dem.ufpb.br*

²*Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia - UFPB CEP 58109-970 - Campina Grande, PB, Brasil - E-mail: natanael@dem.ufpb.br*

Resumo

Neste trabalho pretende-se analisar a eficiência dos métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark no processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo de um sistema SDOF do tipo massa-mola-amortecedor, aplicando o estimador dos mínimos quadrados, comparando-os com os resultados apresentados pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem, considerado eficiente método de integração numérica.

Palavras-chave

Métodos Numéricos, Identificação, Dinâmica de Sistemas

1. INTRODUÇÃO

A integração numérica da equação diferencial que rege o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos para a obtenção da resposta em termos de deslocamento, velocidade e aceleração, é feita por diversos integradores. Aqui serão analisados os resultados de identificação de parâmetros no domínio do tempo de um sistema SDOF, pela aplicação dos algoritmos das acelerações generalizadas: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark na solução numérica desta equação diferencial, por apresentarem algumas vantagens: esses métodos estão sendo largamente aplicados atualmente na área de dinâmica estrutural (Clough, 1993), (Bathe, 1982); são de fácil implementação computacional e não requerem a redução da equação diferencial à forma de estado.

A escolha do método que melhor se adapta ao processo de simulação para validação dos métodos de identificação depende essencialmente de determinados fatores como: escolha do passo de integração (Oliveira, 1997); problemas de consistência e estabilidade do método; efeito das propriedades dinâmicas do sistema; número de graus de liberdade e natureza dos sinais de excitação a serem utilizados. Esses fatores apresentam efeitos cruciais na simulação do sistema e, em particular, no que se refere ao problema de identificação de parâmetros e identificação de perturbações externas.

Se o método de resolução numérica escolhido não consegue retratar os vetores solução do sistema de forma suficientemente exata, os coeficientes identificados podem ser inconsistentes. O que é válido tanto para a identificação de sistemas no domínio do tempo como no domínio da frequência.

Os dados da resposta dinâmica (deslocamento, velocidade e aceleração) do sistema podem ser empregados nas várias técnicas de identificação de parâmetros e de identificação de perturbações externas no domínio do tempo e no domínio da frequência para efeito de monitoramento das condições de operação e diagnóstico de falhas em máquinas, equipamentos e estruturas (Mariano & Oliveira, 1997). Neste contexto, a identificação de sistemas mecânicos tem elevada importância nas áreas de Manutenção Preditiva, Otimização e Controle. Atualmente o problema de identificação de falhas mediante o monitoramento das respostas

dinâmicas tem sido alvo de grande interesse, tanto do ponto de vista teórico quanto do das aplicações práticas (Natke & Cempel, 1991).

2. MÉTODOS DAS ACELERAÇÕES GENERALIZADAS

As equações do movimento de sistemas mecânicos com n graus de liberdade podem ser resolvidas no domínio do tempo por métodos de integração numérica tais como: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ , Newmark (Bathe, 1982) e Runge-Kutta de 4ª ordem, entre outros. No caso deste último método é necessário realizar uma transformação do sistema de equações diferenciais na forma de estado. Nos demais métodos citados é preciso o conhecimento das matrizes dinâmicas de massa, rigidez e amortecimento. A equação diferencial genérica representativa da resposta dinâmica de um sistema mecânico pode ser dada por,

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{R\} \quad (1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez respectivamente; $\{R\}$ é o vetor força de excitação; $\{U\}$, $\{\dot{U}\}$ e $\{\ddot{U}\}$ são os vetores deslocamento, velocidade e aceleração do sistema, respectivamente. Se a relação de equilíbrio (1) é estimada como um sistema de equações diferenciais com coeficientes constantes, isso implica que algumas convenientes expressões de diferenças finitas para aproximar as acelerações e velocidades em termos de deslocamentos podem ser usadas. Um procedimento que pode ser muito eficaz na solução de alguns problemas é o *Método da Diferença Central*, no qual é assumido que,

$$\{\ddot{U}'\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{U'^{-\Delta t} - 2U' + U'^{+\Delta t}\} \quad (2)$$

$$\{\dot{U}'\} = \frac{1}{2\Delta t} \{-U'^{-\Delta t} + U'^{+\Delta t}\} \quad (3)$$

A solução para o deslocamento no tempo $t + \Delta t$ é obtida considerando (1) no tempo t , ou seja,

$$[M]\{\ddot{U}'\} + [C]\{\dot{U}'\} + [K]\{U'\} = \{R'\} \quad (4)$$

Substituindo as relações (2) e (3) de $\{\ddot{U}'\}$ e $\{\dot{U}'\}$, respectivamente, na equação (4), obtemos,

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{U'^{+\Delta t}\} = \{R'\} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2}[M]\right)\{U'\} - \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{U'^{-\Delta t}\} \quad (5)$$

a qual pode ser solucionada para $\{U'^{+\Delta t}\}$. O esquema de solução pelo *Método de Integração de Houbolt* é algo parecido com o método da diferença central apresentado anteriormente, nos quais as expressões padrões de diferenças finitas são usadas para aproximar as componentes da aceleração e da velocidade em termos das componentes do deslocamento. As seguintes expressões de diferenças finitas são empregadas no método de integração de Houbolt:

$$\{\ddot{U}'^{+\Delta t}\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{2U'^{+\Delta t} - 5U' + 4U'^{-\Delta t} - U'^{-2\Delta t}\} \quad (6)$$

$$\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} = \frac{1}{6\Delta t} \{11U^{t+\Delta t} - 18U^t + 9U^{t-\Delta t} - 2U^{t-2\Delta t}\} \quad (7)$$

Para a obtenção da solução no tempo $t + \Delta t$, a equação (1) será considerada no tempo $t + \Delta t$ (e não no tempo t conforme o método da diferença central), a qual torna-se,

$$[M]\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} + [K]\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^{t+\Delta t}\} \quad (8)$$

Substituindo (6) e (7) em (8) e arranjando todos os membros conhecidos no lado direito da equação, obtém-se para a solução de $\{U^{t+\Delta t}\}$,

$$\left(\frac{2}{\Delta t^2}[M] + \frac{11}{6\Delta t}[C] + [K]\right)\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^{t+\Delta t}\} + \left(\frac{5}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{\Delta t}[C]\right)\{U^t\} - \left(\frac{4}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t-\Delta t}\} + \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{3\Delta t}[C]\right)\{U^{t-2\Delta t}\} \quad (9)$$

O *Método Wilson θ* é essencialmente uma extensão do método da aceleração linear, no qual é assumido uma variação linear da aceleração desde o tempo t até o tempo $t + \Delta t$. Para o método tornar-se incondicionalmente estável é necessário adotar o parâmetro $\theta \geq 1.37$, e usualmente toma-se $\theta = 1.40$ (Bathe, 1982). Denotando de τ o incremento no tempo, onde $0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$, tem-se que para o intervalo de tempo t a $t + \theta\Delta t$,

$$\{\ddot{U}^{t+\tau}\} = \{\ddot{U}^t\} + \frac{\tau}{\theta\Delta t} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (10)$$

Integrando (10) em relação a τ , obtém-se

$$\{\dot{U}^{t+\tau}\} = \{\dot{U}^t\} + \{\ddot{U}^t\}\tau + \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (11)$$

$$e \quad \{U^{t+\tau}\} = \{U^t\} + \{\dot{U}^t\}\tau + \frac{1}{2}\{\ddot{U}^t\}\tau^2 + \frac{1}{6\theta\Delta t}\tau^3 \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (12)$$

