PROJETO DE CIRCUITOS PARA ENSAIO SINTÉTICO DE DISJUNTORES DE EHV

GENOILTON JOÃO DE CARVALHO ALMEIDA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA COMO PARTE DOS REQUESITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ORIENTADOR: S. R. NAIDU

CAMPINA GRANDE
ESTADO DA PARAÍBA - BRASIL
MAIO DE 1978

A447p Almeida, Genoilton João de Carvalho.
Projeto de circuitos para ensaio sintético de disjuntores de EHV / Genoilton João de Carvalho Almeida. - Campina Grande, 1978.
73 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1978.
"Orientação : Prof. Dr. S. R. Naidu".
Referências.

1. Interrupção dos Circuito. 2. Disjuntores de EHV. 3. Disjuntores - Ensaio Sintético. 4. Engenharia Elétrica - Dissertação. I. Naidu, S. R. II. Universidade Federal da Paraiba - Campina Grande (PB) III. Título

CDU 621.316(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

PROJETO DE CIRCUITOS PARA ENSAIO SINTÉTICO DE DISJUNTORES DE EHV

Engenheiro Elétrico: GENOILTON JOÃO DE CARVALHO ALMEIDA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA COMO PARTE DOS REQUESITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc).

Aprovador Por:

Prof. SREERAMULU RAGHURAM NAIDU
- Orientador -

Prof. ANTONIO FAUSTINO CAVALCANTI NETO

Engº JOSÉ JUCA JÚNIOR

CAMPINA GRANDE
ESTADO DA PARAÍBA - BRASIL
JUNHO - 1978

A G R A D E C I M E N T O

AGRADECEMOS AO Dr. S. R. NAIDU PELA PRESTIMOSA ORIENTAÇÃO.

A B S T R A C T

THE SYNTHETIC TESTING OF EHV CIRCUIT BREAKERS WAS STUDIED. COMPUTER AIDED DESIGN TECHNIQUES WERE APPLIED TO OBTAIN THE PARAMETERS OF THE CIRCUIT. SATISFACTORY RESULTS WERE OBTAINED FOR A REALIZABLE CIRCUIT.

R E S U M O

FORAM FEITOS ESTUDOS SOBRE O ENSAIO SINTÉTICO DE DISJUNTORES DE EHV. FOI APLICADO O "COMPUTER AIDDED DESIGN" PARA O DIMENSIONAMENTO DOS PARÂMETROS DOS CIRCUITOS. OS RESULTADOS OBTIDOS FORAM SATISFATÓRIOS EM UM CIRCUITO REALIZÁVEL.

Í N D I C E

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O disjuntor é o dispositivo responsável pela interrupção da corrente normal ou anormal de um circuito, quando comandado por um relé. Ao ser iniciada a abertura dos contatos de um disjuntor, estabelece-se um arco entre os mesmos, dando lugar ao prosseguimento da corrente, todavia, após completada a abertura dos contatos, a corrente será interrompida na primeira passagem pelo zero natural, pois existem condições no interior do disjuntor que transformam o meio de arco (altamente condutor) em um meio isolante.

Após interrupção da corrente de falta, aparece uma tensão de restabelecimento entre os contatos do disjuntor, devido à inércia elétrica do circuito. Esta tensão de restabelecimento consiste de um transitório inicial (tensão de restabelecimento transitório) seguido de uma tensão de regime (tensão de restabelecimento de frequência industrial). A tensão de restabelecimento transitório possui uma alta taxa de crescimento inicial (da ordem de 1,0 kV/μs) e atinge valores de pico muito elevados (fig. 1.1).

Um disjuntor deve interromper a corrente do circuito no qual está operando, em quaisquer condições normais ou anormais, e suportar a tensão de restabelecimento sem que haja reignição.

1.1 - O Processo de Interrupção

Durante a interrupção da corrente de um circuito, por um disjuntor, podem ser distinguidos os seguintes períodos (fig. 1.1) [1]: 1º) período de arco; 2º) período de significante variação da tensão de arco; 3º) período de corrente pós-arco; 4º) período de esforço dielétrico. Todavia, os limites desses períodos não podem ser determinados com precisão.

O PERÍODO DE ARCO compreende desde o ínicio da separação dos contatos até a extinção do arco. A duração deste período depende das caracteristicas do disjuntor em relação ao circuito no qual está operando. Nesse período, tem-se uma corrente de alta intensidade fluindo através do disjuntor. A potência dissipada no meio de arco, devido a sua resistência, eleva a temperatura no interior do disjuntor a valores tão altos quanto 25.000ºK [2]. Essa temperatura elevada gera esforços térmicos os quais devem ser suportados pelo disjuntor.

O PERÍODO DE SIGNIFICANTE VARIAÇÃO DA TENSÃO DE ARCO, compreende 5 a 10 micro-segundos antes da extinção do arco [3]. Nesse período, o mecanismo de extinção do arco atinge o máximo de sua eficiência aumentando sensivalmente a resistência do meio de arco e consequentemente, a tensão entre os contatos do disjuntor. Com a elevação da tensão de arco, a corrente no disjuntor fica reduzida segundo a equação (fig. 1.2a).

$$i = ip - \Delta i = i_L - i_C$$

$$= Ip \operatorname{sen}\omega t - \frac{1}{L}\int_{t_o}^{t} V_a dt - C\frac{dVa}{dt} \qquad (1.1)$$

Sendo:

- i = corrente através do disjuntor;
- ip = corrente presumida (i.e. se o arco fosse um condutor perfeito);
- L, C = indutância e capacitância do circuito;
- Δi = corrente de distorção.

Va = tensão de arco.

Na figura. 1.2b, tem-se a deformação da corrente de arco próximo corrente zero, considerando-se apenas a indutância e capacitância do circuito. Observa-se que a corrente de distorção, originada pela variação da tensão de arco, modifica a intensidade, taxa de decrescimento e duração da corrente de arco, em relação à corrente presumida. A maneira como a corrente de arco aproxima-se de zero é fundamental na extinção da corrente através do disjuntor, uma vez que é responsável pelas características do meio de arco ao ser atingida a corrente zero.

<u>O PERÍODO DE CORRENTE PÓS ARCO</u>, compreende algumas dezenas de microsegundos após a extinção do arco. No ínicio desse período, o meio de arco possui uma certa condutância residual devido à inércia térmica. O aparecimento da tensão de restabelecimento e a existência da condutância residual do meio de arco, originam uma corrente entre os contatos, cuja intensidade e duração dependerá das características do disjuntor. Se após corrente zero, não houvesse entrada de potência no meio de arco, sua condutância residual decairia para zero com uma taxa finita. Entretanto, o meio de arco receberá uma certa potência através da corrente pós-arco. O balanço entre a potência recebida e a potência de perdas (por cenvecção, por irradiação e movimento das moléculas dissociadas) determinará o comportamento da condutância do meio de arco. A condutância poderá decair até a extinção total da corrente (potência de perdas maior que a potência recebida) ou aumentar conduzindo a uma reignição térmica, (potência de perdas menor que a potência recebida). Os dois casos são ilustrados na fig. 1.3. No caso representado por "a" tem-se uma extinção da corrente pós-arco e em "b" uma reignição térmica.

Presumindo-se que não houve reignição térmica no período de corrente pós-arco, será iniciado o <u>período de esforço dielétrico</u> cerca de 100 microsegundos após a extinção do arco. A tensão de restabelecimento transitória crescerá no sentido de atingir seu valor de pico. Inicialmente, a alta temperatura e baixa densidade ainda reinantes no meio entre os contatos, faz com que sua rigidez dielétrica seja bastante baixa. Se a rigidez dielétrica do meio aumentar, de modo que a tensão de rutura mantenha-se sempre maior que a tensão de restabelecimento, não ocorrerá reignição por ruptura dielétrica. Todavia, se na corrida de crescimento, a tensão de restabelecimento conseguir ultrapassar a tensão de ruptura do dielétrico, ocorrerá reignição por ruptura dielétrica. As duas ocorrências possíveis são ilustradas na fig.1.4. O crescimento da tensão de ruptura do dielétrico ao longo da caracteristica V_{r1} não resulta em ruptura, enquanto ao longo de V_{r2} resulta em uma reignição dielétrica no instante t_2.

O desenvolvimento de um critério para interrupção da corrente de um circuito, por um disjuntor, envolve, portanto, os parâmetros do circuito, a história do arco, e o comportamento do meio de arco no período de corrente pós-arco e de esforço dielétrico. Infelizmente, a teoria sobre arcos ainda não atingiu um estágio suficiente para permitir o cálculo de um disjuntor capaz de interromper a corrente de um determinado circuito. Deste modo, a construção de disjuntores, até o presente, tem sido senão uma arte, mas o resultado empírico de muitas experiências. A falta de uma teoria física capaz de prover a descrição quantitativa do processo de interrupção do arco nos disjuntores, leva à necessidade do procedimento de ensaios, para determinação ou comprovação da sua capacidade de interrupção.

1.2 - Ensaio Direto de Disjuntores

O ensaio direto de disjuntores consiste em um ensaio de curto-circuito no qual a corrente de curto-circuito e a tensão de restabelecimento (transitório e de frequência industrial) são obtidas de uma única fonte de potência, a qual poderá ser um sistema de potência ou geradores especiais, como os usados nos laboratórios de alta potência. No ensaio direto, a tensão aplicada e a tensão de restabelecimento de frequência industrial correspondem à tensão da fonte de potência. Na fig. 1.5 tem-se um diagrama simplificado do circuito de ensaio dire to.

As principais diferenças do ensaio direto usando-se um sistema de potência, (ensaio no campo) para o ensaio em laboratório são: a) no ensaio no campo as impedâncias do circuito são distribuidas enquanto que em laboratório são concentradas; b) o ensaio no campo é um ensaio trifásico enquanto que em laboratório é um ensaio monofásico.

1.2.1 - Ensaio no Campo

Quando um disjuntor é ensaiado no campo, seus três polos são ensaiados simultaneamente através de um curto-circuito trifásico. O principal problema na execução desse tipo de ensaio é a obtenção da potência de curto-circuito necessária. Muitos usuários, Hydro - Quebec's Power Network, por exemplo, possuem estações de ensaio alimentadas pelo próprio sistema. Entretanto, a potência disponível, normalmente, é menor que a capacidade de interrupção dos disjuntores a serem ensaiados. Um outro problema é que a tensão de restabelecimento transitória obtida, nem sempre corresponde às prescrições das normas.

Finalmente, mesmo que toda a potência de um certo sistema pudesse ser usado para fins de ensaios, e sua tensão de restabelecimento transitória correspondesse às prescrições das normas, não seria possível ensaiar-se disjuntores para sistemas futuros.

1.2.2 - Ensaio em Laboratório de Alta Potência

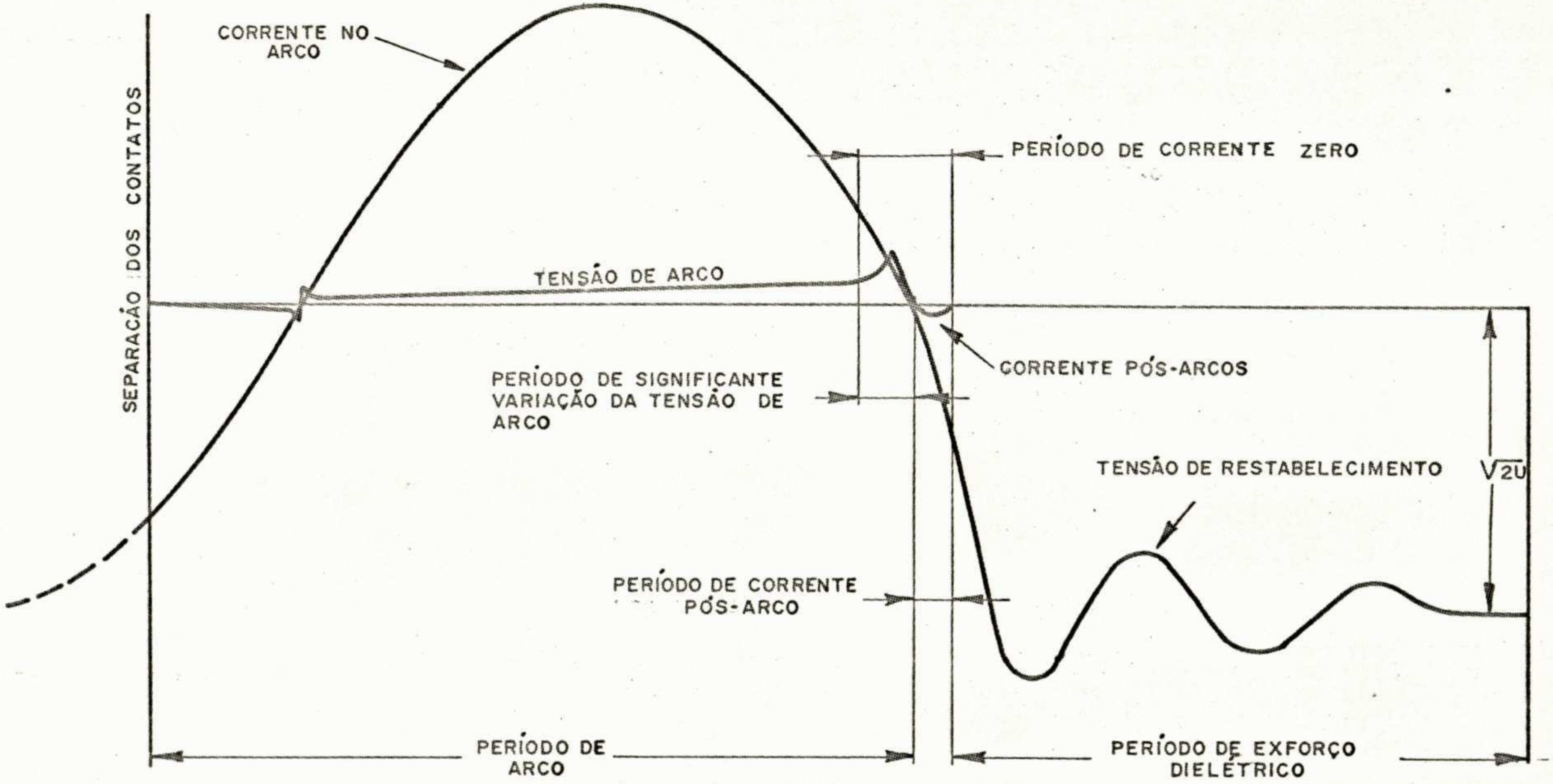
O ensaio direto em laboratório simula as condições existentes no primeiro pólo que abre em um curto-circuito trifásico não aterrado.

Muitos fabricantes de disjuntores possuem laboratórios de alta potência para ensaios. O aumento da capacidade de interrupção dos disjuntores forçou a ampliação de tais laboratórios existindo atualmente, alguns que têm capacidade de curto-circuito de 5.000 MVA. Por muito tempo, os disjuntores foram ensaiados em tais laboratórios. Entretanto, a rápido crescimento da potência de curto-circuito dos sistemas tornou o ensaio dos disjuntores, pelo método direto, impraticável em laboratório. É anti-economica e quase impossível a ampliação dos laboratórios ao nível da capacidade de interrupção dos disjuntores de EHV.

Com o advento da construção dos disjuntores com várias unidades de interrupção em série por polo, passou-se a ensaiar cada unidade separadamente. Cada unidade é ensaiada a plena corrente e a uma fração da tensão nominal do disjuntor completo. Depois são feitos ensaios complementares, a plena corrente com tensão reduzida e a plena tensão com corrente reduzida, no polo completo. Deste modo é possível simular curto-circuitos trifásicos de até 35.000 MVA. Mesmo que este método seja reconhecido pela I.E.C., e várias outras normas, existe um grande problema concernente à influência da condutividade pós-arco sobre a distribuição da tensão ao longo das unidades. O restabelecimento dielétrico em cada câmera não possui o mesmo comportamento. Isto leva a uma distribuição não linear da tensão de restabelecimento transitória ao longo das unidades, tornando irrecomendável o ensaio por unidades.

Nos últimos anos, a construção de disjuntores para sistemas de elevadíssima potência de curto-circuito passou a exigir unidades com elevada capacidade de interrupção, por ser anti-econômica a construção de disjuntores com muitas unidades por pólo. Isto veio trazer mais uma vez, dificuldades na simulação de ensaios diretos.

Todas essas dificuldades no ensaio direto de disjuntores levaram à pesquisa de um método sintético para ensaiá-los.



OBS: O Diagrama não está em escala

Fig. 1.1 - Períodos do processo de interrupção da corrente em um disjuntor

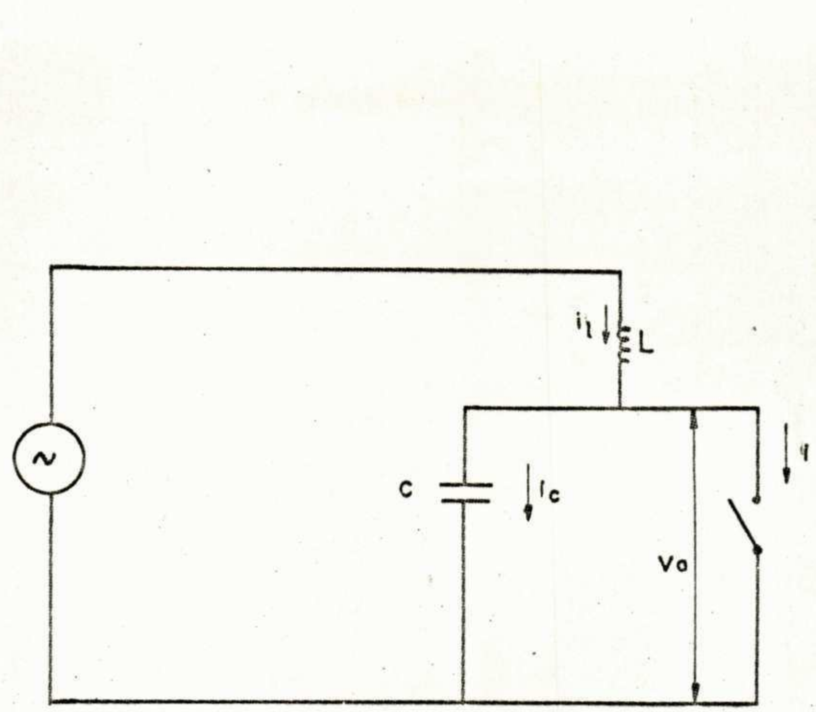


Fig. 1.2a - Representação esquemática do circuito para uma falta nos terminais do disjuntor.