Tomando (11) e (12) no tempo $t + \theta\Delta t$,

$$\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \{\dot{U}^t\} + \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} + \ddot{U}^t\} \quad (13)$$

$$\{U^{t+\theta\Delta t}\} = \{U^t\} + \theta\Delta t \{\dot{U}^t\} + \frac{\theta^2\Delta t^2}{6} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} + 2\ddot{U}^t\} \quad (14)$$

as quais podem ser solucionadas para $\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\}$ e $\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\}$ em termos de $\{U^{t+\theta\Delta t}\}$:

$$\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2} \{U^{t+\theta\Delta t} - U^t\} - \frac{6}{\theta\Delta t} \{\dot{U}^t\} - 2\{\ddot{U}^t\} \quad (15)$$

$$e \quad \{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{3}{\theta\Delta t} \{U^{t+\theta\Delta t} - U^t\} - 2\{\dot{U}^t\} - \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{U}^t\} \quad (16)$$

Para obter a solução para os deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t + \Delta t$, considera-se a equação (1) no tempo $t + \theta\Delta t$.

$$[M]\{\ddot{U}^{t-\theta\Delta t}\} + [C]\{\dot{U}^{t-\theta\Delta t}\} + [K]\{U^{t-\theta\Delta t}\} = \{\bar{R}^{t-\theta\Delta t}\} \quad (17)$$

$$\text{onde } \{\bar{R}^{t-\theta\Delta t}\} = \{R^t\} + \theta\{R^{t-\Delta t} - R^t\} \quad (17.1)$$

Substituindo (15) e (16) em (17), uma equação é obtida na qual $\{U^{t-\theta\Delta t}\}$ pode ser resolvido. A substituição de $\{U^{t-\theta\Delta t}\}$ em (15) permite a determinação de $\{\dot{U}^{t-\theta\Delta t}\}$ que é usado em (10), (11) e (12), todos avaliados em $\tau = \Delta t$ para calcular $\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\}$, $\{\dot{U}^{t-\Delta t}\}$ e $\{U^{t-\Delta t}\}$. O *Método de Integração de Newmark* também pode ser compreendido como uma extensão do método da aceleração linear (Bathe, 1982). As seguintes equações são usadas,

$$\{\dot{U}^{t-\Delta t}\} = \{\dot{U}^t\} + [(1-\delta)\{\ddot{U}^t\} + \delta\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\}]\Delta t \quad (18)$$

$$\{U^{t+\Delta t}\} = \{U^t\} + \{\dot{U}^t\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\{\ddot{U}^t\} + \alpha\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\}\right]\Delta t^2 \quad (19)$$

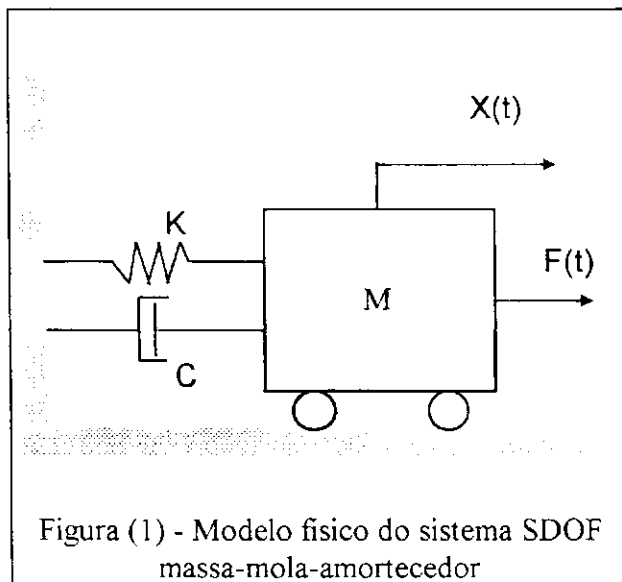
onde α e δ são parâmetros que podem determinar a precisão e a estabilidade no processo de integração numérica. O método de Newmark originalmente proposto é um algoritmo incondicionalmente estável para o caso em que $\alpha = 1/4$ e $\delta = 1/2$.

3. MODELOS FÍSICO E MATEMÁTICO

Adotou-se para o processo de identificação de parâmetros o modelo clássico de um sistema SDOF do tipo massa-mola-amortecedor viscoso, conforme a figura (1), regido pela equação diferencial do movimento,

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (20)$$

onde, os parâmetros M , C e K representam a massa do sistema, amortecimento e rigidez, respectivamente e $F(t)$ representa a fonte de excitação/perturbação atuante no sistema.



4. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Considere o sistema SDOF representado na figura (1), regido pela equação (20), na qual a dependência no tempo foi omitida para simplificar a notação.

Após algumas operações para sua redução à forma de estado, esta equação pode ser reescrita na forma matricial como segue:

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{C}{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{Bmatrix} 0 \\ F \end{Bmatrix} \quad (21)$$

A equação (21) pode ser representada na forma discreta compacta por,

$$X(k+1) = (I + ADt)X(k) + DtBF(k) \quad (22)$$

onde Dt é o intervalo de tempo de discretização e $X(k)$ é o vetor de estado no instante $t = k$, $k = 1, 2, \dots, N$, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) \\ \vdots & \vdots \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & F(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(k) & X_2(k) & F(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{K}{M}Dt \\ Dt & 1 - \frac{C}{M}Dt \\ 0 & \frac{1}{M}Dt \end{bmatrix} \quad (23)$$

Na sua forma matricial compacta, tem-se $[X^T(k+1)] = [X^T(k)][\phi]$, ou ainda $[b] = [A][\phi]$, onde $[b]$: matriz retangular de ordem $N \times 2$, contendo os vetores de deslocamento e velocidade no instante $t = k+1$; $[A]$: matriz retangular de ordem $N \times 3$, contendo os vetores de entrada (força de excitação) e os de deslocamento e velocidade no instante $t = k$; $[\phi]$: matriz retangular de ordem 3×2 , contendo os parâmetros a serem estimados. O estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de ϕ fornece, $\hat{\phi}_{MQ} = [A^T A]^{-1} A^T b$, ficando assim estabelecida a equação para o processo de identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento para o caso em estudo no domínio do tempo.

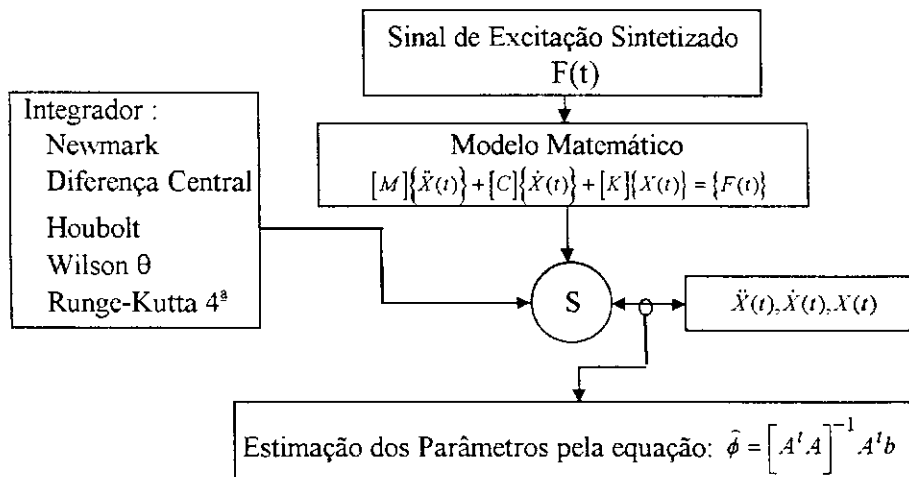


Figura (2) - Diagrama de blocos para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados para o sistema SDOF

5. RESULTADOS DO PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO E DISCUSSÕES

Os parâmetros de massa M , amortecimento C e rigidez K tomados como referência, bem como a amplitude do vetor força de excitação F_0 e o número de pontos de discretização no tempo N_t são dados na tabela (1) a seguir,

Tabela (1) - Valores adotados para verificação do processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo

M [Kg]	C [N.s/m]	K [N/m]	F ₀ [N]	N _t
10	180	5000	50	256

A consistência dos parâmetros identificados depende da seleção de um intervalo de tempo de discretização “ótimo” empregado nos métodos de integração numérica. Aqui, o procedimento adotado consiste em manter o número de pontos de integração fixo e variar o intervalo de tempo de discretização dos sinais de entrada e saída seguindo o critério adotado por (Mariano & Oliveira, 1997).