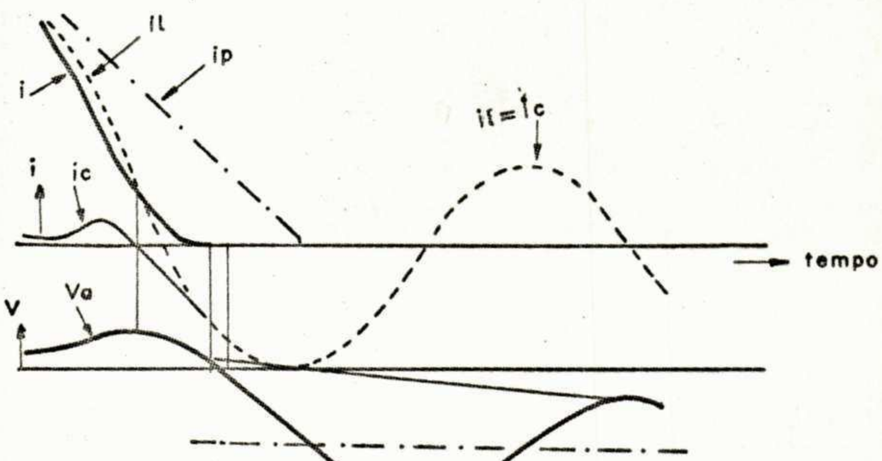
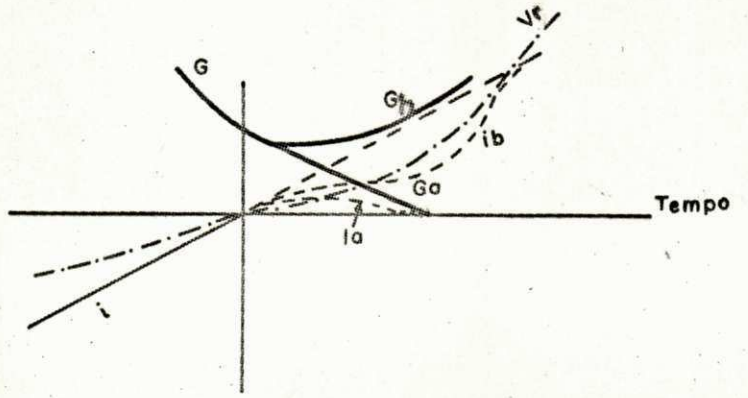
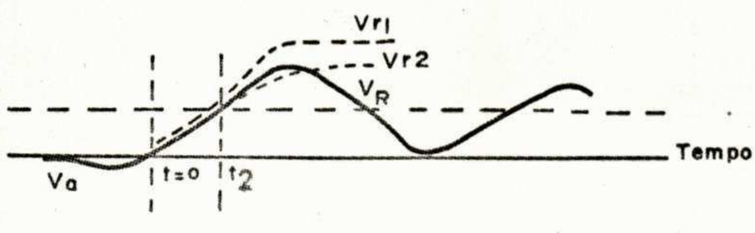


Fig. 1.2b - Representação esquemática da deformação na corrente causada pela interação da tensão de arco Va com L e C do circuito mostrado na fig. 2.1a.



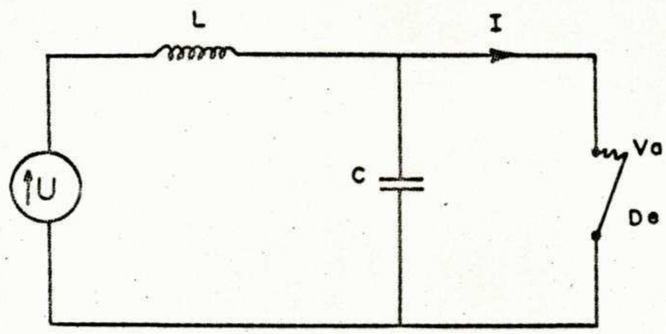
G = Condutância do meio de arco.
I = Corrente através do disjuntor.
V_r = Tensão de restabelicimento.

Fig. 1.3 - Representação esquemática do comportamento do meio de arco durante o período de corrente pós-arco.



V_{r1}, V_{r2} = Tensão de ruptura do dielétrico.
V_r = Tensão de restabelecimento.

Fig. 1.4.- Representação esquemática do restabelecimento dielétrico do meio de arco.



U = Tensão alimentando o circuito direto.

L = Indutância do circuito direto, juntamente com C controlando a corrente no circuito.

C = Capacitância do circuito direto, juntamente com L controlando a tensão de restabelecimento transitório do circuito.

D_e = Disjuntor.

i = Corrente de arco.

V_a = Tensão de arco do disjuntor.

Fig. 1.5 - Diagrama simplificado do circuito de ensaio direto.

CAPÍTULO II

ENSAIO SINTÉTICO DE DISJUNTORES

Observa-se que durante o período de arco flui uma corrente elevada entre os contatos do disjuntor (corrente de curto-circuito), e que a tensão entre os contatos do mesmo durante este período é comparativamente baixa. Observa-se também, que após a extinção do arco, fluirá entre os contatos apenas a corrente pós-arco de baixa intensidade e pequena duração, e que a tensão entre os contatos assumirá valores elevados. Pode-se então, distinguir dois períodos em relação a tensão e corrente através dos contatos de um disjuntor: um período de baixa tensão e alta corrente seguido de outro de alta tensão e baixa corrente.

No ensaio direto de um disjuntor, uma única fonte fornece tensão e corrente durante todo o tempo do ensaio, requerendo para tanto, uma fonte de alta tensão e de alta potência. A idéia básica do ensaio sintético consiste em empregar-se duas fontes independentes, uma de corrente e outra de tensão. A fonte de corrente será responsável pelo suprimento da corrente de curto-circuito durante o período de arco, a uma fração da tensão nominal do disjuntor. A fonte de tensão fornecerá a tensão de restabelecimento após interrupção do arco e terá uma potência baixa.

O ensaio sintético além de apresentar vantagens de ordem econômica sobre o ensaio direto, quanto à construção da estação de ensaio, tende a ser menos destrutivo quando ocorrer falha do disjuntor sob ensaio, pois este terá que suportar apenas a baixa potência da fonte de tensão.

2.1 - Ensaio Sintético pelo Método de Injeção de Corrente

Existem dois métodos básicos de ensaio sintético que vêm sendo propostos: o método de injeção de corrente e o método de injeção de tensão [1]. Comentaremos a seguir o método de injeção de corrente por ser o mais pesquisado e também o método relacionado com o circuito, ao qual nos propomos no presente trabalho.

2.1.1 - Injeção de Corrente em Paralelo

A fig. 2.1a, mostra o diagrama simplificado do circuito de ensaio sintético do tipo injeção de corrente em paralelo. O circuito à esquerda do disjuntor sob ensaio (circuito de corrente), fornecerá a corrente de curto-circuito i, necessária ao ensaio. A fonte responsável pelo fornecimento da corrente de curto-circuito é o gerador G, o qual pode ser substituido por um transformador ligado a um sistema de potência capaz de fornecer a corrente de curto-circuito. A indutância L_1 terá seu valor escolhido de modo que seja obtida a corrente de curto-circuito desejada. O circuito à direita do disjuntor sob ensaio (circuito de tensão) será responsável pelo fornecimento da tensão de restabelecimento necessária ao ensaio. Observe que o circuito de tensão está em paralelo com o disjuntor sob ensaio, o que caracteriza a injeção em paralelo.

A fig. 2.1b, indica a sequência de operações do circuito. Inicialmente a chave K será fechada (instante t_o) com os disjuntores D_a e D_e (disjuntores auxiliar e sob ensaio respectivamente) fechados. Com o fechamento da chave K fluirá através dos disjuntores a corrente de curto-circuito i. Próximo ao zero natural da corrente de curto-circuito, o centelhador S será gatilhado e a corrente do circuito de tensão i_g será superposta à corrente de curto-circuito, com a mesma polaridade. A injeção da corrente do circuito de tensão antes do zero da corrente de curto-circuito é o que caracteriza o método de injeção de corrente. A corrente do circuito de tensão terá alta frequência e baixa intensidade em relação a corrente de curto-circuito. No instante t_3 a corrente de curto-circuito cairá para zero e será interrompida pelo disjuntor auxiliar. A partir do instante t_3 o disjuntor sob ensaio conduzirá somente a corrente do circuito de tensão. Quando essa atingir o valor zero será interrompida pelo disjuntor sob ensaio no instante t_4. Aparecerá então, entre os contatos do disjuntor sob ensaio a tensão de restabelecimento originada pelo circuito de tensão.

Dependendo do instante em que seja gatilhado o centelhador S ocorrerão formas diferentes da corrente através do disjuntor sob ensaio. Em princípio a corrente de injeção deverá cauzar a mínima distorção possível na corrente através do disjuntor sob ensaio. A fig. 2.2 mostra a influência do instante de injeção sobre a forma da corrente resultante. Se a injeção ocorrer muito cedo (fig. 2.2a) a potência dissipada no meio de arco durante o período $t_1 - t_3$ será maior do que aquela correspondente a da corrente de curto-circuito, e durante $t_2 - t_o$ a taxa de variação da corrente resultante será maior que a taxa de variação da corrente de curto-circuito. Além do mais, o intervalo de tempo que o disjuntor auxiliar disporá para interromper a corrente de curto-circuito será muito pequeno. O ensaio com este tipo de injeção tornar-se-á mais severo do que o ensaio direto equivalente. Por outro lado, se a injeção de corrente ocorrer imediatamente antes do zero natural da corrente de curto-circuito (fig. 2.2b) haverá um período considerável $t_o - t_3$, antes do zero final da corrente resultante, durante o qual a potência dissipada no meio de arco é menor que aquela correspondente a da corrente de curto-circuito. Neste caso o ensaio tornar-se-á menos severo do que o ensaio direto correspondente. A melhor maneira de gatilhar o circuito de injeção é fazê-lo de modo que o máximo da corrente de injeção ocorra no instante correspondente ao zero natural da corrente de curto-circuito (fig. 2.2c) [4].

Outro fator importante no ensaio sintético é a frequência da corrente de injeção. Para uma alta frequência da corrente de injeção (fig. 2.3a) haverá um curto período $t_o - t_3$, antes da corrente zero, durante o qual a potência dissipada no meio de arco é menor do que a potência dissipada no mesmo período no ensaio direto equivalente. Isto poderá resultar em um acréscimo na taxa de desionização do meio de arco e consequentemente um alívio no ensaio em relação ao ensaio direto[(4)]. Para uma frequência de injeção baixa (fig. 2.3b) a taxa de variação da corrente antes do valor zero será igual a taxa de variação da corrente de curto-circuito durante um período satisfatório. Entretanto, a potência dissipada no meio de arco durante o período $t_1 - t_3$, antes da corrente zero, será menor do que a potência dissipada no mesmo período no ensaio direto equivalente. Do ponto de vista econômico é desejada a maior frequência de injeção possível. Todavia, existe um limite superior para a frequência de injeção dependendo das características do disjuntor.

Foi descrito anteriormente que durante cada loop do arco, a tensão de arco apresenta uma significante variação antes do zero natural da corrente, o que corresponde ao período de significante variação de tensão. Em ensaios sintéticos de disjuntores chegou-se a conclusão que a transição da corrente de frequência industrial para a corrente de injeção deve ser completada antes do ínicio do período de significante variação de tensão. Este período portanto, determina a máxima frequência da corrente de injeção a qual poderá ser utilizada para ensaio sintético. Uma transição satisfatória ocorrerá se o período da corrente de injeção for pelo menos quatro vezes o período de significante variação da tensão de arco [(1)]. Correntes de injeção com frequência de 250Hz a 1000Hz estão sendo normalmente propostas.

2.1.2 - Injeção de Corrente em Série

A fig. 2.4a mostra o diagrama simplificado de um circuito do tipo injeção de corrente, com o circuito de tensão em pa ralelo com o disjuntor auxiliar. A operação deste circuito é semelhante à do tipo injeção em paralelo. Após o gatilhamento do centelhador antes do zero da corrente de curto-circuito, a corrente de injeção será superposta, com a polaridade oposta, à corrente de curto-circuito no disjuntor auxiliar. Na fig. 2.4b tem-se uma representação esquemática da corrente resultante. Esta será interrompida pelo disjuntor auxiliar no instante que atingir o valor zero. A corrente de injeção comutará para o disjuntor sob ensaio após a interrupção no disjuntor auxiliar. Quando a corrente resultante no disjuntor sob ensaio atingir o valor zero, será interrompida, surgindo, entre os contatos deste, a tensão de restabelecimento transitória fornecida pelo circuito de corrente em série com o circuito de tensão.

As vantagens apresentadas para o circuito de injeção em série são que haverá menos distorção na corrente resultante e que a tensão de restabelecimento será fornecida por ambos os circuitos, de corrente e de tensão. Por outro lado nesse tipo de circuito ou o gerador ou o circuito de tensão tem que ser isolado da terra e devido os circuitos funcionarem inicialmente separados e depois em série, haverão maiores dificuldades no dimensionamento dos seus parâmetros.

2.2 - Equivalência Entre o Ensaio Sintético e o Ensaio Direto

Para que um certo circuito de ensaio sintético reproduza as mesmas condições de um ensaio direto equivalente, devem ser satisfeitas as seguintes condições:

a) A corrente durante o período de arco deve ser tão próxima quanto possível da corrente de arco que ocorre quando o disjuntor é ensaiado pelo método direto;

b) A tensão de restabelecimento (transitória e de frequência industrial) deve ser equivalente a do ensaio direto.

Quando está sendo usado um circuito de ensaio sintético do tipo injeção de corrente, as condições acima serão satisfeitas se:

1º) A frequência da corrente de injeção i_g, estiver dentro de limites tais que a transição da corrente de curto-circuito para a corrente de injeção seja completada antes que seja iniciado o período de significante variação da tensão de arco;

2º) A taxa de variação da corrente de injeção i_g, quando esta aproxima-se de zero fôr igual à taxa de variação da corrente presumida i_p do circuito de ensaio direto equivalente.

$$\frac{di_g}{dt} = \frac{di_p}{dt} \text{ quando } i \rightarrow 0 \qquad (2.1)$$

3º) Os valores dos parâmetros como resistência, indutância e capacitância, que controlam a tensão de restabelecimento transitória do circuito de tensão forem similares aos valores dos elementos correspondentes no circuito de ensaio direto equivalente.

Estas condições de equivalência são dadas na publicação 427 do I.E.C., todavia, esta mesma publicação diz que podem ser feitas modificações na impedância em paralelo com o disjuntor no circuito de tensão (fig. 2.1a), para fins de obtenção da tensão de restabelecimento transitória nòrmalizada. Por outro lado a maioria dos pesquisadores em ensaio sintético consideram que o circuito de tensão deve apresentar durante o período de corrente zero, a mesma indutância de curto-circuito do ensaio direto equivalente.

2.3 - Tensão de Restabelecimento Transitória

A tensão de restabelecimento transitória é a tensão obtida pela diferença entre a tensão para a terra de um lado do disjuntor e a tensão para a terra do outro lado, durante a operação de abertura de um circuito. Como foi discutido anteriormente essa é um dos componentes integrantes do processo de interrupção em um disjuntor, pois durante o período de esforço dielétrico o meio de arco deve suporta-la. Uma vez que o restabelecimento dielétrico do meio de arco é função do tempo, a amplitude e forma da tensão de restabelecimento são de capital importância.

2.3.1 - Fatores Determinantes da Tensão de Restabelecimento Transitória

A tensão de restabelecimento transitória é essencialmente uma função do sistema. Infelizmente os transitórios não são constantes para um mesmo ponto do sistema, sendo afetados por um número muito grande de variáveis. Os maiores efeitos são produzidos pelo tipo de falta a ser interrompida, pelo local da falta, e pelo tipo de combinação das linhas, transformadores e geradores, que forman o sistema.

As tensões de restabelecimento transitórias mais severas, do ponto de vista de amplitude, ocorrem após a interrupção da primeira fase em um curto-circuito trifásico não aterrado, em consequência do deslocamento do neutro do sistema. Nos ensaios esse tipo de falta é simulada, através de tensões de restabelecimento transitória baseada em 1.5 vezes a tensão fase terra do sistema. Esse tipo de falta é usada como base nas especificações, mesmo sendo sua probabilidade de ocorrência muito baixa.

O local da falta tem grande influência devido as impedâncias incluindas no circuito. A máxima corrente de curto-circúito em relação a um certo disjuntor, corresponde a uma falta nos seus terminais, o que implica em uma tenção inicial zero em um lado do disjuntor. No outro lado haverá uma tensão transitória determinada pelo sistema a esse conectado. A corrente de curto-circuito será reduzida pela introdução de uma impedância entre o disjuntor e a falta, resultando em uma modificação na forma da tensão de restabelecimento transitória. A falta em linhas curtas é um exemplo dessa condição, onde a indutância da linha reduz a corrente de curto-circuito e a falta fica profundamente mais difícil de ser interrompida.

Considerando-se somente o lado do barramento, a tensão de restabelecimento transitória é função das indutâncias, capacitâncias, e resistências do sistema e se estes parâmetros são considerados concentrados ou distribuidos. Esses elementos são necessários para a determinação da tensão de restabelecimento.

2.3.2 - Pesquisa do Cigré sobre a Tensão de Restabelecimento Transitória (5).

A necessidade de uma especificação da tensão de restabelecimento transitória foi reconhecida há muito tempo. A primeira proposta de uma descrição dessa tensão foi feita pelo prof. HOCHRAINER em 1958. Ele propos que a tensão de restabelecimento poderia ser descrita em termos do seu envelope, e que este envelope seria constituido de três seguimentos de reta definidos por quatro parâmetros (K, V_1, V_2, t_2) como indicado na fig. 2.5.

Com referência a fig. 2.5, os seguintes símbolos são usados:

t_d = Tempo inicial de retardo;

K = Inclinação inicial;

V_1 = Pico inicial em p.u.

V_2 = Máximo pico em p.u.

t_2 = Tempo para ser atingido V_2.

V_1 e V_2 são expressos em p.u. do pico da tensão de restabelecimento de frequência industrial que é igual a 1.5 x ($2/3)^{1/2}$ x máxima tensão nominal, para o caso do primeiro polo a abrir em um curto-circuito trifásico não aterrado.

Com a finalidade de estabelecer bases convenientes para a normalização da tensão de restabelecimento transitória, o grupo de trabalho W.G.3.1 do Cigré fez um extensivo levantamento em todo o sistema existente na Itália e na França, e analisou dados de sistemas de vários países. Este grupo de trabalho concluiu que:

a) A severidade da tensão de restabelecimento transitória em sistemas de potência, com relação à operação de disjuntores, poderia ser suficientemente descrita pelos quatro parâmetros mencionados anteriormente (V_1, t_1, V_2, t_2) e pelo tempo de retardo t_d;

b) Poderia ser usada uma única tensão de restabelecimento transitória para disjuntores de qualquer capacidade de interrupção de mesma tensão nominal, em ensaios a 100% de sua capacidade de interrupção. Em muitos casos isso poderia todavia, causar um sobre ensaio inútil do disjuntor, em relação a máxima corrente de curto-circuito do sistema no qual este iria operar;

c) A severidade da tensão de restabelecimento transitória em sistemas a 100% da sua capacidade era praticamente independente da tensão, para os parâmetros t_d, K, V_1, V_2. Sendo razoável considerar-se t_2 proporcional à tensão.

d) Os seguintes valores para os parâmetros que definem o envelope da tensão de restabelecimento transitória, poderiam ser aplicados na maioria dos casos práticos, sem levar os disjuntores a suportarem severidades excepcionais:

- t_d = 1.0 - 1.2 μs
- K = 1.8 - 2.2 μs
- V_1 = 1.0 p.u.
- V_2 = 1.4 p.u.
- $t_2 = 1.0 \times \dfrac{Un\ (kV)}{200 \times 300}$ ms

e) Para frações da capacidade de interrupção dos disjuntores, uma condição importante era aquela correspondente à faltas alimentadas através de um único transformador. Para esta condição os seguintes valores poderiam ser representativos:

- t_d aumentando com a tensão de 4 μs a 50 kV para 17 μs a 500 kV;
- K aumentando com a tensão de 2 a 3.5 kV/μs a 50 kV, para 5 a 8,5 kV/μs a 500 kV.
- V_1 = 1,2 - 1,8 p.u. independentemente da tensão;
- V_2 = 1,6 - 1,8 p.u. independentemente da tensão;
- t_2 = aumentando com a tensão, de 0,06 - 0,12 ms a 50 kV para 0,25 a 0,5 ms a 500 kV;

f) Uma segunda condição importante era aquela correspondente a uma falta alimentada por uma única linha. Nessa condição os seguintes parâmetros poderiam ser representativos:

- t_d = 1.0 - 2.0 μs
- K = 2.3 - 2,6 kV/μs
- V_1 = 1.0 - 1.2 p.u.
- V_2 = 1.4 - 1.6 p.u.
- $t_2 = 0.7 \times \dfrac{Un(kV)}{200 \times 300}$ ms.

Esses resultados confirmaram a representatividade da tensão de restabelecimento transitória por seu envelope a quatro parâmetros mais o tempo de retardo.

A normalização da tensão de restabelecimento transitória pelo I.E.C. teve como base a pesquisa dessa comissão que a executou com o objetivo de dar subsídios ao I.E.C. neste sentido.

2.3.2 - TRV Normalizada pelo I.E.C. para Faltas nos Terminais de um Disjuntor (6,7)

Pelas normas do I.E.C. a tensão de restabelecimento transitória nominal para falta nos terminais de um disjuntor, relacionada com a corrente de curto-circuito nominal, é a tensão de referência, a qual constitui o limite da tensão de restabelecimento transitória presumida do circuito, o qual o disjuntor deverá ser capaz de interromper, no caso de uma falta nos seus terminais. Segundo essas normas a tensão de restabelecimento transitória nominal deve ser representada através do seu envelope e um tempo de retardo. O envelope sendo constituido de três seguimentos de reta, definidos por quatro parâmetros (V_1, t_1, V_2, t_2) no caso de tensões nominais acima de 100 kV (fig. 2.6). Para tensões nominais abaixo de 100kV o envelope é constituido de dois seguimentos de reta definidos através de dois parâmetros (V_1, t_1) conforme indicado na fig. 2.7.

Os parâmetros usados na definição dos envelopes são os seguintes:

a) Caso de três seguimentos (fig. 2.7)

V_1 = Primeira tensão de referência em kV;

t_1 = Tempo para ser atingida V_1, em microsegundos

V_2 = Segunda tensão de referência em kV

t_2 = Tempo para ser atingida V_2 em microsegundos.

b) Caso de dois seguimentos (fig. 2.6)

V_1 = Tensão de referência, em kV

t_1 = Tempo para ser atingida V_1, em microsegundos.

Além do envelope é definida adicionalmente uma linha de retardo, a qual tem ínicio no eixo dos tempos em um ponto correspondente ao tempo de retardo t_d e vai, paralelamente ao primeiro seguimento definitivo do envelope, até uma tensão $V' = V_1/2$. (fig.s. 2.6 e 2.7)

Nas tabelas 2.1 e 2.2 temos um exemplo dos parâmetros definitivos do envelope, normalizados pelo I.E.C., para os casos a quatro e a dois parâmetros, para um ensaio a 100% da capacidade de interrupção do disjuntor.

Quando na execução do ensaio com o objetivo de simular uma falta nos terminais do disjuntor, a tensão de restabelecimento fornecida pela fonte de ensaio deve atender aos seguintes requisitos:

a) Seu envelope não deve em nenhum instante estar abaixo da linha de referência;

b) Sua porção inicial não deve cruzar a linha de retardo especificada.

Esses requisitos são ilustrados nas figs. 2.8 e 2.9.

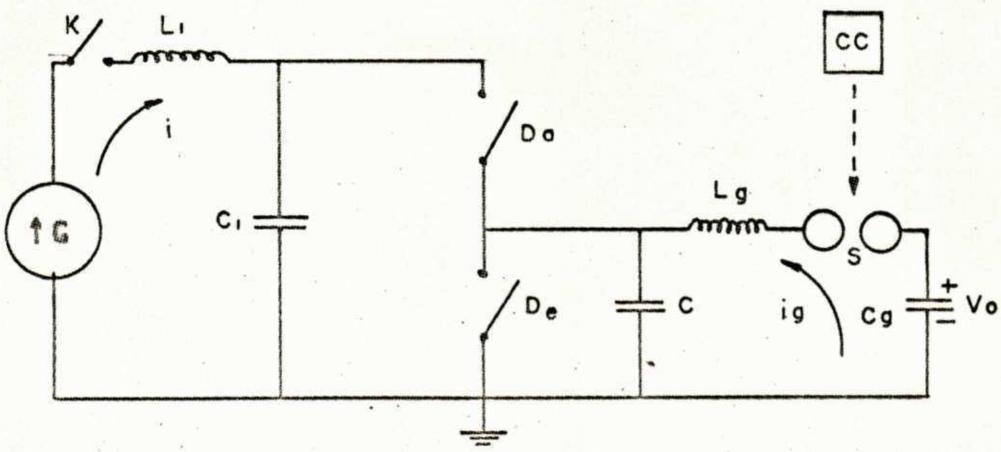
No ensaio de disjuntores pelo método sintético, a publicação 427 do I.E.C. recomenda que as especificações acima devem ser obedecidas.

Tabela 2.1 - Valores normalizados da tensão de restabelecimento transitória para tensões nominais menores ou igual a 100 kV - envelope a dois parâmetros. Fator do primeiro polo 1,5.

Tensão Nominal V kV	Pico da TRV V_1 kV	Coordenada de Tempo t_1 μs	Tempo de Retardo t_d μs	Coordenada de Tensão V' kV	Coordenada de Tempo t' μs	Taxa de Crescimento V_1/t_1 kV/μs
3.6	6.2	40	6.0	2.06	19.4	0.154
7.2	12.4	52	7.8	4.1	25	0.238
12	20.6	60	9.0	6.9	29	0.345
17.5	30	72	10.8	10	35	0.415
24	41	88	13.2	13.8	42.5	0.47
36	62	108	16.2	20.6	52	0.57
52	89	132	6.6	29.5	51	0.68
72.5	124	168	8.4	41.5	64	0.74
100	172	216	10.8	57	83	0.79

Tabela 2.2 - Valores normalizados da tensão de restabelecimento transitória para tensões nominais acima de 100 kV - envelope a quatro parâmetros. Fator do primeiro polo 1,3.

Tensão Nominal V kV	Primeira Tensão de Referência V_1 kV	Coordenada de Tempo t_1 μs	Pico da TRV V_2 kV	Coordenada de Tempo t_2 μs	Tempo de Retardo t_d μs	Coordenada de Tensão u' kV	Coordenada de Tempo t' s	Taxa de Crescimento V_1/t_1 kV/μs
123	130	130	182	390	2.6	65	68	1.0
145	154	154	216	460	3.1	77	80	1.0
170	180	180	255	540	3.6	90	94	1.0
245	260	260	365	780	5.2	130	136	1.0
300	320	320	445	960	6.4	160	166	1.0
362	385	385	540	1 160	7.7	192	200	1.0
420	445	445	620	1 340	8.9	222	232	1.0
525	560	560	780	1 680	11.1	280	290	1.0
765	810	810	1 140	2 440	16.2	405	420	1.0



cc = Circuito de controle, dependente da corrente, para gatilhamento do centelhador antes do zero da corrente de curto circuito i.

Fig. 2.1.a - Diagrama simplificado do circuito de ensaio sintético do tipo injeção de corrente em paralelo.

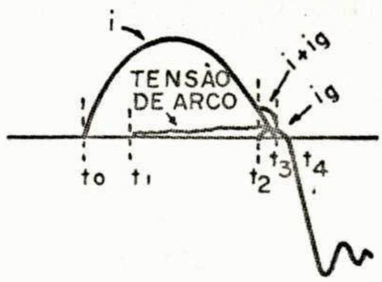


Fig. 2.1.b - Sequência de operação do circuito de ensaio sintético do tipo injeção de corrente em paralelo.

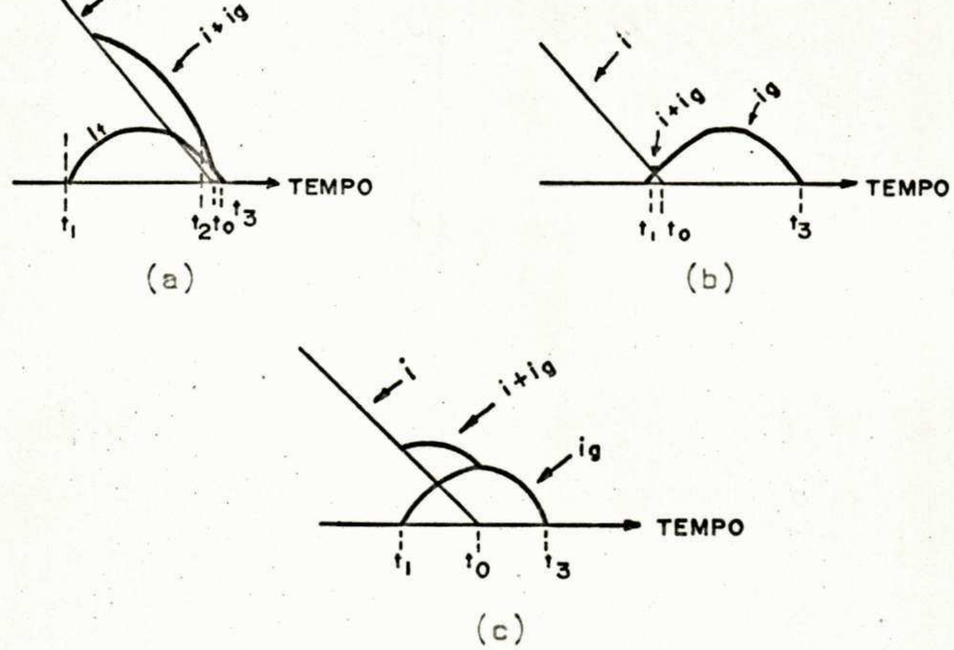


Figura 2.2 - Diagrama ilustrativo das formas de corrente associadas com o instante de injeção da corrente.

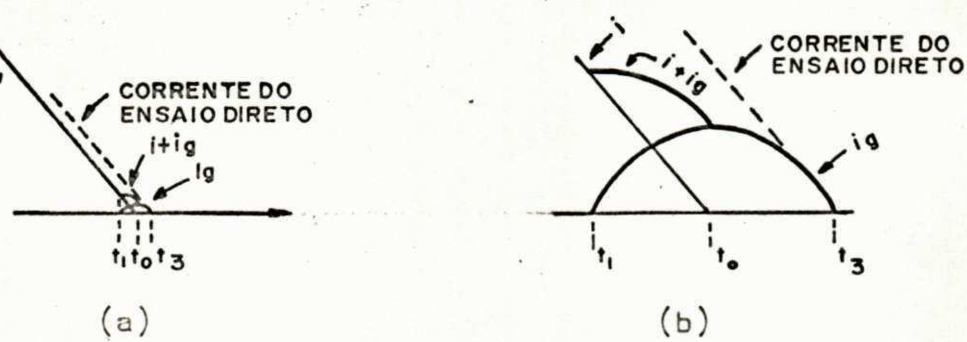


Figura 2.3 - Diagrama ilustrativo das formas de corrente resultantes para os casos de alta e baixa frequência da corrente de injeção.

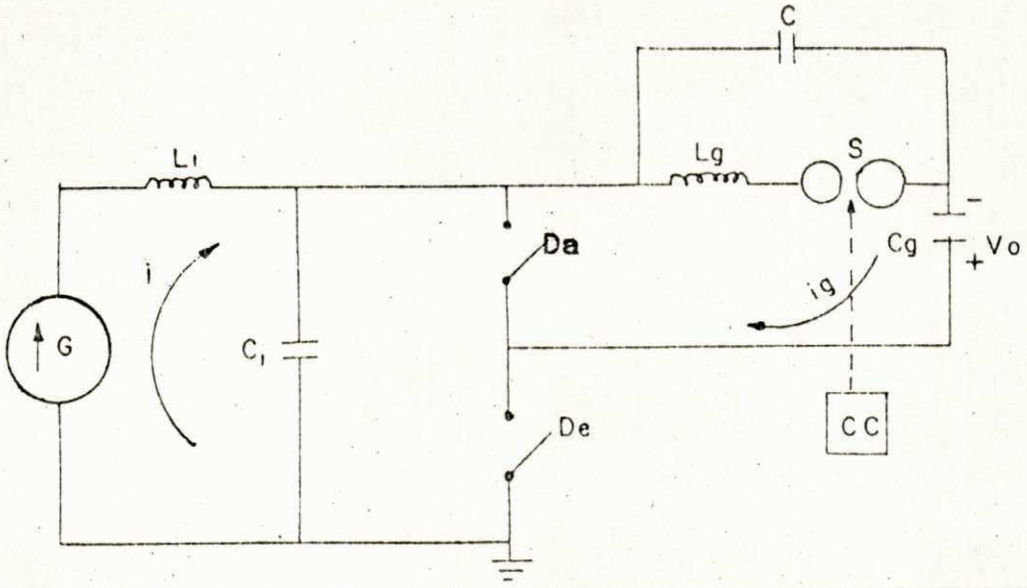


Fig. 2.4.a - Diagrama simplificado do circuito de ensaio sintético do tipo injeção de corrente em série.

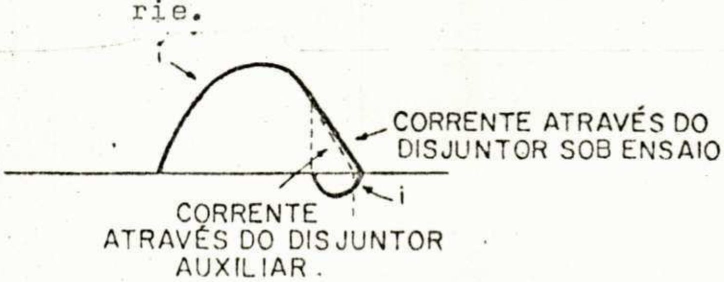


Fig. 2.4.b - Forma da corrente através dos disjuntores com injeção de corrente em série.

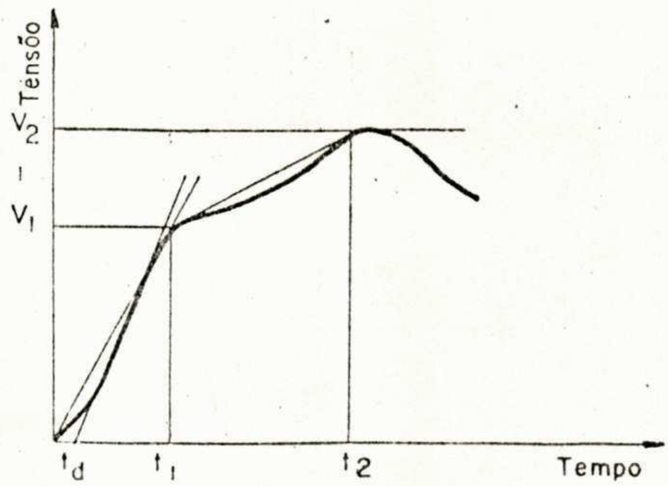


Fig. 2.5 - Diagrama ilustrativo da representação da tensão de restabelecimento transitória por seu envelope.

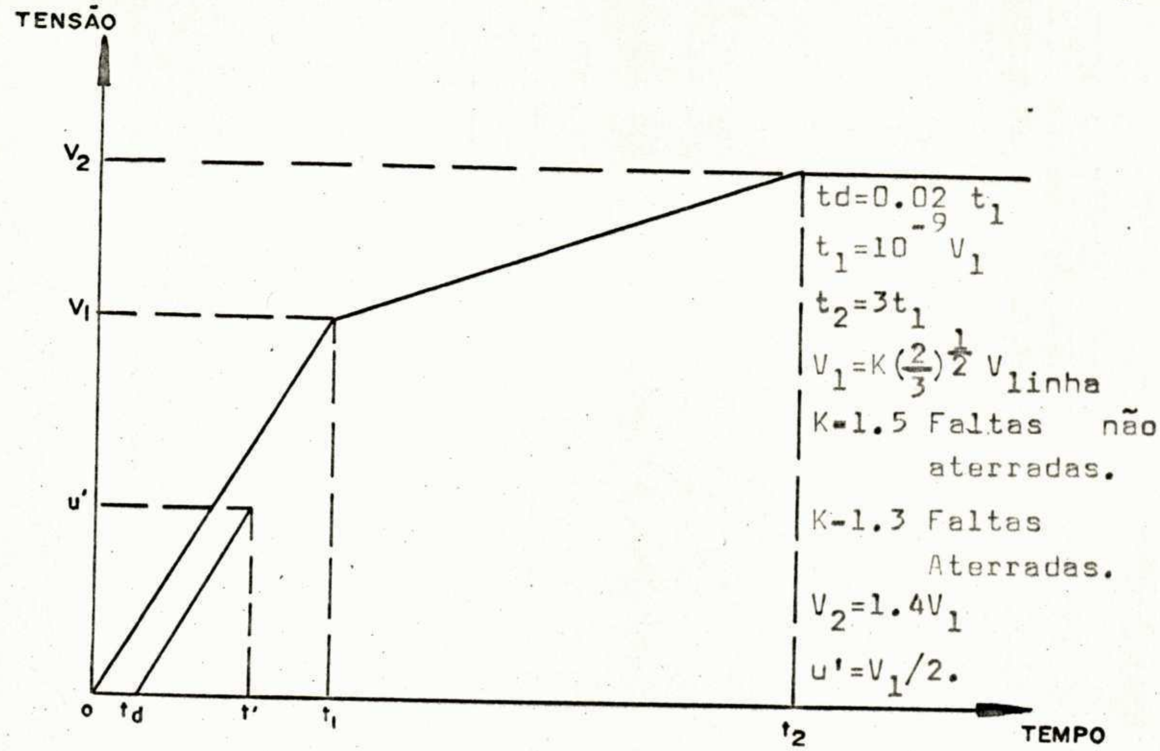


Figura 2.6. - Representação da linha de retardo e do envelope a quatro parâmetros.

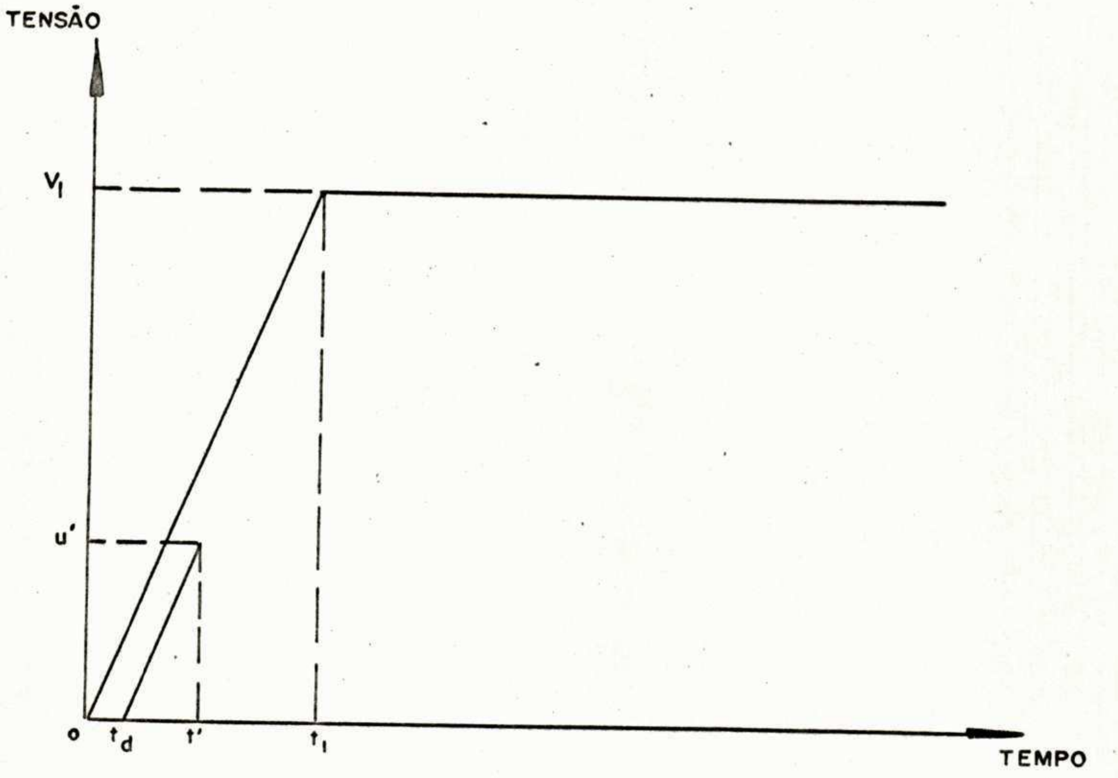


Figura 2.7. - Representação da linha de retardo e do envelope a dois parâmetros.