Uma característica indispensável num sinal de excitação, no processo de identificação de sistemas, é a manutenção das condições de excitação persistente (Eykhoff, 1974). Isso é permitido pela aplicação do sinal de excitação sintetizado do tipo periódico com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco (Schroeder, 1970), que foi o vetor força de excitação utilizado neste trabalho.

As tabelas (2) e (3) apresentam o comportamento dos parâmetros K e C identificados no domínio do tempo em função de NPI - proveniente de um critério desenvolvido por (Oliveira, 1988) e que é um fator para escolha do intervalo de tempo de discretização - para os cinco métodos de integração em estudo.

Tabela (2) - Identificação do coeficiente de rigidez K [N/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	K _{est}	E _{Kest}	K _{est}	E _{Kest}	K _{est}	E _{Kest}	K _{est}	E _{Kest}	K _{est}	E _{Kest}
2.0	5566	11.32	5289	5.78	5295	5.90	5579	11.59	5642	12.85
2.2	5442	8.84	5209	4.18	5216	4.33	5397	7.94	5487	9.73
2.4	5370	7.40	5160	3.20	5169	3.38	5283	5.65	5393	7.87
2.6	5331	6.63	5131	2.63	5142	2.84	5214	4.29	5341	6.82
2.8	5298	5.97	5106	2.13	5118	2.37	5154	3.09	5295	5.90
3.0	5261	5.22	5079	1.58	5092	1.85	5089	1.78	5243	4.87
3.2	5223	4.46	5051	1.02	5066	1.33	5023	0.46	5191	3.83
3.4	5190	3.80	5026	0.51	5043	0.86	4963	0.73	5145	2.90
3.6	5162	3.24	5003	0.07	5023	0.45	4910	1.79	5104	2.09
3.8	5136	2.73	4983	0.33	5004	0.09	4861	2.77	5067	1.34
4.0	5113	2.25	4936	0.72	4987	0.25	4814	3.71	5031	0.63

Analisando-se os resultados de estimação da rigidez K para esta faixa de NPI, observa-se na tabela (2) que a rigidez K estimada por todos os métodos converge sensivelmente para o seu valor teórico à medida que o valor de NPI se aproxima de 4.

Analisando-se os resultados de estimação do amortecimento C , também para esta faixa de NPI, vê-se ainda a confirmação da elevada consistência dos resultados do método de Newmark

em comparação aos outros métodos. Em seguida, os melhores resultados foram obtidos, na seqüência, pelos métodos da Diferença Central, Houbolt e Wilson θ . Os dois últimos métodos apresentaram resultados bastante dispersos de estimação do coeficiente C, se comparados com o seu valor teórico, conforme pode ser visualizado na tabela (3).

Tabela (3) - Identificação do coeficiente de amortecimento C [N.s/m] no domínio do tempo em função de NPI e seu respectivo erro [%] ($N_t = 256$)

métodos num.	Runge-Kutta		Newmark		Diferença Central		Houbolt		Wilson θ	
	C_{est}	EC_{est}	C_{est}	EC_{est}	C_{est}	EC_{est}	C_{est}	EC_{est}	C_{est}	EC_{est}
2.0	188.1	4.48	180.7	0.41	169.3	5.92	114.4	36.43	84.3	53.19
2.2	188.8	4.87	181.2	0.66	168.9	6.17	115.1	36.03	84.3	53.17
2.4	190.2	5.68	182.1	1.16	168.8	6.22	116.6	35.24	84.8	52.91
2.6	190.8	6.00	182.5	1.39	168.2	6.55	117.2	34.90	84.7	52.92
2.8	190.7	5.94	182.5	1.39	167.2	7.10	117.1	34.92	84.3	53.17
3.0	190.6	5.86	182.5	1.39	166.2	7.64	117.1	34.92	83.8	53.44
3.2	190.6	5.91	182.6	1.46	165.4	8.11	117.2	34.88	83.5	53.62
3.4	190.9	6.02	182.8	1.57	164.6	8.53	117.5	34.73	83.2	53.76
3.6	191.0	6.13	183.0	1.67	163.9	8.96	117.7	34.58	83.0	53.91
3.8	191.2	6.20	183.2	1.75	163.1	9.41	117.9	34.47	82.7	54.07
4.0	191.3	6.25	183.3	1.82	162.2	9.86	118.1	34.37	82.3	54.25

Por esse fato, atribuiu-se um outro valor para o coeficiente de amortecimento $C = 50$ N.s/m, mantendo-se inalterado os outros parâmetros do sistema com o intuito de se averiguar o comportamento dos métodos de Houbolt e Wilson θ para outros valores do coeficiente de amortecimento no processo de identificação. Desenvolveu-se o mesmo processo anterior de varredura de NPI até determinar os valores melhores do intervalo de tempo de discretização entre 6 e 8 para o método de Houbolt e entre 10 e 12 para o método de Wilson θ . Isso resultou numa estimação bem mais consistente do novo coeficiente de amortecimento. No caso de $NPI = 6.6$, pelo método de Houbolt, foi obtido apenas um desvio $EC_{est} = 0.0013$; isto fica mais claro analisando-se as figuras (3) e (4) a seguir,

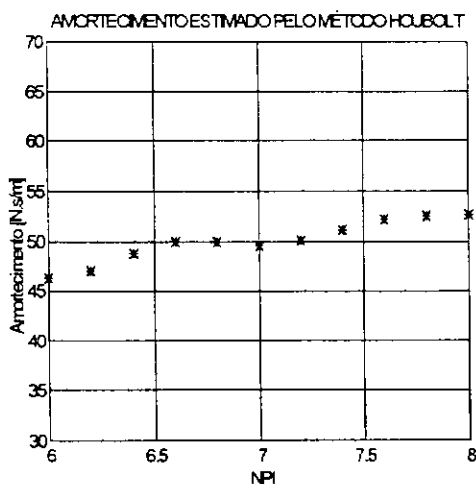


Figura (3) - Amortecimento C identificado para N_t fixo e variação de NPI pelo método de Houbolt

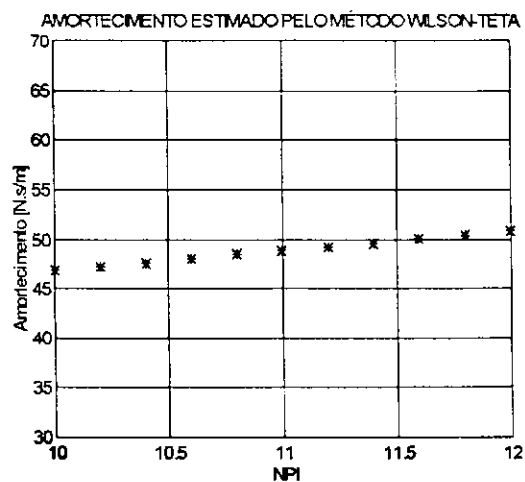


Figura (4) - Amortecimento C identificado para N_t fixo e variação de NPI pelo método de Wilson θ

Os resultados apresentados apontam um bom desempenho dos integradores de Newmark, Diferença Central, Houbolt e Wilson θ quando comparados com o método de Runge-Kutta de 4ª ordem no processo de identificação paramétrica no domínio do tempo de um sistema SDOF do tipo massa-mola-amortecedor.

6. CONCLUSÕES

Considera-se que o método de Newmark, em linhas gerais, tornou-se superior mesmo ao método de Runge-Kutta de 4ª nas faixas de NPI tomadas, conforme mostra os resultados de identificação paramétrica apresentados. Isto é válido principalmente para a estimação do amortecimento C . Porém, é preciso salientar, pelo que aqui foi exposto, que a seleção de um adequado intervalo de tempo de discretização - função de NPI - aliada às características dinâmicas do sistema, tem uma influência marcante na precisão da resposta dinâmica e, em decorrência, na performance de identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento do sistema. Disto se conclui que tanto o método de Newmark quanto os métodos da Diferença Central, Houbolt e Wilson θ se comportam melhor a determinadas condições do que outras, mostrando que os métodos de integração numérica apresentam determinadas restrições para serem aplicados. Por exemplo, a inconsistência dos resultados de estimação do amortecimento C , para $C = 180$ N.s/m (fator de amortecimento $\zeta = 0.4025$), pelos métodos de Houbolt e Wilson θ em todas as faixas de NPI tomadas, deve-se possivelmente à sensibilidade destes métodos na identificação deste coeficiente em sistemas mais fortemente amortecidos.

7. REFERÊNCIAS

- Bathe, K. J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982
- Clough, R. W.; Penzien, J., Dynamics of Structures, McGraw-Hill International Editions, Singapore, 1993.
- Eykhoff, P. System Identification Parameter and States Estimation, John Wiley & Sons, 1974.
- Mariano, V.; Oliveira, N. V., Avaliação de Métodos de Integração Numérica Aplicada a Identificação de Perturbações Externas, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CD COBEM 97, Bauru - SP, 1997.
- Natke, H. G.; Cempel, C., Fault Detection and Localization in Structures: a Discussion, Mechanical System and Signal Processing, vol.5, n.5, pp.345-356, 1991.
- Oliveira, N. V., Conjunção de um Critério Utilizando o Teorema de Nyquist para Simulação Dinâmica de Sistemas Mecânicos, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, CD COBEM 97, Bauru - SP, 1997.
- Oliveira, N. V., Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos com Aplicação a Mancais, Tese de Doutorado, UNICAMP-SP, 1988.
- Schroeder, M. R. Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation. IEEE Transactions on Information and Theory, pp.85-89, jan 1970.

IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS EM UM SISTEMA MECÂNICO ROTATIVO UTILIZANDO OS MÉTODOS DAS ACELERAÇÕES GENERALIZADAS

*Mariano, Valdemir - **Victor de Oliveira, Natanael
*Escola Técnica Federal de Pernambuco - ETFPE/UNED - Pesqueira
**Universidade Federal da Paraíba - UFPB
Departamento de Engenharia Mecânica - CCT
E-mail: natanael@dem.ufpb.br
Campina Grande - Brasil

RESUMO

Neste trabalho pretende-se analisar a eficiência dos métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark no processo de identificação de perturbações externas (forças) em sistemas dinâmicos, aplicando o estimador dos mínimos quadrados, comparando-os com os resultados apresentados pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem, considerado eficiente integrador numérico. Neste trabalho, processou-se a identificação de forças em um sistema mecânico MDOF de dois graus de liberdade, constituído do conjunto cixo-mancal hidrodinâmico. Dos resultados apresentados pelo método de Newmark, após feita a comparação proposta, pode-se concluir que este foi o mais preciso em relação aos outros métodos.

1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas básicos da ciência é a tarefa de se explicar observações físicas a partir de equações matemáticas. A área relacionada à identificação de sistemas está sendo largamente utilizada e existe uma preocupação evidente em escolher equações matemáticas que descrevam adequadamente relações entre os dados de entradas e saídas para sistemas reais [Oliveira 1991]. Em muitas situações, nem todos os parâmetros do sistema são conhecidos e em alguns sistemas mecânicos, mesmo com o conhecimento prévio de um modelo matemático que retrate aproximadamente o seu comportamento dinâmico, em dadas situações, é praticamente impossível obter-se parâmetros destes modelos de forma direta (rigidez e amortecimento de um filme de óleo, por exemplo) [Lacerda et al. 1996]. Nestes casos recorre-se a técnicas de identificação ou estimação de parâmetros que objetivam a determinação dos valores desconhecidos a partir dos sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta) do sistema [Rade et al. 1989]. As diversas técnicas de estimação existentes na literatura - mínimos quadrados, variáveis instrumentais, estimação sequencial, filtro de Kalman estendido, entre outras - apresentam "restrições" que dependendo da natureza e da dinâmica do sistema podem redundar em resultados bastante diferentes daqueles do sistema real. Estes métodos podem, sem perda de generalidade, serem adaptados e adequadamente utilizados para identificação de perturbações

(forças) de sistemas mecânicos. As vibrações provocadas por estas perturbações são das mais diversas e variadas natureza, como exemplo tem-se as vibrações síncronas, assíncronas, supersíncronas, aleatórias, para não citar outras. Em geral são fontes de excitação que podem causar e/ou originar ruídos e tensões dinâmicas, que resultam em fadiga, e em consequência, falha de estruturas. Em geral, a eficiência do estimador depende do método de integração numérica a ser utilizado. Neste trabalho investiga-se os métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark [Bathe 1982]. Em seguida, compara-se com o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Os resultados da simulação em termos do vetor de estado é então utilizado para identificar forças no domínio do tempo. O sinal de excitação simulado é do tipo periódico com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco, [Schroeder 1970].

2. APRESENTAÇÃO DOS MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO DIRETA

As equações do movimento de sistemas mecânicos com n graus de liberdade podem ser resolvidas no domínio do tempo por métodos de integração numérica tais como: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ , Newmark e Runge-Kutta de 4ª ordem, entre outros, pela transformação do sistema de equações diferenciais na forma de estado. A escolha do método que melhor se adapta ao processo de simulação, para testar os métodos de identificação

de parâmetros, depende essencialmente de fatores como por exemplo: escolha do passo de integração, problemas de instabilidade numérica inerentes ao método a ser escolhido, introdução de amortecimento fictício no sistema, etc.. Estes fatores apresentam efeitos cruciais na simulação do sistema e em particular no processo de identificação de parâmetros [Oliveira, 1991]. A equação diferencial genérica representativa da resposta dinâmica de um sistema mecânico pode ser dada por,

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{R\} \quad (1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez respectivamente; $\{R\}$ é o vetor força de excitação; $\{U\}$, $\{\dot{U}\}$ e $\{\ddot{U}\}$ são os vetores deslocamento, velocidade e aceleração do sistema, respectivamente. Se a relação de equilíbrio (1) é estimada como um sistema de equações diferenciais com coeficientes constantes, implica que algumas convenientes expressões de diferenças finitas para aproximar as acelerações e velocidades em termos de deslocamentos podem ser usadas. Um procedimento que pode ser muito eficaz na solução de alguns problemas é o *Método da Diferença Central*, no qual é assumido que,

$$\{\ddot{U}^t\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{U^{t-\Delta t} - 2U^t + U^{t+\Delta t}\} \quad (2)$$

$$\{\dot{U}^t\} = \frac{1}{2\Delta t} \{-U^{t-\Delta t} + U^{t+\Delta t}\} \quad (3)$$