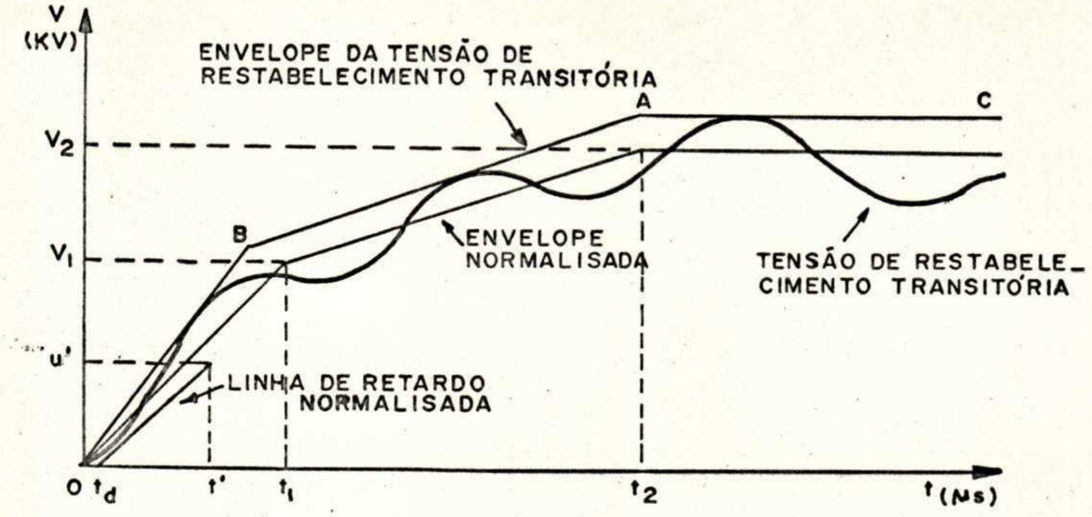


Figura 2.8. - Exemplo de uma tensão de restabelecimento transi_
tória com o envelope a quatro parâmetros

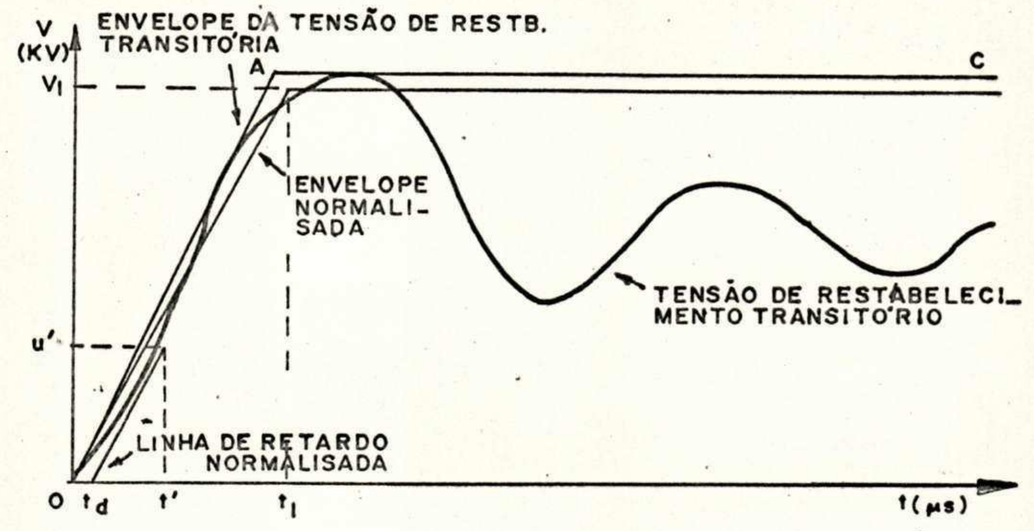


Figura 2.9. - Exemplo de uma tensão de restabelecimento transi_
tória com o envelope a dois parâmetros

CAPÍTULO III

OTIMIZAÇÃO DE CIRCUITOS PARA ENSAIO SINTÉTICO DE DISJUNTOR DE EHV

No presente trabalho preocupamo-nos somente com a otimização do circuito de tensão para uma estação de ensaio sintético, porque a parte referente ao circuito de corrente é de fácil obtenção.

Um circuito de tensão para operar conjuntamente com um circuito de corrente, em uma estação de ensaio sintético de disjuntores, deve atender às seguintes recomendações, para garantir sua equivalência com o ensaio direto:

a) Fornecer tensão de restabelecimento transitória, conforme as especificações da norma técnica a ser obedecida;

b) Apresentar taxa de variação da corrente de injeção no instante de corrente zero, igual a taxa de variação da corrente de curto-circuito (fornecida pelo circuito de corrente) no instante de corrente zero;

c) Possuir indutância durante o processo de interrupção igual a do circuito de ensaio direto equivalente;

d) Fornecer tensão de restabelecimento de frequência industrial conforme as especificações da norma técnica a ser obedecida.

Mesmo que basicamente todas essas recomendações devam ser obedecidas, a maioria dos pesquisadores em ensaio sintético têm despresado a última recomendação (8). Sabe-se que a tensão de restabelecimento de frequência industrial aparece muito tempo após o instante de corrente zero, o que implica em não haver influência desta sobre o processo de interrupção.

3.1 - Idéia Básica do Projeto

Consideramos inicialmente o circuito da fig. 3.1, no qual C_g é um banco de capacitores carregado com uma tensão V_o e L_g uma indutância igual a indutância de curto-circuito de um circuito de ensaio direto equivalente. O centelhador S deverá ser gatilhado de modo a injetar a corrente através do disjuntor, antes do zero da corrente de curto-circuito. Neste caso a corrente de injeção seria:

$$i_g = I_g \text{sen } w_g t \tag{3.1}$$

Sendo:

$$I_g = V_o / w_g L_g \tag{3.2}$$

$$w_g{}^2 = (L_g C_g)^{-1} \tag{3.3}$$

Essa corrente de injeção deveria então, ser interrompida pelo disjuntor na primeira passagem pelo zero. Ao ser interrompida a corrente de injeção, apareceria entre os contatos do disjuntor a tensão **e** (indicada na fig. 3.2) onde:

$$e(t) = V_o . u(t) \tag{3.4}$$

Deste modo, a tensão entre os contatos do disjuntor, após a interrupção da corrente de injeção, seria um degrau como indicado na fig. 3.3. Surgiu-nos então a idéia de colocarmos uma impedância "Z" em paralelo com o disjuntor (fig. 3.4) com a intenção de que esta impedância provocasse uma distorção no degrau de tensão anteriormente verificado. Esperamos então, ser possível obter uma certa impedância Z capaz de distorcer o degrau de tensão, para a tensão de restabelecimento transitória desejada.

O circuito da fig. 3.4, no qual temos representada a impedância Z, comporta-se da mesma maneira do circuito da fig. 3.1 antes da interrupção da corrente no disjuntor. Portanto, a corrente de injeção continua sendo a mesma da eq. 3.1. Após interrupção da corrente de injeção, a tensão e que aparecerá entre os contatos do disjuntor dependerá, evidentemente, da impedância Z. Para determinação desta tensão usamos o circuito da fig. 3.5, no qual a corrente i_g (dada pela equação 3.1) é injetada através do circuito com o capacitor C_g descarregado.

Após a idéia de colocarmos uma impedância Z em paralelo com o disjuntor, o problema consistiu em que tipo de impedância seria capaz de produzir os resultados desejados. Além do problema quanto ao tipo de impedância existiu também a questão de como obter os valores ótimos de seus parâmetros.

Estudos feitos anteriormente (9) verificaram que um tempo de retardo inicial muito pequeno, seguido de uma taxa de crescimento inicial constante, os quais caracterizam o inicio da tensão de restabelecimento normalizada pelo I.E.C. (fig. 3.8a), são normalmente obtidos em um sistema de potência do tipo mostrado na fig. 3.7a. O circuito da fig. 3.7b, é o equivalente ao da fig. 3.7a para análise de transitórios muito rápidos. Observamos então, que nesse circuito equivalente a impedância em paralelo com o disjuntor é constituida de uma resistência e uma capacitância. A partir dessa observação resolvemos tentar a obtensão da tensão de restabelecimento transitória usando as impedâncias Z mostradas na fig. 3.6a,c. Essas impedâncias têm a mesma topologia da impedância em paralelo com o disjuntor no circuito da fig. 3.7b.

Para a otimização dos parâmetros das impedâncias Z consideradas, usamos o "computer-aided design" (secção 3.3).

3.2 - Normalização do Circuito

Para analisarmos o circuito da fig. 3.5 com os variòs tipos de impedâncias Z, e aplicarmos o método de otimização, fizemos a sua normalização. A normalização tornou os cálculos e aplicação do método de otimização mais simples porque trabalhamos com tensões, correntes e impedâncias em valores por unidade. O procedimento da normalização foi facilitado devido a família de tensões de restabelecimento transitória ser representada por seu envelope conforme descrito enteriormente. Por outro lado os envelopes estabelecidos pelo I.E.C. para tensões nominais acima de 100 kV (envelope a quatro parâmetros) serão os mesmos, nas bases que escolhemos, para cada nível de ensaio. Isso implica que os resultados obtidos são extensivos a qualquer nível de tensão que tenha o mesmo tipo de envelope.

Considerando-se a corrente de injeção i_g (eq. 3.1) e a corrente de curto-circuito $i = I_m$ sen wt, pelos princípios de equivalência entre o ensaio sintético e o ensaio direto deve-se ter:

$$\left.\frac{di_g}{dt}\right|_{i_g=0} = \left.\frac{di}{dt}\right|_{i=0}$$

$$\frac{d(I_g \operatorname{sen} w_g t)}{dt} = \frac{d\,(I_m \operatorname{sen} wt)}{dt}$$

$$I_g w_g = I_m w \tag{3.5}$$

Sendo:

$$w_g^{\,2} = (L_g C_g)^{-1}$$

$$w = 2.\pi.\ 60 \text{ (frequência industrial)}$$

$$I_g = \frac{V_o}{L_g w_g}$$

O valor de L_g é função do ensaio direto equivalente, portanto, escolhida a frequência de injeção, pode-se determinar o valor de C_g usando-se a equação 3.3 e o valor de I_g usando-se a equação 3.5.

Na normalização do circuito usamos as seguintes bases, as quais achamos convenientes:

I_g = 1 p.u. de corrente;

$I_g \omega_g L_g$ = 1 p.u. de tensão

= $I_m \omega L_g$ = Valor pico de tensão de restabelecimento de frequência nominal.

t_1 = 1 p.u. de tempo, sendo t_1 o tempo para ser atingida a primeira tensão de referência V_1 no envelope a quatro parâmetros;

$\dfrac{1}{t_1}$ = 1 p.u. de frequência angular.

Consequentemente temos:

1 p.u. de indutância = L_g

1 p.u. de capacitância = C_g

1 p.u. de impedância = $\omega_g L_g$

1 p.u. de adimitância = $1/\omega_g L_g = \omega_g C_g$

Na fig. 3.8a tem-se representado o envelope da tensão de restabelecimento transitória especificado pelo I.E.C para tensões nominais de 245 e 525 kV, com fator de primeiro polo 1.3 (tab. 2.2). Esses envelopes estão representados em p.u. na fig. 3.8b.

3.3 - Computer-Aided Design

Após a normalização do circuito e do envelope da tensão de restabelecimento especificado, o problema ficou reduzido à obtenção de uma certa impedância ótima Z_0, tal que ao ser injetada a corrente i = senT (T = ωt em p.u.) a tensão transitória entre os terminais AB (fig. 3.5) tenha o envelope mostrado na fig. 3.8b.

Se a impedância Z não corresponder à impedância ótima, i.é. $Z \neq Z_0$, a tensão de restabelecimento transitória e(t) através dos terminais AB assumirá valores diferentes dos desejados. Defini-se, então, a funcional de performance

$$E(R,S,\ldots,G,C,T) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left[e(t) - \hat{e}(t) \right]^2 dt \qquad (3.6)$$

a qual é uma medida do erro entre a tensão de restabelecimento transitória obtida e a tensão de restabelecimento desejada. Os parâmetros R,S,....,G,C,T, são os elementos do circuito que formam a impedância Z.

Nosso objetivo é ajustar interativamente esses parâmetros até que o erro funcional seja minimizado. O limite superior da integral é um instante de tempo conveniente, até o qual é requerido que a tensão de restabelecimento transitória fornecida pelo circuito, aproxime-se tanto quanto possível da tensão de restabelecimento normalizada $\hat{e}(t)$.

3.3.1 - Método do Degrau Decrescente

O método do degrau decrescente usa o gradiente da funcional de performance E para determinar a direção conveniente para o ajustamento dos valores dos parâmetros.

Sejam os parâmetros do circuito representados pelo vetor coluna $\overline{X}$. A transposta de $\overline{X}$ é dada por:

$$\overline{X}^{T} = \left[R,S,G,\ldots,C,T \right] \qquad (3.7)$$

Após a j-ésima e a j-ésima + 1 interações o valor de $\overline{X}$ será $\overline{X}_j$ e $\overline{X}_{j+1}$, i é,

$$\overline{X}_j^T = \left[R_j,\ S_j,\ldots,\ G_j,\ C_j,\ T_j \right]$$

$$\overline{X}_{j+1}^{T} = \left[R_j + \Delta R,\ S_j + \Delta S,\ \ldots\ldots,\ G_j + \Delta G,\ C_j + \Delta C,\ T_j + \Delta T \right]$$

O gradiente da funcional de performance E, com relação aos parâmetros, é representado por um vetor $\overline{g}$, cuja transposta é

$$\overline{g}^{T} = \left[\frac{\partial E}{\partial R},\ \frac{\partial E}{\partial S},\ \ldots\ldots,\ \frac{\partial E}{\partial G},\ \frac{\partial E}{\partial C},\ \frac{\partial E}{\partial T} \right] \tag{3.8}$$

A matriz simétrica das derivadas parciais de segunda ordem de E é conhecida como a matriz "HESSIAN" e tem a notação $[H]$, onde:

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial R^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial R \partial S} & \ldots\ldots & \frac{\partial^2 E}{\partial R \partial T} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial S \partial R} & \frac{\partial^2 E}{\partial S^2} & \ldots\ldots & \frac{\partial^2 E}{\partial S \partial T} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial^2 E}{\partial T \partial R} & \frac{\partial^2 E}{\partial T \partial S} & \ldots\ldots & \frac{\partial^2 E}{\partial T^2} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Usando-se expansão de Taylor obtem-se para E_{j+1}:

$$\begin{aligned} E_{j+1} &= E\,(\overline{X}_{j+1}) \\ &= E\,(\overline{X}_j + \Delta\overline{X}) \\ &= E\,(\overline{X}_j) + \left[\overline{g}^{T}\right] \cdot \left[\Delta\overline{X}\right] + \frac{1}{2}\left[\Delta\overline{X}^{T}\right] \cdot [H] \cdot \left[\Delta\overline{X}\right] + \ldots \end{aligned} \tag{3.10}$$

Portanto,

$$\Delta E = E_{j+1} - E_j = E\,(\overline{X}_{j+1}) - E\,(\overline{X}_j)$$

$$\Delta E = \left[\overline{g}^{T}\right] \cdot \left[\Delta\overline{X}\right] + \frac{1}{2}\left[\Delta\overline{X}^{T}\right] \cdot [H] \cdot \left[\Delta\overline{X}\right] \tag{3.11}$$

Para uma aproximação de primeira ordem tem-se:

$$\Delta E = \left[\overline{g}^{T}\right] \cdot \left[\Delta\overline{X}\right] \tag{3.12}$$

i, é, a variação da funcional de performance ΔE, quando o vetor $\overline{X}$ varia de $\overline{X}_j$ para $\overline{X}_{j+1}$ é o produto escalar de dois vetores $\overline{g}^T$ e $\Delta\overline{X}$.

Portanto,

$$\Delta E = \left|\overline{g}^{\,T}\right| . \left|\Delta\overline{X}\right| . \operatorname{Cos}\theta$$

$$= \left|\overline{g}\right| . \left|\Delta\overline{X}\right| . \operatorname{Cos}\theta \qquad (3.13)$$

Para magnitudes fixas de $\overline{g}$ e $\Delta\overline{X}$, a máxima redução em E ocorrerá quando $\theta=\pi$. Deste modo a variação minimizante $\Delta\overline{X}$ deve ser na direção do gradiente negativo $\left[-\overline{g}\right]$.

A variação em $\overline{X}$ pode, então, ser escrita como:

$$\Delta\overline{X} = -\mu\overline{g}_n \qquad (3.14)$$

Sendo μ um número não negativo e $\overline{g}_n$ o vetor unitário na direção de $\left[-\overline{g}\right]$ dado por

$$\overline{g}_n = \frac{-\overline{g}}{\left|\overline{g}\right|}$$

Deste modo obtem-se,

$$\overline{X}_{j+1} = \overline{X}_j + \Delta\overline{X}$$

$$= \overline{X}_j - \mu\,\overline{g}_n \qquad (3.15)$$

Em outras palavras, para assegurar que a funcional de performance E $(\overline{X})$ decresce, da j-ésima interação para a j-ésima + 1, i. é., quando $\overline{X}$ varia de $\overline{X}_j$ para $\overline{X}_{j+1}$, $\overline{X}_j$ deverá ser variado ao longo da direção aposta à direção do gradiente normalizado de E, calculado em $\overline{X}_j$.

Faz-se necessário agora encontrar a distância ótima ao longo dessa direção, para a variação de X_j, i, é., o valor ótimo de μ (10). Substituindo-se a eq. 3.15 na eq. 3.10 a qual fornece o valor de ΔE, para uma aproximação de segunda ordem, obtem-se:

$$\Delta E = -\left[\bar{g}^{\,T}\right]\cdot\mu\cdot\frac{\left[\bar{g}\right]}{|\bar{g}|} + \frac{\mu^2}{2}\cdot\frac{\left[\bar{g}^{\,T}\right]\cdot\left[H\right]\cdot\left[\bar{g}\right]}{\left(|\bar{g}|\right)^2} \quad (3.16)$$

$$= -\mu|\bar{g}| + \frac{\mu^2}{2}\cdot\frac{\left[\bar{g}^{\,T}\right]\cdot\left[H\right]\cdot\left[\bar{g}\right]}{\left(|\bar{g}|\right)^2} \quad (3.17)$$

Em cada interação deve-se ter a máxima variação negativa em E, i.e, o máximo valor minimisante de ΔE. Para o máximo valor negativo de ΔE tem-se,

$$\frac{\partial}{\partial\mu}\left[\Delta E\right] = -\left|\bar{g}\right| + \mu\cdot\frac{\left[\bar{g}^{\,T}\right]\cdot\left[H\right]\cdot\left[\bar{g}\right]}{\left(|\bar{g}|\right)^2} = 0$$

$$\mu = \frac{\left(|\bar{g}|\right)^3}{\left[\bar{g}^{\,T}\right]\left[H\right]\left[\bar{g}\right]} \quad (3.18)$$

Considerando-se que μ_o seja um valor inicial arbitrá rio para μ, da eq. 3.16 obtem-se:

$$E\left(\bar{X} - \mu_o\,\bar{g}_n\right) = E(\bar{X}) - \frac{\left[\bar{g}^{\,T}\right]\left[\mu_o\,\bar{g}\right]}{|\bar{g}|} + \frac{\mu_o^2\left[\bar{g}^{\,T}\right]\cdot\left[H\right]\cdot\left[\bar{g}\right]}{2\left(|\bar{g}|\right)^2}$$

$$= E(\bar{X}) - \mu_o\left|\bar{g}\right| + \frac{\mu_o^2}{2\left(|\bar{g}|\right)^2}\cdot\left[\bar{g}^{\,T}\right]\cdot\left[H\right]\cdot\left[\bar{g}\right]$$

$$\left[\bar{g}^{\,T}\right]\left[H\right]\left[\bar{g}\right] = \frac{E\left(\bar{X} - \mu_o\cdot\bar{g}_n\right) - E\left(\bar{X}\right) + \mu_o\left|\bar{g}\right|}{\mu_o^2}\cdot 2\cdot\left(|\bar{g}|\right)^2$$

.... (3.19)

Substituindo-se 3.19 em 3.18 obtem-se:

$$\mu = \frac{\mu_o^2\left(|\bar{g}|\right)}{2}\cdot\frac{1}{E\left(\bar{X} - \mu_o\bar{g}_n\right) - E\left(\bar{X}\right) + \mu_o\left|\bar{g}\right|}$$

.... (3.20)

Para a primeira interação, μ_o pode ser escolhido igual a unida de. Na j-ésima interação a escolha óbvia para μ é μ_{j-1}.

3.3.2 - Aplicação do Método de Otimização.

Ilustraremos a teoria geral para o projeto de circuitos de estrutura fixa pela otimização dos valores dos parâmetros, considerando uma impedância Z da forma indicada na fig. 3.6c, Os parâmetros variáveis para este tipo de problema construtivo são (veja fig. 3.9): resistência R, elastância S, condutância G, capacitância C, e indutância recíproca T.

Desejamos minimizar, através de uma escolha adequada dos parâmetros, a funcional

$$E\ (R,\ S,\ G,\ C,\ T) = \frac{1}{2} \int_{0}^{t_f} \Big[e(t) - \hat{e}\ (t) \Big]^2 dt \qquad \ldots.\ (3.21)$$

As seguintes equações de estado governam o comportamento do circuito no domínio do tempo:

$$\left.\begin{aligned}
&L_g \dot{i}_g + V_g - e = 0 \\
&C_g \dot{V}_g - i_g = 0 \\
&C\dot{V}_c + i_t + i_g - i = 0 \\
&C\dot{V} + G\ (V_c - V_t) = 0 \\
&C\dot{V}_c + i_t - i_r = 0 \\
&\dot{i}_t - T\ V_T = 0 \\
&\dot{V}_s - S\ i_r = 0 \\
&R\dot{V}_s + SV_t + SV_s - Se = 0
\end{aligned}\right\} \quad (3.22)$$

Essas equações constituem os subsídios para a minimização da funcional da equação 3.21.

Existe um teorema no cálculo de variações o qual estabelece o seguinte: suponha que (R_o, S_o, G_o, C_o, T_o) são os valores dos parâmetros para os quais a funcional E (R, S, G, C, T) tem um mínimo local. Então existem funções λ_1 (t), λ_2 (t), ... λ_8 (t) para as quais a funcional J também tem um mínimo para os valores dos parâmetros (R_o, S_o, G_o, C_o, T_o), sendo:

$$
\begin{aligned}
J(R,\ S,\ G,\ C,\ T) = \int_0^{t_f} \Big\{ & \frac{1}{2}\,(e - \hat{e})^2 + \lambda_1\,(L_g \dot{i}g + V_g - e) \\
& + \lambda_2\,(C_g\,\dot{V}_g - i_g) + \lambda_3\,(C\dot{V}_c + i_t + i_g - i) \\
& + \lambda_4\,(C\dot{V}_c + G(V_c - V_t)) + \lambda_5 (C\dot{V}_c + i_t - i_r) \\
& + \lambda_6\,(\dot{i}_t - TV_t) + \lambda_7\,(\dot{V}_s - S\ i_r) \\
& + \lambda_8\,(R\dot{V}_s + SV_t - SV_s - Se) \Big\}\, dt
\end{aligned}
$$

.... (3.23)

Deste modo, o problema de minimização de 3.21 sujeito às equações 3.22, transforma-se na minimização de 3.23 sem quaisquer condições. A funcional J é chamada de "Funcional de performence aumentada" e as funções $\lambda(t)$ são as funções "Multiplicadoras de Lagrange".

Integrando-se por parte o lado direito da equação (3.23) obtem-se:

$$
\begin{aligned}
J(R,\ S,\ G,\ C,\ T) = {} & L_g\,\lambda_1(t)\ i_g(t)\Big|_0^{t_f} + C_g\,\lambda_2(t) V_g(t)\Big|_0^{t_f} \\
& + CV_c(t)\big[\lambda_3(t) + \lambda_4(t) + \lambda_5(t)\big]\Big|_0^{t_f} \\
& + \lambda_6(t) i_t(t)\Big|_0^{t_f} + V_s(t)\,\big[\lambda_7(t) + \ldots
\end{aligned}
$$

$$+ R\lambda_8(t)\Big]\Big|_o^{t_f} + \int_o^{t_f}\Big\{\frac{1}{2}(e - \hat{e})^2$$

$$+ i_g(-L_g\dot{\lambda}_1 - \lambda_2 + \lambda_3) + V_g(\lambda_1 - C_g\dot{\lambda}_2)$$

$$+ V_c\Big[G\lambda_4 - C(\dot{\lambda}_3 + \dot{\lambda}_4 + \dot{\lambda}_5)\Big] + i_t(\lambda_3 + \lambda_5 - \lambda_6)$$

$$+ V_t(S\lambda_8 - G\lambda_4 - T\lambda_6) + i_r(-\lambda_5 - S\lambda_7)$$

$$+ V_s(-\dot{\lambda}_7 - R\dot{\lambda}_8 + S\lambda_8) + e(-\lambda_1 - S\lambda_8) - \lambda_3 i\Big\}dt \qquad \ldots. \ (3.24)$$

Diferenciando a equação 3.24, obtemos a primeira variação de J.

$$\delta J = L_g\,\lambda_1(t)\delta i_g(t)\Big|_o^{t_f} + C_g\,\lambda_2(t)\delta V_g(t)\Big|_o^{t_f}$$

$$+ C\Big[\lambda_3(t) + \lambda_4(t) + \lambda_5(t)\Big]\delta V_c\Big|_o^{t_f} + \lambda_6(t)\,\delta i_t(t)\Big|_o^{t_f}$$

$$+\Big[\lambda_7(t) + R\lambda_8(t)\Big]\delta V_s(t)\Big|_o^{t_f} + \int_o^{t_f}\Big\{(e - \hat{e} - \lambda_1 - S\lambda_8)\,\delta e$$

$$+ (-L_g\dot{\lambda}_1 - \lambda_2 + \lambda_3)\,\delta i_g + (\lambda_1 - C_g\dot{\lambda}_2)\,\delta V_g$$

$$+ \Big[G\lambda_4 - C(\dot{\lambda}_3 + \dot{\lambda}_4 + \dot{\lambda}_5)\Big]\delta V_c + (\lambda_3 + \lambda_5 - \lambda_6)\,\delta i_t$$

$$+ (-G\lambda_4 - T\lambda_6 + S\lambda_8)\,\delta V_t + (-\lambda_5 - S\lambda_7)\,\delta i_r$$

$$+ (-\dot{\lambda}_7 - R\dot{\lambda}_8 + S\lambda_8)\,\delta V_s\Big\}dt + \delta R\Big[\lambda_8(t)\,V_s(t)\Big|_o^{t_f}$$

$$- \int_o^{t_f} V_s\dot{\lambda}_8\,dt\Big] + \delta S\Big[\int_o^{t_f}(V_t\lambda_8 - i_r\lambda_7 + V_s\lambda_8 - e\lambda_8)\,dt\Big] + \ldots$$

$$+\delta G\left[\int_0^{t_f}(V_c-V_t)\lambda_4\,dt\right]+\delta C\left\{V_c\left[\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5\right]\Big|_0^{t_f}\right.$$

$$\left.-\int_0^{t_f}\left[\dot{\lambda}_3+\dot{\lambda}_4+\dot{\lambda}_5\right]V_c\,dt\right\}+\delta T\int_0^{t_f}-V_t\,\lambda_6\,dt$$

$$\ldots\ldots \quad (3.25)$$

Podemos escolher as funções multiplicadoras de Lagrange tais que:

$$\left.\begin{aligned}
&L_g\left[\lambda_1(t_f)\,\delta i_g(t_f)-\lambda_1(o)\,\delta i_g(o)\right]=0\\
&C_g\left[\lambda_2(t_f)\,\delta V_g(t_f)-\lambda_2(o)\,\delta V_g(o)\right]=0\\
&C\left\{\left[\lambda_3(t_f)+\lambda_4(t_f)+\lambda_5(t_f)\right]\delta V_c(t_f)\right.\\
&\left.-\left[\lambda_3(o)+\lambda_4(o)+\lambda_5(o)\right]\delta V_c(o)\right\}=0\\
&\lambda_6(t_f)\,\delta i_t(t_f)-\lambda_6(o)\,\delta i_t(o)=0\\
&\left[\lambda_7(t_f)+R\lambda_8(t_f)\right]\delta V_s(t_f)-\left[\lambda_7(o)+R\lambda_8(o)\right]\delta V_s(o)=0
\end{aligned}\right\}\quad(3.26)$$

$$\left.\begin{aligned}
&e-\hat{e}-\lambda_1-S\,\lambda_8=0\\
&-L_g\,\dot{\lambda}_1-\lambda_2+\lambda_3=0\\
&\lambda_1-C_g\,\dot{\lambda}_2=0\\
&G\,\lambda_4-C\,(\dot{\lambda}_3+\dot{\lambda}_4+\dot{\lambda}_5)=0\\
&\lambda_3+\lambda_5-\dot{\lambda}_6=0\\
&-G\,\lambda_4-T\,\lambda_6+S\,\lambda_8=0
\end{aligned}\right\}\quad(3.27)$$

$$\left.\begin{aligned} &-\lambda_5 - S\lambda_7 = 0 \\ &-\dot{\lambda}_7 - R\dot{\lambda}_8 + S\lambda_8 = 0 \end{aligned}\right]$$

As equações 3.26 são conhecidas como condições de "transversabilidade". Nota-se que as variáveis de estado são ou correntes indutivas ou tensões capacitivas. Essas não podem variar impulsivamente o que implica em suas derivadas primeira serem todas iguais a zero no instante $t = 0$. Como resultado as condições de transversabilidade fornecem:

$$\begin{aligned} &\lambda_1(t_f) = \lambda_2(t_f) = \lambda_6(t_f) = 0 \\ &\lambda_3(t_f) + \lambda_4(t_f) + \lambda_5(t_f) = 0 \\ &\lambda_7(t_f) + R\lambda_8(t_f) = 0 \end{aligned} \qquad \dots (3.28)$$

As equações 3.27 são conhecidas como equações diferenciais adjuntas de Euler. Essas equações podem ser modificadas usando-se $\xi = t_f - t$. Esta transformação tem o efeito de tornar o tempo reverso, i.e, $\xi = t_o$ quando $t = t_f$ e $\xi = t_f$ quando $t = t_o$. Também consideramos:

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_1(t) = \lambda_1(t_f - \xi) = -\tilde{i}_g(\xi) \\ &\lambda_2(t) = \lambda_2(t_f - \xi) = \tilde{V}_g(\xi) \\ &\lambda_3(t) = \lambda_3(t_f - \xi) = \tilde{e}(\xi) \\ &\lambda_3(t)+\lambda_4(t)+\lambda_5(t) = \lambda_3(t_f-\xi)+\lambda_4(t_f-\xi)+\lambda_5(t_f-\xi) \\ &\qquad = \tilde{V}_c(\xi) \\ &\lambda_3(t)+\lambda_5(t) = \lambda_3(t_f-\xi)+\lambda_5(t_f-\xi) = \tilde{V}_t(\xi) \\ &\lambda_8(t) = \lambda_8(t_f-\xi) = -\frac{1}{S}\tilde{i}_r(\xi) \end{aligned}\right\} \dots (3.29)$$

$$\left.\begin{aligned}
\lambda_6(t) &= \lambda_6(t_f-\xi) = -\frac{1}{T}\,\tilde{i}_t\,(\xi)\\
\lambda_7(t) &= \lambda_7(t_f-\xi) = \frac{1}{S}\left[\tilde{e}\,(\xi) - \tilde{V}_t\,(\xi)\right]\\
\lambda_7(t) + R\lambda_8(t) &= \lambda_7(t_f-\xi) + R\lambda_8(t_f-\xi) = \frac{1}{S}\,\tilde{V}_s\,(\xi)\\
-\left[e(t) - \hat{e}(t)\right] &= -\left[e(t_f-\xi) - \hat{e}(t_f-\xi)\right] = \tilde{i}\,(\xi)
\end{aligned}\right]$$

Com essas transformações as equações 3.27 tornam-se:

$$\left.\begin{aligned}
&L_g\,\dot{\tilde{i}}_g + \tilde{V}_g - \tilde{e} = 0\\
&C_g\,\dot{\tilde{V}}_g - \tilde{i}_g = 0\\
&C\,\dot{\tilde{V}}_c + \tilde{i}_t + \tilde{i}_g - \tilde{i} = 0\\
&C\,\dot{\tilde{V}}_c + G\,(\tilde{V}_c - \tilde{V}_t) = 0\\
&C\,\dot{\tilde{V}}_c + \tilde{i}_t - \tilde{i}_r = 0\\
&\dot{\tilde{i}}_t - T\,\tilde{V}_t = 0\\
&\dot{\tilde{V}}_s - S\,\tilde{i}_r = 0\\
&R\,\dot{\tilde{V}}_s + S\,\tilde{V}_t + S\,\tilde{V}_s - S\,\tilde{e} = 0
\end{aligned}\right\}(3.30)$$

sujeitas as condições 3.28, as quais tornam-se:

$$\left.\begin{aligned}
&\tilde{i}_g\,(o) = \tilde{V}_g\,(o) = \tilde{i}_t\,(o) = 0\\
&\tilde{V}_c\,(o) = 0\\
&\tilde{V}_s\,(o) = 0
\end{aligned}\right\}(3.31)$$

Essas equações modificadas coincidem exatamente com as equações 3.22, a única diferença sendo o tempo reverso e a excitação pela função do erro,

$$\tilde{\imath}\,(\xi) = -\left[e(t_f-\xi) - \hat{e}(t_f-\xi)\right] \qquad (3.32)$$

Sendo as condições de transversabilidade (eqs. 3.26) e as equações diferenciais adjuntas (eqs. 3.26) satisfeitas, obtemos:

$$\begin{aligned}\delta J = {} & \delta R \int_0^{t_f} \dot{V}_s(t)\,\lambda_8(t)\,dt \\ & + \delta S\left\{-\frac{1}{S}\int_0^{t_f} i_r(t)\left[\lambda_7(t) + R\lambda_8(t)\right]dt\right\} \\ & + \delta G \int_0^{t_f}\left[V_c(t) - V_t(t)\right]\lambda_4(t)\,dt \\ & + \delta C \int_0^{t_f} \dot{V}_c(t)\left[\lambda_3(t) + \lambda_4(t)\right. \\ & \left. + \lambda_5(t)\right]dt + \delta T \int_0^{t_f} - V_t(t)\,\lambda_6(t)\,dt\end{aligned}$$

Substituindo-se as eqs. 3.29 na equação anterior, obtem-se:

$$\begin{aligned}\delta J = {} & -\delta R \int_0^{t_f} i_r(t_f-\xi)\,\tilde{\imath}_r(\xi)\,d\xi - \frac{\delta S}{S}\int_0^{t_f} i_r(t_f-\xi)\,\tilde{V}_s(\xi)\,d\xi \\ & + \delta G \int_0^{t_f}\left[V_c(t_f-\xi) - V_t(t_f-\xi)\right]\left[\tilde{V}_c(\xi) - \tilde{V}_t(\xi)\right]d\xi \\ & + \delta C \int_0^{t_f} \dot{V}_c(t_f-\xi)\,\tilde{V}_c(\xi)\,d\xi + \frac{\delta T}{T}\int_0^{t_f} V_t(t_f-\xi)\,\tilde{\imath}_t(\xi)\,d\xi\end{aligned}$$

$$\ldots\ldots \quad (3.33)$$

Obtem-se então o gradiente de J, com respeito aos Parâmetros da relação:

$$\delta J = \frac{\partial J}{\partial R}\,\delta R + \frac{\partial J}{\partial S}\,\delta S + \frac{\partial J}{\partial G}\,\delta G + \frac{\partial J}{\partial C}\,\delta C + \frac{\partial J}{\partial T}\,\delta T$$

$$= \left[\overline{\nabla} J\right] \cdot \left[\Delta \overline{X}\right] \qquad (3.34)$$

Confrontando-se a equação 3.34 com a equação 3.33 chega-se à seguinte equação para o gradiente não normalizado:

$$\left[\overline{g}\right] = \overline{\nabla} J = \begin{bmatrix} \beta_R \\ \beta_S \\ \beta_G \\ \beta_C \\ \beta_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\int_0^{t_f} i_r(t_f-\xi)\,\tilde{i}_r(\xi)\,d\xi \\ -\frac{1}{S}\int_0^{t_f} i_r(t_f-\xi)\,\tilde{V}_s(\xi)\,d\xi \\ \int_0^{t_f}\left[V_c(t_f-\xi)-V_t(t_f-\xi)\right]\left[\tilde{V}_c(\xi)-\tilde{V}_t(\xi)\right]d\xi \\ \int_0^{t_f} \dot{V}_c(t_f-\xi)\,\tilde{V}_c(\xi)\,d\xi \\ \frac{1}{T}\int_0^{t_f} V_t(t_f-\xi)\,\tilde{i}_t(\xi)\,d\xi \end{bmatrix}$$

.... (3.35)

O gradiente normalizado será obtido a partir da equação abai xo.

$$\left[\overline{g}_n\right] = \frac{1}{\left|\overline{\nabla} J\right|} \begin{bmatrix} \beta_R \\ \beta_S \\ \beta_G \\ \beta_S \\ \beta_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{Rn} \\ \beta_{Sn} \\ \beta_{Gn} \\ \beta_{Sn} \\ \beta_{Tn} \end{bmatrix} \qquad (3.36)$$

O conhecimento do gradiente normalizado de J, com relação aos seus parâmetros, permite-nos imediatamente aplicar o método do degrau decrescente para obtenção do seu mínimo.

3.3.3 - Algoritimo do Método de Otimização.

A seguir damos todos os passos a serem seguidos na aplicação do método de otimização à impedância Z do circuito da figura 3.9a, conforme discutido nas seções anteriores.

1 - Escolha dos valores iniciais dos parâmetros, i é, $\overline{X}_o$. Deve-se crescer os elementos a partir de pequenos valores. Assim o valor inicial de todos os parâmetros deve ser da ordem de 10^{-4}.

2 - Análise do circuito da fig. 3.9a para obtenção das respostas $i_r(t)$, $V_c(t)$, $V_t(t)$, $i_c(t)$, $e(t)$. Também computar a funcional de performance $E\ (\overline{X})$.