A solução para o deslocamento no tempo $t + \Delta t$ é obtida considerando (1) no tempo t , ou seja,

$$[M]\{\ddot{U}^t\} + [C]\{\dot{U}^t\} + [K]\{U^t\} = \{R^t\} \quad (4)$$

Substituindo as relações para $\{\ddot{U}^t\}$ e $\{\dot{U}^t\}$ em (2) e (3), respectivamente, na equação (4), obtemos,

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^t\} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2}[M]\right)\{U^t\} - \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t-\Delta t}\} \quad (5)$$

a qual pode ser solucionada para $\{U^{t+\Delta t}\}$. O esquema do *Método de Integração de Houbolt* é algo parecido com o método da diferença central apresentado anteriormente, no qual as expressões padrões de diferenças finitas são usadas para aproximar as componentes da aceleração e da velocidade em termos das componentes do deslocamento. As seguintes expressões de diferenças finitas são empregadas no método de integração de Houbolt:

$$\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{2U^{t+\Delta t} - 5U^t + 4U^{t-\Delta t} - U^{t-2\Delta t}\} \quad (6)$$

$$\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} = \frac{1}{6\Delta t} \{11U^{t+\Delta t} - 18U^t + 9U^{t-\Delta t} - 2U^{t-2\Delta t}\} \quad (7)$$

Para a obtenção da solução no tempo $t + \Delta t$, será considerada (1) no tempo $t + \Delta t$ (e não no tempo t conforme o método da diferença central), a qual torna-se,

$$[M]\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} + [K]\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^{t+\Delta t}\} \quad (8)$$

Substituindo (6) e (7) em (8) e arranjando todos os membros conhecidos no lado direito da equação, obtém-se para a solução de $\{U^{t+\Delta t}\}$,

$$\left(\frac{2}{\Delta t^2}[M] + \frac{11}{6\Delta t}[C] + [K]\right)\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^{t+\Delta t}\} + \left(\frac{5}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{\Delta t}[C]\right)\{U^t\} - \left(\frac{4}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t-\Delta t}\} + \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{3\Delta t}[C]\right)\{U^{t-2\Delta t}\} \quad (9)$$

O *Método Wilson θ* é essencialmente uma extensão do método da aceleração linear no qual é assumido uma variação linear da aceleração desde o tempo t até o tempo $t + \Delta t$. Para o método tornar-se incondicionalmente estável é necessário adotar o parâmetro $\theta \geq 1.37$, e usualmente toma-se $\theta = 1.40$ [Bathe 1982]. Denotando τ o incremento no tempo, onde $0 \leq \tau \leq \theta \Delta t$, tem-se que para o intervalo de tempo t a $t + \theta \Delta t$,

$$\{\ddot{U}^{t+\tau}\} = \{\ddot{U}^t\} + \frac{\tau}{\theta \Delta t} \{\ddot{U}^{t+\theta \Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (10)$$

Integrando (10) em relação a τ , obtém-se

$$\{\dot{U}^{t+\tau}\} = \{\dot{U}^t\} + \{\ddot{U}^t\}\tau + \frac{\tau^2}{2\theta \Delta t} \{\ddot{U}^{t+\theta \Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (11)$$

$$\{U^{t+\tau}\} = \{U^t\} + \{\dot{U}^t\}\tau + \frac{1}{2}\{\ddot{U}^t\}\tau^2 + \frac{1}{6\theta \Delta t}\tau^3 \{\ddot{U}^{t+\theta \Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (12)$$

Tomando (11) e (12) no tempo $t + \theta \Delta t$,

$$\{\dot{U}^{t+\theta \Delta t}\} = \{\dot{U}^t\} + \frac{\theta \Delta t}{2} \{\ddot{U}^{t+\theta \Delta t} + \ddot{U}^t\} \quad (13)$$

$$\{U^{t+\theta \Delta t}\} = \{U^t\} + \theta \Delta t \{\dot{U}^t\} + \frac{\theta^2 \Delta t^2}{6} \{\ddot{U}^{t+\theta \Delta t} + 2\ddot{U}^t\} \quad (14)$$

as quais podem ser solucionadas para $\{\ddot{U}^{t+\theta \Delta t}\}$ e $\{\dot{U}^{t+\theta \Delta t}\}$ em termos de $\{U^{t+\theta \Delta t}\}$:

$$\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2} \{U^{t+\theta\Delta t} - U^t\} - \frac{6}{\theta\Delta t} \{\dot{U}^t\} - 2\{\ddot{U}^t\} \quad (15)$$

$$e \{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{3}{\theta\Delta t} \{U^{t+\theta\Delta t} - U^t\} - 2\{\dot{U}^t\} - \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{U}^t\} \quad (16)$$

Para obter a solução para os deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t + \Delta t$, considera-se a equação (1) no tempo $t + \theta\Delta t$.

$$[M]\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\} + [C]\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} + [K]\{U^{t+\theta\Delta t}\} = \{\bar{R}^{t+\theta\Delta t}\} \quad (17)$$

onde $\{\bar{R}^{t+\theta\Delta t}\} = \{R^t\} + \theta\{R^{t+\Delta t} - R^t\}$

Substituindo (15) e (16) em (17), uma equação é obtida na qual $\{U^{t+\theta\Delta t}\}$ pode ser resolvido. A substituição de $\{U^{t+\theta\Delta t}\}$ em (15) permite a determinação de $\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\}$ que é usado em (10), (11) e (12), todos avaliados em $\tau = \Delta t$ para calcular $\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\}$, $\{\dot{U}^{t+\Delta t}\}$ e $\{U^{t+\Delta t}\}$. O *Método de Integração de Newmark* também pode ser compreendido como uma extensão do método da aceleração linear [Bathe 1982]. As seguintes equações são usadas,

$$\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} = \{\dot{U}^t\} + [(1-\delta)\{\ddot{U}^t\} + \delta\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\}]\Delta t \quad (18)$$

$$e \{U^{t+\Delta t}\} = \{U^t\} + \{\dot{U}^t\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\{\ddot{U}^t\} + \alpha\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\}\right]\Delta t^2 \quad (19)$$

onde α e δ são parâmetros que podem determinar a precisão e a estabilidade no processo de integração numérica. O método de Newmark originalmente proposto é um algoritmo incondicionalmente estável para o caso em que $\alpha = 1/4$ e $\delta = 1/2$.

3. MODELO MATEMÁTICO

O modelo adotado foi um sistema MDOF constituído por um mancal hidrodinâmico aplicado em sistemas mecânicos rotativos [Oliveira 1991], conforme figura (1), regido pelo sistema de equações diferenciais,

$$M\ddot{X}(t) + C_{xx}\dot{X}(t) + C_{xy}\dot{Y}(t) + K_{xx}X(t) + K_{xy}Y(t) = F_x(t) \quad (20)$$

$$M\ddot{Y}(t) + C_{yx}\dot{X}(t) + C_{yy}\dot{Y}(t) + K_{yx}X(t) + K_{yy}Y(t) = F_y(t) \quad (21)$$

onde K_{sx} e K_{sy} são os coeficientes de rigidez do suporte do sistema eixo-mancal hidrodinâmico segundo as direções x e y .