3 - Cálculo dos Gradientes:

a) formar as respostas no tempo reverso:

$$i_r(t_f-\xi),\ V_e(t_f-\xi),\ V_t(t_f-\xi),$$

$$i_c(t_f-\xi),\ e(t_f-\xi),\ \hat{e}(t_f-\xi) \text{ para } 0 \leqslant \xi \leqslant t_f$$

b) Formar a excitação do erro

$$\tilde{I}\ (\xi) = -\left[e(t_f-\xi) - \hat{e}(t_f-\xi)\right]$$

c) Analisar o circuito da fig. 3.9b e obter as variáveis adjuntas

$$\tilde{I}_r(\xi),\ \tilde{I}_t(\xi),\ \tilde{V}_s(\xi),\ \tilde{V}_c(\xi),\ \tilde{V}_t(\xi)$$

d) Calcular os gradientes não normalizados usando as equações 3.35, e a magnitude $|\ \overline{g}\ |$

e) Calcular o gradiente normalizado $\overline{g}_n$ usando as equações 3.36.

4 - Degrau decrescente: Para a 1ª interação executar

4.1a,d e passar para 5, caso contrário passar para 4.2.

4.1) a - Pôr $\mu = 1$ e obter os valores intermediários dos parâmetros $\overline{X}_{in} = \overline{X}_o - \overline{g}_n$

b - Com os valores intermediários dos parâmetros analisar o circuito da figura 3.9a e calcular o valor intermediário da funcional de performance $E\ (\overline{X}_{in})$

c - Calcular o valor ótimo de μ para a 1ª interação:

$$\mu_1 = \frac{|\overline{g}|}{2} \cdot \frac{1}{E\ (\overline{X}_{in}) - E\ (\overline{X}_o) + |\overline{g}|}$$

d - Calcular os valores de $\overline{X}_1$

$$\overline{X}_1 = \overline{X}_o - \mu_1 \cdot \overline{g}_n$$

4.2) a - Para a K-ésima interação calcular o valor intermediário dos parâmetros

$$\overline{X}_{kin} = \overline{X}_{k-1} - \mu_{k-1} \cdot \overline{g}_n$$

b - Com os valores intermediários dos parâmetros, analisar o circuito da fig. 3.9a e calcular o valor intermediário da funcional de performance $E\ (\overline{X}_{kin})$

c - Calcular o valor ótimo de μ_k para k-ésima interação

$$\mu_k = \frac{\mu_{k-1}^2\ |\overline{g}|}{2} \cdot \frac{1}{E\ (\overline{X}_{kin}) - E\ (\overline{X}_{k-1}) + \mu_{k-1} \cdot |\overline{g}|}$$

d - Calcular o valor de $\overline{X}_k$

$$X_k = X_{k-1} - \mu_k \cdot \overline{g}_n$$

5 - Parar as interações quando a funcional de performance atingir um valor mínimo. Caso contrário voltar para o passo 2.

3.4 - Análise dos Circuitos e Aplicação do Método de Otimização

3.4.1 - Programa Computacional

Na análise dos circuitos e aplicação do método de otimização às impedâncias Z consideradas, fizemos um programa computacional, cujo diagrama de blocos encontra-se na fig. 3.10.

Para esclarecimentos do diagrama de blocos do programa, consideraremos a seguir alguns blocos, dando uma explicação suscinta do que é feito em cada um destes (veja fig. 3.10).

Análise do circuito: são obtidas as tensões e correntes do circuito, necessárias ao desenvolvimento da otimização. Na análise usamos o método computacional de Dommel (seção 3.4.2).

Cálculo do erro: é calculado o erro com os parâmetros reais ou auxiliares usando-se a eq. 3.21.

Obtenção das tensões e correntes no tempo reverso: são obtidas tensões e correntes no tempo reverso, necessárias ao cálculo dos gradientes.

Cálculo da corrente de excitação: é calculada a corrente de excitação conforme e equação 3.32.

Cálculo dos gradientes: são calculados os gradientes conforme equações 3.35 e 3.36.

Cálculo do Step Size (tamanho do degrau): é feito o cálculo de μ usando-se a equação 3.20.

3.4.2 - O Método Computacional de Dommel:

O método de Dommel é um método geral para determinação dos fenômenos transitórios eletromagnéticos em sistemas monofásicos ou polifásicos, com parâmetros concentrados ou distribuídos. Vários programas computacionais já foram desenvolvidos para o cálculo de fenômenos transitórios em sistemas de potência e circuitos eletrônicos, usando-se esse método.

A análise dos fenômenos transitórios é feita obtendo-se as respostas no domínio do tempo em intervalos discretos Δt, por ser normalmente impossível sua obtenção de maneira contínua. Esta discretização causa erros de truncamento que podem ser acumulados de um passo ao seguinte, conduzindo a resultados errôneos. Dommel usou a regra de integração trapezoidal para a integração das equações de parâmetros concentrados, obtendo um método de cálculo simples, numericamente estável e bastante preciso para aplicações práticas. Discutiremos a seguir a aplicação do método no caso de indutâncias, capacitâncias e resistências concentradas.

Considerando-se a indutância da fig. 3.11a, temos:

$$e_a - e_b = L \frac{di_{a,b}}{dt} \qquad (3.37)$$

Para obter-se a resposta em um instante t, conhecida a resposta em um instante $t - \Delta t$, integra-se a eq. 3.37 de $t - \Delta t$ a t. Usando-se a regra de integração trapezoidal obtem-se:

$$i_{a,b}(t) = \frac{\Delta t}{2L}\left[e_a(t) - e_b(t)\right] + I_{a,b}(t - \Delta t) \qquad \ldots. (3.38a)$$

na qual a fonte de corrente equivalente $I_{a,b}(t - \Delta t)$ é dada pela equação:

$$I_{a,b}(t - \Delta t) = i_{a,b}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L}\left[e_a(t - \Delta t) - e_b(t - \Delta t)\right] \qquad \ldots. (3.38b)$$

O valor de $I_{a,b}(t - \Delta t)$ é, portanto, função das condições no instante $(t - \Delta t)$. A descretização usando-se a regra de integração trapezoidal produz um erro de truncamento da ordem de $(\Delta t)^3$; se Δt for suficientemente pequeno, quando dividido ao meio, o erro provavelmente decrescerá de um fator 1/8. A impedância equivalente a equação 3.38b é mostrada na fig. 3.11b.

Com relação a capacitância, considerando-se a figura 3.12a, tem-se a equação:

$$i_{a,b} = C \frac{d(e_a - e_b)}{dt}$$

$$\int_{t-\Delta t}^{t} i_{a,b}\, dt = C \int_{t-\Delta t}^{t} d(e_a - e_b)$$

$$e_a(t) - e_b(t) = e_a(t-\Delta t) - e_b(t-\Delta t) + \frac{1}{C} \int_{t-\Delta t}^{t} i_{a,b}\, dt$$

$$\ldots. \quad (3.39)$$

Aplicando-se a regra de integração trapezoidal à equação acima obtem-se:

$$i_{a,b}(t) = \frac{2C}{\Delta t}\left[e_a(t) - e_b(t)\right] + I_{a,b}(t-\Delta t) \qquad (3.40a)$$

sendo a fonte de corrente equivalente $I_{a,b}(t-\Delta t)$ dada por:

$$I_{a,b}(t-\Delta t) = - i_{a,b}(t-\Delta t) - \frac{2C}{t}\left[e_a(t-\Delta t) - e_b(t-\Delta t)\right] \qquad (3.40b)$$

A impedância equivalente à eq. 3.40b é mostrada na figura 3.12b. Sua forma é equivalente aquela para indutância.

Como complementação adicionamos a equação para resistores (fig. 3.13).

$$i_{a,b}(t) = \frac{1}{R}\left[e_a(t) - e_b(t)\right] \qquad (3.41)$$

Com a finalidade de termos mais uma vez uma comprovação do método de Dommel e obtermos um valor ótimo para o passo (Δt), determinamos a tensão e(t) do circuito da fig. 3.14 usando o método de Dommel e através da solução exata. Neste circuito tem-se inserida a primeira impedância Z considerada em paralelo com o disjuntor, conforme foi citado anteriormente. Na figura 3.15 tem-se o circuito equivalente ao da fig. 3.14 para análise pelo método de Dommel. Os valores usados para os parâmetros foram os indicados na fig. 3.14. Os resultados obtidos com vários valores para o passo mostraram ser 0.08 p.u. um valor satisfátorio.

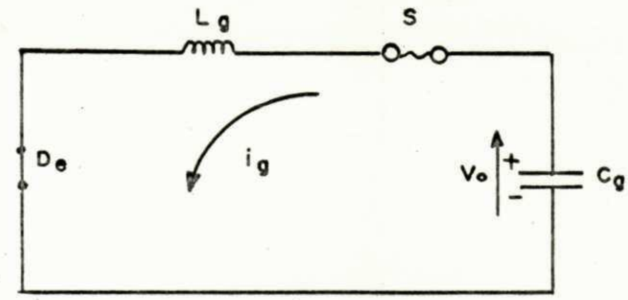


Fig. 3.1 - Circuito de Tensão considerado inicialmente.

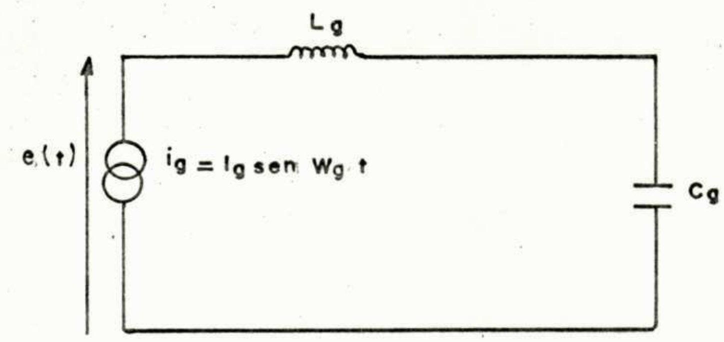


Fig. 3.2 - Diagrama do circuito para determinação da tensão e(t)

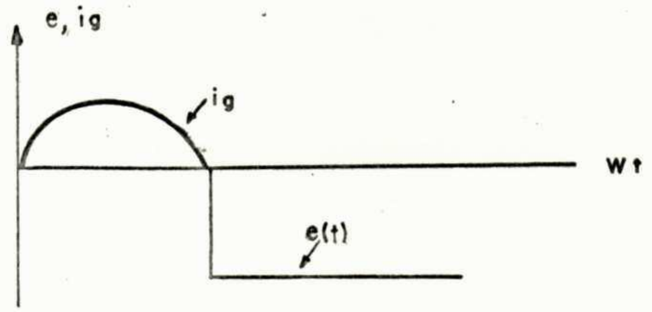


Fig. 3.3 - Corrente e tensão através dos contatos do disjuntor com o circuito de tensão da Fig. 3.1

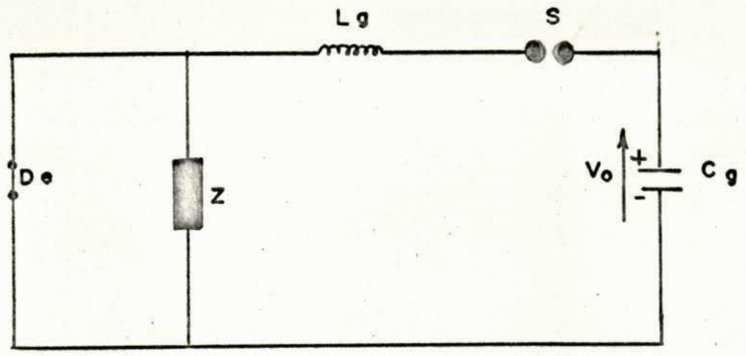


Fig. 3.4 - Diagrama ilustrativo da colocação da impedância Z.

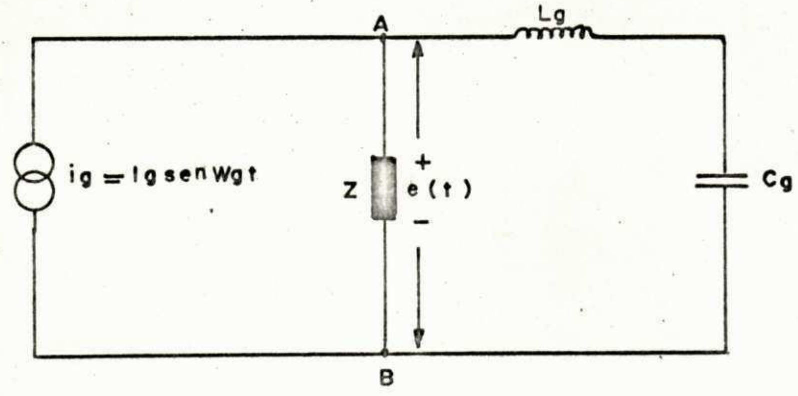


Fig. 3.5 - Circuito para a determinação da tensão e(t) após a colocação da impedância Z.

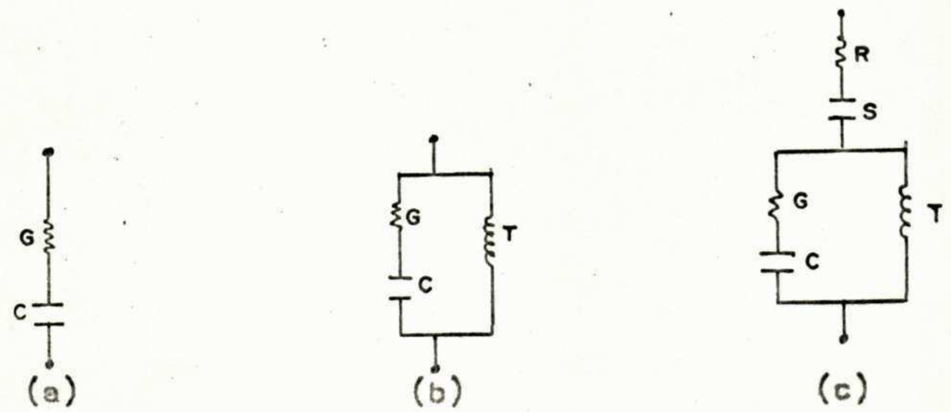


Fig. 3.6 - Impedâncias Z consideradas

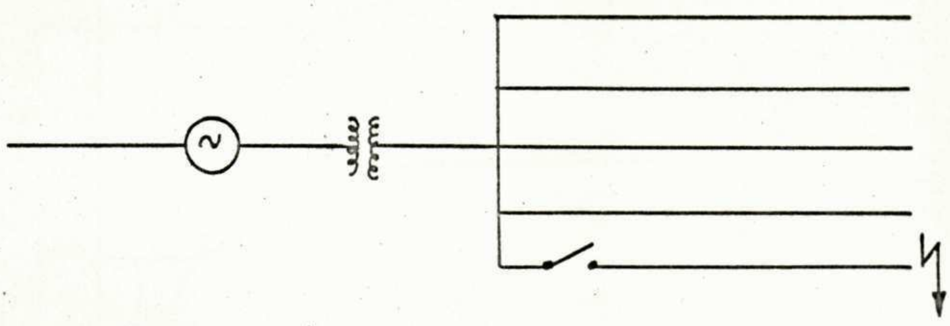


Fig. 3.7a - Sistema que fornece tensão de restabeleci mento do tipo normalizado pelo IEC

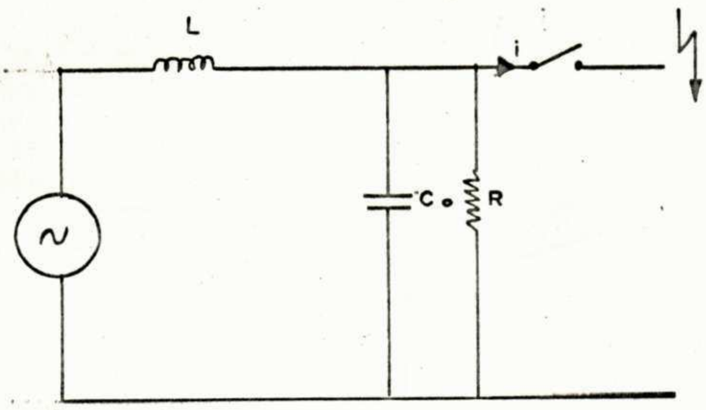
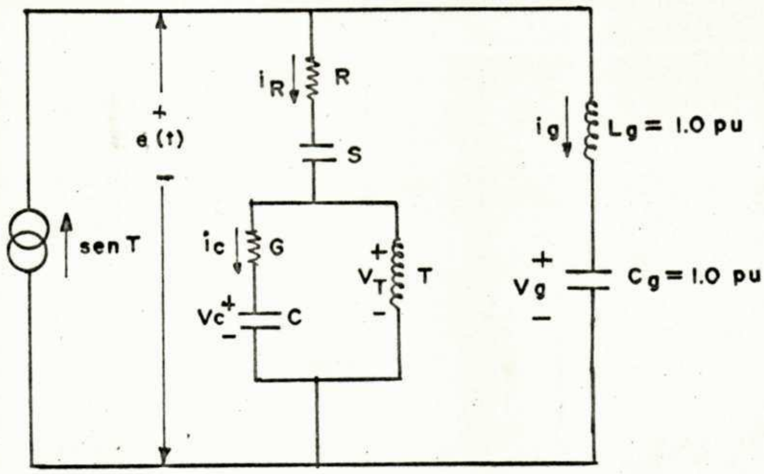


Fig. 3.7b - Circuito equivalente ao da fig. 3.6a para o cálculo de transitórios.

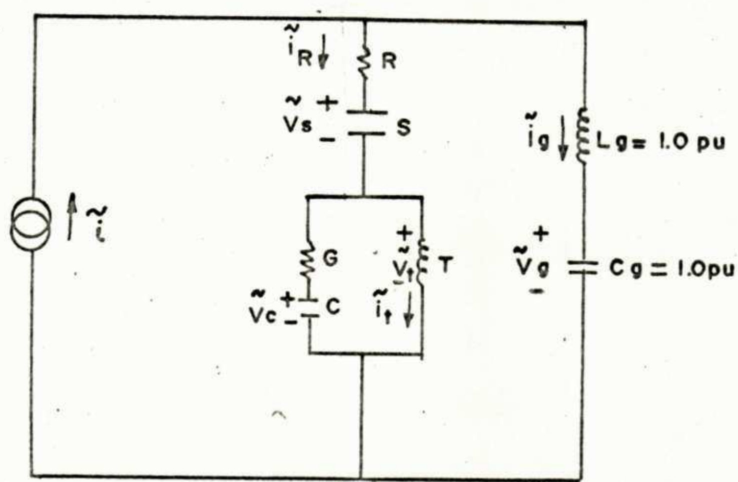
R = Zs/n para n linhas iguais com impedân cia de surto Zs

L = Indutância de Curto Circuito do Siste ma de alimentação

Co = Capacitância equivalente para a terra, vista dos terminais do disjuntor.



(a)



(b)

Fig. 3.9 - Circuito com a impedância Z da Fig. 3.6c inserida.

(a) Valores Reais.

(b) Excitação do erro.

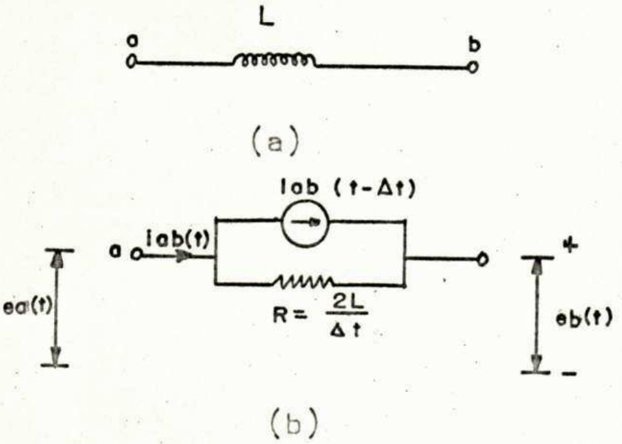


Fig. 11 - (a) Indutância

(b) Circuito Equivalente

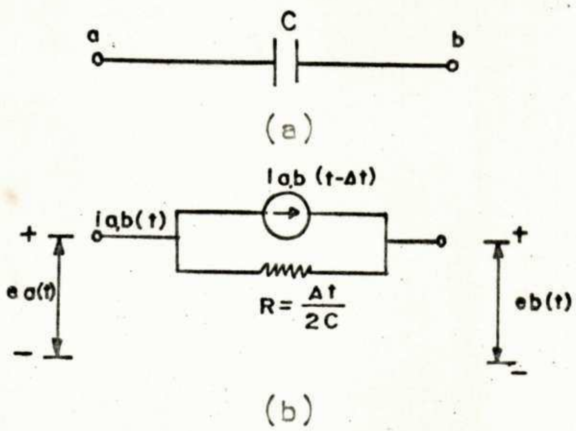


Fig. 12 (a) Capacitância

(b) Circuito Equivalente

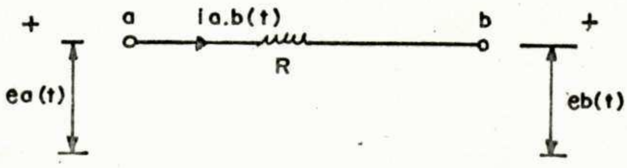


Fig. 13 - Resistência

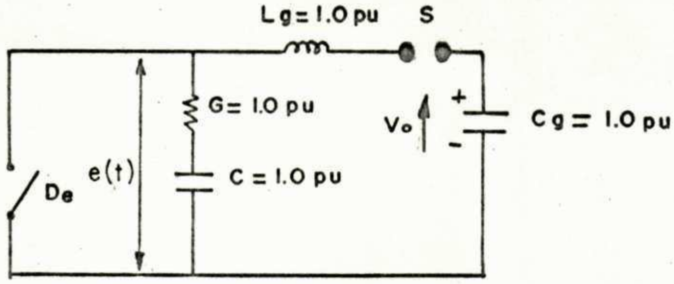


Fig. 3.14 - Circuito analizado pelo método de Dommel e pelas equações exatas.

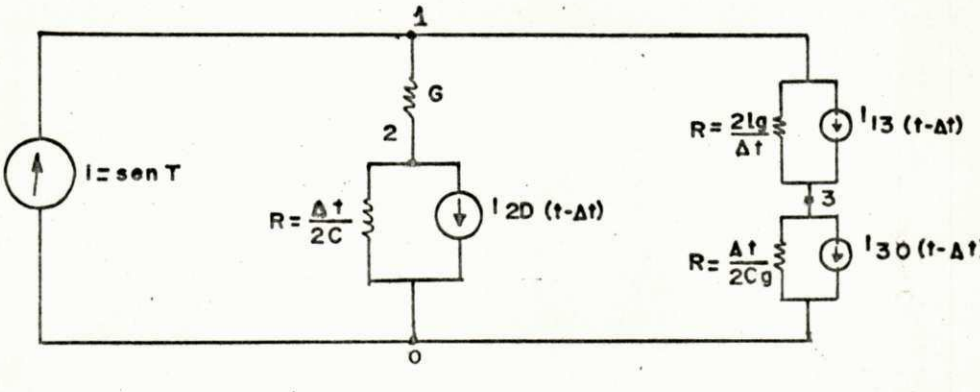


Fig. 3.15 - Circuito equivalente ao da fig. 3.14 para análise pelo método de Dommel.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS E CONCLUSÕES

No capítulo anterior fizemos uma descrição do método de otimização empregado, e exemplificamos a sua aplicação através de um dos circuitos otimizados em nosso trabalho. Aquele método foi aplicado aos três tipos de impedâncias Z, citados anteriormente, inseridas em quatro circuitos diferentes.

4.1 - Circuitos Considerados

Inicialmente consideramos o circuito da fig. 4.1a, no qual tem-se uma corrente de injeção com frequência 1.0 p.u. Essa frequência corresponde à maior frequência do envelope da tensão de restabelecimento transitória normalisada pela I.E.C. Não tendo sido os resultados satisfátorios consideramos então, o circuito da fig. 4.1b, no qual tem-se a corrente de injeção com frequência variável. Fizemos essa variação mantendo as bases escolhidas inicialmente e introduzindo um fator $K = \omega_g/\omega_{base}$. Os resultados para esse circuito foram bem melhores do que no circuito anterior.

A próxima tentativa foi com o circuito da fig. 4.1c. Nesse circuito tem-se a frequência da corrente de injeção variá vel, e a frequência da corrente fornecida pelo circuito igual a 1.0 p.u. Convem anotar que esse arranjo é irrealizável na prática. Em face da satisfatoriedade obtida com a otimização das impedâncias Z inseridas nesse circuito, resolvemos tentar o circuito da fig. 4.1d, no qual a frequência da corrente de injeção pode ser variada. Nesse circuito, dependendo da tensão de carregamento do capacitor C_{g1} a frequência da corrente de injeção será única, e dado por:

$$\omega_{1,2}^2 = \left[1 + \frac{K^2}{2}\right] \mp \left[1 + \frac{K^4}{4}\right]^{1/2} \qquad (4.1)$$

Sendo obtida ω_1 ou ω_2, dependendo da polaridade da tensão de carregamento do capacitor C_{g1} em relação a tensão de carregamento de C_{g2}. Para as polaridades indicadas na fig. 4.1d será obtida ω_1. A condição para que a frequência da corrente de injeção seja única é que:

$$n = \left[\frac{K^2}{2} - 1\right] + \left[1 + \frac{K^4}{4}\right]^{1/2} \qquad (4.2)$$

4.2 - Resultados

Os resultados obtidos para os casos estudados estão descritos suscintamente na tabela 4.1.

Nos casos 1a e 1b observa-se que a tensão de restabelecimento obtida (fig. 4.5) apresenta uma certa concordância com o envelope normalizado, com relação à taxa de crescimento inicial que é aproximadamente constante. Entretanto, o valor da taxa de crescimento inicial é muito elevado, o primeiro pico ocorre muito cedo e há um afastamento muito grande em relação ao envelope após o primeiro pico.

A tensão obtida nos casos 2a e 2b foram um pouco melhores do que os anteriores (fig. 4.6), entretanto ainda são insatisfátorios. Observa-se que a tensão da curva A tem um valor de pico que aproxima-se do valor da segunda tensão de referên cia do envelope normalizado, e ocorre em um tempo muito próximo de t_2, entretanto, sua porção inicial afasta-se muito do envelope. Quanto à tensão da curva B, apresenta inicialmente boa concordância, mas afasta-se muito do envelope na sua porção final.

Os resultados nos casos 3a,c (fig. 4.4, 4.5 e 4.6) são todos muito satisfatórios. Nos três casos a curva da tensão de restabelecimento aproxima-se muito do envelope normalizado, sendo a curva da fig. 4.9 a que apresenta maior aproximação.

Finalmente temos o resultado obtido no caso 4a (fig. 4.7), para o qual a tensão de restabelecimento transitória obtida tem uma boa aproximação com o envelope normalizado. Para este circuito foi feita a otimização das impedâncias Z considerando-se as frequências w_1 e w_2. O melhor resultado foi obtido com uma certa frequência w_1. Observa-se que a taxa de crescimento inicial é aproximadamente igual à taxa de crescimento inicial do envelope e que o pico da tensão ocorre muito próximo do instante t_2, sendo seu valor muito próximo do valor da segunda tensão de referência do envelope. A sua satisfatoriedade só não é total, devido haver um certo afastamento em torno da primeira tensão de referência do envelope. Esse resultado foi obtido com uma frequência de injeção relativamente baixa.

Os casos que deixamos de apresentar os resultados foram completamente insatisfatórios.

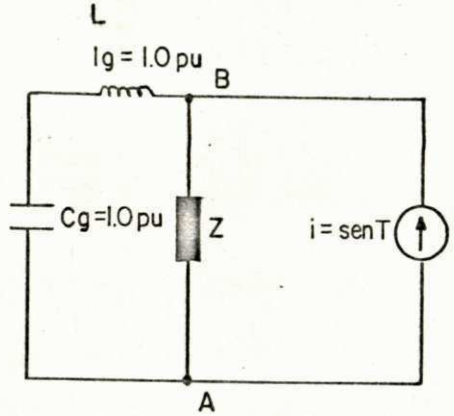
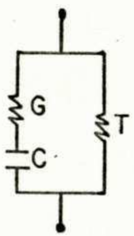
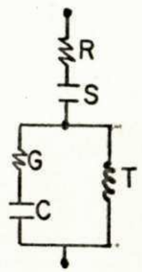
4.3 - Conclusões

- O método de otimização usado deu bons resultados, evidenciando a sua aplicabilidade a problemas do tipo considerado neste trabalho.

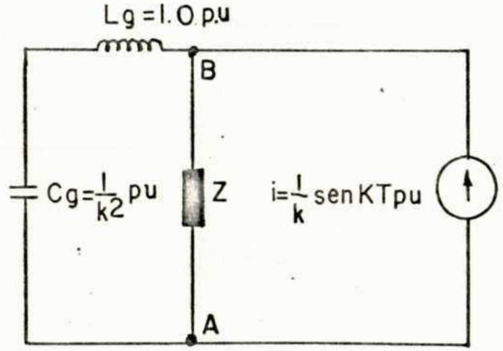
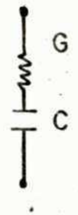
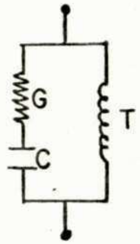
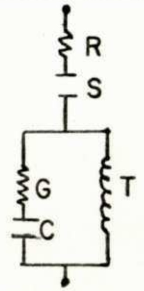
- Os resultados obtidos nos casos 3a,c foram muito bons apesar da sua impraticabilidade.

- O resultado obtido no caso 4.a foi de certo modo satisfatório. Neste caso a taxa de crescimento, e o pi co do transitório são próximos dos valores desejados. Entretanto, a frequência da injeção é baixa. Acreditamos ser possível, através de outras tentativas, chegar-se a um circuito com frequência de injeção na faixa 300 - 1000 Hz e com tensão de restabelecimento transitória bem mais próxima a forma desejada.

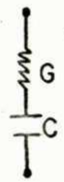
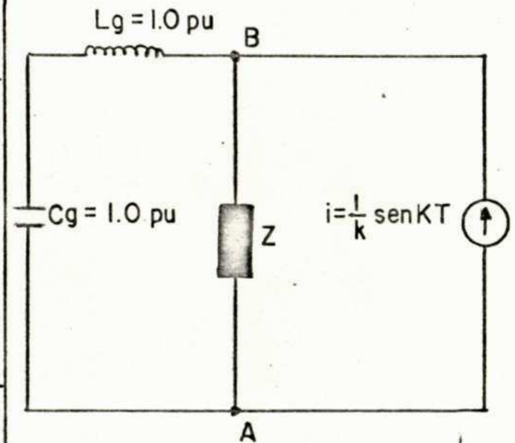
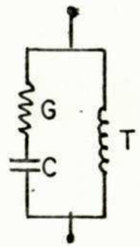
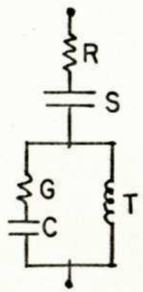
Tabela 4.1 - Casos Estudados e Resultados

CASO		DESCRIÇÃO DO CIRCUITO	IMPEDÂNCIA Z	VALOR MINIMO DA FUNCIONAL DE PERFORMANCE	VALORES OTIMOS DOS PARÂMETROS (p.u.)	TENSÃO AB	OBSERVAÇÕES
1	a			ε = 0.316	$G=0.757\times10^{-2}$ $C=0.353\times10^{-2}$	Curva A Fig. 4.2	Resultado Insatisfatório.
	b			ε = 0.341	$G=0.422$ $C=0.119$ $T=0.1\times10^{-4}$	Curva B Fig. 4.2	Resultado Insatisfatório
	c			—	—	—	TRV muito Oscilatório

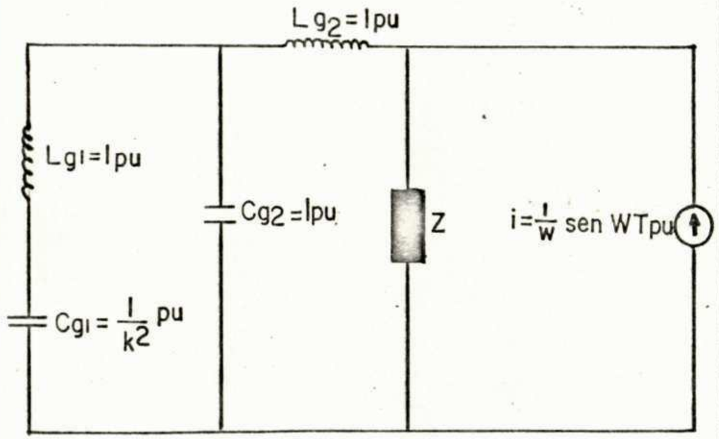
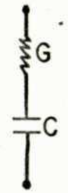
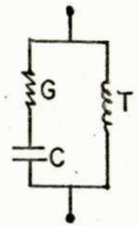
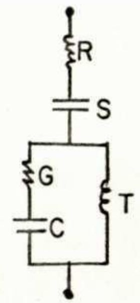
Cont. da Tabela 4.1

CASO		DESCRIÇÃO DO CIRCUITO	IMPEDÂNCIA Z	VALOR MINIMO DA FUNCIONAL DE PERFORMANCE	VALORES OTIMOS DOS PARÂMETROS (p.u.)	TENSÃO AB	OBSERVAÇÕES
2	a			E= 0.142	G=3.167 C=1.023 K=0.55	Curva A Fig. 4.3	Resultado Insatisfatório
	b			E= 0.220	G=0.561 C=0.576 $T=0.1 \times 10^{-4}$ K=0.55	Curva B Fig. 4.3	Resultado Insatisfatório
	c			—	—	—	TRV muito Oscilatório

Cont. da Tabela 4.1

CASO		DESCRIÇÃO DO CIRCUITO	IMPEDÂNCIA Z	VALOR MINIMO DA FUNCIONAL DE PERFORMANCE	VALORES ÓTIMOS DOS PARÂMETROS (p.u.)	TENSÃO AB	OBSERVAÇÕES
3	a			$E=0.268\times10^{-2}$	G=0.892 C=0.711 K=0.77	Fig. 4.4	Resultado Satisfatório
	b			$E=0.307\times10^{-2}$	G=0.795 C=0.536 T=0.168 K=0.66	Fig. 4.5	Resultado Satisfatório
	c			$E=0.305\times10^{-2}$	$R=0.758\times10^{-2}$ S=0.120 G=0.922 C=0.672 T=0.190 K=0.66	Fig. 4.6	Resultado muito Satisfatório

Cont. da Tabela 4.1

CASO		DESCRIÇÃO DO CIRCUITO	IMPEDÂNCIA Z	VALOR MINIMO DA FUNCIONAL DE PERFORMANCE	VALORES OTIMOS DOS PARÂMETROS (p.u.)	TENSÃO AB	OBSERVAÇÕES
4	a			$E=0.780\times10^{-2}$	G=0.750 C=1.852 K=0.80 W=0.52	Fig. 4.7	Resultado Satisfatorio
	b			-	-	-	TRV muito Oscilatório
	c			-	-	-	TRV muito Oscilatório

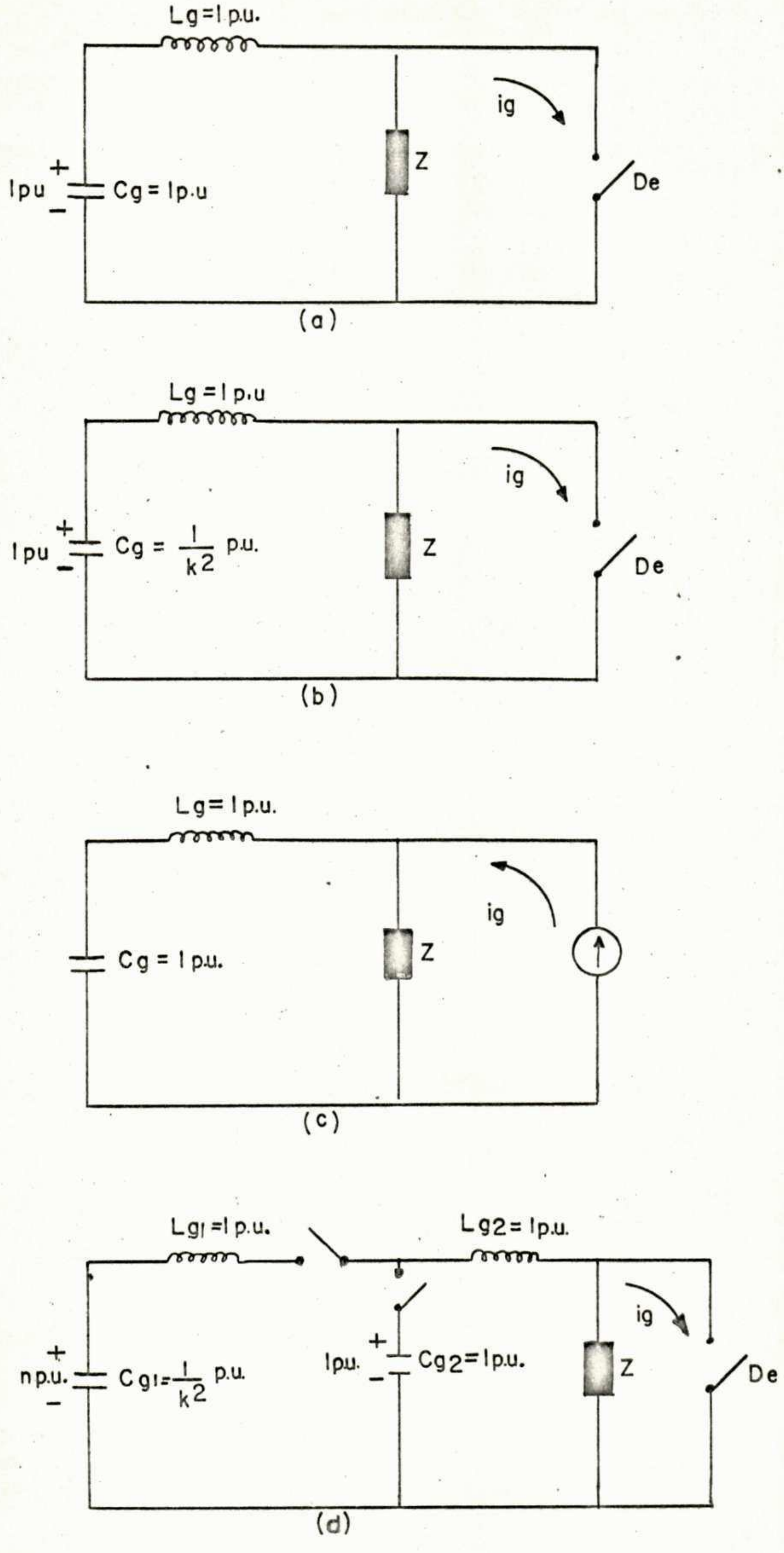


Fig. 4.1 - Circuitos nos quais foram inseridas as Impedância Z e feita e sua otimização.