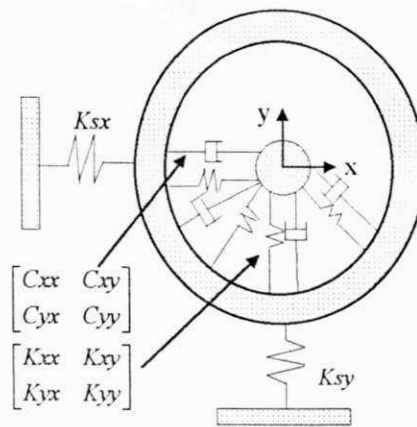


Figura (1): Modelo físico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico

4. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E FORÇAS

Para um sistema SDOF a equação de estado na forma $\dot{X} = AX + BF$ é de conhecimento convencional, no caso do sistema MDOF pode ser representada na seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_{xx}/M & -C_{xx}/M & -K_{xy}/M & -C_{xy}/M \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_{yx}/M & -C_{yx}/M & -K_{yy}/M & -C_{yy}/M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{Bmatrix} 0 \\ F_x \\ 0 \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Esta equação representada na forma discreta compacta por, $X(k+1) = (I + ADt)X(k) + DtBF(k)$, onde Dt é o intervalo de tempo de discretização e $X(k)$, o vetor de estado no instante $t = k, k = 1, 2, \dots, N$, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) & X_3(2) & X_4(2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) & X_3(k+1) & X_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & X_3(1) & X_4(1) & F_x(1) & F_y(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_1(k) & X_2(k) & X_3(k) & X_4(k) & F_x(k) & F_y(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{K_{xx}}{M}Dt & 0 & \frac{K_{yx}}{M}Dt \\ Dt & (1-\frac{C_{xx}}{M}Dt) & 0 & -\frac{C_{xy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{K_{xy}}{M}Dt & 1 & -\frac{K_{yy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{C_{yx}}{M}Dt & Dt & (1-\frac{C_{yy}}{M}Dt) \\ 0 & \frac{M}{Dt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Dt \end{bmatrix} \quad (23)$$

Na forma matricial compacta, tem-se $[X'(k+1)] = [X'(k)][\phi]$, ou ainda $[b] = [A][\phi]$, onde, $[b]$: matriz retangular de ordem Nx4, contendo os vetores de deslocamento e velocidade no instante $t = k+1$; $[A]$: matriz retangular de ordem Nx6, contendo os vetores de entrada (força de excitação); e saída (resposta em termos de deslocamento e velocidade) no instante $t = k$; $[\phi]$: matriz retangular de ordem 6x4, contendo os parâmetros a serem estimados. O estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de ϕ fornece, $\hat{\phi}_{MQ} = [A^T A]^{-1} A^T b$, ficando assim estabelecida a equação para o processo de identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento para o caso em estudo no domínio do tempo. Segue-se ao processo de identificação dos parâmetros do sistema a identificação das perturbações/forças atuantes dada pela seguinte equação:

$$\{\hat{F}(t)\} = [\hat{M}]\{\hat{X}(t)\} + [\hat{C}]\{\dot{\hat{X}}(t)\} + [\hat{K}]\{\hat{X}(t)\} \quad (24)$$

onde, $[\hat{M}]$, $[\hat{C}]$, $[\hat{K}]$ representam as matrizes contendo os valores de massa, amortecimento e rigidez estimados e $\{\hat{X}(t)\}$, $\{\dot{\hat{X}}(t)\}$, $\{\hat{X}(t)\}$ os vetores de resposta do sistema em termos de aceleração, velocidade e deslocamento. Uma alternativa utilizada, ainda em estudo, para a identificação de perturbações/forças do sistema MDOF, oriunda da solução da equação (20) na forma discreta compacta, em termos de $F(k)$, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} 0(1) & \dots & 0(k) \\ F_x(1) & \dots & F_x(k) \\ 0(1) & \dots & 0(k) \\ F_y(1) & \dots & F_y(k) \end{bmatrix} = \frac{[\hat{M}]}{\hat{D}t} \begin{bmatrix} X_1(2) & \dots & X_1(k+1) \\ X_2(2) & \dots & X_2(k+1) \\ X_3(2) & \dots & X_3(k+1) \\ X_4(2) & \dots & X_4(k+1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \hat{D}t & 0 & 0 \\ -\frac{\hat{K}_{xx}}{M} & (1-\frac{\hat{C}_{xx}}{M}\hat{D}t) & -\frac{\hat{K}_{xy}}{M} & -\frac{\hat{C}_{xy}}{M}\hat{D}t \\ 0 & 0 & 1 & \hat{D}t \\ \frac{\hat{K}_{yx}}{M} & -\frac{\hat{C}_{yx}}{M}\hat{D}t & -\frac{\hat{K}_{yy}}{M} & (1-\frac{\hat{C}_{yy}}{M}\hat{D}t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(1) & \dots & X_1(k) \\ X_2(1) & \dots & X_2(k) \\ X_3(1) & \dots & X_3(k) \\ X_4(1) & \dots & X_4(k) \end{bmatrix} \quad (25)$$

A figura (2) apresenta o diagrama de blocos para o processo de identificação de perturbações/forças no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados.

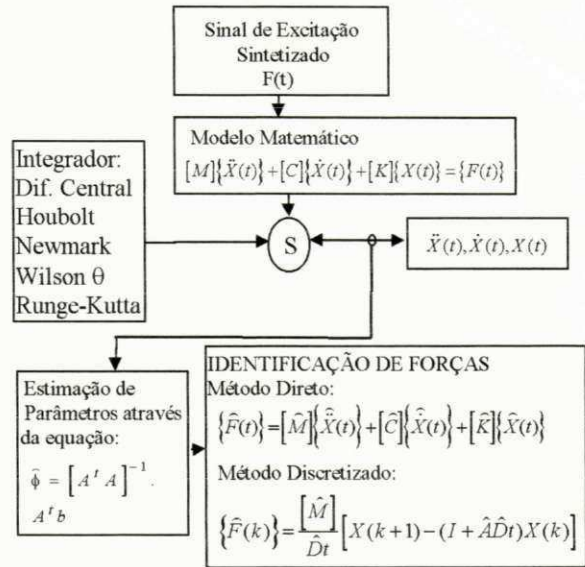


Figura (2): Diagrama de blocos para a identificação de forças

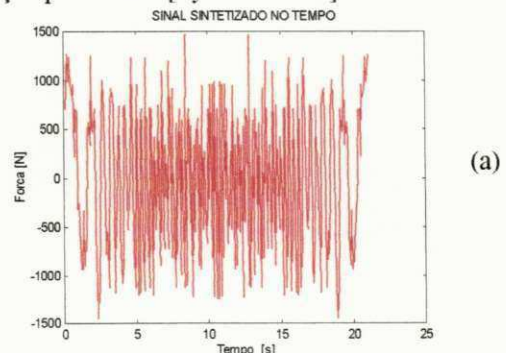
5. RESULTADOS DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO E DISCUSSÕES

Para o sistema MDOF em estudo foram adotados massa $M = 14.8$ [Kg], amplitudes das forças de excitação nas direções x e y, $F_x = F_y = 100$ [N] e os seguintes valores de amortecimento em [Ns/m] e rigidez em [N/m]

Tabela 1: Parâmetros adotados para verificação do processo de identificação de forças

Kxx	Cxx	Kxy	Cxy	Kyx	Cyx	Kyy	Cyy
40	20	50	10	20	10	60	30

O vetor força de excitação utilizado como entrada no sistema dinâmico em consideração corresponde ao sinal obtido a partir de síntese de sinais periódicos. A ilustração seguinte permite visualizar este vetor gerado no tempo e seu espectro pela soma de 256 funções cossenoidais de iguais amplitudes; isto equívale a excitar o sistema injetando simultaneamente 256 sinais cossenoidais. A justificativa de utilização deste sinal como fonte de excitação deve-se, entre outras vantagens, a sua característica de manutenção das condições de excitação persistente [Eykhoff 1974].



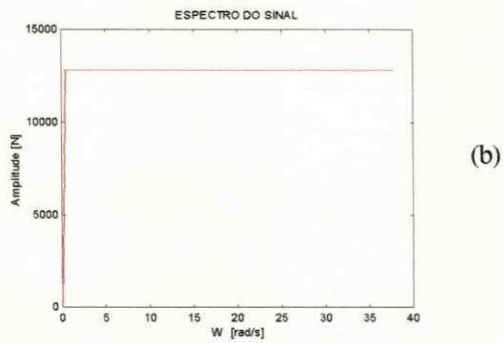


Figura (3): Sinal de excitação sintetizado, no tempo (a) em frequência (b)

Para 256 pontos de observação no tempo e a relação entre a frequência natural e a frequência fundamental denominada por NPI, como sendo igual a 6 e 2 respectivamente, e, ainda, aplicando a equação (24) referente ao primeiro método proposto, tem-se os seguintes resultados de identificação de forças para os métodos de integração numérica em estudo:

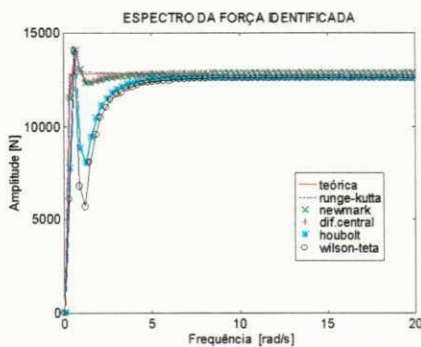


Figura (4): Resultados de identificação de forças pelo método da equação (24) e NPI = 6

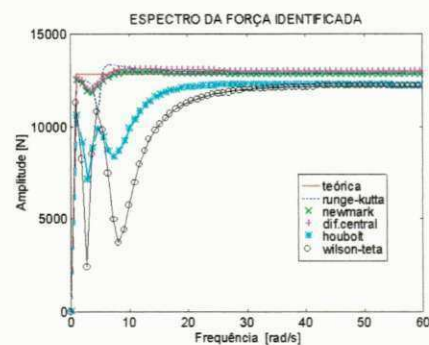


Figura (5): Resultados de identificação de forças pelo método da equação (24) e NPI = 2

Da figura (4) acima exposta, vê-se que os métodos de Newmark e Diferença Central apresentaram uma boa performance no processo de identificação de forças, a ponto do método de Newmark superar o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Por outro lado, observa-se uma determinada inconsistência dos valores de identificação de forças apresentados pelos métodos de Houbolt e Wilson θ em função da dispersão dos valores das forças identificadas em

torno do espectro da força exata. Para uma nova situação de intervalo de tempo de discretização, controlado por NPI, neste caso igual a 2, com Δt tendo sido reduzido para 0,02728 diferentemente do valor anterior 0,08184, observa-se ainda, uma boa consistência dos valores de identificação de forças apresentados pelos métodos de Newmark e Diferença Central, com os seus resultados bastante próximos, o que pode ser constatado na figura (5). Com relação aos métodos de Houbolt e Wilson θ , houve uma rápida melhora na consistência dos seus valores de identificação de forças apresentados, o que pode ser visualizado comparando-se as figuras (4) e (5). Todos estes resultados foram obtidos via aplicação da equação contínua no domínio do tempo (24). Para o mesmo número de pontos de observação no tempo e tomando NPI como sendo igual a 6 e 2 respectivamente, entretanto, aplicando a equação (25) referente ao segundo método proposto, o da equação discretizada, tem-se os seguintes resultados de identificação de forças para os métodos de integração numérica em estudo:

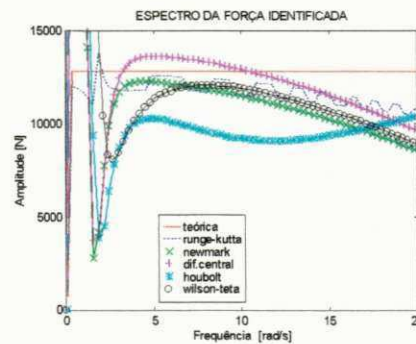


Figura (6) - Resultados de identificação de forças pelo método da equação (25) e NPI = 6

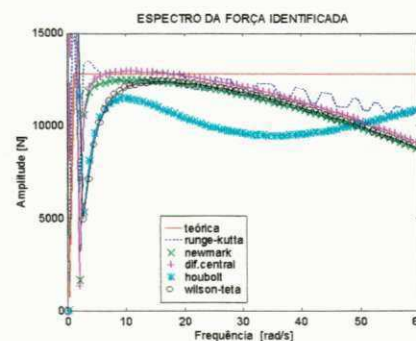


Figura (7) - Resultados de identificação de forças pelo método da equação (25) e NPI = 2

Dos resultados de identificação de forças apresentados pelo segundo método em análise proposto, o da equação discretizada (25), figuras (6) e (7), observa-se uma alta inconsistência para os valores obtidos por todos os métodos de integração numérica, inclusive o integrador de Runge-Kutta, mesmo apresentando menor dispersão em relação aos outros métodos. Para este método, a variação de

NPI e concomitantemente de Dt , não surtiu qualquer efeito.

6. CONCLUSÕES

A escolha ótima do passo de integração numérica é fator primordial para uma boa performance dos resultados obtidos pelos métodos analisados e conseqüente consistência dos valores de identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos; deixando bastante evidente que este passo está intrinsecamente relacionado com a dinâmica do sistema e não pode ser tomado como um valor aleatório qualquer. O método da equação dinâmica proposto, apresentou resultados bastante consistentes para o processo de identificação de forças, superando em muito, o segundo método proposto, o da equação discretizada, o que consolida o primeiro, porém, ainda, não invalida o segundo por se encontrar em fase de análise. Fica bastante evidenciada a possibilidade de aplicação dos métodos de Newmark - com destaque pelos seus resultados apresentados -, Diferença Central, Houbolt e Wilson θ no processo de obtenção numérica dos vetores de estado para aplicação na identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos, considerando que para uma bom desempenho destes métodos fatores como: o melhor critério para escolha ótima do intervalo de tempo de discretização, número de pontos adotados, seleção do sinal de excitação e condição de estabilidade numérica do método, não podem ser desprezados.

7. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), de quem recebeu bolsa do programa de Mestrado da UFPB/CCT/CPGEM.

8. REFERÊNCIAS

- BATHE, K. J. (1982). **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- EYKHOFF, P. (1974). **System Identification Parameter and States Estimation**, John Wiley & Sons.
- LACERDA JUNIOR, J. A. (1996). **Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo Utilizando-se o Filtro de Kalman em Conjunção com o Estimador das Variáveis Instrumentais**, Anais do IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, pp.645-650, Recife, Brasil.
- OLIVEIRA, N. V. (1991). **Identificación Experimental de Fuerzas Bajo Condiciones Controladas en el Dominio de la Frecuencia**, II Pan American Congress for Applied Mechanics, pp.183-188, Val Parayso, Chile.
- RADE, D. A., STEFFEN JR., V. (1989). **Identificação de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo pelo Método das Séries de Fourier**,