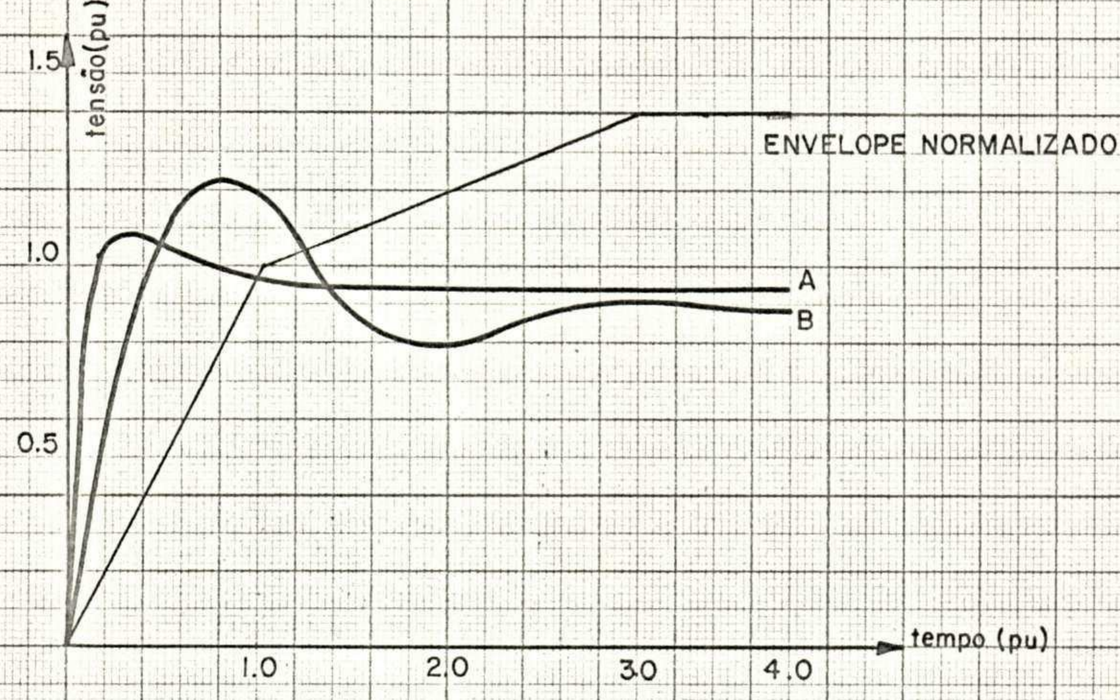


Fig. 4.2 - Tensão de Restabelecimento Transitória obtida nos casos 1a e 1b.

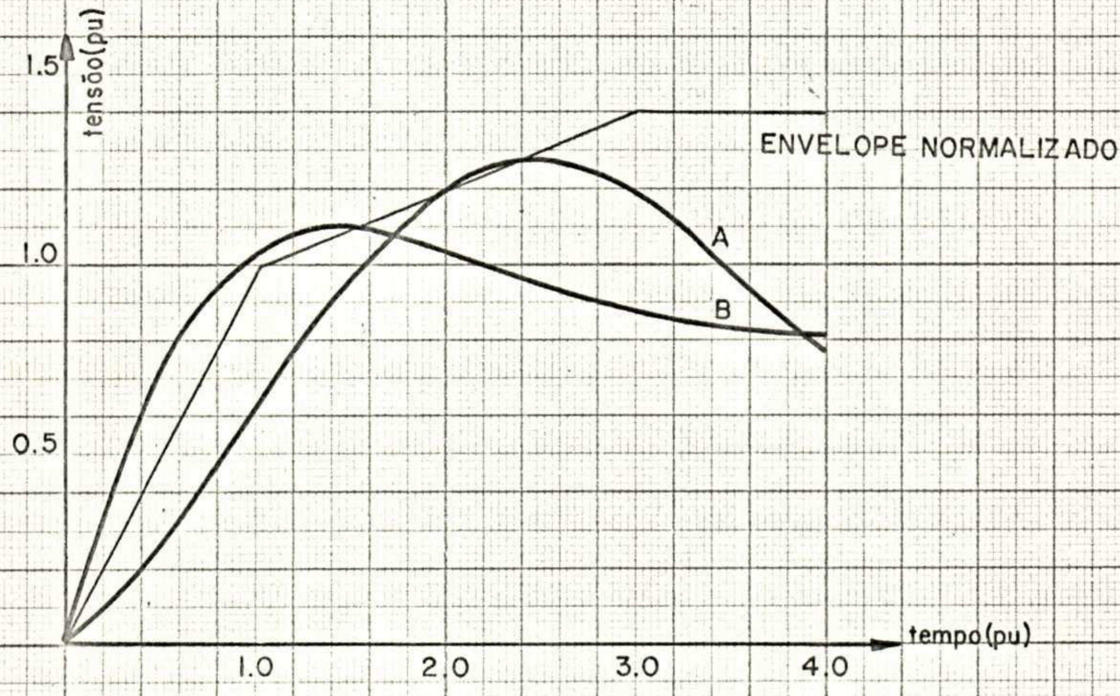


Fig. 4.3 - Tensão de Restabelecimento Transitória obtida nos casos 2a e 2b.

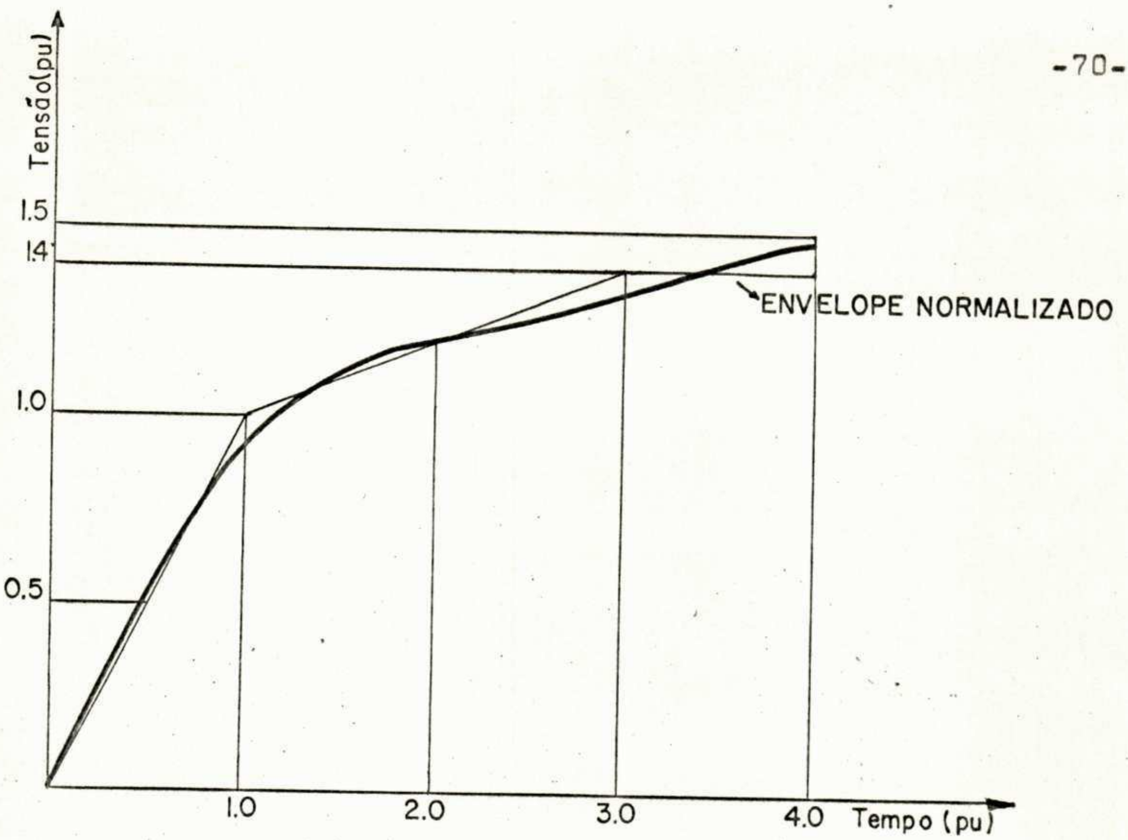


Fig. 4.4 - Tensão de Restabelecimento Transitória obtida no caso 3a.

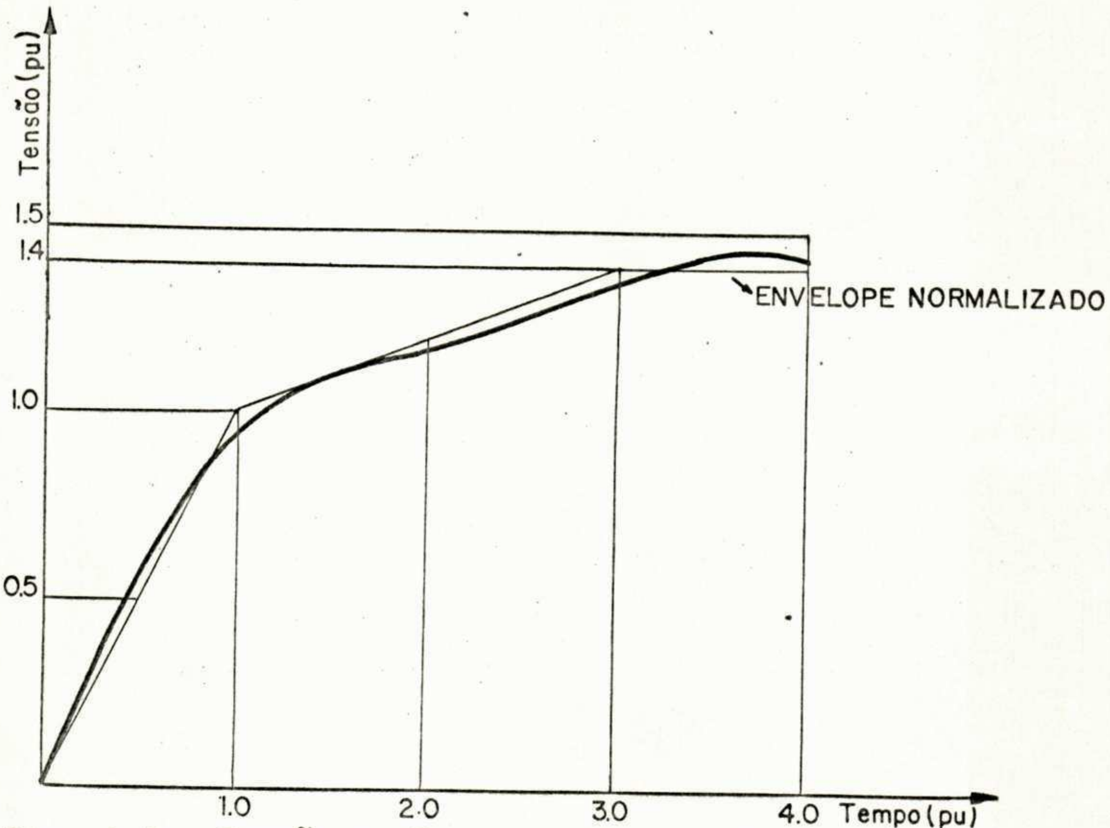


Fig. 4.5 - Tensão de Restabelecimento Transitória obtida no caso 3b.

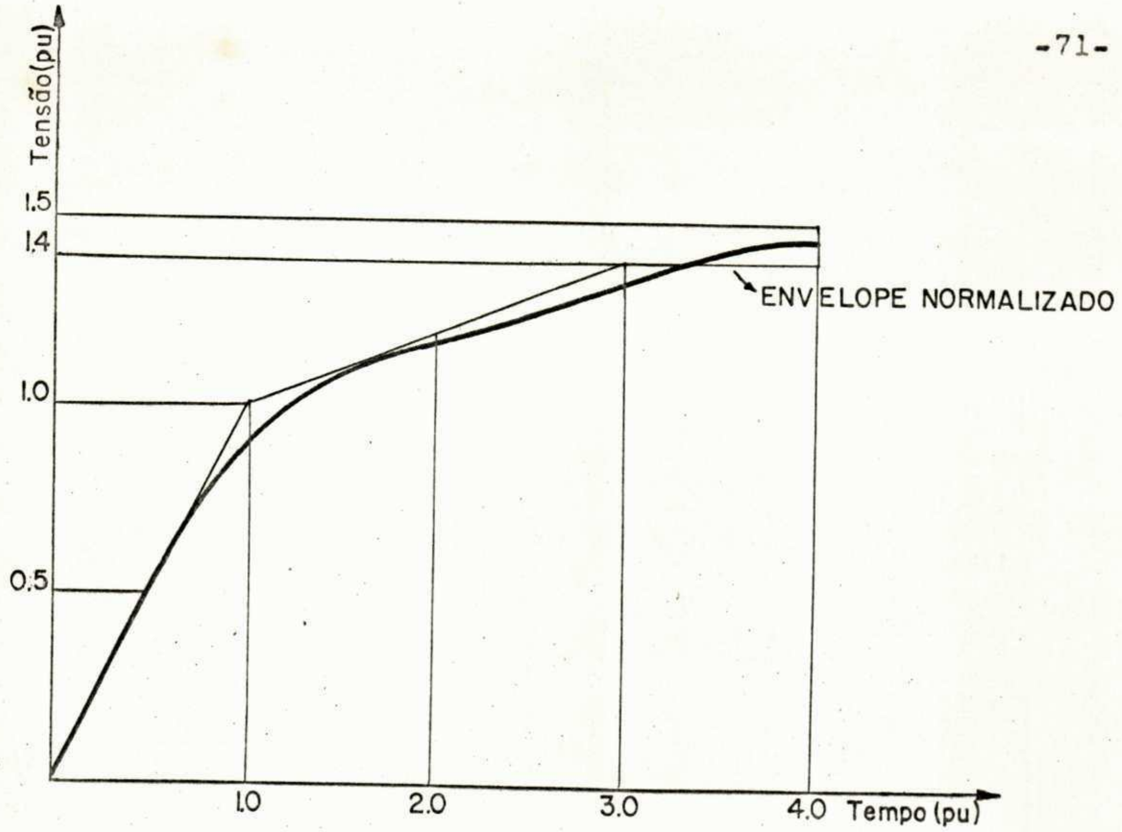


Fig. 4.6 - Tensão de Restabelecimento Transitória obtida no caso 3c.

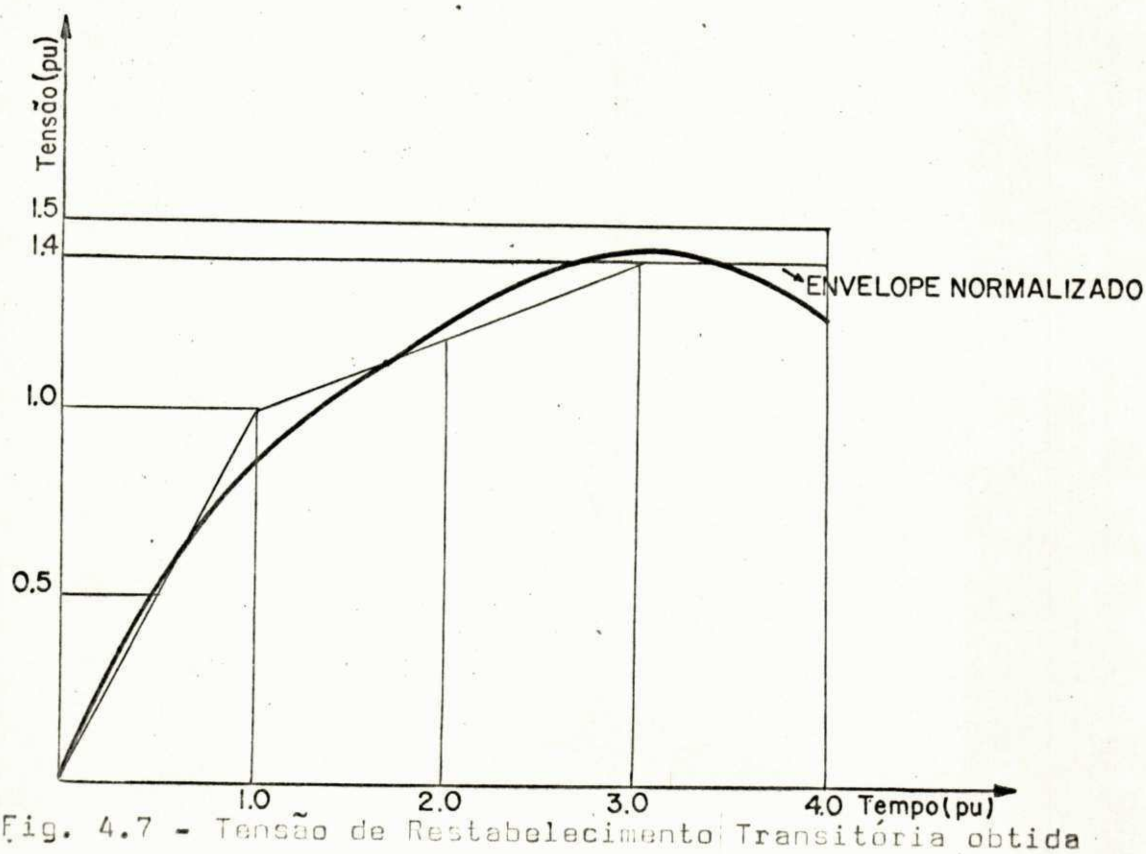


Fig. 4.7 - Tensão de Restabelecimento Transitória obtida no caso 4a.

REFERENCIAS

1 - I.E.C. Publication 427, "Report on Synthetic Testing of High-Voltage Alternating Currente Circuit-Breakers", 1973

2 - W. Rieder, "Circuit Breakers Physical and Engineering Problems, I-Fundamentals", IEEE Spectrum, September 1970, pp 35-43.

3 - W. Rieder, "Arc-Circuit Interation near Current zero and Circuit Breakers", Trans. IEEE, Vol PAS 91, 1972, pp 705-713.

4 - J.G.P. Anderson, "Synthetic Testing of A.C. Circuit Breakers - Part 1. Methods of Testing on Relative Severety". Proc. IEE, Vol. 113 nº 04, April 1966, pp 611 - 621.

5 - B. Baltensperger at al, "Transient Recovy Voltage in High Voltage Networks-Terminals Faults". Cigré Paper 13-10, 1968.

6 - I.E.C. Publication 52-2, "High Voltage Alternating-Current Circuit Breakers, Part 2: Ratings", 1971.

7 - I.E.C. Publication 56-4, "High Voltage Alternating-Current Circuit Breakers, Part 4: Type Test and Routine Tests" 1972.

8 - Guy St-Jean, "A Method For Calculating Directly the Components of a Synthetic Circuit for the Testing of ac Circuit Breakers", Trans. IEEE, Vol PAS 93, 1974, pp 429-435.

9 - A.D. Stokes et al, "Balanced Synthetink Circuit: New Circuit for High Power Testing With Low-Frequency Transient Recovery Voltage". Proc. IEEE, Vol. 121 , nº 03, March 1974, pp 184-190.

10 - R.A. Rohrer, "Fully Automated Network Design by Digital

Computer; Preliminary Consideration", Proc. IEEE, Vol 53, 1965, pp 1701-1706.

11 - O.Naef at al, "Proposed Transient Recovery Voltage Ratings for Power Circuit Breakers", Trans IEEE, Vol PAS 84, nº 07, 1965, pp 580-608.

12 - V.N. Narancic, "Development of a Test Circuit for Testing High-Voltage Circuit Breakers According to New IEC and Ansi Standards, Direct Testing", Paper No. C 73 054-4, IEEE PAS Winter Meeting, 1973.

13 - R.G. Colclaser, JR., D.E. Buettner, "The Traveling - Wave Approach to Transient Recovery Voltage". Trans IEEE, Vol PAS 88, 1969, pp 1028-1035.

14 - R.G. Colclaser, "The Transient Recovery Voltage Application of Power Circuit Breakers". Trans IEEE, Vol PAS 91, 1972 pp 1941-1947.

15 - B. Lageman, "High Voltage Circuit Breakers Testing in Accordance With New USA Standard for Transient Recovery Voltage". High Power Testing, Inter. Symposium, July 21-23, 1971 Portland IEEE Pub. nº 71-c-57 PWK.

16 - H.W. Dommel, "Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single-and Multiphase Networks", Trans IEEE, Vol. PAS - 88, nº 04, April 69, pp 388-395.