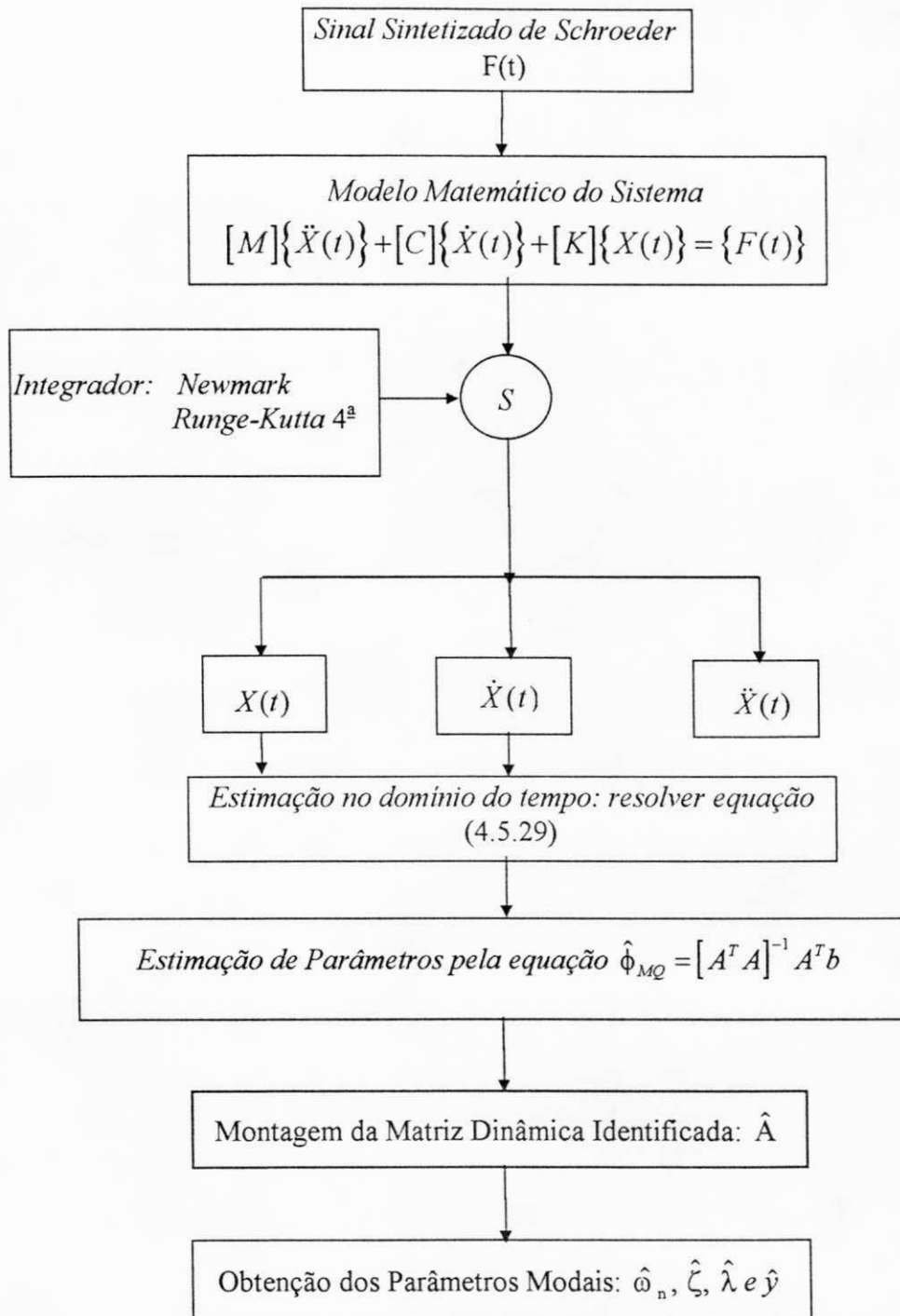
Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp.303-305, Rio de Janeiro, Brasil.

SCHROEDER, M. R. (1970). **Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation**, IEEE Transactions on Information and Theory, pp.85-89, jan.

APÊNDICE E

IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS MODAIS DE UM SISTEMA MDOF

IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS MODAIS DE UM SISTEMA MDOF



(Figura E1) - Diagrama de blocos para o processo de identificação dos parâmetros modais no domínio do tempo de um sistema MDOF

Neste apêndice apresenta-se os resultados de identificação de parâmetros modais no domínio do tempo utilizando os integradores de Runge-Kutta de 4ª ordem e Newmark na obtenção da resposta dinâmica de um sistema MDOF aplicado por Steffen Jr. e Rade (1991). O objetivo é verificar a precisão das respostas dinâmicas destes integradores, bem como, da formulação matemática de identificação de parâmetros no domínio do tempo desenvolvida neste trabalho de dissertação comparando-se os seus resultados com os do artigo acima referenciado, que empregou um método baseado nas Séries de Fourier num processo de identificação modal.

O sistema analisado - de dois graus de liberdade - é representado pelas seguintes matrizes,

$$[M] = \begin{bmatrix} 4.54 & \\ & 4.54 \end{bmatrix} Kg; \quad [C] = \begin{bmatrix} 87.559 & -35.0236 \\ -35.0236 & 52.5354 \end{bmatrix} Ns/m$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2626.77 & -875.59 \\ -875.59 & 2626.77 \end{bmatrix} N/m$$

O processo segue o diagrama de blocos da figura E1 onde o número de pontos adotado no tempo foi $Nt = 2048$ e o valor da amplitude da força de excitação - sinal de Schroeder - foi $Fo = 1$ N.

Os resultados apresentados nas tabelas E1 e E2 se comparados com os do trabalho do Steffen Jr. e Rade (1991) aqui reproduzidos, consolidam os integradores Runge-Kutta de 4ª ordem e Newmark, bem como, a formulação matemática de identificação de parâmetros no domínio do tempo empregada neste trabalho. É preciso salientar que o método da Diferença Central também apresentou excelentes resultados, cuja análise será feita em trabalhos futuros.

3-E

TABLE 2 IDENTIFIED AND THEORETICAL MODAL PARAMETERS - (Steffen Jr. & Rade, 1991)

Mode	<u>Damped Frequency</u> [Hz]		<u>Damping Factor</u>		<u>Eigenvector</u> (y ₁ /y ₂)	
	Theor.	Identif.	Theor.	Identif.	Theor.	Identif.
1	3.116	3.115 (0.03%)	0.428	0.416 (2.8%)	1.157+0.347j	1.157+0.305j (0.95%) [*]
2	3.938	3.995 (1.4%)	0.187	0.187 (0.0%)	-0.682+0.275j	-0.697+0.291j (1.32%) [*]

() Percent errors

()^{*} Percent magnitude errors

TABELA E1 - PARÂMETROS MODAIS TEÓRICOS E IDENTIFICADOS NO DOMÍNIO DO TEMPO UTILIZANDO O MÉTODO DE RUNGE-KUTTA DE 4ª ORDEM NA OBTENÇÃO DA RESPOSTA DINÂMICA DO SISTEMA

Modo	<u>Frequência Amortecida</u> [Hz]		<u>Fator de Amortecimento</u>		<u>Autovetor</u> (y ₁ /y ₂)	
	Teór.	Identif.	Teór.	Identif.	Teór.	Identif.
1	3.1157	3.1135 (0.0705%)	0.4275	0.4286 (0.2452%)	1.1567+0.3474i	1.1576+0.3483i (0.1052%) [*]
2	3.9384	3.9305 (0.2010%)	0.187	0.187 (0.0%)	-0.6821+0.2752i	-0.6812+0.2750i (0.1161%) [*]

() Erro em porcentagem

()^{*} Erro da magnitude em porcentagem

TABELA E2 - PARÂMETROS MODAIS TEÓRICOS E IDENTIFICADOS NO DOMÍNIO DO TEMPO UTILIZANDO O MÉTODO DE NEWMARK NA OBTENÇÃO DA RESPOSTA DINÂMICA DO SISTEMA

Modo	<u>Frequência Amortecida</u> [Hz]		<u>Fator de Amortecimento</u>		<u>Autovetor</u> (y ₁ /y ₂)	
	Teór.	Identif.	Teór.	Identif.	Teór.	Identif.
1	3.1157	3.1134 (0.074%)	0.4275	0.4286 (0.2436%)	1.1567+0.3474i	1.1576+0.3483i (0.1085%) [*]
2	3.9384	3.9303 (0.2058%)	0.187	0.187 (0.0%)	-0.6821+0.2752i	-0.6812+0.2750i (0.1212%) [*]

() Erro em porcentagem

()^{*} Erro da magnitude em porcentagem